Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique Université Mohamed Khider - Biskra Faculté des Sciences et de la Technologie Département de Génie Électrique Filière : Électrotechnique Option : Machines électriques



Mémoire de Master

En vue de l'obtention du diplôme de master en génie électrique

Modélisation d'un système hybride (pile à combustible et supercondensateur) par la méthode des secteurs non linéaires

Réalisé par: MOKRANI Saddam

Soutenue publiquement le:02/06/2016

Devant le jury composé de:

| Mohamed Yacine HAMMOUDI | MCB | Université de Biskra | Président |
|-------------------------|-----|----------------------|-------------|
| MOHAMMEDI Messaoud | MAA | Université de Biskra | Rapporteur |
| Ramzi SAADI | MAB | Université de Biskra | Examinateur |

Année Universitaire 2015/2016

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique Université Mohamed Khider - Biskra Faculté des Sciences et de la Technologie Département de Génie Électrique Filière : Électrotechnique Option : **Machines électriques**



Mémoire de Fin d'Etudes En vue de l'obtention du diplôme: **Master**

en génie électrique

Thème

Modélisation d'coystème hybride (pile à combustible et supercondensateur) par la méthode des secteurs non linéaires

Présenté par MOKRANI Saddam Avis favorable de l'encadreur:

Avis favorable du président de jury: Cachet et signature

DÉDICACE

À mes très chers parents, À mes frères (Fayçal, Abes et mourad) et sœurs, À mes amis,surtout-Messaoudi Yassine et,

À La mémoire de mes grand parents,

Et À tous ceux qui comptent pour moi.

REMERCIEMENTS



Contra de tiens premièrement à prosterner remerciant Allah le tout puissant de m'avoir donné le courage et la patience pour terminer ce travail.

Je tiens à exprimer ma plus profonde gratitude et reconnaissance à mon encadreur Monsieur Messaoud MOHAMMEDI, MAA à l'université de Biskra pour leur disponibilité, soutien et surtout patience ont été des éléments déterminants dans la réussite de ma mémoire.

J'adresse mes respectueux remerciements aux membres du jury :

- Monsieur Mohamed Yacine HAMMOUDI, MCB à l'université de Biskra, de m'avoir fait l'honneur de présider ma soutenance.
- Monsieur Ramzi SAADI, Docteur à l'université de Biskra.

Je souhaite également exprimer mes remerciements aux collègues et aux amis ainsi qu'à ma famille (mes parents, mes frères Feycel, Abes et morad, et mes soeurs) pour leurs encouragements et soutien. Merci à tous !!

RÉSUMÉ

Qujourd'hui, l'utilisation des systèmes hybrides en combinant plusieurs sources devient plus en plus très important. Pour réduire la consommation des systèmes électriques, l'idée consiste à récupérer l'énergie lorsqu'il est possible, et à réutiliser lorsque le système est dans le besoin. L'énergie peut être emmagasinée dans les organes de stockage comme le supercondensateur. Cette une unité de stockage peut stocker ou fournir les pics de puissances.

Le travail présenté dans ce manuscrit traite la modélisation d'un système hybride contient une pile à combustible et des supercondensateurs par la méthode des secteurs non linéaires représentés par des multimodèles flous de type Takagi-Sugeno. L'utilisation de la décomposition en secteurs non linéaire nous permet de réécrire le nouveau système sous forme des polytopes sans perte d'information. Une commande basée sur la passivité est utilisé pour commander le système non linéaire et le système représenté par les multimodèles flous de type TS et les comparer. Des résultats obtenus très encourageants. Cette forme est ensuite utile pour la synthèse d'autre types de commandes.

Mots-Clés : Système non linéaire, Multi- modèles de Takagi-Sugeno, Pile à combustible, Supercondensateur, Système hybride, Commande basée sur la passivité.

ABSTRACT

To reduce the consumption of electrical systems, the idea is to recover energy where possible, and reuse when the system is in need. Energy can be stored in storage organs such as the supercapacitor. This storage unit can store or supply the peak powers.

The work presented in this manuscript deals with the modeling of a hybrid system contains a fuel cell and supercapacitors by the method of nonlinear sectors represented by fuzzy multi-model of Takagi-Sugeno. Using the decomposition of nonlinear sectors allows us to rewrite the new system as polytopes without loss of information. Passivity based control is used to control the nonlinear system and the system represented by Takagi-Sugeno fuzzy multi-model and compare them. Results obtained very encouraging. This form is then useful for the synthesis of other types of commands.

Keywords : Nonlinear system, Takagi-Sugeno Multi-models, Fuel cell, Supercapacitor, Hybrid system, Passivity based control.

Modélisation d'un système hybride de (pile à combustible et batterie) par la méthode des secteurs non linéaires

MESSAOUDI Yassine

June 5, 2016

TABLE DES MATIÈRES

Introduction Générale

| 1 | Gér | néralité | és sur les piles à combustible et supercondensateurs | 4 |
|---|-----|----------|---|----|
| | 1.1 | Introd | luction : | 4 |
| | 1.2 | Pile à | a combustible : | 5 |
| | | 1.2.1 | Historique : | 5 |
| | | 1.2.2 | Principe de fonctionnement d'une PEMFC. : | 5 |
| | 1.3 | Les di | fférents types de PAC : | 7 |
| | 1.4 | Applie | cations des piles à combustibles : | 10 |
| | | 1.4.1 | Applications portables : | 10 |
| | | 1.4.2 | Applications stationnaires : | 11 |
| | | 1.4.3 | Applications dans le transport : | 12 |
| | 1.5 | Modél | isation de pile PEM : | 12 |
| | | 1.5.1 | Modèle de Larminie et Dicks : | 13 |
| | | 1.5.2 | Modèle d'Amphlett et al : | 15 |
| | | 1.5.3 | Modèle de Chamberlin-kim : | 17 |
| | 1.6 | Super | condensateur : | 19 |
| | | 1.6.1 | Historique : | 19 |
| | | 1.6.2 | Principe de fonctionnement : | 19 |
| | | 1.6.3 | Différents types de supercondensateurs : | 21 |
| | | 1.6.4 | Modélisation des supercondensateurs à couche double électrique : $% \mathcal{A}_{\mathrm{c}}$. | 23 |
| | 1.7 | Conclu | usion: | 26 |

| 2 | Mu | Multi-modèles flous de Takagi-sugeno | | | |
|--|-----|---|--|----|--|
| | 2.1 | Introduction : | | | |
| | 2.2 | 2 Concepts élémentaires sur les multi-modèles de type Takagi-Sugeno : | | | |
| | 2.3 | Vers la | a représentation multi-modèles: | 28 | |
| | | 2.3.1 | Espace de fonctionnement : | 29 | |
| | | 2.3.2 | Zone de fonctionnement : | 29 | |
| | | 2.3.3 | Sous-modèlec: | 30 | |
| | | 2.3.4 | Variable de prémisse : | 30 | |
| | | 2.3.5 | Fonction d'activation : | 30 | |
| | | 2.3.6 | Multi-modèles : | 31 | |
| | 2.4 | Obten | tion d'une structure multi-modèles couplée : | 32 | |
| | | 2.4.1 | Multi-modèles par identification : | 32 | |
| | | 2.4.2 | Multi-modèles par linéarisation : | 32 | |
| | | 2.4.3 | Modélisation par l'approche des secteurs non linéaires : | 33 | |
| | 2.5 | Conclu | usion: | 37 | |
| 3 | Cor | nmand | le basée sur la passivité | 38 | |
| | 3.1 | Introd | uction: | 38 | |
| | 3.2 | Conséquences immédiates de la passivité: | | | |
| | 3.3 | Système Hamiltonien Commandé par Port: | | | |
| 3.4 Différentes approches de la PBC: | | entes approches de la PBC: | 41 | | |
| | | 3.4.1 | La Passivité et la Balance d'Énergie: | 42 | |
| | | 3.4.2 | Méthodologie d'Assignation d'Interconnexion et d'Amort- issement | | |
| | | | IDA-PBC: | 44 | |
| | | 3.4.3 | Conclusion: | 47 | |
| 4 | Sim | ulatio | n interprétation des Résultats . | 48 | |
| | 4.1 | Introd | luction: | 48 | |
| 4.2 Structure de la source d'énergie hybride : | | Struct | ure de la source d'énergie hybride : | 48 | |
| | 4.3 | Modél | isation de système : | 49 | |
| | 4.4 | Repré | sentation du système non linéaire par les les multi-modèles flous T.S: | 51 | |
| | | 4.4.1 | Variabile de prémisse : | 51 | |
| | | 4.4.2 | Fonctions d'appartenance : | 52 | |

| | 4.4.3 | Fonction d'activation : | 55 | |
|-----|---|---|----|--|
| 4.5 | Comm | nande basée sur la passivité: | 55 | |
| | 4.5.1 | Système hamiltonien contrôlé par ports : | 55 | |
| | 4.5.2 | Équations du système : | 56 | |
| | 4.5.3 | Système à l'équilibre : | 57 | |
| | 4.5.4 | Formulation de problème : | 58 | |
| 4.6 | Préser | ntation de la commande hamiltonienne PCH du système : | 59 | |
| 4.7 | Simulation et interprétation des résultats: | | | |
| 4.8 | Concl | usion: | 67 | |

LISTE DES FIGURES

| 1.1 | Principe de la réaction catalytique dans l'électrode volumique.[Lac04] | 6 |
|------|--|----|
| 1.2 | Schéma de principe d'une pile à combustible PEMFC.[Lac04] | 7 |
| 1.3 | Classification différents types de pile à combustible en fonction de la | |
| | température.[SAA15] | 8 |
| 1.4 | Pile à combustible au méthanol Ultracell.[SAA15] | 10 |
| 1.5 | Pile à combustible au méthanol Ultracell.[SAA15] | 11 |
| 1.6 | Tucson ix 35 de Hyundai Motor Group. [SAA15] $\hfill \ldots \hfill \hfill \ldots \hfill \ldots \hfill \hfill \ldots \hfill \hfil$ | 12 |
| 1.7 | Caractéristique statique de pile PEM.[SAA15] | 13 |
| 1.8 | Pile PEM NEXA Ballard 1.2 KW.[SAA15] | 18 |
| 1.9 | Caractéristique statique simulé et mesuré de la pile NEXA 1.2KW.[SAA15] | 18 |
| 1.10 | etat déchargé.[Pay09] | 20 |
| 1.11 | etat en charge.[Pay09] | 20 |
| 1.12 | état chargé au maximum.[Pay09] | 21 |
| 1.13 | état en décharge.[Pay09] | 21 |
| 1.14 | modèle théorique d'un supercondensateur. [Pay09] $\hfill \ldots \hfill \hfill \ldots \hfill \ldots \hfill \hfill \ldots \hfill \ldots \hfill \ldots \hfill \hfill \ldots \hfill \hfill \ldots \hfill \hfill \hfill \hfill \hfill \ldots \hfill \hfill$ | 24 |
| 1.15 | modèle énergétique à deux branches de R.[Pay09] | 25 |
| 1.16 | modèle énergétique distribué de F.[Pay09] | 26 |
| 2.1 | Schéma de principe de l'approche multi-modèles a)- Système non linéaire , | |
| | b - c)- Représentation multi-modèles [Ham16] | 29 |
| 2.2 | Secteurs non linéaires [Ham16] | 34 |
| 4.1 | Structure de la source hybride FC/SC avec filtre | 49 |

. . . .

| 4.2 | Schéma block de la commande. | 49 |
|------|---|----|
| 4.3 | Tension de bus continu et sa référence. | 62 |
| 4.4 | Courant de charge. | 63 |
| 4.5 | Courant de la debus continu | 63 |
| 4.6 | Tension de la source. | 64 |
| 4.7 | Tension et courant de la pile à combustible et l'erreur | 64 |
| 4.8 | Tension du supercondensateur | 65 |
| 4.9 | Courant du superconensateur. | 65 |
| 4.10 | Commande de pile à combustible, commande de supercondensateur | 66 |
| 4.11 | Résistance de charge | 66 |
| 4.12 | Transfert de puissances. | 67 |

LISTE DES TABLEAUX

| 1.1 | Comparaison des différentes technologies de piles à combustible.[SAA15] . | 9 |
|-----|---|----|
| 4.1 | Les paramètres de la charge et la commande | 61 |
| 4.2 | Les paramètres de le supercondensateur et du bus continu | 62 |

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Les piles à combustible sont encore à ce jour des sources à fort courant et à faible niveau de tension. Leur utilisation dans des chaînes de traction passe souvent par une élévation de la tension en utilisant des convertisseurs statiques adaptés. L'optimisation globale de ces chaînes de traction passe par l'hybridation de la pile en utilisant un système de stockage d'énergie. En effet, cette source d'énergie doit à la fois fournir l'énergie suffisante pour assurer l'autonomie et délivrer une puissance importante lors des phases transitoires. De plus, la présence d'un système de stockage d'énergie peut permettre la récupération des énergies.

L'objectif de ce travail est de représenter le modèle non linéaire de ce système hybride par la représentation multi-modèles flous de Takagi-sugeno et de vérifier que cette représentation a le même comportement que le système non linéaire par l'application des mêmes lois de commande.

L'approche multimodèle a connu un intérêt certain depuis la publication des travaux de Johansen et Foss. L'idée de l'approche multimodèle est d'appréhender le comportement non linéaire d'un système par un ensemble de modèles locaux (linéaires ou affines) caractérisant le fonctionnement du système dans différentes zones de fonctionnement.

La motivation de cette approche découle du fait qu'il est souvent difficile de concevoir un modèle qui tient compte de toute la complexité du système étudié. Au départ, certains auteurs ont essayé de représenter des systèmes non linéaires avec des modèles linéaires par morceaux construits à partir d'un arbre de décision. Il en résulte une approximation discontinue du système due aux commutations entre les différents modèles linéaires.

Malheureusement ces discontinuités peuvent être indésirables dans la majorité des

applications industrielles. Pour remédier à ce problème, il est préférable d'assurer un passage progressif d'un modèle à un autre. On substitue aux fonctions de commutation à front raide des fonctions à pente douce, ce qui crée un chevauchement entre les zones de validité des modèles. Dans ce cas, les fonctions de commutation deviennent des fonctions à dérivées continues dont la pente détermine la vitesse de passage d'un modèle à un autre.

En 1985, Takagi et Sugeno ont proposé un modèle flou d'un système constitué d'un ensemble de règles " si prémisse alors conséquence ", telle que la conséquence d'une règle est un modèle affine. Le modèle global s'obtient par l'agrégation des modèles locaux. Quelques années après, Jacob et al ont présenté l'approche multi-experts qui est la combinaison de différents experts par l'entremise de fonctions d'activation, tel qu'un expert est un modèle décrivant le comportement local d'un système. L'ensemble de toutes ces techniques conduit à un modèle global d'un système qui est une combinaison de modèles localement valables[Akh04].

Dans le premier chapitre, nous présentons deux sources électriques utilisées dans les systèmes hybrides, notamment les piles à combustible, les supercondensateur électrochimiques en s'appuyant sur plusieurs références bibliographiques. Après une présentation générale de ces sources d'énergies, nous exposons leurs principes de fonctionnement et leurs modélisations usuelles. Ce chapitre se termine par une synthèse des avantages et contraintes spécifiques de ces sources de stockage.

Dans le deuxième chapitre, nous présentons la représentation multi-modèles flous de type Takagi-Sugeno (TS). Celle-ci s'appuie sur l'obtention d'un ensemble de polytopes interconnectés par des fonctions non linéaires, vérifiant la propriété de somme convexe. Chaque sous-modèle décrit le comportement du système non linéaire dans une zone de fonctionnement particulière. Deux grandes familles des modèles flous TS sont largement utilisées dans la littérature, la première est dite les modèles TS couplés, celle-ci est obtenue par trois méthodes, cette approche est utilisée dans le cas où il ya une difficulté de décrire le système à l'aide d'un modèle analytique, la deuxième méthode repose sur la linéarisation du système autour de différentes points de fonctionnement, une dernière approche repose sur la transformation polytopique convexe des termes non linéaires du système, est dite décomposition (transformation) en secteurs non linéaires, elle permet d'obtenir une représentation équivalente au modèle non linéaire initial, évitant les pertes d'information par rapport aux deux autres approches. Notons que cette dernière approche sera utilisée dans le cadre de ce mémoire. La seconde famille est dite les multi-modèles flous TS.

Le troisième chapitre donne une introduction de la passivité et de la commande par passivité (PBC: Passivity Based Control). Une revue historique est également détaillée. La structure PCH est donnée ainsi que différentes approches de la PBC, telles que la PBC standard, la Balance-d'Énergie et l'IDA-PBC.

Le quatrième chapitre contient notre système à étudier, la structure de la source hybride et la représentation de ce système par les multi-modèles de Takagi-sugeno. Ensuite, la comparaison entre les résultats de simulations de représentation par les multi-modèles et le modèle non linéaire est donnée.

Enfin, une conclusion générale permet de faire le bilan de cette représentation proposée pour le système hybride étudié.

CHAPITRE 1

GÉNÉRALITÉS SUR LES PILES À COMBUSTIBLE ET SUPERCONDENSATEURS

1.1 Introduction :

Les puises forme électrique une énergie stockée chimiquement. Nous distinguons usuellement la pile à combustible, pour laquelle les réactions mises en jeu sont irréversibles, de l'accumulateur qui, à l'inverse, est rechargeable. Les supercondensateurs quant à eux, sont des organes de stockage d'énergie électrique avec une puissance spécifique très élevée.

Nous effectuerons tout d'abord un rappel chronologique de l'évolution des dispositifs. Ensuite nous présenterons leurs principes de fonctionnement ainsi que les modèles électriques de chacun.

1.2 Pile à combustible :

1.2.1 Historique :

L'hydrogéne a été identifié par Cavendish en 1766. Meunier et Lavoisier ont mis au point sa préparation en 1784. Lorsqu'en 1802 Sir Henry David énonce le principe de l'électrolyse inverse, il met en évidence la possibilité de produire de l'électricité à partir de la réaction chimique entre l'oxygène et l'hydrogène. Partant de ce procédé Sir W. Grove expérimente en -1839 la première pile à combustible hydrogène/oxygène en milieu acide sulfurique dilué en contact avec des électrodes de platine. En 1895, une pile à combustible charbon - air d'une puissance de 1.5 kW fut construite par W. W. Jacques [J. de Phys. IV]. En 1930, F. T. Bacon travailla sur une pile hydrogène/oxygène en milieu KüH aqueux. Les piles à combustible ont ensuite fait l'objet de nombreux travaux dans les années 60 et 70, qui ont abouti aux applications spatiales telles que l'alimentation en énergie électrique des capsules Gemini (pile *PEM* - à Membrane Echangeuse de Protons), Apollo (pile alcaline) et de la navette spatiale. Au début des années 70, avec la mise au point de membranes polymères solides échangeuses de protons (Nafion), par Dupont de Nemours, la technologie des piles PEM connut un développement important. Un contrat avec le département canadien de la défense pour la propulsion d'un sous-marin de poche est a l'origine des recherches sur les PAC effectuées dans les années 80 par la société Ballard, aujourd'hui leader dans le domaine de la pile à membrane échangeuse de protons (PEM). Les travaux réalisés sur les matériaux mis en oeuvre dans les piles ont ensuite donné lieu à des réalisations plus compactes et ont alors permis d'envisager des applications potentielles dans le domaine de la fourniture d'énergie délocalisée et dans celui des transports. Depuis une dizaine d'années, les colloques scientifiques sur les piles à combustible se multiplient. Des petites unités de production d'électricité et de chaleur à partir d'une pile à combustible sont implantées un peu partout dans le monde. Les grands constructeurs automobiles ont désormais tous présenté un ou plusieurs démonstrateurs à pîle à combustible. [Can02]

1.2.2 Principe de fonctionnement d'une PEMFC. :

Le principe de fonctionnement d'une pile à combustible est décrit par une relation chimique. Cette réaction chimique est une oxydoréduction électrochimique. Elle fait réagir l'hydrogène et l'oxygène pour produire de l'électricité, de l'eau et de la chaleur, selon la réaction chimique globale suivante :

$$2H_2 + O_2 \to 2H_2O + \acute{e}lectricit\acute{e} + chaleur \tag{1.1}$$

Cette réaction s'opère au sein d'une structure essentiellement composée de deux électrodes (l'anode et la cathode) qui seront les conducteurs électroniques, séparées par un électrolyte solide qui sera le conducteur protonique. Plus précisément, les réactions suivantes interviennent aux deux électrodes : A l'anode : couple H^+/H_2 (électrolyte acide)

$$2H_2 \to 4H^+ + 4e^-$$
 (1.2)

A la cathode : couple O_2/H_2O

$$O_2 + 4H^+ + 4e^- \to 2H_2O$$
 (1.3)

Ces réactions d'oxydation de l'hydrogène (à l'anode) et de réduction de l'oxygène (à la cathode) s'effectuent à l'interface électrolyte/électrode en présence d'un catalyseur (platine), en des points appelés ń points triples ż (1-1) :



Fig 1.1: Principe de la réaction catalytique dans l'électrode volumique.[Lac04]

En ces points, nous trouvons, autour de la particule de catalyseur :

_ Une continuité physique avec l'électrolyte pour assurer la conduction des protons H^+ .

_ Une continuité physique avec le conducteur électronique qu'est l'électrode, pour

assurer la conduction des électrons e^- .

_ Une structure poreuse capable d'assurer la diffusion de l'hydrogène ou de l'oxygène moléculaire.

_ Une structure hydrophobe pour assurer l'élimination de l'eau formée, dans le cas de la cathode.

_ Une structure thermiquement conductrice pour assurer l'évacuation de la chaleur de réaction.

Nous pouvons ainsi apprécier la difficulté de réalisation de cette interface qui représente un point clé de la réalisation de l'ensemble Electrode-Membrane-Electrode, appelé souvent EME. Le principe de fonctionnement de la pile à combustible peut être résumé par le schéma suivant :[Lac04]



Fig 1.2: Schéma de principe d'une pile à combustible PEMFC.[Lac04]

1.3 Les différents types de PAC :

En règle générale, les différents types des piles à combustible sont classées, d'une part selon la nature de leur électrolyte et d'autre part selon le niveau de leur température de fonctionnement, leur architecture et les domaines d'application dans lesquels chaque type peut être utilisé. Il existe actuellement six types de piles à combustible :

 $_$ Les piles à membranes polymère échangeuse de protons (PEMFC ProtonExchange Membranes Fuel Cell).

- _ Les piles au méthanol direct (DMFCDirect Methanol Fuel Cell).
- _ Les piles à acide phosphorique (PAFCPhosphoric Acid Fuel Cell).
- _ Les piles alcalines (AFCAlkaline Fuel Cell).
- _ Les piles à oxydes solides (SOFCSolid Oxide Fuel Cell).
- _ Les piles à carbonates fondus (MCFCMolten Carbonate Fuel Cell).

La figure 1.3 représente une classification des différents types de pile à combustible en fonction de la température ; le tableau 1.1 récapitule les différents types de piles et leurs caractéristiques respectives.[SAA15]



Fig 1.3: Classification différents types de pile à combustible en fonction de la température.[SAA15]

| Type de pile | AFC | PEMFC | DMFC | PAFC | MCFC | SOFC |
|---------------------------------|-------------------------|--|--|---------------------------------|--|---|
| Nom | Alkalin fuel Cell | Polymer excange Membran Fuel cell | Direct M ethanol Fuel cell | Phosphoric Acid fuel cell | Molten carbonate fuel cell | Solid oxyd Fuel cell |
| Electrolyte | solution KOH | Membrane polymére conduc- trice de protons | Membrane polymére conduc- trice de protons | Acide phospho- rique | $\begin{array}{c} Li_2CO_3 \text{et} \\ KCO_3 \\ \text{fondu dans} \\ \text{une} \\ \text{matrice} \\ LiAlO_2 \end{array}$ | ZrO_2 et Y_2O_3 |
| Ions dans l'électrolyte | OH- | H^+ | H^+ | H^+ | CO_{3}^{2-} | O^{2-} |
| Niveau de tempéra- ture | $60 - 80^{0}C$ | $60 - 100^{0}C$ | $60 - 100^{0}C$ | $180 - 220^{0}C$ | $600 - 660^{0}C$ | $700 - 1000 m \check{r}C$ |
| combustible | H_2 | H_2 (pur ou reformé) | Méthanol | H_2 (pur ou reformé) | H_2 (pur ou reformé) | H_2 (pur ou reformé) |
| Oxydant | $O_2(pur)$ | Air | Air | Air | Air | Air |
| Domaines d'applicat- ion | Spatial | Automobile portablr Cogénéra- tion | portable | Cogénér- ation | Cogénérat- ion production centralisée d'électricité | Cogénérat- ion production centralisée d'électricité Automo- bile (APU) |
| Niveau de développe- ment | Utilisée | Utilisée | Prototypes | Technologie mure | Prototypes | Prototypes |

Tableau 1.1: Comparaison des différentes technologies de piles à combustible.[SAA15]

1.4 Applications des piles à combustibles :

On distingue habituellement trois grands types d'applications :

- portables (de quelques milliwatts à quelques kilowatts).
- stationnaires (de quelques centaines de kilowatts au mégawatt).
- transport (de la dizaine à quelques centaines de kilowatts).[SAA15]

1.4.1 Applications portables :

Dans cette famille on inclut essentiellement le téléphone mobile (qui consomme une puissance de l'ordre de 100mW) et l'ordinateur portable d'une puissance moyenne de 30W. Ces applications connaissent une très forte croissance et les recherches les plus importantes sont axées sur l'utilisation d'une pile à combustible chargeant une petite batterie qui assure mieux l'apport d'énergie lors des pics d'émission. L'autonomie n'est alors limitée que par la taille du réservoir d'hydrogène ou de méthanol. L'utilisateur recharge son portable comme on recharge un briquet ou un stylo à encre, en quelques secondes et chaque recharge donne 3 à 5 fois plus d'autonomie qu'une batterie actuelle, pour le même encombrement.

La technologie qui est utilisée est la pile PEMFC du fait de sa basse température de fonctionnement et de sa technologie tout solide alimentée soit directement en hydrogène, soit avec du méthanol. L'engouement pour ce secteur est tel qu'aujourd'hui de nombreux congrès internationaux ne traitent que de ce sujet : on en est actuellement au stade des prototypes.[SAA15]



Fig 1.4: Pile à combustible au méthanol Ultracell.[SAA15]

1.4.2 Applications stationnaires :

La décentralisation de la production d'énergie électrique est un secteur commence à intéresser de nombreux industriels, en particulier aux USA. Dans ce domaine, l'activité est centrée sur deux grands domaines d'applications : la production collective (NDLR immeubles et industries) les puissances mises en jeu sont dans la gamme 200kW - quelques MW et la production individuelle (NDLR les maisons) les puissances mises en jeu sont dans la gamme 1 - 5kW. La PAC est très attendue dans ce domaine et contribuera pour une part importante dans la production décentralisée, la méthode de production de l'électricité de l'avenir.Toutefois, actuellement, la commercialisation de la PAC ne vise que des utilisations finales et non des grands systèmes pour la vente au réseau de distribution.Il y a plusieurs raisons à cela : d'une part, le coût reste encore élevé par rapport à d'autres moyens de production d'énergie électrique qui demandent souvent de grandes puissances.

D'autre part, elle devient beaucoup plus fiable à petite taille et sa possibilité de production conjointe d'électricité et de chaleur est bien adaptée aux besoins de l'habitant d'un petit quartier. Par conséquent, les principales applications stationnaires se trouvent dans les secteurs commercial, industriel et résidentiel. Les stations à puissances supérieures de quelques centaines de kilowatts sont très rares.[SAA15]



Fig 1.5: Pile à combustible au méthanol Ultracell.[SAA15]

1.4.3 Applications dans le transport :

La PAC est un marché à fort potentiel dans le domaine d'application du transport . Grâce à ses caractéristiques intéressantes et au développement rapide de la technologie hybride dans les véhicules. Utilisant l'hydrogène comme combustible, le rendement du moteur électrique à PAC est bien meilleur que les moteurs à l'essence. D'autre part, la faible émission des gaz de la PAC lui apporte une position très concurrente alors que la pollution de l'air est devenue un problème important, surtout dans les grandes villes. De plus,les moteurs silencieux sont un argument supplémentaire pour le transport urbain.

L'augmentation continue du nombre de nouveaux systèmes nous permet d'avoir une vue optimiste de ce secteur. D'après les experts de l'industrie automobile, on espère qu'un million de voitures à PAC seront commercialisées en 2025 [SAA15]



Fig 1.6: Tucson ix 35 de Hyundai Motor Group.[SAA15]

Hyundai Motor Group est le premier constructeur qui a pu fabriqué plus de 1000 véhicules à pile à combustible le Tucson ix 35 (figure 1.6) dans l'année 2012 ; la majorité est destinée à l'Europe. Le coût de production est de 88 500 \$ (environ 71 000 ouro) mais le prix de vente est sensiblement plus bas du fait des diverses subventions publiques connues ou attendues pour ce type de véhicule propre. Hyundai prévoit une production annuelle de 10 000 véhicules à partir de l'année 2016.

1.5 Modélisation de pile PEM :

La caractéristique statique de pile à combustible est présentée par la courbe de polarisation (figure 1.10). La figure représente la tension tracée en fonction du courant d'une seule cellule d'une pile type PEM à basse température à $60^{\circ}C$. Au point où le courant est égale à zéro, la valeur de tension représente la tension du circuit ouvert de la pile à combustible. Dans les piles à combustible réelles,cette tension en circuit ouvert est légèrement inférieure à la tension thermodynamique théorique de la pile. Cette différence est généralement due à des pertes internes dans les piles à combustible réelles.

Pendant le fonctionnement de la pile à combustible, trois zones de perte peuvent être identifiées à partir de la figure 1.10 : zone des pertes d'activation, zone de pertes ohmiques et les pertes de concentration. [SAA15]



Fig 1.7: Caractéristique statique de pile PEM.[SAA15]

Les modèles mathématiques offrent un outil notable et indispensable pour approuver la conception et la performance des piles à combustible. Il existe un grand nombre de travaux [28, 29]qui proposent un modèle statique décrivant la courbe de polarisation de la pile PEM. Nous exposons, dans ce qui suit, trois modèle les plus utilisés, afin de modéliser la pile PEM:

- le modèle statique de Larminie et Dicks,
- le modèle d'Amphlett et al
- le modèle de Chamberlin-kim.

1.5.1 Modèle de Larminie et Dicks :

Ce modèle décrivant la courbe de polarisation de la pile PEM comme la somme de quatre termes : la tension théorique à vide E_0 , la surtension d'activation V_{act} , la surtension

ohmique V_{ohm} et la surtension de concentration V_{conc} . [SAA15]

$$V_{FC} = E_0 - V_{act} - V_{ohm} - V_{com} \tag{1.4}$$

1.5.1.1 Pertes d'activation :

La perte d'activation de la pile à combustible est due aux cinétique d'électrodes. Au cours des réactions électrochimiques, des tensions sont perdus afin de fournir un courant électrique continu en donnant de l'énergie d'activation nécessaire. Cette perte de tension d'activation dépend du logarithme de la densité de courant de la pile (équation de Butler-Volmer). Ainsi, la perte d'activation est plus importante comparée à d'autres pertes, lorsque le courant de cellule est faible (au début de la courbe de polarisation). Les pertes d'activation peuvent être trouvées à la fois dans la cathode et dans l'anode. En général, pour une pile à combustible à basse température (comme une PEMFC), la perte d'activation de la cathode est supérieure à celle de l'anode, parce que la réduction de l'oxygène à la cathode est un processus électrochimique lent et implique des produits intermédiaires, de même avec le platine comme catalyseur. Dans une pile à combustible à haute température (comme une SOFC), la différence entre la perte de la cathode et l'anode, réside dans l'activation qui est moins importante. La température élevée peut être amélioré de manière significative à la cinétique d'électrodes. La relation entre les pertes d'activation et la densité de courant est donnée par l'équation de Tafel :

$$V_{act} = A.log(\frac{i_{FC} - i_n}{i_0}) \tag{1.5}$$

Où i_{FC} est le courant délivré par la PAC, io le courant d'échange caractérisant à vide les échanges électrode-électrolyte, in le courant interne permettant de tenir compte d'une éventuelle traversée de gaz et/ou d'électrons à travers l'électrolyte et A représente la pente de la droite de Tafel.[SAA15]

1.5.1.2 Pertes ohmique :

Les pertes ohmiques sont dues à la résistance qu'oppose les électrodes et les plaques bipolaires à la circulation des électrons et l'électrolyte au passage des protons. La chute de tension correspondante s'écrit :

$$V_{ohm} = R_m (i_{FC} - i_0)$$
(1.6)

Où R_m est la résistance totale de la pile à combustible.[SAA15]

1.5.1.3 Pertes de concentration :

La perte de potentiel dans une électrode due à l'incapacité du système à maintenir la concentration initiale des réactants, provoque la formation d'un gradient de concentration. De nombreux facteurs peuvent contribuer à la polarisation de concentration: la faible diffusion du gaz à travers les électrodes poreuses, la dissolution des réactants ou des produits dans l'électrolyte et la diffusion des réactifs ou des produits du site de la réaction vers l'électrolyte ou l'inverse. Ces pertes sont données par la relation suivante :

$$V_{con} = B.log(1 - \frac{i_{FC} - i_n}{i_{Lim}})$$
(1.7)

B appelée constante de transport ou de transfert de masse, I_{FC} est la densité de courant du fonctionnement permanente (A/cm^2) , I_{Lim} est la densité de courant limite.[SAA15]

1.5.2 Modèle d'Amphlett et al :

Dans ce modèle, des relations algébriques ont été proposées, en régime stationnaire, afin décrire la caractéristique de polarisation courant - tension de la pile à combustible. Ces relations peuvent tenir compte des conditions de fonctionnement(pression,température de fonctionnement et la concentration de l'oxygène et d'hydrogène).Ce modèle inclut une description des surtensions d'activation et de la chute ohmique due à la résistance de la membrane et des contacts.Il fait appel à des paramètres obtenus par ajustement expérimental.C'est un modèles à l'échelle macroscopique de la pile à combustible. Les limites diffusionnelles et le transport de matière dans les canaux ne sont pas pris en compte. Dans le modèle de Amphlett, le courant et la tension sont liés par une relation de la forme suivante :

$$E_{fc} = E_{th} - \eta_{act} - \eta_{hom} - \eta_{conc} \tag{1.8}$$

Où E_{th} représente la tension à vide, donner par l'équation de Nernst.

En utilisant les valeurs thermodynamiques du changement d'entropie à l'état standard, la tension E_{th} peut être présentée comme suit :

$$E_{th} = 1.229 - 0.85 * 10^{-3} (T_{fc} - 298.15) + 4.3085 * 10^{-5} T_{fc} * [ln(P_{H_2}) + \frac{1}{2} ln(P_{O_2})]$$
(1.9)

avec la température T_{fc} exprimée en Kelvin, les pressions partielles P_{H_2} et P_{O_2} en atm. La tension réelle aux bornes d'une cellule est inférieure à la tension E_{th} en boucle ouverte à cause des différents types de pertes.

L'expression simple proposée par J.C. Amphlett et al. pour toute la surtension d'activation est exprimée dans l'équation (1-7).

$$\eta_{act} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 T_{fc} + \varepsilon_3 T_{fc} ln(C_{O_2}^*) + \varepsilon_4 T_{fc} ln(I_{fc})$$
(1.10)

Où I_{fc} est le courant de fonctionnement de la pile (A) et $\varepsilon_1; \varepsilon_2; \varepsilon_3; \varepsilon_4$ des coefficients paramétriques appropriés à chaque modèle physique de pile à combustible PEMFC.

 $(C_{O_2}^*)$ représente les concentrations de l'oxygène (mol/cm^3) dissout dans un film d'eau à l'interface de la membrane gaz/liquide sur la surface catalytique de la cathode.

Les pertes ohmiques par l'équation suivante sont exprimer par :

$$\eta_{ohm} = I_{fc}(R_M + R_C) \tag{1.11}$$

 R_C est la résistance équivalente de contact à la conduction des électrons.

 R_M est la résistance équivalente de la membrane à la conduction des protons, elle est calculée à partir de la relation suivante :

$$R_M = \frac{r_M . l}{A} \tag{1.12}$$

Où l, est l'épaisseur de la membrane $(\underline{t}m)$, r_M est la résistance spécifique de la membrane $(\Omega.cm)$.

Les pertes de concentration sont données par la relation suivante :

$$\eta_{con} = -B.(1 - \frac{I_{fc}}{I_{max}})$$
(1.13)

Où B est une constante empirique qui dépend du type de pile et de son état de fonction-

nement, I_{fc} est la densité de courant du fonctionnement permanente (A/cm^2) , I_{max} est la densité de courant maximale.[SAA15]

1.5.3 Modèle de Chamberlin-kim :

Ce modèle empirique est centré sur la prédiction de la courbe de polarisation, qui est utilisé pour caractériser le fonctionnement électrique de la pile à combustible, au moyen d'équations empiriques. ce qui suit l'équation empirique développé par Kim et al. est utilisé pour calculer la tension (E) à différentes densités de courant (J), les données expérimentales de montage à plusieurs températures, les pressions et les compositions des assemblées membrane-électrode (MEA):

$$E = E_0 - b.ln(J) - R.J - m.exp(n.J)$$
(1.14)

Avec E est la tension de cellule (V), J est la densité de courant $(A.cm^{-2})$, E_0 est la tension en circuit ouvert (V), b est le paramètre de la Tafel pour la réduction de l'oxygène (V), R est la résistance interne et n m,n \dot{z} sont les paramètres de la diffusion ($VetA^{-1}$) chaque terme de l'équation 1-11 représente chaque région de la caractéristique V-I.

Les valeurs (E_0, b, R, m, n) dans l'équation du modèle de chamberlain-kim varient en fonction de nombreux facteurs à savoir : le combustible et l'oxydant utilisé, la composition membrane-électrode et sa pression et humidité , la température locale et aussi de la pile elle-même, de sorte qu'elle ne peut pas être transposée à une autre pile sans une nouvelle identification des paramètres.

D'après la représentation des différents modèles statiques de la pile.On constate qu'il n'existe pas à priori de bons ou de mauvais modèles,qu'ils soient adapté ou non à la fonction que nous voulons leurs faire remplir.Les travaux de A.Saadi et al représentent une comparaison entre les trois modèles statiques selon la précision, la simplicité, la finesse et le nombre des paramètres et ses variables.Ces travaux ont montré que le modèle de Larminie-dicks est le plus robuste et le plus efficace malgré sa simplicité par rapport aux autres modèles.Donc dans le cadre de cette étude, le modèle choisi est le modèle statique de Larminie et Dicks.

Pour valider le modèle explicité précédemment représenté par l'équation (1-4) (modèle de Larminie et Dicks), nous avons utilisons la courbe caractéristique et en la compare avec des résultats expérimentaux obtenus par usage d'une pile à combustible PEM NEXA 1.2Kw du constructeur BALLARD (Figure. 1.12) sur la plateforme de FClab (université de technologie de Belfort-Montbéliard).[SAA15]



Fig 1.8: Pile PEM NEXA Ballard 1.2 KW.[SAA15]



Fig 1.9: Caractéristique statique simulé et mesuré de la pile NEXA 1.2KW.[SAA15]

On remarque que qualitativement, la courbe obtenue par simulation est conforme et superpose à la courbe de la pile unitaire obtenue expérimentalement, donc notre modèle est fiable.[SAA15]

1.6 Supercondensateur :

1.6.1 Historique :

A la fin des années 50, les programmes de recherche menée sur les électrodes de carbone pour piles a combustible ont eu des conséquences inattendues : elles ont en effet débouché sur la technologie des supercondensateurs. C'est le Dr R. Rightmire, de la Standart Oil of Ohio Research Center (SOHIO), qui met en évidence la possibilité d'utiliser la capacité de doublecouche de l'interface des matériaux à grande surface spécifique, utilisés alors dans les piles, pour stock r de l'énergie. Les premiers brevets datent de 1957 (R.E. Becker, US Patent 2 800616, General Electric). Les premières tentatives de mise sur le marché de ces composants sont faites par SORIO en 1969. A la fin des années 70, NEC et Matsushita commencent a commercialiser des supercondensateurs. En 1989, le DOE (Department of Energy) initie un programme visant à développer la technologie des supercondensateurs et à la rendre notamment apte à fonctionner dans des véhicules hybrides.[Can02]

1.6.2 Principe de fonctionnement :

Le principe général de fonctionnement des supercondensateurs repose sur la formation d?une double couche électrochimique à l'interface d'un électrolyte et d'une électrode polarisable de grande surface spécifique. L'application d'une différence de potentiel aux bornes du dispositif complet entraîne le stockage électrostatique de charges aux deux interfaces électrode-electrolyte.

Le principe de fonctionnement peut être décomposé en fonction des 4 états différents du composant (déchargé, en charge, chargé, en décharge) : [Pay09]

Etat déchargé (Fig.1-10): A l'état déchargé et sans aucune alimentation, une accumulation de charge se crée spontanément à l'interface électrode/électrolyte aussi bien du côté de l'électrode (q_{el}) que du côté de l'électrolyte (q_{ion}) . q_{el} et q_{ion} sont respectivement les charges de nature électronique et ionique par unité de surface. La condition d'électroneutralité impose $q_{el} = -q_{ion}$. Un potentiel, dit potentiel d'abandon apparaît alors à chaque interface, le signe et l'amplitude de ce potentiel est spécifique de chaque couple électrode/électrolyte. Cette accumulation de charges correspond à la double couche électrochimique (son épaisseur est de quelques nanomètres).

Etat en charge (Fig.1-11): Lors de l'application d'une différence de potentiel aux bornes du supercondensateur, la distribution des charges aux deux interfaces va être modifiée. L'une d'entre elles passant par son potentiel de charge nulle tandis que l'autre voit augmenter l'accumulation de charges. Il y a donc une augmentation du potentiel.



Fig 1.10: etat déchargé.[Pay09]



Fig 1.11: etat en charge. [Pay09]

Etat chargé (Fig.1-12): si la charge est poursuivie jusqu'à la valeur maximale U_{max} du potentiel applicable, les deux doubles couches électrochimiques se comportent comme deux condensateurs et voient donc leurs charges augmentées selon une loi du type Q = CU. A l'état chargé, la capacité totale du dispositif résulte des capacités (C_1etC_2) des deux interfaces en série et est donc donnée par :

$$\frac{1}{C} = 1C_1 + 1C_2 \tag{1.15}$$

Etat en décharge (Fig.1-13): lors de la décharge, les ions et les électrons suivent le chemin inverse et un courant électrique est utilisable dans le circuit extérieur. Nous remarquons par cette propriété que le supercondensateur développe dans sa structure interne deux capacités et non une comme le condensateur classique (qui se situe à l'anode). Pour utiliser au maximum la couche double électrique, les matériaux utilisés pour les électrodes doivent avoir de grande faculté à conduire les charges électroniques et donc possèdent des surfaces spécifiques élevées supérieures à $1000m^2/g$, telles que le carbone activé.



Fig 1.12: état chargé au maximum.[Pay09]



Fig 1.13: état en décharge.[Pay09]

1.6.3 Différents types de supercondensateurs :

Il existe trois types de supercondensateurs qui se différencient par leur mode de fonctionnement : les supercondensateurs pseudocapacitifs, les supercondensateurs hybrides et les supercondensateurs à double couche électrochimique.

1.6.3.1 Supercondensateurs pseudocapacitifs:

Ce type de supercondensateurs met en jeu des réactions faradiques de surface. Il existe ainsi deux types principaux de supercondensateurs pseudocapacitifs : les supercondensateurs à base d'oxydes métalliques et ceux à base de polymères conducteurs.

Dans les supercondensateurs à base d'oxydes métalliques, la capacité est due à des réactions redox à la surface et dans le volume du matériau d'électrode. Elle est dépendante de la quantité de charges transférées, elle-même dépendante de la tension appliquée. Les oxydes des métaux de transition possèdent un grand nombre d'états d'oxydation. Ils peuvent être préparés avec une grande surface spécifique et certains sont conducteurs. Les oxydes métalliques sont donc de bons matériaux pour développer les supercondensateurs.

Dans les supercondensateurs à base de polymères conducteurs, le polymère peut recevoir un excès d'électrons par réduction ou donner des électrons par oxydation. Les polymères sont conducteurs car l'excès de charges peut être délocalisé sur la chaîne du polymère en raison del'alternance de liaisons simple et multiple. Ce phénomène est réversible, les polymères conducteurs électroniques peuvent stocker des charges et les restituer c'est pourquoi ils sont intéressants pour la réalisation de supercondensateur.[Zan10]

1.6.3.2 Supercondensateurs hybrides :

Ces supercondensateurs sont composés de deux électrodes dissymétriques : une électrode est de type capacitif et l'autre de type pseudocapacitif ou batterie. Ces supercondensateurs essayent de tirer parti de chaque type de composant. L'électrode pseudocapacitive permet d'obtenir une grande densité d'énergie, l'électrode capacitive permet d'obtenir une grande densité de puissance.[Zan10]

1.6.3.3 Supercondensateurs à double couche électrique :

Les supercondensateurs réalisés à partir de charbon actif utilisent le principe de la double couche électrique. Ce sont ces condensateurs utilisés dans les systèmes hybrides.[Zan10]

1.6.4 Modélisation des supercondensateurs à couche double électrique :

1.6.4.1 Modèle théorique :

De par leur fonctionnement essentiellement électrostatique, les supercondensateurs à couche double électrique sont des dispositifs capacitifs. A ce titre, nous pouvons, en première approximation, décrire leur comportement électrique par un simple circuit RC série, modèle généralement proposé, d'ailleurs, dans les spécifications "constructeurs". Cependant, la physique associée au stockage d'énergie dans les supercondensateurs à couche double électrique fait apparaître des phénomènes que le modèle RC série n'est guère à même de décrire.

En premier lieu, le stockage de charge dans la couche double électrique est un phénomène nonlinéaire, avec pour conséquence macroscopique une dépendance théorique de la capacité du dispositif vis-à-vis de la tension appliquée. En pratique, les travaux de caractérisation menés par F. Belhachemi sur les supercondensateurs ont montré que cette nonlinéairité s'avérait très significative. Par exemple, l'augmentation de capacité d'un composant Maxwell PC7223 (2700 F, 2,3 V), entre 0 V et 2 V, est supérieure à 50

En second lieu, la nature poreuse des électrodes conduit à une interface électrode électrolyte distribuée dans l'espace. De sorte que le stockage de charges associé à la couche double électrique peut être modélisé, non pas par une unique capacité non-linéaire éventuellement résistive, mais par un réseau complexe de capacités non-linéaires, interconnectées entre elles par des résistances d'accès aux pores (Fig.1-14). Ces différentes résistances dépendent de nombre de paramètres, tels que la résistivité des matériaux d'électrode, la résistivité de l'électrolyte, la taille des pores, la porosité de la membrane de séparation et la technologie d'assemblage (imprégnation des électrodes, qualité des contacts collecteur-électrode). Cette structure particulière confère aux supercondensateurs un comportement électrique de type ligne "RC" de transmission, observable dans les "temps courts" (typiquement inférieurs à la seconde) par une capacité dynamique progressivement accessible, et dans les "temps longs" (plusieurs centaines de secondes) par un phénomène de redistribution de l'énergie. Cependant, le nombre théoriquement élevé de branches rend impossible la détermination des différents paramètres et l'exploitation du modèle.[Pay09]


Fig 1.14: modèle théorique d'un supercondensateur.[Pay09]

1.6.4.2 Modèle énergétique à deux branches :

Certains auteurs se basent sur des considérations énergétiques pour établir leur modèle comportemental. C'est le cas de R. Bonert et L. Zubieta qui exposèrent le premier véritable modèle de supercondensateur de puissance. Ce modèle, dit à deux branches, repose sur la partition de l'énergie électrostatique des supercondensateurs en deux :

- _ une énergie rapidement stockée ou disponible,
- _ une énergie lentement stockée ou disponible,

Ce modèle comporte par conséquent deux cellules RC (Fig.1-15). La première, dite principale, rend compte de l'évolution de l'énergie durant les événements de charge ou de décharge. La deuxième, dite lente, vient en complément de la première pour décrire la redistribution interne de l'énergie après lesdits événements. Cependant, la loi de nonlinéarité de la capacité principale, loi linéairement croissante, n'est physiquement pas conforme à ce que peut donner la théorie de lacouche double, qui prévoit une variation de la capacité beaucoup plus forte aux faibles potentiels qu'aux potentiels plus élevés. En outre, les études de F. Belhachemi et al. ont montré que le modèle à deux branches menait à une sur-évaluation de la capacité principale, en particulier dans les temps courts, pour lesquels le comportement capacitif des supercondensateurs est nettement de nature distribuée. Le problème réside dans ce que la procédure d'identification de la capacité principale ne dissocie pas la non-linéarité physique liée à la couche double électrique de celle, purement temporelle, liée à l'effet de ligne.[Pay09]



Fig 1.15: modèle énergétique à deux branches de R.[Pay09]

1.6.4.3 Modèle énergétique distribué :

Belhachemi améliora la précision du modèle à deux branches, d'une part en remplaçant la cellule RC de la branche principale par une ligne de transmission non-linéaire (discrétisée en un nombre fini de cellules identiques, de façon à permettre l'implantation du modèle dans les logiciels usuels de simulation électriques), pour une meilleure description du comportement électrique et énergétique des supercondensateurs dans les temps courts, d'autre part en ajoutant quelques cellules RC non-linéaires pour appréhender plus finement les temps longs (Fig.1-16). De plus, les lois décrivant la variation des différentes capacités du modèle en fonction de la tension sont choisies linéaires par morceaux, pour une meilleure approche de la physique associée aux propriétés capacitives de la couche double électrique .[Pay09]



Fig 1.16: modèle énergétique distribué de $\mathrm{F}.[\mathrm{Pay09}]$

1.7 Conclusion :

a définition des principes de fonctionnement et la modélisation des sources d'énergie sont nécessaires pour évaluer le comportement d'un système hybride électrique. C'est pourquoi dans ce chapitre, nous avons présenté de deux sources d'énergie électrique les plus utilisées dans la réalisation de source hybride électrique. Ces sources sont : les piles à combustibles, les supercondensateurs électrochimiques.

Les supercondensateurs électrochimiques peuvent être utilisé dans sources auxiliaires dédiées au stockage de l'énergie afin d'améliorer le comportement des systèmes hybrides électriques en régime transitoire.

CHAPITRE 2_____

MULTI-MODÈLES FLOUS DE TAKAGI-SUGENO

2.1 Introduction :

E n 1985, Takagi et Sugeno ont proposé un modèle flou d'un système constitué d'un ensemble de règles "si prémisse alors conséquence", telle que la conséquence d'une règle est un modèle affine. Le modèle global s'obtient par l'agrégation des modèles locaux. Quelques années après, Jacob et al ont présenté l'approche multi-experts qui est la combinaison de différents experts par l'entremise de fonctions d'activation, tel qu'un expert est un modèle décrivant le comportement local d'un système. L'ensemble de toutes ces techniques conduit à un modèle global d'un système qui est une combinaison de modèles localement valables [Akh04].

2.2 Concepts élémentaires sur les multi-modèles de type Takagi-Sugeno :

Les modèles Takagi-Sugeno (TS) ont fait l'objet de nombreuses études depuis leur introduction en 1985 (Takagi-Sugeno, 1985). Ceux-ci appartiennent à la classe des systèmes polytopiques convexes et permettent d'étendre certains concepts de la commande des systèmes linéaires au cas des systèmes non linéaires affines en la commande. Historiquement basées sur le formalisme flou, les méthodes d'obtention les plus récentes des modèles TS, telles que la décomposition en secteurs non linéaires, permettent de représenter exactement un système non linéaire sur un espace compact de ses variables d'état. Il en résulte qu'un modèle TS s'écrit, de manière équivalente à un modèle Quasi-LPV (Linéaire à Paramètres Variants), sous la forme d'une collection de dynamiques linéaires (polytopes) interpolées par un ensemble de fonctions non linéaires (vérifiant les propriétés de somme convexe).

De nombreux travaux de recherche s'intéressent à cette classe de système [Jab11].

2.3 Vers la représentation multi-modèles:

Les processus physiques sont très souvent représentés par des modèles décrits sous la forme suivante (représentation d'état explicite):

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x(t), u(t)) \\ y = h(x(t)) \end{cases}$$
(2.1)

Où x représente les variables d'état décrivant l'état interne du système, u et y sont respectivement les grandeurs d'entrée et de sortie du système et f et h représentent les fonctions linéaires et/ou non linéaires.

La commande d'un processus repose généralement sur une bonne modélisation du système, cette dernière devient plus délicate lorsqu'il s'agit des systèmes complexes et fortement non-linéaires, c'est pour cela, il ya deux situation, soit, on utilise des hypothèses simplificatrices et dans ce cas le modèle obtenu ne tienne pas compte toute la complexité du système, ou bien, on obtient un modèle très complexe ce qui le rend par fois inexploitable pour la commande. En effet, la représentation multi-modèles est une approche pratique et alternative pour appréhender le comportement d'un processus dans différentes zones de fonctionnement. À ce moment là, deux méthodes pour représenter un système par une structure multi-modèles, soit par la construction direct de la forme multi-modèles, mais l'inconvénient de cette méthode, est la perte d'information due à la linéarisation du système, ou bien, en utilisant l'approche par secteur non linéaire qui est la plus souvent utilisée.

Actuellement l'approche multi-modèles (MM), et un outil très utilisé pour la modélisation des systèmes non linéaires. Dans la littérature, plusieurs terminologies, qui sont équivalentes, pour définir ce type de modèles: les multi-modèles, le modèle flou de Takagi-Sugeno, le modèle linéaire polytopique. L'idée principale de cette approche est s'appuie



Fig 2.1: Schéma de principe de l'approche multi-modèles a)- Système non linéaire , b - c)- Représentation multi-modèles [Ham 16].

sur la contribution de sous-modèles au modèle global du système, cette contribution qui quantifiée par une fonction de pondération (fonction d'activation), est une combinaison convexe des sous-systèmes[Ham16].

2.3.1 Espace de fonctionnement :

C'est un espace vectoriel à l'intérieur duquel les variables du système évoluent.

2.3.2 Zone de fonctionnement :

Les zones de fonctionnement représentent les domaines de validité des modèles locaux, chaque domaine est défini autour d'un point de fonctionnement. Ces domaines peuvent être de validité disjoints ou bien avec recouvrement comme l'indique dans la (Figure 2.1).

Dans le cas où le domaine est de validité disjoint, les fonctions d'activation ne peuvent prendre que des valeurs 0 ou 1 et à un instant donné, il n'y a qu'un seul modèle qui est valable et les autres sont nulles. Ce type de partitionnement est fréquent dans le cas des systèmes à configurations multiples ou à plusieurs modes de fonctionnement, le modèle obtenu est appelé (*affine par morceaux*). L'autre situation qui peut être aussi rencontrée dans une description multi-modèles est le cas où les domaines de validité se chevauchent ou possèdent des zones communes, ce chevauchement est dû à la substitution des fonctions d'activation à front tendu par des fonctions à pente douce. Dans ce cas, ces fonctions deviennent des fonctions aux dérivées continues dont la pente détermine la vitesse de passage d'un modèle à un autre[Ham16].

2.3.3 Sous-modèlec:

C'est le modèle qui représente le comportement du système non linéaire dans une zone de fonctionnement spécifique[Ham16].

2.3.4 Variable de prémisse :

Appelée aussi variable de décision $\xi(t)$, est une variable vectorielle caractéristique du système intervenant dans les fonctions de pondération $\mu(t)$. Cette variable peut englober une ou plusieurs variables internes ou externes du système. Ces variables peuvent être soit accessibles à la mesure comme des variables d'états mesurables ou bien des signaux d'entrée du système, soit inaccessibles à la mesure[Ham16].

2.3.5 Fonction d'activation :

C'est une fonction qui détermine le degré d'activation du sous modèle local associé. Selon la zone où évolue le système, cette fonction indique la contribution plus ou moins importante du modèle local correspondant dans le modèle global. Elle assure un passage progressif de ce modèle aux modèles locaux voisins. Ces fonctions dépendent des variables de décision[Ham16].

$$h_i(\xi(t)) = \frac{\mu_i(\xi(t))}{\sum_{i=1}^n \mu_i(\xi(t))}$$
(2.2)

Les fonctions d'activation peuvent être construites soit à partir des fonctions à dérivées discontinues (des fonctions triangulaires ou trapézoïdales), soit à partir des fonctions à dérivées continues (des fonctions gaussiennes). Elles sont choisies de façon à vérifier les propriétés de somme convexe suivantes :

$$\begin{cases} 0 \le h_i(\xi(t)) \le 1\\ \sum_{i=1}^n h_i(\xi(t)) = 1 \end{cases}$$

Les fonctions d'activation construites à partir d'une loi exponentielle sont souvent utilisées pour le cas continu.

2.3.6 Multi-modèles :

C'est un ensemble de sous modèles agrégés par un mécanisme d'interpolation permettant de caractériser le comportement dynamique global d'un système. Un multi-modèles se caractérise par le nombre de ses sous-modèles, par leur structure et par le choix des fonctions de pondération. Dans la littérature, deux grandes familles de multi-modèles sont recensées selon l'utilisation du vecteur d'état[Ham16].

2.3.6.1 Structure couplée :

La structure couplée, où le vecteur d'état étant une somme pondérée des états des modèles locaux, s'appelle aussi le modèle flou de Takagi-Sugeno (Fuzzy T-S model), et elle est basée sur des règles du type SI prémisse Alors conséquence, dans cette situation la représentation multimodèle est obtenue par interpolation de r modèles locaux linéaires.

Cette représentation (structure couplée) étant la plus largement utilisée, et par l'utilisation de la transformation par secteurs non linéaires, on peut déduire facilement le modèle sans aucune perte d'information[Ham16].

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(\xi(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = C_i(x(t)) \end{cases}$$
(2.3)

2.3.6.2 Structure découplée :

La deuxième famille c'est la structure découplée ou bien les multi-modèles locaux, il ya plusieurs vecteurs d'états. Elle suppose que le processus est composé de modèles locaux découplés et admet des vecteurs d'états indépendants, et peut être vue comme la connexion parallèle de r modèles affines pondérés par leurs poids de pondération. Dans le contexte d'identification des paramètres cette structure est très utile car elle permet d'ajuster les dimensions des sous-modèles à la complexité des différents comportements d'un processus [Ham16].

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\xi(t))(A_i x_i(t) + B_i u(t)) \\ y_i(t) = C_i(x_i(t)) \end{cases}$$
(2.4)

2.4 Obtention d'une structure multi-modèles couplée .

:

Dans cette section, nous décrivons les trois méthodes d'obtention d'une structure multi-modèles couplée à partir d'un modèle non linéaire.

2.4.1 Multi-modèles par identification :

En représentant un système non linéaire sous forme multi-modèles, le problème d'identification des systèmes non linéaires est réduit à l'identification des sous-systèmes définis par des modèles locaux linéaires et des fonctions d'activation. Les méthodes d'optimisation numérique sont alors utilisées pour estimer ces paramètres.

Généralement la construction d'un multi-modèles à partir des entrées/sorties exige :

- La définition d'une structure de multi-modèles
- La définition des fonctions d'appartenance
- L'estimation des paramètres des fonctions d'activation et des modèles locaux
- L'évaluation des performances du multi-modèles

Pour l'estimation des paramètres, plusieurs méthodes d'optimisation numérique peuvent être utilisées, selon les informations disponibles à priori. Elles sont généralement basées sur la minimisation de la fonction d'écart entre la sortie estimée du multi-modèles $\hat{y}(t)$ et la sortie mesurée du système $y_m(t)$ [Oud08].

2.4.2 Multi-modèles par linéarisation :

Dans ce cas, on dispose de la forme analytique du modèle non linéaire du processus physique qu'on linéarise autour de différents points de fonctionnement judicieusement choisis. Considérons le système non linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = h(x(t), u(t)) \end{cases}$$
(2.5)

32

Où $(f,h) \in \mathbb{R}^{2n}$ sont des fonctions non linéaires continues, $x(t) \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état et $u(t) \in \mathbb{R}^m$ est le vecteur d'entrée. Par la suite, nous représenterons le système non linéaire (2.5) par un multi-modèles, composé de plusieurs modèles locaux linéaires ou affines obtenus en linéarisant le système non linéaire autour d'un point de fonctionnement arbitraire $(x_i, u_i) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m$:

Dans ce cas, on considère le choix suggéré par Johansen et Foss [JF93], c'est-à-dire qu'on définit les modèles locaux comme le premier terme du développement en série de Taylor du système (2.5).

D'un point de vue mathématique, ceci correspond à approcher une fonction non linéaire par son plan tangent au point (x_i, u_i) . On suppose que les différents modèles locaux sont issus d'une linéarisation autour de r points de fonctionnement (x_i, u_i) $i \in \{1, ..., r\}$. La formulation multi-modèles est la suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_m(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\xi(t))(A_i x_m(t) + B_i u(t) + D_i) \\ y_m(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\xi(t))(C_i x_m(t) + E_i u(t) + N_i) \end{cases}$$
(2.6)

avec

$$A_{i} = \frac{\partial f(x, u)}{\partial x}|_{(x, u)=(x_{i}, u_{i})}, B_{i} = \frac{\partial f(x, u)}{\partial u}|_{(x, u)=(x_{i}, u_{i})}$$
$$C_{i} = \frac{\partial h(x, u)}{\partial x}|_{(x, u)=(x_{i}, u_{i})}, E_{i} = \frac{\partial h(x, u)}{\partial u}|_{(x, u)=(x_{i}, u_{i})}$$
$$D_{i} = f(x_{i}, u_{i}) - A_{i}x - B_{i}u, N_{i} = h(x_{i}, u_{i}) - C_{i}x - E_{i}u$$

Notons que dans ce cas, le nombre des modèles locaux (r) dépend de la précision de modélisation souhaitée, de la complexité du système non linéaire et du choix de la structure des fonctions d'activation [Akh04].

2.4.3 Modélisation par l'approche des secteurs non linéaires :

La modélisation des systèmes flous de Takagi-Sugeno par l'approche des secteurs non linéaires. Cette approche consiste à représenter le système non linéaire de façon exacte dans un espace compact des variables d'état. Dans ce contexte, parfois, il est difficile de trouver un secteur global pour le système non linéaire, c'est pour cette raison on considère un secteur non linéaire local, comme il est indiqué dans la (Figure 2.2).

Soit le système non linéaire décrit par[Ham16]:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = h(x(t)) \end{cases}$$
(2.7)

Avec x(t), y(t) et u(t) représentent respectivement, l'état du système, la sortie, et la commande. On peut écrire le système (2.7) sous une forme d'un système linéaire à Paramètres Variants (LPV):



Secteur global

Secteur local



$$\begin{cases} \dot{x}(t) = F(\xi(t))x(t) + G(\xi(t))u(t) \\ y(t) = H(\xi(t))x(t) \end{cases}$$
(2.8)

Soit k le nombre des fonctions non linéaires présentes dans le système (2.8). On les note fi ou i = 1, ..., k Supposons qu'il existe un compact C des variables $\xi(t)$ où les non-linéarités sont bornées:

$$f_i \in [f_{min}^i, f_{max}^i], \text{ pour } i = 1, ..., k$$
 (2.9)

Les non-linéarités f_i peuvent alors s'écrire sous la forme suivante:

$$\begin{cases} f_i(\xi(t)) = f^i_{min} w^i_{max}(\xi(t)) + f^i_{max} w^i_{min}(\xi(t)) \\ w^i_{max}(\xi(t)) = \frac{f^i_{max} - f_i(\xi(t))}{f^i_{max} - f^i_{min}} \\ w^i_{min} = 1 - w^i_{max}(\xi(t)) \end{cases}$$
(2.10)

34

À partir des fonctions des poids w_{max}^i, w_{min}^i , on peut définir les fonctions d'activation $h_i(\xi(t))$ comme suit:

$$h_r(\xi(t)) = \prod_{i=1}^k w_\ell^i(\xi(t)) \ r = 1, ..., 2^k \text{et } \ell = 1, 2$$
(2.11)

Le système (1.7) qui possède $r = 2^k \in \mathbb{N}$ sous-modèles linéaires, devient par la transformation par secteur non linéaire sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{\substack{i=1\\r=2^k}}^{r=2^k} h_i(\xi(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = \sum_{\substack{i=1\\i=1}}^{r=2^k} h_i(\xi(t))(C_i x(t)) \end{cases}$$
(2.12)

Exemple 1: Considérons le système non linéaire suivant:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x_1(t) + x_1(t)x_2^3(t) \\ -x_2(t) + (3 + x_2(t))x_1^3(t) \end{pmatrix}$$
(2.13)

On suppose que $x_1(t) \in [-1, 1]$ et $x_2(t) \in [-1, 1]$.

Le système précédent peut être écrit sous la forme:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -1 & x_1(t)x_2^2(t) \\ (3+x_2(t))x_1^2(t) & -1 \end{bmatrix} x(t)$$

avec $x(t) = [x_1(t), x_2(t)]^T$ et $x_1(t)x_2^2(t)$ et $(3 + x_2(t))x_1^2(t)$ sont les termes non linéaires.

Pour les termes non linéaires, soit $\xi_1(t) = x_1(t)x_2^2(t)$ et $\xi_2(t) = (3 + x_2(t))x_1^2(t)$ alors on a:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -1 & \xi_1(t) \\ \xi_2(t) & -1 \end{bmatrix} x(t)$$

Ensuite, on calcule les valeurs minimale et maximale de $\xi_1(t)$ et $\xi_2(t)$ pour $x_1(t) \in [-1, 1]$ et $x_2(t) \in [-1, 1]$.

$$\xi_{1max} = \max_{\substack{x_1(t), x_2(t)}} \xi_1(t) = 1 , \ \xi_{1min} = \min_{\substack{x_1(t), x_2(t)}} \xi_1(t) = -1$$

$$\xi_{2max} = \max_{\substack{x_1(t), x_2(t)}} \xi_2(t) = 4 , \ \xi_{2min} = \min_{\substack{x_1(t), x_2(t)}} \xi_2(t) = 0$$

 $\xi_1(t)$ et $\xi_2(t)$ peuvent être représentés par:

$$\xi_1(t) = x_1(t)x_2^2(t) = M_1(\xi_1(t)).\xi_{1max} + M_2(\xi_1(t)).\xi_{1min},$$

$$\xi_2(t) = (3 + x_2(t))x_1^2(t) = N_1(\xi_2(t)).\xi_{2max} + N_2(\xi_2(t)).\xi_{2min}$$

avec:

$$M_1(\xi_1(t)) + M_2(\xi_1(t)) = 1.$$

$$N_1(\xi_2(t)) + N_2(\xi_2(t)) = 1.$$

Les fonctions d'appartenance sont alors:

$$M_{1}(\xi_{1}(t)) = \frac{\xi_{1}(t) - \xi_{1min}}{\xi_{1max} - \xi_{1min}} = \frac{\xi_{1}(t) + 1}{2} , M_{2}(\xi_{1}(t)) = \frac{\xi_{1max} - \xi_{1}(t)}{\xi_{1max} - \xi_{1min}} = \frac{1 - \xi_{1}(t)}{2}$$
$$N_{1}(\xi_{2}(t)) = \frac{\xi_{2}(t) - \xi_{2min}}{\xi_{2max} - \xi_{2min}} = \frac{\xi_{2}(t)}{4} , N_{2}(\xi_{2}(t)) = \frac{\xi_{2max} - \xi_{2}(t)}{\xi_{2max} - \xi_{2min}} = \frac{4 - \xi_{2}(t)}{4}$$

On appelle ces fonctions d'appartenance, "Positif", "Negatif", "Grand" et "Petit" respectivement. Alors le système linéaire précédent peut être représenté par le modèle flou de Takagi-Sugeno suivant:

- Règle 1: Si $\xi_1(t)$ est "Positif" et $\xi_2(t)$ est "Grand" Alors $\dot{x}(t) = A_1 x(t)$.
- Règle 2: Si $\xi_1(t)$ est "Positif" et $\xi_2(t)$ est "Petit" Alors $\dot{x}(t) = A_2 x(t)$.
- Règle 3: Si $\xi_1(t)$ est "Négatif" et $\xi_2(t)$ est "Grand" Alors $\dot{x}(t) = A_3 x(t)$.
- Règle 4: Si $\xi_1(t)$ est "Négatif" et $\xi_2(t)$ est "Petit" Alors $\dot{x}(t) = A_4 x(t)$.

avec

$$A_{1} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}, A_{2} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, A_{3} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}, A_{4} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Le système non linéaire est représenté par le modèle flou de Takagi-Sugeno suivant:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{4} h_i(\xi(t)) A_i x(t)$$

avec

$$h_1(\xi(t)) = M_1(\xi_1(t)) \times N_1(\xi_2(t)) , \ h_2(\xi(t)) = M_1(\xi_1(t)) \times N_2(\xi_2(t)),$$

$$h_3(\xi(t)) = M_2(\xi_1(t)) \times N_1(\xi_2(t)) , \ h_4(\xi(t)) = M_2(\xi_1(t)) \times N_2(\xi_2(t))$$

Ce modèle flou représente d'une manière exacte le système non linéaire précédent dans la région $[-1, 1] \times [-1, 1]$ de l'espace d'état.

2.5 Conclusion :

Le multi-modèle est une structure particulièrement bien adaptée à la modélisation des systèmes non linéaires sur une large plage de fonctionnement. Il permet d'obtenir un modèle doté d'une structure mathématiquement attractive et capable d'appréhender avec précision donnée la complexité d'un système. Le multi-modèle vient répondre aux difficultés dues à la complexité des modèles non linéaires, par des techniques proches de celles développées dans le cadre linéaire.

Ainsi, la forme multi-modèle permet de décrire un système non linéaire sur une large plage de fonctionnement, contrairement aux modèles linéaires qui ont généralement un caractère local et qui sont valides autour de points de fonctionnement particuliers.

Finalement, ce type d'approche permet de prendre en compte des incertitudes et des erreurs de modélisation, fournissant une technique de reconstruction des variables bien adaptée aux processus réels [Nag10].

CHAPITRE 3_

COMMANDE BASÉE SUR LA PASSIVITÉ

3.1 Introduction:

a dénomination "commande basée sur la passivité" (**PBC**, **Passivity-Based Control**) a été introduite pour définir une méthodologie de conception et de commande qui assurent la stabilité des systèmes en les rendant passif. Un système de la forme:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u; \ x \in \mathbb{R}^n; u \in \mathbb{R}^m \\ y = h(x); \ y \in \mathbb{R}^m \end{cases}$$

est dit passif par rapport à la fonction de cadence d'approvisionnement (supply rate) $s(u, y) = u^T y$, s'il existe une fonction non négative C^0 , appelée fonction de stockage, $H: x \longrightarrow \mathbb{R}$, vérifiant H(0) = 0, et telle que toutes conditions initiales x_0 , pour tout t > 0et toute entrée de commande u(.), l'inégalité suivante est vérifiée:

$$H(x(t)) - H(x_0) \le \int_0^t u^T(s)y(s)ds$$
 (3.1)

"La quantité d'énergie stockée dans un intervalle de temps n'est jamais supérieure à l'énergie totale fournie durant cette période".

Le système est dit sans pertes si l'inégalité (3.1) devient une égalité :

$$H(x(t)) - H(x_0) = \int_0^t u^T(s)y(s)ds$$

3.2 Conséquences immédiates de la passivité:

De l'inégalité (3.1), si:

$$u = 0$$
 ou $y = 0$

Ceci implique que H est décroissante.

- \succ Les systèmes passifs avec une fonction de stockage H définie positive sont stables au sens de 'Lyapunov'
- > Les systèmes passifs avec une fonction de stockage H définie positive ont une dynamique des zéros stable au sens de 'Lyapunov'. Ainsi, ils sont à phase minimale.

La PBC fut couronnée de succès pour la commande de systèmes physiques, tels que les systèmes mécaniques, électriques et électromécaniques, en particulier ceux décrits par les équations du mouvement d'euler-Lagrange.

LA PBC trouve ses racines dans les travaux fondamentaux de Takegaki et Arimoto sur la régulation par retour d'état d'un robot manipulateur totalement actionné. La méthodologie de la PBC suit deux étapes principales. Premièrement, procéder au façonnement de l'énergie ou l'énergie totale du système est modifiée de façon à ce que la nouvelle fonction d'énergie ait un minimum unique à l'équilibre désiré. Deuxièmement, une étape d'ajout d'amortissement au système, ou l'on modifie la fonction de dissipation d'énergie afin d'imposer une stabilité asymptotique du système commandé.

Un avantage important de cette technique est que les dynamiques du système en boucle fermée définissent un système passif. Cette caractéristique amène quatre avantages majeure qui, dans une large mesure, expliquent le succès pratique de la commande basée sur la passivité.[Bec04]

- l'action de la commande s'interprète clairement comme une interconnexion entre le système et son environnement. En particulier, la stabilisation peut être interprétée en termes d'équilibres d'énergie.
- Les systèmes passifs sont robustes vis-à-vis des incertitudes paramétriques et des dynamiques non modélisées.

- 3. Dans certains cas, il est possible de donner une interprétation physique claire au réglage des paramètres de la commande, par exemple, des amortisseurs ou des ressorts. Cette propriété peut être d'une grande importance dans les applications industrielles.
- contrairement aux méthodes telles que la commande par retour linéarisation qui résultent uniquement de considérations.

Mathématiques la PBC a été développée à partir de propriétés physiques comme la conservation de l'énergie et la passivité. La conception Est donc cohérente avec les contraintes physiques, sans annuler des dynamiques, ni introduire des singularités dans la commande.

3.3 Système Hamiltonien Commandé par Port:

La modélisation des systèmes est une étape cruciale qui peut, le cas échéant, considérablement simplifier ou compliquer l'élaboration de la commande. Ainsi, une modélisation basée sur des principes physiques tels que la notion d'énergie peut faciliter la résolution de quelques problèmes en théorie de la commande.

L'énergie est l'un des concepts fondamentaux dans toutes les branches de la science. Son importance dans la modélisation des systèmes est largement illustrée par les méthodes Lagrangienne et Hamiltonienne.

Durant la dernière décennie, une nouvelle structure de modélisation est apparue, appelée structure Hamiltonienne Commandée par Port (PCH: Port Controlled Hamiltonian). Laquelle incorpore les concepts d'énergie et de flux d'énergie et englobe un ensemble plus large de systèmes que les modèles Lagrangiens et Hamiltoniens.

La structure de ces modèles permet d'identifier des caractéristiques intéressantes des systèmes physiques qui peuvent être exploitées dans la synthèse de la commande.

Considérons le système non linéaire affin en la commande suivant:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \tag{3.2}$$

Où $x \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état, f(x) et g(x) sont des fonctions localement Lipschitz et $u \in \mathbb{R}^m$ est l'entrée de commande. L'approche PCH consiste, tout d'abord, à identifier la fonction d'énergie naturelle du système que l'on nommera (x), puis de réécrire le système non linéaire (3.2) en fonction du gradient de la fonction d'énergie.

$$\nabla H(x) = \left[\frac{\partial H}{\partial x_1}(x)\frac{\partial H}{\partial x_2}(x)...\frac{\partial H}{\partial x_n}(x)\right]^T$$

Ainsi, la forme PCH du système initial (3.2) est:

$$\begin{cases} \dot{x} = [\Im(x) - \Re(x)] \nabla H(x) + g(x)u \\ y = g^{T}(x) \nabla H(x) \end{cases}$$
(3.3)

Avec y est la sortie considérée, $\Im(x)$ est une matrice antisymétrique de dimension $n \times n$ représentant les interconnexions entre les états, et $\Re(x)$ est une matrice symétrique semi-définie positive représentant l'amortissement naturel du système.

Il est évident de l'équation (3.3) que la structure PCH procure des renseignements énergétiques qui sont d'une importance certaine lors de l'élaboration de la commande. Ainsi, la matrice d'interconnexion $\Im(x)$ donne d'ores et déjà une indication sur l'échange ou la balance d'énergie entre les variables, quant à l'amortissement $\Re(x)$ du fait que la matrice soit semi définie positive révèle que les termes appartenant à cette matrice sont des termes associés à la dissipation [Kha12].

3.4 Différentes approches de la PBC:

La PBC définit une méthode de synthèse d'un contrôleur qui stabilise le système étudié en le rendant passif. Ceci en prenant une fonction d'énergie désirée ayant un minimum à l'équilibre souhaité en injectant de l'amortissement dans le système.

Bien qu'il y ait beaucoup de variantes à cette idée fondamentale, la PBC peut être largement classifiée dans deux grands groupes, la PBC "classique" où nous choisissons à priori la fonction de stockage pour être assignée (en général Quadratique) puis concevons le contrôleur qui rendra la fonction de stockage non croissante. Malheureusement, pour assigner une fonction de stockage donnée qui n'est pas nécessairement interprétée comme fonction d'énergie totale cette approche utilise l'inversion du modèle le long des trajectoires de références, ce qui a pour effet de détruire la structure Lagrangienne et impose des conditions non naturelles d'inversion stable du modèle. Dans la seconde classe de PBC la fonction de stockage de la boucle fermée est laissée libre, mais nous choisissons à la place la structure désirée du système en boucle fermée, par exemple Lagrangienne ou Hamiltonienne commandée par port (PCH), et l'on caractérise alors toutes les fonctions d'énergie assignables compatibles avec cette structure.

Cette caractérisation est donnée en termes de solutions d'équations différentielles partielles (EDP). Les exemples les plus notables de cette approche sont les systèmes Lagrangiens commandés, et l'Assignation d'Interconnexions et d'Amortissements (IDA: Interconnexion and Dumping Assignement).

Depuis l'introduction de l'IDA-PBC plusieurs extensions théoriques et applications pratiques de cette méthodologie de synthèse de contrôleurs ont été reportées dans la littérature. Parmi les applications de l'IDA-PBC, on peut citer: le pendule, les moteurs électriques, la lévitation magnétique, les systèmes de puissances, les convertisseurs de puissance, les véhicules sous-marins, un module spatial et les systèmes mécaniques.

3.4.1 La Passivité et la Balance d'Énergie:

Pour la synthèse d'une commande, le concept d'énergie est naturellement introduit par le concept de passivité. Les systèmes physiques interconnectés à l'environnement externe à travers les variables de ports conjuguées $u \in \mathbb{R}^n$ et $u \in \mathbb{R}^m$ (dont le produit a une unité de puissance) satisfont l'Équation de Balance d'Énergie (EBE) suivante:

$$H(x(t)) - H(x(0)) = \int_0^t u^T(s)y(s)ds - d(t)$$
(3.4)

Ainsi, les systèmes satisfaisant l'équation de Balance d'énergie, avec H(x) fonction définie positive, sont passifs. y est alors appelée sortie passive.

3.4.1.1 Propriétés:

- ➤ Si u = 0, nous avons $H(x(t)) \leq H(x(0))$. Le système s'arrête sur un point d'équilibre d'énergie minimum.
- > La commande u est introduite afin de stabiliser le système autour d'un point d'équilibre désirée x_* .
- ➤ Le taux de convergence vers le point d'équilibre peut être augmenté par l'extraction d'énergie en posant $u = -K_{Amort}y$ Avec $K_{Amort} = K_{Amort}^T > 0$.

- ≻ $\left(-=\int_0^t u^t(s)y(s)ds\right) \leq H(x(0)) < \infty <=>$ la quantité d'énergie qui peut être extraite du système passif est bornée.
- > d(t) en fonction de t est non décroissant.

3.4.1.2 Formulation de la PBC standard:

Considérons le système non linéaire (3.2) et prenons, par exemple, pour signal de commande $u = \beta(x) + v$ tel que:

$$H_d(x(t)) - H_d(x(0)) = \int_0^t \mathbf{v}^t(s) z(s) ds - d_d(t)$$
(3.5)

Avec:

- > $H_d(x)$ la fonction d'énergie désirée ayant sont minimum au point d'équilibre x_* .
- ▶ $d_d(t) \ge 0$ l'amortissement désiré.
- \succ z (qui peut être égal à y) la nouvelle sortie passive.

Ainsi la PBC représente la Balance d'énergie + ajout d'Amortissement.

3.4.1.3 Stabilisation via la Balance d'Énergie:

Pour une classe de systèmes passifs, incluant les systèmes mécaniques, la stabilisation est relativement simple, pour cela il suffit de trouver $\beta(x)$ telle que l'énergie apportée par la commande soit fonction des variables d'états.

En effet, si :

$$-\int_0^t \beta^t(x(s))y(s)ds = H_a(x(t)) + \mathscr{K}$$
(3.6)

Pour une fonction $H_a(x)$ donnée et \mathscr{K} est une constante, alors $u = \beta(x) + v$ assure que $v \to y$ est passive avec la nouvelle fonction d'énergie désirée.

$$H_d(x) \stackrel{\Delta}{=} \underbrace{H(x)}_{emmagasin\acute{e}} + \underbrace{H_a(x)}_{ajout\acute{e}}$$
(3.7)

3.4.1.4 Obstacle de dissipation pour la PBC-BE:

Les systèmes mécaniques mis à part, l'application de la PBC-BE est considérablement limitée par la dissipation naturelle du système.

En effet, si $\dot{x} = 0 \Rightarrow \bar{x}$ est un point d'équilibre pour (3.2) ainsi:

$$f(\bar{x}) + g(\bar{x})\beta(\bar{x}) = 0 \Rightarrow h^T(\bar{x})\beta(\bar{x}) = 0$$
(3.8)

La partie droite de (3.8) donne:

$$\beta^{T}(\bar{x})h(\bar{x}) = 0 = u^{T}y|_{\bar{x}}$$
(3.9)

Ainsi à l'équilibre la puissance extraite $(=h^T B)$ doit être nulle, La PBC-BE est donc applicable uniquement aux systèmes dont la dissipation est finie.

La méthode IDA-PBC pallie parfaitement à cette limitation.

3.4.2 Méthodologie d'Assignation d'Interconnexion et d'Amortissement IDA-PBC:

L'IDA-PBC a été introduite dans comme étant une procédure pour la commande de systèmes physiques décrit sous la forme PCH suivante:

$$\begin{cases} \dot{x} = [\Im(x) - \Re(x)] \nabla H(x) + g(x)u\\ y = g^T(x) \nabla H \end{cases}$$
(3.10)

Où $x \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état, $u, y \in \mathbb{R}^m$, avec m < n, sont les vecteurs d'entrée de commande et de sortie, $H: \mathbb{R}^m \longrightarrow \mathbb{R}^+$ est l'énergie totale stockée.

 $\Im(x) = -\Im^T(x), \Re(x) = \Re^T(x) \ge 0$ sont respectivement, la matrice d'interconnexion naturelle et la matrice d'amortissement. u, y sont les variables conjuguées dont le produit a une unité de puissance.

Proposition 3.1. Soit le système non linéaire décrit par (3.2), que l'on veut stabiliser autour d'un point d'équilibre $x_* \in \mathbb{R}^n$. Supposons l'existence des matrices suivantes:

 $g^{\perp}(x)$ est telle que: $g^{\perp}(x).g(x) = 0, \Im_d(x) = -\Im_d^T(x), \Re_d(x) = \Re_d^T(x) \ge 0$

Comme étant les matrices d'interconnexion et d'amortissement désirées ainsi que la fonction d'énergie désirée H_d : $\mathbb{R}^m \longrightarrow \mathbb{R}^+$ qui a son minimum au point d'équilibre désiré,

ainsi $x_* = argmin(H_d)$.

Le système (3.2) en boucle fermée avec la commande u, telle que:

$$u = \left[g^{T}(x).g(x)\right]^{-1}g^{T}(x)\left\{\left[\Im_{d}(x) - \Re_{d}(x)\nabla H_{d} - f(x)\right]\right\}$$
(3.11)

À la forme PCH suivante:

$$\begin{cases} \dot{x} = \left[\Im_d(x) - \Re_d(x) \right] \nabla H_d \\ y = g^T(x) \nabla H_d \end{cases}$$
(3.12)

 x_* est un équilibre (localement) stable. Il est asymptotiquement stable si, de plus, on vérifie la condition suivante:

Le plus grand ensemble invariant du système en boucle fermée (3.12) contenu dans:

$$\left\{ x \in \mathbb{R}^n | \dot{H}_d = 0 \right\} \tag{3.13}$$

est égal à $\{x_*\}$. La stabilité est globale si H_d est radialement non bornée.

Démonstration: en identifiant les parties droites de (3.2) et (3.12), l'équation suivante est obtenue:

$$f(x) + g(x)u = \left[\Im_d(x) - \Re_d(x)\right] \nabla H_d \tag{3.14}$$

En multipliant (3.13) à gauche par $g^T(x)$, on obtient:

$$g^{\perp}(x)f(x) = g^{\perp}(x)\left[\Im_d(x) - \Re_d(x)\right]\nabla H_d$$
(3.15)

L'expression de la commande est obtenue en multipliant (3.14) à gauche par le pseudo inverse de g(x). Le fait d'écrire le système (3.2) en boucle fermée sous la forme (3.12) avec $\Im_d(x)$ et $\Re_d(x)$ ayant les propriétés décrites précédemment suffit pour prouver la stabilité autour du point x_* . En effet:

$$\dot{H}_{d} = \nabla H_{d}^{T} \dot{x}$$

$$= \nabla H_{d}^{T} \left[\Im_{d}(x) - \Re_{d}(x) \right] \nabla H_{d} \qquad (3.16)$$

$$= -\nabla H_{d}^{T} \Re_{d}(x) \nabla H_{d} \leq 0$$

Ainsi, H_d joue le rôle de la fonction de Lyapunov. La stabilité asymptotique suit

immédiatement en utilisant le principe d'invariance de LaSalle et la condition (3.13). La procédure de synthèse du contrôleur IDA-PBC est récapitulée dans les étapes suivantes.

Étapes:

On désire trouver la commande u qui permet d'écrire le système non linéaire affine en la commande (3.2) sous la forme PCH (3.12). Il est clair que (3.12) dispose de deux inconnues : la matrice désirée $[\mathfrak{S}_d(x), \mathfrak{R}_d(x)]$ qui a les propriétés décrites dans la Proposition (3.1) et la fonction d'énergie désirée H_d qui intervient dans (3.12) par le biais de son gradient. Ainsi, deux approches existent:

1. Fixer la matrice d'interconnexions et d'amortissements désirée $[\mathfrak{F}_d(x), \mathfrak{R}_d(x)]$ et laisser libre la fonction d'énergie désirée.

Dans ce cas, la procédure IDA-PBC consiste à résoudre des équations aux dérivées partielles où l'inconnue est la fonction d'énergie désirée H_d qui est soumise à la contrainte que son minimum est atteint aux points d'équilibres désirés et où le degré de liberté est la commande u.

2. Fixer la fonction d'énergie désirée H_d et par conséquent ∇H_d et laisser libre la matrice désirée $[\mathfrak{F}_d(x), \mathfrak{R}_d(x)].$

Dans ce cas, la procédure IDA-PBC consiste à résoudre des équations algébriques où l'inconnue est la matrice désirée $[\mathfrak{F}_d(x), \mathfrak{R}_d(x)]$ qui doit avoir les propriétés décrites dans la Proposition (3.1) et où le degré de liberté est la commande u.

La méthode IDA-PBC est une procédure très intéressante pour la commande des systèmes physiques. Néanmoins, le fait de vouloir trouver une commande *u* qui permet d'écrire le système (3.2) en boucle fermée sous la forme PCH (3.12) peut donner lieu à des contrôleurs complexes et qui, éventuellement, ont besoin de la mesure complète de l'état. Afin de simplifier la complexité du contrôleur, une variante à cette méthode est proposée dans ce qui suit en introduisant un terme de perturbation à la forme PCH, ainsi appelée forme PCH perturbée (DPCH: Disturbed PCH). Mais tout d'abord un exemple d'application de l'IDA-PBC est donné.

Remarque 1. Dans l'approche IDA-PBC, le fait d'écrire le système initial sous la forme (3.10) permets d'identifier des propriétés physiques importantes. Cependant, tous les systèmes physiques ne sont pas facilement mis sous la forme (3.10). Ainsi, on peut

considérer le système non linéaire (3.2) comme modèle de départ puis on applique la méthodologie IDA-PBC décrite en (3.4).

Remarque 2. A ce stade de la recherche, la procédure IDA-PBC peut être utilisée pour la stabilisation d'un point d'équilibre et non pour la poursuite de trajectoire. Il existe cependant deux alternatives pour appliquer l'IDA-PBC pour la poursuite de trajectoire [Bec04]:

- Trouver un changement de repère dans lequel les trajectoires d'équilibre deviennent des points d'équilibre.
- Réécrire le modèle du système en termes d'équations d'erreur de poursuite, ainsi on stabilisera l'erreur de poursuite vers un point d'équilibre au lieu de stabiliser l'état vers une trajectoire d'équilibre.

3.4.3 Conclusion:

Dans ce chapitre une brève introduction de la notion de Passivité et de la Commande-Basée sur la Passivité (PBC) est donnée. Une commande récente est la PBC par Assignation d'Interconnexions et d'Amortissements (IDA-PBC). Dans l'approche IDA-PBC, qui définit d'abord les interconnexions et amortissements à assigner puis trouve les fonctions de stockage associées, on est confronté à la résolution d'équations aux dérivées partielles.

CHAPITRE 4

___SIMULATION INTERPRÉTATION DES RÉSULTATS .

4.1 Introduction :

Ous présentons dans ce travail une conception d'une source d'alimentation hybride DC en utilisant une pile à combustible comme source d'énergie principale et un supercondensateur comme unité de stockage auxiliaire. Ce système hybride constitue un système non linéaire où nous voulons le représenter par les multi-modèles flous T.S. Pour démontrer que notre système non linéaire a le même comportement (réponses) du système représenté par les multi-modèles, nous allons appliquer la même commande qui est la commande basée sur la passivité.

4.2 Structure de la source d'énergie hybride :

Suivant la figure (4.1), la source d'énergie hybride étudiée incluent un bus continu \ll DC Link \gg alimenté par une pile à combustible (FC) via un convertisseur élévateur DC/DC, ce qui met à jour la tension V_{DL} à sa valeur de référence V_d et un supercondensateur comme source secondaire, qui est connecté au bus continu par un convertisseur bidirectionnel DC/DC.



Fig 4.1: Structure de la source hybride FC/SC avec filtre



Fig 4.2: Schéma block de la commande.

Le rôle de la pile à combustible est d'assurer l'alimentation de la charge, tandis que le supercondensateur est utilisée comme source auxiliaire pour assurer l'alimentation de la charge pendant l'accélération et le freinage.

4.3 Modélisation de système :

La modélisation de ce structure passe par l'analyse de différentes séquences de fonctionnement selon l'état de l'interrupteur T. Chaque état est représenté par une équation différentielle. En posant u=1 lorsque l'interrupteur T est fermé et u=0 pour T ouvert

$$\begin{cases} V_{FC} = L_{FC} \frac{dI_{FC}}{dt} \quad pour(T_{FC} = 1) \\ V_{FC} = L_{FC} \frac{dI_{FC}}{dt} + V_s \quad pour(T_{FC} = 0) \end{cases}$$

$$(4.1)$$

Alors:

$$V_{FC} = L_{FC} \frac{dI_{FC}}{dt} + (1 - U_{FC})V_s$$
(4.2)

$$\Longrightarrow \frac{dI_{FC}}{dt} = \frac{1}{L_{FC}} [V_{FC} - (1 - U_{FC})V_s]$$

$$\tag{4.3}$$

$$\begin{cases} V_s = \frac{1}{C_s} \int I_s dt \\ I_s = C_s \cdot \frac{dV_s}{dt} \end{cases}$$
(4.4)

Alors:

$$(1 - U_{FC})I_{FC} = C_s \cdot \frac{dV_s}{dt} + I_{DL}$$
(4.5)

$$\implies \frac{dV_s}{dt} = \frac{1}{C_s} [(1 - U_{FC})I_{FC} - I_{DL}]$$
(4.6)

$$\begin{cases} V_{DL} = \frac{1}{C_{DL}} \int I_{DL} dt \\ I_{DL} + (1 - U_{SC}) I_{SC} = I_l + C_{DL} \cdot \frac{dV_s}{dt} \end{cases}$$
(4.7)

$$\Longrightarrow \frac{dV_{DL}}{dt} = \frac{1}{C_{DL}} [I_{DL} + (1 - U_{SC})I_{SC} - I_l]$$

$$(4.8)$$

$$V_S = L_{DL} \cdot \frac{dI_{DL}}{dt} + V_{DL} \tag{4.9}$$

$$\implies \frac{dI_{DL}}{dt} = \frac{1}{L_{DL}} [V_s - V_{DL}] \tag{4.10}$$

$$V_{SC} = \frac{1}{C_{SC}} \int (-I_{SC}) dt \tag{4.11}$$

$$\implies \frac{dV_{SC}}{dt} = \frac{1}{C_{SC}} [-I_{SC}] \tag{4.12}$$

50

$$V_{DL} = -L_{SC} \cdot \frac{dI_{SC}}{dt} - V_{SC} \quad pour(\overline{T}_{SC} = 1etT_{SC} = 0)$$

$$0 = -L_{SC} \cdot \frac{dI_{SC}}{dt} - V_{SC} \quad pour(\overline{T}_{SC} = 0etT_{SC} = 1)$$

$$(4.13)$$

$$\implies \frac{dI_{SC}}{dt} = \frac{1}{L_{SC}} [V_{SC} - (1 - U_{SC})V_{DL}] \tag{4.14}$$

$$V_{DL} = R_L I_L + L_L \frac{dI_L}{dt} + E_L \tag{4.15}$$

$$\implies \frac{dI_L}{dt} = \frac{1}{L_{SC}} [V_{DL} - R_L I_L - E_L] \tag{4.16}$$

Partie 1: Représentation par les multi-modèles flous T.S

4.4 Représentation du système non linéaire par les les multi-modèles flous T.S:

Le système d'équation globale peut être écrit comme suit : $\dot{X} = AX + BU$

4.4.1 Variabile de prémisse :

 $\xi_1(t) = \frac{-1}{C_S} x_2, \xi_2(t) = \frac{1}{L_{FC}} x_1, \xi_3(t) = \frac{-1}{C_{DL}} x_6, \xi_4(t) = \frac{1}{L_{SC}} x_3.$

$$\begin{aligned} x_1(t) &\in [-30, 30], x_2(t) \in [-1, 100], x_3(t) \in [-1, 50], x_4(t) \in [-30, 30]. \\ x_5(t) &\in [-1, 20], x_6(t) \in [-25, 25], x_3(t) \in [-15, 15]. \end{aligned}$$

 $max\xi_{1}(t) = \frac{1}{C_{S}}, min\xi_{1}(t) = -\frac{100}{C_{S}}$ $max\xi_{2}(t) = \frac{50}{L_{FC}}, min\xi_{2}(t) = -\frac{1}{L_{FC}}$ $max\xi_{3}(t) = \frac{25}{C_{DL}}, min\xi_{3}(t) = -\frac{25}{C_{DL}}$ $max\xi_{4}(t) = \frac{50}{L_{SC}}, min\xi_{4}(t) = -\frac{1}{L_{SC}}$

4.4.2 Fonctions d'appartenance :

$$M_{1} = \frac{\xi_{1}(t) - \min\xi_{1}(t)}{\max\xi_{1}(t) - \min\xi_{1}(t)}, M_{2} = \frac{\max\xi_{1}(t) - \xi_{1}(t)}{\max\xi_{1}(t) - \min\xi_{1}(t)}.$$

$$N_{1} = \frac{\xi_{2}(t) - \min\xi_{2}(t)}{\max\xi_{2}(t) - \min\xi_{2}(t)}, N_{2} = \frac{\max\xi_{2}(t) - \xi_{2}(t)}{\max\xi_{2}(t) - \min\xi_{2}(t)}.$$

$$K_{1} = \frac{\xi_{3}(t) - \min\xi_{3}(t)}{\max\xi_{3}(t) - \min\xi_{3}(t)}, K_{2} = \frac{\max\xi_{3}(t) - \xi_{3}(t)}{\max\xi_{3}(t) - \min\xi_{3}(t)}.$$

$$L_{1} = \frac{\xi_{4}(t) - \min\xi_{4}(t)}{\max\xi_{4}(t) - \min\xi_{4}(t)}, L_{2} = \frac{\max\xi_{4}(t) - \xi_{4}(t)}{\max\xi_{4}(t) - \min\xi_{4}(t)}.$$

$$\dot{x}(t) = \sum H_i(A_i.x(t) + B_i.W)$$
(4.18)

pour: $i = 2^{nbvp} = 2^4 = 16$

nbvp:nombre de variable de prémisse.

$$A_{1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{C_{S}} & 0 & \frac{-1}{C_{S}}x_{2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{L_{FC}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_{DL}} & 0 & \frac{1}{C_{DL}} & \frac{-1}{C_{DL}} \\ \frac{1}{L_{DL}} & 0 & \frac{-1}{L_{DL}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{C_{SC}} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L_{SC}} & 0 & \frac{1}{L_{SC}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_{L}} & 0 & 0 & 0 & \frac{-R_{L}}{L_{L}} \end{bmatrix}$$

avec:

$$A_1 = A_2 = A_3 = A_4 = A_5 = A_6 = A_7 = A_8 = A_9 = A_{10} = A_{11} = A_{12} = A_{13} = A_{14} = A_{15} = A_{16}.$$

| $B_1 =$ | \max_{ξ_1} | 0 | 0 | 0 | $, B_2 =$ | $\min \xi_1$ | 0 | 0 | 0 |
|--------------------|--|---|---|--|-------------|---|---|--|--|
| | $max\xi_2$ | $\frac{1}{L_{FC}}$ | 0 | 0 | | $max\xi_2$ | $\frac{1}{L_{FC}}$ | 0 | 0 |
| | 0 | 0 | $max\xi_3$ | 0 | | 0 | 0 | $max\xi_3$ | 0 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 0 | 0 | $max\xi_4$ | 0 | | 0 | 0 | $max\xi_4$ | 0 |
| | 0 | 0 | 0 | $\frac{-1}{L_L}$ | | 0 | 0 | 0 | $\frac{-1}{L_L}$ |
| $B_3 =$ | $max\xi_1$ | 0 | 0 | 0 | $, B_4 =$ | $\min \xi_1$ | 0 | 0 | 0 |
| | $min\xi_2$ | $\frac{1}{L_{FC}}$ | 0 | 0 | | $min\xi_2$ | $\frac{1}{L_{FC}}$ | 0 | 0 |
| | 0 | 0 | $max\xi_3$ | 0 | | 0 | 0 | $max\xi_3$ | 0 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 0 | 0 | $max\xi_4$ | 0 | | 0 | 0 | $max\xi_4$ | 0 |
| | 0 | 0 | 0 | $\frac{-1}{L_L}$ | | 0 | 0 | 0 | $\frac{-1}{L_L}$ |
| | | | | | | | | | |
| | $max\xi_1$ | 0 | 0 | 0 | | $\min \xi_1$ | 0 | 0 | 0 |
| | $\begin{bmatrix} max\xi_1\\min\xi_2 \end{bmatrix}$ | $0\\\frac{1}{L_{FC}}$ | 0 0 | 0 0 | | $\begin{bmatrix} \min \xi_1 \\ \max \xi_2 \end{bmatrix}$ | 0 $\frac{1}{L_{FC}}$ | 0 0 | $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ |
| | $\begin{bmatrix} max\xi_1\\min\xi_2\\0 \end{bmatrix}$ | $\begin{array}{c} 0\\ \frac{1}{L_{FC}}\\ 0 \end{array}$ | $egin{array}{c} 0 \ 0 \ min\xi_3 \end{array}$ | 0 0 0 | | $\begin{bmatrix} \min \xi_1 \\ \max \xi_2 \\ 0 \end{bmatrix}$ | $0\\\frac{1}{L_{FC}}\\0$ | $\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ max \xi_3 \end{array}$ | 0 0 0 |
| $B_{5} =$ | $\begin{bmatrix} max\xi_1 \\ min\xi_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ | $egin{array}{c} 0 \ rac{1}{L_{FC}} \ 0 \ 0 \end{array}$ | $egin{array}{c} 0 \ 0 \ min\xi_3 \ 0 \ \end{array}$ | 0 0 0 0 | $, B_6 =$ | $\begin{bmatrix} \min \xi_1 \\ \max \xi_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ | $0\\\frac{1}{L_{FC}}\\0\\0$ | $egin{array}{c} 0 \ 0 \ max\xi_3 \ 0 \end{array}$ | 0 0 0 0 |
| $B_{5} =$ | $\begin{bmatrix} max\xi_1 \\ min\xi_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ | $\begin{array}{c} 0\\ \frac{1}{L_{FC}}\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ \end{array}$ | $egin{array}{c} 0 \ 0 \ min\xi_3 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ $ | 0 0 0 0 0 | $, B_{6} =$ | $\begin{bmatrix} \min \xi_1 \\ \max \xi_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ | $\begin{array}{c} 0\\ \frac{1}{L_{FC}}\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ \end{array}$ | $egin{array}{c} 0 \\ 0 \\ max\xi_3 \\ 0 \\ 0 \end{array}$ | 0 0 0 0 0 |
| $B_{5} =$ | $\begin{bmatrix} max\xi_1 \\ min\xi_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ | 0 $\frac{1}{L_{FC}}$ 0 0 0 0 0 | $egin{array}{c} 0 \ 0 \ min\xi_3 \ 0 \ 0 \ max\xi_4 \end{array}$ | 0 0 0 0 0 | $, B_{6} =$ | $\begin{bmatrix} \min \xi_1 \\ \max \xi_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ | $\begin{array}{c} 0\\ \frac{1}{L_{FC}}\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ \end{array}$ | $egin{array}{c} 0 \ 0 \ max\xi_3 \ 0 \ 0 \ min\xi_4 \end{array}$ | 0 0 0 0 0 0 |
| $B_{5} =$ | $\begin{bmatrix} max\xi_1 \\ min\xi_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ | $\begin{array}{c} 0\\ \frac{1}{L_{FC}}\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ \end{array}$ | $egin{array}{c} 0 \ 0 \ min\xi_3 \ 0 \ 0 \ max\xi_4 \ 0 \ \end{array}$ | $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{-1}{L_L} \end{bmatrix}$ | $, B_6 =$ | $\begin{bmatrix} \min \xi_1 \\ \max \xi_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ | $\begin{array}{c} 0\\ \frac{1}{L_{FC}}\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ \end{array}$ | $egin{array}{c} 0 \\ 0 \\ max\xi_3 \\ 0 \\ 0 \\ min\xi_4 \\ 0 \end{array}$ | $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{-1}{L_L} \end{bmatrix}$ |
| $B_{5} =$ | $\begin{bmatrix} max\xi_1 \\ min\xi_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ max\xi_1 \end{bmatrix}$ | $egin{array}{c} 0 & & \ rac{1}{L_{FC}} & & \ 0 & & $ | $egin{array}{c} 0 \\ 0 \\ min\xi_3 \\ 0 \\ 0 \\ max\xi_4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array}$ | $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{-1}{L_L} \end{bmatrix}$ | $, B_6 =$ | $\begin{bmatrix} \min \xi_1 \\ \max \xi_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \end{bmatrix}$ | $egin{array}{c} 0 & & \ rac{1}{L_{FC}} & & \ 0 & & $ | $egin{array}{c} 0 \\ 0 \\ max\xi_3 \\ 0 \\ 0 \\ min\xi_4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array}$ | $\begin{bmatrix} 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ \frac{-1}{L_L} \end{bmatrix}$ |
| $B_5 =$ | $\begin{bmatrix} max\xi_1\\min\xi_2\\0\\0\\0\\0\\0\\\end{bmatrix}$ | $\begin{array}{c} 0\\ \frac{1}{L_{FC}}\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ \frac{1}{L_{FC}} \end{array}$ | $egin{array}{c} 0 \\ 0 \\ min\xi_3 \\ 0 \\ 0 \\ max\xi_4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array}$ | $ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ L_L \end{array} $ | $, B_6 =$ | $\begin{bmatrix} \min \xi_1 \\ \max \xi_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \end{bmatrix}$ | $\begin{array}{c} 0\\ \frac{1}{L_{FC}}\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ \frac{1}{L_{FC}} \end{array}$ | $egin{array}{c} 0 \\ 0 \\ max \xi_3 \\ 0 \\ 0 \\ min \xi_4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array}$ | $\begin{bmatrix} 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ \frac{-1}{L_L} \end{bmatrix}$ |
| $B_5 =$ | $\begin{bmatrix} max\xi_1\\min\xi_2\\0\\0\\0\\0\\0\\\end{bmatrix}$ | $\begin{array}{c} 0 \\ \frac{1}{L_{FC}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_{FC}} \\ 0 \\ 0 \end{array}$ | $egin{array}{c} 0 \ 0 \ min\xi_3 \ 0 \ 0 \ max\xi_4 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ min\xi_3 \ 0 \ min\xi_3 \ 0 \ 0 \ min\xi_3 \ 0 \ 0 \ min\xi_3 \ 0 \ min\xi_4 \ min$ | $ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ L_L \end{array} $ | $, B_6 =$ | $\begin{bmatrix} \min \xi_1 \\ \max \xi_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \end{bmatrix}$ | $\begin{array}{c} 0 \\ \frac{1}{L_{FC}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_{FC}} \\ 0 \\ 0 \end{array}$ | $egin{array}{c} 0 \ 0 \ max\xi_3 \ 0 \ 0 \ min\xi_4 \ 0 \ 0 \ 0 \ min\xi_4 \ 0 \ 0 \ min\xi_3 \end{array}$ | $ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{L_L} \end{array} $ |
| $B_5 =$ $B_7 =$ | $\begin{bmatrix} max\xi_1\\min\xi_2\\0\\0\\0\\0\\0\\\end{bmatrix}$ | $\begin{array}{c} 0 \\ \frac{1}{L_{FC}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_{FC}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\$ | $egin{array}{c} 0 \\ 0 \\ min\xi_3 \\ 0 \\ 0 \\ max\xi_4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ min\xi_3 \\ 0 \end{array}$ | $ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ L_L \end{array} $ $ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\$ | $, B_6 =$ | $\begin{bmatrix} \min \xi_1 \\ \max \xi_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \end{bmatrix}$ | $\begin{array}{c} 0 \\ \frac{1}{L_{FC}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_{FC}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\$ | $egin{array}{c} 0 \\ 0 \\ max\xi_3 \\ 0 \\ 0 \\ min\xi_4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ min\xi_3 \\ 0 \end{array}$ | $ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{L_L} \end{array} $ |
| $B_5 =$ $B_7 =$ | $\begin{bmatrix} max\xi_1\\min\xi_2\\0\\0\\0\\0\\0\\\end{bmatrix}$ | $\begin{array}{c} 0 \\ \frac{1}{L_{FC}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_{FC}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\$ | $egin{array}{c} 0 \\ min\xi_3 \\ 0 \\ 0 \\ max\xi_4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ min\xi_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array}$ | $ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ L_L \end{array} $ $ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\$ | $, B_6 =$ | $\begin{bmatrix} min\xi_{1} \\ max\xi_{2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \end{bmatrix}$ | $\begin{array}{c} 0 \\ \frac{1}{L_{FC}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_{FC}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\$ | $egin{array}{c} 0 \\ 0 \\ max\xi_3 \\ 0 \\ 0 \\ min\xi_4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ min\xi_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array}$ | $ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ L_L \end{array} $ $ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} $ |
| $B_5 =$ $B_7 =$ | $\begin{bmatrix} max\xi_{1} \\ min\xi_{2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \end{bmatrix}$ | $\begin{array}{c} 0 \\ \frac{1}{L_{FC}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_{FC}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\$ | $egin{arred} 0 \ 0 \ min\xi_3 \ 0 \ 0 \ max\xi_4 \ 0 \ 0 \ min\xi_3 \ 0 \ 0 \ min\xi_3 \ 0 \ 0 \ min\xi_3 \ 0 \ min\xi_4 \ 0 \ 0 \ 0 \ min\xi_4 \ 0 \ 0 \ 0 \ max\xi_4 \ 0 \ 0 \ max\xi_4 \$ | $ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ L_L \end{array} $ $ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\$ | $, B_6 =$ | $\begin{bmatrix} min\xi_{1} \\ max\xi_{2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \end{bmatrix}$ | $\begin{array}{c} 0 \\ \frac{1}{L_{FC}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_{FC}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\$ | $0 \\ 0 \\ max\xi_3 \\ 0 \\ 0 \\ min\xi_4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ min\xi_3 \\ 0 \\ 0 \\ max\xi_4$ | $ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ L_L \end{array} $ $ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} $ |

| | $max\xi_1$ | 0 | 0 | 0 | | $min\xi_1$ | 0 | 0 | 0 | |
|------------|---|--|--|--|--------------|---|--|---|---|--|
| | $max\xi_2$ | $\frac{1}{L_{FC}}$ | 0 | 0 | | $max\xi_2$ | $\frac{1}{L_{FC}}$ | 0 | 0 | |
| | 0 | 0 | $max\xi_3$ | 0 | | 0 | 0 | $max\xi_3$ | 0 | |
| $B_9 =$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $, B_{10} =$ | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| | 0 | 0 | $min\xi_4$ | 0 | - | 0 | 0 | $min\xi_4$ | 0 | |
| | 0 | 0 | 0 | $\frac{-1}{L_L}$ | | 0 | 0 | 0 | $\frac{-1}{L_L}$ | |
| $B_{11} =$ | $max\xi_1$ | 0 | 0 | 0 | $, B_{12} =$ | $\min \xi_1$ | 0 | 0 | 0 | |
| | $min\xi_2$ | $\frac{1}{L_{FC}}$ | 0 | 0 | | $min\xi_2$ | $\frac{1}{L_{FC}}$ | 0 | 0 | |
| | 0 | 0 | $max\xi_3$ | 0 | | 0 | 0 | $max\xi_3$ | 0 | |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| | 0 | 0 | $min\xi_4$ | 0 | | 0 | 0 | $min\xi_4$ | 0 | |
| | 0 | 0 | 0 | $\frac{-1}{L_L}$ | | 0 | 0 | 0 | $\frac{-1}{L_L}$ | |
| $B_{13} =$ | $\left[max\xi_1\right]$ | 0 | 0 | 0 | $, B_{14} =$ | $\min \xi_1$ | 0 | 0 | 0 | |
| | $max\xi_2$ | $\frac{1}{L_{FC}}$ | 0 | 0 | | $max\xi_2$ | $\frac{1}{L_{FC}}$ | 0 | 0 | |
| | 0 | 0 | $min\xi_3$ | 0 | | 0 | 0 | $min\xi_3$ | 0 | |
| | | | | 0 | | | | 0 | 0 | |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | ŕ | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| | 0 | 0 0 | 0 0 | 0 0 | | | 0 0 | 0 | 0 | |
| | 0 0 0 0 | 0 0 0 | $\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ min \xi_4 \end{array}$ | 0 0 0 | | 0 0 0 | 0 0 0 | 0 0 $min\xi_4$ | 0 0 0 | |
| | 000000000000000000000000000000000000000 | 0 0 0 0 | $egin{array}{c} 0 \ 0 \ min\xi_4 \ 0 \end{array}$ | $\begin{array}{c} 0\\ 0\\ \hline \\ -1\\ L_L \end{array}$ | | | 0 0 0 0 | 0 $min\xi_4$ 0 | $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{-1}{L_L} \end{bmatrix}$ | |
| | $\begin{bmatrix} 0\\ 0\\ 0\\ 0\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} max\xi_1 \end{bmatrix}$ | 0 0 0 0 | $\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ min\xi_4 \\ 0 \\ 0 \end{array}$ | $\begin{array}{c} 0\\ 0\\ -\frac{1}{L_L}\\ 0 \end{array}$ | | $\begin{bmatrix} 0\\0\\0\\0\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}min\xi_1\end{bmatrix}$ | 0 0 0 0 | 0 $min\xi_4$ 0 0 | $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{-1}{L_L} \end{bmatrix}$ | |
| | $\begin{bmatrix} 0\\ 0\\ 0\\ 0\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} max\xi_1\\ min\xi_2 \end{bmatrix}$ | $\begin{array}{c} 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ \frac{1}{L_{FC}}\end{array}$ | $egin{array}{c} 0 \\ 0 \\ min\xi_4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array}$ | $ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ -1 \\ L_{L} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} $ | | $\begin{bmatrix} 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} min\xi_1\\ min\xi_2 \end{bmatrix}$ | $\begin{array}{c} 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ \end{array}$ | $0 \\ 0 \\ min\xi_4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0$ | $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{-1}{L_L} \end{bmatrix}$ | |
| | $\begin{bmatrix} 0\\ 0\\ 0\\ 0\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} max\xi_1\\ min\xi_2\\ 0\end{bmatrix}$ | $\begin{array}{c} 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ \frac{1}{L_{FC}}\\ 0 \end{array}$ | $egin{array}{c} 0 \\ 0 \\ min\xi_4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ min\xi_3 \end{array}$ | $ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ -1 \\ L_L \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} $ | | $\begin{bmatrix} 0\\ 0\\ 0\\ 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} min\xi_1\\ min\xi_2\\ 0 \end{bmatrix}$ | 0 0 0 0 $\frac{1}{L_{FC}}$ 0 | $0 \\ 0 \\ min \xi_4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ min \xi_3$ | $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{-1}{L_L} \end{bmatrix}$ | |
| $B_{15} =$ | $\begin{bmatrix} 0\\0\\0\\0\end{bmatrix}$ | $egin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_{FC}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array}$ | $egin{array}{c} 0 \\ 0 \\ min\xi_4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ min\xi_3 \\ 0 \end{array}$ | $ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ -1 \\ L_L \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} $ | $, B_{16} =$ | $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} min\xi_1 \\ min\xi_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ | $\begin{array}{c} 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ \end{array}$ | $0 \\ 0 \\ min\xi_4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ min\xi_3 \\ 0$ | $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ L_L \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ | |
| $B_{15} =$ | $ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} $ $ \begin{bmatrix} max\xi_1 \\ min\xi_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} $ | $ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_{FC}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} $ | $egin{array}{c} 0 \\ 0 \\ min\xi_4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ min\xi_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array}$ | $ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ -1 \\ L_L \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} $ | $, B_{16} =$ | $ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} $ $ \begin{bmatrix} min\xi_1 \\ min\xi_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} $ | $ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_{FC}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} $ | $0 \\ 0 \\ min\xi_4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ min\xi_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0$ | $ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ -1 \\ L_L \end{array} $ $ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} $ | |
| $B_{15} =$ | $ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} $ $ \begin{bmatrix} max\xi_1 \\ min\xi_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} $ | $ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_{FC}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0$ | $egin{array}{c} 0 \\ 0 \\ min\xi_4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ min\xi_3 \\ 0 \\ 0 \\ min\xi_4 \end{array}$ | $ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ -1 \\ L_{L} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0$ | $, B_{16} =$ | $ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} $ $ \begin{bmatrix} min\xi_1 \\ min\xi_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} $ | $ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_{FC}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} $ | $0 \\ 0 \\ min\xi_4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ min\xi_3 \\ 0 \\ 0 \\ min\xi_4$ | $ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ -1 \\ L_L \end{array} $ $ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} $ | |

4.4.3 Fonction d'activation :

$$\sum H_i(\xi(t)) = 1 \tag{4.19}$$

 $H_1 = M_1 \times N_1 \times K_1 \times L_1$ $H_2 = M_1 \times N_1 \times K_1 \times L_2$ $H_3 = M_1 \times N_1 \times K_2 \times L_1$ $H_4 = M_1 \times N_1 \times K_2 \times L_2$ $H_5 = M_1 \times N_2 \times K_1 \times L_1$ $H_6 = M_1 \times N_2 \times K_1 \times L_2$ $H_7 = M_1 \times N_2 \times K_2 \times L_1$ $H_8 = M_1 \times N_2 \times K_2 \times L_2$ $H_9 = M_2 \times N_1 \times K_1 \times L_1$ $H_{10} = M_2 \times N_1 \times K_1 \times L_2$ $H_{11} = M_2 \times N_1 \times K_2 \times L_1$ $H_{12} = M_2 \times N_1 \times K_2 \times L_2$ $H_{13} = M_2 \times N_2 \times K_1 \times L_1$ $H_{14} = M_2 \times N_2 \times K_1 \times L_2$ $H_{15} = M_2 \times N_2 \times K_2 \times L_1$ $H_{16} = M_2 \times N_2 \times K_2 \times L_2$

Partie 2: Commande basée sur la passivité du système non linéaire

4.5 Commande basée sur la passivité:

4.5.1 Système hamiltonien contrôlé par ports :

Les systèmes de PCH ont été introduits par van der Schaft et Maschke dans les années '90 tôt et depuis avaient tiré beaucoup d'attention dans les systèmes électriques, mécaniques et électromécaniques. Certains des avantages d'exprimer des systèmes sous la formule de PCH sont le fait qu'ils couvrent un grand ensemble de systèmes physiques et capturent les propriétés structurales importantes. Considérons le système non linéaire donné par

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \tag{4.20}$$

Où $x \in \Re^n$ est le vecteur d'état, f(x) et g(x) sont localement des fonctions de Lipchitz et $u \in \Re^m$ est l'entrée de commande. Une formule de PCH du système (4.1) est donné par:

$$\dot{x} = [\Im(x) - \Re(x)]\nabla H(x) + g(x) \tag{4.21}$$

 $\Im(x) = -\Im^T(x)$ est une matrice antisymétrique de dimension n * n représentant les interconnexions entre les états, et $\Re(x)$ est une matrice symétrique semi-définie positive représentant l'amortissement naturel du système et $\nabla H(x)$ est le vecteur de gradient de la fonction d'énergie H(x) du système (4.1).

4.5.2 Équations du système :

Selon la structure de la source hybride de la figure (4.1), le modèle global du système hybride est écrit dans un modèle de variable d'état en choisissant le vecteur suivant de variable d'état:

$$x = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7]^T = [V_s, I_{FC}, V_{DL}, I_{DL}, V_{SC}, I_{SC}, I_L]^T$$

 U_{FC} : La commande du convertisseur élévateur de FC .

 U_{SC} : La commande du convertisseur de la supercondensateur.

Alors le vecteur de commande est :

$$\mu = [\mu_1, \mu_2]^T = [(1 - U_{FC})(1 - U_{SC})]^T$$
(4.22)

Le modèle global de variable d'état de septiéme d'ordre est alors :

$$\frac{dV_s}{dt} = \frac{1}{C_s} [(1 - U_{FC})I_{FC} - I_{DL}] \\
\frac{dI_{FC}}{dt} = \frac{1}{L_{FC}} [V_{FC} - (1 - U_{FC})V_s] \\
\frac{dV_{DL}}{dt} = \frac{1}{C_{DL}} [I_{DL} + (1 - U_{SC})I_{SC} - I_l] \\
\frac{dI_{DL}}{dt} = \frac{1}{L_{DL}} [V_s - V_{DL}] \\
\frac{dV_{SC}}{dt} = \frac{1}{C_{SC}} [-I_{SC}] \\
\frac{dI_{SC}}{dt} = \frac{1}{L_{SC}} [V_{SC} - (1 - U_{SC})V_{DL}] \\
\frac{dI_L}{dt} = \frac{1}{L_{SC}} [V_{DL} - R_L I_L - E_L]$$

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= \frac{1}{C_s} [(1 - U_{FC})x_2 - x_4] \\
\dot{x}_2 &= \frac{1}{C_s} [(1 - U_{FC})x_2 - x_4] \\
\dot{x}_2 &= \frac{1}{L_{FC}} [V_{FC} - (1 - U_{FC})x_1] \\
\dot{x}_3 &= \frac{1}{C_{DL}} [V_{FC} - (1 - U_{FC})x_6 - x_7] \\
\dot{x}_4 &= \frac{1}{L_{DL}} [x_4 + (1 - U_{SC})x_6 - x_7] \\
\dot{x}_4 &= \frac{1}{L_{DL}} [x_1 - x_3] \\
\dot{x}_5 &= -\frac{1}{C_{SC}} [-x_6] \\
\dot{x}_6 &= \frac{1}{L_{SC}} [-(1 - U_{SC})x_3 + x_5] \\
\dot{x}_7 &= \frac{1}{L_{SC}} [x_3 - R_L x_7 - E_L]
\end{aligned}$$
(4.23)

Le modèle statique de la pile PEMFC est donné comme suit :

$$V_{FC} = E_0 - A \log(\frac{I_{FC} + i_n}{i_0}) - \{R_m(I_{FC} + i_n) + B \log(1 - \frac{I_{FC} + i_n}{i_{LIM}})\}$$
(4.24)

Avec : $V_{FC} = f(x_2)$

 E_0 est la tension mesurée en circuit ouvert, I_{FC} est le courant fourni, i_0 est le courant d'échange, Aest la pente de la ligne de Tafel, i_{LIM} est le courant de limite, B est la constante du transfert de masse, i_n est de le courant interne et R_m est la résistance de membrane et de contacts.

Dans la suite, V_{FC} sera considéré comme perturbation mesurée, et de la considération physique, $V_{FC} \in [0; V_d]$, où V_d est la tension désirée du bus continu.

4.5.3 Système à l'équilibre :

Le système à l'équilibre devient :

$$\bar{x} = [\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5, \bar{x}_6, \bar{x}_7] \tag{4.25}$$

$$\dot{\bar{x}}_{1} = \frac{1}{C_{s}} [(1 - \overline{U}_{FC})\bar{x}_{2} - \bar{x}_{4}]$$

$$\dot{\bar{x}}_{2} = \frac{1}{L_{FC}} [V_{FC} - (1 - \overline{U}_{FC})\bar{x}_{1}]$$

$$\dot{\bar{x}}_{3} = \frac{1}{C_{DL}} [\bar{x}_{4} + (1 - \overline{U}_{SC})\bar{x}_{6} - \bar{x}_{7}]$$

$$\dot{\bar{x}}_{4} = \frac{1}{L_{DL}} [\bar{x}_{1} - \bar{x}_{3}]$$

$$\dot{\bar{x}}_{5} = -\frac{1}{C_{SC}} [-\bar{x}_{6}]$$

$$\dot{\bar{x}}_{6} = \frac{1}{L_{SC}} [-(1 - \overline{U}_{SC})\bar{x}_{3} + \bar{x}_{5}]$$

$$\dot{\bar{x}}_{7} = \frac{1}{L_{SC}} [\bar{x}_{3} - R_{L}\bar{x}_{7} - E_{L}]$$
(4.26)

Après quelques calculs simples, le vecteur d'équilibre peut être exprimé par :

$$\bar{x} = [V_d, \frac{(V_d - E_L)V_d}{R_L V_{FC}}, V_d, \frac{(V_d - E_L)}{R_L}, \bar{x}_5, 0, \frac{(V_d - E_L)}{R_L}]^T$$
(4.27)

Où V_d est la tension désirée du bus continu. Un but implicite de la structure proposée est de récupérer l'énergie pour charger les supercondensateurs

par conséquent, la tension désirée $\bar{x}_5 = \bar{V_{SC}} = V_{SC}(t=0)$

$$\bar{\mu} = [\bar{\mu}_1, \bar{\mu}_2]^T = [(1 - \bar{U_{FC}})(1 - \bar{U_{SC}})]^T$$
(4.28)

Où :

$$\bar{U} = [\bar{U}_{FC}, \bar{U}_{SC}] = [1 - \frac{V_{FC}}{V_d}, 1 - \frac{\bar{x}_5}{V_d}]$$
(4.29)

La fonction naturelle d'énergie du système est :

$$H = \frac{1}{2}x^T Q x \tag{4.30}$$

Où $Q = diag\{C_S; L_{FC}; C_{DL}; L_{DL}; C_{SC}; L_{SC}; L_L\}$ est une matrice diagonale.

4.5.4 Formulation de problème :

Après la modélisation de système, les points d'équilibre sont calculés afin d'assurer le comportement désiré du système. Si équilibré est atteint, la charge doit être alimentée seulement par la source principale.

Ainsi la commande doit mettre à jour la tension du bus continu à une valeur constante et le courant de supercondensateur doit être annulé.

À l'équilibre, les supercondensateurs doit être chargée et le courant doit être égal à

zéro. Dans la prochaine section, la commande sera développée et la stabilité du système sera étudiée.

4.6 Présentation de la commande hamiltonienne PCH du système :

Dans le suivant, une représentation en boucle fermée de PCH est donnée. La fonction en boucle fermée désirée d'énergie est :

$$H_d = \frac{1}{2}\tilde{x}^T Q\tilde{x} \tag{4.31}$$

Où le $\tilde{x} = x - \bar{x}$ est le nouveau variable d'état définissant l'erreur entre l'état x et sa valeur d'équilibre \bar{x} .

$$\dot{\tilde{x}}_{1} = \frac{1}{C_{s}} [(1 - U_{FC})\tilde{x}_{2} - \tilde{x}_{4}] + \frac{1}{C_{s}} [(U_{FC} - U_{FC})\bar{x}_{2}]
\dot{\tilde{x}}_{2} = \frac{1}{L_{FC}} [-(1 - U_{FC})\tilde{x}_{1}] + \frac{1}{L_{FC}} [(U_{FC} - U_{FC})\bar{x}_{1}]
\dot{\tilde{x}}_{3} = \frac{1}{C_{DL}} [\tilde{x}_{4} + (1 - U_{SC})\tilde{x}_{6} - \tilde{x}_{7}]
\dot{\tilde{x}}_{4} = \frac{1}{L_{DL}} [\tilde{x}_{1} - \tilde{x}_{3}]
\dot{\tilde{x}}_{5} = -\frac{1}{C_{SC}} [-\tilde{x}_{6}]
\dot{\tilde{x}}_{6} = \frac{1}{L_{SC}} [-(1 - U_{SC})\tilde{x}_{3} + \tilde{x}_{5}] + \frac{1}{L_{SC}} [-(1 - U_{SC})\bar{x}_{3} + \bar{x}_{5}]
\dot{\tilde{x}}_{7} = \frac{1}{L_{SC}} [\tilde{x}_{3} - R_{L}\tilde{x}_{7}]$$

$$(4.32)$$

La représentation (4.13) en fonction du gradient de l'énergie désirée (4.12) peut être écrite comme suit :

$$\dot{\tilde{x}} = [\Im(\mu_1\mu_2) - \Re]\nabla H_d + A_i(\bar{x}, u) \tag{4.33}$$

Avec:

$$\nabla H_d = [C_S \tilde{x}_1; L_{FC} \tilde{x}_2; C_{DL} \tilde{x}_3; L_{DL} \tilde{x}_4; C_{SC} \tilde{x}_5; L_{SC} \tilde{x}_6; L_L \tilde{x}_7]^T$$
(4.34)
et:

$$\Im(\mu_{1}\mu_{2}) - \Re = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1-U_{FC}}{L_{FC}C_{S}} & 0 & \frac{-1}{L_{DL}C_{S}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1-U_{FC}}{L_{FC}C_{S}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_{DL}L_{DL}} & 0 & \frac{1-U_{FC}}{L_{DL}C_{DL}} & \frac{-1}{C_{DL}L_{DL}} \\ \frac{1}{L_{DL}C_{S}} & 0 & \frac{-1}{C_{DL}L_{DL}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{L_{SC}C_{SC}} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1-U_{FC}}{L_{SC}C_{DL}} & 0 & \frac{1}{L_{SC}C_{SC}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_{DL}L_{L}} & 0 & 0 & 0 & \frac{-R_{L}}{L_{L}^{2}} \end{bmatrix}$$

$$(4.35)$$

$$A_{i}(\bar{x}, u) = \begin{vmatrix} \bar{1}_{C_{s}} [(\bar{U}_{FC} - U_{FC})\bar{x}_{2} \\ -\frac{1}{L_{FC}} [(\bar{U}_{FC} - \bar{U}_{FC})\bar{x}_{1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{L_{SC}} [-(1 - U_{SC})\bar{x}_{3} + \bar{x}_{5} \\ 0 \end{vmatrix}$$
(4.36)

On propose les lois de commande suivantes:

$$\begin{cases} U_{FC} = \overline{U}_{FC} \\ U_{SC} = \overline{U}_{SC} - r\tilde{x}_6 \end{cases}$$

$$(4.37)$$

Où r est un paramètre de réglage positif qui laisse augmenter l'atténuation du système. Une grande valeur de r augmentera considérablement l'atténuation au détriment de la rapidité de système.

Un compromis devrait être fait pour le bon choix de ce paramètre.

L'origine du système PCH en boucle fermé (4.14), avec les lois de commande (4.18), (4.10) et la fonction d'énergie désirée (4.12), est globalement asymptotiquement stable.

La fonction dynamique du système de PCH (4.14) en boucle fermée avec les lois (IV.18), (IV.10) et la fonction d'énergie illimitée (IV.12) est :

$$\dot{\tilde{x}} = [\Im(\mu_1 \mu_2) - \Re'] \nabla H_d \tag{4.38}$$

Où

$$\Re' = diag\{0; 0; 0; 0; 0; 0; \frac{rV_d}{L_{SC}^2}; \frac{R_L}{L_L^2}\} = \Re'^T \ge 0$$

$$[\Im(\mu_1\mu_2) - \Re']\nabla H_d =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & \frac{1-U_{FC}}{L_{FC}C_S} & 0 & \frac{-1}{L_{DL}C_S} & 0 & 0 & 0\\ -\frac{1-U_{FC}}{L_{FC}C_S} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_{DL}L_{DL}} & 0 & \frac{1-U_{FC}}{L_{DL}C_{SC}} & \frac{1}{C_{DL}L_{DL}} \\ \frac{1}{L_{DL}C_S} & 0 & \frac{-1}{C_{DL}L_{DL}} & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{L_{SC}C_{SC}} & 0\\ 0 & 0 & -\frac{1-U_{FC}}{L_{SC}C_{DL}} & 0 & \frac{1}{L_{SC}C_{SC}} & \frac{rV_d}{L_{SC}^2} & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{C_{DL}L_L} & 0 & 0 & 0 & \frac{-R_L}{L_L^2} \end{bmatrix}$$

$$(4.39)$$

La dérivée de la fonction d'énergie désirée (4.12) au long de la trajectoire de (4.19) est :

$$\dot{H}_{d} = \nabla H_{d}^{T} \dot{\tilde{x}} = \nabla H_{d}^{T} [\Im(\mu_{1}\mu_{2}) - \Re'] \nabla H_{d} \leq 0$$

$$= \nabla H_{d}^{T} \dot{\tilde{x}} = \nabla H_{d}^{T} \Im \nabla H_{d} - \nabla H_{d}^{T} \Re' \nabla H_{d} \leq 0 \qquad (4.41)$$

$$= \nabla H_{d}^{T} \dot{\tilde{x}} = -\nabla H_{d}^{T} \Re' \nabla H_{d} \leq 0$$

 $\dot{H}_d \leq 0 \Longrightarrow$ Le système est globalement asymptotiquement stable.

4.7 Simulation et interprétation des résultats:

Dans cette section, nous présentons les résultats de simulation en appliquant la commande basée sur la passivité au système non linéaire et au système représenté par les multi-modèles flous et nous comparons leurs réponses.

Les différents paramètres de simulation sont :

| $V_{sc}(V)$ | $V_d(V)$ | $E_L(V)$ | $R_L(\Omega)$ | $L_L(mH)$ | $r(\Omega)$ |
|--------------|----------|----------|---------------|-----------|-------------|
| 12 à $t = 0$ | 42 | 10 | 10 | 10 | 0.01 |

Tableau 4.1: Les paramètres de la charge et la commande.

| $C_S(\mu F)$ | $C_{DL}(F)$ | $C_{SC}(F)$ | $L_{SC}(H)$ | $L_{DL}(H)$ | $L_{fc}(H)$ |
|--------------|--------------|-------------|-------------|-------------|----------------|
| 300 | 30.10^{-3} | 3500 | 8.10^{-3} | 10^{-3} | $36.5.10^{-3}$ |

Tableau 4.2: Les paramètres de le supercondensateur et du bus continu.

Figure (4.3) présente respectivement la réponse de la tension V_{DL} du système non linéaire, V_{DLm} du multi-modèles et l'erreur entre eux due aux changements de la référence de tension de bus continu (V_d) aux instants 2s et 4s et la charge (R_L) à l'instant 6s. Pour les deux réponses, la tension du bus continu suit bien la référence, un léger dépassement et il n'y a pas d'erreur statique observée. L'erreur est de l'ordre de 10^{-13} .

Figure (4.4) présente respectivement la réponse du courant de la charge I_L du système non linéaire, I_{Lm} du multi-modèles et l'erreur entre eux due aux mêmes changements précédents. Pour les deux réponses, le courant de la charge tend vers la valeur désirée. L'erreur est de l'ordre de 10^{-14} .

Figure (4.5) présente respectivement la réponse du courant I_{DL} à travers l'inductance L_{DL} du système non linéaire, I_{DLm} du multi-modèles et l'erreur entre eux. L'erreur est de l'ordre de 10^{-13} .



Fig 4.3: Tension de bus continu et sa référence.



Fig 4.4: Courant de charge.



Fig 4.5: Courant de la debus continu.

Figure (4.6) montre la tension (V_s) du système non linéaire, V_{sm} du multi-modèles et l'erreur entre eux. La réponse de V_s est celle de V_{DL} de la figure (4.3). L'erreur est de l'ordre de 10^{-14} .

Figure (4.7) montre respectivement la tension (V_{FC}) , le courant (I_{FC}) du système non linéaire, I_{FCm} du multi-modèles et l'erreur entre les courants. La réponse de V_{FC} est inversement proportionnelle avec le courant. La pile à combustible alimente la charge



pendant les régimes transitoires et le régime permanent. L'erreur entre les courants est de l'ordre de 10^{-14} .

Fig 4.6: Tension de la source.



Fig 4.7: Tension et courant de la pile à combustible et l'erreur.

Figure (4.8) montre les réponses de la tension du superconensateur V_{SC} du système non linéaire, V_{SCm} du multi-modèles et l'erreur entre eux. Figure (4.9) montre les réponses du courant du superconensateur I_{SC} du système non linéaire, I_{SCm} du multi-modèles et l'erreur entre eux. Le superconensateur fourni la puissance vers la charge pendant les transitoires et en régime permanent aucune puissance est extraite quand $I_{SC} = 0$. La valeur positive de I_{SC} signifie que le superconensateur fourni la puissance à la charge et V_{SC} diminue et une valeur négative correspond à la récupération de l'énergie par le superconensateur et V_{SC} augmente. A l'instant t = 2s, le superconensateur absorbe le pic du courant aussi rapide que le changement rapide de la référence de bus continu. Par comparaison, entre (V_{SC}) et V_{SCm} et (I_{SC}) et I_{SCm} on constate qu'il n'y a aucune différence où l'erreur est de l'ordre de 10^{-13} .



Fig 4.8: Tension du supercondensateur.



Fig 4.9: Courant du superconensateur.

Figure (4.10) présente la commande de convertisseur élévateur de la pile à combustible et la commande du convertisseur bidirectionnel du supercondensateur. Le changement de la résistance R_L de la charge à l'instant t = 6 s de 10 à $15(\Omega)$ est présenté par la figure (4.11). U_{FC} et U_b sont dans l'intervalle [0, 1].



Fig 4.10: Commande de pile à combustible, commande de supercondensateur.



Fig 4.11: Résistance de charge.

Figure (4.12) présente le transfert des puissances dans le système. Les pics de puissance sont absorbés ou fournis par le supercondensateur P_{SC} , ainsi une puissance douce est

fournie par la pile à combustible P_{FC} .



Fig 4.12: Transfert de puissances.

4.8 Conclusion:

Dans ce chapitre, nous avons modélisé un système de source hybride composé d'une pile à combustible comme source d'énergie et un supercondensateur comme unité de stockage. Le système non linéaire est commandé par la commande basée sur la passivité et en utilisant les mêmes lois de commande, nous avons commandé le même système mais représenté par les multi-modèles flous TS pour comparer leurs comportements. Les résultats obtenus sont très encourageants où l'erreur entre les variables d'état est de l'ordre de 10^{-13} au maximum. Donc, la représentation par les multi-modèles flous TS montre le même comportement que le système non linéaire ce que nous ouvre les portes d'utiliser d'autres commandes comme la commande PDC.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Les travaux de ce mémoire présentés ici ont pour but l'étude de la structures d'un système d'énergie à pile à combustible destiné à la traction. En générale, la pile à combustible est hybridé avec un moyen de stockage pour couvrir les phases transitoires de fonctionnement (accélération, freinage). La définition des principes de fonctionnement et la modélisation des sources d'énergie utilisées sont nécessaires pour évaluer le comportement d'un système hybride électrique.

Cette étude, a mis en évidence dans ce type d'application, l'utilisation de la technologie PEM pour la pile à combustible et un supercondensateur pour le système de stockage d'énergie.

Pour commencer cette étude, il a fallu mettre en place les lois de commande spécifiques pour les convertisseurs statiques, permettant le pilotage des variables d'état électriques du système. À partie de la structure de ce système hybride, il est évident de remarquer que le modèle d'équations d'état de ce système est fortement non linéaire à cause du couplage de la commande avec les variables d'état.

Ce travail apporte une contribution à la description ou la représentation de notre système non linéaire décrit par les multi-modèles flous de Takagi-Sugeno. Pour prouver la validité de cette représentation, une commande basée sur la passivité qui est une commande très puissante est appliquée au système non linéaire. Le système représenté par les multi-modèles flous de Takagi-Sugeno est contrôlé par les mêmes lois de commande que le système non linéaire. L'erreur remarquée entre les deux représentations est presque inexistante de l'ordre de 10^{-13} . Alors, la représentation par les multi-modèles flous de Takagi-Sugeno est équivalente au système non linéaire et peut être adoptée pour appliquer d'autres commandes.

BIBLIOGRAPHY

- [Akh04] Abdelkader Akhenak. Conception d'observateurs non linéaires par approche multimodèle: application au diagnostic. Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, 16, 2004. (pages 2, 27, 33).
- [Bec04] Mohamed Badreddine Becherif. Contribution aux techniques de façonnement d'énergie: application à la commande des systèmes électromagnétiques. PhD thesis, Paris 11, 2004. (pages 39, 47).
- [Can02] Denis Candusso. Hybridation du groupe électrogène à pile à combustible pour l'alimentation d'un véhicule électrique. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble-INPG, 2002. (pages 5, 19).
- [Ham16] Mohamed Yacine Hammoudi. Contribution à la commande et à l'observation dans l'association convertisseurs machine. PhD thesis, Université de Biskra, 2016. (pages iv, 29, 30, 31, 33, 34).
- [Jab11] Dalel Jabri. Contribution à la synthèse de lois de commande pour les systèmes de type Takagi-Sugeno et/ou hybrides interconnectés. PhD thesis, Reims, 2011. (page 28).
- [JF93] Tor A Johansen and BJARNE FOSS. Constructing narmax models using armax models. *International Journal of Control*, 58(5):1125–1153, 1993. (page 33).
- [Kha12] Mohamed Khanchoul. Contribution au développement de la partie électromécanique dâĂŹun compresseur pour climatisation de véhicule électrique. PhD thesis, Paris 11, 2012. (page 41).

- [Lac04] Jérôme Lachaize. Etude des stratégies et des structures de commande pour le pilotage des systèmes énergétiques à pile à combustible (pac) destinés à la traction. 2004. (pages iv, 6, 7).
- [Nag10] Anca Maria Nagy. Analyse et synthèse de multimodèles pour le diagnostic. Application à une station d'épuration. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine-INPL, 2010. (page 37).
- [Oud08] Mohammed Oudghiri. Commande multi-modèles tolérante aux défauts: Application au contrôle de la dynamique d'un véhicule automobile. PhD thesis, Université de Picardie Jules Verne, 2008. (page 32).
- [Pay09] Alireza Payman. Contribution à la gestion de l'energie dans les systèmes hybrides multi-sources multi-charges. *PhDthesis, Polytechnic Institute of Lorraine, Nancy, France*, 2009. (pages iv, 19, 20, 21, 23, 24, 25, 26).
- [SAA15] Ramzi SAADI. Convertisseurs Basse Tension (42V, 540V); Application Source Hybride Utilisant Une Pile à Combustible. PhD thesis, Université Mohamed Khider-Biskra, 2015. (pages iv, vi, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 18, 19).
- [Zan10] Majid Zandi. Contribution au pilotage des sources hybrides d'énergie électrique.
 PhD thesis, Vandoeuvre-les-Nancy, INPL, 2010. (page 22).