

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministère de l'enseignement Supérieur et de la Recherche scientifique



Université Mohamed Khider Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Electrique
Filière : Electrotechnique
Option : Commande Electrique

Réf:.....

Mémoire de Fin d'Etudes
En vue de l'obtention du diplôme:

MASTER

Thème

Calcul des pertes AC dans un câble supraconducteur

Présenté par :
Barkat Akram
Soutenu le : 05 Juin 2017

Devant le jury composé de :

Mr Alloui Lotfi

Mr Khene Mohamed Lotfi

M^{me} BENYAHIA Naima

Prof.

MCA

MAA

Président

Encadreur

Examineur

Année universitaire : 2016 / 2017

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministère de l'enseignement Supérieur et de la recherche scientifique



Université Mohamed Khider Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Electrique
Filière : Electrotechnique
Option : Commande Electrique

Mémoire de Fin d'Etudes
En vue de l'obtention du diplôme:

MASTER

Thème

Calcul des pertes AC dans un câble supraconducteur

Présenté par :

Barkat Akram

Avis favorable de l'encadreur :

Khene Mohamed Lotfi

Avis favorable du Président du Jury

Alloui Lotfi

Cachet et signature

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministère de l'enseignement Supérieur et de la Recherche scientifique



Université Mohamed Khider Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Electrique

Filière : Electrotechnique
Option : Commande Electrique

Thème :

Calcul des pertes AC dans un câble supraconducteur

Proposé par : Barkat Akram

Dirigé par : Khene Mohamed Lotfi

RESUMES (bilingues)

ملخص

منذ اكتشاف المواد فائقة الناقلية ذات درجة الحرارة الحرجة من طرف Karl Müller و Jhonnaes Bednorz سنة 1986 انطلقت الابحاث بشكل مكثف في ميدان المواد (فائقة الناقلية) و خاصة في الميدان الصناعي. من اهم الاستعمالات هذه المواد في الكهرياء التقنية نجد : (نقل الطاقة الكهربائية, التخزين المغناطيسي للطاقة, صناعة المحركات الكهربائية , صناعة المحولات الكهربائية , الرفع المغناطيسي...).

قمنا في عملنا هذا باستخدام ميرمج **COMSOL** لحساب كثافة الضياعات في كابل فائق الناقلية, خاضع لتيار كهربائي متناوب و غير متناوب, و هذه الحسابات مبنية على نموذج الاستطاعة حيث يعطي هذا النموذج علاقة مبسطة بين الحقل و كثافة التيار في المواد (فائقة الناقلية).

Résumé

La découverte des supraconducteurs dits à haute température critique en 1986 a suscité un grand intérêt nouveau pour ces matériaux. Leur utilisation en électrotechnique peut être sérieusement envisagée dans des domaines tels que la production, le transport, le stockage d'énergie, etc. dans le domaine de puissance, on envisage l'utilisation des supraconducteurs pour, entre autre, la fabrication des câbles, de machines ou de limiteurs de courant.

L'étude des pertes dans les matériaux supraconducteurs est nécessaire à la mise au point d'application dans le domaine de l'électrotechnique. De nombreux travaux ont déjà porté sur le calcul de ces pertes

Dans notre travail, nous avons utilisé un logiciel commercial **COMSOL** pour calcul la densité des pertes dans un câble supraconducteur pour un courant sinusoïdal et non-sinusoïdal. Ce calcul est basé sur le modèle de puissance. Ce modèle donne une relation simplifiée entre le champ électrique et la densité de courant, dans les matériaux supraconducteurs.

Dédicaces

A mes parents qui me sont les plus nobles et les plus chers du monde, pour leur soutien moral et encouragement dans toute ma vie. Que dieu me les garde (inchallah).

À mes frères et ma sœur.

À tous mes amis et mes collègues.

À toute la famille du département de génie électrique de l'Université de Biskra.

À tous ceux qui m'ont aimé et me souhaitent le bonheur et la réussite.

Akram

Remerciement

D'abord je remercie Dieu de nous avoir venu en aide pour que nous puissions aboutir à la réussite.

Tout le respect et les mots de remerciements à mon encadreur Monsieur Dr. Mohamed Lotfi Khene pour l'aide, les conseils directifs et son suivi durant la réalisation de la présente étude.

Je remercie vivement Mr. Alloui lotfi, le président de jury et l'examineur M^{me}. Benyahia Naima, qui ont accepté de juger ce travail.

Je remercie aussi tous les responsables et les personnels du département de génie électrique, ainsi que tous les participants à notre formation.

Je remercie mes très chers parents, qui ont toujours été là pour moi

Enfin je tiens à exprimer ma reconnaissance à tous mes amis et collègues, et tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin durant la réalisation de ce travail.

Merci

Liste des figures

CHAPITRE I

Figure. I.1 : Evolution de la résistivité électrique en fonction de la température.	5
Figure I.2 : Effet Meissner dans une sphère supraconductrice refroidie dans un champ magnétique uniforme.	5
Figure I.3 : Evolution de la résistivité électrique en fonction de la température.	6
Figure I.4 : Illustration du champ critique pour un matériau supraconducteur de type 1 et 2.	8
Figure I.5 : Caractéristique $E(J)$ des supraconducteurs de type I (gauche), caractéristique expérimentale $E(I)$ des supraconducteurs de type II (droite).	8
Figure I.6 : Illustration de la surface critique et des trois grandeurs critiques : le champ magnétique, la température et la densité de courant.	9
Figure I.7 : Diagramme symbolique de phases d'un supraconducteur de type I.	10
Figure I.8 : Diagramme symbolique de phases d'un supraconducteur de type II.	11
Figure I.9 : Caractéristique $B(H)$ d'un supraconducteur de type II.	12
Figure I.10 : Principe du blindage par un supraconducteur massif.	13
Figure. I.11 : Limiteur de Courant.	15
Figure. I.12 : Photo d'un câble supraconducteur.	15
Figure. I.13 : Le transformateur 2 MVA HTS avant (à gauche) et après (à droite) l'assemblage. ...	16
Figure. I.14: Puissance et énergie massiques pour les condensateurs, les accumulateurs et les SMES.	17
Figure I.15 : Moteur supraconducteur réalisé dans le cadre du projet européen ULCOMAP.	17
Figure. I.1: Le transrapid allemand.	18
Figure. I.14: Le Maglev japonais.	18
Figure. I.15 : IRM.	19
Figure. I. 16: Vue d'un tokamak.	19

CHAPITRE II

Figure II.1: Caractéristique E(J) basée sur le Modèle.	28
Figure II.2: Caractéristique E(J) d'un supraconducteur.	29
Figure. II.3: Modèle de Flux Flow et Creep.	31

CHAPITRE III

Figure III.1 : Réseau d'un maillage différences finis.	35
Figure.III.2 : Maillage du domaine d'étude.....	36
Figure. III.3: Un domaine d'étude discrétisé en Elément finis.....	37
Figure. III.4 : Erreur de discrétisation géométrique.	38
Figure. III.5: les formes possibles des éléments élémentaires en (2D)	38
Figure. III.6 : Domaines d'application de la méthode des éléments finis.	39
Figure III.7 : Fenêtre de démarrage du logiciel.....	40
Figure III.8 : maillage d'un problème.	41

CHAPITRE IV

Figure IV.1 : Dispositif d'étudié en 3D.	43
Figure IV. 2 : Modèle géométrique à étudier.....	44
Figure IV.3 : Courant appliqué en fonction du temps.	45
Figure IV.4 : Densité des pertes instantanées dans le câble supraconducteur.	45
Figure IV.5 : Répartition spatiale de la densité des pertes dans le domaine d'étude.....	46
Figure IV.6 : Répartition spatiale des lignes du champ magnétique dans le domaine d'étude.	46
Figure IV.7 : Densité du courant dans le domaine d'étude obtenue par notre modélisation et par R. Pecher et all [24].	47
Figure IV.8 : Densité des pertes AC instantané pour différents valeur maximale du courant appliqué.	48
Figure IV.9 (a-e): Répartition spatiale de la densité des pertes pour différents valeur maximale du courant appliqué $I_{max} = (5.104A, 8.104A, 105A, 1,5 105A \text{ et } 2. 105A)$, et respectivement.....	49
Figure IV.10 (a-e): Répartition spatiale du champ magnétique pour différents valeur maximale du courant appliqué $I_{max} = (5.104A, 8.104A, 105A, 1,5 105A \text{ et } 2. 105A)$ et respectivement.....	50

Figure IV.11 (a-k): Variation instantané de la densité des pertes pour différents valeur de la fréquence = 5,10,20,30,40,50,60,70 ,80,90,100Hz *et* respectivement.....52

Figure IV.12: Variation de la densité des pertes en fonction de la fréquence.53

Figure IV.13: Variation de la densité des pertes en fonction de la densité du courant.....53

Figure IV.14: Variation de la densité des pertes en fonction du rapport I/I_c54

Figure IV.15: Variation instantané de la densité des pertes pour différents valeurs de l'exposant n .
.....55

Figure IV.16 : Evolution temporelle du courant appliqué.56

Figure IV.17 : Variation instantanée de la densité des pertes pour différents56

Figure IV.18 (a-e) : Variation instantanée de la densité des pertes en pour différents valeur maximale de courant $I_{max} = 5 \cdot 10^4$, 105, 106, 107et 108.....58

Figure IV.19 (a-c) : Répartition spatiale de la densité des pertes au plan (x, y) pour différents valeur maximale du courant appliqué $I_{max} = 10^4 A$, et $\tau = 0.02s$59

Figure IV.20 (a-c) : Répartition spatiale des lignes du champ dans le domaine d'étude pour différents valeur maximale du courant appliqué $I_{max} = 10^4 A$, et $\tau = 0.02s$60

Liste des Tableaux

CHAPITRE I

Tableau I.1. Liste de quelques matériaux supraconducteurs de type I.....	10
Tableau I.2 : Températures critiques de quelques matériaux à haute température critique.....	12

CHAPITRE IV

Tableau IV.1 : Les propriétés géométriques et physiques.....	44
--	----

Sommaire

Introduction générale :	1
Chapitre I : Généralités sur les matériaux supraconducteurs :	
I.1 Introduction :.....	3
I.2 Définition du la supraconductivité :.....	3
I.3 Historique de la supraconductivité :.....	3
I.3 Résistivité nulle :.....	5
I. 4 Effet Meissner :.....	5
I.5 Propriétés générales des supraconducteurs :.....	6
I.5.1 La température critique :.....	6
I .5.2. Le champ critique :.....	7
I.5.3 La densité de courant critique :.....	8
I.5.4 La surface critique :.....	9
I.6 Types de supraconducteur :.....	10
I.6.1 Supraconductivité de type I :.....	10
I.6.2 Supraconducteurs type II :.....	11
I.7 Supraconducteur à haute température critique (HTC) :.....	12
I.8 Différents formes des matériaux :.....	13
I.8.1 Supraconducteurs massifs :.....	13
I.8.1.1 Aimants supraconducteurs :.....	13
I.8.1.2 Ecrans supraconducteurs :.....	13
I.8.2 Fils supraconducteurs :.....	14
I.9. Applications des Supraconducteurs en électrotechnique:.....	15
I.11.1 Limiteur de courant :.....	15
I.9.2 lignes de transport :.....	15
I.9.3 Les transformateurs :.....	16

I.9.4 Les systèmes de stockage de l'énergie SMES :	17
I.9.5 Les machines supraconductrices:	17
I.9.6 Lévitacion et paliers magnétiques :	18
I.9.7 Les applications médicales :	19
I.9.8 Les tokamaks :	19
I.10 Conclusion :	20

Chapitre II : Formulation mathématiques des phénomènes électromagnétiques :

II.1.Introduction :	21
II.2 Equations de Maxwell :	21
II.3 Signification physique des équations de Maxwell :	22
II.3.1 Théorème D'ampère :	22
II.3.2 Loi induction de FARADAY :	22
II.3.3 Les équations de conservations :	22
II.3.4 Théorème de GAUSS :	23
II.4 Lois de comportement des matériaux (Milieux physiques):	23
II.5 Formulation des équations électromagnétiques :	23
II.5.1 Modèle électrostatique :	24
II.5.2 Modèle électrocinétique :	25
II.5.3 Modèle magnétostatique :	25
II.5.3.1 Modèle magnétostatique scalaire :	25
II.5.3.2 Modèle magnétostatique vectorielle :	26
II.5.4 Modèle magnétodynamique :	26
II.5.5 Formulation de L'équation Magnétodynamique :	27
II. 7 Modèles des supraconducteurs :	28
II. 7.1 Le Modèle de L'état Critique de Bean :	28
II. 7.2 Le Modèle de Puissance (J^n) :	29

II. 7.3 Le modèle de KIM : $J_c(B)$ et $n(B)$:	30
II.8 Modèle de flux flow et Flux Creep :	30
II.9 Calcul des pertes en courant alternatif :	31
II.9.1 L'origine des pertes AC dans les matériaux supraconducteurs :	31
II.9.1 Formulation du problème en 2D :	32
II.9.1.2 Le champ magnétique H comme variable d'état :	32
II.9.1.3 Les simplifications en deux dimensions :	32
II.10 Conclusion :	33
Chapitre III: Modélisation numérique :	
III.1 Introduction :	34
III.2 Différentes techniques de résolution des équations aux dérivées partielles :	34
III.2.1 Méthode Des Différences Finies (MDF) :	35
III.2.2 Méthode Des Volumes Finis (MVF) :	35
III.2.3 Méthode des éléments finis :	36
III.2.3.1 : Principe :	37
III.2.3.2 : Démarche éléments finis :	37
III.2.3.3 : Discrétisation géométrique :	37
III.2.3.4 : Maillage élément finis :	38
III.3 Description du logiciel « COMSOL Multiphysics » :	39
III.3.1 Étapes de résolution dans COMSOL Multiphysics :	40
III.3.1.1 L'interface graphique de COMSOL :	40
III.3.1.2 Choix du modèle :	40
III.3.1.3 Géométrie :	40
III.3.1.4 Introduction des propriétés des domaines :	41
III.3.1.5 Maillage des domaines :	41
III.3.1.6 Résolution du problème :	41
III.3.1.7 Analyse des résultats :	41

III.4 Conclusion :.....42

Chapitre VI : Résultat et simulation :

IV. 1 Introduction.....43

IV-2 APPLICATION N°1 : Un câble supraconducteur parcouru par un courant de forme exponentielle.....43

 IV-2-1 Description du système.....43

 IV-2-2 Résultats de simulation :.....44

 IV-2-3 Interprétations47

IV-3 APPLICATION N°2 : Un câble supraconducteur parcouru par un courant sinusoïdale47

 IV.3.1 Résultats de simulation48

 IV.3.1.1 Influence de la valeur maximale du courant48

 IV.3.1.2 Interprétation50

 IV.3.1.3 Influence de la fréquence50

 IV.3.1.4 Interprétation54

 IV.3.1.5 Influence de l'exposant n 54

IV-4 APPLICATION N°3 : Un câble supraconducteur parcouru par un courant pulsé :55

 IV.4.1 Résultats de simulation56

 IV.4.2. Interprétation61

VI.5. Conclusion61

Conclusion générale :.....62

Introduction générale

La supraconductivité est un phénomène remarquable, découvert en 1911 par Heike Kamerlingh Onnes et son équipe, caractérisé par l'absence de résistance électrique et l'expulsion du champ magnétique dans les matériaux dits supraconducteurs en dessous d'une température dite critique (T_c). Ces deux caractéristiques, particulièrement la première d'entre elles, montrent le potentiel de ces matériaux pour des applications industrielles. La plus mature de ces applications est sans doute l'imagerie médicale, qui fait appel aux supraconducteurs dits "à basse température critique" refroidis à l'hélium liquide à 4 Kelvin.

La mise en évidence en 1986, par Karl Müller et Johannes Bednorz, du premier matériau à haute température critique (HTc) a redonné un élan formidable à la recherche et aux applications des supraconducteurs. En effet ils ont le grand avantage de rester supraconducteur à la température de l'azote liquide. Ceci rend leur utilisation beaucoup plus facile et moins chère que celles de leurs prédécesseurs.

L'un de ces marchés concerne justement l'industrie électrotechnique; les applications vont du réseau électrique (protection par des limiteurs de courants supraconducteurs, transport de courant par câbles supraconducteurs) aux convertisseurs électromécaniques (machines tournantes, sustentation magnétique de type Maglev, lanceurs électromagnétiques...) en passant par le stockage d'énergie (SMES, volant d'inertie,...).

Le transformateur est l'un des appareils électriques les plus anciens qui contribue au transport et à la distribution de l'énergie dans les réseaux électriques à courant alternatif (souvent abrégé AC). Ils sont indispensables pour le transport de l'énergie électrique car ils permettent l'acheminement de l'électricité sous haute tension, et donc avec le minimum de pertes, depuis les centrales de production jusqu'aux utilisateurs. Le remplacement des bobinages en cuivre ou en aluminium par un matériau supraconducteur a plusieurs avantages : un meilleur rendement, la réduction du poids et de la taille et la possibilité d'intégrer une limitation du courant de court-circuit.

L'étude des pertes dans ces matériaux supraconducteurs est nécessaire à la mise au point d'applications dans le domaine de l'électrotechnique. De nombreux travaux ont déjà porté sur le calcul de ces pertes. Pour pouvoir correctement dimensionner les appareillages, il est indispensable d'être en mesure d'estimer le plus précisément possible les pertes AC dans les assemblages de fils supraconducteurs qui entrent dans leur constitution. La simulation numérique est un outil de choix pour arriver à cette fin, car elle permet de minimiser les coûts de développement des prototypes ainsi que leur nombre. Les outils de calcul numérique s'avèrent aussi essentiels dans la conception

et l'optimisation des dispositifs supraconducteurs. L'utilisation d'une méthode numérique par l'intermédiaire d'un logiciel commercial s'est avérée être une des meilleures solutions.

Pour notre part nous avons travaillé sur les pertes en régime variable dans un câble supraconducteur à haute température critique (SHTc). Nous avons limité notre étude au calcul des pertes en champ propre, c'est à dire que l'échantillon est parcouru par un courant de transport forme exponentielle, sinusoïdale et pulsé et non soumis à un champ magnétique extérieur.

L'utilisation probable dans l'avenir des supraconducteurs HTc dans le transport du courant, fera qu'ils seront parcourus par des courants sinusoïdaux ou non sinusoïdaux. Nous avons donc calculé les pertes dans ces matériaux, dans les deux cas.

Dans cette optique, le sujet de ce mémoire consiste à une modélisation des phénomènes magnétodynamiques dans un câble supraconducteur parcouru par un courant de forme exponentielle, sinusoïdale et pulsé. Nous avons retenu la méthode des éléments finis du fait de son adéquation avec le problème posé et la disponibilité d'un logiciel commercial (COMSOL Multiphysics version 5.0).

Cette mémoire s'articule autour de quatre chapitres :

Le premier chapitre nous donnerons un aperçu bibliographique relatif aux propriétés fondamentales des supraconducteurs, d'une manière générale, et des supraconducteurs à haute température critique d'une manière plus particulière, ainsi que leurs applications dans le domaine du génie électrique.

Le deuxième chapitre sera consacré aux formulations mathématiques des phénomènes électromagnétiques.

Le troisième chapitre on s'intéresse dans la première partie à une présentation sur les méthodes numériques utilisé pour la résolution des équations aux dérivées partielles que nous avons mentionnées dans le chapitre précédent. La deuxième partie de ce chapitre est consacrée à la présentation du logiciel COMSOL, ainsi que la démarche à suivre pour la modélisation numérique.

Le quatrième chapitre présentera les résultats des simulations de la modélisation des phénomènes magnétodynamique dans un câble supraconducteur parcouru par un courant de forme exponentielle, sinusoïdale et pulsé, en tient compte l'effet ou l'influence des différents paramètres sur le calcul des pertes dans les matériaux supraconducteurs.

Enfin, nous terminons notre mémoire par une conclusion générale représentant une synthèse globale de notre travail et nous proposons quelques perspectives.

I.1 Introduction :

Ce premier chapitre bibliographique est décomposé en deux parties. Dans la première partie Après un rappel de l'histoire de la supraconductivité, nous présenterons la supraconductivité et notamment les grandeurs critiques qui caractérisent l'état supraconducteur. Ensuite nous présenterons les fils et les matériaux massifs supraconducteurs et leurs applications dans le domaine industriel en particulier en électromagnétique.

I.2 Définition du la supraconductivité :

La supraconductivité est la propriété que possèdent certains matériaux de conduire le courant électrique sans résistance à condition que leur température soit inférieure à une certaine valeur appelée température critique (T_c). Ces matériaux supraconducteurs s'opposent également à tout champ magnétique externe. [1]

I.3. Historique de la supraconductivité :

« Le hasard fait bien les choses », comme on le dit souvent et ceci l'est d'autant plus vrai quand il s'agit de parler de supraconductivité, puisqu'en 1911, au cours de l'étude de la résistivité du mercure à la température de liquéfaction de l'hélium liquide, un étudiant du futur prix Nobel de physique, l'Hollandais Kamerling Onnes, découvrit fortuitement que la résistivité s'annulait en dessous de 4.15K [2].

Des expériences avec de nombreux autres éléments montrèrent que certains possédaient des facultés de supraconductivité, mais d'autres non : citons en 1913, le plomb à 7 K et en 1941, le nitrure de niobium à 16 K [3].

En 1933, W. Meissner et R. Oschenfeld découvrirent la propriété d'un barreau de métal pur à être imperméable aux champs magnétiques : le diamagnétisme parfait, que l'on appelle depuis effet Meissner. Ce diamagnétisme, qui est le second effet surprenant de la supraconductivité, se traduit par la capacité d'un supraconducteur à émettre un champ magnétique opposé à un autre champ qui lui serait appliqué, et ce, quelle que soit la polarité du champ appliqué [4].

En 1935, les frères Fritz et Heinz london ont montré que l'effet Meissner est une conséquence de la minimisation de l'énergie libre transportée par le courant supraconducteur [3]. En 1957 les physiciens américains John Bardeen, Léon Cooper et John Schrieffer élaborèrent une théorie qui leur valut le prix Nobel de physique en 1972 : la théorie BCS. Cette théorie décrit la supraconductivité comme un phénomène quantique ; elle explique la supraconductivité par la formation de paires d'électrons (paires de Cooper) formant alors des bosons interagissant avec des phonons [2].

En 1959 Gorkof montra que la théorie BCS se ramène à la théorie de Ginzburg-landau au voisinage de la température critique d'apparition de la supraconductivité [5].

En 1962, le physicien britannique Brian Josephson, étudiant la nature quantique de la supraconductivité, prédit le passage d'un courant entre deux supraconducteurs séparés par une mince couche isolante. Ce phénomène, qui fut confirmé expérimentalement par la suite, est aujourd'hui connu sous le nom d'effets Josephson, est utilisé dans les SQUIDS. Ces dispositifs servent à faire des mesures très précises de h/e , et combiné avec l'effet hall quantique, à la mesure de la constante de planck Brian Josephson a reçu le prix Nobel 1973 [3].

C'est en 1986, année charnière dans l'histoire des supraconducteurs, que la théorie B.C.S fut remise en cause, avec la découverte, par des ingénieurs d'IBM Zurich (Suisse), d'un supraconducteur à 34 K puis, neuf mois plus tard, à 92 K. Ainsi virent le jour de nouvelles générations de composés tels que Ba-La-Cu-O, Y-Ba-Cu-O et Ti-Sr-Ca-Cu-O, les deux derniers permettant de dépasser la température de l'azote liquide (77 K, soit -196 °C), coûtant dix fois moins cher que l'hélium liquide et refroidissant vingt fois mieux. Ainsi Ti-Sr-Ca-Cu-O atteignait une température critique de 125 K, laissant loin derrière la barrière psychologique de liquéfaction l'azote liquide [4].

Cette découverte suscita l'engouement de toute la communauté scientifique, qui repartit dans la course aux supraconducteurs à « Haute Température Critique (HT_c) », espérant alors découvrir un supraconducteur à température ambiante. Mais plus cette température n'augmentait et plus les performances des matériaux diminuaient, le courant pouvant être transporté sans déperditions devenant faible. Le record de température critique reproductible fut atteint en 1995 avec une température de 164 K mais nécessitant de hautes pressions [4].

La course aux T_c s'essouffant faute de compréhension au niveau atomique, les recherches se sont donc orientées vers la compréhension des phénomènes physiques régissant la supraconductivité. Cette nouvelle recherche conduit à des théories qu'il est actuellement difficile de confirmer ou infirmer. Toutefois, les scientifiques ne désespèrent pas de trouver des matériaux supraconducteurs à température ambiante [4].

I.3.Résistivité nulle :

La « première signature » du caractère supraconducteur d'un matériau est sa résistivité nulle (Fig. I.1) en dessous d'une certaine température T_c , appelée température critique qui se traduit par une transition franche, et sépare ainsi le comportement de l'état normal du matériau de celui de son état supraconducteur. L'intervalle de température dans lequel la résistivité change brusquement est

très étroit et il est inférieur à 10^{-5} K dans le gallium très pur. Ceci indique que l'état supraconducteur est un nouvel état de la matière, autrement dit un état qui correspond à un arrangement particulier du système des électrons. On peut donc dire que le franchissement de la température critique correspond à une transition de phase [1].

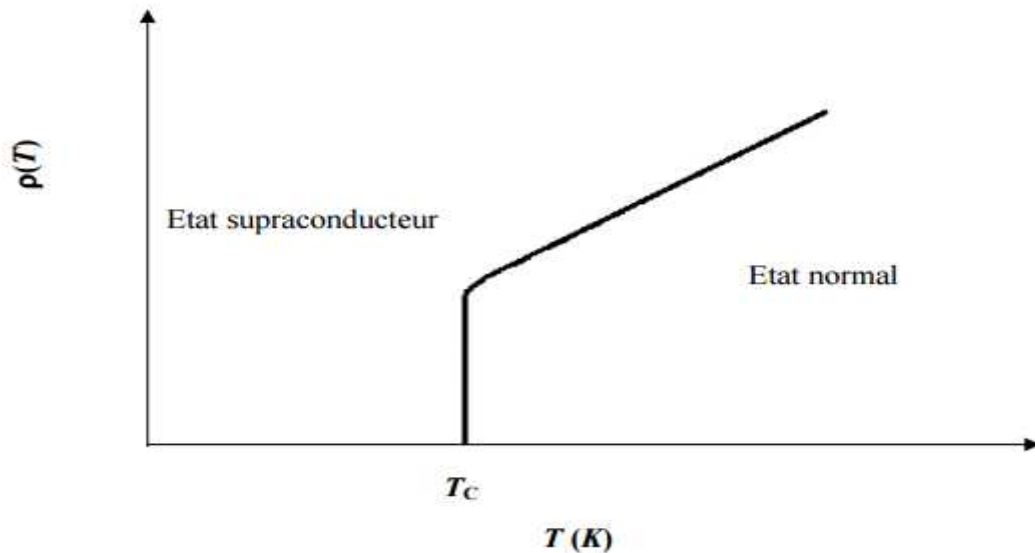


Figure. I.1 : Evolution de la résistivité électrique en fonction de la température.

I. 4. Effet Meissner :

La propriété exceptionnelle de résistance électrique nulle des supraconducteurs est mise en évidence dans l'expérience de Kamerlingh Onnes. La lévitation d'un matériau supraconducteur sous l'effet d'un champ magnétique est une autre propriété exceptionnelle. Ce phénomène est appelé l'effet Meissner.

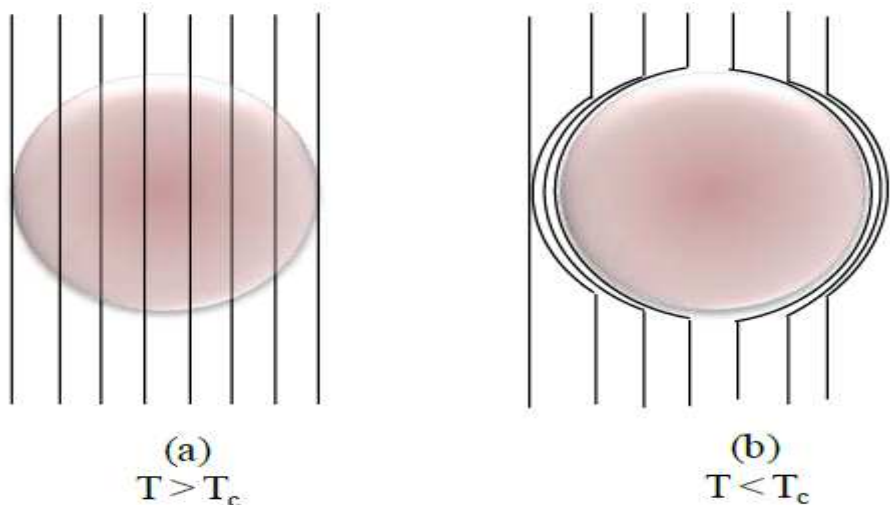


Figure I.2 : Effet Meissner dans une sphère supraconductrice refroidie dans un champ magnétique uniforme.

Dès que la température devient inférieure à la température critique, les lignes de flux sont expulsées de la sphère [6]. Lorsqu'un échantillon supraconducteur est refroidi au-dessous de sa température critique T_c puis placé dans un champ magnétique, celui-ci est expulsé de l'échantillon (diamagnétisme parfait). Cette expulsion s'explique par l'apparition de supra courants circulant à la périphérie de l'échantillon sur une profondeur de l'ordre de quelques milliers d'Angström. Ces courants empêchent le champ magnétique de pénétrer à l'intérieur de l'échantillon supraconducteur [7].

I.5. Propriétés générales des supraconducteurs :

La supraconductivité est un phénomène qui se manifeste dans certains matériaux sous des conditions spécifiques. Ils sont appelés supraconducteurs et sont caractérisés par l'absence de résistance électrique et par l'annulation du champ magnétique à l'intérieur du matériau sous certaines conditions de température, de champ magnétique et de densité de courant.

Nous allons présenter les paramètres nécessaires à l'obtention de l'état supraconducteur.

I.5.1 La température critique :

Dans un matériau conducteur usuel, s'il s'agit d'un métal comme le cuivre ou l'or, la résistivité diminue avec la baisse de la température jusqu'à une valeur minimale comme la montre la Figure 1.3. Cependant, cette propriété n'est pas identique pour tous les matériaux.

En effet, la résistivité d'un matériau supraconducteur, tel que le plomb ou le mercure, devient très faible ($<10\text{-}25 \Omega\text{m}$) soudainement lorsque la température devient inférieure à T_c appelée la température critique [6].

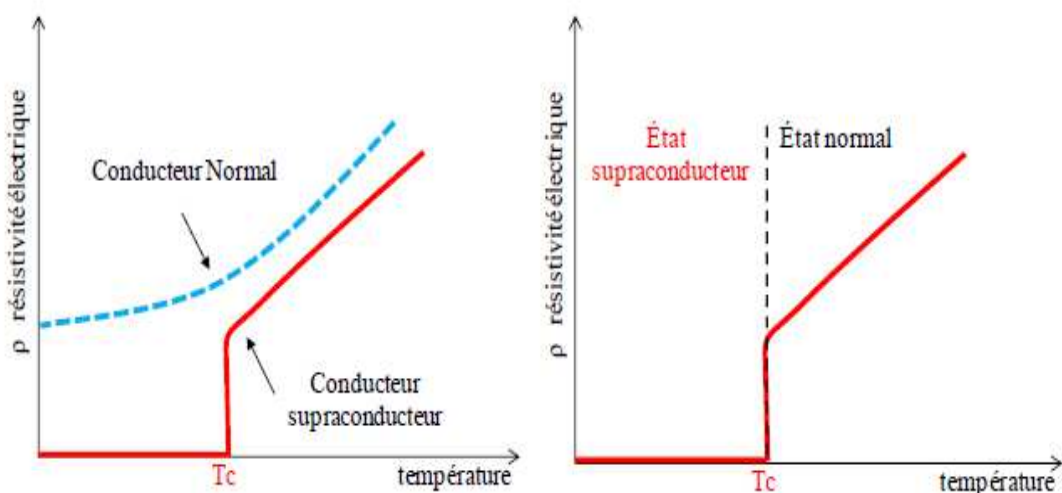


Figure I.3 : Evolution de la résistivité électrique en fonction de la température.

Vu que la résistance disparaît à cette température et devient 'nulle' un supraconducteur est donc un matériau qui n'a pas de pertes par effet Joule et ne dissipe aucune chaleur lors du passage d'un courant électrique.

Pour les matériaux qui possèdent cette propriété, une condition est essentielle pour que la supraconductivité apparaisse. Les matériaux doivent être au moins jusqu'à présent refroidis à une température très basse, inférieure à la température critique notée T_c .

Cette température se traduit par une transition remarquable qui sépare le comportement de l'état normal du matériau qui présente une résistance électrique, à celui de son état supraconducteur où la résistance électrique est nulle (Figure 1.3) [6].

I.5.2. Le champ critique :

Deux types de supraconducteurs existent, les supraconducteurs de type 1 qui possèdent un seul champ critique (H_c), au-delà de ce champ le matériau transite directement vers l'état normal. A l'inverse, les supraconducteurs de type 2 possèdent deux champs critiques :

- H_{c1} : ce champ critique fait transiter le supraconducteur vers un autre état appelé « État mixte », la valeur de ce champ est très faible (quelques milli teslas).

- H_{c2} : ce champ critique fait transiter le supraconducteur de l'état mixte vers l'état normal, sa valeur est de l'ordre d'une dizaine de Tesla pour les basses températures et d'une centaine de Tesla pour les hautes températures. Cet état mixte est caractérisé par une pénétration partielle du champ magnétique dans le supraconducteur (apparition des vortex), donc un état diamagnétique partiel.

Le champ critique des supraconducteurs de type 1 est très faible par rapport à ceux des supraconducteurs de type 2 (H_{c2}), ce qui explique que tous les matériaux utilisés dans les applications de puissance sont tous de type 2 (basse et haute température critique) [8].

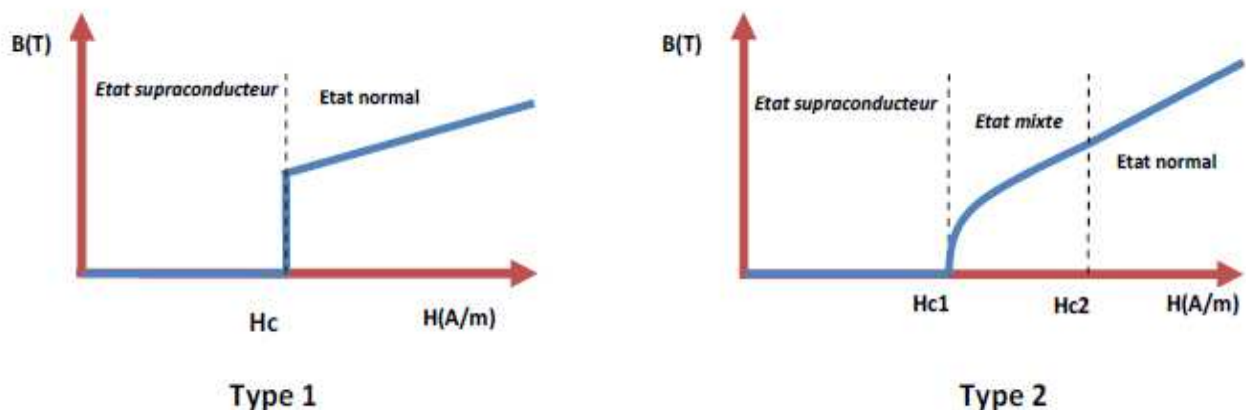


Figure I.4 : Illustration du champ critique pour un matériau supraconducteur de type 1 et 2.

I.5.3 La densité de courant critique :

Le phénomène de la supraconductivité est encore plus complexe, en effet si un courant passe dans ce matériau à l'état supraconducteur, l'intensité du courant peut monter jusqu'à une valeur déterminée au delà de laquelle le matériau revient à son état normal. On appelle ce courant le courant critique I_c (Figure 1.5) [6].

Le courant circulant dans un supraconducteur produit un champ magnétique à la surface du conducteur, le courant critique est simplement le courant pour lequel le champ magnétique produit est égal au champ magnétique critique [9].

La définition de cette valeur de courant critique dépend du type de supraconducteur. Pour les supraconducteurs de type 1, celle-ci correspond au champ magnétique maximum que peut supporter le matériau avant sa transition vers l'état normal. Pour les supraconducteurs de type 2 décrits plus loin, sa valeur dépend du champ magnétique appliqué et de la température de fonctionnement. La valeur de J_c se détermine en introduisant un critère arbitraire sur le champ électrique [6].

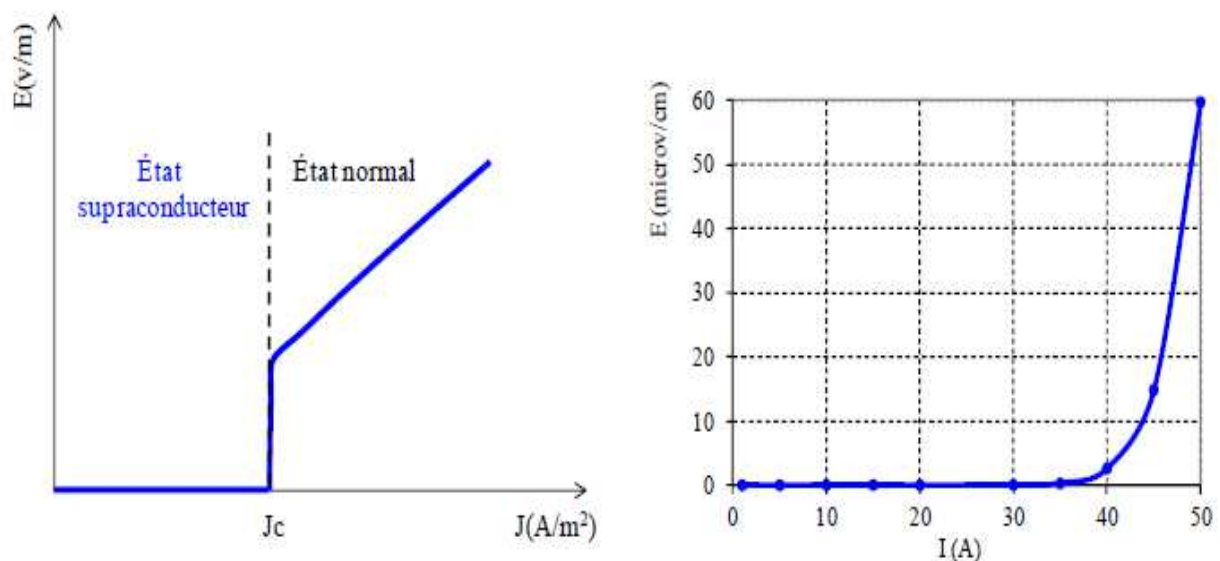


Figure I.5 : Caractéristique $E(J)$ des supraconducteurs de type I (gauche), caractéristique expérimentale $E(I)$ des supraconducteurs de type II (droite).

I.5.4 La surface critique :

Nous avons montré que l'état supraconducteur d'un matériau se manifeste quand la température et le champ magnétique sont inférieurs aux valeurs critiques. En réalité, une troisième condition existe. Elle impose une valeur de densité de courant dans le matériau inférieure à une densité de courant critique notée. La densité de courant dans le supraconducteur peut avoir trois origines : un courant de transport, un courant induit ou un supra-courant.

Cette tierce dépendance définit alors la frontière entre l'état normal et l'état supraconducteur d'un matériau comme une surface (représenté sur la Figure 1.6) qui est couramment appelée : surface critique [10].

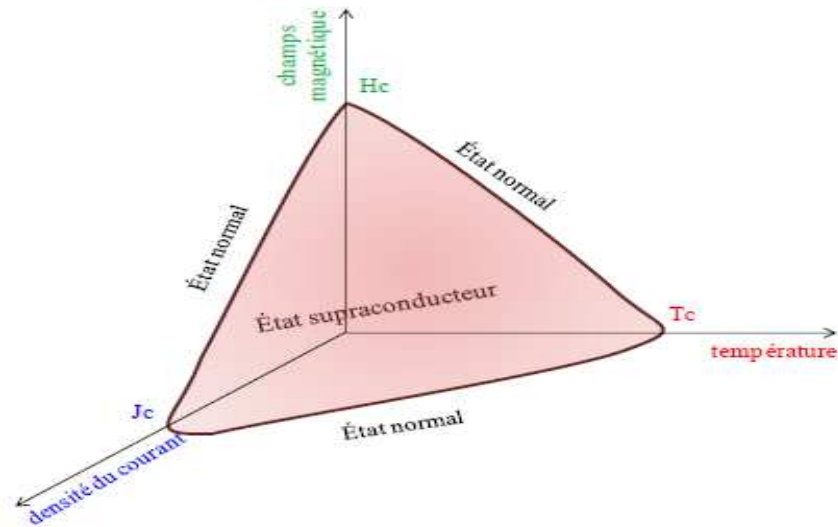


Figure I.6 : Illustration de la surface critique et des trois grandeurs critiques : le champ magnétique, la température et la densité de courant.

I.6 Types de supraconducteur :

Après avoir défini la supraconductivité et avoir illustré les trois grandeurs critiques des supraconducteurs J_c , T_c et H_c , nous constatons qu'au dessous d'un seuil critique du champ magnétique H_c , le matériau bascule brutalement vers l'état supraconducteur et le champ magnétique ne pénètre plus le matériau. Or, ce comportement n'est pas identique pour tous les matériaux supraconducteurs car il y a des matériaux qui, en dessous d'un seuil, passent en phase mixte avant d'entrer, à partir d'un deuxième seuil critique, dans l'état supraconducteur. De ce fait nous distinguons deux types des supraconducteurs [6].

I.6.1 Supraconductivité de type I :

Les supraconducteurs type I ne possèdent qu'un seul champ critique H_c . Le champ magnétique pénètre sur une épaisseur appelée Longueur de pénétration de London dans laquelle se développent des supra courants. Le comportement de ce type de supraconducteurs est simple car il n'existe que deux états. L'état normal correspond à une valeur élevée de la résistance du matériau et l'état supraconducteur correspond à un diamagnétisme presque parfait. Les supraconducteurs de type I sont essentiellement des corps purs, comme le plomb (Pb), le mercure (Hg), l'indium (In) et l'étain (Sn). Les champs magnétiques critiques des corps purs, supraconducteurs de type I, sont relativement faible puisqu'ils ne dépassent pas 0.2 Tesla [11].

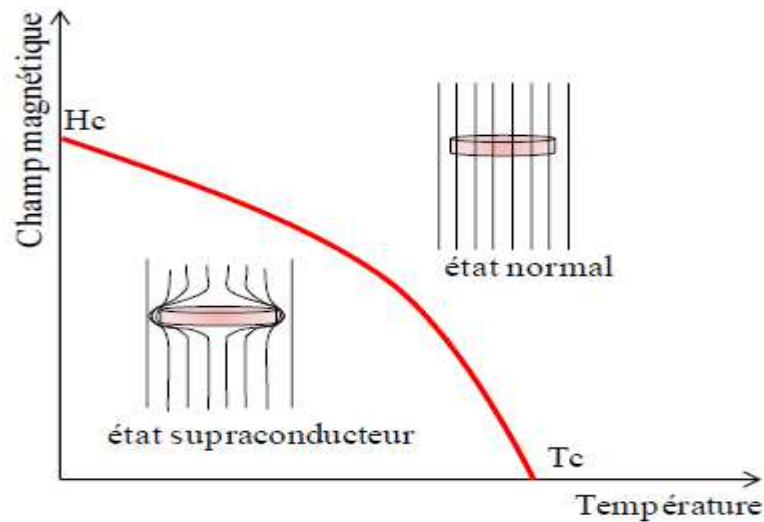


Figure I.7 : Diagramme symbolique de phases d'un supraconducteur de type I.

Le tableau I.1 présente un ensemble de matériaux supraconducteurs de type I et leurs températures critiques de transition.

Eléments	Température critique
Carbon (C)	15 K
Lead (Pb)	7,2 K
Lanthanum (La)	4,9 K
Mercury (Hg)	4,15 K
Aluminum (Al)	1,175 K
Zinc (Zn)	0,85 K
Uranium (U)	0,20 K
Rhodium (Rh)	0,000325 K

Tableau I.1 : Liste de quelques matériaux supraconducteurs de type I.

I.6.2 Supraconducteurs type II :

En présence d'un champ magnétique, les supraconducteurs de type II offrent un diamagnétisme parfait jusqu'au champ H_{c1} de manière comparable aux supraconducteurs de type I. À partir de H_{c1} , le supraconducteur de type II est dans l'état mixte qui autorise une pénétration partielle du champ jusqu'au champ H_{c2} (H_{c2} peut atteindre des dizaines de Teslas) (Figure 1-7) et donc une supraconductivité à haut champ [11].

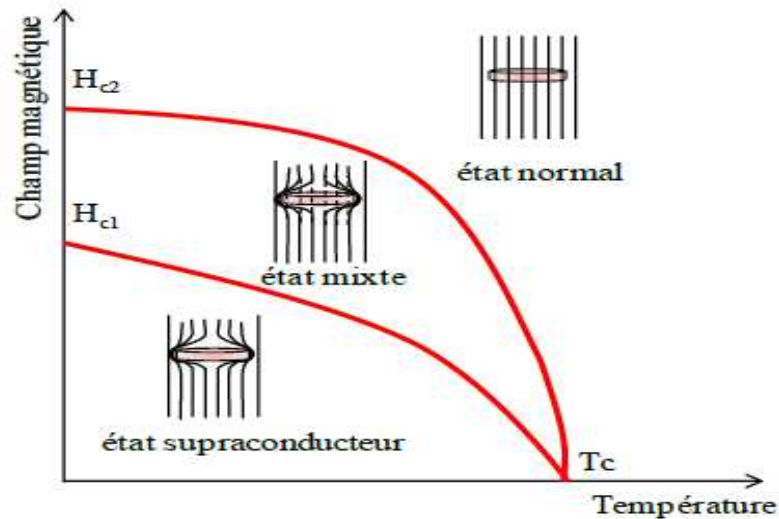


Figure I.8 : Diagramme symbolique de phases d'un supraconducteur de type II.

Entre les deux valeurs de H_{c1} et H_{c2} , le champ magnétique pénètre le matériau par des tubes de flux appelés 'Vortex'. Lorsque le champ magnétique extérieur augmente, le réseau de vortex se augmente jusqu'à combler complètement le matériau supraconducteur à H_{c2} . A partir de cette valeur ($H > H_{c2}$), le champ magnétique extérieur pénètre complètement et toute la supraconductivité disparaît [7].

La Figure 1.9 montre que lorsqu'un champ magnétique extérieur H est appliqué à un matériau supraconducteur de type II, le champ magnétique induit B s'oppose à ce champ magnétique appliqué jusqu'à ce que le matériau bascule de l'état supraconducteur à l'état mixte et ensuite de l'état mixte à l'état normal.

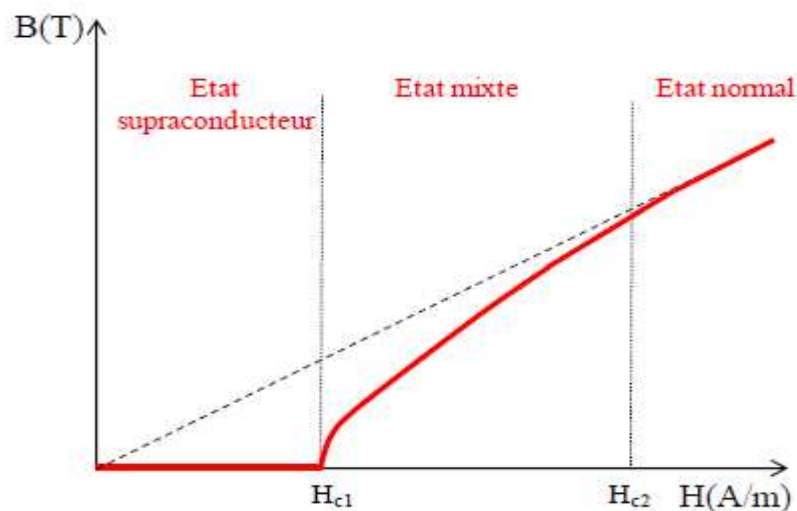


Figure I.9 : Caractéristique $B(H)$ d'un supraconducteur de type II.

Matériaux	Température critique
La _{2-x} Sr _x CuO ₄	38 K
Eu ₂ Ba ₂ Cu ₃ O _{10-x}	43 K
Pb ₂ Sr ₂ YCu ₃ O ₈	70 K
Yba ₂ Cu ₄ O ₈	80 K
Yba ₂ Cu ₃ O _{6+x}	92 K
Bi ₂ Sr ₂ Ca ₂ Cu ₃ O ₁₀	110 K
Tl ₂ Ba ₂ Ca ₂ Cu ₃ O ₁₀	125 K
HgBa ₂ Ca ₂ Cu ₃ O _{8+x}	135 K

Tableau I.2 : Températures critiques de quelques matériaux à haute température critique.

I.7 Supraconducteur à haute température critique (HTC) :

Le premier matériau supraconducteur à haute température critique a été découvert en 1986. Sa température critique était de 34K. Depuis cette date, cette valeur a été largement dépassée et l'espoir de leur utilisation à la température de l'azote liquide, est devenu maintenant une réalité [11]. Les fils supraconducteur *HTc* peuvent faire passer environ 250 A/mm² à 77 K sous un champ propre et environ 750 A/mm² à 30 K sous un champ magnétique de 3T [5].

I.8 Différents formes des matériaux :

I.8.1 Supraconducteurs massifs :

Généralement, les matériaux massifs que l'on rencontre sont les supraconducteurs à haute température critique, à l'exception du NbTi qui est utilisé dans des cavités supraconductrices pour accélérateurs de particules. Les applications des matériaux massifs sont moins nombreuses que celle des fils supraconducteurs. Nous pouvons citer pour des applications de matériaux supraconducteurs massifs [6]:

- les aimants permanents supraconducteurs.
- les écrans supraconducteurs.

I.8.1.1 Aimants supraconducteurs :

La propriété remarquable des matériaux supraconducteurs de pouvoir piéger un champ magnétique, permet de concevoir des aimants permanents supraconducteurs. Un supraconducteur massif peut être utilisé comme aimant permanent. En refroidissant à champ nul, un supraconducteur à haute température critique, puis en l'exposant à une variation rapide du champ magnétique, il va

piéger le champ magnétique. Le champ piégé dans le supraconducteur est lié à des courants induits par la loi de Lenz [11].

Dès que le champ magnétique extérieur diminue, la répartition des courants va changer pour s'opposer au changement du champ et le matériau tend alors à piéger le champ induit. Les courants ne vont pas s'amortir comme dans un matériau classique puisque le supraconducteur a une résistance nulle [6].

Nous pouvons dire qu'un supraconducteur peut alors être utilisé efficacement comme un aimant.

I.8.1.2 Ecrans supraconducteurs :

Lorsqu'un matériau supraconducteur est refroidi hors d'un champ magnétique, il repousse les lignes du champ magnétique et ne permet pas leur pénétration. Cela veut dire que le matériau peut bloquer un champ magnétique (jusqu'à une certaine valeur de champ).

Selon la loi de Lenz, si un conducteur de courant est exposé à une variation du flux magnétique qui le pénètre, le conducteur crée des courants qui s'opposent à sa variation [6].

La Figure 1.10 présente une bague conductrice et un aimant permanent. Lorsqu'on avance l'aimant, des courants se développent dans la bague pour s'opposer à la variation du flux et génèrent une force qui s'oppose au mouvement de l'aimant.

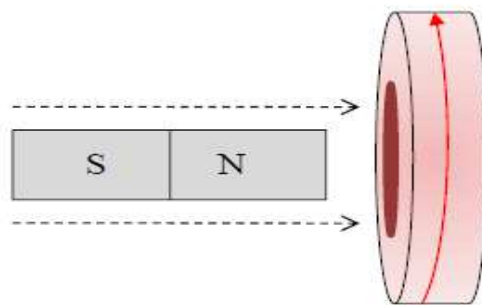


Figure I.10: Principe du blindage par un supraconducteur massif.

Dans les supraconducteurs, les courants induits ne s'amortissent pas. En conséquence, le supraconducteur refroidi dans un champ magnétique nul ne tend à garder un champ nul dans son volume et donc tout champ imposé est alors repoussé et les lignes d'induction contournent le matériau et cela constitue le principe du blindage ou de l'écrantage [6].

I.8.2 Fils supraconducteurs :

Il existe quatre types de matériaux supraconducteurs utilisables sous forme de fils :

- Le fil NbTi est le doyen des fils supraconducteurs. Sa maturité industrielle est indéniable. C'est un produit industriel standard et bon marché, avec des longueurs unitaires supérieures à 10 kilomètres. Ses performances sont excellentes sous champ magnétique pour faire un moteur. Par contre, il ne fonctionne qu'à très basse température : 4,2 K [6].
- Le fill BSCCO (*Bismuth Strontium Calcium Copper Oxide*) La dénomination commerciale de ce fil est: HTS-1G, ce qui signifie supraconducteur *HTc* de 1ère génération. existent pour des applications en courants alternatifs et continus. Ils sont prévus pour fonctionner entre 20 K et 50 K pour avoir une densité de courant suffisante. Ces conducteurs sont réputés robustes mécaniquement [8].
- Le fil YBaCuO (Yttrium Baryum Copper Oxyde) est un fi supraconducteur à haute température. Les fabricants ont orienté leur développement sur les conducteurs à base d'YBCO pour des raisons de coûts. La structure et la méthode de fabrication des fils *HTc* 2G sont très différentes de celles des fils *HTc* 1G [8]. Il est probablement le plus prometteur en termes de densité de courant. Par contre, il n'est pas mûr industriellement. Il est produit en centaines des mètres seulement. Le bobinage est particulièrement complexe à réaliser en raison de la fragilité du fil. Par ailleurs, ce fil ne supporte pas d'imprégnation. Celle-ci dégrade de manière irréversible, jusqu'à 90%, les propriétés de transport de courant du fil. Des fils pour des applications en courant alternatif font actuellement l'objet de développements en laboratoires privés ou publics [6].
- Le dernier fil découvert est le MgB2 on en fait des fils utilisables aussi bien en alternatif qu'en continu[5].Malgré leurs températures critiques d'environ 40 Kelvin, il est plus opportun d'utiliser les conducteurs MgB2 à des températures inférieures à 20 Kelvin, ce qui permet d'avoir des caractéristiques satisfaisantes en termes de densité de courant en fonction du champ sur fil [8].

• I.9. Applications des Supraconducteurs en électrotechnique:

Nous présentons ci-dessous quelques applications majeures des matériaux supraconducteurs SHTC en électrotechnique.

I.11.1 Limiteur de courant :

Un limiteur de courant pourrait être une solution technologique à ces situations. Il offre une nouvelle solution aux systèmes de protection des installations électriques de forte puissance. Il est

basé sur la transition du matériau supraconducteur, et permet de temps de réponse plus courts. Les testes sur ce limiteur ont montrés leur bon fonctionnement et comportement pour tous types de défaut (monophasé, biphasé et triphasé) [7].



Figure. I.11 : Limiteur de Courant.

I.9.2 Lignes de transport :

Les câbles supraconducteurs peuvent transporter trois à cinq fois plus d'énergie que des câbles classiques en cuivre de même diamètre. Pour le transport à longue distance, l'utilisation des câbles supraconducteurs pourrait être avantageuse. Cependant le problème de la cryogénie à longue distance peut s'avérer difficile à résoudre. Une solution consiste à faire circuler un fluide cryogénique dans un tube au centre du câble et à enrouler le fil supraconducteur autour. Avec l'augmentation de la demande en énergie électrique, il existe certaines lignes de transport qui nécessitent d'être renforcées. Cependant l'espace nécessaire à la pose de nouveaux câbles n'est pas toujours suffisant, dans ce cas les supraconducteurs offrent une solution intéressante [6].



Figure. I.12 : Photo d'un câble supraconducteur.

I.9.3 Les transformateurs :

Les supraconducteurs peuvent aussi être utilisés dans des transformateurs en lieu et place des enroulements classiques en cuivre ou en aluminium permettant des gains intéressants, en poids et en volume. En effet, les études effectuées ont montré des performances remarquables de ce type de transformateurs, par rapport à un transformateur conventionnel, les pertes peuvent diminuer de 30 %, le volume de 50% et le poids de 70 %. La société SIEMENS a réalisé et testé avec succès un transformateur de 1 MVA [11].



Figure. I.13 : Le transformateur 2 MVA HTS avant (à gauche) et après (à droite) l'assemblage.

I.9.4 Les systèmes de stockage de l'énergie SMES :

L'absence de résistivité des supraconducteurs permet de stocker de l'énergie électrique sous forme magnétique dans une bobine supraconductrice court-circuitée d'inductance propre L et dans laquelle circule un courant I . Ces bobines sont appelées SMES « Superconducting Magnetic Energy Storage » [7]. L'intérêt d'un bobinage supraconducteur pour le stockage d'énergie est de présenter des pertes Joule aussi nulles lorsqu'on le met en court-circuit. Avec les condensateurs, ce sont les seuls moyens de stockage direct de l'électricité. Ainsi, ils ont des rendements très importants et des temps de déstockage très courts [8]. Le SMES est l'un des rares moyens de stockage direct de l'énergie électrique pour une longue durée [7]. Avec tous ces avantages, il faut noter que la densité volumique l'énergie stockée n'est pas très importante, $4kWh/m^3$ pour une valeur d'induction de $6 T$ [8].

Parmi les propriétés très intéressantes des SMES on peut noter sa capacité à se décharger très rapidement (sur des durées inférieures à la seconde), son rendement très intéressant (>95%) et le nombre de cycles de charge/décharge très élevé (potentiellement infini). Un SMES est donc davantage une source de courant de forme pulsé qu'un dispositif de stockage d'énergie [6].

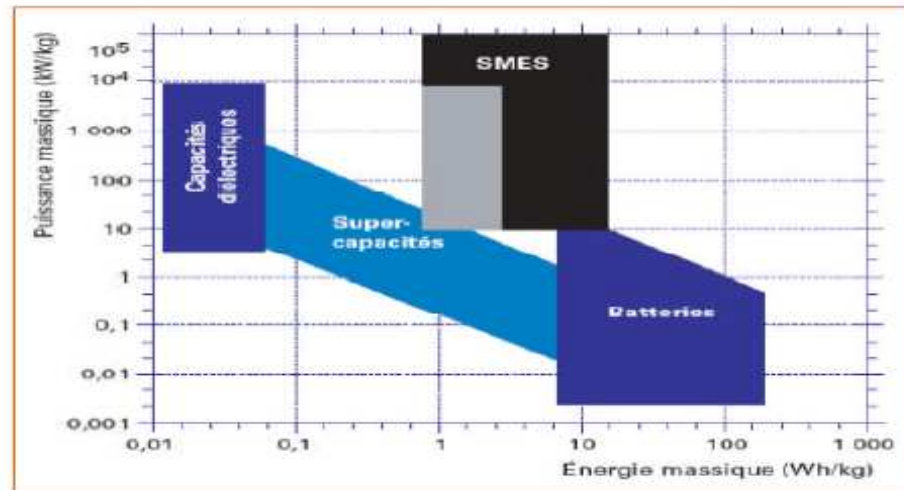
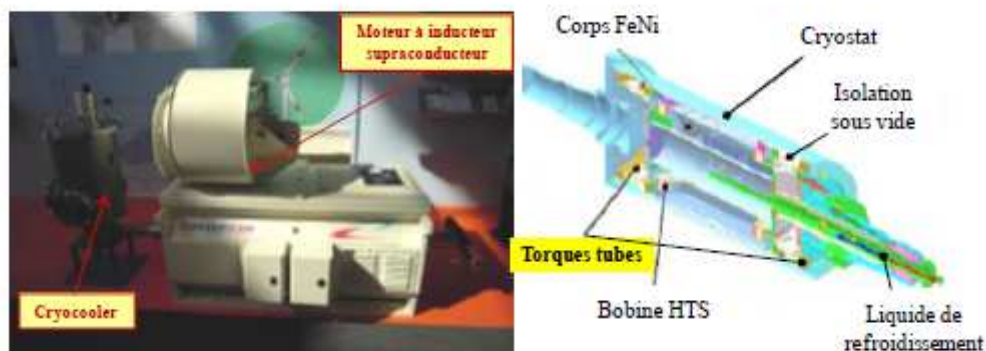


Figure. I.14: Puissance et énergie massiques pour les condensateurs, les accumulateurs et les SMES.

I.9.5 Les machines supraconductrices:

Depuis la découverte de la supraconductivité, de très nombreux moteurs supraconducteurs ont été construits. En effectuer une classification n'est pas une chose aisée tant leurs structures sont différentes. Ces dispositifs supraconducteurs permettent d'obtenir des puissances et des couples massiques et volumiques très élevés, et sont des alternatives intéressantes aux machines conventionnelles. Les machines supraconductrices ont connu, durant cette dernière décennie, un très fort développement grâce à l'évolution des matériaux supraconducteur HT_c et des systèmes de refroidissement (cryoréfrigérateur). Ce développement permet d'envisager une réelle rupture technologique (en termes de rendement et de compacité) par rapport aux solutions classiques à base de cuivre et d'aimants permanents [6].



(a)

(b)

Figure I-15: Moteur supraconducteur réalisé dans le cadre du projet européen ULCOMAP

(a) Photographie du moteur (b) Coupe axiale montrant les différentes parties du moteur.

I.9.6 Lévitiation et paliers magnétiques :

L'une des applications la plus importante et la plus prometteuse dans ce domaine est la réalisation des trains à lévitation magnétique ou train Maglev (Magnetic Levitation). Le Maglev est équipé des boucles de matériaux supraconducteurs qui lui permettent de léviter sous l'action des aimants placés sur la voie. Le train ne touche donc pas les rails : il reste suspendu à quelques centimètres du sol [8]. Ces trains à lévitation présentent plusieurs avantages : outre le fait qu'ils circulent à de très hautes vitesses (ce qui raccourcit la durée des trajets), ils n'usent pas les voies (car il n'y a pas de contact direct), et le problème du captage du courant par pantographe ne se pose plus [4]. Les trains lévitation semblent donc prometteurs, mais les problèmes liés à leur mise au point (entre autres le problème du captage de l'énergie il n'y a plus de contact) et les infrastructures nécessaires font qu'aujourd'hui, les trains conventionnels ont encore de beaux jours devant eux [12].



Figure. I.16: Le transrapid allemand



Figure. I.17: Le Maglev japonais.

I.9.7 Les applications médicales :

Une application médicale est l'imagerie par résonance magnétique (I.R.M.). L'I.R.M. est basée sur le principe suivant : un noyau atomique doté d'un moment magnétique et soumis à une induction B_0 constante décrit un mouvement de précession autour de son axe vitesse angulaire proportionnelle B_0 . En appliquant un champ magnétique perpendiculaire à B_0 , on observe un phénomène de résonance si la fréquence d'excitation f est égale à la vitesse angulaire de précession. Une autre application sur le même principe que l'I.R.M. est la spectroscopie par résonance magnétique nucléaire (RMN). A la différence de l'I.R.M., deux champs magnétiques orthogonaux entrent en jeu (un à haute fréquence, l'autre continu) [9].



Figure. I.18 : IRM.

I.9.8 Les tokamaks :

L'électricité d'origine nucléaire actuellement produite provient de la fission de noyaux d'atomes. On casse les gros noyaux et on en récupère l'énergie. Mais il existe aussi la fusion nucléaire (ce qui se passe dans le soleil par exemple) : des atomes légers se combinent pour former des atomes plus lourds. Il faut pour cela chauffer les noyaux très fortement (100 millions de degrés). Il va de soi que les noyaux chauffés ne peuvent toucher aucune paroi : il faut les maintenir à l'état de plasma confiné dans un réacteur, et le tokamak est une voie prometteuse.

Ce confinement est obtenu par voie magnétique (sous forme d'un anneau torique), et encore une fois, comme il faut des inductions très élevées (dizaine de Teslas) et que les volumes concernés sont grands, les bobines toroïdales supraconductrices s'y prêtent à merveille [9].

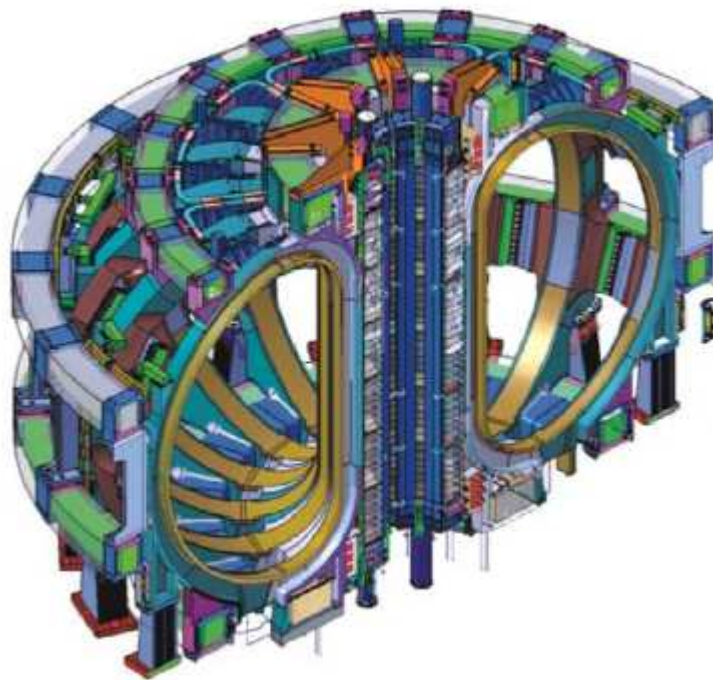


Figure. I. 19: Vue d'un tokamak.

I .10 Conclusion :

Dans le premier chapitre de la thèse, nous donnerons un aperçu bibliographique relatif aux propriétés fondamentales des supraconducteurs, d'une manière générale, et des supraconducteurs à haute température critique d'une manière plus particulière. Dans le deuxième chapitre on va faire une modélisation des phénomènes électromagnétique dans les matériaux supraconducteurs (SHTC).En particulier le calcul des pertes dans un câble supraconducteur.

II.1.Introduction :

Les phénomènes électromagnétiques que l'on étudie au sein des dispositifs de calcul des pertes dans les matériaux supraconducteur à haut température critique sont régis par les équations de Maxwell et les équations caractéristiques des matériaux. Ces équations sont de vieux concepts de la physique. Dans ce chapitre, nous allons exposer les modèles mathématique qui caractérise l'évolution spatiaux-temporelle du champ électromagnétique dans les matériaux supraconducteurs, et par conséquence la résistivité électrique.

II.2 Equations de Maxwell :

Les équations de maxwell, aussi appelées équations de Maxwell-Lorentz, sont des lois fondamentales de la physique. Elles constituent les postulats de base de l'électromagnétisme, avec l'expression de La force de Lorentz. Ces équations traduisent sous forme locale différents théorèmes (Gauss, Ampère, Faraday) qui régissaient l'électromagnétisme avant que Maxwell ne les réunisse sous forme d'équations intégrales. Elles donnent ainsi un cadre mathématique précis au concept fondamental de champ introduit en physique par Faraday dans les années 1830 [13].

Pour commencer, la forme locale (différentielle) des équations de Maxwell est décrite par 4 équations vectorielles aux dérivées partielles.

Théorème d'Ampère :

$$\overrightarrow{rot} \vec{H} = \vec{Jc} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{II.1})$$

Lois de Faraday :

$$\overrightarrow{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II.2})$$

Lois de conservation du flux magnétique:

$$div \vec{B} = 0 \quad (\text{II.3})$$

Théorème de Gauss:

$$div \vec{D} = \rho \quad (\text{II.4})$$

Où :

\vec{H} : Vecteur champ magnétique [A/m],

\vec{E} : Vecteur champ électrique [V/m],

\vec{B} : Vecteur induction magnétique [T],

\vec{D} : Vecteur induction électrique (vecteur déplacement électrique) [C/m²],

\vec{J}_c : Vecteur densité du courant électrique de conduction [A/m²],

$\vec{J}_D = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$: Densité des courants de déplacement négligeable à basse fréquence [A/m²].

II.3 Signification physique des équations de Maxwell :

II.3.1 Théorème D'ampère :

L'Equation (II.1) relie le champ magnétique à ses sources et au champ électrique. Sa forme intégrale est :

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint_s \vec{J} \cdot d\vec{s} \quad (\text{II.5})$$

En régime stationnaire, nous retrouvons le théorème d'Ampère qui montre que le champ \vec{B} tourne autour des courants. Le terme supplémentaire en $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ t'indique qu'un champ électrique variable est source de champ magnétique [14].

II.3.2 Loi induction de FARADAY :

L'équation (II.2) est indépendante des sources. Sa forme intégrale est:

$$e = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (\text{II.6})$$

Cette équation décrit tous les phénomènes d'induction et montre qu'un champ magnétique variable peut créer un champ électrique à circulation non nulle.

Ces équations couplent bien \vec{E} et \vec{B} qui ne peuvent être dans le cas général calculés indépendamment l'un de l'autre [14].

II.3.3 Les équations de conservations :

L'équation (II.3) est indépendante des sources. Sa forme intégrale est obtenue en écrivant :

$$\iint_s \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \quad (\text{II.7})$$

Cette relation traduit mathématiquement, qu'il n'existe pas de charges magnétiques car les seules sources de champ magnétique sont les courants électriques.

C'est pourquoi les lignes du champ sont toujours fermées sur elles –mêmes, elles forment des boucles .ces boucles n'ont; ni points de départs, ni points d'arrivées, ni points de convergences, D'où, la nomination d'induction conservative (champ conservatif) [13].

II.3.4 Théorème de GAUSS :

L'équation (II.4) relie le champ électrique à ses sources. Sa forme intégrale est :

$$\iint_S \vec{E} \cdot \vec{ds} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} \quad (\text{II.8})$$

Ce résultat qui exprime que le flux du champ électrique à travers toute surface fermée est égal à la somme des charges intérieures sur ϵ_0 est connu sous le nom de théorème de Gauss. Il montre que le champ électrique peut lui diverger à partir de points où se trouvent des charges électriques. Le « théorème de Gauss » est donc vrai en régime variable [14].

II.4 Lois de comportement des matériaux (Milieux physiques):

- *Induction et champ électriques :*

Pour tout champ électrique, dans un milieu isotrope, de permittivité ϵ , nous avons :

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (\text{II.9})$$

Où : $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$

ϵ_0 : Permittivité absolue du vide [F/m],

ϵ_r : Permittivité relative du milieu [USI].

Cette équation d'écrit la relation entre le vecteur induction électrique \vec{D} et le vecteur champ électrique \vec{E} . Elle est linéaire si ϵ est constante.

Dans le cas des conducteurs non-polarisés, nous avons :

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}; \quad \epsilon_0 = \frac{1}{36\pi \cdot 10^9} \text{ [F /m]}$$

La détermination de \vec{D} de l'équation (II.9) et \overrightarrow{rotE} de l'équation (II.2) détermine complètement \vec{E} .

- *Induction et champ magnétiques :*

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} \quad (\text{II.10})$$

$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$;

$\mu_0 : 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$ [H/m] : Perméabilité magnétique absolue du vide.

μ_r : Perméabilité relative du milieu [USI].

Dans le cas d'un aimant permanent, nous avons :

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} + \vec{B}_r \quad (\text{II.11})$$

\vec{B}_r : Vecteur induction magnétique rémanente [T].

L'équation (II.10) détermine la relation entre le champ magnétique et l'induction magnétique. Cette relation donne la courbe d'aimantation $B = f(H)$.

Une variation de \vec{H} conduit à une variation de l'induction \vec{B} , on trouve par la suite le cycle d'hystérésis dont la forme se diffère d'un matériau à un autre; donc d'un dispositif électrotechnique à un autre.

II.5 Formulation des équations électromagnétiques :

Les Modèles de J.C MAXWELL décrivent globalement tous les phénomènes électromagnétiques, mais suivant les dispositifs que l'on étudie, certains phénomènes deviennent négligeables.

Les équations se découpent donnant alors des modèles plus simples [15].

Par ailleurs, dans le cadre de notre travail, seul modèle magnétodynamique sera considéré et détaillé, de fait de son adaptation à la modélisation de calcul des pertes AC.

II.5.1 Modèle électrostatique :

Dans ce modèle la répartition des charges électriques ne dépend pas du temps en régime stationnaire (cas de courant continu) de ce fait le champ magnétique créé ne varie pas dans le temps [13].

$$\frac{d\vec{B}}{dt} = 0 \quad (\text{II.12})$$

Les équations de ce modèle se simplifient comme suit :

$$\begin{cases} \text{div} \vec{D} = \rho \\ \text{rot} \vec{E} = \vec{0} \\ \vec{D} = \varepsilon \vec{E} \end{cases} \quad (\text{II.13})$$

La relation $\text{rot} \vec{E} = \vec{0}$ permet de définir une fonction potentiel scalaire électrique V, telle que :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V \quad (\text{II.14})$$

Le modèle se ramène alors à l'équation suivante :

$$\text{div}(\varepsilon \overrightarrow{\text{grad}} V) + \rho = 0 \quad (\text{II.15})$$

II.5.2 Modèle électrocinétique :

Ce type de problèmes concerne l'étude de la répartition des courants dans des conducteurs hétérogènes (connexion, jeu de barres, contact...) soumis à des tensions continues. Le terme $(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t})$ reste nul Ce modèle régit par les équations suivantes [15]:

$$\begin{cases} \text{rot} \vec{E} = \vec{0} \\ \text{div} \vec{J} = \vec{0} \\ \vec{J} = \sigma \vec{E} \end{cases} \quad (\text{II.16})$$

Où : L'équation (II.14) implique que le champ électrique dérive d'un potentiel scalaire V Et en tenant compte de l'équation $(\vec{J} = \sigma \vec{E})$ on trouve :

$$\vec{J} = -\sigma \overrightarrow{\text{grad}} V \quad (\text{II.17})$$

Injectant cette dernière équation dans cette équation, on aboutit alors à l'équation globale du modèle :

$$\text{div}(-\sigma \overrightarrow{\text{grad}} V) = \vec{0} \quad (\text{II.18})$$

La résolution numérique de ce genre d'équations est bien maîtrisée; cela est dû particulièrement à la simplicité de la détermination des conditions aux limites.

II.5.3 Modèle magnétostatique :

Dans ce modèle, le terme $\frac{d\vec{B}}{dt}$ de l'équation est nul. Ceci s'explique par le fait que le champ magnétique est produit par des sources indépendantes du temps. Dans le cas de ce modèle, on peut avoir deux sortes de formes [13]:

II.5.3.1 Modèle magnétostatique scalaire :

Dans ce modèle on admet que les courants électriques sont négligeables dans la pièce à étudier, et que le champ magnétique ne dépend pas de temps $\frac{d\vec{B}}{dt} = 0$ On aboutit aux relations suivantes :

$$\begin{cases} \text{div} \vec{B} = 0 \\ \text{rot} \vec{H} = 0 \\ \vec{B} = \mu \cdot \vec{H} + \vec{B}_r \end{cases} \quad (\text{II.19})$$

Dans ce cas le champ dérive d'un potentiel magnétique scalaire (Φ) :

$$\vec{H} = -\overrightarrow{\text{grad}} \Phi \quad (\text{II.20})$$

Les équations de ce modèle sont regroupées pour former l'équation globale suivante :

$$\text{Div}(\mu \overrightarrow{\text{grad}} \Phi) = \text{div} \vec{B}_r \quad (\text{II.21})$$

II.5.3.2 Modèle magnétostatique vectorielle :

Comme dans le modèle précédent, on suppose que le champ magnétique est produit par des sources indépendantes du temps le terme $\frac{d\vec{B}}{dt}$ est alors nul et les champs électrique \vec{E} et magnétique \vec{B} sont découplés, par contre, on désire modéliser un objet parcouru par des courants non nuls [13].

On obtient alors les équations suivantes :

$$\begin{cases} \text{rot} \vec{H} = \vec{j} \\ \text{div} \vec{B} = 0 \\ \vec{B} = \mu \cdot \vec{H} + \vec{B}_r \end{cases} \quad (\text{II.22})$$

La relation $\text{div} \vec{B} = 0$ permet de définir une fonction vectoriel \vec{A} appelée potentiel vecteur magnétique, tel que :

$$\vec{B} = \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} \quad (\text{II.23})$$

Pour que cette fonction soit totalement définie, il faut également fixer sa divergence, on ajoute alors la condition :

$$\text{div} \vec{A} = 0 \quad (\text{II.24})$$

Cette condition est appelée JAUGE DE COULOMB

D'où le système d'équation est [13]:

$$\overrightarrow{\text{rot}} \left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} \right) = \vec{j} + \overrightarrow{\text{rot}} \left(\frac{1}{\mu} \vec{B}_r \right) \quad (\text{II.25})$$

II.5.4 Modèle magnétodynamique :

L'utilisation de ce modèle est très réponde dans l'étude des machines électriques, des dispositifs du chauffage par induction, des transformateurs, ...etc [15].

II.5.5 Formulation de L'équation Magnétodynamique :

Ce modèle s'applique aux dispositifs électromagnétiques dans lesquels les sources de courant ou de tension varient dans le temps, ainsi les champs électrique et magnétique seront alors couplés par la présence des courants de Foucault.

En se basant sur les équations de J.C.Maxwell, on peut formuler l'équation qui décrit l'évolution spatiale-temporelle du champ électrique dans un milieu supraconducteur.

Il existe plusieurs formulations en électromagnétisme. Parmi ces formulations, on a choisi la formulation en potentiel vecteur magnétique \vec{A} [2].

En termes d'équations, nous avons :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}$$

Avec :

$$\vec{B} = \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} \quad (\text{II.26})$$

On obtient :

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A})}{\partial t} = \text{rot}\left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right) \quad (\text{II.27})$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right) = 0 \quad (\text{II.28})$$

Ceci implique $\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$ un champ conservatif, il derive donc d'un potentiel scalaire électrique

V Tel que :

$$E + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\overrightarrow{\text{grad}} V \quad \Longrightarrow \quad \vec{E} = -\left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overrightarrow{\text{grad}} V\right) \quad (\text{II.29})$$

A partir de l'équation (II.2) et de l'équation (II.27) nous avons :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \left(\frac{1}{\mu} \vec{B}\right) = \vec{J} \quad (\text{II.30})$$

Et à partir des équations (II.25) et (II.28) nous avons :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}\right) = \vec{J}_{ex} - \sigma \cdot \vec{E} + \sigma(\vartheta \wedge \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}) \quad (\text{II.31})$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}\right) \vec{J}_{ex} - \sigma\left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overrightarrow{\text{grad}} V\right) + \sigma(\vartheta \wedge \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}) \quad (\text{II.32})$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}\right) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \sigma \overrightarrow{\text{grad}} V + \sigma(\vartheta \wedge \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}) = \vec{J}_{ex} \quad (\text{II.33})$$

Le potentiel vecteur \vec{A} ne peut pas être défini par la seule condition $\vec{B} = \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}$ On doit fixer sa divergence pour assurer l'unicité de la solution de l'équation aux dérivées partielles (E.D.P).

On ajoute alors la condition $\text{div } \vec{A} = 0$ appelée JAUGE DE COULOMB Nous aurons ainsi :

$$\begin{cases} \overrightarrow{\text{rot}} \left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}\right) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \sigma \overrightarrow{\text{grad}} V + \sigma(\vartheta \wedge \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}) = \vec{J}_{ex} \\ \text{div } \vec{A} = 0 \end{cases} \quad (\text{II.34})$$

Les termes $-\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$ et $\sigma(\nabla \wedge \vec{A})$ représentent les densités des courants induits ils traduisent le caractère dynamique dans le temps et dans l'espace des phénomènes électromagnétiques Le terme $-\sigma \text{grad} V$ décrit la densité des courants dépendante des conditions électriques impose aux extrêmes des conducteurs

Dans le cas où la pièce est immobile par rapport à l'inducteur et v est uniformément nul l'équation (II.33) devient [15]:

$$\begin{cases} \text{rot} (v \text{rot} \vec{A}) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{J}_{ex} \\ \text{div} \vec{A} = 0 \end{cases} \quad (\text{II.35})$$

II. 7 Modèles des supraconducteurs :

II. 7.1 Le Modèle de L'état Critique de Bean :

C'est le modèle le plus classique qui stipule qu'à une température donnée la densité de courant dans un supraconducteur est soit nulle, soit égale à la densité de courant critique J_c . Le supraconducteur est considéré comme non magnétique [4].

$$J = J_c \frac{E}{|E|} \quad (\text{II.36})$$

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{H} \quad (\text{II.37})$$

D'un point de vue plus mathématique, on traduit ces expressions avec les équations de Maxwell :

$$\text{rot} \vec{B} = \pm \mu_0 \cdot \vec{J}_c \quad (\text{II.38})$$

Ou :

$$\text{rot} \vec{B} = 0 \quad (\text{II.39})$$

Le modèle de Bean (1962) suppose, en plus, que la densité de courant critique est indépendante de la valeur de l'induction magnétique B [4].

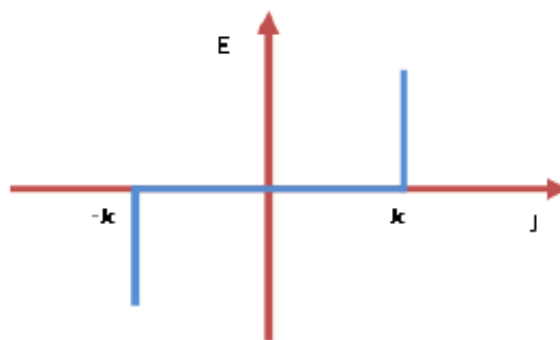


Figure II .1: Caractéristique E(J) basée sur le Modèle.

La simplicité d'application de ce modèle sur des formes simples telles que : cylindre, plaque infiniment longue, ...etc. permet de développer des calculs analytiques afin d'étudier les pertes en régime variable (AC), ou les phénomènes de magnétisation. Par ailleurs, l'utilisation de ce modèle dans les logiciels de calcul numérique est peu commode à cause de sa discontinuité; de plus, il ne reflète pas toujours de façon satisfaisante le comportement des supraconducteurs [10].

II. 7.2 Le Modèle de Puissance (J^n) :

Ce modèle n'a pas de base théorique, il est obtenu par l'interpolation des courbes de la caractéristique non linéaire E-I des matériaux supraconducteurs, cette dernière est obtenue en effectuant une mesure tension-courant sur un échantillon supraconducteur. Cette loi est définie par deux paramètres : la densité de courant J_c et l'index- n (appelé aussi exposant- n) [10].

$$\vec{E} = \frac{E_c}{J_c} \left(\frac{\|\vec{J}\|}{J_c} \right)^{n-1} \vec{J} \quad (\text{II.40})$$

E_c est un critère défini arbitrairement à partir de considérations expérimentales, et J_c la valeur de densité de courant qui correspond à E_c . Conventionnellement pour les HTc on prend $E_c = 1 \mu\text{V/cm}$.

Ce modèle permet d'approcher le comportement des supraconducteurs d'une manière satisfaisante à des densités de courant inférieures et autour de J_c , au-delà ce modèle prédit un accroissement en puissance du champ électrique E, alors que les observations expérimentales montrent une transition de l'état supraconducteur à l'état normal, donc un comportement linéaire de la caractéristique E-J [10].

Aussi, on peut observer que pour une valeur de l'index n égale à 1, on retrouve une loi de comportement linéaire, alors que pour des valeurs de n très grandes (>200) on s'approche plutôt du modèle de l'état critique de Bean [10].

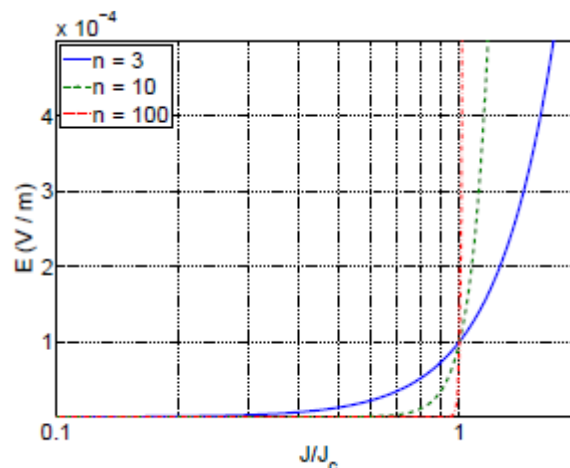


Figure II.2: Caractéristique E(J) d'un supraconducteur.

II. 7.3 Le modèle de KIM : $J_c(B)$ et $n(B)$:

La densité de courant critique J_c est considérée constante dans les deux modèles présentés plus haut: la loi en puissance et l'état critique de Bean, alors qu'en réalité il existe une dépendance vis-à-vis du champ magnétique, qui a été montrée expérimentalement. Afin de prendre en compte cette influence, Kim a proposé un premier modèle qui inclue la valeur absolue de l'induction magnétique B [8].

$$J_c(B) = \frac{J_{c0}}{1 + \frac{B}{B_0}} \quad (\text{II.41})$$

J_{c0} : Constante égale la densité de courant critique sous champ nul (A/mm²)

B_0 : Constante caractérisant le matériau (Tesla)

La formule de Kim décrit un comportement isotrope, alors que les supraconducteurs HTc sont fortement anisotropes, l'orientation du champ magnétique à une influence importante sur la densité de courant critique du supraconducteur.

II.8 Modèle de flux flow et Flux Creep :

Nous pouvons définir deux modes de fonctionnement pour le supraconducteur, selon la valeur de la densité de courant critique J_c : Si $|J| \leq J_c$, le réseau de vortex est ancré, néanmoins, des vortex passent d'un site d'ancrage à un autre sous l'action de l'agitation thermique. Ce phénomène dissipatif est appelé régime de « flux Creep » [13].

$$E = 2\rho_c J_c \sinh\left(\frac{U_0 J}{K\theta J_c}\right) \exp\left(\frac{-U_0}{K\theta}\right) \quad (\text{II.42})$$

K : Constant de Boltzmann.

θ : Température.

ρ_c : Résistivité de Flux Creep.

U_0 : Potentiel de profondeur.

Si $|J| > J_c$, le réseau de vortex se déplace et génère des pertes faisant apparaître une résistance électrique dans le matériau supraconducteur. Ce phénomène est appelé régime de « flux flow ».

$$E = \pm(E_c + \rho_f J_c \frac{|J|}{J_c} - 1) \quad (\text{II.43})$$

ρ_f : Résistivité de Flux Flow La densité de courant critique peut alors être définie comme étant la limite entre le régime de flux creep et le régime de flux flow. Cette limite étant très floue, la densité critique de courant est souvent déterminée par la valeur d'un champ électrique critique E_c .

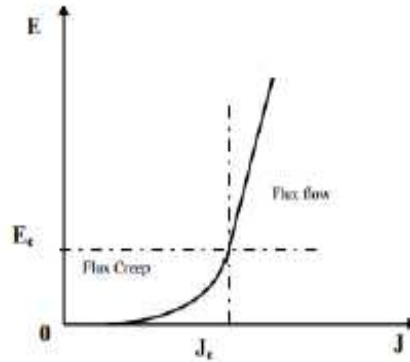


Figure. II.3: Modèle de Flux Flow et Creep.

II.9 Calcul des pertes en courant alternatif :

II.9.1 L'origine des pertes AC dans les matériaux supraconducteurs :

Dans un supraconducteur à HTc, le diamagnétisme parfait n'existe qu'en-dessous d'un champ magnétique H_{c1} (très faible). Pour des valeurs de champ entre H_{c1} et H_{c2} , les matériaux présentent des zones à l'état normal, dans lesquelles l'induction magnétique est non nulle. À l'état mixte, le flux magnétique commence donc à pénétrer sous forme de tubes engendrés par des vortex de courant (courant non-dissipatif). Dans chaque vortex on a une conductivité normale alors que la conductivité est infinie dans le reste du matériau. Ces derniers se développent sur les impuretés, des imperfections du matériau, et sont donc piégés sur ces défauts du matériau. Cependant, dans un supraconducteur à l'état mixte, lorsqu'un courant de transport est perpendiculaire aux vortex, on assiste à des déplacements latéraux des vortex. Ces déplacements s'expliquent par le fait que les vortex sont soumis à la force de Lorentz ($\vec{F}_L = \vec{j} \wedge \vec{B}$) supérieure aux forces d'ancrage (ou de « pinning » \vec{F}_p), qui est la force de réaction exercée par les défauts sur un vortex. Puisque les vortex en mouvement résultent en une variation locale de l'induction magnétique B , la loi de Maxwell-Faraday ($\nabla \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$) indique qu'il apparaîtra un champ électrique. Les déplacements de vortex entraînent donc la création d'un champ électrique colinéaire au courant de transport, et donc des pertes. Les pertes instantanées par unité de volume (W/m^3) sont égales au produit du champ électrique par la densité de courant [2]:

$$P(\vec{r}, t) = \vec{E} \cdot \vec{j} \quad (\text{II.44})$$

Les pertes instantanées sur tout le volume (en W) sont données par :

$$P(t) = \int_{vol} \vec{E} \cdot \vec{j} dV \quad (\text{II.45})$$

Enfin, les pertes moyennes sur tout le volume (en J/s) sont obtenus par :

$$Q = \frac{1}{T} \int_0^T \int_{vol} \vec{E} \cdot \vec{j} dV dt \quad (\text{II.46})$$

Dans cette partie, nous allons porter notre attention sur l'équation électromagnétique qui exprime les pertes en régime variable, en utilisant le champ magnétique H comme variable d'état (formulation en H).

II.9.1 Formulation du problème en 2D :

Tout d'abord, rappelons les équations du champ électromagnétique dans le cadre de l'approximation des états quasi-stationnaires :

$$\text{div} \vec{B} = 0$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} = \vec{j}$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

La perméabilité magnétique des matériaux supraconducteurs est égale à celle du vide :

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{H}$$

Le champ électrique et la densité de courant sont liés par le modèle en puissance.

Ce problème fortement non-linéaire peut être traité par plusieurs formulations selon les variables d'état choisies (champ électrique, le champ magnétique, potentiel vecteur \vec{A} ...etc.)

II.9.1.2 Le champ magnétique \vec{H} comme variable d'état :

Dans le cas de la formulation utilisant le champ magnétique \vec{H} comme variable d'état, l'équation aux dérivées partielles à résoudre est :

$$\overrightarrow{\text{rot}} (\rho \|\vec{j}\| \overrightarrow{\text{rot}} \vec{H}) = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (\text{II.47})$$

Dans laquelle on a introduit la résistivité électrique non-linéaire $\|\vec{j}\|$, donnée par :

$$\|\vec{j}\| = \frac{E_c}{J_c} \left(\frac{\|\vec{j}\|}{J_c} \right)^{n-1} \quad (\text{II.48})$$

II.9.1.3 Les simplifications en deux dimensions :

Pareillement, pour un problème bidimensionnel à symétrie cylindrique suivant l'axe Oz, la densité de courant et le champ électrique n'ont alors qu'une seule composante dirigée suivant Oz et ne dépendant que des coordonnées x et y. On écrit alors :

$$\vec{j} = j_z(x, y) \vec{e}_z \quad (\text{II.49})$$

$$\vec{E} = E_z(x, y) \vec{e}_z \quad (\text{II.50})$$

$$\vec{H} = H_x(x, y) \vec{e}_x + H_y(x, y) \vec{e}_y \quad (\text{II.51})$$

En utilisant les relations (II.47) et (II.48), on aboutit à l'écriture suivante :

$$\begin{cases} \mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t} - \frac{\partial E_z}{\partial y} = 0 \\ \mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t} + \frac{\partial E_z}{\partial x} = 0 \end{cases}$$

$$J_z = \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \tag{II.52}$$

$$E_z = \rho(|J_z|) J_z$$

II.10 Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons présenté, les formulations ainsi que les différents modèles mathématiques régissant les phénomènes électromagnétiques.

Le modèle présenté est basé sur des équations aux dérivées partielles. Dans ce qui suit nous passerons à la mise en œuvre de la méthode des éléments finis utilisé pour ramener la résolution d'un système d'équations différentiels. Nous avons utilisé le logiciel COMSOL Multiphysics pour l'implémentation de l'équation.

III.1 Introduction :

Le but de ce chapitre est d'illustrer l'approche numérique suivie pour la détermination des propriétés de notre problème. Pour cela, ce chapitre est composé de trois parties. On s'intéresse dans la première partie différentes techniques de résolution des équations aux dérivées partielles. La deuxième partie de ce chapitre est consacrée à la présentation du logiciel COMSOL.

Enfin la dernière partie de ce chapitre est dédiée à l'approche numérique utilisée dans ce travail.

L'ensemble des étapes de résolution des équations différentielles par la voie numérique Appelle méthode de discrétisation. La mise en œuvre d'une méthode numérique du calcul champs débouche inévitablement sur un logiciel qui lui est associé, on peut écrire pour chaque problème un programme qui tient compte de sa géométrie, ses propriétés physiques et ses conditions aux limites. Il existe aujourd'hui des logiciels généraux appropriés nommés techniques de la CAO dont les structures informatiques sont adaptées aux traitements d'un grand nombre de problèmes d'un même type tels que PDETOOL sous MATLAB, FLUX2D, FLUX3D, FLUXEXPERT, MAXWELL, CFX et COMSOL.

III.2 Différentes techniques de résolution des équations aux dérivées partielles :

Il existe deux grandes catégories de méthodes de résolution des équations aux dérivées partielles mathématiques caractérisant les problèmes physiques, lorsqu'il s'agit de calculer des effets dont les causes (densité du courant (tension), densité de la puissance dissipée) sont connues à l'avance. Ces méthodes sont :

- Les méthodes analytiques,
- Les méthodes numériques.

Ces méthodes numériques transforment les équations aux dérivées partielles (EDP) à des systèmes d'équations algébriques dont la solution fournit une approximation de l'inconnue en différenciant points situés aux nœuds du réseau géométrique correspondant à la discrétisation. Parmi ces méthodes, nous citons la méthode des différences finies, la méthode des éléments finis, la méthode des volumes finis, la méthode des intégrales de frontières et la méthode des circuits couplés,...etc [13].

Le traitement numérique d'un problème d'équations aux dérivées partielles comprend trois étapes essentielles :

1-Description du problème (Géométrie, caractéristiques physiques, maillage, limites du domaine d'étude...).

2-Mise en œuvre de la méthode numérique de simulation (Différences finies, éléments finis, volumes finis, intégrales de frontière...) plus une méthode itérative.

3-Vérification, visualisation et interprétation des résultats de la simulation (Courbe et graphes 2D et 3D) [16].

III.2.1 Méthode Des Différences Finies (MDF) :

Elle est basée sur le développement de Taylor de la fonction inconnue, autour d'un point x_0 et pour une fonction $f(x)$ continue et n fois dérivable, nous pouvons écrire :

$$\frac{df(x_0)}{dx} = \frac{f(x_0-\Delta x)+f(x_0+\Delta x)-2f(x_0)}{2\Delta x} \quad (\text{III.1})$$

$$\frac{d^2f(x_0)}{dx^2} = \frac{f(x_0-\Delta x)+f(x_0+\Delta x)-2f(x_0)}{\Delta x^2} \quad (\text{III.2})$$

Le domaine d'étude est découpé au moyen d'une grille carrée dans le cas bidimensionnel et une grille cubique dans le cas tridimensionnel, l'équation à résoudre est écrite pour chaque point ou nœud de maillage, pour cela on aura un système d'équations possédant un nombre d'équations égal au nombre de nœuds [13].

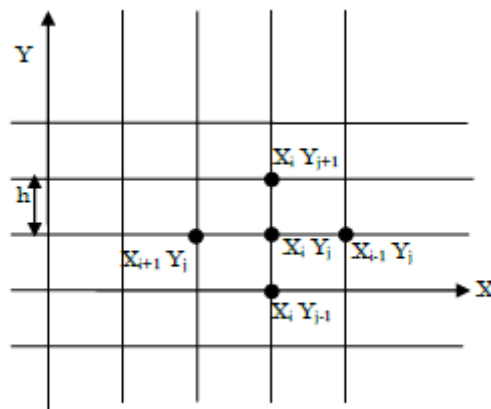


Figure III.1 : Réseau d'un maillage différences finis.

III.2.2 Méthode Des Volumes Finis (MVF) :

La MVF se déduit à partir de la MDF. Le domaine d'étude (Ω) est subdivisé en volumes élémentaires de telle manière que chaque volume entoure un nœud du maillage (celui des différences finies), comme le montre la figure suivante [17] :

Pour calculer l'intégrale sur ce volume élémentaire, la fonction inconnue est représentée à l'aide d'une fonction d'approximation (linéaire, exponentielle, parabolique...etc) entre deux nœuds consécutifs. Ensuite, la forme intégrale est discrétisée dans le domaine d'étude [16]. Grâce à un libre choix de la fonction de liaison entre nœuds consécutifs, la procédure conduit à une solution plus précise que celle fournie par la MDF.

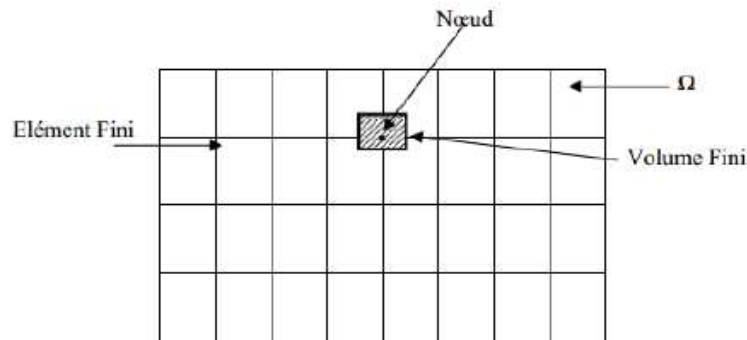


Figure.III.2 : Maillage du domaine d'étude.

III.2.3 Méthode des éléments finis :

La méthode des éléments finis est plus générale car elle est mieux adaptée aux géométries complexes et aux matériaux non linéaires.

La méthode de résolution par éléments finis permet de calculer des grandeurs physiques pour tous les points d'une structure donnée. Pour obtenir un résultat sur un domaine continu, il est nécessaire de discrétiser le volume ou la surface d'étude par un maillage, en la subdivisant en sous éléments : les éléments finis. Tous ces éléments sont interconnectés entre eux par des points particuliers appelés des nœuds.

Les solutions sont calculées uniquement pour chaque nœud, et l'approximation de la solution finale est interpolée dans chaque élément en partant des résultats obtenus pour les nœuds les délimitant. On ramène ainsi le problème d'un milieu continu à un ensemble de problèmes discrets contenant un nombre fini d'inconnues, elle permet ainsi de transformer les équations aux dérivées partielles en système d'équations algébriques. Le problème est alors exprimé sous forme matriciel [18].

A l'une ou à l'autre des deux méthodes, on associe une subdivision du domaine d'étude, en éléments simples, appelés éléments finis, comme il est indiqué sur la figure (III.3), et à approximer la fonction inconnue sur chaque élément par des fonctions d'interpolation. Ces fonctions sont généralement des polynômes de Lagrange de degré un, ou deux [16].

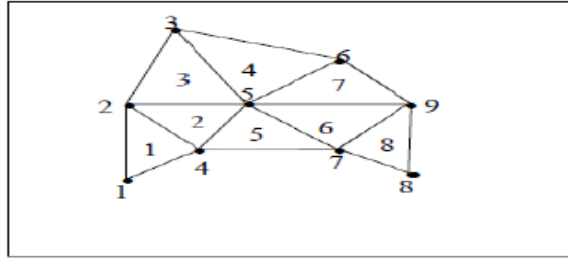


Figure. III.3: Un domaine d'étude discrétisé en Elément finis.

IV.2.3.1 : Principe :

Le principe de cette méthode consiste à diviser le domaine d'étude en plusieurs éléments finis (appelé maillage). C'est une étape très importante puisque le maillage est primordial dans la précision des résultats obtenus. Il est donc nécessaire de trouver la forme et le degré d'approximation de celui-ci qui soient les plus adaptés à la géométrie du domaine d'étude [21].

IV.2.3.2 : Démarche éléments finis :

Voici les principales étapes de la construction d'un modèle éléments finis :

- discrétisation du milieu continu en sous domaines ;
- construction de l'approximation nodale par sous domaine ;
- calcul des matrices élémentaires correspondant à la forme intégrale du problème;
- assemblage des matrices élémentaires ;
- prise en compte des conditions aux limites ;
- Résolution du système d'équations.

IV.2.3.3 : Discrétisation géométrique :

Cette opération consiste à procéder à un découpage du domaine continu en sous domaines :

Il faut donc pouvoir représenter au mieux la géométrie souvent complexe du domaine étudié par des éléments de forme géométrique simple. Il ne doit y avoir ni recouvrement ni trou entre deux éléments ayant une frontière commune.

Lorsque la frontière du domaine est complexe, une erreur de discrétisation géométrique est inévitable. Cette erreur doit être estimée, et éventuellement réduite en modifiant la forme ou en diminuant la taille des éléments concernés comme proposé sur la figure (IV.1) Sur chaque élément nous allons chercher à définir une approximation de la fonction solution [23].

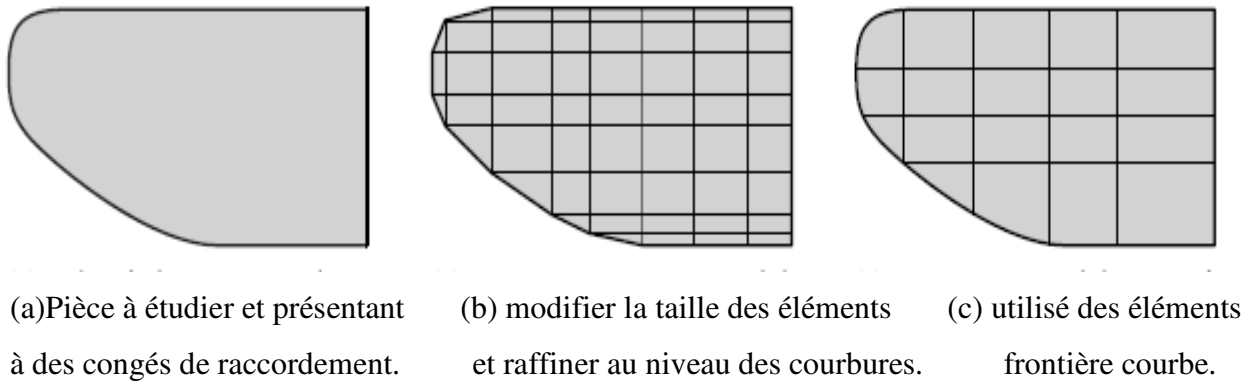


Figure. III.4 : Erreur de discrétisation géométrique.

III.2.3.4 : Maillage élément finis :

Consiste à découper la géométrie en un nombre fini de domaines (domaines élémentaires).

Il existe différents types d'éléments :

- Élément linéique (1D).
- Élément surfacique (2D).
- Élément volumique (3D).

Pour les structures en (2D) les éléments de maillage sont souvent des triangles mais il peut être aussi en d'autre forme, les formes possible dans ce cas sont les suivantes [20]:

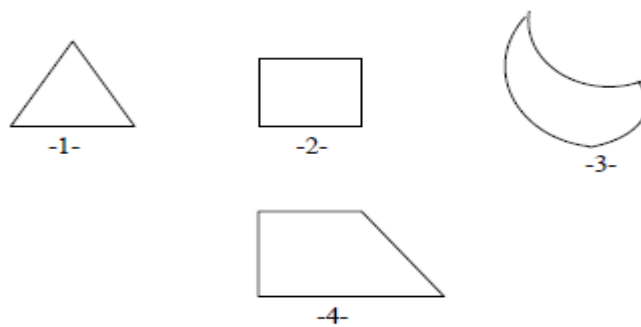


Figure. III.5: les formes possibles des éléments élémentaires en (2D).

La méthode des éléments finis est appliquée dans la majorité des domaines de la physique (Figure III.6). Cela va de l'électrotechnique à l'électronique, la mécanique...etc.

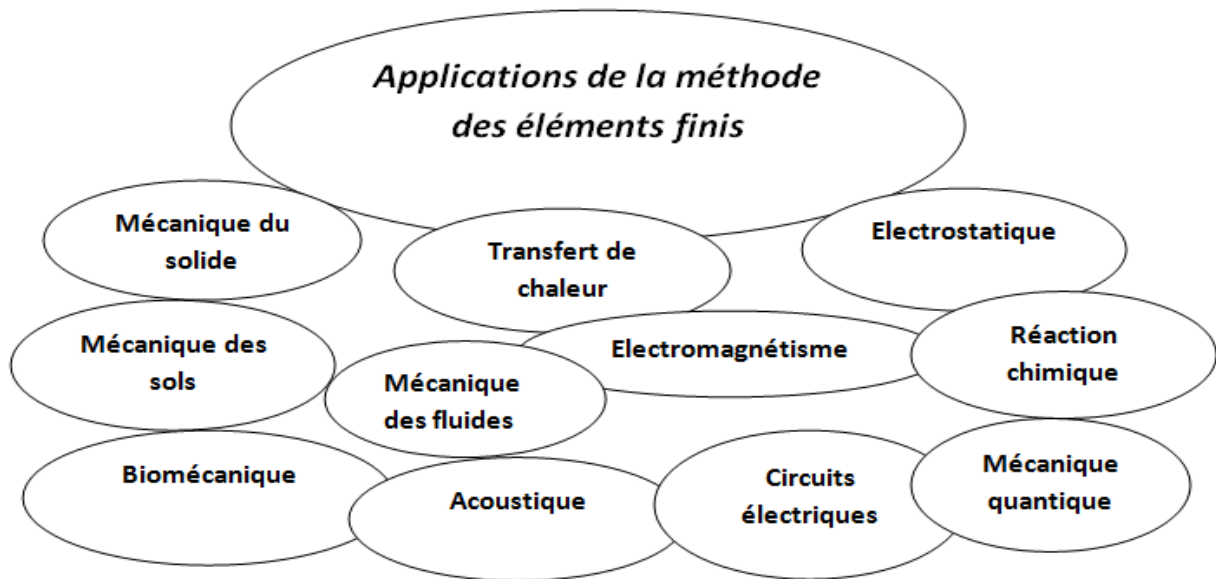


Figure. III.6 : Domaines d'application de la méthode des éléments finis.

Cependant l'inconvénient majeur de cette méthode est la difficulté à modéliser des systèmes à domaine ouvert.

De plus, le choix d'équation de Maxwell permet de mettre en œuvre des algorithmes de calcul simples et adaptés à la MEF. Cependant, une telle approche requiert l'utilisation d'un logiciel basé sur la MEF qui doit être couplé avec un autre logiciel pour le calcul itératif, ce qui limite le choix des logiciels commerciaux disponibles.

III.3 Description du logiciel « COMSOL Multiphysics » :

L'objectif de ce travail est d'établir un modèle numérique permettant de déterminer le calcul des pertes dans un câble supraconducteur.

La simulation numérique est une approche donnant la possibilité aux chercheurs d'analyser le comportement de plusieurs phénomènes qui, par leur complexité, échappent au calcul classique. La modélisation, quant à elle, est la mise en équations de ces phénomènes. Vue la large gamme de problèmes scientifiques basés sur des équations aux dérivées partielles, COMSOL Multiphysics peut servir d'une manière puissante et interactive à les résoudre en se fondant sur la méthode des éléments finis ou encore interagir avec des logiciels de programmation tels que Matlab [21].

En effet, ce logiciel, basé sur la méthode des éléments finis (dont le principe a été décrit au dessus) permet de traiter de nombreux problèmes grâce à sa banque intégrée d'équations physiques très variées. Il possède de plus un environnement graphique permettant de réaliser rapidement des figures relativement complexes (en 1D, 1D-axisymétrique, 2D, 2D-axisymétrique ou 3D). Par ailleurs, COMSOL Multiphysics possède un environnement de programmation dans lequel il est

possible de modifier le maillage et les équations du problème. Par défaut le maillage est automatique et se compose de triangle en 2D et de tétraèdre en 3D. Ce logiciel possède de nombreux systèmes de résolution dits « solvers », pouvant être linéaires ou non, paramétriques ou encore dépendant du temps [22].

III.3.1 Étapes de résolution dans COMSOL Multiphysics :

III.3.1.1 L'interface graphique de COMSOL :

Au démarrage du logiciel, le navigateur de modèle apparaît. C'est lui que permettra de spécifier le ou les modèles physique qui seront utilisés. C'est aussi ici que la dimension de l'espace est choisie. Pour chacun des modèles, il est précisé quelles sont les variables propres à ce modèle. (Figure III.9)

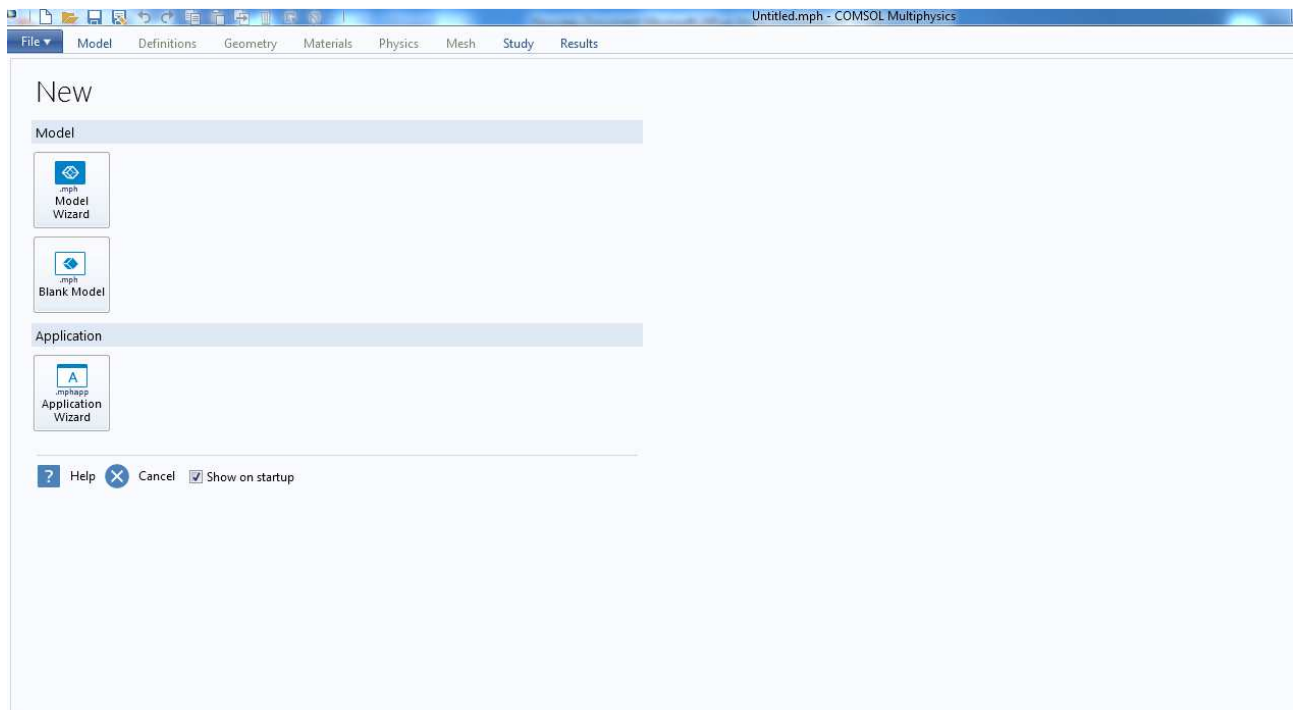


Figure III.7 : Fenêtre de démarrage du logiciel

III.3.1.2 Choix du modèle :

Nous allons commencer par le choix du modèle. Lancez donc le module magnétodynamique dans le navigateur de modèle. Nous allons ici nous limiter à une étude à 2D.

III.3.1.3 Géométrie :

La première chose à faire une fois le programme ouvert est de dessiner la géométrie de notre système.

III.3.1.4 Introduction des propriétés des domaines :

Le but ici est de définir les paramètres physiques qui définissent le domaine : le courant critique, la conductivité, etc. Les paramètres sont évidemment liés à notre modèle physique étudié.

Pour résoudre les EDP, il est nécessaire de définir un certain nombre de conditions aux limites cohérentes.

A chaque frontière de domaine est associé un segment orienté. Il est possible de donner des valeurs de condition aux limites pour chacun de ces segments. Les options seront différentes suivant qu'il s'agisse ou non d'une frontière intérieure au système.

III.3.1.5 Maillage des domaines :

Le maillage des domaines est automatique. Il est possible de le raffiner globalement ou de manière localisée.

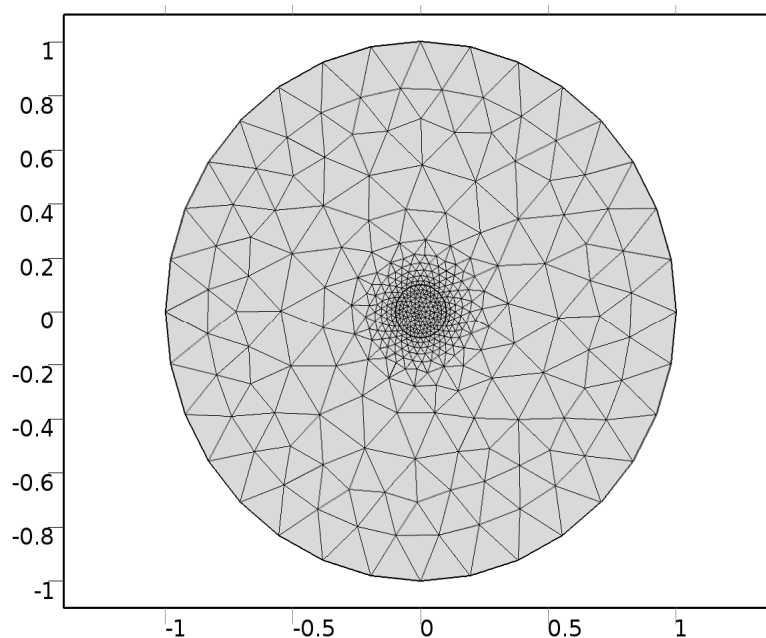


Figure III.8 : maillage d'un problème.

III.3.1.6 Résolution du problème :

Lorsque le problème est complètement défini, il ne reste plus qu'à le résoudre. Il est possible d'accéder à des menus pour modifier la résolution. De même, lors de la résolution d'un problème multi-physique, il est possible de ne résoudre que pour une certaine partie des variables.

III.3.1.7 Analyse des résultats :

Lorsque le programme a convergé vers une solution, il bascule automatiquement vers la fenêtre de post traitement, qui permet d'analyser les résultats.

Il est possible de les visualiser sous forme de remplissage de couleur, de lignes de courant, de champ de flèches, etc...

III.4 Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons présenté, les différentes techniques de résolution des équations aux dérivées partielles. Parmi ces techniques MEF qui est utilisé par notre logiciel.

IV. 1 Introduction

Le chapitre suivant a pour objectif de calculer les pertes dans un câble supraconducteur pour différents forme du courant. Les résultats de simulations à caractère électrique et magnétique seront largement présentés. Ces résultats sont obtenus à partir du logiciel COMSOL Multiphysics. L'objectif principal de ce chapitre est d'étudier l'influence des différents paramètres tel que la valeur maximal du courant, la fréquence le temps de monté sur les pertes dans un câble supraconducteur. Dans ce contexte, nous avons proposé d'étudier les pertes pour trois formes du courant. Le premier est une forme exponentielle du courant en vue de valider notre modélisation. La deuxième est forme sinusoïdale et la troisième est une forme d'impulsion du courant.

IV.2 APPLICATION N°1 : Un câble supraconducteur parcouru par un courant de forme exponentielle

IV-2-1 Description du système

Le dispositif étudié est un câble supraconducteur de forme cylindrique parcouru par un courant de forme exponentielle suivant l'axe Z (figure IV.1). Le problème que nous allons étudier consiste à la résolution des équations (II.51) du modèle magnétodynamique dans ce dispositif.

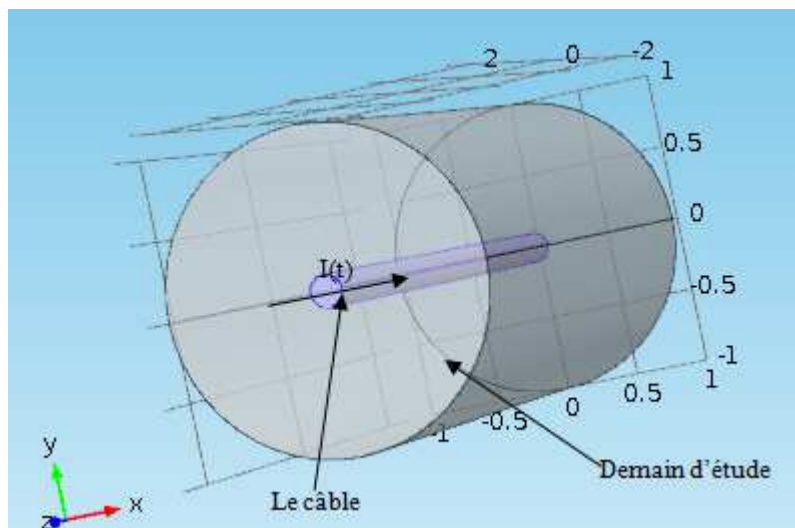


Figure IV.1 : Dispositif d'étudié en 3D.

En raison de la symétrie axiale du dispositif, seule une représentation bidimensionnelle du système sera considérée. Le schéma ci-dessous illustre le dispositif en coupe, dans le plan (x, y) . Ainsi les conditions aux limites utilisées sont de type Dirichlet homogène. Donc la densité de courant et le champ électrique sont dirigés suivant Oz , ils sont notés respectivement $J_z(x,y)$ et $E_z(x,y)$.

Le câble supraconducteur est parcouru par un courant de la forme suivant :

$$I(t) = I_{max} * (1 - \exp(-t/\tau)) \quad (IV.1)$$

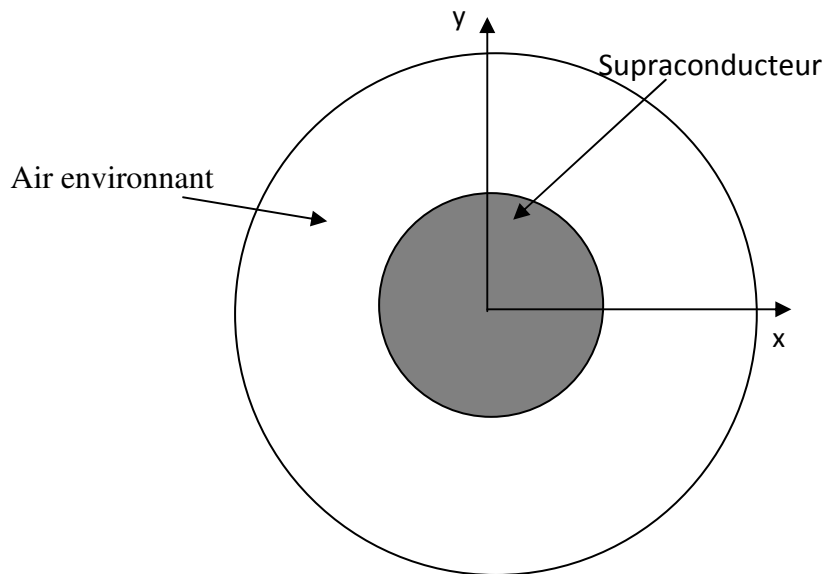


Figure IV. 2 : Modèle géométrique à étudier.

Les propriétés géométriques et physiques du matériau supraconducteur à haute température critique utilisé sont présentées dans le tableau IV. 1. Le matériau supraconducteur est de type YBCO 2^{ème} génération.

alpha	1.449621256
Jc	1.7e7[A/m ²]
I _{max}	1e6[A]
tau	0.02[s]
Tc	92[K]
E0	0.0836168[V/m]

Tableau IV.1 : Les propriétés géométriques et physiques.

La validation de nos résultats obtenus est faite par une confrontation avec ceux obtenus dans le travail de R. Pecher et all [24] “3D-modelling of bulk type-II superconductors using un constrained H-formulation”. Ce dernier a été présenté dans une conférence « The 6th European Conf. Applied Superconductivity, (EUCAS 2003) »

IV.2.2 Résultats de simulation :

Le logiciel COMSOL Multiphysics est un outil de résolution d'équations aux dérivées partielles (EDP) par la méthode des éléments finis. Il possède une base de données d'équations

permettant de modéliser différents phénomènes physiques comme la magnétodynamique. Une autre spécificité de ce logiciel est la possibilité de coupler différentes EDP pour décrire des phénomènes multi-physiques. Le post processeur du COMSOL Multiphysics permet de visualiser en 1D et 2D les diverses grandeurs électriques et magnétiques.

Les figures IV.3 et IV.4 représente respectivement l'allure du courant appliqué en fonction de temps et la densité des pertes instantanées dans le câble supraconducteur.

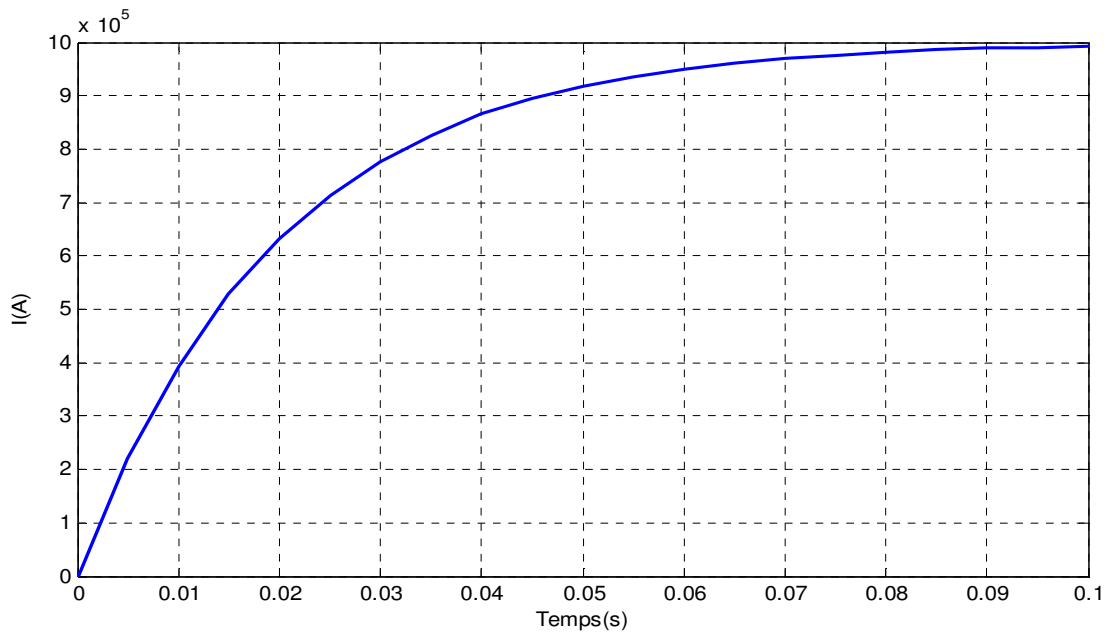


Figure IV.3 : Courant appliqué en fonction du temps.

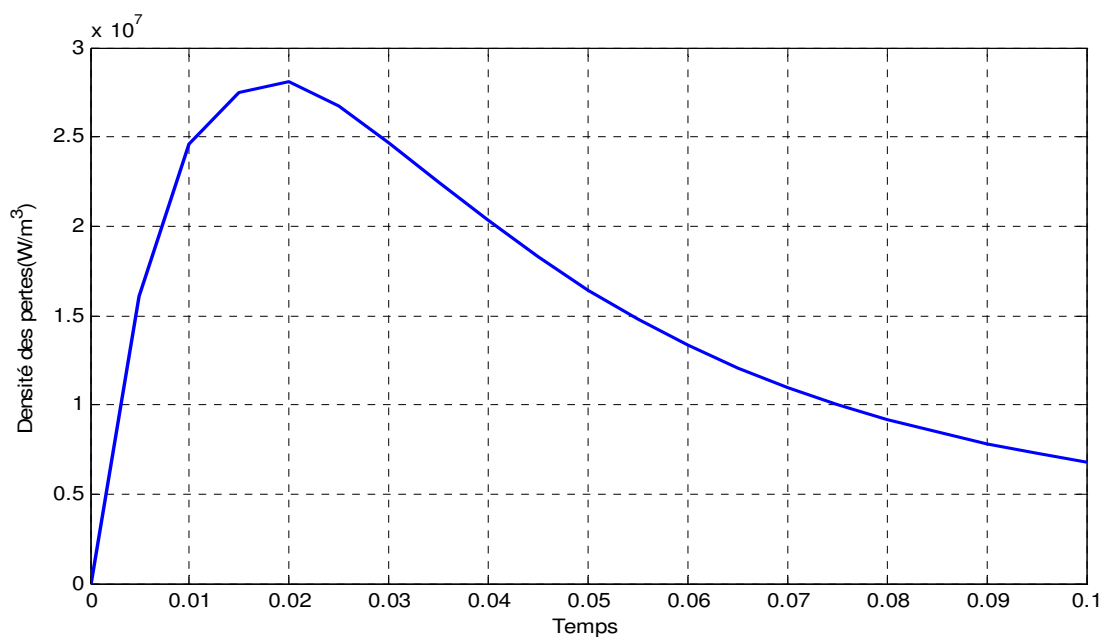


Figure IV.4 : Densité des pertes instantanées dans le câble supraconducteur.

Les figures IV.5 et IV.6 représente respectivement la répartition spatiale de la densité des pertes au plan (x, y) et la répartition des lignes du champ dans le domaine d'étude.

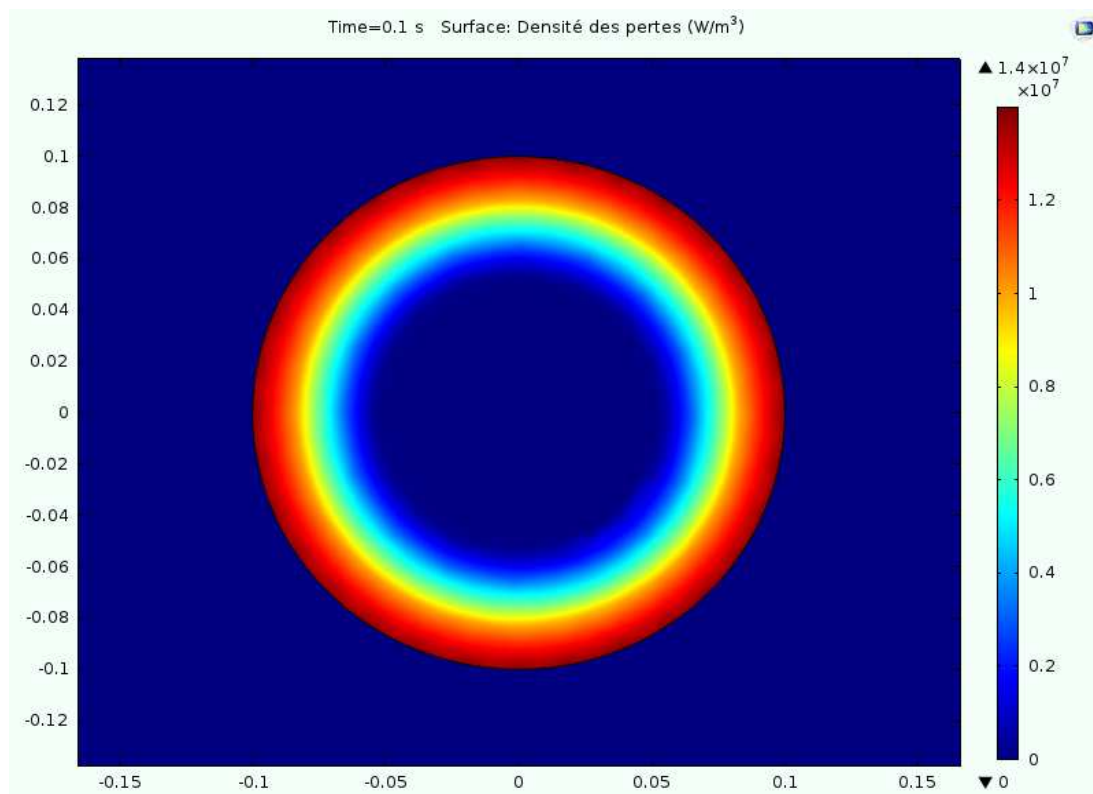


Figure IV.5 : Répartition spatiale de la densité des pertes dans le domaine d'étude.

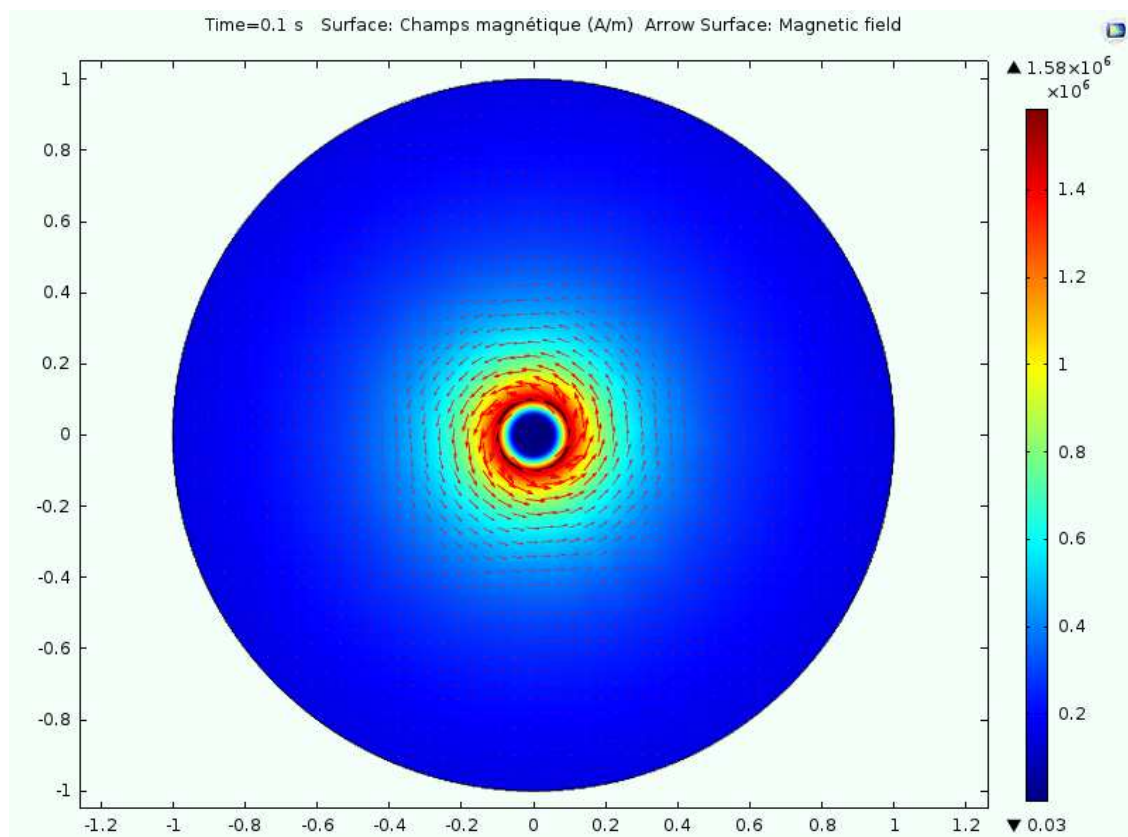


Figure IV.6 : Répartition spatiale des lignes du champ magnétique dans le domaine d'étude.

Les figures IV.7 (a-b) représente respectivement la répartition spatiale de la densité du courant obtenu par notre modélisation et par R. Pecher et all [24].

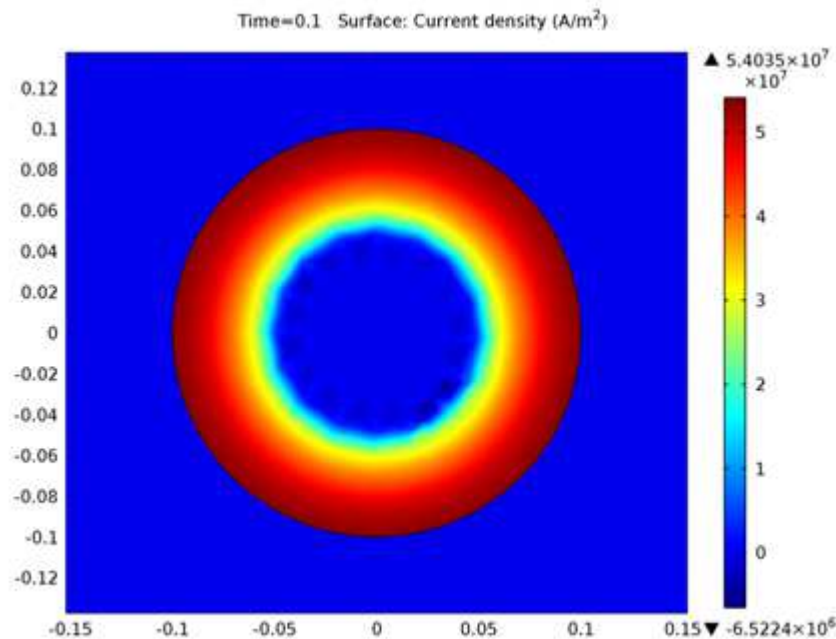


Figure IV.7 : Densité du courant dans le domaine d'étude obtenue par notre modélisation et par R. Pecher et all [24].

IV.2.3 Interprétations :

Par la comparaison entre les résultats présentés dans la figure IV. 7, on peut dire qu'il y a une bonne concordance entre ces deux résultats, ce qui valide notre modélisation magnétodynamique du câble supraconducteur parcouru par un courant de forme exponentielle. Pour les figures IV.4 et IV.5, nous remarquons que la densité pertes augmente rapidement pendant un régime transitoire où elle prend une forme exponentielle puis elle diminue pendant un régime permanent. On peut dire que l'allure des pertes est influencée par l'allure du courant appliqué. D'après la figure IV. 6, nous remarquons que les vecteurs du champ magnétique sont concentrés dans la zone du câble supraconducteur par apport à l'air. Ceci est dû à la présence du courant dans cette zone.

IV.3 APPLICATION N°2 : Un câble supraconducteur parcouru par un courant sinusoïdale :

Dans cette partie nous allons étudier les pertes en courant alternatif dans un câble supraconducteur ayant les mêmes propriétés physiques et géométriques présentées précédemment. Dans notre étude le câble supraconducteur (YBCO) est parcouru par un courant sinusoïdal $I(t)=I_{max}*\sin (2\pi f t)$.

Le câble est alimenté par un courant sinusoïdal d'une fréquence de 50 Hz. Les simulations ont été effectuées sous champ propre par le logiciel COMSOL. Le courant appliqué est imposé comme une contrainte de type intégrale sur la densité de courant :

$$I_{\text{appliqué}} = \iint_S J_z(x, y) dS$$

Les pertes instantanées, par unité de longueur, sont calculées par une intégrale sur le domaine du câble:

$$p = \iint_S E_z(x, y) J_z(x, y) dx dy$$

Ensuite, la valeur moyenne de ces pertes est calculée sur la deuxième période afin d'éviter les phénomènes transitoires. En effet, des travaux sur les pertes AC montrent que le régime transitoire disparaît au bout d'une demi-période du signal électrique.

$$P = \frac{1}{T} \int p(t) dt$$

IV.3.1 Résultats de simulation

IV.3.1.1 Influence de la valeur maximale du courant

Nous présentons dans la Figure IV.8 la densité des pertes calculées (W/m^3) pour différentes valeurs maximale du courant appliqué ($5 \cdot 10^4 \text{ A}$, $8 \cdot 10^4 \text{ A}$, 10^5 A , $1,5 \cdot 10^5 \text{ A}$ et $2 \cdot 10^5 \text{ A}$) pour une fréquence égale à 50 Hz. La simulation est faite sur trois cycles, c'est-à-dire pour 60 ms, ceci parce qu'il faut un certain temps pour que le régime permanent soit atteint (environ un demi cycle). Les pertes alternatif AC totales qui sont comparées sont seulement celles du deuxième cycle, afin de s'assurer que le régime permanent soit déjà bien atteint et ainsi éviter des incohérences dues au démarrage (régime transitoire)

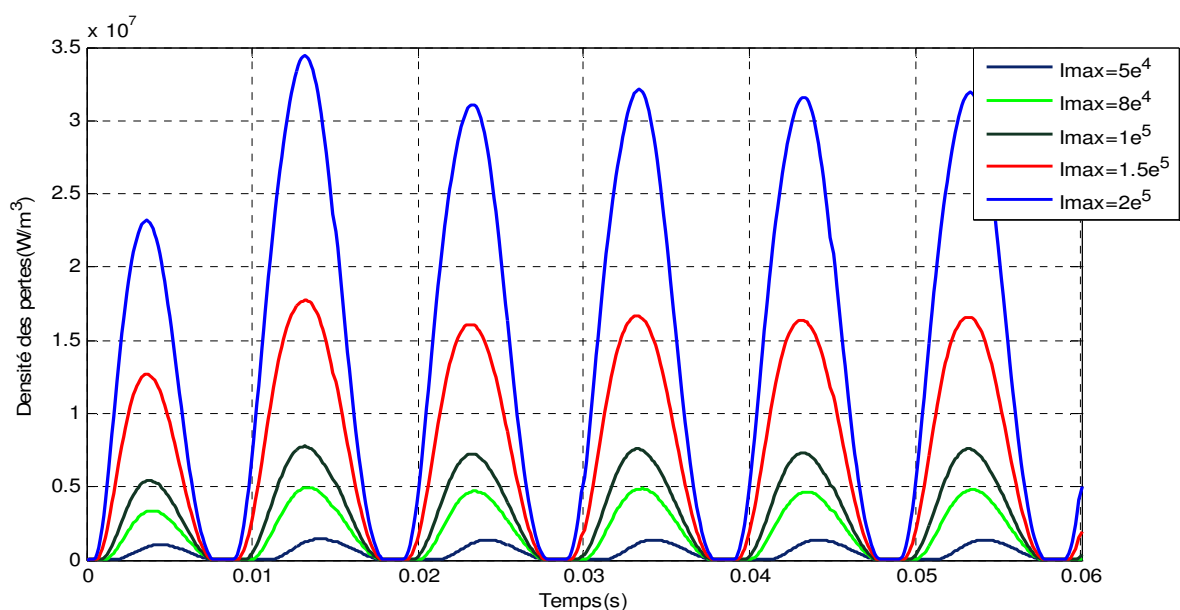


Figure IV.8 : Densité des pertes AC instantané pour différents valeur maximale du courant appliqué.

Les figures IV.9 (a-e) et IV.10 (a-e) représente respectivement la répartition spatiale de la densité des pertes au plan (x, y) et la répartition des lignes du champ dans le domaine d'étude.

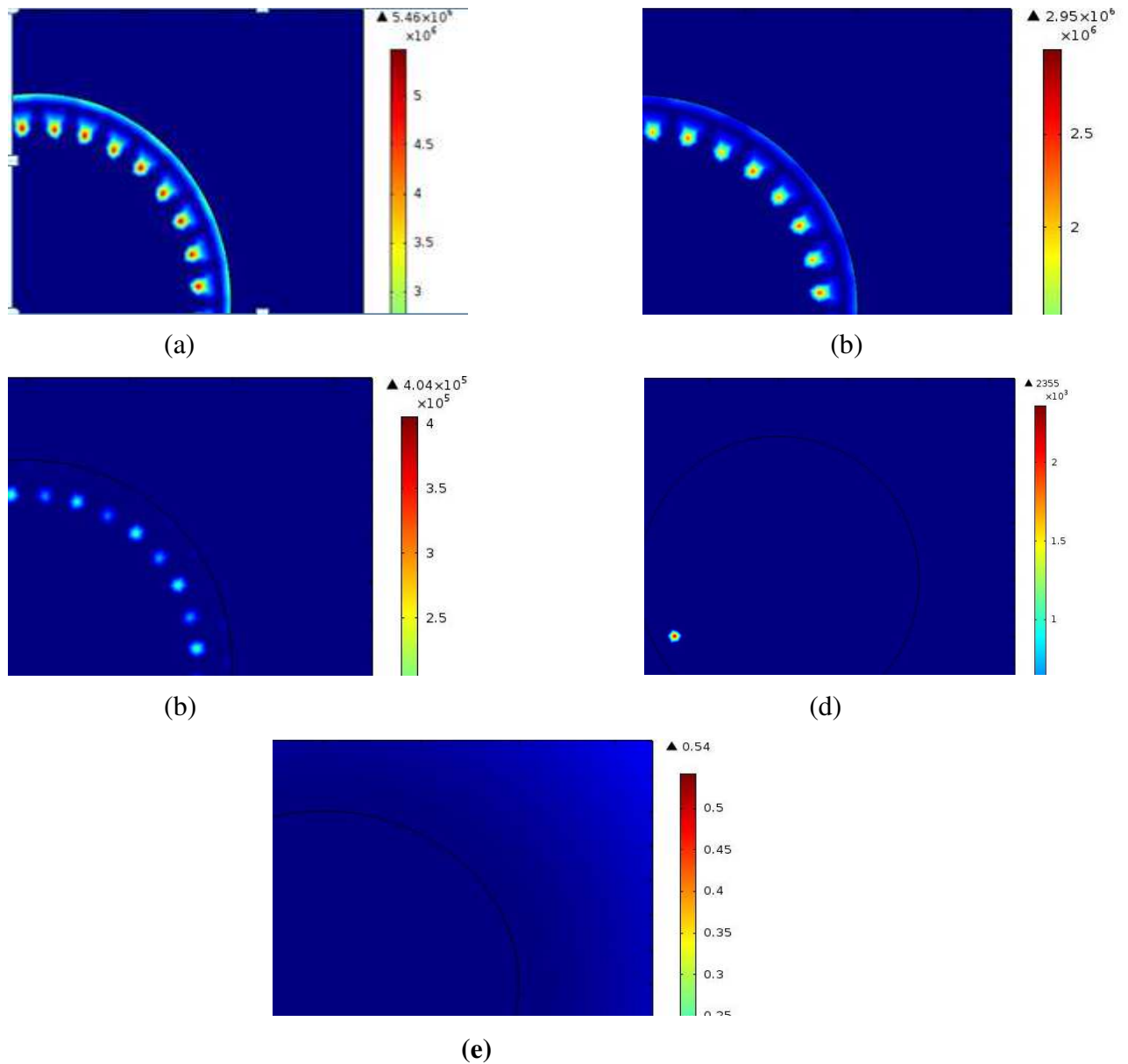
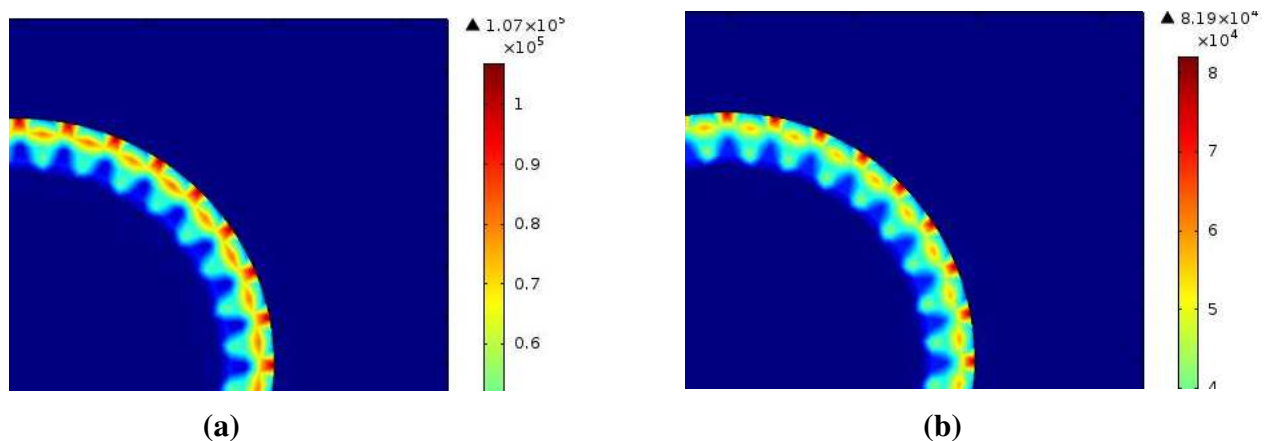


Figure IV.9 (a-e): Répartition spatiale de la densité des pertes pour différents valeurs maximales du courant appliqué $I_{max} = (5 \cdot 10^4 \text{ A}, 8 \cdot 10^4 \text{ A}, 10^5 \text{ A}, 1,5 \cdot 10^5 \text{ A} \text{ et } 2 \cdot 10^5 \text{ A})$, et respectivement.



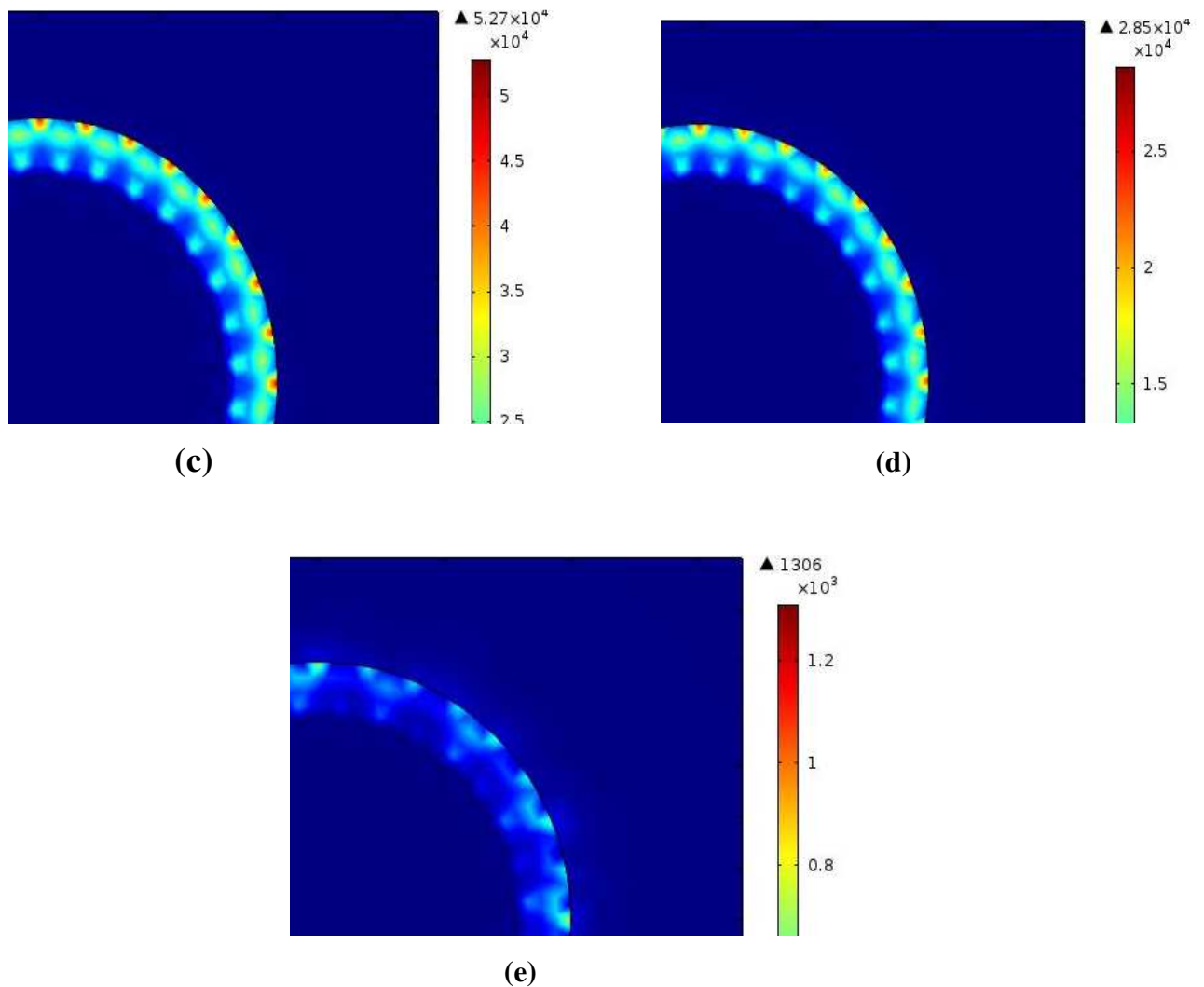


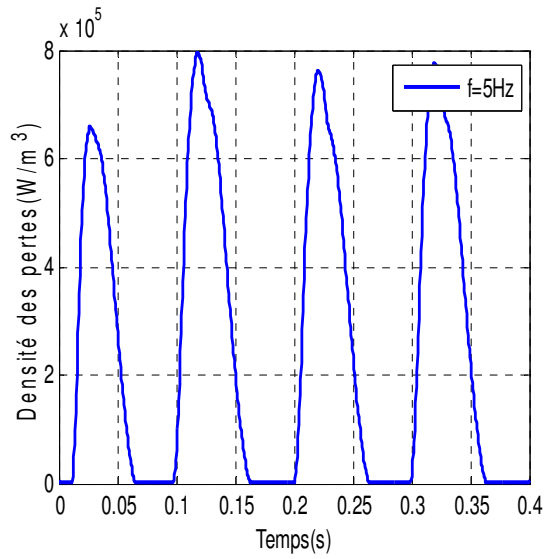
Figure IV.10 (a-e): Répartition spatiale du champ magnétique pour différentes valeurs maximales du courant appliqué $I_{max} = (5 \cdot 10^4 \text{ A}, 8 \cdot 10^4 \text{ A}, 10^5 \text{ A}, 1,5 \cdot 10^5 \text{ A} \text{ et } 2 \cdot 10^5 \text{ A})$ et respectivement.

IV.3.1.2 Interprétation :

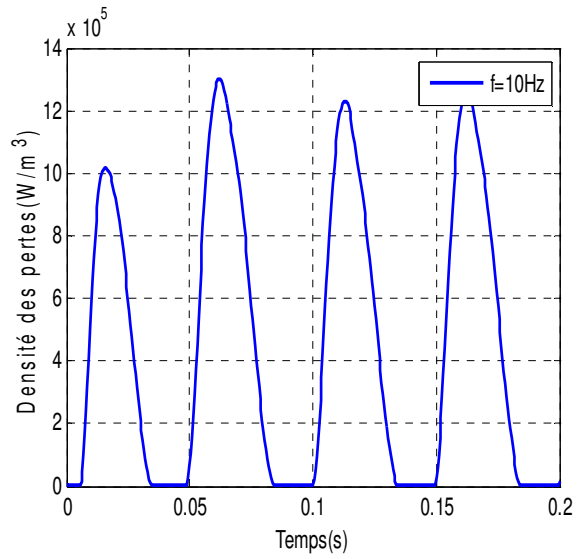
D'après les résultats obtenus nous remarquons que la densité des pertes est influencée par la valeur maximale du courant appliqué, c'est-à-dire quand le courant augmente, la densité des pertes augmente aussi. On peut dire aussi que la densité des pertes est proportionnelle à la valeur maximale du courant. Cette densité des pertes prend une valeur élevée au voisinage à la densité du courant critique. De même pour le champ magnétique qui est proportionnelle aussi à la valeur maximale du courant appliqué.

IV.3.1.3 Influence de la fréquence

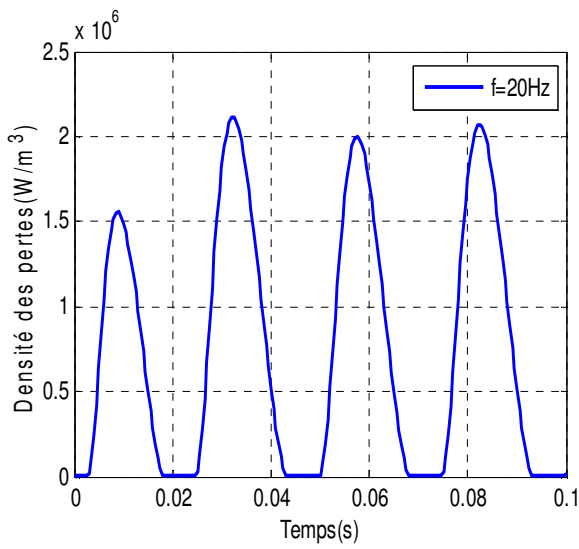
Les résultats ci-dessous (figure IV. 11) représentent la densité des pertes calculées pour différentes valeurs de la fréquence (5, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 100Hz) pour une valeur maximale du courant appliqué égal à $I_{max} = 10^5 \text{ A}$



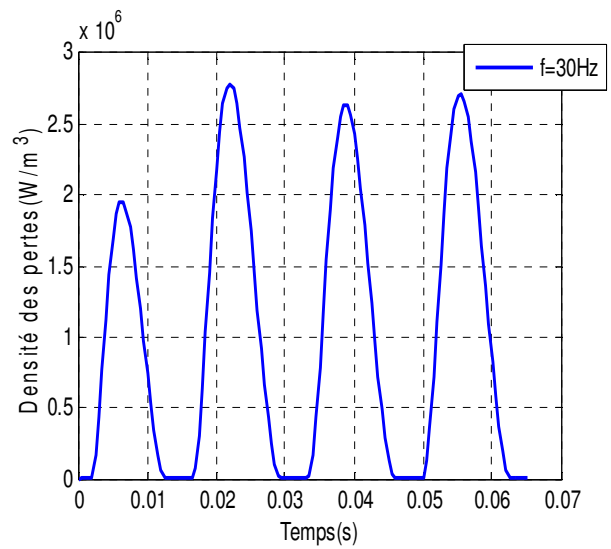
(a)



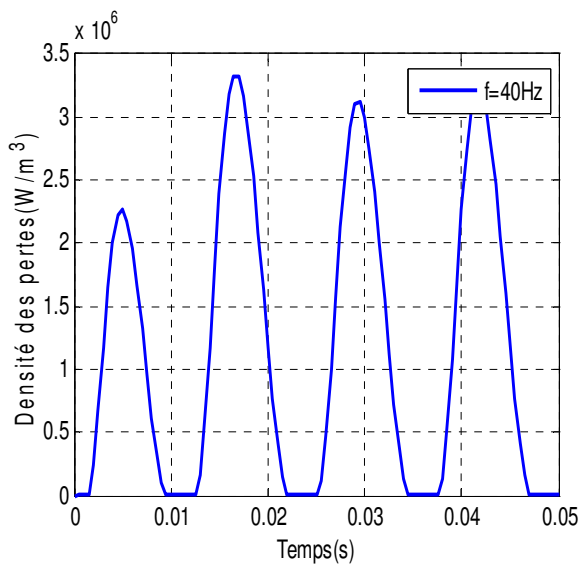
(b)



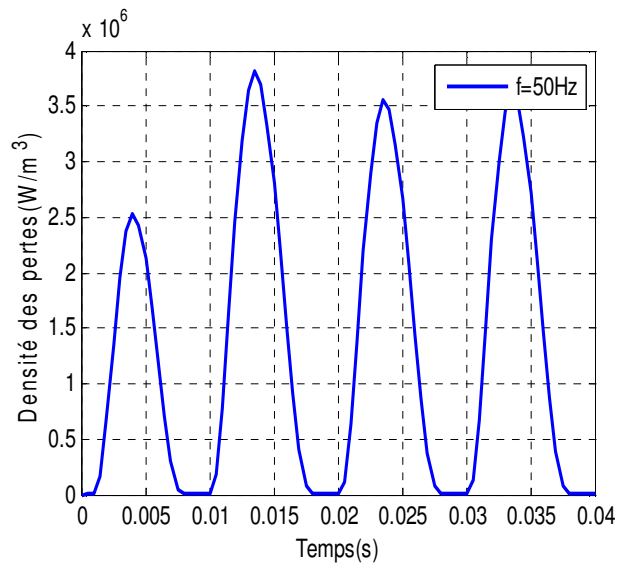
(c)



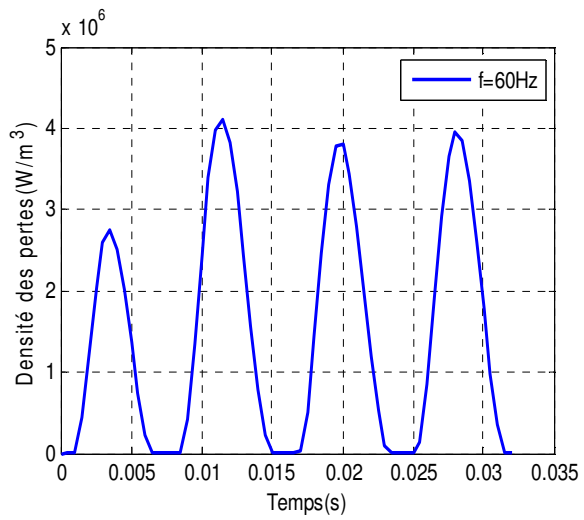
(d)



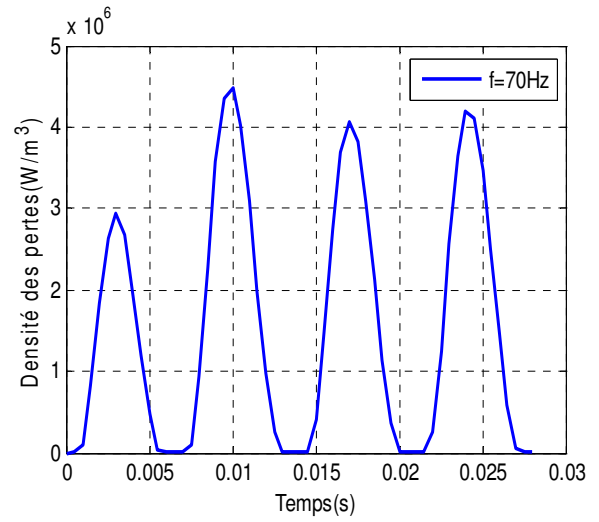
(e)



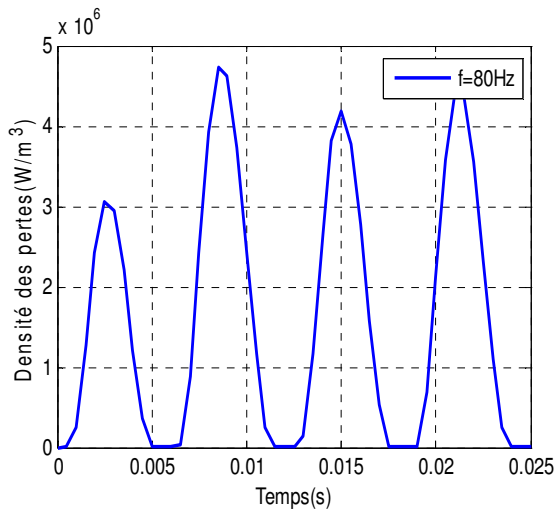
(f)



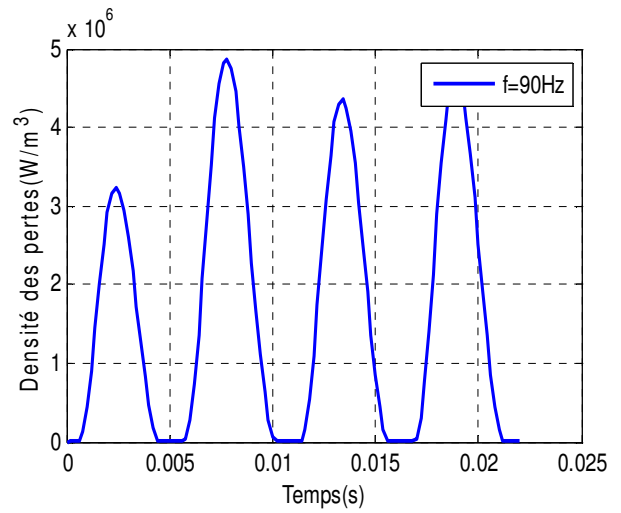
(j)



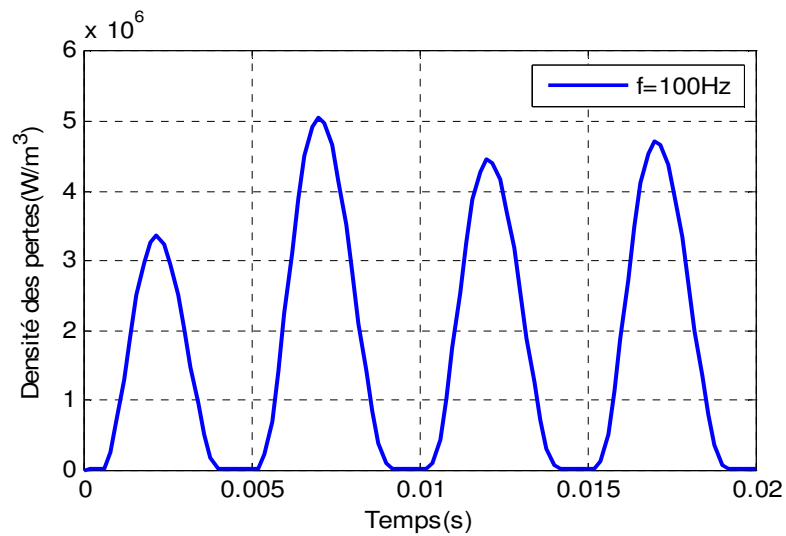
(h)



(i)



(j)



(k)

Figure IV.11 (a-k): Variation instantané de la densité des pertes pour différents valeur de la fréquence = 5,10,20,30,40,50,60,70 ,80,90,100Hz *et* respectivement.

Les figures IV.12, IV.13 et IV.14 (a-e) représente respectivement la variation de la densité des pertes en fonction de la fréquence f pour à $I_{max}=10^5$ A, la densité du courant appliqué J et le rapport de courant appliqué sur le courant critique I/I_c .

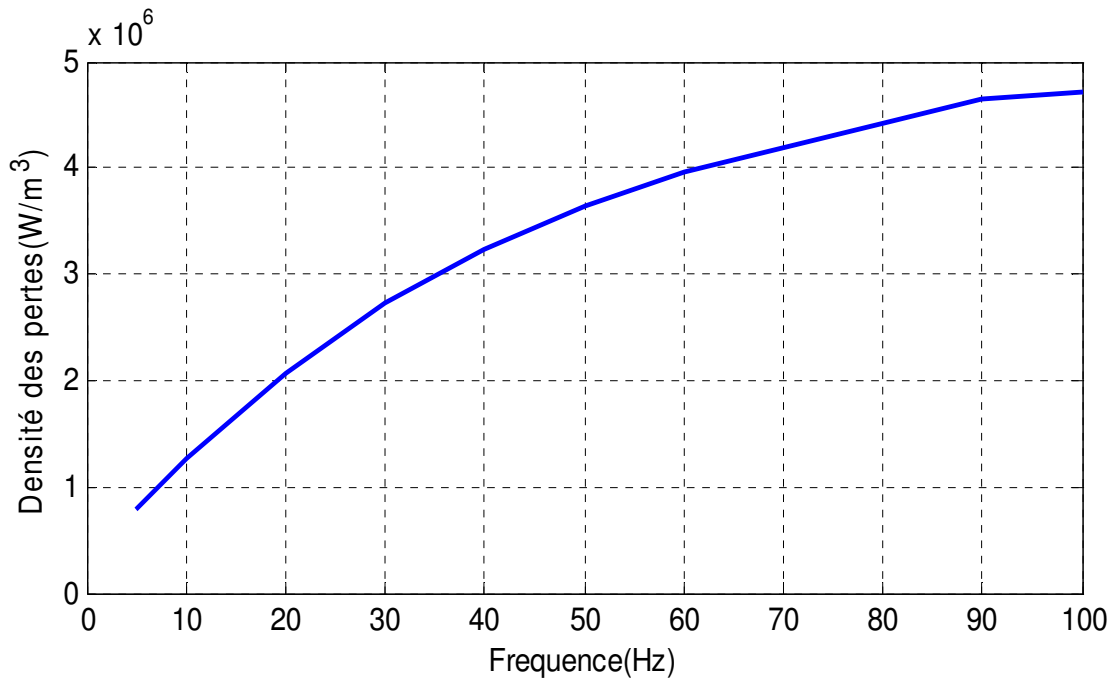


Figure IV.12: Variation de la densité des pertes en fonction de la fréquence.

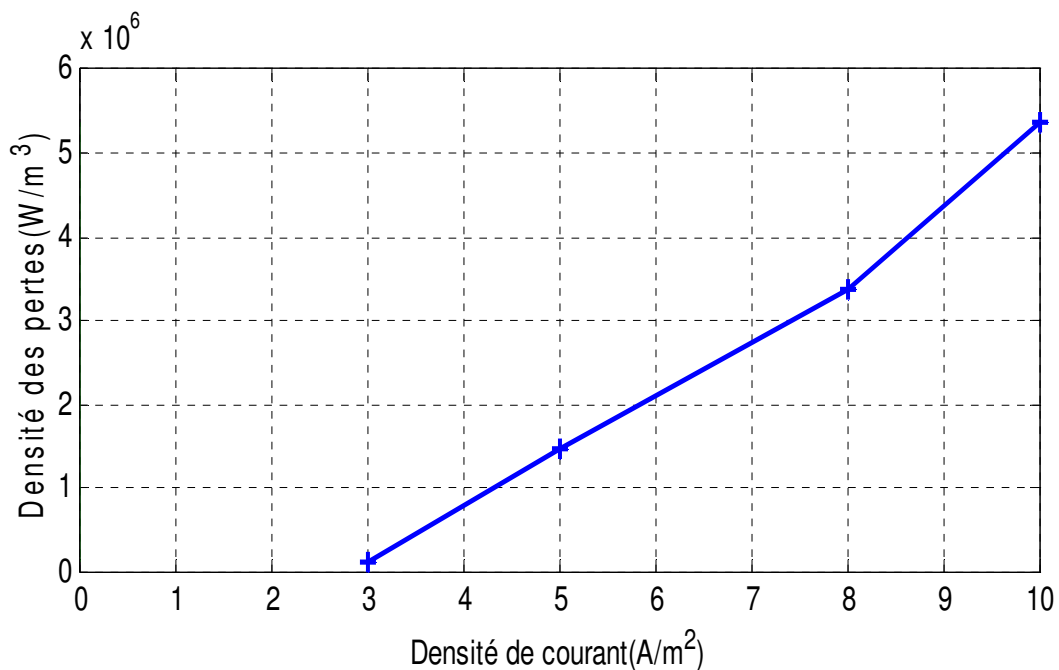


Figure IV.13: Variation de la densité des pertes en fonction de la densité du courant.

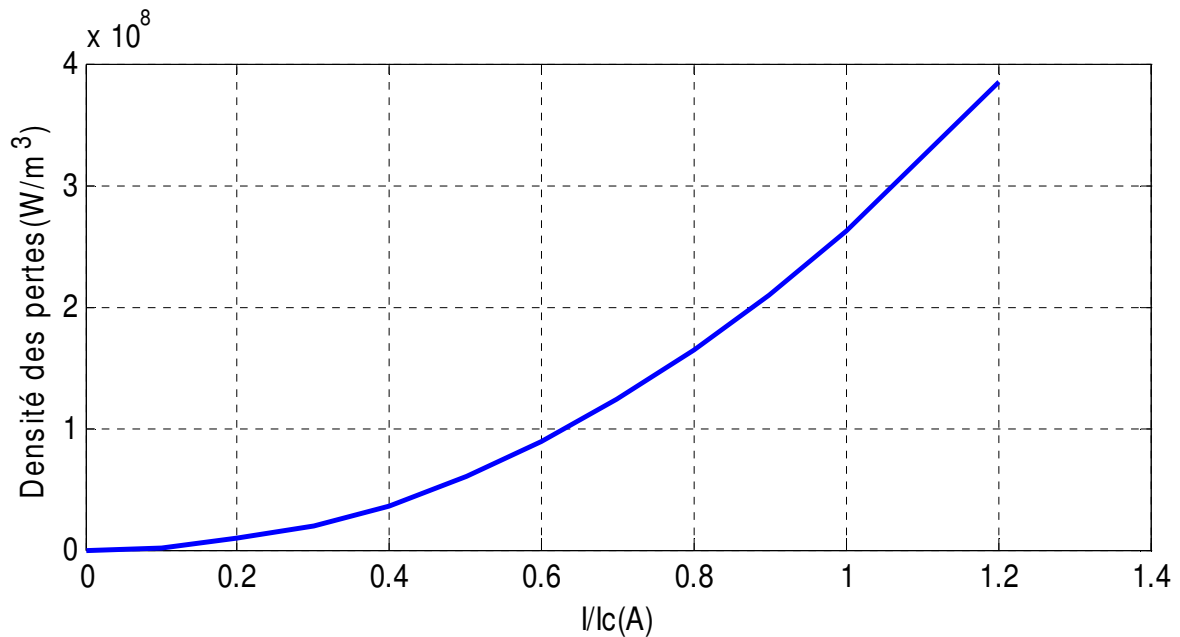


Figure IV.14: Variation de la densité des pertes en fonction du rapport I/I_c .

IV.3.1.4 Interprétation :

D'après les résultats obtenus nous remarquons que la densité des pertes est influencée par la valeur fréquence, c'est-à-dire quand la fréquence augmente, la densité des pertes augmente aussi. On peut dire que la densité des pertes est proportionnelle à la valeur de la fréquence. Nous remarquons aussi que la courbe (figure IV.12) à une tendance linéaire. Ce qui confirme pour une deuxième fois que les pertes dans le matériau supraconducteur sont proportionnelles à la fréquence au carré. Pour la figure IV.13, nous constatons que les pertes suivent une tendance linéaire. Elles sont proportionnelles à la valeur du courant. Ceci permet de confirmer que les pertes sont dissipées principalement dans le matériau supraconducteur. La densité des pertes prend une valeur élevée au voisinage à la densité du courant critique (figure IV.14).

IV.3.1.5 Influence de l'exposant n

Nous rappelons que la plupart des matériaux supraconducteurs utilisés dans les différentes applications du génie électrique sont caractérisés par leurs densités de courant critique élevées, c'est-à-dire, nous utilisons ces matériaux au régime « flux creep ». Pour cela, nous avons choisie le modèle de puissance qui explique bien ce régime, encore la confrontation de ce modèle avec des relevés expérimentaux de la caractéristique $E-J$ des SHTc confirme en plus notre choix pour ce modèle. Dans le but de vérifier la justesse du modèle en puissance, principalement l'influence de l'exposant n sur la justesse des résultats de simulation obtenus, nous présentons dans la partie ci-dessous les résultats des simulations obtenus pour différents valeurs de l'exposant n (figure IV.15).

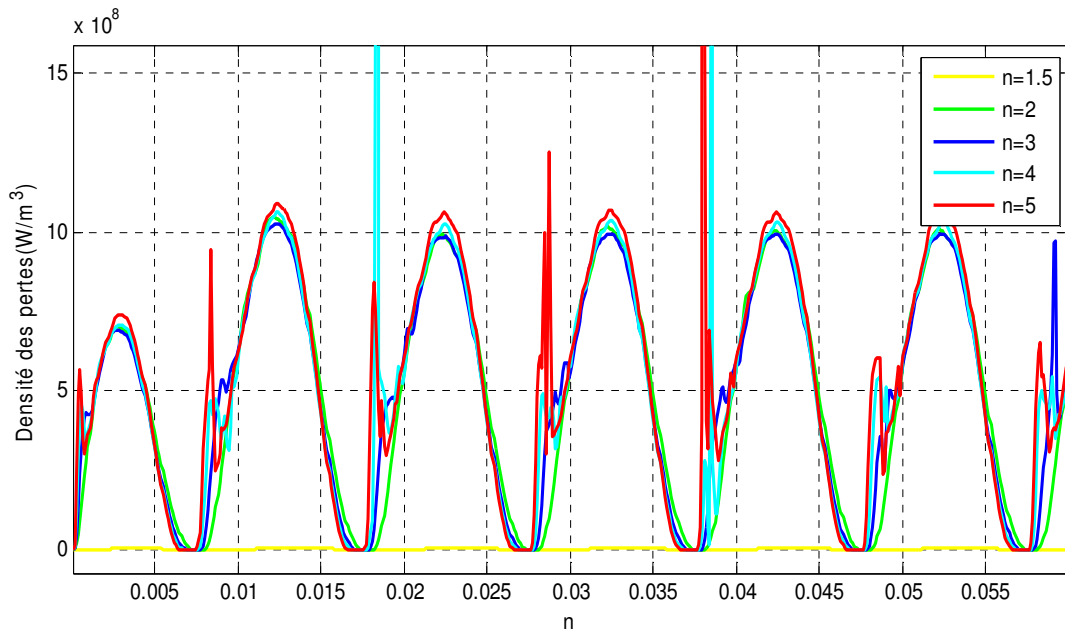


Figure IV.15: Variation instantané de la densité des pertes pour différents valeurs de l'exposant n .

D'après cette figure, nous remarquons que l'exposant n joue un rôle important dans le calcul des pertes AC dans un câble supraconducteur. L'augmentation de la valeur de l'exposant n provoque des harmoniques et des oscillations sur l'allure de la densité des pertes. En effet, la méthode des éléments finis (MEF) pose des oscillations numériques, ce qui peut provoquer un problème de divergence de code de calcul basé sur cette méthode, en particulier lors de l'utilisation de modèle de puissance [7].

IV.4 APPLICATION N°3 : Un câble supraconducteur parcouru par un courant pulsé :

Dans cette partie de chapitre, nous modélisons un câble supraconducteur parcouru par un courant pulsé. Ce type de courant permet de créer un champ magnétique pulsé utilisé pour l'aimantation des matériaux supraconducteur HTc, on appelle cette méthode « aimantation par un champ pulsé, en anglais 'Pulsed Field Magnetization' (PFM) ». La PFM est obtenue à partir d'un solénoïde magnétisant traversé par une impulsion de courant importante. Pour cela une décharge de type R, L, C peut être utilisée. L'expression du courant appliqué est alors donnée par la solution de l'équation de décharge du circuit, son expression est donnée par :

$$I(t) = I_{max} \frac{t}{\tau} \exp\left(1 - \frac{t}{\tau}\right)$$

Où $\tau = \sqrt{L/C}$ est la constante de temps de la décharge et I_{max} est la valeur maximal du courant obtenu à $t = \tau$.

IV.4.1 Résultats de simulation

La figure IV.16 présente l'évolution temporelle du courant appliqué dans le câble supraconducteur.

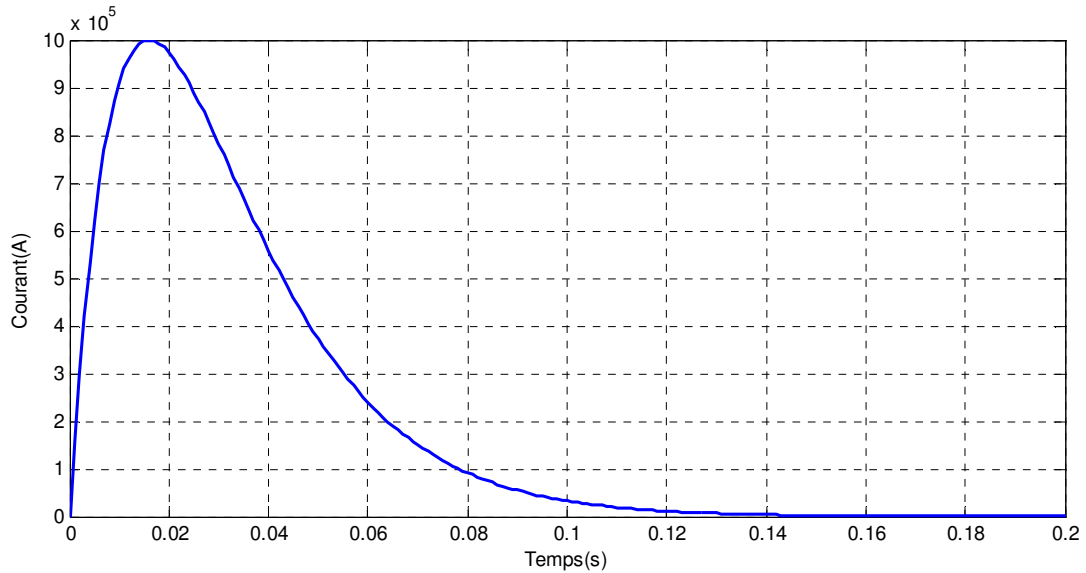


Figure IV.16 : Evolution temporelle du courant appliqué.

La figure IV.17 représente la variation instantanée de la densité des pertes pour différents valeurs de constante de temps τ qui comprise entre 0,01 et 0,02s.

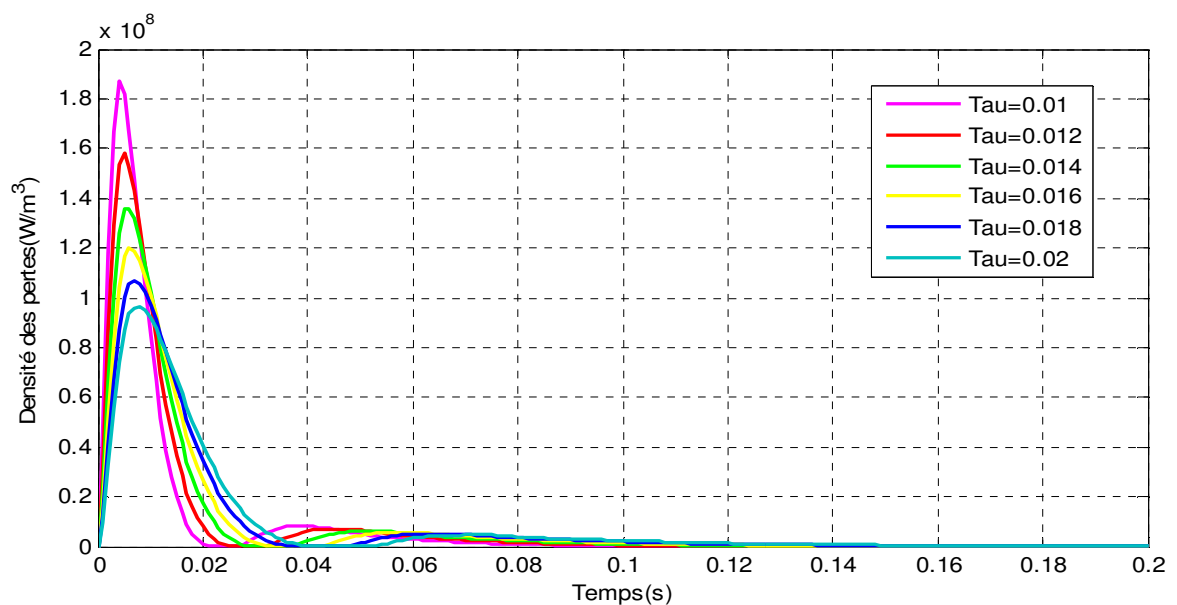
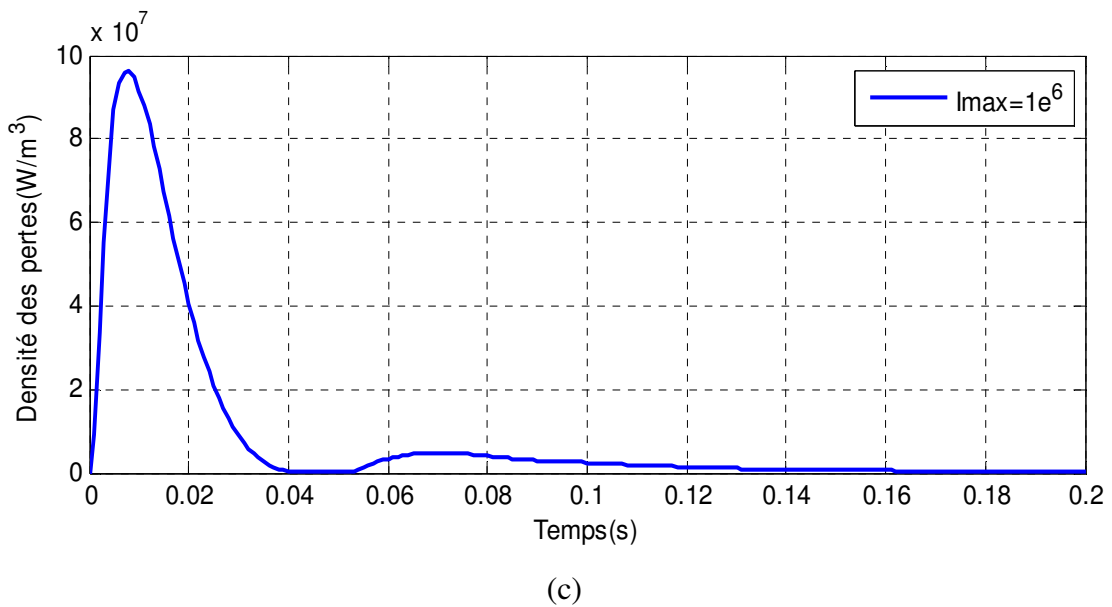
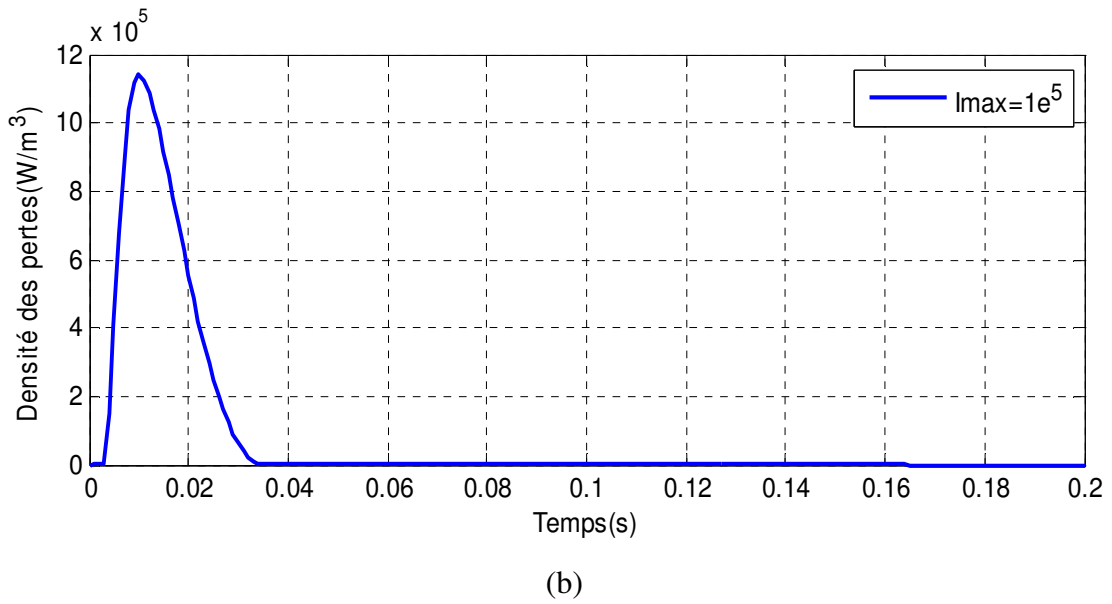
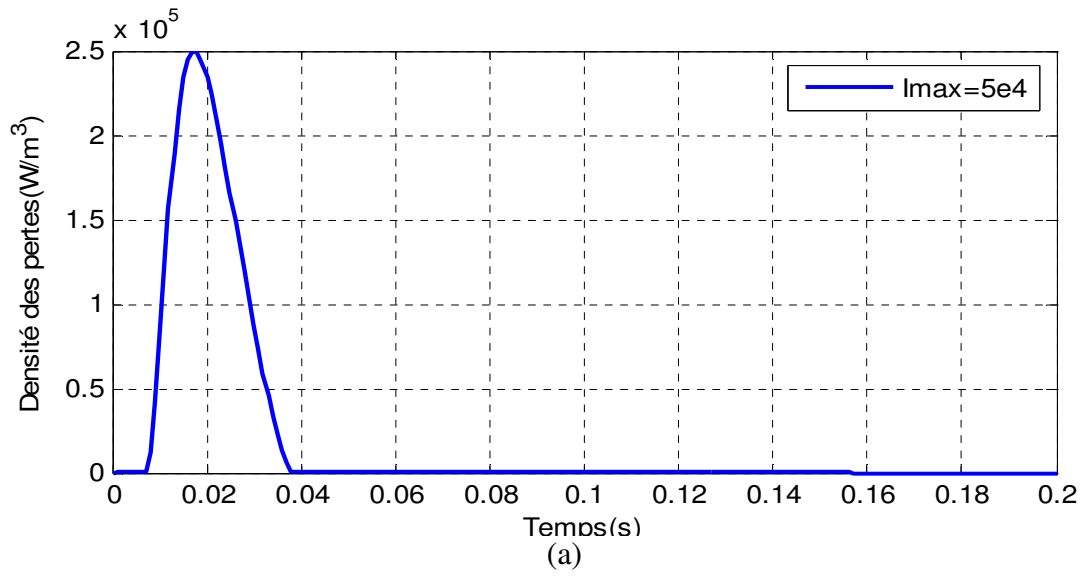
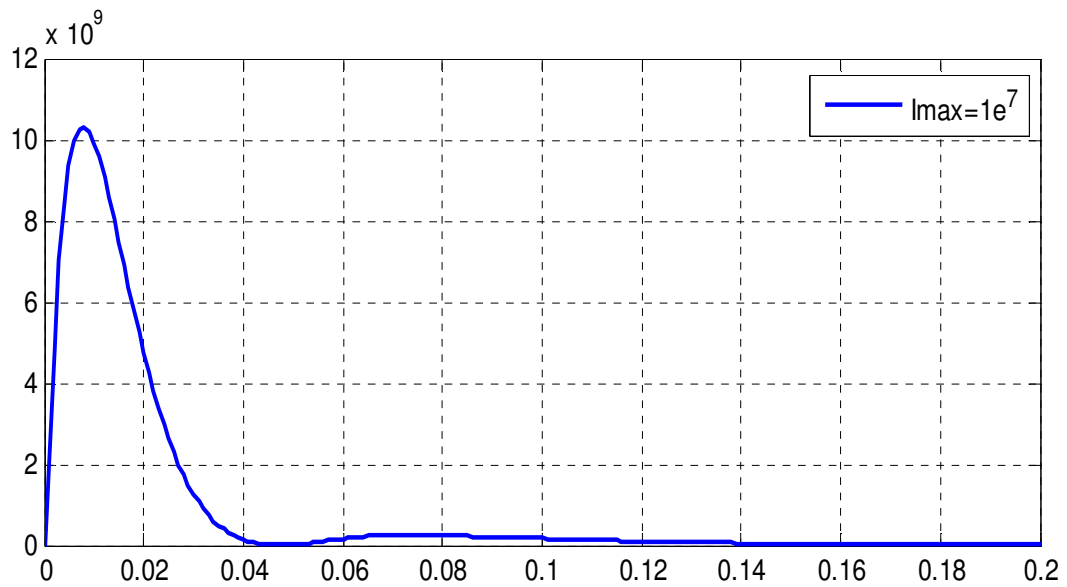


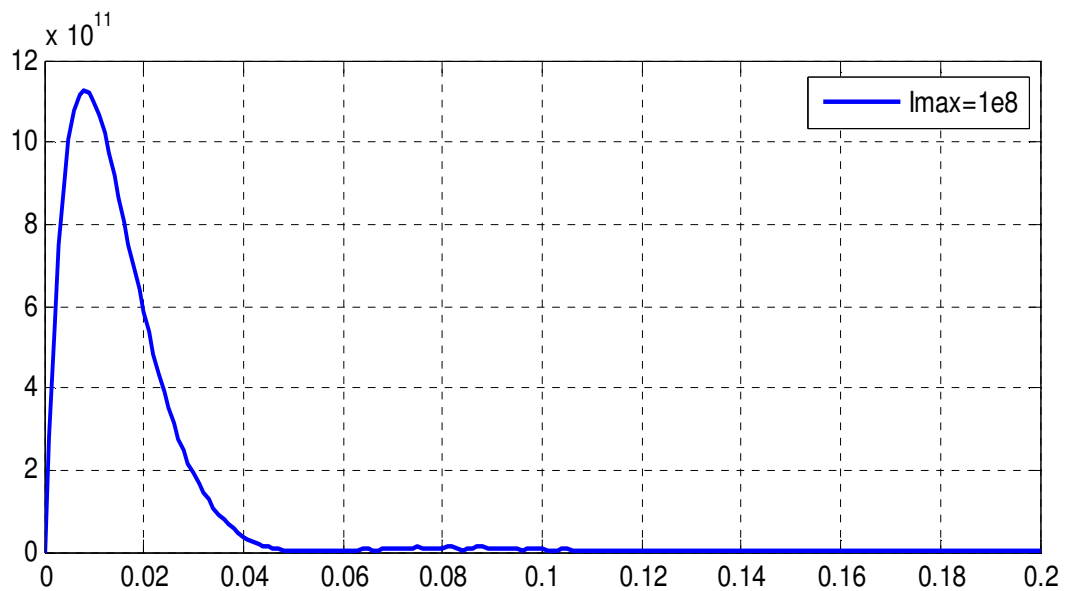
Figure IV.17 : Variation instantanée de la densité des pertes pour différents valeurs de constante de temps τ .

La figure IV.18 (a-e) représente respectivement la variation instantanée de la densité des pertes en pour différents valeur maximale de courant $I_{\max} = 5 \cdot 10^4, 10^5, 10^6, 10^7$ et 10^8 A.





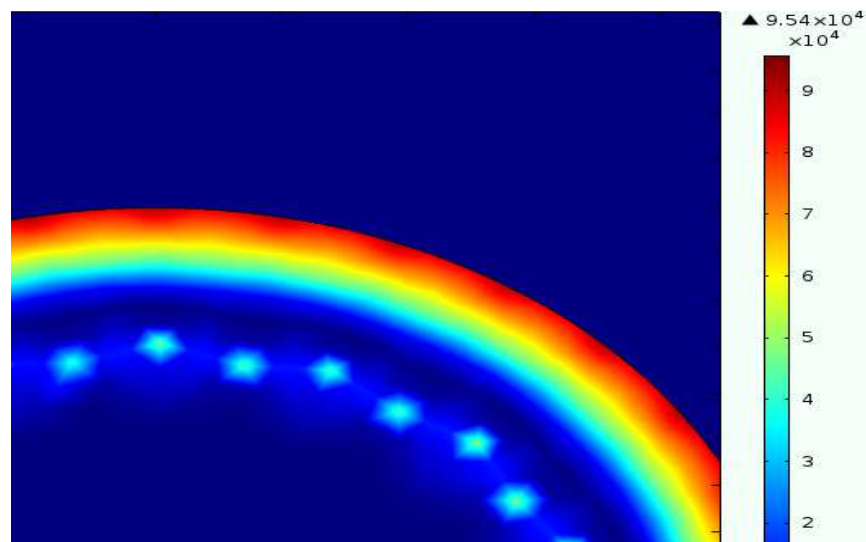
(d)



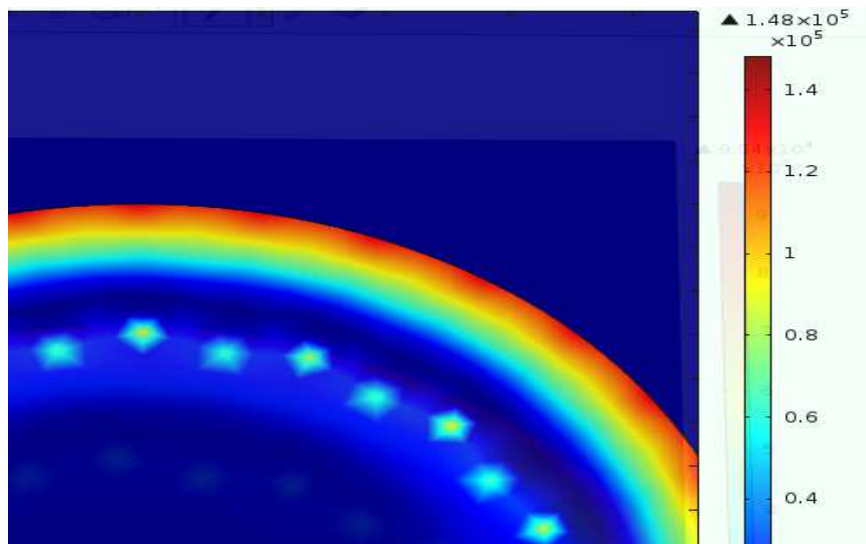
(e)

Figure IV.18 (a-e) : Variation instantanée de la densité des pertes en pour différents valeur maximale de courant $I_{max} = 5.10^4, 10^5, 10^6, 10^7$ et 10^8 .

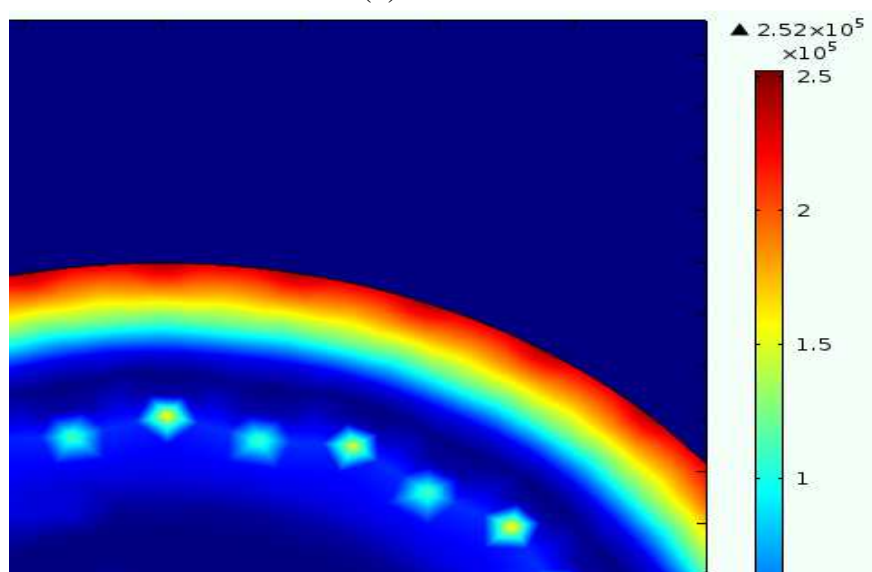
Les figures IV.19 (a-c) et IV.20 (a-c) représente respectivement la répartition spatiale de la densité des pertes au plan (x, y) et la répartition des lignes du champ dans le domaine d'étude pour différents valeur maximale du courant appliqué $I_{max} = 10^4$ A, et $\tau = 0.02$ s.



(a)

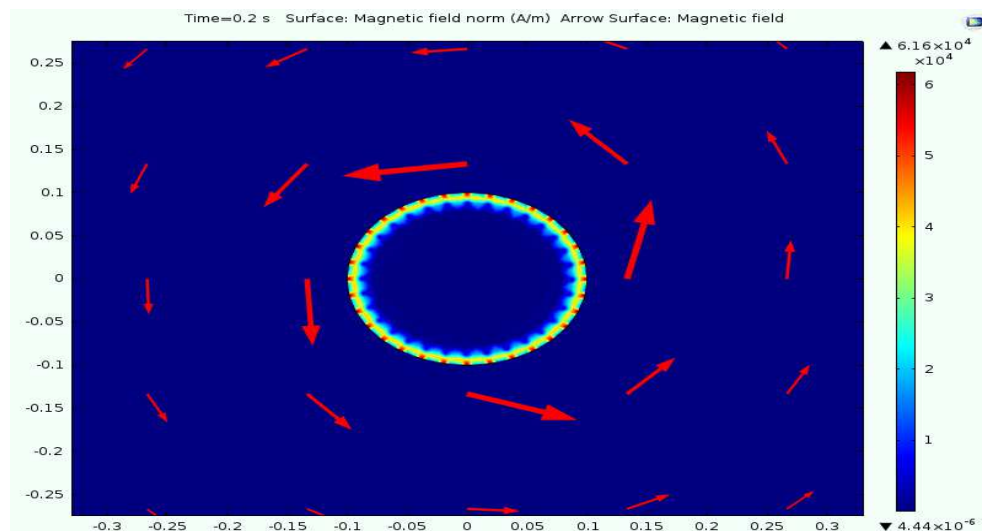


(b)

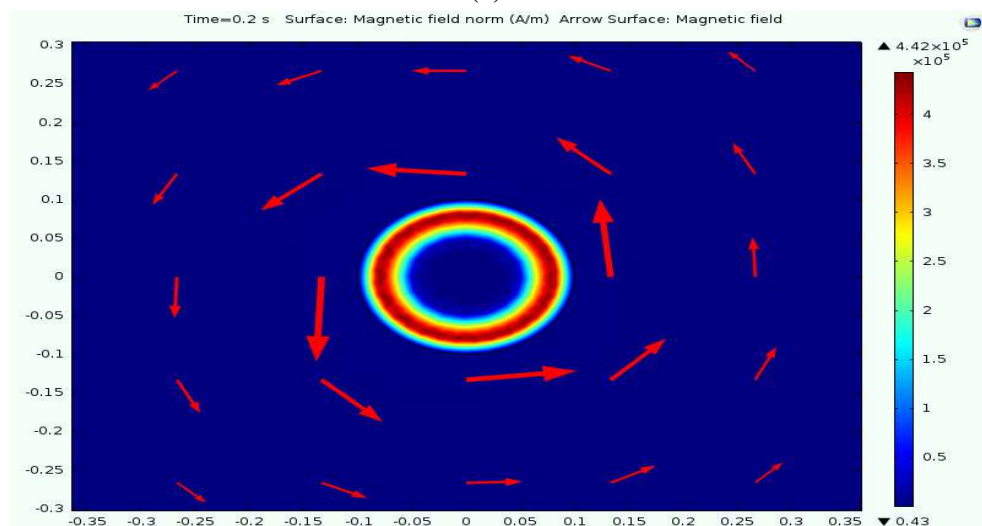


(c)

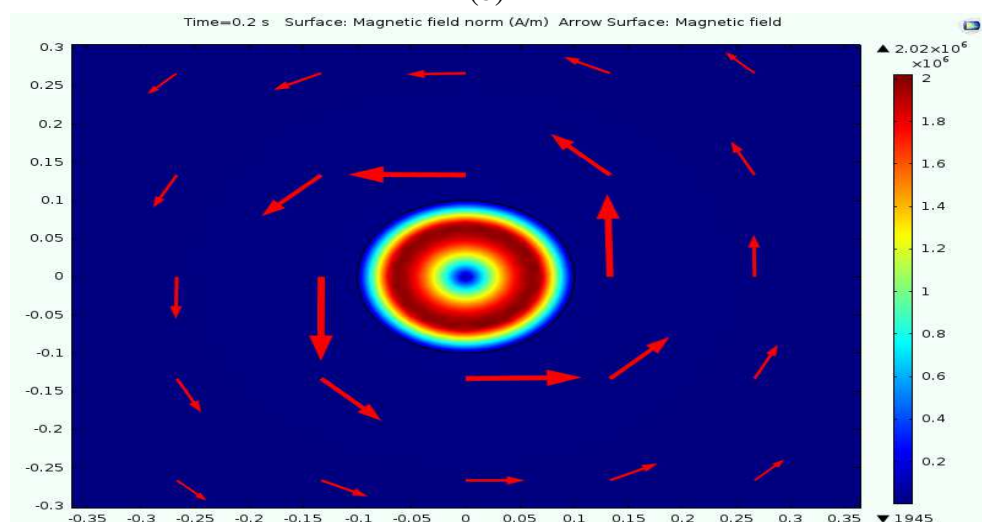
Figure IV.19 (a-c) : Répartition spatiale de la densité des pertes au plan (x, y) pour différents valeurs maximale du courant appliqué $I_{max} = 10^4$ A, et $\tau = 0.02$ s.



(a)



(b)



(c)

Figure IV.20 (a-c): Répartition spatiale des lignes du champ dans le domaine d'étude pour différentes valeurs maximales du courant appliqué $I_{max} = 10^4 A$, et $\tau = 0.02s$.

IV.4.2. Interprétation

D'après les résultats obtenus nous remarquons que la densité des pertes est influencée par la valeur de la constante de temps τ , c'est-à-dire quand τ augmente, la densité des pertes diminue. On peut dire que la densité des pertes est inversement proportionnelle à la constante de temps. Nous remarquons aussi que la densité des pertes est proportionnelle à la valeur maximale du courant. Cette densité des pertes prend une valeur élevée au voisinage à la densité du courant critique. De même pour le champ magnétique qui est proportionnelle aussi à la valeur maximale du courant appliqué.

VI.5. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les résultats de simulation de la modélisation des phénomènes magnétodynamique dans un câble supraconducteur parcouru par un courant de forme exponentielle, sinusoïdale et pulsé. Ces résultats sont obtenus par le logiciel COMSOL Multiphysics qui est basé sur la méthode des éléments finis. Notre résultat de simulation montre que il ya plusieurs paramètres influencés sur la densité des pertes tel que la valeur maximale du courant appliqué, la fréquence et la constante de temps.

Conclusion générale

Notre travail consiste à calculer les pertes dans un câble supraconducteur à haute température critique (SHTc) parcouru par différents forme du courant, exponentielle, sinusoïdale et pulsé. L'utilisation, dans l'avenir, de ces supraconducteurs pour le transport de courant, nous a incités à étudier plus particulièrement les pertes en champ propre, avec un courant sinusoïdal et non sinusoïdal. Pour calculer ces pertes, nous avons utilisées la formulation magnétodynamique et le modèle de loi de puissance $E(J)$, qui très répandu dans la littérature, il est utilisé dans la plupart des travaux de modélisation de l'aimantation et la lévitation des SHTc. L'ensemble de notre rapport se situe dans :

- La modélisation des phénomènes électromagnétiques dans les matériaux supraconducteurs par les équations de Maxwell.
- Les différents résultats obtenus par le logiciel COMSOL Multiphysics qui basé sur la méthode des éléments finis pour les trois cas étudié du câble supraconducteur.
- La comparaison entre les pertes obtenues dans le câble supraconducteur pour différents forme du courant électrique appliqué.

D'après les résultats obtenus, on a remarqué que la variation instantané de la densité des pertes est proportionnelle à la variation de : la valeur maximale du courant, la fréquence et l'exposant ' n ' dans le régime périodique. Dans le régime pulsé, la densité des pertes est influencée par la valeur de la constante de temps τ ; c'est-à-dire la densité des pertes est inversement proportionnelle à la constante de temps. L'analyse des résultats montre que le bon choix de ces paramètres est d'une importance essentielle, si on veut assurer une meilleure concordance avec les résultats expérimentés.

En perspective, et enfin d'obtenir une vision entière sur la modélisation des SHTc, il serait intéressant de :

- Faire le couplage entre les phénomènes électromagnétiques et thermiques dans le calcul des pertes dans un câble supraconducteur,
- Utilisation des modèles de Kim $J_c(B)$ et $n(B)$ dans la modélisation des SHTc en vue de calculer les pertes.

BIBLIOGRAPHIE :

- [1] : M. Mahtali, « Etude et caractérisation de structures supraconductrices », Thèse de doctorat, Université Constantine, 2007.
- [2] : M. Carlier « modèle intégral axisymétrique pour le calcul des pertes ac dans les bobinages supraconducteurs », Ecole polytechnique de Montréal, 2012.
- [3] : M. L. Hamzaoui et F. Dahmani, « Etude, réalisation et modélisation des matériaux supraconducteurs destiné à lévitation », Thèse d'Ingénieur, Université de Biskra, 2010.
- [4] : <https://www.superconductors.fr/historique.php> consulter le 18/02/2017.
- [5] : <https://fr.wikipedia.org/wiki/Supraconductivit%C3%A9> consulter le 22/02/2017.
- [6] : R. Alhasan, « Etude et Réalisation d'une Nouvelle Structure d'un Moteur Synchrone Supraconducteur », Thèse de doctorat, université de Lorraine, 2015.
- [7] : M. L. Khene, « Etude de l'aimantation dans les supraconducteurs », Thèse de doctorat, université de Biskra, 2015.
- [8] : S. Bendali, « Dimensionnement d'un moteur supraconducteur HTc », Thèse de doctorat, université de Lorraine, 2012.
- [9] : F. Rouahna, « Calcul Analytique des Pertes dans les Matériaux Supraconducteurs à Haute Température Critique (SHTc) », mémoire de Master, université de Biskra, 2012.
- [10] : B. Dolisy, « Etude d'un moteur supraconducteur à flux axial avec une transmission magnétique supraconductrice intégré », Thèse de doctorat, université de Lorraine, 2015.
- [11] : L. Alloui, « Modélisation tridimensionnelle des matériaux supraconducteurs », Thèse de doctorat, université de Paris, 2012.
- [12] : I. N. Elghoul et D. E. Barkat, « Modélisation bidimensionnelle des matériaux supraconducteurs à haute température critique (SHTc) », Thèse d'Ingénieur, Université de Biskra, Juin 2011.
- [13] : M. A. E. Bendaoud et M. T. Hafiane, « Modélisation des Phénomènes magnéto-thermique dans les dispositifs de limiteur de courant à base de supraconducteur à haute température critique », mémoire de master, université de Ouargla, 2015.
- [14] : R. Mezouar et N. Khelfaoui, « Modélisation des phénomènes magnétodynamique dans les dispositifs de lévitation électrodynamique », Mémoire de master, université de Ouargla, 2016.

- [15] : H. Becha, « Modélisation des Phénomènes Electromagnétiques Couplés par la des Volumes Finis et de la Para métrisation dans les Systèmes Amagnétiques de chauffage par Induction », thèse de Magister, Université de Biskra, 2001.
- [16] : F. Ben Mebarek, « Modélisation des matériaux supraconducteurs, application à un limiteur de courant », Thèse de magister, Université de Biskra, 2014.
- [17] : S. Nemdili, « Modélisation et simulation du limiteur de courant supraconducteur », Thèse de doctorat, université de Sétif, 2013.
- [18] : M. A. Kara, « Contribution à l'étude d'un modèle dynamique de contournement d'un isolateur pollué », mémoire de magister, université de Sétif, 2013.
- [19] : J. Duron, « Modélisation de matériaux supraconducteurs -application à un limiteur de courant », Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2006.
- [20] : N. Ouassila, « Etude et modélisation des paliers planaires », mémoire de magister, université de Constantine, 2009.
- [21] : A. Khelfaoui et O. Bouberra, « Modelisation par methode des elements finis des phenomenes de conduction surfacique sur l'isolateur pollues », Mémoire de master, université de Ouargla, 2014.
- [22] : M. Haddadi, « Etude numérique avec comparaison expérimentale des propriétés thermophysiques des matériaux composites à matrice polymère », Mémoire de master, université de Batna, 2011.
- [23] : Hervé Oudin, « Introduction à la méthode des éléments finis » version 3, Nantes, 2011.
- [24] : I. R. Pecher, M.D. McCulloch, S.J. Chapman, L. Prigozhin, and C.M. Elliotth, "3D-modelling of bulk type-II superconductors using unconstrained H-formulation," *6th European Conf. Applied Superconductivity (EUCAS 2003)*.