



Université Mohamed Khider Biskra  
Faculté des Sciences et de la Technologie  
Département de Génie Electrique  
Filière : Electrotechnique  
Option : **Machines Electriques**

Réf:.....

**Mémoire de Fin d'Etudes**  
**En vue de l'obtention du diplôme:**

**MASTER**

*Mémoire réalisée au laboratoire de modélisation des systèmes énergétiques  
de Biskra : LMSE*

***Thème***

***Etude des performances d'un système  
électromagnétique de lévitation à base de  
supraconducteur HTc***

Présenté par :  
**DJOUAMAA Oussama**  
Soutenu le : 03 Juin 2013

Devant le jury composé de :

Mr <i>ALLOUI Lotfi</i>	<i>M.C.A</i>	Université de Biskra	<b>Président</b>
Mr <i>MIMOUNE S. Mohamed</i>	<i>PR</i>	Université de Biskra	<b>Encadreur</b>
Mr <i>KHENE M. Lotfi</i>	<i>M.A.A</i>	Université de Biskra	<b>Examineur</b>

**Année universitaire : 2012 / 2013**

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

République Algérienne Démocratique et Populaire

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

Ministère de l'enseignement Supérieur et de la recherche scientifique



Université Mohamed Khider Biskra

Faculté des Sciences et de la Technologie

Département de Génie Electrique

Filière : Electrotechnique

Option : **Machines Electriques**

Mémoire de Fin d'Etudes

En vue de l'obtention du diplôme:

**MASTER**

*Mémoire réalisée au laboratoire de modélisation des systèmes énergétiques  
de Biskra : LMSE*

***Thème***

*Etude des performances d'un système électromagnétique  
De lévitation à base de supraconducteur HTc*

**Présenté par :**

*DJOUAMAA Oussama*

**Avis favorable de l'encadreur :**

*Pr. MIMOUNE S. Mohamed*

*Signature*

**Avis favorable du Président du Jury :**

*Dr. ALLOUI Lotfi*

*Signature*

**Cachet et signature**

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

République Algérienne Démocratique et Populaire

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

Ministère de l'enseignement Supérieur et de la Recherche scientifique



Université Mohamed Khider Biskra

Faculté des Sciences et de la Technologie

Département de Génie Electrique

Filière : Electrotechnique

Option : Machines Electriques

*Mémoire réalisée au laboratoire de modélisation des systèmes énergétiques  
de Biskra : LMSE*

## *Thème :*

### Etude des performances d'un système électromagnétique De lévitation à base de supraconducteur HTc

Proposé par : *Pr.* MIMOUNE S. Mohamed

Dirigé par : *Pr.* MIMOUNE S. Mohamed

## RESUMES

L'objectif principal de ce mémoire est le calcul de la force de lévitation entre un aimant permanent et une pastille supraconductrice à haute température critique (SHTc). Ce travail consiste donc à modéliser le comportement des conducteurs YBCO à 77K, qui sont pour le moment les supraconducteurs les plus utilisés dans l'industrie. Une introduction à la supraconductivité a été présentée, en particulier l'effet Meissner. Les Modèles de la loi en puissance, de Kim, de flux flow et de flux creep ont été utilisés dans cette étude afin d'établir les performances du système de lévitation électromagnétique étudié. La modélisation est faite par la méthode numérique des volumes finis en se basant sur des conditions aux limites élargies.

**Mots clés :** Supraconducteur à haute température critique, Système de lévitation électromagnétique, Méthode des volumes finis, Modèle de la loi en puissance, Modèle de Flux flow-Flux creep, Modèle de Kim

## ملخص

الهدف الرئيسي من هذه المذكرة هو حساب قوة الرفع المغناطيسية بين مغناطيس دائم و ناقل فائق ذو درجة حرارة عالية (SHTc). هذا العمل ينص إذا على نمذجة سلوك النواقل YBCO عند درجة الحرارة (77K) التي تعد أكثر النواقل إستعمالاً في المجال الصناعي. نستعرض مقدمة عن النواقل الفائقة, خصوصاً فعل مسنر. نموذج قانون القوة, و نموذج كيم, بالإضافة إلى نموذج التدفق المغناطيسي, تم إستعمالها من أجل معاينة قدرات نظام الدفع الكهرومغناطيسي. النمذجة تمت بإستعمال الطريقة الرقمية للأحجام المبسطة, بالإعتماد على الشروط الموسعة.

ملخص : ناقل فائق ذو درجة حرارة عالية, نظام الدفع الكهرومغناطيسي, الطريقة الرقمية للأحجام المبسطة, نموذج قانون القوة, نموذج كيم, نموذج التدفق المغناطيسي.



## *Remerciement*

Je tiens à remercier tout d'abord et avant tous 'Allah tout puissant'.

Je tiens à remercier chaleureusement ma très chère mère qui m'a toujours encouragé  
et qui ma soutenue jusqu'au bout.

Je tiens à remercier chaleureusement mon très cher père qui m'a profondément aidé  
à achever ce modeste travail.

Je tiens à remercier aussi tout ce qui avait la main, de près ou de loin pour la mise en œuvre  
de ce travail.

Un grand honneur, et remerciement à mon cher encadreur  
**Pr. Mimoune Sourî Mohamed**, qui a fait preuve de bonne foi pour ces directives  
et ces remarque, sincère qui m'a aidé à achever ce présent mémoire.

Un grand remerciement à **Dr. Khene Mohamed Lotfi et Dr. Alloui Lotfi** à leur aide et  
pour leur disponibilité et à juger ce modeste mémoire qu'ils soient assuré de ma  
plus profonde reconnaissance.

Un profond remerciement au **Dr. Benalia Khaled** pour sa disponibilité et son aide  
ainsi que son soutient remarquables

Enfin, je remercie chaleureusement l'ensemble des amis et collègues  
qui ont contribués à l'aboutissement de ce travail.

## *Dédicace*

*Tout d'abord et avant tout je dédie ce travail à ma fabuleuse Maman qui m'a aidé, soutenu, incité, poussé, encouragé à donner tout mon possible pour l'accomplir.*

*A mon cher père que je rêve un jour de marcher sur ces pas que dieu le garde.*

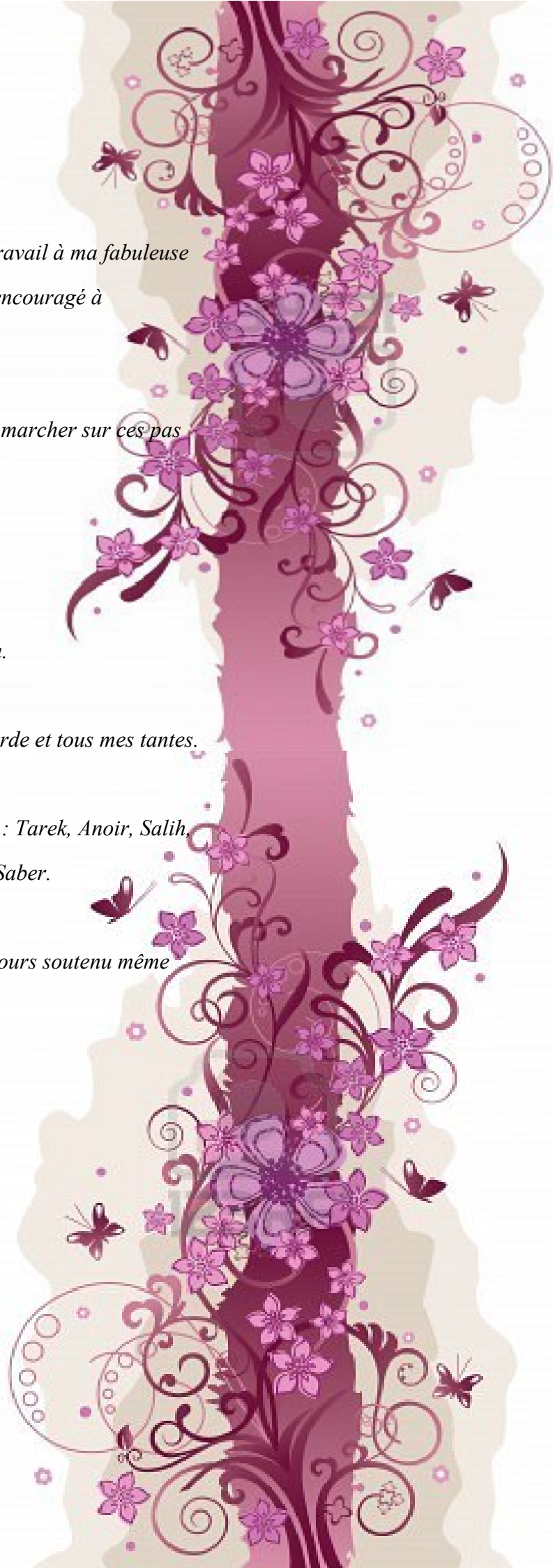
*A mes très cher frères Amine et Nazim.*

*A mon Cousin et frère Oucherif Mamou.*

*A ma chère grande mère que dieu la garde et tous mes tantes.*

*A tous mes amis sans exception surtout : Tarek, Anoir, Salih, Okba, Hamza, Imad, Aymen, Jacob, Ridha, et Saber.*

*A ma cher bien aimé Hayet qui ma toujours soutenu même dans les moments les plus difficiles.*



# SOMMAIRE GÉNÉRAL

## Sommaire Général

Introduction générale.....	01
----------------------------	----

### Chapitre I

I.1 Introduction.....	.04
I.2 Diamagnétisme : Généralités.....	.05
I.2.1 Origine du diamagnétisme.....	.05
I.2.2 Conséquence du diamagnétisme.....	.06
I.3 Comportement magnétique des supraconducteurs.....	06
I.3.1 Effet de Cohérence.....	06
I.3.2 Effet Meissner.....	07
I.4 Conducteurs parfaits et supraconducteurs.....	09
I.5 Classification des supraconducteurs.....	11
I.5.1 Supraconducteurs de type I.....	11
I.5.2 Supraconducteurs de type II.....	12
I.5.2.1 Supraconducteurs de type II à BTc.....	13
I.5.2.1.a Supraconducteurs NbTi.....	13
I.5.2.1.b Supraconducteurs Nb <sub>3</sub> Sn.....	13
I.5.2.2 Supraconducteurs de type II à HTc.....	14
I.5.2.2.a Supraconducteurs BSCCO.....	14
I.5.2.2.b Supraconducteurs YBCO.....	15
I.6 Vortex et phase de Shubnikov.....	15
I.6.1 Définition des vortex.....	15
I.6.2 Dynamique des Vortex.....	17
I.7 Caractéristiques physiques des supraconducteurs.....	18
I.7.1 Température critiques.....	18
I.7.2 Champ magnétique critique.....	19
I.7.3 Densité du courant critique.....	20
I.7.4 Surface critique.....	22
I.8 Modèles de supraconducteurs.....	22
I.8.1 Modèle de Bean (Modèle de l'état critique).....	23
I.8.2 Modèle de la loi en puissance <b>E-J</b> .....	24
I.8.3 Modèle de Kim.....	24

I.8.4	Modèle exponentiel.....	25
I.8.5	Modèle de flux creep et flux flow.....	25
I.8.5.1	Modèle de flux creep.....	25
I.8.5.2	Modèle de flux flow.....	26
I.9	Applications des supraconducteurs en électrotechnique.....	27
I.9.1	Aimant supraconducteur.....	27
I.9.2	Lignes de transport.....	28
I.9.3	Moteur et générateur supraconducteur.....	30
I.9.4	Transformateurs.....	30
I.9.5	Limiteur du courant.....	30
I.9.6	Système de stockage de l'énergie.....	31
I.9.7	Trains à lévitation magnétique.....	31
I.10	Principe de lévitation supraconductrice.....	32
I.10.1	Lévitation utilisant l'effet Meissner (stabilisation avec le phénomène de piégeage magnétique).....	33
I.11	Conclusion.....	37

## Chapitre II

II.1	Introduction.....	38
II.2	Equations électromagnétiques de base.....	38
II.3	Formulation des Équations électromagnétiques.....	39
II.3.1	Modèle Magnétodynamique .....	40
II.3.2	Formulation de l'équation magnétodynamique.....	40
II.4	Modèle cylindrique axisymétrique en électromagnétisme.....	43
II.4.1	Condition de Dirichlet.....	44
II.4.2	Condition de Neumann.....	44
II.5	Model de l'aimant permanent.....	45
II.6	Méthodes de résolution des équations différentielles aux dérivées Partielles.....	46
II.7	Résolution par la Méthode des volumes finis (MVF).....	47
II.8	Hypothèse simplificatrice.....	49
II.9	La force magnétique entre aimant permanent et supraconducteur.....	50
II.10	Méthode de résolution des équations algébriques.....	51
II.10.1	Méthodes directes.....	51



II.10.2 Méthodes Itératives.....	51
II.10.2.a Méthode de Jacobi.....	51
II.10.2.b Méthode de Gauss Seidel.....	51
II.10.2.c Méthode de relaxation.....	52
II.11 Algorithme de résolution.....	52
II.11.1 Bloc d'entrée.....	53
II.11.1.a Module de maillage.....	53
II.11.1.b Module de base de données.....	53
II.11.1.c Module d'affectation.....	53
II.11.2 Bloc de résolution.....	54
II.11.3 Bloc de sortie.....	54
II.12 Conclusion.....	57

## Chapitre III

III.1 Introduction.....	58
III.2 Description du système.....	58
III.3 Résultats de modélisation.....	59
III.3.1 Effet du rayon de la pastille supraconductrice.....	60
III.3.2 Effet de la vitesse du mouvement de l'aimant permanent.....	61
III.3.3 Effet d'aimantation de l'aimant permanent.....	62
III.3.4 Effet de l'épaisseur de la pastille supraconductrice.....	63
III.3.5 Effet de la densité du courant critique.....	64
III.3.6 Effet de l'indice de transition résistive.....	64
III.3.7 Effet de la température de refroidissement.....	65
III.3.8 Effet de l'induction magnétique critique.....	66
III.4 Conclusion.....	67
Conclusion générale.....	68
Notations et unités.....	70
Abréviation.....	71
Référence bibliographique.....	72

# Liste des tableaux

<b>Tableau I.1</b> – Comportement d'un supraconducteur.....	08
<b>Tableau I.2</b> – Comparaison entre un conducteur parfait et un supraconducteur de type I lors d'un refroidissement sous champ.....	09
<b>Tableau I.3</b> – Comparaison entre un conducteur parfait et un supraconducteur de type I lors d'un refroidissement sous champ.....	10
<b>Tableau I.4</b> – $T_c$ , $H_c$ et $B_c$ dans les supraconducteurs de type I, (à 0K).....	12
<b>Tableau I.5</b> – $T_c$ , $H_c$ et $B_c$ dans les supraconducteurs de type II, (à 0K).....	13
<b>Tableau III.1</b> – propriétés géométriques et physiques de l'aimant permanent et du supraconducteur.....	59

# Liste des figures

<b>Figure 1.1</b> : Evolution schématique de l'aimantation des trois principaux types de matériaux magnétiques en fonction du champ magnétique excitateur.....	05
<b>Figure 1.2</b> : Déformation des lignes de champ aux alentours d'un corps Diamagnétique.....	06
<b>Figure 1.3</b> : Induction magnétique en fonction du champ magnétique des deux types de supraconducteur.....	11
<b>Figure 1.4</b> : Evolution de la température critique dans les SHTc.....	15
<b>Figure 1.5</b> : Schéma d'un vortex dans un supraconducteur isotrope.....	16
<b>Figure 1.6</b> : Schéma représentant le réseau d'Abrikosov.....	16
<b>Figure 1.7</b> : Force de Lorenz et écoulement du flux.....	17
<b>Figure 1.8</b> : Comportement des vortex.....	17
<b>Figure I.9</b> : Dépendance de la résistivité en fonction de la température pour l'état normal (I) et l'état supraconducteur (II).....	18
<b>Figure 1.10</b> : Dépendance du champ magnétique en fonction de la température.....	19
<b>Figure I.11</b> : Dépendance du champ électrique en fonction de la densité du courant.....	21
<b>Figure I.12</b> : La Surface critique qui limite l'état supraconducteur.....	22
<b>Figure I.13</b> : Caractéristique $E(J)$ basée sur le modèle de Bean.....	23
<b>Figure I.14</b> : Caractéristiques $E(J)$ d'un supraconducteur.....	26
<b>Figure I.15</b> : Coupe d'un aimant de courbure LHC.....	28
<b>Figure I.16</b> : Schéma de câble 3Ø supraconducteur fabriqué par NEXANS.....	29
<b>Figure I.17</b> : Moteur supraconducteur de 5mw.....	30
<b>Figure I.18</b> : Limiteur de courant de défauts supraconducteur.....	31
<b>Figure I.19</b> : Le Transrapid : il relie le nouvel aéroport international de Pu Dong à la station Long yang Road sur la ligne 2 du métro de Shanghai.....	32
<b>Figure I.20</b> : Un aimant flotte au dessus d'un supraconducteur.....	33
<b>Figure I.21</b> : Réseau de vortex dans un supraconducteur. Le champ magnétique peut pénétrer dans les zones "normales" entourées par les courants supraconducteurs.....	33
<b>Figure I.22</b> : Schéma représentant les forces sur l'aimant et le champ magnétique autour du supraconducteur.....	34

<b>Figure I.23</b> : Schéma représentant les forces sur l'aimant lors d'un déplacement à droite.....	35
<b>Figure I.24</b> : Schéma représentant les forces sur l'aimant lors d'un déplacement vers le haut.....	35
<b>Figure I.25</b> : Principe de Frozen-image magnet.....	36
<b>Figure II.1</b> : Caractéristique $\mathbf{B}=f(\mathbf{H})$ des supraconducteurs.....	41
<b>Figure II.2</b> : Aimant cylindrique et sa densité du courant surfacique équivalente.....	45
<b>Figure II.3</b> : La répartition spatiale du champ d'induction magnétique $\mathbf{B}$ à l'extérieur de l'aimant permanent.....	46
<b>Figure II.4</b> : Volume fini dans le cas bidimensionnel.....	47
<b>Figure II.5</b> : Organigramme du code de calcul.....	53
<b>Figure II.6</b> : Algorithme de résolution du code de calcul.....	55
<b>Figure III.1</b> : Dispositif électromagnétique de lévitation.....	58
<b>Figure III.2</b> : Force de lévitation calculée comparée avec l'expérimentale.....	60
<b>Figure III.3</b> : Effet du rayon de la pastille supraconductrice sur la force de lévitation.....	61
<b>Figure III.4</b> : Effet de la vitesse du mouvement de l'aimant sur la force de lévitation.....	62
<b>Figure III.5</b> : Effet de l'aimantation de l'aimant sur la force de lévitation.....	63
<b>Figure III.6</b> : Effet d'épaisseur de la pastille supraconductrice sur la force de lévitation.....	63
<b>Figure III.7</b> : Effet de la densité de courant critique sur la force de lévitation.....	64
<b>Figure III.8</b> : Effet de l'indice de transition résistive sur la force de lévitation.....	65
<b>Figure III.9</b> : Effet de la température de refroidissement sur la force de lévitation.....	65
<b>Figure III.10</b> : Effet de l'induction magnétique critique sur la force de lévitation.....	66

# INTRODUCTION GÉNÉRALE

# Introduction Générale

Le poids est une force que nous subissons en permanence dans notre quotidien. S'en soustraire constitue l'un des plus vieux rêves de l'humanité. Pourtant, la mise en lévitation de certains objets est possible. Ils flottent alors dans les airs sans n'avoir aucun soutien, apparemment au mépris des lois de la physique. Une définition de la lévitation se doit donc de prendre en compte cet aspect surprenant, émerveillant et non-intuitif de la sustentation et ainsi laisser place à l'imagination. La notion de lévitation pourrait alors être résumée ainsi: manière fascinante de se soustraire à l'action de la gravité.

On comprend qu'il soit à priori difficile à la science de proposer des moyens pour parvenir à la lévitation. D'un côté, on lui demande l'objectivité requise pour une compréhension et une maîtrise de l'univers qui nous entoure. D'un autre, on lui demande de laisser une place à la subjectivité nécessaire à la fascination.

Paradoxalement, la science parvient à réunir ces deux antagonismes à l'aide du diamagnétisme, entre autre. Cette propriété magnétique de la matière est la réponse de la plupart des matériaux lorsqu'ils sont soumis à un champ magnétique. Cette réponse se traduit par la création, au sein du matériau, d'un champ s'opposant au champ magnétique exciteur. Dans sa forme la plus spectaculaire, ce phénomène se manifeste par une force de répulsion qui repousse le corps diamagnétique hors des zones de champ important. Il a été montré que ce phénomène peut être utilisé pour la lévitation, tel qu'il est même l'une des formes de lévitation les plus remarquables car elle est statique, stable et ne nécessite aucun apport d'énergie.

La lévitation diamagnétique présente donc de nombreux avantages, ce qui laisse le champ libre à la créativité et à l'invention. Parallèlement à ces avantages les chercheurs ont trouvé de nombreux problèmes dont Les matériaux conventionnels utilisés dans les différents domaines de l'électrotechnique ont atteint leurs limites d'utilisation à cause des limitations de leurs performances, limitations dues aux échauffements dans les matériaux résistifs, et aux champs de saturation dans les matériaux magnétiques.

A tous ces inconvénients les matériaux diamagnétiques dits supraconducteurs paraissent à première vue pouvoir remédier, grâce à leurs remarquables propriétés (résistivité nulle, densité de courants élevée, expulsion du champ magnétique...). Mais les choses ne sont pas aussi simples, car les supraconducteurs ont aussi leurs inconvénients

notamment la température critique très basse. C'est cet inconvénient majeur qui a limité l'utilisation des supraconducteurs à des domaines particuliers, notamment les recherches nécessitant des champs magnétiques très élevés que seules les bobines supraconductrices peuvent produire ainsi que quelques domaines d'applications qui peuvent se permettre le coût élevé des dispositifs supraconducteurs. Par conséquent la découverte en 1986 de la supraconductivité à haute température critique (le premier matériau supraconducteur à haute  $T_c$  a été découvert à une température de 35K), a relancé l'intérêt pour les supraconducteurs, et a encouragé les recherches sur les applications de ce type de matériaux, notamment pour le transport de l'énergie électrique, la production de champs intenses, et même dans les dispositifs de lévitation supraconductrice en exploitant les propriétés de diamagnétisme et de piégeage des vortex dans ces matériaux afin de léviter un objet grâce à la force répulsive stable entre un aimant permanent et un supraconducteur.

Notre travail consiste donc à l'étude de la lévitation supraconductrice entre les aimants permanents et les supraconducteurs à haute température critique (qui sont les plus utilisés dans la lévitation magnétique), cette étude à été possible grâce à la forte évolution des céramiques supraconductrices à haute température critique, notamment l'YBCO qui est capable de générer des densités de courant supérieures au millier d'ampères par millimètre carré.

Les outils de calcul numérique permettent un apport important dans la conception et l'optimisation des dispositifs supraconducteurs. Pour cela on s'intéresse à développer des outils de calcul capables de modéliser des dispositifs supraconducteurs avec des géométries 2D à l'aide des méthodes numériques discrètes pour calculer l'intégrale numérique à deux dimensions afin de modéliser les phénomènes électromagnétiques dans des dispositifs de formes géométriques complexes.

Le code de calcul développé dans ce travail, basé sur la méthode numérique des volumes finis avec des conditions aux limites élargies utilisant des outils mathématiques purs pour résoudre les systèmes d'équations non linéaires, est réalisé sous l'environnement MATLAB. Ce code de calcul sera utilisé pour l'étude d'un dispositif de lévitation supraconductrice dont des conditions physiques différentes.

Pour tous que nous avons cités, on va diviser ce mémoire strictement en trois chapitres:

Chapitre I: on présentera dans ce chapitre un aperçu historique sur les matériaux supraconducteurs, ses différents types, leurs comportements magnétiques, les différents modèles utilisés pour le calcul des grandeurs électromagnétiques dans les matériaux supraconducteurs avec des introductions à leurs techniques de mise au point ainsi que leurs

différentes applications industrielles en électrotechnique.

Chapitre II: on présentera dans ce chapitre un rappel sur les équations mathématiques en électromagnétisme, plus précisément les équations de Maxwell, le modèle magnétodynamique, le modèle de l'aimant permanent, et en fin la modélisation numérique de l'équation du potentiel vecteur magnétique avec des hypothèses simplificatrices liées à la distribution du courant, afin d'obtenir la résolution numérique de cette équation mathématique.

Chapitre III: on présentera dans ce chapitre les résultats obtenus par le code de calcul développé sous l'environnement MATLAB. Ces résultats concernant le calcul des différentes grandeurs électromagnétiques du supraconducteur tels que le potentiel vecteur magnétique  $\mathbf{A}_m$ , le potentiel vecteur magnétique total  $\mathbf{A}$  (qui est la somme de deux composantes du potentiel vecteur magnétique à l'intérieur et l'extérieur), l'induction magnétique  $\mathbf{B}$ , le champ électrique  $\mathbf{E}$ , la conductivité électrique  $\sigma$ , la densité du courant  $\mathbf{J}$ , ainsi que le calcul et la visualisation de la force de lévitation  $\mathbf{F}$ , qui est l'objectif principale de cette étude.

Et finalement, une conclusion générale qui résume l'essentiel de notre travail.



# CHAPITRE I

## I.1 Introduction

La supraconductivité est un phénomène remarquable qui a été découvert il y a plus de 100 ans. Le 8 avril 1911, l'histoire de ce phénomène débute dans un laboratoire de l'université de Leiden au Pays-Bas [01, 02, 03, 04, 05]. L'équipe de H. Kammerling Onnes découvrait la supraconductivité lorsqu'ils étaient entrain de travailler sur la liquéfaction de l'hélium et l'étude des propriétés électriques des métaux à basses températures. Ce phénomène, qui ouvre un champ d'innovations immense, se caractérise par une résistivité électrique strictement nulle en courant continu, par contre, en alternatif, elle devient très faible ( $\rho < 10^{-25} \Omega.m$ ) [06, 07, 08]. Toutefois, la supraconductivité ne se manifeste qu'en dessous d'une certaine température dite critique  $T_c$ . Cette température était très proche du zéro Kelvin (-273°C) jusqu'en 1986 où Johannes Bednorz et Karl Müller (prix Nobel en 1987) découvrent à Munich un autre type de supraconducteurs, les supraconducteurs dits à haute température critique (SHTc). Ceux-ci deviennent supraconducteurs à 30K. Cette avancée remettait complètement en question les théories qui avaient vu le jour pour expliquer ce phénomène et qui limitaient la supraconductivité à des températures d'une vingtaine de Kelvins. Les supraconducteurs HTc sur lesquels l'industrie et les chercheurs fondent beaucoup d'espoirs (YBCO et BSCCO) ont des températures critiques de 77K. Cela les rend utilisables à la température de l'azote liquide et donc beaucoup plus facilement manipulables et beaucoup moins onéreux à l'utilisation. Les supraconducteurs ne sont pas seulement des conducteurs parfaits, ils possèdent en plus une propriété particulière qui se présente au diamagnétisme parfait qui est un autre aspect très important.

Quand un échantillon supraconducteur est refroidi en dessous de sa température critique puis placé dans un champ magnétique, celui-ci est éjecté de l'échantillon. En effet, on identifie principalement un matériau supraconducteur comme repoussant des lignes de champ magnétique. Cette propriété est appelée Effet Meissner, cet effet est à l'origine de la lévitation magnétique.

Ce chapitre est un rappel général sur la supraconductivité permettra dans un premier temps de découvrir ce phénomène, ensuite nous présenterons le comportement des supraconducteurs ainsi que leurs modèles mathématiques caractéristiques et en fin nous parlerons de leurs principales applications en électrotechnique.

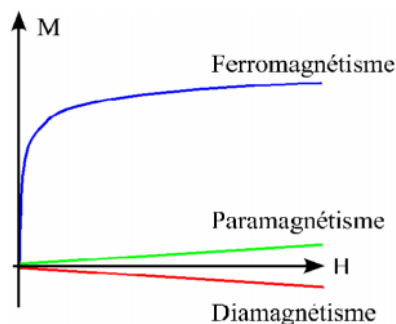
## I.2 Diamagnétisme : Généralités

En présence d'un champ magnétique  $\mathbf{H}$ , un matériau présente une réaction magnétique  $\mathbf{M}$  appelée aimantation. Dans le cas le plus simple des matériaux linéaires, cas dans lequel nous nous placerons tout au long de ce manuscrit, l'aimantation est proportionnelle à l'excitation :

$$\mathbf{M} = \chi \mathbf{H} \quad (\text{I.01})$$

Le coefficient de proportionnalité  $\chi$  est appelé susceptibilité. Elle varie en valeur, de  $10^{-6}$  pour les matériaux les plus faiblement magnétiques à  $10^6$  pour les plus facilement aimantables, mais elle varie également en signe (Figure I.1). Une susceptibilité positive implique que l'aimantation est de même sens que l'excitation et la renforce au sein du matériau.

A l'inverse, une susceptibilité négative implique une aimantation opposée au champ et qui le diminue. Enfin, une susceptibilité faible, inférieure à 1, implique que le champ extérieur domine, alors que pour une susceptibilité forte, supérieure à 1, le champ créé par le matériau amplifie significativement le champ extérieur.



**Figure I.1** – Evolution schématique de l'aimantation des trois principaux types de matériaux magnétiques en fonction du champ magnétique excitateur.

### I.2.1 Origine du diamagnétisme

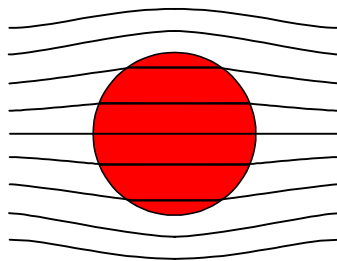
Dans la théorie classique, le mouvement d'un électron autour d'un atome est modélisé par une spire supraconductrice, c'est à dire sans résistance [09]. Lorsqu'un champ magnétique est appliqué, ce modèle permet de comprendre la modification du courant dans la spire par application de la loi de Lenz. Cette modification est telle qu'il en résulte un flux s'opposant au champ inducteur. Il apparaît donc un moment magnétique atomique.

La somme de tous les moments induits se traduit par une aimantation globale du corps dite diamagnétisme et qui est en opposition au champ inducteur [09, 10, 11].

### I.2.2 Conséquence du diamagnétisme

De par sa nature même, le diamagnétisme est une réponse de l'ensemble des atomes de la matière à une excitation magnétique. Les théories et mesures actuelles permettent de montrer que la susceptibilité diamagnétique est négative et varie entre  $10^{-6}$  et  $10^{-4}$ , selon le matériau.

Il est à noter que, selon ce modèle, un électron en rotation autour d'un noyau ne subit aucun frottement. Un état donné, quel qu'il soit, se conserve donc. Tant que le champ magnétique reste constant, il n'y a ainsi pas de variation du moment magnétique induit. Ce ne sont que les variations de champs qui induisent par la loi de Lenz, des variations de courant et donc de moment. Les corps diamagnétiques restent aimantés tant que le champ inducteur est présent et s'y adapte s'il est modifié [09, 10, 11].



**Figure I.2** – Déformation des lignes de champ aux alentours d'un corps Diamagnétique

## I.3 Comportement magnétique des supraconducteurs

### I.3.1 Effet de Cohérence

La supraconductivité allait subir un nouveau rebondissement en 1962 avec une prédiction de Josephson qui laissa pantois la communauté scientifique. Selon ce jeune et brillant étudiant en thèse, un courant électrique non nul pouvait circuler d'un bloc de supraconducteur à un second bloc séparé du premier d'une mince couche isolante en l'absence même de différence de potentiel entre les deux blocs. Mieux encore il prédisait qu'en présence d'une différence de potentiel continu, le courant circulant entre les deux blocs devrait être alternatif. Ces prédictions furent vérifiées expérimentalement quelques années plus tard et pour cette découverte Josephson et Giaver reçurent le prix Nobel en 1974 [36].

### I.3.2 Effet Meissner

Si la chute brutale de la résistivité reste la manifestation la plus spectaculaire de la supraconductivité, le comportement magnétique tout à fait original des supraconducteurs s'avère être la signature la plus profonde du phénomène.

Lorsqu'un champ magnétique extérieur est appliqué à un matériau supraconducteur, celui-ci régit de telle sorte que le champ magnétique en son sein reste nul. Une autre façon de présenter les choses est de dire qu'une densité d'aimantation  $\mathbf{M}$  égale à l'opposé de l'excitation magnétique  $\mathbf{H}$  se développe dans l'échantillon.  $\mathbf{B}$  est nul puisque ces grandeurs sont reliées par  $\mathbf{B} = \mu(\mathbf{H} + \mathbf{M})$ . Le matériau se comporte comme un diamagnétique parfait ce qui est à la base du phénomène de lévitation. Après bien des incertitudes, il est apparu que l'aimantation  $\mathbf{M}$  était égale à  $(-\mathbf{H})$ , quel que soit le chemin suivi: après refroidissement en champ nul et application du champ à une température inférieure à  $T_c$ , ou après refroidissement de l'échantillon sous champ magnétique.

L'état supraconducteur apparaît comme une véritable phase thermodynamique. La transition phase normale - phase supraconductrice en champ nul est accompagnée d'une anomalie de chaleur spécifique mais n'engendre aucune chaleur latente. Elle sera cataloguée comme une transition du second ordre [13]. Ce résultat important ne peut se déduire uniquement du fait qu'un supraconducteur est un milieu de résistivité nulle.

D'après la loi d'ohm  $\mathbf{E} = \rho\mathbf{J}$ , on remarque que si la résistivité  $\rho$  s'annule, alors  $\mathbf{J}$  reste fini et  $\mathbf{E}$  doit tendre vers zéro. Or d'après l'équation de Maxwell  $\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$  est proportionnel à  $\nabla \times \mathbf{E}$ , d'où une résistivité nulle implique que  $\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0$ . Ceci veut tout simplement dire que le flux dans le métal ne peut pas varier lorsqu'on refroidit jusqu'en dessous de la température de transition [14].

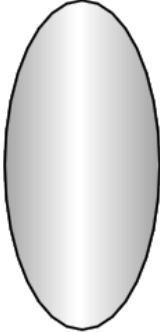
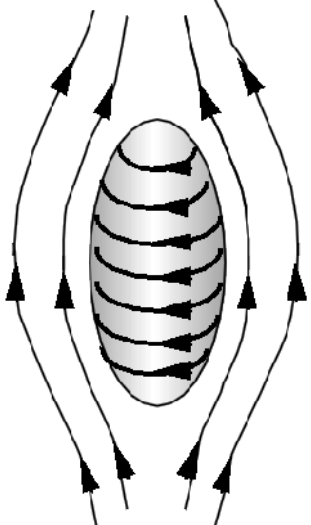
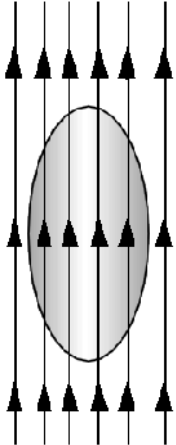
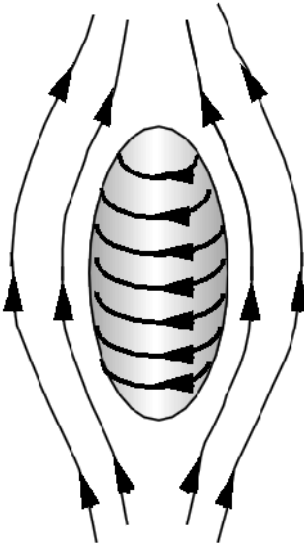
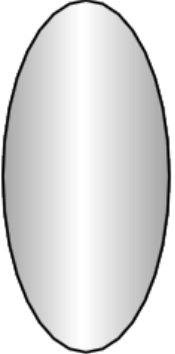
<p><b>Comportement d'un Supraconducteur (Effet Meissner)</b></p>		
	<p>L'échantillon est amené en champ nul à une température <math>T &lt; T_c</math></p>	<p>Le champ est appliqué sous <math>T_c</math>. Des courants se développent et font écran à la pénétration du champ dans l'échantillon.</p>
		
<p>Sous champ magnétique, l'échantillon est remonté à une température supérieure à <math>T_c</math>. La supraconductivité disparaît et le champ pénètre dans l'échantillon</p>	<p>L'échantillon est refroidi sous champ constant. la supraconductivité réapparaît et avec elle les courants faisant écran à la pénétration du champ magnétique</p>	<p>A basse température, le champ extérieur est coupé. Les courants supraconducteurs disparaissent aussi afin de laisser nul le champ à l'intérieur de l'échantillon.</p>

Tableau I.1 – Comportement d'un supraconducteur

## I.4 Conducteurs parfaits et supraconducteurs

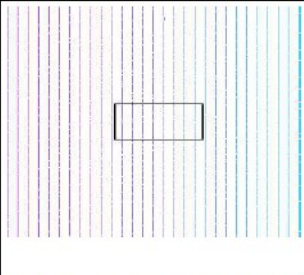
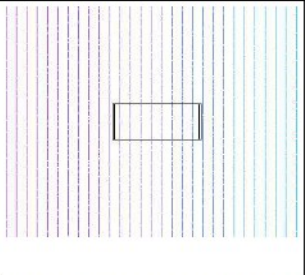
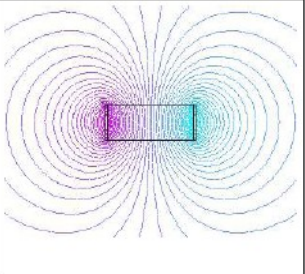
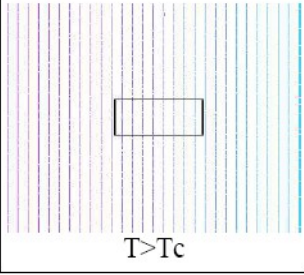
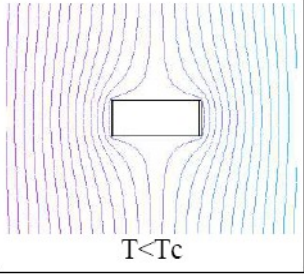
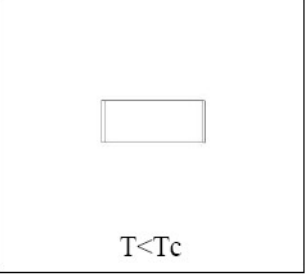
Un conducteur parfait pourrait être défini comme ayant une résistance électrique nulle. Le diamagnétisme serait donc la différence fondamentale entre un supraconducteur et un conducteur parfait. Nous allons nous intéresser au comportement magnétique d'un matériau supraconducteur lorsqu'un champ magnétique extérieur est appliqué. Tout d'abord, voyons le cas du refroidissement sous champ :

Étape 1: le champ magnétique est appliqué.

Étape 2: le matériau est refroidi en dessous de sa température critique.

Étape 3: le champ magnétique extérieur s'annule.

Le Tableau I.2 représente la comparaison entre un supraconducteur et un conducteur parfait lors d'un refroidissement sous champ.

	<b>Étape 1</b> Sous champ $B=B_{max}$	<b>Étape 2</b> Sous champ $B=B_{max}$	<b>Étape 3</b> Hors champ $B=0$
Conducteur parfait			
Supra-conducteur	 $T > T_c$	 $T < T_c$	 $T < T_c$

**Tableau I.2** – Comparaison entre un conducteur parfait et un supraconducteur de type I lors d'un refroidissement sous champ

Nous pouvons constater que lors de l'étape 1, les deux matériaux sont dans la même configuration. Dans l'étape 2, le supraconducteur expulse le champ magnétique de son volume, il est dans l'état Meissner. Le conducteur parfait voit le champ magnétique dans tout son volume. Pendant l'étape 3, lors de l'annulation du champ magnétique, le supraconducteur ne contient aucun champ, par contre le conducteur parfait a piégé le flux du champ magnétique extérieur qui le pénétrait dans l'étape 2.

Voyons maintenant le comportement de ces matériaux lors d'un refroidissement en champ extérieur nul :

Étape 1: la température est supérieure à la température critique du supraconducteur et le champ magnétique extérieur est nul.

Étape 2: la température descend en dessous de la température critique du matériau et, une fois le matériau dans l'état supraconducteur, le champ magnétique est appliqué.

Étape 3: le champ magnétique extérieur est annulé.

Le Tableau I.3 représente la comparaison entre un supraconducteur et un conducteur parfait lors d'un refroidissement hors champ.

	<b>Étape 1</b> Hors champ $B=0$	<b>Étape 2</b> Sous champ $B=B_{max}$	<b>Étape 3</b> Hors champ $B=0$
Conducteur parfait			
Supra-conducteur	 $T > T_c$	 $T < T_c$	 $T < T_c$

**Tableau I.3** – Comparaison entre un conducteur parfait et un supraconducteur de type I lors d'un refroidissement sous champ

On constate que le supraconducteur et le conducteur parfait ont le même comportement lors d'un refroidissement hors champ. C'est à dire que même si l'état Meissner n'existait pas, un supraconducteur refroidi hors champ expulserait le champ magnétique de son volume. Dans ce cas, le phénomène mis en jeu est la loi de Lenz : des courants se créent pour s'opposer à toute variation de flux magnétique. Ces courants n'étaient pas amortis, ils circulent et maintiennent le conducteur à une valeur de flux constante. D'après cette loi, un conducteur parfait ne peut pas avoir une variation de flux magnétique. Nous verrons que l'état Meissner est détruit lorsque le champ magnétique extérieur dépasse quelques milli teslas.



En conclusion, si nous voulons modifier la répartition spatiale du champ magnétique à l'aide de supraconducteur, nous devons utiliser un refroidissement hors champ [30].

## I.5 Classification des supraconducteurs

Les supraconducteurs présentent, sous un champ magnétique, principalement deux comportements qui définissent deux types de supraconductivité.

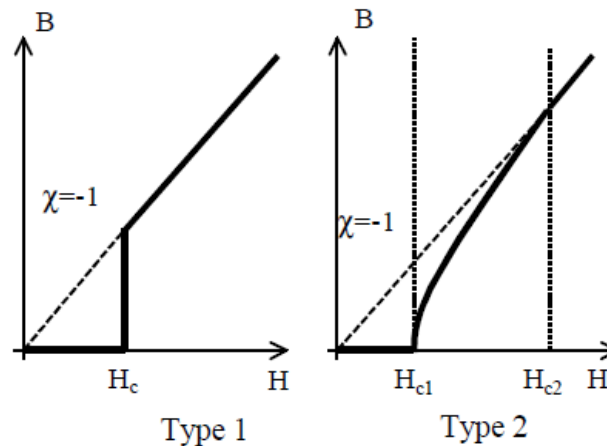


Figure I.3 – Induction magnétique en fonction du champ magnétique des deux types de supraconducteur

### I.5.1 Supraconducteurs de type I

Les supraconducteurs sont appelés supraconducteurs de type I qui nécessitent une température extrêmement basse pour devenir supraconducteurs et ils ne comportent que les deux états suivants: état supraconducteur et état normal [15]. Ce type de supraconducteur est caractérisé par un seul champ critique  $H_c$  et leur diamagnétisme est presque parfait. Lorsqu'ils sont soumis à un champ magnétique extérieur appliqué  $H < H_c$ , l'induction magnétique  $B$  à l'intérieur du matériau est quasiment nulle et l'aimantation  $M = -H$ . Si  $T > T_c$  ou si  $H > H_c$  alors le matériau retrouve l'état normal.

En réalité, la faible valeur du champ magnétique critique de ce type de supraconducteur rend leur utilisation en électrotechnique difficile.

Matériau	T <sub>c</sub> (K)	H <sub>c</sub> (A/m)	B <sub>c</sub> (Tesla)
Titanium (Ti)	0.4	0.42*10 <sup>4</sup>	0.0056
Aluminium (Al)	1.2	0.79*10 <sup>4</sup>	0.0105
Tin (Sn)	3.7	2.40*10 <sup>4</sup>	0.0305
Mercure (Hg)	4.2	3.30*10 <sup>4</sup>	0.0411
Plombe (Pb)	7.2	6.40*10 <sup>4</sup>	0.0803

**Tableau I.4** – T<sub>c</sub>, H<sub>c</sub> et B<sub>c</sub> dans les supraconducteurs de type I, (à 0K).

### I.5.2 Supraconducteurs de type II

Ces supraconducteurs possèdent deux champs magnétiques critiques  $H_{c1}$  et  $H_{c2}$ , le second est nettement plus élevé que le premier. Ils sont considérés comme supraconducteurs lorsque nous leur appliquons un champ magnétique  $H < H_{c2}$ . L'induction magnétique critique qui est égale à  $B_{c2} = \mu_0 H_{c2}$  (dès que  $H \gg H_{c1}$ ), atteint jusqu'à plusieurs Teslas dans les oxydes supraconducteurs, c'est pourquoi ils sont les plus utilisés dans la pratique.

En dessous de  $H_{c1}$ , le comportement est analogue à celui des supraconducteurs de type I, et l'induction magnétique est quasiment nulle. Pour des champs compris entre les deux valeurs critiques, le diamagnétisme n'est pas parfait et l'écrantage est partiel. Le supraconducteur se trouve dans l'état mixte [15, 16].

Lorsque le matériau supraconducteur est pénétré par le champ magnétique externe, il apparaît que la répartition n'est pas homogène, et le champ magnétique pénètre partiellement par un ensemble de tubes appelés vortex (parallèle au champ magnétique) qui laissent passer chacun un quantum de flux. La profondeur de pénétration du flux magnétique augmente jusqu'à ce que l'induction magnétique atteigne la valeur critique  $B_{c2}$ . Au-delà de la seconde valeur critique  $H_{c2}$ , le flux magnétique est important et le matériau revient à l'état normal.

Composé	T <sub>c</sub> (K)	H <sub>c2</sub> (A/m)	B <sub>c2</sub> (Tesla)
Nb-Ti	10.2	$0.9 \times 10^7$	12
Nb <sub>3</sub> Sn	18.3	$1.6 \times 10^7$	22
Nb <sub>3</sub> Ge	23.0	$2.2 \times 10^7$	30
Nb <sub>3</sub> Al	18.9	$2.3 \times 10^7$	32
PbMo <sub>6</sub> S <sub>8</sub>	14.0	$3.3 \times 10^7$	45

**Tableau I.5** – T<sub>c</sub>, H<sub>c</sub> et B<sub>c</sub> dans les supraconducteurs de type II, (à 0K).

### I.5.2.1 Supraconducteurs de type II à BTc

Les supraconducteurs les plus largement utilisés sont les supraconducteurs de types II à basse température critique. Ce sont des composés à base de niobium Nb qui sont refroidis à la température de l'hélium liquide.

#### I.5.2.1.a Supraconducteurs NbTi

Le matériau supraconducteur de type II le plus utilisé à basse tension est un alliage de niobium et de titane (c'est le matériau supraconducteur le plus utilisé pour la réalisation d'aimants supraconducteurs. Cependant, l'augmentation de la demande en champs magnétiques plus élevés posée par la réalisation des grands aimants supraconducteurs bute sur la limite théorique du système NbTi [01]). Il est facile à mettre en œuvre technologiquement et convient pour la production des inductions magnétiques inférieures à 12T (il est utilisé généralement pour des champs magnétiques de 2 à 11T [01, 18, 19]).

Ses paramètres critiques T<sub>c</sub> et B<sub>c2</sub> sont fonction de la composition de l'alliage. Le plus couramment utilisé possède une température critique d'environ 9K à 0T et une induction critique B<sub>c2</sub> d'environ 14,5T à 0K.

Plusieurs entreprises dans le monde, comme SUPERCON aux Etats-Unis et ALSTHOM en France, commercialisent des fils composés de NbTi, de supraconducteur à basse température critique [20].

#### I.5.2.1.b Supraconducteurs Nb<sub>3</sub>Sn

Le Nb<sub>3</sub>Sn communément utilisé possède une température critique T<sub>c</sub> d'environ 18K à 0T, et une induction critique B<sub>c2</sub> d'environ 28T à 0K [01, 18, 21, 22]. Sa principale limitation est

sa difficulté de mise en œuvre, due à sa fragilité et la sensibilité de ses performances à la déformation.

En revanche, ses performances restent intéressantes dans des champs magnétiques importants de 10T à 22T. Pour cette raison, il existe un marché du Nb<sub>3</sub>Sn de 15 tonnes par an [19, 23]. En particulier, le Nb<sub>3</sub>Sn est utilisé pour la réalisation des aimants des réacteurs de fusion thermonucléaire contrôlée ITER qui nécessite 500 tonnes de conducteur Nb<sub>3</sub>Sn [23].

### **I.5.2.2 Supraconducteurs de type II à HTc**

En 1986, G. Bednorz et K.A. Muller ont découvert le premier matériau supraconducteur à haute température critique, celle-ci était de 30K. A partir de cette découverte, la valeur de la température critique a été sans cesse augmentée et aujourd'hui elle atteint 133K à la pression ambiante (160K sous pression) [20]. Cette haute température critique nous permet d'utiliser les supraconducteurs à la température de l'azote liquide et permet d'envisager des applications à cette température en électrotechnique.

Du point de vue de la structure, les supraconducteurs à haute température critique typiques sont des oxydes de type céramiques. Seules les valeurs des grandeurs critiques des supraconducteurs HTc sont différentes de celles des supraconducteurs BTc [06]. Pourtant il faut aborder un point particulier des supraconducteurs HTc.

Alors que le champ magnétique ne modifie pas l'allure de la courbe résistivité-température d'un supraconducteur conventionnel (soient de type I ou II), c'est différent pour les supraconducteurs HTc: la résistivité disparaît plus progressivement lorsque le champ magnétique extérieur augmente [17].

#### **I.5.2.2.a Supraconducteurs BSCCO**

Ce matériau est très utilisé pour les applications à 77K, en effet, son mode de fabrication permet la réalisation d'objets de différentes formes. En plus, des diverses technologies sont mises en œuvre pour obtenir des grandes longueurs de conducteurs SHTc. Les cuprates de bismuth (BSCCO) sous forme de ruban PIT (Powder In Tube) sont la première génération et sont commercialisés en longueurs kilométriques. Les conducteurs BSCCO sont aujourd'hui les seuls conducteurs supraconducteurs HTc disponibles en grandes longueurs [19].

Pour le transport de l'énergie de puissance, un des matériaux les plus prometteurs a semblé être le composé en céramique de Bi<sub>2</sub>Sr<sub>2</sub>Ca<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>10+x</sub> (Bi-2223), qui est habituellement manufacturé sous forme de bandes plates, et ayant une température critique environ de 110K,

peut être refroidi avec l'azote liquide, au lieu d'autres liquides cryogéniques plus traditionnels et plus chers [23, 26, 27].

### I.5.2.2.b Supraconducteurs YBCO

C'est le premier supraconducteur à la température de l'azote liquide sous pression atmosphérique (77K), il possède parmi les meilleures caractéristiques supraconductrices. L'avantage important d'YBCO par rapport à BSCCO est les densités de courant très grandes, qui ont obtenu dans des conducteurs d'YBCO au-dessus de  $100 \text{ A/mm}^2$  à 77K et 5T, (le composé YBCO possède une forte densité de courant critique «de l'ordre de quelques  $\text{MA.cm}^{-2}$ » et un fort champ d'irréversibilité, bien supérieur a celui du BSCCO, ce qui lui permet de résister à des champs magnétiques élevés «7T à 77K », l'YBCO semble donc être le candidat idéal pour les câbles SHTc et les autres applications [04, 28]), il est aussi donc le matériau le plus utilisé dans les applications électrotechnique même si sa température critique n'est pas la plus haute [29].

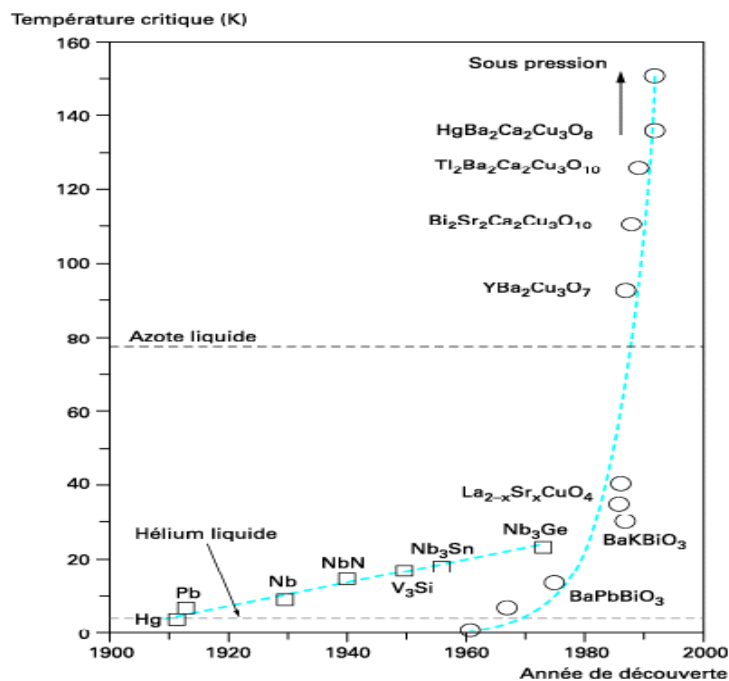


Figure 1.4 – Evolution de la température critique dans les SHTc

## I.6 Vortex et phase de Shubnikov

### I.6.1 Définition des vortex

Un vortex, ou ligne de flux, correspond à une inclusion de phase normale dans la phase supraconductrice, il est constitué d'un cœur cylindrique de rayon  $\xi$  (longueur de cohérence) appelé cœur du vortex dont l'axe est parallèle au champ appliqué  $\mathbf{H}$ . Ce cœur est dans l'état

normal (supraconductivité détruite) et laisse passer les lignes de champ magnétiques, de sorte qu'il y ait exactement un quantum de flux  $\Phi_0 \approx 2,07.10^{-15}$  Wb qui traverse le matériau à l'endroit du vortex. Celui-ci est entouré par une couronne cylindrique, d'épaisseur de l'ordre de  $\lambda_L$  (longueur de pénétration), au sien de laquelle circule des super-courants de densité  $\mathbf{J}$  (courants non dissipatifs). Ceux-ci écartent le champ magnétique à l'extérieur du vortex (Figure 1.5). Ces courants créent une interaction répulsive entre les vortex, qui vont s'arranger sur un réseau triangulaire régulier appelé réseau d'Abrikosov (Figure 1.6), qui est le modèle le plus adapté pour décrire la pénétration du flux magnétique dans les régions normales à l'état mixte des supraconducteurs de type II, afin de minimiser l'énergie d'interaction des vortex. L'existence de ces réseaux a été déterminée expérimentalement pour la première fois en 1967 à l'aide de la technique de la décoration magnétique [36].

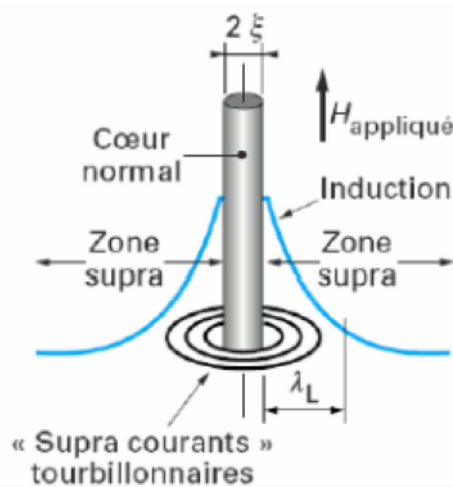


Figure 1.5 – Schéma d'un vortex dans un supraconducteur isotrope

L'état mixte, également appelé phase de Shubnikov, est une caractéristique intrinsèque des supraconducteurs de type II qui existe lorsqu'un champ magnétique  $\mathbf{H}_{c1} < \mathbf{H} < \mathbf{H}_{c2}$  est appliqué. Le premier vortex apparaît lorsque  $\mathbf{H} = \mathbf{H}_{c1}$  puis la densité de vortex croît avec le champ extérieur, lorsque  $\mathbf{H} = \mathbf{H}_{c2}$  les lignes de flux changent et le supraconducteur devient normal [30].

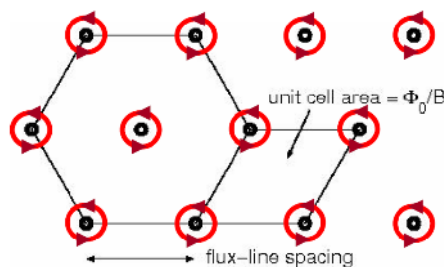


Figure 1.6 – Schéma représentant le réseau d'Abrikosov

### I.6.2 Dynamique des Vortex

Ce sont les vortex qui déterminent pour l'essentiel la réponse électrodynamique des supraconducteurs de type II sous champ magnétique, d'où l'importance de l'étude des vortex [36]. En particulier lors de l'application d'un courant électrique de densité  $\mathbf{J}$  dans un échantillon supraconducteur, une force de Lorentz  $\mathbf{F}_L = \mathbf{J} \wedge \mu_0 \mathbf{H}$  s'exerce sur les lignes de flux (Figure I.7), sous l'action de  $\mathbf{F}_L$ , les vortex se mettent à bouger, créant un champ électrique  $\mathbf{E} = \mu_0 \mathbf{H} \wedge \mathbf{v}$ , colinéaire à  $\mathbf{J}$ , tel que  $\mathbf{E} = \rho \mathbf{J}$ . La résistivité électrique  $\rho$  devient non nulle et l'énergie est dissipée en raison du mouvement des vortex; le matériau perd son caractère de conducteur parfait (Figure I.8.a).

Pour préserver la propriété de supraconductivité, les vortex doivent être piégés à l'aide de centres de piégeage qui exerceront une force  $\mathbf{F}_p$  pour les empêcher de se mouvoir sous l'action de  $\mathbf{F}_L$  (Figure I.8.b).

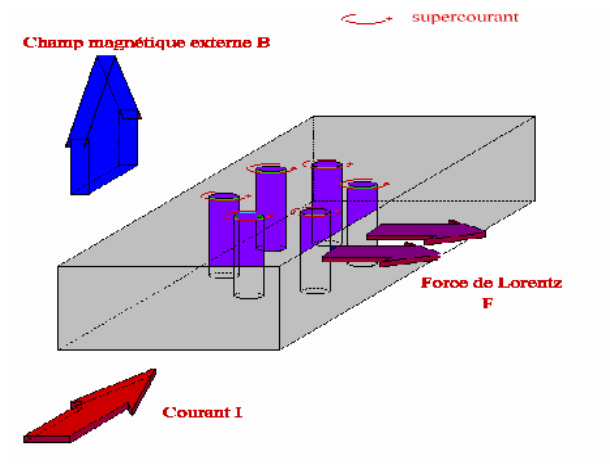


Figure 1.7 – Force de Lorentz et écoulement du flux

Cet ancrage sera efficace tant que la densité de courant appliquée ne dépasse pas un certain seuil, ou densité de courant critique  $J_c$ . Au-delà ( $J > J_c$ ), la force de Lorentz excède la force d'ancrage et les vortex sont de nouveau mis en mouvement [36].

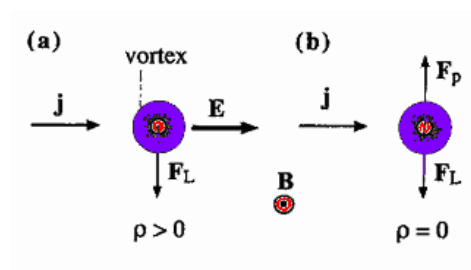


Figure 1.8– Comportement des vortex

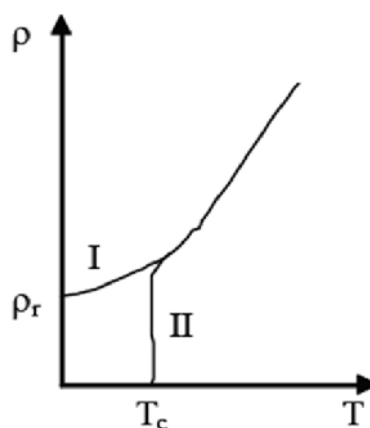
Dans la figure I.8.a : Lors de la circulation d'un courant électrique de densité  $\mathbf{J}$  ( $\mathbf{J} \perp \mathbf{B}$ ), les vortex sont mis en mouvement sous l'action de la force de Lorentz  $\mathbf{F}_L$ , cela crée un champ électrique  $\mathbf{E}$  parallèle à  $\mathbf{J}$ .

Dans la figure I.8.b : Des centres de piégeage des vortex créent une force de piégeage  $\mathbf{F}_p$  qui s'oppose à  $\mathbf{F}_L$ . Les vortex restent immobiles sous l'action de  $\mathbf{J}$ , et la supraconductivité persiste ( $\rho = 0$ ) tant que  $\mathbf{J} < \mathbf{J}_c$ .

## I.7 Caractéristiques physiques des supraconducteurs

### I.7.1 Température critiques

L'état de supraconductivité caractérise la plupart des métaux à condition que la température soit très proche de 0K. La température en dessous de laquelle un matériau devient supraconducteur est nommée température critique  $T_c$  qui est également la température de transition qui délimite l'état supraconducteur de l'état normal. La supraconductivité est obtenue aux températures  $T_c$  plus élevées pour les métaux mauvais conducteurs dans l'état normal, comme le mercure et le plomb. Proche de  $T_c$ , la variation de la résistivité en fonction de la température est très rapide (Figure I.9) La partie I représente la variation de la résistivité  $\rho(T)$  pour l'état normal, correspondante à la relation  $\rho(T) = CT^5 + \rho_r$ , ou  $\rho_r$  est déterminé par les impuretés et les défauts du réseau cristallin. La partie II de la courbe (Figure I.9) présente une chute très raide sur un intervalle de température de 0,01 à 0,001K et caractérise l'état supraconducteur [03].



**Figure I.9** – Dépendance de la résistivité en fonction de la température pour l'état normal (I) et l'état supraconducteur (II)

La température a une influence importante sur les autres caractéristiques d'un matériau supraconducteur comme le champ magnétique, la résistivité ou la profondeur de pénétration.



### I.7.2 Champ magnétique critique

L'état supraconducteur peut disparaître pour un champ magnétique extérieur d'une certaine intensité  $H_c$  dépendant de la température. Dans la Figure I.10.a, La courbe  $H_c(T)$  divise le quadrant  $H_c > 0, T > 0$  en deux régions: état supraconducteur et état normale. La température maximale à laquelle un matériau est supraconducteur est obtenue pour un champ extérieur nul. Le supraconducteur présente la propriété nommée effet Meissner, qui consiste à ce que les lignes de champ magnétique sont expulsées du matériau sauf sur une très fine épaisseur appelée longueur de pénétration  $\lambda_L$  ( $10^{-7}$  à  $10^{-8}$  m), à la surface du métal [03]. Tel que pour  $T$  supérieurs à  $T_c$  le comportement est non magnétique (aimantation nulle), par contre pour  $T$  inférieurs à  $T_c$  il est parfaitement diamagnétique (aimantation négative), si et seulement si le champ magnétique extérieur n'est pas très élevé. Pour des fréquences élevées, en infrarouge ( $10^{12}$  à  $10^{14}$  Hz), le métal devient non supraconducteur même pour des températures très basses, ( $T \ll T_c$ ). Les théories classiques qui expliquent ces propriétés sont basées sur les équations Maxwell London [31].

Comme on a déjà vu que les supraconducteurs se divisent en deux catégories : Type I et II, par exemple ceux de type I sont caractérisés par le fait que si le champ magnétique extérieur atteint la valeur critique  $H_c$  l'effet Meissner s'arrête brusquement. Le diamagnétisme est parfait pour  $H$  inférieurs à  $H_c$  et la dépendance avec la température est parabolique (Figure I.10.a).

$$H_c(T) = H_0 \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^2 \right] \quad (I.02)$$

Où  $H_0$  est la valeur du champ critique extrapolé à  $T = 0K$ . La résistivité augmente brusquement à la valeur correspondante à l'état normal quand le champ magnétique dépasse la valeur critique  $H_c$ .

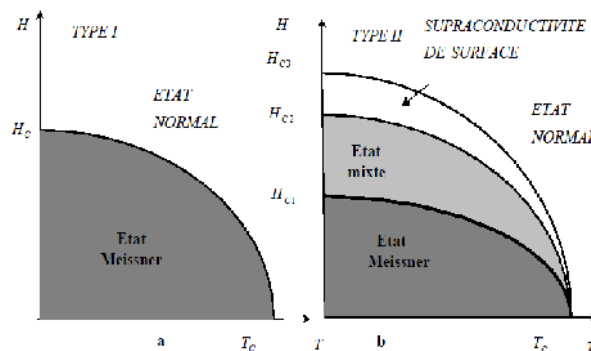


Figure I.10 – Dépendance du champ magnétique en fonction de la température

Aux supraconducteurs de type II, le diamagnétisme parfait disparaît progressivement à partir d'une valeur de champ magnétique  $H_{c1}$  et la disparition totale du diamagnétisme est produite pour un champ  $H_{c2}$ . La caractéristique  $H(T)$  des supraconducteurs de type II comporte plusieurs zones : une première dans laquelle la résistivité électrique est nulle; une deuxième zone, où  $\rho$  peut prendre la valeur nulle ou correspondante à l'état normal  $\rho_n$  ou encore une valeur intermédiaire dépendante de facteurs comme la concentration des impuretés, la densité de courant, la direction du champ magnétique, etc [03]. La troisième zone correspond à la supraconductivité de surface, dans laquelle seulement une fine partie en surface du matériau est supraconductrice (et cela seulement si le champ magnétique a une composante parallèle à la surface du matériau); la quatrième zone correspond à l'état normal ( $\rho = \rho_n$ ). On peut considérer comme ordre de grandeurs les champs magnétiques  $H_{c1} = 10$  kA/m,  $H_{c2} = 10$  MA/m,  $H_{c3} = 1,69 H_{c2}$  [m 3].

Pour des valeurs de champ comprises entre  $H_{c1}$  et  $H_{c2}$  Les supraconducteurs de type II présentent donc des zones à l'état normal, dans lesquelles l'induction magnétique est non nulle. Ces zones ont des formes filamenteuses avec des diamètres  $d$ , comparable à  $2\xi$  (la longueur de cohérence,  $\xi \ll \lambda_L$  pour les supraconducteurs de type II) [36], et sont entourées de courants induits, dénommées tourbillons (vortex), séparées par des zones supraconductrices dans lesquelles  $B = 0T$  où se referment les lignes de courants tourbillonnaires.

### I.7.3 Densité du courant critique

La caractéristique physique la plus importante des supraconducteurs est la densité de courant critique (l'un des avantages majeurs de la supraconductivité est leurs densités de courant critique élevé [32]), elle correspond à la valeur maximale au delà de laquelle un champ électrique apparaît.

Pour les supraconducteurs de type I, la répartition du courant n'est pas homogène. Le courant de transport circule uniquement à la surface, dans l'épaisseur de pénétration de London. Alors que, Pour les supraconducteurs de type II la densité de courant critique est fortement dépendante de l'induction  $B$  donc de la présence de vortex dans la structure du matériau. Pour une induction transverse, dans l'état mixte, un supraconducteur idéal présente une densité de courant nulle. Le courant de transport réagit avec les vortex et ceux-ci se déplacent lorsque la force créée de Lorentz est supérieure aux forces d'ancrage (de pinning), entraînant une dissipation dans le matériau. Lorsque la densité de courant dépasse une valeur critique  $J_c$  les vortex sont arrachés, c'est le régime de flux flow. Quand les vortex

sont Libérés, ils se déplacent et un champ électrique est créé, proportionnel à  $\mathbf{J}$  (Figure I.11). Dans le régime de flux flow une résistivité dépendante de l'induction magnétique apparaît et elle est noté  $\rho_f$ .

$$\rho_f = \rho_n \frac{\mathbf{B}}{\mu_0 \mathbf{H}_{c2}} \quad \text{où} \quad \mu_0 \mathbf{H}_{c1} \leq \mathbf{B} \leq \mu_0 \mathbf{H}_{c2} \quad (\text{I.03})$$

Pour obtenir des grandes densités de courant critique, les vortex doivent être solidement ancrés dans le matériau ou au moins quelques uns d'entre eux.

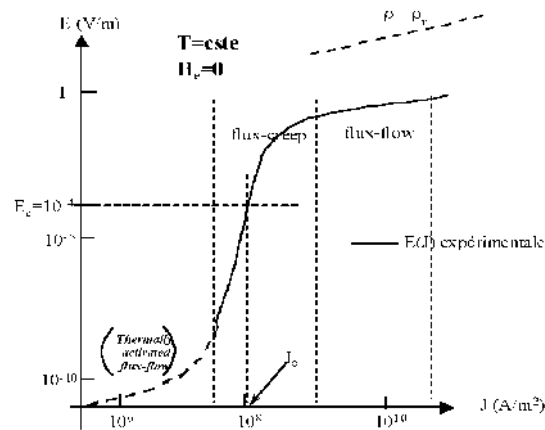


Figure I.11 – Dépendance du champ électrique en fonction de la densité du courant

La courbe expérimentale  $\mathbf{E}(\mathbf{J})$  représentée (Figure I.11) donne une image classique d'un comportement de supraconducteur HTc. Sur cette courbe, on peut distinguer trois régimes de dépendance de la valeur de  $\mathbf{J}_c$  : le thermally activated flux flow (TAFF), le flux creep et le flux flow [33]. Ces régimes se différencient par un comportement magnétique du supraconducteur différent qui est fonction de la force de Lorentz et donc du courant appliqué :

Un premier régime appelé flux flow pour des courants supérieurs au courant critique où la force de Lorentz est très supérieure aux forces d'ancrages des vortex, laissant ainsi les vortex se déplacer librement dans la même direction dans un mouvement collectif.

Un second régime situé autour du courant critique, appelé flux creep, où la densité des vortex est assez forte. Ces vortex interagissent entre eux, si l'un d'eux se décroche, par interaction d'autres vortex vont se déplacer. On va donc observer des déplacements de vortex par "paquets".

Un dernier régime, très controversé (en pointillé sur la Figure I.11), pour des faibles courants appelés TAFF (thermally activated flux flow) où les vortex sauteraient en moyenne tous dans la même direction d'un point d'ancrage à un autre de manière désordonnée. Ce régime

n'est pas encore bien défini et dépend de la température (à basse température, le réseau de vortex serait "gelé" et il n'y aurait donc plus aucune dissipation. On passe donc directement en régime de flux creep).

Les pertes en régime TAFF sont totalement négligeables devant les pertes en régime de flux creep, alors que le régime de flux flow est le plus dissipatif.

#### I.7.4 Surface critique

A travers les notions ci-dessus, nous trouvons que la supraconductivité ne se manifeste que lorsque  $T < T_c$ ,  $H < H_c$ , et  $J < J_c$ . D'autre part, chaque valeur critique ( $T_c$ ,  $H_c$  et  $J_c$ ) dépend des deux autres paramètres. C'est pourquoi nous définissons donc une surface critique dans la Figure I.12 ci-dessous en dessous de laquelle le matériau est à l'état supraconducteur et au contraire au dessus c'est l'état normal.

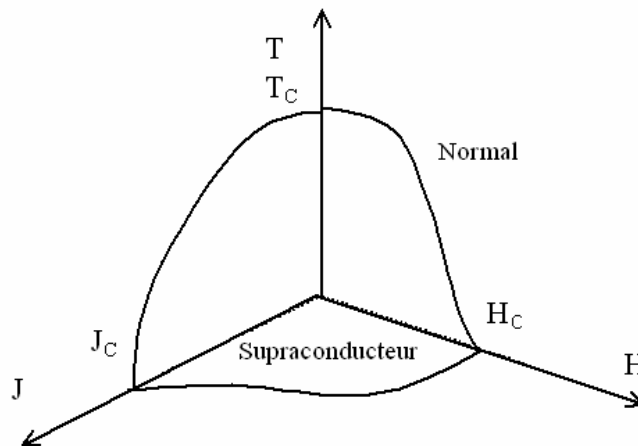


Figure I.12 – La Surface critique qui limite l'état supraconducteur.

### I.8 Modèles de supraconducteurs

Dans le sous chapitre précédent, on a présenté une vue d'ensemble du comportement des supraconducteurs HTc, où il y a une forte dépendance entre les grandeurs caractéristiques. Il y a plusieurs régimes de fonctionnement pour les SHTc et il est difficile d'avoir un modèle analytique qui peut caractériser tous ces régimes. Cependant, quelques uns ont été mis au point pour modéliser l'état supraconducteur dans certaines conditions et hypothèses. Le modèle macroscopique le plus utilisé est le modèle de l'état critique avec sa version simplifiée, le modèle de Bean. Ces modèles représentent assez bien la réalité et permettent de mener complètement les calculs analytiques dans le cas des géométries simples. Ces cas constituent des cas tests pour valider les modèles numériques. Pour la dépendance de  $J_c$  en

fonction de l'induction magnétique, les modèles de Kim ou exponentiel pourront être utilisés, tant qu'un supraconducteur fonctionne autour de sa densité de courant critique (régime de flux creep, Figure I.11)

### I.8.1 Modèle de Bean (Modèle de l'état critique)

C'est le modèle le plus classique qui stipule qu'à une température donnée il existe seulement deux états possibles du supraconducteur: une densité de courant nulle pour les régions où le champ magnétique ne varie pas, et une densité de courant égale à  $\pm J_c$  dans les régions qui s'opposent aux variations du champ magnétique. Le supraconducteur est considéré comme non magnétique, (la densité de courant critique  $J_c$  est considérée généralement comme constante dans le modèle de Bean et indépendante du champ magnétique et du temps [03, 34], mais on peut aussi tenir compte de la variation de  $J_c$  en fonction de l'induction magnétique [07]).

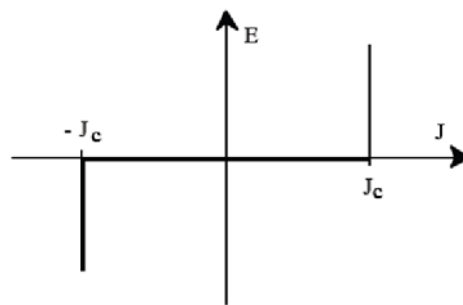


Figure I.13 – Caractéristique  $E(J)$  basée sur le modèle de Bean

Dans le modèle de Bean, la relation constitutive entre le courant  $J$ , et le champ électrique  $E$  peut être obtenue par [35]:

$$\left\{ \begin{array}{l} J = J_c (|\mathbf{B}|) \frac{E}{|E|}, \text{ si } |E| > 0 \\ \frac{\partial J}{\partial t} = 0, \text{ si } |E| = 0 \end{array} \right. \quad (I.04)$$

Le Modèle de Bean peut être reformulé sous la forme suivante [35] :

$$J = \begin{cases} 0, & \text{si } E < E_c \\ J_c, & \text{si } E \geq E_c \end{cases} \quad (I.05)$$

Ce modèle a l'avantage d'être assez simple mathématiquement et permet pour des géométries simples, d'avoir des expressions analytiques et d'étudier les grandeurs importantes pour les

pertes A.C par exemple. Cependant, la discontinuité de ce modèle le rend peu utilisable pour des développements numériques; de plus, il ne reflète pas toujours de façon satisfaisante le comportement des supraconducteurs.

### I.8.2 Modèle de la loi en puissance E-J

C'est un modèle qui modélise bien le comportement des supraconducteurs HTc autour de  $J_c$  [03]. Les paramètres de variation de cette loi sont la densité de courant critique,  $J_c$  et l'exposant, «  $n$  » qui est l'indice de transition résistive qui donne le degré de piégeage de l'échantillon ( $n$  varie entre 1 et  $\infty$ , pour le cas linéaire  $n=1$ , dans le cas d'YBCO  $n=20$  et dans la zone de flux creep on a  $1 < n < \infty$  [37, 38],  $n$  vaut plus grand pour les supraconducteurs à basse température critique, pour les supraconducteurs à haute température critique,  $n$  varie entre 7 et 20 et si  $n$  tend vers l'infini ( $n > 100$ ) on retrouve le modèle de Bean [07, 34]). Avec ce modèle le régime de flux creep peut être modélisé par une loi en puissance empirique  $E(J)$  permettant de relier la densité de courant au champ électrique [04] :

$$E(J) = E_c \left( \frac{J}{J_c} \right)^n \quad (I.06)$$

Ce modèle est plus fin que le modèle de Bean. Il a été proposé pour étudier les supraconducteurs HTC. L'avantage de ce modèle est sa simplicité analytique [39].

### I.8.3 Modèle de Kim

Le modèle de Bean ainsi que la loi en puissance considèrent le matériau supraconducteur comme isotrope et isotherme. Ils ne tiennent pas compte de l'échauffement éventuel du conducteur sous l'effet des pertes qui entraînerait une diminution du courant critique. Dans le modèle de Bean, la densité du courant critique est supposée constante quelque soit le champ magnétique extérieur. Dans la réalité la densité du courant dépend fortement de son orientation par rapport au champ et de l'induction magnétique  $\mathbf{B}$ . Une expression de  $J_c(\mathbf{B})$  dans le cas isotrope a été donnée par Kim et al [03, 27] :

$$J_c(\mathbf{B}) = \frac{J_{c0} B_0}{|\mathbf{B}| + B_0} \quad (I.07)$$

Où  $\mathbf{B}$  est la densité de flux magnétique,  $B_0$  est une constante (densité de flux magnétique qui est supposé habituellement en utilisant les données expérimentale), et  $J_{c0}$  est la densité du

courant critique sans considération de variation de densité du flux magnétique [30].

L'équation (I.07) peut être généralisée sous la forme [40]:

$$J_c(\mathbf{B}) = \frac{J_{c0}}{\left(1 + \frac{|\mathbf{B}|}{B_0}\right)^n} \quad (\text{I.08})$$

Quand l'exposant  $n=0$  ou  $n=1$  l'équation (I.6) réduit à l'équation du modèle de Bean et du modèle de Kim respectivement [30].

#### I.8.4 Modèle exponentiel

Un autre modèle utilisé en développement numérique est le modèle de dépendance  $J_c(\mathbf{B})$  suivant [03] :

$$J_c(\mathbf{B}) = J_{c0} \exp\left(-\frac{|\mathbf{B}|}{B_0}\right) \quad (\text{I.09})$$

#### I.8.5 Modèle de flux creep et flux flow

Nous pouvons définir deux modes de fonctionnement pour les supraconducteurs, selon la valeur de la densité de courant critique  $J_c$ .

##### I.8.5.1 Modèle de flux creep

Le flux creep se produit quand, la densité du courant  $|\mathbf{J}| > J_c$ , c.-à-d, quand le supraconducteur est dans l'état critique. Le réseau du vortex est ancré, néanmoins, des vortex passent d'un site d'ancrage à un autre sous l'action de l'agitation thermique. Dans ce régime on a  $U_0 \ll k_B T$ .

Ce modèle a été développé par Anderson, pour décrire ce phénomène adapté pour les Supraconducteurs HTc, le modèle peut être écrit par l'expression :

$$\mathbf{E}(\mathbf{J}) = 2\rho_c J_c \sinh\left(\frac{U_0}{k_B T} \frac{|\mathbf{J}|}{J_c}\right) \exp\left(-\frac{U_0}{k_B T}\right) \quad (\text{I.10})$$

Avec:

$k_B$  : Constant de Boltzmann.

$T$  : Température de refroidissement.

$\rho_c$  : Résistivité de Flux Creep.

$U_0$  : Potentiel de profondeur.

### I.8.5.2 Modèle de flux flow

Le régime de flux flow dans les supraconducteurs de Type II conventionnel ont été étudiés largement et expérimentalement par Kim et al [41, 42]. Ces chercheurs ont été trouvé que pour  $|\mathbf{J}| > \mathbf{J}_c$ , le réseau de vortex se déplace et génère des pertes faisant apparaître une résistance électrique dans le matériau supraconducteur d'une façon que  $\mathbf{E}$  augmente rapidement et devient linéaire avec  $\mathbf{J}$  [43].

Nous pouvons écrire la relation  $\mathbf{E}$ - $\mathbf{J}$  dans le régime du flux flow avec la relation suivante :

$$\mathbf{E}(\mathbf{J}) = \pm [\mathbf{E}_c + \rho_f (|\mathbf{J}| - \mathbf{J}_c)] \quad (\text{I.11})$$

L'équation (I.11) peut être écrite sous la forme [30]:

$$\mathbf{E}(\mathbf{J}) = \rho_f (|\mathbf{J}| - \mathbf{J}_c) \quad (\text{I.12})$$

La pente est appelée résistivité de flux flow  $\rho_f$ , elle augmente avec l'induction magnétique  $\mathbf{B}$  contrairement à  $\mathbf{J}_c$  qui diminue. Finalement, pour de fortes inductions magnétiques, si le supraconducteur devient normal et  $\mathbf{J}_c$  atteint zéro, la pente est alors égale à la résistivité normale  $\rho_n$  [30].

La densité de courant critique peut alors être définie comme étant la limite entre le régime de flux creep et le régime de flux flow. Cette limite étant très floue, la densité critique de courant est souvent déterminée par la valeur d'un champ électrique critique  $\mathbf{E}_c$ .

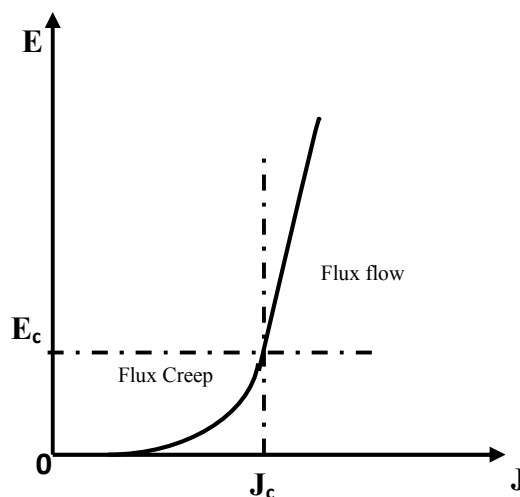


Figure I.14 – Caractéristiques  $\mathbf{E}(\mathbf{J})$  d'un supraconducteur



## **I.9 Applications des supraconducteurs en électrotechnique**

La découverte en 1986 des supraconducteurs à haute température critique a encouragé l'application des supraconducteurs en électrotechnique. Alors que Les propriétés exceptionnelles de ces matériaux peuvent être utilisées dans la production et le transport de l'énergie électrique.

D'autres utilisations à grande échelle possibles des supraconducteurs dans des réseaux de courant électrique incluent des transformateurs, des limiteurs de courant de défaut, des moteurs et des générateurs, aussi bien en dispositifs magnétiques de stockage de l'énergie sachant que les supraconducteurs HTc permettent d'obtenir des inductions magnétiques très élevées, dans des volumes très grands sans noyaux ferromagnétiques, avec des pertes acceptables, essentiellement dues aux systèmes de cryogénie [30].

De nombreuses applications ont été imaginées telles qu'on peut les classer en trois catégories d'applications, définis par la propriété fondamentale qui y conduit: Résistance nulle, effet Meissner, et phénomène de lévitation.

### **I.9.1 Aimant supraconducteur**

Les aimants supraconducteurs sont des instruments scientifiques que l'on rencontre dans de nombreux domaines de la physique où les champs magnétiques intenses sont utilisés soit comme paramètres d'étude soit comme paramètres agissants [30]. Ces aimants supraconducteurs servent aussi dans la physique des particules : pour pouvoir bien guider les particules, les maintenir sur des orbites définies, focaliser et recentrer les faisceaux. D'autres aimants servent à la détection de particules élémentaires émises lors des collisions dans les accélérateurs. On a donc des aimants supraconducteurs sur tout le parcours des particules [44].

Un des problèmes à résoudre pour les constructeurs d'aimant est de concevoir le bobinage supraconducteur de ces aimants de telle façon qu'il puisse rester dans son état supraconducteur quelles que soient les perturbations reçues (mécaniques, thermiques,...) ou, de façon plus générale, qu'il puisse revenir rapidement dans son état supraconducteur après avoir subi une perturbation [23]. Les électroaimants sont l'application la plus importante, mais il est coûteux de produire un grand électroaimant construit de fil ordinaire comme le cuivre [45].

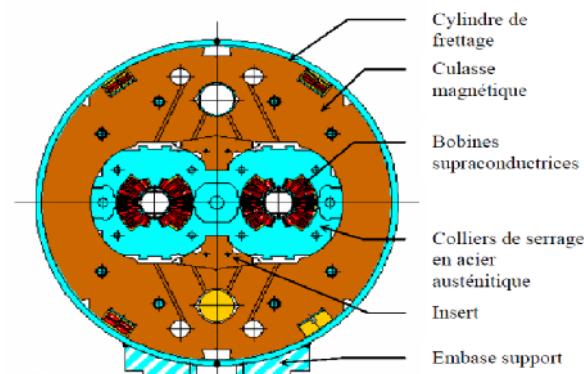


Figure I.15 – Coupe d'un aimant de courbure LHC

### I.9.2 Lignes de transport

L'utilisation des Supraconducteurs HTc pour des câbles de transport d'énergie était parmi les premières applications à grande échelle qui ont été envisagées après la découverte de la supraconductivité à haute température critique, l'idée consiste à la transmission de l'électricité sans perte, alors que l'effet Joule limite fortement la densité de courant électrique qui pouvant parcourir un conducteur et par conséquent l'intensité du champ magnétique qu'il peut produire [01].

Les entreprises de services publics accordent un grand intérêt au développement de la technologie des câbles SHTc en raison des avantages offerts par ces derniers par rapport aux câbles classiques, nous citerons la réduction de la taille physique des câbles jusqu'à 50% [46]. Ce facteur est particulièrement important dans les grandes zones urbaines, où l'augmentation constante de la demande d'énergie électrique est en contraste avec les limitations et les congestions dans l'espace aérien et souterrain disponibles. Aux Etats-Unis, la société française, NEXANS vient d'installer une liaison supraconductrice de plus de six cents mètres de longueur, refroidie par l'azote liquide et capable de transporter plus de 500 mégawatts avec une tension relativement faible. C'est une première qui laisse augurer d'autres réalisations [46].

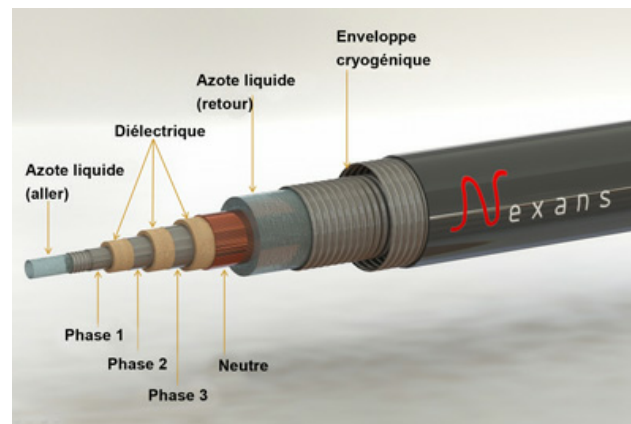


Figure I.16 –Schéma de câble 3Ø supraconducteur fabriqué par NEXANS

### I.9.3 Moteur et générateur supraconducteur

L'avantage principal d'utiliser des supraconducteurs dans des moteurs électriques est qu'ils peuvent créer un champ magnétique d'entrefer sans perte [45]. En effet, les travaux réalisés jusqu'à maintenant ont montrés que l'utilisation des supraconducteurs HTc dans l'inducteur des machines électrique réduit les dimensions et le poids de ces derniers, Ce qui signifie que les moteurs et les générateurs deviennent beaucoup plus petits et plus puissants. Par exemple, un moteur à supraconducteur de 1000 chevaux peut être 50% plus petit qu'un moteur conventionnel de même puissance. En outre, le remplacement de conducteurs conventionnels avec des supraconducteurs permettra d'éliminer les pertes dues à la résistance électrique, et l'efficacité des moteurs et des générateurs peut être augmentée jusqu'à 98% et 99,5%, respectivement. Mentionnant que les générateurs standards d'aujourd'hui fonctionnent à un taux d'efficacité de 97-98%, tandis que les moteurs typiques ont un taux d'efficacité de 90-96% [14]. Ces machines ont une réactance synchrone faible par rapport à ce qu'on a dans les machines non supraconductrices ce qui renforce la stabilité du réseau [20].

Cette étude a été possible grâce à la forte évolution des céramiques supraconductrices à haute température critique, notamment l'YBCO qui est capable de générer des densités de courant supérieures au millier d'ampères par millimètre carré [27].

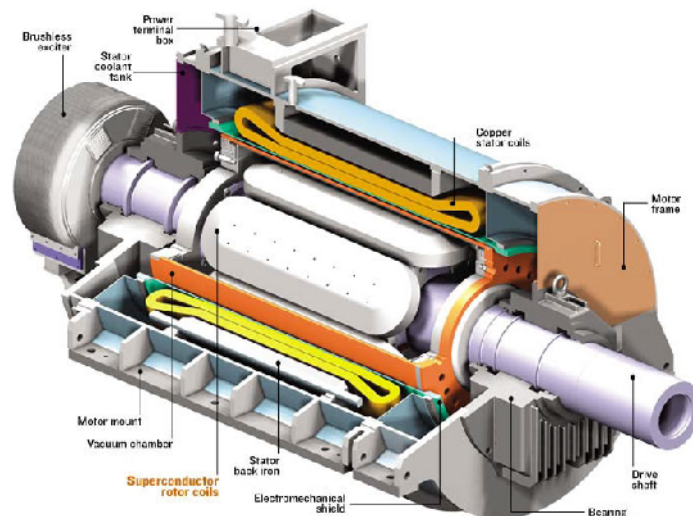


Figure I.17–Moteur supraconducteur de 5mw

#### I.9.4 Transformateurs

L'efficacité des transformateurs conventionnels peut dépasser 90 % mais il reste place pour l'amélioration. Un avantage principal des transformateurs à SHTc est la possibilité de travailler sans pertes dans la surcharge (la résistance nulle des enroulements des SHTc réduit toutes les pertes des transformateurs, il ne reste donc que les pertes fer [23]). Des autres avantages par rapport à un transformateur conventionnel est la réduction du volume qui peut diminuer de 50% et le poids qui peut diminuer de 70% [20, 23].

Le premier transformateur opérationnel du SHTc du monde a été fait dans une avance de projet par ABB de la Suisse. Il a été relié au réseau de courant électrique de Genève en 1997. Ce transformateur triphasé de 630 KVA a été conçu pour convertir la puissance de 18.7 kilovolts en 420 V. Il a été fait d'enroulements Bi-2223 refroidis en azote liquide [23]. Pour cette application les pertes en régime alternatif des supraconducteurs restent un inconvénient majeur [20].

#### I.9.5 Limiteur du courant

Son principe est présenté pour la première fois en 1978 par K. E. Gray et D. E. Fowler [19], il consiste que la transition de l'état supraconducteur vers l'état normal résistif peut être employée pour limiter l'élévation du courant en cas de défaut et ainsi protéger un réseau électrique.

NEXANS, SIEMENS et AMERICAN SUPERCONDUCTOR CORPORATION annoncent le test réussi d'un limiteur de courant de court-circuit exploitant les propriétés des fils supraconducteurs à haute température. C'est la première fois qu'un limiteur de courant

supraconducteur résistif est développé et testé avec succès pour une tension de 138kV et un courant nominal de 900A correspondant à un niveau de puissance rencontré sur un réseau de transport électrique. Incorporé à une sous-station, le limiteur de courant agit comme une protection contre les surintensités pour le réseau électrique.

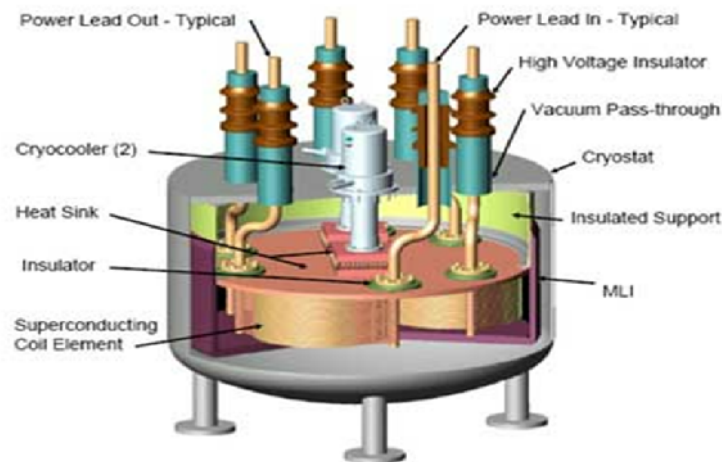


Figure I.18 –Limiteur de courant de défauts supraconducteur

### I.9.6 Système de stockage de l'énergie

Le stockage d'énergie est l'une des applications industrielles les plus mures des supraconducteurs. C'est pourquoi le Superconducting Magnetic Energy Storage (SMES) permet de stocker l'énergie sous forme magnétique dans une bobine supraconductrice (l'idée d'utiliser des bobines supraconductrices pour stocker l'énergie électrique vient du fait que les aimants supraconducteurs peuvent dans certains cas d'emmagasiner de grandes quantités d'énergie électrique, raison pour laquelle on a songés à utiliser des bobines supraconductrices spécialement conçues pour le stockage de l'énergie électrique, cette technologie a été largement vérifiée dans les SBTc). Les avantages de tels systèmes sont surtout le rendement très élevé en comparaison avec les systèmes conventionnels de stockage d'énergie et la rapidité à restituer de l'énergie. En effet, le rendement d'un système supraconducteur de stockage d'énergie peut atteindre 97% alors que ce rendement ne dépasse pas 70% pour un système conventionnel [20].

### I.9.7 Trains à lévitation magnétique

Des véhicules de transport comme les trains peuvent être lancés sur des aimants supraconducteurs de fortes puissances, éliminant pratiquement toute la friction entre le train et ses rails. Non seulement, les électro-aimants conventionnels gaspillent beaucoup d'énergie

électrique en chaleur, ils doivent être physiquement beaucoup plus grands que les aimants supraconducteurs, c'est pourquoi l'expérience classique et spectaculaire de la supraconductivité et la lévitation passive d'un aimant au-dessus d'une pastille supraconducteur a été réalisée dans plusieurs laboratoires au tour du monde.

Cette expérience est utilisée dans les systèmes de Maglev qui sont devenus des objets d'étude considérables dans plusieurs autres pays, comme le Japon, l'Allemagne, et le Royaume-Uni. Aux Etats-Unis, cependant, pratiquement toute recherche de Maglev a fini environ 1975 [28, 45].

La recherche et développement a continué dans plusieurs pays dont le Japon, l'Allemagne, et la Chine, des véhicules complets ont été examinés dans ces pays (à Shanghai, une liaison de 30,5 km est assurée par le Transrapid (Figure I.19) roulant à une vitesse maximale de 431 km/h [28]).



**Figure I.19** –Le Transrapid : il relie le nouvel aéroport international de Pu Dong à la station Long yang Road sur la ligne 2 du métro de Shanghai.

## **I.10 Principe de lévitation supraconductrice**

La lévitation supraconductrice se réalise sous deux formes différentes. La première utilise un effet spécifique aux supraconducteurs: le piégeage du flux magnétique dans l'état mixte, et la seconde concerne la création des forces répulsives entre les aimants supraconducteurs et des courants induits -par mouvement- dans des plaques conductrices [47, 48].

Dans le cadre de notre étude on va s'intéresser seulement à la lévitation supraconductrice avec piégeage du flux magnétique dans l'état mixte.

### I.10.1 Lévitiation utilisant l'effet Meissner (stabilisation avec le phénomène de piégeage magnétique)

Au dessus de  $H_{c1}$  le matériau commence à perdre sa supraconductivité permettant ainsi au champ magnétique de pénétrer partiellement [15]. Pour observer le phénomène de la lévitation pour le fameux système composé d'un aimant et une pastille supraconductrice (Figure I.20) étudié au départ par Arkadiev [52], et réalisé dans plusieurs laboratoires et universités du monde, on utilise des supraconducteurs de type II, dans lesquels l'état Meissner n'est présent que pour des champs magnétiques très faibles.



Figure I.20 – Un aimant flotte au dessus d'un supraconducteur

L'utilisation des supraconducteurs de type II, travaillant au dessus de  $H_{c1}$  présente des capacités de charge et une rigidité plus élevée que celles qu'on peut obtenir avec des supraconducteurs de type I. La découverte récente des supraconducteurs à haute température critique tels que les YBCO -qui sont typiquement des supraconducteurs de type II- et qui restent dans l'état supraconducteur à des températures beaucoup plus élevées bien au dessus du point d'ébullition de l'azote liquide.

Comme on a déjà vu un supraconducteur de type II, n'expulse pas totalement les lignes de flux. Il est formé de zones supraconductrices - où circulent les courants - et des zones dans l'état normal dans lesquelles le champ magnétique peut pénétrer (Figure I.21). Les zones où pénètrent les flux magnétiques, sont appelées des vortex, car ce sont les courants supraconducteurs circulant autour d'elles qui stabilisent le champ magnétique. On dit que le supraconducteur est dans un état mixte pour le distinguer de l'état Meissner [15].

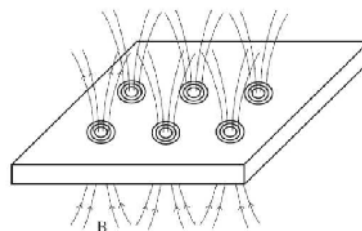
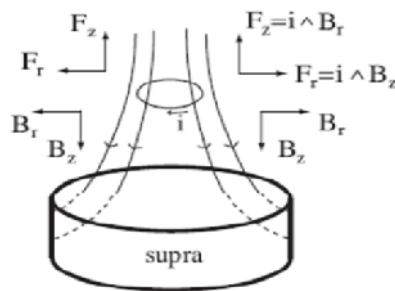


Figure I.21 – Réseau de vortex dans un supraconducteur. Le champ magnétique peut pénétrer dans les zones "normales" entourées par les courants supraconducteurs

Afin d'illustrer les forces et la stabilité d'une manière simplifiée on peut assimiler le moment magnétique de l'aimant à celui d'une spire parcourue par un courant. L'expulsion du champ magnétique généré par l'aimant au voisinage d'un supraconducteur détermine une variation dans l'espace de ce champ (gradient), ce qui produit une force sur le moment magnétique de l'aimant. Le champ d'induction magnétique  $\mathbf{B}$  créé par l'aimant dévie autour du supraconducteur et il exerce sur un segment de la spire fictive une force de Lorentz donnée par :

$$\partial \mathbf{F} = i. (\partial l \wedge \mathbf{B}) \quad (\text{I.13})$$

Tenant compte de la symétrie axiale du problème, on peut décomposer les vecteurs de l'induction magnétique et du courant en leur composante axiale et radiale. Les forces agissant sur la spire calculées selon l'équation (I.13) ont également une composante axiale et une composante radiale (Figure I.22). On note que la composante axiale des forces est répulsive.

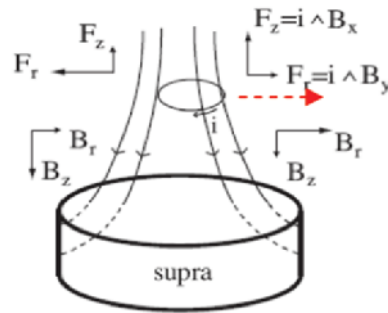


**Figure I.22** – Schéma représentant les forces sur l'aimant et le champ magnétique autour du supraconducteur

Lors d'un déplacement de l'aimant, les lignes de champ magnétique vont le suivre et restent centrées sur l'aimant. Dans un supraconducteur de type II, les lignes de champ traversant le supraconducteur tels que les vortex restent piégées à l'intérieur même si on enlève l'aimant. Il y a donc une sorte d'effet mémoire.

On a par conséquent une dissipation d'énergie, qui correspond à la variation des courants à l'intérieur du supraconducteur. Pour illustrer la stabilité mécanique de l'aimant, on va examiner un cas extrême dans lequel le champ reste complètement figé. Considérons d'abord un déplacement latéral de l'aimant représenté par la spire fictive (Figure I.23).

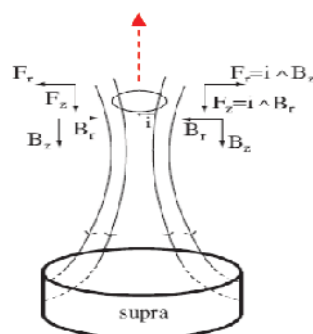




**Figure I.23** – Schéma représentant les forces sur l’aimant lors d’un déplacement à droite

La partie droite de la spire se trouve dans une zone à plus fort gradient radial:  $B_r$  augmente et  $B_z$  diminue. La force radiale qui tire la spire vers l’extérieur diminue. Au contraire, la partie gauche de la spire se trouve dans une zone où les lignes de flux sont pratiquement verticales:  $B_z$  augmente et  $B_r$  diminue. Il s’en suit que la force radiale, orientée vers la gauche, augmente. La force radiale résultante a tendance à ramener la spire au centre, autrement dit à la stabiliser. Celui-ci n’est pas le seul effet.

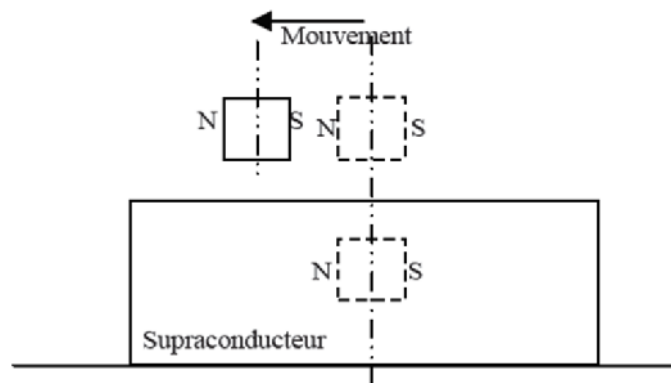
On peut montrer par un raisonnement semblable que le champ magnétique du supraconducteur tend aussi à stabiliser l’aimant verticalement (Figure I.24). Dans les cas de figure précédents, l’aimant est soumis à une force répulsive. Toutefois, si on bouge la spire verticalement dans un champ supposé constant, la force verticale est inversée au delà du plan horizontal de symétrie (celui marquant la position de l’aimant à l’origine). En effet, comme illustré dans la Figure I.24, la composante radiale  $B_r$  est inversée et la force de répulsion se transforme en attraction. Si le supraconducteur était assez léger il pourrait être soulevé par l’aimant.



**Figure I.24** – Schéma représentant les forces sur l’aimant lors d’un déplacement vers le haut

L’effet d’attraction entre le supraconducteur et l’aimant est un effet caractéristique des supraconducteurs de type II. Plusieurs travaux sur la stabilité dynamique de lévitation d’aimant avec le supraconducteur ont été présentés par Davis [52]. D’autres études sur les

modes de fréquences naturelles ont été réalisées en Norvège et en Pologne. A cause de l'effet de piégeage des méthodes d'image sont employés et la plus connue est celle appelée « Frozen-image magnet » [48, 53] (Figure I.25). Par voie numérique le comportement des supraconducteurs est implémenté souvent en volumes finis ou même en éléments finis, afin de déterminer les forces et même l'effet mécanique.



**Figure I.25** – Principe de « Frozen-image magnet »

## **I.11 Conclusion**

Ce chapitre a été consacré à l'étude des matériaux supraconducteurs, les différents types de ces matériaux ont été présentés (type I et type II) ainsi que leurs limitations (températures, champ et densité de courant critique), ce qui les a favorisés dans plusieurs domaines d'applications prometteuses dans l'électrotechnique.

Dans ce qui suit nous présenterons le modèle magnétodynamique et les différents modèles des matériaux supraconducteurs, ainsi que la méthode numérique utilisée pour résoudre l'équation aux dérivées partielles étudiée dans notre problème.

# CHAPITRE II

## II.1 Introduction

Les dispositifs supraconducteurs du point de vue électromagnétique, sont régis par les équations de Maxwell et les équations caractéristiques du milieu qui sont de vieux concepts de la physique.

Dans ce chapitre, nous allons exposer les modèles mathématique qui caractérise l'évolution spatiale-temporelle du champ d'interaction électromagnétique dans les matériaux supraconducteurs et aimants permanents, et par conséquence la force magnétique résultant entre eux. La modélisation de ces dispositifs supraconducteurs fait appel à la compréhension des phénomènes physiques et exige une bonne connaissance de fonctionnement de ces dispositifs dans les différents régimes.

## II.2 Equations électromagnétiques de base

C'est J. C. Maxwell (1831-1879), qui a rapporté les travaux de Michael Faraday sur les champs électromagnétiques. A l'aide d'un formalisme mathématique abstrait, il établit la relation mathématique qui décrit tous les phénomènes électromagnétiques de tous dispositifs, Il fait apparaître pour la première fois les quatre équations différentielles qui décrivent l'évolution mutuellement dépendante des champs électriques et magnétiques dans l'espace et dans le temps, tel que ces équations font la base d'une grande partie de la physique moderne [08], Elles sont généralement interdépendantes de faite que les phénomènes magnétiques et électriques sont couplés [54]. Ces équations générales expriment les propriétés électromagnétiques de la matière et décrit les relations entre le champ électrique  $\mathbf{E}$ , le champ magnétique  $\mathbf{H}$ , la densité de flux magnétique  $\mathbf{B}$ , et la densité de courant  $\mathbf{J}$ .

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \mathbf{J}_D \quad , \quad \mathbf{J}_D = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (\text{Lois d'Ampère}) \quad (\text{II.01})$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{Lois de Faraday}) \quad (\text{II.02})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (\text{Lois de la conservation}) \quad (\text{II.03})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (\text{Lois de Gauss}) \quad (\text{II.04})$$

Tel que :

$\mathbf{E}$  : Champ électrique [ $\text{v.m}^{-2}$ ].

$\mathbf{D}$  : Induction électrique [ $\text{c.m}^{-2}$ ].

$\mathbf{H}$  : Champ magnétique [ $\text{A.m}^{-1}$ ].

$\mathbf{B}$  : Induction magnétique [T].

$\mathbf{J}_D$  : Densité de courant de déplacement, négligeable aux basses fréquences [ $A/m^2$ ].

$\mathbf{J}$  : Densité de courant de conduction [ $A.m^{-2}$ ].

$\rho$  : Densité de charge électrique [ $C.m^{-3}$ ].

Ces équations ne suffisent pas pour résoudre les problèmes électromagnétiques, il faut leurs joindre des relations qui traduisent le rendement des milieux à étudier.

$$\mathbf{B} = \mu(\mathbf{H} + \mathbf{M}) \quad \text{Avec : } \mathbf{B}_r = \mu\mathbf{M} \quad (\text{II.05})$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon.\mathbf{E} \quad (\text{II.06})$$

$$\mathbf{J} = \sigma.\mathbf{E} \quad (\text{II.07})$$

Avec :

$\sigma$  : Conductivité électrique [ $s.m^{-1}$ ].

$\mu$  : Perméabilité magnétique [ $H.m^{-1}$ ].

$\varepsilon$  : Permittivité [ $F.m^{-1}$ ].

L'équation (II.06) définissant la caractéristique diélectrique, et l'équation (II.07) définie la propriété conductance. Mais dans un milieu supraconducteur la relation entre le champ électrique et la densité du courant électrique est non linéaire [43]. De plus, la condition de la continuité du courant suit alors à la loi d'Ampère [30]

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (\text{II.08})$$

### II.3 Formulation des Équations électromagnétiques

Les Équations de Maxwell décrivent globalement tous les phénomènes électromagnétiques, mais suivant les dispositifs que l'on étudie, certains phénomènes deviennent négligeables. Les équations se découpent donnant alors naissance à des modèles plus simples. Parmi ces modèles, nous citons: le modèle électrostatique, électrocinétique, magnétostatique, et magnétodynamique. Par ailleurs, dans notre travail, seul le modèle magnétodynamique sera considéré.

### II.3.1 Modèle Magnétodynamique

Contrairement aux autres modèles le terme  $(\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t})$  n'est pas nul. Par conséquent les phénomènes magnétiques et électriques sont couplés, c.-à-d. que la variation de champ magnétique dans le temps induit des courants de Foucault et des f.e.m ce qui est le cas de tous les dispositifs dans les quels les courants et les tensions électriques ne sont pas stationnaires mais ils varient dans le temps [30].

### II.3.2 Formulation de l'équation magnétodynamique

En se basant sur les équations de Maxwell, on peut formuler l'équation décrivant l'évolution spatiale-temporelle des phénomènes électromagnétique dans un dispositif où l'ensemble des champs présents sont en fonction explicite de l'espace et du temps.

Il existe plusieurs formulations en électromagnétisme. Parmi ces formulations, on a choisi la formulation en potentiel vecteur magnétique  $\mathbf{A}$ . Ce dernier joue un rôle primordial dont la connaissance de  $\mathbf{A}$  implique la connaissance de toutes les grandeurs physiques où :

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (\text{II.09})$$

En termes d'équations nous avons :

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{II.10})$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (\text{II.11})$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (\text{II.12})$$

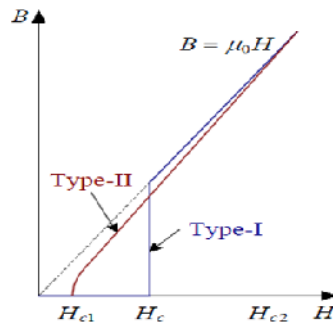
À ces équations nous ajoutons les lois caractéristiques du milieu :

$$\mathbf{B} = \mu(\mathbf{H} + \mathbf{M}) \quad (\text{II.13})$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon \cdot \mathbf{E} \quad (\text{II.14})$$

Sachant que dans tout le dispositif étudié  $\mu = \mu_0$ , car la fonction  $\mathbf{B} = f(\mathbf{H})$  des matériaux supraconducteurs de type II est une fonction pratiquement linéaire (Figure II.1), sauf dans une région étroite pour laquelle  $\mathbf{H}$  a une valeur très faible, qu'elle ne soit jamais atteinte.

$\mu_0$  : La perméabilité magnétique du vide.



**Figure II.1** – Caractéristique  $\mathbf{B}=f(\mathbf{H})$  des supraconducteurs

Le développement de ces équations donne :

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \Rightarrow \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \Rightarrow \nabla \times \left( \frac{\mathbf{B} - \mathbf{B}_r}{\mu} \right) = \mathbf{J}$$

$$\Rightarrow \nabla \times \frac{\mathbf{B}}{\mu} = \mathbf{J} + \nabla \times \frac{\mathbf{B}_r}{\mu}, \text{ tel que : } \nabla \times \frac{\mathbf{B}_r}{\mu} = \mathbf{J}_a$$

$$\Rightarrow \nabla \times \left( \frac{\nabla \times \mathbf{A}}{\mu} \right) = \mathbf{J} + \mathbf{J}_a \quad (\text{II.15})$$

Le terme à droite, représente la densité du courant totale. Cette densité est constituée de deux composantes, la première  $\mathbf{J}_a$  qui correspond à la source, la seconde  $\mathbf{J}$  qui correspond à la présence d'un matériau conducteur. Dans notre application, le courant de source est créé par un aimant permanent de terre rare.

$$\text{Et on a : } \nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla \times \left( - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) \Rightarrow \nabla \times \left( \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) = 0 \quad (\text{II.16})$$

Ceci implique que le terme  $\left( \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right)$  est un champ conservatoire, il dérive donc d'un potentiel scalaire électrique  $\mathbf{V}$ , Tel que :

$$\left( \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) = - \nabla \mathbf{V} \Rightarrow \mathbf{E} = - \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla \mathbf{V} \right) \quad (\text{II.17})$$

Dans le cas des systèmes axisymétriques,  $\nabla \cdot \mathbf{V}$  est nul. Car dans les problèmes bidimensionnels le potentiel scalaire électrique  $\mathbf{V}$  est toujours constant par rapport au temps aux surfaces cylindriques, d'où l'équation (II.16) du système devient:

$$\mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (\text{II.18})$$



Le potentiel vecteur  $\mathbf{A}$  ne peut pas être défini par la seule condition  $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ , on doit alors fixer sa divergence pour assurer l'unicité de la solution de l'équation aux dérivées partielles. On ajoute alors la condition  $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$ , appelée Jauge de Coulomb [30].

On peut aussi décomposer le potentiel vecteur magnétique  $\mathbf{A}$  en deux composante :

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_m + \mathbf{A}_0 \quad (\text{II.19})$$

Tel que :

$\mathbf{A}_0$  : c'est la composante correspondante à la source.

$\mathbf{A}_m$  : c'est la composante correspondante à la réaction de la charge.

D'après l'équation (II.17) on détermine que :

$$\mathbf{J} = \sigma \cdot \mathbf{E} = -\sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$$

$$\mathbf{J}_a = \sigma \cdot \mathbf{E}_0 = -\sigma \frac{\partial \mathbf{A}_0}{\partial t}$$

$$\mathbf{J}_m = \sigma \cdot \mathbf{E}_m = -\sigma \frac{\partial \mathbf{A}_m}{\partial t}$$

D'où l'équation (II.14) devient alors sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \nabla \times \left( \frac{\nabla \times \mathbf{A}}{\mu} \right) &= -\sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \sigma \frac{\partial \mathbf{A}_0}{\partial t} \\ \Rightarrow \nabla \times \left( \frac{\nabla \times \mathbf{A}}{\mu} \right) + \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} &= -\sigma \frac{\partial \mathbf{A}_0}{\partial t} \end{aligned} \quad (\text{II.20})$$

Le terme  $-\sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$  représente les densités des courants induits, il traduit le caractère dynamique dans le temps et dans l'espace des phénomènes électromagnétiques. Par contre le terme  $-\sigma \frac{\partial \mathbf{A}_0}{\partial t}$  représente les densités des courants surfaciques de l'inducteur.

On remplace le potentiel vecteur magnétique  $\mathbf{A}$  par ses deux composante  $\mathbf{A}_m + \mathbf{A}_0$ , on retrouve l'équation suivante :

$$\nabla \times \left( \frac{\nabla \times \mathbf{A}_m}{\mu} \right) + \nabla \times \left( \frac{\nabla \times \mathbf{A}_0}{\mu} \right) + \sigma \frac{\partial \mathbf{A}_m}{\partial t} + \sigma \frac{\partial \mathbf{A}_0}{\partial t} = -\sigma \frac{\partial \mathbf{A}_0}{\partial t} \quad (\text{II.21})$$

Sachant que  $\nabla \times \left( \frac{\nabla \times \mathbf{A}_0}{\mu} \right) = \nabla \times \frac{\mathbf{B}_r}{\mu} = -\sigma \frac{\partial \mathbf{A}_0}{\partial t}$ , par superposition, on détermine que :

$$\nabla \times \left( \frac{\nabla \times \mathbf{A}_m}{\mu} \right) + \sigma \frac{\partial \mathbf{A}_m}{\partial t} + \sigma \frac{\partial \mathbf{A}_0}{\partial t} = 0 \quad (\text{II.22})$$

$$\Rightarrow \nabla \times \left( \frac{\nabla \times \mathbf{A}_m}{\mu} \right) = -\sigma \frac{\partial \mathbf{A}_m}{\partial t} - \sigma \frac{\partial \mathbf{A}_0}{\partial t} \quad (\text{II.23})$$

$$\Rightarrow \nabla \times \left( \frac{\nabla \times \mathbf{A}_m}{\mu} \right) = -\sigma \left( \frac{\partial \mathbf{A}_m}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{A}_0}{\partial t} \right) \quad (\text{II.24})$$

$$\Rightarrow \nabla \times \left( \frac{\nabla \times \mathbf{A}_m}{\mu} \right) = \sigma (\mathbf{E}_m + \mathbf{E}_0) = \sigma \mathbf{E} = \mathbf{J} \quad (\text{II.25})$$

On trouve donc :

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A}_m \right) = \mathbf{J} \quad (\text{II.26})$$

## II.4 Modèle cylindrique axisymétrique en électromagnétisme

Ce modèle est utilisé pour raison de simplicité, de telle façon que le phénomène étudié sur une demi coupe verticale du dispositif, est valable pour tout angle de 0 à  $2\pi$ .

Rappelant de l'équation magnétodynamique dans le cas où la charge est immobile par rapport à l'inducteur :

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A}_m \right) = \mathbf{J}$$

Et : (II.27)

$$\nabla \cdot \mathbf{A}_m = 0$$

Lorsque le courant est orienté suivant la direction ( $e_\varphi$ ), il s'agit de la composante Azimutale ( $\mathbf{A}_m \varphi$ ) du vecteur  $\mathbf{A}_m$ . Dans une telle configuration les courants sont perpendiculairement au plan d'étude ( $r,z$ ).

Les différentes grandeurs vectorielles s'écrivent alors de la manière suivante :

$$\mathbf{E}: \begin{cases} 0 e_r \\ \mathbf{E}_\varphi e_\varphi \\ 0 e_z \end{cases} \quad \mathbf{A}: \begin{cases} 0 e_r \\ \mathbf{A}_\varphi e_\varphi \\ 0 e_z \end{cases} \quad \mathbf{B}: \begin{cases} \mathbf{B}_r e_r \\ 0 e_\varphi \\ \mathbf{B}_z e_z \end{cases} \quad \mathbf{H}: \begin{cases} \mathbf{H}_r e_r \\ 0 e_\varphi \\ \mathbf{H}_z e_z \end{cases}$$

Le vecteur  $\mathbf{A}_m$  est confondu avec sa composante  $\mathbf{A}_m \varphi$ , sa divergence est donc naturellement nulle (Jauge de coulomb)  $\nabla \cdot \mathbf{A}_m = 0$  [30].

En coordonnées cylindriques axisymétrique nous avons :

$$\frac{1}{\mu} \times \mathbf{A}_m = \frac{1}{r \cdot \mu} \begin{vmatrix} er & e\varphi & ez \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \varphi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & r\mathbf{A}_m\varphi & 0 \end{vmatrix} \quad (\text{II.28})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\mu} \times \mathbf{A}_m = -\frac{1}{r \cdot \mu} \left[ \frac{\partial(r\mathbf{A}_m\varphi)}{\partial z} \right] er + \left[ \frac{1}{r \cdot \mu} * 0 \right] e\varphi + \frac{1}{r \cdot \mu} \left[ \frac{\partial(r\mathbf{A}_m\varphi)}{\partial r} \right] ez \quad (\text{II.29})$$

$$\Rightarrow \times \left( \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A}_m \right) = - \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r \cdot \mu} \frac{\partial(r\mathbf{A}_m\varphi)}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{r \cdot \mu} \frac{\partial(r\mathbf{A}_m\varphi)}{\partial z} \right) \right] e\varphi = \mathbf{J} e\varphi \quad (\text{II.30})$$

$$\Rightarrow \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r \cdot \mu} \frac{\partial(r\mathbf{A}_m\varphi)}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{r \cdot \mu} \frac{\partial(r\mathbf{A}_m\varphi)}{\partial z} \right) \right] = - \mathbf{J} \quad (\text{II.31})$$

C'est une équation aux dérivées partielles, décrivant le comportement d'un dispositif cylindrique axisymétrique. Pour la résolution de cette équation, il est inévitable d'associer les conditions aux limites du domaine d'étude à cette équation, ces conditions aux limites assurent l'unicité de la solution du modèle mathématique regroupant les équations de Maxwell [43]. On distingue deux types de conditions aux limites :

#### II.4.1 Condition de Dirichlet

Cette condition impose les valeurs du potentiel vecteur magnétique  $\mathbf{A}$  aux bords du domaine d'étude, ces valeurs sont prises nulles par la considération de l'infini physique.

#### II.4.2 Condition de Neumann

Cette condition est utilisée dans le cas où le système à étudier présente des plans de symétrie. Le problème impose les valeurs de  $\mathbf{A}$  aux bords du domaine et celle de  $\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial n}$  aux niveaux des plans de symétrie (plan de coupe) où 'n' représente la normale au plan de coupe [30].

Dans le cadre de notre application seule la condition de Dirichlet est prise en considération même dans l'axe de symétrie. Car pour les dispositifs cylindriques axisymétriques on a :

$$\times \mathbf{A} = \mathbf{B} \Leftrightarrow (\times \mathbf{A}) \partial s = \mathbf{B} \partial s \quad (\text{II.32})$$

$$\Rightarrow (\times \mathbf{A}) \partial s = \mathbf{B} \quad \partial s = \mathbf{B} \pi r^2 \quad (\text{II.33})$$

$$\Rightarrow \mathbf{A} \partial l = \mathbf{B} \pi r^2 \quad (\text{II.34})$$

$$\Rightarrow \mathbf{A} l = \mathbf{B} \pi r^2 \quad (\text{II.35})$$

$$\Rightarrow \mathbf{A} 2\pi r = \mathbf{B} \pi r^2 \quad (\text{II.36})$$

$$\Rightarrow \mathbf{A} = \frac{\mathbf{B} \cdot r}{2} \quad (\text{II.37})$$

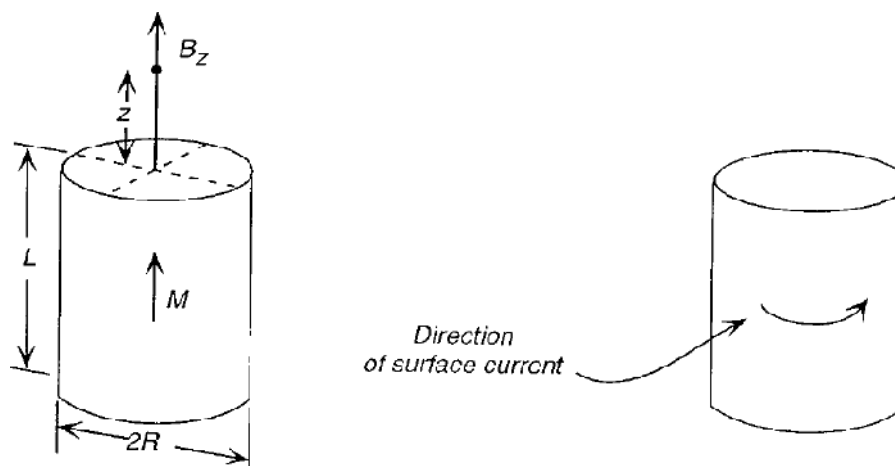
Donc on constate bien que le potentiel vecteur magnétique  $\mathbf{A}$  est toujours nul pour une valeur nulle du rayon  $r$ .

## II.5 Model de l'aimant permanent

La source du champ magnétique est un aimant cylindrique de centre 0, et d'aimantation magnétique constante  $\mathbf{M}$ . On s'intéresse au champ magnétique  $\mathbf{B}$  ainsi que le potentiel vecteur magnétique  $\mathbf{A}_0$  vu par l'observateur  $P(r, \varphi, z)$  situé à l'extérieur du cylindre.

Dans notre travail on a remplacé l'aimant par ses courants ampériens équivalents [55, 56]. Les courants ampériens sont alors réduits à une nappe de courant surfacique localisés sur la surface latérale de l'aimant avec une densité volumique nulle et une densité surfacique :

$$\mathbf{J}_0 = \mathbf{M} \times \mathbf{n} \quad (\text{II.38})$$



**Figure II.2** – Aimant cylindrique et sa densité du courant surfacique équivalente

L'induction magnétique et le potentiel vecteur magnétique sont définis par les équations suivantes en tous points de l'espace sauf à l'intérieur de l'aimant [49]:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \mathbf{J}_0 \times \frac{(\mathbf{p} - \mathbf{p}')}{|\mathbf{p} - \mathbf{p}'|^3} \partial s \quad (\text{II.39})$$

$$\mathbf{A}_0 = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{J}_0}{|\mathbf{p} - \mathbf{p}'|} \partial s \quad (\text{II.40})$$

On peut trouver les composantes de l'induction magnétique ainsi que le potentiel vecteur magnétique créée par l'aimant permanent à travers le calcul numérique de ces deux intégrales double. Tel que le passage des coordonnées cartésiennes vers les coordonnées cylindrique s'effectue de la manière suivante :

$$\mathbf{A}_0 = \mathbf{A}_\varphi = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\mathbf{J}_a}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}} r \partial\varphi \partial z \quad (\text{II.41})$$

$$\mathbf{B}_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \mathbf{J}_y \times \frac{(z-z')}{((x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2)^{\frac{3}{2}}} r \partial\varphi \partial z \quad (\text{II.42})$$

$$\mathbf{B}_y = \frac{\mu_0}{4\pi} -\mathbf{J}_x \times \frac{(z-z')}{((x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2)^{\frac{3}{2}}} r \partial\varphi \partial z \quad (\text{II.43})$$

$$\mathbf{B}_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\mathbf{J}_x (y-y') - \mathbf{J}_y (x-x')}{((x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2)^{\frac{3}{2}}} r \partial\varphi \partial z \quad (\text{II.44})$$

$$\mathbf{B}_r = \sqrt{\mathbf{B}_x^2 + \mathbf{B}_y^2} \quad (\text{II.45})$$

Avec:

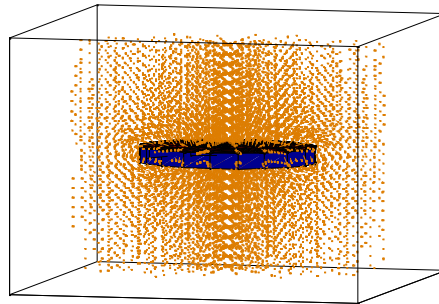
$$\mathbf{J}_x = \mathbf{J}_a \cos\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right) \quad (\text{II.46})$$

$$\mathbf{J}_y = \mathbf{J}_a \sin\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right) \quad (\text{II.47})$$

$$x' = r \cos \varphi \quad (\text{II.48})$$

$$y' = r \sin \varphi \quad (\text{II.49})$$

Et  $z$  qui varie entre  $z_1$  et  $z_2$  qui limitent l'épaisseur de l'aimant permanent.



**Figure II.3** – La répartition spatiale du champ d'induction magnétique  $\mathbf{B}$  à l'extérieur de l'aimant permanent

## II.6 Méthodes de résolution des équations différentielles aux dérivées Partielles

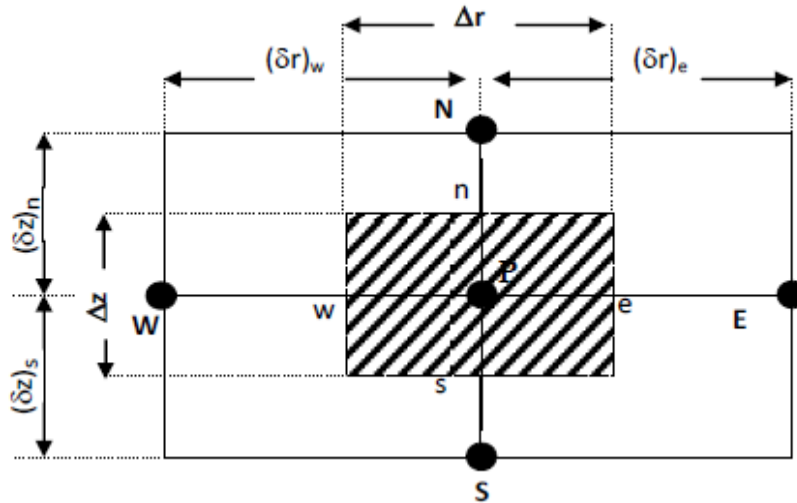
Il existe plusieurs méthodes pour la résolution des équations aux dérivées partielles, ces méthodes sont analytiques, numériques ou mixtes (semi analytiques). Pour des géométries plus complexes, on a recourt à des méthodes numériques qui font appel à des techniques de discrétisation, en effet, elles transforment les équations aux dérivées partielles du

champ en un système d'équations algébriques dans le domaine d'étude compte tenu des conditions aux limites [30]. Parmi les méthodes numériques on a la méthode des différences finies (**MDF**), méthode des éléments finis (**MEF**), méthode des intégrales de frontières (**MIF**) et la méthode des volumes Finis (**MVF**).

Dans le cadre de notre travail on va appliquer la méthode numérique en volumes finis, en se basant sur des conditions aux limites élargies qui donnent un résultat approprié.

### II.7 Résolution par la Méthode des volumes finis (MVF)

La résolution de l'équation (II.28) par la méthode des volumes finis consiste dans un premier temps à subdiviser le domaine d'étude, limité par la frontière  $\Gamma$ , en volumes élémentaires de forme simple (rectangulaire en bidimensionnel) et adjacents. Chaque volume élémentaire est limité par quatre interfaces (e, w, s, n) et entouré par des nœuds voisins (E, W, S, N) (Figure II.4). La deuxième étape consiste à intégrer l'équation (II.22) dans le volume élémentaire qui correspond au nœud principal **P**.



**Figure II.4** – Volume fini dans le cas bidimensionnel

$$\text{On a: } \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r \cdot \mu} \frac{\partial(rA_m \varphi)}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{r \cdot \mu} \frac{\partial(rA_m \varphi)}{\partial z} \right) \right] = -J \quad (\text{II.50})$$

On pose  $rA_m \varphi = \mathbf{A}^*$ , tel que  $\mathbf{A}^*$  est le potentiel vecteur magnétique modifié.

$$\text{D'où : } \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r \cdot \mu} \frac{\partial \mathbf{A}^*}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{r \cdot \mu} \frac{\partial \mathbf{A}^*}{\partial z} \right) \right] = -J \quad (\text{II.51})$$

$$\Leftrightarrow \int_{t_0}^{t_1} \int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r \cdot \mu} \frac{\partial \mathbf{A}^*}{\partial r} \right) dt \partial r \partial z + \int_{t_0}^{t_1} \int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{r \cdot \mu} \frac{\partial \mathbf{A}^*}{\partial z} \right) dt \partial r \partial z$$

$$= - \begin{matrix} t_1 & e & n \\ t_0 & w & s \end{matrix} \mathbf{J} \partial t \partial r \partial z \quad (\text{II.52})$$

$$\Leftrightarrow \begin{matrix} t_1 & n \\ t_0 & s \end{matrix} \left[ \frac{1}{r \cdot \mu} \frac{\partial \mathbf{A}'}{\partial r} \right]_{\mathbf{W}}^e \partial t \partial z + \begin{matrix} t_1 & e \\ t_0 & w \end{matrix} \left[ \frac{1}{r \cdot \mu} \frac{\partial \mathbf{A}'}{\partial z} \right]_{\mathbf{S}}^n \partial t \partial r = - \mathbf{J} \Delta t \Delta r \Delta z \quad (\text{II.53})$$

$$\Leftrightarrow \left[ \frac{1}{r_e \cdot \mu_e} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial r} \quad e - \frac{1}{r_w \cdot \mu_w} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial r} \quad w \right] \Delta z + \left[ \frac{1}{r_n \cdot \mu_n} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z} \quad n - \frac{1}{r_s \cdot \mu_s} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z} \quad s \right] \Delta r$$

$$= - \mathbf{J} \Delta r \Delta z \quad (\text{II.54})$$

$$\Leftrightarrow \left[ \frac{1}{r_e \cdot \mu_e} \frac{\mathbf{A} E - \mathbf{A} P}{r} - \frac{1}{r_w \cdot \mu_w} \frac{\mathbf{A} P - \mathbf{A} W}{r} \right] \Delta z + \left[ \frac{1}{r_n \cdot \mu_n} \frac{\mathbf{A} N - \mathbf{A} P}{z} - \frac{1}{r_s \cdot \mu_s} \frac{\mathbf{A} P - \mathbf{A} S}{z} \right] \Delta r$$

$$= - \mathbf{J} \Delta r \Delta z \quad (\text{II.55})$$

$$\Leftrightarrow \left( \frac{1}{r_e \cdot \mu_e} \frac{z}{r} \right) \mathbf{A}^* E - \left( \frac{1}{r_e \cdot \mu_e} \frac{z}{r} \right) \mathbf{A}^* P - \left( \frac{1}{r_w \cdot \mu_w} \frac{z}{r} \right) \mathbf{A}^* P + \left( \frac{1}{r_w \cdot \mu_w} \frac{z}{r} \right) \mathbf{A}^* W +$$

$$\left( \frac{1}{r_n \cdot \mu_n} \frac{r}{z} \right) \mathbf{A}^* N - \left( \frac{1}{r_n \cdot \mu_n} \frac{r}{z} \right) \mathbf{A}^* P - \left( \frac{1}{r_s \cdot \mu_s} \frac{r}{z} \right) \mathbf{A}^* P + \left( \frac{1}{r_s \cdot \mu_s} \frac{r}{z} \right) \mathbf{A}^* S$$

$$= - \mathbf{J} \Delta r \Delta z \quad (\text{II.56})$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{A}^* P \left[ \left( \frac{1}{r_e \cdot \mu_e} \frac{z}{r} \right) + \left( \frac{1}{r_w \cdot \mu_w} \frac{z}{r} \right) + \left( \frac{1}{r_n \cdot \mu_n} \frac{r}{z} \right) + \left( \frac{1}{r_s \cdot \mu_s} \frac{r}{z} \right) \right] = \left( \frac{1}{r_e \cdot \mu_e} \frac{z}{r} \right) \mathbf{A}^* E +$$

$$\left( \frac{1}{r_w \cdot \mu_w} \frac{z}{r} \right) \mathbf{A}^* W + \left( \frac{1}{r_n \cdot \mu_n} \frac{r}{z} \right) \mathbf{A}^* N + \left( \frac{1}{r_s \cdot \mu_s} \frac{r}{z} \right) \mathbf{A}^* S + \mathbf{J} \Delta r \Delta z \quad (\text{II.57})$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{A}^* P a_p = a_e \mathbf{A}^* E + a_w \mathbf{A}^* W + a_n \mathbf{A}^* N + a_s \mathbf{A}^* S + \mathbf{J} \Delta r \Delta z \quad (\text{II.58})$$

Tel que :

$$a_p = \left[ \left( \frac{1}{r_e \cdot \mu_e} \frac{z}{r} \right) + \left( \frac{1}{r_w \cdot \mu_w} \frac{z}{r} \right) + \left( \frac{1}{r_n \cdot \mu_n} \frac{r}{z} \right) + \left( \frac{1}{r_s \cdot \mu_s} \frac{r}{z} \right) \right]$$

$$a_e = \left( \frac{1}{r_e \cdot \mu_e} \frac{z}{r} \right)$$

$$a_w = \left( \frac{1}{r_w \cdot \mu_w} \frac{z}{r} \right)$$

$$a_n = \left( \frac{1}{r_n \cdot \mu_n} \frac{r}{z} \right)$$

$$a_s = \left( \frac{1}{r_s \cdot \mu_s} \frac{r}{z} \right)$$

Finalement on aura l'équation suivante :

$$\mathbf{A}^*P = \frac{1}{ap} (a_e \mathbf{A}^*E + a_w \mathbf{A}^*W + a_n \mathbf{A}^*N + a_s \mathbf{A}^*S + \mathbf{J} \Delta r \Delta z) \quad (\text{II.59})$$

Les coefficients  $a_p$ ,  $a_e$ ,  $a_w$ ,  $a_n$ , et  $a_s$  représentent les propriétés géométriques et physiques associées au volume élémentaire choisi.  $\mathbf{J}$  c'est la densité du courant dans le nœud principal de ce volume. Cette équation relie chaque nœud principal  $\mathbf{P}$  avec les nœuds voisins (E, W, S, N). Si la discrétisation géométrique du domaine d'étude comporte n nœuds, cela aboutit à un système algébrique de n équations à n inconnues, qui exprime les valeurs nodales du potentiel  $\mathbf{A}$ :

$$[\mathbf{K}][\mathbf{A}] = [\mathbf{J}]$$

La matrice  $\mathbf{K}$  construite par la méthode des volumes finis est une matrice creuse et symétrique. Cette propriété conduit à une résolution moins coûteuse en temps de calcul et espace mémoire [50].

## II.8 Hypothèse simplificatrice

L'influence de la température et le champ magnétique à l'intérieur du supraconducteur, sur le comportement dynamique du système de lévitation magnétique, ne sont pas prise en considération, où lors de l'injection d'un des modèles mathématiques de supraconducteur, afin de trouver la densité du courant  $\mathbf{J}$  en fonction du champ électrique  $\mathbf{E}$ , on a supposé que l'indice de transition résistive  $n$  et la densité du courant critique  $\mathbf{J}_c$ , ne varient ni avec la température  $\mathbf{T}$ , ni avec la densité du flux magnétique  $\mathbf{B}$ . Car en réalité  $n$  et  $\mathbf{J}_c$  dépendent de  $\mathbf{T}$  et  $\mathbf{B}$  suivant les relations suivantes [51] :

$$\mathbf{J}_c(\mathbf{T}) = \mathbf{J}_{c0} \frac{1 - \frac{\mathbf{T}}{\mathbf{T}_c}}{1 - \frac{\mathbf{T}_0}{\mathbf{T}_c}} \quad (\text{II.60})$$

$$n(\mathbf{T}) = \frac{n_0 \mathbf{T}_0}{\mathbf{T}} \quad \text{Avec : } n_0 = \frac{U_0}{k_B \mathbf{T}_0} \quad (\text{II.61})$$

$\mathbf{T}_0$  : température du bain d'azote liquide.

$n_0$  et  $\mathbf{J}_{c0}$  : sont les valeurs de l'exposant  $n$  et la densité du courant critique  $\mathbf{J}_c$ , à  $\mathbf{T} = \mathbf{T}_0$ .

$U_0$  : c'est l'énergie critique d'activation.



$$J_c(\mathbf{B}) = J_{c0} \frac{B_0}{\mathbf{B} + B_0} \quad (\text{II.62})$$

$$n(\mathbf{B}) = n_0 \frac{B_0}{\mathbf{B} + B_0} \quad (\text{II.63})$$

$B_0$  : densité de flux magnétique qui est supposé habituellement en utilisant les données expérimentale.

$n_0$  et  $J_{c0}$  : sont les valeurs de l'exposant  $n$  et la densité du courant critique sans considération de variation de densité du flux magnétique.

Donc pour le matériau utilisé dans notre travail (YBCO) la valeur de  $n$  et  $J_c$  sont prise approximativement afin de trouver des résultats appropriés.

## II.9 La force magnétique entre aimant permanent et supraconducteur

Plusieurs systèmes ont été proposés pour réaliser des suspensions magnétiques. Les plus utilisés sont les systèmes passifs qui exploitent les forces d'interactions produites entre aimants permanents et matériaux diamagnétiques qui sont généralement des supraconducteurs de haute température critique HTC (supraconducteur de type II). Pour les supraconducteurs de types I, la force de lévitation avec un aimant est une force toujours répulsive suivant l'Effet Meissner (aucune pénétration du champ), cette propriété réduit leurs applications.

Par contre, pour les supraconducteurs de types II, les applications sont très variées puisqu'ils possèdent en plus des propriétés de type I, d'autres propriétés qui leurs donnent des avantages pour des applications très prometteuses de la lévitation (surtout dans la zone mixte  $H_{c1} < H < H_{c2}$ ). Dans cette zone, on peut avoir une force répulsive aussi bien qu'une force attractive.

Dans l'interaction entre un aimant permanent et un supraconducteur, la force magnétique d'interaction est due principalement aux courants supraconducteurs et le champ magnétique produit par l'aimant permanent [41, 57]. Cette force, dépend de plusieurs facteurs, tels que, les facteurs géométriques du système, la surface du champ aimanté de l'aimant permanent, la densité du courant critique, la région de pénétration de  $\mathbf{J}$  [43], L'expression de cette force est donnée par :

$$\mathbf{F} = (\mathbf{J} \cdot \mathbf{B}_r) \partial v \quad (\text{II.64})$$

Dans notre application, le supraconducteur est de forme cylindrique. Pour les applications bidimensionnel, la force de lévitation verticale est donnée par :

$$\mathbf{F} = \sum_{j=1}^{n'} \sum_{i=1}^n 2\pi r_i \mathbf{J}_{ji} r_i z_i \mathbf{B} r_{ji} \quad (\text{II.65})$$

## II.10 Méthode de résolution des équations algébriques

Pour la résolution des systèmes d'équations algébriques il existe deux grandes catégories de méthodes de résolution:

- 1°) Les méthodes directes
- 2°) Les méthodes itératives

### II.10.1 Méthodes directes

Ces méthodes conduisent à une solution en un nombre fini d'étapes (éventuellement grand), cependant, comme l'ordinateur représente chaque nombre par un ensemble limité de digits, les méthodes directes sont précises mais demandent beaucoup d'espace mémoire et de temps de calcul [43]. Parmi ces méthodes nous citons:

Méthode de Cramer, méthode de Gauss, méthode de Jordon, méthode de Crout, et méthode de Cholevski.

### II.10.2 Méthodes Itératives

Ces méthodes sont mieux adaptées aux matrices d'ordre élevé, comportant de nombreux éléments nuls (matrices creuses), afin d'éviter les cas de non définition lors du calcul, on utilise les méthodes itératives qui font passer d'un estimé  $x^{(k)}$  de la solution à un autre estimé  $x^{(k+1)}$  de cette solution, s'il y a convergence la solution ne pourrait être atteinte qu'après un nombre d'itérations [30]. Parmi ces méthodes, nous citons :

#### II.10.2.a Méthode de Jacobi

Elle est basée sur la transformation du système  $[\mathbf{A}] [\mathbf{X}] = [\mathbf{B}]$  en :

$$X_i^{(k+1)} = \frac{[b_i - \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j^k]}{a_{ij}}, \quad (i \neq j), \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (\text{II.66})$$

On estime une valeur arbitraire initiale  $X_i^1$  pour ( $k = 0$ ), le calcul sera arrêté si :

$|X_i^{(k+1)} - X_i^k| < \varepsilon$ , dans le cas d'une précision absolue et  $\frac{X_i^{(k+1)} - X_i^k}{X_i^k} < \varepsilon$ , dans le cas d'une précision relative.

#### II.10.2.b Méthode de Gauss Seidel

Cette méthode est plus stable par rapport à beaucoup d'autre méthodes, elle consiste aussi à la transformation du système  $[\mathbf{A}] [\mathbf{X}] = [\mathbf{B}]$  en :

$$X_i^{(k+1)} = \frac{[b_i - \sum_{j=1}^{(n-1)} a_{ij} X_j^{(k+1)} - \sum_{j=(i+1)}^n a_{ij} X_j^k]}{a_{ij}}, \quad (i \neq j), \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (\text{II.67})$$

Comme dans la méthode précédente, on donne aux inconnues  $X_i^k$  des valeurs arbitraires initiales  $X_i^1$  pour ( $k = 0$ ), le processus sera arrêté si :

$|X_i^{(k+1)} - X_i^k| < \varepsilon$ , dans le cas d'une précision absolue et  $\frac{X_i^{(k+1)} - X_i^k}{X_i^k} < \varepsilon$ , dans le cas d'une précision relative.

$\varepsilon$  : Précision imposée par l'utilisateur

Dans notre travail on a utilisé la méthode de Gauss Seidel, à cause de la rapidité de convergence de l'erreur, en plus de la stabilité du calcul qu'elle peut offrir.

### II.10.2.c Méthode de relaxation

Pour améliorer la rapidité de la convergence par l'augmentation de son pas s'il n'y a pas de divergence de l'erreur, dans le cas des méthodes itératives, on utilise un facteur de relaxation  $0 < \alpha < 2$ , tel que :

$$X_i^{(k+1)} = X_i^k + \alpha (X_i^{(k+1)} - X_i^k) \quad (\text{II.68})$$

## II.11 Algorithme de résolution

Après avoir donné les modèles numériques de calcul, l'étape suivante consiste à implémenter le code de calcul sous l'environnement MATLAB. Cet environnement présente de nombreux avantages tels que le calcul matriciel, l'interface graphique, la technique des matrices creuses qui permet la réduction du temps de calcul et celui de l'utilisateur. Un code de calcul basé sur les modèles mathématico-numériques est développé, ce code de calcul est réalisé à partir des sous modules effectuant chacun une tâche différente.

La Figure II.5 présente l'organisation du code de calcul utilisé pour la résolution des équations électromagnétiques. Ce code de calcul est constitué de trois blocs principaux; Bloc d'entrée, Bloc de résolution et Bloc de sortie.

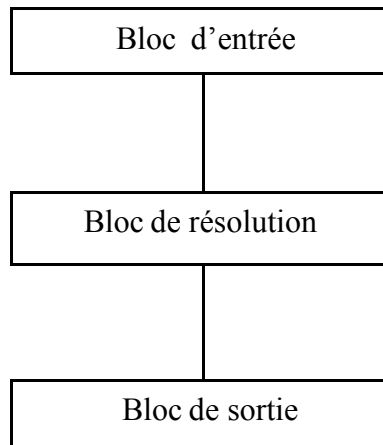


Figure II.5 – Organigramme du code de calcul

### II.11.1 Bloc d'entrée

Le bloc d'entrée consiste à préparer les données nécessaires pour le bloc de résolution. Ces données concernant la description de la géométrie et l'introduction des propriétés physiques du dispositif étudié, la discrétisation, ainsi que le calcul des coefficients algébriques et le type de conditions aux limites. On peut regrouper ce bloc en trois modules; Module de maillage, Module de Base de données et Module d'affectation :

#### II.11.1.a Module de maillage

Ce module consiste à décrire la géométrie du dispositif à étudier, il permet de définir suivant chaque direction les données suivantes :

- Paramètre géométrique de système étudié
- Le pas du domaine
- Le nombre et la position des nœuds

#### II.11.1.b Module de base de données

Ce module consiste à donner et introduire les propriétés physiques électromagnétiques de chaque milieu d'étude. Il permet de définir dans chaque milieu et dans le cas général :

- Le temps (initial-final)
- Le pas du temps
- Le champ magnétique et le potentiel de la source.

#### II.11.1.c Module d'affectation

Ce module consiste à calculer les coefficients des équations algébriques à résoudre à partir des propriétés physiques et électromagnétiques des modules précédents.

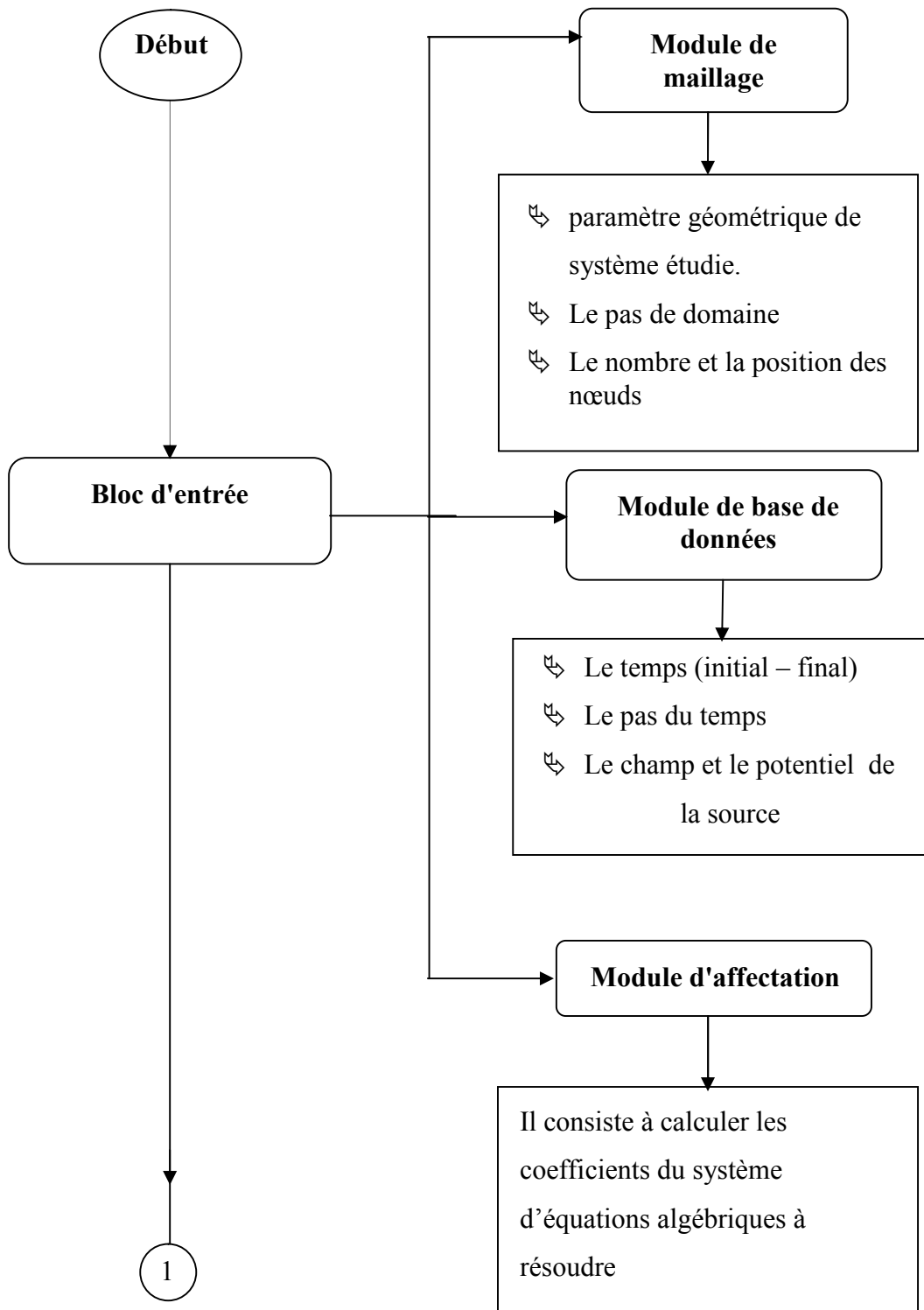
### II.11.2 Bloc de résolution

Ce module est constitué avec les équations algébriques discrétisées des inconnues. Il procède à la mise en œuvre de la méthode itérative utilisée, c'est-à-dire la résolution du système d'équations linéaires qui proviennent de la formulation numérique. La précision de calcul est déterminée en fonction du nombre de divisions. Le résultat du calcul permet d'évaluer les composantes du potentiel vecteur magnétique **A**.

### II.11.3 Bloc de sortie

Il est constitué de plusieurs modules, qui sont les modules d'exploitation. C'est modules consiste à calculer les grandeurs électromagnétiques tel que :

- Le potentiel vecteur magnétique **A**.
- Le champ électrique **E**.
- L'induction magnétique **B**.
- La force de lévitation **F**.
- La densité du courant et la densité du courant critique **J**.



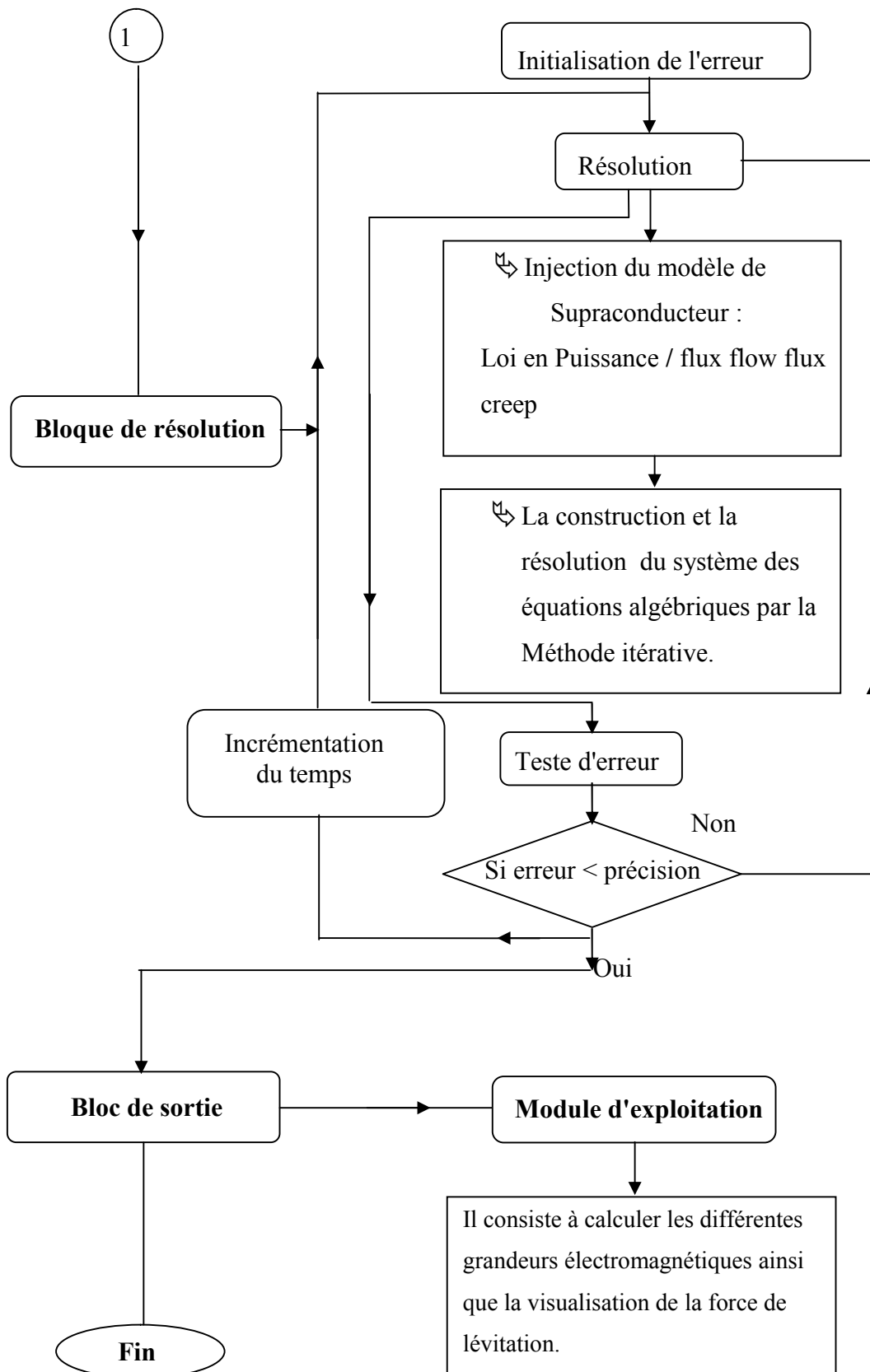


Figure II.6 – Algorithme de résolution du code de calcul

## II.12 Conclusion

Dans ce chapitre les équations électromagnétiques ont été discrétisées et calculées d'après les formules numériques. La procédure utilisée pour calculer la force de lévitation et les autres grandeurs magnétiques est caractérisée par un nombre d'itérations et un temps de calcul variable à cause des méthodes numériques itératives. La méthode itérative de Gauss Seidel a été utilisée pour traiter le cas non-linéaire, cette non linéarité est dû à la caractéristique **E-J** dans les matériaux supraconducteurs (la conductivité  $\sigma$  est variable d'un point à l'autre).

L'objectif du prochain chapitre est l'implémentation de cette procédure pour valider le modèle numérique que nous avons obtenu dans un code de calcul sous l'environnement MATLAB.



# CHAPITRE III

### III.1 Introduction

Nous présentons dans ce chapitre les résultats obtenus par le code de calcul développé sous l'environnement MATLAB. Ces résultats concernent le calcul des différentes grandeurs électromagnétiques (à l'intérieur du supraconducteur), tels que, le potentiel vecteur magnétique  $\mathbf{A}_m$ , l'induction magnétique totale  $\mathbf{B}$ , le potentiel vecteur magnétique total  $\mathbf{A}$ , le champ électrique  $\mathbf{E}$ , la conductivité électrique, la densité du courant  $\mathbf{J}$ , ainsi que le calcul et la visualisation de la force de lévitation  $\mathbf{F}$ . La validité du modèle proposé est justifiée par une étude comparative entre les résultats obtenus à partir du modèle proposé et ceux obtenus par des essais expérimentaux obtenus par d'Uesaka et Al.

### III.2 Description du système

Le problème que nous avons étudié consiste à la résolution de l'équation (II.59) trouvé par la méthode des volumes finis du modèle magnétodynamique dans un dispositif de lévitation qui comporte un aimant permanent au dessus d'une pastille supraconductrice, Le dispositif étudié est illustré dans la figure III.1.

On refroidie la pastille supraconductrice fixé sur une table à une température fixe égale à 77K, l'aimant permanent bouge du haut vers le bas par rapport à cette pastille avec une vitesse imposée constante égale à 0.01225m/s pour atteindre un écart de 0.5mm en deux secondes, (l'écart initial entre l'aimant permanent et la pastille supraconductrice est de 25mm).

A l'instant égale à 2s, l'aimant permanent atteint l'écart minimal et il demeure fixe. Les données géométriques et physiques de l'aimant permanent et de la pastille supraconductrice sont données dans le tableau III.1.

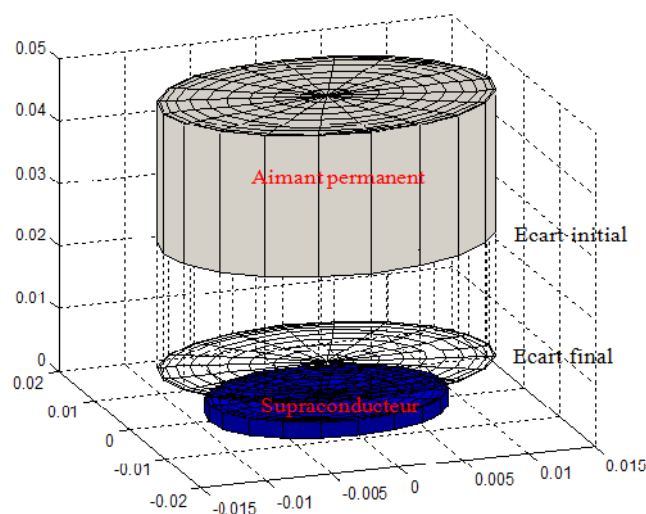


Figure III.1 –Dispositif électromagnétique de lévitation

Propriété physique et géométrique de l'aimant permanent.	Propriété physique et géométrique de la pastille supraconductrice.
Aimantation $\mathbf{M} = 6.7641 \cdot 10^5 \text{ A/m}$	Epaisseur = 2.5 mm
Epaisseur = 22.5mm	Rayon = 9 mm
Rayon = 12.5mm	Courant critique $\mathbf{J}_c = 1.65 \cdot 10^7 \text{ A/m}^2$
	Champ électrique critique $\mathbf{E}_c = 10^{-4} \text{ V/m}$
	Résistivité de Flux Flow $\rho_f = 2.5 \cdot 10^{-10} \Omega \cdot \text{m}$
	Potentiel de profondeur $U_0 = 0.096 \text{ eV}$
	Constant de Boltzmann $K_b = 1.380622 \cdot 10^{-23}$
	Température de refroidissement $\mathbf{T} = 77\text{K}$

**Tableau III.1** – propriétés géométriques et physiques de l'aimant permanent et du supraconducteur

### III.3 Résultats de modélisation

Après la résolution de l'équation magnétodynamique (II.59), on présente les résultats de simulation obtenus par la méthode des volumes finis avec les conditions aux limites élargies MVFE. La première partie est destinée à la validation des résultats obtenus. Dans cette partie nous présentons la force de lévitation magnétique qui est l'objectif principal de cette étude, et la comparaison de cette force avec les résultats de l'expérimentation obtenu par Uesaka et Al (Figure III.2).

Le calcul montre un résultat global acceptable avec une erreur raisonnable, alors que le calcul local est erroné. La valeur de la force de lévitation calculée qui approche à celle expérimentale est obtenue pour la valeur de densité de courant critique  $\mathbf{J}_c$  égale à  $1.65 \cdot 10^7 \text{ A/m}^2$ . Cette force augmente jusqu'à une valeur de 1.65N qui correspond à un écart minimal entre l'aimant permanent et la pastille supraconductrice de 0.5mm pour l'instant  $t=2\text{s}$ , à partir de ce moment la force diminue à cause de la diminution des courants induits qui est due à l'effet résistif résultant du mouvement des vortex.

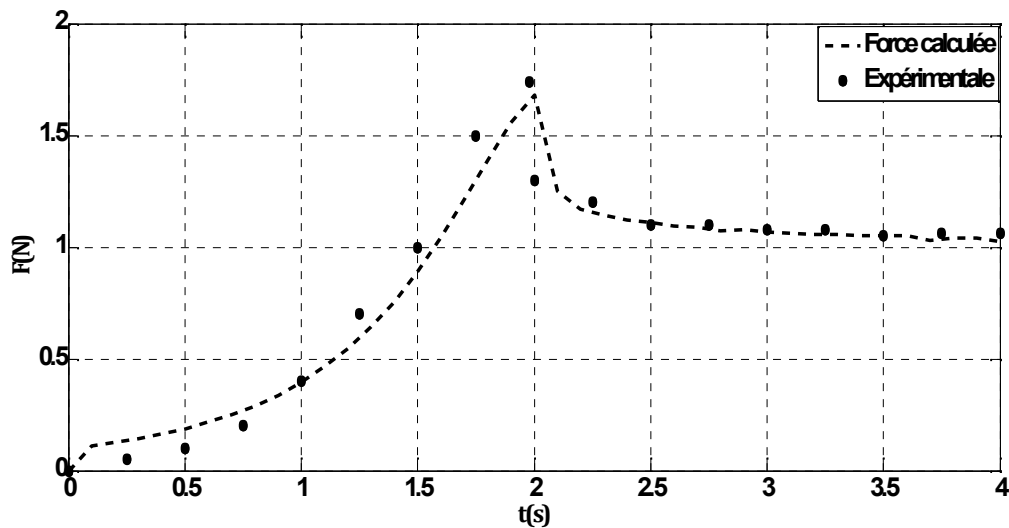


Figure III.2 – Force de lévitation calculée comparée avec l'expérimentale

Pour la deuxième, partie la force d'interaction entre l'aimant permanent et la pastille supraconductrice est évaluée pour huit différents essais :

1. Influence du rayon de la pastille supraconductrice.
2. Influence de la vitesse du mouvement.
3. Influence de l'aimantation.
4. Influence d'épaisseur de la pastille supraconductrice.
5. Influence de la densité de courant critique.
6. Influence de l'indice de transition résistive  $n$ .
7. Influence de la température de refroidissement (modèle de flux flow, flux creep recommandé).
8. Influence de l'induction magnétique critique (modèle de Kim recommandé).

### III.3.1 Effet du rayon de la pastille supraconductrice

Pour voir l'effet du rayon de la pastille supraconductrice sur la force de lévitation calculée, on a fait des tests pour trois rayons différents (9mm, 11mm, et 13mm) tout en gardant les autres paramètres fixes (test de validation), on peut dire que l'augmentation du rayon de la pastille supraconductrice implique une augmentation du volume de cette dernière, avec le même courant parcourant ce volume, qui aura une densité de courant  $J$  plus inférieure, ce qui fait augmenter la force de lévitation qui est le produit du volume avec la densité du courant, même si cette densité a diminué. D'après la Figure III.3, on remarque qu'une augmentation

du rayon de la pastille supraconductrice avec 22% implique une forte augmentation de la force calculée de 266%.

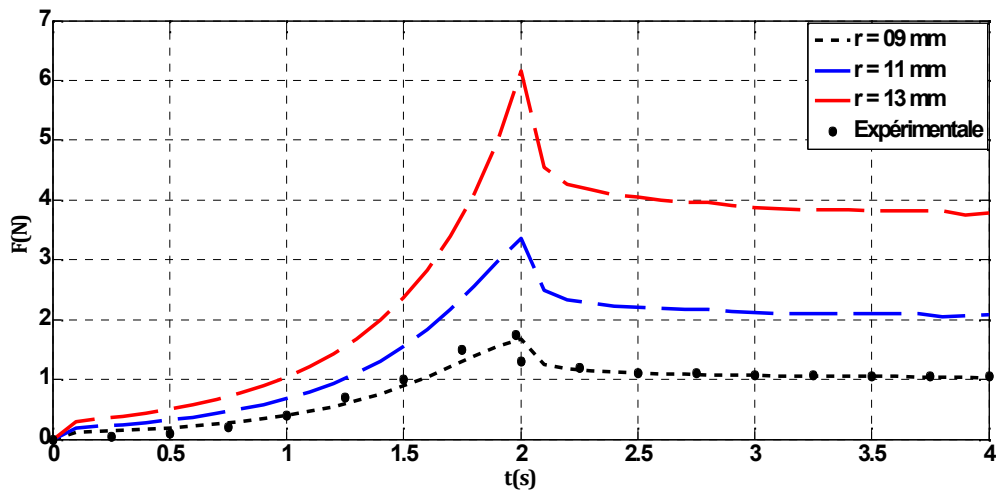


Figure III.3 –Effet du rayon de la pastille supraconductrice sur la force de lévitation

### III.3.2 Effet de la vitesse du mouvement de l'aimant permanent

Pour voir l'effet de la vitesse du mouvement de l'aimant permanent sur la force de lévitation calculée, on a considéré que ce dernier s'approche de la pastille supraconductrice en parcourant la même distance avec trois vitesses différentes (0.01225m/s, 0.01325m/s, et 0.01425m/s), tout en gardant les autres paramètres fixes (test de validation), la Figure III.4 montre que l'augmentation de la vitesse du mouvement diminue le temps de parcourt de l'aimant permanent vers la pastille supraconductrice de 0.2s pour atteindre l'écart minimal, alors que l'allure de la force de lévitation est presque la même pour les trois vitesses testées. On peut remarquer, que l'augmentation de la vitesse de 16% n'influe pas beaucoup sur la valeur de la force de lévitation (3% en moyenne par rapport à 266% pour l'augmentation du rayon), donc l'augmentation de la force dans ce cas peut être considéré négligeable (Figure III.4).

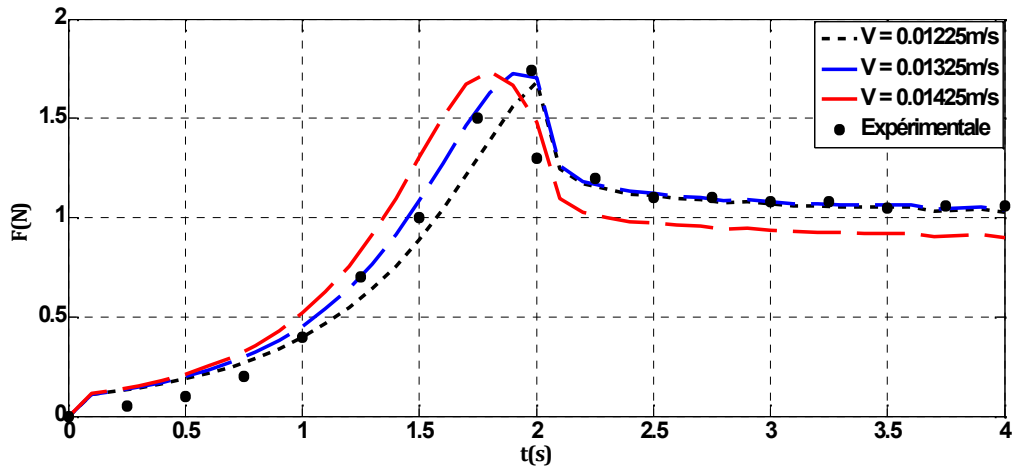


Figure III.4 –Effet de la vitesse du mouvement de l'aimant sur la force de lévitation

### III.3.3 Effet d'aimantation de l'aimant permanent

Pour voir l'effet de l'aimantation  $\mathbf{M}$  de l'aimant permanent sur la force de lévitation calculée, on a fait des tests pour trois valeurs différentes d'aimantation (0.85T, 0.95T, et 1.10T) tout en gardant les autres paramètres fixes (test de validation), on peut dire que l'augmentation de l'aimantation de l'aimant permanent implique l'augmentation de l'induction magnétique  $\mathbf{B}$ , ainsi que sa composante radiale  $\mathbf{B}_r$ , qui rentre dans le calcul de force de lévitation, donc on voit bien que la force de lévitation dépend fortement de l'aimantation à travers l'induction magnétique, tandis que l'aimantation de l'aimant n'est pas le seul facteur qui influe sur la force de lévitation, mais tous les paramètres liés à l'aimant influent sur la valeur de la force tels que le diamètre et la hauteur de l'aimant. D'après la Figure III.5, on constate qu'une augmentation de la valeur d'aimantation de l'aimant permanent avec 29% implique une augmentation de la force calculée de 31%.

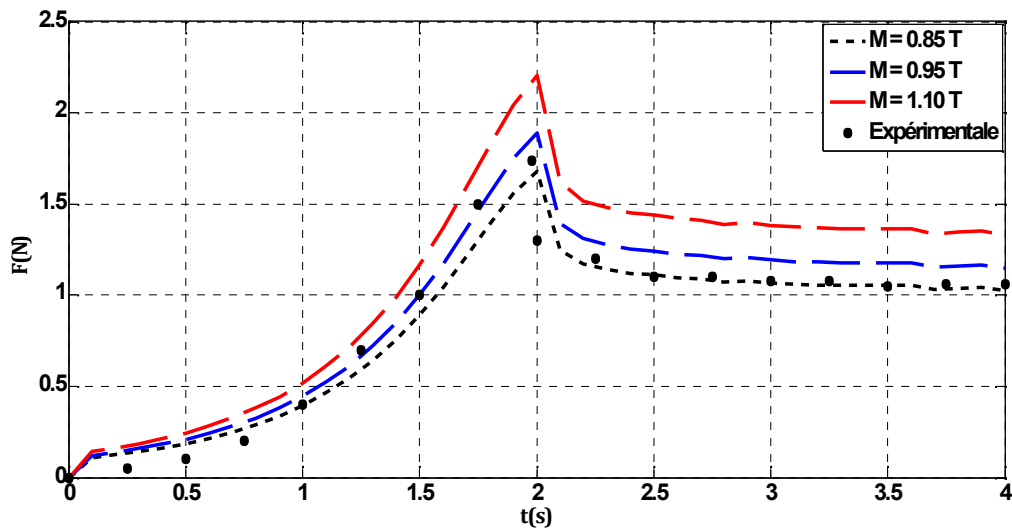


Figure III.5 –Effet de l'aimantation de l'aimant permanent sur la force de lévitation

### III.3.4 Effet de l'épaisseur de la pastille supraconductrice

Pour voir l'effet de l'épaisseur de la pastille supraconductrice sur la force de lévitation calculée, on a fait des tests pour trois épaisseurs différentes (2.5mm, 3.5mm, et 4.5mm) tout en gardant les autres paramètres fixes (test de validation), on peut dire que l'augmentation de l'épaisseur de la pastille supraconductrice implique une augmentation du volume de cette dernière tout comme lors de l'augmentation du rayon, donc on voit bien que l'augmentation de la force est due pratiquement à l'augmentation de l'épaisseur à l'intermédiaire du volume de la pastille supraconductrice qui rentre dans le calcul global de la force. D'après la Figure III.6, on aperçoit qu'une augmentation dans l'épaisseur de la pastille supraconductrice de 80% se traduit par une augmentation de la force calculée de 60%.

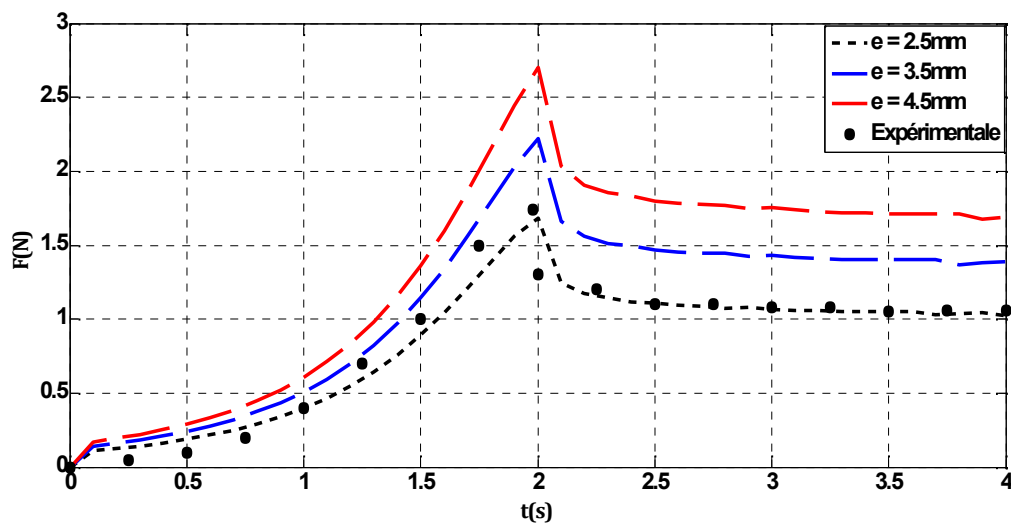


Figure III.6 –Effet d'épaisseur de la pastille supraconductrice sur la force de lévitation

### III.3.5 Effet de la densité du courant critique

Pour voir l'effet de la densité de courant critique  $J_c$  sur la force de lévitation calculée, on a fait des tests pour trois différentes valeurs de densité de courant critique ( $1.65 \cdot 10^7 \text{ A/m}^2$ ,  $1.8 \cdot 10^7 \text{ A/m}^2$ , et  $2 \cdot 10^7 \text{ A/m}^2$ ) tout en gardant les autres paramètres fixes (test de validation), on peut dire que l'augmentation de la densité de courant critique implique elle même une augmentation -suivant la loi en puissance- de la densité du courant total  $J$  qui rentre dans le calcul global de la force, d'où l'augmentation de la force de lévitation calculée. D'après la Figure III.7, on remarque que lorsqu'on fait augmenter la densité de courant critique de 21% cela se traduit par une augmentation de la force calculée avec 21% aussi.

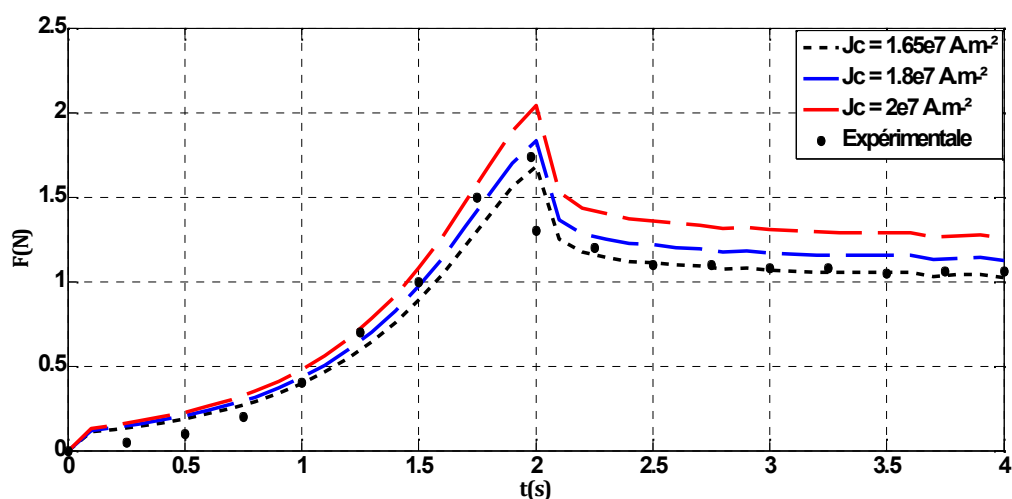


Figure III.7 – Effet de la densité de courant critique sur la force de lévitation

### III.3.6 Effet de l'indice de transition résistive

Pour voir l'effet de l'indice de transition résistive  $n$  sur la force de lévitation calculée, on a fait des tests pour trois différentes valeurs de  $n$  (7, 15, et 20) tout en gardant les autres paramètres fixes (test de validation), tel que le changement de cet indice sera traduit par le changement du matériau supraconducteur utilisé dans l'expérience (toujours de type II). Sauf que contrairement à l'essai précédent l'augmentation de l'exposant  $n$  implique une diminution - selon la loi en puissance - de la densité du courant total  $J$  qui rentre dans le calcul global de la force, d'où la diminution de la force de lévitation calculée. D'après la Figure III.8, on remarque que lorsqu'on fait augmenter l'indice de transition résistive  $n$  de 7 à 20 cela se traduit par une chute de la force calculée avec 41%.



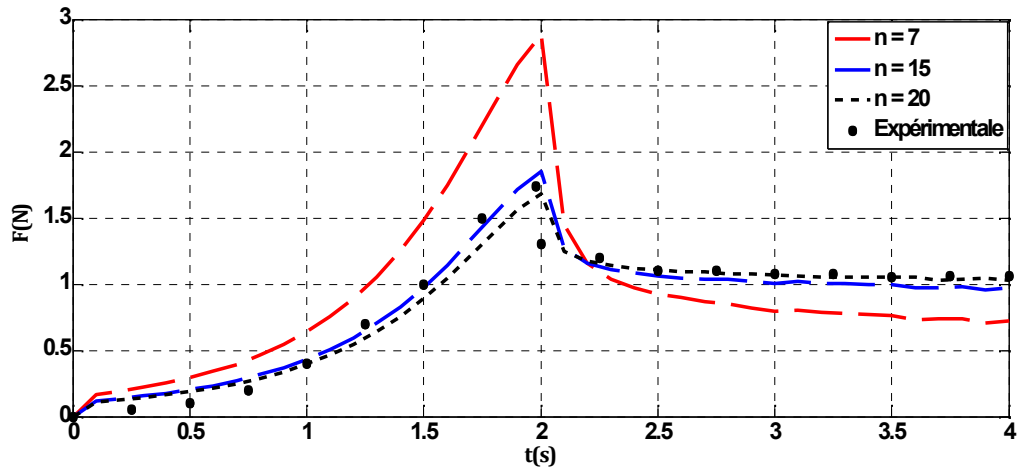


Figure III.8–Effet de l'indice de transition résistive sur la force de lévitation

### III.3.7 Effet de la température de refroidissement

Pour voir l'effet de la température de refroidissement  $T$  sur la force de lévitation calculée, on a remplacé le modèle de la loi en puissance par le modèle de flux flow et flux creep qui est le modèle le plus complet, tel que la valeur de la force de lévitation calculée qui approche à celle expérimentale est obtenue pour la valeur de densité de courant critique  $J_c$  égale à  $1.55 \cdot 10^7 \text{ A/m}^2$ . On a fait des tests pour trois différentes valeurs de la température (77K, 90K, et 110K) tout en gardant les autres paramètres fixes (test de validation), on voit que l'augmentation de la température de refroidissement implique une augmentation - selon le modèle flux creep- de la densité du courant total  $J$  qui rentre dans le calcul global de la force, d'où l'augmentation de la force de lévitation calculée. D'après la Figure III.9, on remarque que l'augmentation de la température de refroidissement de 42% est traduite par une augmentation de la force calculée avec 12% dans le régime flux creep. Et à partir de l'instant  $t=2s$ , le régime de flux creep se change au régime flux flow.

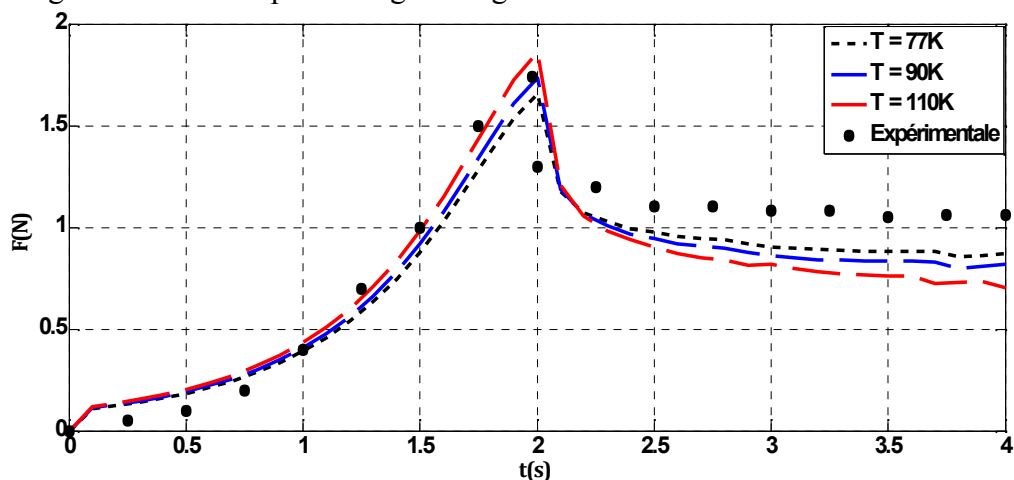


Figure III.9–Effet de la température de refroidissement sur la force de lévitation

### III.3.8 Effet de l'induction magnétique critique

Pour voir l'effet de l'induction magnétique critique  $B_0$  sur la force de lévitation calculée, on a annulé l'hypothèse simplificatrice pour la densité de courant  $J_c$ , de telle sorte que cette dernière devienne variable avec la variation de l'induction magnétique dans l'espace et dans le temps (injection du modèle de Kim). On a fait des tests pour trois différentes valeurs de l'induction magnétique critique (0.25T, 0.35T, et 0.45T) tout en gardant les autres paramètres fixes (test de validation), on peut dire que l'augmentation de l'induction magnétique critique implique une augmentation -selon le modèle de Kim- de la densité du courant total  $J$  qui rentre dans le calcul global de la force, d'où l'augmentation de la force de lévitation calculée. D'après la Figure III.10, on remarque que l'augmentation de l'induction magnétique critique de 28% est traduite par une augmentation de la force calculée avec seulement 7%.

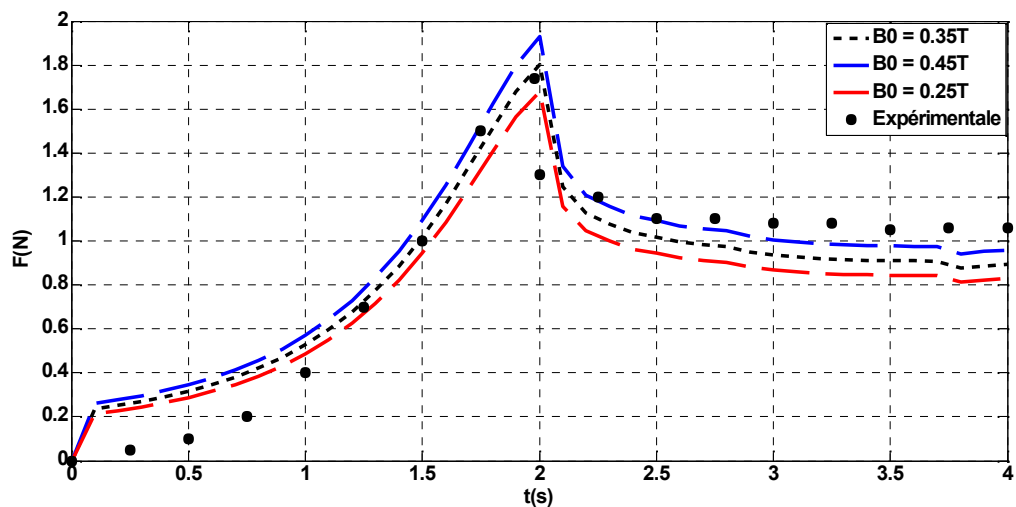


Figure III.10 – Effet de l'induction magnétique critique sur la force de lévitation

### **III.4 Conclusion**

Un code de calcul bidimensionnel à été développé en utilisant la méthode des volumes finis avec les conditions aux limites élargies, qui a donné des résultats globalement acceptables, tel que la force de lévitation calculée est proche de celle expérimentale, cette force est conditionnée par plusieurs paramètres géométriques et physiques à savoir le rayon, l'épaisseur, la densité du courant critique, l'indice de transition résistive de la pastille supraconductrice, l'aimantation de l'aimant permanent et sa vitesse de descente, ainsi que la température de refroidissement et l'induction magnétique critique.

# CONCLUSION GÉNÉRALE

# Conclusion Générale

L'ensemble de ce travail de thèse réalisé au sein du Laboratoire de Modélisation des Systèmes Energétiques de Biskra, est une étude de synthèse sur la lévitation supraconductrice comme phénomène physique, aussi comme un horizon qui s'ouvre devant nous, afin d'améliorer les performances des dispositifs déjà existant, et de créer des domaines d'application et d'études propres aux supraconducteurs.

Une contribution à la modélisation des phénomènes électromagnétiques présents dans les systèmes de lévitation électromagnétiques a été développée et présentée en utilisant la méthode numérique des volumes finis aux conditions aux limites élargies, pour résoudre les équations aux dérivées partielles en axisymétrie, caractérise le phénomène étudié dans les matériaux supraconducteurs à haute température critique. Alors qu'il est apparu que tout d'abord pour modéliser le comportement des SHTC d'une façon plus proche du cas réel, il est inévitable d'utiliser des lois qui caractérisent la dépendance entre les différentes grandeurs électromagnétiques du supraconducteur, pour cela nous sommes fondés sur un modèle de départ qui modélise un matériau supraconducteur considéré non magnétique par une loi isotrope de puissance entre la densité de courant  $\mathbf{J}$  et le champ électrique  $\mathbf{E}$ , ensuite on a remplacé ce modèle, par le modèle de flux flow et flux creep, qui caractérise lui aussi la dépendance  $\mathbf{E}(\mathbf{J})$ , ce modèle est considéré comme le modèle le plus complet parmi les modèles présentés dans ce mémoire. Un modèle anisotrope de la dépendance  $\mathbf{J}_c(\mathbf{B})$  (modèle de Kim) a été également proposé dans lequel la densité de courant  $\mathbf{J}_c$  n'est pas distribuée uniformément dans la largeur d'un ruban HTc.

Les modèles mathématico-numériques développés afin de résoudre les équations magnétodynamiques qui régissent le comportement de ces matériaux, ont été implémentés sous un code de calcul dans l'environnement MATLAB, ce dernier, présente de nombreux avantages, tels que le calcul matriciel, la simplicité d'utiliser les fonctions, etc. De plus, il permet de tracer dans l'espace ou suivant un chemin donné les diverses grandeurs physiques calculées. Ce code nous permettrons de calculer la force d'interaction entre un supraconducteur et un aimant permanent, ainsi que les autres différentes grandeurs électromagnétiques. Alors que la validité des résultats obtenus par ce code de calcul est atteinte par la confrontation aux résultats expérimentaux trouvés dans la littérature

[Uesaka et Al].

Après avoir visualisé la force de lévitation calculée, et de l'avoir comparé avec celle expérimentale, on peut dire que le résultat obtenu est globalement acceptable, même si le résultat local est erroné, tel que cette force est conditionnée par plusieurs paramètres physiques et géométriques du dispositif étudié.

En perspective, nous proposons un développement d'un modèle tridimensionnel qui permet de calculer les forces d'interactions transversales et latérales qui interviennent dans la stabilité des systèmes en lévitation.

# Notation et unités

<b>A</b>	Composant tangentiel du potentiel vecteur [T.m]
<b>B</b>	induction magnétique[T]
<b>B<sub>0</sub></b>	Densité de flux magnétique constante a utilisé dans le modèle de Kim [T]
<b>B<sub>r</sub></b>	Densité de flux magnétique dans la direction radiale du à un aimant permanent circulaire
<b>B<sub>z</sub></b>	Densité de flux magnétique dans la direction axiale du à un aimant permanent circulaire [T]
<b>B<sub>r</sub></b>	Induction magnétique rémanente[T]
<b>D</b>	Induction électrique (vecteur déplacement électrique) [A/m <sup>2</sup> ]
<b>E</b>	Champ électrique [V/m]
<b>F</b>	Force de lévitation [N]
<b>H</b>	Champ magnétique [A/m]
<b>J</b>	Densité de courant [A/m <sup>2</sup> ]
<b>J<sub>c</sub></b>	Densité de courant critique [A/m <sup>2</sup> ]
<b>J<sub>c0</sub></b>	Courant critique sans considération des variations du flux [A/m <sup>2</sup> ]
<b>J<sub>D</sub></b>	Densité des courants de déplacement [A/m <sup>2</sup> ]
<b>J<sub>a</sub></b>	Densité de courant d'excitation [A/m <sup>2</sup> ]
<b>k<sub>b</sub></b>	Constante de Boltzmann [J/K]
<b>e</b>	Epaisseur du disque supraconducteur [m]
<b>r, z</b>	Coordonnées dans les directions radiales et axiales, respectivement
<b>r<sub>i</sub></b>	Coordonnée radiale à l'ième élément
<b>U<sub>0</sub></b>	Potentiel épinglant [eV]
<b>V</b>	Vitesse de supraconducteur en mouvement [m/s]
<b>Δr<sub>i</sub>, Δz<sub>i</sub></b>	Longueur de l'élément dans la direction radiale ou axiale du supraconducteur
<b>ρ<sub>c</sub></b>	Résistance de flux creep [Ω.m]
<b>ρ<sub>f</sub></b>	Résistance de flux flow [Ω.m]
<b>ρ</b>	Densité volumique de charges électriques [C/m <sup>3</sup> ]
<b>T</b>	Température critique ou de refroidissement [K]
<b>ε</b>	Permittivité électrique [F/m]
<b>μ</b>	Perméabilité magnétique
<b>μ<sub>0</sub></b>	Perméabilité magnétique du vide [H/m]
<b>σ</b>	Conductivité électrique [S/m]
<b>ν</b>	Réductivité magnétique
<b>ξ</b>	Longueur de cohérence
<b>λ<sub>L</sub></b>	Longueur de london

# Abréviations

<b>SCFCL</b>	Limiteurs de courant supraconducteurs.
<b>SHTc</b>	Supraconducteur <b>H</b> aute <b>T</b> empérature critique.
<b>SBTc</b>	Supraconducteur <b>B</b> asse <b>T</b> empérature critique.
<b>1D</b>	Unidimensionnel (à une dimension).
<b>2D</b>	Bidimensionnel (à deux dimensions).
<b>BSCCO</b>	Supraconducteur à base de <b>B</b> ismuth, de <b>S</b> trontium, de <b>C</b> alcium et d' <b>O</b> xydes de <b>C</b> uivre.
<b>EDP</b>	Equations aux <b>D</b> érivées <b>P</b> artielles.
<b>MDF</b>	<b>M</b> éthode des <b>D</b> ifférences <b>F</b> inis.
<b>MEF</b>	<b>M</b> éthode des <b>E</b> léments <b>F</b> inis.
<b>MIF</b>	<b>M</b> éthode des <b>I</b> ntégrales de <b>F</b> rontières.
<b>MVF</b>	<b>M</b> éthode des <b>V</b> olumes <b>F</b> inis.
<b>MVFA</b>	<b>M</b> éthode des <b>V</b> olumes <b>F</b> inis avec des conditions aux limites Approximatives.
<b>MVFE</b>	<b>M</b> éthode des <b>V</b> olumes <b>F</b> inis avec des conditions aux limites Elargies.
<b>MCC</b>	<b>M</b> éthode des <b>C</b> ircuits <b>C</b> ouplés.
<b>YBCO</b>	Supraconducteur à base d' <b>Y</b> ttrium, de <b>B</b> aryum et d' <b>O</b> xydes de <b>C</b> uivre



## Références Bibliographiques

- [01] P. Alexandre «**Isolation céramique pour câbles supraconducteurs en Nb<sub>3</sub>Sn**» Thèse Doctorat, UNIVERSITE DE MONTPELLIER II, SCIENCES ET TECHNIQUE DU LANGUEDOC 2005.
- [02] V. Alain «**Imagerie Magnéto Optique pour les matériaux supraconducteurs**» Thèse Doctorat, Université Joseph Fourier-Grenoble 2006.
- [03] K. Iszabela «**Modélisation des supraconducteurs et mesures**» Thèse Doctorat, INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE, Ecole Doctorale Electronique, Electrotechnique, Automatique, Télécommunications, Signal 2003.
- [04] C. Yannick «**Limiteur supraconducteur de courant continu**» Thèse Doctorat INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE, Ecole Doctorale Electronique Electrotechnique Automatique et Traitement du Signal 2007.
- [05] B. Mouna «**Etude structurale des interfaces d'une couche mince en YBaCu<sub>3</sub>O<sub>7-δ</sub> déposée sur différents substrats**» Mémoire Magistère, Université de Batna, 2005.
- [06] G. Sarra «**Microstructure, texture and superconductive properties of High Temperature Superconducting "HTS" oxides: YBCO thin films and bulk NBCO and YBCO**» thesis doctor's, University of Metz and Northeastern University 2009.
- [07] D. Bruno «**Etude des pertes dans les supraconducteurs à haute température critique**» Thèse Doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy-1, FACULTE DES SCIENCES, Département de Formation Doctorale En Electrotechnique et Electronique Nancy 2001.
- [08] B. Jean-Luc «**Etude de cavités supraconductrices pour les accélérateurs de protons de forte puissance**» Thèse de Doctorat, Université de Paris-Sud U.F.R. Scientifique d'Orsay 2000.

- [09] Etienne Tremolet de Lachesserie «**Magnétisme: I fondements**» volume 1. PUG, 1999.
- [10] M. Gryzinski «**Diamagnetism of matter and structure of the atom**» Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 71(1) :53–62, dec 1987.
- [11] R. E. Pelrine «**Diamagnetic levitation**» American Scientist, 92(5) :428–435, 2004.
- [12] A. Mounir «**Analyse d’une antenne microruban à patch supraconducteur**» Mémoire Magistère, Université de Batna, Faculté Des Sciences de l’Ingénieur, Département d’Electronique, 2006.
- [13] PH. Mangin «**Séminaire IFR matériaux 23-24**» supraconductivité Ecole des Mines de Nancy, Juin 2003.
- [14] M. Mahtali «**Etude et caractérisation de structures supraconductrices**» Thèse doctorat, Université Mentouri, 2007.
- [15] P. TIXADOR «**Les Supraconducteurs**» Hermès Collection Matériaux, Paris, 1995.
- [16] B. DOUINE, J. LÉVÊQUE, «**Influence of  $J_c(B)$  on the full penetration current of superconducting tube**», Physica C, vol. 443, 2006, pp. 23-28.
- [17] T. C. HOÀNG «**Caractérisation des supraconducteurs à haute température critique en vue d’application en électrotechnique**» Thèse Doctorat, Université de Nancy I, Faculté des sciences et technologie, Département de Formation Doctorale en Electronique et Electrotechnique, 2010
- [18] B. Lahcène «**Contribution à l’étude Des propriétés thermiques et hydrodynamiques d’un écoulement d’hélium normal diphasique en circulation naturelle pour le refroidissement des aimants supraconducteurs**» Thèse Doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, Ecole Doctorale Energie Mécanique Département de Formation Doctorale, Mécanique Energétique 2007.

- [16] B. Boris «**Contribution a l'étude des bobinages supraconducteurs : le projet DGA de SMES HTS impulsionnel**» Thèse Doctorat, INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE, Ecole Doctorale Electronique Electrotechnique Automatique Télécommunications Signal 2006.
- [20] A. El Hadj «**Machine synchrone à plots supraconducteurs : Etude et réalisation**» Thèse de Doctorat, Faculté des sciences et de technologies, université HENRI POINCARÉ Nancy1 2006.
- [21] S. Zhou «**Electrodynamics of Solids and Microwave Superconductivity**» A Wiley Interscience Publication 1999, JOHN WILEY & SONS, INC. ISBNs: 0-471-35440-6 (Hardback); 0-471-20646-6 (Electronic).
- [22] F. Hélène «**Contribution à la conception des bobinages supraconducteurs de type dipolaire en Nb3Sn pour les accélérateurs de particules**» Thèse Doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, Ecole Doctorale Informatique, Automatique, Electronique-Electrotechnique, Mathématique, Département de formation doctorale Electronique-Electrotechnique 2006.
- [23] A. Hervé «**Etude des transferts thermiques en hélium superfluide dans les milieux poreux**» Thèse Doctorat, Université de Toulouse, Institut National de Toulouse, Spécialité Energétiques et transferts 2009.
- [24] M. Lahtien et J. Kokavec, «**Electric field and losses in BSCCO-2223/Ag tapes carrying AC transport current**», I.E.E.E Transactions on Applied Superconductivity, vol. 5, no. 2, 1995, pp. 713-716.
- [25] S. Svetlomidir «**Modelling of high temperature superconductors for AC power applications**» Thèse de Doctorat, FACULTÉ INFORMATIQUE ET COMMUNICATION, ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE 2002.

- [26] G. Francesco «**Numerical modelling of high temperature superconducting tapes and cables**» Thèse Doctorat, ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE, FACULTÉ INFORMATIQUE ET COMMUNICATIONS, Institut de systèmes de communication 2003.
- [27] M. Philippe «**Etude d'écrans supraconducteurs à haute température critique massifs. Application à la réalisation d'une machine électrique de conception originale**» Thèse Doctorat, l'Université Henri Poincaré, Nancy I en Génie Electrique 2002.
- [28] C. Tristan «**Développement de conducteurs à base d'YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-d</sub> sur des substrats flexibles par MOCVD**» Thèse Doctorat, INSTITUT POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE, 2008.
- [29] M. Laurence «**Micro-bolomètres supraconducteurs YBaCuO suspendus réalisés par micro-usinage du substrat de silicium**» Thèse Doctorat, Université de Caen, 2007.
- [30] O. Talha «**Méthode simplifiée pour l'étude des systèmes de lévitation à base de supraconducteurs HT** » Mémoire Magistère, Université de Biskra, Faculté des Sciences et de la Technologie, Département d'Electrotechnique, 2012.
- [31] J. K. Sykulski, R.L. Stoll and A. E. Mahdi «**Modelling HTc Superconductors for AC Power Loss Estimation**» IEEE Transactions on magnetics. vol. 33, No. 2, March 1997.
- [32] K. Nouredine «**Les Supraconducteurs, Modèles et Applications**» Mémoire de Magistère, Université de Batna, Faculté des Sciences de l'Ingénieur, Département d'Electrotechnique 2007.
- [33] P. Sheahen «**Introduction to High Temperature Superconductivity**» Plenum Press, New York, 1994.

- [34] B. Rozenn «**Dynamique des réseaux de vortex dans des films minces supraconducteurs à haute température critique en vue de l'optimisation d'un transformateur à flux de vortex**» Thèse de Doctorat, UNIVERSITE PARIS XI UFR SCIENTIFIQUE D'ORSAY 2006.
- [35] M. Sjöström «**Hysteresis Modelling of High Temperature Superconductors**» Thesis Doctorate, ECOLE POLYTECHNIQUE FEDERALE LAUSANNE, Swiss Federal Institute of Technology Lausanne 2001.
- [36] A. Bouaaddi, «**Ancrage et dynamique des vortex dans les couches minces de supraconducteurs à haute température critique d' $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$** », Thèse Doctorat, Université de Agadir Mars 2010.
- [37] B. Kévin «**Etude des phénomènes couplés magnétothermiques dans les supraconducteurs à haute température**» Thèse Doctorat, FACULTE DES SCIENCES & TECHNIQUES, Université Henri Poincaré, Nancy I 2006.
- [38] A. Anca «**Propriétés de transport sous contrainte mécanique de rubans supraconducteurs**» Thèse Doctorat, Université Joseph Fourier Grenoble, Grenoble 2006.
- [39] K. N. Abelin «**Etude par des méthodes analytiques et numériques de la répartition des champs induits dans les supraconducteurs à haute température critique**» Thèse Doctorat, FACULTE DES SCIENCES & TECHNIQUES, Université Henri Poincaré, Nancy I 2009.
- [40] B. Ketterson «**Superconductivity**» Northwestern University, CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS ISBN 0-521-56562-6 1999.
- [41] K. Nagaya, S. Shuto «**Approximate Boundary Conditions in a Circular Conductor and Their Application to Nonlinear Vibration Analyses of High-Tc Superconducting Levitation System**» IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, VOL. 32, NO. 3, MAY 1996.

- [42] K. Nagaya «**Analysis of a High Tc Superconducting Levitation System with Vibration Isolation Control**» IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, VOL. 32. 2, MARCH 1996.
- [43] K. Ben Alia «**Etude de la Lévitation Magnétique entre les Aimants permanents et les Supraconducteurs**» Mémoire de Magistère, Université de Biskra, Faculté des Sciences et de la Technologie, Département d'Electrotechnique 2009.
- [44] W. Nicolas, «**Les matériaux supraconducteurs**» Rapport d'Epistémologie, Juillet 2002.
- [45] T. P. Sheahen «**Introduction to High-Temperature Superconductivity**» Western Technology Incorporated Derwood, Maryland eBook ISBN: 0-306-47061-6, Print ISBN: 0-306-44793-2, 2002.
- [46] M. Boukellel «**Conception et Réalisation d'un Capteur de Micro et Nano-Forces, Application à la mesure d'élasticité des ovocytes**» Thèse de doctorat Université Franche-Comté 2003.
- [47] B. Jayawant, «**Electromagnetic suspension and levitation**», Edward Arnold, London, 1981.
- [48] F. Moon, «**Superconducting Levitation, Applications to Bearings and Magnetic Transportation**» WILEY-VCH Verlag GmbH & Co, KGaA, Weinheim, Germany, 2004.
- [49] E. P. Furlani «**Permanent Magnet and Electromechanical Devicee**» University of Maryland, college park, Maryland, New York , United States of America.
- [50] A. E. Mabrouk et A. Cheriet «**Modélisation d'un système de lévitation électrodynamique par la méthode des volumes finis avec maillage non conforme**» Laboratoire LGEB, Université de Biskra, Algérie.

- [51] L. Alloui S. M. Mimoune «**3D modeling of forces between magnet and HTS in levitation system using new approach of the control volume method based on an unstructured grid**» Laboratoire LMSE, Université de Biskra, Algérie.
- [52] V. Arkadiev «**A floating magnet**» Nature, vol. 160, pp. 330, 1947.
- [53] Y. YANG «**Vertical and lateral forces when a permanent magnet above a superconductor traverses in arbitrary directions** », Superconducting Sciences and Technology, Vol.21, pp: 5, 2008.
- [54] K. Mohamed Lotfi «**Modélisation des Phénomènes Electromagnétiques dans les Structures à Géométries Complexes par Adaptation de la Méthode des Volumes Finis**» Mémoire Magistère, Université De Batna, Faculté Des Sciences De L'ingénieur, Département d'Electrotechnique 2006.
- [55] F.Bancel and G. Lemarquand, «**Tree-Dimensional Analytical Optimization of Permanent Magnets Alternated Structure**» IEEE Trans. Magn. vol. 34 p. 242-247, January 1998.
- [56] P. Brissonneau «**Magnétisme et matériaux magnétiques**» Edition HERMES, janvier 1997.
- [57] Z. Y. Xian-Feng «**The Maximum Levitation Force of High-Tc Superconductors**» J. Low Temp Phys (2007) 149:200-208.