

Université Mohamed khider – Biskra  
Faculté des Sciences et de la Technologie  
Département de Génie Civil et d'Hydraulique  
Référence :...../ 2018

جامعة محمد خيضر- بسكرة  
كلية العلوم و التكنولوجيا  
قسم الهندسة المدنية و الري  
المرجع:...../ 2018



**Mémoire de Master**  
**Spécialité : HYDRAULIQUE**  
**Option : HYDRAULIQUE URBAINE**

**Thème :**

**Effet de la rugosité des parois sur l'écoulement dans les conduites  
circulaires**

**Etudiant:**

M'ghazzi bakhouche mouatasseb billah

**Encadreurs:**

Mr .ABDESSEMED Fouzi

**Promotion: Juin 2018**

## *Remerciements*

*Tous mes remerciements vont au Dieu tout puissant pour la puissance, l'énergie et l'aide qu'il me porte toujours.*

*Je remercie mon encadreur Mr ABDESSEMED Fouzi qui m'a proposé ce sujet et qui m'a guidé dans mon travail.*

*Je remercie toute ma famille, mes amis, mes collègues, tous les enseignants du département qui m'ont encouragé dans mon parcours.*

*Dédicaces*

*Je dédie ce travail*

*A ma mère et mon père qui sont les plus chers au monde*

*A mon frère Aiman et mes sœurs Sana et Hana,*

*à ma famille*

*A tous mes amis et mes collègues*

*A tous ceux qui m'ont aidé à finir ce mémoire.*

# SOMMAIRE

|   |    |
|---|----|
| INTRODUCTION GENERALE.....  | 1  |
| Chapitre I : les caractéristiques des conduites ;.....  | 3  |
| I.1. Introduction .....   | 3  |
| I.2. Les caractéristiques des conduites non circulaires .....                                     | 3  |
| I.2.1. Relations de base destinée au calcul des dimensions Linéaires des conduites ...            | 3  |
| I.2.1.1 Débit volume .....  | 3  |
| I.2.1.2. Gradient de la perte de charge linéaire .....  | 4  |
| I.2.1.3. Le diamant hydraulique .....   | 4  |
| I.2.2. Caractéristiques à quelques conduites de forme non circulaire.....                         | 5  |
| I.2.2.1 Conduite fermée de forme rectangulaire .....  | 5  |
| I.2.2.2. Conduite fermée de forme semi circulaire .....   | 6  |
| I.2.2.3. Conduite fermée de forme triangulaire .....  | 7  |
| I.2.2.4. Conduite fermée de forme trapézoïdale .....  | 8  |
| I.3. Les caractéristiques des conduites circulaires .....   | 9  |
| I.3.1. Equation fondamentale de l'écoulement dans Les conduites circulaires sous<br>pression..... | 9  |
| I.3.2. Formules usuelles de l'écoulement turbulent en conduite circulaire sous<br>pression.....   | 11 |
| I.3.2.1. Formule de Darcy-Weisbach.....   | 11 |
| I.3.2.2. Formule de Colebrook-White.....  | 12 |
| I.3.2.3. Formule de Swamee et Jain.....   | 12 |
| I.3.2.4. Nombre de Reynolds .....   | 12 |
| I.3.3. Caractéristiques de la conduite circulaire.....  | 13 |
| I.3.4. Caractéristiques des tuyaux en pvc et en PEHD.....   | 13 |
| I.3.4.1. Les tuyaux en pvc.....   | 13 |
| I.3.4.2. Les conduites en PEHD.....   | 14 |
| I.3.5. Branchement des conduites.....   | 15 |
| I.3.5.1 Branchement en série.....   | 15 |
| I.3.5.2 Branchement en parelle.....   | 16 |

## Sommaire

---

|   |    |
|---|----|
| I.3.6.Éléments d'une vanne et Différents types de clapet..... | 16 |
| I.3.6.1 Éléments d'une vanne.....                             | 16 |
| I.3.6.2 Différents types de clapet.....                       | 17 |
| I.3.6.2.1Clapet simple siège.....                             | 17 |
| I.3.6.2.2.Clapet double siège.....                            | 18 |
| I.3.6.2.3. Clapet à cage .....                                | 19 |
| I.3.6.2.4. Clapet papillon .....                              | 20 |
| 1.6.5 Clapet à membrane.....                                  | 21 |
| I. 4. conclusion.....   | 21 |
| Chapitre II : L'écoulement dans les conduites.....            | 22 |
| II.1 .Introduction.....                                       | 22 |
| II.2. Les différents types d'écoulement.....                  | 23 |
| II.2.1. Les types des fluides.....                            | 23 |
| II.2.1.1.Fluides parfait .....                                | 23 |
| II.2.1.2. Fluides réels.....                                  | 23 |
| II.2.1.3. Fluides compressibles.....                          | 23 |
| II.2.1.4. Fluides incompressibles.....                        | 23 |
| II.2.2. Les Propriétés des fluides .....                      | 24 |
| II.2.2.1. La masse volumique .....                            | 24 |
| II.2.2.2.Les viscosités .....                                 | 25 |
| II.2.2.2.1.La viscosité dynamique.....                        | 25 |
| II. 2.2.2.2. La viscosité cinématique.....                    | 25 |
| II.2.3 Ecoulement permanant et non permanant .....            | 26 |
| II.2.4.écoulement externe et un écoulement interne.....       | 27 |
| II.2.5.La perte de charge.....                                | 28 |
| II.2.5.1.Les pertes de charge régulières ou linéaires.....    | 29 |

## Sommaire

---

|   |    |
|---|----|
| II.2.5.2.Perte de charge singulière .....                                   | 29 |
| II.2.6. Ecoulement laminaire et turbulent.....                              | 32 |
| II.2.6.1.Ecoulement laminaire .....   | 32 |
| II.2.6.1.1.Profil de vitesse .....  | 32 |
| II.2.6.1.2 .Perte de charge linéaire (écoulement laminaire).....            | 33 |
| II.2.6.2.Ecoulement turbulent.....  | 34 |
| II.2.6.2.1.Profil de vitesse.....   | 34 |
| II.2.6.2.2.Perte de charge linéaire (écoulement turbulent) .....            | 35 |
| II.2.6.2.3.Le nombre de Reynolds.....                                       | 36 |
| II.3.1. Aperçu historique.....  | 36 |
| II.3.2. Osborne Reynolds.....   | 36 |
| II.3.3.Les différents régimes d'écoulement, nombre de Reynolds.....         | 38 |
| II.3.4.Choix des paramètres.....  | 39 |
| II.3.5.Analyse dimensionnelle.....  | 39 |
| II.3.6.Nature de l'écoulement en fonction du nombre Reynolds.....           | 39 |
| II. 4.Conclusion.....   | 41 |
| Chapitre III: Les effets de la rugosité des parois sur l'écoulement.....    | 42 |
| III.1. Introduction.....  | 42 |
| III .2. Les effets de la rugosité des parois sur l'écoulement visqueux..... | 42 |
| III .2.1. La viscosité.....   | 42 |
| III .2.2. Rugosité ou rugosité relative.....                                | 42 |
| III .2.3. Notion de la rugosité.....  | 43 |
| III .2.4.La sous-couche et le type des paroi.....                           | 44 |
| III .2.5. Écoulement d'un fluide réel (visqueux) .....                      | 46 |
| III .2.6. Application de Le théorème Bernoulli aux liquides réels .....     | 46 |
| III .2.7. Taux de cisaillement .....  | 47 |
| III .2.8. Coefficient de frottement .....                                   | 47 |

## Sommaire

---

|  |    |
|--|----|
| III . 2.8.1. Pour un écoulement Laminaire et Turbulent .....                           | 47 |
| III .2.8.2. Pour un régime d'écoulement laminaire.....                                 | 48 |
| III .2.8.3. Pour un régime d'écoulement turbulent.....                                 | 48 |
| III.2.8.4. Coefficient de frottement $\lambda$ dans (un régime turbulent rugueux)..... | 48 |
| III .2.8.5. Coefficient de frottement $\lambda$ dans (un régime turbulent lisse).....  | 49 |
| III .2.8.6. coefficient de frottement de perte de charge par Weisbach-Darcy.....       | 49 |
| III .2.8.7. Facteur de frottement avec géométrie du conduite .....                     | 50 |
| III .2.9. Relation moderne.....  | 51 |
| III .2.10. Diagramme Moody .....   | 54 |
| III .2.11. Formules explicit équation facteur de frottement .....                      | 61 |
| III .3. Les effets de la rugosité des parois sur l'écoulement non visqueux .....       | 64 |
| III .3.1.Ecoulement d'un fluide parfait (non visqueux.....                             | 64 |
| III .3.2. Le théorème Bernoulli aux liquides parfait.....                              | 64 |
| III .3.3. Perte de charge .....  | 65 |
| III 3.3.1. Formule de hazan williams.....  | 65 |
| III 3.3.2. Formule Manning Strickler.....  | 67 |
| III 3.3.3. Formule Calmon et Lechapt.....  | 68 |
| III.4.Exemples.....  | 69 |
| III.5. Conclusion.....   | 70 |
| Conclusion générale.....   | 71 |
| Références bibliographiques.....   | 73 |
| Résumé.....  | 74 |

## Principales notation :

|               |   |
|---------------|---|
| $Q$           | Débit volume  |
| J             | Gradient de la perte de charge linéaire                       |
| $D_h$         | Le diamanter hydraulique                                      |
| A             | La section mouillée   |
| P             | Le périmètre mouillé  |
| $\eta$        | <i>Paramètre de forme d'une section</i>                       |
| $Y_m$         | <i>Hauteur minimale d'un canal fermé</i>                      |
| $\alpha$      | Angle d'inclinaison par rapport à l'horizontale ou à          |
| $g$           | <i>Accélération de la pesanteur</i>                           |
| V             | vitesse moyenne du fluide (m/s)                               |
| f             | coefficient de frottement                                     |
| $R_e$         | Nombre de Reynolds  |
| $\varepsilon$ | <i>Rugosité absolue d'une paroi</i>                           |
| k/D           | la rugosité relative  |
| K             | Rugosité absolu   |
| $\lambda$     | coefficient de frottement                                     |
| $\Delta p$    | Perte de pression   |
| $\rho$        | Densité de masse ou 'Masse Volumique' unité N/ m <sup>3</sup> |
| M             | Masse kg  |
| V             | volume  |
| $\mu$         | Viscosité absolue ( Kg/m/s)                                   |
| $\nu$         | Viscosité cinématique (m <sup>2</sup> /s)                     |
| L             | longueur caractéristique                                      |
| $L_i$         | longueur du cœur potentiel non visqueux                       |
| $L_e$         | <i>Longueur de développement</i>                              |
| D             | Diamètre d'une conduite                                       |
| $C_f$         | Coefficient de frottement                                     |
| $\Delta H$    | Perte de la charge (m)  |
| P             | Pression Moyenne dans la conduit (Pascal)                     |



$\frac{dv}{dx}$  Ou S

Taux de cisaillement  $s^{-1}$

T

Température

$\tau$

Contrainte de cisaillement

# LISTE DES FIGURES

## Chapitre I

### Les caractéristiques des conduites ;

- Figure I.1:** Schéma de définition de la conduite sous pression  
De forme rectangulaire
- Figure I 2:** Schéma de définition de la conduite sous pression  
de forme semi circulaire
- Figure I 3:** Schéma de définition de la conduite sous pression  
de forme triangulaire
- Figure I 4:** Schéma de définition de la conduite sous pression  
De forme trapézoïdale
- Figure I.5 :** Schéma de définition de l'écoulement dans une conduite  
Circulaire en charge (extrait de *Cauvin et Guerrée*, 1978)
- Figure I.6 :** Schéma de définition de la conduite sous pression  
De forme circulaire
- Figure I.7**           branchement conduite en série
- Figure I.8**           branchement conduit en parallèle
- Figure I.9**           Éléments d'une vanne
- Figure I.10**         Clapet simple siège
- Figure I.11**         Clapet double siège
- Figure I.12**         Clapet à cage
- Figure I.14**         Clapet papillon
- Figure I.15**         Clapet à membrane

## Chapitre II

### L'écoulement dans les conduites ;

- Figure II. 1:** Laminaire et turbulent
- Figure II. 2:** variation de la viscosité cinématique l'eau avec la Température
- Figure II.3:** Ecoulement externe et un écoulement interne
- Figure II.4:** Coefficient de perte de charge singulière
- Fuguer II.5:** Les pertes de charge régulières et singulières
- Figure II.6 :** Profile de vitesse de l'écoulement laminaire
- Figure II.7 :** Profile de vitesse de l'écoulement turbulent
- Figure II.8.** Appareille d'expérience de Reynold
- Figure II.9 :** Rapport de prof Reynolds et appareille de l'expérience  
Original
- Figure II. 10** L'ajout de la couleur dans L'eau
- Figure II.11 :** Régime d'écoulement avec colorant

## Chapitre III

### Les effets de la rugosité des parois sur l'écoulement

- Figure III.1** La rugosité absolue et diamètre d'une conduite
- Figure III.2 :** La sous-couche et le type des paroi
- Figure III.3 :** Écoulement d'un fluide réel dans une conduite
- Figure III.4 :** *Le théorème Bernoulli aux liquides réels*

- Figure III.6**      *Abaque Swamee-Jain*
- Figure III.8 :**    *Abaque S.E. Haaland*
- Figure III.9:**    Diagramme Moody
- Figure III.10:**    Ecoulement d'un fluide parfait dans une conduite
- Figure III.11:**    Le théorème Bernoulli aux liquides parfait

## LISTE DES TABLEAUX

### Chapitre II

#### L'écoulement dans les conduites ;

- Tableau II.1:**            masse volumique de quelque matériau et liquides
- Tableau II.2:**            Quelques valeurs de la viscosité : (à 20 °C sous la Pression Atmosphérique normale)

### Chapitre III

#### Les effets de la rugosité des parois sur l'écoulement

- TableauIII.1:**            rugosité absolue de l'état de quelque matière
- TableauIII.2 :**            facteur de frottement avec géométrie de la conduite
- TableauIII.3 :**            Une liste exhaustive de formules en ordre Chronologique est fournie dans l'article
- TableauIII.4 :**            Coefficient de Hazan-Williams dépendant de Rugosité des quelque conduites
- TableauIII.5 :**            des coefficients de rugosité  $\epsilon$  de Manning
- TableauIII.6:**            des coefficients la formule calmon-lechapt dépendants De rugosité  $\epsilon$

### Introduction générale

Le calcul de l'écoulement dans les conduites de forme circulaire ou non circulaire est fréquemment rencontré dans la pratique de l'ingénieur hydraulicien. Les applications sont nombreuses et nous pouvons citer, à titre d'exemple, le cas de la conduite de refoulement depuis une station de pompage vers un réservoir d'alimentation d'une agglomération ou celui de la conduite gravitaire alimentant, pour des besoins énergétiques, une usine hydroélectrique.

L'écoulement dans une conduite de forme circulaire ou non circulaire en charge est gouverné par trois principales relations qui sont les relations de *Darcy-Weisbach* (1845, 1854) de *Colebrook-White* (1939) et du nombre de *Reynolds*. Ces trois relations forment le système d'équations de base destiné au calcul de l'écoulement laminaire ou turbulent en conduites et canaux.

La première relation exprime le gradient de la perte de charge linéaire appelé aussi pente de frottement. Celui-ci dépend du coefficient de frottement, du débit volume écoulé et des caractéristiques géométriques de l'ouvrage. La seconde relation exprime le coefficient de frottement en fonction du nombre de *Reynolds* caractérisant l'écoulement et de la rugosité relative de la conduite considérée. La troisième relation, ou nombre de *Reynolds*, traduit les effets des forces d'inertie et de viscosité. Lorsque les forces d'inertie sont prépondérantes, l'écoulement est caractérisé par une vitesse élevée et son régime est en règle générale dans le domaine de pleine turbulence.

Notre travail tourne autour de l'effet de la rugosité des parois sur les écoulements dans le cas des conduites de forme circulaires passant par trois grands axes :

Tout d'abord avec le 1<sup>er</sup> chapitre concernant les caractéristiques des conduites ou on va passer par le cas des conduites non circulaires en définissant les relations de bases destiné au calcul des dimensions linaires des conduites, le gradient de la perte de charge linéaire, le diamètre hydraulique avec des caractéristiques de quelques conduites de forme rectangulaire, semi-circulaires, triangulaire, trapézoïdale puis par le cas des conduites circulaires en passant par les équations fondamentales, les formules usuelles de l'écoulement turbulent, caractéristiques des tuyaux en PVC et en PEHD, leur principales propriétés ;

## Introduction Générale

---

Ensuite le 2<sup>ème</sup> chapitre concernant les écoulements dans les conduites passant par les différents types d'écoulements selon le type des fluides : parfait, réel, compressible ou incompressible et selon leur propriétés ( masse volumique, viscosité dynamique et cinématique), puis par les écoulements permanent et non permanent, externe et interne, laminaire et turbulent et enfin tout sur le nombre de Reynolds ;

Enfin le 3<sup>ème</sup> et dernier chapitre concernant justement les effets de la rugosité des parois sur l'écoulement en prenant le cas d'un écoulement visqueux passant par la notion de la viscosité, la rugosité et la rugosité relative, la sous couche et le type des parois puis par l'écoulement d'un fluide réel avec application du théorème de Bernoulli aux liquides réels et par le taux de cisaillement et le coefficient de frottement, puis en prenant le cas d'un écoulement non visqueux passant par l'écoulement d'un fluide parfait avec application du théorème de Bernoulli aux liquides parfait et par les formules des pertes de charge avec exemple de calcul.

# I. Chapitre I : les caractéristiques des conduites ;

## I.1. Introduction :

Etant donné que Le calcul de l'écoulement dans les conduites de forme circulaire ou non circulaire est fréquemment rencontré dans la pratique de l'ingénieur Hydraulicien. Dans cette pratique trois des cinq paramètres présentent un réel intérêt. Il s'agit du débit volume et dont la valeur nous renseigne sur la capacité d'évacuation de l'ouvrage étudié, du gradient de la perte de charge linéaire qui permet d'ajuster la pente de la conduite pour acheminer le débit volume et enfin la dimension linéaire de la conduite, telle que le diamètre d'une conduite circulaire en charge, indispensable au dimensionnement.

Dans notre travail, afin d'étudier l'écoulement dans une conduite de forme circulaire ou non circulaire en charge nous avons constaté que les trois relations qui gouvernent sont les relations de *Darcy-Weisbach* (1845, 1854), de *Colebrook-White* (1939) et du nombre de *Reynolds*.

## I.2. Les caractéristiques des conduites non circulaires :

### I.2.1. Relations de base destinée au calcul des dimensions Linéaires des conduites :

Dans ce paragraphe on propose les relations fondamentales destinées au calcul des dimensions linéaires des conduites sous pression de forme non circulaire.

D'après notre recherche nous pouvons énoncer que cinq paramètres influencent l'écoulement turbulent en conduite sous pression, sont définis ainsi :

1. Gradient de la perte de charge.
2. Débit volume  $Q$  écoulé par la conduite.
3. La dimension linéaire de la conduite représentée par son diamètre interne  $D$ .
4. La rugosité absolue caractérisant l'état de la paroi interne de la conduite.
5. La viscosité cinématique  $\nu$  du liquide en écoulement.

#### I.2.1.1 Débit volume :

Pour calculer le débit volume  $Q$  on doit connaitre les dimensions Linéaires du canal :

Le gradient  $J$  : de la perte de charge linéaire,

La rugosité absolue  $\varepsilon$  qui caractérise l'état des parois internes du canal et de la viscosité cinématique  $\nu$  du liquide en écoulement.

Le débit volume écoulé par un canal de forme connue (rectangulaire,

Trapézoïdale, circulaire, parabolique, ...) est donné par la relation de Hager(1987)

### Calcul du débit Par la relation de Hager(1987)

$$N = \sqrt{g j D^3} / v ; q = -\frac{\pi}{\sqrt{2}} \log \left( \frac{\varepsilon/D}{3,7} + \frac{2,51}{N\sqrt{2}} \right) \quad (\text{I. 1})$$

$$Q = q \sqrt{g j D^3} \quad (\text{I. 2})$$

#### I.2.1.2. Gradient de la perte de charge linéaire :

L'évaluation du gradient  $J$  de la perte de charge linéaire peut s'effectuer en utilisant la relation issue de la relation

a). le calcul de gradient de la perte de charge par Hagen(1839) et poiseuille(1841) dans (régime laminaire) :

$$J = \frac{128 \nu Q}{g \pi D^4} \quad (\text{I. 3})$$

b). le calcul de gradient de la perte de charge par darcy colebrook(1857) dans (régime turbulent rugueux) :

$$J = \frac{8 \lambda Q^2}{g \pi^2 D^5} ; \quad (\text{I. 4})$$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left( \frac{\varepsilon/D}{3,7} + \frac{2,51}{R\sqrt{\lambda}} \right) \quad (\text{I. 5})$$

c). le calcul de gradient de la perte de charge par hazan et williams :

$$J = \frac{10.675 \cdot Q^{1.852}}{c_{hw}^{1.852} D^{4.87}} \quad (\text{I. 6})$$

#### I.2.1.3. Le diamantier hydraulique:

Conduite carrée :

$$D_h = \frac{4a^2}{4a} = a \quad (\text{I. 7})$$

Conduite rectangulaire :

$$D_h = \frac{4ab}{2(a+b)} = \frac{2ab}{a+b} \quad (\text{I. 8})$$



Le diamètre hydraulique  $D_h = 4 \frac{A_c}{p}$  est défini de sorte qu'il se réduit au diamètre classique pour des tubes circulaires.

## I.2.2. Caractéristiques de conduites de forme non circulaire :

On a choisi d'expliquer quatre exemples de conduites de formes non circulaires : rectangulaire, semi-circulaire, triangulaire et trapézoïdale.

### I.2.2.1 Caractéristiques de la conduite fermée de forme rectangulaire :

Étant donné que la conduite fermée sous pression de forme rectangulaire est l'un des ouvrages les plus rencontrés dans les aménagements hydrauliques, nous allons montrer ses caractéristiques géométriques et une définition schématisée dans la figure suivante :

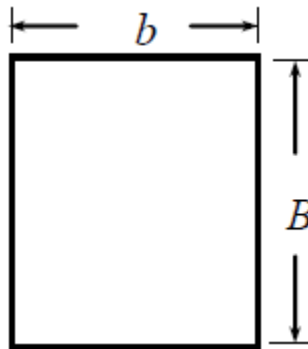


Figure I.1 : Schéma de définition de la conduite sous pression de forme rectangulaire

La conduite est caractérisée par la rugosité absolue  $\varepsilon$  et écoule un débit volume  $Q$  d'un liquide de viscosité cinématique  $\nu$ , sous un gradient de la perte de charge  $J$ . La forme de la conduite considérée est définie par le paramètre de forme  $\eta = b / B$ , appelé aussi rapport d'aspect. Tous les paramètres ainsi indiqués sont connus et constituent les données du problème. Il s'agit alors de dimensionner la conduite, ce qui revient à calculer ses dimensions linéaires  $b$  et  $B$ .

L'aire de la section mouillée  $A$  de la conduite s'écrit :

$$A = bB \quad (\text{I. 9})$$

Ou bien :

$$A = B^2 \eta \quad (\text{I. 10})$$

$$\text{Le périmètre mouillé } P \text{ est : } P = 2(b + B) \quad (\text{I. 11})$$

$$\text{Qui peut aussi s'écrire : } P = 2B(1 + \eta) \quad (\text{I. 12})$$

Le diamètre hydraulique est:

$$D_h = 2B \frac{\eta}{\eta+1} \quad (\text{I. 12})$$

### I.2.2.2. Caractéristiques de conduite fermée de forme semi circulaire :

La figure I2 représente schématiquement une conduite fermée en charge de forme semi circulaire. Elle est caractérisée par la seule dimension linéaire  $D$  qui représente son diamètre. Le problème consiste à évaluer la dimension linéaire  $D$ , pour les valeurs connues du débit volume  $Q$  écoulé par la conduite, du gradient  $J$  de la perte de charge linéaire, de la rugosité absolue  $\varepsilon$  caractérisant l'état des parois internes de la conduite et de la viscosité cinématique  $\nu$  du liquide en écoulement.

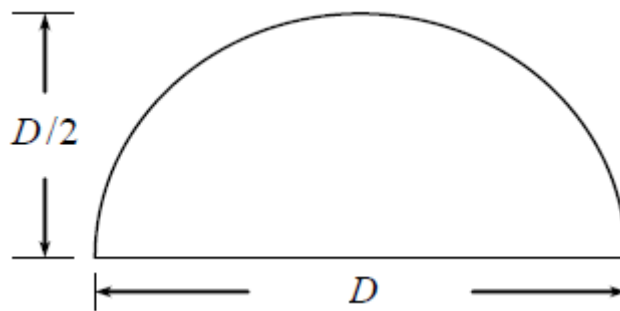


Figure I.2: Schéma de définition de la conduite sous pression  
De la forme semi circulaire

L'aire de la section mouillée  $A$  est :

$$A = \frac{\pi D^2}{8} \quad (\text{I. 13})$$

Le périmètre mouillé  $P$  est :

$$P = \left(\frac{2+\pi}{2}\right)D \quad (\text{I. 14})$$

Le diamètre hydraulique  $D_h = 4A / P$  est donc :

$$D_h = \left(\frac{\pi}{2+\pi}\right)D \quad (\text{I. 15})$$

### I.2.2.3. Caractéristiques conduite fermée de forme triangulaire :

La conduite fermée de forme triangulaire se caractérise par les dimensions linéaires  $a$ ,  $b$  et  $Y_m$  qui représente sa hauteur. Posons :  $m = \cotg(\alpha)$ , où  $\alpha$  est l'angle d'inclinaison des parois latérales de la conduite par rapport à l'horizontale. Elle est représentée schématiquement sur la Figure I.3.

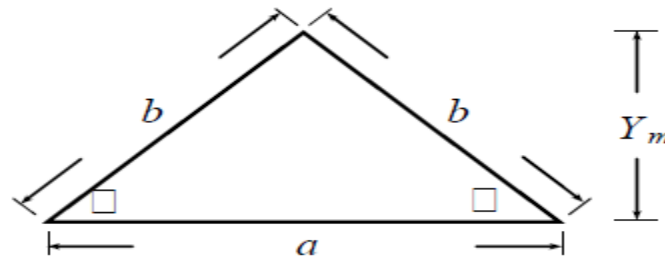


Figure I.3: Schéma de définition de la conduite sous pression de forme triangulaire

Il s'agit de calculer les dimensions linéaires  $a$ ,  $b$  et  $Y_m$ , sachant que le débit Volume  $Q$  écoulé par la conduite, le gradient  $J$  de la perte de charge linéaire, la Rugosité absolue  $\varepsilon$  caractérisant l'état des parois internes de la conduite,  $m$  et la viscosité cinématique  $\nu$  du liquide en écoulement sont les paramètres connus du Problème.

$$\text{L'aire de la section mouillée est : } A = \frac{a^2}{4m} \quad (\text{I. 16})$$

$$\text{Le périmètre mouillé s'écrit : } P = a + 2b \quad (\text{I. 17})$$

$$\text{Or, nous pouvons géométriquement établir que : } b = \frac{a}{2m} \sqrt{1 + m^2} \quad (\text{I. 18})$$

En combinant les relations (I. 17) et (I. 18) le périmètre mouillé  $P$  s'exprime

Alors par :

$$P = a \left( 1 + \frac{1}{m} \sqrt{1 + m^2} \right) \quad (\text{I. 19})$$

Le diamètre hydraulique  $D_h = 4A/P$  est donc :

$$D_h = \frac{a}{m + \sqrt{1 + m^2}} \quad (\text{I. 20})$$

### I.2.2.4. Caractéristiques Conduite fermée de forme trapézoïdale :

La conduite fermée de forme trapézoïdale se caractérise par les dimensions linéaires  $a$ ,  $b$  et  $Y_m$ , ainsi que par l'angle d'inclinaison  $\alpha$  des parois latérales par rapport à l'horizontale. Elle est représentée schématiquement sur la figure I4.

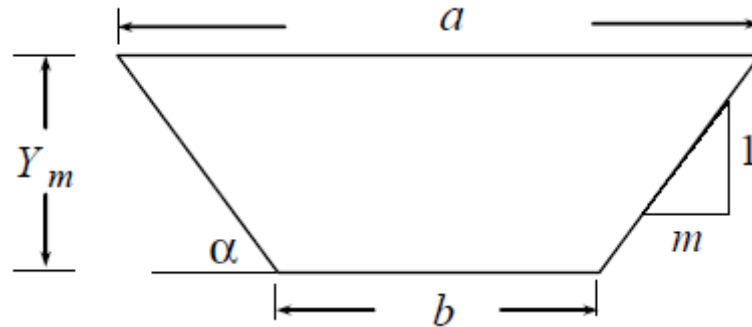


Figure I.4 : Schéma de définition de la conduite sous pression De forme trapézoïdale

La conduite considérée écoule un débit volume  $Q$  d'un liquide de viscosité cinématique  $\nu$  sous un gradient  $J$  de la perte de charge linéaire. Ses parois internes sont caractérisées par la rugosité absolue  $\varepsilon$

La figure 4. Permet géométriquement de montrer que :

$$\frac{y_m}{a-b} = \frac{1}{2m} \quad (\text{I. 21})$$

$$\text{où } m = \cotg(\alpha) . \quad (\text{I. 22})$$

$$\beta = b/a$$

La relation s'écrit :

$$\frac{y_m}{a} = \frac{1-\beta}{2m} \quad (\text{I. 23})$$

ou bien encore :

$$\frac{mY_m}{a} = \frac{1-\beta}{2} \quad (\text{I. 24})$$

Les configurations géométriques considérées répondent à l'inégalité  $\beta < 1$  ou bien, à  $(mY_m/a) < 1/2$ .

Lorsque  $m = 0$ , correspondant à  $\alpha = 90^\circ$  ou à  $\beta = 1$ , nous retrouvons le cas de la conduite sous pression de forme rectangulaire représentée par la figure I. 4.

Nous pouvons aussi noter que  $\beta = 0$  correspond au cas de la conduite fermée de la forme triangulaire que nous avons étudié au cours du paragraphe précédent alors reproduite.

Ainsi, toutes les relations qui seront établies pour la conduite représentée par la figure I. 4 sont également valables pour le cas de la conduite fermée de forme triangulaire schématisée par la figure I. 4.

L'aire de la section mouillée de la conduite considérée est :

$$A = \frac{a^2 - b^2}{4m} \quad (\text{I. 25})$$

Le périmètre mouillé s'écrit :

$$P = a + b + \frac{(a-b)}{m} \sqrt{1 + m^2} \quad (\text{I. 26})$$

Le diamètre hydraulique  $D_h = 4A / P$  s'écrit donc :

$$D_h = \alpha \frac{1 - \beta^2}{m(1 + \beta) + (1 - \beta)\sqrt{1 + m^2}} \quad (\text{I. 27})$$

Lorsque  $\beta = 0$ , la relation est alors reproduite.

### I.3. Les caractéristiques des conduites circulaires :

#### I.3.1. Equation fondamentale de l'écoulement dans Les conduites circulaires sous pression :

La figure I.1 montre les caractéristiques d'un écoulement dans une conduite circulaire en charge que l'on désigne aussi sous les termes de "conduite sous pression" ou de "conduite forcée" (Cauvin et Guerrée, 1978).

La conduite étant cylindrique, il en résulte que les filets liquides y sont parallèles et que la pression varie de manière hydrostatique dans chacune des sections droites.

La ligne piézométrique se situe au-dessus de la conduite puisque celle-ci est pleine. L'écoulement est supposé être en régime permanent impliquant que le débit  $Q$  est le même à chaque instant et dans toutes les sections.

La vitesse moyenne  $V$  de l'écoulement est liée au débit  $Q$  par la relation :

$$Q = VA \quad (\text{I. 28})$$

où  $A$  est l'aire de la section droite de la conduite et s'écrit :

$$A = \pi D^2 / 4 \quad (\text{I. 29})$$

Pour une conduite circulaire de diamètre donné, la relation (I. 28) indique que  $A$  est une constante. Ainsi, puisque le débit volume  $Q$  est une constante car l'écoulement est permanent

et que  $A$  est aussi une constante, la relation (I. 29) montre alors que la vitesse moyenne  $V$  est elle-même une constante. La vitesse moyenne  $V$  est donc la même dans toutes les sections de la conduite et l'écoulement qui s'y écoule est en régime permanent et uniforme. Pour établir l'équation de ce régime, nous considérons la tranche de liquide comprise, à l'instant  $t$ , entre les deux sections droites AB et CD distantes d'une longueur  $L$  (figure I.1).

La ligne piézométrique est schématisée par la ligne  $g_0-g_1$ , tandis que la ligne de charge totale correspond à ligne située au-dessus. Il apparaît que la ligne piézométrique et celle de la charge totale sont parallèles puisque :

$$V_0 = V_1 = V = \text{constante}$$

et que par conséquent :

$$\alpha_0 v_0 / (2g) = \alpha_1 v_1 / (2g) = \alpha v^2 / (2g) \quad (\text{I. 30})$$

où  $\alpha$  est le facteur de *Coriolis* ou facteur de correction de l'énergie cinétique exprimée par la quantité  $V^2 / (2g)$ . (I. 31)

Les identités indiquées par la relation (I. 30) sont justifiées par le fait que l'aire des sections AB et CD sont identiques et que la répartition des vitesses est la même dans ces sections, impliquant que  $\alpha_0 = \alpha_1 = \alpha$

Pendant le temps  $dt$  qui suit l'instant  $t$ , la tranche de liquide ABCD subit un déplacement et vient en A'B'C'D'. Selon le théorème de l'énergie cinétique ou théorème de la force vive, l'accroissement de l'énergie cinétique de la masse liquide ABCD est égal à la somme des travaux de toutes les forces qui ont agi sur elle pendant le déplacement.

Soient :

- i.*  $V_0$  la vitesse dans la section AB d'aire  $A_0$  dont le centre de gravité  $G_0$  est situé à la côte  $Z_0$  par rapport au plan de référence.
- ii.*  $V_1$  la vitesse dans la section CD d'aire  $A_0$  dont le centre de gravité  $G_1$  est situé à la côte  $Z_1$  par rapport au plan de référence.
- iii.*  $m$  la masse commune des éléments infiniment petits ABA'B' et CDC'D' et dont le volume est identique.

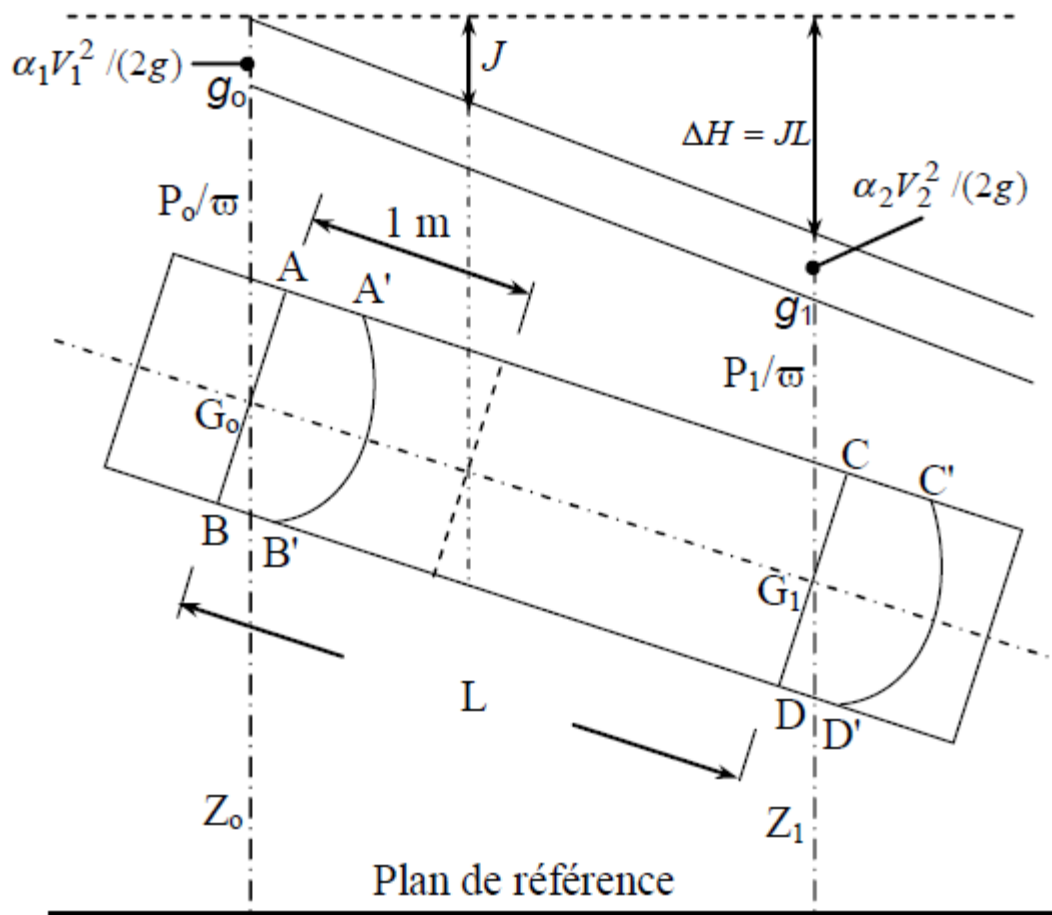


Figure I.5 : Schéma de définition de l'écoulement dans une conduite Circulaire en charge (extrait de *Cauvin et Guerrée*, 1978)

## I.3.2. Formules usuelles de l'écoulement turbulent en Conduite circulaire sous pression :

### I.3.2.1. Formule de *Darcy-Weisbach* :

Selon *Weisbach* en 1845 qui fut établir la relation du gradient de la perte de charge dans les conduites circulaires. Indépendamment des travaux de *Weisbach*, *Darcy* a effectué en 1854 des travaux sur les écoulements en conduites. Il en est ainsi résulté la formule Suivante, portant le nom de *Darcy-Weisbach* :

$$J = \frac{f}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (\text{I.31})$$

$f$  : le coefficient de frottement /ou de résistance à l'écoulement

$Q$  : le débit volume écoulé par la conduite de diamètre intérieur

$D$  et  $g$  : l'accélération de la pesanteur.

Dans la pluparts des problèmes pratiques la forme la plus utilisée celle de la relation

$$J = \frac{8f}{g\pi^2} \frac{\rho^2}{D^5} \quad (\text{I. 32})$$

### I.3.2.2. Formule de *Colebrook-White* :

Pour calculer le coefficient de frottement  $f$ , nous avons la formule *Colebrook-White en 1939*, une formule fréquemment utilisée, elle s'écrit ainsi :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = \left[ -2 \log \left( \frac{\varepsilon/D}{3,7} + \frac{2,51}{R\sqrt{f}} \right) \right]^{-2}$$

$\log$  : le logarithme décimal.

$\varepsilon$ ,  $D$  et  $R$  : correspondent respectivement à la rugosité absolue caractérisant l'état de la paroi interne de la conduite, au diamètre intérieur de celle-ci et au nombre de *Reynolds* caractérisant l'écoulement.

$$R = \frac{4\rho}{\pi D v}$$

### I.3.2.3. Formule de *Swamee et Jain* :

Etablie en 1976, la formule de *Swamee et Jain* est destinée au calcul explicite du coefficient de frottement  $f$  de l'écoulement turbulent dans les conduites circulaires sous pression. Cette formule se veut être une solution approchée à la relation implicite (3) de *Colebrook-White*. Selon *Swamee et Jain* (1976), la relation (3) de *Colebrook-White* peut être remplacée par la relation approchée suivante :

$$f = \left[ -2 \log \left( \frac{\varepsilon/D}{3,7} + \frac{5,74}{R^{0,9}} \right) \right]^{-2} \quad (\text{I. 33})$$

### I.3.2.4. Nombre de Reynolds :

Calcul du diamètre d'une conduite circulaire :

$$R_e = \frac{4\rho}{\pi D v}$$

$$D = D_h ;$$

$$D = \frac{4\rho}{\pi R v} \quad (\text{I. 34})$$



### I.3.3. Caractéristiques de la conduite circulaire

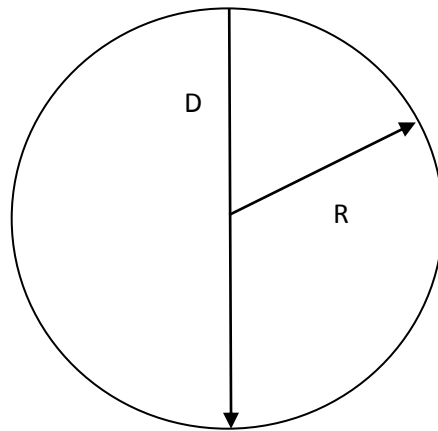


Figure I.6 : Schéma de définition de la conduite sous pression de forme circulaire

Élément de géométrie pour la section circulaire :

D : diamètre intérieur

R : rayon intérieur

Section mouillée :

$$S = \pi R^2 = \pi D^2 / 4 \quad (\text{I. 35})$$

Périmètre mouillée :

$$P = 2\pi R = \pi D \quad (\text{I. 36})$$

Rayon hydraulique :

$$R_h = \frac{S}{P} = \frac{\pi R^2}{2\pi R} = \frac{R}{2} \quad (\text{I. 37})$$

Diamètre hydraulique :

$$D_h = 4R_h = 4\left(\frac{R}{2}\right) = 2R = D \quad (\text{I. 38})$$

### 1.3.4. Caractéristiques des tuyaux en pvc et en PEHD :

#### I.3.4.1. Les tuyaux en pvc :

On en retrouve sur la plupart de nos outils et produits électroménagers, dans nos revêtements de sols, dans nos fenêtres et volets roulants, etc. Le PVC est partout, et cette omniprésence est la conséquence de plusieurs facteurs.

- **Le PVC est économique à produire**, car il est fabriqué industriellement en grandes quantités à partir de produits dérivés du pétrole,...

- **Le PVC est aisé à transformer à moyenne température** : il en existe plusieurs types (rigide, souple, expansé, film) qui peuvent être produit sous plusieurs formes, dans divers aspects (rugueux, lisse, etc.), cela permet d'autre part au fabricant de produits finis (volet roulant par exemple).
- **Le PVC se recycle facilement** : le PVC peut être valorisé à plusieurs niveaux (réutilisation, valorisation énergétique, et transformation).
- **Le PVC est un matériau isolant** : c'est un matériau non conducteur de chaleur, ce qui en fait un excellent allié dans le cadre de travaux de rénovation.
- **Le PVC ne nécessite pas d'entretien** : il n'est sujet à aucune forme de corrosion lorsqu'il est placé à l'extérieur, ce qui est le cas lors de son utilisation pour des fenêtres ou des volets roulants, et ne craint aucunement l'humidité.

Donc, le PVC est économique à produire et à transformer. C'est un matériau qui peut être valorisé en fin de vie, et c'est une matière dont l'usage permet de répondre aux exigences de la réglementation thermique dans bien des circonstances.

#### **I.3.4.2. Les conduites en PEHD :**

Le tuyau en polyéthylène à haute densité (PEHD diffère des autres tuyaux. Le PEHD est un tube thermoplastique moins connu que les options traditionnelles, telles que le fer, le PVC ou le béton. Les tuyaux en PEHD sont fabriqués en étant fondus et remodelés, ce qui donne un matériau durable, flexible et robuste.

Les tuyaux en PEHD sont utilisés pour transporter de l'eau potable, des eaux usées, des déchets dangereux, des produits chimiques et des gaz comprimés. Ils ont longtemps été un matériau privilégié dans les industries pétrolière, gazière et minière, et continuent de grimper en popularité.

De plus, Le PEHD rigide réunit les caractéristiques idéales que l'on demande à des conduites pour véhiculer des fluides :

Absence de rugosité

Pas de gonflement (matériau hydrofuge).

Son utilisation présente de nombreux avantages tels que :

- Résistants à la corrosion.
- Résistance aux chocs, même à basse température.
- Joints efficaces et performants
- Installation sans tranchée
- Respectueux de la nature

### I.3.5. Branchement des conduites :

#### I.3.5.1. Branchement en série :

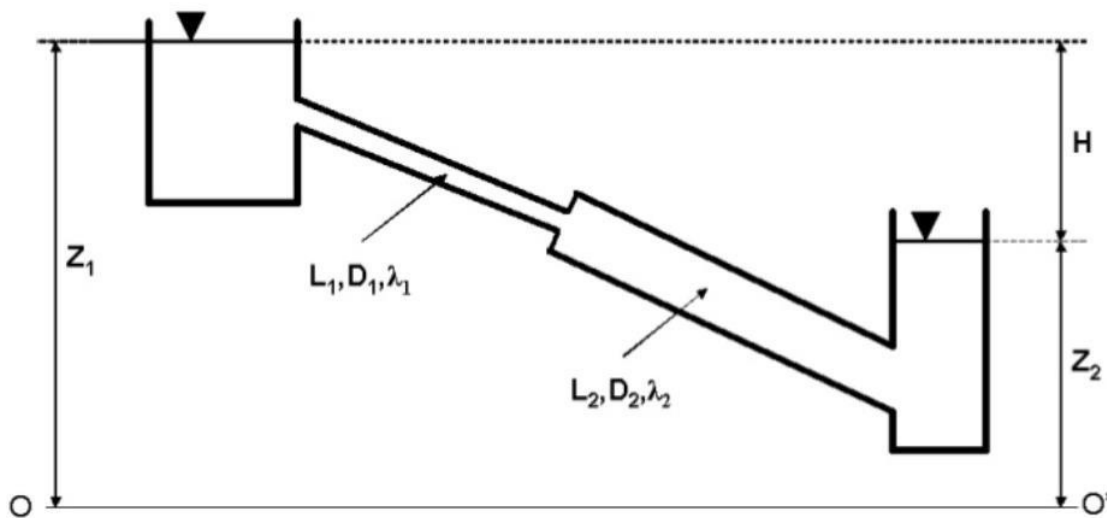


Figure I.7.conduite en série

$$Q_v = Q_{v1} = Q_{v2} = Q_{v3}$$

$$\Delta p = \Delta p_1 + \Delta p_2 + \Delta p_3$$

$Q_{v1}$  et  $Q_{v2}$  et  $Q_{v3}$  étant les débits dans chaque portion du circuit  
 $\Delta p_1$  et  $\Delta p_2$  et  $\Delta p_3$  les variations de pression sur chaque tronçon,

$Q_v$  et  $\Delta p$  respectivement le débit total et la variation de pression sur le circuit.

I.3.5.2. Branchement en parallèle :

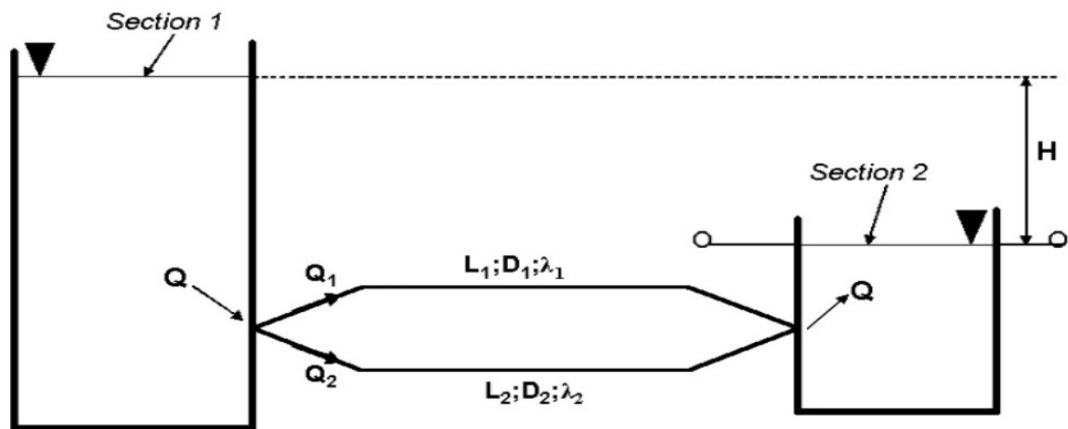


Figure I.8 conduit en parallèle

$$Q_v = Q_{v1} + Q_{v2} + Q_{v3}$$

$$\Delta p = \Delta p_1 = \Delta p_2 = \Delta p_3$$

I.3.6. Éléments d'une vanne et Différents types de clapet :

I.3.6.1 Éléments d'une vanne :

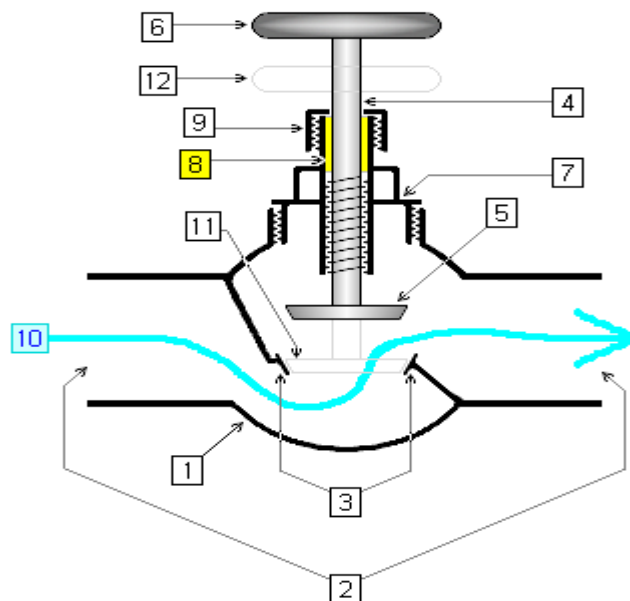


Figure I.9 Éléments d'une vanne

Toutes les vannes sont constituées des parties fonctionnelles suivantes

1. *Corps* ;
2. *Voie* ou *passage* ;
3. *Portée* ou *siège* ;
4. *Axe* ou *tige* ;
5. *Opercule, obturateur* ou *rotor* ;
6. *Volant* ou *actionneur* ;
7. *Chapeau* ou *bonnet*;
8. Garniture de presse-étoupe ;
9. Écrou de presse étoupe ;
10. Sens d'écoulement du fluide ;
11. Position de l'opercule lorsque la vanne est fermée ;
12. Position du volant lorsque la vanne est fermée.

### **I.3.6.2. Différents types de clapet :**

#### **I.3.6.2.1 Clapet simple siège :**



Figure I.10

Ce genre de clapet se caractérise par :

- bonne étanchéité à la fermeture (après rodage du clapet Sur le siège) ;

- existence de clapets réversibles à double guidage permettant

D'inverser le sens d'action du corps de vanne

Par un montage a l'envers.

Inconvénients :

- la poussée du liquide exerce une force importante sur le clapet ce qui nécessite un actionneur puissant d'où utilisation d'un simple siège pour une différence de pression faible ;
- frottements importants au niveau du presse étoupe ;
- passage indirect donc plus grand risque de bouchage par des particules en suspension.

#### I.3.6.2.2. Clapet double siège :

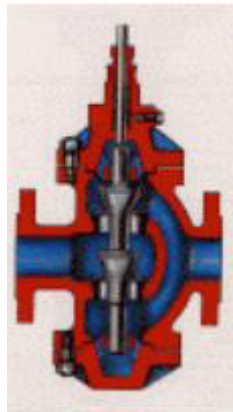


Figure I.11

Ce genre de clapet est constitué par deux clapets et par deux sièges vissés. Le principal avantage apporté au corps de vanne à simple siège concerne son équilibrage, c'est à dire la diminution de la force résultante due a la poussée du fluide sur le clapet donc utilisable pour des fortes différence de pression. Son principal inconvénient est une mauvaise étanchéité de la fermeture du fait de la double portée.

### I.3.6.2.3. Clapet à cage :



Figure I.12

Il comprend un obturateur et une cage. Le fluide arrive perpendiculairement à la cage et passe par un espace déterminé par la position de l'obturateur (sorte de piston) à l'intérieur de la cage. En position basse les trous situés à la partie inférieure de la cage sont obturés et réalise ainsi l'étanchéité de la vanne à la fermeture.

Avantages :

- équilibrage grâce aux trous dans l'obturateur ;
- bonne étanchéité à la fermeture ;
- bonne plage de réglage ;
- cages spécifiques possibles pour obtenir différentes caractéristiques, ou pour résoudre un problème de cavitation (cage anti-cavitation) ou de bruit (cage antibruit).
- Le changement de cage est aisé.

Inconvénients :

- corps droit non réversible ;
- risque de coincement de l'obturateur dans la cage avec des fluides chargés de particules solides.

#### I.3.6.2.4. Clapet papillon :



Figure I.14

L'obturateur est un disque dont le diamètre est égal au diamètre intérieur de la conduite. A la fermeture, ce disque a sa surface perpendiculaire au sens du passage du fluide. La variation de la section de passage se fait par inclinaison de ce disque par rapport A la verticale.

La tige de l'obturateur effectue un mouvement de rotation, ce qui est nettement préférable pour le presse étoupe (meilleure étanchéité). Cette rotation est souvent limitée à un angle d'ouverture de  $60^\circ$  a cause de l'importance du couple exercé par le fluide. Ce type de vanne n'est réalisable que pour des grands diamètres  $DN > 4''$ . Vue la surface de l'obturateur et la forme de celui-ci, il ne peut être utilisé pour des pressions très élevées.

Du fait de la grande longueur de portée du papillon sur le corps (qui forme aussi le siège), l'étanchéité à la fermeture est délicate à obtenir, donc mauvaise le plus souvent.

A noter aussi un frottement du `a la force de poussée du liquide qui plaque la tige de obturateur contre la garniture (effort transversal).



### 1.6.5 Clapet à membrane :



Figure I.15

Elle est utilisée dans le cas de fluides très chargés de particules solides, ou très corrosifs. La section de passage est obtenue entre une membrane déformable en caoutchouc synthétique généralement et la partie inférieure du corps de vanne.

Avantage :

- solution peu coûteuse ;
- supprime les presse-étoupes d'où le risque de fuites éventuelles ;
- bonne étanchéité à la fermeture.

Inconvénients :

- précision de réglage très médiocre ;
- caractéristique statique mal définie ;
- pression maximale supportable faible ;
- température maximale d'environ 200°C.

## I. 4. conclusion

Dans ce chapitre nous avons passé en revue tout ce qui concerne les caractéristiques des conduites circulaires et non circulaires en citant la relation de base destinée au calcul des dimensions linéaires des conduites, les diamètres hydrauliques, les équations fondamentales et formules usuelles de l'écoulement en conduite, avec des caractéristiques de quelques conduites de forme non circulaires rectangulaires, triangulaire et trapézoïdales et des caractéristiques de tuyaux circulaires en PVC et en PEHD avant de se focaliser sur les écoulements dans les conduites chose qu'on va voir dans le prochain chapitre.

## Chapitre II : l'écoulement dans les conduites ;

### II.1 -introduction :

Les conditions qui déterminent si un écoulement sera *laminaire* ou *turbulent* sont liées à un fragile équilibre entre les forces visqueuses, qui essaient de dissiper les perturbations, et l'accélération du fluide (l'inertie), qui favorise leur propagation.

La fumée sortant de la cigarette est plus chaude que l'air environnant. À partir d'une vitesse nulle, elle démarre son déplacement vers le haut de manière ordonnée et sans diffusion. Cet écoulement est dit *laminaire* et s'accélère progressivement jusqu'à atteindre une vitesse critique. L'écoulement passe alors par une zone de transition pour devenir finalement chaotique dont sa prédiction est difficile. Il s'agit d'un écoulement turbulent.



Figure II. 1 : laminaire et turbulent

Le cas d'un jet d'eau ne diffère substantiellement pas de la fumée produite par une cigarette. En augmentant progressivement le débit (ou la vitesse) on passe d'un comportement *laminaire* vers à un comportement *turbulent*. Le passage, qui s'étale sur une gamme de vitesses, est appelé transition. Pendant la transition les deux régimes peuvent coexister, la turbulence peut spontanément apparaître puis disparaître jusqu'à obtenir un régime turbulent continu.

## **II.2-les différents types d'écoulement :**

### **II.2.1. Les types des fluides :**

#### **II.2.1.1 Fluides parfait**

En mécanique des fluides, un fluide est dit parfait s'il est possible de décrire son mouvement sans prendre en compte les effets de viscosité, ainsi que de conductivité thermique. Avec en sus l'hypothèse, de validité très générale, de conservation de la masse, le fluide est donc isentropique.

Mathématiquement cela revient à annuler les termes correspondants dans l'équation de Navier-Stokes, on obtient ainsi l'équation d'Euler des fluides.

#### **II.2.1.2. Fluides réels :**

Un fluide réel est un fluide visqueux :  $\mu \neq 0$  lors de son mouvement, tout particule est soumis aux forces de frottement (en régime turbulence) et à la turbulence.

Ces forces d'énergie cinétique sont dissipées et transformées en énergie thermique traduit par une perte de charge

#### **II.2.1.3. Fluides compressibles :**

Est un fluide dont on ne peut changer le volume. En d'autres mots, ce n'est pas possible de le garder dans un espace restreint. Les liquides sont des fluides incompressibles (le sang, jus, l'eau,..)

#### **II.2.1.4. Fluides incompressibles :**

Est un fluide dont on peut changer le volume. En d'autres mots, c'est possible de le comprimer dans un espace plus restreint. Les gaz sont des fluides compressibles (air, hydrogène, azote.

## II.2.2. Les Propriétés des fluides :

### II.2.2.1. La masse volumique :

La masse volumique, autrement appelée densité volumique de masse, est une mesure physique qui compare la masse d'un matériau / substance par unité de volume. Elle est une propriété ou caractéristique des fluides qui représente la quantité de matière qui se trouve dans un espace donnée.

Nous calculons la masse volumique à l'aide de la formule:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (\text{II.1})$$

$\rho$  : est la masse volumique.

$m$  : est la masse de la substance.

$V$  : est le volume de la substance.

Les unités pour exprimer la masse volumique sont les grammes par millilitre (g/ml) ou les grammes par centimètre cube (g/cm<sup>3</sup>). Nous pouvons calculer la masse volumique des solides de la même façon que les fluides (liquides ou gaz.)

Le volume et la masse ne sont pas des propriétés des fluides. Mais il y a une connexion entre la masse et le volume d'une substance, soit la masse volumique, est spécifique à chaque substance/matière.

La masse volumique n'est pas la même que la notion de densité. La notion de densité est un rapport entre la masse volumique d'une substance et la masse volumique de référence. La densité n'a pas une unité puisqu'il s'agit d'un rapport. On mesure la masse volumique à l'aide du déplacement (par déplacement).

Selon cette méthode, on choisit un contenant comme un cylindre gradué qui convient à la taille de son petit objet. on y verse ensuite de l'eau jusqu'à ce qu'il soit à moitié rempli. on note le volume d'eau du contenant, puis on y laisse doucement tomber l'objet. Tu notes ensuite le volume d'eau avec l'objet.

Calcule le volume de l'objet au moyen de la formule suivante.

Tous les matériaux ont des masses volumiques différentes, ce qui permet de les caractériser et de les différencier. Par exemple, si on mesure pour un matériau

inconnu une masse volumique  $\rho = 2\,300 \text{ kg/m}^3$ , on en déduit d'après des tables de données qu'il s'agit de béton.

Tableau II.1 : masse volumique de quelque matériau et liquides

| Matériau                             | Exemples de solides |       |       |             | Exemples de liquides |            |
|--------------------------------------|---------------------|-------|-------|-------------|----------------------|------------|
|                                      | Or                  | Acier | Béton | Bois acajou | Lait                 | Eau de mer |
| Masse volumique (kg/m <sup>3</sup> ) | 19 300              | 7 850 | 2 300 | 700         | 1 030                | 1 000      |

## II.2.2.2 Les viscosités :

### II.2.2.2.1 La viscosité dynamique :

De la relation  $\mu = \frac{F_e}{sv}$  on en déduit la dimension de la *viscosité dynamique*.

$[\mu] = \frac{MLT^{-2}L}{L^2LT^{-1}} = ML^{-1}L^{-1}$  En Système International (SI), l'unité de la viscosité dynamique

est le Pa.s ou poiseuille

(Symbole Pl) 1 Pl = 1 kg.m<sup>-1</sup>.s<sup>-1</sup>. On trouve aussi le coefficient de viscosité dans le

*Système d'unités* (CGS), l'unité est le Poise (symbole Po) tel que 1 Pl = 10 Po =

1 daPo = 1 kg.m<sup>-1</sup>.s<sup>-1</sup>

### II.2.2.2.2 La viscosité cinématique :

Dans de nombreuses formules apparait le rapport de la viscosité dynamique  $\mu$  et de la masse volumique  $\rho$ . Ce rapport est appelé viscosité cinématique  $\nu$ .

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (\text{II.2})$$

Dimensions :  $[\nu] = L^2T^{-1}$

Unités : *Système international* (SI), l'unité de la viscosité est m<sup>2</sup>.s<sup>-1</sup>

En *Système CGS*, l'unité est le Stokes (symbole : St) : 1 m<sup>2</sup>.s<sup>-1</sup> = 10<sup>4</sup> ST

Viscosité de l'eau :

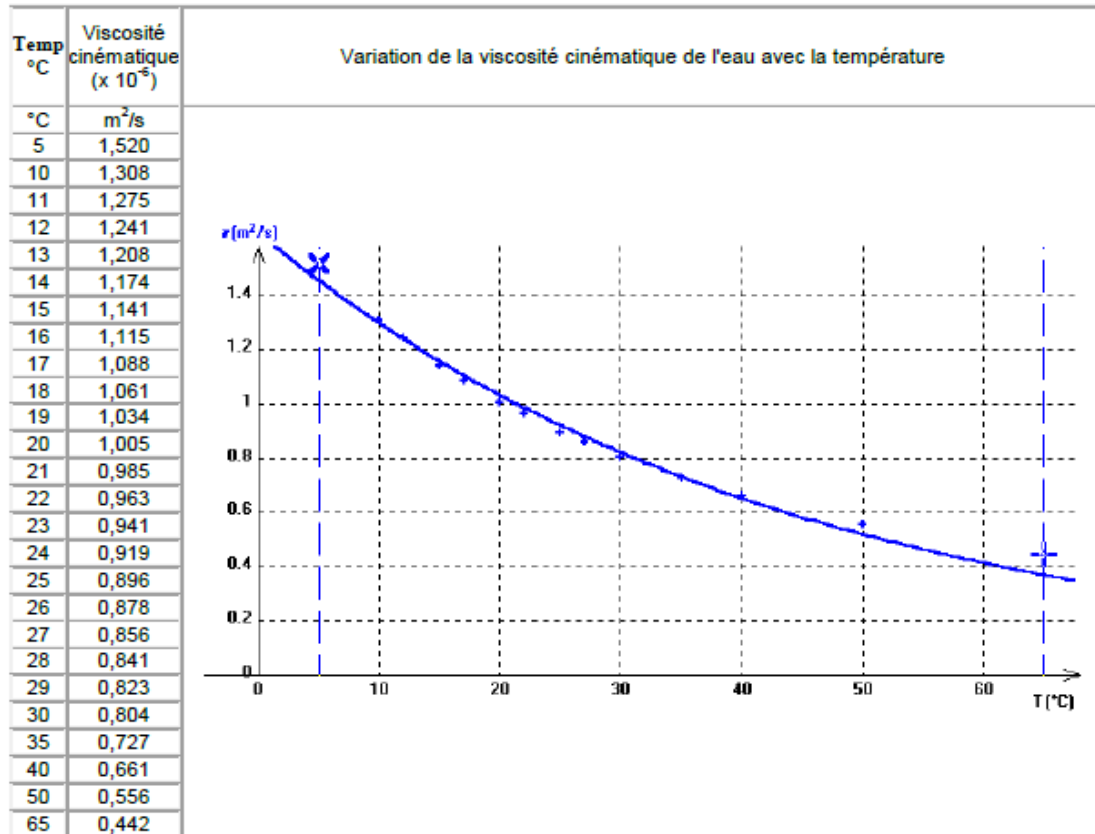


Figure II. 2 : variation de la viscosité cinématique l'eau avec la Température

Tableau II.2: Quelques valeurs de la viscosité : (à 20 °C sous la Pression Atmosphérique normale)

|          | Viscosité dynamique      | Viscosité cinématique (x10 <sup>-6</sup> ) |
|----------|--------------------------|--|
| Ethanol  | 1,20 x 10 <sup>-3</sup>  | 1,51                                       |
| Benzène  | 0,625 x 10 <sup>-3</sup> | 0,741                                      |
| Glycérol | 1,49                     | 1182                                       |
| Mercure  | 1,554                    | 0,1147                                     |
| Air      | 18,5 x 10 <sup>-6</sup>  | 15,6                                       |

### II.2.3 Ecoulement permanent et non permanent :

On se trouve en présence d'un écoulement permanent si en, tout point, la vitesse des particules de fluide qui se succèdent est la même a tout instant.

Ainsi, la vitesse est constante par rapport au temps ou  $\sigma v/\sigma t=0$ , mais elle peut varier en différent points ou avec la distance.

De cette proposition on déduit que d'autres variables relative au fluide n'évoluent pas dans le temps, soit  $\sigma p/\sigma t=0$ ,  $\sigma v/\sigma t=0$ ,  $\sigma Q/\sigma t=0$ , etc.

La plupart des problèmes techniques et pratiques d'écoulement mettent en jeu des conditions d'écoulement permanent.

Ainsi des liquides circulant dans des conduites ou s'écoulant au travers d'orifices sous une charge constante sont des exemples d'écoulement permanents. ces écoulement peuvent être uniformes ou non uniformes.

La complexité de l'écoulement non permanent dépasse le cadre d'un ouvrage portant sur une introduction a la mécanique des fluides. L'écoulement est dit non permanent quand les conditions en un point quelconque du fluide variant avec le temps, ou  $\sigma v/\sigma t \neq 0$  (II.3)

#### II.2.4. écoulement externe et un écoulement interne :

Un élément distinctif entre un écoulement externe et un écoulement interne pleinement développé est l'absence d'un cœur potentiel

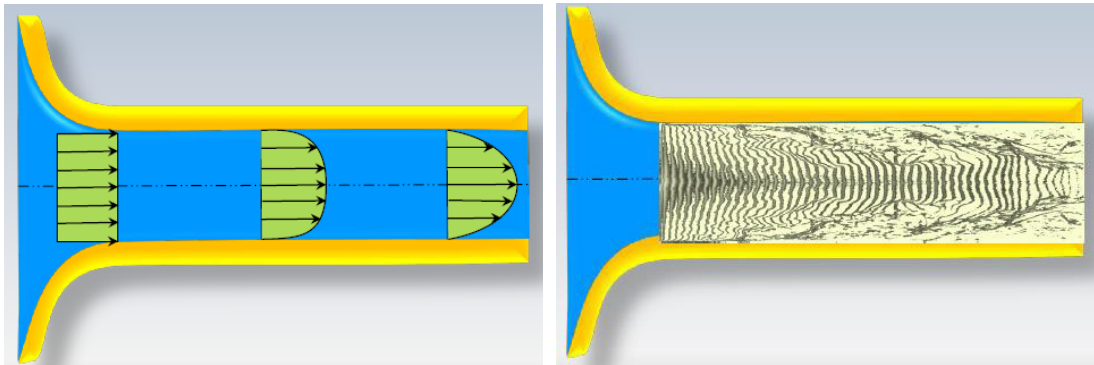
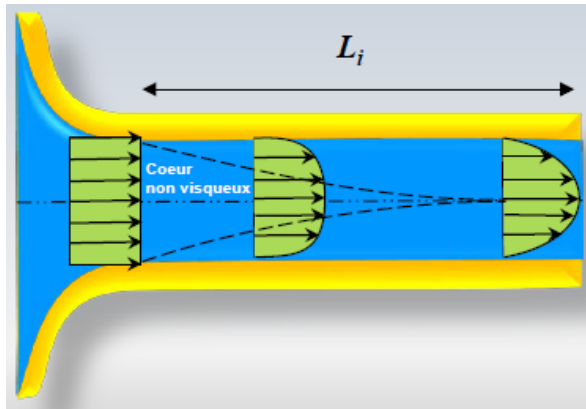


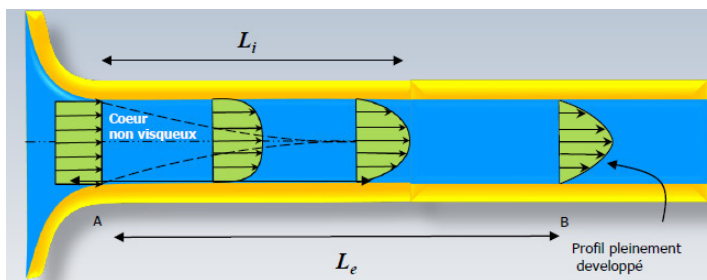
Figure II.3 : écoulement externe et un écoulement interne

L'écoulement à l'entrée d'une conduite se développe grâce aux effets du cisaillement près de la paroi et à l'accélération du fluide dans la région centrale. En conséquence, le gradient de pression à l'entrée est plus grand.



$L_i$  : longueur du cœur potentiel non visqueux

Longueur de développement  $L_e$  : la distance nécessaire pour qu'un profil de vitesse uniforme se transforme en un profil de vitesse pleinement développé



La longueur de développement dans une conduite,  $L_e$ , est fonction du diamètre de la conduite  $D$  de la vitesse débitante  $V$ , de la densité et de la viscosité du fluide.

La longueur du cœur potentiel non visqueux  $L_i$  est plus ou moins la moitié de  $L_e$ . Pour un écoulement laminaire dans un tuyau, avec un profil de vitesse uniforme à l'entrée:

$$\frac{L_e}{D} = 0.065, \quad (\text{II.4})$$

$$Re = \frac{VD}{\nu} \quad (\text{II.5})$$

Avec  $V$  la vitesse moyenne (débitante)  $D$  le diamètre de la conduite, et  $\nu$  la viscosité cinématique du fluide. Pour des écoulements turbulents, on a trouvé la relation

$$\frac{L_e}{D} = 1.6 Re^{1/4} \quad (\text{II.6})$$



### II.2.5. La perte de charge :

Les pertes d'énergie que subit un fluide en écoulement sont dues à la consommation d'énergie nécessaire pour vaincre le travail des forces de viscosité. Cette énergie dissipée dans le liquide et prélevée sur l'énergie du liquide est transformée en chaleur. ces perte de charge sont scindées en deux catégories :

- 1- Les pertes de charges singulières, linéairement réparties le long de la tuyauterie
- 2- Les pertes de charge singulières que prennent croissance à tout les organes que perturbent l'écoulement (coudes, vannes, etc.)

#### II.2.5.1. Les pertes de charge régulières ou linéaires :

##### Formule générale :

J pertes de charge unitaire :

$$J = \lambda \times \frac{v^2}{2gD} \quad (\text{II.8})$$

J pertes de charge total :

$$J = j \times L \quad (\text{II.9})$$

Avec :

$\lambda$  : dépend du nombre de Reynolds et donc du régime d'écoulement

V : vitesse moyenne d'écoulement en m/s

D : diamètre du tronçon en mètre

L : longueur du tronçon en mètre

#### II.2.5.2- Pert de charge singulière :

Il existe d'autres pertes de charge d'écoulement. Ce sont les pertes de charges "singulières" dont l'origine est due aux obstacles qui créent des variations géométriques d'écoulement.

1. variation de direction ou d'intensité de vecteur vitesse ;
2. variation locale de géométrie dans la conduite ;
3. changement de section ;
4. présence de réductions ou d'élargissements brusques, de coudes, de vannes ou d'appareils de mesure (débitmètres, compteurs volumétriques)

Donc, les mécanismes physiques de perte d'énergie sont liés aux frottements et aussi aux transformations géométriques rencontrées par le fluide lors de son déplacement.

En plus des pertes de charges linéaires dues à l'écoulement continu du fluide, chaque obstacle, discontinuité, ou perturbation de l'écoulement est susceptible d'engendrer localement une dissipation d'énergie. On appelle ces dissipations les pertes de charge singulières.

Elles se calculent toujours à partir de la formule suivante :

La constante  $k$  dépend bien sûr du type d'obstacle rencontré par le fluide. Cette formule montre par ailleurs qu'une perte de charge singulière consiste à retirer un pourcentage fixe (égal à  $k$ ) de l'énergie cinétique du fluide au passage de l'obstacle. On aura donc toujours :

$$0 \leq k \leq 1$$

En pratique, les valeurs  $K$  de ont été obtenues soit expérimentalement, soit par des développements théoriques ou des simulations numériques (souvent les trois). Elles sont fournies à l'ingénieur sous forme de tableaux standards de ce type :

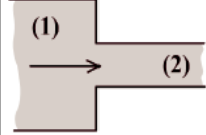
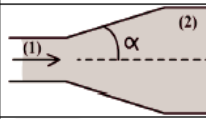
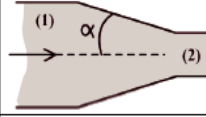
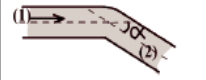
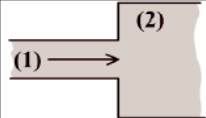
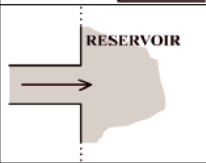
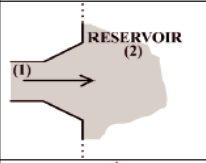
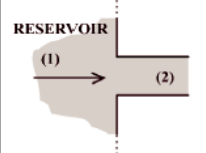
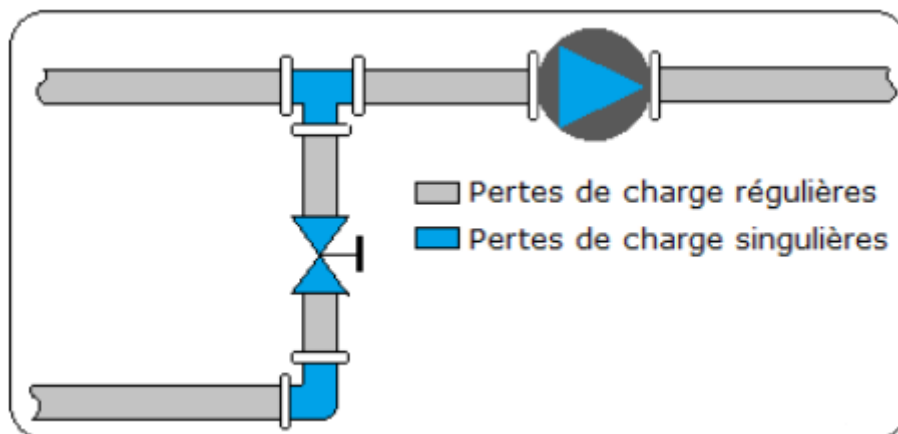
|  |   |
|--|---|
|   | $k = \left(\frac{1}{C_c} - 1\right)^2$ <p>avec <math>C_c \approx 0,59 + 0,41\left(\frac{S_2}{S_1}\right)^3</math></p>   |
|   | $k = 0,46.R_e^{-0,06} \cdot \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^{0,5}$   |
|   | $k = a \cdot \left(\frac{1}{C_c} - 1\right)^2$ <p>avec <math>a = \sin \alpha</math> pour <math>\alpha &lt; 90^\circ</math><br/> <math>a = 1</math> pour <math>\alpha &gt; 90^\circ</math></p>                             |
|  <p><math>R_c</math> : rayon de courbure du coude</p> | <p>→ LISSE : <math>k = \left[0,13 + 1,85 \cdot \left(\frac{D}{2.R_c}\right)^{3,5}\right] \cdot \frac{\alpha}{90}</math><br/>                 → RUGUEUX : <math>k = 0,42 \cdot \left(\frac{D}{R_c}\right)^{0,5}</math></p> |
|   | $k = \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2$  |
|    | $k \approx 1$ <p>en pratique : <math>1,06 &gt; k &gt; 1,1</math></p>  |
|   | $k = 0,2 + 2 \cdot \left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2$  |
|   | $k \approx 0,5$   |

Figure II.4 : coefficient de perte de charge singulière



Fuguer II.5 : Les pertes de charge régulières et singulières

## II.2.6. Ecoulement laminaire et turbulent :

### II.2.6.1-Ecoulement laminaire :

L'écoulement laminaire est le mode d'écoulement d'un fluide où l'ensemble du fluide s'écoule plus ou moins dans la même direction, sans que les différences locales se contrarient (par opposition au régime turbulent, fait de tourbillons qui se contrarient mutuellement).

L'écoulement laminaire est généralement celui qui est recherché lorsqu'on veut faire circuler un fluide dans un tuyau (car il crée moins de pertes de charge), ou faire voler un avion (car il est plus stable, et prévisible par les équations).

#### II.2.6.1.1: Profil de vitesse de l'écoulement laminaire

On a montré que le régime d'écoulement d'un fluide réel dépend du nombre de Reynolds, qui dépend entre autres de la viscosité : - Pour un Reynolds inférieur à 2000, l'écoulement est laminaire - Pour un Reynolds supérieur à 4000, l'écoulement est turbulent entre les deux, l'écoulement est en régime incertain, ou transitoire.

Un fluide ne dissipe pas l'énergie (ne perd pas de pression) de la même façon et en même quantité selon son régime d'écoulement. Par ailleurs, on va voir que le calcul du débit dépend lui-aussi des pertes de charge

En régime laminaire, les lignes de courant restent parallèles, et les « filets fluides » glissent progressivement les uns sur les autres sans se croiser.

On en déduit que le profil de vitesse n'est pas uniforme (sinon les filets fluides n'auraient pas besoin de glisser).

On peut montrer que le profil de vitesse en écoulement laminaire est parabolique : il est nul sur les parois et maximal au centre de la conduite.

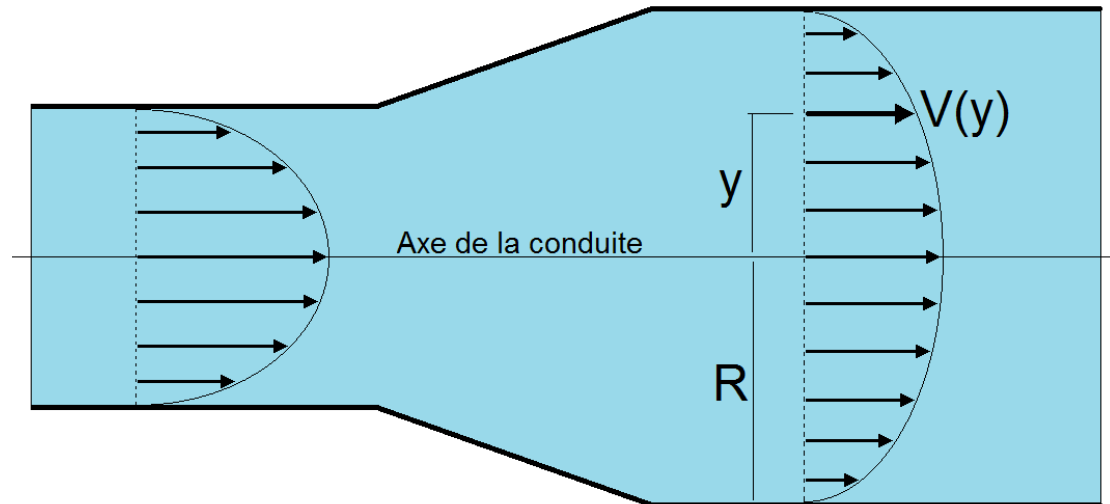


Figure II.6 : Profil de vitesse de l'écoulement laminaire

Pour une conduite cylindrique, le profil de vitesse suit la loi parabolique suivante :

$$V(y) = \frac{1}{4\mu} \cdot \frac{\Delta p^*}{L} (R^2 - y^2) \quad (\text{II.10})$$

Dans cette expression, on a les termes suivants :

$y$  - est la distance radiale du point considéré à l'axe de la conduite

$R$  - est le rayon de la conduite

$\Delta p^*$  - est la perte de charge (exprimée en pression) sur une longueur  $L$  donnée

$\mu$  - est la viscosité du fluide

On a bien  $V(R)=0$ , donc la vitesse du fluide est nulle au contact de la paroi. C'est à cause de cette « adhérence » que le fluide développe un profil parabolique, par frottement d'une ligne de courant à l'autre.

### II.2.6.1.2 . Pert de charge (linéaire) écoulement laminaire :

On a vu que le débit et la vitesse moyenne d'un écoulement laminaire sont fonction de la viscosité du fluide, du rayon de la conduite, et d'un terme de pertes de charge noté :  $\frac{\Delta p^*}{L}$  (II.11)

Ce terme est une perte de charge linéaire exprimée en unité de pression par unité de longueur, c'est-à-dire qu'il correspond à une chute de pression de  $\Delta p^*$  mesurée entre deux points d'une conduite séparés par une distance  $L$ , toutes choses étant égales par ailleurs (section, altitude, etc.).

De manière plus rigoureuse, sur une conduite de section et d'altitude variable, ce terme apparaît dans la formule de Bernoulli modifiée en cas de fluide réel, et exprimée en pression :

$$P_A + \frac{\rho V_A^2}{2} + \rho g z_A = P_B + \frac{\rho V_B^2}{2} + \rho g z_B + \Delta p^* \quad (\text{II.12})$$

Les sections A et B étant distantes de L.

Sur un tronçon de conduite cylindrique de section constante et de longueur L, on peut démontrer que la perte de charge linéaire est égale à :

$$\Delta p^* = \lambda \cdot \left( \frac{1}{2} \rho V_{moy}^2 \right) \frac{L}{D} \quad (\text{II.13})$$

C'est la formule de Darcy-Weisbach. On constate que la perte de charge est proportionnelle

à l'énergie cinétique  $\frac{1}{2} \rho V_{moy}^2$  de l'écoulement, proportionnelle à la distance parcourue, et inversement proportionnelle au diamètre de la conduite.

Le terme  $\lambda$  est appelé coefficient de perte de charge linéaire. Il est lié au nombre de Reynolds, et donc à la viscosité du fluide. En écoulement laminaire, il est donné par la formule :  $\lambda = \frac{64}{Re}$  (II.14)

### II.2.6.2-Écoulement turbulent :

La turbulence désigne l'état de l'écoulement d'un fluide, liquide ou gaz, dans lequel la vitesse présente en tout point un caractère. Les écoulements turbulents se caractérisent donc par une apparence très désordonnée, un comportement difficilement prévisible et l'existence de nombreuses échelles spatiales et temporelles. De tels écoulements apparaissent lorsque la source d'énergie critique qui met le fluide en mouvement est relativement intense devant les forces de viscosité que le fluide oppose pour se déplacer.

#### II.2.6.2.1-Profil de vitesse :

Dans un écoulement turbulent, les vitesses fluctuent en permanence. Il n'y a donc de régime permanent qu'au sens des vitesses moyennes, et non des vitesses instantanées qui sont totalement chaotiques.

Contrairement au régime laminaire, le profil de vitesse n'est pas parabolique, mais suit une loi puissance. Généralement, on distingue une zone de fort gradient de

vitesse au voisinage de la paroi (la « couche limite »), et on considère que la vitesse est quasi-uniforme sur la partie intérieure à l'écoulement.

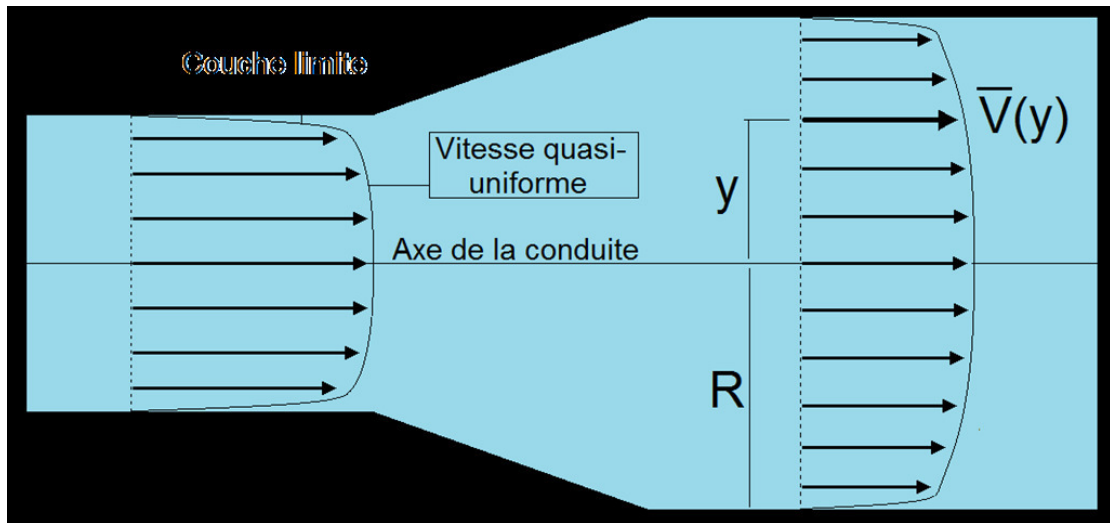


Figure II.7 : Profil de vitesse de l'écoulement turbulent

### II.2.6.2.2. Pert de charge (linéaire) écoulement turbulent

En régime turbulent, la perte de charge se calcule également par la loi de Darcy-Weisbach :

$$\Delta p^* = \lambda \cdot \left(\frac{1}{2} \rho V_{moy}^2\right) \frac{L}{D} \quad (\text{II.15})$$

Elle est donc toujours proportionnelle à la distance parcourue. En revanche, l'expression du coefficient de perte de charge  $\lambda$  n'est pas la même que pour l'écoulement laminaire.

De nombreuses formules existent, plus ou moins précises selon le domaine d'écoulement (rapide-lent, lisse-rugueux, etc.). Elles sont résumées par la formule de Colebrook, qui est raisonnablement exacte sur l'ensemble des écoulements courants (pour des Reynolds allant de 4000 à 108) :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \log\left(\frac{\varepsilon}{3.71D} + \frac{2.51}{Re\sqrt{\lambda}}\right) \quad (\text{II.16})$$

Il s'agit d'une formule empirique (c'est-à-dire calculée par calage sur des résultats expérimentaux).

La formule de Colebrook a l'inconvénient d'être implicite :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \log\left(\frac{\varepsilon}{3.71D} + \frac{2.51}{Re\sqrt{\lambda}}\right) \quad (\text{II.17})$$

On constate en effet que le terme  $\sqrt{\lambda}$  est présent des deux côtés de l'égalité.

On ne peut donc pas trouver directement le coefficient de pertes de charge, il faut passer par une résolution itérative :

- postuler une valeur de  $\lambda$
- calculer le terme de droite
- en déduire une nouvelle valeur de  $\lambda$  à partir du terme de gauche
- l'intégrer dans le terme de droite, et ainsi de suite.

Généralement, on obtient convergence après 3 ou 4 boucles.

### **II.3.le nombre de Reynolds :**

#### **II.3.1.Elément historique :**

G. H. Ludwig Hagen a été le premier à rapporter en 1839 qu'il pouvait exister deux types de régimes lors de l'écoulement d'un fluide. Son expérience consistait à mesurer la perte de pression dans une conduite cylindrique en fonction de la vitesse moyenne de l'écoulement. À basse vitesse la perte de pression était directement proportionnelle à la vitesse moyenne, tandis qu'à haute vitesse celle-ci était proportionnelle au carré de la vitesse.

#### **II.3.2. Osborne Reynolds :**

En 1883 Osborne Reynolds a réalisé une étude systématique sur les écoulements dans une conduite en fonction du débit, de la viscosité cinématique et de la géométrie. Il a montré que le changement de régime ne dépendait pas des paramètres séparément, mais d'une quantité sans dimension les regroupant tous. C'était la naissance du nombre de Reynolds.





Figure II.8. Appareille d'expérience de Reynold

18

REPORT ON PROF. O. REYNOLDS'S PAPER.

I CONSIDER PROFESSOR REYNOLDS'S PAPER A VALUABLE ONE, WHICH I RECOMMEND SHOULD BE PRINTED IN THE PHIL. TRANS. HE SHOWS FOR THE FIRST TIME THAT THE DISTINCTION BETWEEN REGULAR AND EDDYING MOTION DEPENDS ON A RELATION BETWEEN THE DIMENSIONS OF SPACE AND VELOCITY, OR WHAT COMES TO THE SAME OF SPACE AND TIME, INVOLVED IN THE EXPERIMENTS; A <sup>relat</sup> ~~prop~~ <sup>tion</sup> POINTED OUT BY THE KNOWN EQUATIONS OF MOTION OF A VISCOUS FLUID. HE SHOWS ALSO THAT THE ONE CHASS OF MOTIONS PASSES INTO THE OTHER WITH AN UNEXPECTED SUDDENNESS.

IN ONE PART THE LANGUAGE SEEMS TO IMPLY THAT HE HAD DISCOVERED NEW DIMENSIONAL PROPERTIES OF FLUIDS, AND MIGHT EVEN LEAD TO THE SUPPOSITION THAT HE SUPPOSED THAT HE HAD SHOWN <sup>that</sup> ANOTHER CONSTANT BEYOND THOSE RECOGNISED WAS NECESSARY IN ORDER TO DEFINE A FLUID MECHANICALLY. THIS CERTAINLY IS NOT THE CASE; THE DIMENSIONAL PROPERTIES ARE ALREADY <sup>obviously</sup> INVOLVED IN THE EQUATIONS OF MOTION; AND THERE IS ABSOLUTELY NOTHING TO PROVE THAT HE HAS DISCOVERED THE NECESSITY OF AN ADDITIONAL CONSTANT TO DEFINE A FLUID.

*G. G. Stokes*  
19 April 1883

Figure 2  
Sir George Stokes' review of Reynolds' 1883 paper. Copyright, The Royal Society; Archive Ref. 188.

Figure II.9 : rapport de prof Reynolds et appareille de l'expérience Original

### II.3.3- Les différents régimes d'écoulement, nombre de Reynolds :

Les expériences réalisées par Reynolds (1883) lors de l'écoulement d'un liquide dans une conduite cylindrique rectiligne dans laquelle arrive également un filet de liquide coloré, ont montré l'existence de trois régimes d'écoulement : laminaire, transitoire et turbulent.

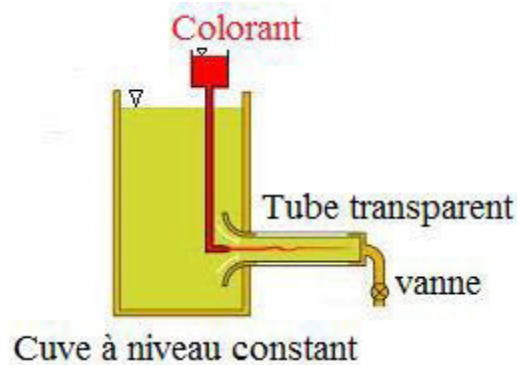


Figure II.10 : l'ajout de la couleur dans l'eau

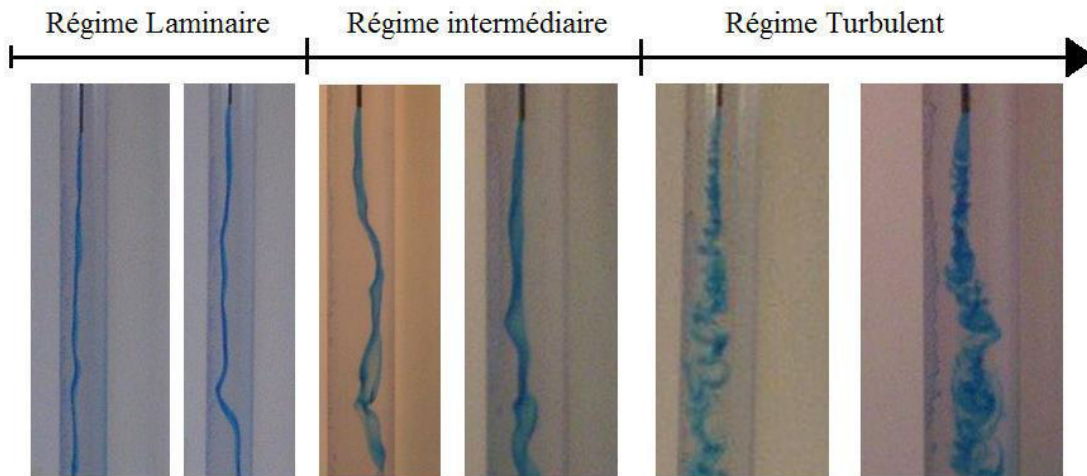


Figure II.11 : régime d'écoulement avec colorant

Dans une conduite cylindrique, il a injecté un colorant et a identifié les régimes suivants:

Laminaire  $Re < 2300$

Transition  $2300 < Re < 4200$

Turbulent  $4200 < Re$

On le définit de la manière suivante :

$$\text{Re} = \frac{\rho v D}{\mu} \quad (\text{II.18})$$

Ou

$$\frac{v D}{\nu} \quad (\text{II.19})$$

### II.3.4.Choix des paramètres :

Dans les expériences précédentes les paramètres intervenant sont :

- .Re : nombre de Reynolds s/u
- .v : la vitesse moyenne du fluide m/s;
- .D : diamètre en m
- . $\nu$  : la viscosité *cinématique* m<sup>2</sup>/s ;
- . $\mu$  : La viscosité dynamique kg/ (m.s);
- . $\rho$ : La masse volumique kg/m<sup>3</sup>;

### II.3.5.Analyse dimensionnelle :

Pour pouvoir faire de manière quantitative la distinction entre un écoulement laminaire et un écoulement turbulent, construisons à partir de ces paramètres une grandeur sans dimension. Les équations aux dimensions des divers paramètres choisis sont:

$$[v] = L.T^{-1}; [\mu] = M.L.T^{-1}.T^{-1}; [D] = D; [\rho] = M.L^{-3}$$

La seule grandeur sans dimension que nous pouvons construire est  $(\rho v D)/\mu$  (II.20)

$$. \text{Le nombre de Reynolds } \text{Re} = (\rho v D)/\mu \quad (\text{II.21})$$

Est un nombre sans dimension, caractérisant l'écoulement d'un fluide (Masse volumique  $\rho$ , viscosité  $\nu$ ) de vitesse moyenne  $v$ , autour d'un obstacle (ou dans une conduite) de dimension caractéristique  $D$ .

### II.3.6.Nature de l'écoulement en fonction du nombre Reynolds :

On peut généraliser les résultats précédents :

Dans un écoulement à faible nombre de Reynolds, les forces visqueuses et le transport diffusif associé sont dominants. Le profil d'écoulement résulte d'un équilibre entre les forces de frottement visqueux et les gradients de pression ou forces

En volume imposées extérieurement. Conformément à l'expression de  $Re$ , ces écoulements seront observés aux basses vitesses, et/ou dans des systèmes de très petite taille (bactéries ou microorganismes par exemple), ou encore pour des Fluides très visqueux où les forces de frottement entre couches sont importants. Il s'agit en général d'écoulements très stables, aux profils bien définis, appelés écoulements rampants.

Au contraire, dans les écoulements à grand nombre de Reynolds le transport de quantité de mouvement par convection est dominant et apparaît sous forme de termes non linéaires contenant des produits de composantes de la vitesse et de leurs gradients. Les écoulements correspondant sont beaucoup moins stables. Ceux-ci sont observés aux fortes vitesses, dans des fluides peu visqueux ou dans des systèmes de grande taille; de tels écoulements apparaissent comme la superposition de tourbillons de taille très variable. Notons cependant que sur des échelles de distance de l'ordre de la dimension des plus petits tourbillons, le transport diffusif redevient important.

Dans certains cas, même à des nombres de Reynolds élevés, les termes de transport par convection peuvent rester négligeables par suite de la géométrie du système; la conjugaison de l'écoulement peut alors rester la même qu'à faible vitesse.

L'exemple le plus simple est celui des écoulements parallèles (où seule une composante de la vitesse est non nulle), tel que celui dans un cylindre en rotation discuté au chapitre I.

Dans ce cas, on ne peut avoir transport de quantité de mouvement dans la direction perpendiculaire aux lignes de courant que par diffusion visqueuse; les écoulements restent alors contrôlés par la viscosité indépendamment du nombre de Reynolds, tant que le profil de vitesse reste parallèle. De tels écoulements sont qualifiés de laminaires. Néanmoins, si des composantes transverses locales de la vitesse apparaissent accidentellement, le transport de quantité de mouvement par convection cesse d'être nul et de nouvelles solutions peuvent en résulter.

L'écoulement devient alors généralement instable et turbulent.

## II. 4. Conclusion :

Dans ce 2eme chapitre on s'est concentré sur la nature des écoulements dans les conduites passant par les types des fluides ( parfait, réel, compressible , incompressible) et leurs propriétés ( masse volumique, les viscosités dynamiques et cinématiques) ainsi que les types des écoulements permanent et non permanents , laminaire et turbulent, les pertes de charge linéaires ainsi que le nombre sans dimension de Reynolds ; les différents régimes d'écoulements et la nature de l'écoulement en fonction de ce nombre de Reynolds pour ensuite se focaliser sur l'effet de la rugosité des parois de la conduite sur l'écoulement en prenant le cas des conduites circulaires dans le 3eme et dernier chapitre.

## III .Chapitre III : les effets de la rugosité des parois sur l'écoulement

### III.1. Introduction :

Un fluide réel, en mouvement, subit des pertes d'énergie dues aux frottements sur les parois de la canalisation (pertes de charges systématiques) ou sur les "accidents" de parcours (Pertes de charge singulières).

Ces pertes dépendent de la forme, des dimensions et de la rugosité de la canalisation, de la vitesse d'écoulement et de la viscosité du liquide mais non pas de la Valeur absolue de la pression qui règne dans le liquide.

### III .2. Les effets de la rugosité des parois sur l'écoulement visqueux :

#### III .2.1. La viscosité :

La viscosité entant que l'ensemble des phénomènes de résistance à l'écoulement se produisent dans la masse d'une matière. A titre d'exemple l'eau, l'huile, le miel des matières qui coulent différemment : l'eau coule vite, mais avec des tourbillons ; le miel coule lentement, mais de façon bien régulière. De plus, la pression d'un liquide réel diminue tout au long d'une canalisation dans laquelle il s'écoule, même si elle est horizontale et de section uniforme, contrairement au théorème de Bernoulli.

#### III .2.2. Rugosité ou rugosité relative :

Dans le cadre du calcul des pertes de charge linéiques d'un écoulement dans un tube plein - écoulement en charge, la rugosité relative est le paramètre déterminant du calcul ; plutôt que la rugosité intrinsèque de la canalisation.

Il s'agit du rapport de la rugosité "k" au diamètre intérieur du tube "D". La rugosité relative permet de comparer des tubes entre eux, quelle que soient leur diamètre et leur rugosité.

#### Exemple :

Dans le cas d'un tube en cuivre de 12 millimètres, la rugosité relative est égale à :

$$\varepsilon = 8,33.10^{-4}$$

La valeur est faible, le cuivre est un matériau peu rugueux.

$$K = \varepsilon / D \quad (\text{III.1})$$

$\varepsilon$ : Rugosité relative

K: Rugosité

D : diamètre intérieur

### III .2.3. Notion de la rugosité :

*La rugosité de paroi* un concept nouveau on la ajoute à tous les paramètres d'écoulement déjà présentés (section, débit, vitesse, pression, charge, etc.),

$\varepsilon$  : La rugosité absolue qui est l'épaisseur moyenne des aspérités de surface du matériau composant la conduite, elle est exprimée le plus souvent en millimètres.



Figure III.1 La rugosité absolue et diamètre d'une conduite

Pour une conduite d'un diamètre D donné, on appelle rugosité relative le rapport  $\varepsilon/D$  et pour calculer ce rapport, il faut exprimer les deux termes dans la même unité. La rugosité ne joue aucun rôle dans les pertes de charges en écoulement laminaire, mais est décisive pour une certaine classe d'écoulements turbulents.

Généralement la rugosité est prise en compte de manière simplifiée, en considérant une valeur standard correspondant à un matériau et à un état de surface.

Ces valeurs standard sont récapitulées dans des tableaux, accessibles aux professionnels, suivants :

Tableau III.1 : rugosité absolue de l'état de quelque matière

| MATIERE                            | ETAT    | Rugosité absolue $\mathcal{E}$ (en mm) |
|------------------------------------|---------|--|
| Tube étiré (verre, cuivre, laiton) |         | < 0,001                                |
| Tube industriel en laiton          |         | 0,025                                  |
| Tuyau en acier laminé              | Neuf    | 0,05                                   |
|                                    | Rouillé | $0,15 < \mathcal{E} < 0,25$            |
|                                    | Bitumé  | 0,015                                  |
| Tuyau en acier soudé               | Neuf    | $0,03 < \mathcal{E} < 0,1$             |
|                                    | Rouillé | 0,4                                    |
| Tuyau en fonte moulé               | Neuf    | 0,25                                   |
|                                    | Rouillé | $1 < \mathcal{E} < 1,5$                |
|                                    | Bitumé  | 0,1                                    |
| Tuyau en ciment                    | Brut    | $1 < \mathcal{E} < 3$                  |
|                                    | Lissé   | $0,3 < \mathcal{E} < 0,8$              |

**III .2.4.La sous-couche et le type des paroi :**

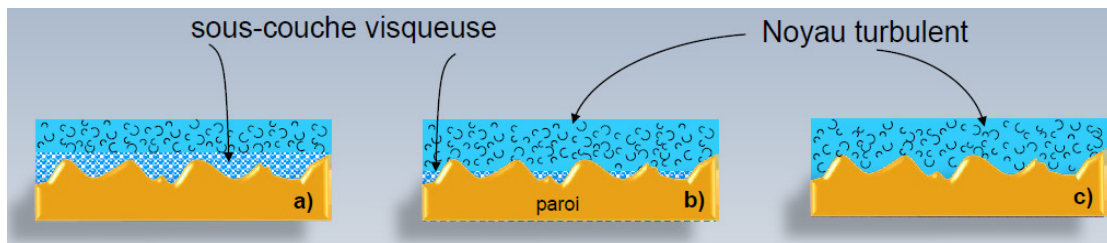


Figure III.2 : La sous-couche et le type des paroi

**Dans le cas a :**

le tuyau est hydrauliquement lisse car la rugosité est pénétrée dans la sous-couche visqueuse où on peut dire que le fluide glisse en quelque sorte sur lui-même.

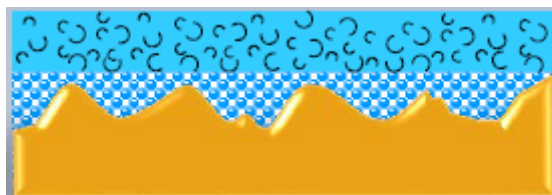
**Dans le cas b :**

L'écoulement produit de la rugosité à la paroi et de la sous-couche visqueuse. Donc, il y en a un effet mixte.

**Dans le cas c :**

L'écoulement est complètement dominé par la rugosité à la paroi. Il est hydrauliquement turbulent

**a) Conduite hydrauliquement lisse :**



$$f = f(Re)$$

**Paroi hydrauliquement lisse :**



Aucun effet de la rugosité sur la friction

$$\frac{\varepsilon u^*}{\nu} \leq 5$$

Selon Von Karman et Prandtl :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2.0 \log \left( \text{Re}_d \sqrt{f} \right) - 0.8$$

(III .2)

**b) Conduite partiellement rugueuse :**



$$f = f(\text{Re}, \varepsilon/D)$$

**Paroi semi rugueuse :**

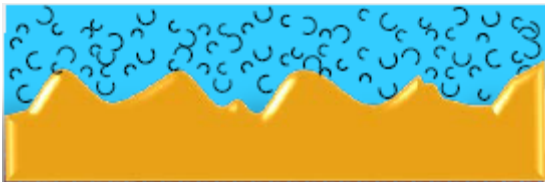
La rugosité et le nombre de Reynolds ont un effet sur la friction

$$5 \leq \frac{\varepsilon u^*}{\nu} \leq 70$$

$$\frac{1}{\sqrt{f/2}} = 2.457 \ln \left( \left( \frac{7}{\text{Re}} \right)^{0.9} + 0.27 \frac{\varepsilon}{D} \right)^{-1}$$

(III .3)

**c) Conduite totalement rugueuse :**



$$f = f(\varepsilon/D)$$

**Paroi totalement rugueuse :**

La friction est indépendante du nombre de Reynolds

$$70 \leq \frac{\varepsilon u^*}{\nu}$$

Nikuradse

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log \left( \frac{\varepsilon / D}{3.71} \right)$$

(III.4)

$f$ : frottement

$\varepsilon$ : rugosité

$D$ : diamètre

$$u^* = \left( \frac{\tau_w}{\rho} \right)^{1/2} \quad \text{vitesse de frottement} \quad (\text{III.5})$$

### III .2.5. Écoulement d'un fluide réel (visqueux) :

Dans le cas de l'écoulement d'un fluide réel dans la même configuration, il y a une dissipation irréversible d'énergie du fait des frottements, et donc une perte de charge : la pression décroît tout au long de la conduite. Cette perte de charge (ou perte de pression) est notée.

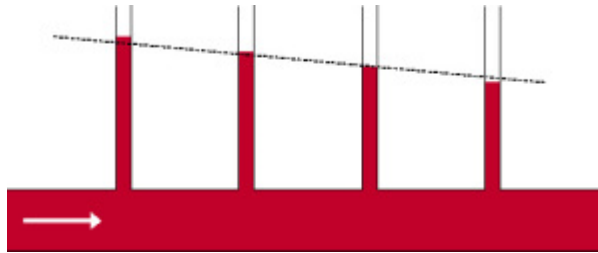


Figure III.3 : Écoulement d'un fluide réel dans une conduite

### III .2.6. Application de *Le théorème Bernoulli aux liquides réels* :

*Le théorème Bernoulli* permet de résoudre la plupart des problèmes d'écoulement en charge il n'est applicable que si les conditions suivantes sont vérifiées : écoulement permanent et liquides incompressibles.

Ainsi, le coup de bélier dans une conduite, phénomène variable dans le temps ou le liquide subit une compression, ne peut être étudié en appliquant le théorème Bernoulli. Ce dernier est étendu aux fluides réels, appliqué entre deux sections(1) et (2) a pour expression :

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + Z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + Z_2 + j_{1,2} \quad (\text{III.6})$$

Avec  $j_{1,2}$  correspondant à l'énergie des forces de frottement et de viscosité (énergie perdue en chaleur entre  $M_1$  et  $M_2$ )

## 2. Application du théorème aux liquides réels:

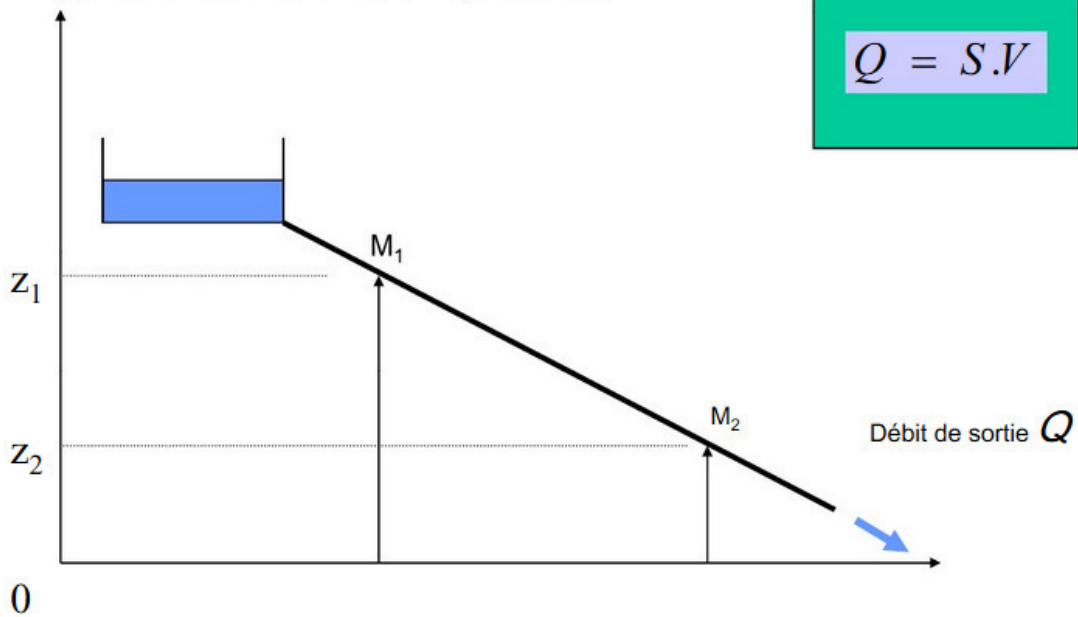


Figure III.4 : Le théorème Bernoulli aux liquides réels

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + j_{1,2} \quad (\text{III.7})$$

**III .2.7. Taux de cisaillement :**

En utilisant le théorème de quantité de mouvement et la définition du coefficient de friction, pour un écoulement dans une conduite, on peut trouver la relation entre le taux de cisaillement  $\tau_w$  et le coefficient de friction  $f$  ainsi :

$$f = \frac{4\tau_w}{\frac{1}{2}\rho v^2} \quad (\text{III.8})$$

**III .2.8. Coefficient de frottement :****III . 2.8.1. Pour un écoulement Laminaire et Turbulent :**

Le coefficient de friction, nommé 'le coefficient de friction de Darcy-Weisbach' est défini pour l'écoulement laminaire ou turbulent comme :

$$f = \frac{\Delta p}{\frac{L}{2D}\rho v^2} \quad (\text{III.9})$$

**III .2.8.2. Pour un régime d'écoulement laminaire :****Formule de Poiseuille :**

Poiseuille, un médecin français, s'intéressant à l'écoulement du sang dans les artères qui est laminaire a donné son nom à la formule qui permet de déterminer le facteur de perte de charge  $\lambda$  dans le cas des écoulements laminaires.

$$\lambda = \frac{64}{R} ;$$

$$R = \frac{4\rho}{\pi D v}$$

$\lambda$ : Facteur de perte de charge

$R_e$  : Nombre de Reynolds

Le facteur de perte de charge est donc dans ce cas inversement proportionnel au nombre de Reynolds. Donc, la perte de charge croît très rapidement lorsque le nombre de Reynolds décroît.

Cette formule est applicable pour un nombre de Reynolds inférieur à 2000, lorsque l'écoulement est laminaire et réversible.

**III .2.8.3. Pour un régime d'écoulement turbulent :**

Dans un régime d'écoulement turbulent  $\lambda$  dépend du nombre de Reynolds et de la rugosité relative ( $\varepsilon/D$ ) du conduit.

Selon l'équation de Colebrook-white

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left( \frac{\varepsilon}{3,7D} + \frac{2,51}{R\sqrt{\lambda}} \right) \quad \text{(III.10)}$$

$\lambda$  : Coefficient de frottement de darcy

$\varepsilon$  (Epsilon) : rugosité absolue de la paroi interne du conduit

$D$  : diamètre intérieur du conduit [m]

$Re$  : nombre de Reynolds

**III.2.8.4. Coefficient de frottement  $\lambda$  dans (régime turbulent rugueux)****Selon Colebrook-white(1939) :**

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left( \frac{\varepsilon/D}{3,7} + \frac{2,51}{R\sqrt{\lambda}} \right) \quad \text{(III.11)}$$

Par Nikuradse :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left( \frac{\varepsilon/D}{3,7} \right) \quad (\text{III.12})$$

### III .2.8.5. Coefficient de frottement $\lambda$ dans (régime turbulent lisse) :

**Selon Prandtl-van karman :**

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left( \frac{2,51}{R\sqrt{\lambda}} \right) \quad (\text{III.13})$$

$$; R = \frac{4\rho}{\pi D v}$$

**Selon Blasius(1911) :**

$$\lambda = \frac{0,3164}{R^{\frac{1}{4}}} \quad (\text{III.14})$$

$$; R = \frac{4\rho}{\pi D v} \text{ pour } 10^4 \leq R \leq 10^5$$

**Selon Swamee et Jain(1976) :**

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \left( \frac{5,5}{R^{0,9}} \right) \quad (\text{III.15})$$

$$; R = \frac{4\rho}{\pi D v}$$


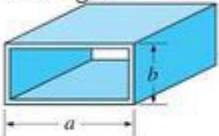
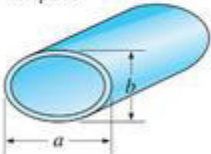
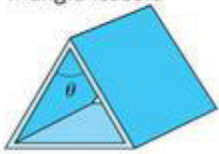
### III .2.8.6. Le coefficient de frottement et perte de charge de darcy - weisbach:

L'équation de Darcy-Weisbach, est pour calculer les pertes de charge par frottement dans des conduites circulaires, mais elle est valable de plus pour des écoulements laminaires que pour des écoulements turbulents.

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (\text{III.16})$$

III.2.8.7. Le facteur de frottement avec géométrie de la conduite :

Tableau III.2 : facteur de frottement avec géométrie de la conduit

| Géométrie du tube   | $a/b$<br>ou $\theta^\circ$                      | Facteur de frottement  |
|---|---|--|
| Cercle<br>             | —   | 64,00/Re   |
| Rectangle<br>        | $a/b$<br>1<br>2<br>3<br>4<br>6<br>8<br>$\infty$ | 56,92/Re<br>62,20/Re<br>68,36/Re<br>72,92/Re<br>78,80/Re<br>82,32/Re<br>96,00/Re |
| Ellipse<br>          | $a/b$<br>1<br>2<br>4<br>8<br>16                 | 64,00/Re<br>67,28/Re<br>72,96/Re<br>76,60/Re<br>78,16/Re                         |
| Triangle isocèle<br> | $\theta$<br>10°<br>30°<br>60°<br>90°<br>120°    | 50,80/Re<br>52,28/Re<br>53,32/Re<br>52,60/Re<br>50,96/Re                         |

### III .2.9. Relation moderne :

À partir des années 1970, l'apparition des nouvelles formules, qui montre l'effet de la rugosité, afin d'obtenir le coefficient de friction  $f$  défini implicitement dans la formule de Colebrook. Parmi ces nouvelles formules utilisées celle *Swamee-Jain* en 1976, puis celle de *Haaland* en 1983. Plusieurs formules similaires ont été proposées par la suite.

**Swamee-Jain en (1976) :**

$$f = \frac{0.25}{\left[ \log \left( \frac{\varepsilon}{3.7D} + \frac{5.74}{\text{Re}^{0.9}} \right) \right]^2}$$

$$Q = -2.22D^{5/2} \sqrt{\frac{gh_f}{L}} \log \left( \frac{\varepsilon}{3.7D} + \frac{1.78\nu}{D^{2/3} \sqrt{\frac{gh_f}{L}}} \right)$$

$$D = 0.66 \left( \varepsilon^{1.25} \left( \frac{LQ^2}{gh_f} \right)^{4.75} + \nu Q^{9.4} \left( \frac{L}{gh_f} \right)^{5.2} \right)^{0.04}$$

$$\varepsilon/D = 0.000001-0.05$$

$$\text{Re} = 5 \times 10^3 - 10^8$$

**S.E. Haaland (1983) :**

$$f = \frac{0.3086}{\left[ \log \left( \left( \frac{\varepsilon}{3.7D} \right)^{1.11} + \frac{6.9}{\text{Re}} \right) \right]^2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -1.8 \log \left[ \left( \frac{\varepsilon}{3.7D} \right)^{1.11} + \frac{6.9}{\text{Re}} \right]$$

$$\varepsilon/D = 0.000001-0.05$$

$$\text{Re} = 4 \times 10^3 - 10^8$$

S.E. Churchill (1977) :

$$f = 8 \left[ \left( \frac{8}{\text{Re}} \right)^{12} + (A + B)^{-3/2} \right]^{1/12}$$

$$A = -2 \log \left[ \left( \frac{\varepsilon}{3.7D} \right) + \left( \frac{7}{\text{Re}} \right)^{0.9} \right]^{16}$$

$$B = \left( \frac{37530}{\text{Re}} \right)^{16}$$

$$0 \leq \varepsilon/D \leq 0.05$$

$$\text{Re} > 0$$



Abaque et formules *Swamee-Jain* ; *S.E. Haaland* :

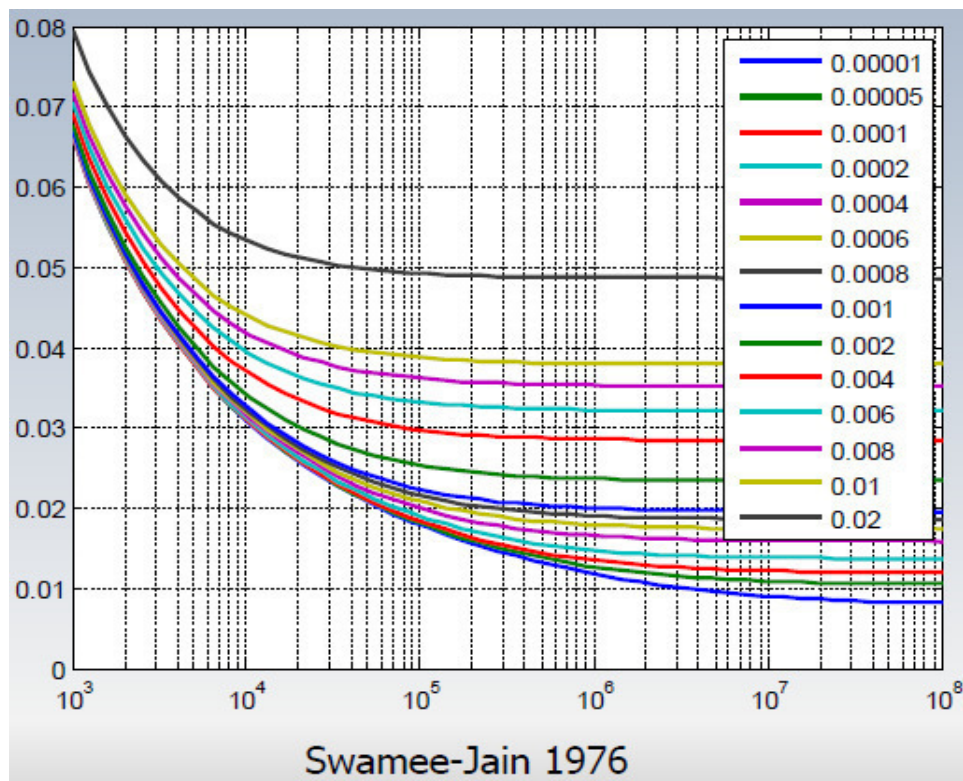
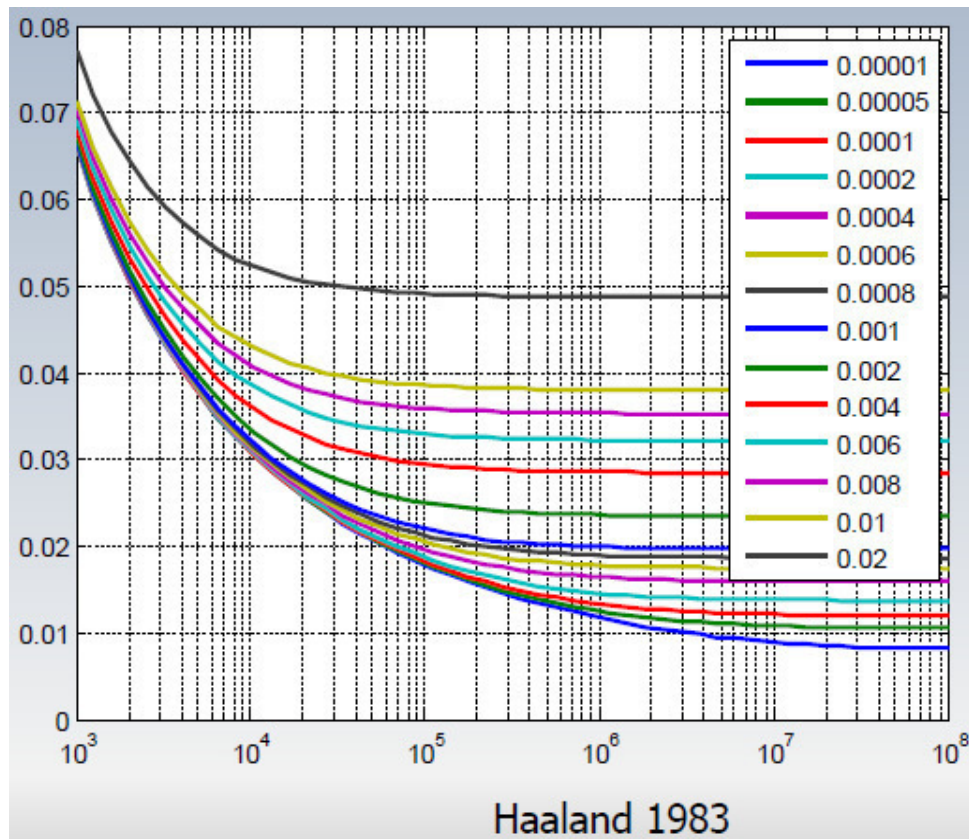


Figure III.6 abaque Swamee-Jain

Figure III.8 : abaque *S.E. Haaland*

### III .2.10. Diagramme Moody :

La meilleure alternative à ce calcul itératif est d'utiliser directement le diagramme de Moody.

Il faut calculer directement du coefficient de perte de charge, à partir du nombre de Reynolds et de la rugosité relative de la paroi interne de la conduite. Qui sont préalablement calculés, il suffit que ces grandeurs sont connues, on peut lire directement le coefficient de perte de charge sur le graphique

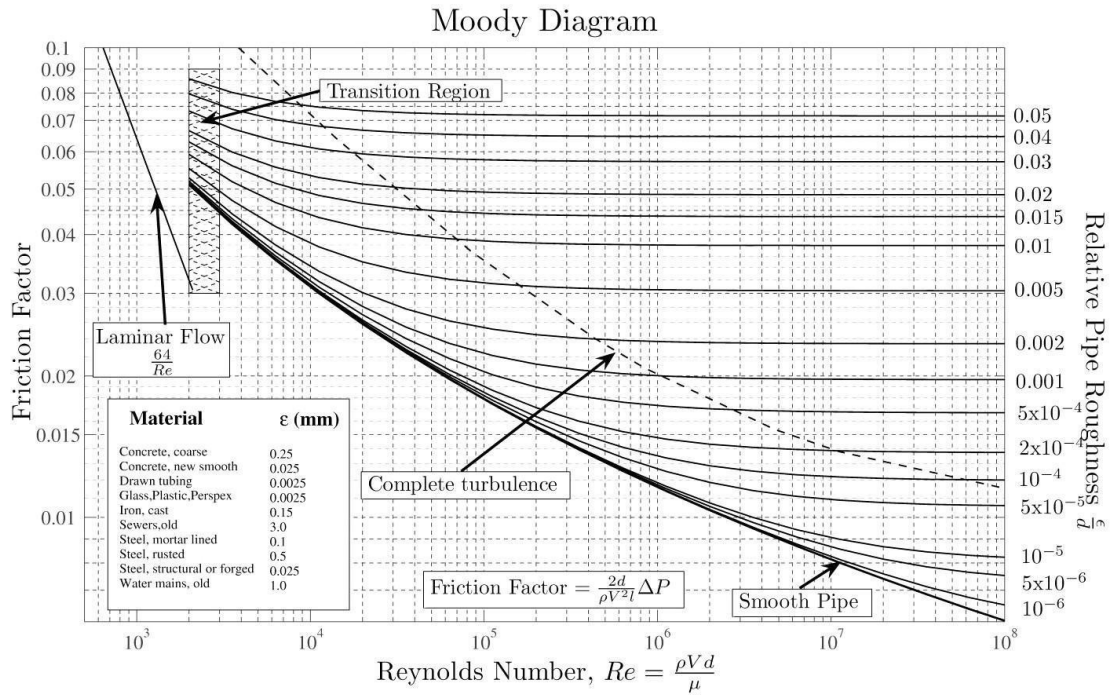
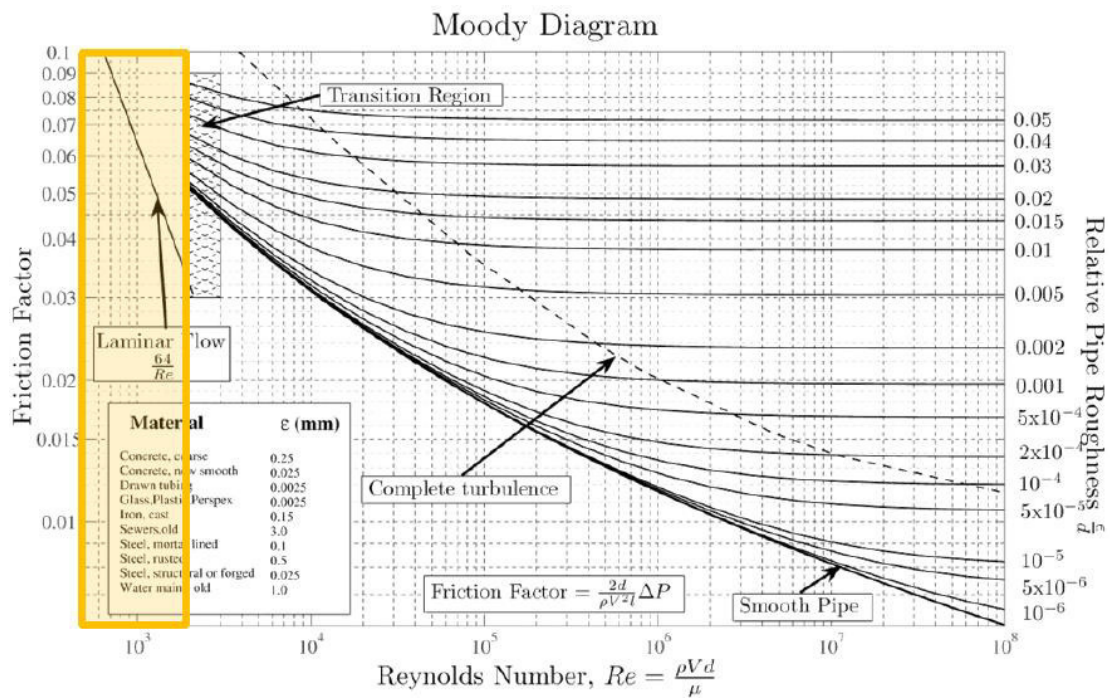
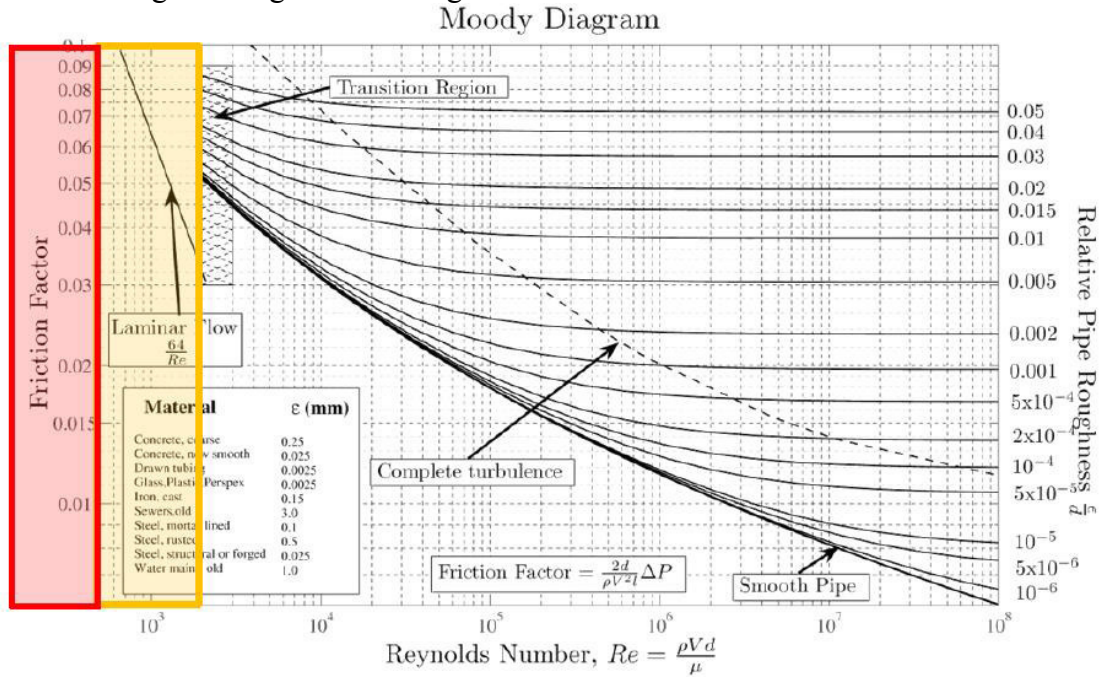


Figure III.9: Diagramme Moody

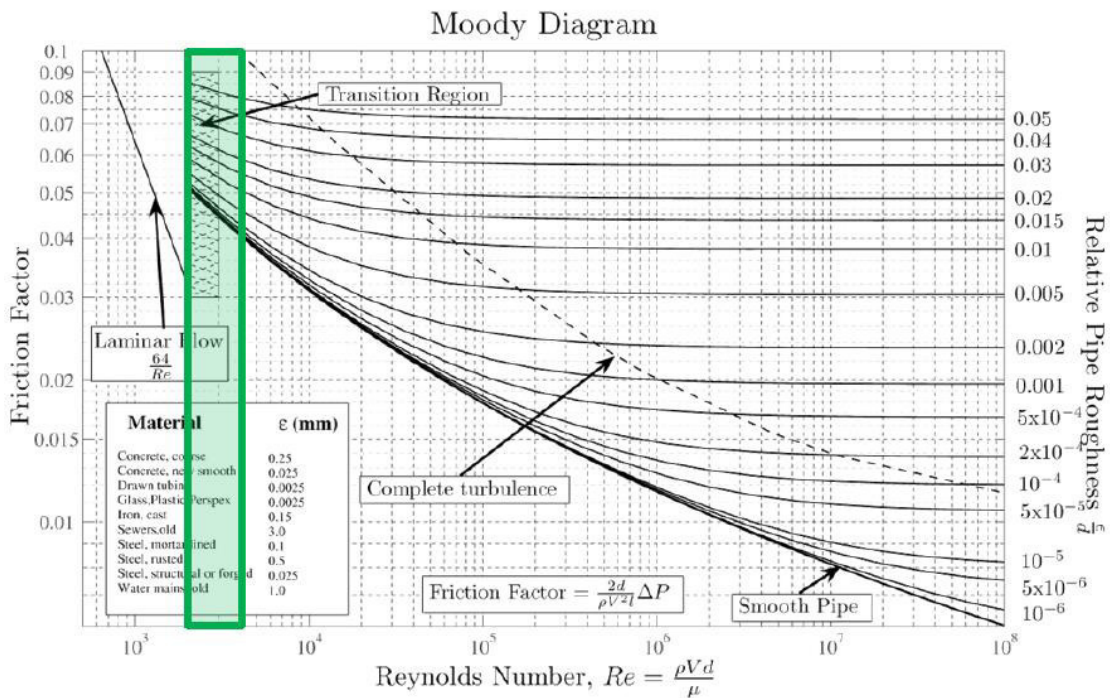
Le diagramme de Moody couvre d'abord les écoulements laminaires (partie gauche, pour des Reynolds faibles)



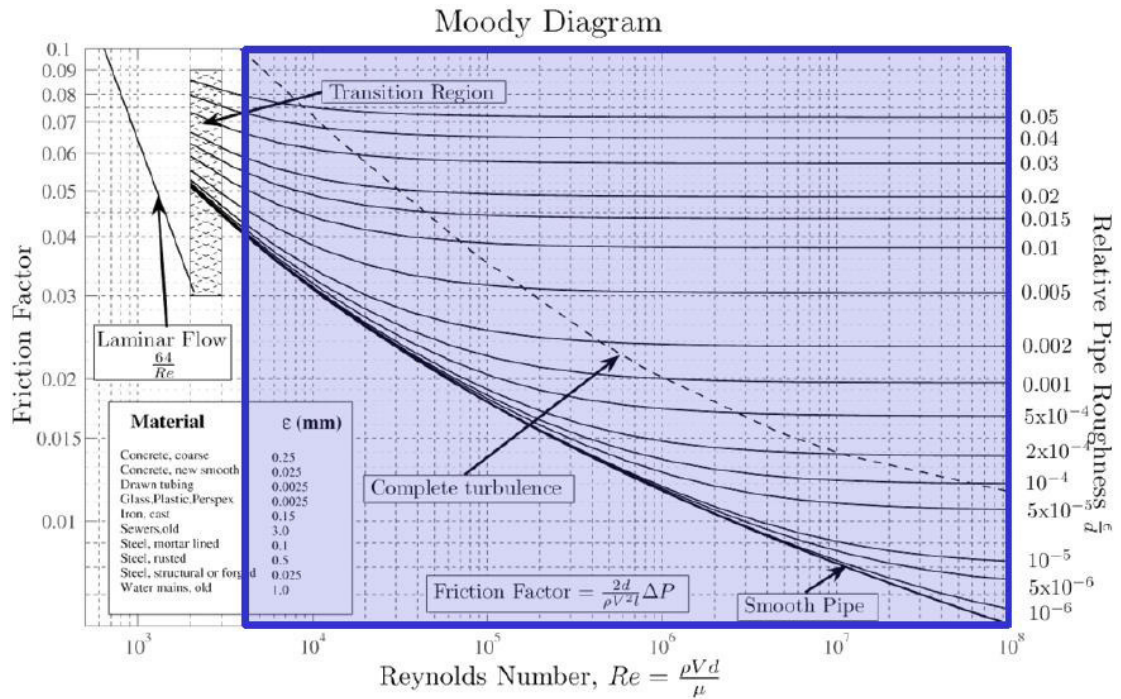
Dans ce cas, il n'y a qu'une droite de tracée et il suffit de lire la valeur correspondante de sur l'axe gradué à gauche du diagramme.



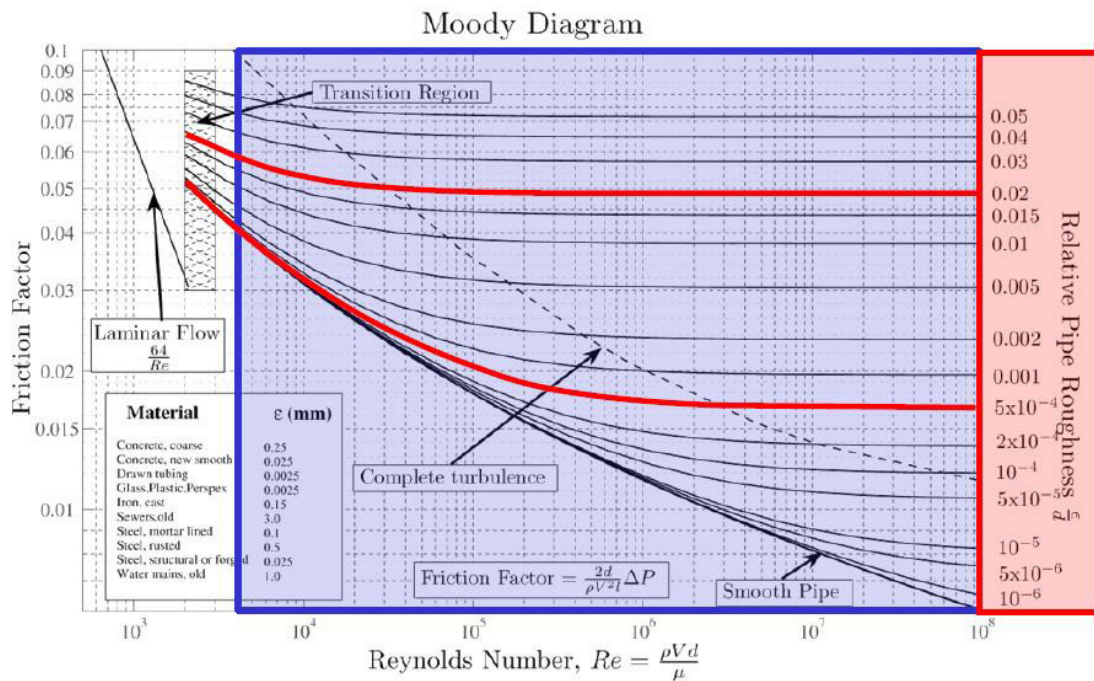
Pour les Reynolds intermédiaires, on se situe en régime transitoire, et il faut utiliser les mêmes méthodes qu'en turbulent (sans certitude sur l'exactitude du résultat).



Pour des Reynolds suffisamment élevés, on est en régime turbulent. Il faut d'abord calculer la rugosité relative de la paroi interne de la conduite.



En fonction de la rugosité relative, on sélectionne une ligne en partant de la droite du graphique (par exemple ici pour 0.02 ou 0.0005).

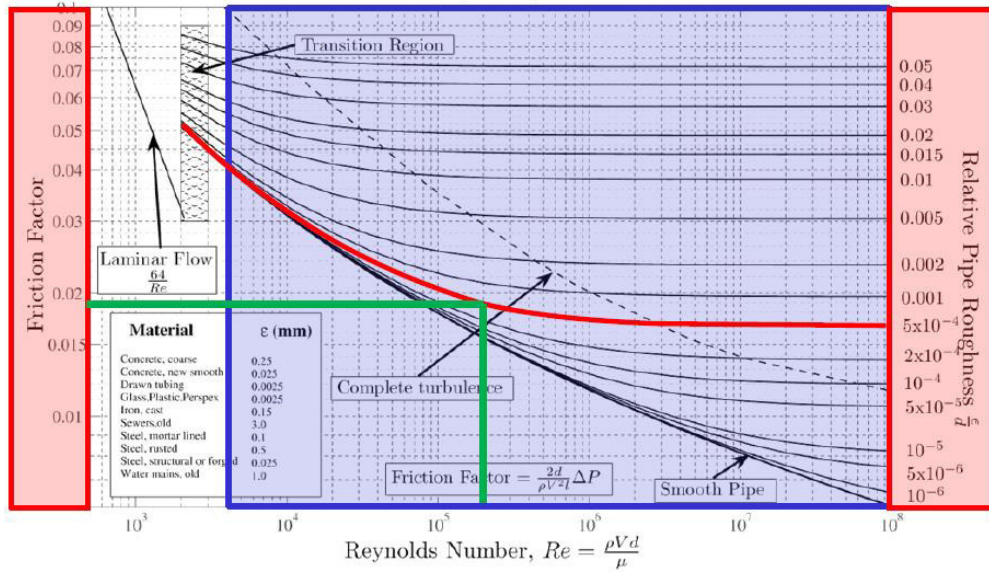


Pour une ligne donnée et pour un Reynolds donné, on trouve le point correspondant sur le graphique et on obtient sur l'axe de gauche.

Exemple :  $Re=200000$

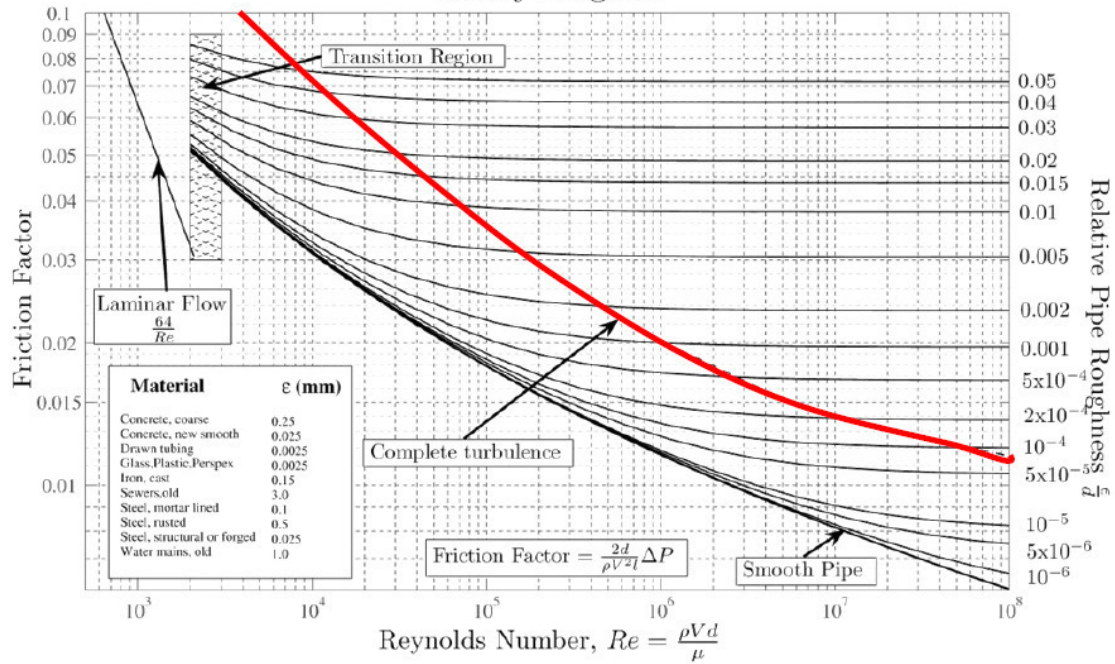
Exemple :  $Re=200000$

Moody Diagram

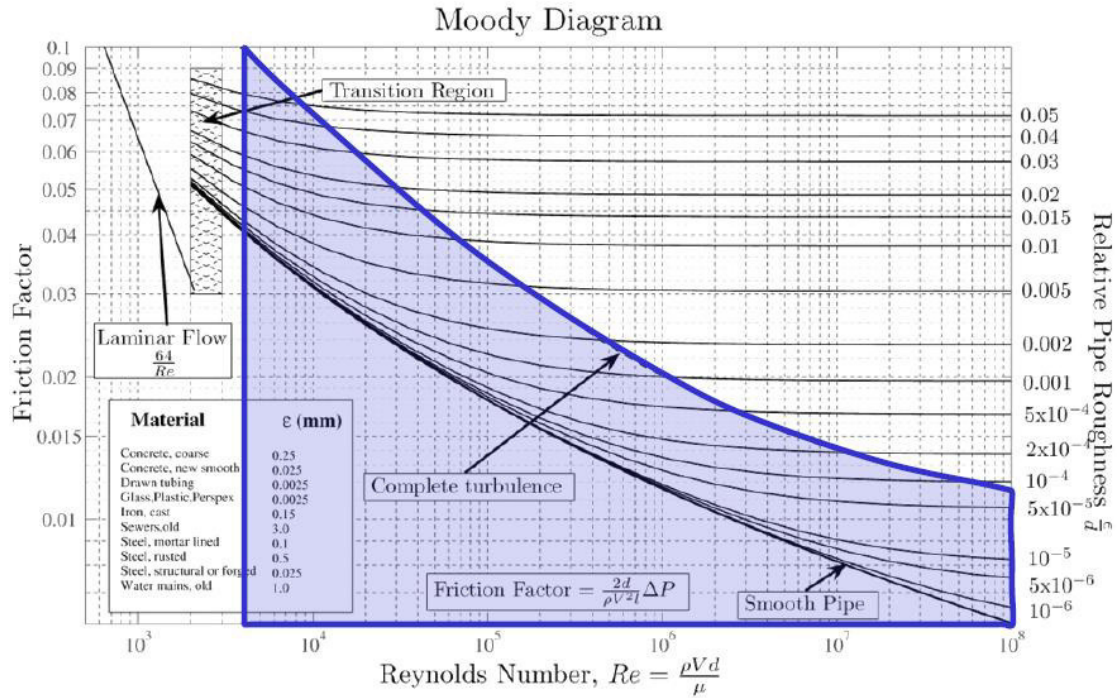


La courbe centrale en pointillé délimite deux domaines turbulents légèrement différents

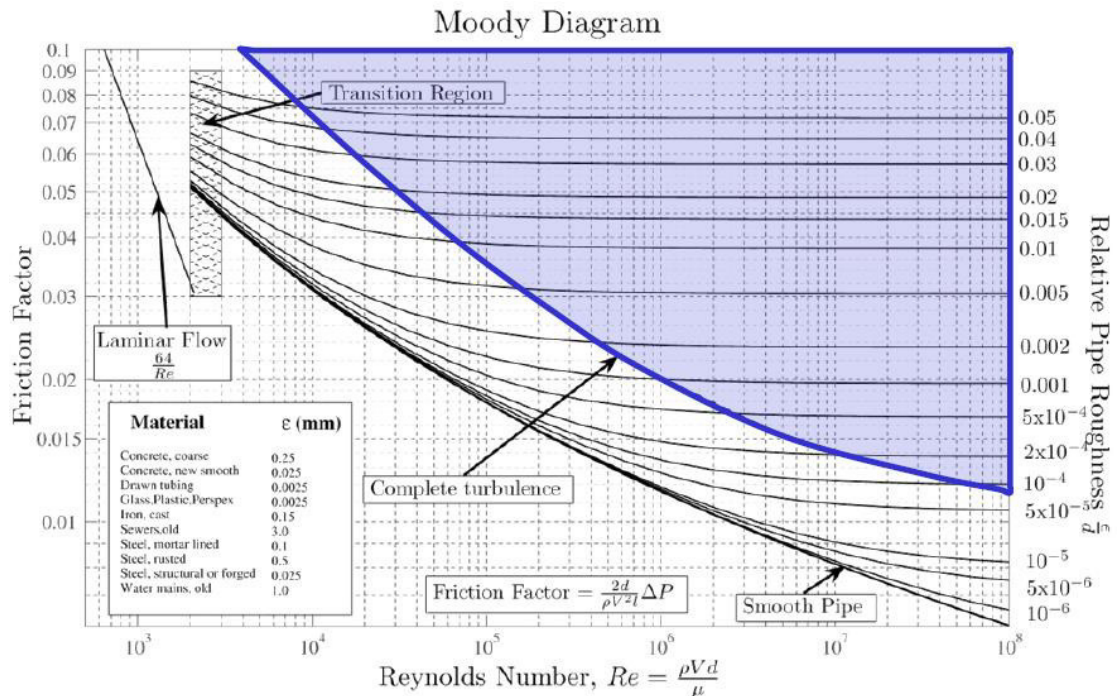
Moody Diagram



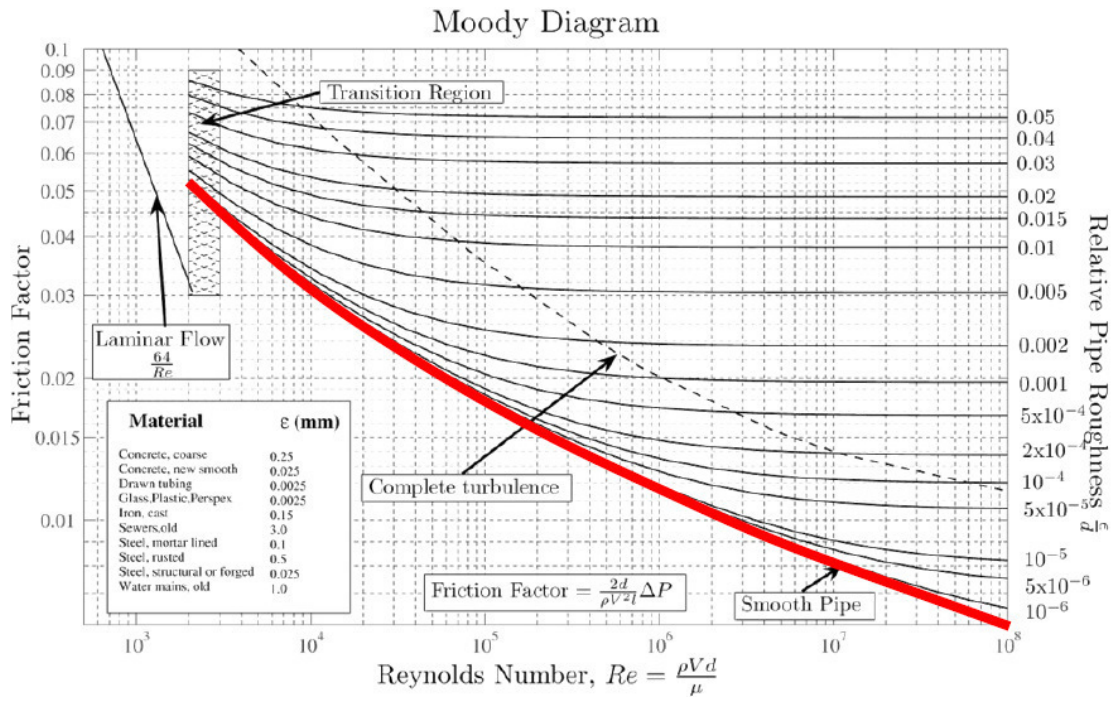
Dans la partie inférieure, le coefficient de perte de charge dépend à la fois du Reynolds et de la rugosité relative.



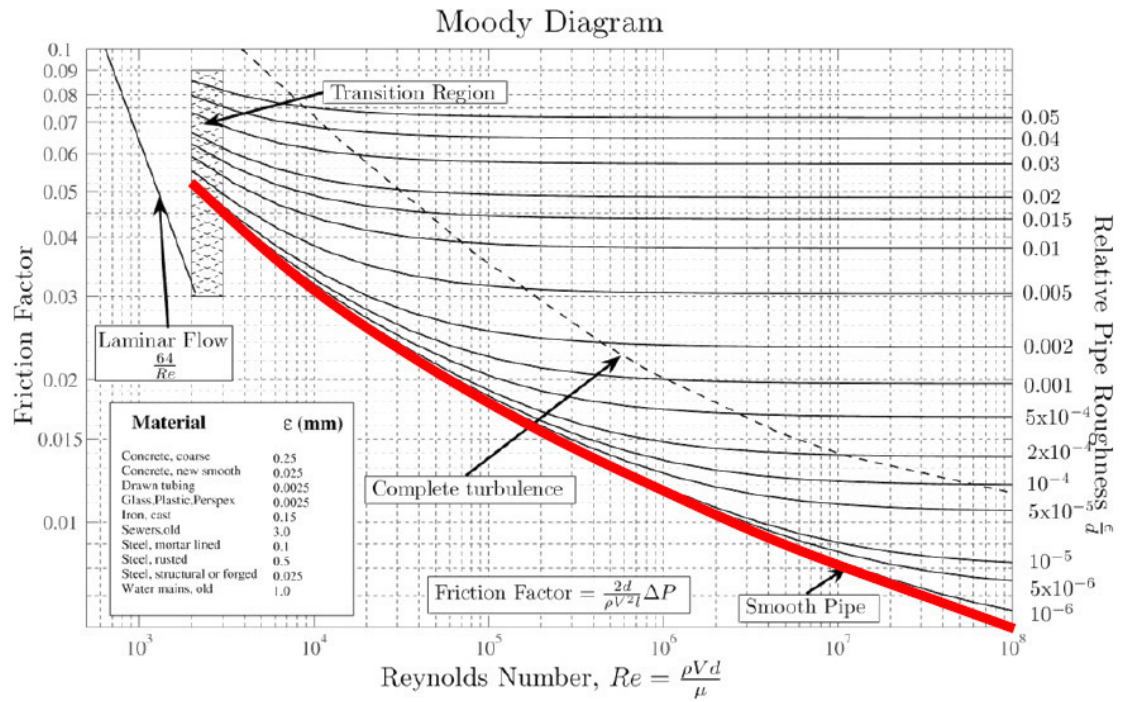
Dans la partie supérieure, le coefficient de perte de charge devient indépendant du Reynolds et dépend donc seulement de la rugosité relative (domaine de l'horizontale).



Enfin, lorsqu'on est placé sur la courbe inférieure du domaine turbulent, on dit qu'on est en régime turbulent lisse. La turbulence est due à la vitesse d'écoulement seule, pas à la rugosité.



Dans le cas contraire, on est en régime turbulent rugueux.





III .2.11. Formules explicit équation facteur de frottement :

Flow Turbulence Combust (2013) 90:1–27  
 DOI 10.1007/s10494-012-9419-7  
**Explicit Friction Factor Accuracy and Computational Efficiency for Turbulent Flow in Pipes**  
 Herbert Keith Winning · Tim Coole

TableauIII.3 : Une liste exhaustive de formules en ordre Chronologique est fournie dans l'article:

| Year | Author and reference  | Explicit friction factor equation   | Applicable range  | Notes                                      | Eq.  |
|------|-----------------------|---|---|--|------|
| 1947 | Moody [8]             | $f_f = 1.375 \times 10^{-3} \left[ 1 + \left( 2 \times 10^4 \frac{\epsilon}{D} + \frac{10^6}{Re} \right)^{\frac{1}{2}} \right]$   | $Re \geq 4 \times 10^3$ and $\leq 10^8$<br>$\frac{\epsilon}{D} \geq 0 \leq 10^{-2}$                         | 1a, 1b, 1c, 1f & 1e<br>1a, 1b, 1c, 1e & 1f | (5)  |
| 1952 | Altshul cited in [33] | $f_d = 0.11 \left( \frac{68}{Re} + \frac{\epsilon}{D} \right)^{0.25}$   |   | 4  | (6)  |
| 1966 | Wood [17]             | $f_d = 0.094 \left( \frac{\epsilon}{D} \right)^{0.225} + 0.53 \left( \frac{\epsilon}{D} \right) + 88 \left( \frac{\epsilon}{D} \right)^{0.4} Re^{-A_1}$<br><br>where $A_1 = 1.62 \left( \frac{\epsilon}{D} \right)^{0.134}$   | $Re \geq 4 \times 10^3$ and $\leq 5 \times 10^7$<br>$\frac{\epsilon}{D} \geq 10^{-5} \leq 4 \times 10^{-2}$ | 1a, 1c, 1f & 2                             | (7)  |
| 1973 | Churchill [43]        | $\frac{1}{\sqrt{f_d}} = -2 \log \left[ \frac{\epsilon}{3.7D} + \left( \frac{7}{Re} \right)^{0.9} \right]$   |   | 1c, 1e, 1f & 4                             | (8)  |
| 1973 | Eck [27]              | $\frac{1}{\sqrt{f_d}} = -2 \log \left( \frac{\epsilon}{3.715D} + \frac{15}{Re} \right)$   |   | 4  | (9)  |
| 1976 | Jain [40]             | $\frac{1}{\sqrt{f_f}} = 2.28 - 4 \log \left[ \frac{\epsilon}{D} + \left( \frac{29.843}{Re} \right)^{0.9} \right]$   | $Re \geq 5 \times 10^3$ and $\leq 10^7$<br>$\frac{\epsilon}{D} \geq 4 \times 10^{-5} \leq 5 \times 10^{-2}$ | 1a, 1b, 1c, 1e & 1f                        | (10) |
| 1976 | Swamee and Jain [42]  | $\frac{1}{\sqrt{f_f}} = -4 \log \left[ \left( \frac{6.97}{Re} \right)^{0.9} + \left( \frac{\epsilon}{3.7D} \right) \right]$   | $Re \geq 5 \times 10^3$ and $\leq 10^8$<br>$\frac{\epsilon}{D} \geq 10^{-6} \leq 5 \times 10^{-2}$          | 1a, 1c, 1e & 1f                            | (11) |
| 1977 | Churchill [41]        | $f_f = 2 \left[ \left( \frac{8}{Re} \right)^{12} + \frac{1}{(A_2 + A_3)^2} \right]^{\frac{1}{12}}$<br><br>where $A_2 = \left[ 2.457 \ln \left[ \left( \frac{7}{Re} \right)^{0.9} + 0.27 \frac{\epsilon}{D} \right] \right]^{16}$ $A_3 = \left( \frac{37530}{Re} \right)^{16}$ |   | 1a, 1e & 4                                 | (12) |
| 1979 | Chen [19]             | $\frac{1}{\sqrt{f_f}} = -4 \log \left[ \frac{\epsilon}{3.7065D} - \frac{5.0452}{Re} \log A_4 \right]$<br><br>where $A_4 = \frac{(\epsilon/D)^{1.1098}}{2.8257} + \left( \frac{7.149}{Re} \right)^{0.8981}$  | $Re \geq 4 \times 10^3$ and $\leq 4 \times 10^8$<br>$\frac{\epsilon}{D} \geq 10^{-7} \leq 5 \times 10^{-2}$ | 1a, 1b, 1d, 1e & 1f                        | (13) |

|      |                                   |   |  |                     |      |
|------|-----------------------------------|---|--|---------------------|------|
| 1980 | Round [32]                        | $\frac{1}{\sqrt{f_f}} = -3.6 \log \left[ \frac{\text{Re}}{0.135 \text{Re} \left( \frac{\epsilon}{D} \right) + 6.5} \right]$   | $\text{Re} \geq 4 \times 10^3$ and $\leq 10^8$<br>$\frac{\epsilon}{D} \geq 0 \leq 5 \times 10^{-2}$                | 1a, 1c & 1f         | (14) |
| 1980 | Shacham [38]                      | $\frac{1}{\sqrt{f_f}} = -4 \log \left[ \frac{\epsilon}{3.7D} - \frac{5.02}{\text{Re}} \log \left( \frac{\epsilon}{3.7D} + \frac{14.5}{\text{Re}} \right) \right]$   | $\text{Re} \geq 4 \times 10^3$ and $\leq 4 \times 10^8$  | 1b                  | (15) |
| 1981 | Barr [37]                         | $\frac{1}{\sqrt{f_d}} = -2 \log \left\{ \frac{\epsilon}{3.7D} + \frac{4.518 \log \left( \frac{\text{Re}}{D} \right)}{\text{Re} \left[ 1 + \left( \frac{\text{Re}^{0.52}}{29} \right) \left( \frac{\epsilon}{D} \right)^{0.7} \right]} \right\}$   |  | 1d, 1e & 4          | (16) |
| 1982 | Zigrang and Sylvester Eq. 11 [36] | $\frac{1}{\sqrt{f_f}} = -4 \log \left[ \frac{\epsilon}{3.7D} - \frac{5.02}{\text{Re}} \log A_5 \right]$<br>where $A_5 = \frac{\epsilon}{3.7D} + \frac{13}{\text{Re}}$   | $\text{Re} \geq 4 \times 10^3$ and $\leq 10^8$<br>$\frac{\epsilon}{D} \geq 4 \times 10^{-5} \leq 5 \times 10^{-2}$ | 1a, 1b & 1d         | (17) |
| 1982 | Zigrang and Sylvester Eq. 12 [36] | $\frac{1}{\sqrt{f_f}} = -4 \log \left[ \frac{\epsilon}{3.7D} - \frac{5.02}{\text{Re}} \log A_6 \right]$<br>where $A_5 = \frac{\epsilon}{3.7D} + \frac{13}{\text{Re}}$ $A_6 = \frac{\epsilon}{3.7D} - \frac{5.02}{\text{Re}} \log A_5$   | $\text{Re} \geq 4 \times 10^3$ and $\leq 10^8$<br>$\frac{\epsilon}{D} \geq 4 \times 10^{-5} \leq 5 \times 10^{-2}$ | 1a, 1d, 1e, 1f & 3  | (18) |
| 1983 | Haaland [39]                      | $\frac{1}{\sqrt{f_f}} = -3.6 \log \left[ \frac{6.9}{\text{Re}} + \left( \frac{\epsilon}{3.7D} \right)^{1.11} \right]$   | $\text{Re} \geq 4 \times 10^3$ and $\leq 10^8$<br>$\frac{\epsilon}{D} \geq 10^{-6} \leq 5 \times 10^{-2}$          | 1a, 1b, 1c, 1e & 1f | (19) |
| 1984 | Serghides Eq. 2 [18]              | $f_d = \left[ A_7 - \frac{(A_8 - A_7)^2}{A_9 - 2A_8 + A_7} \right]^{-2}$<br>where $A_7 = -2 \log \left( \frac{\epsilon}{3.7D} + \frac{12}{\text{Re}} \right)$<br>$A_8 = -2 \log \left( \frac{\epsilon}{3.7D} + \frac{2.51A_7}{\text{Re}} \right)$<br>$A_9 = -2 \log \left( \frac{\epsilon}{3.7D} + \frac{2.51A_8}{\text{Re}} \right)$ |  | 1a, 1b, 1d, 2 & 4   | (20) |
| 1984 | Serghides Eq. 3 [18]              | $f_d = \left[ 4.781 - \frac{(A_7 - 4.781)^2}{A_8 - 2A_7 + 4.781} \right]^{-2}$<br>where $A_7 = -2 \log \left( \frac{\epsilon}{3.7D} + \frac{12}{\text{Re}} \right)$<br>$A_8 = -2 \log \left( \frac{\epsilon}{3.7D} + \frac{2.51A_7}{\text{Re}} \right)$   |  | 1a, 1d, 2 & 4       | (21) |
| 1989 | Tsal [34]                         | $A = 0.11 \left( \frac{68}{\text{Re}} + \frac{\epsilon}{D} \right)^{0.25}$<br>If $A \geq 0.018$ then $f_d = A$<br>If $A < 0.018$ then $f_d = 0.0028 + 0.85A$  | $\text{Re} \geq 4 \times 10^3$ and $\leq 10^8$<br>$\frac{\epsilon}{D} \geq 0 \leq 5 \times 10^{-2}$                |                     | (22) |
| 1997 | Manadilli [24]                    | $\frac{1}{\sqrt{f_d}} = -2 \log \left[ \left( \frac{\epsilon}{3.7D} \right) + \left( \frac{95}{\text{Re}^{0.983}} \right) - \left( \frac{96.82}{\text{Re}} \right) \right]$   | $\text{Re} \geq 5.235 \times 10^3$ and $\leq 10^8$<br>$\frac{\epsilon}{D} \geq 0 \leq 5 \times 10^{-2}$            | 1c, 1e & 1f         | (23) |

|      |                          |  |  |             |      |
|------|--------------------------|--|--|-------------|------|
| 2002 | Romeo et al. [25]        | $\frac{1}{\sqrt{f_d}} = -2 \log \left\{ \frac{\frac{\epsilon}{3.7065D} \times \frac{5.0272}{Re}}{\times \log \left[ \frac{\frac{\epsilon}{3.827D} - \frac{4.567}{Re}}{\times \log \left( \left( \frac{\epsilon}{7.7918D} \right)^{0.9924} + \left( \frac{5.3326}{208.815 + Re} \right)^{0.9345} \right) \right]} \right\}$ | $Re \geq 3 \times 10^3 \text{ and } \leq 1.5 \times 10^8$<br>$\frac{\epsilon}{D} \geq 0 \leq 5 \times 10^{-2}$ | 1d, 1e & 1f | (24) |
| 2006 | Sonnad and Goudar [14]   | $\frac{1}{\sqrt{f_d}} = 0.8686 \ln \left( \frac{0.4587Re}{S(S+1)} \right)$ <p>where <math>S = 0.1240 \times \frac{\epsilon}{D} \times Re + \ln(0.4587Re)</math></p>  | $Re \geq 4 \times 10^3 \text{ and } \leq 10^8$<br>$\frac{\epsilon}{D} \geq 10^{-6} \leq 5 \times 10^{-2}$      | 1c & 1e     | (25) |
| 2007 | Rao and Kumar [28]       | $\frac{1}{\sqrt{f_d}} = 2 \log \left( \frac{\left( \frac{2\epsilon}{D} \right)^{-1}}{\left( \frac{0.444 + 0.135Re}{Re} \right) \beta} \right)$ <p>where <math>\beta = 1 - 0.55e^{-0.33 \left[ \ln \left( \frac{Re}{6.5} \right) \right]^2}</math></p>  |  | 4           | (26) |
| 2008 | Buzzelli [29]            | $\frac{1}{\sqrt{f_d}} = B_1 - \left[ \frac{B_1 + 2 \log \left( \frac{B_2}{Re} \right)}{1 + \frac{2.18}{B_2}} \right]$ <p>where <math>B_1 = \frac{[0.774 \ln(Re)] - 1.41}{(1 + 1.32 \sqrt{\frac{\epsilon}{D}})}</math></p> <p><math>B_2 = \frac{\epsilon}{3.7D} \times Re + 2.51 \times B_1</math></p>                      |  | 4           | (27) |
| 2009 | Avci and Karagoz [30]    | $f_d = \frac{6.4}{\left\{ \ln(Re) - \ln \left[ 1 + 0.01Re \times \frac{\epsilon}{D} \times \left( 1 + 10 \times \sqrt{\frac{\epsilon}{D}} \right) \right] \right\}^{2.4}}$   |  | 4           | (28) |
| 2010 | Papaevangelo et al. [31] | $f_d = \frac{0.2479 - 0.0000947 \times (7 - \log Re)^4}{\left[ \log \left( \frac{\epsilon}{3.615D} + \frac{7.366}{Re^{0.9142}} \right) \right]^2}$   | $Re \geq 10^4 \text{ and } \leq 10^7$<br>$\frac{\epsilon}{D} \geq 10^{-5} \leq 10^{-3}$                        |             | (29) |
| 2011 | Brkić [26]               | $f_d = \left[ -2 \log \left( 10^{-0.4343\beta} + \frac{\epsilon}{3.71D} \right) \right]^{-2}$ <p>where <math>\beta = \ln \frac{Re}{1.816 \ln \left( \frac{1.1Re}{\ln(1+1.1Re)} \right)}</math></p>   |  | 4           | (30) |
| 2011 | Brkić [26]               | $f_d = \left[ -2 \log \left( \frac{2.18\beta}{Re} + \frac{\epsilon}{3.71D} \right) \right]^{-2}$ <p>where <math>\beta = \ln \frac{Re}{1.816 \ln \left( \frac{1.1Re}{\ln(1+1.1Re)} \right)}</math></p>  |  | 4           | (31) |
| 2011 | Fang et al. [35]         | $f_d = 1.613 \left\{ \ln \left[ 0.234 \left( \frac{\epsilon}{D} \right)^{1.1007} - \frac{60.525}{Re^{1.1108}} + \frac{56.291}{Re^{1.0712}} \right] \right\}^{-2}$  | $Re \geq 3 \times 10^3 \text{ and } \leq 10^8$<br>$\frac{\epsilon}{D} \geq 0 \leq 5 \times 10^{-2}$            |             | (32) |

### III .3. Les effets de la rugosité des parois sur l'écoulement non visqueux :

#### III .3.1.Écoulement d'un fluide parfait (non visqueux) :

Dans le cas de l'écoulement d'un fluide parfait dans une conduite horizontale et de section constante, munie de tubes manométriques , la pression reste constante tout au long de la conduite.

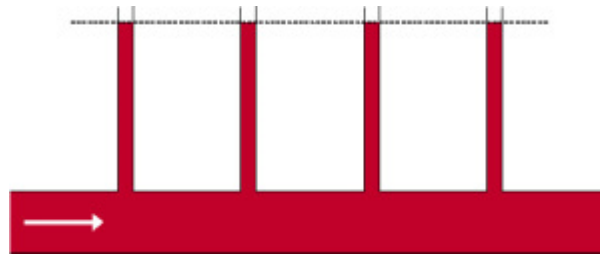


Figure III.10.écoulement d'un fluide parfait dans une conduite

#### III .3.2. Le théorème Bernoulli aux liquides parfait

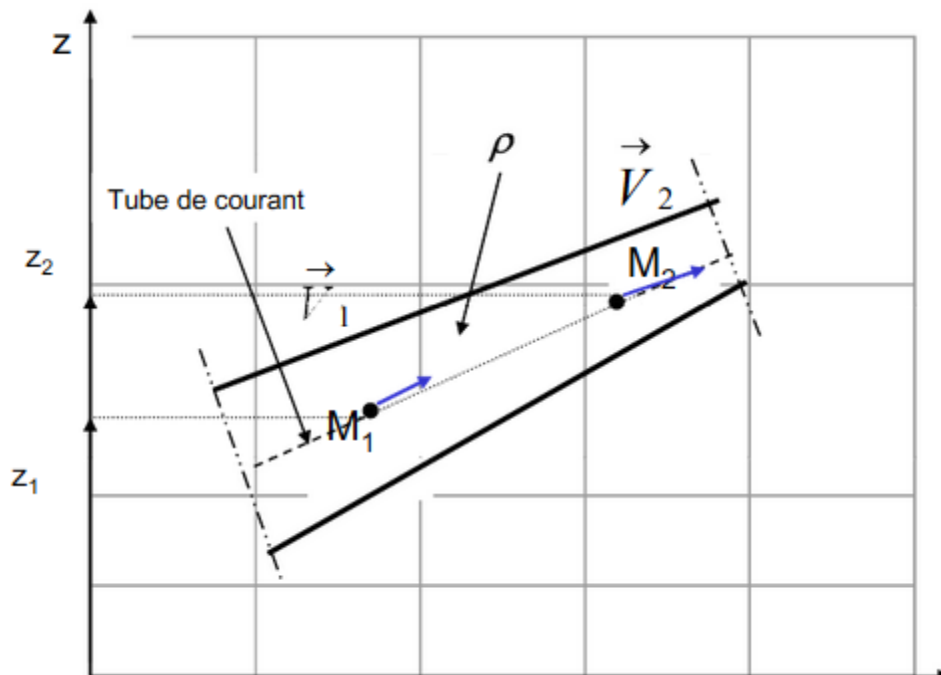


Figure III.11 : Le théorème Bernoulli aux liquides parfait

Sur une même ligne de courant :

$$\frac{V^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + z = \text{Constante}$$

énergie  
potentielle  
 énergie de  
pression  
 énergie  
cinétique

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + Z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + Z_2 \tag{III.18}$$

### III .3.3. Perte de charge :

#### III 3.3.1. Formule de hazan williams (1905-1920) :

Les physiciens américains Hazan et williams on établi une formule de pertes de charge a pour expression :

$$J = \frac{10.675 \cdot Q^{1.852}}{C_{HW}^{1.852} D^{4.87}} \tag{III.19}$$

J : Pertes de charge unitaire en mètre par mètre CE

Q : débit en m<sup>3</sup> par seconde

D : Diamètre en mètre du tronçon

$c_{hw}$  : Coefficient de Hazan-Williams dépendant de la rugosité

Quelques valeurs sont données dans le tableau suivant :

Tableau III.4 : Coefficient de Hazan-Williams dépendant de Rugosité des quelque conduites

| Type de conduite                       | C         |
|--|-----------|
| Ciment amianté                         | 140       |
| Fonte                                  |           |
| Neuve                                  | 130       |
| 10 ans                                 | 107 - 113 |
| 20 ans                                 | 89 - 100  |
| 30 ans                                 | 75 - 90   |
| Béton                                  |           |
| Coulé en place – coffrages métalliques | 140       |
| Coulé en place – coffrages bois        | 120       |
| Coulé centrifugé                       | 135       |
| Acier                                  |           |
| Revêtu goudron asphalte                | 150       |
| Neuf non revêtu                        | 150       |
| Rivetée                                | 110       |
| Bois (neuf)                            | 120       |
| Matière plastique                      | 135 - 140 |

### III 3.3.2. Formule Manning Strickler :

$$c = \frac{1}{n} R_h^{1/6} \quad (\text{III.20})$$

$$c = K_s R_h^{1/6} \quad (\text{III.21})$$

$K_s$  : est le coefficient de Strickler

$R_h$ : Est le rayon hydraulique (m)

Le coefficient de Strickler  $K_s = 1 / n$  est l'inverse du coefficient de Manning  $n$  qui est beaucoup utilisé aux Etats-Unis. Il varie de 20 (pierre brute et surface rugueuse) à 80 (béton lisse et fonte).

L'utilisation de cette formule donne des résultats avec une incertitude plus ou moins importante. Donc, Il est difficile de déterminer précisément la rugosité moyenne, il est utilisé pour une rivière naturelle. De plus, l'aire de la section varie probablement le long du cours d'eau.

L'équation de Manning-Strickler est aussi couramment utilisée dans le cadre de modélisation numérique pour déterminer le profil de la surface libre d'un écoulement

Tableau III.5 : des coefficients de rugosité  $\epsilon$  de Manning

| Type de conduite                                 | $n$   |
|--|-------|
| Acier soudé                                      | 0,012 |
| Polyéthylène (PE)                                | 0,009 |
| PVC  | 0,009 |
| Ciment amianté                                   | 0,011 |
| Fonte ductile                                    | 0,015 |
| Fonte  | 0,014 |
| Bois   | 0,012 |
| Béton (coffrages métalliques avec joints lisses) | 0,014 |

### III Formule 3.3.3. Calmon et Lechapt :

La formule de *Lechapt* et *Calmon* est basée sur des ajustements de la formule de *Cyril Frank Colebrook* :

$$J = L \frac{Q^M}{D^N} \quad (\text{III.22})$$

Avec :

- ▶  $J$  : la perte de charge en mm/m ou m/km ;
- ▶  $L$  : la longueur du tube en m ;
- ▶  $Q$  : le débit en m<sup>3</sup>/s ;
- ▶  $D$  : le diamètre de la conduite en m ;
- ▶  $L, M$  et  $N$  des coefficients dépendants de la rugosité  $\epsilon$ .

L'erreur commise par rapport à la formule de Colebrook est inférieure à 3 % pour des vitesses comprises entre 0,4 et 2 m/s.

Tableau III.6: des coefficients la formule calmon-lechapt dépendants

De rugosité  $\epsilon$

| Matériau  | $\epsilon$ (mm) | L     | M     | N    |
|---|-----------------|-------|-------|------|
| Fonte ou acier non revêtus - Béton grossier (eau corrosive)     | 2               | 1.863 | 2     | 5.33 |
| Fonte ou acier non revêtus - Béton grossier (eau peu corrosive) | 1               | 1.601 | 1.975 | 5.25 |
| Fonte ou acier revêtement ciment                                | 0.5             | 1.40  | 1.96  | 5.19 |
| Fonte ou acier revêtement bitume - béton centrifugé             | 0.25            | 1.16  | 1.93  | 5.11 |
| Acier laminé - béton lisse                                      | 0.1             | 1.10  | 1.89  | 5.01 |
| Fonte ou acier revêtement centrifugé                            | 0.05            | 1.049 | 1.86  | 4.93 |
| PVC - polyéthylène  | 0.025           | 1.01  | 1.84  | 4.88 |
| Tuyau hydrauliquement lisse - $0.05 \leq D \leq 0.2$            | 0.00            | 0.916 | 1.78  | 4.78 |
| Tuyau hydrauliquement lisse - $0.25 \leq D \leq 1$              | 0.00            | 0.971 | 1.81  | 4.81 |



III.4-exemples :

On a un écoulement stationnaire d'un fluide ( $v = 1.13 \times 10^{-5} \text{ pi}^2/\text{s}$ ) incompressible dans une conduite horizontale de ( $L= 1000 \text{ pi}$ ) et d'un diamètre ( $D = 0.3 \text{ pi}$ ). La rugosité de la paroi est de ( $\epsilon = 0.000166 \text{ pi}$ ). Le débit circulant est de ( $Q = 0.02 \text{ pi}^3/\text{s} \cdot g = 32.2 \text{ pi}/\text{s}^2$ )

On doit déterminer la perte de charge  $h_f$

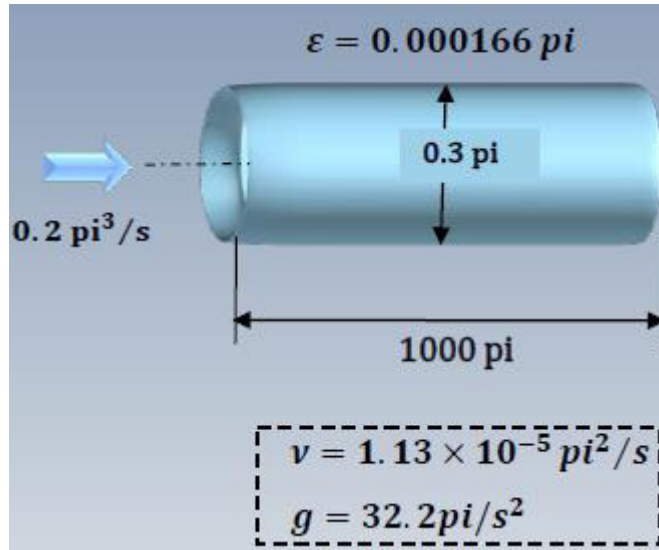


Figure III.12 : écoulement stationnaire d'un fluide dans une conduite  
Horizontale

Calculer  $h_f$  :

Connaissant  $D=0.3\text{pi}$ ,  $Q=0.2\text{pi}^3/\text{s}$ ,  $L=1000 \text{ pi}$ ,  $g=32.2 \text{ pi}/\text{s}^2$ ,  $\epsilon=0.000166 \text{ pi}$   
 $v=1.13 \times 10^{-5} \text{ pi}^2/\text{s}$

$$Re = \frac{4Q}{\pi D v} = 7.5 \times 10^4$$

$$\frac{\epsilon}{D} = 0.0006$$

Applique la formule de Haaland :

$$f = \frac{0.3086}{\left[ \log \left( \left( \frac{\epsilon}{3.7D} \right)^{1.11} + \frac{6.9}{Re} \right) \right]^2}$$

$$f = 0.0211$$

$$h_f = f \frac{8}{\pi^2 g} \frac{LQ^2}{D^5} = 8.72 \text{ pi}$$

## Diagramme Moody :

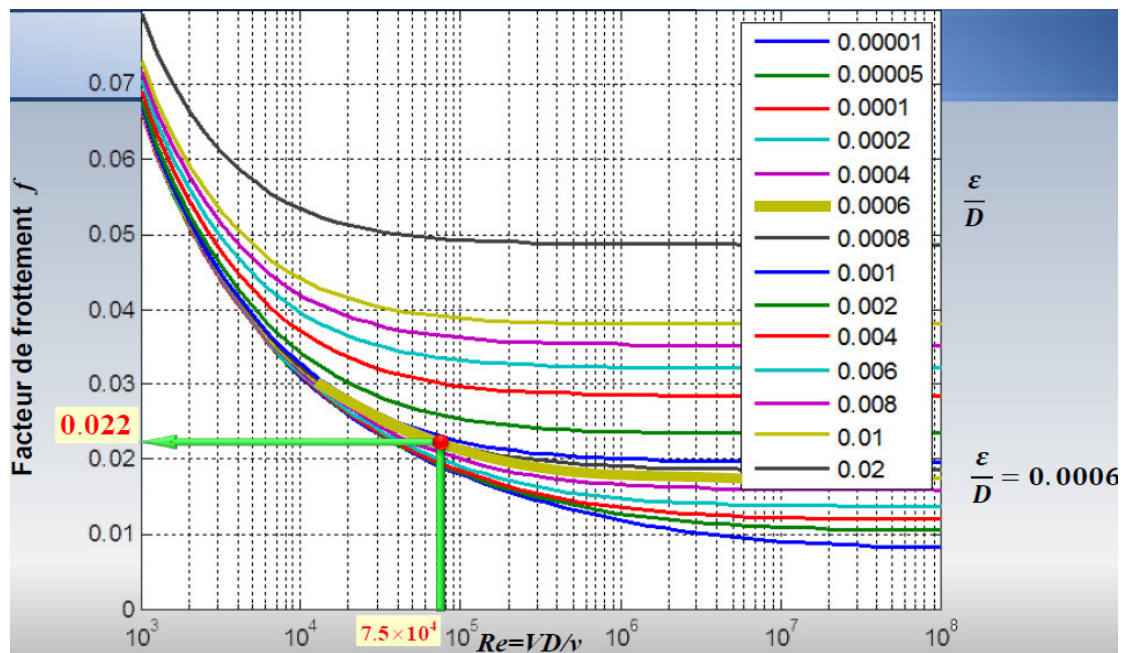


Figure III.13 : Perte de charge de frottement dans le diagramme Moody

## III.5. Conclusion :

La viscosité est due à des frottements qui s'opposent au glissement des couches fluides les unes sur les autres. Ces frottements provoquent la perte des charges.

Cette viscosité des fluides ne se produit que lorsque ces fluides sont en mouvement. Dans ce cas, quand la viscosité augmente, la rugosité augmente.

Donc, Ces pertes dépendent, effectivement, de la forme, des dimensions et de la rugosité de la canalisation, de la vitesse d'écoulement et de la viscosité du liquide.

### Conclusion générale

Dans notre travail on s'est focalisé sur le calcul de l'effet de la rugosité des parois sur l'écoulement dans les conduites de forme circulaire qui sont les plus utilisés est les plus fréquemment rencontré dans la pratique que ceux non circulaire.

L'écoulement dans une conduite de forme circulaire ou non circulaire en charge est gouverné par trois principales relations qui sont cités auparavant. Ces trois relations forment le système d'équations de base destiné au calcul de l'écoulement turbulent dans les conduites pour notre cas.

La première relation exprime le gradient de la perte de charge linéaire appelé aussi pente de frottement. Celui-ci dépend du coefficient de frottement, du débit volume écoulé et des caractéristiques géométriques de l'ouvrage.

La seconde relation exprime le coefficient de frottement en fonction du nombre de *Reynolds* caractérisant l'écoulement et de la rugosité relative de la conduite considérée. Elle a été proposée pour être appliquée au cas des conduites de commerce où la répartition locale des éléments de rugosité est accidentelle, par opposition à une répartition artificielle.

La troisième relation, ou nombre de *Reynolds*, traduit les effets des forces d'inertie et de viscosité. Lorsque les forces d'inertie sont prépondérantes, l'écoulement est caractérisé par une vitesse élevée et son régime est globalement turbulent. Le coefficient de frottement prend alors une valeur quasi constante et ne dépend que de celle de la rugosité relative. Par contre, lorsque les forces de viscosité sont prépondérantes, l'écoulement est caractérisé par une vitesse moins élevée et son régime appartient souvent au domaine de transition. Le coefficient de frottement dépend alors à la fois de la rugosité relative et du nombre de *Reynolds*. Pour les conduites à parois lisses ou pratiquement lisses, le coefficient de frottement ne dépend que de la valeur de la rugosité relative caractérisant l'état des parois internes de l'ouvrage.

L'écoulement turbulent est celui que l'on rencontre souvent en pratique et correspond à des valeurs du nombre de *Reynolds* supérieures ou égales à 2300 et à des valeurs de rugosité relative comprises en 0 et 0,05. Trois régimes de l'écoulement turbulent peuvent donc être observés. Il s'agit des domaines lisses, de transition et de pleine turbulence appelé aussi domaine du régime d'écoulement turbulent rugueux

## Conclusion générale

---

correspondant souvent aux fortes valeurs de la rugosité relative. Ces trois régimes d'écoulement sont traduits graphiquement sur le diagramme universellement connu de *Moody*. L'écoulement turbulent en conduites de forme circulaire ou non circulaire est donc régi par cinq paramètres qui sont le débit volume, le gradient de la perte de charge, la dimension ou l'une des dimensions de l'ouvrage, la rugosité absolue caractérisant l'état de la paroi interne de la conduite considérée et de la viscosité cinématique du liquide en écoulement.

Dans la pratique de l'ingénieur, trois seulement des cinq paramètres présentent un réel intérêt. Il s'agit du débit volume et dont la valeur nous renseigne sur la capacité d'évacuation de l'ouvrage étudié, du gradient de la perte de charge linéaire qui permet d'ajuster la pente de la conduite pour acheminer le débit volume et enfin la dimension linéaire de la conduite, telle que le diamètre d'une conduite circulaire en charge, indispensable au dimensionnement.

Trois principales catégories de problèmes peuvent donc être retenues pour l'ensemble des applications pratiques :

- La première catégorie consiste à déterminer le débit volume évacué par l'ouvrage.
- La seconde catégorie s'intéresse à la détermination du gradient de la perte de charge linéaire.
- La troisième catégorie répond à un besoin de dimensionnement et a ainsi pour objet d'évaluer la dimension ou les dimensions de l'ouvrage étudié.

Pour répondre à chacune des catégories de problèmes, il est nécessaire que les quatre autres paramètres qui régissent l'écoulement soient connus. On peut encore faire d'autre étude sur l'effet de la rugosité des parois sur l'écoulement dans le cas des conduites non circulaires ovoïdale par exemple en se focalisent plus sur le matériau de construction et les caractéristiques géométriques de la conduite.

### Références bibliographiques :

**ACHOUR, B., BEDJAOU, A.** (2006.a). Calcul du coefficient de frottement en Conduite circulaire sous pression, Note Technique, Larhyss/Journal, N°5, 197-200.

**Ahour B.**(2007).Larhyss / Edition Capitale-biskra Calcul des conduites et canaux par la MMR Tome 1 / Conduites et canaux en charge - 1ère Edition / Décembre 2007

**Cauvin, A., Guerre, H.** (1978) Eléments d'hydraulique ; Ed. Eyrolles, paris.

**COLEBROOK, C.F.** (1939). J. Inst. Civil Eng., Vol.11, 133-156.

**Daniel Huilier** (2009) Ecoulements en conduites – Généralités - Année

**J.M.cimbala. Y.A çengel, McGraw-Hill** (2010)Fluide mechanics.fundamentals applications,2<sup>e</sup> ed by and copuright @ by the companies,Inc rights reserved

**Guilhem MOLLON**(2012) Polytech Grenoble Edition Département Géotechnique 1,

**Hager, w .h,** (1987). Computation of turbulent conduit flow, 3R-international, vol.26, 116-121

**Hebert Keith winning** (2013) Flow turbulence combust. Explicit friction factor accoracy and computationnal effieience for turbulent flow in pipe.

**Jimmy Roussel**(2011) Dynamique des fluides visqueux. Cours de mécanique des fluides, Rennes, France

**L. Zella , D. Smadhi** (2005),L'Intérêt du calcul des pertes de charge en micro irrigation,Larhyss Journal, ISSN 1112-3680,n<sup>0</sup>04,juin 2005,pp.51-68. Laboratoire de Recherche en hydraulique souterraine et de surface. Université Biskra

**Mec flux**(2013) Aide aux calculs de mécanique des fluides Mecaflux,perte de charge France

**Ronald v. Giles, Jack B Evett, cheng liu,** Mécanique des fluides et hydraulique2<sup>e</sup>édition

**WEISBACH, J.** (1845). Lehrbuch der Ingénieur und Maschinenmechanik, Brunswick, Germany.

**Résumé :** L'écoulement dans une conduite de forme circulaire ou non circulaire en charge est gouverné par trois principales relations ; débit volume, gradient de perte de charge et diamètre hydraulique destiné au calcul de l'écoulement laminaire ou turbulent en conduites et canaux. Ces équations sont régies par le paramètre de la rugosité des parois qui agit sur l'écoulement dans les conduites fermés. Cette étude se focalise sur les effets de cette rugosité sous forme de perte de charge sur l'écoulement laminaire et turbulent dans le cas des conduites circulaire en charge.

ملخص: يخضع التدفق في أنبوب دائري أو غير دائري تحت الحمل لثلاث علاقات رئيسية ؛ تدفق حجم ، وتدفق فقدان الضغط وقطر هيدروليكي لحساب التدفق الصفحي أو المضطرب في الأنابيب والقنوات. تخضع هذه المعادلات لمعلمة خشونة الجدران التي تعمل على التدفق في القنوات المغلقة. تركز هذه الدراسة على آثار هذه الخشونة في شكل انخفاض الضغط على التدفق الصفحي والمضطرب في حالة الأنابيب الدائرية تحت الحمل.

**Les mots clés :** Laminaire, turbulent, rugosité, viscosité, conduite circulaire.