



Université Mohamed Khider de Biskra  
Faculté des Sciences et de la Technologie  
Département de Génie Civil et d'Hydraulique

# MÉMOIRE DE MASTER

Sciences et Technologies  
Génie civil  
Structure

Réf. : S69

---

Présenté et soutenu par :  
**DERGHAL ASSIA**

Le : samedi 23 juin 2018

## **Effet du type et de l'emplacement de système de contreventement sur le comportement des structures métallique à joint semi-rigides**

---

### **Jury :**

Dr.	HAMADI DJAMEL	MCA	Université de Biskra	Président
M.	BOUREZANE MESSAOUD	MAA	Université de Biskra	Examineur
Dr.	TATI ABDELOUAHAB	MCA	Université de Biskra	Rapporteur

# *Dédicaces*

*A mes chers parents*

*Pour tous les amis et la famille,  
pour leur patience, leur encouragement et  
leur soutien affectif sans lequel ce travail  
n'aurait pu être mené à bien*

*A tous ceux qui me sont chers*

## Remerciements

---

*Je remercie ALLAH le tout  
puissant qui m'a éclairé le bon chemin*

*Je remercie mes parents pour leur encouragement et leur  
confiance en moi*

*Je remercie mon encadreur Pr. Tati Abdel Ouahab  
de m'avoir encadré durant cette année de préparation du  
projet de fin d'étude et de m'avoir guidé et m'a mis sur la  
bonne voie de la Recherche*

*Je tiens à exprimer mes sincères remerciements aux membres  
du jury d'avoir accepté ce travail.*

*Enfin un amical remerciement à tous mes amis pour leur  
soutien.*

*Merci à tous du fond du cœur*

# RESUME

Le travail présenté dans ce mémoire est une analyse numérique de l'effet du type et de l'emplacement des systèmes de contreventement sur le comportement des structures métalliques à joint semi-rigides L'analyse a été menée en utilisant un élément fini portique à deux nœuds avec trois degrés de liberté, basée sur la théorie de Bernoulli, en tenant en compte de l'imperfection des joints.

A Travers une série d'exemples les résultats obtenus sont comparés avec la solution analytique et ceux disponible dans la littérature ont montré la performance de l'élément utilisé.

Une étude paramétrique a été entreprise pour mettre en évidence l'effet de certains paramètres, tel que le l'emplacement et le type de système de contreventement sur le comportement des structures métalliques a joint rigide et semi rigide.

**MOTS CLES :** Contreventement, structure à joint semi rigide, facteur de fixité, rigidité, assemblage, résistance, élément fini.

## الملخص

في هذه الدراسة قمنا بتحليل السلوك العام للهياكل المعدنية الخاضعة للقوة الأفقية التي تؤدي عادة الى فقدان الهيكل للاستقراره لذا نقوم بوضع انظمة دعامة مختلفة ونقوم بتحليل عددي لتأثير نوع وموقع هذه الأنظمة على سلوك الهياكل المعدنية شبه الصلبة، وقد أجري التحليل باستخدام رافده، على أساس نظرية برنولي، مع الأخذ بعين الاعتبار تأثير مرونة المفاصل الحسابات اجريت حسابات عديدة باستعمال برنامج مكتوب بلغة البرمجة.FORTRAN

الكلمات المفتاحية: دعامات، بنية شبه صلبة، عامل تثبيت، صلابة، مقاومة، عنصر محدودة التجميع

# Sommaire

**Introduction Générale.....**

## **CHAPITRE I : Les systèmes de Contreventement**

<b>I-1) Introduction.....</b>	<b>1</b>
<b>I.2 Définition de Contreventement.....</b>	<b>1</b>
<b>I.3 Domaine d'utilisation de contreventement .....</b>	<b>2</b>
<b>I.3.1) Contreventement de toiture .....</b>	<b>2</b>
<b>I.3.2) Contreventement de façades.....</b>	<b>3</b>
<b>I.4) Contreventement général des bâtiments .....</b>	<b>3</b>
<b>I.4.1) Contreventement assuré par portiques .....</b>	<b>4</b>
<b>I.4.2) Contreventement assuré par pans rigides .....</b>	<b>5</b>
<b>I.4.3) Contreventement triangulée .....</b>	<b>5</b>
<b>I.4.4) Contreventement avec voile en béton armé.....</b>	<b>6</b>
<b>I.4.5) Contreventement par remplissage en maçonnerie .....</b>	<b>7</b>
<b>I.5) Types de Contreventements dans les structures métallique .....</b>	<b>7</b>
<b>I.5.1) Ossatures à cadre ou en portique.....</b>	<b>7</b>
<b>I.5.2) Ossatures avec triangulation à barres centrées.....</b>	<b>8</b>
<b>I.5.3) Ossatures avec triangulation à barres excentrées .....</b>	<b>8</b>
<b>I.6) Structures contreventées et structures non contreventées .....</b>	<b>8</b>
<b>I.7) La géométrie du système de Contreventement.....</b>	<b>9</b>
<b>I.7.1. Contreventement en X (croix de saint André) .....</b>	<b>9</b>
<b>I.7.2. Contreventement k.....</b>	<b>9</b>
<b>I.7.3. Contreventement V .....</b>	<b>10</b>
<b>I.7.4. Contreventement trapèze .....</b>	<b>11</b>
<b>II.4. Revue des anciennes études sur le sujet .....</b>	<b>11</b>
<b>II.4.1. Revue sur les types de contreventements.....</b>	<b>11-16</b>

**CHAPITRE II**  
**STRUCTURE A JOINT SEMI RIGIDES**

<b>II) Introduction</b> .....	17
<b>II.1) Définition et rôle d'un assemblage</b> .....	17
<b>II.2) Comportement des assemblages métallique</b> .....	17
<b>II.3) Classification des assemblages métalliques</b> .....	18
II.3.1 Classification des assemblages selon la rigidité.....	19
a. Assemblage de type articulé .....	20
b. Assemblages rigides .....	20
c. Assemblage semi-rigides .....	21
Courbe moment- rotation .....	21
II.3.2. Classification des assemblages selon le critère de résistance .....	22
II.3.2.1. Assemblage de type articulé.....	22
II.3.2.2. Assemblage à résistance complète .....	22
II.3.2.3. Assemblage à résistance partielle .....	22
III.3.3. Classification des assemblages selon le critère de capacité de rotation .....	23
III.4. Flexibilité du joint .....	24
III.5. Facteur de fixité $\gamma$ .....	26

## CHAPITRE III

### Présentation de formulation d'élément finis en tenant compte de l'imperfection des joints

<b>III.1) Introduction .....</b>	<b>28</b>
III.2.) Historique.....	28
<b>III.3.) Formulation de l'élément fini utilisé.....</b>	<b>28</b>
III.3.2) Principe de la théorie de Bernoulli.....	29
III.3.3) Champ du déplacement.....	30
III.3.4) Approximation nodale des déplacements .....	30
III.3.5) Relation Déformations-déplacement .....	32
III.3.6) Principe de l'énergie Energie potentielle totale .....	32
III.3.7) Matrice de rigidité élémentaire dans le repère global « Transformation » .....	35
III.3.8) Joint imparfaitement rigide .....	36
<b>III.4) Présentation du programme.....</b>	<b>38</b>
III.4.1) Introduction.....	38
III.4.2) Présentation de l'organigramme du programme.....	39
III.4.3) Description les sous-routines du programme.....	40
<b>III.5) Validation de l'élément.....</b>	<b>41</b>
III.5.1) Introduction .....	41
III.5.2) Exemple de validation.....	41
III.5.2.1 : Poutre .....	41
III.5.2.2 : Treillis .....	46
III.5.2.3 : Portique .....	55

## **CHAPITRE IV : Etude paramétrique**

<b>IV.1 Introduction.....</b>	<b>62</b>
<b>IV.2. Exemple d'une structure allongée.....</b>	<b>62</b>
IV.2.1/Schématisation des structures allongé .....	63
IV.2.2/Résultats et discussion .....	69
<b>IV.3. Exemple d'une structure élancé encasté à la base .....</b>	<b>74</b>
IV.3.1/Schématisation des structures élancée .....	75
IV.3.2/Résultats et discussion .....	80

**CONCLUSIONS GENERALE .....**

**BIBLIOGRAPHIE**



# Liste des figures

<b>Figure. I.1 :</b>	système de contreventement .....	2
<b>Figure. I.2 :</b>	type de contreventement.....	3
<b>Figure. I.3 :</b>	Ossature en portiques (à des travées).....	4
<b>Figure. I.4 :</b>	Pans de contreventements triangulés .....	5
<b>Figure. I.5 :</b>	Contreventement longitudinal d'un bâtiment.....	6
<b>Figure. I.6 :</b>	Contreventement par remplissage en maçonnerie.....	7
<b>Figure. I.7 :</b>	Ossatures en portique .....	7
<b>Figure. I.8 :</b>	Ossatures avec triangulation à barres centrées.....	8
<b>Figure. I.9 :</b>	Ossatures avec triangulation à barres excentré.....	8
<b>Figure. I.10 :</b>	Contreventement en X.....	9
<b>Figure. I.11 :</b>	Contreventement en K .....	10
<b>Figure. I.12 :</b>	Contreventement en V .....	10
<b>Figure. I.13 :</b>	Contreventement trapèze .....	11
<b>Figure. II.1 :</b>	Comportement des assemblages métalliques.....	18
<b>Figure. II.2 :</b>	Assemblage imparfaitement rigide.....	20
<b>Figure. II.3 :</b>	Assemblage parfaitement rigide .....	20
<b>Figure. II.4 :</b>	Classification des assemblages .....	21
<b>Figure. II.5 :</b>	Limites de classification en résistance.....	23

<b>Figure. II.6 :</b> Classification des assemblages selon la capacité de rotation.....	24
<b>Figure. II.7 :</b> poteau-poutre.....	24
<b>Figure. II.8 :</b> Courbe moment-rotation propre du joint.....	25
<b>Figure. II.9 :</b> courbe de facteur de fixité -flexibilité de joint $\lambda$ .....	26
<b>Figure II.10 :</b> Exemple d'utilisation de facteur de fixité.....	27
<b>Figure III.1 :</b> Élément portique.....	29
<b>Figure III.2 :</b> changement de repère.....	35
<b>Figure III.3 :</b> L'organigramme de programme.....	39
<b>Figure III.4:</b> Poutre -encastrée simplement appuyée.....	41
<b>Figure III.5 :</b> Diagramme $m_0$ .....	42
<b>Figure III.6 :</b> Diagramme $m_1$ .....	42
<b>Figure III.7 :</b> Diagramme final.....	43
<b>Figure III.8 :</b> Diagramme $M_f$ .....	43
<b>Figure III.9:</b> Diagramme T.....	44
<b>Figure III.10:</b> Structure en Treillis 1.....	46
<b>Figure III.11:</b> Structure treillis.....	51
<b>Figure III.12 :</b> Structure en portique.....	55
<b>Figure III.12:</b> $(S_0)^1$ .....	55
<b>Figure III.13:</b> $(S_0)^2$ .....	56
<b>Figure III.14:</b> $(S_1)$ .....	56
<b>Figure III.15 :</b> $(S_2)$ .....	57
<b>Figure III.14 :</b> Diagramme des moments.....	60
<b>FigureIV.1 :</b> Schéma d'une structure allongé encastrée à la base non contreventée.....	63
<b>Figure IV.2 :</b> Contreventement K au bord extérieur.....	63

<b>Figure IV.3</b> : Contreventement K au bord intérieur.....	64
<b>Figure IV.4</b> : Contreventement K au centre.....	64
<b>Figure IV.5</b> : Contreventement V au bord extérieur.....	65
<b>Figure IV.6</b> : Contreventement V au bord intérieur.....	65
<b>Figure IV.7</b> : Contreventement V au centre.....	66
<b>Figure IV.8</b> : Contreventement VR au bord extérieur.....	66
<b>Figure IV.9</b> : Contreventement VR au bord intérieur.....	67
<b>Figure IV.10</b> : Contreventement VR au centre.....	67
<b>Figure IV.11</b> : Contreventement X au bord extérieur.....	68
<b>Figure IV.12</b> : Contreventement X au bord intérieur.....	68
<b>Figure IV.13</b> : Contreventement X au centre.....	69
<b>Figure IV.14</b> : Courbe déplacement au bord extérieur.....	70
<b>Figure IV.15</b> : Courbe déplacement au bord intérieur de structure allongée.....	70
<b>Figure IV.16</b> : Courbe déplacement au centre de structure allongée.....	71
<b>Figure IV.17</b> : Courbe de moment au bord extérieur de structure allongée.....	72
<b>Figure IV.18</b> : Moment au bord intérieur de structure allongée.....	72
<b>Figure IV.19</b> : Moment au Centre de structure allongée.....	73
<b>Figure IV.20</b> : une structure élancée à la base.....	75
<b>Figure IV.21</b> : Contreventement K aux bords extérieurs.....	75
<b>Figure IV.22</b> : Contreventement K aux Centre.....	76
<b>Figure IV.23</b> : Contreventement V au bord extérieur.....	76
<b>Figure IV.24</b> : Contreventement V au Centre.....	77
<b>Figure IV.25</b> : Contreventement VR aux extrémités.....	77
<b>Figure IV.26</b> : Contreventement VR aux centres.....	78

<b>Figure IV.27</b> : Contreventement X aux extrémités.....	78
<b>Figure IV.28</b> : Contreventement X au Centre.....	79
<b>Figure IV.29</b> : Courbe de déplacement au bord extérieur de structure élancée.....	80
<b>Figure IV.30</b> : Courbe de déplacement au centre de structure élancée.....	81
<b>Figure IV.31</b> : Courbe de moment au bord extérieur de structure élancée.....	82
<b>Figure IV.32</b> : Courbe de moment au Centre de structure élancée.....	82

# Liste des tableaux

<b>Tableau. III.1 :</b>	Fonctions des sousroutines .....	40
<b>Tableau. III.2 :</b>	les charges appliquées dans les nœuds d'élément poutre .....	45
<b>Tableau. III.3 :</b>	Les réactions dans les nœuds d'élément poutre.....	45
<b>Tableau. III.4 :</b>	Les efforts dans les barres d'élément poutre .....	45
<b>Tableau. III.5 :</b>	Comparaison des résultats 1.....	46
<b>Tableau. III.6 :</b>	Les résultats manuels d'élément treillis.....	52
<b>Tableau. III.7 :</b>	charge appliquée dans les nœuds d'élément treillis .....	52
<b>Tableau. III.8 :</b>	Réaction dans les nœuds d'élément treillis .....	53
<b>Tableau. III.9 :</b>	Les efforts dans les barres d'élément treillis.....	53
<b>Tableau. III.10 :</b>	Les charges appliquées d'élément portique.....	60
<b>Tableau. III.11 :</b>	Les réactions dans les nœuds d'élément portique.....	60
<b>Tableau. III.12 :</b>	L'effort dans les barres d'élément portique.....	61
<b>Tableau. III.13 :</b>	Comparaison des résultats.....	61
<b>Tableau. IV.1 :</b>	Déplacement de structure allongée.....	69
<b>Tableau. IV.2 :</b>	Moment de structure allongée.....	71
<b>Tableau. IV.3 :</b>	déplacement de structure élancé.....	80
<b>Tableau. IV.4 :</b>	Moments de la structure élancé.....	81

# INTRODUCTION GENERALE

Les structures métalliques sont l'un des choix les plus courants dans les constructions de bâtiments industrielles dans le monde. Les types de structures menues de systèmes de contreventements sont probablement les types les plus favorisés du fait qu'elles nécessitent un minimum de compétences pour l'assemblage des éléments structuraux et qu'on y utilise des sections commune et plus légère pour les poutres et les éléments de contreventements."

Le contreventement est une stratégie de mise à niveau globale très efficace pour améliorer la rigidité, la résistance et la stabilité globale des portiques en acier.

Une structure métallique a besoin d'être contreventée, ce terme est étendu à la plupart des pièces qui assurent l'indéformabilité de la construction et qui maintiennent les pièces principales dans leur plan de pose.

Pour la conception des structures métalliques sous l'effet des forces horizontales, les ingénieurs considèrent les nœuds comme parfaitement rigides pour leurs capacités de résister à ces forces avec des déplacements acceptables ; ces types de nœuds montrent une haute performance pendant les séismes. Cependant, après les deux tremblements de terre de Northridge aux Etats-Unis Kobe au Japon, la performance, de plusieurs structures a été jugée mauvaise au niveau des résultats obtenus par les chercheurs. Ils ont montré que les nœuds semi rigides ont une capacité de résister aux forces latérales, ces avantages ont permis de considérer les structures à nœud semi-rigides plus économiques.

## **L'objectif :**

Cette investigation est la mise en évidence de l'effet de type et de l'emplacement des systèmes de contreventement sur le comportement global des structures métalliques à joint semi-rigides. Il s'agit d'analyser l'évolution de la rigidité et de la résistance à travers le calcul des déplacements des connections et les éléments de réduction dans les différents éléments de la structure.

Ce mémoire comporte quatre chapitres organisés comme suit :

- ❖ **Dans le premier chapitre**, on présente une recherche bibliographique sur les systèmes de contreventement ainsi que leur domaine d'utilisation dans les structures métalliques suivi d'une revue sur quelques études antérieures relatives aux contreventements des structures métalliques en considérant l'importance de l'utilisation de contreventement dans la construction en termes de stabilité et de protection contre toute force extérieure.
- ❖ **Le deuxième chapitre**, sera consacré à l'étude des structures à nœuds semi rigides. Dans un premier temps nous présentons les caractéristiques et le comportement des assemblages, ainsi que leur classification selon la rigidité, la résistance et la rotation.
- ❖ **Le troisième chapitre**, comportera une formulation de l'élément portique en tenant compte de l'imperfection des connections ainsi qu'une présentation du programme élaboré en langage **FORTRAN** qui permet d'analyser des structures plane tel que cadre rigide, treillis, poutre continue. Ensuite l'élément portique a été validé par comparaison des résultats obtenus avec les résultats analytiques et ceux obtenus par d'autres modèles disponibles dans la littérature.
- ❖ **Le quatrième chapitre**, concerne une étude paramétrique qui consiste à varier différent paramètre et d'interpréter les variations des résultats obtenus, cette manipulation a pour but de savoir et déterminer l'effet de type et l'emplacement de système de contreventement sur le comportement des structures métallique à joint semi rigide sous charge horizontal.

Finalement, le travail s'achève par une conclusion générale et suivie d'une bibliographie et des annexes sur le travail.

## ***CHAPITRE I***

### ***Les systèmes de contreventement.***

#### **I.1. Introduction :**

Le contreventement est l'ensemble des dispositifs permettant d'assurer la stabilité d'un ouvrage vis-à-vis des sollicitations horizontales. C'est un élément essentiel dans la conception d'un ouvrage.

Une structure bien conçue doit pouvoir assurer sa stabilité sous l'action de n'importe quelle charge extérieure et notamment sous l'action des charges horizontales (pression du vent sur les façades, secousses sismiques, chocs ...)

Autrement dit, la conception générale d'une structure, ainsi que de chacun de ses composants, doit permettre d'assurer la descente des charges horizontales depuis leurs points d'application jusqu'aux fondations. [1]

#### **I.2. Définition :**

En génie civil, un contreventement est un système statique destiné à assurer la stabilité globale d'un ouvrage vis-à-vis des forces horizontales issues des éventuelles actions sur celui-ci (par exemple : vent, séisme, choc, freinage, etc.). Il sert également à stabiliser localement certaines parties de l'ouvrage (poutres, poteaux) relativement aux phénomènes d'instabilité (flambage ou déversement). (Figure I.1) [2]





**Figure (I .1) : système de contreventement**

### **I.3 Domaine d'utilisation :**

Le contreventement est utilisé :

- En toiture dans les parties inclinées
- En façade dans les parties verticales

#### **I.3.1. Contreventement de toiture :**

Le contreventement des toitures est assuré par quatre poutres au vent isostatique, elles ont pour rôle de reprendre la charge de vent agissant sur le pignon et de la transmettre aux palées de stabilités puis aux fondations assurant ainsi la stabilité horizontale longitudinale de la structure.

Le contreventement horizontal est réalisé généralement par des dispositions constructives au niveau des planchers et de la toiture. [4]

### I.3.2. : Contreventement de façades :

La palée de stabilité est un contreventement de façade destiné à reprendre les efforts provenant de la poutre au vent et les descendre aux fondations.



Figure (I.2) : type de contreventement [5]

### I.4. Contreventement général des bâtiments :

Le premier souci que doit avoir l'ingénieur d'études est de prévoir des dispositions assurant la stabilité générale et spécialement le contreventement d'ensemble des bâtiments. Ces dispositions doivent avoir pour objet non seulement d'assurer la résistance aux forces horizontales prises en compte dans les calculs, telles celles résultant de l'action du vent, mais aussi de permettre éventuellement aux bâtiments de subir sans dommages excessifs les effets de certaines sollicitations exceptionnelles, telles que des explosions localisées. Ces problèmes se posent avec une acuité particulière dans les immeubles à grand nombre d'étages.

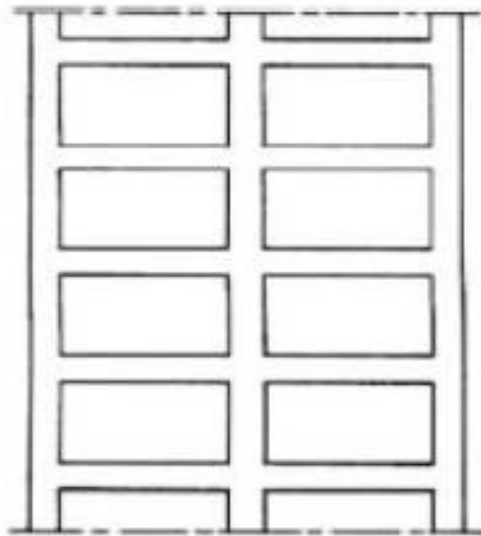
Les solutions susceptibles d'être choisies pour assurer le contreventement général des bâtiments sont évidemment liées aux :

- Contraintes qui peuvent être imposées par le parti architectural [2]
- du matériel dont dispose l'entreprise.

Ces solutions peuvent être classées en trois grandes catégories :

#### **I.4.1 Contreventement assuré par portiques :**

Les portiques (figure 1.3) doivent être conçus pour résister non seulement aux forces de pesanteur, mais également aux forces horizontales ; celle résistance implique la rigidité des nœuds. Cette solution conduit en général à des sections de béton et d'armatures plus importantes, et à des dispositions de ferrailage plus complexes que celles usuellement adoptées dans les structures les plus courantes de bâtiments.[2]



**Figure (I.3) : Ossature en portiques (à des travées) [2]**

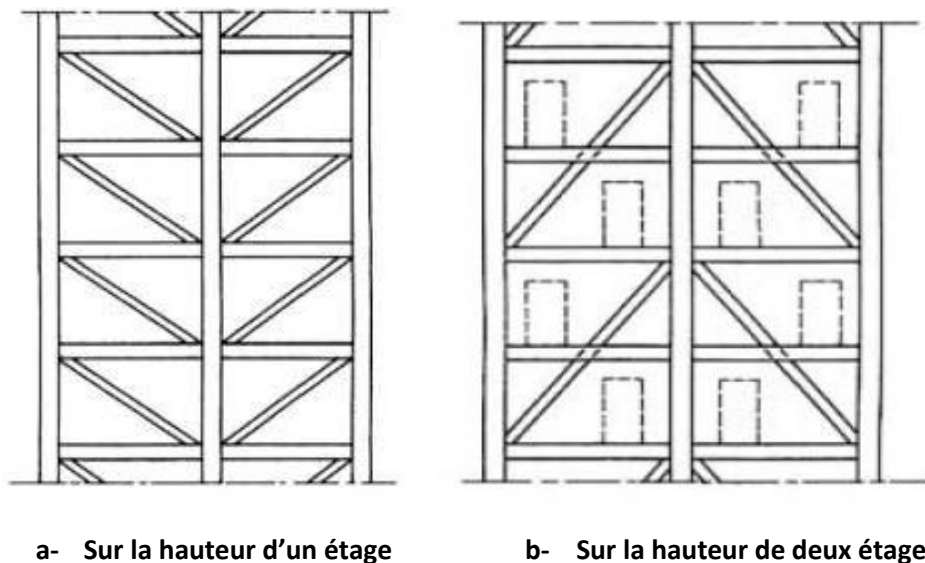
### I.4.2 Contreventement assuré par pans rigides :

La rigidité des pans de contreventement peut être assurée :

- soit par des triangulations en béton armé ;
- soit par des voiles en béton armé ;
- soit éventuellement par des remplissages en maçonnerie de résistance suffisante entre éléments (poteaux et poutres) de l'ossature en béton armé [2]

### I.4.3 Contreventement triangulé :

Dans le premier cas, la présence des triangulations crée souvent des difficultés pour la réalisation d'ouvertures dans les pans de contreventement : on peut quelquefois trouver une solution plus satisfaisante en disposant les éléments de triangulation non plus sur la hauteur d'un étage, mais sur celle de deux étages (figure 1.4). La mise en œuvre des remplissages en maçonnerie est dans tous les cas rendue moins facile [2]

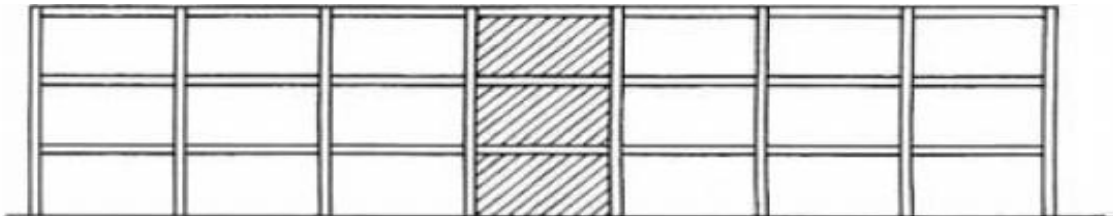


La solution b facilite l'aménagement des baies

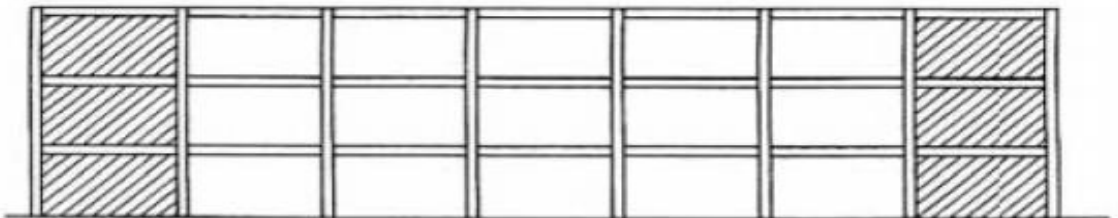
Figure (I.4) Pans de contreventements triangulés [2]

#### I.4.4 Contreventement avec voile en béton armé :

La solution de contreventement avec voiles en béton armé est très souvent répandue, ces derniers sont disposés transversalement aux bâtiments de forme rectangulaire allongée, constituent également les éléments de transmission des charges verticales sans être obligatoirement renforcés par des poteaux. Ils assurent ainsi, dans des conditions économiques, à la fois la transmission des charges de pesanteur et le contreventement dans la direction transversale des bâtiments ; cet avantage est évidemment surtout marqué pour les entreprises équipées d'un matériel de coffrage approprié : banches et coffrages-tunnels. Quant au contreventement longitudinal des mêmes bâtiments, il peut lui aussi être obtenu par des voiles disposés dans les plans des façades et des refends longitudinaux. En général, ces voiles ne sont prévus que dans certaines travées, et, pour limiter les inconvénients résultant des variations dimensionnelles sous l'effet du retrait et de la température, il convient de disposer les voiles de contreventement dans des travées voisines du centre des bâtiments, plutôt qu'à une extrémité, et en évitant surtout de les prévoir aux deux extrémités (**Figure I.5**) [2]



**b- Pan rigide au milieu de la longueur du bâtiment**



**a- Pans rigides aux deux extrémités du bâtiment**

**La solution b est très défavorable vis-à-vis des effets de variation dimensionnelles**

**Figure (I.6) : Contreventement longitudinal d'un bâtiment. [2]**

### I.4.5 Contreventement par remplissage en maçonnerie :

La solution consistant à assurer le contreventement par des **remplissages en maçonnerie** de résistance suffisante est plus spécialement à retenir dans le cas de bâtiments comportant un nombre limité d'étages. Il faut évidemment être certain que les maçonneries en cause ne sont pas appelées à disparaître ou à être modifiées (perçement ultérieur d'ouvertures). Cette condition est en général réalisée pour certains murs de cages d'escaliers, de séparation entre logements ou entre corps de bâtiment au droit des joints, ou de pignons.[2]

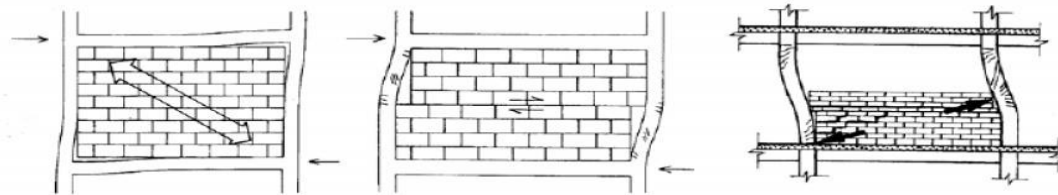


Figure (I.7) : Contreventement par remplissage en maçonnerie [2]

### I.5.Types de Contreventements dans les structures métalliques :

Les structures métalliques peuvent être classées dans l'une des catégories suivantes :

#### I.5.1 Ossatures à cadre ou en portique :

Dans ce type de structure, la résistance aux forces horizontales est assurée principalement par la flexion des poteaux et des poutres. Il convient donc que les zones dissipatives soient principalement situées dans des rotules plastiques formées dans les poutres ou dans les assemblages, de sorte que l'énergie soit dissipée par flexion cyclique. [5]

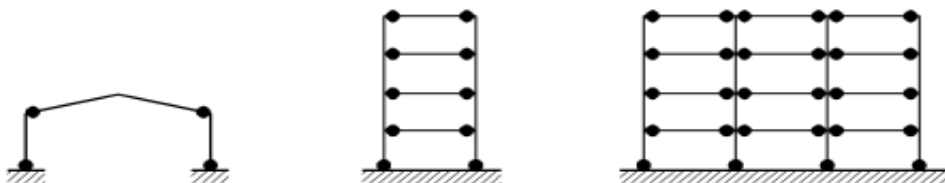


Figure (I.8) Ossatures en portique (zones dissipatives dans les poutres et en pied de poteaux). [5]

### I.5.2 Ossatures avec triangulation à barres centrées :

Ce sont des structures pour lesquelles l'intersection des barres du système de Contreventement coïncide avec le milieu des éléments porteurs et ou avec la jonction poteaux poutres. [5]

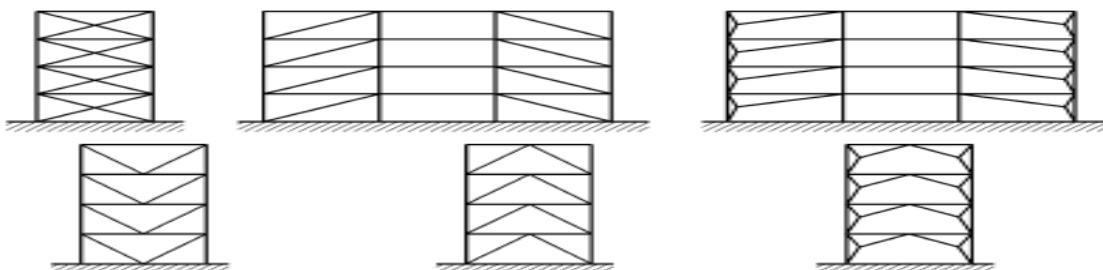


Figure (I.9) : Ossatures avec triangulation à barres centrées [5]

### I.5.3 Ossatures avec triangulation à barres excentrées :

Dans ce type de structure, l'intersection des barres de contreventement peut se localiser à n'importe quel point de la poutre selon la configuration adoptée [5]

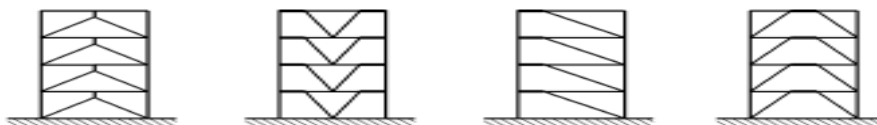


Figure (I.10) : Ossatures avec triangulation à barres excentrée [5]

## I.6. Structures contreventées et structures non contreventées :

Une ossature est classée comme contreventée si sa rigidité latérale, dans son plan, est assurée par un système de contreventement suffisamment rigide vis-à-vis des charges horizontales pour que l'on puisse considérer, avec une précision acceptable, que ces charges horizontales sont reprises par ce seul système de contreventement.



L'Eurocode 3 prescrit qu'une structure possédant un système de contreventement est classée dans la catégorie contreventée si son déplacement horizontal reste inférieur au 1/5 du déplacement qui aurait existé en l'absence du système de contreventement [6]

### **I.7. La géométrie du système de Contreventement :**

La structure métallique à besoin d'être contreventée. Ce terme est étendu à la plupart des pièces qui assurent l'indéformabilité de la construction.

Il existe plusieurs configurations pour les systèmes de contreventement parmi

Lesquelles on peut citer :

#### **I.7.1 Contreventement en X (croix de saint André) :**

Dans ce type de palée, on admet que la résistance aux forces horizontales est assurée uniquement par les diagonales tendues, les diagonales comprimées étant négligées.

Ce système de contreventement n'intervient efficacement dans la dissipation d'énergie qu'en cas de sollicitation en traction des diagonales. [7]

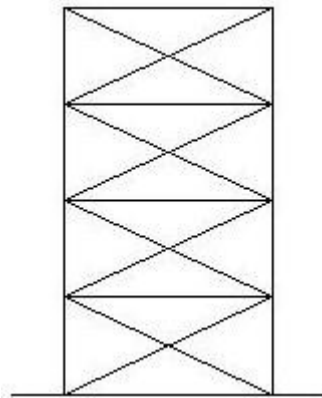


Figure (I.11) Contreventement en X [8]

#### **1.7.2. Contreventement k :**

Dans ce système de contreventement, le point d'intersection des diagonales est situé sur l'axe des poteaux. Les contreventements en K sont à éviter surtout dans les zones sismiques vu que l'intersection des barres de contreventement se situe au niveau des poteaux et non



des poutres provoquant ainsi la création de rotules plastiques dans ce dernier, ce qui constitue un risque d'effondrement de la structure. [7]

Les contreventements k sont préférés dans le cas où il y a une ouverture pour les portes et les fenêtres.

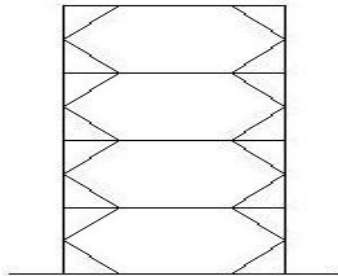


Figure (I.12) : Contreventement en K [8]

### I.7.3. Contreventement V :

Dans ce cas, la résistance aux forces horizontales est assurée simultanément par les diagonales tendue et comprimée ce qui leur confère des sections plus importantes que celles du contreventement en croix de Saint André. Le point d'intersection de ces diagonales est situé sur une barre horizontale qui doit être continue. [7]

En conclusion le contreventement V est défavorable pour l'architecte à cause de l'absence des localisations des portes et les fenêtres

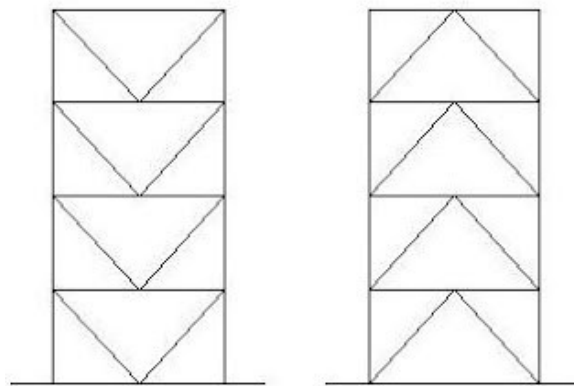


Figure (I.13) : Contreventement en V [8]

#### 1.7.4. Contreventement trapèze :

Est une composante structurelle qui transfère les pressions du vent exercées sur les parois latérales et le toit d'un bâtiment à sa fondation.

Les contreventements trapèze sont utilisés dans les régions sismiques et permet de prévoir des portes et des couloirs dans les baies contreventées.

Les cadres de contreventement excentrique peuvent présenter une caractéristique plus ductile et des capacités de dissipation d'énergie supérieures à celles d'un cadre à contreventement concentrique dans le même matériau.

Ce type de contreventement s'est avéré très performant lorsqu'il est soumis à de vrais séisme [8]

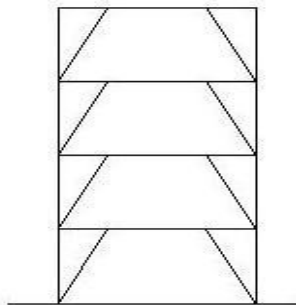


Figure (I.14) : Contreventement trapèze

#### II.4. Revue des anciennes études sur le sujet :

La revue de la littérature est présentée en ordre chronologique commençant par les publications les plus anciennes.

##### II.4.1. Revue sur les types de contreventements :

**Elcentro 1940.** [10], Ont publiés un article « Effets des palées de contreventement sur la réponse sismique des structures des bâtiments », A Cet effet, des analyses ont été menées sur une série des portiques en acier, contreventés par différentes formes de palées triangulées, en termes de périodes, de modes propres, de déplacements, d'efforts tranchants et d'énergie sismique.

**Sidwell (1985) [9]**, recommande l'utilisation de la configuration en chevron pour la conception de contreventement excentrique. En effet, l'élément lien dans la configuration en chevron est au centre de la portée, où le cisaillement dû aux charges de gravité est moins important. Pour la configuration en Z, le lien est à l'une ou l'autre extrémité de la portée où le cisaillement dû aux charges de gravités est important. Étant donné que le lien se déforme en cisaillement, il est préférable qu'il soit moins chargé lorsque le séisme se produit. Également en utilisant la configuration en Z, une connexion rigide entre le lien et la colonne doit être fournie. Ceci transfère une partie du moment à la colonne qui doit être conçue en conséquence. Dans la configuration en chevron, aucune connexion rigide n'est nécessaire entre la poutre et les colonnes. Les interactions des efforts axiaux et de flexions dans l'élément poutre à l'extérieur du cadre sont critiques. Pour mitiger les efforts dans la poutre, il est utile de la concevoir comme une poutre mixte. De cette manière, le diaphragme rigide aide à reprendre une partie de l'effort axial. L'utilisation de poutres mixtes n'est pas évaluée dans cette recherche.

**Popov et al. (1987) et Popov et Engelhardt (1988) [9]** indiquent que les contreventements excentriques sont une bonne option lorsque les cadres rigides ne sont pas économiques et que des contraintes architecturales empêchent l'utilisation des cadres à contreventement concentrique. Les contreventements excentriques ont l'avantage d'avoir un élément lien agissant comme un fusible qui prévient le flambement des diagonales, même sous des chargements extrêmes. Cependant, lorsque l'on augmente la longueur du lien, la rigidité latérale de la structure diminue drastiquement. Le concepteur peut donc ajuster la longueur du lien afin de modifier la période du bâtiment et éloigner la période fondamentale du bâtiment d'un pic d'accélération dans le spectre d'accélération au site.

Les contreventements excentriques ont une courbe d'hystérésis très stable et répétitive avec peu de dégradation. Ceci permet au système de rester stable dans le domaine inélastique. Cependant, ce n'est pas le cas pour les cadres concentriques où le flambement des diagonales qui crée une dégradation rapide.

**A. Larabat, Ziane, T. Branci (2010) [10]**, ont publiés un article qui présente une étude qui évalue l'effet des palées triangulées de contreventement, centrées en X, en V et en V inversé et excentrées en K et en V, sur la réponse sismique des structures métalliques sur la base des trois méthodes réglementaires du code parasismique Algérien (RPA 2003),

À cet effet, des analyses ont été menées sur une série de portiques autostables en acier, contreventé par différentes formes de palées triangulées, en termes de périodes, de modes propres, de déplacements, d'efforts tranchants et d'énergie sismique.

Le portique autostable présente une déformation latérale importante, par contre les ossatures avec triangulations centrées caractérisé par une déformation minimale, cependant les ossatures avec triangulations excentrées sont caractérisées par les performances de ces deux structures et aussi l'efficacité des structures avec triangulation excentrées en K vis-à-vis aux actions sismiques

Les structures contreventées par les palées triangulées centrées en V inversé présentent des efforts de cisaillement d'étage plus élevés par rapport à ceux des autres structures.

**Deulkar et al. (2010) [11]**, ont fait une étude sur les systèmes de contreventements, en utilisant cinq types différents de configurations. Leur objectif était de comparer la réduction des déplacements dans le *toit* par l'analyse des systèmes de contreventements. Il s'est avéré que le contreventement en V inversé donne un petit déplacement par rapport aux autres types de contreventements.

**Tiffany Lee (2011) [12]**, à publié un article sur les contreventements dans les constructions qui jouent un rôle majeur dans le soutien et la protection de l'ensemble des structures, l'utilisation de contreventement en X est une solution viable pour améliorer la résistance à tous les dégâts naturels du au vent et au séisme. Cette étude à montré l'efficacité des contreventements en forme X dans les bâtiments, une comparaison est faite avec d'autres types de contreventements.

En conclusion, la structure avec le type de contreventement en forme de X était la plus forte avec le déplacement horizontal de 1mm quand 200ml d'eau ont été ajoutés.

**Zasiah Tafheem et al (2013) [13]** ont étudiés le comportement structurel de la construction en acier avec une comparaison entre les contreventements concentrique et excentrique

Un bâtiment en acier de 6 étages est modélisé puis analysé en raison de tremblement de terre et la charge de vent, une étude est faite aussi sur les contreventements concentriques (x) et excentriques (v) dans le même bâtiment en utilisant des sections HSS pour reconnaitre leur performance.

Les performances des bâtiments sont évaluées en termes de déplacement latéral d'étage et de déplacement total ainsi que la force axiale et le moment de flexion dans des colonnes à différents étages, et l'efficacité des différents types de contreventements, après la comparaison entre un bâtiment contreventé et un autre sans contreventement, Il s'est avéré que le contreventement concentrique (X) réduit plus de déplacement latéral et contribue de manière significative à l'augmentation de la rigidité dans la structure.

**Dalal et al. (2013) [14]**, ont analysé beaucoup de systèmes qui ont été à la base de nombreuses pratiques de construction modernes de bâtiments de grande hauteur. Ils ont conclu que le système de contreventement en forme de X résiste efficacement aux charges latérales.

**Z.A. Siddiq, Rashid Hameed al (2014) [15]** ont publiés un article dans lequel ils proposent d'étudier l'utilisation des différents types des contreventements pour des constructions élevées. En effet, quand un grand bâtiment subit des déformations latérales ou de torsion sous l'action de charges de vent fluctuantes, le mouvement oscillatoire qui en résulte peut induire une vaste gamme de réactions chez les occupants du bâtiment, allant d'un léger désagrément jusqu'à des nausées aiguës. En conséquence, la rigidité latérale est un facteur important dans la conception des bâtiments de grande hauteur.

**ABDELHAMID Fayçal [6]** à présenté dans son mémoire *de* Magister une étude sur les systèmes de contreventement à palées triangulées centrée. Elle à pour principaux buts, la comparaison entre le comportement des configurations en X, en V et en V inversée et montrer l'influence dynamique utilisées pour l'évaluation de l'effort sismique.

L'objectif de cette étude est d'évaluer l'influence du type de contreventement des structures métallique en zone sismique

Les résultats obtenus des analyses en termes de déplacement, d'effort tranchant et l'effort critique de flambement des contreventements ont montré que :

- Les contreventements en V et en V inversé et K présentent un déplacement latéral supérieur à celui en X pour les deux variantes.

Il en résulte que les configurations en X sont plus rigides que celles en V et VR

- Les périodes de vibration des portiques des deux variantes sont sensiblement identiques cependant les configurations en X donnent les plus petites périodes, ce qui confère aux portiques une plus grande rigidité.

La configuration en X donne des efforts tranchant inférieurs des 25% par rapport à ceux des configurations en v et v renversée qui sont sensiblement les mêmes.

Le coefficient de comportement R préconisé par Rpa est le plus grand pour la configuration X.

**Sachin Metre, Shivanand C ghule al (2017) [16]**, ont publié un article dans lequel ils ont fait l'analyse d'un bâtiment de 25 étages sur des cadres en acier de dimension (25×15) m dans deux zones différentes pour un certain type de sol. Les chercheurs ont fait une étude comparative pour les différents types de contreventements, x et v inversée et la diagonale seule.

Pour les emplacements aux (bord extérieur, intérieur et au centre) dans les directions X et Y en considérant le déplacement de l'étage, la dérive de l'étage, et le cisaillement de l'étage.

Le déplacement est un paramètre principal qui aide à connaître le comportement de la structure dû aux charges latérales.

Une analyse de spectre de réponse faite pour tous les emplacements de contreventements, a montré que les valeurs de déplacement maximum dans la direction x pour les deux zones sont inférieures pour le contreventement en v inversé lorsque le contreventement est placé aux bords intérieurs, il est réduit de 20% par rapport aux bord extérieur et de 42% par rapport au centre.

Dans la direction Y, le déplacement pour le cas de contreventement en v inversée est minimum quand il est placé aux bords extérieurs. Il est réduit de 17% par rapport à l'emplacement au centre.

Le degré de dérive des étages est proportionnel à l'hauteur du bâtiment.

La dérive d'étage pour le contreventement A est faible par comparaison aux autres contreventements (X et D) et ceci pour un emplacement au bord intérieur. Il est réduit de 24% pour les bords extérieurs et moins de 40% pour le centre dans la direction x pour les deux zones 2 et 5 Au bord intérieur.

Le cisaillement d'étage augmente pour tout les types de contreventement particulièrement en X, en comparaison avec celui en v inversée et A et le contreventement de simple diagonale.

## ***CHAPITRE II***

### ***STRUCTURE A JOINT SEMI RIGIDES***

#### **II. Introduction :**

Les assemblages de structures en acier permettent d'assurer la continuité entre les éléments, tels que les poteaux et les poutres. Ces assemblages, qui constituent des zones de discontinuité, ont une influence sur le comportement global de la structure. La caractérisation du comportement des assemblages n'est pas aisée à cause de leur complexité géométrique et mécanique. Cette complexité résulte du nombre d'éléments intermédiaires utilisés (boulons, platine, cornière...) ainsi que des formes géométriques variées et des propriétés matérielles différentes. Elle engendre de fortes discontinuités et conduit à un comportement global non linéaire de l'assemblage. [17]

#### **II.1. Définition et rôle d'un assemblage :**

La caractéristique essentielle des constructions métallique est d'être composées d'un ensemble d'éléments barres (poteaux-poutre) constitués de profilés ou soudés souvent en forme de (I ou H) qu'il faut assembler entre eux pour constituer l'ossature

Les liaisons entre ces différents éléments représentent ce qu'on appelle communément les assemblages. Ces derniers constituent des composants spécifiques à la construction métallique, ils jouent un rôle très important, on peut les définir comme oranges de liaison qui permettent de réunir et solidariser plusieurs éléments entre eux, on assurant la transmission et la répartition des diverses sollicitations entre les éléments assemblés sans générer d'efforts parasites. [17]

#### **II.2. Comportement des assemblages métallique :**

Lors de l'analyse structurale, les assemblages entre les éléments structuraux sont traditionnellement modélisés comme rigides ou articulés. Les nœuds articulés ne transmettant aucun moment de flexion et n'empêchent pas les rotations entre les éléments assemblés, ils interdisent toute rotation relative entre les éléments assemblés et assurent ainsi la transmission intégrale des efforts appliqués.



Le comportement réel des assemblages est situé entre les deux cas extrêmes, généralement supposés rigides ou articulés. Les assemblages les plus flexibles sont capables de transmettre un certain moment de flexion tandis que les assemblages les plus rigides autorisent toujours une certaine rotation relative entre des pièces assemblées.

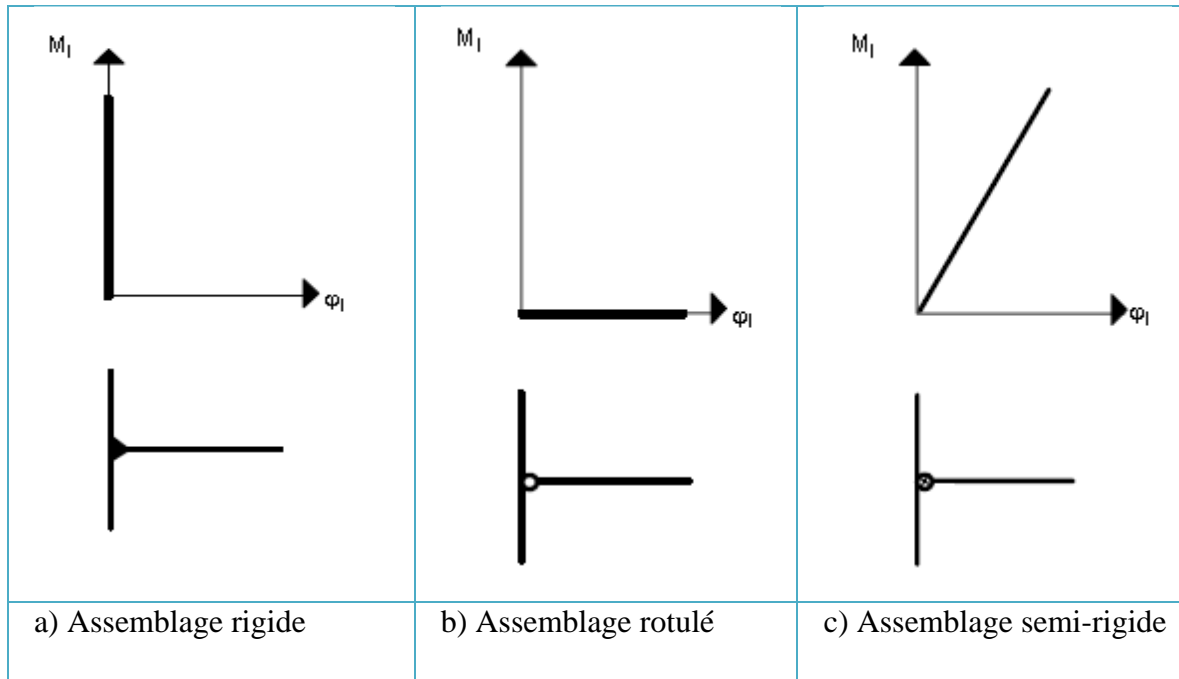


Figure (II-1) : Comportement des assemblages métalliques [20]

### II.3. Classification des assemblages métalliques :

Les anciennes méthodes considèrent les assemblages comme des rotules parfaites au sens de la mécanique et que l'on considère comme des assemblages articulés ou des encastremets parfaits que l'on considère comme des assemblages rigides.

- **Assemblages articulés** : transmettant uniquement les efforts normaux.
- **Assemblages rigides** : transmettant en outre les divers moments

Cette dichotomie est en faite une simplification pour mener les calculs, en réalité, les assemblages ont un comportement intermédiaire (semi-articulés, semi-encastés). Les articulations, réalisées par boulonnage, n'ont pas l'apparence d'articulation classiques. Le critère caractéristique réside en fait dans la flexibilité à proximité du nœud. C'est pourquoi la nouvelle classification qui tient compte du comportement réel des assemblages définit les trois caractéristiques principales suivantes : [18]

- **La rigidité**
- **Le moment résistant**
- **La capacité de rotation**

Le type de modélisation des assemblages à adopter dépend de la classification en termes de rigidité (rigide, semi rigide et articulé), de résistance (résistance complète ou partielle) et de capacité de rotation. Les critères de cette classification sont décrits ci-dessous. [17]

### **II.3.1 Classification des assemblages selon la rigidité :**

La rigidité initiale d'un assemblage qui caractérise sa réponse élastique peut influencer d'une manière significative la réponse en déformation de la structure entière. Il permet de classer les assemblages en trois grandes catégories selon leur rigidité :

1. articulé
2. rigide
3. semi-rigide

#### **II.3.1.1. : Assemblage de type articulé**

Un assemblage de type articulé doit être conçu et dimensionné de sorte qu'il ne puisse développer de moments significatifs susceptibles d'exercer une influence défavorable sur les éléments de la structure. Il doit transmettre les sollicitations de calcul et accepter les rotations qui en résultent. Ainsi, une articulation parfaite élimine le moment de flexion et libère la rotation entre les barres attachées.

Dans le cas d'un assemblage articulé, lorsque l'assemblage est soumis à un couple  $M$ , le poteau et la poutre subissent une rotation  $\phi$  ou  $\theta$  est la rotation propre du joint.

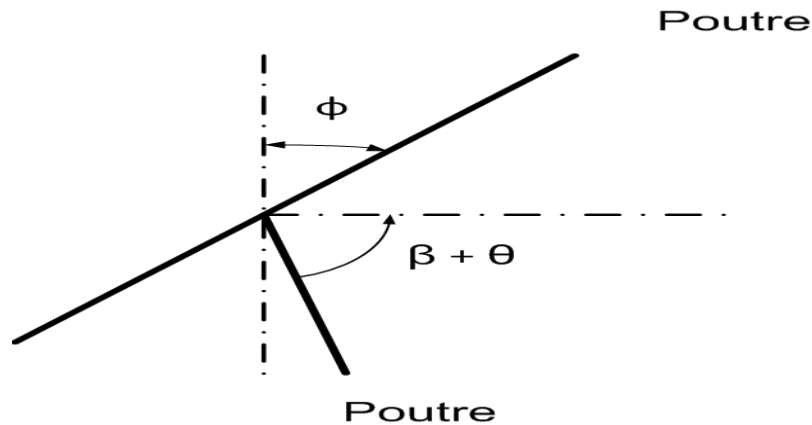


Figure : II.2 Assemblage imparfaitement rigide [19]

### II.3.1.2. : Assemblages rigides

A l'inverse de l'assemblage articulé, un assemblage rigide idéal élimine la rotation entre les barres attachées, il crée pour cela un moment de flexion considérable.

On présente sur la figure une schématisation d'un assemblage parfaitement rigide, attachant un poteau à une poutre et sous l'action d'un couple  $M$ , l'assemblage subit une rotation totale  $\phi$ . [19]

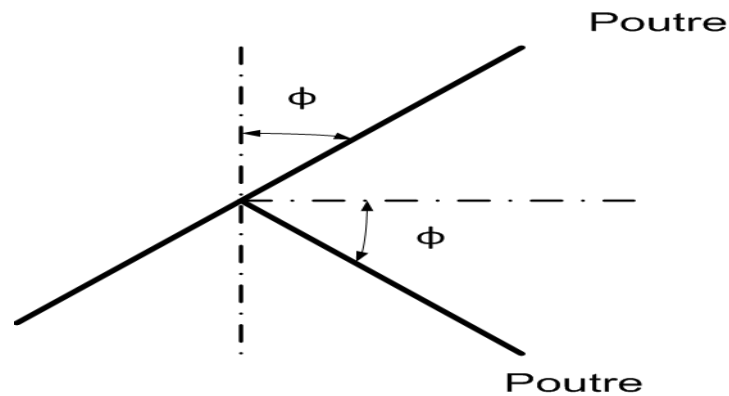


Figure II.3 Assemblage parfaitement rigide [19]

### II.3.1.3 : Assemblage semi-rigides :

Les assemblages, qui ne satisfont pas à la fois aux critères concernant les assemblages rigides et aux critères des assemblages articulés, doivent être classés comme une troisième classe ; on les appelle assemblages semi-rigides. Le règlement n'exige que l'utilisation des assemblages soit justifiée scientifiquement et validée par l'expérience ou l'expérimentation.

#### Courbe moment- rotation :

La rigidité d'un assemblage est définie à partir des résultats expérimentaux qui sont présentés sous forme de courbe moment-rotation ( $M-\phi$ ). Par définition, pour le cas qui nous intéresse,  $M$  est couple de torsion qui sollicite le poteau quand il flambe en flexion-torsion et  $\phi$  est la rotation du poteau sous l'effet de  $M$ , L'entremise est alors fléchie par rapport à son axe fort.

Les courbes de comportement ( $M - \phi$ ) des assemblages peuvent être ramenées à trois grandes catégories représentées sur la figure (II). Pour chaque catégorie de comportement ( $M-\phi$ ) est associée à la conception de l'assemblage correspondante. [20]

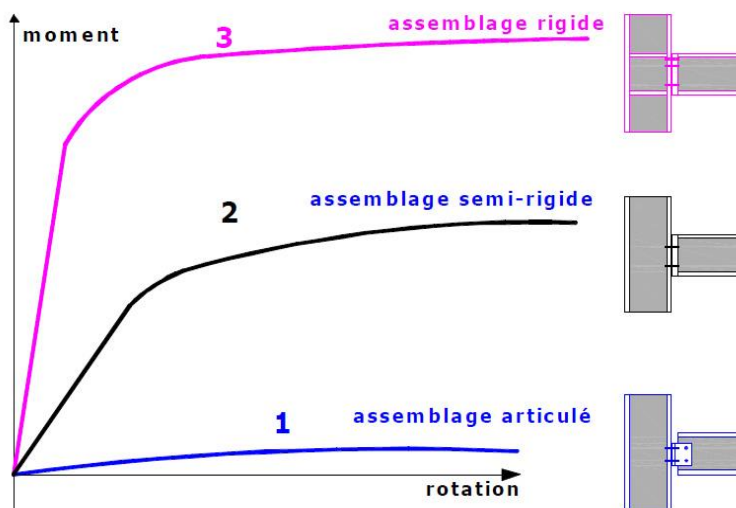


Figure (II.4) : Classification des assemblages [20]

La courbe (1) représente le cas d'un assemblage articulé qui ne possède pas de rigidité à la flexion.

La courbe (2) correspond à un assemblage semi-rigide ou la transmission d'un certain moment de flexion est possible avec une rigidité moyenne.

La courbe (3) correspond à un assemblage rigide capable de transmettre un moment de flexion important pour une faible rotation. [20]

### **II.3.2. Classification des assemblages selon le critère de résistance :**

Cette classification se base sur le critère de résistance mécanique aux moments de flexion  $M_{Rd}$ , elle distingue trois types d'assemblages : articulés, à résistance complète et à résistance partielle, définis comme suit :

#### **II.3.2.1 : Assemblage de type articulé :**

Un assemblage de type articulé doit être capable de transmettre les sollicitations de calcul sans développer de moments significatifs qui pourraient exercer une influence défavorable sur les éléments de la structure. L'idéal est que le moment  $M_{Rd}$  créée par l'assemblage soit nul, mais une valeur faible de  $M_{Rd}$  est aussi admise. [21]

#### **II.3.2.2 : Assemblage à résistance complète :**

La résistance de calcul d'un assemblage à résistance complète  $M_{Rd}$  est supérieure à celle des éléments assemblés. Si cette résistance est égale à au moins 1.2 fois la résistance plastique de calcul de l'élément, il n'est pas nécessaire de vérifier sa capacité de rotation.

#### **II.3.2.3. : Assemblage à résistance partielle :**

Un assemblage qui n'est pas à résistance complète, est appelé assemblage à résistance partielle. sa résistance de calcul est inférieure à celles des éléments assemblés, cependant elle ne doit pas être inférieure à la résistance nécessaire pour transmettre les sollicitations de calcul, la capacité de rotation de l'assemblage peut être démontrée expérimentalement ou par des méthodes de calcul

évaluées.

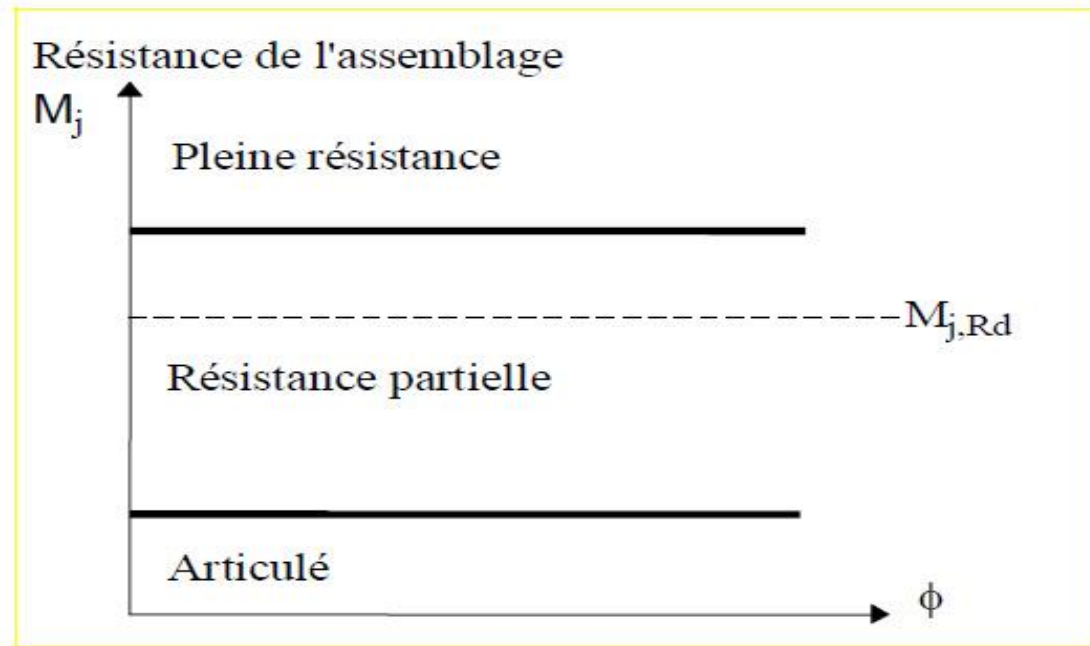
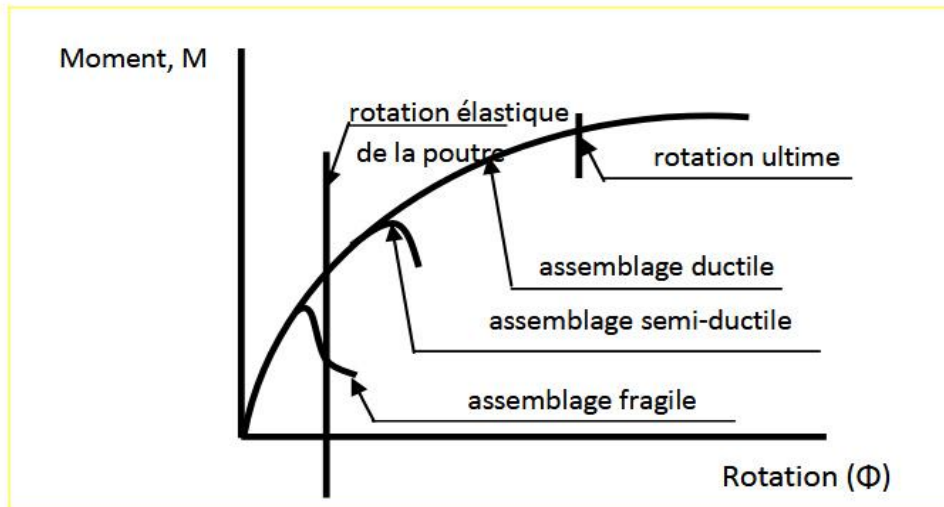


Figure (II.5) : Limites de classification en résistance [17]

### III.3.3. Classification des assemblages selon le critère de capacité de rotation :

Les assemblages peuvent être classifiés en trois classes : l'assemblage ductile, l'assemblage semi-ductile et l'assemblage fragile

Le comportement ductile est caractérisé par une courbe moment-rotation avec un plateau étendu qui indique généralement l'apparition de déformations plastiques avant la rupture. Le comportement fragile est caractérisé par une rupture, avec une rotation limitée, généralement sans déformation plastique. Enfin, le comportement semi-ductilité se situe entre le comportement fragile et le comportement ductile.

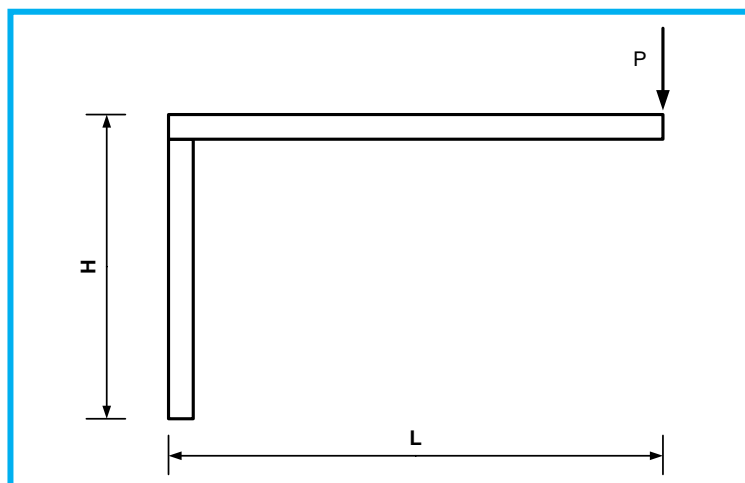


**Figure (II.6) : Classification des assemblages selon la capacité de rotation**

### III.4. Flexibilité du joint :

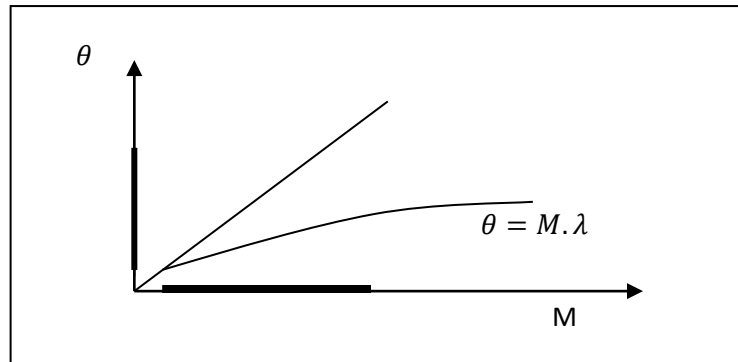
Pour définir la variable  $\lambda$  ; on considère l'essai suivant :

On considère une poutre de longueur  $L$ , attaché à un poteau par l'intermédiaire d'un assemblage. Si on applique une force  $P$  à l'extrémité libre de la poutre (figure II.7), on aura un moment  $M$  au niveau du joint tel que  $M=P.L$  et ainsi une rotation totale du joint égale  $\phi$  et une rotation propre du joint égale à  $\theta$ . [19]



**Figure (II.7) : poteau-poutre**

En variant P de 0 jusqu'à P, On peut tracer la courbe suivante :



**Figure (II.8) : Courbe moment-rotation propre du joint**

On définit  $\lambda$  comme étant la pente de la courbe  $\theta = M. \lambda$  à son origine

D'où  $\lambda$  : flexibilité du joint.

$\phi$  : La rotation propre du joint.

$\theta$  : l'angle de rotation totale.

On peut écrire :

$$\phi - \theta = M \frac{h}{EI} \quad (\text{I.1})$$

$$\phi - M. \lambda = M \frac{h}{EI} \quad (\text{I.2})$$

$$\phi = M \left( \lambda + \frac{h}{EI} \right) = M \left( \frac{\lambda EI + h}{EI} \right) \quad (\text{I.3})$$

$$\text{D'où : } M = \frac{EI}{\lambda EI + h} \times \phi \quad (\text{I.4})$$

$$R_{\text{imparfait}} = \frac{EI}{\lambda EI + h}$$

On remarque que la rigidité a diminué par rapport au cas parfait.



### III.5. Facteur de fixité $\gamma$ :

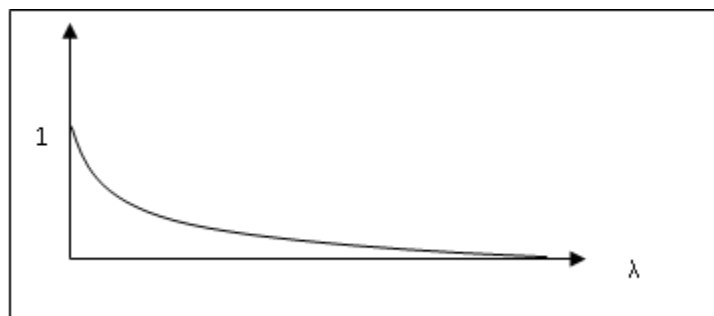
Dans le but de prendre en compte l'imperfection des assemblages dans les calculs, on introduit un coefficient non dimensionnel appelé facteur de fixité  $\gamma$  dont la valeur varie entre 0 et 1. Les deux valeurs extrêmes correspondant respectivement à une articulation et à un encastrement parfait. [19]

En 1963, Montforton et Wu [19] ont établi la relation liant le facteur de fixité  $\gamma$  et la flexibilité  $\lambda$  d'un assemblage. Soit :

$$\gamma = \frac{L}{L+3EI\lambda} \quad (\text{I.5})$$

On remarque lorsque  $\lambda$  est nulle c'est-à-dire un assemblage parfaitement rigide, le facteur  $\gamma$  est égale à l'unité, alors que pour  $\lambda$  infini (cas d'articulation)  $\gamma$  est nulle.

La courbe de la figure (2.9) de la figure illustre la variation de  $\gamma$  en fonction de  $\lambda$



**Figure (II.9) :** Courbe facteur de fixité  $\gamma$ -flexibilité du joint  $\lambda$

#### ➤ Exemple d'utilisation du facteur de fixité :

Considérons le cadre montré sur la figure (2.10). Ce cadre comporte deux poteaux et une traverse. L'assemblage de l'extrémité droite de la traverse considérée imparfaitement rigide est modélisé par un ressort flexionnel et par conséquent possède un facteur de fixité compris entre 0 et 1 ( $0 < \gamma < 1$ )

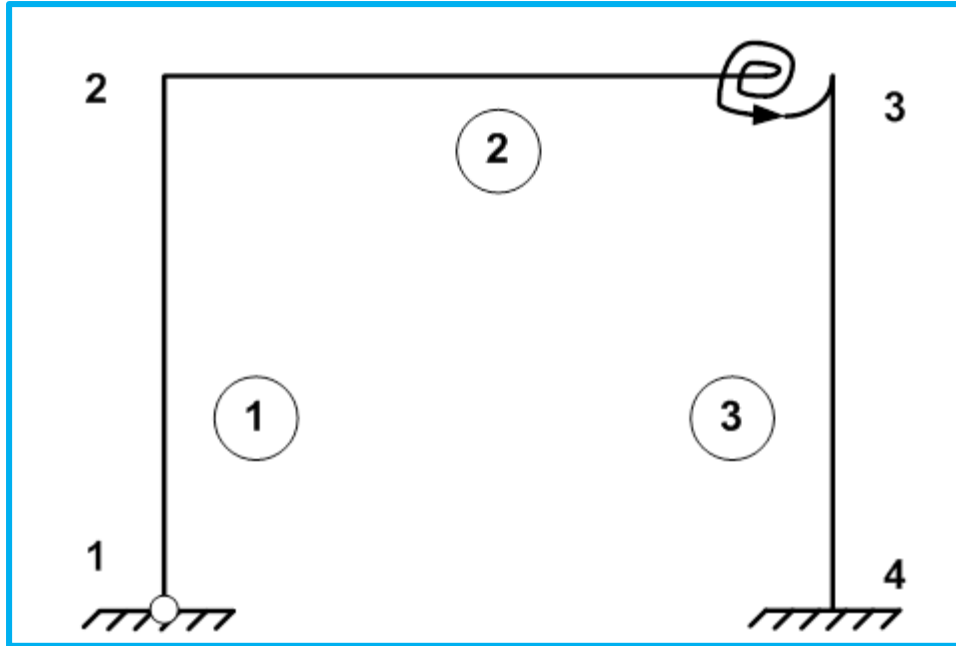


Figure (II.10) : Exemple d'utilisation de facteur de fixité

## CHAPITRE III

### *Présentation de formulation d'élément finis en tenant compte de l'imperfection des connections*

#### **III.1. Introduction :**

Les techniques de calcul des structures ont connu ces vingt dernières années un développement considérable, motivé par les besoins des industries et soutenu par les progrès effectués dans le domaine des ordinateurs. Ainsi, la M.E.F est communément utilisée aujourd'hui pour l'analyse des structures dans de nombreux secteurs de l'industrie. [21]

La méthode des éléments finis est l'une des techniques numériques les plus puissantes. L'un des avantages majeurs de cette méthode est le fait qu'elle offre la possibilité de développer un programme permettant de résoudre, avec peu de modifications, plusieurs types de problèmes. En particulier, toute forme complexe d'un domaine géométrique où un problème est bien posé avec toutes les conditions aux limites, peut être facilement traitée par la méthode des éléments finis. [22]

#### **III.2. Historique :**

La MEF, avec l'apparition des ordinateurs, devient pour la première fois en 1956, une formulation générale d'approximation de la mécanique des structures, lorsqu'elle fut utilisée chez Boeing par Turner, Clough, Martin, et Topp [Turn 56] pour calculer des parties de la structure d'un avion. Ces travaux marquèrent la naissance de la méthode des éléments finis comme on la connaît aujourd'hui.

#### **III.3. Formulation de l'élément fini utilisé :**

##### **III.3.1 Description de l'élément utilisé (portique) :**

L'élément choisi, dans ce travail est un élément portique à 2 nœuds avec 3 degrés de liberté  $\{u, w, \varphi\}$ . (Figure III.1)



Figure (III.1) : Élément portique.

### III.3.2 Principe de la théorie :

Selon la théorie de Bernoulli, les déplacements en un point de la poutre sont exprimés par :

$$u(x, y) = u_0(x) - y \frac{dw(x)}{dx} \quad (3.1)$$

$$w(x, y) = w(x)$$

Les déformations sont données par :

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx} = \frac{du_0}{dx} - y \frac{d^2w(x)}{dx^2} = \varepsilon_0 + yk_x \quad (3.2)$$

Loi de comportement :

$$\sigma = E\varepsilon \quad (3.3)$$

Résultants des efforts :

$$\sigma = E\varepsilon = E(\varepsilon_0 + yk_x) \quad (3.4)$$

$$N = \int_A \sigma dA = b \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma dy \quad (3.5)$$

$$N = \int_A b \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} E(\varepsilon_0 + yk_x) dy$$

$$N = b \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} E(\varepsilon_0 + yk_x) dy = Ebh\varepsilon_0 + Eb \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} y dy k_x = EA\varepsilon_0$$

$$M = \int_A y \sigma dA = by \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma dy$$

$$M = \int_A b \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} E(\varepsilon_0 + yk_x) y dy$$

$$M = b \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} E(\varepsilon_0 + yk_x) y dy = Eb \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \varepsilon_0 y dy + Eb \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} y^2 dy k_x = EIK_x$$

### III.3.3 Champ du déplacement :

Les éléments basés sur la théorie de Bernoulli sont des éléments d'Hermite.

L'élément poutre en question est un élément de poutre de deux nœuds et 3 degrés de liberté par nœud

Le déplacement axial d'un point de l'élément peut être exprimé par :

$$\begin{aligned} u(x) &= ax + b \\ u_1 &= u(0) = b \\ u_2 &= u(L) = aL + b \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$u(x) = \frac{1-x}{L} u_1 + \frac{x}{L} u_2 = N_1(x)u_1 + N_2(x)u_2 \quad (3.8)$$

Les variables des déplacements sont :  $u, v, w$

### III.3.4 Approximation nodale des déplacements :

Le déplacement transversal d'un point de l'élément peut être exprimé par :

$$w(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 \quad (3.9)$$

$$w(x) = [1 \quad xx^2 \quad x^3] \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{Bmatrix}$$

$$w(x) = [P(x)]\{a\}$$

La rotation d'une section de l'élément est donnée par :

$$\varphi(x) = \frac{dw}{dx} = 3ax^2 + 2a_2x + a_1 \quad (3.10)$$

$$w(0) = a_0 = w_1 \quad (3.11)$$

$$\varphi(0) = a_1 = \varphi_1 =$$

$$w(L) = a_0 + a_1L + a_2L^2 + a_3L^3 = w_2$$

$$\varphi(L) = 3aL^2 + 2a^2L + a^1 = \varphi_2 \quad (3.12)$$

Sous forme matricielle ces équations peuvent être écrites comme :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & L & L^2 & L^3 \\ 0 & 1 & 2L & 3L^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} w_1 \\ \varphi_1 \\ w_2 \\ \varphi_2 \end{Bmatrix} \quad (3.13)$$

$$[P]\{a\} = \{\delta\} \quad (3.14)$$

$$[P] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & L & L^2 & L^3 \\ 0 & 1 & 2L & 3L^2 \end{bmatrix}$$

$$\{a\} = \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{Bmatrix} \quad \{\delta\} = \begin{Bmatrix} w_1 \\ \varphi_1 \\ w_2 \\ \varphi_2 \end{Bmatrix}$$

$$\{a\} = [P]^{-1}\{\delta\}$$

$$w(x) = [P(x)][P]^{-1}\{\delta\} \quad (3.15)$$

$$w(x) = w_1 \left(1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{2x^3}{L^3}\right) + \varphi_1 \left(x - \frac{2x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2}\right) + w_2 \left(\frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x^3}{L^3}\right) + \varphi_2 \left(-\frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2}\right)$$

$$w(x) = N_3(x)w_1 + N_4(x)\varphi_1 + N_5(x)w_2 + N_6(x)\varphi_2$$

### III.3.5 Relation Déformations-déplacement :

$$\varepsilon_0 = \frac{du}{dx} = \begin{bmatrix} \frac{dN_1}{dx} & 0 & 0 & \frac{dN_2}{dx} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ w_1 \\ \varphi_1 \\ u_2 \\ w_2 \\ \varphi_2 \end{Bmatrix} \quad (3.16)$$

$$\varepsilon_0 = [B_m]\{q\}$$

$$k_x = -\frac{d^2w}{dx^2} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{d^2N_3}{dx^2} & \frac{d^2N_4}{dx^2} & 0 & \frac{d^2N_5}{dx^2} & \frac{d^2N_6}{dx^2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ w_1 \\ \varphi_1 \\ u_2 \\ w_2 \\ \varphi_2 \end{Bmatrix} \quad (3.17)$$

$$k_x = [B_b]\{q\} \quad (3.18)$$

$$[B_m] = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & 0 & 0 & \frac{1}{L} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

$$[B_b] = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{6}{L^3}(L-2x) & -\frac{2}{L^2}(2L-3x) & 0 & \frac{6}{L^3}(L-2x) & -\frac{2}{L^2}(L-3x) \end{bmatrix}$$

### III.3.6 Principe de l'énergie Energie potentielle totale :

L'énergie potentielle totale de déformation d'une poutre est donné par :

$$\pi = U - W \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned}
 U &= \int_V \sigma \varepsilon dv \\
 U &= \int_0^L \varepsilon_0 N dx + k_x M dx \\
 U &= \int_0^L \{q\} [B_m]^T EA [B_m] \{q\} dx + \int_0^L \{q\}^T [B_b]^T EI [B_b] \{q\} dx
 \end{aligned}
 \tag{3.21}$$

$$W = \{q\}^T \{F_e\}$$

U : énergie potentielle de déformation

W : travail des forces extérieures

La variation de l'énergie potentielle totale permet d'obtenir l'équation d'équilibre suivante :

$$[K_e] \{q\} = \{F_e\} \tag{3.22}$$

$K_e$  : est la matrice de rigidité élastique élémentaire de l'élément rigide

$F_e$  : vecteur force élémentaire

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} N_1 \\ T_1 \\ M_1 \\ N_2 \\ T_2 \\ M_2 \end{Bmatrix} [K_e] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$



Ainsi que, les efforts pour l'élément de portique en fonction des déplacements sont donnés par :

$$N_1 = \frac{AE}{L} u_1 + 0 + 0 - \frac{AE}{L} u_2 + 0 + 0$$

$$T_1 = 0 + \frac{12EI}{L^3} w_1 + \frac{6EI}{L^2} \varphi_1 + 0 - \frac{12EI}{L^3} w_2 + \frac{6EI}{L^2} \varphi_2$$

$$M_1 = 0 + \frac{6EI}{L^2} w_1 + \frac{4EI}{L} \varphi_1 + 0 - \frac{6EI}{L^2} w_2 + \frac{2EI}{L} \varphi_2 \quad (3.23)$$

$$N_2 = -\frac{AE}{L} u_1 + 0 + 0 + \frac{AE}{L} u_2 + 0 + 0$$

$$T_2 = 0 - \frac{12EI}{L^3} w_1 + \frac{6EI}{L^2} \varphi_1 + 0 + \frac{12EI}{L^3} w_2 + \frac{6EI}{L^2} \varphi_2$$

$$M_2 = 0 + \frac{6EI}{L^2} w_1 + \frac{2EI}{L} \varphi_1 + 0 - \frac{6EI}{L^2} w_2 + \frac{4EI}{L} \varphi_2$$

Ou sous forme matricielle par :

$$\begin{Bmatrix} N_1 \\ T_1 \\ M_1 \\ N_2 \\ T_2 \\ M_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ w_1 \\ \varphi_1 \\ u_2 \\ w_2 \\ \varphi_2 \end{Bmatrix}$$

### III.3.7 Matrice de rigidité élémentaire dans le repère global « Transformation » :

La matrice de rigidité obtenue  $[K]$  est déterminée dans le repère local de l'élément pour une structure donnée, on doit écrire les matrices de rigidité de chaque élément dans le repère global. D'où la nécessité de transformer la matrice de rigidité  $[K]$  du système de coordonnées locales au système de coordonnées globales.

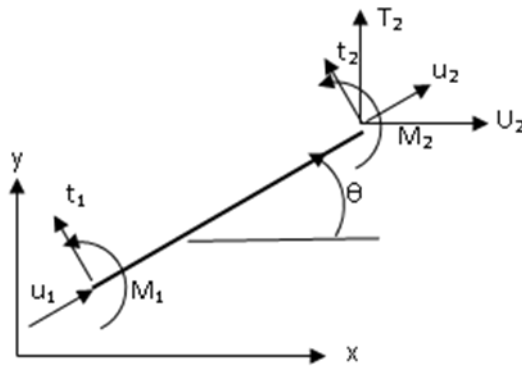


Figure (III.2) : changement de repère

$$\begin{Bmatrix} n_1 \\ t_1 \\ M_1 \\ n_2 \\ t_2 \\ M_2 \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} N_1 \\ T_1 \\ M_1 \\ N_2 \\ T_2 \\ M_2 \end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} u_1 \\ w_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ w_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} U_1 \\ W_1 \\ M_1 \\ U_2 \\ W_2 \\ M_2 \end{Bmatrix}$$

Soit :

$$\{f\} = [k]\{u\} \tag{3.24}$$

$$\text{Or : } \{U\} = [T]\{u\} \text{ et } \{F\} = [T]\{f\} \tag{3.25}$$

$$\text{D'où : } \{u\} = [T]^{-1}\{U\} \tag{3.26}$$

$$\text{et : } \{f\} = [T]^{-1}\{F\}$$

$$[T]^T [F] = \{F\} [T]^{-1} \{U\}$$

$$\{F\} = [T][k][T]^{-1} \{U\} \quad (3.27)$$

Avec :  $\{F\} = [K] \{U\}$

$$[T] = \begin{bmatrix} c & s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -s & c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -s & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad c = \cos\theta, \quad s = \sin\theta$$

### III.3.8 Joint imparfaitement rigide :

L'assemblage subit une rotation propre  $\theta$  égale à  $\lambda.M$  tels que  $\lambda$  et  $M$  sont respectivement la flexibilité et le moment sollicitant le joint. Alors dans ce cas, la rotation nodale  $\varphi$  est remplacée par la rotation  $(\varphi - \theta)$ .

L'imperfection des joints permet d'avoir :

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \lambda_1 M_1 \\ \theta_2 &= \lambda_2 M_2 \end{aligned} \quad (3.28)$$

$$\begin{aligned} M_1 &= \frac{4EI}{L} (\theta_1 - \varphi) + \frac{2EI}{L} (\theta_2 - \varphi) \\ M_2 &= \frac{2EI}{L} (\theta_1 - \varphi) + \frac{4EI}{L} (\theta_2 - \varphi) \end{aligned} \quad (3.29)$$

En substituant la rotation  $\varphi$  par la nouvelle rotation  $(\varphi - \theta)$  on obtient l'écriture matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} 1 + \frac{4EI}{L} \lambda_1 & \frac{2EI}{L} \lambda_2 \\ \frac{2EI}{L} \lambda_1 & 1 + \frac{4EI}{L} \lambda_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{Bmatrix}$$

En introduisant les facteurs de fixité  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  telle que :

Equation de Montforton :

$$\gamma_1 = \frac{L_1}{L_1 + 3EI\lambda_1}, \quad \gamma_2 = \frac{L_2}{L_2 + 3EI\lambda_2} \quad (3.30)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{4-\gamma_1}{3\gamma_1} & \frac{2(1-\gamma_2)}{3\gamma_2} \\ \frac{2(1-\gamma_1)}{3\gamma_1} & \frac{4-\gamma_2}{3\gamma_2} \end{bmatrix}, \text{Inverse : } \begin{bmatrix} \frac{-4\gamma_1-\gamma_1\gamma_2}{\gamma_1\gamma_2-4} & \frac{2\gamma_1-2\gamma_1\gamma_2}{\gamma_1\gamma_2-4} \\ \frac{2\gamma_2-2\gamma_1\gamma_2}{\gamma_1\gamma_2-4} & -(\gamma_1-4) \frac{2\gamma_2-2\gamma_1\gamma_2}{(2\gamma_1-2)(2\gamma_1\gamma_2-4)} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \gamma_1 \frac{\gamma_2-4}{\gamma_1\gamma_2-4} & -2\gamma_1 \frac{\gamma_2-1}{\gamma_1\gamma_2-4} \\ -2\gamma_2 \frac{\gamma_1-1}{\gamma_1\gamma_2-4} & \gamma_2 \frac{\gamma_1-4}{\gamma_1\gamma_2-4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} \\ \frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} & -\frac{4EI}{l} & \frac{4EI}{l} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{6}{l^2} EI \gamma_1 \frac{\gamma_2+2}{\gamma_1\gamma_2-4} & -\frac{12}{l} EI \frac{\gamma_1}{\gamma_1\gamma_2-4} & -\frac{6}{l^2} EI \gamma_1 \frac{\gamma_2+2}{\gamma_1\gamma_2-4} & -\frac{6}{l} EI \gamma_1 \frac{\gamma_2}{\gamma_1\gamma_2-4} \\ \frac{6}{l^2} EI \gamma_2 \frac{\gamma_1+2}{\gamma_1\gamma_2-4} & -\frac{6}{l} EI \frac{\gamma_2}{\gamma_1\gamma_2-4} & \frac{6}{l^2} EI \gamma_2 \frac{\gamma_1+2}{\gamma_1\gamma_2-4} & -\frac{12}{l} EI \frac{\gamma_1}{\gamma_1\gamma_2-4} \end{bmatrix}$$

Et de la même manière pour T et en posant aussi :

$$\varphi_1 = \varphi - \theta \quad \varphi_2 = \varphi - \theta$$

$$\begin{bmatrix} \frac{6EI}{L^2} \varphi - \theta & 1 & \frac{6EI}{L^2} \varphi - \theta_2 \\ -\frac{6EI}{L^2} \varphi - \theta_1 & & \frac{6EI}{L^2} \varphi - \theta_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{Bmatrix} \quad (3.31)$$

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} -\frac{2\gamma_1 + \gamma_1\gamma_2}{4 - \gamma_1\gamma_2} & \frac{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_1\gamma_2}{4 - \gamma_1\gamma_2} \\ \frac{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_1\gamma_2}{4 - \gamma_1\gamma_2} & -\frac{2\gamma_2 + \gamma_1\gamma_2}{4 - \gamma_1\gamma_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \end{bmatrix} \\
 = & \begin{bmatrix} \frac{12EI}{l^3} \left( \frac{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_1\gamma_2}{4 - \gamma_1\gamma_2} \right) & \frac{6EI}{l^2} \left( \frac{2\gamma_1 + \gamma_1\gamma_2}{4 - \gamma_1\gamma_2} \right) & -\frac{12EI}{l^3} \left( \frac{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_1\gamma_2}{4 - \gamma_1\gamma_2} \right) & \frac{6EI}{l^2} \left( \frac{2\gamma_2 + \gamma_1\gamma_2}{4 - \gamma_1\gamma_2} \right) \\ -\frac{12EI}{l^3} \left( \frac{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_1\gamma_2}{4 - \gamma_1\gamma_2} \right) & -\frac{6EI}{l^2} \left( \frac{2\gamma_2 + \gamma_1\gamma_2}{4 - \gamma_1\gamma_2} \right) & \frac{12EI}{l^3} \left( \frac{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_1\gamma_2}{4 - \gamma_1\gamma_2} \right) & -\frac{6EI}{l^2} \left( \frac{2\gamma_2 + \gamma_1\gamma_2}{4 - \gamma_1\gamma_2} \right) \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Donc la matrice de rigidité [k] dans le cas des joints imparfaitement rigide peut être écrite sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{l^3} \left( \frac{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_1\gamma_2}{4 - \gamma_1\gamma_2} \right) & \frac{6EI}{l^2} \left( \frac{2\gamma_1 + \gamma_1\gamma_2}{4 - \gamma_1\gamma_2} \right) & 0 & -\frac{12EI}{l^3} \left( \frac{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_1\gamma_2}{4 - \gamma_1\gamma_2} \right) & \frac{6EI}{l^2} \left( \frac{2\gamma_2 + \gamma_1\gamma_2}{4 - \gamma_1\gamma_2} \right) \\ 0 & \frac{6EI}{l^2} \left( \frac{2\gamma_1 + \gamma_1\gamma_2}{4 - \gamma_1\gamma_2} \right) & \frac{12EI}{l} \left[ \frac{\gamma_1}{4 - \gamma_1\gamma_2} \right] & 0 & -\frac{6EI}{l^2} \left( \frac{2\gamma_1 + \gamma_1\gamma_2}{4 - \gamma_1\gamma_2} \right) & \frac{6EI}{l} \left( \frac{\gamma_1\gamma_2}{4 - \gamma_1\gamma_2} \right) \\ -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{l^3} \left( \frac{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_1\gamma_2}{4 - \gamma_1\gamma_2} \right) & -\frac{6EI}{l^2} \left( \frac{2\gamma_2 + \gamma_1\gamma_2}{4 - \gamma_1\gamma_2} \right) & 0 & \frac{12EI}{l^3} \left( \frac{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_1\gamma_2}{4 - \gamma_1\gamma_2} \right) & -\frac{6EI}{l^2} \left( \frac{2\gamma_2 + \gamma_1\gamma_2}{4 - \gamma_1\gamma_2} \right) \\ 0 & \frac{6EI}{l^2} \left( \frac{2\gamma_2 + \gamma_1\gamma_2}{4 - \gamma_1\gamma_2} \right) & \frac{6EI}{l} \left( \frac{\gamma_1\gamma_2}{4 - \gamma_1\gamma_2} \right) & 0 & -\frac{6EI}{l^2} \left( \frac{2\gamma_2 + \gamma_1\gamma_2}{4 - \gamma_1\gamma_2} \right) & \frac{12EI}{l} \left( \frac{\gamma_2}{4 - \gamma_1\gamma_2} \right) \end{bmatrix}$$

### III.4 Présentation du programme :

#### III.4.1. Introduction :

Fortran n'a cessé de jouer un rôle central dans le domaine de plus en plus vaste de la simulation numérique, en permettant une compilation très efficace qui produit des résultats exécutables très rapides. L'objectif de cette étude est d'utiliser un programme de calcul des structures en élément de base à langage FORTRAN en utilisant un élément finis portique présenté dans le paragraphe précédent, pour analyser l'évolution de la rigidité et de la résistance à travers le calcul des déplacements des connexions et les éléments de réduction dans les différents éléments de la structure métalliques à joints semi-rigide.

### III.4.2. Présentation de l'organigramme du programme :

On peut dire que l'organigramme du programme graphique d'une suite logique d'opération, et est un outil adapté à la construction d'un programme

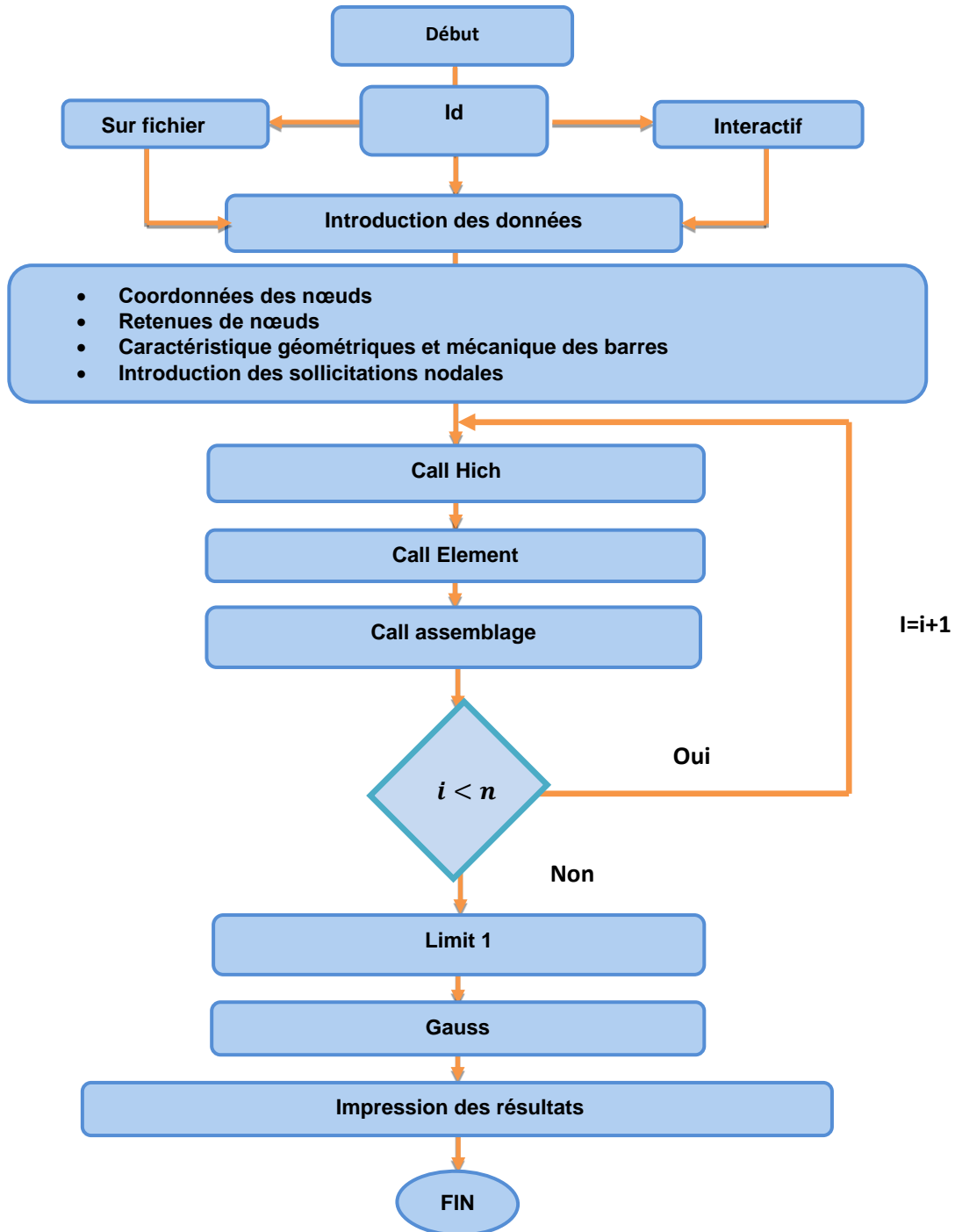


Figure (III.3) : L'organigramme de programme

### III.4.3 Description des sous-routines du programme :

Les différents sous-programmes et leurs fonctions sont présentés sur le tableau suivant :

**Tableau (III.1) : Fonctions des sous-routines.**

	Fonctions
<b>Programme principal</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Introduction des données sur les nœuds</li> <li>• Introduction des données sur les barres</li> <li>• Introduction des sollicitations nodales</li> <li>• Calcul des réactions d'appuis</li> <li>• Calcul des efforts dans les barres</li> </ul>
<b>Hich</b>	Construction de la table de localisation
<b>Elément</b>	Construction de la matrice de rigidité et du vecteur forces élémentaires d'une barre.
<b>Assemb</b>	Assemblage de la matrice de rigidité et du vecteur force global
<b>Limit1</b>	Introduction des conditions aux limites
<b>Gauss</b>	Résolution du système $[k] \{U\} = \{F\}$ et impression des déplacements nodaux

### III.5. Validation de l'élément :

#### III.5.1 Introduction :

On montre à travers une série d'applications la performance de l'élément utilisé par le calcul des efforts : normal, effort tranchant et moment de l'élément.

Les résultats obtenus seront comparés avec les solutions obtenus analytiquement et ceux obtenus par d'autres modèles d'éléments finis disponibles dans la littérature.

#### III.5.2 Exemple de validation :

##### III.5.2.1 Poutre :

On étudie la poutre représentée sur la figure suivante. Celle-ci est encadrée en 1, repose sur un appui simple en 3, est soumise à une charge constante de  $1t$ .  $EI = cte$ .

On demande de tracer le diagramme des moments fléchissant et de l'effort tranchant. [24]

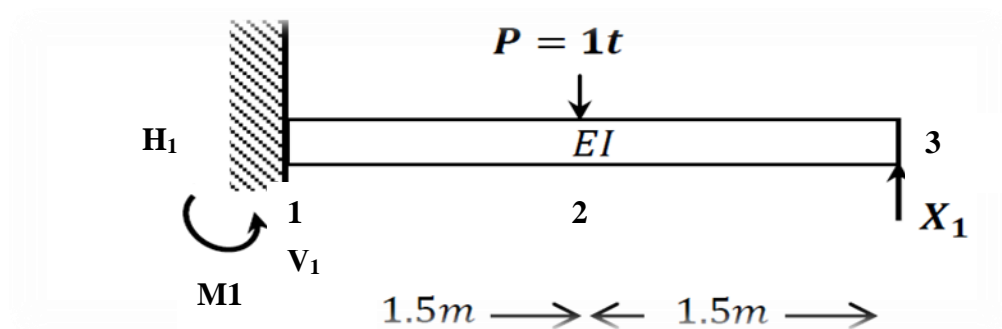


Figure (III.4) : Poutre -encadrée simplement appuyée

#### Solution :

On détermine le degré d'hyperstaticité (le nombre d'inconnus)

$$d = 4(\text{liaisons}) - 3(\text{équations}) = 1$$

On écrit le système d'équations canoniques :

$$X_1 \cdot \delta_{11} + \delta_{10} = 0$$



On Trace le diagramme unitaire ( $m_1$ ) et celui des charges extérieures ( $M_0$ )

Etat 0 :  $X_1=0$

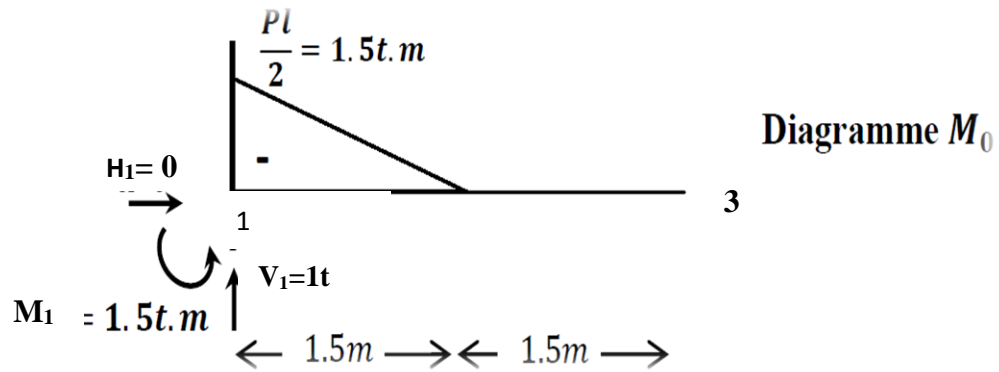


Figure (III.5) : Diagramme  $m_0$

Etat 1 :  $X_1=1$

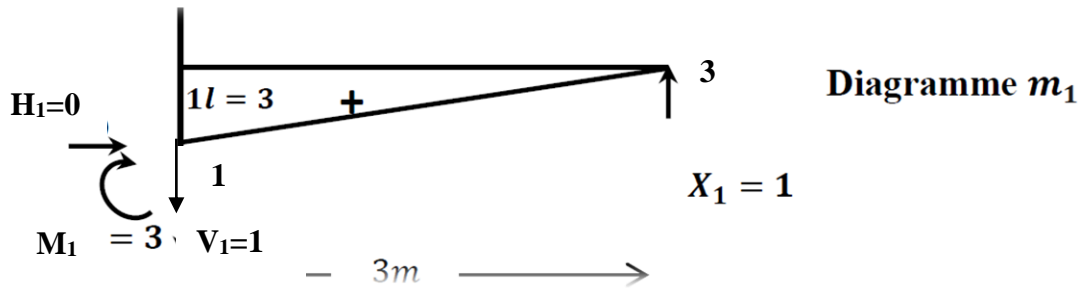


Figure (III.6) : Diagramme  $m_1$

Calculer les déplacements  $\delta_{ij}$  :

$$\delta_{11} = \frac{L^3}{3.EI} = \frac{9}{EI} \Delta_{10} = -\frac{5P.L^3}{48.EI} = -\frac{2.813}{EI}$$

$$\frac{9}{EI} X_1 - \frac{2.813}{EI} = 0$$

A partir de cette équation, on tire :  $X_1=0.313t$

- Correction de diagramme unitaire :

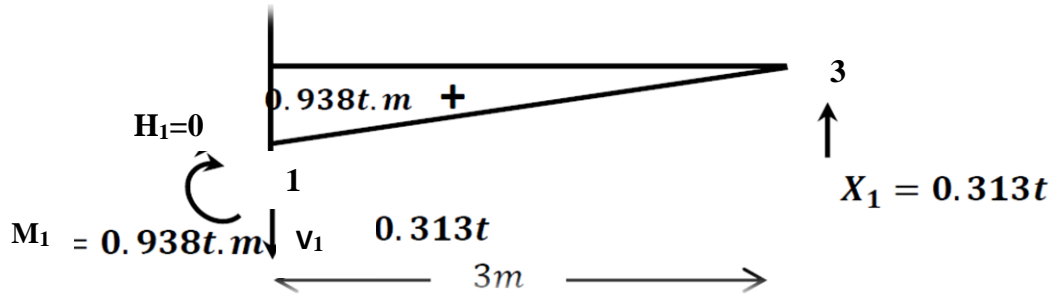


Figure (III.7) : diagramme final

-On Trace le diagramme final des moments fléchissant :

$$M_f = M_0 + m_1^*$$

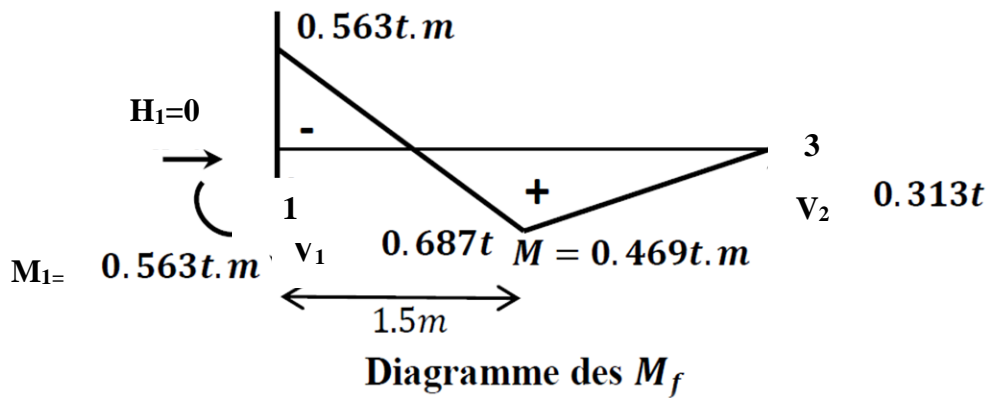
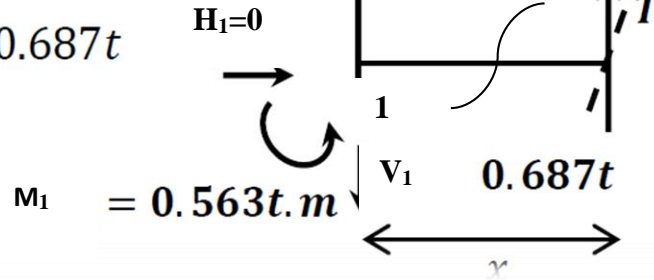


Figure (III.8) : Diagramme  $M_f$

Section 1-1  $0 \leq x \leq 1.5m$

$$\sum F_V = 0 \Rightarrow T = 0.687t$$



Section 1-1  $1.5 \leq x \leq 3m$

$$\sum F_V = 0 \Rightarrow T = 0.687 - 1 = 0.313t$$

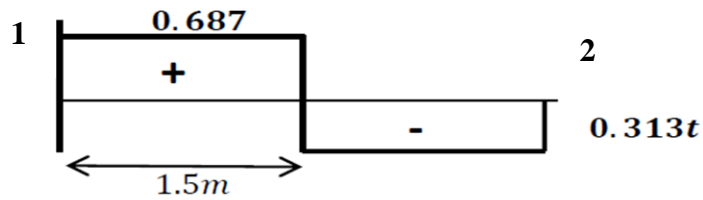
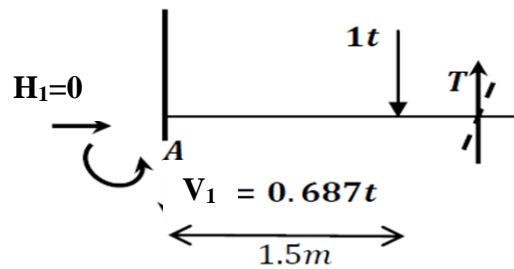


Diagramme de  $T$

Figure (III.9) : Diagramme T

**Les résultats de programme :**

Charges appliquées dans les nœuds :

**Tableau III.2 :** les charges appliquées dans les nœuds d'élément poutre

NOEUD	Selon X	Selon Y	Moment
2	.00E+00	-.10E+05	.00E+00

Réactions dans les nœuds :

**Tableau.III.3 :** les réactions dans les nœuds d'élément poutre

Nœud	Rx(kN)	Ry(KN)	M (kN.m)
1	.000	6.875	5.625
3	.000	3.125	.000

Efforts dans les barres :

**Tableau.III.4 :** les efforts dans les barres d'élément poutre

Nœud	N(kN)	T(KN)	M(KN.m)
<b>Barre 1</b>			
1	.000	6.875	5.625
2	.000	-6.875	4.688
<b>Barre 2</b>			
2	.000	-3.125	-4.688
3	.000	3.125	.000

Comparaison :

Tableau.III.5 : comparaison des résultats 1

Résultats programme			Résultats manuelle		
N (kN)	T(KN)	M (KN.m)	N (kN)	T(KN)	M (KN.m)
.000	6.875	5.625	6.87	5.63	
.000	-6.875	4.688	- 6.87	-5.63	
.000	-3.125	-4.688	- 3.13	-4.69	
.000	3.125	.000	3.13	.000	

III.5.2.2 : Treillis :

Les contraintes dans toutes les barres du treillis suivant :

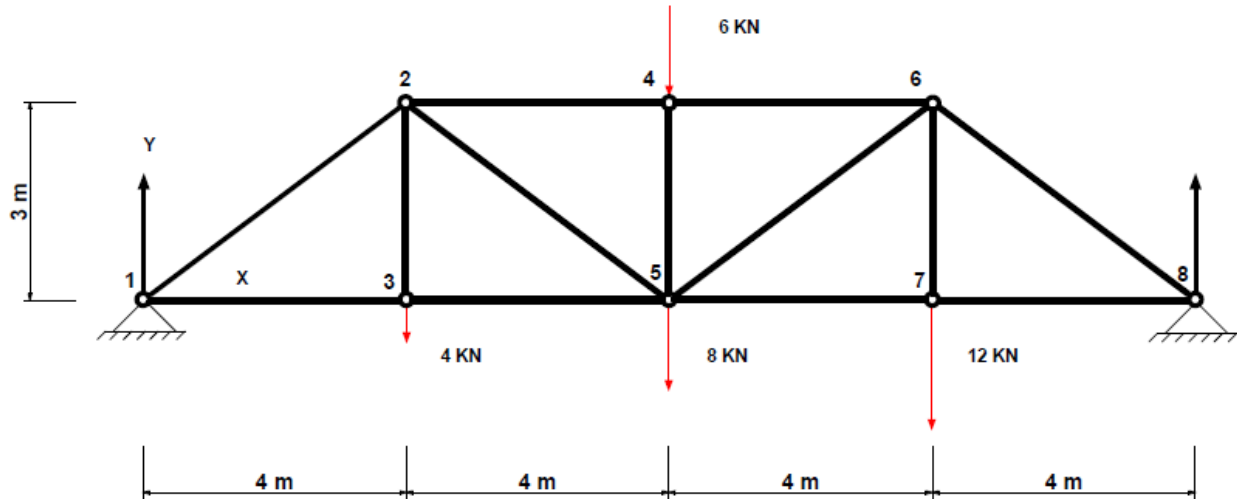


Figure (III.10) : Structure en Treillis [25]

Solution :

1. Trouvons les réactions d'appuis.

$$\Sigma M1 = - (4000 \times 4) - (8000 \times 8) - (6000 \times 8) - (12000 \times 12) + (B \times 16) = 0$$

$$16B = 16000 + 64000 + 48000 + 144000$$

$$B = \underline{272000}$$

$$16$$

D'où:  $N_8 = 17000 \text{ N}$

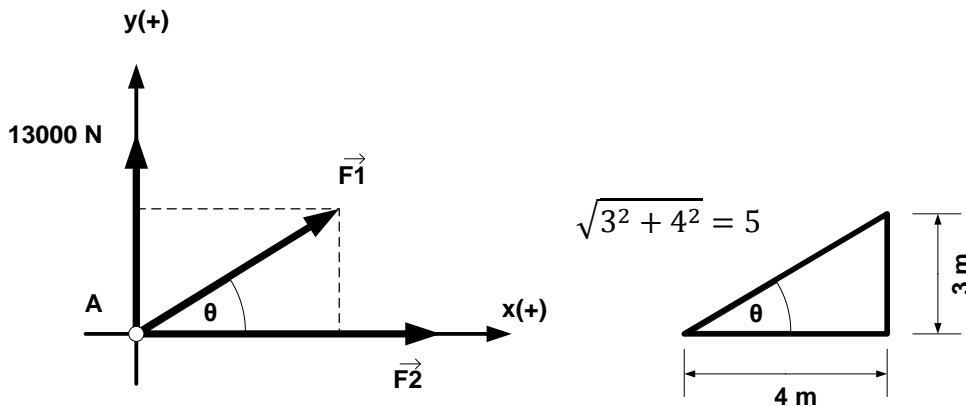
$$\Sigma F_x = A_x = 0$$

$$\Sigma F_y = A_y - 4000 - 8000 - 6000 - 12000 + 17000 = 0$$

D'où :  $A_y = 4000 + 8000 + 6000 + 12000 - 17000 = 13000 \text{ N}$

2-Équilibre des nœuds

**Nœud 1** : Remplaçons l'articulation par  $A_y$  et les barres 1 et 2 par des efforts  $F_1$  et  $F_2$  en tension.



$$\Sigma F_x = F_1 \cos \theta + F_2 = F_1 (4/5) + F_2 = 0 \text{ D'où } F_2 = -(4/5) F_1$$

$$\Sigma F_y = F_1 \sin \theta + 13000 = 0 \text{ donc } F_1 (3/5) = -13000$$

D'où  $F_1 = -(5/3)13000 = -21667 \text{ N}$

Donc  $F_2 = -(4/5) (-21667) = 17333 \text{ N}$

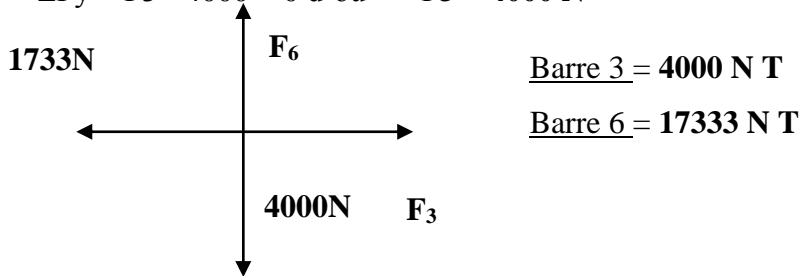
Barre 1 =  $21667 \text{ N C}$

Barre 2 =  $17333 \text{ N T}$

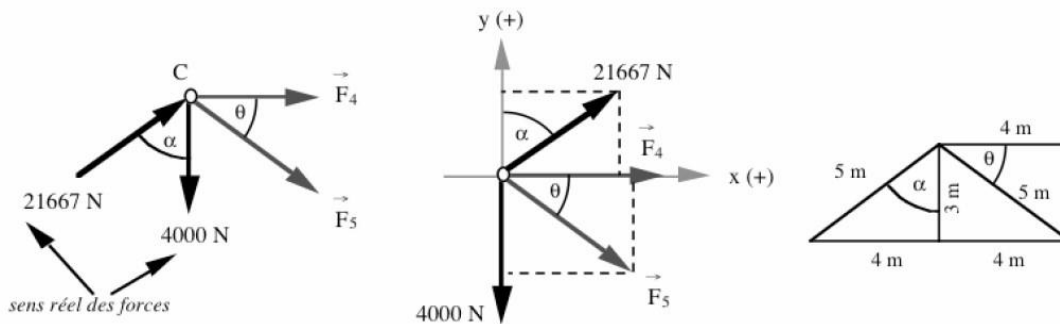
**Nœud D** : Remplaçons la barre 2 par son effort, la barre 3 par un effort  $F_3$  supposé en tension et la barre 6 par un effort  $F_6$  supposé en tension.

$$\Sigma F_x = F_6 - 17333 = 0 \text{ d'où } \mathbf{F_6 = 17333 \text{ N}}$$

$$\Sigma F_y = F_3 - 4000 = 0 \text{ d'où } \mathbf{F_3 = 4000 \text{ N}}$$



**Noeud 3** : Remplaçons les barres 1 et 3 par leurs efforts, la barre 4 par un effort  $F_4$  supposé en tension et la barre 5 par un effort  $F_5$  supposé en tension.



$$\Sigma F_x = F_4 + 21667 \sin \alpha + F_5 \cos \theta = F_4 + 21667(4/5) + F_5 (4/5) = 0$$

$$\text{D'où: } F_4 = - (4/5) F_5 - 17333$$

$$\Sigma F_y = 21667 \cos \alpha - 4000 - F_5 \sin \theta = 21667(3/5) - 4000 - F_5 (3/5) = 0$$

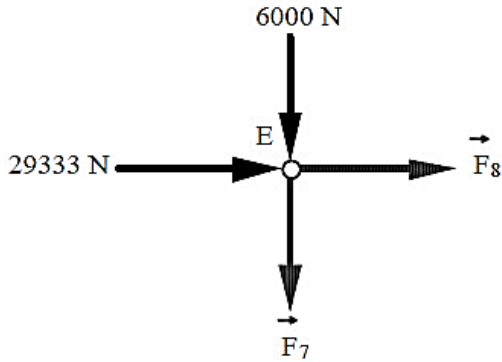
$$(3/5)F_5 = 13000 - 4000 \text{ D'où } \mathbf{F_5 = 15000 \text{ N}}$$

$$F_5 \text{ dans : } F_4 = -(4/5) (15000) - 17333 \text{ D'où } \mathbf{F_4 = -29333 \text{ N}}$$

$$\text{Barre 4} = \mathbf{29333 \text{ N C}}$$

$$\text{Barre 5} = \mathbf{15000 \text{ N T}}$$

**Nœud E :** Remplaçons la barre 4 par son effort (29333 N compression), la barre 7 par un effort F7 supposé en tension et la barre 8 par un effort F8 supposé en tension



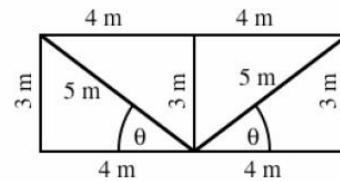
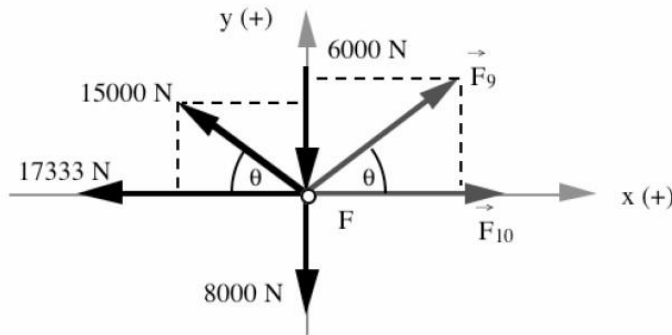
$$\sum F_x = F_8 + 29333 = 0 \quad \text{d'où} \quad F_8 = -29333 \text{ N}$$

$$\sum F_y = -F_7 - 6000 = 0 \quad \text{d'où} \quad F_7 = -6000 \text{ N}$$

Barre 7 = 6000 N C

Barre 8 = 29333 N C

**Nœud F :** Remplaçons les barres 5, 6 et 7 par leurs efforts, la barre 9 par un effort F9 supposé en tension et la barre 10 par un effort F10 supposé en tension.



$$\sum F_x = -17333 - 15000 \cos \theta + F_9 \cos \theta + F_{10} = -17333 - 15000(4/5) + F_9 (4/5) + F_{10} = 0$$

D'où  $F_{10} = -(4/5) F_9 - 29333$

$$\sum F_y = 15000 \sin \theta - 6000 - 8000 + F_9 \sin \theta = 15000(3/5) - 14000 + F_9 (3/5) = 0$$

$$(3/5) F_9 = 14000 - 9000 = 5000$$

D'où : **F9 = 8333 N**

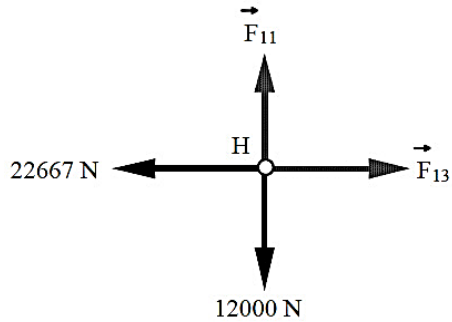
F9 dans F10 =  $-(4/5) (8333) + 29333$  D'où **F10 = 22667 N**

Barre 9 = 8333 N T

Barre 10 = 22667 N T



**Nœud H** : Remplaçons la barre 10 par son effort, la barre 11 par un effort  $F_{11}$  supposé en tension et la barre 13 par un effort  $F_{13}$  supposé en tension.



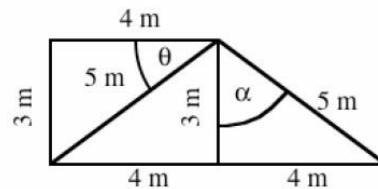
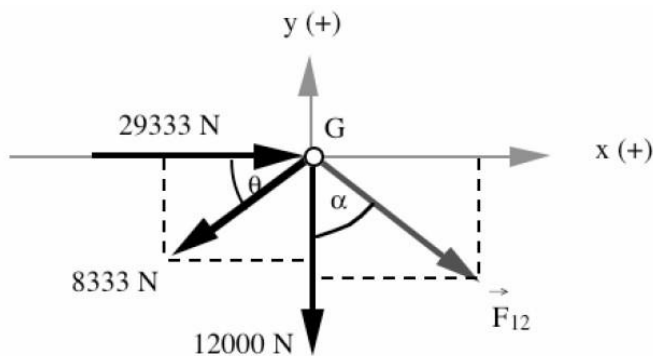
$$\sum F_x = F_{13} - 22667 = 0 \quad \text{d'où} \quad F_{13} = 22667 \text{ N}$$

$$\sum F_y = F_{11} - 12000 = 0 \quad \text{d'où} \quad F_{11} = 12000 \text{ N}$$

$$\underline{\text{Barre 11}} = 12000 \text{ N} \quad \text{T}$$

$$\underline{\text{Barre 13}} = 22667 \text{ N} \quad \text{T}$$

**Nœud G** : Remplaçons les barres 8 et 9 par leurs efforts, et la barre 12 par un effort  $F_{12}$  supposé en tension



$$\sum F_x = 29333 - 8333 \cos \theta + F_{12} \sin \alpha = 29333 - 8333(4/5) + (4/5) F_{12} = 0$$

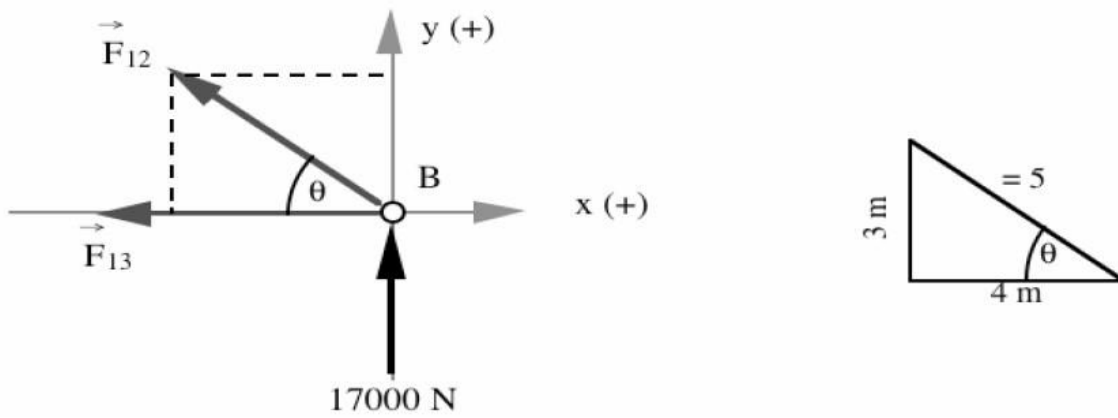
D'où:  **$F_{12} = -28333 \text{ N}$**

$$\sum F_y = -8333 \sin \theta - 12000 - F_{12} \cos \alpha = -8333(3/5) - 12000 - (3/5) F_{12} = 0$$

D'où :  **$F_{12} = -28333 \text{ N}$**  (preuve)

**Barre 12 = 28333 N C**

**Nœud B** : Vérification ; Si les valeurs trouvées pour  $F_{12}$  et  $F_{13}$  par le calcul successif de toutes les barres sont exactes, les autres valeurs le seront également.



$$\Sigma F_y = F_{12} \sin \theta + 17000 = F_{12} (3/5) + 17000 = 0$$

D'où  $F_{12} = -28333 \text{ N}$

$$\Sigma F_x = -F_{12} \sin \theta - F_{13} = 0 \Rightarrow F_{13} = -(4/5) F_{12} = -(4/5) (-28333)$$

D'où  $F_{13} = 22667 \text{ N}$

Les **mêmes** valeurs ( $F_{12}$  et  $F_{13}$ ) trouvées par l'étude des nœuds G et H.

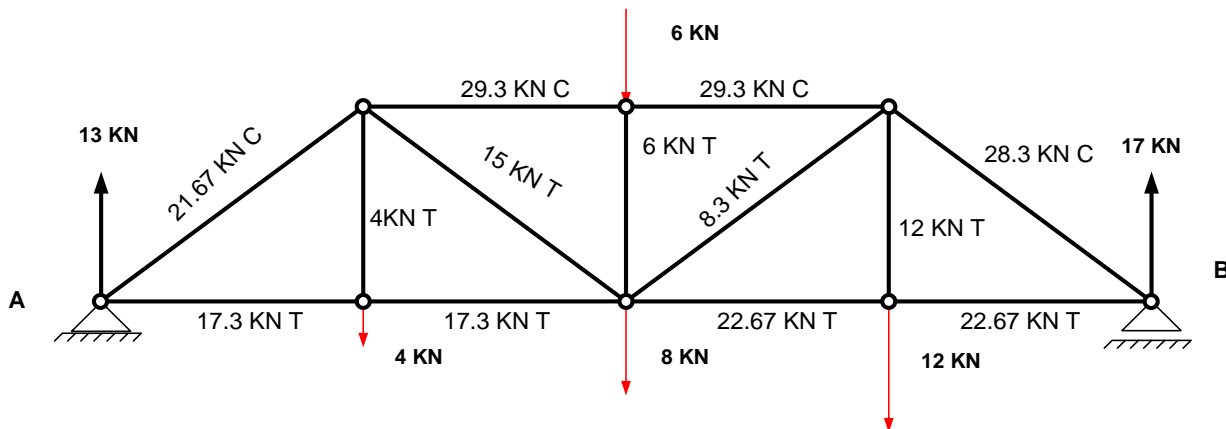


Figure (III.11) : Structure en Treillis

Voilà le tableau de résultats :

**Tab III.6 :** les résultats manuels d'élément treillis

A	13000 N
B	17000 N
F1	<b>21667</b> N Compression
F2	17333 N Tension
F3	<b>4000</b> N Tension
F4	29333 N Compression
F5	15000 N Tension
F6	17333 N Tension
F7	6000 N Compression
F8	29333 N Compression
F9	8333 N Tension
F10	22667 N Tension
F11	12000 N Tension
F12	28333 N Compression
F13	22667 N Tension

**Résultats de programme :**

Charge appliquée dans les nœuds :

**Tableau III.7 :** charge appliquée dans les nœuds d'élément treillis

NOEUD	SELON X	SELON Y	Moment
3	.00E+00	-.40E+04	00E+00
4	.00E+00	-.60E+04	00E+00
5	.00E+00	-.80E+04	00E+00
7	.00E+00	-.12E+04	00E+00

**Réactions dans les nœuds :**

**Tableau III.8 :** Réaction dans les nœuds d'élément treillis.

Noeud	Rx (kN)	Ry (kN)	M(Kn.m)
<b>1</b>	.000	13.000	.000
<b>8</b>	.000	17.000	.000

**Efforts dans les barres :**

**Tableau III.9 :** les efforts dans les barres d'élément treillis.

Nœud	N(KN)	T(KN)	M(KN.m)
<b>Barre 1</b>	<b>1</b>		
<b>1</b>	<b>21666.670</b>	.000	.000
<b>2</b>	- 21666.670	.000	.000
<b>Barre 2</b>	<b>2</b>		
<b>1</b>	-17333.340	.000	.000
<b>3</b>	17333.340	.000	.000
<b>Barre 3</b>	<b>3</b>		
<b>2</b>	<b>-4000.013</b>	.000	.000
<b>3</b>	4000.013	.000	.000
<b>Barre 4</b>	<b>4</b>		
<b>2</b>	29333.340	.000	.000
<b>4</b>	-29333.340	.000	.000
<b>Barre 5</b>	<b>5</b>		
<b>2</b>	-14999.990	.000	.000
<b>5</b>	14999.990	.000	.000
<b>Barre 6</b>	<b>6</b>		
<b>3</b>	-17333.340	.000	.000

<b>5</b>	17333.340	.000	.000
<b>Barre</b>	<b>7</b>		
<b>4</b>	5999.995	.000	.000
<b>5</b>	- 5999.995	.000	.000
<b>Barre</b>	<b>8</b>		
<b>4</b>	29333.350	.000	.000
<b>6</b>	-29333.350	.000	.000
<b>Barre</b>	<b>9</b>		
<b>6</b>	-8333.342	.000	.000
<b>5</b>	8333.342	.000	.000
<b>Barre10</b>			
<b>5</b>	-22666.660	.000	.000
<b>7</b>	22666.660	.000	.000
<b>Barre</b>	<b>11</b>		
<b>6</b>	-12000.000	.000	.000
<b>7</b>	12000.000	.000	.000
<b>Barre</b>	<b>12</b>		
<b>6</b>	28333.340	.000	.000
<b>8</b>	-28333.340	.000	.000
<b>Barre</b>	<b>13</b>		
<b>7</b>	-22666.660	.000	.000
<b>8</b>	22666.660	.000	.000

Les résultats obtenus par simulation sont très proche à ceux obtenus par le calcul analytique

### III.5.2.3 : Portique

Le diagramme du moment pour le portique représenté ci-dessous

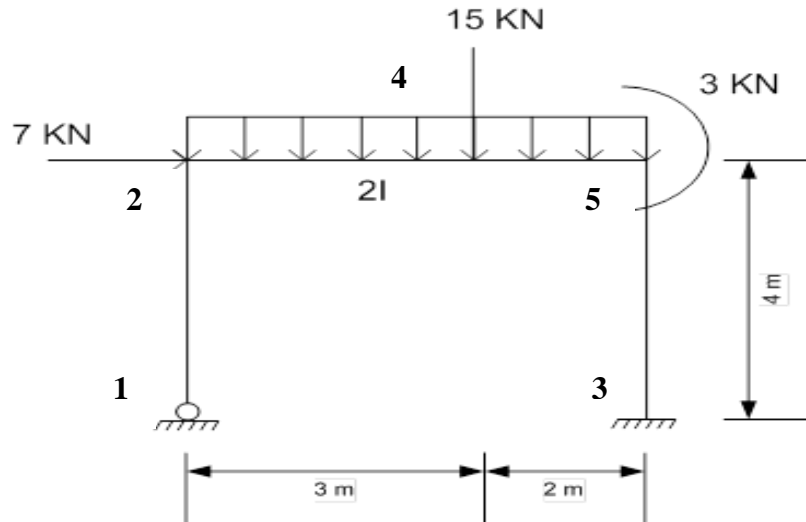


Figure (III.12) : structure en portique [26]

On a utilisé la méthode des forces :

**La solution :**

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 = -\Delta_{10}$$

$$\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 = -\Delta_{20}$$

$(S_0)^1$ :

**Section 1-1:  $0 < X < 4$**

$$\sum M_{/1-1} = 0 \rightarrow M(x) = 0$$

**Section 1-1:  $0 < X < 5$**

$$\sum M_{/2-2} = 0 \rightarrow M(x) = -\frac{qx^2}{2} = -\frac{3}{2}x^2$$

$$M(0) = 0 \quad M(5) = -37.5 \text{ KN.m}$$

$$M(3) = -13.5 \text{ KN.m}$$

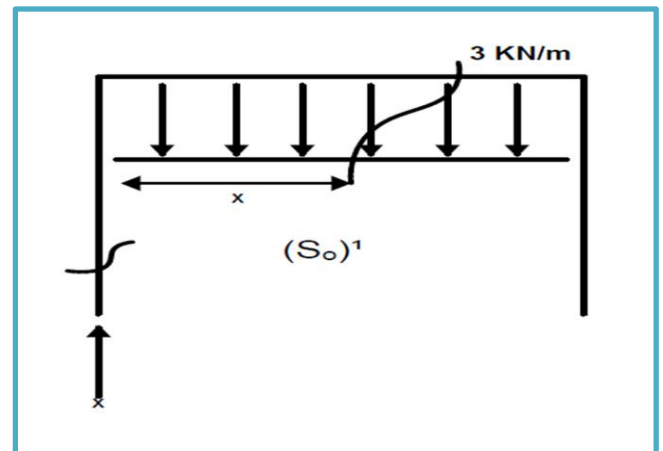


Figure (III.13) :  $(S_0)^1$

$$M(x) = 0 \rightarrow M(x) - 7x + (3 \cdot 5 \cdot 2.5) = 0$$

$$M(x) = 7x - 37.5$$

$$X=0 \quad M(0) = -37.5 \text{ KN.m}$$

$$X=4 \quad M(4) = -9.5 \text{ KN.m}$$

$(S_0)^2$ :

**Section 3-3:  $3 < X < 5$ :**

$$\sum M(x) = 0 \rightarrow M(x) = -15(x-3)$$

$$X=3 \quad M(3) = 0$$

$$X=5 \quad M(5) = -30 \text{ KN.m}$$

**Section 4-4:  $0 < X < 4$**

$$\sum M(X) = 0 \rightarrow M(x) + 15 \times 2 = 0$$

$$M(x) = -30 \text{ KN.m}$$

**$(S_1)$ : section 2-2:  $0 < x < 5$**

$$\sum M(X)_{2-2} = 0 \rightarrow M(x) = 1 \times x = 0$$

$$M(x) = x$$

$$M(0) = 0$$

$$M(5) = 5 \text{ KN.m}$$

**Section 3-3:  $0 < X < 4$**

$$\sum M(x) = 1 \times 4 = 0$$

$$M(x) = 4 \text{ KN.m}$$

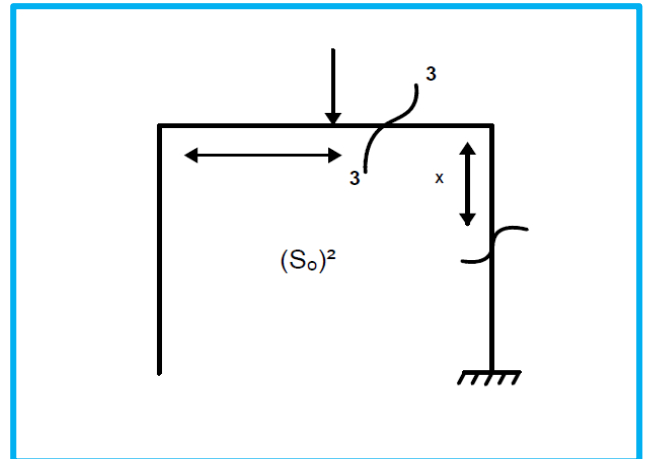


Figure (III.14):  $(S_0)^2$

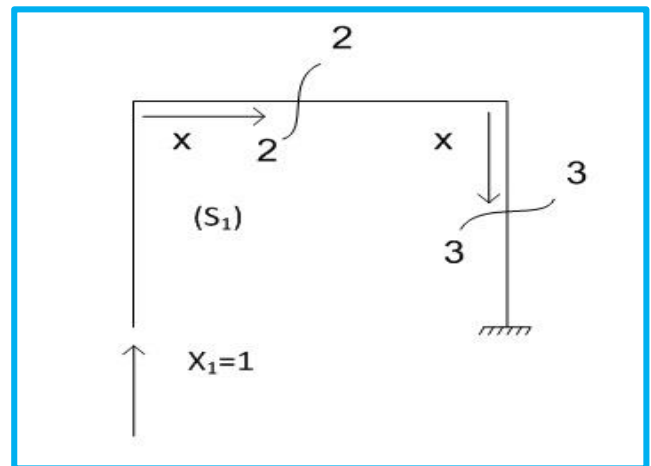


Figure (III.15) :  $S_1$

**(S<sub>2</sub>): section 1-1: 0 < x < 4**

$$M(x) = 1 \cdot X = 0$$

$$M(x) = X \rightarrow M(0) = 0$$

$$\rightarrow M(4) = 4 \text{ KN.m}$$

**Section 2-2: 0 < X < 5**

$$\sum M(x) = 0 \rightarrow M(x) - 1 \times 4 = 0$$

$$M(x) = 4 \text{ KN.m}$$

**Section 3-3:**

$$\sum M(x) = 0 \rightarrow M(x) = 1 \times (4 - x) = 0$$

$$M(x) = 4 - x \rightarrow M(0) = 4 \text{ KN.m}$$

$$\rightarrow M(4) = 0 \text{ KN.m}$$

$$X_1 \cdot \delta_{11} + X_2 \cdot \delta_{12} = -\Delta_{10}$$

$$X_2 \cdot \delta_{21} + X_2 \cdot \delta_{22} = -\Delta_{20}$$

$$\delta_{11} = \int \frac{M \cdot M \cdot dx}{EI}$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{2} \text{LFG} + \text{LFG} = \left[ \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 5 \times 5 \times 5 \right] + (4 \times 4 \times 5)$$

$$\delta_{11} = 120.83$$

$$\delta_{12} = 0 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \text{LFG} + \frac{1}{2} \text{LFG} = \delta_{21}$$

$$= \frac{1}{4} \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 \cdot 4 = 65$$

$$\delta_{22} = 2 \left( \frac{1}{3} \right) \text{LFG} + \left( \frac{1}{2} \right) \text{LFG}$$

$$= 2 \left[ \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 + 5 \cdot 4 \cdot 4 \times \left( \frac{1}{2} \right) \right]$$

$$\delta_{22} = 82.67$$

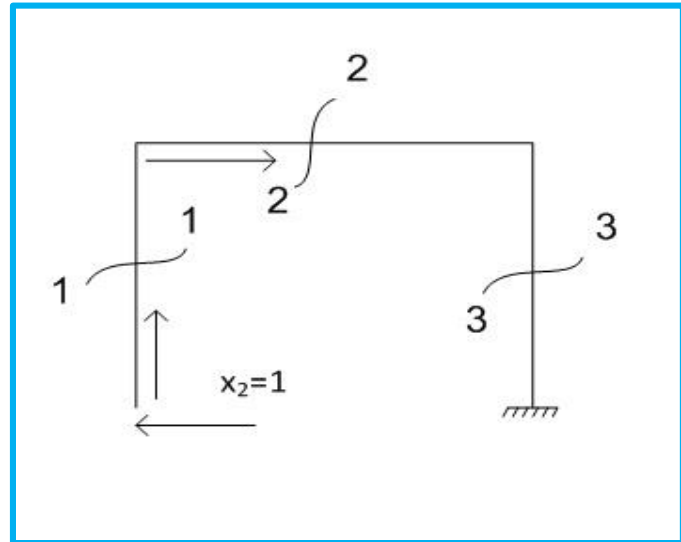


FIGURE (III.16) : S<sub>2</sub>



$$\Delta_{10} = (M_0^1) \cdot (M_1^2) + (M_0^2) \cdot (M_1^1)$$

$\swarrow$   $\searrow$   
 $I_1$   $I_2$

$$I_1 = -\left(\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{4} \text{LFG} - \frac{1}{2} \text{LFG} (g_1 + g_r)$$

$$I_1 = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot 5.5 \cdot 37.5 + \left[\frac{1}{2} \cdot 4.5(9, 5 + 37.5)\right] = -587.18$$

$$I_2 = \left[-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} \cdot \text{L} \cdot \text{F} (g_1 + 2g_r) + [-\text{LFG}]\right]$$

$$= \left[-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} \text{LF} (g_1 + 2g_r) + [-\text{LFG}]\right]$$

$$= \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} \times 2.30(3 + 2.5)\right] + [-4.30.5] = -665$$

$$\Delta_{10} = -1252.18$$

$$\Delta_{20} = (M_0^1) \cdot M_2 + (M_0^2) \cdot M_2$$

$\swarrow$   $\searrow$   
 $I_3$   $I_4$

$$I_3 = \left[-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \times 5 \times 4 \times 37.5\right] + \frac{1}{6} [\text{LF} (g_1 + 2g_r)]$$

$$I_3 = \left[-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot 5.4.37.5\right] + \left[-\frac{1}{6} \times 4 \times 4(9, 5 + 2 \times 37.5)\right]$$

$$I_3 = -350, 33$$

$$I_4 = \left[-\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \text{LFG}\right] + \left[-\frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times 30\right]$$

$$I_4 = -300$$

$$\Delta_{20} = -650, 33$$

$$\begin{cases} X_1 \cdot \delta_{11} + X_2 \delta_{12} = -\Delta_{10} \\ X_1 \cdot \delta_{21} + X_2 \delta_{22} = -\Delta_{20} \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} X_1 \cdot 120.83 + X_2 \cdot 65 = 1252.15 \\ X_1 \cdot 65 + X_2 \cdot 82.67 = 650.33 \end{array} \right\} \longrightarrow \begin{array}{l} X_1 = -0.48 \\ X_2 = 10.62 \end{array}$$

Les moments aux nœuds :

$$M(x) = M_0(x) + X_1 \cdot M_1(x) + X_2 \cdot M_2(x)$$

**Nœud 1:**

$$\begin{aligned} M_{AB} &= M_0^{AB} + X_1 \cdot M_1^{AB} + X_2 \cdot M_2^{AB} \\ &= 0 + 10.61(0) - 0.48(0) = 0 \end{aligned}$$

**Nœud 2:**

$$\begin{aligned} M^{BA} &= M_0^{BA} + X_1 \cdot M_1^{BA} + X_2 \cdot M_2^{BA} \\ &= 0 + 10.61(0) - 0.48(4) = -1.92 \text{ KN.m} \end{aligned}$$

$$M^{BC} = M_0^{BC} + X_1 \cdot M_1^{BC} + X_2 \cdot M_2^{BC}$$

$$= 0 + 10.61(0) - 0.48(4) = -1.92 \text{ KN.m}$$

**Nœud 4:**

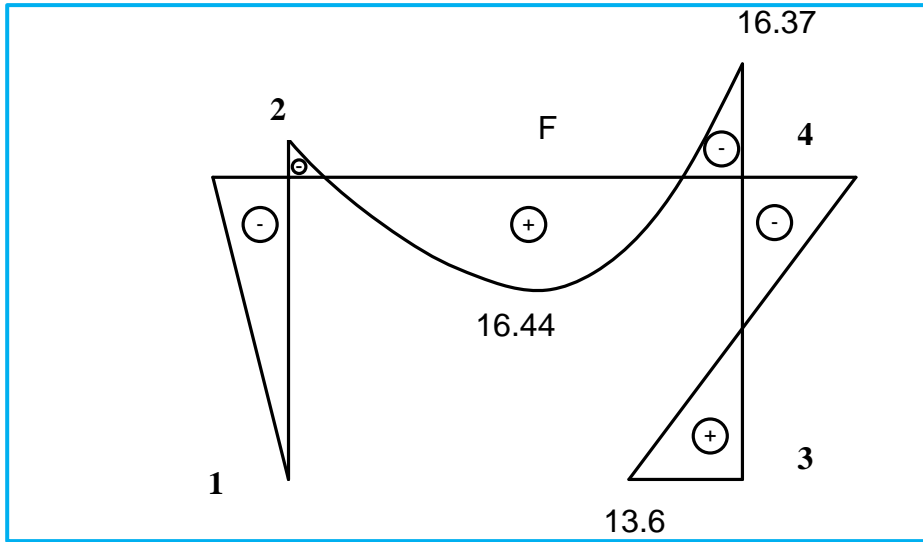
$$M_{CB} = M_0^{CD} + X_1 \cdot M_1^{CB} + X_2 \cdot M_2^{CB}$$

$$= (-37.5 + 30) + (10.61 \times 5) - 0.48 \times (4) = -16.37 \text{ KN.m}$$

**NOEUD 3 :**

$$M_{DC} = M_0^{DC} + X_1 \cdot M_1^{DC} + X_2 \cdot M_2^{DC}$$

$$M_{CD} = M_{CB} = -16.37 \text{ KN.m}$$



Figure( III.14) : Diagramme des moments

**Les résultats de programme :**

Charges appliquées dans les nœuds :

**Tab III.10** : les charges appliquées d'élément portique.

NOEUD	Selon X	Selon Y	Moment
2	.70E+04	.00E+00	.00E+00
4	.00E+00	-.15E+05	.00E+00

Réactions dans les nœuds :

**Tab III.11** : les réactions dans les nœuds d'élément portique.

Nœud	Rx(kN)	Ry(KN)	M (kN.m)
1	.488	10.629	.000
3	-7.488	19.371	13.645

Efforts dans les barres :

**Tab III.12** : l'effort dans les barres d'élément portique

Nœud		N(kN)	T(KN)	M(KN.m)
<b>Barre</b>	<b>1</b>			
	1	10629.110	-.488	.000
	2	-10629.110	.488	<b>-1.950</b>
<b>Barre</b>	<b>2</b>			
	3	19370.900	7.488	<b>13.645</b>
	5	-19370.900	-7.488	16.305
<b>Barre</b>	<b>3</b>			
	2	7487.667	10.629	1.950
	4	-7487.667	-1.629	<b>1.950</b>
<b>Barre</b>	<b>4</b>			
	4	7487.674	-13.371	-16.437
	5	-7487.674	19.371	<b>-16.305</b>

**Tab III.13** : Comparaison des résultats

Résultats de programme	Résultats analytique
M(KN.m)	M(KN.m)
.000	.000
-1.950	-1.92
13.645	13.6
16.305	16.37
1.950	1.92
1.950	1.92
-16.437	-16.37
-16.305	-16.44

A travers les exemples considérés, on peut confirmer la précision des résultats obtenus par l'élément présenté. Par conséquent l'élément peut être utilisé dans l'étude paramétrique qui est l'objet du prochain chapitre.

## Chapitre IV

### Etude paramétrique

#### IV.1 Introduction :

Après avoir validé l'élément et d'être assuré de son bon fonctionnement, nous allons passer à une étude paramétrique, qui consiste à varier différents paramètres et d'interpréter les variations des résultats obtenus, cette manipulation a pour but de savoir et déterminer l'effet de chaque paramètre sur le comportement des structures à joint semi rigide soumis à une charge horizontale.

Dans notre étude, nous prenons en considération les paramètres suivants : la variation de facteur de fixité  $\gamma$  et l'emplacement de différents types de système contreventements (X, V, K et VR)

#### IV.2 Exemple d'une structure allongée R+5 :

On considère la structure d'un portique en acier de cinq étages et six travées représentée dans la (Fig.V.1), Le module de Young de l'acier est pris :  $E=200$  GPa, le portique a des assemblages rigides et semi rigides avec des facteurs de fixité respectivement  $\gamma=1, \gamma=0.6$ . Le processus d'évaluation de la valeur de déplacement selon la rigidité et de moments selon la résistance.

#### Caractéristiques :

Nombre des nœuds	Charge appliquée	Profilé de poteaux	Moment d'inertie	Section	Module de Young
49	60 KN	HEB260	14920cm <sup>4</sup>	118.4cm <sup>2</sup>	2×10 <sup>7</sup> cm <sup>2</sup>
Nombre des travées	Profilé de contreventement	Profilé de poutres	Moment d'inertie	Section	
6	2L150×50×50	IPE270	5790cm <sup>4</sup>	45.95cm <sup>2</sup>	

Numérotation des nœuds et les barres sont droite vers gauche et le haut vers bas

IV.2.1/Schématisation des structures allongés :

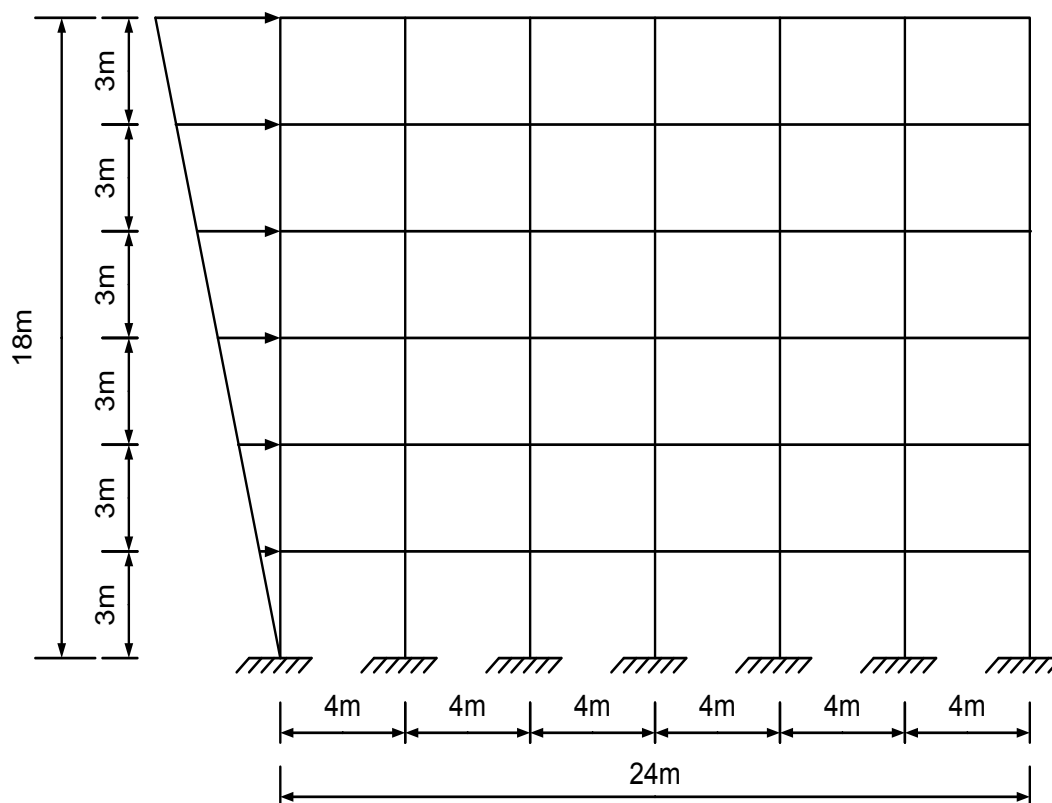


Figure : (IV.1) : Schéma d'une structure allongée encastree à la base non contreventée

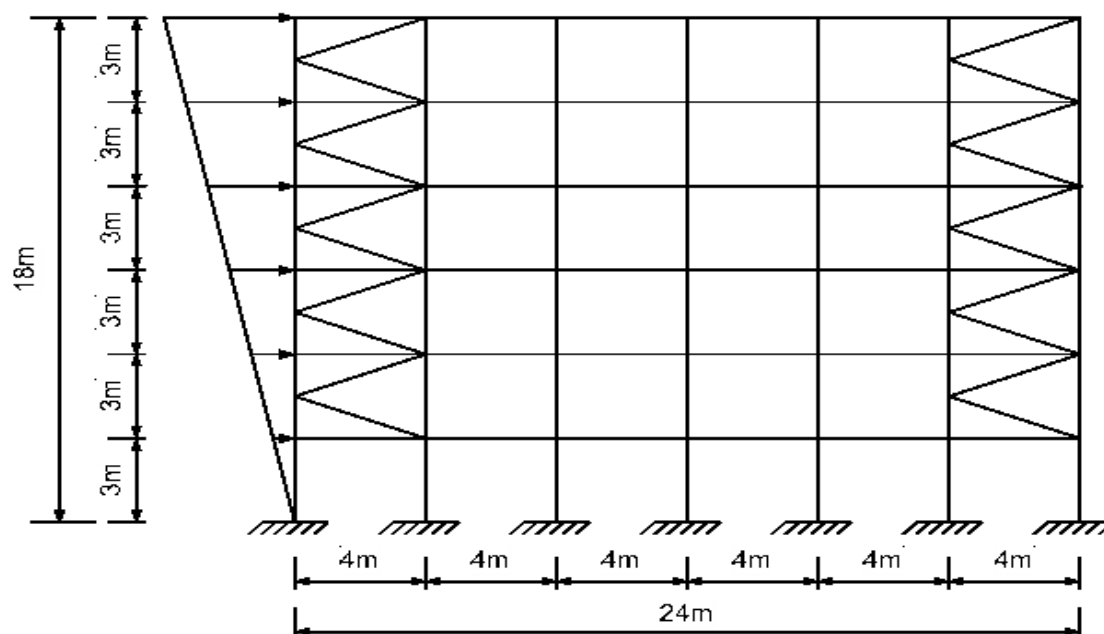
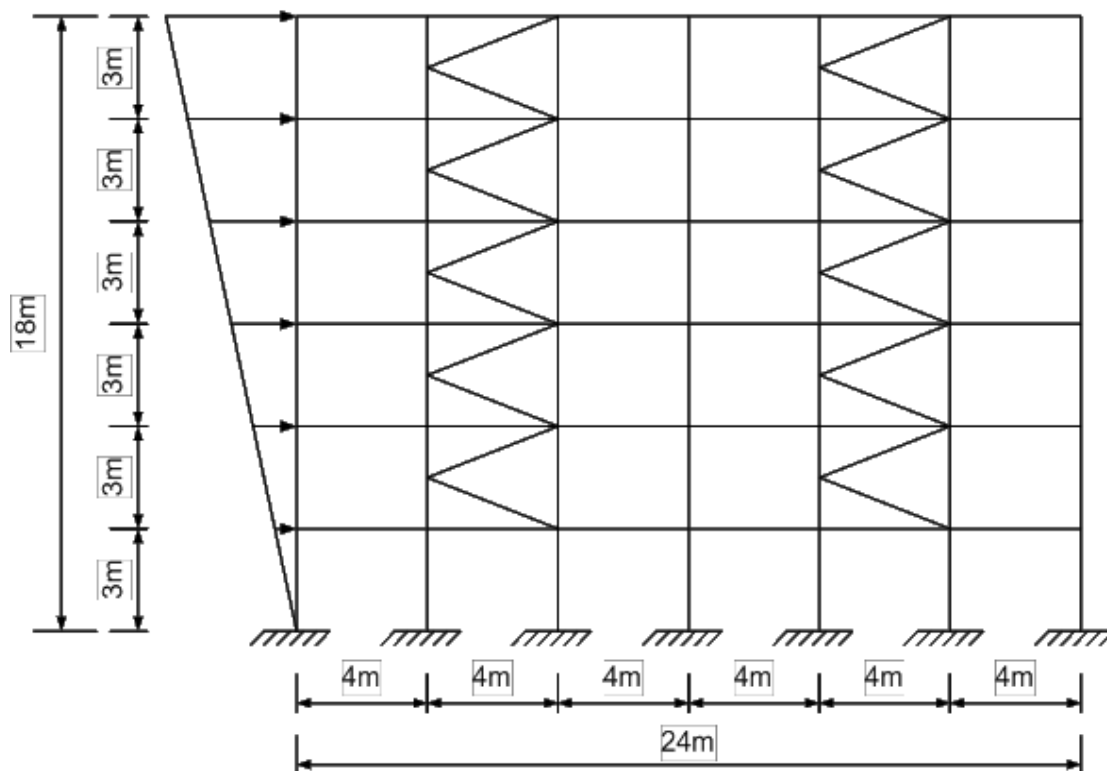


Figure (IV.2) : Contreventement K au bord extérieur



Figure( IV.3) : Contreventement « K » au bord intérieur.

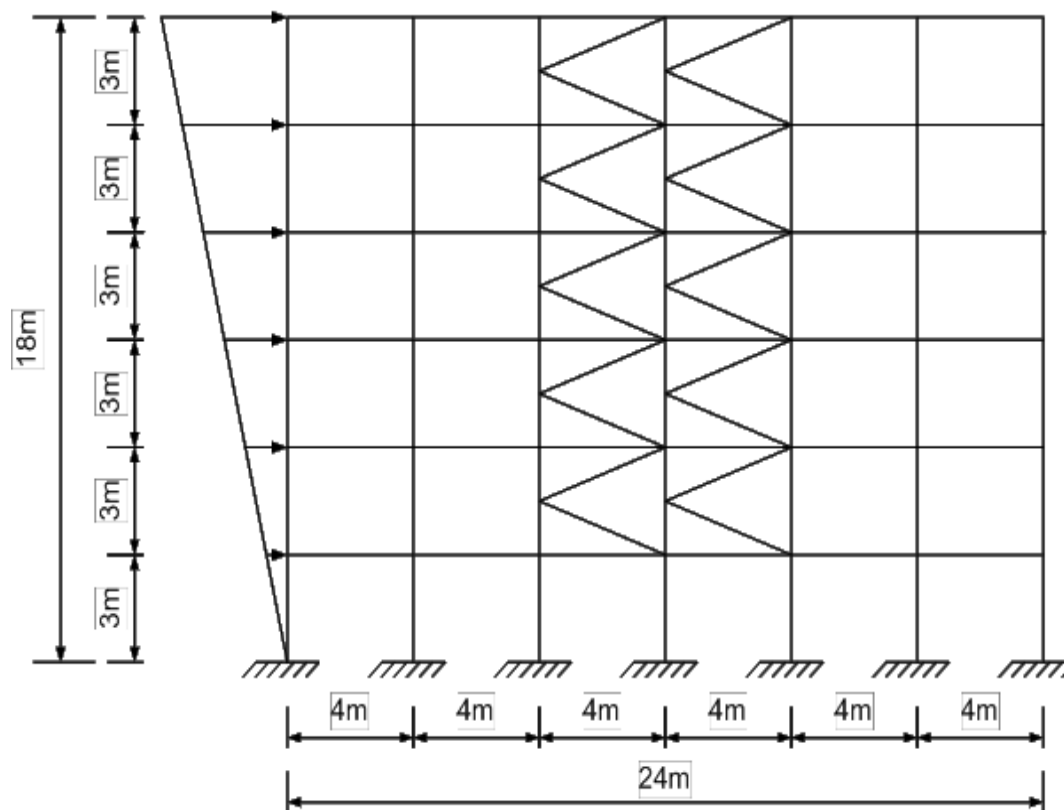
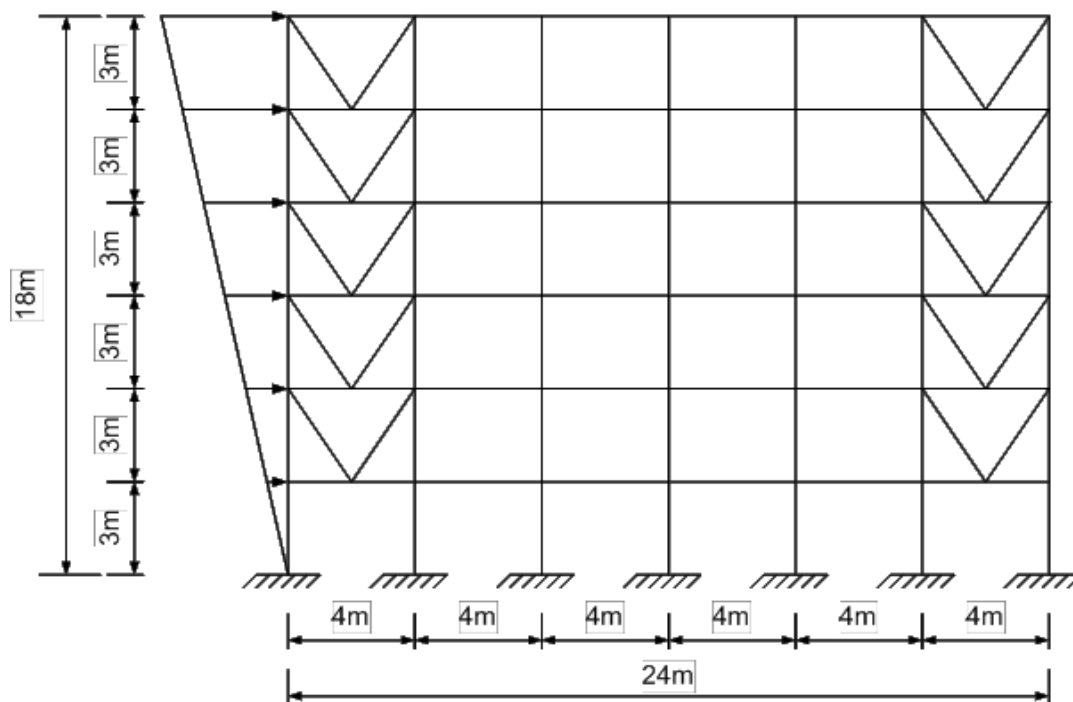


Figure (IV.4) : Contreventement « K » au centre.



Figure( IV.5) : Contreventement « V » au bord extérieur

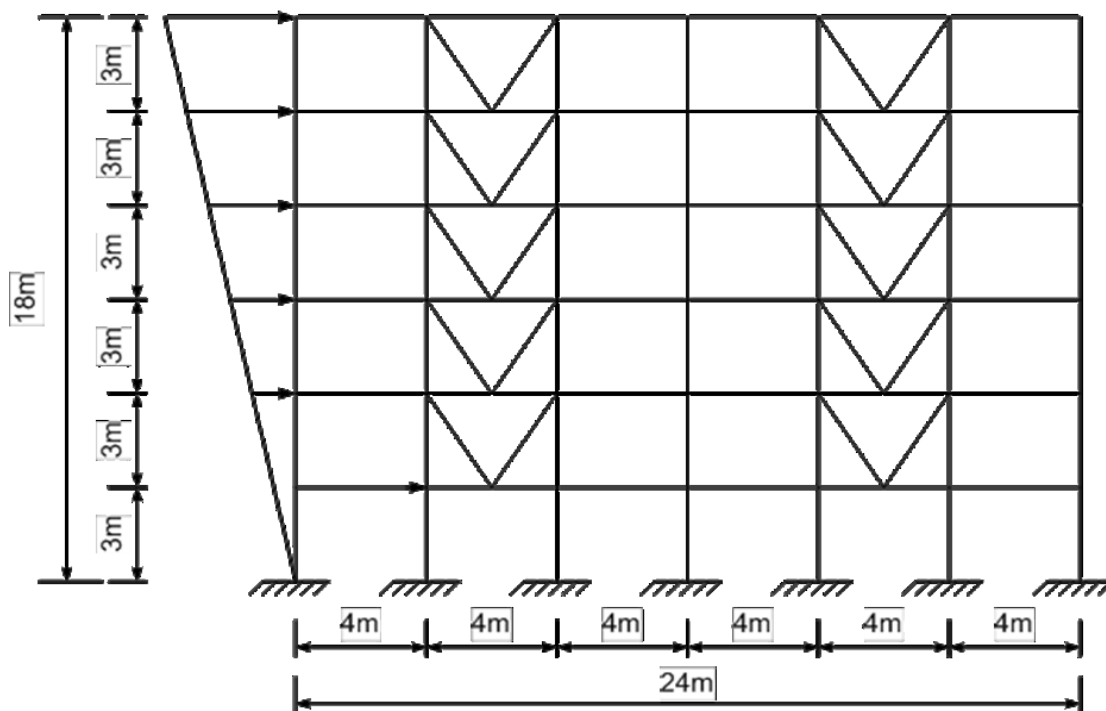


Figure (IV.6) : Contreventement « V » au bord intérieur



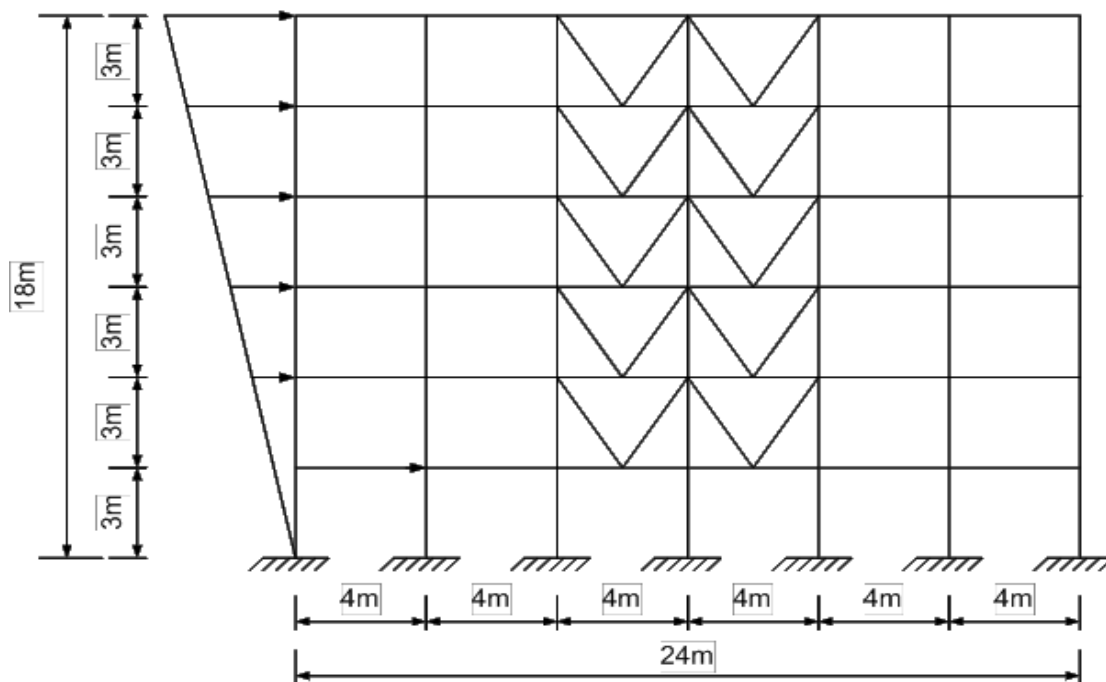


Figure (IV.7) : Contreventement « V » au centre

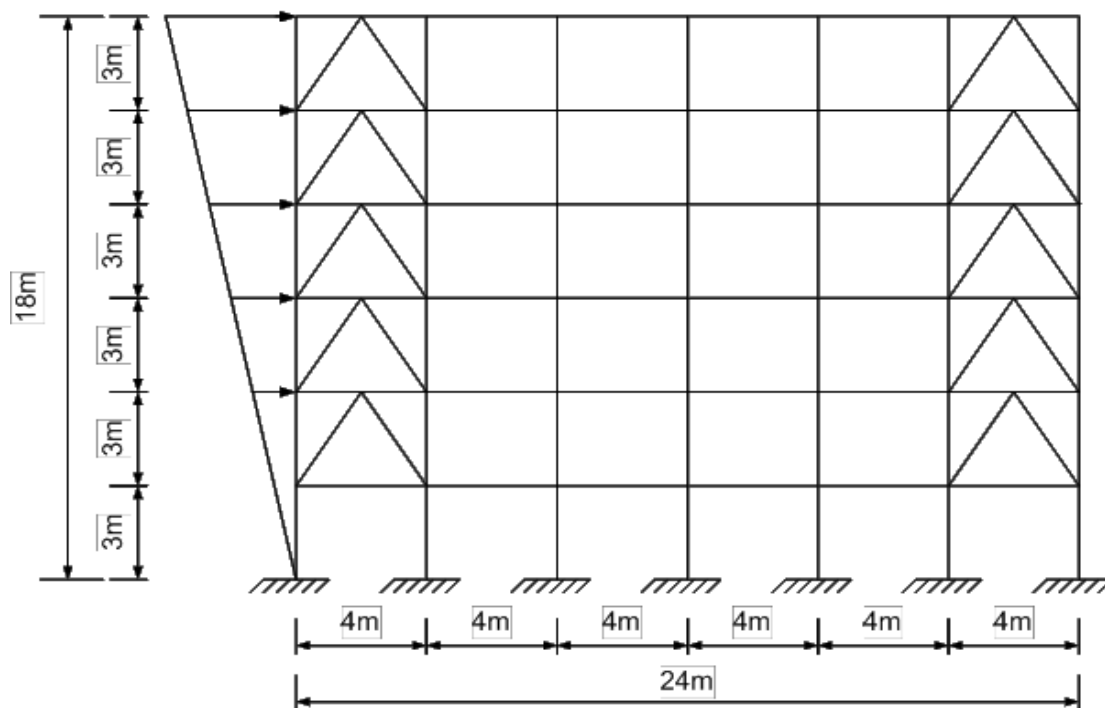


Figure (IV.8) : Contreventement « VR » au bord extérieur.

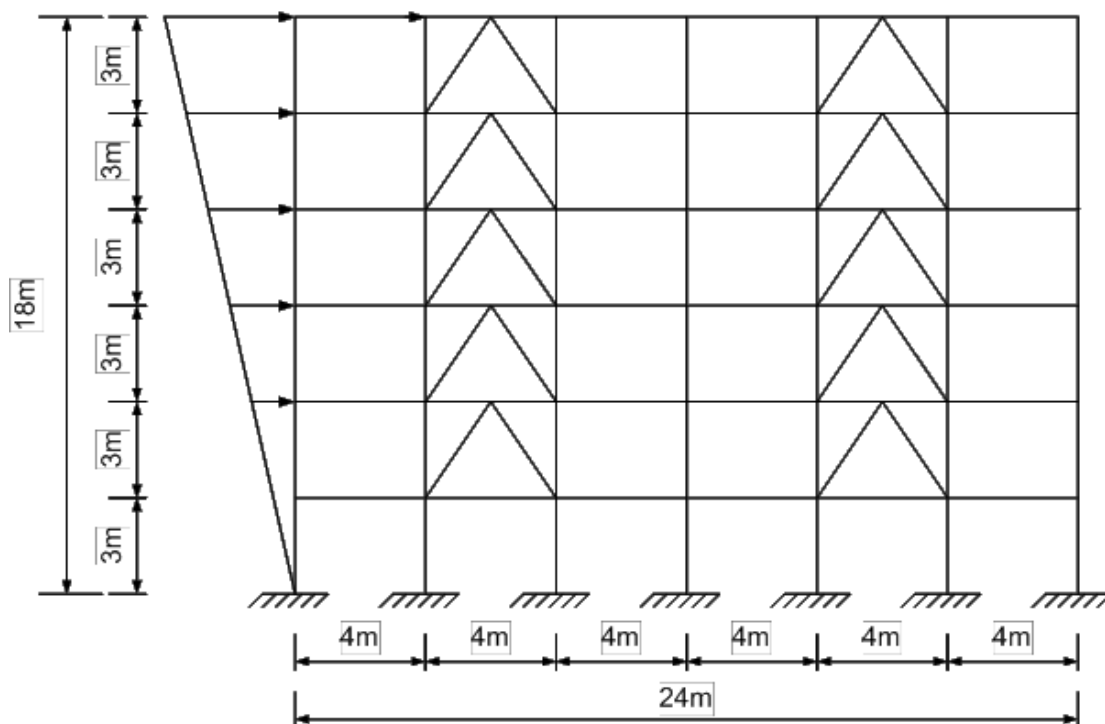
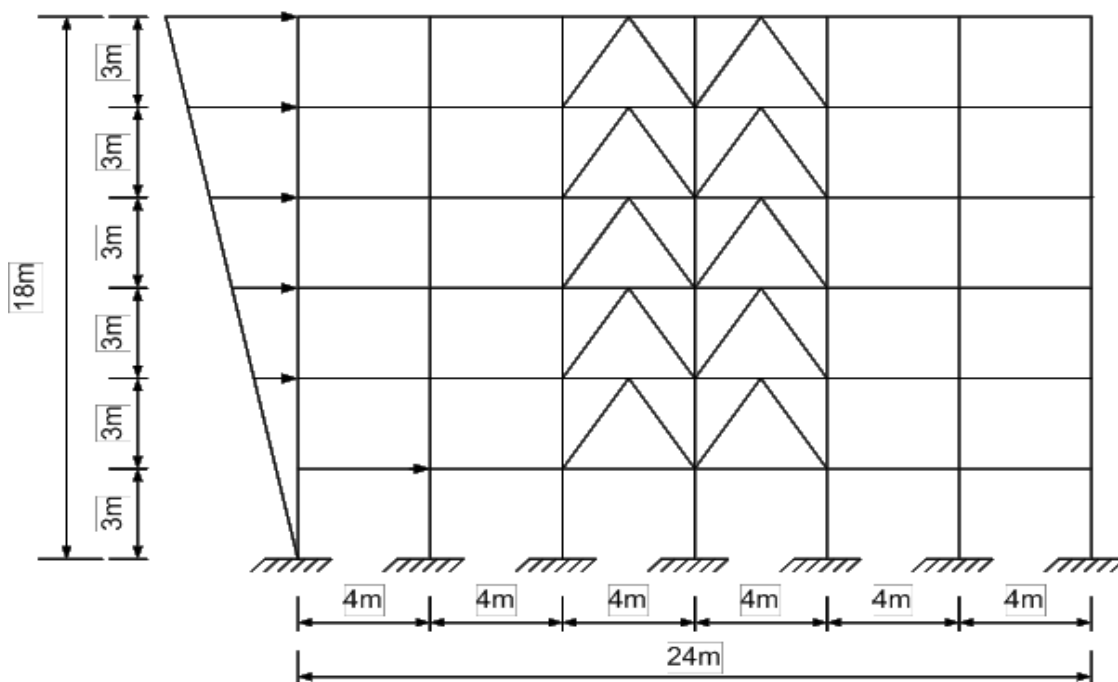


Figure (IV.9) : Contreventement « VR » au bord intérieur.



Figure( IV.10) : Contreventement « VR » au centre.

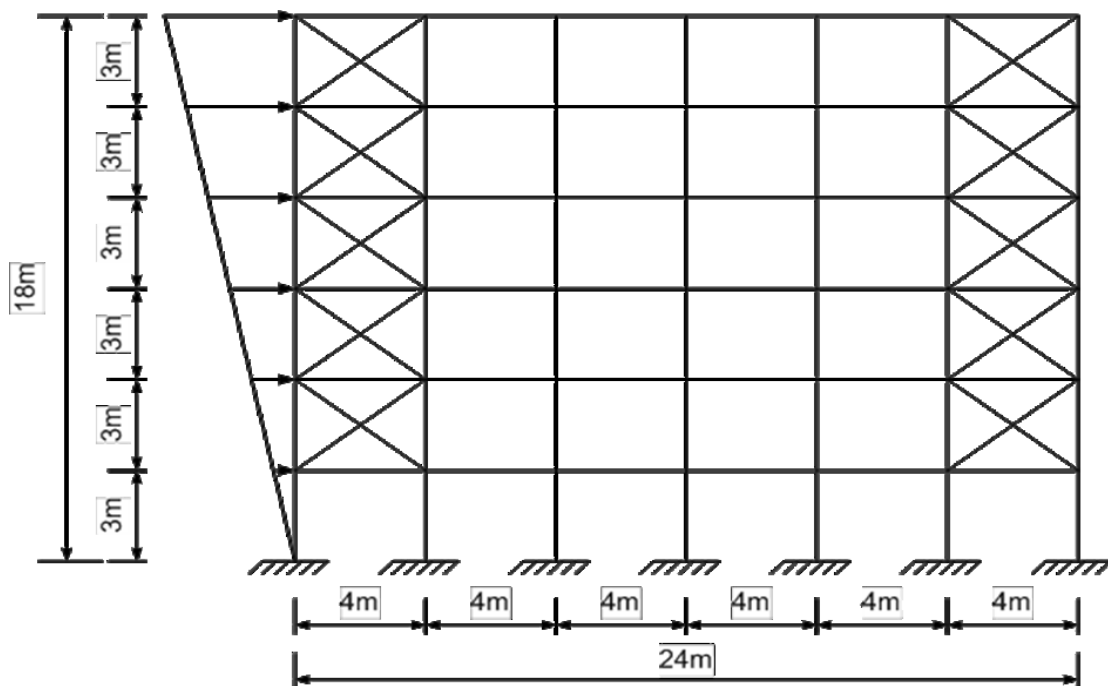


Figure (IV.11) : Contreventement « X » au bord extérieur

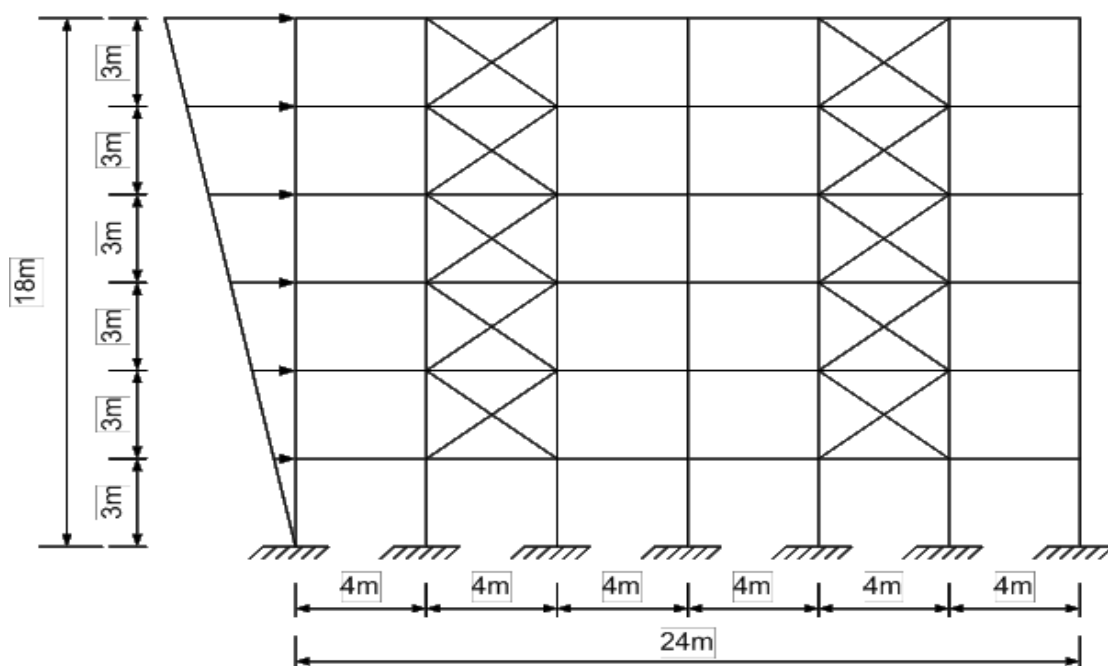


Figure (IV.12) : Contreventement « X » au bord intérieur.

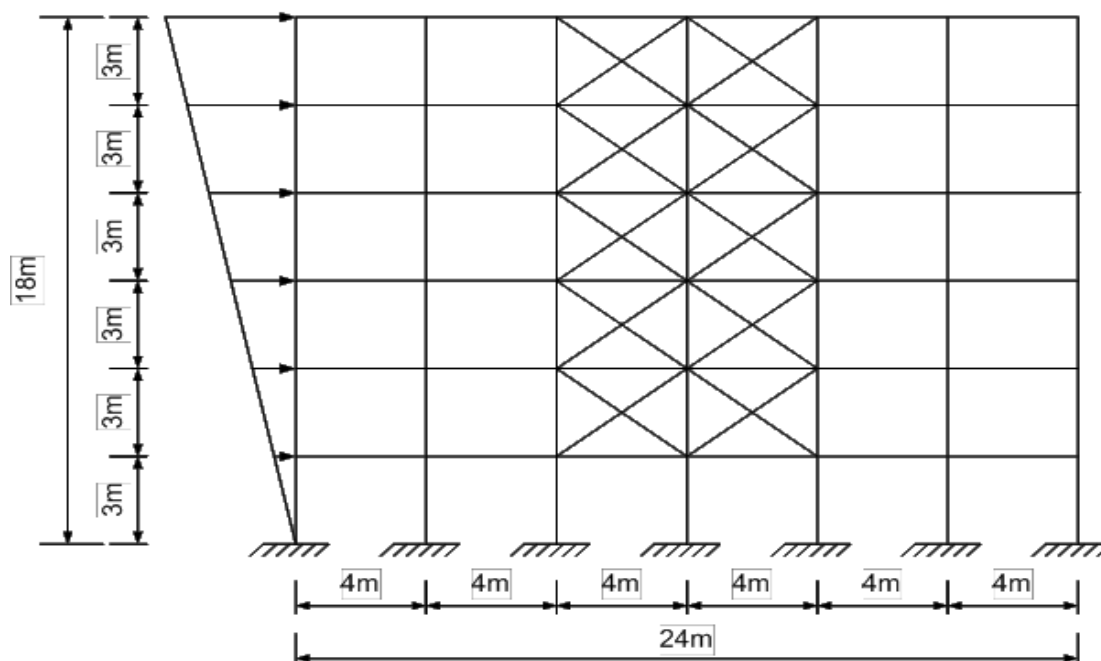
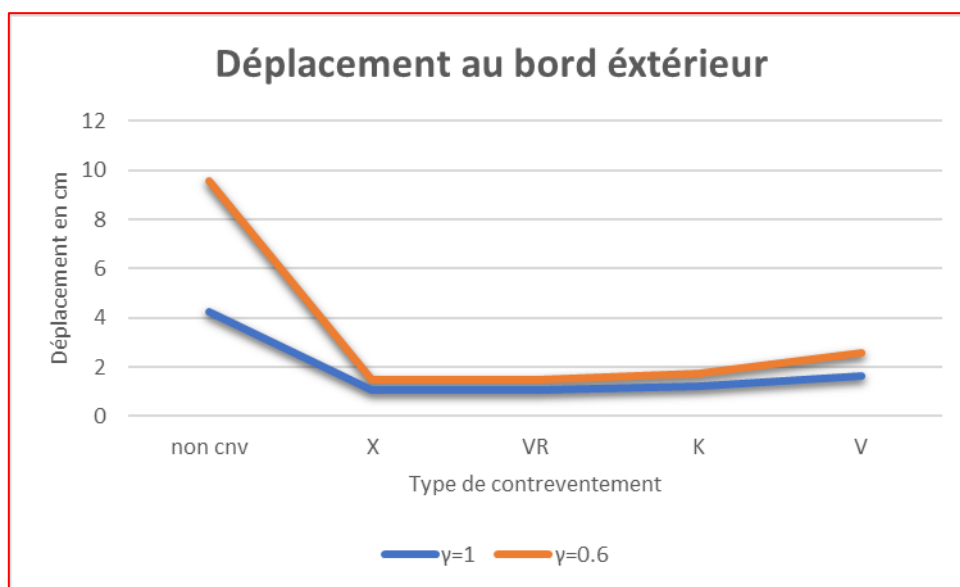


Figure (IV.13) : Contreventement « X » au centre.

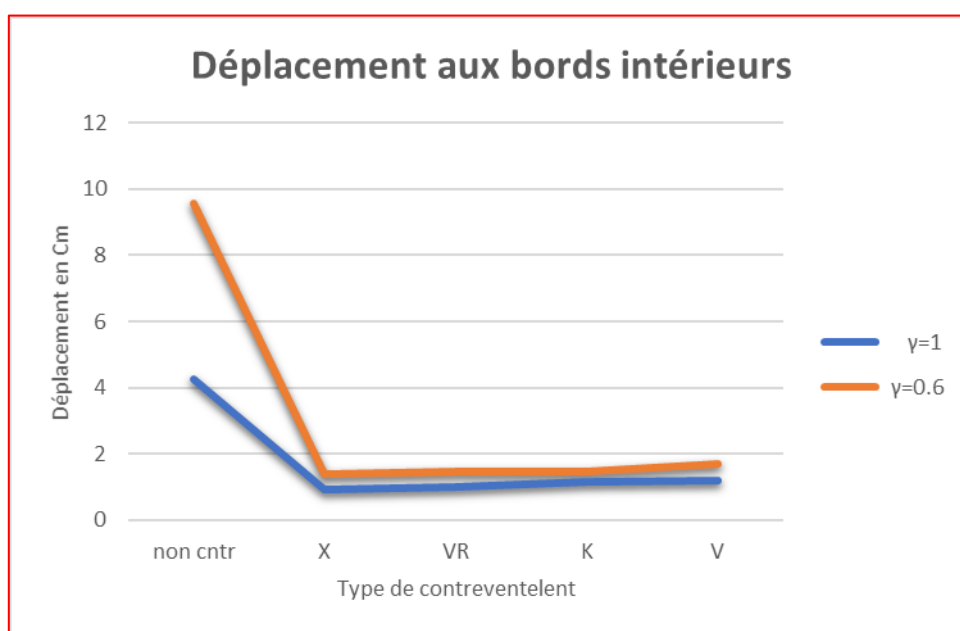
IV.2.2/Résultats et discussion :

Tab IV.1 : Déplacement de structure allongée

Type de contreventement	Facteur de fixité	Déplacement (cm) aux bords extérieurs	Déplacement (cm) aux bords intérieurs	Déplacement Au centre	Effet d'emplacement aux bord extérieurs	Effet d'emplacement aux bords Intérieurs	Effet d'emplacement au Centre
<b>K</b>	1	1,23	1,15	1,08	0.28	0.27	0.25
	0.6	1,73	1,47	1,56	0.18	0.15	0.16
<b>V</b>	1	1,63	1,18	0,99	0.38	0.28	0.23
	0.6	2,69	1,72	1,52	0.28	0.18	0.16
<b>VR</b>	1	1,04	0,99	1,15	0.24	0.23	0.27
	0.6	1,51	1,47	1,79	0.15	0.15	0.19
<b>X</b>	1	1,04	0,93	0,67	0.24	0.22	0.16
	0.6	1,51	1,38	1,24	0.11	0.14	0.13
<b>Non contreventé</b>	1	4,27					
	0.6	9,56					



**Figure (IV.14) : : Courbe déplacement en fonction du type de contreventement  
(Contreventement au bord extérieur)**



**Figure (IV.15) : Courbe déplacement en fonction du type de contreventement  
(Contreventement au bord intérieur) d'une structure allongée**

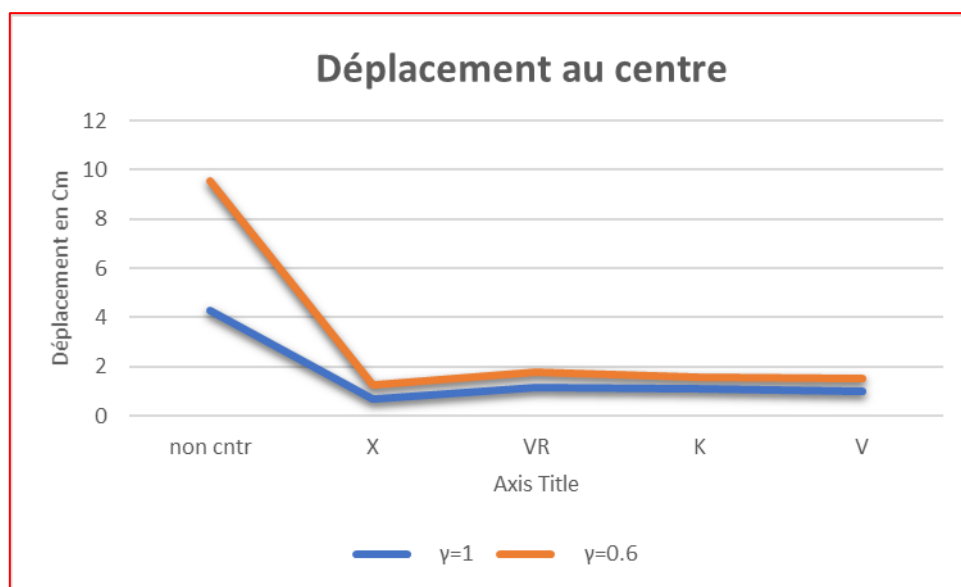
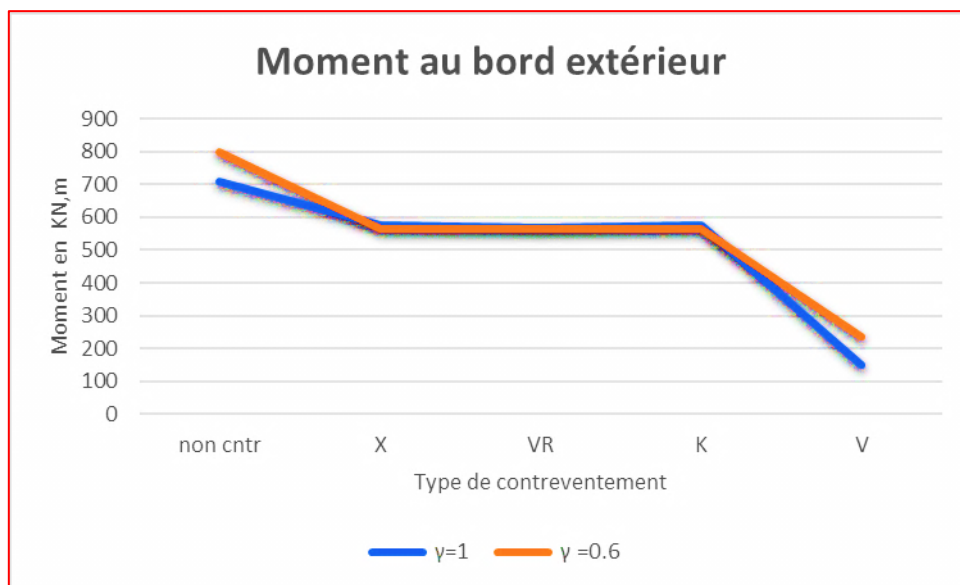


Figure (IV.16) : Courbe déplacement en fonction du type de contreventement

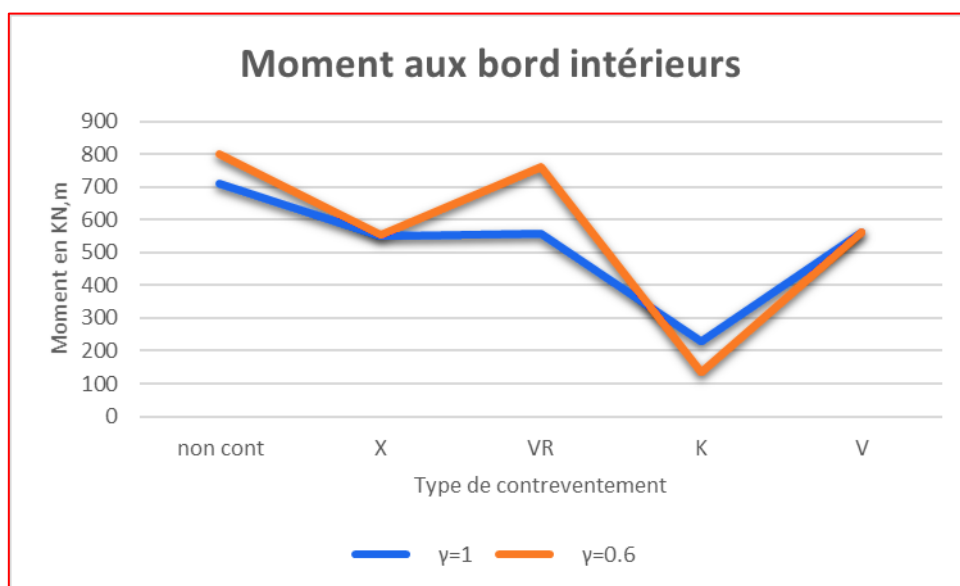
(Contreventement au centre) de structure allongée

Tableau IV.2 : Moment de structure allongée

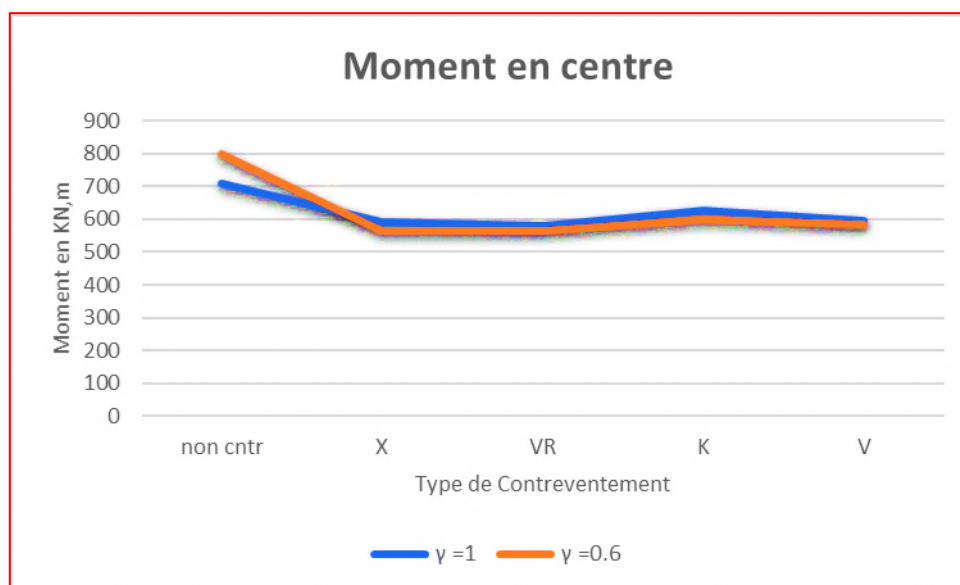
Type de contreventement	Facteur de fixité	Moment aux bords extérieurs	Moment aux bords intérieurs	Moment Au centre	Effet d'emplacement Aux bord extérieurs	Effet d'emplacement Aux bords Intérieurs	Effet d'emplacement Au centre
K	1	576.630	228.862	626.045	0.81	0.32	0.88
	0.6	563.887	134.772	597.767	0.70	0.17	0.75
V	1	150.816	563.265	597.274	0.21	0.79	0.84
	0.6	234.049	563.171	585.247	0.29	0.70	0.73
VR	1	568.727	557.314	580.898	0.80	0.79	0.82
	0.6	565.585	559.902	563.924	0.71	0.70	0.70
X	1	565.369	548.841	591.439	0.80	0.77	0.83
	0.6	563.225	554.546	566.217	0.70	0.69	0.71
Non contreventé	1	708.930					
	0.6	799.039					



**Figure (IV.17) : Courbe de moment max en fonction du type de contreventement (Contreventement au bord extérieur)**



**Figure (IV.18) : Courbe de moment max en fonction du type de contreventement (Contreventement au bord intérieur)**



**Figure (IV.19) : : Moment max en fonction du type de contreventement**

(Contreventement au Centre de la structure)

**Selon Les tableaux ci-dessus on peut remarquer que :**

- ✓ Les contreventements en V et en V inversé et K présentent un déplacement latéral supérieur à celui en X pour les deux variantes 1 et 0.6 pour tous les emplacements
- ✓ Les configurations en X sont plus rigides que celles en V et VR
- ✓ La configuration en K donne des moments inférieurs par rapport aux autres types de contreventements pour un contreventement au centre.
- ✓ La configuration en V donne des moments inférieurs par rapport les autres. pour un contreventement au bord extérieur.
- ✓ Pour le contreventement en v inversé, lorsqu'il est placé aux bords intérieurs, le moment diminue par rapport aux bords extérieurs 2% et de 4.12% par rapport au centre.
- ✓ Le contreventement en V inversé à des déplacements sensiblement les mêmes dans tous les emplacements.
- ✓ Les moments augmentent dans tous les types de contreventements placés au centre pour les structures a joints rigides et semi rigides.
- ✓ Le contreventement en v inversé placé aux bords intérieurs, réduit le déplacement par rapport à l'emplacement aux bord extérieur et au centre.



- ✓ Le contreventement en VR à des moments inférieurs dans le centre par rapport V et X pour les deux facteurs de fixité.
- ✓ La structure contreventée a joint semi rigide a des moments inférieurs à ceux de la structure contreventée a nœud rigide.
- ✓ La structure contreventée a joint semi rigide a des déplacements supérieurs à ceux de la structure contreventée a nœud rigide.

**IV.3/ Exemple d'une structure élancé encastéré à la base :**

On considère la structure d'un portique en acier de dix étages (R+10) et quatre travées représentées ci-dessous dans la (Fig.V.2) Le module de Young de l'acier est pris :  $E=200$  GPa, le portique a des assemblages rigides et semi rigides avec des facteurs de fixité respectivement  $\gamma=1$ ,  $\gamma =0.6$ . Le processus d'évaluation de la valeur de déplacement selon la rigidité et de moments selon la résistance.

**Caractéristiques :**

Nombre des nœuds	Charge appliquée	Profilé de poteaux	Moment d'inertie	Section	Module de Young
78	60 KN	HEB260	14920cm <sup>4</sup>	118.4cm <sup>2</sup>	2×10 <sup>7</sup> cm <sup>2</sup>
Nombre des travées	Profilé de contreventement	Profilé de poutres	Moment d'inertie	Section	
4	2L150×50×50	IPE270	5790cm <sup>4</sup>	45.95cm <sup>2</sup>	

IV.3.1/Schématisation des structures élancée :

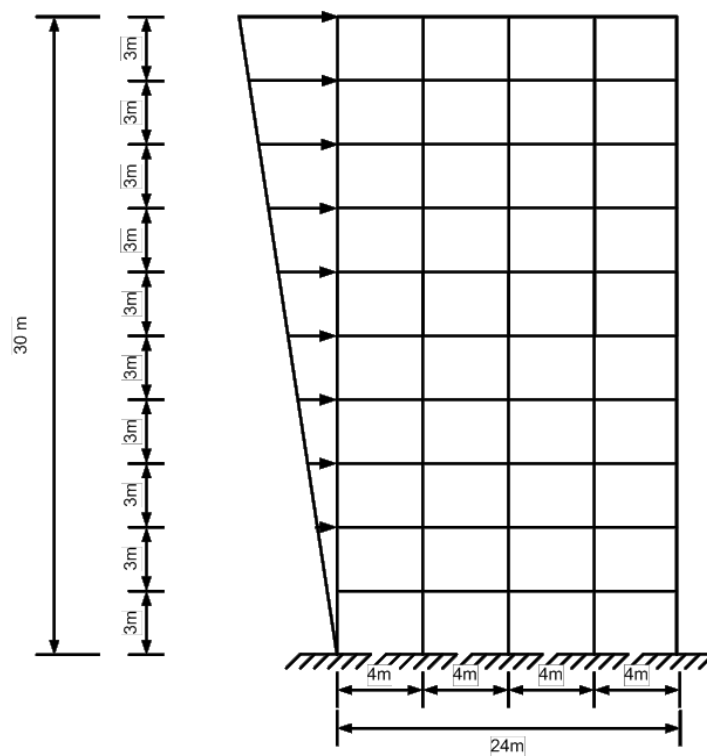


Figure (IV.20) : une structure élancée à la base.

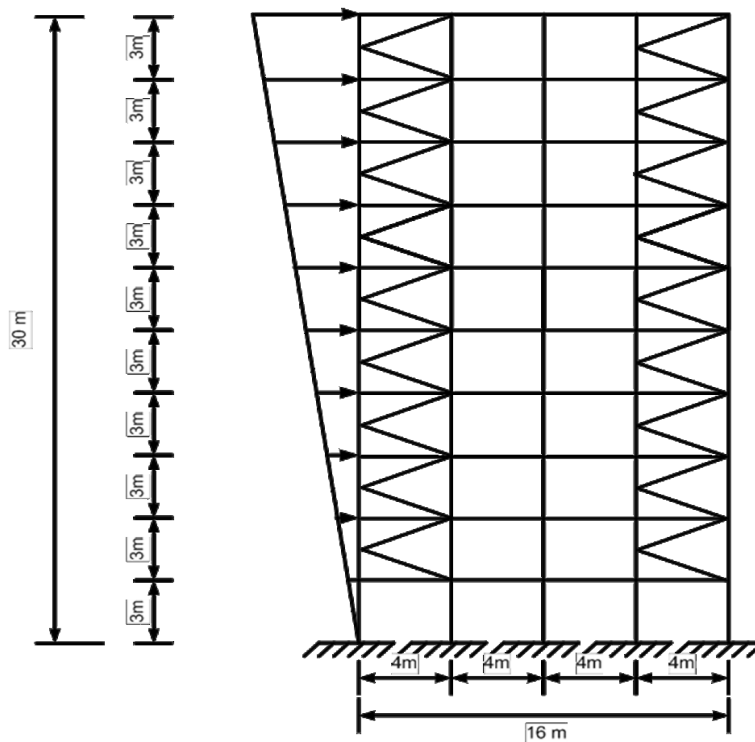


Figure (IV.21) : Contreventement en « K » aux extrémités.

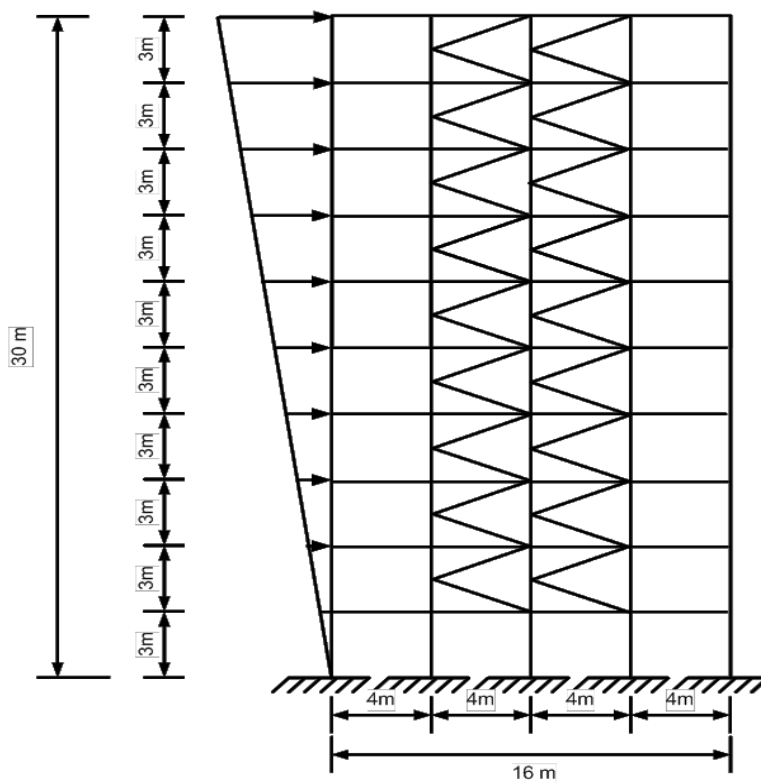


Figure (IV.22): Contreventement « K » au Centre

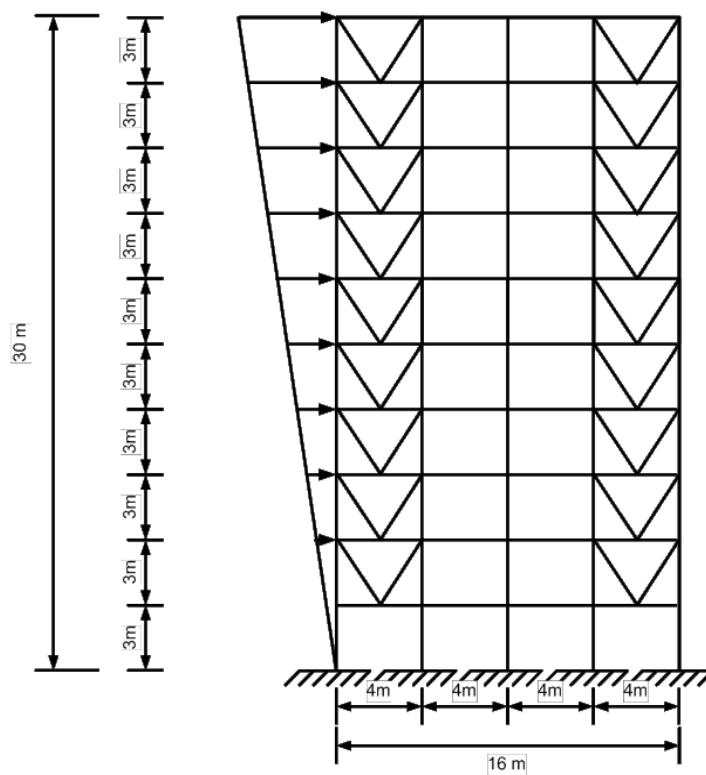


Figure (IV.23) : Contreventement en « V » au bord extérieur.

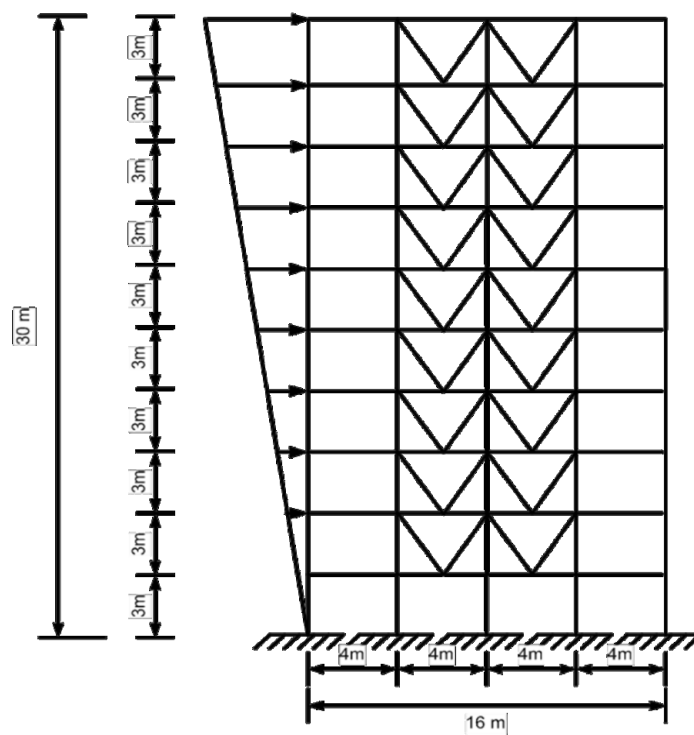


Figure (IV.24) : Contreventement « V » au Centre.

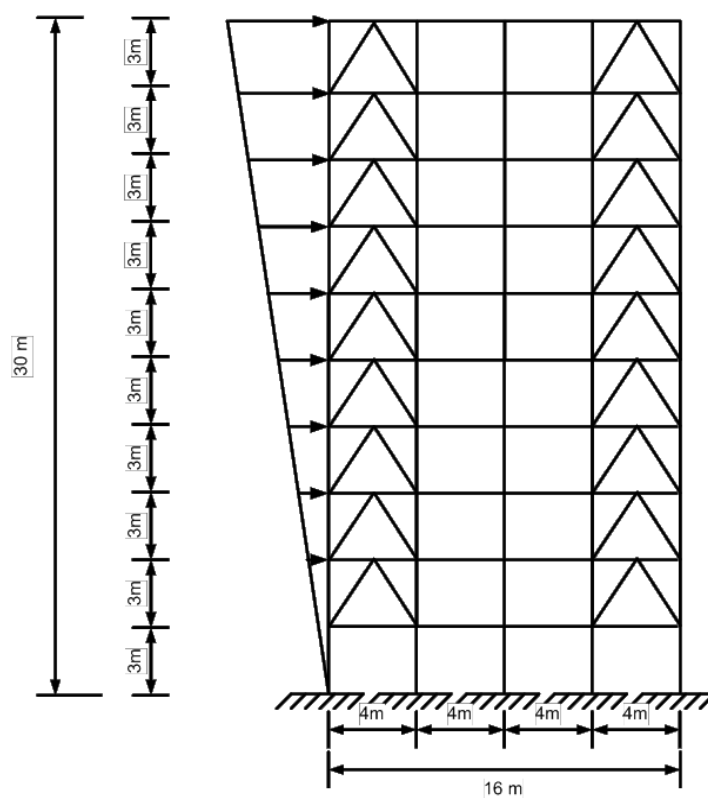


Figure (IV.25) : Contreventement en « VR » aux extrémités.

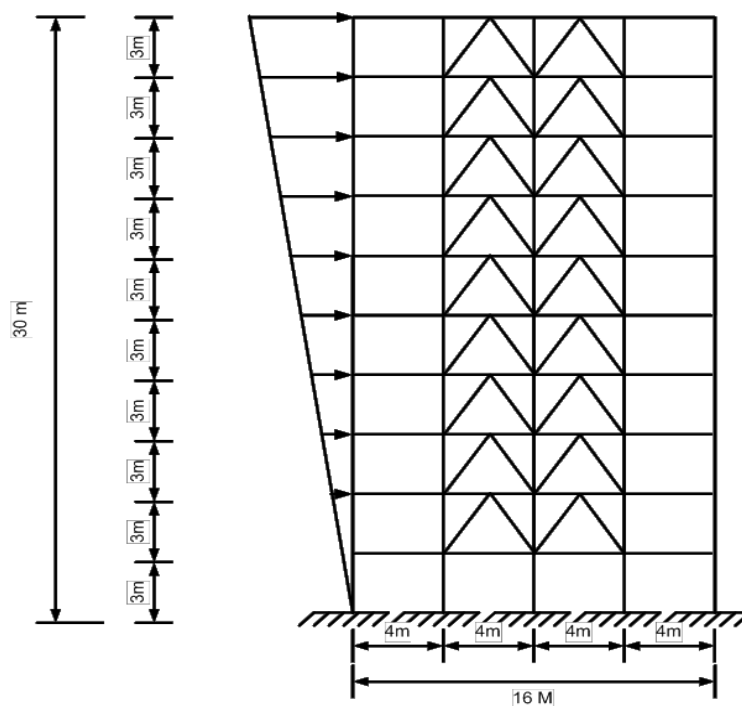


Figure (IV.26) : Contreventement en « VR » aux centres

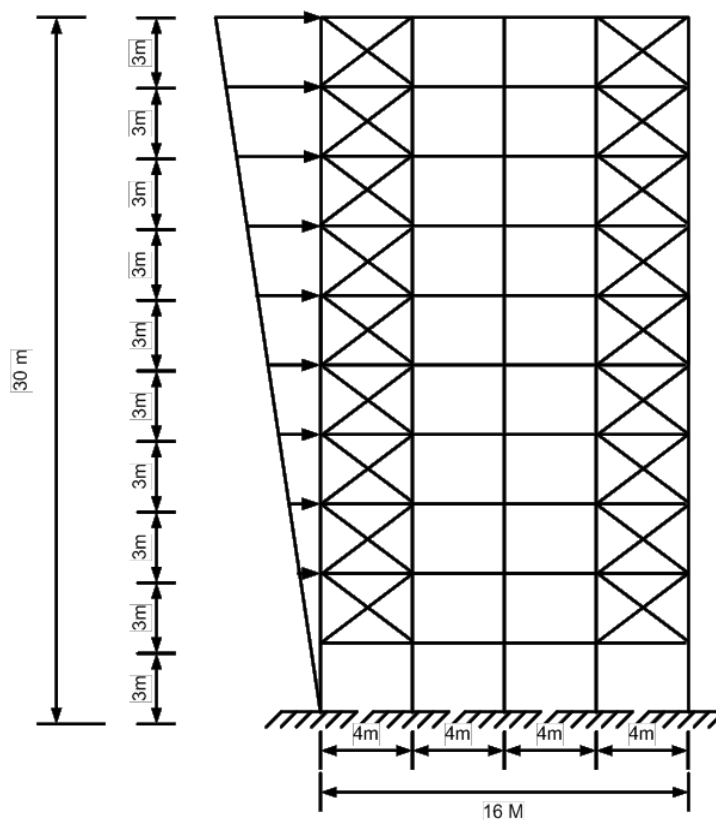


Figure (IV.27) : Contreventement X aux extrémités.

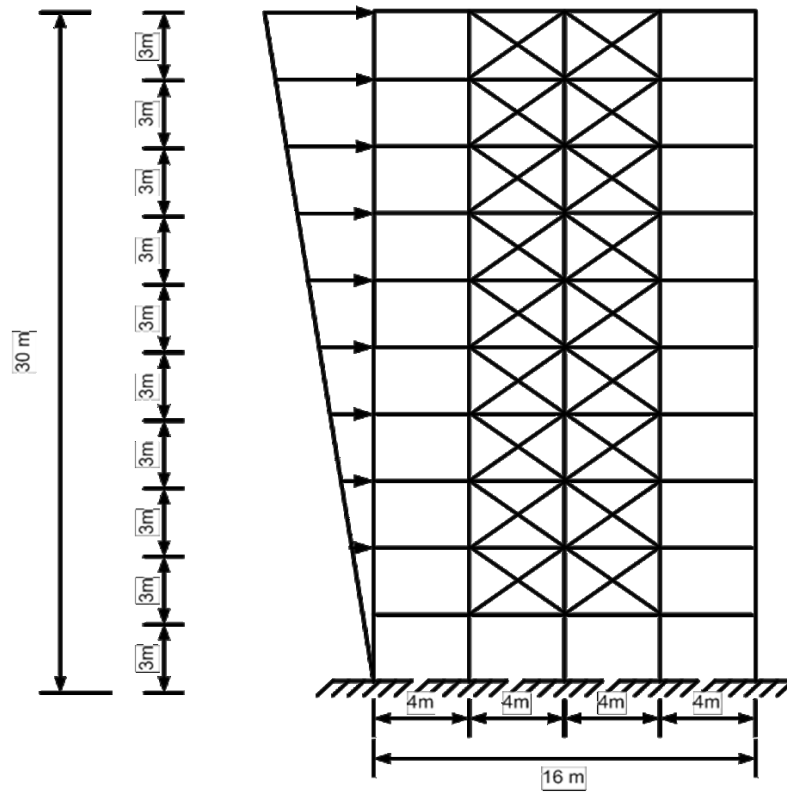


Figure (IV.28) : Contreventement en « X » aux centres

## IV.3.2/Résultats et discussion :

Tableau IV.1 : Tableau cumulatif des déplacement max de la structure élancée.

Type de contreventement	Facteur de fixité	Déplacement (cm) aux bords extérieurs	Déplacement (cm) Au centre	Effet d'emplacement au bord extérieurs	Effet d'emplacement au Centre
<b>K</b>	1	4.75	0.33	0.28	0.19
	0.6	6.3	4.6	0.17	0.12
<b>V</b>	1	5.03	3.33	0.30	0.20
	0.6	6.75	4.6	0.18	0.12
<b>VR</b>	1	4.2	2.92	0.25	0.17
	0.6	5.73	4.09	0.15	0.11
<b>X</b>	1	4.38	2.43	0.26	0.14
	0.6	5.91	3.47	0.16	0.093
<b>Non contreventé</b>	1	16.87			
	0.6	37.5			

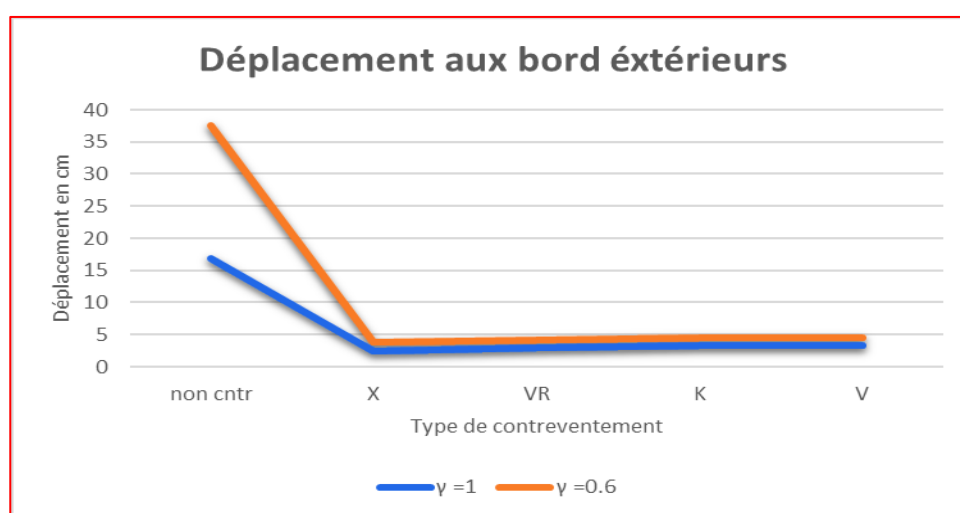


Figure (IV.29) : Courbe de déplacement en fonction du type de contreventement (contreventement à l'extrémité de structure élancée).

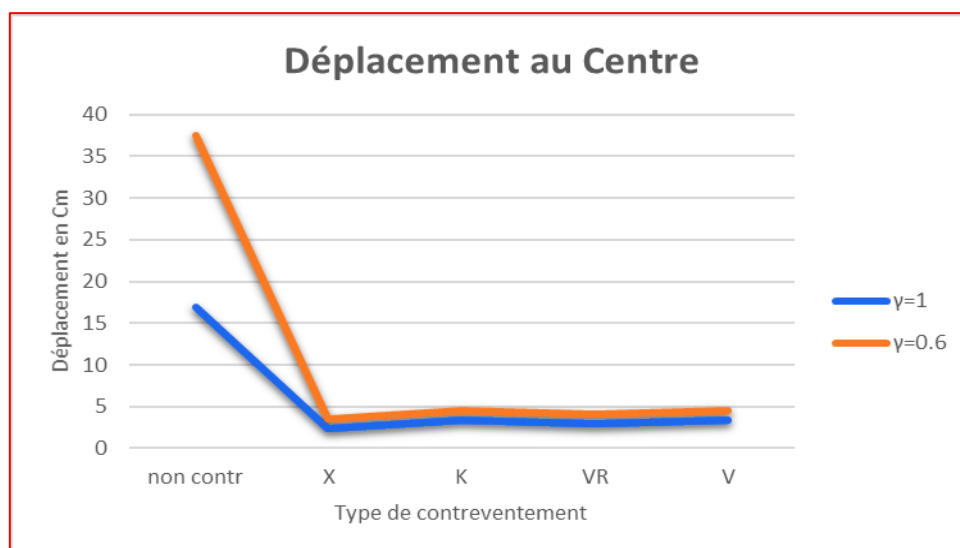
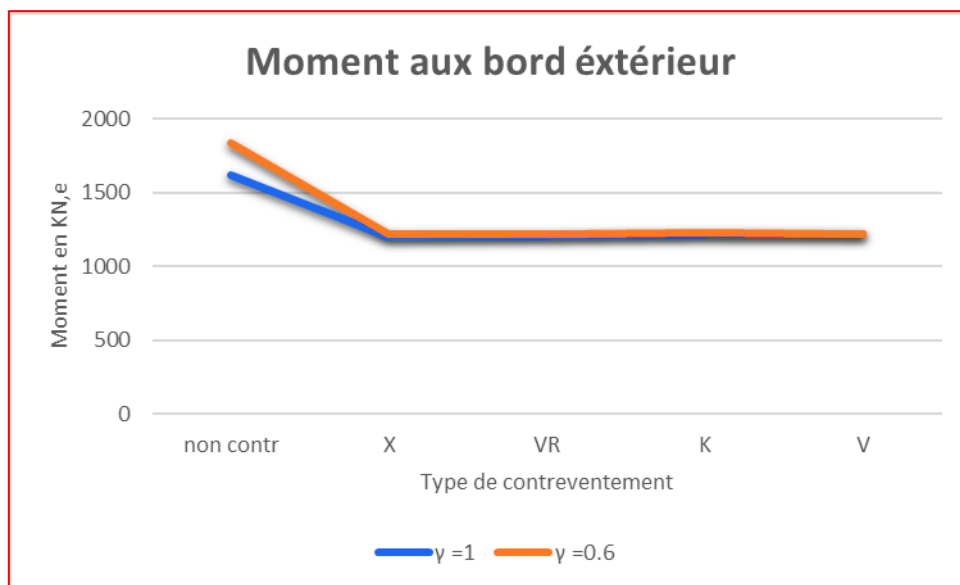


Figure (IV.30) : Courbe de déplacement en fonction du type de contreventement (contreventement au centre de structure élancée).

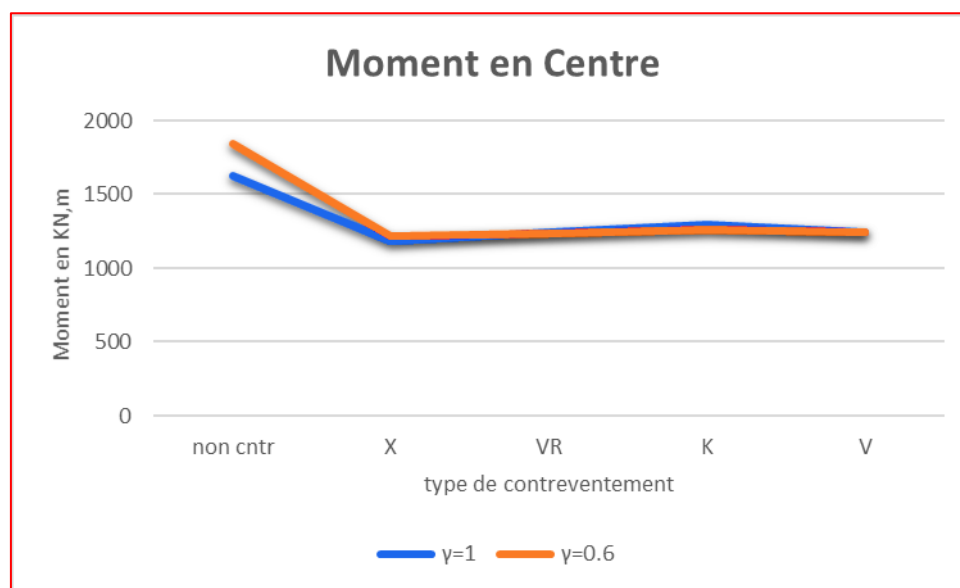
Tab IV.2 : Tableau cumulatif des Moments max de la structure élancé.

Type de contreventement	Facteur de fixité	Moment (KN.m) aux bords extérieurs	Moment (KN.m) Au centre	Effet d'emplacement aux bord extérieurs	Effet D'emplacement au centre
<b>K</b>	1	1222.680	1297.202	0.75	0.80
	0.6	1226.448	1261.432	0.66	0.69
<b>V</b>	1	1218.922	1240.563	0.75	0.7638
	0.6	1223.706	1240.728	0.66	0.67
<b>VR</b>	1	1208.356	1240.540	0.74	0.76
	0.6	1223.189	1238.744	0.66	0.673
<b>X</b>	1	1204.017	1182.727	0.74	0.73
	0.6	1221.518	1218.805	0.663	0.66
<b>Non contreventé</b>	1	1624.098			
	0.6	1839.888			





**Figure (IV.31) : Courbe de moment en fonction du type de contreventement (contreventement au bord extérieur de structure élancée).**



**Figure (IV.32) : Courbe de moment max en fonction du type de contreventement (contreventement au Centre).**

**Discussion des résultats :**

D'après les résultats obtenus, on tire les conclusions suivantes :

- L'effet de l'emplacement de contreventement sur les structures élancées est supérieur à celui sur les structures allongées.
- La structure élancée a des moments et des déplacements supérieurs à ceux de la structure allongée contreventée ou non.
- La structure contreventée de la configuration en X est plus rigide et résistante pour tous les types d'emplacements (extérieurs et au centre).
- Les structures contreventées en V et VR ont des moments sensiblement identiques pour les emplacements aux extrémités et aux centres dans le cas de joints rigides et semi-rigides.
- Les structures contreventées en VR subissent des déplacements inférieurs à ceux subis par les structures contreventées en V et en K.
- La structure à joint rigide a des déplacements inférieurs à ceux de la structure à joint semi rigide.
- L'augmentation des valeurs des moments dans la structure élancée à joint semi rigide contreventée par X et V et VR sauf K elle diminue.

## CONCLUSION GENERAL

Nous avons présenté dans ce travail une étude numérique sur la variation des déplacements et les moments de la structure contreventée métallique à joint semi rigide, Nous avons commencé par une généralité sur les types de système de contreventement suivi par des revue littérature sur les chercheurs qui ont travaillé sur ce sujet, ainsi qu'une recherche bibliographique sur les structures à joint semi rigides.

Ensuite, nous avons fait une présentation de formulation de l'élément fini utilisé en tenant compte de l'imperfection des connections suivi par la validation de l'élément. L'analyse a été basée sur un élément portique à deux nœuds de deux degrés de liberté par nœud. Par la suite, nous avons donné une idée sur l'ordre de précision de l'élément étudié, à l'aide d'une étude comparative sur les moments et les efforts tranchants avec les résultats obtenus dans la littérature. Cette comparaison à montre le bon comportement de l'élément.

La dernière partie de ce mémoire a été consacrée à une étude paramétrique pour mettre en évidence les effets de certains paramètres sur la variation des déplacements et des moments dans tous les emplacements de type de système de Contreventement dans la structure métallique à joint semi rigide.

-L'effet de l'emplacement de la structure élancé est supérieur à celui de la structure allongée.

- la configuration en X est plus rigide que les autres configurations étudiées.

-Le contreventement en V inversé à des déplacements sensiblement les mêmes dans tous les emplacements.

- L'effet de l'emplacement de type de système de Contreventement influe sur la rigidité et la résistance de la structure. Par ailleurs l'emplacement au centre offre la meilleure rigidité de la structure, contrairement à la résistance qui est faible à cause des grands moments pour les type de contreventement X, V et VR.

-L'étude de l'effet de la flexibilité des assemblages poteaux-poutres en termes de facteur de fixité nous permet de dire que ce dernier est important pour les structures rigides.

Enfin, il sera d'autant plus intéressant que l'on pourra étudier les effets de semi rigidité.



## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

[1] Contreventement : description des différents types Ooreka

<https://construction-maison.ooreka.fr> › Faire construire sa maison › À la loupe

[2] Prof. **A. KASSOUL**, Cours : Ossatures Bâtiment – MASTER Génie Civil – Option : Structures Civiles et industrielles - UHB Chlef (2015/2016).

[3] **Manfred A. Hirt et Michel crisinel** « Charpente métallique volume 11 Conception et dimensionnement des halles et bâtiments ».

[4] Contreventement-Philippe Berger

[philippe.berger2.free.fr/Bois/Cours/TSC/Contreventement2/contreventement2.htm](http://philippe.berger2.free.fr/Bois/Cours/TSC/Contreventement2/contreventement2.htm)

[5] **ABDELHAMID Fayçal**, Mémoire de Magister en Génie Civil

Option : Construction en zone sismique « Influence du type de contreventement sur les structures en acier en zone sismique »

[6] **Nizar BEL HADJ ALI** « Etude de la conception globale des structures en Construction Métallique Optimisation par les Algorithmes Génétiques » diplôme de doctorat, l'Université de Savoie, 15 octobre 2003.

[7] **BOURAI Benamar et OUSLIM Hicham**, Mémoire Master en Génie Civil Spécialité : Construction Métallique. « Etude comparative du choix et positionnement du contreventement sur la réponse d'une structure »,2015.

[8] **Mme Patricia BALANDIER** « le séisme et les constructions en métal et en bois » Document d'information à l'usage du constructeur - VOLUME 5

[9] **Luc-Alexandre Faucher**, « Conception et performance des cadres à contreventement Excentrique à lien modulaire » Département des génie civil, Géologique et des mines école polytechnique de Montréal,2017.

[10] **LARABAT ZIANE Ahmed**, « Effets de Palées de contreventement sur la réponse sismique des structures » Magister en génie civil, 17/06/2010

[11] **Deulkar WN**, Modhera CD and Patil HS Buckling Restrained Braces for Vibration Control of Building Structure, IJRRAS,2010.

[12] **Tiffany Lee** ‘‘The Effectiveness of a Brace in Building Structure ‘‘Newport High School 5012 134 th PLSE Bellevue, WA 98006 August 25 th, 2011.

[13] **Zasiah Tafheem, Shovona Khusr**, ‘‘structural behavior of steel building with concentric and eccentric bracing’’: A comparative study International journal of civil and structural engineering Volume 6, No 2, 2015.

[14] **Dalal J. A., Desai A. K.**, ‘Wind and seismic analysis for lattice shell tube RCC framed building’, International Journal of Advances in Engineering & Technology, Vol. 6, page no. 826-835 (2013),

[15] Pak. J. Engg. & Appl. Sci. Vol. 14, Jan., 2014 (p. 17-26) «Comparison of Different Bracing Systems for Tall Buildings».

[16] **Sachin Metre**, International Research Journal of Engineering and Technology(IRJET),” Comparative study of different types of bracing system by placing at different locations”.

[17] **A. Anis**, Analyse numérique du comportement d’assemblages métalliques -Approche numérique et validation expérimentale, thèse de Doctorat. Université Blaise Pascal CLERMONT II. France.2009.

[18] Traite de Génie Civil De L’école polytechnique fédérale de Lausanne v10,1er édition USA, 1999

[19] **Chadli Mounira**, « Etude des structures planes en tenant compte de l’imperfection des assemblages », Mémoire de fin d’études, Université de Biskra, année universitaire 1998 /1999.

[20] **TAKOUACHET MOUNIR**, « Caractérisation des assemblages structuraux en construction métallique selon L’EC3 », Magister en génie civil, Université Mentouri Constantine 2008.

[21] **Hirt M. A, Crisinel.M**, Charpente Métallique, conception et dimensionnement des halles et bâtiments, éd. Press polytechniques et Univ.Romandes, Lausanne, suisse,2004.

[22] « Elément finis : du classique à l’iso géométrique », Mémoire de Mastère Université de Nice- SOPHIA ANTIPOLIS, 2011-2012.

[23] **Lakhdar BESSAIS**, « Analyse des structures par la M.E.F basée sur, l’approche en déformation »Magister, Université de Biskra, 2012.

[24] **Mohammed MEKKI**, Polycopié de « Calcul des structures hyperstatiques Cours et exercices corrigés » L'Université des Sciences et de la Technologie d'Oran –Mohammed BOUDIAF-.

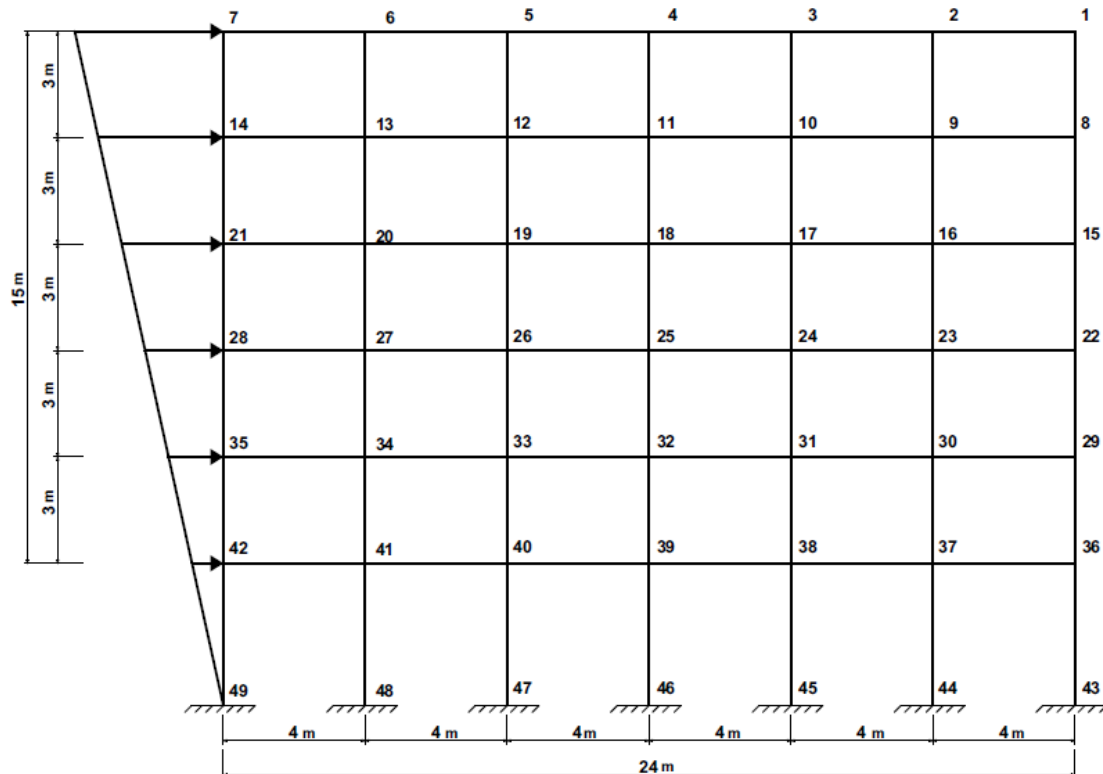
## Cas 1 : Structure allongée : non contreventé

➤  $\gamma = 1$

Noeud	Déplacement(cm)	Noeud	M(kN.m)
1	0.41942360E+01	43	620.8115
2	0.41959020E+01	44	698.2478
3	0.42020030E+01	45	698.9533
4	0.42126390E+01	46	701.9716
5	0.42278170E+01	47	704.2088
6	0.42475960E+01	48	708.9308
7	0.42719460E+01	49	635.5239

✓  $\gamma = 0.6$

Noeud	Déplacement(cm)	Noeud	M(KN.M)
1	0.94894600E+01	43	750.558
2	0.94911120E+01	44	793.417
3	0.94972970E+01	45	794.098
4	0.95080150E+01	46	795.608
5	0.95232680E+01	47	796.891
6	0.95430850E+01	48	799.039
7	0.95674990E+01	49	758.687





## Cas 2 : Structure élancée non contreventé

➤  $\gamma = 1$

Noeud	Déplacement(cm)	Noeud	M(kN.m)
1	0.16785100E+02	51	1439.577
2	0.16781350E+02	52	1619.817
3	0.16813430E+02	53	1617.851
4	0.16845520E+02	54	1624.098
5	<b>0.16875130E+02</b>	55	1445.307

✓  $\gamma = 0.6$

Noeud	Déplacement(cm)	Noeud	M(KN.m)
1	0.37412710E+02	56	1737.501
2	0.37407240E+02	57	1837.802
3	0.37443120E+02	58	1837.464
4	0.37479000E+02	59	<b>1839.888</b>
5	<b>0.37510470E+02</b>	60	1740.641

