



Université Mohamed Khider de Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de génie électrique

MÉMOIRE DE MASTER

Sciences et Technologies
Electrotechnique
Réseau Electrique

Réf. :

Présenté et soutenu par :
LEMBARKI Bacem

Le : dimanche 7 juillet 2019

Utilisation de la méthode du Simplexe pour l'Optimisation de l'Écoulement de Puissance

Jury :

Mme. BECHA Habiba	MCB	Université de Biskra	Rapporteur
Mme. KHELILI Fatiha	MCB	Université de Biskra	Président
Mme. HADRI-HAMIDA Amel	MCA	Université de Biskra	Examineur

Dédicaces

Je dédie ce mémoire :

✚ *A mon père, à ma mère*

✚ *A mes frères et mes sœurs*

✚ *A tous mes amis (es)*

✚ *A tous mes maîtres et professeurs : du primaire au supérieur*

✚ *A tous ceux qui ont contribué au développement des sciences engénéral et de l'électrotechnique en particulier.*

Lembarki Bacem

Remerciements

Je remercie, avant tout, Allah, le Tout-Puissant, de m'avoir accordé parmi Ses innombrables Grâces, santé et courage pour accomplir ce travail.

Mes plus vifs remerciements vont à mon encadreur pour sa disponibilité et la qualité de son encadrement, BECHA Habiba, Maître de conférences à l'Université Mohamed Khider de BISKRA.

Mes remerciements vont à Mes collègues ABID Oussama, ZAATER Mohamed Lamine et YOUCEF Oussama sur l'esprit de coopération au cours de la réalisation de notre mémoire.

Mes vifs remerciements vont également aux membres de jury de soutenance de ce mémoire :

KHELILI Fatiha, d'avoir accepté la présidence de jury de soutenance.

HADRI HAMIDA Amel, pour avoir accepté d'examiner mon travail et faire partie du jury.

Je n'oublierai pas d'exprimer un profond respect à tous mes professeurs qui m'ont inculqué les fondements scientifiques tout au long des cursus de mon étude.

Mes derniers mots s'adressent tous particulièrement à ma famille : mon père, ma mère, mes frères.

Liste des figures

Figure I. 1 : Réseau interconnecté ADRAR-IN SALAH (Sud Algérien)	5
Figure. I. 2 : Modèles d'un générateur	7
Figure I. 3: Modèle en π d'une ligne de transmission	8
Figure. I. 4: Modélisation d'une charge	9
Figure I.5 : Modèle d'élément shunt.	9
Figure I.6 : Modèle du transformateur muni de prises réglables en charge.	10
Figure I. 7 : Circuit équivalent du transformateur en phase.	10
Figure I. 8 : Réseau à n nœuds	15
Figure II.1 : Les étapes de processus d'optimisation	27
Figure II. 2: Principales méthodes d'optimisation	33
Figure 3. 1. Organigramme de Simplexe	49
Figure 3. 2. un réseau de 5 jeux de barre	50
Figure 3. 3. un réseau de 8 jeux de barre	56
Figure 3. 4 la variation de la puissance demandée P_{DT} en fonction de temps	61
Figure 3. 5 la variation de la puissance générée P_{gT} en fonction de temps	61
Figure 3. 6 la variation des puissances générées (1,2,3) en fonction de temps	61
Figure 3. 7 la variation des puissances écoulées (1,2,3,4,5,6) en fonction de temps	62
Figure 3. 8 la variation des puissances demandées $P_{D(4,5)}$ en fonction de temps	62

Liste des tableaux

Tableau 1. 1 : Tableau des domaines de tension	4
Tableau 3. 1 : Les paramètres des réseaux en unités relatives	51
Tableau 3. 2 : Les résultats d'exécution du programme	52
Tableau 3. 3 : Les résultats d'exécution du programme	54
Tableau 3. 4 : Les paramètres des réseaux en unités relatives	56
Tableau 3. 5 : Les résultats d'exécution du programme	58
Tableau 3. 6 : Les résultats d'exécution du programme	60

Liste des symboles

P_g	La puissance active électrique générée (MW)
P_D	La puissance active électrique demandée (MW)
P_f	La puissance active électrique écoulée (MW)
OPF	Optimal power Flow (Ecoulement de Puissance Optimal)
f	Fréquence en (Hz)
[p.u]	Per unit (unité relative)
V_{max}	La tension maximale de jeu de barre (V)
V_{min}	La tension minimale de jeu de barre (pu)
Z	L'impédance série en (Ω)
R_{ij}	La résistance série de la ligne entre les jeux de barres i et j en (Ω).
X_{ij}	La réactance série de la ligne entre les jeux de barres i et j en (Ω).
Y	L'admittance shunt par phase en (en Siemens [S])
Y_{ij}	L'admittance shunt par phase en (en Siemens [S])
g_{ij}^{shun}	La conductance shunts de la ligne entre les jeux de barres i et j.
b_{ij}^{shun}	La susceptance capacitive shunts de la ligne entre les jeux de barres i et j
P	Vecteur de perturbation.
X	Vecteur de variable d'état
U	Vecteur de commande
$ V $	Module de tension en V
δ	Arguments des tensions en rad
I_{bus}	Courant complexe injecté a chaque jeu de barre en A
V_{bus}	Tensions complexes de chaque jeux de barres en Volt [V]
N-R	Newton Raphson
G-S	Gauss-Seidel
JB	Jeux de barre
J	Matrice de Jacobien
PL	Les pertes de transport énergie électrique (MW)
ΔS_{ij}	Les pertes des puissances apparentes dans les ligne i-j
G	Contraintes d'égalité
H	Contraintes d'inégalité
P_{gi}	La puissance active électrique générée par la centrale (MW)
Q_{gi}	La puissance réactive électrique générée par la centrale (Mvar)
P_{gi}^{min}	La puissance active minimale générée par la centrale (MW)
P_{gi}^{max}	La puissance active maximale générée par la centrale (MW)
Q_{gi}^{min}	La puissance réactive minimale générer par la centrale (Mvar)
Q_{gi}^{max}	La puissance réactive maximale générer par la centrale (Mvar)
V_i^{min}	La limite minimale du la module de tension au niveau du JB i
V_i^{max}	La limite maximale du la module de tension au niveau du JB i
S_{ij}	La puissance apparente entre les JB i et j
θ_i	L'angle de phase au JB i
nl	Le nombre de la ligne de transmission

Sommaire

Dédicaces

Remerciements

Liste des figures	I
Liste des tableaux.....	II
Liste des symboles	III

Sommaire

INTRODUCTION GENERALE.....	1
Chapitre I : Analyse de l'écoulement de puissance dans les réseaux électriques	
I. 1. INTRODUCTION.....	4
I.2. GENERALITES SUR LE RESEAU D'ENERGIE ELECTRIQUE.....	4
I.2.1 Fonctionnement des réseaux électriques.....	5
I.2.2 Réseau de transport.....	5
I.3. CONCEPT GENERAL DE L'ECOULEMENT DE PUISSANCE.....	6
I.4. BUT DE L'ETUDE DE L'ECOULEMENT DE PUISSANCE.....	6
I.5. MODILISATIONDES ELEMNTSDU RESEAU ELECTRIQUE.....	6
I.5.1. Générateurs.....	7
I.5.2. Lignes de transmission.....	7
I.5.3. Charge électrique.....	9
I.5.4. Eléments shunts.....	9
I.5.5. Transformateurs.....	9
I.6. CLASSIFICATION DES VARIABLES ET DES CONTRAINTES D'UN SYSTEME	11
I.6.1. Classification des variables.....	11
I.6.1.1. Les variables de perturbation.....	11
I.6.1.2. Variable d'état.....	11
I.6.1.3. Variable de contrôle.....	11
I.6.2. Classification des contraintes.....	12
I.6.2.1 Contraintes sur les variables d'état.....	12
I.6.2.2. Contraintes sur les variables indépendantes.....	14
1. 7. PROBLEME DE L'ECOULEMENT DE PUISSANCE.....	14
I.7.1. Jeu de barres de référence (V , δ).....	14
I.7.2. Jeu de barres générateur (à tension contrôlée) (P, V).....	15
I.7.3. Jeu de barres de charge (P, Q).....	15
I.8. ÉQUATIONS L'ECOULEMENT DE PUISSANCE.....	15
I.9. METHODES DE RESOLUTION DES EQUATIONS DE L'ECOULEMENT DE	17

PUISSANCE.....	
I.9.1. Méthode de Gauss Seidel	17
I.9.1.1. Algorithme de Gauss-Seidel.....	18
I.9.2. Méthode de Newton-Raphson	19
I.9.2.1. Algorithme de Newton-Raphson.....	22
I.10 Conclusion.....	23
Chapitre II : Optimisation de l'écoulement de puissance	
II. 1. INTRODUCTION.....	25
II.2. DOMAINES D'APPLICATIONS DE L'ÉCOULEMENT DE PUISSANCE	25
OPTIMAL.....	
II.2.1. Minimisation du coût de combustible.....	25
II.2.2. Minimisation des pertes.....	25
II.2.3. Amélioration du profil de tension.....	25
II.2.4. Amélioration de la stabilité de tension.....	26
II.2.5. Maximisation de la puissance transmissible.....	26
II. 3. TECHNIQUES D'OPTIMISATION.....	26
II.4. FORMULATION DU PROBLEME DE L'ÉCOULEMENT DE PUISSANCE	27
OPTIMAL.....	
II.4.1. Variables de contrôle.....	28
II.4.2. Variables d'état.....	28
II.4.3. Fonction Objective.....	28
II.4.4. Contraintes d'égalité.....	29
II. 4. 5. Contraintes d'inégalité.....	29
II. 5. PRINCIPALES METHODES D'OPTIMISATION.....	32
II. 6. RAPPELES MATHEMATIQUES.....	34
II. 6. 1. Lagrangien.....	34
II. 6. 2. Gradient.....	34
II. 6. 3. Hessian.....	34
II. 7. DIFFERENTES METHODES D'OPTIMISATION.....	34
II. 7. 1. Optimisation sans contraintes.....	35
II. 7. 1. 1. Méthode de Gradient	35
II. 7. 1. 2. Méthode de Newton.....	36
II. 7. 1. 3. Méthodes Quasi-Newtoniennes.....	36
II. 7. 2. Optimisation avec contraintes.....	37
II. 7. 2. 1. Méthodes Lagrangiennes.....	37
II. 7. 2. 2. Programmation Quadratique Séquentielle (S.Q.P).....	38

II. 7. 2. 3. Programmation Linéaire	38
II.8. CONCLUSION.....	39
Chapitre III : Programmation Linéaire par la Méthode du Simplexe et Résultats	
III. 1. INTRODUCTION.....	41
III. 2. ENONCE DU PROBLEME GENERAL DE PROGRAMMATION LINEAIRE..	41
III. 3. METHODE DU SIMPLEXE.....	42
III. 3. 1. Description de la méthode.....	43
III. 3. 2. Forme canonique	43
III. 3. 3. Forme standard	44
III. 3. 4. Les étapes adoptées pour chercher une solution de base	46
III. 3. 4. 1. Transformation du système canonique à un système standard	46
III. 3. 4. 2. Ecriture matricielle des données de la forme standard	46
III. 3. 4. 3. Système de base	46
III. 3. 4. 4. Optimalité et base réalisable	46
III. 3. 5. Algorithme du Simplexe	47
III. 3. 5. 1. Condition d'optimisation	47
III. 3. 5. 2. Amélioration de la fonction objective	47
III. 3. 5. 3. Organigramme du Simplexe.....	48
III. 4. L'OBJECTIF DU TRAVAIL.....	50
III. 5. LES ETAPES DU TRAVAIL.....	50
III. 5. 1. Réseau d'étude de cinq jeux de barres (05 JB).....	50
III. 5. 2. L'optimisation de l'EP sous différentes contraintes	52
III. 5. 3. L'optimisation de l'EP avec correction des surcharges sur les	
lignes	54
III. 5. 4. Réseau d'étude de huit jeux de barres (08 JB).....	56
III. 5. 5. L'optimisation de l'EP avec correction des surcharges et délestage..	59
III. 5. 6. Résultats d'optimisation ON-LINE (Optimtool/Matlab).....	60
III. 6. CONCLUSION.....	63
CONCLUSION GENERALE.....	65

Bibliographie

Résumé

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

L'industrialisation et la croissance de la population sont les premiers facteurs pour lesquels la consommation de l'énergie électrique augmente régulièrement. Ainsi, pour avoir un équilibre entre la production et la consommation, il est nécessaire d'augmenter le nombre de centrales électriques, de lignes, de transformateurs et. Ce qui implique une augmentation de coût et une dégradation du milieu naturel.

Le système électrique est un réseau-source alimentant un très grand nombre de clients à partir d'un petit nombre de centrales de production. L'énergie produite par les centrales transite sur les lignes de haute et très haute tensions du réseau de transport maillé sur une zone couvrant un ou plusieurs Etats, puis est acheminée sur des réseaux de distribution de moyennes et basses tensions dont l'arborescence permet d'atteindre les clients finals.

L'étude et l'analyse des problèmes de l'écoulement de puissance (load flow) sont imposées dès que les réseaux électriques ont atteint un seuil de complexité élevé, et que l'être humain seul ne pourrait pas appréhender des solutions évidentes. En effet, dans un réseau électrique où de multiples processus se déroulent, commençant par la génération de l'énergie jusqu'à la transmission et la distribution. Il va falloir donc tout comprendre pour aboutir à un tel changement qui consiste, en premier lieu, à rendre ce système plus performant.

Souvent, les calculs de l'écoulement de puissance sont les plus effectués sur les réseaux électriques, ceci, est dans le but de déterminer l'état du réseau à savoir, les tensions et la répartition des puissances sur les différentes lignes de transmission.

L'apparition de la première génération des ordinateurs a permis de résoudre les complexités des problèmes d'écoulement de puissance, des problèmes techniques et les problèmes de répartition économique d'énergie. Le problème de la répartition économique d'énergie a pris une importance considérable avec l'apparition de la crise d'énergie nécessitant des combustibles de plus en plus chers. Il faut donc planifier les puissances actives et réactives de chaque centrale électrique, de telle sorte que le coût total de fonctionnement du réseau entier soit minimal. D'une autre façon, il faut varier les puissances actives et réactives des générateurs dans certaines limites afin de satisfaire la demande particulière de la charge avec un coût minimal du combustible. Ce processus est appelé

l'écoulement de puissance optimal (OPF), et parfois, il est connu comme le problème du dispatching économique.

La procédure de l'OPF utilise des méthodes basées sur la programmation mathématique afin de déterminer le réglage optimal des variables de contrôle du système et ce, en satisfaisant un ensemble d'exigences spécifiées de fonctionnement et de sécurité.

Pour un problème d'optimisation il y a une nombreuse méthode d'optimisation "classiques" pour résoudre de tels problèmes, applicables lorsque certaines conditions mathématiques sont satisfaites : ainsi, la programmation linéaire traite efficacement le cas où la fonction objectif, ainsi que les contraintes, s'expriment linéairement en fonction des variables de décision.

Plan de mémoire

La présente mémoire est structurée autour de trois chapitres à savoir :

Le premier chapitre est consacré à une étude détaillée de l'analyse de l'écoulement de puissance dans les réseaux électriques, décrivant les méthodes de résolution de l'écoulement de puissance qui sont la méthode de Newton-Raphson et la méthode de Gauss-Seidel

Le deuxième chapitre traite la formulation de l'optimisation de l'écoulement de puissance sous les différentes contraintes d'égalité et d'inégalité, Comme nous allons mentionner des domaines d'application de l'écoulement de puissance optimale et différents méthodes d'optimisation.

Le troisième chapitre présent la méthode mathématique d'optimisation adoptée pour la résolution du problème de l'écoulement de puissance qui est la méthode du Simplexe, il englobe les travaux et les étapes du déroulement des différents tests avec le code de calcul, destiné à l'optimisation de l'état de puissance avec la minimisation de la génération du réseau global pour différentes contraintes. Le code de calcul est appliqué sur deux types de réseaux.

Chapitre I :

Analyse de l'Écoulement de Puissance dans les réseaux électriques

I. 1. INTRODUCTION

Tout réseau électrique consiste principalement en générateurs d'énergie électrique, consommateurs d'énergie électrique, lignes et câbles électriques [8]. L'étude de l'écoulement de puissance permet d'avoir la solution des grandeurs d'un réseau électrique en fonctionnement normal équilibré en régime permanent.

Ce chapitre présente la modélisation des différents composants du réseau électrique à savoir : les générateurs d'énergie électriques, les charges électriques, les éléments shunt, les transformateurs et les lignes, ainsi que l'écoulement de puissance.

La formulation mathématique du problème de l'écoulement de puissance fait apparaître un système d'équations algébrique non linéaires, qui expriment l'injection des puissances actives et réactives en fonction des modules et phases des tension des jeux barres. En raison de leur non linéarité, la résolution de ces équations algébriques nécessite une technique itérative de calcul. Actuellement, les méthodes de résolution le plus couramment utilisées sont celles de Newton-Raphson et la méthode découplée et méthode Gauss-Seidel qui seront discutées en détail au sein de ce chapitre.

I. 2. GENERALITES SUR LE RESEAU D'ENERGIE ELECTRIQUE

Les niveaux de tensions utilisés varient considérablement d'un pays à autre en fonction des paramètres liés à l'architecture des réseaux électriques et à la puissance économique du pays [1]. La nouvelle norme en vigueur en Algérie (SONELGAZ) définit les niveaux de tension comme suit [3]:

Tableau I. 1 : Tableau des domaines de tension.

Domaines de tension		Valeur de la tension composée Nominale (U_n en Volts)	
		Tension Alternative (V)	Tension Continue (V)
Très Basse Tension (TBT)		$U_n < 50$	$U_n < 120$
Basse tension (BT)	BTA	$50 < U_n < 500$	$120 < U_n < 750$
	BTB	$500 < U_n < 1000$	$750 < U_n < 1500$
Haute Tension (HT)	HTA	$1000 < U_n < 50000$	$1500 < U_n < 7500$
	HTB	$U_n > 50000$	$U_n > 75000$

I. 2. 1 Fonctionnement des réseaux électriques

Physiquement, le réseau électrique est organisé en différents niveaux de tension : le réseau de transport et de répartition, auxquels sont connectés les grands groupes de production centralisée, et le réseau de distribution alimentant la plupart des consommateurs. La figure (I.1) illustre l'architecture ou l'organisation physique générale du réseau extra sud Algérien (réseau interconnecté ADRAR-IN SALAH) [3].

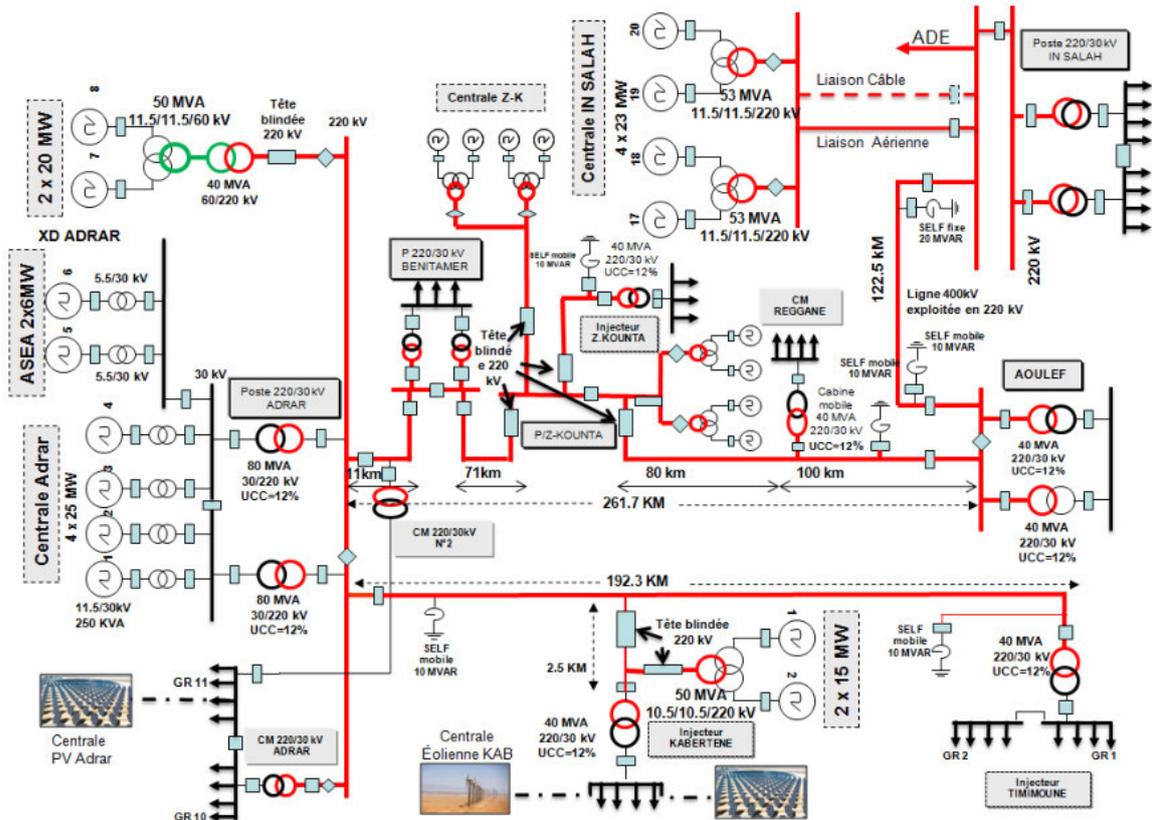


Figure I. 1 : Réseau interconnecté ADRAR-IN SALAH (Sud Algérien).

I.2.2 Réseau de transport :

Un réseau de transport doit être exploité d'une manière particulière : il doit être exploité dans les limites de fonctionnement autorisées. Ces limites ou contraintes du réseau sont exprimées par des valeurs maximales ou minimales sur certaines variables du réseau (fréquence, transits de puissance sur les lignes ou transformateurs, niveau de tension, etc.) Si ces limites sont dépassées, le réseau risque de devenir instable [1] [2].

Le réseau de transport ayant une structure maillée. Les réseaux maillés sont des réseaux où les liaisons forment des boucles réalisant une structure semblable aux mailles d'un filet. Cette structure nécessite que toutes les liaisons soient capables de surcharges permanentes ou

momentanées (généralement 20 min, c.-à-d. Le temps de procéder à certaines manœuvres, tant sur les moyens de production éventuellement de consommation).

Les transits de puissance sur les branches élémentaires dépendent principalement des réactances des éléments de circuits, on ne peut les modifier qu'en ouvrant certaines liaisons ou en répartissant les départs d'un même poste sur des jeux de barres électriquement séparés.

I.3. CONCEPT GENERAL DE L'ÉCOULEMENT DE PUISSANCE

Le problème de l'écoulement de puissance est résolu pour la détermination en régime permanent des tensions complexes au niveau des jeux barres du réseau, à partir de lesquelles les transits des puissances actives et réactives dans chaque ligne et transformateur sont calculés. L'ensemble des équations représente le réseau électrique et de nature non linéaire.

Pratiquement, dans les méthodes de calcul d'écoulement de puissance, on exploite la configuration du réseau et les propriétés de ses équipements pour déterminer la tension complexe au niveau de chaque nœud. D'autre part, on parfaite symétrie entre les trois phases du système triphasés du réseau électrique.

I.4. BUT DE L'ÉTUDE DE L'ÉCOULEMENT DE PUISSANCE

But de l'écoulement de puissance il résume dans les points suivants :

- Assurer l'équilibre entre la production et la demande d'énergie électrique (L'amélioration de dépense de l'électricité, production d'énergie selon de besoin)
- Ne pas dépasser les valeurs limites (la stabilité théorique, selon bon la durée d'utilisation).
- Il faut conserver les tensions de jeu de barre entre les limites théoriques

($v_{min} < v < v_{max}$), en utilisent le contrôle de puissance.

- Planification de réseau (à partir de calcul de la charge). Augmenter la sécurité de Fonctionnement des réseaux par une bonne stratégie d'EP avant les perturbations [5].

I.5. MODILISATION DES ELEMNTS DU RESEAU ELECTRIQUE

Un réseau de transport ou de distribution électrique contient un ensemble éléments qu'on doit modéliser afin d'établir les équations qui gouvernent le système électrique. Dans les sections

qui suivent, on va exposer quelques modèles algébriques de base relatifs aux composants du réseau qui nécessaires pour le calcul de l'écoulement de puissance.

I.5.1. Générateurs

Dans l'analyse de l'écoulement de puissance, les générateurs sont modélisés comme des injecteurs de courants. Dans l'état stationnaire, un générateur est généralement contrôlé de sorte que la puissance active injectée au jeu de barres et la tension aux bornes du générateur soient maintenues constantes. La puissance active délivrée par le générateur est réglée à travers le contrôle de la turbine, qui doit être dans les limites de la capacité du système turbine-générateur. La tension est liée principalement à l'injection de la puissance réactive au jeu de barres de production, et comme le générateur doit fonctionner dans les limites de sa courbe de capacité réactive $Q(P)$ [10]. Les limites de production des générateurs sont définies par [7] :

$$P_{Gi}^{min} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi}^{max}$$

$$Q_{Gi}^{min} \leq Q_{Gi} \leq Q_{Gi}^{max}$$

$P_{Gi}^{min}, P_{Gi}^{max}$: Puissances active générées minimale et maximale au nœud i .

$Q_{Gi}^{min}, Q_{Gi}^{max}$: Puissances réactive générées minimale et maximale au nœud i .

P_{Gi}, Q_{Gi} : Puissances active et réactive générées au nœud i .

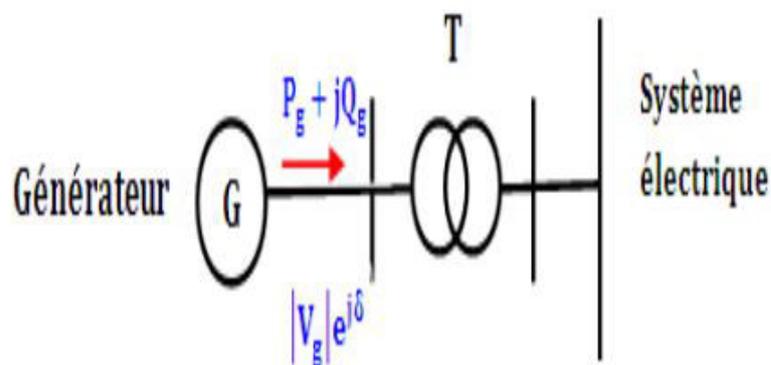


Figure. I. 2 : Modèles d'un générateur.

I. 5. 2. Lignes de transmission

La ligne de transmission est représentée par le modèle en π paramètres concentrés (Fig. I.3). Ces paramètres spécifiques pour des lignes ou des câbles avec une configuration donnée,

dépendent de la nature des conducteurs et de leurs géométries. Ce modèle est caractérisé par les paramètres suivants [13] :

➤ L'impédance série par phase \bar{Z}_{km} (en Ω) :

$$\bar{Z}_{km} = R_{km} + jX_{km}$$

Où R_{km} et X_{km} sont, respectivement, la résistance et la réactance série de la ligne entre les jeux de barres k et m .

➤ L'admittance shunt par phase \bar{Y}_{km}^{sh} (en Siemens) :

$$\bar{Y}_{km}^{sh} = g_{km}^{sh} + jb_{km}^{sh}$$

Où g_{km}^{sh} et b_{km}^{sh} sont, respectivement, la conductance et la susceptance shunts de la ligne entre les jeux de barres k et m .

Dans les études de l'écoulement de puissance, on a souvent besoin de l'admittance série \bar{Y}_{km} des lignes, qui est donnée par :

$$\bar{Y}_{km} = \frac{1}{\bar{Z}_{km} + jX_{km}} = g_{km} + jb_{km}$$

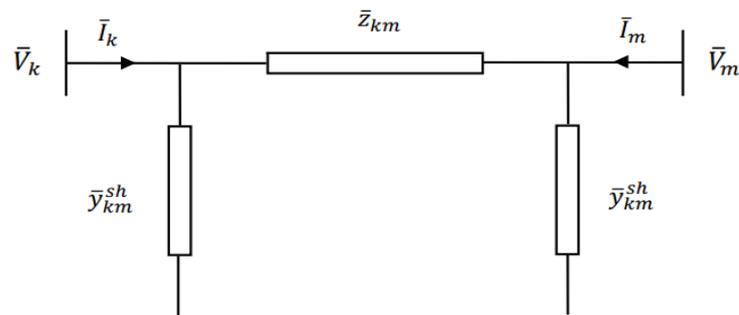


Figure I. 3: Modèle en π d'une ligne de transmission

Où g_{km} et b_{km} sont, respectivement, la conductance et la susceptance séries de la ligne entre les jeux de barres k et m . dans la plupart du cas, la valeur de g_{km}^{sh} est si petite, qu'on peut la négliger.

I. 5. 3. Charge électrique

La charge électrique est souvent modélisée sous forme d'une impédance constante. La plupart des charges représentent une sous-station (système de distribution). Ces charges sont connectées au réseau électrique à travers un transformateur à prises de charges variables, où le niveau de tension de la charge est maintenu pratiquement constant. Dans ce cas, les puissances actives et réactives de la charge peuvent être représentées par des valeurs constantes [4].

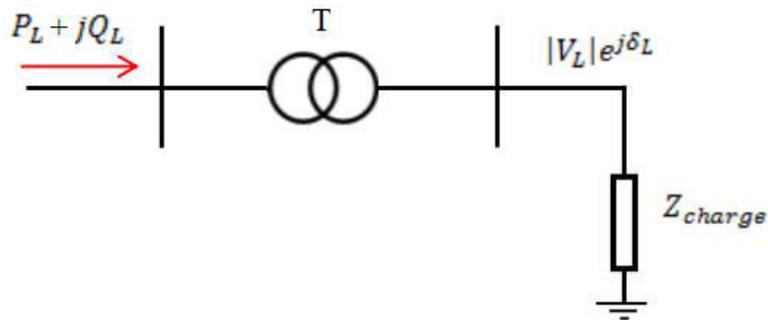


Figure. I. 4: Modélisation d'une charge.

I. 5. 4. Eléments shunts

Les dispositifs shunt sont généralement utilisés pour la compensation de la puissance réactive et le maintien de la tension, sont modélisés par des admittances Y_i de la forme :

$$Y_i = g_i + jb_i$$

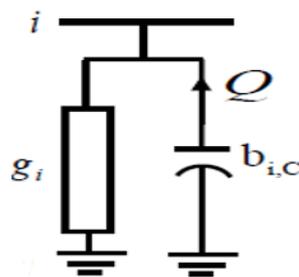


Figure I.5 : Modèle d'élément shunt.

I. 5. 5. Transformateurs

En général, les transformateurs de puissance haute tension sont munis de prises réglables en charge afin de maintenir un niveau de tension acceptable et d'assurer la régulation de la puissance active et réactive transitant sur les lignes de transports. Ce type de transformateur est

généralement représenté par une admittance branchée en série avec un transformateur idéal d'un rapport de transformation complexe [13] (Fig. I.6).

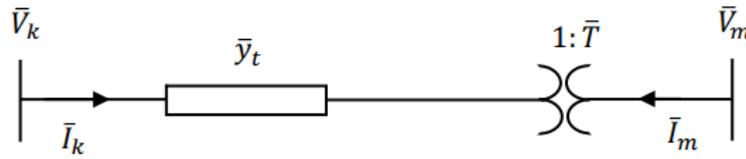


Figure I.6 : Modèle du transformateur muni de prises réglables en charge.

Les équations des tensions nodales du transformateur peuvent être écrites sous la forme :

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_k \\ \bar{I}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_t & -\bar{Y}_t/\bar{T} \\ -\bar{Y}_t/\bar{T}^* & \bar{Y}_t/\bar{T}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_k \\ \bar{V}_m \end{bmatrix}$$

Où

\bar{Y}_t est l'admittance du transformateur exprimé en unités relatives p.u.(dans la base du transformateur)

$\bar{T} = T e^{j\theta_t}$, représente le rapport de transformation complexe,

θ_t est l'angle de déphasage introduit par le transformateur entre jeux de barres k et m .

On note que dans la Fig.I.6, le réglage du transformateur est disposé du côté du jeu de barres m .

Dépendant du rapport de transformation \bar{T} s'il est réel ou complexe, le transformateur est dit en phase ($\theta_t = 0$) ou déphaseur ($\theta_t \neq 0$). Dans le cas \bar{T} est réel, le circuit équivalent du transformateur en phase est représenté dans la Figure I.7 [13]. Donc, le transformateur est facilement intégré dans le modèle du réseau, par une modification directe de la matrice admittance nodale du système en incorporant les éléments correspondants du schéma équivalent représenté dans la Figure I.7.

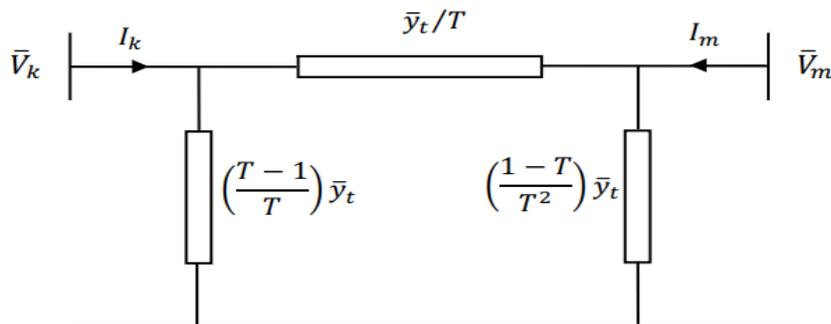


Figure I. 7 : Circuit équivalent du transformateur en phase.

I. 6. CLASSIFICATION DES VARIABLES ET DES CONTRAINTES D'UN SYSTEME

La complexité du système électrique est directement proportionnelle aux nombres des nœuds qu'il contient. Pour cela, afin de faciliter les calculs et expliquer le fonctionnement correct des grands systèmes, il faut classer les différentes variables et contraintes [6,9] :

I. 6. 1. Classification des variables

Généralement le fonctionnement du système électrique peut être décrit en fonction de six variables pour chaque nœud considéré :

P_{Di} , Q_{Di} : Puissances active et réactive demandées au nœud i .

P_{Gi} , Q_{Gi} : Puissances active et réactive générées au nœud i .

V_i : Module de la tension au nœud i .

θ_i : Angle de phase au nœud i .

Ces variables sont généralement divisées en trois groupes :

I. 6. 1. 1. Les variables de perturbation :

Ce sont les puissances actives et réactive liées à la consommation. Ses variables sont représentées par un vecteur P.

$$\mathbf{P} = [P_{D1} \dots P_{Dn} \quad Q_{D1} \dots Q_{Dn}]^T \text{ Avec : } n, \text{ nombre des consommateurs.}$$

T : transposé d'une Matrice

I. 6. 1. 2. Variable d'état

Les variables sont définies comme variables d'état, ce sont respectivement les modules et les arguments des tensions ($|V|, \theta$), elles représentent par le vecteur d'état X comme suit :

$$\mathbf{X} = [|V|_1 \dots |V|_n \quad \theta_1 \dots \theta_n]^T$$

I. 6. 1. 3. Variable de contrôle

Ce sont les puissances actives et réactive générées par les centrales. Elles représentent par le vecteur de contrôle U comme suit :

$$\mathbf{U} = [P_{G1} \dots P_{Gn} \quad Q_{G1} \dots Q_{Gn}]^T$$

I. 6. 2. Classification des contraintes

Contrairement aux objectifs, les contraintes sont faciles à définir, parce qu'elles sont liées à la nature physique des éléments du réseau. On distingue les contraintes sur les variables dépendantes, dites contraintes de sécurité et limites sur les variables indépendantes. Lors d'une répartition des charges ou une optimisation, les contraintes doivent être vérifiées exactement, ce qui constitue un avantage dans la plupart des résultats obtenus

I.6.2.1 Contraintes sur les variables d'état

Les contraintes liées à la sécurité des réseaux sont généralement au nombre de quatre :

➤ Contraintes d'équilibre entre la production et la consommation

En régime normal et à tout moment, l'égalité entre la production et la consommation des puissances active et réactive doit être assurée, soit :

$$\sum_{i=1}^{n_G} P_{Gi} - \sum_{i=1}^{n_D} P_{Di} - P_L = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n_G} Q_{Gi} - \sum_{i=1}^{n_D} Q_{Di} - Q_L = 0$$

P_L : Pertes actives totales.

Q_L : Pertes réactives totales.

n_D : Nombre de nœuds de consommation.

n_G : Nombre de nœuds de génération.

Toute atteinte à cet équilibre se répercute sur la valeur de la fréquence et les tensions du réseau.

➤ Contraintes sur les modules de la tension

Les conditions d'exploitation des réseaux fixent les limites :

- Des tensions maximales par la tenue diélectrique du matériel et la saturation des transformateurs.
- Des tensions minimales par l'augmentation des pertes et le maintien de la stabilité des alternateurs. On aura pour tous les nœuds, la condition suffisante et nécessaire à savoir :

$$V_i^{min} \leq V_i \leq V_i^{max}$$

V_i : Module de la tension au nœud i .

V_i^{min}, V_i^{max} : respectivement limites minimale et maximale de la tension.

Le respect des contraintes de tension est d'une importance primordiale pour la sécurité d'exploitation et du matériel. Une violation de la limite supérieure que l'on observe parfois en faible charge peut constituer un danger pour l'isolation du matériel. Par ailleurs, des tensions trop basses nuisent à l'exploitation rationnelle du réseau, et peuvent conduire à son écroulement.

➤ Contraintes sur l'angle de phase

Les transformateurs à angles de phase ont des décalages maximal et minimal pour le réglage des phases de tensions et la régulation des flux de puissances actives. Les deux types de transformateurs forment les contraintes d'inégalités suivantes :

$$\theta_i^{min} \leq \theta_i \leq \theta_i^{max}$$

θ_i : La phase du rapport de transformation du transformateur.

$\theta_i^{min}, \theta_i^{max}$: Respectivement valeur minimale et maximale de la phase du rapport de transformation du transformateur.

➤ Contraintes sur la capacité de transit de la ligne

La puissance transitée dans une ligne ne doit, en aucun cas, dépasser la limite maximale

$$S_{ij} \leq S_{ij}^{max}$$

Avec :

$$S_{ij} = (P_{ij}^2 + Q_{ij}^2)^{1/2}$$

S_{ij} : Puissance apparente transitée dans la ligne $i - j$.

S_{ij}^{max} : Puissance apparente maximale transitée dans la ligne $i - j$.

P_{ij} : Puissance active transitée dans la ligne $i - j$.

Q_{ij} : Puissance réactive transitée dans la ligne $i - j$.

En général, à partir des contraintes des puissances transitées, nous déterminons les contraintes de courant correspondant aux lignes et aux transformateurs. On limite les courants transités pour des raisons de surcharge et de stabilité.

I. 6. 2. 2. Contraintes sur les variables indépendantes

Ces contraintes sont liées à la nature physique des éléments du réseau, soit :

➤ Contraintes sur la production

La puissance produite par chaque groupe est bornée supérieurement par la puissance maximale qu'il peut fournir et inférieurement par le minimum, qui est conditionnée par le rendement de ce groupe et les contraintes sur la turbine. Pour tous les nœuds de production, les contraintes active et réactive sont :

$$P_{Gi}^{min} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi}^{max}$$

$$Q_{Gi}^{min} \leq Q_{Gi} \leq Q_{Gi}^{max}$$

➤ Contraintes sur les rapports de transformation

Le rapport de transformation des transformateurs avec régleur en charge, peut varier selon la position du régleur. Ce dernier doit être limité entre deux bornes, minimale et maximale, soit :

$$a_k^{min} \leq a_k \leq a_k^{max}$$

1. 7. PROBLEME DE L'ÉCOULEMENT DE PUISSANCE

Il y a quatre grandeurs fondamentales associées à chaque jeu de barres i du réseau, à savoir : module de tension V_i , phase de tension δ_i , puissance active injectée P_i et la puissance réactive injectée Q_i . Pour chaque jeu de barres, deux variables doivent être spécifiées au préalable et les deux autres sont à calculer. Les modules et les phases des tensions inconnues sont appelés variables d'état. L'état du système n'est déterminé qu'après avoir calculer ces valeurs.

Dans l'analyse de l'écoulement de puissance, les jeux de barres du système sont classés en trois catégories :

I. 7. 1. Jeu de barres de référence ($|V|, \delta$)

C'est un jeu barre connecté à une source de tension considérée constante, et sans angle de phase et pris comme référence de calcul. Ses puissances actives et réactives, doivent être calculées d'après le calcul de la puissance pour s'adapter aux exigences de jeu barre de contrôle.

I. 7. 2. Jeu de barres générateur (à tension contrôlée) ($P, |V|$)

Ce jeu de barre est connecté à un générateur délivrant une puissance active P sous une tension constante V contrôlée par un régulateur automatique de tension (AVR). Donc (P, V) sont spécifiées alors que (Q, δ) sont à calculer.

I. 7. 3. Jeu de barres de charge (P, Q)

Ce sont les jeux barre de la demande clientèles, pour ce genre, les puissances actives et sont données, mais l'amplitude de l'argument de la tension sont déterminer, Notons que dans un réseau électrique, les jeux de barres de charge forment de 80 à 90% de la totalité des jeux de barres.

I. 8. ÉQUATIONS L'ÉCOULEMENT DE PUISSANCE

Le système électro-énergétique donné peut être exploité de la manière suivante :

Le réglage du couple d'entraînement de la turbine permet de contrôler la puissance active générée suivant la puissance active demandée et garder donc un équilibre entre ces deux puissances aux pertes de puissance active près. La fréquence 50Hz est le critère utilisé pour satisfaire cette condition d'équilibre. Ceci est lié à la régulation de vitesse ou de fréquence. Le réglage du courant d'excitation de chaque générateur permet de régler la tension aux bornes du générateur et ainsi garder un équilibre entre la puissance réactive générée et celle demandée aux pertes de puissance réactive près. Le critère de tension constante est pour satisfaire cet équilibre. Il est lié à la régulation de tension.

Considérons le schéma représentatif du réseau suivant :

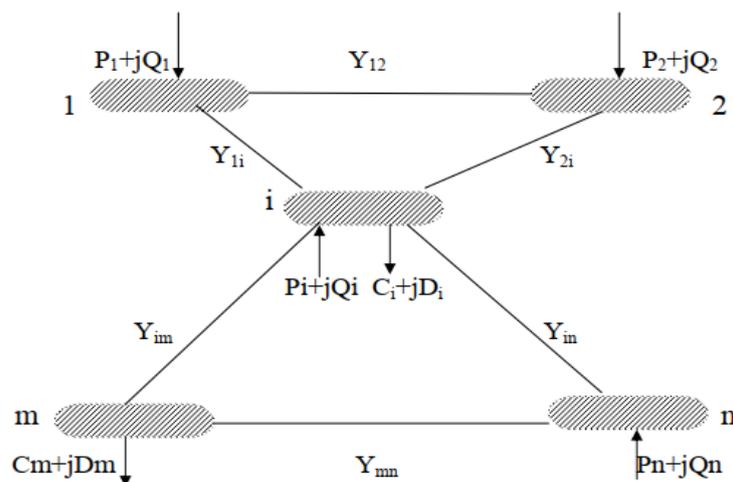


Figure I. 8 : Réseau à n nœuds.

La puissance apparente au nœud i est donnée par la relation suivante [8] :

$$S_i = I_i^* V_i \quad (\text{I.1})$$

$$S_i = S_{Gi} - S_{Di} = (P_{Gi} - P_{Di}) + j(Q_{Gi} - Q_{Di}) \quad (\text{I.2})$$

L'expression de la tension au nœud i et au nœud m sous sa forme trigonométrique est :

$$V_i = |V_i| e^{j\delta_i} \quad (\text{I.3})$$

$$V_m = |V_m| e^{j\delta_m} \quad (\text{I.4})$$

$$\Rightarrow V_m^* = |V_m| e^{-j\delta_m} \quad (\text{I.5})$$

Le courant au nœud i est la somme du produit de ses admittances mutuelles avec les autres nœuds, et la tension en ces nœuds :

$$I_i^* = \sum_{m=1}^n Y_{im}^* V_m^* \quad (\text{I.6})$$

L'admittance de la branche i - m donnée par l'expression :

$$Y_{im} = \rho_{im} + j\beta_{im} \quad (\text{I.7})$$

$$Y_{im}^* = \rho_{im} - j\beta_{im} \quad (\text{I.8})$$

En combinant les équations I.2, I.3, I.5, I.8 avec I.6, on aura :

$$S_i = \sum_{m=1}^n |V_i| e^{j\delta_i} (\rho_{im} - j\beta_{im}) (|V_m| e^{-j\delta_m}) \quad (\text{I.9})$$

$$\Rightarrow S_i = |V_i| \sum_{m=1}^n V_m [(\rho_{im} - j\beta_{im}) e^{j(\delta_i - \delta_m)}] \quad (\text{I.10})$$

$$S_i = |V_i| \sum_{m=1}^n V_m [\rho_{im} [\cos(\delta_i - \delta_m) + j\sin(\delta_i - \delta_m)] - j\beta_{im} [\cos(\delta_i - \delta_m) + j\sin(\delta_i - \delta_m)]] \quad (\text{I.11})$$

En remplaçant S_i par l'expression I.2, on aura :

$$\begin{cases} P_{Gi} - P_{Di} = V_i \sum_{m=1}^n V_m [\rho_{im} \cos(\delta_i - \delta_m) + \beta_{im} \sin(\delta_i - \delta_m)] \\ Q_{Gi} - Q_{Di} = V_i \sum_{m=1}^n V_m [\rho_{im} \sin(\delta_i - \delta_m) - \beta_{im} \cos(\delta_i - \delta_m)] \end{cases} \quad (\text{I.12})$$

Ce système peut s'écrire de la façon :

$$\begin{cases} V_i \sum_{m=1}^n V_m [\rho_{im} \cos(\delta_i - \delta_m) + \beta_{im} \sin(\delta_i - \delta_m)] - P_{Gi} + P_{Di} = 0 \\ V_i \sum_{m=1}^n V_m [\rho_{im} \sin(\delta_i - \delta_m) - \beta_{im} \cos(\delta_i - \delta_m)] - Q_{Gi} + Q_{Di} = 0 \end{cases} \quad (\text{I.13})$$

Ce sont équations non linéaires qui ne peuvent être résolues par des méthodes analytiques. La solution est obtenue par des méthodes numériques. Les équations de circulation

de puissances relie tension et puissance au lieu de tension et courant. Dans les deux équations du système, le déphasage intervient par une différence de phases.

Si P_{Gm} et Q_{Gm} désignent respectivement les puissances actives et réactives générées par le nœud m , et si P_{Dm} et Q_{Dm} désignent respectivement les puissances actives et réactives demandées par le nœud m , nous définissons « les pertes de puissances active P_L et les pertes de puissance réactive Q_L » comme étant :

$$\begin{cases} P_L = \sum_{m=1}^n [(P_{Gi} - P_{Gm}) - (P_{Di} - P_{Dm})] \\ Q_L = \sum_{m=1}^n [(Q_{Gi} - Q_{Gm}) - (Q_{Di} - Q_{Dm})] \end{cases} \quad (\text{I.14})$$

Si $P_L = 0$, Q_L est maximale, on a affaire alors à une ligne d'impédance purement réactive.

Quand les pertes de puissance réactive P_L sont négatives, la ligne fournit de la puissance réactive au réseau.

I. 9. METHODES DE RESOLUTION DES EQUATIONS DE L'ECOULEMENT DE PUISSANCE

I. 9. 1. Méthode de Gauss Seidel [11, 12, 14,15]

Les premières méthodes étaient basées sur la méthode itérative de Gauss-Seidel relative à la matrice admittance Y . Elle ne nécessite pas beaucoup d'espace mémoire et sa programmation est relativement simple.

Pour un système à plusieurs variables, la méthode de Gauss-Seidel utilise, à chaque itération, la valeur la plus récente calculée.

En retirant les équations du système I.12, on aura :

$$(P_{Gi} - P_{Di}) - j(Q_{Gi} - Q_{Di}) = V_i [\sum_{m=1}^n V_m [\rho_{im} \cos(\delta_i - \delta_m) + \beta_{im} \sin(\delta_i - \delta_m)] - j \sum_{m=1}^n V_m [\rho_{im} \sin(\delta_i - \delta_m) + \beta_{im} \cos(\delta_i - \delta_m)]] \quad (\text{I.15})$$

$$\Rightarrow (P_{Gi} - P_{Di}) - j(Q_{Gi} - Q_{Di}) = V_i [\sum_{m=1}^n V_m (\rho_{im} e^{j(\delta_m - \delta_i)} + j\beta_{im} e^{j(\delta_i - \delta_m)})] \quad (\text{I.17})$$

$$\Rightarrow (P_{Gi} - P_{Di}) - j(Q_{Gi} - Q_{Di}) = V_i \sum_{m=1}^n V_m e^{j(\delta_m - \delta_i)} Y_{im} e^{j(\delta_i - \delta_m)} \quad (\text{I.18})$$

$$\Rightarrow (P_{Gi} - P_{Di}) - j(Q_{Gi} - Q_{Di}) = V_i^2 Y_{ii} + V_i \sum_{m \neq i}^n V_m Y_{im} \quad (\text{I.19})$$

$$\Rightarrow (P_{Gi} - P_{Di}) - j(Q_{Gi} - Q_{Di}) / V_i = V_i Y_{ii} + V_i \sum_{m \neq i}^n V_m Y_{im} \quad (\text{I.20})$$

Y_{ii} : L'élément diagonal de la matrice admittance relatif au nœud i , et est égal à la somme de toutes les admittances élémentaires et shunt aboutissant à ce nœud.

Y_{im} : L'élément hors diagonal de la matrice admittance, relatif à la liaison $i-m$, et est égal à la somme l'admittance élémentaire de cette liaison précédée du signe (-).

$$Y_{ii} = \sum_{i \neq m}^n Y_{im} + \sum_{m=1}^n \frac{y_{im}}{2}$$

$$Y_{im} = -y_{im} \quad i \neq m$$

$$V_i = \frac{1}{Y_{ii}} \left\{ \frac{[(P_{Gi} - P_{Di}) - j(Q_{Gi} - Q_{Di})]}{V_i} - \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq i}}^n V_m Y_{im} \right\} \quad (\text{I.21})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} KL_i = \frac{(P_i - jQ_i)}{Y_{ii}} \\ YL_{im} = \frac{Y_{im}}{Y_{ii}} \end{cases}$$

$$V_i = \frac{KL_i}{V_i} - \sum_{m \neq i}^n YL_{im} V_m \quad (\text{I.22})$$

En introduisant les itérations, on aura le processus de Gauss :

$$V_i^{(k+1)} = \frac{KL_i}{V_i^{(k)}} - \sum_{m \neq i}^n YL_{im} V_m^{(k+1)} \quad (\text{I.23})$$

Ou encoure le processus de Gauss-Seidel :

$$V_i^{(k+1)} = \frac{KL_i}{V_i^{(k)}} - \sum_{m=1}^{i-1} YL_{im} V_m^{(k+1)} - \sum_{m=i+1}^n YL_{im} V_m^{(k)} \quad (\text{I.24})$$

I. 9. 1. 1. Algorithme de Gauss-Seidel

Cette méthode suit le processus itératif qu'on peut décrire par les étapes suivantes :

- 1- Formation de la matrice admittance.
- 2- Estimation des valeurs initiales des tensions nodales $V_i^0 \quad i = 1, \dots, n$
- 3- Détermination des paramètres KL_i et $YL_{im} \quad i = 1, \dots, n$ et $m = 1, \dots, n$

Initiation des itérations $k=0$

- 4- On calcul l'itération $(k+1)$ pour chaque nœud nodale suivant la relation :

$$V_i^{(k+1)} = \frac{KL_i}{V_i^{(k)}} - \sum_{m=1}^{i-1} YL_{im} V_m^{(k+1)} - \sum_{m=i+1}^n YL_{im} V_m^{(k)}$$

- 5- Pour l'accélération des calculs, on utilise un facteur d'accélération α qui peut prendre des valeurs de 1 à 1.4 pour réduire le nombre d'itérations.

Avec

$$\Delta V_i^{(k)} = V_i^{(k+1)} - V_i^{(k)} \quad (\text{I.25})$$

$$V_i^{(k+1)} = V_i^{(k)} + \alpha \Delta V_i^{(k)} \quad (\text{I.26})$$

Le calcul itératif est renouvelé jusqu'à ce que $\Delta V_i^{(k)}$ soit inférieur à une certaine tolérance choisie.

- 6- Test d'arrêt Sinon aller à l'étape 4.

Les valeurs des tensions de la dernière itération sont retenues, on calcule :

- Les puissances transitées

$$S_{im}^* = V_i^*(V_i - V_m)y_{im} + V_i^*V_i \frac{y_{im}'}{2} \quad (\text{I.27})$$

- Les puissances injectées

$$S_i = \sum_{m=1}^n S_{im} \quad (\text{I.28})$$

- Les pertes

$$S_L = \sum_{i=1}^n S_i \quad (\text{I.29})$$

I. 9. 2. Méthode de Newton-Raphson [2, 14, 15, 16,17]

Cette méthode nécessite plus de temps par itération que celle de Gauss-Seidel, alors qu'elle ne demande que quelques itérations même pour les grands réseaux. Cependant, elle requiert des capacités de stockage ainsi que des puissances de calcul importantes.

D'après, les équations I.1, I.6 et I.7.

Nous savons que :

$$\begin{cases} V_i = V_i(\cos\delta_i + j\sin\delta_i) \\ V_m = V_m(\cos\delta_m + j\sin\delta_m) \end{cases} \quad (\text{I.30})$$

L'équation I.1 devient alors :

$$P_i - jQ_i = \sum_{m=1}^n V_i (\cos\delta_i - jsin\delta_i) (\rho_{im} - j\beta_{im}) V_m (\cos\delta_m + jsin\delta_m) \quad (I.31)$$

En séparant la partie réelle et imaginaire, on obtient :

$$\begin{cases} P_i = \sum_{m=1}^n V_i V_m (\cos\delta_i \cos\delta_m + \sin\delta_i \sin\delta_m) \rho_{im} + (\cos\delta_i \sin\delta_m - \sin\delta_i \cos\delta_m) \beta_{im} \\ Q_i = \sum_{m=1}^n V_i V_m (\cos\delta_i \cos\delta_m - \sin\delta_i \sin\delta_m) \rho_{im} + (\cos\delta_i \sin\delta_m + \sin\delta_i \cos\delta_m) \beta_{im} \end{cases} \quad (I.32)$$

Posons :

$$V_i = e_i + jf_i$$

$$V_m = e_m + jf_m$$

D'où :

$$\begin{cases} e_i = V_i \cos\delta_i \\ f_i = V_i \sin\delta_i \\ e_m = V_m \cos\delta_m \\ f_m = V_m \sin\delta_m \end{cases}$$

Alors, le système I.32 devient :

$$\begin{cases} P_i = \sum_{m=1}^n [(e_i e_m + f_i f_m) \rho_{im} + (e_i f_m - f_i e_m) \beta_{im}] \\ Q_i = \sum_{m=1}^n [(e_i f_m - f_i e_m) \rho_{im} + (e_i e_m + f_i f_m) \beta_{im}] \end{cases} \quad (I.33)$$

D'où :

$$\begin{cases} P_i = \sum_{m=1}^n [e_i (e_m \rho_{im} + f_m \beta_{im}) + f_i (f_m \rho_{im} - e_m \beta_{im})] \\ Q_i = \sum_{m=1}^n [f_i (e_m \rho_{im} + f_m \beta_{im}) - e_i (f_m \rho_{im} - e_m \beta_{im})] \end{cases} \quad (I.34)$$

C'est un système d'équations non linéaires. La puissance active P_i et la puissance réactive Q_i sont connues et les composantes réelles et imaginaires de la tension e_i et f_i sont inconnues pour tous les jeux de barres excepté le jeu de barres de référence, où la tension est spécifiée et fixée. Ainsi, ce sont $2(n-1)$ équations à résoudre pour trouver la solution de transfert de charges.

La méthode de Newton-Raphson exige que les équations non linéaires soient formées d'expressions liant les puissances et les composants de la tension.

Ceci se traduit par :

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \vdots \\ \Delta P_{n-1} \\ \Delta Q_1 \\ \vdots \\ \Delta Q_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial e_1} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial e_{n-1}} & \left| & \frac{\partial P_1}{\partial f_1} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial f_{n-1}} \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_{n-1}}{\partial e_1} & \dots & \frac{\partial P_{n-1}}{\partial e_{n-1}} & \left| & \frac{\partial P_{n-1}}{\partial f_1} & \dots & \frac{\partial P_{n-1}}{\partial f_{n-1}} \\ \hline \frac{\partial Q_1}{\partial e_1} & \dots & \frac{\partial Q_1}{\partial e_{n-1}} & \left| & \frac{\partial Q_1}{\partial f_1} & \dots & \frac{\partial Q_1}{\partial f_{n-1}} \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial e_1} & \dots & \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial e_{n-1}} & \left| & \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial f_1} & \dots & \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial f_{n-1}} \right. \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta e_1 \\ \vdots \\ \Delta e_{n-1} \\ \Delta f_1 \\ \vdots \\ \Delta f_{n-1} \end{bmatrix} \quad (\text{I.35})$$

Où le dernier jeu de barres est le jeu de barres de référence. La forme de la matrice est :

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_3 \\ J_2 & J_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta e \\ \Delta f \end{bmatrix} \quad (\text{I.36})$$

Où encore :

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = [J] \cdot \begin{bmatrix} \Delta e \\ \Delta f \end{bmatrix}$$

[J] : est le jacobien de la matrice

ΔP et ΔQ : respectivement, sont les différences entre les valeurs planifiées et les valeurs calculées des puissances actives et réactives.

L'équation I.34 peut s'écrire de façon suivante :

$$\begin{cases} P_i = e_i(e_i \rho_{ii} + f_i \beta_{ii}) + f_i(f_i \rho_{ii} - e_i \beta_{ii}) + \sum_{m=1, m \neq i}^n [e_i(e_m \rho_{im} + f_m \beta_{im}) + f_i(f_m \rho_{im} - e_m \beta_{im})] \\ Q_i = f_i(e_i \rho_{ii} + f_i \beta_{ii}) - e_i(f_i \rho_{ii} - e_i \beta_{ii}) + \sum_{m=1, m \neq i}^n [f_i(e_m \rho_{im} + f_m \beta_{im}) - e_i(f_m \rho_{im} - e_m \beta_{im})] \end{cases} \quad (\text{I.37})$$

D'où, l'on peut tirer les éléments du Jacobien :

Les éléments diagonaux de J_1 : $2e_i \rho_{ii} + \sum_{m \neq i}^n (e_m \rho_{im} + f_m \beta_{im})$

Les éléments hors diagonaux de J_1 : $(e_i \rho_{im} - f_i \beta_{im})_{m \neq i}$

Les éléments diagonaux de J_2 : $2e_i \beta_{ii} + \sum_{m \neq i}^n (f_m \rho_{im} - e_m \beta_{im})$

Les éléments hors diagonaux de J_2 : $(e_i \beta_{im} + f_i \rho_{im})_{m \neq i}$

Les éléments diagonaux de $J_3 : 2f_i\rho_{ii} + \sum_{m \neq i}^n (e_m\rho_{im} - f_m\beta_{im})$

Les éléments hors diagonaux de $J_3 : (e_i\beta_{im} + f_i\rho_{im})_{m \neq i}$

Les éléments diagonaux de $J_4 : 2f_i\beta_{ii} + \sum_{m \neq i}^n (e_m\rho_{im} + f_m\beta_{im})$

Les éléments hors diagonaux de $J_4 : (e_i\rho_{im} - f_i\beta_{im})_{m \neq i}$

$$\Rightarrow \begin{cases} P_i^{(k+1)} = P_i^k + \Delta P_i \\ Q_i^{(k+1)} = Q_i^k + \Delta Q_i \end{cases}$$

I. 9. 2. 1. Algorithme de Newton-Raphson

La procédure de calcul de l'écoulement de puissance en utilisant la méthode de Newton-Raphson est résumée dans les étapes suivantes :

- 1- Initialiser le compteur d'itération, $k=0$.
- 2- A partir des données du système, on détermine la matrice d'admittance Y .
- 3- Affecter des valeurs initiales aux modules et phases des tensions f_i^0 et e_i^0 .
- 4- On calcule P_i^{cal} , Q_i^{cal} qui nous donne les écarts de puissances ΔP_i , ΔQ_i comme suit :

$$\Delta P_i = P_i^{spec} - P_i^{cal}$$

$$\Delta Q_i = Q_i^{spec} - Q_i^{cal}$$

- 5- Formation de la matrice Jacobienne.
- 6- Calcul de l'inverse de Jacobienne.
- 7- On calcule :

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \end{bmatrix} = [J]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \quad (\text{I.38})$$

- 8- Calculer les nouvelles estimations, on obtient :

$$\theta_i^{(k+1)} = \theta_i^{(k)} + \Delta\theta_i^{(k)} \quad (\text{I.39})$$

$$V_i^{(k+1)} = V_i^{(k)} + \Delta V_i^{(k)} \quad (\text{I.40})$$

- 9- Vérifier la convergence. Si le vecteur des écarts de puissance est inférieur à une certaine précision $\max(\Delta P_i, \Delta Q_i) \leq \varepsilon$, stop. Sinon, continuer.
- 10- Incrémenter k de 1 et retourner à l'étape 4.

Les valeurs des tensions de la dernière itération sont retenues, on calcule :

- Les puissances transmises à partir de l'équation (I.27).
- Les puissances injectées à partir de l'équation (I.28).
- Pertes de puissances totales à partir de l'équation (I.29).

I.10 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre la modélisation des différents composants du réseau électrique et le problème de l'écoulement de puissance. La résolution du problème de la répartition des charges a une importance majeure pour l'évaluation de l'état du réseau. Plusieurs méthodes ont été présentées.

Chapitre II :

Optimisation de l'Écoulement de Puissance

II. 1. INTRODUCTION

Mathématiquement, l'optimisation est la recherche des valeurs de variables qui maximisent ou minimisent une fonction donnée. Cet outil mathématique, une fois transposé au monde de l'entreprise, permet d'obtenir un rendement « idéal » en créant les conditions les plus favorables. Le calcul de répartition de puissance optimale est une fonction qui optimise globalement toutes les commandes de puissance active et réactive. Afin de réduire au maximum les frais d'exploitation instantanément.

II. 2. DOMAINES D'APPLICATIONS DE L'ÉCOULEMENT DE PUISSANCE OPTIMAL

Les applications de la fonction écoulement de puissance optimal peuvent être classées en applications d'exploitation et celles de planification. Dans le domaine d'exploitation, on distingue les applications d'ordre économiques et celles d'ordre technique. Dans chaque catégorie on trouve plusieurs applications, dont les plus courantes sont :

II. 2. 1. Minimisation du coût de combustible

Le point de départ de l'OPF est la minimisation des coûts d'exploitation des réseaux électriques. La minimisation du coût de combustible est le principal objectif dans cette catégorie. Le but étant de trouver les puissances optimales à générer par les centrales de façon à minimiser le coût total du combustible [18] [19].

II. 2. 2. Minimisation des pertes

La minimisation des pertes de transmission est considérée aussi comme l'un des objectifs qui permet une réduction des coûts. Cet objectif ainsi que la minimisation du coût de combustible sont les objectifs les plus couramment utilisés [20].

II. 2. 3. Amélioration du profil de tension

En général, les tensions sont bornées entre des limites supérieures et inférieures dans les contraintes d'inégalité. Cependant, il existe d'autres formulations où le but est de déterminer les paramètres de contrôle pour minimiser la somme des déviations de tension au niveau des jeux de barres de charge [21].

II. 2. 4. Amélioration de la stabilité de tension

L'amélioration du profil de tension ne garantit pas une sécurité optimale du système. En effet, des problèmes d'instabilité de tension ont été rencontrés dans des systèmes ayant un profil de tension acceptable [22]. La sécurité de tension est assurée si un système est capable de maintenir constamment une tension acceptable au niveau de tous les jeux de barre du système, dans les conditions de fonctionnement normale, après une augmentation de charge, après un changement de configuration ou lorsque le système est soumis à une perturbation. Cet objectif a fait l'objet de plusieurs travaux de recherches où il a été formulé de différentes manières [13].

II. 2. 5. Maximisation de la puissance transmissible

Maximiser le transfert de puissance est un objectif appréciable pour les systèmes interconnectés. Il peut aider à minimiser les coûts d'exploitation des systèmes électriques en plus d'autres avantages tel que l'amélioration de la fiabilité. Cet objectif est mieux géré par un ajustement optimal des sources de puissance réactives [24]. Cependant, l'intégration des dispositifs à base de semi-conducteurs (FACTS) dans la procédure de l'OPF, peut apporter une amélioration considérable de la capacité de transfert de puissance [25].

II. 3. TECHNIQUES D'OPTIMISATION

La figure II.1 présente les trois étapes du processus d'optimisation [12,15] : Analyse, synthèse et évaluation. Tout d'abord, il convient d'analyser le problème et d'opérer un certain nombre de choix préalable, il s'agit de : Variables de problème, espace de recherche, fonction objective et méthode d'optimisation. Une fois effectuée ces différents choix, la méthode choisie synthèse des solutions potentielles qui sont évaluées, puis éliminées jusqu'à l'obtention d'une solution acceptable.

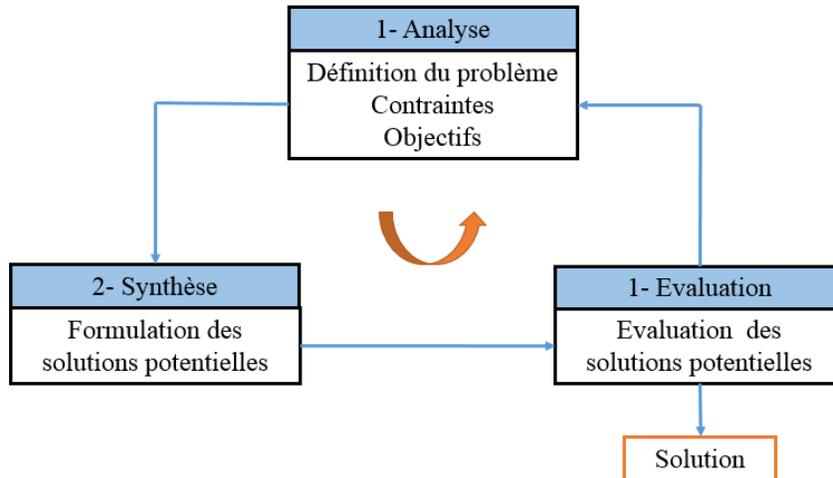


Figure II.1 : Les étapes de processus d'optimisation.

II. 4. FORMULATION DU PROBLEME DE L'ECOULEMENT DE PUISSANCE OPTIMAL

Le problème de l'OPF est considéré comme un problème d'optimisation non linéaire avec contraintes. Un tel problème s'écrit sous la forme d'un programme mathématique non linéaire de la forme :

$$\text{Min (ou Max) } f(x, u) \quad (\text{fonction objectif}) \quad (\text{II.1})$$

$$\text{Sujet à } g(x, u) = 0 \quad (\text{Contraintes d'égalité}) \quad (\text{II.2})$$

$$h(x, u) \leq 0 \quad (\text{Contraintes d'inégalité}) \quad (\text{II.3})$$

$$x^{\min} \leq x \leq x^{\max} \quad (\text{II.4})$$

$$u^{\min} \leq u \leq u^{\max} \quad (\text{II.5})$$

Dans lequel x représente le vecteur des n_s variables d'état, u est le vecteur des n_c variables de contrôle, $f(x, u)$ représente la fonction objectif à optimiser, $g(x, u) = 0$ traduisent les r contraintes d'égalité, et $h(x, u) \leq 0$ représente les m contraintes d'inégalité. $x^{\min}, x^{\max}, u^{\min}$ et u^{\max} sont les limites admissibles des variables de décisions correspondantes.

II. 4. 1. Variables de contrôle

Ce sont les variables du problème qui peuvent être ajustées afin d'optimiser la fonction objectif et satisfaire les contraintes. Ces variables peuvent inclure :

- les puissances actives générées par les alternateurs.
- les puissances réactives générées par les alternateurs.
- les modules des tensions des jeux de barres générateurs.
- les positions des prises de réglage des transformateurs en phase.
- les phases des transformateurs déphaseurs.
- Les puissances transitant par les lignes à haut tension à courant continu (HDVC).
- les puissances réactives délivrées par les compensateurs synchrones.
- les puissances réactives fournies par les compensateurs statiques (SVC).
- les puissances réactives des batteries/bobines de compensation.
- les puissances nettes échangées entre les systèmes interconnectés.

II. 4. 2. Variables d'état

Ce sont les variables du problème qui dépendent des variables de contrôle. Ces variables sont essentiellement les modules des tensions des jeux de barres de charges, et les phases des tensions de tous les jeux de barres (sauf le jeu de barres de référence). L'état de fonctionnement d'un système électrique est complètement déterminé par les variables de contrôle et les variables d'état.

II. 4. 3. Fonction Objective

La fonction objectif représente le critère (ou l'index de performance) utilisé pour l'optimisation. On peut citer quelques fonctions objectives usuelles dans les études de l'OPF, qui sont :

- coûts de production minimum.
- pertes actives de transmission minimum.
- pertes réactives de transmission minimum.
- l'écart minimum par rapport au point de fonctionnement actuel ou optimal.
- puissances actives transmissibles maximum.
- l'émission minimum de gaz.

- coût de puissance réactive injectée minimum (afin de déterminer l'emplacement optimal pour l'installation de nouvelles batteries ou bobines).
- coût de puissance active injectée minimum (afin de déterminer l'emplacement optimal pour l'installation de nouvelles unités de productions).

II. 4. 4. Contraintes d'égalité

Ces contraintes sont traduites par les lois physiques gouvernant le système électrique. En régime stationnaire, la puissance générée doit satisfaire la demande de charge plus les pertes de transmission. Cet équilibre énergétique est décrit par les équations d'équilibre de l'écoulement de puissance, et qui sont formulées par :

$$P_{Gi} = P_{Di} + \sum_{m=1}^n V_i V_m Y_{im} \cos(\delta_i - \delta_m - \theta_{im}), \quad \forall i \in N_s \quad (\text{II.6})$$

$$Q_{Gi} = Q_{Di} + \sum_{m=1}^n V_i V_m Y_{im} \sin(\delta_i - \delta_m - \theta_{im}), \quad \forall i \in N_l \quad (\text{II.7})$$

Où N_s est l'ensemble des jeux de barres du système (excepté le JB de référence) et N_l est l'ensemble des jeux de barres de charge.

II. 4. 5. Contraintes d'inégalité

Les contraintes d'inégalité reflètent les limites admissibles de fonctionnement des éléments physiques du système. Ces contraintes peuvent inclure des limites sur des variables de décision, ou des limites sur des fonctions non linéaires. Ces limites ne doivent pas être violées, afin d'assurer la sécurité du système. Les contraintes d'inégalité habituelles peuvent inclure :

- **Limites des puissances actives et réactives des générateurs :**

Les puissances actives et réactives délivrées par les unités thermiques doivent être maintenues dans des limites admissibles. Ces limites sont imposées par certaines limitations thermiques et opérationnelles au niveau de chaque unité :

$$P_{Gi}^{min} \ll P_{Gi} \ll P_{Gi}^{max}, \quad \forall i \in N_g \quad (\text{II.8})$$

$$Q_{Gi}^{min} \ll Q_{Gi} \ll Q_{Gi}^{max}, \quad \forall i \in N_g \quad (\text{II.9})$$

Où

P_{Gi}^{min} : est la limite minimale de puissance active générée au niveau du JB i ,

P_{Gi}^{max} : est la limite maximale de puissance active générée au niveau du JB i ,

Q_{Gi}^{min} : est la limite minimale de puissance réactive générée au niveau du JB i ,

Q_{Gi}^{max} : est la limite maximale de puissance réactive générée au niveau du JB i ,

N_g : est l'ensemble des indices de tous les JB générateurs.

▪ **Limites des puissances réactives de compensation :**

Les puissances réactives procurées par les sources purement réactives comme les batteries de compensation, les bobines, les compensateurs statiques de puissance réactive (SVC) ou les compensateurs synchrones sont bornées par des valeurs minimales et maximales :

$$Q_{Ci}^{min} \ll Q_{Ci} \ll Q_{Ci}^{max}, \quad \forall i \in N_c \quad (\text{II.10})$$

Où

Q_{Ci}^{min} : est la limite minimale de puissance réactive de compensation au niveau du JB i ,

Q_{Ci}^{max} : est la limite maximale de puissance réactive de compensation au niveau du JB i ,

N_c : est l'ensemble des JB munis de sources de compensation réactive.

▪ **Limites des modules de tension :**

Pour des raisons de sécurité et de stabilité du système électrique, les fluctuations de tension sont indésirables. Donc, il est en général important de maintenir la tension au niveau de tous les jeux de barres dans des limites admissibles, à savoir :

$$V_i^{min} \ll V_i \ll V_i^{max}, \quad \forall i \in N \quad (\text{II.11})$$

Où

V_i^{min} : est la limite minimale du module de tension au niveau du JB i ,

V_i^{max} : est la limite maximale du module de tension au niveau du JB i ,

N : est l'ensemble des JB du système.

▪ **Limites de réglage des prises des transformateurs en phase :**

Les transformateurs dotés de prises de réglage sont utilisés pour des modules des tensions, et la régulation du flux des puissances réactives. Les positions de ces prises sont limitées par deux valeurs l'une minimale et l'autre maximale et que nous écrivons comme il suit :

$$T_{im}^{min} \ll T_{im} \ll T_{im}^{max}, \quad \forall (i, m) \in N_t \quad (\text{II.12})$$

Où

T_{im}^{min} : est la limite minimale du réglage du transformateur entre les JB i et m ,

T_{im}^{max} : est la limite maximale du réglage du transformateur entre les JB i et m ,

N_t : est l'ensemble des paires d'indices ordonnées (i, m) de tous les JB i et m .

▪ **Limites de réglage des prises des transformateurs déphaseurs :**

Les transformateurs déphaseurs sont utilisés pour le réglage des phases des tensions et par conséquent réguler le flux des puissances actives. Le déphasage introduit par ce type de transformateurs est limité par un minimum et un maximum :

$$\phi_{im}^{min} \ll \phi_{im} \ll \phi_{im}^{max}, \quad \forall (i, m) \in N_t \quad (\text{II.13})$$

Où

ϕ_{im}^{min} : est la limite minimale de l'angle de déphasage du transformateur entre les JB i et m ,

ϕ_{im}^{max} : est la limite maximale de l'angle de déphasage du transformateur entre les JB i et m ,

N_t : est l'ensemble des paires d'indices ordonnées (i, m) de tous les JB de départ et d'arrivée auxquels les transformateurs réglables sont raccordés.

- **Limite des écoulements de puissance :**

Afin d'assurer la sécurité dans le fonctionnement du système électrique, les branches (lignes de transport ou transformateurs) ne doivent en aucun cas être surchargés. Donc, l'écoulement de puissance sur chaque branche est limité par une valeur maximum qui est généralement spécifiée. Ces restrictions sont généralement conditionnées par les limites thermiques des composants du réseau, ou par des considérations de sécurité. Généralement, il s'agit des limites des puissances apparentes transitant sur les branches qui sont de la forme :

$$S_{im} \ll S_{im}^{max}, \quad \forall (i, m) \in N_b \quad (\text{II.14})$$

Où

S_{im}^{max} : est la limite maximale de puissance apparente entre les JB i et m ,

N_b : est l'ensemble des paires d'indices ordonnées (i, m) de tous les JB de départ et d'arrivée du système.

II. 5. PRINCIPALES METHODES D'OPTIMISATION

La plus part des problèmes d'optimisation appartiennent à la classe des problèmes difficiles et ne possèdent donc pas de solutions algorithmiques efficaces valables pour toutes les données. Étant donné l'importance de ces problèmes, de nombreuses méthodes de résolution ont été développées. Ces méthodes peuvent être classées suivant la figure (II.2) [26]:

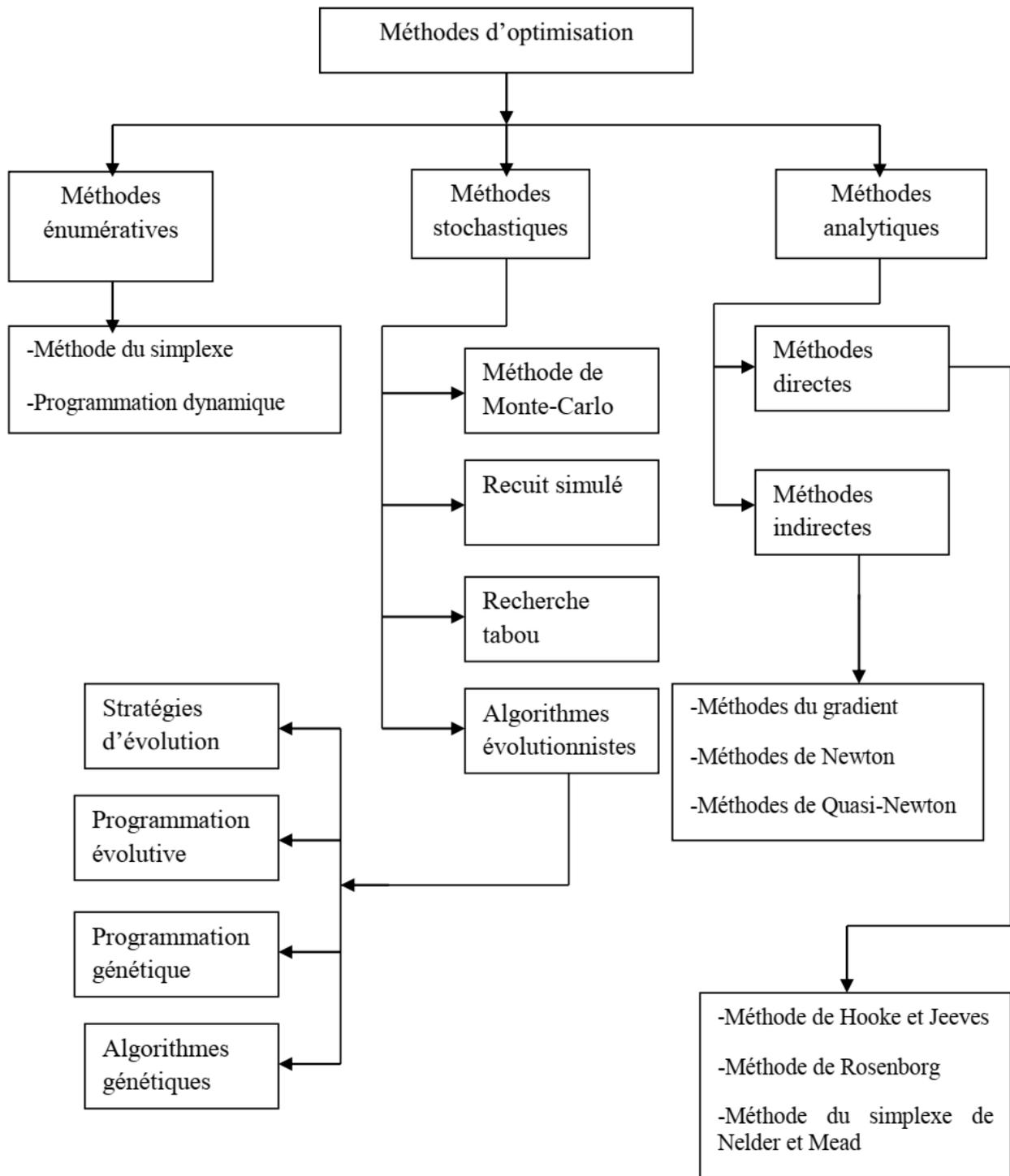


Figure II. 2: Principales méthodes d'optimisation.

II. 6. RAPPELES MATHEMATIQUES

II. 6. 1. Lagrangien

On définit le Lagrangien $L(\mathbf{z})$, tel que :

$$L(\mathbf{z}) = f(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\mu}^T * \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\lambda}^T * \mathbf{g}(\mathbf{x}) \quad (\text{II.15})$$

$$\mathbf{z} = [\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\lambda}]^T$$

II. 6. 2. Gradient :

Le gradient $\nabla L(\mathbf{z})$ est le vecteur de la première dérivée partielle du Lagrangien. Il indique la direction de plus grande pente.

$$f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R} \quad \nabla L(\mathbf{z}) = \left[\frac{\partial L(\mathbf{z})}{\partial \mathbf{x}} \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial L(\mathbf{z})}{\partial \mathbf{x}} \\ \frac{\partial L(\mathbf{z})}{\partial \boldsymbol{\mu}} \\ \frac{\partial L(\mathbf{z})}{\partial \boldsymbol{\lambda}} \end{bmatrix} \quad (\text{II.16})$$

II. 5. 3. Hessian

$$f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R} \quad \mathbf{H}(\mathbf{x}) = \nabla^2 L(\mathbf{z}) = \left[\frac{\partial^2 L(\mathbf{z})}{\partial \mathbf{z}_i \partial \mathbf{z}_i} \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 L(\mathbf{z})}{\partial x_i \partial x_i} & \frac{\partial^2 L(\mathbf{z})}{\partial x_i \partial \mu_i} & \frac{\partial^2 L(\mathbf{z})}{\partial x_i \partial \lambda_i} \\ \frac{\partial^2 L(\mathbf{z})}{\partial \mu_i \partial x_i} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \frac{\partial^2 L(\mathbf{z})}{\partial \lambda_i \partial x_i} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (\text{II.17})$$

II. 7. DIFFERENTES METHODES D'OPTIMISATION

Une fois la fonction à optimiser définie, il s'agit de choisir une méthode adaptée au problème posé. Les méthodes d'optimisation peuvent être classées de différentes manières.

- Optimisation sans contraintes
- Optimisation avec contraintes

II. 7. 1. Optimisation sans contraintes [27][28][29]

$$\text{Min } f(x) \quad \text{avec } x \in R^* \quad (\text{II.18})$$

II. 7. 1. 1. Méthode de Gradient

On cherche à déterminer la direction de descente qui fait décroître $f(x + dx)$ le plus vite possible. $\nabla f(x_k)$ indique la direction avec le plus grand taux de décroissance de f au point x_k . Il y'a de nombreuses façon d'utiliser cette direction de descente. On peut citer :

❖ **Gradient simple :**

$$\begin{cases} d_k = -\nabla f(x_k) \\ x_{k+1} = x_k + \rho \cdot d_k \end{cases} \quad (\text{II.19})$$

Cette méthode converge si ρ est choisi assez petit. En théorie, le critère d'arrêt est réalisé quand $\nabla f(x_k) = \mathbf{0}$. En pratique, elle se fait avant car la convergence est trop lente.

❖ **Gradient à pas optimal :** elle consiste à faire les itérations suivantes :

$$\begin{cases} d_k = -\nabla f(x_k) \\ x_{k+1} = x_k + t_k \cdot d_k \end{cases} \quad (\text{II.20})$$

Où t_k est choisi de manière à ce que :

$$f(x_k + t_k \cdot d_k) \leq f(x_k + t \cdot d_k), \quad \forall t > 0 \quad (\text{II.21})$$

❖ **Gradient projeté :**

1° Poser $k = 0$ et choisir X_0 admissible.

2° Calculer la projection $d_k = -V \cdot V^T \cdot \nabla f(X_k)$

3° Si $d_k = 0$

Calculer $\lambda = -R^{-1} \cdot U^T \cdot \nabla f(X_k)$

Arrêter les itérations

4° Déterminer $\rho_k > 0$ réalisant le minimum de $f(X_k + \rho \cdot d_k)$

5° Poser $X_{k+1} = X_k + \rho_k \cdot d_k$

6° $k = k + 1$ et retourner en 2°.

II. 7. 1. 2. Méthode de Newton

La méthode de Newton permet de construire un algorithme permettant de résoudre le système d'équations non linéaires.

$$f(x) = \mathbf{0} \quad f: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R} \quad (\text{II.22})$$

Approximation de $f(x)$ par une forme quadratique autour d'un point x_k nous donne :

$$q(x) = f(x_k) + f'(x_k)(x - x_k) + f''(x_k) \frac{(x - x_k)^2}{2} \quad (\text{II.23})$$

L'application de cette méthode au problème d'optimisation consiste à l'utiliser pour résoudre le système d'optimisation du problème. C'est-à-dire :

Minimiser $q(x)$

$$\Rightarrow q'(x) = \mathbf{0} \quad (\text{II.24})$$

$$\Rightarrow f'(x_k) + f''(x_k)(x - x_k) = \mathbf{0} \quad (\text{II.25})$$

$$q''(x_k) = f''(x_k) \quad (\text{II.26})$$

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f'(x_k)}{f''(x_k)} \quad (\text{II.27})$$

La méthode de Newton est efficace si $f'(x) > 0 \forall x$ car sa convergence est quadratique au voisinage de la solution, par contre, elle ne converge pas nécessairement si $f''(x) < 0$ pour certaines valeurs de x .

II. 7. 1. 3. Méthodes Quasi-Newtoniennes

Elles sont conclues directement de la méthode de Newton. Une méthode de Quasi-Newton est une méthode de type :

$$\left\{ \begin{array}{l} d_k = -\beta_k \cdot g_k \\ x_{k+1} = x_k + p_k \cdot d_k \end{array} \right\} \quad (\text{II.28})$$

Ou

$$\begin{cases} \mathbf{d}_k = -\mathbf{H}_k^{-1} \cdot \mathbf{g}_k \\ \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \mathbf{p}_k \cdot \mathbf{d}_k \end{cases} \quad (\text{II.29})$$

Où β_k (respectivement H_k) est une matrice destinée à approcher l'inverse du Hessian de f (respectivement le Hessian de f) en x_k .

Au point x_k , le Gradient et le Hessian de f vérifient la relation :

$$\mathbf{g}_{k+1} - \mathbf{g}_k \approx \nabla_2 f(\mathbf{x}_k)(\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k) + \varepsilon(\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k) \quad (\text{II.30})$$

L'équation II.30 présente la relation de Quasi-Newton.

II. 7. 2. Optimisation avec contraintes

🚦 Méthodes non linéaires [28][27]

II. 7. 2. 1. Méthodes Lagrangiennes

Ce sont des méthodes qui concernent des problèmes de programmation non linéaire avec contraintes basées sur la résolution des conditions nécessaires du premier ordre du Lagrangien. Ces méthodes sont basées sur le principe de dualité.

Pour un problème avec n variables et m contraintes égalités se présentant sous la forme :

Min $f(x)$

Avec $h(x) = 0$ (II.31)

Il s'agit de déterminer X et λ ($n + m$ inconnues pour $n + m$ équations) du système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \nabla f(X) + \lambda^T h(X) = \mathbf{0} \\ h(X) = \mathbf{0} \end{cases} \quad (\text{II.32})$$

X^* est un minimum local strict de $f(X)$ avec $h(X) = 0$ si :

$$\exists x^* \exists \lambda^* \begin{cases} \nabla f(x^*) + \nabla h^T(x^*) \lambda^* = \mathbf{0} ; h(x^*) = \mathbf{0} \\ Y^T L(x^*, \lambda^*) Y > \mathbf{0} ; \forall Y \neq \mathbf{0} ; Y^T \nabla h^T(x^*) = \mathbf{0} \end{cases} \quad (\text{II.33})$$

Les composants du vecteurs λ sont appelées « multiplicateurs de Lagrange »

II. 7. 2. 2. Programmation Quadratique Séquentielle (S.Q.P)

Ce sont des problèmes avec contraintes de type égalité :

$$\text{Min } f(x) \text{ avec } h(x) = 0$$

$$L(x, \lambda) = f(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i h_i(x)$$

$$\Rightarrow \nabla L = \mathbf{0} = \nabla f + \sum_{i=1}^m \lambda_i^* \nabla h_i(x) \quad (\text{II.34})$$

$$Y = \begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix} \Rightarrow F(Y^*) = \begin{bmatrix} \nabla L \\ h \end{bmatrix} = \mathbf{0}$$

- 1° Solution par la méthode de Newton.
- 2° Direction de recherche.
- 3° Minimisation du pas dans cette direction.
- 4° Mise à jour de l'estimée du Hessian.

Méthodes linéaires

II. 7. 2. 3. Programmation Linéaire

Pendant de nombreuses années, la programmation linéaire a été reconnue comme une technique très fiable, efficace et robuste pour la résolution d'un ensemble important de problèmes d'optimisation. La caractéristique essentielle d'un programme linéaire est que la fonction objective et toutes les contraintes sont des fonctions linéaires des variables de décision. Par conséquent, dans la notation matrice-vecteur, un problème de programmation linéaire s'énonce ainsi :

$$\min \quad \mathbf{C}^T \mathbf{y} \quad (\text{II.35})$$

$$\text{sujet à } \mathbf{A} \mathbf{y} = \mathbf{b} \quad (\text{II.36})$$

$$\mathbf{D} \mathbf{y} \leq \mathbf{e} \quad (\text{II.37})$$

$$\mathbf{y} > \mathbf{0} \quad (\text{II.38})$$

Où \mathbf{y} est un vecteur colonne de dimension n des variables de décision, \mathbf{C} est un vecteur colonne de dimension n , \mathbf{A} est une matrice de dimension $m \times n$, \mathbf{D} est une matrice de dimension $r \times n$, \mathbf{b} est un vecteur colonne de dimension m , \mathbf{e} est un vecteur colonne de dimension r .

II. 8. CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons présenté les domaines d'application de l'écoulement de puissance optimale et la formulation du problème de l'écoulement de puissance optimale et après on explique les techniques d'optimisation et les contraintes d'égalité et d'inégalité et on discute la formulation mathématique d'OPF et les différentes méthodes d'optimisation.

Chapitre III :

Programmation Linéaire par la Méthode du Simplexe et Résultats

III. 3. 1. Description de la méthode

La méthode du Simplexe est une procédure répétée qui consiste à se déplacer d'un sommet à un autre adjacent de l'ensemble convexe ayant une plus petite valeur de U . Un sommet est identique à une solution fondamentale comprenant une base : [30]

$$(x_1, x_2, \dots, x_m) \neq \mathbf{0} \quad (\text{III.13})$$

Et des variables x_i égales à zéro.

Ainsi dans l'ensemble des x on a :

$$x_1, x_2, \dots, x_{m-1}, x_m, x_{m+1}, \dots, x_n \quad (\text{III.14})$$

$$x_1, x_2, \dots, x_{m-1}, x_m \neq \mathbf{0} \quad (\text{III.15})$$

$$x_{m+1}, \dots, x_n = \mathbf{0} \quad (\text{III.16})$$

Le déplacement d'un sommet à un autre adjacent s'opère en substituant une variable égale à zéro à une variable de la base et en mettant la variable sortie de la base égale à zéro. Autrement dit, à chaque déplacement de sommet correspondant à la transformation de la méthode Simplexe, on change une et seule variable de base.

Un problème d'optimisation linéaire se présente souvent sous l'une des deux forme suivant :

✚ Forme canonique

✚ Forme standard

III. 3. 2. Forme canonique

On convient de dire qu'un vecteur u est inférieur à un vecteur v , et on écrit $u \leq v$, si pour tout i , on a $u_i \leq v_i$. Ici, le terme u_i désigne la $i^{\text{ème}}$ composante du vecteur u . [31]

Une forme canonique est un PL où toutes les contraintes sont des inégalités et les variables sont astreintes à être positives.

On peut supposer et sans perte de généralité que les contraintes d'inégalité sont toutes du type " \leq " ou " \geq ". Par conséquent, on peut affirmer que tout PL sous forme canonique s'écrit sous forme suivante :

$$\begin{cases} (\text{Min (ou Max)})[F(x) = C^T x] \\ Ax \leq b \\ x \geq 0 \end{cases} \quad (\text{III.17})$$

Le problème d'optimisation linéaire écrit de cette manière et dit sous forme canonique. On note $F(x) = C^T x$, que l'on appelle critère du problème. Les données dans PL sont deux vecteurs $C \in \mathbb{R}^n$ (appelé cout du problème) et $b \in \mathbb{R}^m$ ($m \leq n$), et une matrice A de dimension $m \times n$. La contrainte d'inégalité $x \geq 0$ veut dire que toutes les composantes de x doivent être positives : $x_i \geq 0$ pour $i = 1, \dots, n$. On notera $x \geq 0$, lorsque toutes les composantes de x seront strictement positives ($x \in \mathbb{R}^n: x \geq 0$). [32]

III. 3. 3. Forme standard

Une forme standard est un PL où toutes les contraintes sont des égalités et variables sont astreintes à être positives.

La mise sous forme standard d'un PL quelconque consiste à transformer les contraintes d'inégalités (mise à part les contraintes de positives) en égalité tout en imposant aux variables d'être positives. Pour ce faire, on procède comme suite : [31]

- ❖ A chaque contrainte de type " \leq " (resp. " \geq "), ajouter (resp. retrancher) une variable tout en lui imposant d'être positive. Celle-ci s'appelle variable d'écart.
- ❖ Si une variable x_i est négative, effectuer le changement de variable $x_i = -x_i$

Exemple : soit la forme canonique suivante :

$$\text{Max } Z = 5x_1 - 2x_2 \quad (\text{III.18})$$

Sous les contraintes

$$\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 \leq 5 \\ x_1 + 4x_2 \geq 1 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases} \quad (\text{III.19})$$

Pour la première contrainte, on lui ajoute une variable e_1 , elle devient :

$$-2x_1 + 3x_2 + e_1 = 5 \quad (\text{III.20})$$

Pour la deuxième contrainte, on lui retranchant une variable e_2 , elle devient :

$$x_1 + 4x_2 - e_2 = 1 \quad (\text{III.21})$$

En conclusion, la forme standard associée à ce PL s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Max } Z = 5x_1 - 2x_2 \\ -2x_1 + 3x_2 + e_1 = 5 \\ x_1 + 4x_2 - e_2 = 1 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{array} \right. \quad (\text{III.22})$$

✚ Ecriture matricielle des données de la forme standard :

$$M = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}; \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}; \mathbf{C}^T = (5 \quad -2 \quad 0 \quad 0) \quad (\text{III.23})$$

La matrice M contient toujours plus de colonnes que de lignes ($n > m$) vu que le nombre de variables structurelles n (variables de décision + variables d'écart).

Les variables du PL initiales s'appellent variables de décision, celles de la forme standard associée s'appellent variables structurelles.

b est une matrice d'égalité des contraintes,

C est un vecteur des coefficients des variables de la fonction Z .

La question naturelle qu'on se pose est de savoir comment retrouver une solution optimale du PL de départ à partir d'une solution optimale de sa forme standard.

Les étapes suivantes établissent le lien entre une solution optimale d'un PL et celle de sa forme standard. [31]

III. 3. 4. Les étapes adoptées pour chercher une solution de base

III. 3. 4. 1. Transformation du système canonique à un système standard

L'écriture d'un PL sous forme standard est introduite tout simplement parce que l'algorithme du Simplexe ne s'applique qu'aux formes standards. En d'autres termes, pour résoudre un PL par le Simplexe, il faut tout d'abord l'écriture sous forme standard. [33]

III. 3. 4. 2. Ecriture matricielle des données de la forme standard

M et b et C^T .

III. 3. 4. 3. Système de base

B la matrice carrée formée par les m colonnes $M_i, i \in J$ s'appelle variables de base et les variables $y_i, i \notin J$ s'appelle variables hors base (N matrice des variables hors base). Autrement dit, une base B du problème FS n'est autre qu'une sous matrice carrée de M d'ordre m et inversible.

L'ensemble J des indices de base sera noté par J_B et son complémentaire par J_N (J_N indices des éléments hors base). [31]

✚ **La solution de base** [32]

$$x_b = B^{-1}b \quad (\text{III.24})$$

Cette solution de base est réalisable si seulement

$$B^{-1}b \geq 0 \quad (\text{III.25})$$

Dans ce cas, on dit que la base B est réalisable.

III. 3. 4. 4. Optimalité et base réalisable

Lorsque forme standard admet une solution, on peut toujours chercher une solution optimale parmi les solutions de base réalisable.

Si un problème FS admet un optimum global, il existe toujours une solution optimale qui est une solution de base réalisable. [33]

III. 3. 5. Algorithme du Simplexe

III. 3. 5. 1. Condition d'optimisation

La fonction objective $F(x) = Cx$ est entièrement définie par la donnée du vecteur $C = (C_i; i = 1, \dots, n)$. A chaque base $B = (M_i; i \in J_B)$, on note $C_B = (C_i; i \in J_B)$, et $C_N = (C_i; i \in J_N)$. D'une façon équivalente, le vecteur C_B (resp. C_N) s'obtient à partir de C en prenant les coordonnées C_i relatives aux variables de base (resp. hors base) associée à la matrice B (resp. N). Le classement du vecteur C selon J_B et J_N donne $C = \begin{pmatrix} C_B \\ C_N \end{pmatrix}$. Naturellement, on dit qu'une base B est optimale si la solution associée $x = \begin{pmatrix} B^{-1}b \\ 0_N \end{pmatrix}$ est optimale. [31]

Théorème :

On se donne une base réalisable B du problème forme standard. Si la forme standard est de type minimisation (resp. maximisation), on considère le vecteur ligne : [31]

$$W_N^T = C_N^T C_B^T B^{-1} N - C_N^T \tag{III.26}$$

$$(resp. W_N^T = C_N^T - C_B^T B^{-1} N) \tag{III.27}$$

Alors, on a :

- $W_N^T \leq 0_N^T \Rightarrow B$ est optimale.
- Si de plus la base B est non dégénérée ($B^{-1}N > 0_N$),

$$\text{Alors } B \text{ est optimale} \Rightarrow W_N^T \leq 0_N^T \tag{III.28}$$

III. 3. 5. 2. Amélioration de la fonction objective

On se donne une base réalisable $B = (B_1, \dots, B_m)$. Le vecteur B_i désigne la i colonnes de B qui est à fortiori une colonne de M . On note aussi N_j la colonne d'indice j de la matrice N .

Théorème :

On suppose que la base réalisable B vérifie $W_N^T \geq 0_N^T$. Il existe donc une composante w_s du vecteur W_N qui est strictement positive. Considérons le s vecteur $\gamma = B^{-1}N$, de la matrice $B^{-1}N$.

Alors deux choses l'une : [31]

- $\gamma \leq 0_B$, dans ce cas l'optimum est infini,
- Ou bien $\gamma > 0_B$. Dans ce cas, on calcule le réel

$$\gamma = \min \left\{ \frac{(B^{-1}b)_i}{\gamma_i}, \quad \gamma_i > 0 \right\} \quad (\text{III.29})$$

Et on détermine un indice $r \in \{1, \dots, m\}$ pour lequel ce minimum λ est atteint

$$\lambda = \frac{(B^{-1}b)_r}{\gamma_r} \quad (\text{III.30})$$

Alors, la matrice B' obtenue à partir de $B = (B_1, \dots, B_m)$ en remplaçant le vecteur colonne B_r par N_s est une base réalisable.

Il est intéressant de remarquer que dans le cas où la base réalisable B est non dégénérée, le paramètre λ est strictement positif. Sans aucun doute, le point construit $x^{(1)}$ possède, en cas de non dégénérescence, une valeur économique strictement meilleure que celle de $x^{(0)}$.

III. 3. 5. 3. Organigramme du Simplexe

En résumé, l'algorithme du Simplexe est efficace pour résoudre des problèmes de PL très fréquent et relevée de cas existants.

La figure suivante représente l'organigramme du Simplexe,

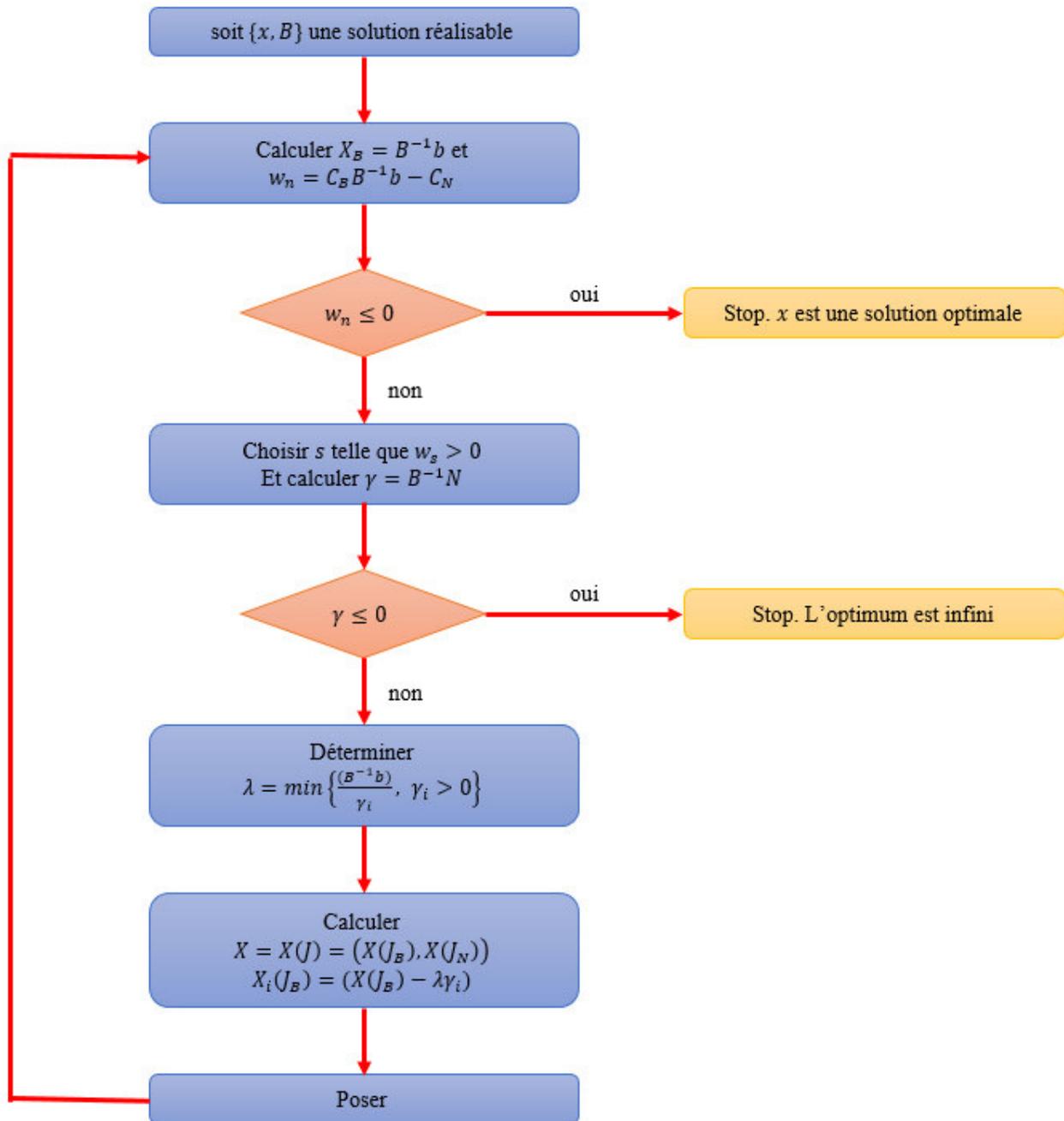


Figure 3. 1. Organigramme de Simplexe

III. 4. L'OBJECTIF DU TRAVAIL

Dans notre travail, on cherche à optimiser l'écoulement de puissance dans un réseau électrique en appliquant un modèle DC dont les contraintes sont comme suit :

1. L'équilibre entre la production et la consommation (contrainte d'égalité),
2. Garder les puissances générées entre $P_g(min)$ et $P_g(max)$ (contrainte d'inégalité),
3. Garder les puissances écoulées sur les lignes entre $P_f(min)$ et $P_f(max)$ (contrainte d'inégalité).

III. 5. LES ETAPES DU TRAVAIL

Dans une première étape on s'intéresse à la puissance générée et son équilibre avec la puissance demandée (1 et 2), tel qu'elles doivent être exprimées dans leurs limites imposées par les contraintes acquises par l'étude du réseau.

En augmentant progressivement la valeur de la puissance demandée jusqu'à ce que cette valeur soit insupportable par la surcharge d'une ou plusieurs lignes, tout en se référant à une valeur déjà mise en évidence, puis, on introduit la deuxième contrainte qui est celle de la puissance écoulée, et on refait le même processus d'augmentation jusqu'à ce que le programme de l'optimisation sous les contraintes précédentes n'admet pas une solution faisable. Vu que les contraintes acquises ne peuvent pas être modifiées et pour aboutir à une solution optimale, on procède dans la dernière étape, par ce qu'on appelle le délestage qui consiste à diminuer la valeur de la puissance demandée sur une ou plusieurs jeux de barre en prenant en compte le coût de délestage.

III. 5. 1. Réseau d'étude de cinq jeux de barres (05 JB)

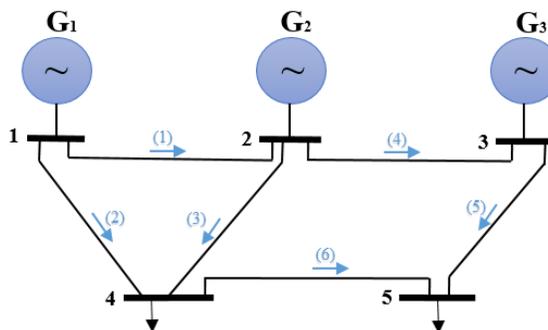


Figure 3. 2. un réseau de 5 jeux de barre

La figure 3.2 indiqué le réseau simulé

Les paramètres des réseaux en unités relatives sont :

Tableau 3. 1 Les paramètres des réseaux en unités relatives.

Du JB	Au JB	R	X	B
1	2	0	0.02	0
1	4	0	0.02	0
2	4	0	0.01	0
2	3	0	0.02	0
3	5	0	0.02	0
4	5	0	0.01	0

Avec :

1 : jeu de barre de référence.

2 et 3 : jeux de barres de contrôle.

4 et 5 : jeux de barres de charge.

$$S_B = 100 \text{ MVA}$$

$$V_B = 230 \text{ KV}$$

En appliquant la méthode du Simplexe pour l'optimisation de l'écoulement de puissance (coût total minimal), le problème sera formulé comme suit :

$$\text{Min } f(x) = \sum_{i=1}^{ng} a_i P_{gi} \quad (\text{III.31})$$

a_i : coefficient d'accroissement du coût du générateur i .

P_{gi} : puissance générée au niveau du générateur i .

A sujet de :

1. Contraintes d'égalité

$$\sum_{i=1}^3 P_{gi} = \sum_{i=1}^5 P_{Di} \tag{III.32}$$

2. Contraintes d'inégalité

$$\begin{aligned} 2.5 &\leq P_{g1} \leq 15 \text{ (p.u)} \\ 2.5 &\leq P_{g2} \leq 15 \text{ (p.u)} \\ 2.5 &\leq P_{g3} \leq 10 \text{ (p.u)} \end{aligned} \tag{III.33}$$

III. 5. 2. L'optimisation de l'EP sous différentes contraintes

Les expressions du coût de production de chaque centrale sont :

$$c_1 = aP_{g1}, \quad c_2 = bP_{g2}, \quad c_3 = cP_{g3}$$

Avec : $a = 10, b = 20, c = 30$

L'expression du coût total est :

$$C_T = C_1 + C_2 + C_3$$

$$\text{Où : } C_T = aP_{g1} + bP_{g2} + cP_{g3}$$

Les coefficients d'accroissement du coût sont exprimés en [€/Mwh]

La fonction du coût est exprimée en [€/h]

Les puissances sont exprimées en [p.u]

Pour l'exécution d'un programme, on procède comme suit :

$$\text{Dans une première étape on fixe } P_{DT} = 20 \begin{cases} P_{D4} = 15 \\ P_{D5} = 5 \end{cases}$$

En augmentant progressivement la valeur de la puissance demandée jusqu'à 26 (p.u), après l'exécution du programme, les résultats seront :

Tableau 3. 2 Les résultats d'exécution du programme.

P_D	P_g	P_f	θ	C_T
$P_{D4} = 15$	$P_{g1} = 15$	$P_{f1} = 5.6897$	$\theta_1 = -0.1138$	27500
$P_{D5} = 5$	$P_{g2} = 2.5$	$P_{f2} = 9.3103$	$\theta_2 = -0.1328$	
$P_{DT} = 20$	$P_{g3} = 2.5$	$P_{f3} = 7.2414$	$\theta_3 = -0.1862$	

		$P_{f4} = 0.9483$ $P_{f5} = 3.4483$ $P_{f6} = 1.5517$	$\theta_4 = -0.2017$	
$P_{D4} = 15$ $P_{D5} = 7$ $P_{DT} = 22$	$P_{g1} = 15$ $P_{g2} = 4.5$ $P_{g3} = 2.5$	$P_{f1} = 5.4138$ $P_{f2} = 9.5862$ $P_{f3} = 8.3448$ $P_{f4} = 1.5690$ $P_{f5} = 4.0690$ $P_{f6} = 2.9310$	$\theta_1 = -0.1083$ $\theta_2 = -0.1397$ $\theta_3 = -0.1917$ $\theta_4 = -0.2210$	31500
$P_{D4} = 15$ $P_{D5} = 10$ $P_{DT} = 25$	$P_{g1} = 15$ $P_{g2} = 7.5$ $P_{g3} = 2.5$	$P_{f1} = 5$ $P_{f2} = 10$ $P_{f3} = 10$ $P_{f4} = 2.5$ $P_{f5} = 5$ $P_{f6} = 5$	$\theta_1 = -0.1000$ $\theta_2 = -0.1500$ $\theta_3 = -0.2000$ $\theta_4 = -0.2500$	37500
$P_{D4} = 16$ $P_{D5} = 10$ $P_{DT} = 26$	$P_{g1} = 15$ $P_{g2} = 8.5$ $P_{g3} = 2.5$	$P_{f1} = 4.8276$ $P_{f2} = 10.1724$ $P_{f3} = 10.6897$ $P_{f4} = 2.6379$ $P_{f5} = 5.1379$ $P_{f6} = 4.8621$	$\theta_1 = -0.0966$ $\theta_2 = -0.1493$ $\theta_3 = -0.2034$ $\theta_4 = -0.2521$	39500

D'après les caractéristiques de la centrale (coefficients du coût), on remarque que les puissances générées sont inversement proportionnelles au coefficient du coût. En procédant au changement progressif de la demande, il s'avère que les puissances extrêmes P_{g1} , P_{g3} (max-min) ne changent pas tandis que le coût va en augmentant.

Il est à mentionner que les puissances écoulées P_{f2} et P_{f3} ont une valeur plus importante par rapport aux autres. En dépassant une certaine limite, ceci peut engendrer des défaillances sur les lignes respectives.

Si on limite les puissances écoulées par exemple entre $-10 \leq P_{fi} \leq 10$, l'étude précédente nous enseigne qu'à partir de la valeur 26 de la puissance demandée celles-ci (P_{fi}) seront dépassées. Il est donc fondamental d'apporter une correction à ce problème.

III. 5. 3. L'optimisation de l'EP avec correction des surcharges sur les lignes :

La fonction objective sous la forme suivante

$$\min C_T = \sum_{i=1}^5 C_i \tag{III.34}$$

Les expressions du coût de production de chaque centrale sont :

$$\begin{aligned} C_1 &= aP_{g1} \\ C_2 &= bP_{g2} \\ C_3 &= cP_{g3} \end{aligned} \tag{III.35}$$

$$\min C_T = aP_{g1} + bP_{g2} + cP_{g3} \tag{III.36}$$

Avec : $a = 10, b = 20, c = 30$

Prenons en considération les contraintes suivantes :

$$g(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sum_{i=1}^5 P_{gi} - \sum_{i=1}^5 P_{Di} = 0 \\ P_i - B\theta = 0 \end{cases} \tag{III.37}$$

$$h(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2.5 \leq P_{g1} \leq 15 \text{ (p.u)} \\ 2.5 \leq P_{g2} \leq 15 \text{ (p.u)} \\ 2.5 \leq P_{g3} \leq 10 \text{ (p.u)} \\ -10 \leq P_{fi} \leq 10 \text{ (p.u)} \end{cases} \tag{III.38}$$

$i = 1, \dots, 6$

Après l'exécution du programme, les résultats seront comme suit :

Tableau 3. 3 Les résultats d'exécution du programme.

P_D	P_g	P_f	θ	C_T
$P_{D4} = 16$	$P_{g1} = 15$	$P_{f1} = 3.8$	$\theta_1 = -0.1000$	42000
$P_{D5} = 10$	$P_{g2} = 6$	$P_{f2} = 8.8$	$\theta_2 = -0.1200$	
$P_{DT} = 26$	$P_{g3} = 5$	$P_{f3} = 10$	$\theta_3 = -0.2000$	
		$P_{f4} = -0.8$	$\theta_4 = -0.2400$	

		$P_{f5} = 7.2$ $P_{f6} = 3.8$		
$P_{D4} = 16$ $P_{D5} = 12$ $P_{DT} = 28$	$P_{g1} = 15$ $P_{g2} = 4$ $P_{g3} = 9$	$P_{f1} = 5$ $P_{f2} = 10$ $P_{f3} = 10$ $P_{f4} = -1$ $P_{f5} = 8$ $P_{f6} = 4$	$\theta_1 = -0.1000$ $\theta_2 = -0.0800$ $\theta_3 = -0.2000$ $\theta_4 = -0.2400$	50000
$P_{D4} = 16$ $P_{D5} = 14$ $P_{DT} = 30$	$P_{g1} = 17.4$ $P_{g2} = 2.6$ $P_{g3} = 10$	$P_{f1} = 6.2$ $P_{f2} = 11.2$ $P_{f3} = 10$ $P_{f4} = -1.2$ $P_{f5} = 8.8$ $P_{f6} = 5.2$	$\theta_1 = -0.1240$ $\theta_2 = -0.1000$ $\theta_3 = -0.2240$ $\theta_4 = -0.2760$	52600

Il en résulte que pour les valeurs demandées 26 et 28, les puissances P_{fi} écoulées n'ont pas dépassées les limites exigées. Tandis que, les puissances générées P_{g2} et P_{g3} ont changé de valeurs, ce qui influe considérablement sur le coût total.

A partir de la limite 28 des dépassements sur les variables de décision apparaissent. Ceci exige inévitablement un délestage.

Cette étude peut être élargie pour un réseau de nombre de jeux de barres plus importants. Une vérification du modèle d'étude peut être vérifiée au paragraphe suivant

Cas d'un nombre de JB $nb=8$ et le nombre de lignes $nl=13$

III. 5. 4. Réseau d'étude de huit jeux de barres (08 JB)

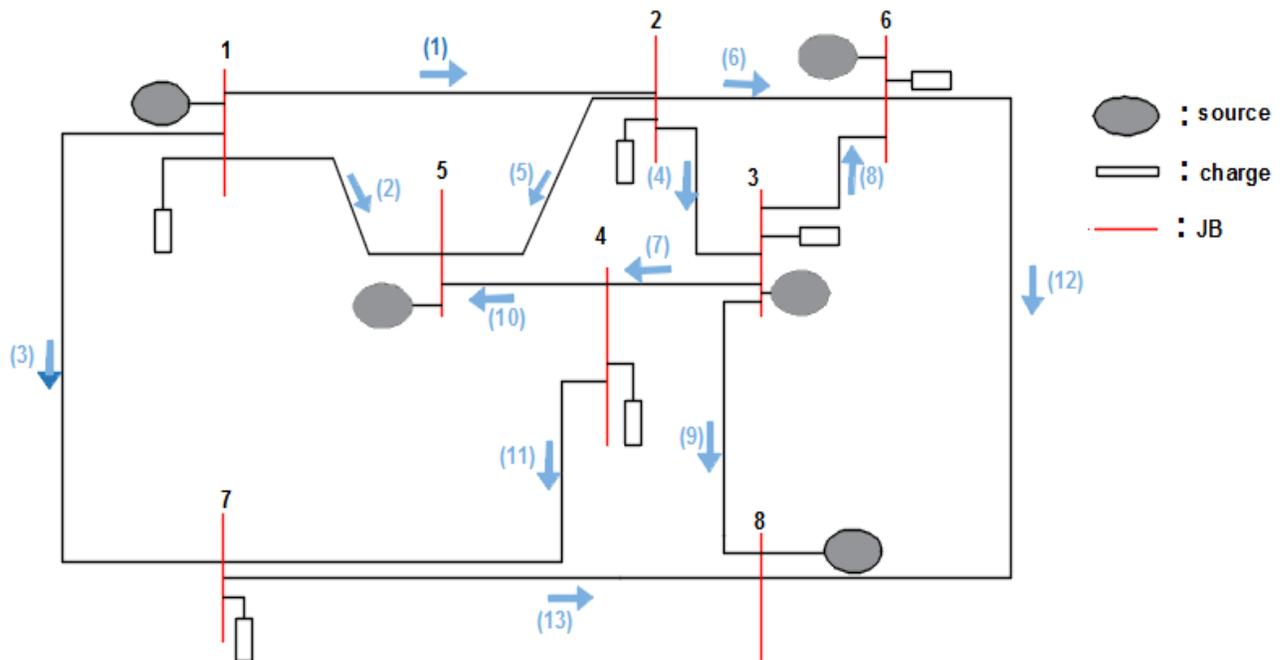


Figure 3. 3. un réseau de 8 jeux de barre

La figure 3.3 indiqué le réseau simulé

Les paramètres des réseaux en unités relatives sont :

Tableau 3. 4 Les paramètres des réseaux en unités relatives

Du JB	Au JB	R	X	B
1	2	0	0.0500	0
1	5	0	0.0500	0
1	7	0	0.0714	0
2	3	0	0.0667	0
2	5	0	0.0400	0
2	6	0	0.0556	0
3	4	0	0.0250	0
3	6	0	0.0476	0
3	8	0	0.0100	0

4	5	0	0.0500	0
4	7	0	0.0333	0
6	8	0	0.0286	0
7	8	0	0.0222	0

Avec :

8 : jeu de barre de référence.

1, 3, 5 et 6 : jeux de barres de contrôle.

2, 4 et 7 : jeux de barres de charge.

$$S_B = 100 \text{ MVA}$$

$$V_B = 230 \text{ KV}$$

La fonction objective sous la forme suivante :

$$\mathbf{Min} C_T = \sum_{i=1}^8 C_i \tag{III.39}$$

Les expressions du coût de production de chaque centrale sont :

$$\begin{aligned} C_1 &= aP_{g1} \\ C_3 &= bP_{g3} \\ C_5 &= cP_{g5} \\ C_6 &= dP_{g6} \\ C_8 &= eP_{g8} \end{aligned} \tag{III.40}$$

$$\mathbf{min} C_T = aP_{g1} + bP_{g3} + cP_{g5} + dP_{g6} + eP_{g8} \tag{III.41}$$

Avec : $a = 50, b = 22, c = 40, d = 35, e = 32$

Prenons en considération les contraintes suivantes :

$$\mathbf{g}(x) = \mathbf{0} \Rightarrow \begin{cases} \sum_{i=1}^8 P_{gi} - \sum_{i=1}^8 P_{Di} = 0 \\ P_i - B\theta = 0 \end{cases} \tag{III.42}$$

$$h(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 0.5 \leq P_{g1} \leq 4 (p.u) \\ 0.5 \leq P_{g3} \leq 3.5 (p.u) \\ 0.5 \leq P_{g5} \leq 2.8 (p.u) \\ 0.5 \leq P_{g6} \leq 2 (p.u) \\ 0.5 \leq P_{g8} \leq 3 (p.u) \\ -2 \leq P_{fi} \leq 2 (p.u) \end{cases} \quad (III.43)$$

$i = 1, \dots, 13$

Les coefficients d'accroissement du coût sont exprimés en [€/Mwh]

La fonction du coût est exprimée en [€/h]

Les puissances sont exprimées en [p.u]

Après l'exécution du programme, les résultats seront comme suit :

Tableau 3. 5 Les résultats d'exécution du programme.

P_D	P_g	P_f	θ	C_T
$P_{DT} = 13.3$	$P_{g1} = 2.0520$	$P_{f1} = 0.7117$	$\theta_1 = -0.0032$	45593.6
$P_{D1} = 1$	$P_{g3} = 3.5000$	$P_{f2} = -0.2366$	$\theta_2 = -0.0388$	
$P_{D2} = 2.5$	$P_{g5} = 2.8000$	$P_{f3} = 0.5769$	$\theta_3 = -0.0192$	
$P_{D3} = 1.7$	$P_{g6} = 2.0000$	$P_{f4} = -0.2944$	$\theta_4 = -0.0603$	
$P_{D4} = 3.5$	$P_{g8} = 2.9480$	$P_{f5} = -1.1853$	$\theta_5 = -0.0086$	
$P_{D5} = 0$		$P_{f6} = -0.3086$	$\theta_6 = -0.0216$	
$P_{D6} = 2.5$		$P_{f7} = 1.6450$	$\theta_7 = -0.0444$	
$P_{D7} = 2.1$		$P_{f8} = 0.0521$		
$P_{D8} = 0$		$P_{f9} = -0.1916$		
		$P_{f10} = -1.3781$		
		$P_{f11} = -0.4769$		
		$P_{f12} = -0.7565$		
		$P_{f13} = -2.000$		

Les résultats dégagés du tableau ci-dessus sont conformes aux contraintes énoncées.

III. 5. 6. L'optimisation de l'EP avec correction des surcharges et délestage

La fonction objective sous la forme suivante :

$$\min C_T = \sum_{i=1}^5 C_i \tag{III.44}$$

Les expressions du coût de production de chaque centrale sont :

$$\begin{aligned} C_1 &= aP_{g1} \\ C_2 &= bP_{g2} \\ C_3 &= cP_{g3} \end{aligned} \tag{III.45}$$

Les expressions du coût de délestage sont :

$$\begin{aligned} C_4 &= d\Delta P_{g4} \\ C_5 &= e\Delta P_{g5} \end{aligned} \tag{III.46}$$

$$\min C_T = aP_{g1} + bP_{g2} + cP_{g3} + d\Delta P_{g4} + e\Delta P_{g5} \tag{III.47}$$

Avec : $a = 10, b = 20, c = 30, d = 60, e = 80$

Prenons en considération les contraintes suivantes :

$$g(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sum_{i=1}^5 P_{gi} - \sum_{i=1}^5 P_{Di} + \Delta P_{g4} + \Delta P_{g5} = 0 \\ P_i - B\theta = 0 \end{cases} \tag{III.48}$$

$$h(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2.5 \leq P_{g1} \leq 15 \text{ (p.u)} \\ 2.5 \leq P_{g2} \leq 15 \text{ (p.u)} \\ 2.5 \leq P_{g3} \leq 10 \text{ (p.u)} \\ 0 \leq \Delta P_{g4} \leq 14 \text{ (p.u)} \\ 0 \leq \Delta P_{g5} \leq 10 \text{ (p.u)} \\ -10 \leq P_{fi} \leq 10 \text{ (p.u)} \end{cases} \tag{III.49}$$

$i = 1, \dots, 6$

Les coefficients d'accroissement du coût sont exprimés en [€/Mwh]

La fonction du coût est exprimée en [€/h]

Les puissances sont exprimées en [p.u]

Après l'exécution du programme, les résultats seront comme suit :

Tableau 3. 6 Les résultats d'exécution du programme.

P_D	P_g	P_f	θ	C_T
$P_{D4} = 16$ $P_{D5} = 14$ $P_{DT} = 30$	$P_{g1} = 15$ $P_{g2} = 3.8$ $P_{g3} = 10$ $\Delta P_{g4} = 1.2$ $\Delta P_{g5} = 0$	$P_{f1} = 5$ $P_{f2} = 10$ $P_{f3} = 10$ $P_{f4} = -1.2$ $P_{f5} = 8.8$ $P_{f6} = 5.2$	$\theta_1 = -0.1000$ $\theta_2 = -0.0760$ $\theta_3 = -0.2000$ $\theta_4 = -0.2520$	59800
$P_{D4} = 17$ $P_{D5} = 15$ $P_{DT} = 32$	$P_{g1} = 15$ $P_{g2} = 4$ $P_{g3} = 10$ $\Delta P_{g4} = 3$ $\Delta P_{g5} = 0$	$P_{f1} = 5$ $P_{f2} = 10$ $P_{f3} = 10$ $P_{f4} = -1$ $P_{f5} = 9$ $P_{f6} = 6$	$\theta_1 = -0.1000$ $\theta_2 = -0.0800$ $\theta_3 = -0.2000$ $\theta_4 = -0.2600$	71000

En effectuant le délestage, les valeurs de décision reviennent aux limites exigées. Il est à remarquer que :

- ✚ Le coût total C_T augmente proportionnellement avec la puissance demandée.
- ✚ Les variables de contrôle n'ont pas dépassées les limites énoncées.
- ✚ Le délestage est opéré sur le jeu de barre à moindre coût (N°5).
- ✚ Les puissances écoulées P_{fi} sur toutes les lignes sont dans l'intervalle prédéfini.

III. 5. 7. Résultats d'optimisation ON-LINE (Optimtool/Matlab)

Lorsque les charges varient en fonction du temps sur une journée. Nous pouvons décrire la variation des puissances générées et des puissances écoulées, respectivement pour chaque centrale et pour chaque ligne.

$$P_{gT} = P_{g1} + P_{g2} + P_{g3}$$

$$P_{DT} = P_{D4} + P_{D5}$$

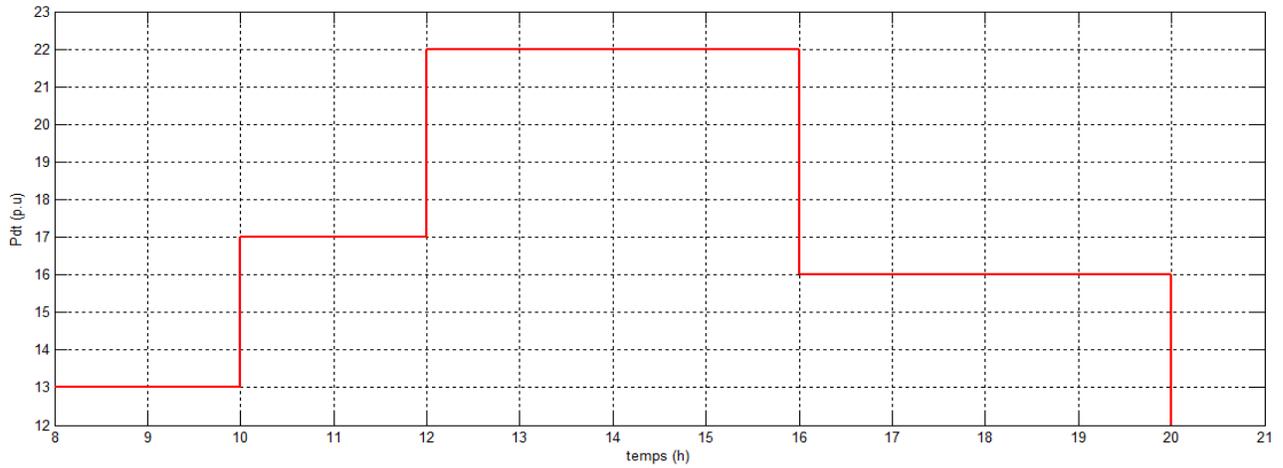


Figure 3. 4 la variation de la puissance demandée P_{DT} en fonction de temps.

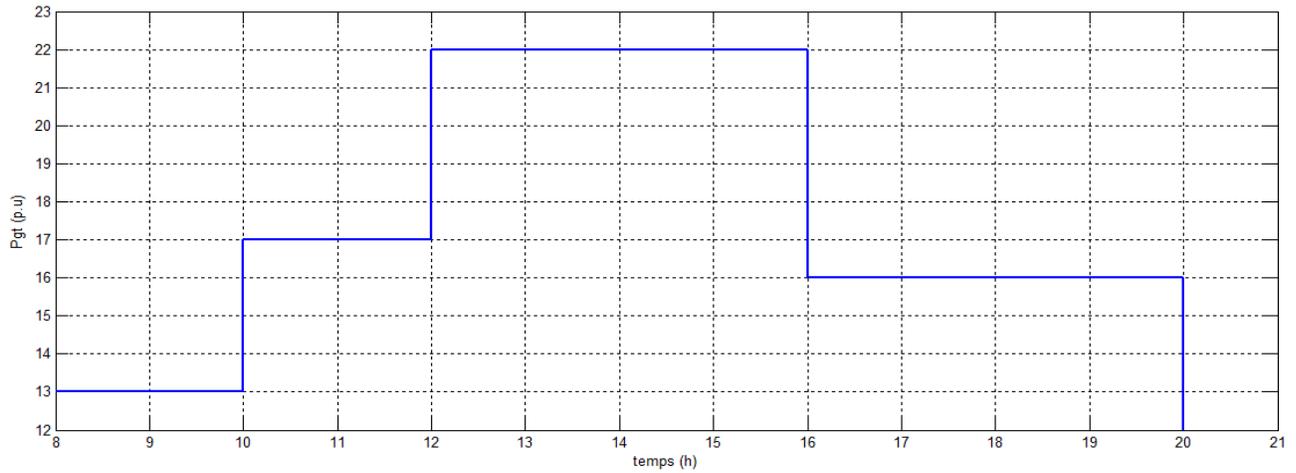


Figure 3. 5 la variation de la puissance générée P_{gT} en fonction de temps.

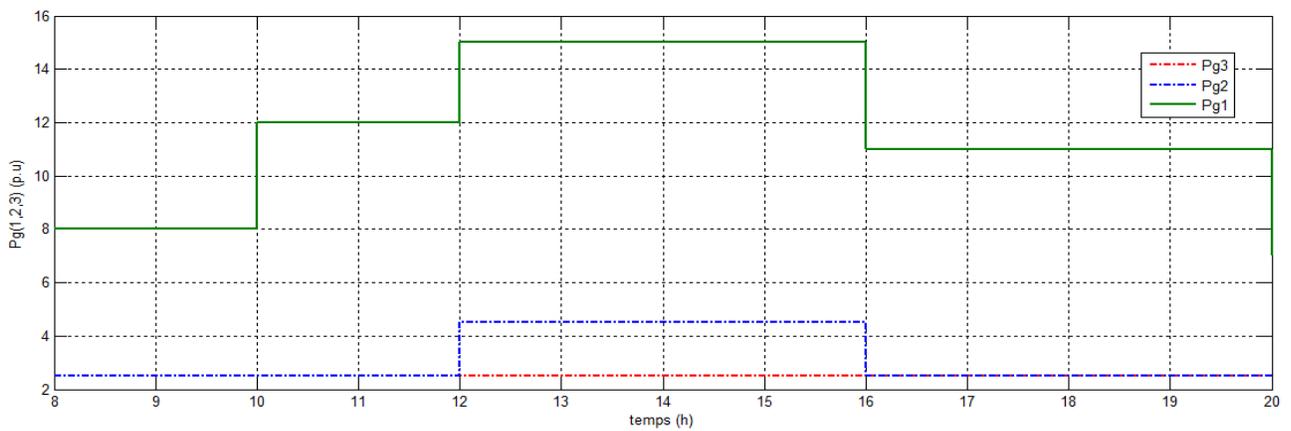


Figure 3. 6 la variation des puissances générées $P_{g(1,2,3)}$ en fonction de temps.

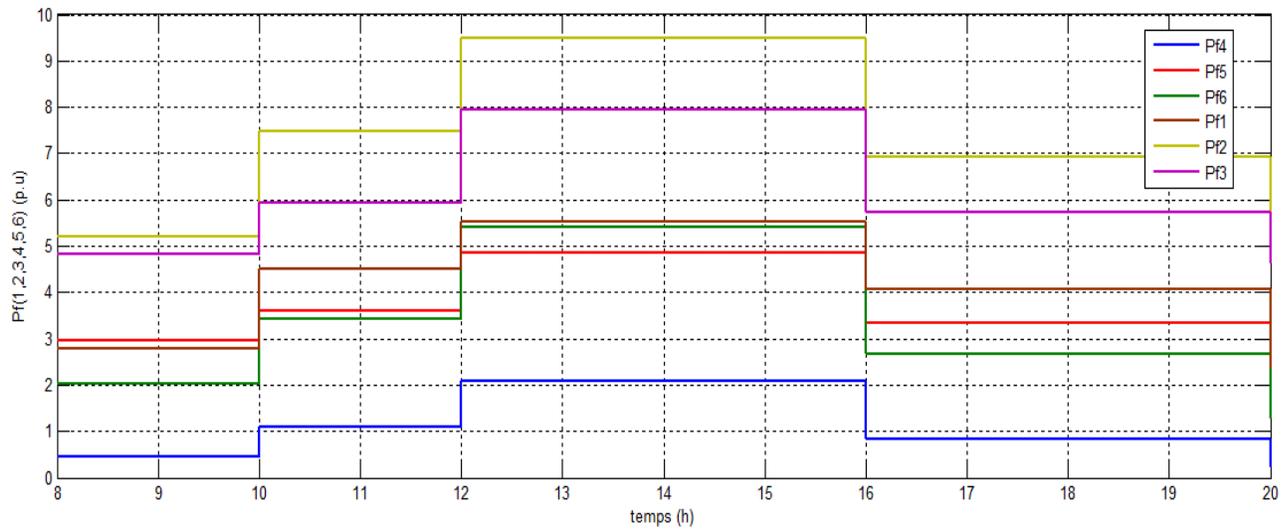


Figure 3. 7 la variation des puissances écoulées $P_{f(1,2,3,4,5,6)}$ en fonction de temps.

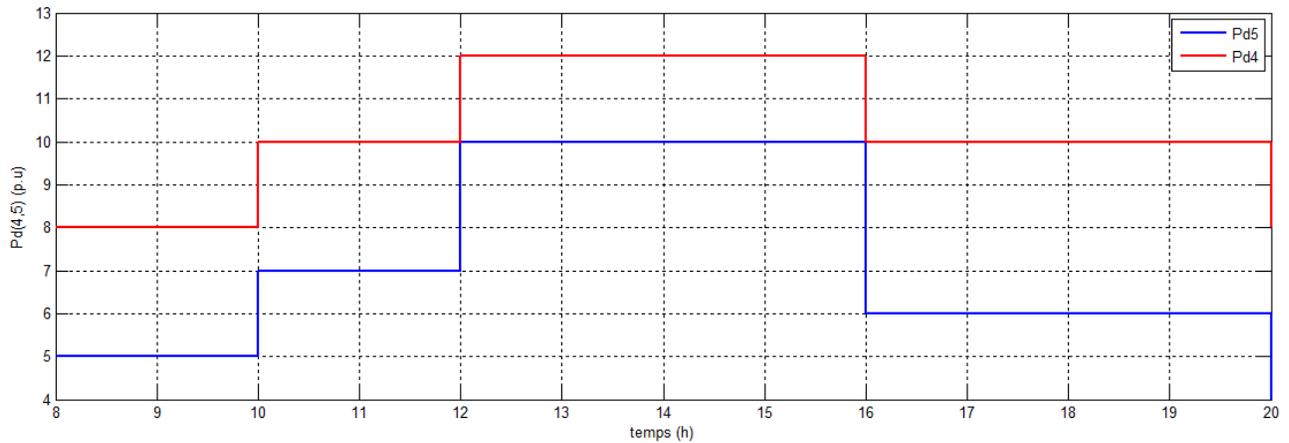


Figure 3. 8 la variation des puissances demandées $P_{D(4,5)}$ en fonction de temps.

A travers les graphes ci-dessus nous remarquons que la courbe de la puissance demandée (figure3.4) croit avec le temps, jusqu'à une certaine limite $P_{DT} = 22 (p.u)$ puis elle devient décroissante jusqu'à $P_{DT} = 12 (p.u)$.

Ainsi que les puissances générées proportionnelles avec la courbe de la puissance demandée, sauf P_{g3} qui reste constante (dans la figure 3.6)

III. 6. CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons appliqués la méthode du simplex pour optimiser une fonction objective (fonction Coût) sous différentes contraintes (d'égalités et d'inégalités); tout en respectant des engagements appliqués sur la consommation et la génération en premier lieu puis la consommation, la génération et les engagements de sécurité (puissance écoulée ne dépasse pas la valeur maximale) en deuxième lieu. Une discussion du coût de revient est faite pour chaque cas.

Un besoin pour l'augmentation des charges, va entraîner une solution non faisable (pour une certaine limite) du problème de l'optimisation de l'écoulement de puissance. Cela nous amène à procéder au délestage de certaines charges.

Une représentation de l'évolution des puissances transitées sur les lignes et des puissances générées au cours d'une journée, en fonction de la variation des charges est illustrée sur des graphes. Chaque intervalle de temps, correspond à une charge totale bien définie, le code de calcul peut être mis au point pour un problème d'optimisation ON-LINE Sous différentes contraintes.

CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE

L'un des états les plus importants d'un réseau électrique est son mode d'opération en régime permanent. Afin d'obtenir des informations sur ces points d'opération et d'être en mesure de les gérer pour des raisons de sécurité, de fiabilité ou d'économie, on fait une analyse de l'écoulement de puissance.

Les études de l'écoulement de puissance permettent de planifier la construction et l'extension des réseaux électriques ainsi que la conduite et le contrôle de ces réseaux. Nous avons décrit, dans notre travail l'importance des points cités ci-dessus, ainsi que l'importance de l'écoulement de puissance vu sa simplicité pour l'obtention d'un point optimal de fonctionnement. On peut faire une extension du modèle DC en un modèle AC, qui fait appel aux méthodes de résolution des équations non- linéaires de Newton -Raphson ou Gauss-Seidel, pour le calcul de l'écoulement de puissance optimal. On a élaboré un code de calcul sous l'environnement MATLAB pour le calcul de l'écoulement de puissance (avec une base de données du réseau étudié). L'optimisation de la répartition des puissances, se base sur la recherche du point de fonctionnement optimal en minimisant le coût sous les différentes contraintes d'égalité et d'inégalité reflétant respectivement l'équilibre Demande- Génération et sécurité de fonctionnement. La méthode du Simplex a été adoptée comme une méthode de programmation linéaire dans notre travail.

Le code de calcul a été développé pour prendre en compte la correction des surcharges sur une ou en prenant en considération les limites des puissances transitées sur les lignes. Les plusieurs lignes code de calcul a été testé sur deux types de réseaux 5 et 8 jeux de barres.

La prise en compte de l'évolution de la charge au cours du temps, nous renseigne sur la non- existence d'une solution faisable (point optimal de fonctionnement) pour une certaine limite de la charge totale. On procède à un délestage d'une partie de la charge selon le coût de délestage. Le code de calcul permet une optimisation durant une journée en fonction de la variation de la charge, c'est une optimisation ON-LINE.

En perspective, on peut développer ce travail (appel à la méthode de Newton-Raphson pour le calcul de l'écoulement de puissance) et on cherche le point optimal avec la méthode du Simplexe (programmation linéaire) successive pour traiter toute les parties du problème cité dans ce travail.

BIBLIOGRAPHIE

Bibliographie

- [1] <http://www.slideserve.fr/ch1-methode-d-ecoulement-de-puissance-dans-les-reseaux-de-distribution> PDF.
- [2] **M. Hamed**, « Dispatching économique dynamique par utilisation de méthodes d'optimisation globales » Mémoire de Magister, Université de Biskra, 2013.
- [3] www.sonelgaz.dz.
- [4] **G.Abdelmalek**, « Utilisation des méthodes d'optimisations méta heuristiques pour la résolution du problème de répartition optimale de la puissance dans les réseaux électriques »Mémoire de Magister, Universitaire d'El-oued 2010.
- [5] **TEGANI Ilyes** et **DAHMANE Abdeslam**, « Optimisation multi objectif à base des algorithmes génétiques appliquée sur un réseau électrique », mémoire de Master, Université de Biskra, Algérie, Juin 2011.
- [6] **R. Haimour**, « Contrôle des puissances réactives et des tensions par les dispositifs FACTS dans un réseau électrique », mémoire de magister 2009, ENSET – ORAN.
- [7] **F. Zergui, D.I. Bettam**, « Optimisation de la compensation de l'énergie réactive », mémoire de master, Université Houari Boumediene-USTHB, 2012.
- [8] **M. RAHILI**, « contribution a l'étude de la répartition optimale des puissance actives dans un réseau d'énergie électrique », thèse de Doctorat, Université des sciences technologiques USTOran Algérie, 06 Janvier 1996.
- [9] **F. Benzergua**, « Emplacement optimal des dispositifs FACTS dans le réseau Algérien », thèse de doctorat 2006, Université des sciences et de la technologie d'Oran.
- [10] **C.A. Gross**, power system analysis, Second Edition, John-Wiley & Sons, New York, NY, 1986.
- [11] **B. Naama**, « Contribution à l'évaluation et au perfectionnement des méthodes met-heuristiques d'optimisation combinatoire. Application à l'optimisation des puissances actives d'un réseau d'énergie électrique», thèse de doctorat 2006, université Sidi Belabbes.
- [12] **Abd.Mostefaoui**, « Etude de la répartition optimale des puissances dans un réseau électrique par la programmation non linéaire », mémoire de magister 2008, Université Hassiba Benbouali- Chlef.
- [13] **H. Sadaf**, power system analysis, Second Edition, McGraw-Hill International Edition, 2004.
- [14] **O. Mammeri**, « Différentes méthodes de calcul de la puissance réactive dans un nœud a charge non linéaire en présence d'un système de compensation de l'énergie», mémoire de magister 2012, Université de Batna.
- [15] **M. Rezig**, « Etude d'un dispatching économique des puissances actives par les algorithmes de fourmis » mémoire de magister 2008, Université Hassiba Benbouali-Chlef.
- [16] **S. Taibaoui**, « Les techniques de calcul d'écoulement de puissance dans les réseaux de distribution » mémoire de master 2008, Université Amar Telidji Laghouat.
- [17] **K. Singh**, « Fast decoupled power flow for unbalanced radial distribution system», Master of Engineering 2009, Thapar University, Patiala.
- [18] **M.S. Osman, M.A. Abo Sinna, A.A. Mousa**. «A solution to the optimal power flow using genetic algorithm », International Journal of Applied Mathematics and

Computation, Vol. 155, No. 2, August 2004, pp. 391 405.

- [19] **J. Yuryevich , K.P. Wong**, «Evolutionary programming based optimal power flow algorithm » IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 14, No. 4, 1999, pp. 1245 1250.
- [20] **O. Alsac, J. Bright, M. Prais, B. Stott** , « Further developments in LP based optimal power flow » IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 5, No. 3, August 1990,pp. 697 711.
- [21] **M.A. Abido**, «Optimal power flow using tabu search algorithm » International Journal of Electric Power Components and Systems, Vol. 30, No. 5, 2002, pp. 469 483.
- [22] **T.J. Overbye**, C.L. Demarco, «Voltage security enhancement using energy based sensitivities » IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 6, No. 3, August 1991, pp.1196 1202.

- [23] **C. Canizares, W. Rosehart, A. Berizzi, C. Bovo**, «Comparison of voltage Security constrained optimal power flow techniques » Proceedings of 2001 IEEE Power Engineering Society Summer Meeting, Vancouver, BC, Canada, Vol. 3, July2001, pp. 1680 1685.
- [24] **M. Eghbal, N. Yorino, Y. Zoka, E.E. El Araby**, « Application of multi objective Evolutionary optimization algorithms to reactive power planning problem »,IEEEJ Transactions on Electrical and Electronic Engineering, Vol. 4, No. 5, August 2009,pp. 625 632.
- [25] **M. Rashidinejad, H. Farahmand, M. FotuhiFiruzabad, A.A. Gharaveisi**, « ATC enhancement using TCSC via artificial intelligent techniques », Journal of Electric Power Systems Research, Vol. 78, No. 1, January 2008, PP. 11 20.
- [26] **B. Gasbaoui**, « Optimisation de l'énergie réactive dans un réseau d'énergie électricité », mémoire de magister 2008, Université Bechar.
- [27] **M.MINOUX**, « Programmation Mathématique-Théorie et Algorithmes », Journée 3^{ème} cycle F.N.R.S. en programmation mathématique 2000, Har-sur-lesse, Belgique, Février 2001.
- [28] **M-D. MATHELIN**, « Optimisation et programmation mathématique », Ecole Nationale Supérieure de Physique de Strasbourg. Master ISTI- Spécialité PARI. Séminaire sur les inégalités matricielles linéaires pour la commande, 1-2 Juillet 2004-LAAS.
- [29] **S.MOTTELET**, « Optimisation non linéaire », Rapport de recherche. Université De Technologie de Compiègne, 2003
- [30] **ADAMA D. DIARA**, « la répartition optimale de la puissance réactive pour le contrôle des tensions de barre d'un réseau électrique par Simplexe LP ». Mémoire de fin d'étude d'ingénieur, université du QUEBEC, 1984.
- [31] **Hedi Nebli** www.wims.incef.fr-wims.cji, date de la dernière modification 13-10-2007.
- [32] **Cours de J. P. Françoise et C. M. Marle** « L'optimisation linéaire et la méthode du Simplexe ».Université du QUEBEC, 2001.
- [33] **Dr. M. Melakhsou** « Recherche Opérationnelle ». Cour mastère 1, Université de Batna 2009.

Résumé :

L'optimisation est l'un des problèmes difficiles dans le système d'écoulement de puissance. L'optimisation est parfois limitée principalement à la minimisation des coûts d'exploitation. L'écoulement de puissance optimale (OPF) est largement utilisé pour la prise de décision par les différents opérateurs du système électrique. Dans ce travail est consacré à une étude de l'analyse de l'écoulement de puissance dans les réseaux électriques, décrivant les méthodes de résolution de l'écoulement de puissance c'est la méthode de Newton-Raphson et la méthode de Gauss-Seidel. Les objectifs comme la minimisation des coûts doit être basée sur l'optimisation par la méthode de Simplexe. L'étude de l'OPF est validé sur deux modèles de testes standard 05 jeux de barres et 08 jeux de barres.

Mots clés :

OPF, Ecoulement de puissance, Optimisation, Programmation linéaire, jeu de barre, G-S,

الملخص

التحسين هو أحد المشكلات الصعبة في نظام تدفق الطاقة. يقتصر التحسين في بعض الأحيان بشكل أساسي على تقليل تكاليف التشغيل كما يستخدم تدفق الطاقة الأمثل على نطاق واسع لاتخاذ القرارات من قبل مختلف مشغلي النظم الكهربائية. وفي هذا العمل نخصص دراسة تحليل تدفق الطاقة في الشبكات الكهربائية بوصف طرق حل تدفق الطاقة و هي طريقة نيوتن رافسون وطريقة غاوس سايدل. كما تكون الأهداف في تقليل التكلفة تستند على التحسين من خلال طريقة سامبلكس. كما اعتمدنا في هذه الدراسة على مثالين يتكونان من شبكة كهربائية ذات 5 قضبان تجميعية و 8 قضبان تجميعية.

الكلمات المفتاحية:

تدفق الطاقة الأمثل - نظام تدفق الطاقة - سامبلكس - قضيب تجميع - البرمجة الخطية.

Abstract:

Optimization is one of the difficult problems in the power flow system. Optimization is sometimes limited mainly to minimizing operating costs. The optimal power flow (OPF) is widely used for decision making by the various operators of the electrical system. In this work is devoted to a study of power flow analysis in electrical networks, describing the methods of resolution of the power flow it is the method of Newton-Raphson and the method of Gauss-Seidel. Objectives such as cost minimization should be based on Simplex Optimization. The study of the OPF is validated on two standard test models 05 bus bars and 08 bus bars.

Keywords:

OPF, Power Flow, Optimization, Linear Programming, Bus bar, G-S, Simplex, N-R.