



Université Mohamed Khider de Biskra
Faculté des sciences et de la technologie
Département de Génie Mécanique

MÉMOIRE DE MASTER

Domaine : Sciences et Techniques

Filière : Génie Mécanique

Spécialité : Construction Mécanique

Réf. :

Présenté et soutenu par :
TOUMI Wafa

Le : mercredi 10 juillet 2019

Optimisation de la configuration des tubes en matériaux composites sous pression

Jury :

Dr.	LABED Adnan	MCA	Université de Biskra	Président
Pr.	HECINI Mabrouk	Pr	Université de Biskra	Encadreur
Dr.	MEFTAH Kamel	MCA	Université de Biskra	Examineur

Remerciements

Tout d'abord je tiens à remercier Dieu tout puissant qui m'a donné de la force et du courage pour terminer mes études dans de bonnes conditions.

Aussi je tiens à exprimer ma profonde gratitude à mon encadreur Pr. HECINI Mabrouk pour son accueil, sa compréhension, sa patience et son soutien afin de réaliser ce travail.

Je remercie vivement le Dr : LABED Adnane pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant la présidence de ce jury.

J'exprime mes remerciements au Dr : MEFTAH Kamel qui a bien voulu accepter d'être à partir les examinateurs de ce travail.

Mes remerciements spéciaux à prof : Foued Chabane et Djhara Hossam et Chouarfia Samir et Djouama Mohamed Saddok et lassad Ninouh et Belmabrouk Nabil

Je remercie tous les enseignants du département de génie mécanique

Aussi, je remercie tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce projet.

Merci

Toumi wafa

Dédicace

Je dédie cet humble travail :

Plus cher que ma vie qui m'a aidé dans cette

La différence entre le bien et le mal qui m'a soutenu

Encouragez-moi dans les moments les plus difficiles:

Mon parent : Abid, Samira

À mes sœurs : Basma, Warda, Sihem

À mes frères : Bachir.

**Dans le même temps, à mon encadreur : Hecini
Mabrouk**

**Pour tous les professeurs de génie mécanique à
l'université**

Mohammed Khieder de Biskra.

Pour tous mes amis et collègues de l'étude

Pour tous ceux qui m'aiment

Sommaire

Sommaire

Tables des matières.....	I
Liste des figures.....	IV
Liste des Tableaux.....	VI
Nomenclature.....	VII
Introduction générale.....	1

Chapitre -I-

Généralité sur matériaux composites

Introduction.....	3
I.1. Définition	3
I.2 Caractéristiques générales des matériaux composites.....	3
I.3 Classification des matériaux composites.....	5
I.4 Composants.....	5
I.4.1 La matrice.....	6
I.4.1.1 Les matrices organiques	7
I.4.1.2 Les matrices thermodurcissables	7
I.4.1.3 Les matrices thermoplastiques.....	8
I.4.1.4 Les matrices métalliques	8
I.4.1.5 Matrices Céramiques	8
I.4.2 Les renforts.....	8
I.4.2.1 Renfort en fibres discontinues.	9
I.4.2.2 Renfort continu	9
I.5 Avantages et inconvénients des composites	10
I.6 Matériaux composites structuraux.....	11
I.6.1 Monocouches	11

I.6.2 Stratifiés	11
1.7.3 Sandwichs	12
I.7 Les procédés de fabrication des composites.....	14
I.7.1 Les technologies en moule ouvert	14
I.7.1.1 Moulage au contact	14
I.7.1.2 Moulage par projection simultané	15
I.7.2 Les technologies en moule fermé.....	16
I.7.2.1 Moulage sous vide	16
I.7.2.2 Moulage par injection basse pression de résine (RTM).....	17
I. 7.2.3 Moulage par injection de compound BMC	18
I.7.2.4 Moulage par compression de mat pré imprégné SMC.....	18
I.7.2.5 Moulage par enroulement filamentaire	19

CHAPITRE -II-

Comportement mécanique des matériaux composites

Introduction	20
II.1 Généralité sur la loi de comportement élastique des matériaux.....	20
II.1.1. Tenseur des contraintes	20
II.1.2. Tenseur des déformations.....	21
II.1.3 Relation contrainte – déformation	21
II.1.3.1 Matrice de rigidité	21
II.1.3.2 Matrice de flexibilité ou souplesse.....	21
II.2 Comportement élastique d'une couche hors axes d'orthotropie.....	22
II.2.1 Lois des mélanges.....	24
II.4.2 Caractérisation du matériau composite dans un repère quelconque.....	24
II.4.2.2 Caractérisation élastique d'un pli orienté arbitrairement.....	24
II.3 Comportement élastique d'un composite stratifié.....	26

II.3.1 Théorie classique des stratifiés.....	26
II .3.2 Equation du Comportement d'un composite stratifié.....	31
II.2.2.1 L'équation constitutive.....	31
II.2.2.2 Matrice de rigidité.....	31
II .4 Loi de comportement pour les tube.....	32

CHAPITRE -III-

Comportement mécanique des tubes sous pression

Introduction.....	36
III.1 Analyse des déplacements et des déformations et des contraintes	36
III.2 Conditions aux limites	39
III.3 Optimisation de l'angle d'orientation.....	41

CHAPITRE –IV-

Programmation et Résultats

Introduction	43
IV.1 Paramètres d'entrée.....	43
IV.2 Paramètres de sortie	43
IV.3 Organigramme	44
IV.4 Cas d'application	46
IV.4.1 Les données	46
IV.4.2 Comportement mécanique du tube.....	46
IV.4.3 Optimisation de la configuration.....	51
Conclusion générale	53
Références bibliographiques	54
Annexe	57
Résumé	

Liste des Figures

Chapitre -I-

Figure I.1 : Matériau composite.....	3
Figure I.2 : Différents constituants d'un matériau composite.	6
Figure I.3 : Classification des matrices.....	6
Figure I.4 : Les différents types de renfort de base.....	9
Figure I.5 : Différentes formes de renforts continus.....	10
Figure I.6 : composite Monocouches.....	11
Figure I.7 : composite stratifié.....	12
Figure I.8 : Composite sandwichs.....	12
Figure I.9 : les différents types de sandwiches.....	13
Figure I.10 : principe de moulage au contact.....	14
Figure I.11 : principe de moulage par projection simultanée.....	16
Figure I.12 : Moulage sous vide.....	17
Figure I.13 : principe de moulage par injection de résine.....	17
Figure I.14 : Principe de moulage à la presse à froid.....	18
Figure I.15 : principe de moulage par compression.....	19
Figure I.16 : Enroulement filamentaire.....	19

Chapitre -II-

Figure II.1 : Solide soumis à un chargement mécanique.....	20
Figure II.2 : Couche d'un matériau orthotrope.....	25
Figure II.3 : Déformée de la plaque dans le plan [2,3].....	27
Figure II.4 : Schématisation des résultantes en membrane des actions exercées sur un élément de stratifié.....	29
Figure II.5 : Schématisation des moments de flexion et de torsion.....	30
Figure II.6 : Relations entre système les coordonnées cylindrique et système les coordonnées de références du composite.....	35

Chapitre -III-

Figure III.1 : Tube en matériaux composites.....	36
---	----

Chapitre -VI-

Figure IV.1 : Organigramme de programmation.....	44
Figure IV.2 : Variation du déplacement radial à travers l'épaisseur du tube.....	46
Figure IV.3 : Variation du déplacement radial moyenne en fonction l'angle d'orientation du tube.....	47
Figure IV.4 : Variation de la déformation axiale à travers l'épaisseur du tube.....	47
Figure IV.5 : Variation de la contrainte radiale à travers l'épaisseur du tube.....	47
Figure IV.6 : Variation de la contrainte axiale à travers l'épaisseur du tube.....	48
Figure IV.7 : variation de la déformation axiale moyenne en fonction l'angle d'orientation.....	51

Liste des tableaux

Chapitre -I-

Tableau I.1 : Exemples de matériaux composites, pris au sens large. 4

Tableau I.2 : Principales différences entre les Matrices TP et TD. 7

Chapitre -VI-

Tableau IV.1 : variation de déplacement radial moyenne pour l'épaisseur du tube. 49

Tableau IV.2 : variation contrainte radial pour l'épaisseur. 50

Tableau IV.3 : variation contrainte axial pour l'épaisseur du tube. 50

Tableau IV.4 : variation déformation axial pour l'épaisseur du tube. 51

Nomenclatures

\bar{C}_{ij}	matrice constitutive dans le système global
σ_{ij}	Tenseur de contrainte
C_{ij}	Coefficient de la matrice de rigidité [C]
E_x, E_x	module de Young
V_f	fraction volumique de fibres
V_m	fraction volumique de la matrice
ϑ_{ij}	coefficients de contraction
ε_i	déformation dans la direction i (r, θ, z)
u_i	déplacement dans la direction i (r, θ, z)
S	contrainte de cisaillement
γ_{ij}	Déformation angulaire dans la plane ($i, j = r, \theta, z$)
τ_{ij}	Contrainte de cisaillement dans la plane ($i, j = r, \theta, z$)
$[T]$	Matrice de transformation
$[T_\sigma], [T_\varepsilon]$	Les matrices du changement de base de la contrainte et la déformation
γ_0	La relation du tube par unité de longueur
N	Résultantes en membrane
A	La matrice de rigidité en membrane.
B	La matrice de couplage membrane-flexion-torsion
D	La matrice de rigidité en flexion.
M	Moments de flexion et de torsion
ε_m	déformation en membrane
σ_k	la matrice des contraintes dans la couche k
ϕ	L'angle d'orientation

x, y, z	coordonnées cartésiennes
r, θ, z	coordonnées cylindriques
r_0	rayon intérieur
r_a	rayon extérieur
P_0	Pression intérieure

INTRODUCTION GENERALE

Introduction générale

Les matériaux composites atteignent des niveaux de performance inégalés dans la pratique car ils attirent de plus en plus l'attention dans de nombreux domaines (automobile, aviation,...etc.). Au sens le plus courant du terme, ils sont un ensemble de matériaux de synthèse conçus et mis en œuvre essentiellement pour des applications structurales, de façon à ce que la fonction mécanique est dominante. Ces matériaux trouvent de plus en plus d'application pour la réalisation des pièces structurales de dimensions diverses, dans de nombreux secteurs industriels tels que l'aéronautique, biomédical...etc.

Les tubes sont fabriqués en aciers et sont considérés comme un moyen de transport de produits liquides et gazeux car ils ont été exposés à des problèmes tels que la rouille, l'instabilité et la dislocation, qui ont eu de graves conséquences pour les installations industrielles et les réseaux de transport. C'est pourquoi les tubes composites d'aujourd'hui sont plus exigeants pour les compagnies pétrolières.

Les tubes sous pression sont généralement utilisés dans la canalisation de transport des produits pétroliers et gazeux.

L'objectif de ce travail est l'optimisation de la configuration des tubes en matériaux composites soumis à la pression interne pour trouver l'angle d'orientation optimal de tube à travers le calcul du déplacement, la déformation et la contrainte sur l'épaisseur en fonction de cette pression. La forme tubulaire de la structure étudiée nécessite une définition du comportement mécanique du matériau composite dans le système de coordonnées cylindriques.

La résolution du problème d'optimisation de la configuration est réalisée par une approche analytique en utilisant l'environnement Matlab.

Pour mener à terme ce projet, nous avons structuré ce travail en quatre chapitres suivants :

Le premier chapitre : est consacré à l'étude bibliographique, portant sur les matériaux composites. Nous parlons de leurs composants, leurs classifications, et leurs caractéristiques générales. Ensuite, on a présenté les avantages et inconvénients des matériaux composites et matériaux composites structuraux. Enfin, Les procédés de fabrication des composites.

Le deuxième chapitre : est consacré à la formulation théorique du comportement mécanique des matériaux composites. Il expose les lois Comportement élastique d'une couche hors axes d'orthotropie et les lois de comportement d'un matériau composite stratifié et Comportement élastique d'une couche hors axes d'orthotropie et la loi de comportement des tubes.

Le troisième chapitre : on présente des modèles analytiques pour prédire le champ de déplacement, de déformation et de contrainte à travers l'épaisseur des tubes en matériaux composites soumis à la pression intérieure, ainsi que les critères pour optimiser l'angle optimal.

Le quatrième chapitre : présent le détail de la programmation du modèle développé dans le cadre de cette étude sous forme d'organigramme. Les résultats de cette étude sont présentés sous forme graphique avec les interprétations.

Enfin une conclusion générale et recommandations sont présentées à la fin de ce mémoire.

Chapitre I
Généralité sur les matériaux
composites

Introduction

Pour l'utilisation intensive de matériaux composites, nous présentons dans ce chapitre ces matériaux ainsi que leurs caractéristiques générales et leurs composants ensuite, Avantages et inconvénients des matériaux composites et Matériaux composites structuraux. Enfin, Les procédé de fabrication des composites.

I.1 Définition

Un matériau composite est constitué de l'assemblage de deux ou plusieurs matériaux de natures différentes. Leur association est complémentaire est permet d'aboutir à un matériau dont les performances recherchées seront supérieures à celles des composants pris séparément. Un matériau composite est constitué dans le cas le plus général d'une ou plusieurs phases discontinues réparties dans une phase continue. La phase discontinue, appelée renfort ou matériau renforçant, est habituellement plus dure avec des propriétés mécaniques supérieures à celles de la phase continue appelée matrice. [1]

I.2 Caractéristiques générales des matériaux composites

Dans le cas de plusieurs phases discontinues de natures différentes, le composite est dit hybride. La phase discontinue est habituellement plus dure avec des propriétés mécaniques supérieures à celles de la phase continue.

La phase continue est appelée la matrice. La phase discontinue est appelée le renfort ou matériau renforçant. [2] (Figure I.1).

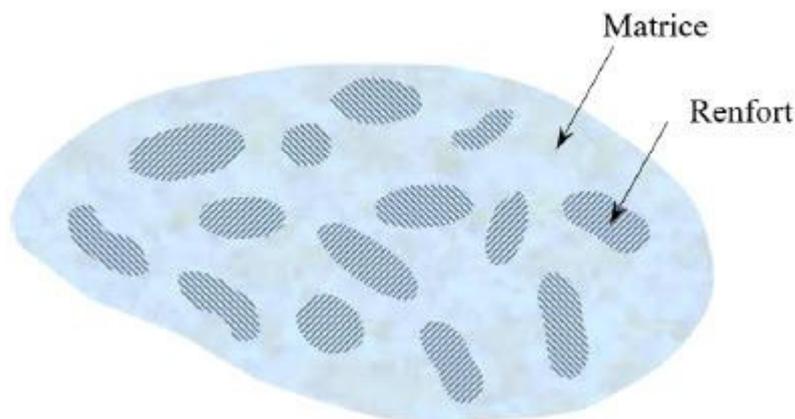


Figure I.1 : Matériau composite. [2]

Ces propriétés dépendent de beaucoup de facteurs qui résultent :

- Des propriétés, de la nature, et de la quantité des constituants,
- De leur distribution géométrique,
- De leurs interactions, etc... [2].

Tableau I.1 : Exemples de matériaux composites, pris au sens large. [2]

Type de composite	Constituants	Domaines d'application
1. Composites à matrice Organique(CMO) Papier, carton Panneaux de particules Panneaux de fibres Toiles enduites Matériaux d'étanchéité Pneumatiques Stratifiés Plastiques renforcés	Résine/charges/fibres cellulosiques Résine/copeaux de bois Résine/fibres de bois Résines souples/tissus Elastomères/bitume/textiles Caoutchouc/toile/acier Résine/charges/fibres de verre, de carbone, etc. Résines/microsphères	Imprimerie, emballage, etc. Menuiserie Bâtiment Sports, bâtiment Toiture, terrasse, etc. Automobile Domaines multiple
2. Composites à matrice Minérale Béton Composite carbone - carbone Composite céramique	Ciment/sable/granulats Carbone/fibres de carbone Céramique/fibres céramiques	Génie civil Aviation, espace, sports, biomédecine, etc. Pièces thermomécaniques
3. Composites à matrice Métallique	Aluminium/fibres de bore Aluminium/fibres de carbone	Espace
4. Sandwiches Peaux Ames	Métaux, stratifiés, etc. Mousses, nids d'abeilles, balsa, plastiques renforcés, etc.	Domaines multiples

I.3 Classification des matériaux composites

Selon la nature de la matrice, on distingue trois grandes classes de composites, considérées ici par ordre croissant de tenue en température :

- ✓ Les composites à matrice polymère (CMP)
- ✓ Les composites à matrice métallique (CMM)
- ✓ Les composites à matrice céramique (CMC)

Les matériaux utilisés comme renforts présentent de bonnes propriétés mécaniques intrinsèques (carbone, alumine, silice, bore, kevlar, acier, nitrure et carbure de silicium...). Les renforts continus ou fibres longues procèdent d'un diamètre qui varie selon leur nature, entre quelques micromètres et une centaine de micromètres.

Selon l'application envisagée, l'assemblage de ces fibres longues peut être unidimensionnel (plis unidirectionnels). Bidimensionnel (plis tissés, mats à fibres coupées de quelques centimètres ou à fibres continues) ou tridimensionnel (tissus multidimensionnels).

Les matrices polymères renforcées par des fibres de verre, sont employées dans les produits de grande diffusion, et possèdent une grande importance. Les fibres de carbone et de kevlar sont utilisées dans pour des applications plus spécifiques de hautes performances telles que l'aéronautique et l'aérospatiale. D'autres types de renforts sont employés tels que des billes (verre, élastomère ...) et des charges (fibres broyées, écailles, poudres...). L'utilisation des (CMP) reste limitée au domaine de températures inférieures à 200°C, [3].

I.4 Composants

Les principaux constituants sont le renfort et la matrice. Le renfort a pour rôle d'apporter au matériau composite ses performances mécaniques élevées. La matrice qu'on appelle aussi liant, son rôle est de transmettre aux fibres les sollicitations mécaniques extérieures et de protéger les fibres vis-à-vis des agressions extérieures. [4]

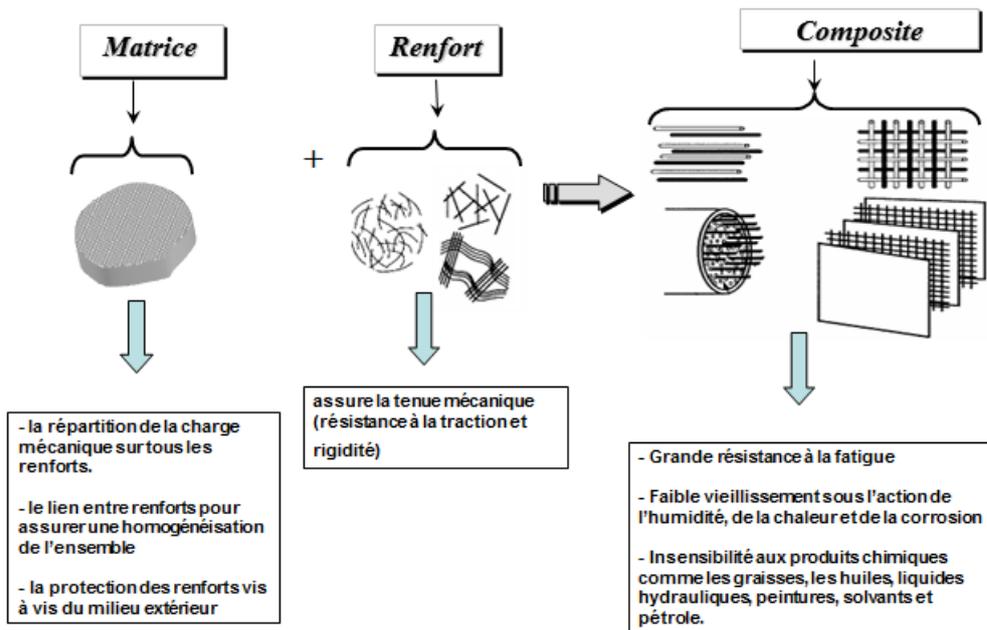


Figure I.2 : Différents constituants d'un matériau composite. [5]

I.4.1 La matrice

Le rôle de la matrice est principalement de lier les fibres, mais aussi, d'assurer une répartition spatiale homogène du renfort. D'un point de vue mécanique, la matrice transmet et répartie les efforts extérieurs vers le renfort. D'un autre côté, elle apporte à la structure une tenue chimique et donner la forme désirée au produit [6], (figure I.3).

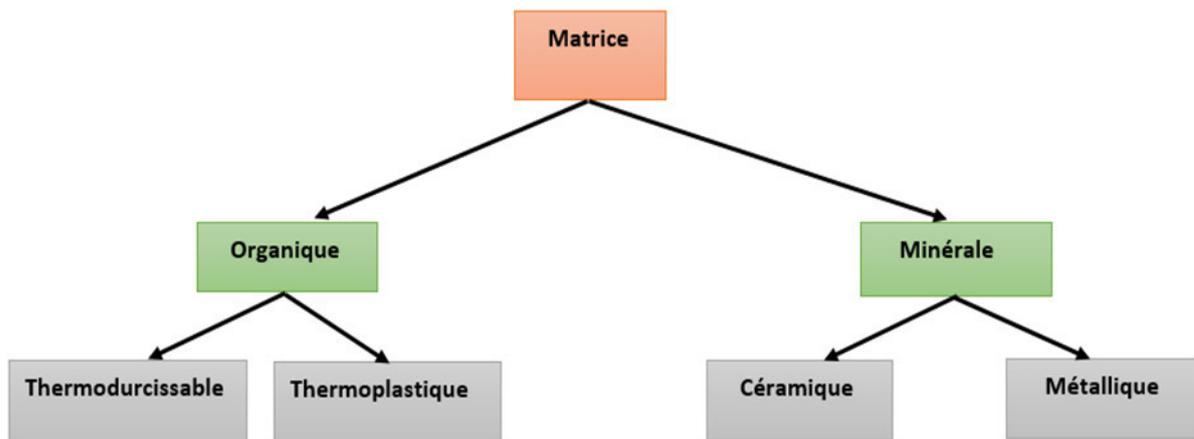


Figure I.3 : Classification des matrices. [7]

I.4.1.1 Les matrices organiques

Les matrices en polymère de synthèse sont les plus couramment rencontrées dans les composites de grande diffusion. Associées à des fibres de verre, d'aramide ou de carbone, elles ont un faible module et une faible résistance à la traction, mais se prêtent facilement à l'imprégnation des renforts pour leur fabrication. La structure des thermoplastiques (TP) se présente sous forme de chaînes linéaires, ils ont besoin d'être chauffés pour les mettre en forme. Le refroidissement par contre permet de les fixer (les chaînes se bloquent). Pour le cas des thermoplastiques (TP) l'opération est réversible. La structure des thermodurcissables (TD) possède la forme d'un réseau tridimensionnel, le durcir dans ce cas est définitive, la transformation est donc irréversible matrice. [6]

Les principales différences entre les Matrices (TP) et (TD) sont représentées dans le tableau (I.2) :

Tableau I.2 : Principales différences entre les Matrices TP et TD. [6]

Matrices	Thermoplastiques (TP)	Thermodurcissables (TD)
Etat de base Stockage	Solide prêt à l'emploi	Liquide visqueux à polymériser
	Illimité	Réduit
Moulage Chauffage+ refroidissement	Chauffage+ refroidissement	Chauffage continu
	Court	long
	Réduite	bonne
	Assez bonne	limitée
	Recyclables	Perdus ou recyclés en charge
Mouillabilité renforts	Difficile	Aisée

I.4.1.2 Les matrices thermodurcissables

Les résines thermodurcissables ont des propriétés mécaniques élevées. Ces résines ne peuvent être mises en forme qu'une seule fois. Elles sont en solution sous forme de polymère non réticulé en suspension dans des solvants. Les résines polyesters insaturées, les

résines de condensation (phénoliques, aminoplastes, furaniques) et les résines époxy sont des résines Thermodurcissables. [8]

I.4.1.3 Les matrices thermoplastiques

Les résines thermoplastiques ont des propriétés mécaniques faibles. Ces résines sont dures et solides qui nécessitent une transformation à très haute température. Les polychlorures de vinyle (PVC), les polyéthylènes, polypropylène, polystyrène, polycarbonate polyamide sont quelques exemples de ces résines thermoplastiques. De même que pour les résines thermodurcissables, les matériaux les plus performants ont des caractéristiques mécaniques élevées et une masse volumique faible. [9]

I.4.1.4 Les matrices métalliques

L'imprégnation de renforts par un alliage liquide étant une opération techniquement délicate, en pratique seuls les alliages d'aluminium sont utilisés dans ce type de technique, associés à des fibres ou particules de graphite ou de céramiques. Ils sont faciles à mettre en œuvre car leur température de fusion est relativement basse. Le compromis obtenu entre la ténacité de la matrice métallique et la rigidité des renforts donne au composite des caractéristiques mécaniques intéressantes par rapport à l'alliage seul, surtout au-dessus de 200 °C. Leur coût de mise en œuvre élevé réserve les composites à matrice métallique aux applications aéronautiques et spatiales. [10]

I.4.1.5 Matrices Céramiques

Des composites à matrices céramiques peuvent être obtenus par imprégnation de préformés de fibres (métaux, verres, aramides, carbone, céramique) soit par des suspensions liquides, ensuite frittées en température sous haute pression, soit par des gaz réactifs permettant un dépôt entre les fibres (notamment pour les composites carbone-carbone). [10]

I.4.2 Les renforts

Un matériau composite est un composite à fibres si le renfort se trouve sous forme de fibres. Les fibres utilisées se présentent soit sous forme de fibres continues, soit sous forme de fibres discontinues : fibres coupées, fibres courtes.

L'arrangement des fibres, leur orientation permettent de moduler à la carte les propriétés mécaniques des matériaux composites pour obtenir des matériaux allant de matériaux fortement anisotropes à des matériaux isotropes dans un plan. [11]

La classification des types de renforts couramment rencontrés est indiquée sur la figure (1.4)

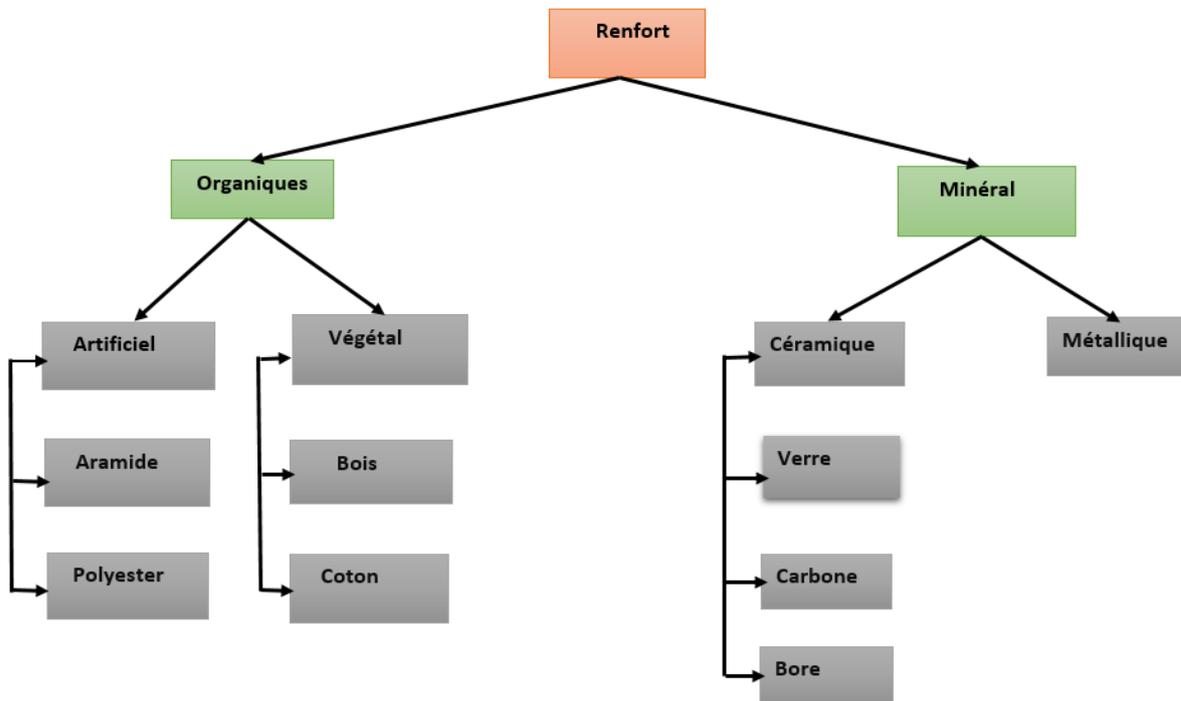


Figure I.4 : Les différents types de renfort de base. [12]

1.4.2.1 Renfort en fibres discontinues

Des fibres courtes, ou particules (charges sous forme de microbilles, de fibres broyées, d'écaillés ou de poudre), permettent d'améliorer certaines propriétés de la matrice (résistance à l'usure, propriétés thermiques, poids). Celle-ci reste l'élément de base et on obtient alors un « polymère renforcé ». [13]

1.4.2.2 Renfort continu

Sous forme de fibres longues qui sont généralement utilisées pour des composites HP. Cette forme fibreuse offre une résistance à la rupture et souvent un module d'élasticité beaucoup plus élevée que ceux du même matériau massif, avec une augmentation de la longueur de 10000 fois, ou bien pour le même volume, la surface est multipliée par 100 dans le cas des fibres de verre. [13]

Ces renforts ont le rôle d'assurer la bonne tenue mécanique des composites et sont disposés au sein du matériau en fonction des propriétés recherchées. Pour créer une structure résistante adaptée aux contraintes mécaniques, il existe plusieurs architectures de renforts :

- Unidirectionnelle (nappes ou roving), bidirectionnelle (tissus ou complexes 2D),
- Tridimensionnelle (fibres orientées suivant trois directions).

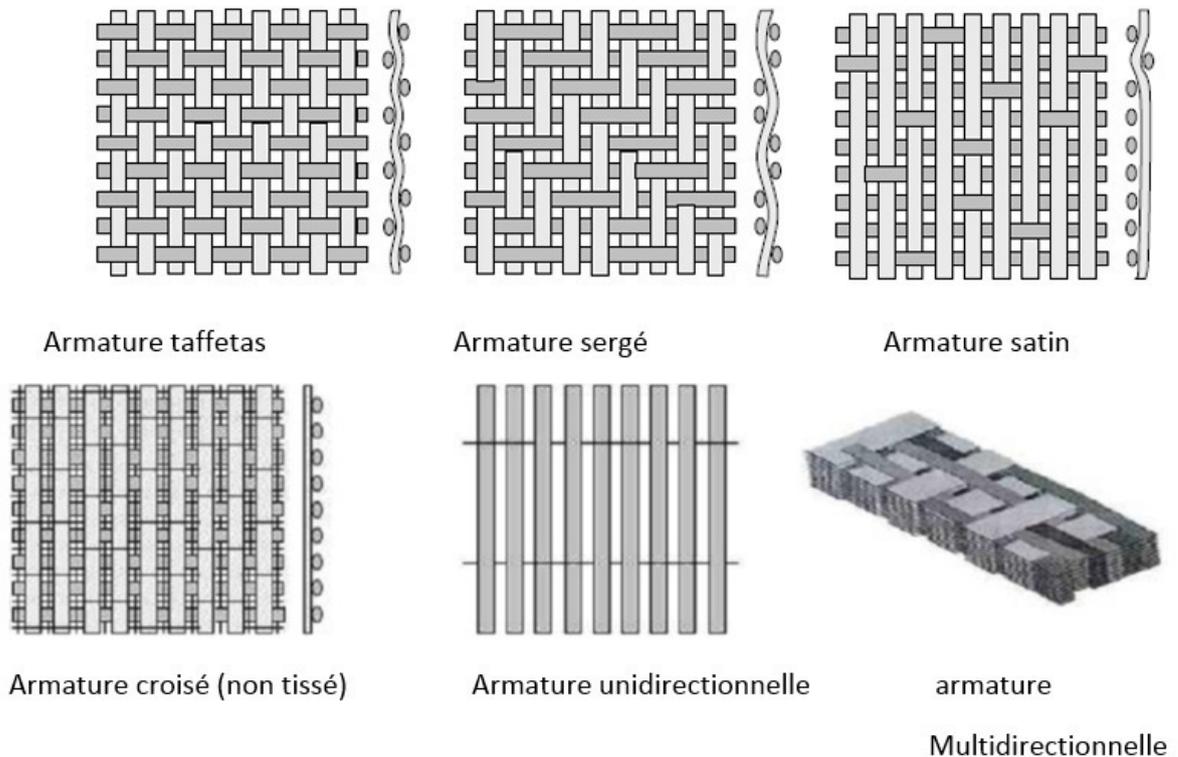


Figure I.5 : Différentes formes de renforts continus. [13]

I.5 Avantages et inconvénients des composites

Les composites sont préférés à d'autres matériaux parce qu'ils offrent des atouts liés à :

- Leur légèreté
- Grande résistance à la fatigue
- Faible vieillissement sous l'action de l'humidité, de la chaleur, de la corrosion
- Insensibilité aux produits chimiques
- Possibilité de prendre plusieurs formes (pièces complexes)
- Bonne tenue au feu (attention aux dégagements toxiques)

Cependant certains inconvénients freinent leur diffusion

- Les coûts des matières premières et des procédés de fabrication
- La sensibilité à la chaleur
- La gestion des déchets engendrés et la réglementation de plus en plus stricte. [14]

I.6 Matériaux composites structuraux

Les structures des matériaux composites peuvent être classées en trois types :

- Les monocouches
- Les stratifiées
- Les sandwichs

I.6.1 Monocouches

Représentent l'élément de base de la structure composite. Les différents types de monocouches sont caractérisés par la forme du renfort : à fibres longues

(unidirectionnelles UD, réparties aléatoirement), à fibres tissées, à fibres courtes. [15]

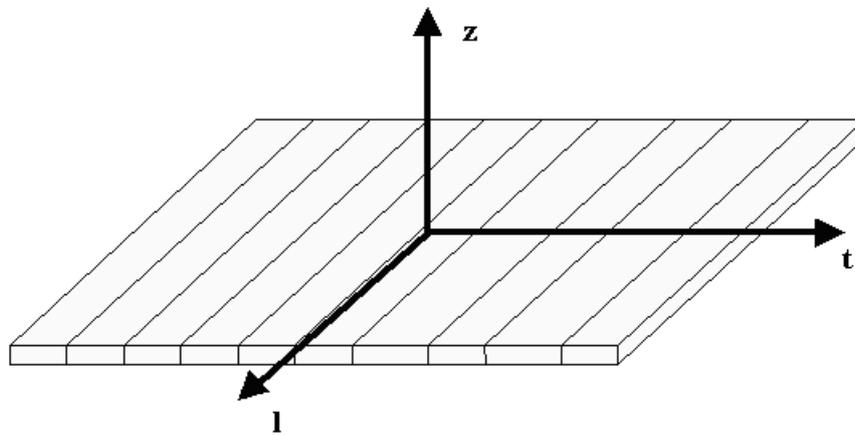


Figure I.6 : composite Monocouches. [15]

I.6.2 Stratifiés

Un stratifié est constitué d'un empilement de monocouches ayant chacun une orientation propre à un référentiel commun aux couches et désigné comme le référentiel du stratifié.

En jouant sur l'ordre et l'orientation de ces couches. Il est possible d'adapter finement les propriétés mécaniques du stratifié aux sollicitations extérieures, et donc d'atteindre un haut niveau d'optimisation en mettant la matière là où elle est le plus utile.

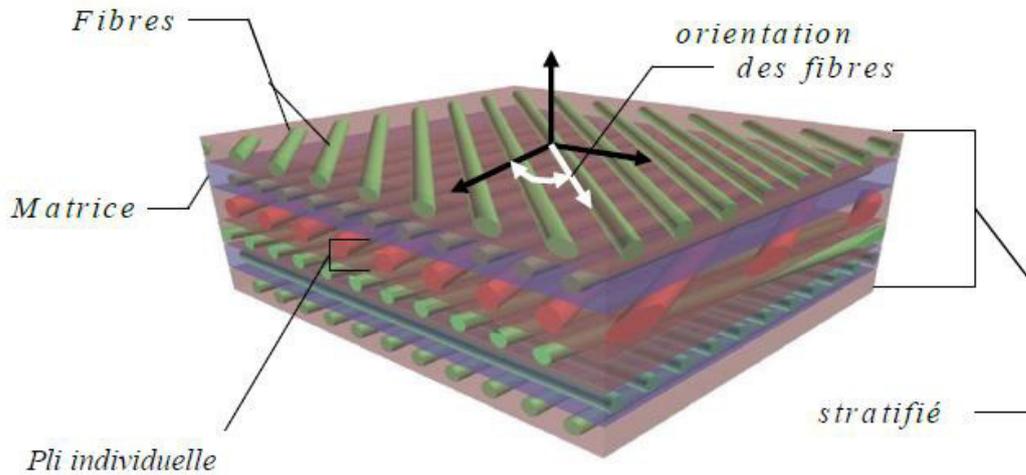


Figure I.7 : composite stratifié. [16]

1.7.3 Sandwichs

Matériaux composés de deux semelles (ou peaux) de grande rigidité et de faible épaisseur enveloppant une âme (ou cœur) de forte épaisseur et faible résistance.

L'ensemble forme une structure d'une grande légèreté. Le matériau sandwich possède une grande légèreté en flexion et c'est un excellent isolant thermique.

$$10 \leq e_c / e_p \leq 100$$

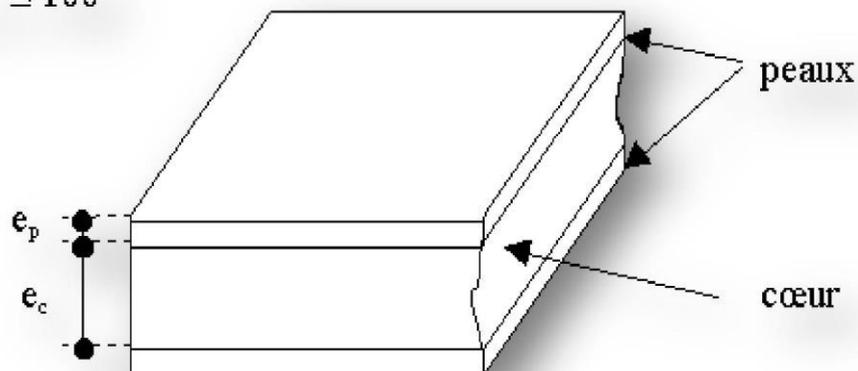
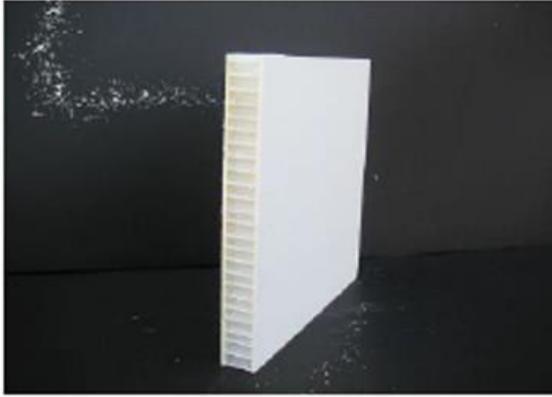
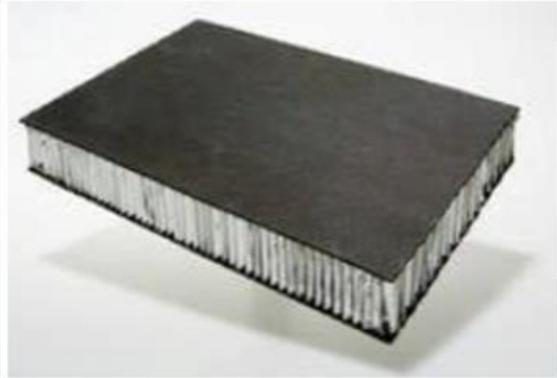


Figure I.8 : Composite sandwichs. [17]

Différent types de sandwich : sont montrés sur la figure suivante :



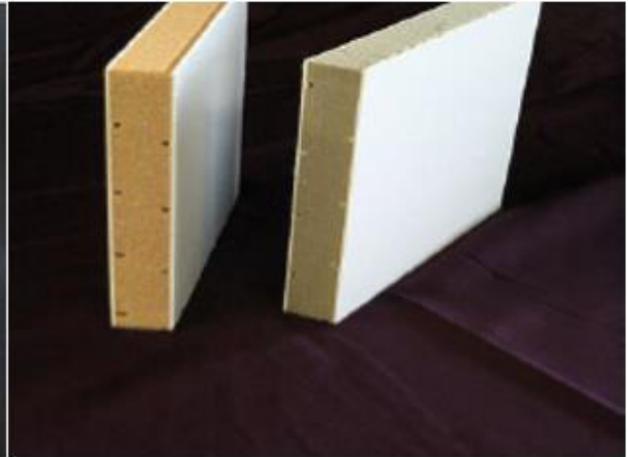
Fibre de verre nid d'abeille



Fibre de carbone nid d'abeille



Fibre de verre mousse polyuréthane



Fibre de verre mousse PVC

Figure 1.9 : les différents types de sandwich. [18]

I.7 Les procédé de fabrication des composites [6]

De nombreuses méthodes de fabrication ont été développées pour répondre aux besoins de l'industrie, leurs choix dépend surtout des caractéristiques mécaniques et de la géométrie du produit.

I.7.1 Les technologies en moule ouvert

I.7.1.1 Moulage au contact

On procède à la réalisation de pièces à partir de résines thermodurcissables, à température ambiante et sans pression.

Les renforts sont déposés sur le moule et imprégnés de résine liquide, accélérée et catalysée. Après durcissement de la résine, la pièce est démoulée.

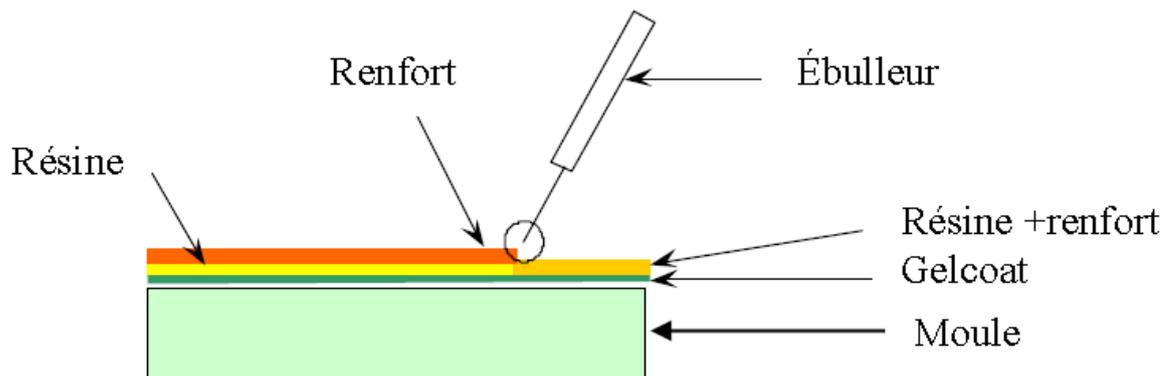


Figure I.10 : principe de moulage au contact. [6]

On utilise cette technologie de moulage dans le cas de fabrication de petites séries de pièces :

De 1 à 1000 pièces / an, pièces de très grand dimensions. Ce type de moulage représente des avantages tel que :

- Très larges possibilités de formes
- Pas de limite dimensionnelle
- Une surface lisse gelcoatée (aspect, tenue à la corrosion)
- Propriété mécanique moyennes à bonnes
- Investissements spécifiques très faibles
- Moule simples, peu onéreux, rapide à réaliser en interne.

Mais aussi il se limite à :

- Une seule face lisse
- Nécessité de finition (détourage, perçage, etc.)
- Qualité tributaire de la main d'œuvre
- Faible cadence de production par moule
- Espace de travail important
- Conditions de travail médiocres

I.7.1.2 Moulage par projection simultané

Les matières premières sont mises en œuvre à l'aide d'une machines de projection

Comprenant :

- ✓ Un dispositif de coupe.
- ✓ Projection du renfort (roving).
- ✓ Un ou deux pistolets projetant simultanément la racine.

Les fils coupés et la résine sont projetés sur la surface du moule puis compactés et ébullés à l'aide de rouleaux et d'ébulleurs. La résine préaccélérée est catalysée en continu lors de sa projection.

Parmi les avantages associés à ce type de moulage on retrouve :

- Très larges possibilités de forme et dimensions
- Travail simplifié, suppression de la mise en forme obtenue directement par la projection
- Investissements très modérés
- Moules simples, peu onéreux, rapides à réaliser en interne.

En plus des limites rencontrées par le moulage au contact, celui-ci se limite à des propriétés mécaniques moyennes.

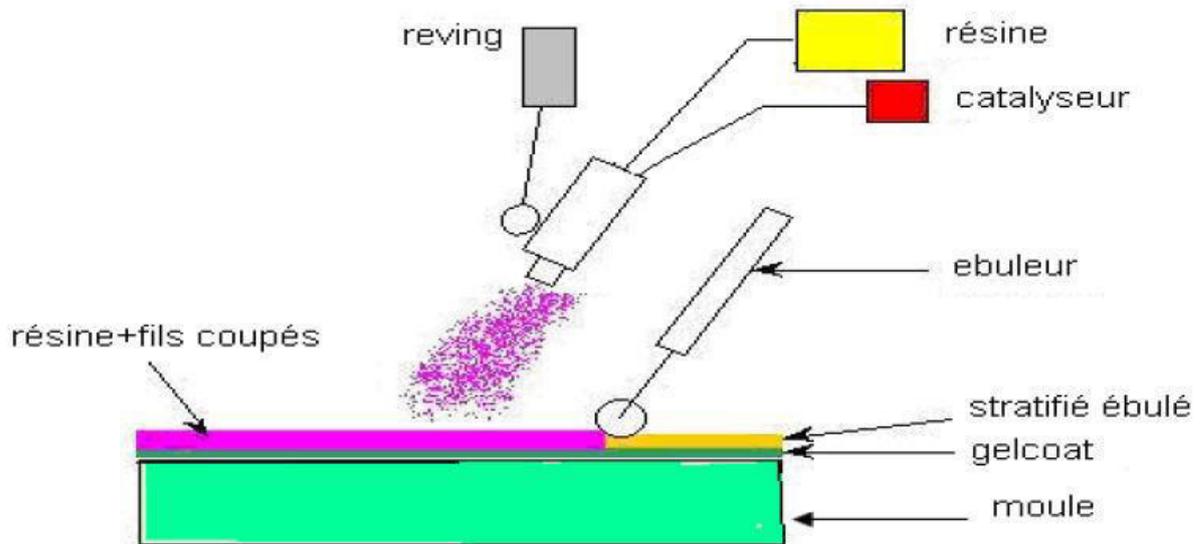


Figure I.11 : principe de moulage par projection simultanée. [6]

I.7.2 Les technologies en moule fermé

I.7.2.1 Moulage sous vide

Le moulage sous vide s'effectue en utilisant un moule ouvert sur lequel on dispose les couches de renfort imprégné.

Le renfort est placé à l'intérieur du moule et la résine catalysée est versée sur ce dernier, une feuille de plastique souple vient couvrir le tout hermétiquement, l'étanchéité est assurée au moyen d'un joint placé sur le périmètre. Le vide est fait sous la feuille de plastique des bulles d'air, fluage de l'excédent de résine qui est absorbé par un tissu de pompage. L'ensemble est ensuite soumis à polymérisation en étuve ou en autoclave. La résine peut également être injectée par l'aspiration consécutive au vide. On utilise ce type de moulage dans le cas d'une production en petites séries de pièces nécessitant deux faces lisses.

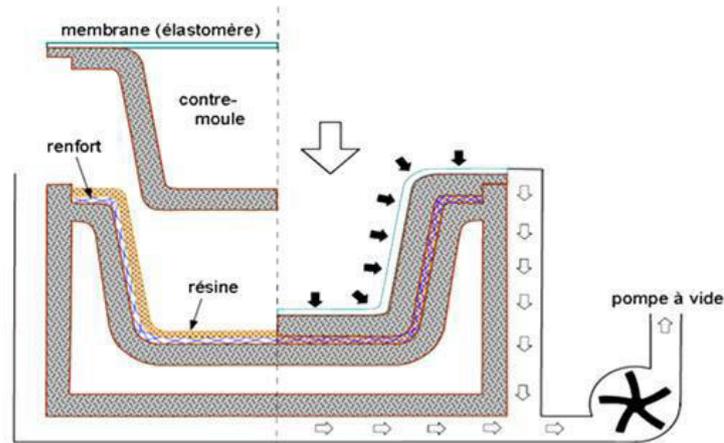


Figure I.12 : Moulage sous vide. [2]

I.7.2.2 Moulage par injection basse pression de résine (RTM)

Le moulage par injection de résine liquide RTM (Résine Transfert Molding) s'effectue entre moule et contre-moule rigides. Le renfort (mats, préforme, éventuellement tissus) est mis en place dans le moule, ensuite, la résine, accélérée et catalysée, est injectée sous faible pression (1.5 à 4 bars) à travers le renfort jusqu'au remplissage complet de l'empreinte. La pression de moulage est faible et le procédé convient pour des cadences jusqu'à 30 pièces par jour.

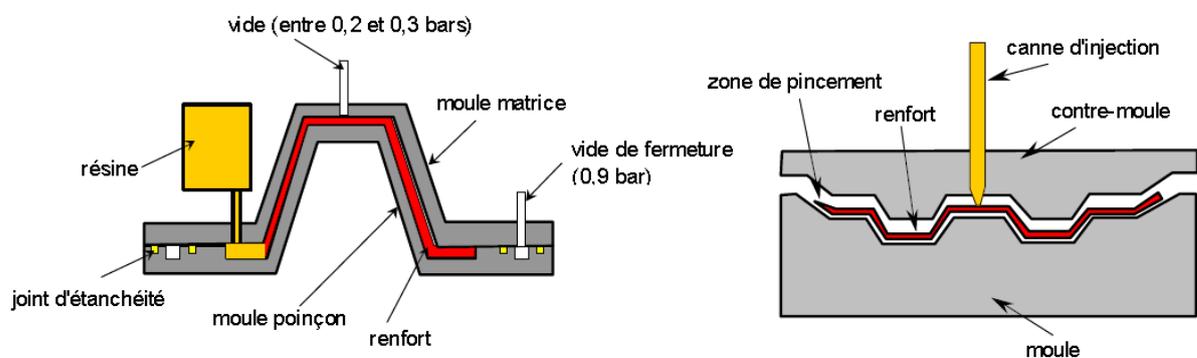


Figure I.13 : principe de moulage par injection de résine. [6]

Moulage à froid :

C'est un moulage dans lequel on se sert d'une presse à compression entre moule et contre-moule rigides initialement sans apport thermique extérieur. Le renfort (mat) est posé sur la partie inférieure du moule, la résine dotée d'un système catalytique très réactif, est tout de suite versée en vrac. La fermeture du moule sous pression (2 à 4 bars) entraîne la répartition de la résine dans l'empreinte et l'imprégnation du renfort. Le durcissement de la résine est accéléré progressivement par l'élévation de température du moule.

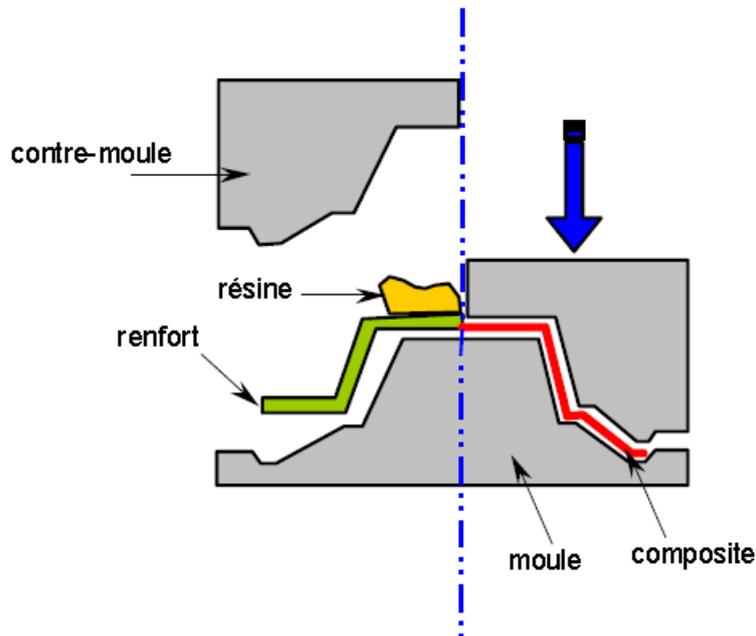


Figure I.14 : Principe de moulage à la presse à froid. [6]

I. 7.2.3 Moulage par injection de compound BMC

Le compound (Bulk Molding Compound), est une masse à mouler constituée de résine, de charges et d'adjuvants divers, renforcé par des fils de verre coupés. Cette masse est préparée dans un malaxeur. Le moulage se fait à chaud (130-150 °C) par injection (principalement) entre moule et contre moule en acier usiné. La pression (50 à 100 bars) de fermeture du moule entraîne le fluage de la matière préalablement dosée et le remplissage de l'empreinte. Le temps de durcissement très court permet un démoulage rapide. On utilise ce type de moulage pour une production en grandes séries, et pour des pièces de taille petite et moyenne, plus ou moins épaisses.

I.7.2.4 Moulage par compression de mat pré imprégné SMC

Le mat pré imprégné (Sheet Molding Compound) est une nappe de fils coupés ou continus, imprégné par un mélange de résine polyester, de charges et d'adjuvants spécifiques divers. Découpé en flans de masse et dimensions déterminées, le mat pré imprégné est moulé à chaud (140 à 160°C) par compression entre un moule et un contre moule en acier usiné.

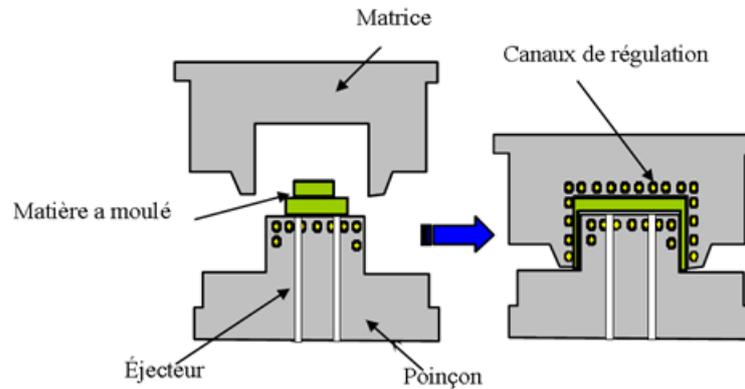


Figure I.15 : principe de moulage par compression. [6]

I.7.2.5 Moulage par enroulement filamentaire

Suivant le schéma ci-après, il peut être intégré dans une chaîne de fabrication en continu, et ainsi autoriser l'obtention de tubes de grande longueur. [21]. Pour des pièces de révolution à méridienne quelconque, l'enroulement est réalisé sur un mandrin de forme démontable, puis polymérisé en étuve ou en autoclave. Ce procédé est utilisé pour la fabrication de pièces devant résister aux pressions internes, (réservoirs, corps de propulseur etc.)

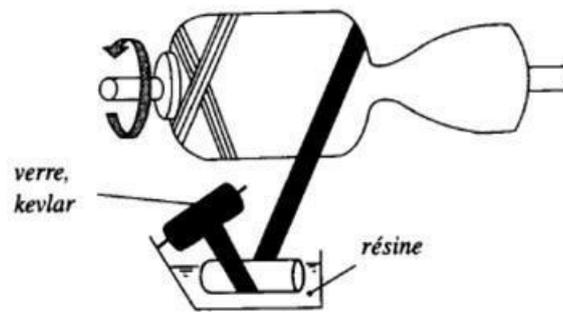


Figure I.16 : Enroulement filamentaire. [19]

Chapitre II

Comportement mécanique des tubes en matériaux composites

Introduction

Les champs des déformations et des contraintes dans un milieu sont liés par des lois appelées lois de comportement, caractérisant le comportement mécanique du milieu. Ces lois sont décrites par des axiomes qui permettent de rendre compte au mieux des phénomènes observés, Ces lois ont été appliquées à travers des expériences.

II.1 Généralité sur la loi de comportement élastique des matériaux [20, 21]

II.1.1 Tenseur des contraintes

En tout point M d'un milieu continu, l'état des contraintes est entièrement déterminé par la connaissance du tenseur des contraintes, noté $\sigma(M)$. Ce tenseur est un tenseur de rang 2, symétrique, représenté par la matrice :

$$(M) = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{bmatrix}, \quad (\text{II-1})$$

$$\sigma_{21} = \sigma_{12}, \quad \sigma_{31} = \sigma_{13}, \quad \sigma_{32} = \sigma_{23}$$

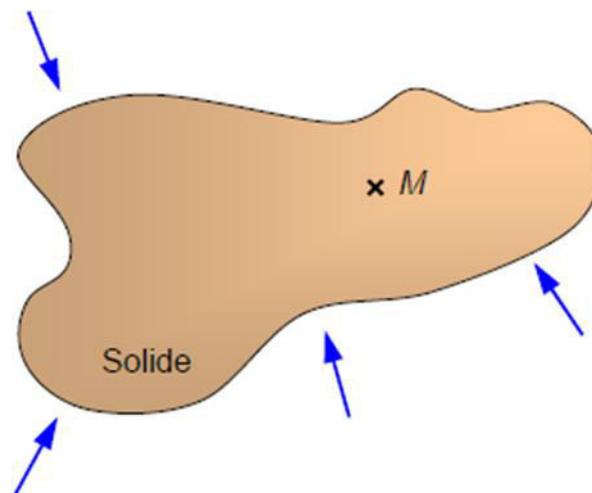


Figure II.1 : Solide soumis à un chargement mécanique. [20]

II.1.2 Tenseur des déformations

Comme dans le cas des contraintes, En tout point M d'un milieu continu, l'état des contraintes est entièrement déterminé par la connaissance du tenseur des contraintes, noté $\varepsilon(M)$, Ce tenseur s'écrit sous forme matricielle suivant :

$$\varepsilon(M) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{12} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} & \varepsilon_{23} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix}, \quad (\text{II-2})$$

II.1.3 Relation contrainte – déformation

II.1.3.1 Matrice de rigidité

La relation d'élasticité linéaire peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix}, \quad (\text{II-3})$$

Ou sous forme condensée :

$$\sigma = C\varepsilon \quad (\text{II-4})$$

Avec la nouvelle notion matricielle contractée suivante :

$$\sigma_{ij} = \sigma_\alpha, \varepsilon_{ij} = \varepsilon_\alpha \quad \alpha = i \text{ pour } i = j$$

$$\sigma_{ij} = \sigma_\beta, \varepsilon_{ij} = \varepsilon_\beta \quad \beta = 9 - i - j \text{ pour } i \neq j$$

Cette loi, généralement appelée loi de Hooke généralisée, introduit la matrice de rigidité C, symétrique. Le comportement linéaire d'un matériau est donc décrit dans le cas général à l'aide de 21 coefficients indépendants, ici les 21 constantes de rigidité C_{ij} .

II.1.3.2 Matrice de flexibilité ou souplesse

La relation d'élasticité (II. 3) peut être écrite sous la forme inverse, suivant :

$$\sigma = S\varepsilon \quad (\text{II-5})$$

En introduisant la matrice inverse de la matrice de rigidité. La matrice S est appelée matrice de flexibilité ou matrice de souplesse, et s'écrit dans le cas général :

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{14} & S_{24} & S_{34} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{15} & S_{25} & S_{35} & S_{45} & S_{55} & S_{56} \\ S_{16} & S_{26} & S_{36} & S_{46} & S_{56} & S_{66} \end{bmatrix}, \quad (\text{II-6})$$

Avec :

$$\mathbf{S} = \mathbf{C}^{-1} \quad (\text{II-7})$$

Les coefficients S_{ij} sont appelés constantes de flexibilité ou constantes de souplesse.

II.2 Comportement élastique d'une couche hors axes d'orthotropie

Le comportement élastique d'un matériau composite orthotrope, rapporté à ses axes principaux est décrit en introduisant soit sa part matrice de rigidité C_{ij}

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix}, \quad (\text{II-8})$$

Soit sa matrice de souplesse

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix}, \quad (\text{II-9})$$

Le comportement élastique d'un matériau composite orthotrope est donc caractérisé par 9 coefficients indépendants :

$$C_{11}, C_{12}, C_{13}, C_{22}, C_{23}, C_{33}, C_{44}, C_{55}, C_{66}$$

Ou

$$S_{11}, S_{12}, S_{13}, S_{22}, S_{23}, S_{33}, S_{44}, S_{55}, S_{66}$$

Où C ; est la matrice constitutive élastique du matériau dont les coefficients sont donnés par :

$$\begin{aligned} C_{11} &= E_1 \frac{1 - \vartheta_{23}\vartheta_{32}}{\Delta} \\ C_{12} &= E_2 \frac{1 - \vartheta_{12}\vartheta_{21}}{\Delta} \\ C_{22} &= E_2 \frac{1 - \vartheta_{13}\vartheta_{31}}{\Delta}, \\ C_{13} &= E_1 \frac{\vartheta_{31} - \vartheta_{21}\vartheta_{32}}{\Delta}, \quad C_{33} = E_3 \frac{1 - \vartheta_{12}\vartheta_{21}}{\Delta} \\ C_{44} &= G_{12}; C_{55} = G_{13}; C_{66} = G_{23} \\ \Delta &= 1 - \vartheta_{12}\vartheta_{21} - \vartheta_{23}\vartheta_{32} - \vartheta_{31}\vartheta_{13} - 2\vartheta_{21}\vartheta_{32}\vartheta_{13} \end{aligned} \quad (\text{II-10})$$

Dans ce cas, les relations d'élasticité sont explicitées à partir de la matrice de rigidité réduite Q du matériau :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 2Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix}, \\ Q_{11} &= \frac{E_1}{1 - \vartheta_{12}\vartheta_{21}} \\ Q_{22} &= \frac{E_2}{1 - \vartheta_{12}\vartheta_{21}} \\ Q_{66} &= G_{12}, \quad Q_{12} = \vartheta_{12} \frac{E_1}{1 - \vartheta_{12}\vartheta_{21}} \end{aligned} \quad (\text{II-11})$$

L'inversion de la matrice de rigidité nous donne :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 2S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} \quad (\text{II-12})$$

$$S_{11} = \frac{1}{E_1}; \quad S_{22} = \frac{1}{E_2}; \quad S_{12} = \frac{-\vartheta_{12}}{E_1} = \frac{-\vartheta_{12}}{E_2}; \quad S_{66} = \frac{1}{G_{12}} \quad (\text{II-13})$$

II.2.1 Lois des mélanges

Pour déterminer les caractéristiques mécaniques d'un composite, nous étudions un assemblage de géométrie donnée de deux phases (fibre et matrice) de caractéristiques mécaniques différentes, soumis à des sollicitations simples.

f : Indice pour les fibres. E_f, E_m : Module de Young.

m : Indice pour la matrice. G_f : Module de Coulomb (glissement).

ν_f, ν_m : Coefficient de Poisson. V_f, V_m : Teneur volumique des constituants.

Teneur en volume du renfort et de la matrice :

$$\text{Avec } V_f + V_m = 1 \quad (\text{II-15})$$

Module d'élasticité longitudinal

$$E_{11} = E_m V_m + E_f V_f \quad (\text{II-16})$$

$$\text{Module d'élasticité transversal : } E_{22} = \frac{E_m E_f}{E_f V_m + E_m V_f} \quad (\text{II-17})$$

$$\text{Coefficient de poisson : } \nu_{12} = \nu_m V_m + \nu_f V_f \quad (\text{II-18})$$

Module de cisaillement (ou de Coulomb) :

$$G_{12} = \frac{G_m G_f}{V_m G_f + V_f G_m} \quad (\text{II-19})$$

II.4.2 Caractérisation du matériau composite dans un repère quelconque :

II.4.2.2 Caractérisation élastique d'un pli orienté arbitrairement :

Les couches d'un matériau composite stratifié sont disposées à différents angles d'orientation. Ceci nécessite la détermination de leur caractéristique mécanique dans un repère quelconque (x, y) faisant un angle ' θ ' par rapport à un repère d'orthotrope (1, 2) (Fig. II. 4).

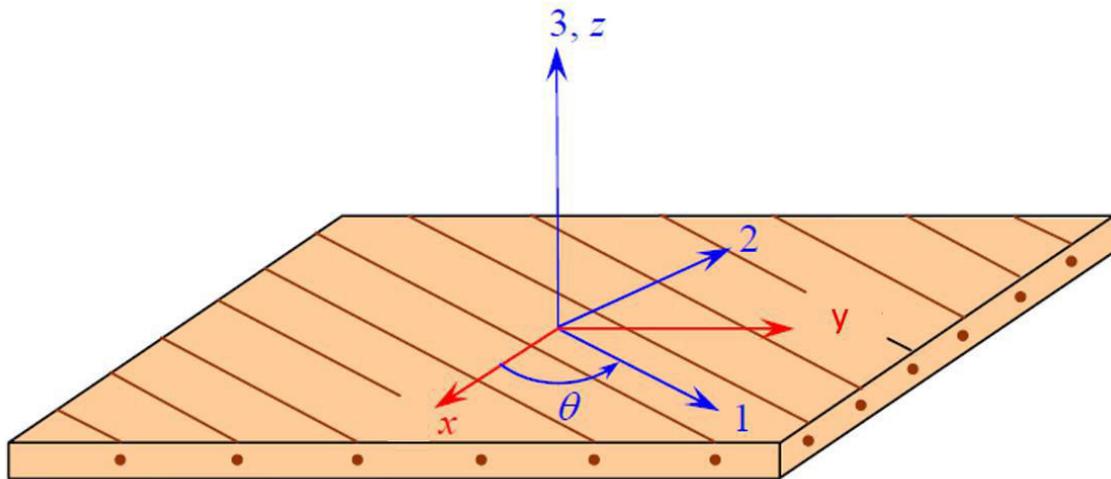


Figure II. 2 : Couche d'un matériau orthotrope. [20]

a) Changement de base :

Le vecteur contrainte $\{\sigma_{ij}\}_{xy}$ dans le repère (x, y) est exprimé en fonction du vecteur contrainte $\{\sigma_{ij}\}_{12}$ dans le repère d'orthotrope $(1, 2)$ par l'équation suivante :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = [T]^{-1} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{12} \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{12} \end{Bmatrix} [T] \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} \quad (\text{II-20})$$

Avec : $[T]$ est la matrice de transformation défini comme suit :

$$[T] = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & -2sc \\ s^2 & c^2 & 2sc \\ sc & -sc & c^2 - s^2 \end{bmatrix}, \quad [T]^{-1} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 2sc \\ s^2 & c^2 & -2sc \\ -sc & sc & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \quad (\text{II-21})$$

Avec $s = \sin \theta$ et $c\theta = \cos \theta$

Par analogies le vecteur de déformation exprimé sans le système (x, y) s'écrit :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} [T]^{-1} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{12} \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{12} \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{II-22})$$

La loi de comportement du pli composite est donnée par les relations suivantes :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 2Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{12} \end{Bmatrix} \quad (\text{II-23})$$

$$\text{Et} \quad \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} \quad (\text{II-24})$$

Par substitution successive des équations (II. 28) et (II. 25) dans (II. 27) on obtient :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = [T]^{-1}[Q][T] \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{12} \end{Bmatrix} \quad (\text{II-25})$$

Posant : $[Q]' = [T]^{-1}[Q][T]$

On introduit une matrice $[R] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ pour éliminer le $\frac{1}{2}$ de la matrice $[Q]$ et $[Q]'$

$$[Q]'[R] = [Q]' [Q] [R] [T] \quad (\text{II-26})$$

Finalement :

$$[Q]' = [T]^{-1} [T] [Q] [T] [R]^{-1} \quad (\text{II-27})$$

La loi de comportement devient :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = [Q]^{-1} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{12} \end{Bmatrix} \quad (\text{II-28})$$

$$Q'_{11} = Q_{11} \cos^4 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta$$

$$Q'_{12} = (Q_{12} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{12} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta)$$

$$Q'_{16} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta$$

$$Q'_{22} = Q_{11} \sin^4 \theta + Q_{22} \cos^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \quad (\text{II-29})$$

$$Q'_{26} = (Q_{11} - Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta$$

$$Q'_{66} = [Q_{11} + Q_{22} - 2(Q_{12} + Q_{66})] \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{66} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta)$$

II.3 Comportement élastique d'un composite stratifié

II.3.1 Théorie classique des stratifiés

Dans la théorie des stratifiés l'ensemble des couches constituées de fibres et de matrice est considéré comme un matériau homogène et anisotrope. Donc, des principes de la théorie d'élasticité et de la flexion des plaques sont applicables.

Dans notre présent travail, l'utilisation de la théorie des stratifiés se résume à la détermination des propriétés mécaniques de notre plaque.

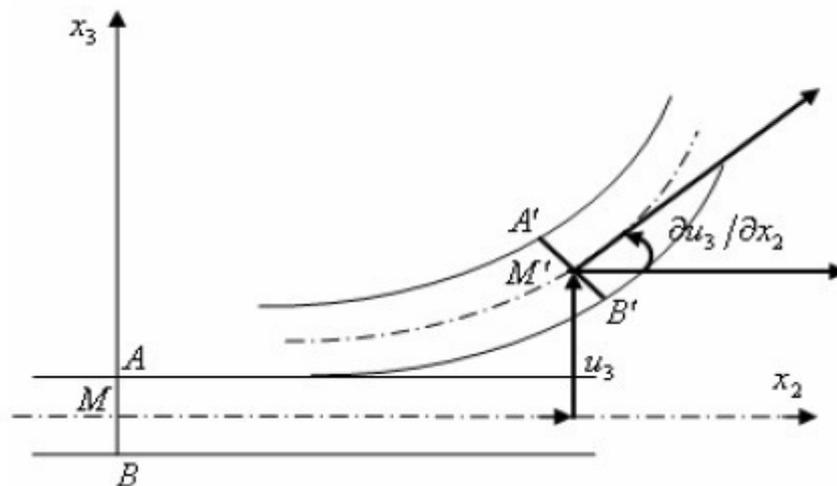


Figure II.3 : Déformée de la plaque dans le plan [2,3].

Le champ des déplacements en se basant sur la théorie classique des stratifiés, sous

La forme suivante : $u(x, y, z) = u_0(x, y, z) - z \frac{\partial \omega_0}{\partial x}(x, y)$

$$v(x, y, z) = v_0(x, y, z) - \frac{\partial \omega_0}{\partial y}(x, y) \quad (\text{II-30})$$

$$w(x, y, z) = w_0(x, y)$$

Le champ des déformations s'écrit :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial x} + z \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial x^2}$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v_0}{\partial y} + z \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial y^2}$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) - 2z \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial x \partial y} \quad (\text{II-31})$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial w_0}{\partial z} = 0$$

$$\gamma_{yz} = 2\varepsilon_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \gamma_{xz} = 2\varepsilon_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \quad (\text{II-32})$$

$$\gamma_{xy} = 2\varepsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x}$$

Dans la théorie classique des stratifiés, on émet une hypothèse supplémentaire qui consiste à négliger le cisaillement transverse et à considérer, dans ce cas, les déformations en cisaillement transverse nulles, soit :

$$\gamma_{xy} = 0 \quad \text{et} \quad \gamma_{yz} = 0$$

Finalement, le champ des déformations s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \varepsilon_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (\text{II-33})$$

Ou sous forme abrégée :

$$\varepsilon(M) = \varepsilon(x, y, z) = \varepsilon_m + zk(x, y, z) \quad (\text{II-34})$$

Avec : $\varepsilon_m(x, y)$ déformation en membrane

$k(x, y)$ déformation en flexion et torsion

Le champ des contraintes au point M est donc de la forme :

$$\sigma(M) = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (\text{II-35})$$

Le champ des contraintes se réduit aux seules contraintes en membrane : $\sigma_{xx} \sigma_{yy} \sigma_{xy}$

Le champ des résultantes en membrane, noté $N(x, y)$ est défini par :

$$N(x, y) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_k(M) dz \quad (\text{II-36})$$

Ou : $\sigma(M)$: Est la matrice des contraintes dans la couche k s'expriment soit

$$N(x, y) = \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} dz \quad (\text{II-37})$$

N_x, N_y, N_{xy} : Sont respectivement les résultantes, par unité de longueur, des contraintes normales suivant les axes x et y et des contraintes de cisaillements, dans le plan (x, y), elles sont schématisées symboliquement à la figure (II.3)

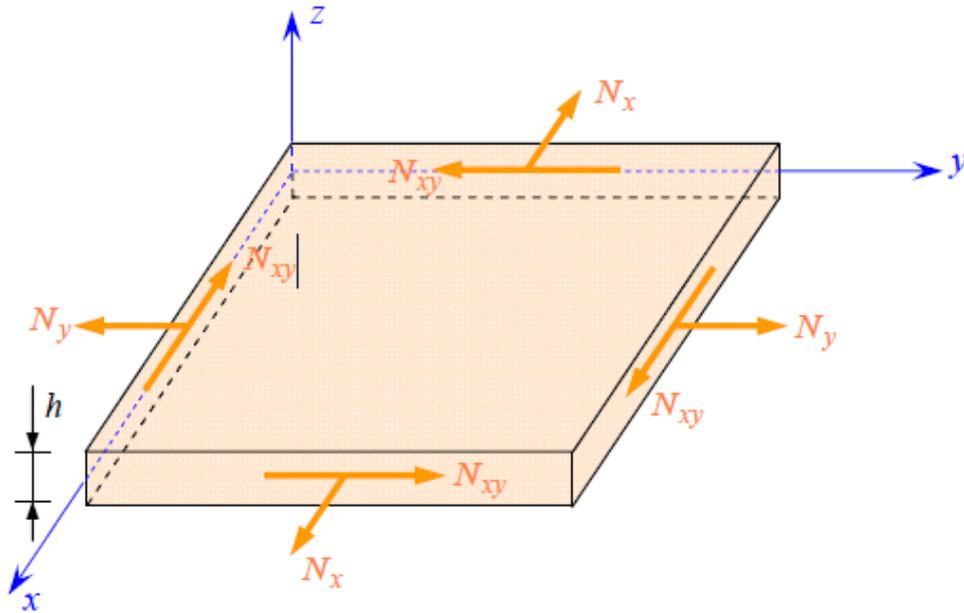


Figure II.4 : Schématisation des résultantes en membrane des actions exercées sur un élément de stratifié. [20]

La discontinuité des contraintes en passant d'une couche à l'autre conduit à réécrire la relation (II.13) sous la forme :

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} \quad (\text{II-38})$$

Ou en définitive sous la forme :

$$N(x, y) = A \varepsilon_m(x, y) + Bk(x, y)$$

Avec

$$A = [A_{ij}] = \sum_{k=1}^n (h_k - h_{k-1}) (Q'_{ij})_k \quad (\text{II-39})$$

$$B = [B_{ij}] = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (h_k - h_{k-1}) (Q'_{ij})_k \quad (\text{II-40})$$

N : Résultantes en membrane

A : La matrice de rigidité en membrane.

B : La matrice de couplage membrane-flexion-torsion.

Les moments de flexion et de torsion sont définis par :

$$N(x, y) \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} z \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} dz \quad (\text{II-41})$$

M_x et M_y : sont les moments de flexion et M_{xy} le moment de torsion. Ils sont schématisés à la figure (II.4).

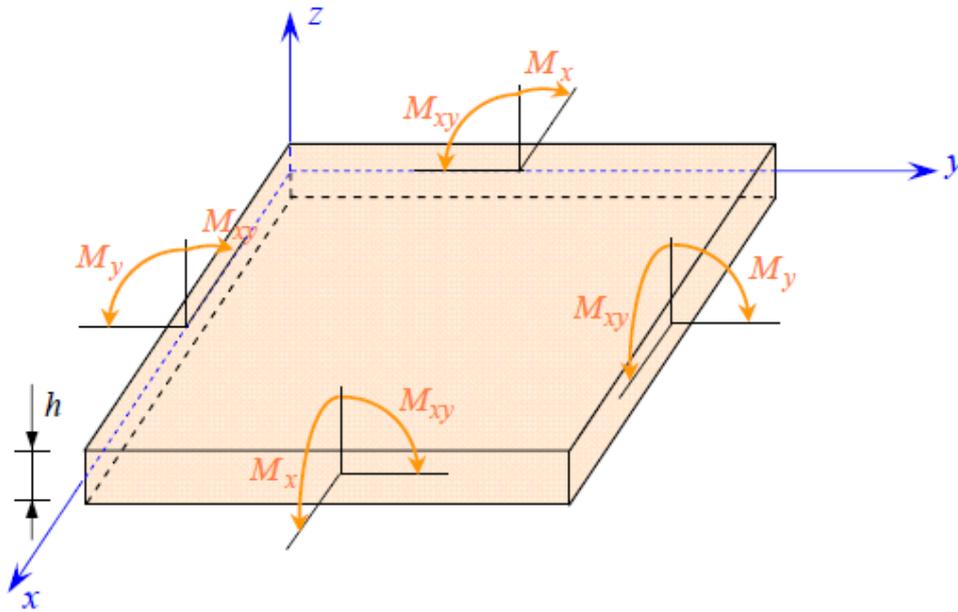


Figure II.5 : Schématisation des moments de flexion et de torsion. [20]

- Le champ des moments de flexion et de torsion sous la forme suivante :

$$M_f(x, y) = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} [zQ'_k \varepsilon_m(x, y) + z^2 Q'_k k(x, y)] dz \quad (\text{II-42})$$

Ou

$$M_f(x, y) = B\varepsilon_m(x, y) + Dk(x, y) \quad (\text{II-43})$$

Avec :

$$D = [D_{ij}] = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (h_k - h_{k-1}) (Q'_{ij})_k \quad (\text{II-44})$$

M_f : Moments de flexion et de torsion

D : La matrice de rigidité en flexion.

II.2.2 Equation du Comportement d'un composite stratifié

II.2.2.1 L'équation constitutive

L'équation constitutive d'une plaque stratifiée exprime les résultantes et moment en fonction des déformations en membrane et des courbures.

$$\begin{bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \\ M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_{xx}^0 \\ \gamma_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (\text{II-45})$$

Cette équation constitutive peut également être écrite sous forme contractée suivant :

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_m \\ k \end{bmatrix} \quad (\text{II-46})$$

Les termes des matrices **A**, **B** et **D** peuvent être également exprimés en fonction de

L'épaisseur e_k et la cote du centre de la couche k sous la forme :

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n (Q'_{ij})_k e_k$$

$$B_{ij} = \sum_{k=1}^n (Q'_{ij})_k e_k z_k e_k = h_k - h_{k-1}$$

$$D_{ij} = \sum_{k=1}^n (Q'_{ij})_k (e_k z^2 + \frac{e_k^3}{12}) z_k = \frac{h_k + h_{k-1}}{2}$$

II.2.2.2 Matrice de rigidité

La matrice intervenant dans l'expression (II.29) est la matrice de rigidité du stratifié, décrivant le comportement élastique macroscopique du stratifié au point $M_0(x, y)M(x, y, 0)$.

La matrice **A** est la matrice de rigidité en membrane, **D** est la matrice de rigidité en flexion et **B** la matrice de couplage membrane-flexion-torsion. Ce couplage existe même si les matériaux des couches sont isotropes. Il résulte de la structure en couches de matériaux de caractéristiques mécaniques différentes. Le couplage est nul (**B** = **0**), seulement dans le cas où le stratifié est symétrique.

La symétrie implique une symétrie de propriétés des couches, de leurs côtes et de leurs orientations.

Divers couplages sont observés et mis en évidence. Le couplage torsion cisaillement provient des termes A_{16} et A_{26} . Le couplage membrane-flexion résulte des termes B_{11} , B_{12} et B_{13} alors que le couplage membrane-torsion résulte des termes B_{13} et B_{26} . Enfin, le couplage flexion-torsion résulte des coefficients D_{16} et D_{26} .

II.4 Loi de comportement pour du tube

Les propriétés élastiques de ce type de matériaux sont : E_x module longitudinale dans le sens fibres, E_y et E_z sont des modules transversales dans les directions des axes y, z respectivement G_{xy} , G_{xz} , G_{yz} module de cisaillement, ν_{zy} , ν_{zy} sont des coefficients de Poisson dans le plan x-z et x-y respectivement. γ_{xy} : est déformation de cisaillement de le plan x-y.

La direction des fibres pour un composite unidirectionnel est similaire dans les directions Y et Z les caractéristiques matériaux sont en conséquence équivalents dans les plans Y et Z.

$$E_y = E_z \quad , \quad G_{xy} = G_{xz} \quad (II-47)$$

$$\text{Et} \quad G_{xx} = \frac{E_y}{2(1+\nu_{xy})} \quad (II-48)$$

La conversion des constantes d'ingénierie en éléments de matrice est obtenue à partir de

$$\begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} & C_{xz} \\ C_{yy} & C_{yz} & \\ sym & & C_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & \frac{-\nu_{yx}}{E_x} & \frac{-\nu_{yx}}{E_x} \\ \frac{1}{E_y} & \frac{-\nu_{zy}}{E_y} & \\ sym & & \frac{1}{E_z} \end{bmatrix} \quad (II-49)$$

La transformation des tenseurs des contrainte et des déformations du système de coordonnées cartésiennes au système des coordonnées cylindriques est donnée par :

$$[\varepsilon]_{xy} = [T_\varepsilon][\varepsilon]_{cycl} \quad (II-50)$$

$$[\sigma]_{xy} = [T_\sigma][\sigma]_{cycl} \quad (II-51)$$

On remplace les contraintes et les déformations dans la loi de comportement :

$$[\sigma]_{xy} [C] [\varepsilon]_{xy}$$

$$\text{On a : } [T_\sigma] [\sigma]_{cycl} = [C] [T_\varepsilon] [\varepsilon]_{cycl}$$

$$[\sigma]_{cycl} = [T_\sigma^{-1}] [C] [T_\varepsilon] [\varepsilon]_{cycl} \quad (\text{II-52})$$

On pose :

$$[\sigma]_{cycl} = [\bar{C}] [\varepsilon]_{cycl}$$

La matrice de rigidité dans le système des coordonnées cylindriques sera donc :

$$[T_\sigma] = [T_\sigma]^{-1} [C] [T_\varepsilon] \quad (\text{II-53})$$

Où T_σ et T_ε sont des matrices du changement de base de la contrainte et la déformation,

Respectivement, et sont exprimées comme suit :

$$[T_\sigma] = \begin{bmatrix} m^2 n^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2mn \\ n^2 m^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2mn \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m & n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & n & m & 0 \\ -mn & mn & 0 & 0 & 0 & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \quad (\text{II-54})$$

$$[T_\varepsilon] = \begin{bmatrix} m^2 n^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & mn \\ n^2 m^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -mn \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m & -n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & n & m & 0 \\ -2mn & 2mn & 0 & 0 & 0 & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \quad (\text{II-55})$$

Les constantes de rigidité de l'axe dans Equation (III-2), $\{\bar{C}_{ij}^{(k)}\}$ peut être calculé à partir des constantes de rigidité sur l'axe, $\{C_{ij}^{(k)}\}$ en utilisant une matrice de transformation de rigidité $[A_{ij}]$ écrite comme : $\{\bar{C}_{ij}^{(k)}\} = [A_{ij}] \{C_{ij}^{(k)}\}$ (II-56)

Ou :

$$\{\bar{C}_{ij}^{(k)}\} = \{\bar{C}_{11}^{(k)}, \bar{C}_{12}^{(k)}, \bar{C}_{13}^{(k)}, \bar{C}_{16}^{(k)}, \bar{C}_{22}^{(k)}, \bar{C}_{23}^{(k)}, \bar{C}_{26}^{(k)}, \bar{C}_{33}^{(k)}, \bar{C}_{36}^{(k)}, \bar{C}_{44}^{(k)}, \bar{C}_{45}^{(k)}, \bar{C}_{55}^{(k)}, \bar{C}_{66}^{(k)}\}^T$$

(II-57)

$$\{C_{ij}^{(k)}\} = \{C_{xx}^{(k)}, C_{yy}^{(k)}, C_{zz}^{(k)}, C_{xy}^{(k)}, C_{xz}^{(k)}, C_{yx}^{(k)}, G_{xx}^{(k)}, G_{yy}^{(k)}, G_{zz}^{(k)}\}^T \quad (\text{II-58})$$

La matrice de transformation de raideur $[A_{ij}]$ pour le système de coordonnées entre

l'axe dans l'axe et l'axe cylindrique représenté sur la fig. 2 est donné par :

$[A_{ij}] =$

$$\begin{pmatrix} m^4 & m^4 & 0 & 2m^2n^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4m^2n^2 \\ m^2n^2 & m^2n^2 & 0 & m^4 + n^4 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4m^2n^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ m^3n & -mn^3 & 0 & -m^3n + mn^3 & m^2 & n^2 & 0 & 0 & -2m^3n + 2mn^3 \\ n^4 & n^4 & 0 & 2m^2n^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4m^2n^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2m^3n - 2mn^3 \\ mn^3 & -mn^3 & 0 & mn^3 - mn^3 & n^2 & m^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & mn & -mn & m^2 & n^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -mn & mn & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & n^2 & m^2 & 0 \\ m^2n^2 & m^2n^2 & 0 & -m^2n^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & (m^2 - n^2)^2 \end{pmatrix}$$

(II-59)

Oum = cos ϕ et n = sin ϕ

ϕ : est l'angle cylindrique entre direction des fibres (repère matériel) et l'axe du tube (repère cylindrique).

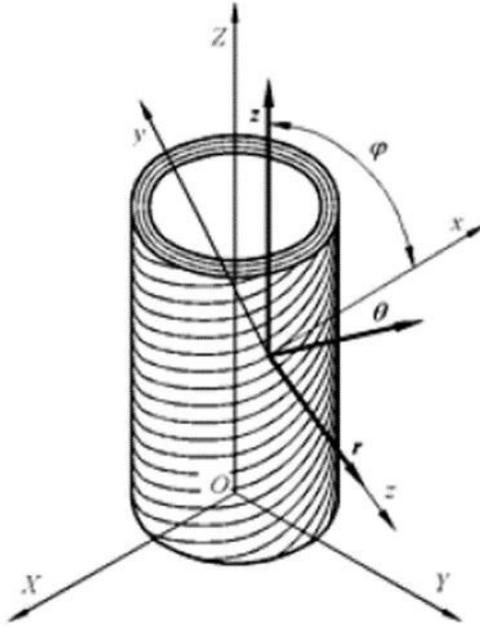


Figure II.5 : Relations entre système les coordonnées cylindrique et système les coordonnées de références du composite. [22]

Chapitre III

Comportement mécanique du tube sous pression

Introduction

L'étude du comportement mécanique d'un tube en matériau composite passe par la détermination du champ de déplacement et de déformation et de contrainte en tout point du tube. Dans ce chapitre on va présenter la modélisation analytique pour prédire le comportement mécanique des tubes en matériaux composites soumis à la pression intérieure. Dans un premier temps, on pose l'analyse des déplacements, des contraintes et des déformations et les conditions limites d'application du modèle. En fin l'optimisation de la configuration de tube. L'optimisation de l'angle d'orientation optimal sera basée sur la minimisation de la déformation axiale ε_0 .

III.1. Analyse des déplacements et des déformations et des contraintes

On considère un tube cylindrique composite stratifié soumis à une charge de pression interne (Fig. III-1). On note r la coordonnée radiale et θ la coordonnée transversale (Circumférentielle), et z la coordonnée axiale. Lorsque les tubes sont soumis la charge axisymétrique ($\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$), les contraintes et les déformations sont indépendantes de θ . De plus, les déplacements radiaux et axiaux ne dépendent pas des directions axiales (z) et radiales (r). [23]

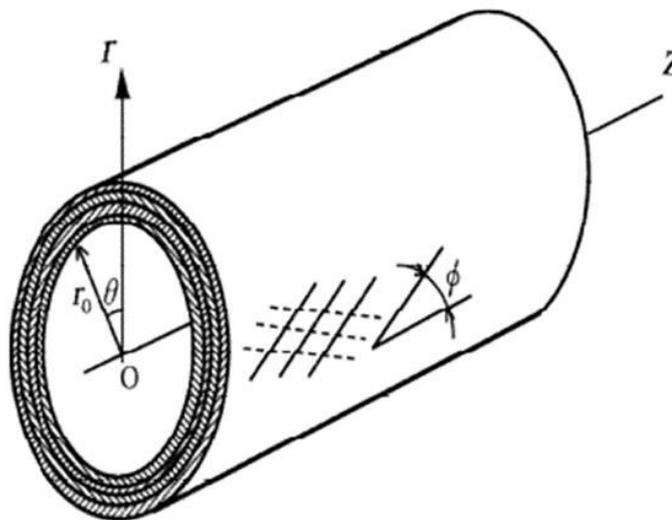


Figure III.1 : Tube en matériaux composites.

Par ailleurs les déplacements radiaux et axiaux ne dépendent respectivement que de r et de z . dès lors le champ déplacement peut s'écrire la forme suivant :

$$U_r = U_r(r) \quad U_\theta = U_\theta(r, z) \quad U_z = U_z(z) \quad (\text{III-1})$$

u_r , u_θ et u_z sont des déplacements radial, circonférentiel et axial respectivement.

Dans le contexte d'un chargement uniforme, les relations déformations -déplacements pour le tube constitué de k couches, peuvent s'écrire pour la couche (k) :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_z \\ \sigma_\theta \\ \sigma_r \\ \tau_{\theta r} \\ \tau_{zr} \\ \tau_{z\theta} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \bar{C}_{11} & \bar{C}_{12} & \bar{C}_{13} & 0 & 0 & \bar{C}_{16} \\ \bar{C}_{12} & \bar{C}_{22} & \bar{C}_{23} & 0 & 0 & \bar{C}_{26} \\ \bar{C}_{13} & \bar{C}_{23} & \bar{C}_{33} & 0 & 0 & \bar{C}_{36} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{C}_{44} & \bar{C}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{C}_{45} & \bar{C}_{55} & 0 \\ \bar{C}_{16} & \bar{C}_{26} & \bar{C}_{36} & 0 & 0 & \bar{C}_{66} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_z \\ \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_r \\ \gamma_{\theta r} \\ \gamma_{zr} \\ \gamma_{\theta z} \end{Bmatrix}^{(k)} \quad (\text{III-2})$$

Où le tenseur de déformation

$$\varepsilon = \frac{1}{2} (\text{grad} \vec{U} + \text{grad}^t \vec{U}) \quad (\text{III-3})$$

Dans le système des coordonnées cylindriques les relations déformation-déplacement s'écrivent :

$$\varepsilon_r^{(k)} = \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial r}, \quad \varepsilon_\theta^{(k)} = \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{u_r^{(k)}}{r}, \quad \varepsilon_z^{(k)} = \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial z} \quad (\text{III-3a})$$

$$\gamma_{z\theta}^{(k)} = \frac{1}{r} \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial z}, \quad \gamma_{zr}^{(k)} = \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial r} + \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial z}$$

$$\gamma_{\theta r}^{(k)} = \frac{1}{r} \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial \theta} + r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u_\theta^{(k)}}{r} \right), \quad (\text{III-3b})$$

En substituant eq. (III-1) en équations. (III-3a) - (III-4c) donne les formes simplifiées suivantes :

Les déplacements de contrainte sont réécrits comme :

$$\varepsilon_r^{(k)} = \frac{du_r^{(k)}}{dr} \quad \varepsilon_\theta^{(k)} = \frac{u_r^{(k)}}{r} \quad \varepsilon_z^{(k)} = \frac{du_z^{(k)}}{dz} = \varepsilon_0 \quad (\text{III-4a})$$

$$\gamma_{zr}^{(k)} = 0 \quad \gamma_{\theta r}^{(k)} = \frac{du_\theta^{(k)}}{dr} - \frac{u_\theta^{(k)}}{r} \quad \gamma_{z\theta}^{(k)} = \frac{du_\theta^{(k)}}{dz} = \gamma_0 r \quad (\text{III-4b})$$

Où γ_0 est l'interprétation physique de la torsion de tube par unité de longueur.

Les déformations axiales de toutes les couches sont constantes et égales à ε_0 .

Les équations d'équilibre s'écrivent en forme vectorielle :

$$\overrightarrow{div} \Sigma + \vec{f} = 0 \quad (\text{III-5})$$

En négligeant les forces de volume et projetant sur les trois axes, elles deviennent :

$$\frac{\partial \sigma_r^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta r}^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{zr}^{(k)}}{\partial z} + \frac{\sigma_r^{(k)} - \sigma_\theta^{(k)}}{r} = 0, \quad (\text{III-6a})$$

$$\frac{\partial \tau_{\theta r}^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{z\theta}^{(k)}}{\partial z} + \frac{2\tau_{\theta r}^{(k)}}{r} = 0, \quad (\text{III-6b})$$

$$\frac{\partial \tau_{zr}^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{z\theta}^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_z^{(k)}}{\partial z} + \frac{\tau_{zr}^{(k)}}{r} = 0, \quad (\text{III-6c})$$

En tenant compte du cas du cylindre, les équations d'équilibre seront :

$$\frac{d\sigma_r^{(k)}}{dr} + \frac{\sigma_r^{(k)} - \sigma_\theta^{(k)}}{r} = 0, \quad (\text{III-7a})$$

$$\frac{d\tau_{\theta r}^{(k)}}{dr} + \frac{2\tau_{\theta r}^{(k)}}{r} = 0, \quad (\text{III-7b})$$

$$\frac{d\tau_{zr}^{(k)}}{dr} + \frac{\tau_{zr}^{(k)}}{r} = 0, \quad (\text{III-7c})$$

A partir des équations (III-7b) et (III-7c), on peut réduire les expressions suivantes :

$$\tau_{\theta r}^{(k)} = \frac{A^{(k)}}{r^2} \quad ; \quad \tau_{zr}^{(k)} = \frac{B^{(k)}}{r}. \quad (\text{III-8})$$

Où $A^{(k)}$ et $B^{(k)}$ sont des constantes d'intégration inconnues.

En substituant la relation contrainte-déformation de l'équation (III-2) en équations (III-7a) et (III-8), et en utilisant les équations (III-4a), (III-4b), nous obtenons les équations différentielles suivantes :

$$\frac{d^2 u_r^{(k)}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du_r^{(k)}}{dr} - \frac{\bar{C}_{22}^{(k)} / \bar{C}_{23}^{(k)}}{r^2} u_r^{(k)} = \frac{\bar{C}_{12}^{(k)} - \bar{C}_{13}^{(k)}}{\bar{C}_{33}^{(k)}} \frac{\varepsilon_0}{r} + \frac{\bar{C}_{26}^{(k)} - \bar{C}_{36}^{(k)}}{\bar{C}_{33}^{(k)}}, \quad (\text{III-9a})$$

$$\frac{du_\theta^{(k)}}{dr} - \frac{u_\theta^{(k)}}{r} = \frac{-\bar{C}_{55}^{(k)}}{\bar{C}_{45}^{(k)^2} - \bar{C}_{44}^{(k)} \bar{C}_{55}^{(k)}} \frac{A^{(k)}}{r^2} + \frac{\bar{C}_{45}^{(k)}}{\bar{C}_{45}^{(k)^2} - \bar{C}_{44}^{(k)} \bar{C}_{55}^{(k)}} \frac{B^{(k)}}{r}, \quad (\text{III-9b})$$

Pour la résolution de l'équation (III-9a), les conditions suivantes sont mathématiquement nécessaires et qui sont satisfaites pour les matériaux orthotropes utilisés dans cette étude :

$$\bar{C}_{22}^{(k)} \bar{C}_{33}^{(k)} > 0 \text{ et } \bar{C}_{22}^{(k)} \bar{C}_{33}^{(k)} \neq 1 \quad (\text{III-10})$$

Quand $B^{(k)} = \sqrt{\frac{\bar{C}_{22}^{(k)}}{\bar{C}_{33}^{(k)}}}$, La solution pour l'équation (III-9a) peut être donnée en :

$$u_r^{(k)} = D^{(k)} r^{\beta^{(k)}} E^{(k)} r^{-\beta^{(k)}} + \alpha_1^{(k)} \varepsilon_0 r + \alpha_2^{(k)} \gamma_0 r^2 \quad (\text{III-11a})$$

Avec :

$$\alpha_1^{(k)} = \frac{\bar{C}_{12}^{(k)} - \bar{C}_{13}^{(k)}}{\bar{C}_{33}^{(k)} - \bar{C}_{22}^{(k)}} \quad (\text{III-11b})$$

$$\alpha_2^{(k)} = \frac{\bar{C}_{26}^{(k)} - 2\bar{C}_{36}^{(k)}}{4\bar{C}_{33}^{(k)} - \bar{C}_{22}^{(k)}} \quad (\text{III-11c})$$

Où $D^{(k)}, E^{(k)}$ sont les constantes d'intégration qui doivent être déterminées en utilisant les conditions aux limites.

III.2 Conditions aux limites

Toutes les constantes d'intégration inconnues dans équations (III-9a), (III-9b) peuvent être déterminées en substituant ces équations aux conditions aux limites et en résolvant les équations algébriques.

La contrainte normale sur la surface interne (couche 1) est due à la pression p_0 et elle est nulle sur la surface extérieure (couche n). Les conditions aux limites sont écrites comme suit :

$$\sigma_r^{(k)}(r_0) = -p_0, \quad (\text{III-12a})$$

$$\sigma_r^{(k)}(r_a) = 0,$$

$$\tau_{\theta r}^{(k)}(r_0) = \tau_{zr}^{(k)}(r_0) = 0, \quad (\text{III-12b})$$

$$\tau_{\theta r}^{(k)}(r_a) = \tau_{zr}^{(k)}(r_a) = 0,$$

Où r_0 et r_a sont les rayons interne et externe, respectivement.

En supposant que les interfaces entre les différentes couches stratifiées soient parfaitement liées, les conditions de continuité des déplacements et des contraintes dans les interfaces conduisent pour l'interface de rayon r_k aux relations suivantes :

$$u_r^{(k)}(r_k) = u_r^{(k+1)}(r_k) \quad (\text{III-13a})$$

$$u_\theta^{(k)}(r_k) = u_\theta^{(k+1)}(r_k)$$

$$\sigma_r^{(k)}(r_k) = \sigma_r^{(k+1)}(r_k) \quad (\text{III-13b})$$

$$\tau_{zr}^{(k)}(r_k) = \tau_{zr}^{(k+1)}(r_k)$$

$$\tau_{\theta r}^{(k)}(r_k) = \tau_{\theta r}^{(k+1)}(r_k)$$

La condition d'équilibre des forces axiales dues à la pression interne pour un cylindre avec des extrémités fermées.

$$2\pi \sum_{k=1}^n \int_{r_{k-1}}^{r_k} \sigma_z^{(k)}(r) r dr = \pi r_0^2 p_0 \quad (\text{III-14a})$$

La condition de torsion nulle donne les équations suivantes :

$$2\pi \sum_{k=1}^n \int_{r_{k-1}}^{r_k} \tau_{z\theta}^{(k)}(r) r^2 dr = 0 \quad (\text{III-14b})$$

La substitution des équations (III-12b) et (III-13b) dans l'équation (III-8), nous permet d'écrire que les constantes d'intégration $A^{(k)}$ et $B^{(k)}$ sont nulles.

$$A^{(k)} = B^{(k)} = 0$$

Par conséquent, le déplacement transversal sera alors :

$$u_\theta^{(k)} = \gamma_0 r z \quad (\text{III-15})$$

Pour les tubes composites à couches N, il existe $2N + 2$ constantes d'intégration inconnues, à savoir $A^{(k)}, B^{(k)}$ ($k = 1, 2, \dots, N$), et γ_0, ε_0 .

Les relations (III-15) permettent de donner $2(N-1)$ équations, tandis que les relations (III-1) et (III-14b) donneront quatre équations supplémentaires. Au total, nous aurons un système de $2N+2$ équations à $2N+2$ inconnues. Pour un tube à quatre couches stratifiées

($n = 4$), les constantes d'intégration peuvent être obtenues à partir de la résolution du système d'équations suivant :

$$[A] \begin{Bmatrix} D^{(1)} \\ D^{(2)} \\ D^{(3)} \\ D^{(4)} \\ E^{(1)} \\ E^{(2)} \\ E^{(3)} \\ E^{(4)} \\ \varepsilon_0 \\ \gamma_0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -p_0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ r_0^2 p_0 / 2 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{III-16})$$

Avec [A] :

$$\begin{bmatrix} d_{11} & 0 & 0 & 0 & e_{11} & 0 & 0 & 0 & a_{11} & a_{12} \\ d_{21} & d_{22} & 0 & 0 & e_{21} & e_{22} & 0 & 0 & a_{21} & a_{22} \\ 0 & d_{32} & d_{33} & 0 & 0 & e_{32} & e_{33} & 0 & a_{31} & a_{32} \\ 0 & 0 & d_{43} & d_{44} & 0 & 0 & e_{43} & e_{44} & a_{41} & a_{42} \\ d_{51} & d_{52} & 0 & 0 & e_{51} & e_{52} & 0 & 0 & a_{51} & a_{52} \\ 0 & d_{62} & d_{63} & 0 & 0 & e_{62} & e_{63} & 0 & e_{61} & e_{62} \\ 0 & 0 & d_{73} & d_{74} & 0 & 0 & e_{73} & e_{74} & a_{71} & a_{72} \\ 0 & 0 & 0 & d_{82} & 0 & 0 & 0 & e_{84} & a_{81} & a_{82} \\ d_{91} & d_{92} & d_{93} & d_{94} & e_{91} & e_{92} & e_{93} & e_{94} & a_{91} & a_{92} \\ d_{01} & d_{02} & d_{03} & d_{04} & e_{01} & e_{02} & e_{03} & e_{04} & a_{01} & a_{02} \end{bmatrix} \quad (\text{III-17})$$

Où les paramètres d_{ij} , e_{ij} et a_{ij} sont donnés en annexe A. Une fois leurs valeurs déterminées, les contraintes, déformations et déplacements sont ainsi obtenus à partir des équations. (III-2), (III-4a), (III-4b), (III-11a), et (III-15), respectivement.

La résolution de l'équation (III-16) est effectuée après la détermination de l'inverse de la matrice [A] de la manière suivante :

$$\begin{Bmatrix} D^{(1)} \\ D^{(2)} \\ D^{(3)} \\ D^{(4)} \\ E^{(1)} \\ E^{(2)} \\ E^{(3)} \\ E^{(4)} \\ \varepsilon_0 \\ \gamma_0 \end{Bmatrix} = [A]^{-1} \begin{Bmatrix} -p_0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{r_0^2 p_0}{2} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{III-18})$$

III.3 Optimisation de l'angle d'orientation

L'un des facteurs utiles pour trouver l'angle d'orientation optimal dans le tube est ε_0 et φ . Où ε_0 est la déformation axiale moyenne à la valeur 0 et φ est l'angle d'orientation.

En utilisant le graphique de la déformation axiale moyenne en fonction l'angle d'orientation, nous trouvons l'angle optimal qui correspond a valeur minimale de ε_0

Chapitre IV

Programmation et Résultats

Introduction

Le programme réalisé dans le cadre de ce projet, permet de calculer le déplacement, les déformations et les contraintes dans l'épaisseur du tube en matériaux composites sous l'influence des pressions internes. Les déformations axiales obtenues permettent de trouver l'angle d'orientation optimal. Les modèles analytiques utilisés au troisième chapitre sont programmés à l'aide de l'outil de calcul MATLAB.

IV.1 Paramètres d'entrée

Les caractéristiques géométriques du tube :

- rayon intérieur du tube (r_i [mm]).
- l'épaisseur du tube (e [mm]).
- le nombre de couches (n).

- la configuration : $[+\varphi \ /-\varphi \ /+\varphi \ /-\varphi]$

L'angle d'orientation pour chaque couche (φ [°]).

Les caractéristiques du matériau :

- les modules d'Young (E_x, E_y, E_z [MPa]).
- les coefficients de Poisson (ν_{xy}, ν_{yz}).
- les modules de cisaillement (G_{xy}, G_{xz}).

Les charges appliquées :

- pression intérieure (P_i [MPa]).

IV.2 Paramètres de sortie

- Le déplacement radial dans l'épaisseur du tube (U_r).
- Le déplacement radial moyenne dans l'angle d'orientation du tube (U_r).
- Les déformations dans l'épaisseur du tube.
 - La déformation axiale ε_z .
 - La déformation axiale moyenne dans l'angle d'orientation du tube.

- Les contraintes dans l'épaisseur du tube.

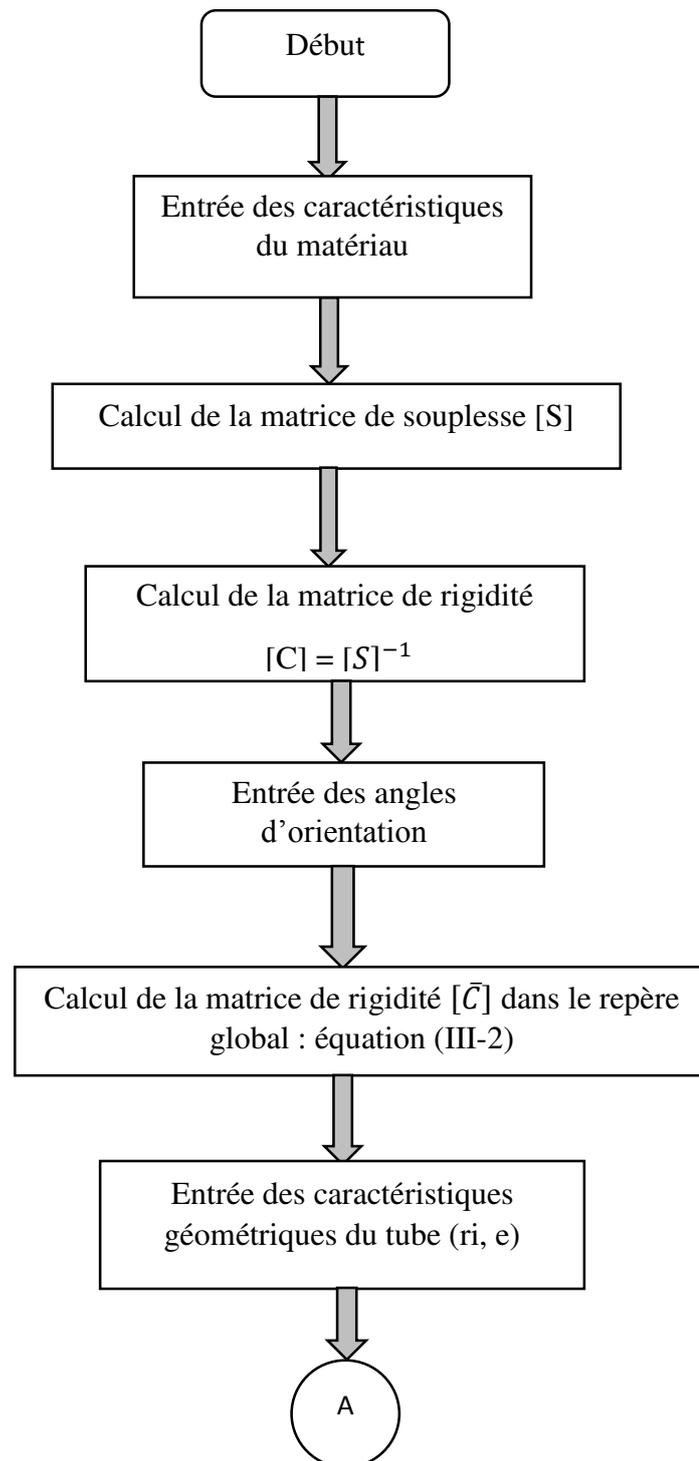
-La contrainte radiale σ_r .

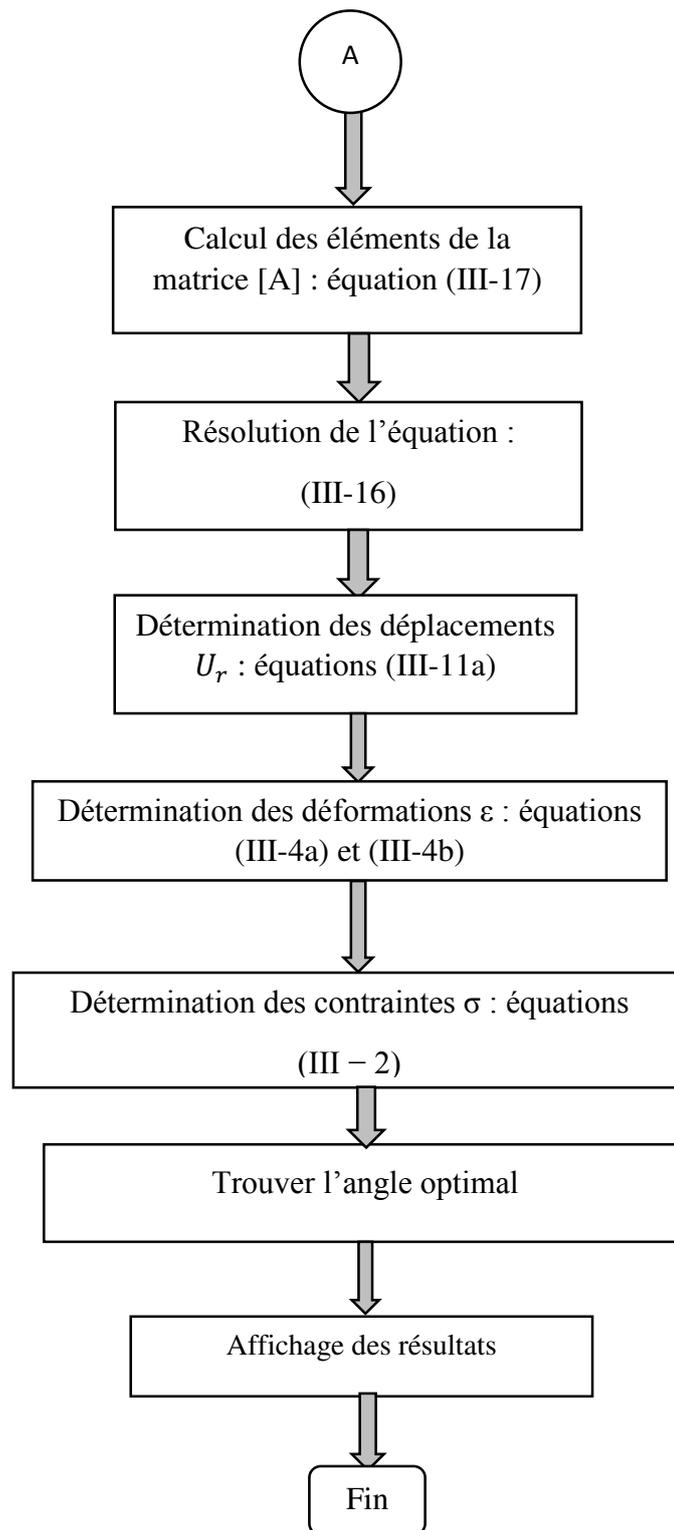
-la contrainte axiale σ_z .

-l'angle d'orientation optimal.

IV.3 Organigramme

L'organigramme de ce programme est présenté comme suit :



**Figure IV.1** : Organigramme

IV.4 Cas d'application [23], [24]

IV.4.1 Les données

$r_i = 50 \text{ mm}$; $e = 0.5 \text{ mm}$.

$P_i = 10 \text{ MPa}$.

$N=4$

$E_x = 141600 \text{ MPa}$; $E_y = 10700 \text{ MPa}$; $E_z = 10700 \text{ MPa}$.

$G_{xy} = 3880 \text{ MPa}$; $G_{xz} = 3880 \text{ MPa}$.

$\nu_{xy} = 0.268$; $\nu_{zx} = 0.495$.

Configuration : $[+\varphi \ /-\varphi \ /+\varphi \ /-\varphi]$ avec $\varphi = [10 \ 20 \ 30 \ 40 \ 50 \ 60 \ 70 \ 80 \ 90]$

IV.4.2 Comportement mécanique du tube

Les résultats

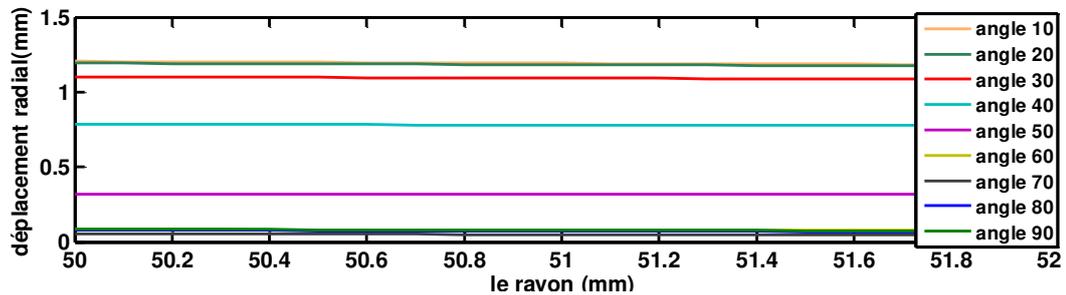


Figure IV.2 : Variation du déplacement radial à travers l'épaisseur du tube pour différents angles d'orientation.

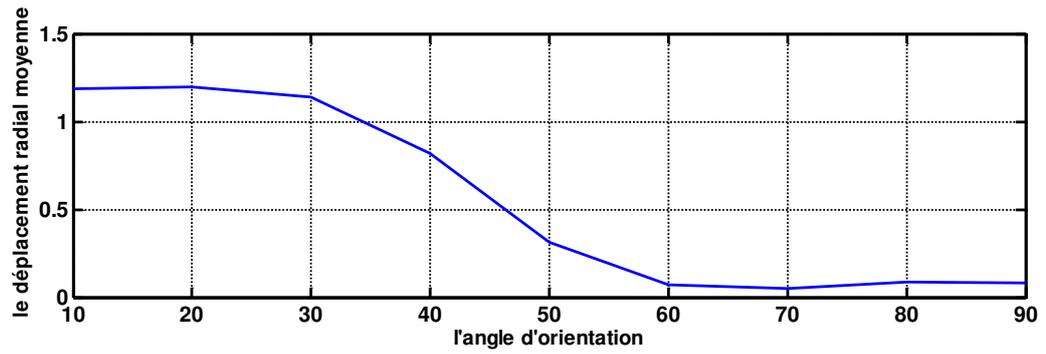


Figure IV.3 : Variation du déplacement radial moyenne en fonction l'angle d'orientation du tube.

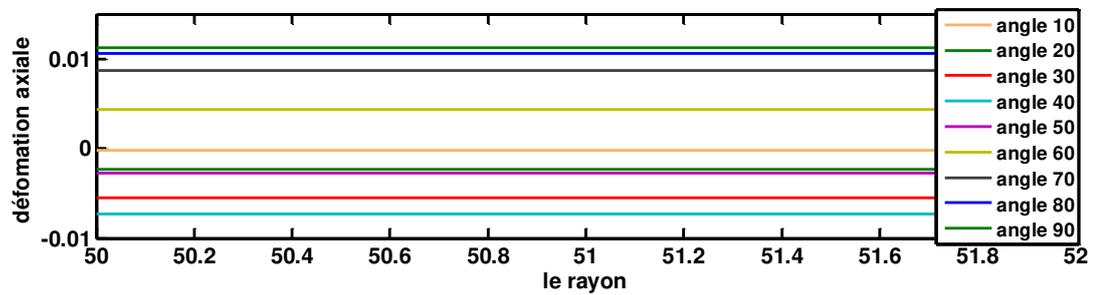


Figure IV.4 : Variation de la déformation axiale à travers l'épaisseur du tube pour différents angles d'orientation.

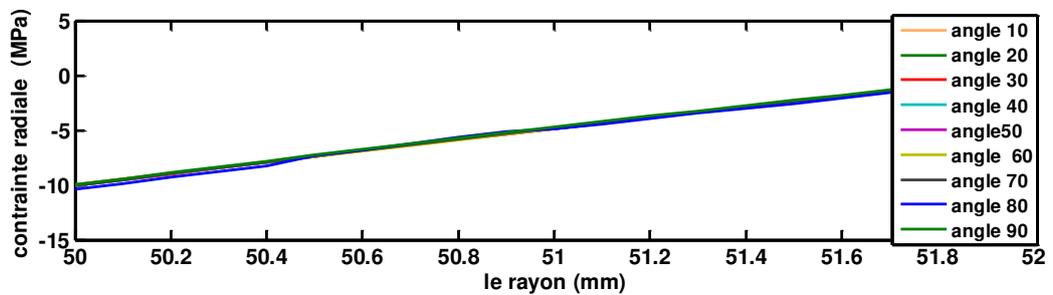


Figure IV.5 : Variation de la contrainte radiale à travers l'épaisseur du tube pour différents angles d'orientation.

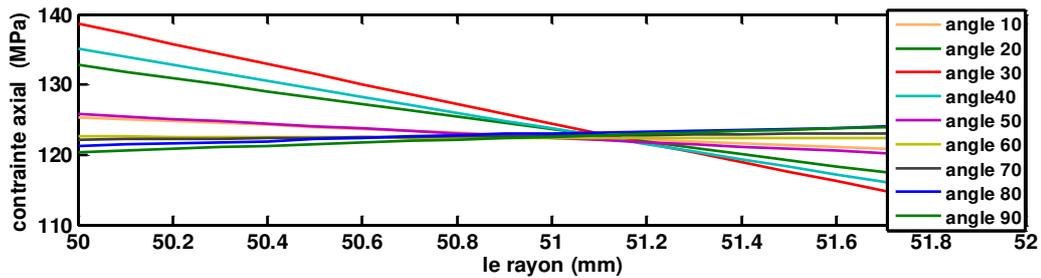


Figure IV.6 : Variation de la contrainte axiale à travers l'épaisseur du tube pour différents angles d'orientation.

b- Interprétation

La figure IV.2 : présente la variation du déplacement radial le long du rayon r . La variation du déplacement radial à travers l'épaisseur du tube composite pour les angles utilisés est représentée par une distribution linéaire commençant par une valeur maximale au niveau du rayon intérieur ($r = 50$) et se terminant par une valeur minimale au niveau du rayon extérieur ($r = 52$). d'après la figure remarque que l'augmentation l'angle d'orientation est toujours accompagnée par la diminution du déplacement radial.

La figure IV.3 : présente la variation du déplacement radial moyen à travers d'épaisseur du tube .On remarque trois phases. La première phase : pour les angles qui varie entre $[10,20]$ la déplacement radial moyenne reste constant et prend une valeur initiale égale à 1.2 [MPa].

La deuxième phase : pour les angles qui varie entre $[20,60]$ le déplacement radial moyenne décroît jusqu'à une valeur de 0.1 [MPa].

La troisième phase : pour les angles qui varie entre $[60,90]$ le déplacement radial moyen reste constant.

La figure IV.4 : présente la variation de la déformation axiale ε_z dans l'épaisseur du tube pour les angles utilisée. La distribution de la déformation axiale d'une façon linéaire pour les angles utilisés .on remarque que la déformation axiale est positive dans les angles $[60, 70, 80,90]$ tandis que déformation axiale dans les angles $[10, 20, 30, 40,50]$ est négative.

La figure IV.5 : présente la variation de la contrainte radiale (σ_r) dans l'épaisseur du tube pour tous les angles utilisée. La contrainte radiale varie d'une façon linéaire d'une

compression égale à la pression interne jusqu'à la valeur nulle à la surface extérieure pour tous les angles.

La figure IV.6 : présente la variation de la contrainte axiale σ_z dans l'épaisseur du tube pour tous les angles utilisée. La contrainte axiale varie d'une façon linéaire en tous les angles en remarque aussi La contrainte axiale maximale est obtenue pour l'angle d'orientation 30 degré.

Les tableaux de comportement

Tableau IV.1 : variation de déplacement radial pour l'épaisseur du tube.

angle	rayon					u_r moy
	500	505	510	515	520	
10	1.2123	1.2062	1.2002	1.1943	1.1887	1.1887
20	1.2208	1.2151	1.2097	1.2044	1.1992	1.1992
30	1.1535	1.1493	1.1452	1.1412	1.1373	1.1373
40	0.8228	0.8209	0.8191	0.8172	0.8158	0.8158
50	0.3127	0.3122	0.3117	0.3113	0.3112	0.3111
60	0.0768	0.0755	0.0743	0.0731	0.0721	0.0721
70	0.0591	0.0587	0.0545	0.0523	0.0502	0.0502
80	0.0958	0.0928	0.0900	0.0871	0.0844	0.0844
90	0.0911	0.0880	0.0880	0.0850	0.0820	0.0820

Tableau IV. 2 : variations de contrainte radiale pour l'épaisseur.

angle	rayon				
	500	505	510	515	520
10	-10.0143	-7.3846	-4.8603	-2.3949	9.146×10^{-12}
20	-10.1554	-7.3424	-4.9219	-2.4260	1.1876×10^{-11}
30	-10.3270	-7.3424	-4.9766	-2.4539	-2.9656×10^{-12}
40	-10.2789	-7.2817	-4.9334	-2.4309	-9.2484×10^{-12}
50	-9.9958	-7.3774	-4.8359	-2.3721	3.8338×10^{-13}
60	-9.9551	-7.3912	-4.8210	-2.3938	2.8540×10^{-13}
70	-10.1565	-7.3062	-4.8613	-2.7580	8.8832×10^{-14}
80	-11.3569	-7.0439	-5.3850	-2.7580	-6.0671×10^{-12}
90	-10.0000	-7.2569	-4.6822	-2.2662	-2.4301×10^{-12}

Tableau IV.3 : variation contrainte axial pour l'épaisseur du tube.

angle	rayon				
	500	505	510	515	520
10	125.5144	124.0727	122.6726	121.3132	119.9927
20	133.5484	128.624	123.8188	119.1617	114.6373
30	140.2733	132.4597	124.8046	117.3862	110.1866
40	136.2871	130.1010	124.0138	118.1333	112.4471
50	125.8239	124.1160	112.4982	120.9638	119.5088
60	112.5834	122.4762	122.4357	122.4209	122.4355
70	121.9373	122.3595	122.6500	122.9821	123.3239
80	119.9281	121.7122	122.2290	123.2095	124.2763
90	119.9012	121.2904	122.5859	123.8015	124.9417

Tableau IV.4 : variation déformation axial pour l'épaisseur du tube.

angle	rayon				
	500	505	510	515	520
10	1.9257×	1.9257×	1.9257×	1.9257×	1.9257×
20	-0.0019	-0.0019	-0.0019	-0.0019	-0.0019
30	-0.0055	-0.0055	-0.0055	-0.0055	-0.0055
40	-0.0076	-0.0076	-0.0076	-0.0076	-0.0076
50	-0.0026	-0.0026	-0.0026	-0.0026	-0.0026
60	-0.0048	-0.0048	-0.0048	-0.0048	-0.0048
70	0.0091	0.0091	0.0091	0.0091	0.0091
80	0.0110	0.0110	0.0110	0.0110	0.0110
90	0.0116	0.0116	0.0116	0.0116	0.0116

IV.4.3 Optimisation de la configuration

a- Les résultats :

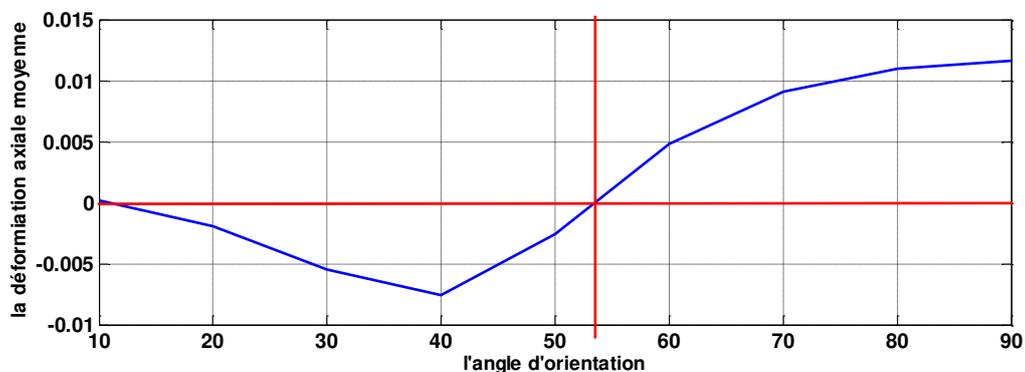


Figure IV .7 : variation de la déformation axiale moyenne en fonction l'angle d'orientation

b- Interprétation

La **figure IV.7 :** présente la variation de la déformation axiale en fonction de l'angle de l'orientation ϕ du tube. Sur deux phases : La première phase : pour les angles qui varient entre $[20,40]$ la déformation axiale décroît jusqu'à une valeur de minimale.

La deuxième phase : les angles qui varient entre [40,90] est en augmentation de la déformation axiale jusqu'à une valeur de 0,011mm/mm.

Dans la partie [40,90] la déformation axiale s'annule et avec un agrandissement de l'échelle du graphe on trouve

$$\varphi_{\text{opt}}=50+4,2=54.2^\circ$$

Conclusion Générale

Conclusion générale

L'objectif principal de ce mémoire consiste à l'optimisation de la configuration des tubes en matériaux composites soumis à la pression intérieure. Elle exprime le champ de déplacement, de déformation et la contrainte à travers l'épaisseur du tube en fonction de cette pression. L'optimisation de configuration du tube a été basée sur recherche l'angle d'orientation optimal du tube suivant la minimisation de la déformation axial moyenne des couches.

Une étude paramétrique a été effectuée concernant la variation du l'angle d'orientation optimal en fonction de la déformation axial moyenne et les angles d'orientations.

La programmation a été effectuée sous le logiciel de calcul MATLAB et les résultats sont obtenus sous forme graphique. Ils concernent les courbes des déplacements, des déformations et des contraintes, ainsi que l'angle d'orientation optimal.

La valeur optimale de l'angle d'orientation est pour une valeur minimale (en valeur absolue) de la déformation axiale .cette valeur est estimée graphiquement a 54.2° .

Les perspectives qui peuvent être proposées pour la suite de ce travail sont citées dans les points suivants :

- Etablissement de modèles avec la pression intérieure et la pression extérieure.
- Etablissement de modèles pour des configurations ayant plus de quatre couches.
- Validation des modèles par des études expérimentales.

Références Bibliographiques

Références bibliographiques

- [1] **Bahlouli, N.**, « Comportement mécanique en température du pli élémentaire d'un stratifié carbone/époxy », 1994, Cachan, Ecole normale supérieure.
- [2] **Jean Marie Berthelot**, « matériaux composites, comportement mécanique et analyse des structures », 4ème édition, TEC &DOC, Le Mans Novembre 2010.
- [3] **Damien Ducret**, « Elasticité anisotrope et endommagement des matériaux composites, caractérisation ultrasonore et modélisation micromécanique » Thèse de doctorat, institut national des sciences appliquées, Lyon, 2000.
- [4] **ROUAM Kamila**, « Elaboration, caractérisation mécanique et hygrothermique d'un stratifié renforcé par des fibres naturelles », Mémoire de Magister l'université M'HAMED BOUGARA – BOUMERDES ; 2013/2014.
- [5] Berthelot, J.M., « Matériaux composites, comportement mécanique et analyse des structures » Livre, éditions : Lavoisier, 2005.
- [6] «Glossaire des matériaux composites» - carma –Actualisation octobre 2006.
- [7] **Laurent gormet**, « Généralités sur les matériaux composites », ECN, Centre Nantes 2008.
- [8] **Charewicz A. et Daniel I.M.**, « Damage Mechanisms and accumulation in graphite epoxy Laminates ». Composite Materials fatigue and fracture», ASTM STP 907, pp. 274-297, 1986.
- [9] **Abdelmadjid Si Salem**, « Développement d'une poutre en béton-composite : analyse expérimentale et modélisation »Thèse de Doctorat, Université Mouloud Mammeri de Tizi- Ouzou, 2016.
- [10] **Michel Dupeux**, « Aide-mémoire science des matériaux », Dunod, Paris, 2004.
- [11] **CHOUAIB. Aribi**, « Etude comparative du comportement des différents matériaux Composites (différentes matrices) », Mémoire de magister, université de M'hamed Bouguera, Boumerdes. Algérie.

- [12] **A. AL-Maghribi**, « Comportement des matériaux composites à fibres courtes : applications à l'impact basse vitesse », thèse de doctorat, l'université Paul Sabatier, 2008.
- [13] **J.M. Berthelot**. « Composite Matériels. Mechanical Behavior and Structural Analysis », New York ,1999.
- [14] **K.Charle** ‘**C.morvan** ‘**J.Bréard** ‘**JP.Jernot** ‘**M. Gomina**’ « Etude morphologique d'un composite naturel la fibre de lin » revue des composites et des matériaux avancées ‘Vol.16, pp11-24,2006.
- [15] **Hadadi. Manel**, « Etude numérique avec comparaison expérimentale des propriétés » mémoire de magister, Université de Ferhat Abbas, Setif, Algérie.
- [16] **A. R. Blythe**, « Electrical resistivity measurements of polymer materials », Poly Test, 4 195-209, 1984.
- [17] **P. V. Joeseeph, G. Mathew, K. Joeseeph, G. Groeninckx, S. Thomas**, « Dynamic Mechanical Properties of short sisal fibre reinforced polypropylene composites », Comp. Part A. 34, 275-290, (2003).
- [18] **ALEND A Chawki**, «analyse des vibrations libres et forcées des plaques sandwichs sous l'effet de la température », Mémoire de Magister, Université Badji Mokhtar, 2017.
- [19] **D. Gay**, « Matériaux composites », 5ième édition 2005.
- [20] **Berthelot, J.-M.**, «Mécanique des matériaux et structures composites ». Le Mans, France, ISMANS, 2010.
- [21] **B. Fairouz**, « étude du comportement mécanique de structure sandwiches à différents matériaux de revêtements », mémoire de magister, université Mentouri, Constantine, 2016.
- [22] **A. Hocine**, « Analyse et modélisation d'une solution hybride de stockage d'hydrogène haut pression » thèse de doctorat USTO 2008.
- [23] **M. Xia., H. Takayanagi, K. Kemmochi**, « Analysis of multi layered filament wound composite pipes underinternal pressure », Composite Structures, vol. 53 (2001).

- [24] **A.A.E Satello et T. Hamzhepour**, « The Effets Fibre Winding Angle At Carbon –Epoxy Pipelines And Calculating The Optimum Winding Angle With Genetic Algorithm » *Precedia Engineering* 130(2015) 48-56

Annexe

$$\begin{aligned}
d_{11} &= (\bar{C}_{23}^{(1)} + \beta^{(1)} \bar{C}_{33}^{(1)}) r_1^{\beta^{(1)}-1}, \\
e_{11} &= (\bar{C}_{23}^{(1)} - \beta^{(1)} \bar{C}_{33}^{(1)}) r_1^{-\beta^{(1)}-1}, \\
a_{11} &= \bar{C}_{13}^{(1)} + \alpha_1^{(1)} (\bar{C}_{23}^{(1)} + \bar{C}_{33}^{(1)}), \\
a_{12} &= [\bar{C}_{36}^{(1)} + \alpha_2^{(1)} (\bar{C}_{23}^{(1)} + 2\bar{C}_{33}^{(1)})] r_1, \\
d_{21} &= r_2^{\beta^{(1)}}, d_{22} = -r_2^{-\beta^{(1)}}, \\
e_{21} &= r_2^{-\beta^{(1)}}, e_{22} = -r_2^{\beta^{(2)}}, \\
a_{21} &= (\alpha_1^{(1)} - \alpha_1^{(2)}) r_2, \quad a_{22} = (\alpha_2^{(1)} - \alpha_2^{(2)}) r_2^{(2)}, \\
e_{32} &= r_3^{-\beta^{(2)}}, \quad d_{33} = -r_3^{\beta^{(3)}}, \\
a_{31} &= (\alpha_1^{(2)} - \alpha_1^{(3)}) r_3, \quad a_{32} = (\alpha_2^{(2)} - \alpha_2^{(3)}) r_3^{(2)}, \\
d_{43} &= r_4^{-\beta^{(3)}}, \quad d_{33} = -r_4^{\beta^{(4)}}, \\
e_{43} &= r_4^{-\beta^{(3)}}, e_{44} = -r_4^{-\beta^{(4)}}, \\
a_{41} &= (\alpha_1^{(3)} - \alpha_1^{(4)}) r_4, \quad a_{42} = (\alpha_2^{(2)} - \alpha_2^{(3)}) r_4^2, \\
d_{51} &= (\bar{C}_{23}^{(1)} + \beta^{(1)} \bar{C}_{33}^{(1)}) r_2^{\beta^{(1)}-1}, \\
d_{52} &= -(\bar{C}_{23}^{(2)} + \beta^{(2)} \bar{C}_{33}^{(2)}) r_2^{\beta^{(2)}-1}, \\
e_{51} &= (\bar{C}_{23}^{(1)} - \beta^{(1)} \bar{C}_{33}^{(1)}) r_2^{-\beta^{(1)}+1}, \\
e_{52} &= -(\bar{C}_{23}^{(2)} - \beta^{(2)} \bar{C}_{33}^{(2)}) r_2^{-\beta^{(2)}+1}, \\
a_{51} &= (\bar{C}_{13}^{(1)} + \beta^{(1)} \bar{C}_{13}^{(2)}) + \alpha_1^{(1)} (\bar{C}_{23}^{(1)} + \bar{C}_{33}^{(1)}) - \alpha_1^{(2)} (\bar{C}_{23}^{(2)} + \bar{C}_{33}^{(2)}), \\
a_{52} &= [(\bar{C}_{36}^{(1)} - \bar{C}_{36}^{(2)}) + \alpha_2^{(1)} (\bar{C}_{23}^{(1)} + 2\bar{C}_{33}^{(1)}) - \alpha_2^{(2)} (\bar{C}_{23}^{(2)} + 2\bar{C}_{33}^{(2)})] r_2, \\
d_{62} &= (\bar{C}_{23}^{(2)} + \beta^{(2)} \bar{C}_{33}^{(2)}) r_3^{\beta^{(2)}-1}, \\
d_{63} &= -(\bar{C}_{23}^{(3)} + \beta^{(3)} \bar{C}_{33}^{(3)}) r_3^{\beta^{(2)}-1}, \\
e_{62} &= (\bar{C}_{23}^{(2)} - \beta^{(2)} \bar{C}_{33}^{(2)}) r_3^{-\beta^{(2)}+1}, \\
e_{63} &= -(\bar{C}_{23}^{(3)} - \beta^{(3)} \bar{C}_{33}^{(3)}) r_3^{-\beta^{(3)}+1},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_{61} &= (\bar{C}_{13}^{(2)} - \bar{C}_{13}^{(3)}) + \alpha_1^{(2)} (\bar{C}_{23}^{(2)} + \bar{C}_{33}^{(2)}) - \alpha_1^{(3)} (\bar{C}_{23}^{(3)} + \bar{C}_{33}^{(3)}) , \\
a_{62} &= \left[(\bar{C}_{36}^{(2)} - \bar{C}_{36}^{(3)}) + \alpha_2^{(2)} (\bar{C}_{23}^{(2)} + 2\bar{C}_{33}^{(2)}) - \alpha_1^{(3)} (\bar{C}_{23}^{(3)} + 2\bar{C}_{33}^{(3)}) \right] r_3 , \\
d_{73} &= (\bar{C}_{23}^{(4)} + \beta^{(4)} \bar{C}_{33}^{(4)}) r_4^{\beta^{(4)}-1} , \\
d_{74} &= -(\bar{C}_{23}^{(4)} + \beta^{(4)} \bar{C}_{33}^{(4)}) r_4^{\beta^{(4)}-1} , \\
e_{73} &= (\bar{C}_{23}^{(3)} - \beta^{(3)} \bar{C}_{33}^{(3)}) r_4^{-\beta^{(3)}+1} , \\
e_{74} &= -(\bar{C}_{23}^{(4)} - \beta^{(4)} \bar{C}_{33}^{(4)}) r_4^{-\beta^{(4)}+1} , \\
a_{71} &= (\bar{C}_{13}^{(3)} - \bar{C}_{13}^{(3)}) + \alpha_1^{(3)} (\bar{C}_{23}^{(3)} + \bar{C}_{33}^{(3)}) - \alpha_1^{(4)} (\bar{C}_{23}^{(4)} + \bar{C}_{33}^{(4)}) , \\
a_{72} &= \left[\alpha_2^{(3)} (\bar{C}_{23}^{(3)} + 2\bar{C}_{33}^{(3)}) - \alpha_2^{(4)} (\bar{C}_{23}^{(4)} + 2\bar{C}_{33}^{(4)}) \right] r_4 , \\
d_{84} &= (\bar{C}_{23}^{(4)} + \beta^{(4)} \bar{C}_{33}^{(4)}) r_5^{\beta^{(4)}-1} , \\
e_{84} &= (\bar{C}_{23}^{(4)} - \beta^{(4)} \bar{C}_{33}^{(4)}) r_5^{-\beta^{(4)}-1} , \\
a_{81} &= \bar{C}_{13}^{(4)} + \alpha_1^{(4)} (\bar{C}_{23}^{(4)} + \bar{C}_{33}^{(4)}) , \\
a_{82} &= [\bar{C}_{13}^{(4)} + \alpha_2^{(4)} (\bar{C}_{23}^{(4)} + 2\bar{C}_{33}^{(4)})] r_5 , \\
d_{91} &= \frac{\bar{C}_{12}^{(1)} + \beta^{(1)} \bar{C}_{13}^{(1)}}{1 + \beta^{(1)}} [r_2^{\beta^{(1)}+1} - r_1^{\beta^{(1)}+1}] , \\
d_{92} &= \frac{\bar{C}_{12}^{(2)} + \beta^{(2)} \bar{C}_{13}^{(2)}}{1 + \beta^{(2)}} [r_3^{\beta^{(2)}+1} - r_2^{\beta^{(2)}+1}] , \\
d_{93} &= \frac{\bar{C}_{12}^{(3)} + \beta^{(3)} \bar{C}_{13}^{(3)}}{1 + \beta^{(3)}} [r_4^{\beta^{(3)}+1} - r_3^{\beta^{(3)}+1}] , \\
d_{94} &= \frac{\bar{C}_{12}^{(4)} + \beta^{(4)} \bar{C}_{13}^{(4)}}{1 + \beta^{(3)}} [r_5^{\beta^{(4)}+1} - r_4^{\beta^{(4)}+1}] , \\
e_{91} &= \frac{\bar{C}_{12}^{(1)} - \beta^{(1)} \bar{C}_{13}^{(1)}}{1 - \beta^{(1)}} [r_2^{-\beta^{(1)}+1} - r_1^{-\beta^{(1)}+1}] , \\
e_{92} &= \frac{\bar{C}_{12}^{(2)} - \beta^{(1)} \bar{C}_{13}^{(2)}}{1 - \beta^{(1)}} [r_3^{-\beta^{(2)}+1} - r_2^{-\beta^{(2)}+1}] , \\
e_{93} &= \frac{\bar{C}_{12}^{(3)} - \beta^{(3)} \bar{C}_{13}^{(3)}}{1 - \beta^{(3)}} [r_4^{-\beta^{(3)}+1} - r_3^{-\beta^{(3)}+1}] , \\
e_{94} &= \frac{\bar{C}_{12}^{(4)} - \beta^{(4)} \bar{C}_{13}^{(4)}}{1 - \beta^{(4)}} [r_5^{-\beta^{(4)}+1} - r_4^{-\beta^{(4)}+1}] ,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_{91} &= \sum_{k=1}^4 [\bar{C}_{11}^{(k)} + \alpha_1^{(k)} (\bar{C}_{12}^{(k)} + \bar{C}_{13}^{(k)})] \frac{(\bar{C}_k^2 - \bar{C}_{k-1}^2)}{2} , \\
a_{92} &= \sum_{k=1}^4 [\bar{C}_{16}^{(k)} + \alpha_2^{(k)} (\bar{C}_{12}^{(k)} + 2\bar{C}_{13}^{(k)})] \frac{(\bar{C}_k^3 - \bar{C}_{k-1}^3)}{3} , \\
d_{01} &= \frac{\bar{C}_{26}^{(1)} + \beta^{(1)} \bar{C}_{36}^{(1)}}{2 + \beta^{(1)}} [r_2^{\beta^{(1)}+2} - r_1^{\beta^{(1)}+2}] , \\
d_{02} &= \frac{\bar{C}_{26}^{(2)} + \beta^{(2)} \bar{C}_{36}^{(2)}}{2 + \beta^{(2)}} [\bar{C}_3^{\beta^{(2)}+2} - \bar{C}_2^{\beta^{(2)}+2}] , \\
d_{03} &= \frac{\bar{C}_{26}^{(3)} + \beta^{(3)} \bar{C}_{36}^{(3)}}{2 + \beta^{(3)}} [\bar{C}_4^{\beta^{(3)}+2} - \bar{C}_3^{\beta^{(3)}+2}] , \\
d_{04} &= \frac{\bar{C}_{26}^{(4)} + \beta^{(4)} \bar{C}_{36}^{(4)}}{2 + \beta^{(4)}} [r_5^{\beta^{(4)}+2} - r_4^{\beta^{(4)}+2}] , \\
e_{01} &= \frac{\bar{C}_{26}^{(1)} - \beta^{(1)} \bar{C}_{36}^{(1)}}{2 - \beta^{(1)}} [r_2^{-\beta^{(1)}+2} - r_1^{-\beta^{(1)}+2}] , \\
e_{02} &= \frac{\bar{C}_{26}^{(2)} - \beta^{(2)} \bar{C}_{36}^{(2)}}{2 - \beta^{(2)}} [r_3^{-\beta^{(2)}+2} - r_2^{-\beta^{(2)}+2}] , \\
e_{03} &= \frac{\bar{C}_{26}^{(3)} - \beta^{(3)} \bar{C}_{36}^{(3)}}{2 - \beta^{(3)}} [r_4^{-\beta^{(3)}+2} - r_3^{-\beta^{(3)}+2}] , \\
e_{04} &= \frac{\bar{C}_{26}^{(4)} - \beta^{(4)} \bar{C}_{36}^{(4)}}{2 - \beta^{(4)}} [r_5^{-\beta^{(4)}+2} - r_4^{-\beta^{(4)}+2}] , \\
a_{01} &= \sum_{k=1}^4 [\bar{C}_{16}^{(k)} + \alpha_1^{(k)} (\bar{C}_{26}^{(k)} + \bar{C}_{36}^{(k)})] \frac{r_k^3 - r_{k-1}^3}{3} , \\
a_{02} &= \sum_{k=1}^4 [\bar{C}_{66}^{(k)} + \alpha_2^{(k)} (\bar{C}_{26}^{(k)} + \bar{C}_{36}^{(k)})] \frac{r_k^4 - r_{k-1}^4}{4} ,
\end{aligned}$$

Résumé

Les tubes sous pression sont généralement utilisés dans la canalisation de transport des Produits pétroliers et gazeux.

Ce travail vise à l'optimisation de la configuration des tubes en matériaux composites soumis à la pression intérieure. Cette étude est basée sur le calcul du déplacement, de la déformation et des contraintes à travers l'épaisseur du tube afin de rechercher l'angle d'orientation optimal. La détermination des déformations axiales dans les couches permet de trouver l'angle d'orientation optimal des tubes.

Nous nous sommes basés sur le modèle analytique du comportement mécanique des tubes sous pression et les conditions aux limites. Pour programmer ce modèle, nous avons utilisé le logiciel de calcul Matlab.

Mots Clés : tube, angle optimal, optimisation, pression, matériau composite

المخلص

تستخدم الأنابيب المضغوطة بشكل عام في خط الأنابيب لنقل البترول والمنتجات الغازية.

يهدف هذا العمل إلى تحسين تكوين الأنابيب المصنوعة من المواد المركبة خاضعة للضغط ابتدائي. اعتمدت هذه الدراسة على حساب الإزاحة والتشوه والاجهاد من خلال سمك الأنبوب بغية إيجاد زاوية التوجيه المثلى. إن تحديد التشوهات المحوية يساعدنا على الحصول على زاوية التوجيه المثلى للأنبوب.

اعتمدنا في النموذج التحليلي الذي تطرقنا إليه على السلوك الميكانيكي والظروف الحدية. ولبرمجة هذا النموذج استخدمنا برنامج الحساب Matlab .

الكلمات المفتاحية: أنبوب – زاوية مثلى-تحسين –المواد المركبة.