

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
République Algérienne Démocratique et Populaire  
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

Ministère de l'enseignement Supérieur et de la Recherche scientifique



Université Mohamed Khider Biskra  
Faculté des Sciences et de la Technologie  
Département de Génie Electrique  
Filière : Automatique

Option : Automatique et informatique industrielle

Réf : .....

**Mémoire de Fin d'Etudes  
En vue de l'obtention du diplôme :**

**MASTER**

*Thème*

**Modélisation et Commande non  
linéaire d'un Segway**

**Présenté par : ABBASSI Smail**

**Soutenu le : Juillet 2019**

**Devant le jury compose de :**

<b>Mr. TOUBA Mostafa Mohamed</b>	<b>M.C.A</b>	<b>Président</b>
<b>Mme. ABDOU Latifa</b>	<b>Pr</b>	<b>Encadreur</b>
<b>Mr. BOUMAHRAZ Mohamed</b>	<b>Pr</b>	<b>Examineur</b>

**Année universitaire : 2018 / 2019**

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
République Algérienne Démocratique et Populaire  
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي  
Ministère de l'enseignement Supérieur et de la recherche scientifique



Université Mohamed Khider Biskra  
Faculté des Sciences et de la Technologie  
Département de Génie Electrique  
Filière : Automatique  
Option : Automatique et informatique industrielle

**Mémoire de Fin d'Etudes**  
**En vue de l'obtention du diplôme :**

**MASTER**

*Thème*

**Modélisation et Commande non  
linéaire d'un Segway**

**Présenté par :**

**ABBASSI Smail**

**Avis favorable de l'encadreur :**

**ABDOU Latifa**

**Avis favorable du Président du Jury**

**Mr. TOUBA Mostafa Mohamed**  
**Cachet et signature**

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
République Algérienne Démocratique et Populaire  
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي  
Ministère de l'enseignement Supérieur et de la recherche scientifique



Université Mohamed Khider Biskra  
Faculté des Sciences et de la Technologie  
Département de Génie Electrique  
Filière : Automatique  
Option : Automatique et informatique industrielle

## *Thème*

# Modélisation et Commande non linéaire d'un Segway

Présenté par : ABBASSI Smail

Dirigé par : ABDYOU Latifa

## Résumés (Français et Arabe)

### Résumer :

L'objectif de ce travail est la modélisation du comportement d'un gyropode (segway) et la conception d'une commande automatique du système, avec une analyse détaillée. Le gyropode peut être considéré comme un pendule inversé, dont la consigne est de rester verticale. Lorsque l'utilisateur se penche, le véhicule conscient de ses états, va accélérer afin de retrouver sa stabilité.

La première partie de ce travail sera réservée à la modélisation du segway, puis par la suite une commande du système sera analysée par application de correcteur PID et Mode glissant (SMC), afin de permettre la régulation de ce système. La troisième

partie sera consacrée à quelques tests proposés pour la commande de l'angle d'orientation

## المخلص

الهدف من هذا العمل هو القيام بعملية نمذجة سلوك ( Segway ) وتصميم تحكم تلقائي للنظام ، مع تحليل مفصل يمكن اعتبار Segway بمثابة بندول مقلوب ، والذي يتمثل في الإبقاء على الجزء العمودي المسئول عن وضع القيادة .عندما يميل المستخدم، فإن ( Segway ) الذي سيدرك حالته، سيسرع لاستعادة استقراره. الجزء الأول من هذا العمل يتمثل في نمذجة نظام الـ Segway ، وبعد ذلك سيتم تحليل التحكم في النظام من خلال تطبيق منظم التحكم PID و منظم التحكم وضع الانزلاق (SMC) ، للسماح بتنظيم هذا النظام .سيتم تخصيص الجزء الثالث لبعض الاختبارات المقترحة للتحكم في زاوية الاتجاه

# *Remerciements*

*Tout d'abord je remercie le bon dieu, le clément de m'avoir donné la foi et le courage de terminer ce projet*

*Je tiens également à remercier mon professeur ABDOU LATIFA et tous les enseignants Qui nous aider pendant la période d'étude à l'université.*

# *Dédicaces*

*Je dédie ce mémoire*

*A mes chers parents ma mère et mon père*

*Pour leur patience, leur amour, leur soutien et leurs,*

*Encouragements.*

*A mes frères.*

*A mes amies et mes camarades.*

*Sans oublier tous les professeurs que ce soit du*

*Primaire, du moyen, du secondaire ou de*

*I 'enseignement supérieur.*

# SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE.....	1
----------------------------	---

## Chapitre I: Généralités et Modélisation du Segway

I.1. Introduction .....	4
I.2. Description du pendule inverse.....	4
I.3. Modélisation du pendule inverse.....	5
I.4. Le transporteur personnel segway.....	8
I.5. Principe de fonctionnement du segway.....	8
I.6. Composants et sous-systèmes du segway.....	10
6.1 Dispositif de commande InfoKey_: .....	10
6.2 Ensemble cadre LeanSteer / Guidon .....	11
6.3 Ensemble roue / pneu et garde-boues .....	11
6.4 Basélectrique .....	11
6.5 Console équipée de témoins lumineux d'équilibre et de charge .....	11
6.6 Tapis .....	12
6.7 Les capteurs de présence du conducteur : .....	12
6.8 Centrale inertielle (Capteurs d'équilibre (BSA)).....	13
I.7 La modélisation dynamique du segway.....	14
I.7.1. Modèle 1 :.....	15
I.7.2. Modèle 2 :.....	17
I.8 Conclusion.....	22

## Chapitre II: La commande non linéaire

II.1. Introduction .....	24
II.2. Définition des systèmes dynamiques non linéaires.....	24
II.3. Modélisation des systèmes dynamiques.....	24
II.4. Représentation générale d'état.....	25
II.5. Commande des procédés non linéaires.....	26
5.1 Linéarisation par bouclage entrée-état ou entrée-sortie.....	26
5.2 Backstepping.....	28

5.3 La commande adaptative.....	29
5.4 La commande prédictive.....	29
5.5 La commande robuste.....	29
5.6 La commande par mode glissant.....	30
5.6.1 Synthèse de la loi de commande .....	31
5.6.2 le broutement (chattering) :.....	32
5.6.3 Solutions pour atténuer le phénomène de réticence.....	33
II.6. Conclusion .....	33

### **Chapitre III: Les résultats et l'interprétation**

III.1 Introduction.....	35
III.2 La commande par PID.....	35
III.3 Les résultats de simulation du contrôleur PID.....	36
3.1 Position d'angle $\psi$ pour une valeur de $45^\circ$ : .....	36
3.2 Position d'angle $\phi$ pour une valeur de $45^\circ$ : .....	36
3.3 Position d'angle $\theta$ pour une valeur de $45^\circ$ : .....	37
3.4 L'erreur de position " $\theta, \phi, \psi$ " par contrôleur PID à $45^\circ$ .....	37
3.5 La commande U de " $\theta, \phi, \psi$ " par contrôleur PID à $45^\circ$ .....	38
III.4 La commande par Mode glissant.....	39
III.5 Les résultats de la simulation du contrôleur SMC .....	40
5.1 Position d'angle $\psi$ par SMC pour une valeur de $10^\circ$ :.....	40
5.2 Position d'angle $\theta$ pour une valeur de $10^\circ$ :.....	40
5.3 Position d'angle $\phi$ par SMC pour une valeur de $10^\circ$ :.....	41
5.4 Position d'angle $\phi$ par SMC sans inclinaison (à $0^\circ$ ).....	41
5.5 Les erreurs de position " $\theta, \phi, \psi$ " par SMC à $45^\circ$ .....	42
5.6 La commande U de " $\theta, \phi, \psi$ " par SMC pour une valeur de $45^\circ$ .....	42
5.7 La comparaison entre les variations des angles $\psi$ pour SMC et PID à $45^\circ$ .....	43
5.8 La comparaison entre les variations des angles $\theta$ pour SMC et PID à $45^\circ$ .....	43
5.9 La comparaison entre les variations des angles $\phi$ On SMC et PID à $45^\circ$ .....	44
III.6 Interprétation des résultats obtenus :.....	45

III.7 les résultats de simulation par PID pour le modèle 2.....	46
7.1 Variation de l'angle pitch ' $\theta$ ' .....	46
7.2 Variation de l'angle d'inclinaison ' $\beta$ ' .....	46
7.3 Variation de la vitesse (V) :.....	47
III.9 Conclusion .....	48
Conclusion Générale.....	49

# Liste des figures

## Chapitre I:Généralités et Modélisation du Segway

Figure I.1 : Description d'un pendule inversé.....	4
Figure I.2 : Le transporteur Personnel Segway.....	8
Figure I.3 : Principe de fonctionnement du Segway - inclinaison vers l'avant et l'arrière.....	9
Figure I.4 : Principe de fonctionnement du Segway - pour tourner.....	9
Figure I.5 : Les composants du Segway.....	10
Figure I.6 : Les boutons du dispositif de commande infokey.....	11
Figure I.7 : Console et témoins lumineux.....	12
Figure I.8 : Les capteurs de présence du conducteur.....	13
Figure I.9 : Capteurs d'équilibre (BSA).....	13
Figure I.10 : Principaux composants du transporteur personnel à deux roues.....	14
Figure I.11 : le schéma de Modèle de Segway.....	15
Figure I. 12:Paramètres de géométrie du modèle Segway.....	18
Figure I. 12 : Masses et couples présents pendant le fonctionnement à vide. ....	18

## Chapitre II: La commande non linéaire

Figure II. 1 : Différents modes de convergence pour la trajectoire d'état.....	31
Figure II. 2: Le phénomène de broutement .....	33

## Chapitre III: Présentation des résultats et interprétations

Figure III. 1: La variation de l'angle $\psi$ par PID ( $45^\circ$ ) .....	36
Figure III. 2: La variation de l'angle $\phi$ par PID ( $45^\circ$ ).....	36
Figure III. 3: La variation de l'angle $\theta$ par PID ( $45^\circ$ ).....	37
Figure III.4 : L'erreur de position " $\theta,\phi,\psi$ " par contrôleur PID à $45^\circ$ .....	37
Figure III. 5: La commande U de " $\theta,\phi,\psi$ " par contrôleur PID à $45^\circ$ .....	38
Figure III. 6: La variation de l'angle $\psi$ par SMC à $10^\circ$ .....	40
Figure III. 7: La variation de l'angle $\theta$ par SMC à $10^\circ$ .....	40

Figure III. 8: La variation de l'angle $\phi$ par SMC à $10^\circ$ .....	41
Figure III. 9: La variation de l'angle $\phi$ par SMC sans inclinaison° .....	41
Figure III. 10: Variation des erreurs pour les angles " $\theta, \phi, \psi$ " par SMC à $45^\circ$ .....	42
Figure III. 11: La commande U de " $\theta, \phi, \psi$ " par SMC à $45^\circ$ .....	42
Figure III. 12: Variation de l'angle $\psi$ pour SMC et PID à $45^\circ$ .....	43
Figure III. 13: Variation de l'angle $\theta$ , pour SMC et PID à $45^\circ$ .....	43
Figure III. 14: Variation de l'angle $\theta$ , pour SMC et PID à $45^\circ$ .....	44
Figure III. 15: Variation de l'angle pitch ' $\theta$ ' .....	46
Figure III. 16 : Variation de l'angle d'inclinaison ' $\beta$ ' .....	46
Figure III. 17: Variation de la vitesse (V) .....	47

## Liste des tableaux

Tableau III. 1: les paramètres de contrôleur PID.....	35
Tableau III. 2:valeurs des les paramètres SMC.....	39

# ***NOTATIONS***

- $m$  : Masse du pendule  
 $X(t)$  : Position du chariot  
 $J$  : Inertie du pendule en son centre de masse  
 $l$  : Demi-longueur de pendule  
 $\theta(t)$  : Angle de rotation du pendule  
 $F(t)$  : Force exercé sure le chariot  
 $g$  : Intensité de la pesanteur  
 $d$  : Coefficient de frottement de rotation du pendule  
 $E_c$  : L'énergie cinétique du système  
 $E_p$  : L'énergie potentielle du système  
 $L$  : Lagrangien du système  
 $E_{cc}$  : L'énergie cinétique du chariot  
 $E_{cp}$  : L'énergie cinétique du pendule  
 $v_c$  : Vitesse de centre de gravité du pendule  
 $X$  : Vecteur d'état  
 $S$  : Surface de glissement.  
 $U$  : L'entrée du système (la commande)  
 $\varepsilon$  : Degré de liberté  
 $n$  : Degré du système.  
 $\lambda$  : Constantes positif.  
 $g$  : Fonctions non linéaires.  
 $f$  : Fonctions non linéaires.  
 $x_d$  : La consigne désirée.  
 $e$  : L'erreur de poursuite.  
 $\eta$  : Constantes positif.
- $V(x)$ : La Fonction de Lyapunov

## Introduction Générale

Le développement des transporteurs personnels qui utilisent moins d'énergie et prennent moins d'espace que les voitures, est devenue une nécessité dans le monde actuel. Les véhicules automobiles à deux ou trois roues (motocycle, scooter, ....) sont un évident exemple pour de tels transporteurs. Mais, ils ne peuvent pas être utilisés sur les trottoirs ou à l'intérieur. Les vélos sont d'autres exemples qui peuvent être utilisés dans une large gamme d'emplacements, mais ils sont à propulsion humaine et à utilisation humaine.

Le transport dans le monde s'est développé très rapidement, à travers des moyens évolués que ce soit en ce qui concerne la vitesse ou le confort. Les scientifiques et les ingénieurs ont travaillé dur afin d'aider les gens à inventer de petits scooters, des vélos électriques et des robots mobiles, parmi lesquels, on trouve le Segway. Il s'agit d'un moyen de transport motorisé qui permet de se déplacer en ville. En termes de prestations, il est moins rapide qu'une voiture ou qu'un scooter, plus maniable, plus écologique, moins encombrant et nettement plus moderne.

Le mot Segway vient de « Sègue » qui est un terme anglais signifiant une transition douce d'un état vers un autre. Le Segway TP (Transporteur Personnel) transforme une personne en un piéton favorisé, lui permettant d'aller plus vite, plus loin et en transportant plus de poids que s'il était à pied.

Le Segway est un gyropode, c'est-à-dire un véhicule électrique monoplace, constitué d'une plateforme munie de deux roues parallèles sur laquelle l'utilisateur se tient debout, d'un système de stabilisation gyroscopique et d'un manche et de conduite. Ce moyen de transport personnel, construit autour du principe du pendule inversé, où le centre de gravité du système est situé très au-dessus de l'axe de rotation des roues. C'est ainsi qu'un système instable en tant que tel, doit être stabilisé dynamiquement afin de remplir son rôle de véhicule.

Dans le domaine de la recherche scientifique, l'automatique constitue une importante discipline qui permet d'améliorer le développement de techniques de commande non linéaires, afin d'aboutir à de meilleurs systèmes.

Ce travail a pour but, la commande non linéaire d'un gyropode Segway, à travers une technique de commande non linéaire, qui est la commande par mode glissant.

# INTRODUCTION GENERALE

---

Le principe du pendule inverse avec son modèle mathématique sont présentés au début du premier chapitre. Par la suite, on présente le principe du Segway basé sur le pendule inverse et qui est un système non linéaire instable sous actionné à plus d'un degré de liberté. Son modèle mathématique sous deux formes est présenté à la fin de ce chapitre.

Le second chapitre, est consacré quant à lui à la commande des systèmes non linéaires, où plusieurs techniques sont présentées de façon abrégée, avec plus de détails pour la commande par mode glissant (SMC) et qui sera utilisée par la suite.

Le dernier chapitre présente les différents résultats de simulation trouvés par Simulink et interprétés pour plusieurs tests en appliquant la commande par PID et la commande par SMC.

Une conclusion générale résume, à la fin, l'ensemble du projet et fournit des perspectives à ce travail.

# Chapitre I:

## Généralités et Modélisation du Segway

---

*Le premier chapitre est consacré à la présentation de quelques généralités sur le pendule inversé et le Segway, ainsi que leur principe de base. Le gyropode Segway est exposé d'une façon détaillée, à partir de sa description, de son principe de fonctionnement et de son modèle dynamique.*

---

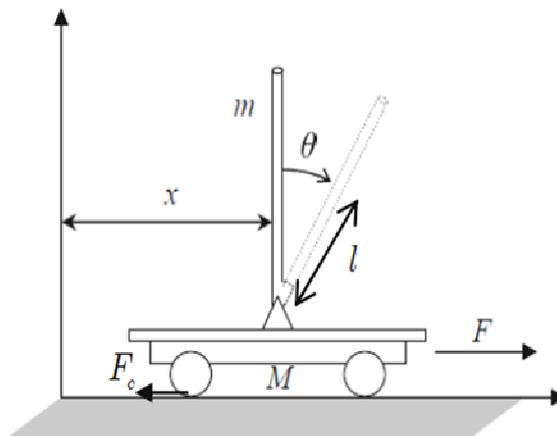
- 
- I.1. INTRODUCTION
  - I.2. DESCRIPTION DU PENDULE INVERSE
  - I.3. MODELISATION DU PENDULE INVERSE
  - I.4. LETRANSPORTEUR PERSONNEL SEGWAY
  - I.5. PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT DU SEGWAY
  - I.6. COMPOSANTS ET SOUS-SYSTEMES DU SEGWAY
  - I.7 LA MODELISATION DYNAMIQUE DU SEGWAY
  - I.8 CONCLUSION
-

## I.1. Introduction

Dans le domaine de l'automatique, il existe un besoin de concevoir des systèmes de transport plus petits et plus économiques. Le transport personnel a abouti vers des produits consommables qui peuvent répondre à ce besoin. Parmi ces derniers, on trouve la configuration à deux roues, qui représente un système à deux roues et à pendule inverse, appelé le transporteur humain Segway. Dans ce chapitre, on propose une description du système Segway (gyropode), ainsi que son principe de fonctionnement, précédé par la description du pendule inversé. Par la suite, on développe son modèle dynamique à travers ces équations du mouvement en se basant sur le principe de Lagrange.

## I.2. Description du pendule inversé

Un pendule inversé est un pendule simple monté sur un chariot, qui communément connu comme un système chariot-pendule, où le chariot est libre de se déplacer horizontalement et le bras (pendule) est lié au chariot à travers un joint rotatif [1]. Le mouvement du chariot doit maintenir le pendule dans sa position d'équilibre instable (masse dirigée vers le haut), comme représenté sur la **Figure I.1**.



**Figure I.1 : Description d'un pendule inversé**

Mathématiquement, cet équilibre peut être maintenu tant qu'il n'y a aucune force d'entrée sur le système. Cependant, de telles conditions n'existent pas dans les systèmes réels et des moyens de stabilisations sont nécessaires pour maintenir le pendule dans sa position verticale. Le pendule (Tige) de longueur  $2l$  et de masse  $m$  dont l'axe de suspension est lié au chariot de masse  $M$  qui se déplace sur un axe horizontal et donc soumis à une force  $F$ . Initialement le

système est au repos, les frottements situés au niveau de l'axe de rotation sont négligés, les frottements dus au déplacement du chariot sont notés  $F_c$ .

Le principe du système est très simple en théorie : quand le pendule penche vers la droite, le chariot doit le rattraper en effectuant un mouvement vers la droite et inversement. La difficulté ici est de régler le déplacement horizontal du chariot en fonction de l'angle que le pendule fait avec la verticale.

A nos jours, le système chariot-pendule inversé sert comme problème de référence pour les tests des différentes théories de contrôle.

### **I.3. Modélisation du pendule inversé**

Dans cette partie, on cherche à obtenir les équations du mouvement de la masse située en l'air, afin de pouvoir corriger ce déséquilibre en utilisant le chariot [1, 2]. On définit ainsi, les variables suivantes:

- $M$  : la masse du chariot
- $m$  : la masse de la Tige
- $l$  : la longueur de la tige
- $x$  : La position du chariot
- $\theta$  : L'angle entre l'axe  $\vec{y}$  et la tige.
- $g$  : La force d'attraction de la pesanteur
- $F$  : Une force extérieur dirigée suivant l'axe  $\vec{x}$

Afin d'obtenir les équations du mouvement, on est amené à faire les hypothèses suivantes:

- La masse  $M$  est supposée ponctuelle de masse  $m$  en son centre.
- Les deux seules masses considérées sont celles de la masse  $M$  et celle du chariot  $C$  de masse  $M$ .
- On considère seulement l'énergie potentielle de la masse  $M$  car le chariot est lié au sol par les roues.

Afin d'obtenir ces équations, on isole l'ensemble (Chariot + Masse) pour calculer les différentes énergies liées à l'ensemble du système; Soit  $E_c$  l'énergie cinétique et  $E_p$  l'énergie potentielle.

L'énergie cinétique se calcule par la somme des différentes énergies potentielles liées aux systèmes qui sont celles de la masse  $M$  et du chariot  $C$ . On obtient:

$$E_c = \frac{1}{2} M v_1^2 + \frac{1}{2} m v_2^2 \quad (I.1)$$

Avec  $v_1$  la vitesse du chariot et  $v_2$  la vitesse de la masse.

L'énergie potentielle totale correspond à celle créée par la masse  $m$ , puisque l'on néglige celle du chariot. On obtient alors :

$$E_p = m g l \cos\theta \quad (I.2)$$

On peut alors exprimer le Lagrangien par:

$$L = E_c - E_p \quad (I.3)$$

On obtient finalement :

$$L = \frac{1}{2} M v_1^2 + \frac{1}{2} m v_2^2 - m g l \cos\theta \quad (I.4)$$

En considérant que le système a deux degrés de liberté  $\dot{\mathbf{x}}$  pour le déplacement horizontal du chariot et  $\theta$  pour la rotation du pendule, la modélisation du système selon la loi générale l'Euler-Lagrange est donnée par :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\varepsilon}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial \varepsilon_j} = F_j \quad (I.5)$$

*Pour le degré de liberté  $\varepsilon(t) = x(t)$*

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\varepsilon}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial \varepsilon_j} = F - b\dot{x} \quad (I.6)$$

Où :  $F$  représente la force exercée sur le chariot.

La dérivée partielle de Lagrangien suivant  $\dot{\mathbf{x}}$  s'écrit :

$$\frac{d}{dt} (M\dot{x} + m\dot{x} + ml \cdot \dot{\theta} \cos\theta) - 0 = F - b\dot{x} \quad (I.7)$$

La première équation de Lagrange s'écrit alors :

$$(M + m)\ddot{x} + ml \cdot \ddot{\theta} \cos\theta - ml \cdot \dot{\theta}^2 \cdot \sin\theta = F - b\dot{x} \quad (I.8)$$

*Pour le degré de liberté  $\varepsilon(t) = \theta(t)$*

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = -d\dot{\theta} \quad (I.9)$$

La dérivée du lagrangien suivant  $\theta$  et  $t$  s'écrit :

$$\frac{d}{dt} (ml\dot{x} \cos \theta + ml^2 \dot{\theta} + J\dot{\theta}) - (-ml\dot{x} \sin \theta \dot{\theta} + mgl \sin \theta) = -d\dot{\theta} \quad (I.10)$$

La deuxième équation de Lagrange est :

$$(ml^2 + J)\ddot{\theta} + ml\ddot{x} \cos \theta - ml\dot{x} \dot{\theta} \sin \theta + ml\dot{x} \dot{\theta} \sin \theta - mgl \sin \theta = -d\dot{\theta}$$

Le modèle de connaissance de l'ensemble chariot-pendule est donné par le système d'équations :

$$\begin{cases} h\ddot{x} + b\dot{x} + ml\ddot{\theta} \cos \theta - ml\dot{\theta}^2 \sin \theta = F \\ ml\ddot{x} \cos \theta + N\ddot{\theta} + d\dot{\theta} - mgl \sin \theta = 0 \end{cases} \quad (I.11)$$

$$\begin{cases} h = M + m \\ N = ml^2 + J \end{cases}$$

$$D = hN - m^2 l^2 \cos^2 x_3$$

Le système d'équations montre la dépendance qui existe entre l'accélération du chariot  $\ddot{x}$  et l'accélération angulaire du pendule  $\ddot{\theta}$ . Ainsi, lorsque  $F=0$  (pas de force extérieure), si on déplace le pendule de sa position d'équilibre, il ne sera soumis qu'à sa propre inertie, il se mettrait alors à osciller et puisque le pendule est fixé sur le chariot, ce dernier commencerait également à se mouvoir. Le modèle d'état de l'ensemble chariot-pendule est donné par:

$$X = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T = [x \ \dot{x} \ \theta \ \dot{\theta}]^T$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{-bN}{D} x_2 - \frac{m^2 l^2 g}{D} \cos x_3 \sin x_3 + \frac{mld \cos x_3}{D} x_4 + \frac{mlN \sin x_3}{D} x_4^2 + \frac{FN}{D} \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{mgl}{N} \sin x_3 - \frac{d}{N} x_4 + \frac{mlb \cos x_3}{D} x_2 + \frac{m^3 l^3 g \cos^2 x_3 \sin x_3}{ND} - \frac{m^2 l^2 d \cos^2 x_3}{ND} x_4 \\ \quad - \frac{m^2 l^2 \cos x_3 \sin x_3}{D} x_4^2 - \frac{mlF}{D} \cos x_3 \\ y_1 = x_1 \\ y_2 = x_3 \end{array} \right. \quad (I.12)$$

### **I.4. Le transporteur personnel Segway**

Le gyropode Segway ou transporteur personnel est un véhicule électrique monoplace, constitué d'une plateforme munie de deux roues sur laquelle l'utilisateur se tient debout, d'un système de stabilisation gyroscopique et d'un manche de maintien et de conduite [3].

Ce type de véhicule permet, tout en occupant la même place qu'un piéton, de se déplacer plus rapidement, silencieusement et sans émission polluante sur un espace piéton. Il représente une alternative au problème de congestion et de pollution des centres urbains [4].

Le gyropode peut être considéré comme un pendule inversé dont la consigne est de rester vertical. Lorsque son utilisateur se penche, le véhicule, conscient de ses états, va accélérer afin de retrouver sa stabilité. Le premier gyropode est le Segway issu de la technologie d'équilibre dynamique sur deux roues parallèles et coaxiales inventée par Dean L. Kamen en l'an 2000 [5]. La **figure I.2** représente des images réelles du Segway.



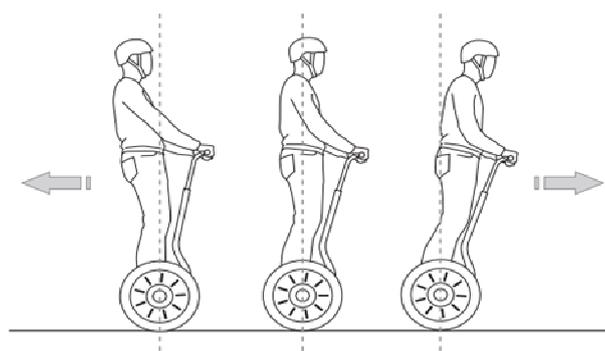
**Figure I.2 : Le transporteur Personnel Segway**

### **I.5. Principe de fonctionnement du Segway**

Le Segway fonctionne comme le corps humain : quand vous marchez, si vous vous penchez en avant, vous faites un pas en avant pour conserver votre équilibre. Si vous vous penchez en arrière, vous faites un pas en arrière. Sur un Segway, lorsque vous vous penchez en avant ou en arrière, la machine actionne les roues dans la direction où vous vous penchez.

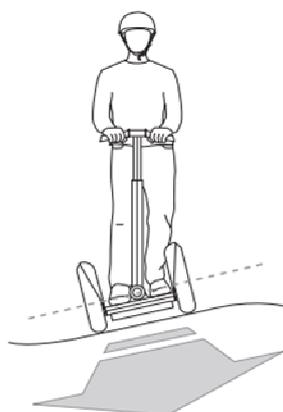
Le Segway utilise une technologie appelée stabilisation dynamique pour maintenir son équilibre et avancer ou reculer [5].

Lorsque vous vous penchez, votre centre de gravité se déplace au delà de l'aire de contact (la zone de contact des pneus avec le sol), ce qui entraîne l'inclinaison du Segway. Les systèmes du Segway détectent ce changement et actionnent les roues afin qu'elles restent en dessous de vous (**Figure I.3**).



**Figure I.3 : Principe de fonctionnement du Segway - inclinaison vers l'avant et l'arrière**

Lorsque vous faites pivoter le guidon (cadre LeanSteer) vers la gauche, le Segway tourne à gauche. Lorsque vous faites pivoter le guidon (cadre LeanSteer) vers la droite, le Segway tourne à droite. Pour faire tourner le Segway, orientez le guidon (cadre LeanSteer) dans la direction voulue en maintenant le guidon aligné par rapport à votre corps. Lorsque le cadre LeanSteer est centré, le Segway va tout droit (**Figure I.4**).

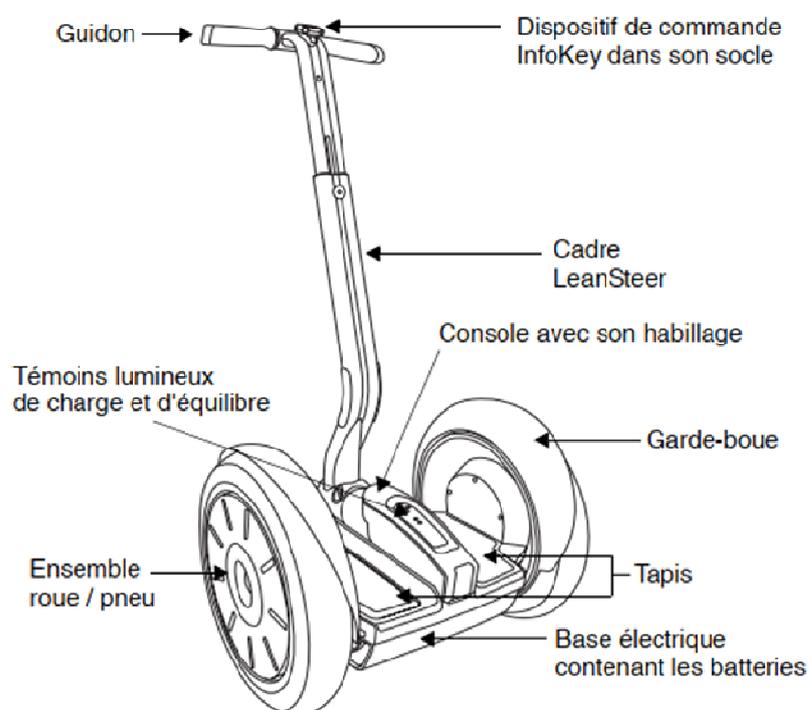


**Figure I.4 : Principe de fonctionnement du Segway - pour tourner**

La technologie de stabilisation dynamique du Segway lui permet de s'équilibrer vers l'avant et l'arrière, mais pas d'un côté à l'autre. Si vous faites basculer le Segway sur une seule roue, il ne se placera pas dynamiquement en dessous de vous et risque de tomber. Le conducteur est responsable de maintenir sa stabilité latérale en gardant le corps aligné par rapport au cadre LeanSteer. De même, penchez-vous à l'intérieur des virages et vers l'amont lorsque vous conduisez sur une pente.

### **I.6. Composants et sous-systèmes du Segway**

Le Segway comprend les composants et sous-systèmes suivants [6] (Figure I.5) :



**Figure I.5 : Les composants du Segway**

#### **6.1 Dispositif de commande InfoKey :**

L'InfoKey est le dispositif de commande sans fil qui sert à manœuvrer et à contrôler le Segway TP et il est propre à chaque Segway (gyropode). Il est doté de quatre boutons sur son contour externe et d'un écran en son centre. Il n'affiche pas seulement les informations pratiques concernant votre trajet, à savoir la quantité d'énergie restante, le nombre de kilomètres parcourus ou la vitesse instantanée. Il est indispensable pour le démarrage et permet d'activer une alarme qui rend toute tentative de vol inutile [7] (Figure I.6).

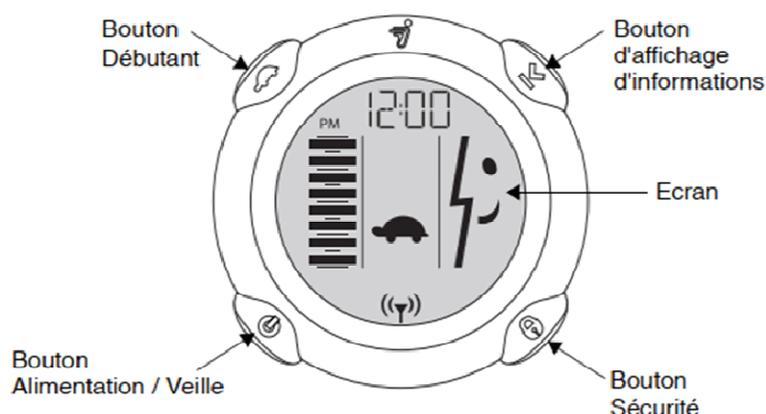


Figure I.6 : Les boutons du dispositif de commande infokey

### **6.2 Ensemble cadre LeanSteer / Guidon :**

Le cadre LeanSteer pivote à la base pour contrôler la direction gauche/droite du Segway TP.

### **6.3 Ensemble roue / pneu et garde-boues :**

Le Segway TP est équipé de garde-boues conçus pour protéger le conducteur contre les projections de débris et dans les virages.

### **6.4 Base électrique :**

La base électrique contient la console, les capteurs de présence de conducteur, les cartes de commande (Système de contrôle (CU)), Moteurs, Boîte à vitesses, Centrale inertielle (Capteurs d'équilibre (BSA)).

### **6.5 Console équipée de témoins lumineux d'équilibre et de charge :**

La console est située sous le cadre LeanSteer et entre les deux tapis. Elle est assemblée avec un couvercle qui ne doit pas être retiré.

Il y a deux groupes de témoins lumineux sur la console: Les témoins lumineux d'équilibre qui indiquent visuellement si le Segway TP est prêt à recevoir le conducteur et les témoins de charge des batteries qui indiquent le niveau de charge des batteries du Segway TP (Figure I.7).

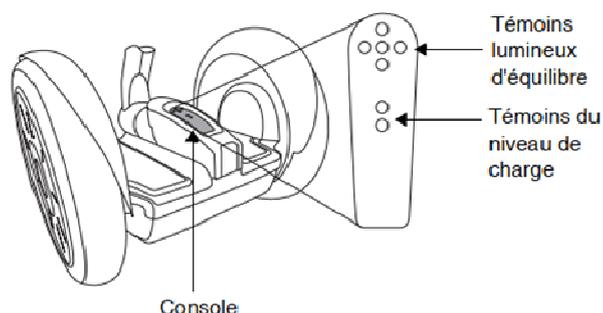


Figure I.7 : Console et témoins lumineux

### 5.6 Tapis :

Le Segway TP contient deux tapis posés à droite et à gauche de la console. Les tapis protègent les capteurs de présence du conducteur situés en dessous et permettent une conduite en tout confort.

### 5.7 Les capteurs de présence du conducteur :

Le Segway TP est équipé de quatre capteurs situés sous les tapis pour détecter la présence ou l'absence du conducteur pendant la mise en marche du Segway TP :

- a) Si les pieds sont à la position correcte sur les tapis, les quatre capteurs sont enclenchés, permettant au Segway TP de fonctionner normalement en mode Equilibre.
- b) Si moins de trois capteurs sont enclenchés pendant la conduite, le Segway TP réduit la vitesse limite maximale, que le mode de conduite (Débutant) soit activé ou non. Dès que les pieds sont correctement repositionnés, le Segway TP reprend à plein régime.
- c) Si le Segway TP est déplacé trop rapidement en mode Equilibre et qu'aucun capteur de présence ne s'enclenche, un avertissement par vibration du guidon est généré avant de passer du mode Equilibre au mode Veille (**Figure I.8**).

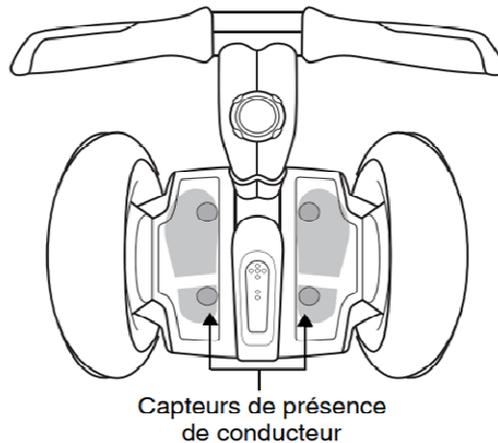


Figure I.8 : Les capteurs de présence du conducteur

### 5.8 Centrale inertielle (Capteurs d'équilibre (BSA)) :

La centrale inertielle ou Le capteur d'équilibre (BSA) est un modèle d'élégance pour un appareil extrêmement résistant et particulièrement sensible qui contient cinq capteurs de taux angulaire (gyroscopes à semi-conducteurs) et deux capteurs d'inclinaison. Elle envoie aux cartes de commande des informations sur l'orientation du Segway TP. Tous les capteurs sont surveillés en permanence par le Segway TP afin d'en assurer le fonctionnement. En cas de défaillance de l'un de ces capteurs, le Segway déclenche un arrêt d'urgence (Figure I.9)

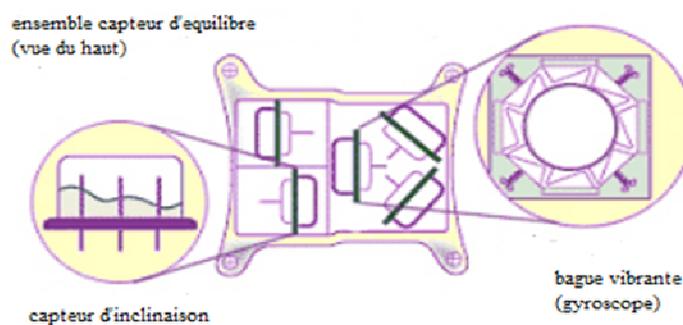


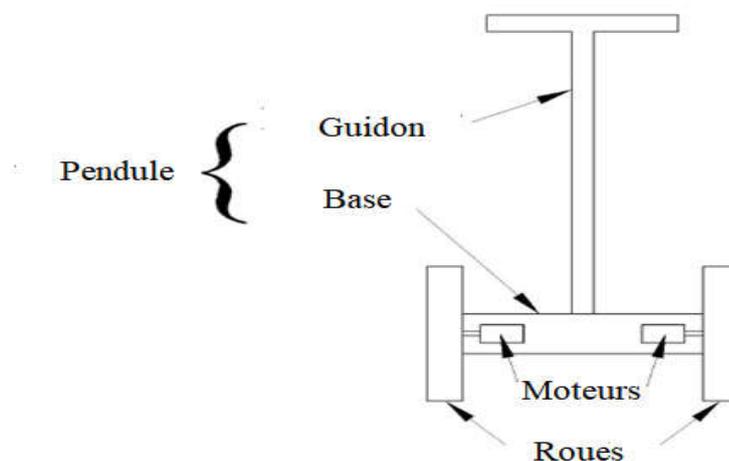
Figure I.9 : Capteurs d'équilibre (BSA)

Le Segway a été conçu dans un souci de sécurité du conducteur et des personnes se trouvant à proximité. Des sous-systèmes redondants assurent le fonctionnement contrôlé du Segway pour le cas improbable d'une défaillance d'un composant. En cas de défaillance d'un composant de sous-système, l'autre composant continue de fonctionner pour permettre l'arrêt en toute sécurité avant de descendre de la machine [6].

### **I.7. La modélisation dynamique du Segway**

Pour élaborer et contrôler le Segway, il est nécessaire d'avoir un modèle dynamique qui représente le plus possible, le comportement dynamique du mouvement du lacet et du tangage. Le lacet représente le mouvement de rotation horizontale autour de l'axe verticale et le tangage représente le mouvement de rotation autour de l'axe transversal du sens de mouvement.

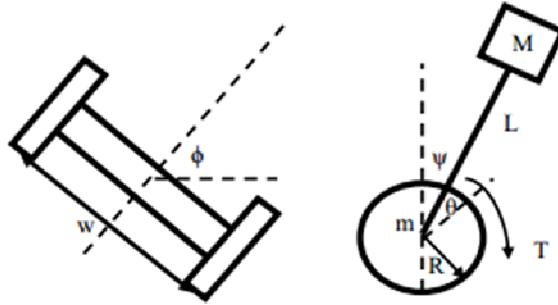
Un modèle de transporteur humain à pendule inversé à deux roues (Segway) est présenté ici. Le modèle consiste en un ensemble base-guidon, représenté par un pendule inversé, dont la base est attachée à deux moteurs, qui sont utilisés pour conduire chacune des deux roues [3], comme représenté sur la **Figure I.10**



**Figure I.10 : Principaux composants du transporteur personnel à deux roues**

**I.7.1. Modèle 1 :**

Il est supposé que le Segway a 3 degrés de liberté. Les variables généralisées du robot sont l'angle de la roue ( $\theta$ ), l'angle de tangage ( $\phi$ ) et l'angle de lacet ( $\psi$ ) **Figure I.11**.



**Figure I.11 : le schéma de Modèle de Segway**

Le modèle dynamique du segway est construit sur la base de la méthode de la fonction lagrangienne:

$$L_a = L_1 + L_2 + B \quad (I.13)$$

L'équation présente un lagrangien où L1, L2 et B représentent respectivement l'énergie cinématique de translation, l'énergie cinématique de rotation et l'énergie potentielle.

Selon la dynamique du Segway, les énergies cinétiques de translation et de rotation sont décrites comme suit:

$$L_1 = \frac{1}{2}m(\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) + \frac{1}{2}m(\dot{x}_r^2 + \dot{y}_r^2) + \frac{1}{2}M(\dot{x}_b^2 + \dot{y}_b^2 + \dot{z}_b^2) \quad (I.14)$$

$$L_2 = \frac{1}{2}J_w\dot{\theta}_l^2 + \frac{1}{2}J_w\dot{\theta}_r^2 + \frac{1}{2}J_\psi\dot{\psi}^2 + \frac{1}{2}J_\phi\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}n^2J_m(\dot{\theta}_l - \dot{\psi})^2 + \frac{1}{2}n^2J_m(\dot{\theta}_r - \dot{\psi})^2 \quad (I.15)$$

$$B = Mgz_b \quad (I.16)$$

Les équations de Lagrange sont:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L_a}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L_a}{\partial \theta} = F_l + F_r \quad (I.17)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L_a}{\partial \dot{\psi}} \right) - \frac{\partial L_a}{\partial \psi} = -F_l - F_r \quad (I.18)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L_a}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial L_a}{\partial \phi} = \frac{W}{2R} (F_r - F_l) \quad (I.19)$$

Où,  $F_l$  et  $F_r$  sont les couples sur les roues gauche et droite, respectivement. En outre, on pourrait les définir comme suit:

$$F_r = nK_t i_r \quad (I.20)$$

$$F_l = nK_t i_l \quad (I.21)$$

- $F_l$  : couple de moteur gauche
- $F_r$  : couple de moteur droite

En substituant les énergies cinétique et potentielle dans les équations de Lagrange, les équations du mouvement sont les suivantes:

$$((2m + M)R^2 + 2J_w + 2n^2J_m)\ddot{\theta} + (MRL \cos \psi - 2n^2J_m)\ddot{\psi} - MLR\psi^2 \sin \psi = F_\theta \quad (I.22)$$

$$(MRL \cos \psi - 2n^2J_m)\ddot{\theta} + (ML^2 + J_\psi + 2n^2J_m)\ddot{\psi} - MgL \sin \psi - ML^2\dot{\phi}^2 \sin \psi \cos \psi = F_\psi \quad (I.23)$$

$$\left( \frac{1}{2} mW^2 + J_\phi + \frac{W^2}{2R^2} (J_w + n^2J_m) + ML^2 \sin \psi \right) \ddot{\phi} + 2ML^2\dot{\psi}\dot{\phi} \sin \psi \cos \psi = F_\phi \quad (I.24)$$

Dans lesquelles les forces externes peuvent être présentées par:

$$F_\theta = \frac{nK_t}{R_m} (v_l + v_r) + 2 \left( \frac{n^2K_tK_b}{R_m} \right) \dot{\psi} - 2 \left( \frac{n^2K_tK_b}{R_m} \right) \dot{\theta} \quad (I.25)$$

$$F_\psi = -\frac{nK_t}{R_m} (v_l + v_r) - 2 \left( \frac{n^2K_tK_b}{R_m} \right) \dot{\psi} + 2 \left( \frac{n^2K_tK_b}{R_m} \right) \dot{\theta} \quad (I.26)$$

$$F_\phi = \frac{nK_tW}{2RR_m} (v_r - v_l) - \frac{W^2}{2R^2} \left( \frac{n^2K_tK_b}{2R_m} \right) \dot{\phi} \quad (I.27)$$

Les équations susmentionnées peuvent être transformées en espace d'état non-linéaire, en définissant :

$$[\theta, \dot{\theta}, \psi, \dot{\psi}, \phi, \dot{\phi}]$$

Comme les variables d'état:

$$X = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6] = [\theta, \dot{\theta}, \psi, \dot{\psi}, \phi, \dot{\phi}]$$

Par conséquent, la forme générale de l'espace d'état est donnée sous forme

$$M(x)\dot{x} = f(x) + u \quad (I.27)$$

Où:

$$M(x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ M_{21} & M_{22} & -M_{24} & M_{24} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -M_{21} & M_{24} & M_{21} & M_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{65} & M_{66} \end{bmatrix} \quad (I.28)$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \\ f_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ MLRx_4^2 \sin x_3 \\ x_4 \\ MgL \sin x_3 + ML^2 x_6^2 \sin x_3 \cos x_3 \\ x_6 \\ -2ML^2 x_4 x_6 \sin x_3 \cos x_3 \end{bmatrix} \quad (I.29)$$

$$u = \begin{bmatrix} 0 \\ u_2 \\ 0 \\ -u_4 \\ 0 \\ u_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{nK_t}{R_m} & \frac{nK_t}{R_m} \\ 0 & 0 \\ -\frac{nK_t}{R_m} & -\frac{nK_t}{R_m} \\ 0 & 0 \\ \frac{nK_t w}{2RR_m} & -\frac{nK_t w}{2RR_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_r \\ v_l \end{bmatrix} \quad (I.30)$$

Où  $u$  est l'entrée de commande générée par les régulateurs qui seront proposés par la suite.

### I.7.2. Modèle 2 :

Cette section montre d'abord les équations cinématiques utilisées pour dater le modèle dynamique d'un segway (pendule inversé à deux roues). Ces relations ont été introduites dans un ensemble commercial de dynamiques multi corps pour obtenir les équations de mouvement du système.

- Pour élaborer ce modèle, on suppose que
- Les deux roues ont le même rayon.
- Les deux roues ont la même masse.
- Les roues ne sont pas déformables.

- Les roues roulent sur le sol sans glisser.
- Le sol est en surface avec une certaine pente.
- Le guidon du véhicule ne peut pas être incliné latéralement.

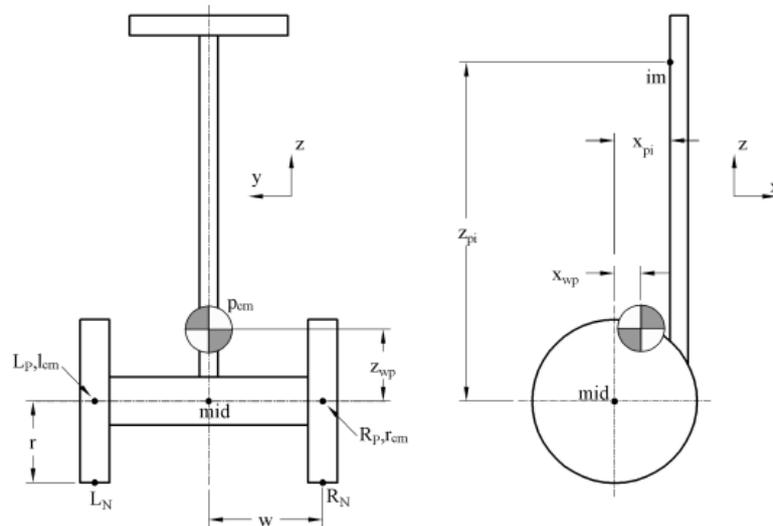
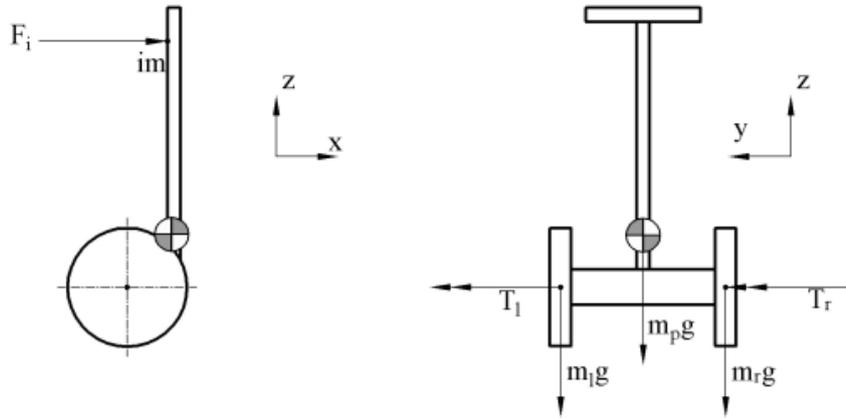


Figure I. 12: Paramètres de géométrie du modèle Segway

- Les roues sont toujours en contact avec le sol, ce qui empêche le véhicule de basculer dans le sens du roulis.
- Contrairement au vrai Segway, le véhicule ne tente pas de ralentir lorsque la limite de vitesse est atteinte.
- Le véhicule ne tente pas de repousser l'utilisateur si l'angle de tangage est trop grand, comme c'est le cas sur les transporteurs commerciaux.
- Le véhicule peut tourner à n'importe quelle vitesse de lacet indépendamment de la vitesse.[7]



**Figure I.12 : Masses et couples présents pendant le fonctionnement à vide.**

Un repère auxiliaire appelé " S " est le repère qui tourne autour de " N " avec le même angle de lacet que le véhicule. Ce repère est utilisé pour simplifier la détermination de la rotation angulaire des roues par rapport au châssis du véhicule. La vitesse de rotation de l'image 'S' autour de 'N' est : [7]

$$\vec{\omega}_{S/N} = \dot{\beta} \vec{z}_N$$

La machine s'incline dans le sens du tangage selon un angle  $\theta_p$ . La vitesse angulaire du pendule par rapport au repère 'S' est donnée par :

$$\vec{\omega}_{P/S} = \dot{\theta}_p \vec{y}_p$$

La vitesse angulaire du pendule par rapport au repère newtonien 'N' est alors :

$$\vec{\omega}_{P/N} = \vec{\omega}_{P/S} + \vec{\omega}_{S/N}$$

De même, les deux roues, qui sont identifiées par les sous-indices " L " et " R " pour gauche et droite, ont des vitesses angulaires données par :

$$\vec{\omega}_{L/S} = \dot{\theta}_L \vec{y}_s$$

$$\vec{\omega}_{L/N} = \vec{\omega}_{L/S} + \vec{\omega}_{S/N}$$

$$\vec{\omega}_{R/S} = \dot{\theta}_R \vec{y}_s$$

$$\vec{\omega}_{R/N} = \vec{\omega}_{R/S} + \vec{\omega}_{S/N}$$

Les vecteurs de position aux points pertinents du véhicule sont décalés par rapport au point médian entre les roues. Les emplacements du centre de masse du pendule et des deux roues par rapport à ce point sont :

$$\vec{r}_{Pcm/mid} = x_w p\vec{x}_p + z_w p\vec{z}_p \quad (I.31)$$

$$\vec{r}_{Rcm/mid} = -\omega\vec{y}_p \quad (I.32)$$

$$\vec{r}_{Lcm/mid} = \omega\vec{y}_p \quad (I.33)$$

Le point de contact avec le sol de chaque roue est daté comme :

$$\vec{r}_{rn/rcm} = -r\vec{z}_N \quad (I.34)$$

$$\vec{r}_{ln/lcm} = -r\vec{z}_N \quad (I.35)$$

Ces informations permettent d'obtenir les vitesses de tous les points pertinents :

$$\vec{v}_{Pcm/mid} = \vec{\omega}_{P/N} \times \vec{r}_{Pcm/mid} \quad (I.36)$$

$$\vec{v}_{P/N} = \vec{v}_{Pcm/mid} + \vec{v}_{mid/N} \quad (I.37)$$

$$\vec{v}_{Lcm/mid} = \vec{\omega}_{P/N} \times \vec{r}_{Lcm/mid} \quad (I.38)$$

$$\vec{v}_{Lcm/N} = \vec{v}_{Lcm/mid} + \vec{v}_{mid/N} \quad (I.39)$$

$$\vec{v}_{Rcm/mid} = \vec{\omega}_{P/N} \times \vec{r}_{Rcm/mid} \quad (I.40)$$

$$\vec{v}_{Rcm/N} = \vec{v}_{Rcm/mid} + \vec{v}_{mid/N} \quad (I.41)$$

Afin de tenir compte de la contrainte de vitesse sans glissement sur les deux roues, la vitesse du point de contact de chaque roue avec le sol est limitée :

$$\vec{v}_{ln/N} = \vec{v}_{Lcm/N} + \vec{\omega}_{L/N} \times \vec{r}_{ln/Lcm} = 0 \quad (I.41)$$

$$\vec{v}_{rn/N} = \vec{v}_{Rcm/N} + \vec{\omega}_{R/N} \times \vec{r}_{rn/Rcm} = 0 \quad (I.42)$$

Les équations du mouvement sont :

$$\ddot{\theta}_p = \left( m_p(x_{wp} \sin \theta_p - z_{wp} \cos \theta_p) \right) \left( F_i + (T_l + T_r)/r + m_p \left( x_{wp} \cos \theta_p \dot{\theta}_p^2 + z_{wp} \sin \theta_p \dot{\theta}_p^2 + x_{wp} \cos \theta_p \dot{\theta}_p + z_{wp} \sin \theta_p \dot{\theta}_p \right) \right) - m_p \left( x_{wp} \cos \theta_p + z_{wp} \sin \theta_p \right) \left( 2x_{wp} \sin \theta_p \dot{\theta}_p - v - 2z_{wp} \cos \theta_p \dot{\theta}_p \right) / \left( I_{py} + 2I_{\omega x} + 2m_{\omega} \omega^2 + 2I_{\omega y} \omega^2 / r^2 + (I_{px} - I_{py}) \sin^2 \theta_p + m_p (x_{wp} \cos \theta_p + z_{wp} \sin \theta_p)^2 \right) \quad (I.43)$$

$$\ddot{\beta} = -(\omega(T_l - T_r)/r + \dot{\beta}(2(I_{px} - I_{py}) \sin \theta_p \cos \theta_p \dot{\theta}_p - m_p(x_{wp} \cos \theta_p + z_{wp} \sin \theta_p)(2x_{wp} \sin \theta_p \dot{\theta}_p - v - 2z_{wp} \cos \theta_p \dot{\theta}_p))) / (I_{py} + 2I_{\omega x} + 2m_{\omega} \omega^2 + 2I_{\omega y} \omega^2 / r^2 + (I_{px} - I_{py}) \sin^2 \theta_p + m_p(x_{wp} \cos \theta_p + z_{wp} \sin \theta_p)^2) \quad (I.44)$$

$$\dot{v} = \left( (I_{py} + m_p(x_{wp}^2 + z_{wp}^2)) \right) \left( F_i + (T_l + T_r)/r + m_p \left( x_{wp} \cos \theta_p \dot{\theta}_p^2 + z_{wp} \sin \theta_p \dot{\theta}_p^2 + x_{wp} \cos \theta_p \dot{\theta}_p + z_{wp} \sin \theta_p \dot{\theta}_p \right) \right) - m_p \left( x_{wp} \cos \theta_p + z_{wp} \sin \theta_p \right) \left( T_l + T_r + F_i(x_{pi} \sin \theta_p - z_{pi} \cos \theta_p) \right) - g m_p (x_{wp} \cos \theta_p + z_{wp} \sin \theta_p) - \left( (I_{px} - I_{py}) \sin \theta_p \cos \theta_p - m_p(x_{wp} \cos \theta_p + z_{wp} \sin \theta_p)(x_{wp} \sin \theta_p - z_{wp} \cos \theta_p) \dot{\beta}^2 \right) / \left( (I_{py} + m_p(x_{wp}^2 + z_{wp}^2))(m_p + 2m_{\omega} + 2I_{\omega y}/r^2) - m_p^2(x_{wp} \sin \theta_p - z_{wp} \cos \theta_p)^2 \right) \quad (I.45)$$

[7]

### **I.8. Conclusion**

Dans ce chapitre, on a présenté des généralités sur l'un des systèmes dynamiques, qui représente un intérêt particulier dans le domaine de l'automatique. Ce système est le transporteur personnel Segway (gyropode), qui est basé sur le principe du pendule inversé. A cet effet, le principe de base du pendule inversé a été présenté ainsi que son modèle dynamique au début du chapitre. Par la suite, le système Segway a été introduit à travers son principe de fonctionnement, les composants et les sous-systèmes qui le constitue.

A la fin de ce chapitre, la modélisation du Segway a été établie via son modèle dynamique en se basant sur le formalisme d'Euler Lagrange. Ce modèle est nécessaire au développement des commandes du système, parmi lesquelles on trouve la commande non linéaire et qui sera présentée dans le prochain chapitre.

# Chapitre II:

## La commande non linéaire

---

*Le deuxième chapitre est consacré à la commande des systèmes non linéaires, parmi lesquelles le transporteur personnel Segway, qui a été introduit dans le chapitre précédent. Quelques techniques de commandes non linéaires seront exposées, en présentant leurs avantages et leurs inconvénients, où la commande par mode glissant sera traité avec plus de détails.*

---

- II.1. Introduction
  - II.2. Définition des systèmes dynamiques non linéaires
  - II.3. Modélisation des systèmes dynamiques
  - II.4. Représentation générale d'état
  - II.5. Commande des procédés non linéaires
  - II.6. Conclusion
-

## II.1. Introduction

Un système non linéaire commandé est un ensemble d'équations (différentielles par exemple) non linéaires décrivant l'évolution temporelle des variables constitutives du système sous l'action d'un nombre fini de variables indépendantes appelées entrées ou variables de commande, ou simplement commandes, que l'on peut choisir librement pour réaliser certains objectifs.

## II.2. Définition des systèmes dynamiques non linéaires

Un système est un ensemble de pièces, d'objets ou d'entités qui réalisent une opération spécifique. On appelle systèmes dynamiques non linéaires les systèmes dynamiques, dont le comportement n'est pas linéaire, c'est-à-dire soit la sortie n'est pas proportionnelle à l'entrée, soit plus généralement ne satisfaisant pas au principe de superposition. La linéarité ou la non linéarité d'un système peut donc être mise en évidence soit par modélisation mathématique, soit par des expériences montrant que le principe de superposition n'est pas respecté [8].

## II.3. Modélisation des systèmes dynamiques

L'automatique est avant tout l'art de modéliser, d'analyser, puis de commander les systèmes dynamiques; mais aussi celui de traiter l'information et de prendre des décisions. Ses domaines d'application sont aussi nombreux que variés : mécanique, électromécanique, électronique, thermodynamique, agro-alimentaire, biotechnologies, transports, aéronautique, spatial, industries de transformation et l'économie. L'automatique comprend aussi d'autres sous-domaines comme l'identification, le diagnostic, la stabilisation et l'estimation d'état.

La modélisation consiste à mettre au point un ensemble d'équations ou de règles pour décrire un système d'une façon reproductible et simulable. Le modèle issu de la modélisation sert à prédire le comportement d'un système en fonction de sollicitations connues et ainsi à établir une description mathématique quantitative sous la forme d'un modèle d'état [8].

Un système automatique est généralement un système complexe et imparfait et donc sa modélisation permet de suivre son comportement sous forme souple, dans certaines situations et sous certaines conditions afin de faire son analyse, sa conception et son évaluation.

Le problème des systèmes de commande en ingénierie doit prendre en considération deux problèmes:

- L'analyse, qui représente l'investigation des propriétés d'un système existant,

- La conception, qui représente le choix et l'assemblage des composants des systèmes de commande pour réaliser une tâche spécifique.

Il existe de nombreux modèles de systèmes physiques non linéaires, dans différents domaines: Les systèmes mécaniques qui sont formés d'un ensemble de corps rigides entre eux par des articulations, tels que les véhicules (automobiles, trains, avions, ...) ou les robots. Les systèmes électriques et électromécaniques, dont la dynamique est essentiellement caractérisée par la présence de courant électrique (réseaux électriques, machines électrique) et les systèmes réactionnels qui concerne une classe de systèmes dynamiques utilisés dans les domaines variés de l'ingénierie tels que le génie chimique, le génie biomédical, les biotechnologies ou l'écologie.

### II.4. Représentation générale d'état

Les systèmes dynamiques linéaires peuvent être étudiés dans le domaine temporel par un certain nombre de techniques classiques. Les méthodes les plus couramment utilisées reposent sur les représentations par équations différentielles et par réponse impulsionnelle. Les difficultés rencontrées dans l'emploi de ces méthodes temporelles, notamment lors de l'étude de systèmes relativement complexes, ont été à l'origine du développement des méthodes de transformation (transformée de Laplace et Fourier) conduisant à une représentation par fonction de transfert. L'utilité de cette transformation a été démontrée pour l'étude de la stabilité et la réponse fréquentielle. L'un des inconvénients majeurs de cette approche est de supposer les conditions initiales nulles. Ces conditions initiales jouent cependant un rôle important dans l'étude des systèmes dans le domaine temporel. Un autre inconvénient de cette approche est qu'elle s'adapte mal au cas multi-variables (plusieurs entrées, plusieurs sorties), et enfin les systèmes non-linéaires sont difficilement décrits par des fonctions de transfert [9]. La représentation par vecteur d'état permet de pallier à ces difficultés et d'unifier le cadre de l'étude des systèmes dynamiques continus ou discrets. Le concept d'état est utilisé chaque fois que des informations sur des variables internes sont nécessaires pour prendre une décision concernant un système. On peut donc lister certains avantages de la représentation d'état :

- Une classe très importante de processus physiques peut être représentée par un modèle mathématique du type  $\dot{x}(t) = f(t, x(t), u(t))$ ,
- La représentation d'état tient compte de l'état initial,
- La représentation d'état est plus facilement adaptable au cas multi-variable.

La forme la plus générale de représentation pour un système dynamique est la représentation d'état composée de deux équations :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(t, x(t), u(t)) \\ y(t) = h(t, x(t), u(t)) \end{cases} \quad (\text{II.1})$$

La première équation représente l'équation d'évolution et la seconde, l'équation d'observation (mesures).

### II.5. Commande des procédés non linéaires

Parmi les nombreuses techniques de commande non linéaires et pour commander un système, on s'appuie en général sur un modèle obtenu à partir de connaissances a priori comme les lois physiques ou à partir d'observations expérimentales

Notre objectif dans ce cas n'est pas de traiter en détails chacune d'elles, ni d'apporter un quelconque complément à ces dernières, mais de faire un exposé rapide sur ces techniques en présentant leurs avantages et leurs inconvénients. Certaines techniques, bien qu'ayant fait l'objet de nombreuses recherches, ne sont pas présentées ici.

#### 5.1 Linéarisation par bouclage entrée-état ou entrée-sortie

La linéarisation par bouclage a fait son apparition dans les années 1980 avec les travaux d'Isidori et les apports bénéfiques de la géométrie différentielle. Un grand nombre de systèmes non linéaires peuvent être partiellement ou complètement transformés en systèmes possédant un comportement entrée-sortie ou entrée-état linéaire à travers le choix approprié d'une loi de commande par retour d'état non linéaire interne. Lorsque les dynamiques des zéros sont stables, il est possible de transformer le système non linéaire en une chaîne d'intégrateurs. Après linéarisation, les techniques classiques des systèmes linéaires peuvent être appliquées, comme c'est le cas de la commande par PID. Cette approche a souvent été employée pour résoudre des problèmes pratiques de commande mais cette technique impose que le vecteur d'état soit mesuré et demande un modèle précis du procédé à commander. De plus, les propriétés de robustesse ne sont pas garanties face aux incertitudes paramétriques du modèle. En effet, cette technique est basée sur l'annulation exacte des termes non linéaires. Par conséquent, la présence d'incertitudes de modélisation sur les termes non linéaires rend l'annulation inexacte et l'équation entrée-sortie résultante non linéaire [10].

### La commande PID

Le Régulateur PID (Proportionnel, Intégral, Dérivé) est un système d'auto régulation (boucle fermée), qui cherche à réduire l'erreur entre la consigne et la mesure.

$$e = \text{consigne} - \text{mesure} \quad (\text{II.2})$$

Il sert à atteindre la valeur souhaitée pour une des variables du système (vitesse, position,...)

- Régulation : minimiser rapidement les perturbations
- Poursuite : s'adapter rapidement aux nouvelles consignes.

#### **a. Proportionnel**

L'erreur est multipliée par une constante  $K_p$

$$u(t) = K_p \times e(t) \quad (\text{II.3})$$

$$u(p) = K_p \times e(p) \quad (\text{II.4})$$

Plus  $K_p$  est grand, plus la réponse est rapide Erreur statique

#### **b. Intégral**

L'erreur est intégrée sur un intervalle de temps, puis multipliée par une constante  $K_i$

$$u(t) = K_i \times \int e(\tau) d\tau \quad (\text{II.5})$$

$$u(p) = K_i \times e(p)/p \quad (\text{II.6})$$

Corrige l'erreur statique , Plus  $K_i$  est élevé, plus l'erreur statique est corrigée

#### **c. Dérivé**

L'erreur est dérivée par rapport au temps, puis multipliée par une constante  $K_d$

$$u(t) = K_d \times \frac{\partial e(t)}{\partial t} \quad (\text{II.7})$$

$$u(p) = K_d \times e(p) \times p \quad (\text{II.8})$$

Réduit le dépassement et le temps de stabilisation, Sensible au bruit.

Finalement le PID est

$$u(t) = Kp \times e(t) + ki \int e(\tau) d\tau + Kd \times \frac{\partial e(t)}{\partial t} \quad (\text{II.9})$$

$$u(p) = e(p) \times \left( Kp \times \frac{Ki}{p} + Kd \times P \right) \quad (\text{II.10})$$

En pratique on peut utiliser deux types de contrôleurs PID :

- Contrôleur PID numérique (échantillonnage),
- Contrôleur PID analogique.

Le Contrôleur PID est simple, efficace dans la plupart des cas et le plus utilisé dans l'industrie [13]

### 5.2 Backstepping

La technique du backstepping a fait son apparition dans les années 1990 par P.Kokotovic. L'historique du backstepping est résumé dans Krstic et l'approche y est largement approfondie [10]. La commande non linéaire avec linéarisation entrée-états ou entrée- sortie mène à l'annulation des non linéarités qui pourraient s'avérer utiles. Le backstepping est moins restrictif et n'oblige pas le système à devenir linéaire. L'idée fondamentale du backstepping est de synthétiser la loi de commande d'une manière récursive. Certaines composantes du vecteur d'état sont considérées comme des «commandes virtuelles» et des lois de commande intermédiaires sont élaborées. Le backstepping s'applique aux systèmes non linéaires triangulaires (strict feedback Systems).

### 5.3 La commande adaptative

L'origine de la commande adaptative remonte aux années 1950 : les automaticiens se sont vite aperçus en effet qu'un contrôleur avec des paramètres fixes n'était pas toujours capable d'assurer les performances voulues, par exemple dans le cas où les paramètres du système variaient avec le temps.

Parmi les stratégies de commande adaptative on distingue les méthodes directes comme par exemple la commande adaptative à modèle de référence (MRAC), dont l'objectif est de

concevoir un modèle de référence dont les performances coïncident avec ceux du système en boucle fermée, la fonction de la commande est d'éliminer toute divergence entre la réponse du modèle et celle du système quelque soient le signal d'entrée et les conditions de perturbation (internes ou externes).

Les méthodes indirectes sont basées sur l'identification en temps réels du processus puis le placement de pôles.

Chaque méthode utilise des techniques différentes mais pour le même but l'annulation de l'erreur entre la consigne et la sortie du modèle [9].

### **5.4 La commande prédictive**

Le principe de la commande prédictive la rend séduisante pour de nombreuses applications que ce soit comme une commande linéaire ou non linéaire. La commande prédictive à base de modèle a joué un rôle très important dans le domaine de contrôle de processus, elle est basée sur l'utilisation d'un modèle pour prédire le comportement future du système sur un horizon du temps fini. Une séquence optimale des signaux de commande sur l'horizon de prédiction est obtenue par la minimisation d'un certain coût, le premier signal de la séquence de commande est transmis au processus et l'opération entière de « prédiction-optimisation » est répétée à chaque période d'échantillonnage.

Pour les systèmes non linéaires, cette approche implique un intervalle de temps considérable entre les actions de commande pour permettre la minimisation de la fonction du coût.

Différents algorithmes ont été proposés pour permettre une optimisation plus rapide, par exemple: la Programmation Dynamique (DP) et la Programmation séquentielle quadratique (SQP) [9].

### **5.5 La commande robuste**

L'obtention d'un modèle exact du procédé n'est pas une tâche facile. Les imprécisions du modèle proviennent entre autre des incertitudes liées au procédé lui-même (paramètres mal connus ou difficilement identifiables) ou de l'oubli de certaines dynamiques du système ou même du choix de modélisation trop simplifié de certaines dynamiques. Les imprécisions sont classées en deux catégories: incertitudes paramétriques et dynamiques négligées. Le premier type entrera directement en jeu dans le modèle tandis que le second type porte sur l'ordre sous-estimé du système.

La commande robuste est une première technique de commande de l'automatique traitant ce genre de problème. Dans la synthèse de la loi de commande sont pris en compte un modèle nominal du procédé à contrôler mais aussi les incertitudes paramétriques liées au modèle. La structure du contrôleur robuste est finalement composée d'une partie «nominale» mais aussi de termes additionnels permettant de compenser au mieux les incertitudes liées au modèle

### 5.6 La commande par mode glissant

La commande par mode glissant est une technique particulièrement intéressante. Elle remonte aux années 1970 avec les travaux d'Utkin [9]. Le principe consiste à amener, quelles que soient les conditions initiales, le point représentatif de l'évolution du système sur une hypersurface de l'espace de phase par l'intégration d'éléments de commutation dans la loi de commande. De plus, la commande garantit que le point représentatif du système atteint l'hypersurface en un temps fini. Le système se met en régime glissant lorsque ce point a atteint l'hypersurface, dite surface de glissement. Son comportement devient alors insensible aux perturbations sur la sortie et aux variations paramétriques. Néanmoins, les problèmes de «broutement» ou chattering inhérents à ce type de commande discontinue apparaissent rapidement. Notons que le chattering peut exciter des dynamiques haute fréquence négligées menant parfois à l'instabilité. Des méthodes permettant de réduire ce phénomène ont été développées.

- La commande par mode glissant a connu un essor considérable durant les dernières décennies [10][11][12]. Ceci est dû principalement à la propriété de convergence rapide et en temps fini des erreurs.
- La commande par mode glissant d'ordre 1 (SMC) est une commande à structure variable pouvant changer de structure et commutant entre deux valeurs suivant une logique de commutation bien spécifique  $s(x)$ .
- Le principe de la commande par modes glissants est de contraindre le système à atteindre une surface donnée appelée surface de glissement et d'y demeurer jusqu'à l'équilibre. Cette commande se fait en deux étapes : la convergence vers la surface et ensuite le glissement le long de celle-ci

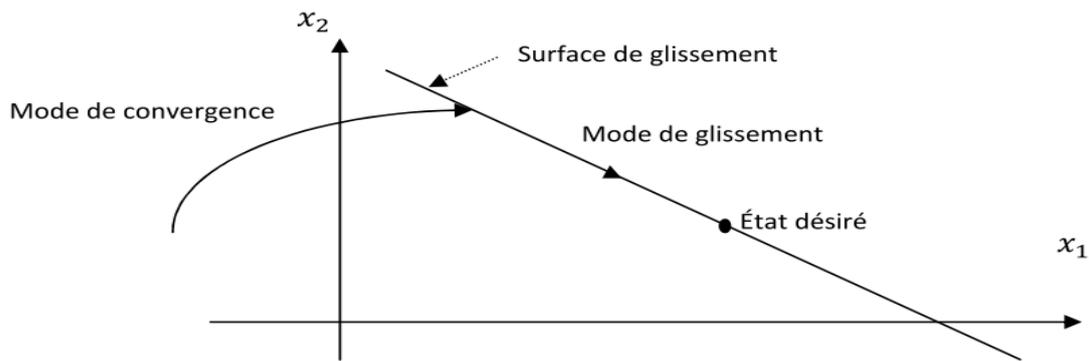


Figure II. 1 : Différents modes de convergence pour la trajectoire d'état

### 5.6.1 Synthèse de la loi de commande

La synthèse de la commande par modes glissants se fait en trois étapes:

- Choix de la surface de glissement;
- Etablir la condition de convergence;
- Déterminer la loi de commande qui permet d'atteindre la surface et d'y demeurer.

#### a. Choix de la surface de glissement

Soit le système décrit par l'équation différentielle suivante

$$\dot{x}^n = f(x, t) + g(x, t) u \quad (\text{II.11})$$

Où  $f$  et  $g$  sont des fonctions non linéaires,  $g$  est supposée inversible.

$u$  : L'entrée du système. ,  $x$  : État du système

Soit  $x_d$  la consigne désirée et  $e$  l'erreur de poursuite définie par :

$$e = x - x_d \quad (\text{II.12})$$

La formule générale de la surface de glissement est définie en fonction de l'ordre du système comme suit

$$s(x) = \left( \frac{\partial}{\partial t} + \lambda \right)^{n-1} e(x) \quad (\text{II.13})$$

Ou  $n$  : le degré relatif du système par rapport à la sortie  $y(t)$ . Il représente le nombre minimum de fois qu'il faut dériver la sortie  $y(t)$  par rapport au temps, pour y voir apparaître l'entrée

### **b. Condition d'existence du mode de glissement**

Le choix de la fonction de glissement étant fait, la deuxième étape consiste à concevoir une loi de commande qui puisse amener le vecteur d'état à converger vers la surface et y demeurer ( $S=0$ ). Pour cela, il faut que la loi de commande soit conçue de telle manière à ce que  $S$  soit attractif.

Pour déterminer la condition d'attractivité, considérons la fonction de Lyapounov suivante:

$$v(s) = \frac{1}{2} s^2 : \quad (\text{II.14})$$

Une condition nécessaire et suffisante, appelée condition d'attractivité, pour qu'une variable de glissement  $s(x, t)$  tende vers 0 est que la dérivée temporelle soit définie négative :

$$\dot{s} \cdot s < 0 \quad (\text{II.15})$$

Si la condition (II.15) est vérifiée, alors la variable de glissement et sa dérivée sont de signe contraire quel que soit le temps et que 0 est un centre attracteur pour  $S$ .

Le temps de convergence, ou le temps d'atteinte « reaching time » tr dépend directement du choix de  $S$ .

Pour une convergence en temps fini, la condition (a) qui ne garantie qu'une convergence asymptotique vers la surface de glissement est remplacée par une condition plus restrictive dite de  $\eta$ -attractivité et donnée par

$$\dot{s} \cdot s < \eta |s| \quad \eta > 0 \quad (\text{II.16})$$

### **5.6.2 le broutement (chattering) :**

Un régime glissant idéal requiert une commande pouvant commuter à une fréquence infinie. Ainsi, durant le régime glissant, les discontinuités appliquées à la commande peuvent entraîner un phénomène de broutement, appelé réticence ou "chattering" en anglais. Celui-ci se caractérise par de fortes oscillations des trajectoires du système autour de la surface de glissement (figure (II.2)). Les principales raisons à l'origine de ce phénomène sont les limitations des actionneurs ou les retards de commutation au niveau de la commande. Ces commutations détériorent la précision de la commande et peuvent s'avérer néfastes pour

l'organe de commande en provoquant une détérioration prématurée des systèmes mécaniques et une élévation de température dans les systèmes électriques (perte d'énergie non négligeable)

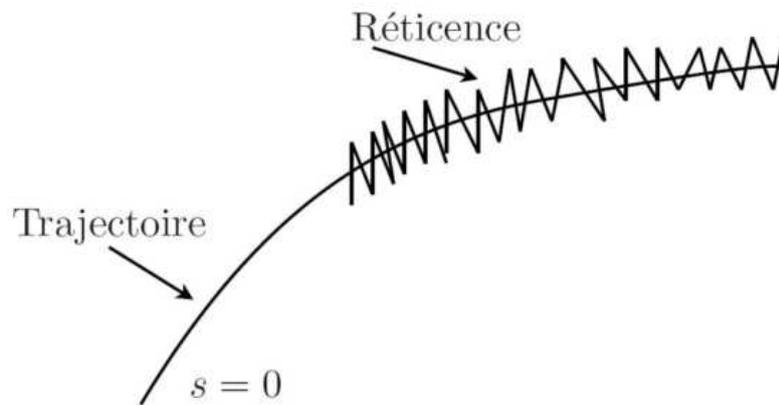


Figure II. 2: Le phénomène de broutement

### 5.6.3 Solutions pour atténuer le phénomène de réticence

Dans le but de réduire ou d'éliminer ce phénomène, de nombreuses solutions ont été proposées, comme la solution de couche limite, fuzzy sliding mode, mode glissant d'ordre supérieur, approche law, etc.....

## II.6. Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté des généralités sur les systèmes dynamiques non linéaires, la modélisation de ces systèmes par représentation d'état. Une vue générale sur les différents systèmes réels non linéaires ont été exposés. Parmi ces systèmes, on trouve les systèmes mécaniques à articulations (comme c'est le cas des robots). Le transporteur personnel Segway peut être considéré parmi ces systèmes. Quelques techniques de commandes non linéaires ont été exposées, en présentant leurs avantages et leurs inconvénients, où la commande par mode glissant a fait l'objet d'une description un peu plus détaillée. Cette commande en plus de celle basée sur un contrôleur PID seront utilisées dans le chapitre qui suit.

# Chapitre III:

## PRESENTATION DES RESULTATS ET INTERPRETATION

---

*Le troisième chapitre présente les résultats trouvés lors des tests de simulation, à travers les courbes de variations des angles choisis pour différentes situations. Deux modèles ont été présentés avec leurs schémas de simulations en utilisant Simulink.*

---

---

III.1 Introduction

III.2 La commande par PID

III.3 Les résultats de simulation du contrôleur PID

III.4 La commande par Mode glissant

III.5 Les résultats de la simulation du contrôleur SMC

III.6 Interprétation des résultats obtenus :

III.7 les résultats de simulation par PID pour le modèle 2

III.9 Conclusion

---

### III.1 Introduction

Dans ce chapitre, la commande du Segway à travers la simulation par simulink sera présentée. Nous avons proposé des tests pour deux modèles différents, sur lesquels nous allons présenter leur commande à commencer par la commande PID pour différents angles et ensuite en appliquant la commande par mode glissant (SMC). Les résultats seront présentés et interprétés pour différentes situations.

### III.2 La commande par PID

Les commandes appliquées au Segway en utilisant un contrôleur PID pour le modèle 1 (Annexe : figure A.1) sont présentées ci-dessous, avec les différents paramètres utilisés (tableau III.1) :

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad (\text{III.1})$$

$$u_1 = K_{p\psi}(\psi_{des} - \psi) + K_{d\psi}(\dot{\psi}_{des} - \dot{\psi}) + K_{i\psi} \int (\psi_{des} - \psi) dt \quad (\text{III.2})$$

$$u_2 = K_{p\theta}(\theta_{des} - \theta) + K_{d\theta}(\dot{\theta}_{des} - \dot{\theta}) + K_{i\theta} \int (\theta_{des} - \theta) dt \quad (\text{III.3})$$

$$u_3 = K_{p\phi}(\phi_{des} - \phi) + K_{d\phi}(\dot{\phi}_{des} - \dot{\phi}) + K_{i\phi} \int (\phi_{des} - \phi) dt \quad (\text{III.4})$$

Tableau III. 1: les paramètres de contrôleur PID

	$K_p$	$K_d$	$K_i$
$\psi$	10	5	10
$\phi$	10	5.4	0.3
$\theta$	10.2	5	1

### III.3 Les résultats de simulation du contrôleur PID

#### 3.1 Position d'angle $\psi$ pour une valeur de $45^\circ$ :

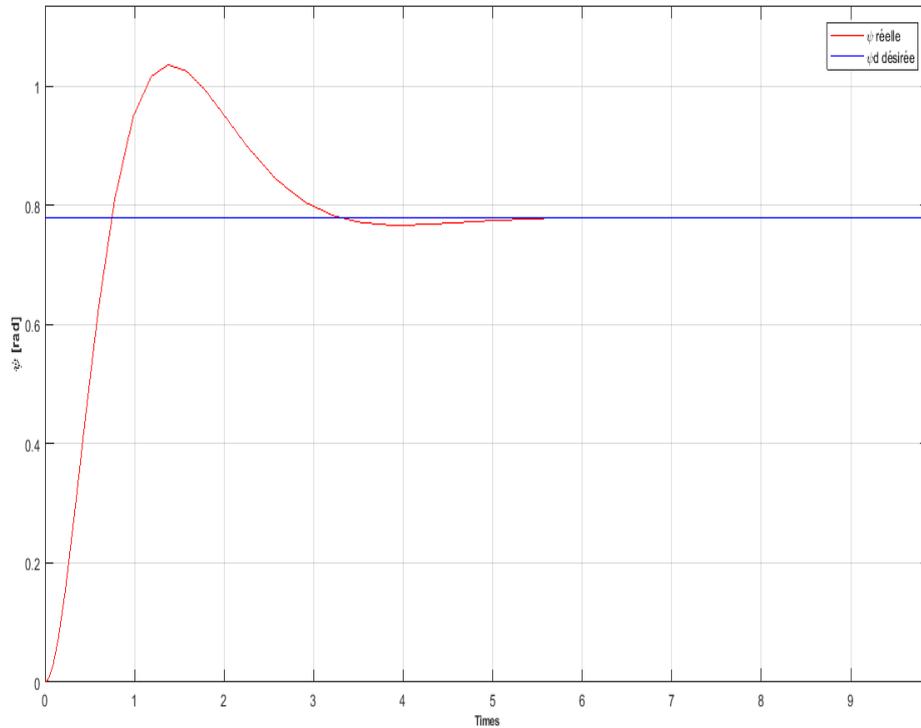


Figure III. 1: La variation de l'angle  $\psi$  par PID ( $45^\circ$ )

#### 3.2 Position d'angle $\phi$ pour une valeur de $45^\circ$ :

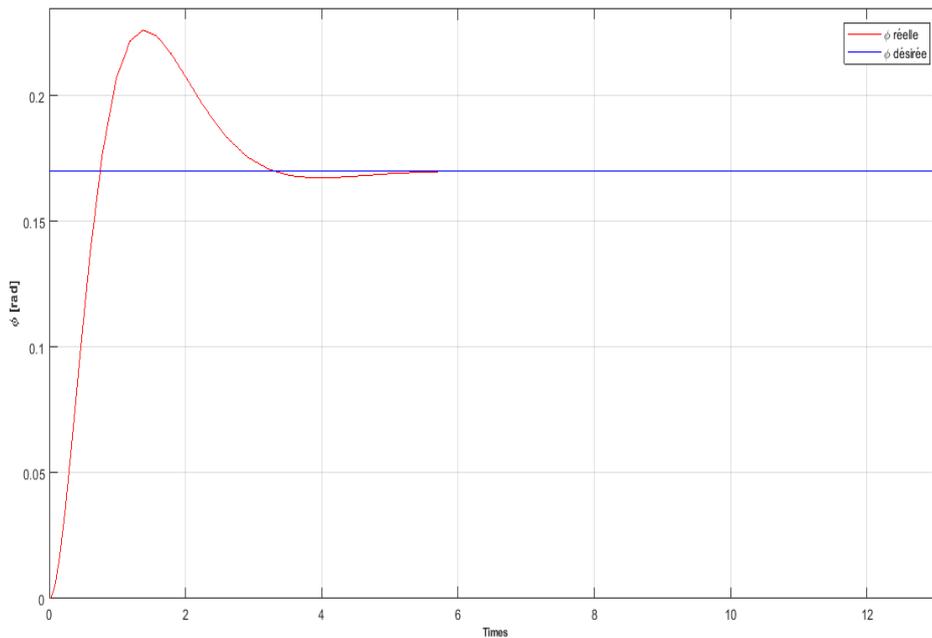


Figure III. 2: La variation de l'angle  $\phi$  par PID ( $45^\circ$ )

3.3 Position d'angle  $\theta$  pour une valeur de  $45^\circ$  :

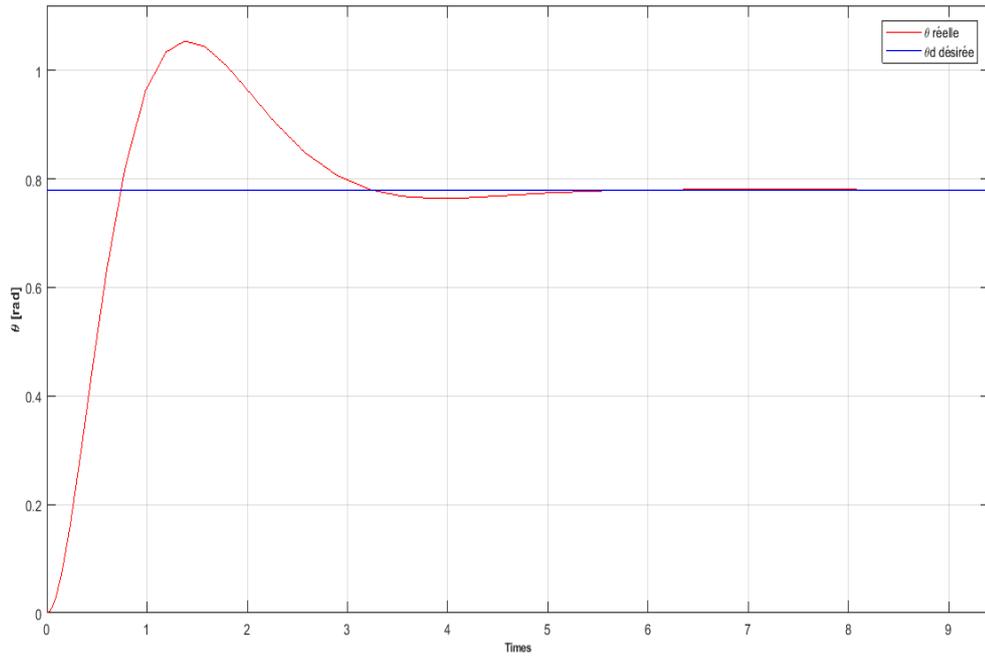


Figure III. 3: La variation de l'angle  $\theta$  par PID ( $45^\circ$ )

3.4 L'erreur de position " $\theta, \phi, \psi$ " par contrôleur PID à  $45^\circ$

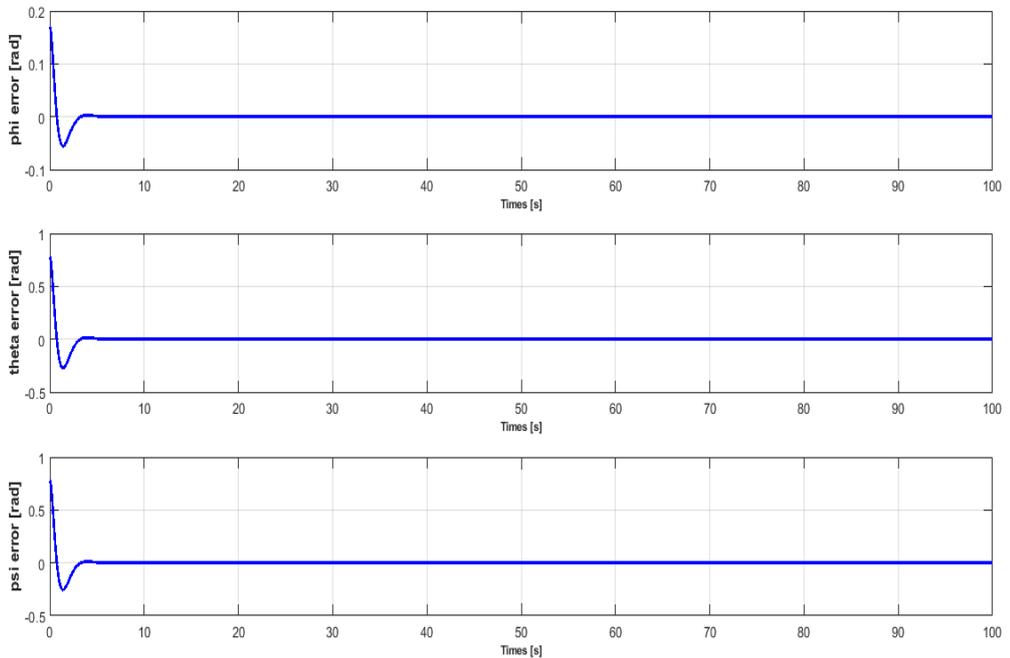


Figure III.4 : L'erreur de position " $\theta, \phi, \psi$ " par contrôleur PID à  $45^\circ$

### 3.5 La commande U de " $\theta, \phi, \psi$ " par contrôleur PID à $45^\circ$

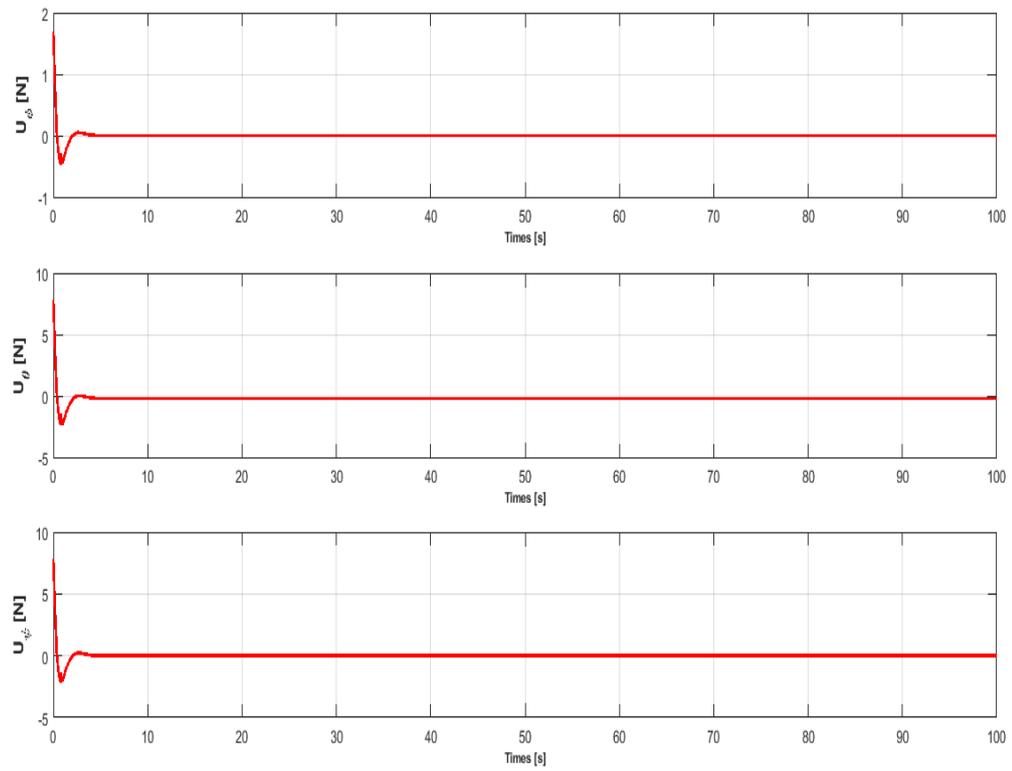


Figure III. 5: La commande U de " $\theta, \phi, \psi$ " par contrôleur PID à  $45^\circ$

### III.4 La commande par Mode glissant

Les commandes appliquées au Segway en utilisant un contrôleur par mode glissant (SMC), appliquées au modèle 1, sont présentées ci-dessous, avec les différents paramètres utilisés (tableau III.2) :

$$\dot{x} = f(x) + u \quad (III.5)$$

$$e_i(x) = x_d - x \quad i \in \{\theta, \psi, \phi\} \quad (III.6)$$

$$s(x) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \lambda\right)^{n-1} e_i(x) \quad (III.7)$$

$$S(x) = e_i(x) \quad (III.8)$$

$$\dot{S} = -K_1 \text{sign}(S) - K_2 (S) \quad (III.9)$$

$$\dot{S} = \dot{e} \quad (III.10)$$

$$= \dot{x}_d - \dot{x} = \dot{x}_d - f(x) - u \quad (III.11)$$

$$u = -f(x) + \dot{x}_d - K_1 \text{sign}(S) - K_2 (S) \quad (III.10)$$

$$\text{losque : } f(x) = \begin{bmatrix} f_2 \\ f_4 \\ f_6 \end{bmatrix}$$

:

Tableau III. 2:valeurs des les paramètres SMC

	$K_1$	$K_2$	$f(x)$
$\theta$	10	1	$MgL \sin x_3 + ML^2 x_6^2 \sin x_3 \cos x_3$
$\psi$	3	2	$MLR x_4^2 \sin x_3$
$\phi$	3	2	$-2ML^2 x_4 x_6 \sin x_3 \cos x_3$

### III.5 Les résultats de la simulation du contrôleur SMC

#### 5.1 Position d'angle $\psi$ par SMC pour une valeur de $10^\circ$ :

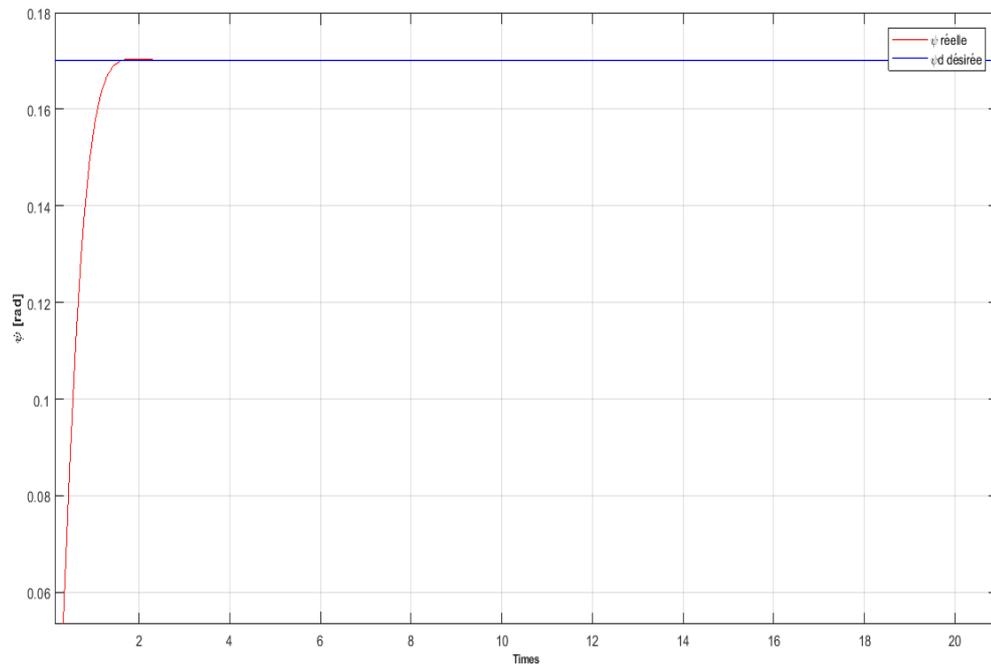


Figure III. 6: La variation de l'angle  $\psi$  par SMC à  $10^\circ$

#### 5.2 Position d'angle $\theta$ pour une valeur de $10^\circ$ :

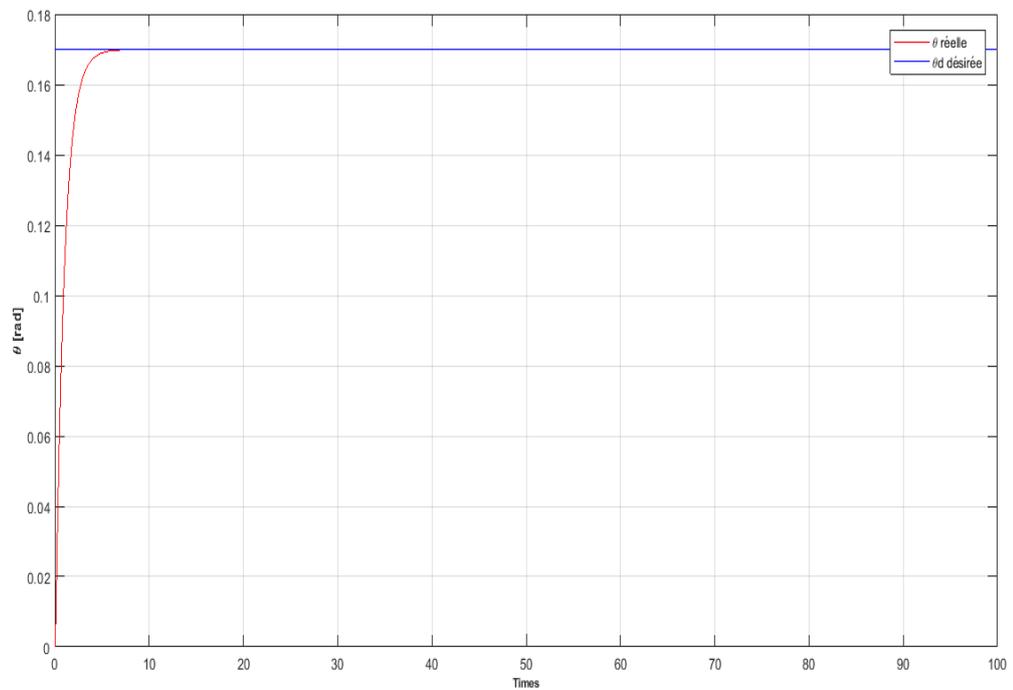


Figure III. 7: La variation de l'angle  $\theta$  par SMC à  $10^\circ$

5.3 Position d'angle  $\phi$  par SMC pour une valeur de  $10^\circ$  :

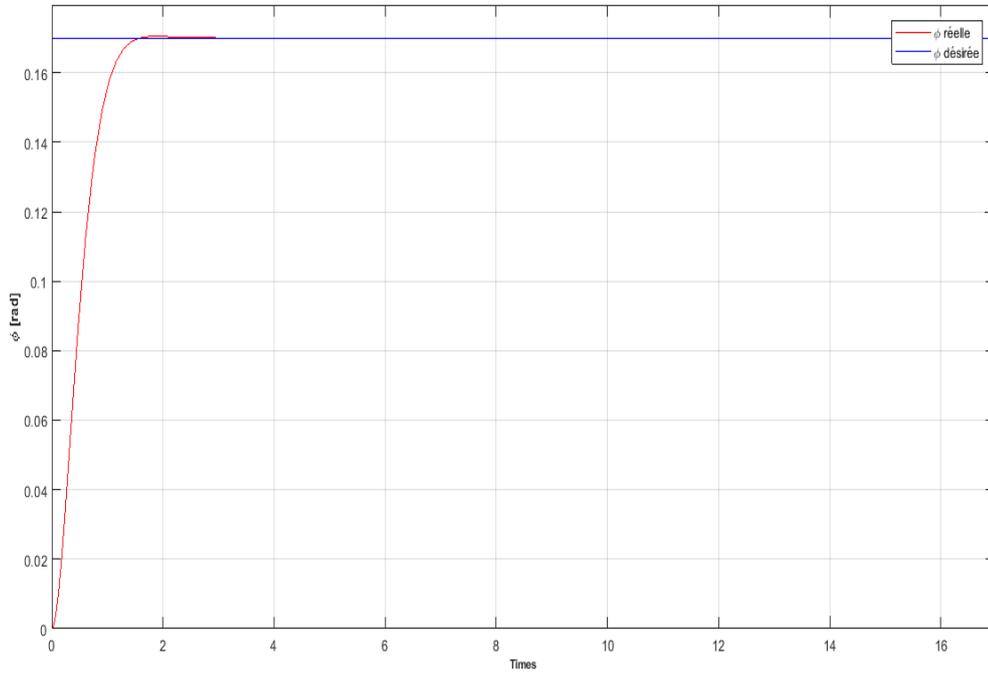


Figure III. 8: La variation de l'angle  $\phi$  par SMC à  $10^\circ$

5.4 Position d'angle  $\phi$  par SMC sans inclinaison (à  $0^\circ$ )

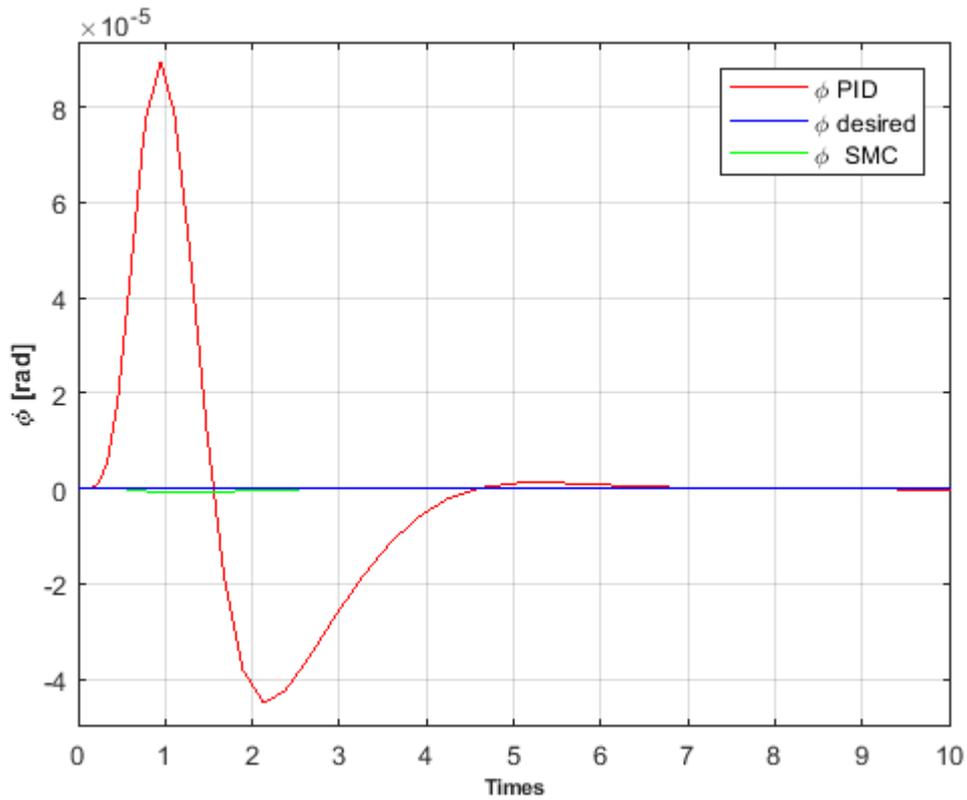


Figure III. 9: La variation de l'angle  $\phi$  par SMC sans inclinaison

### 5.5 Les erreurs de position " $\theta$ , $\phi$ , $\psi$ " par SMC à $45^\circ$

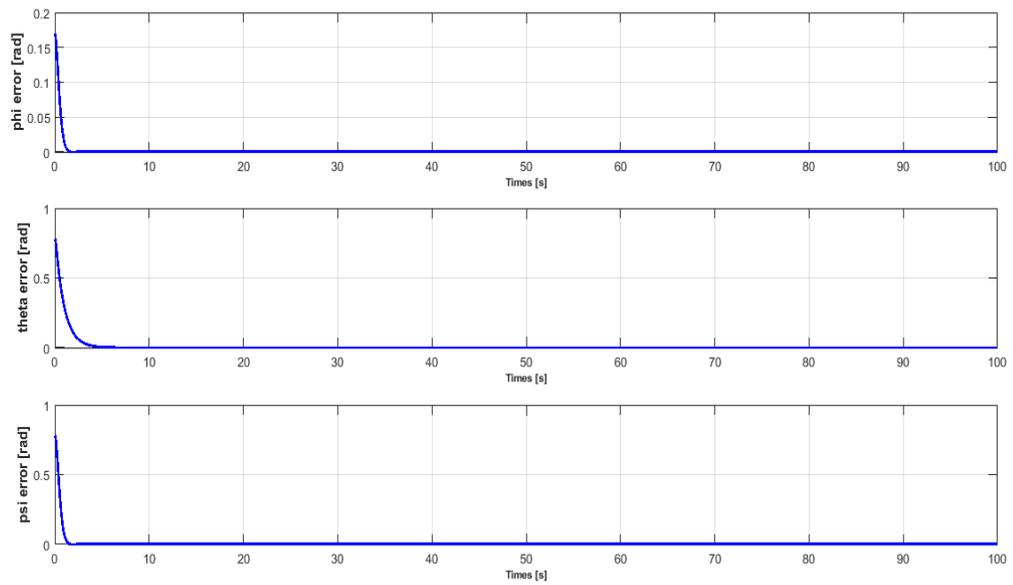


Figure III. 10: Variation des erreurs pour les angles " $\theta$ ,  $\phi$ ,  $\psi$ " par SMC à  $45^\circ$

### 5.6 La commande U de " $\theta$ , $\phi$ , $\psi$ " par SMC pour une valeur de $45^\circ$

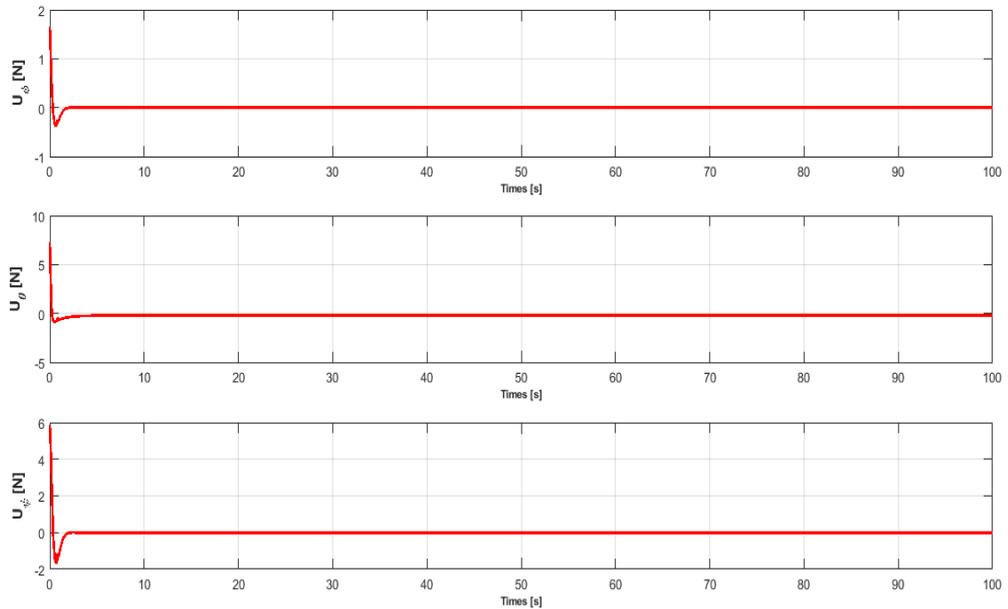
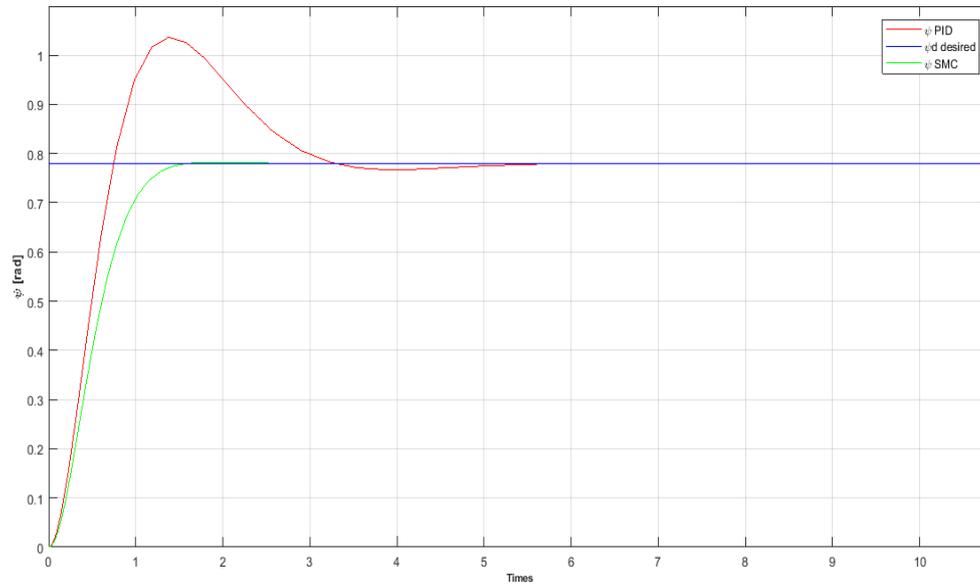
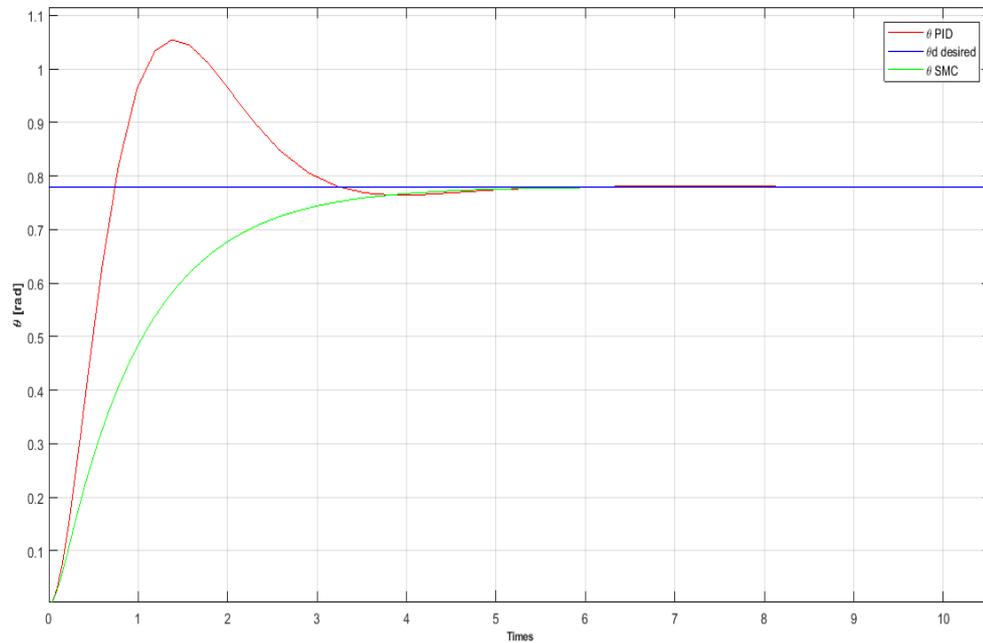
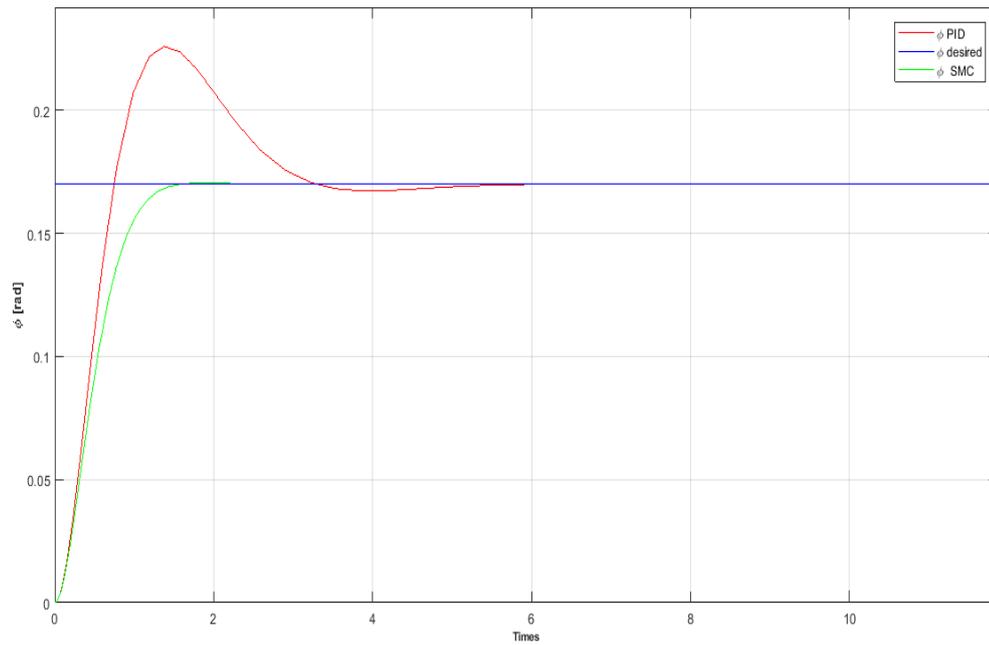


Figure III. 11: La commande U de " $\theta$ ,  $\phi$ ,  $\psi$ " par SMC à  $45^\circ$

**5.7 La comparaison entre les variations des angles  $\psi$  pour SMC et PID à  $45^\circ$** Figure III. 12: Variation de l'angle  $\psi$  pour SMC et PID à  $45^\circ$ **5.8 La comparaison entre les variations des angles  $\theta$  pour SMC et PID à  $45^\circ$** Figure III. 13: Variation de l'angle  $\theta$ , pour SMC et PID à  $45^\circ$

**5.9 La comparaison entre les variations des angles  $\phi$  On SMC et PID à  $45^\circ$** **Figure III. 14: Variation de l'angle  $\theta$ , pour SMC et PID à  $45^\circ$**

### **III.6 Interprétation des résultats obtenus :**

L'application de la commande par PID au système du modèle 1, comme représenté sur les figures (III.1-III-5), montre que le Segway revient à sa position d'équilibre, suivant la consigne proposée ( $10^\circ$  et  $45^\circ$ ) et ceci après un certain temps de réponse et avec un certain dépassement.

Les résultats de la commande par mode glissant (SMC), sur le même modèle est représentée sur les figures (III.6-III.11), donne une courbe qui revient à sa position d'équilibre sans dépassement et pour un temps limité. La comparaison entre les deux commandes, par PID et par mode glissant, est représentée sur les figures (III.12-III-13), ce qui montre une amélioration de l'application de la commande non linéaire SMC par rapport à la commande par PID.

La figure III.9 représente une comparaison entre les deux commandes pour une inclinaison nulle, montre que la commande par SMC ne présente aucune variation, à l'inverse de la commande par PID, même si cette dernière est très faible.

On peut conclure que la commande par mode glissant est bien meilleure par rapport à la commande par PID, appliquée au modèle d'un système non linéaire qui le Segway.

### III.7 les résultats de simulation par PID pour le modèle 2

Les commandes appliquées au Segway en utilisant un contrôleur PID pour le modèle 2 sont présentées ci-dessous (Annexe : figure A.2) :

#### 7.1 Variation de l'angle pitch ' $\theta$ '

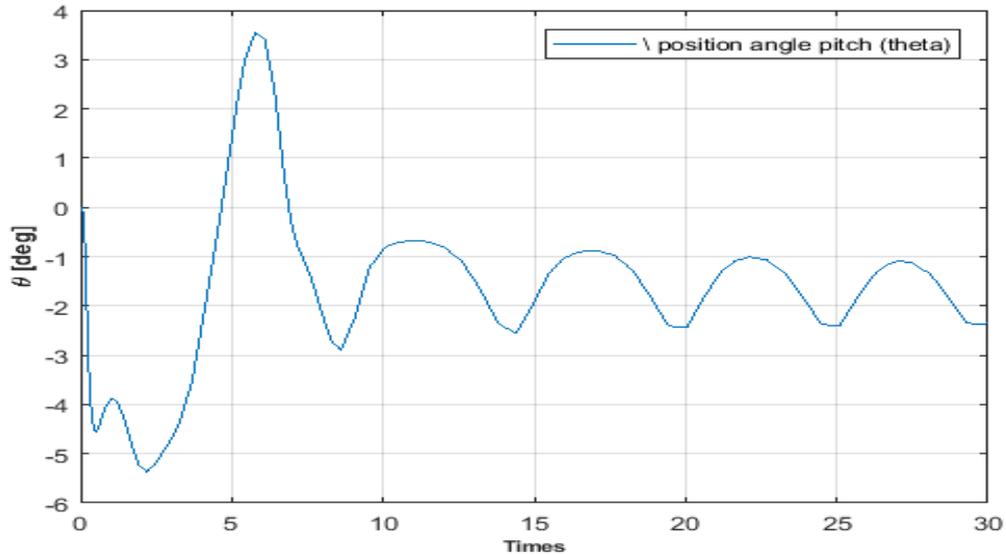


Figure III. 15: Variation de l'angle pitch ' $\theta$ '

#### 7.2 Variation de l'angle d'inclinaison ' $\beta$ '

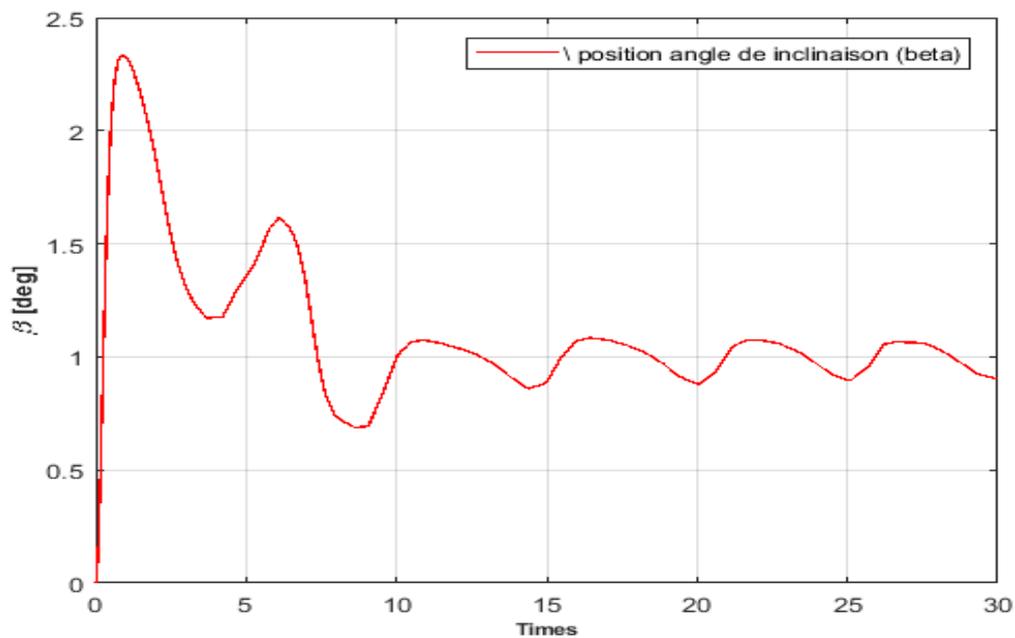


Figure III. 16 : Variation de l'angle d'inclinaison ' $\beta$ '

### 7.3 Variation de la vitesse (V) :

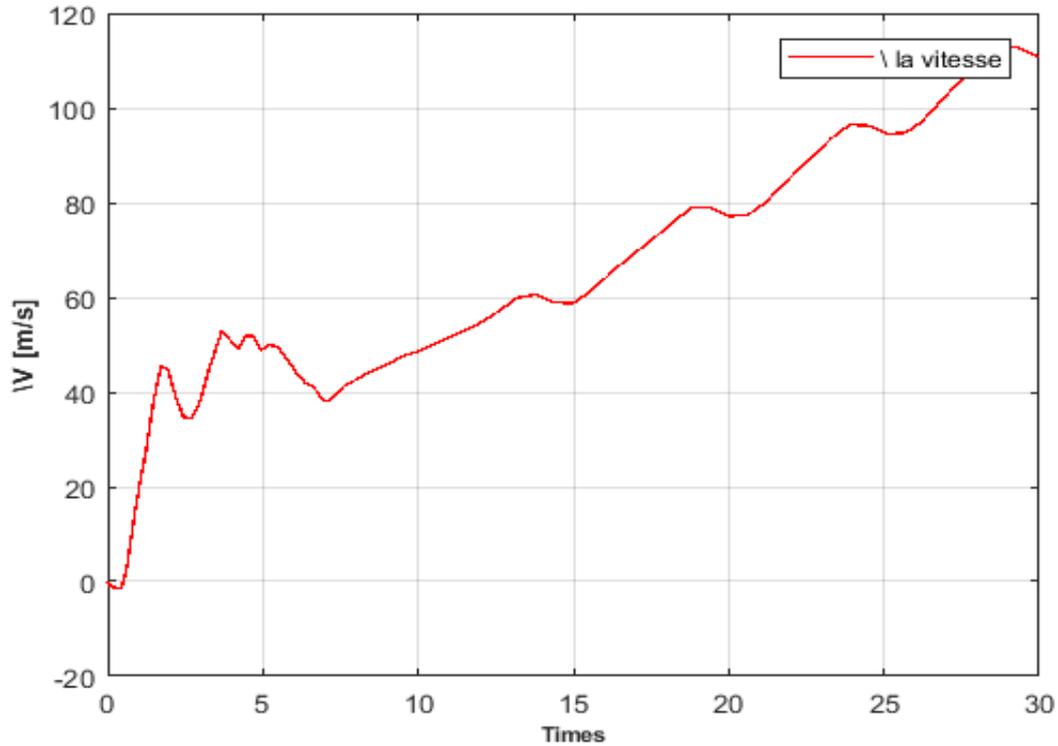


Figure III. 17: Variation de la vitesse (V)

Pour la commande du système modélisé suivant le modèle 2, qui est plus complexe que modèle 1, vu qu'il est fortement couplé et qui nécessite une commande décentralisée, les résultats des tests pour la variation des angles de pitch ( $\theta$ ), l'angle d'inclinaison ( $\beta$ ) et la variation de la vitesse (V) (figures III.15-III.17) n'ont pas été concluants. Ce qui nécessitera une étude plus approfondie, et qui pourra faire l'objet d'une prochaine étude.

### **III.9 Conclusion**

Dans ce chapitre nous avons proposé plusieurs tests sur deux modèles différents du système (Segway). D'après les résultats trouvés, On peut conclure à travers les courbes présentées pour plusieurs cas d'étude que l'application de la commande par mode glissant a été meilleure par rapport à celle par PID et ceci dans le cas du modèle 1. Cependant, les tests appliqués au modèle 2, n'ont pas abouti à de bons résultats et les courbes présentaient des divergences.

### Conclusion Générale

Ce travail entre dans le cadre d'une commande non linéaire appliquée à un transporteur personnel Segway. Ce gyropode qui représente un moyen de transport très intéressant, qui permet aux individus de se déplacer d'une façon meilleure, vu qu'il est plus maniable, plus économique, moins encombrant et aussi plus moderne.

L'intérêt porté sur le développement de tels systèmes d'un point de vue automatique a mené à l'amélioration des techniques de commande.

A cet effet, nous avons proposé dans ce travail de fin d'étude, une analyse détaillée d'un tel système, qui est considéré comme un système non linéaire lié aux équations mathématiques régi par son modèle dynamique suivant la méthode d'Euler Lagrange. Nous avons proposé la conception d'une commande par PID et par mode glissant sur deux modèles différents.

Ce mémoire, propose plusieurs tests sur deux modèles différents du système (Segway). D'après les résultats trouvés, On peut conclure à travers les courbes simulées pour plusieurs cas d'étude et présentées dans le troisième chapitre, que l'application de la commande par mode glissant a été meilleure par rapport à celle par PID et ceci dans le cas du modèle 1. Cependant, les tests appliqués au modèle 2, n'ont pas abouti à de bons résultats et les courbes présentaient des divergences.

## *Références Bibliographiques*

- [1] Jean Marc Chalvesche, "Projet Gyropode", <https://fr.calameo.com/>
- [2] Wikipedia, Gyropode, <https://fr.wikipedia.org/wiki/Gyropode>
- [3] <http://www.segway.fr/>
- [4] Manuel de référence Segway, TP i2, x2<http://www.segway.com>
- [5] H. Benariba, "Commande d'un robot mobile sur deux roues", mémoire de Magister, Université de Telemcen 2013.
- [6] F. Mudry, "Modélisation et régulation d'un pendule inversé", Notes d'application, Institut d'Automatisation Industrielle, 2001.
- [7] A. Castro, "Modeling and Dynamic Analysis of a Two-Wheeled Inverted-Pendulum", for the degree Master of Science, Georgia Institute of Technology, August 2012
- [8] Thèse De Doctorat de l'Université d'Antsirana Spécialité Sciences de l'Ingénieur Option Génie Electrique  
« ETUDE DE COMMANDES NON LINEAIRES POUR RESEAUX ELECTRIQUES APPLICATION A UN SYSTÈME SMIB » <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01005136>  
le 12 Jun 2014
- [9] M. JunGERS & Y. Chitour, "Commande de processus; Représentation d'état", Notes de cours Paris-Sud XI ENS ce Cachan, France 2005.
- [10] MEMOIRE Magister en AUTOMATIQUE Thème « Commande des Systèmes Non Linéaires par Mode Glissant Flou » UNIVERSITE MOHAMED KHEIDER DE BISKRA, Amieur Toufik le 20/06/2009 <http://thesis.univ-biskra.dz/1152/>
- [11] V.Utkin, and HoonLee, "Chattering problem in Sliding Modes Control Systems", pp 346-350, Alghero Italy, 2007
- [12] L.Fridman, Y. Shtessel, C. Edwards and Xing-Gang Yan, "High-order sliding-mode observer for state estimation and input reconstruction in nonlinear systems", international Journal of robust and nonlinear control 18(4-5): pp 399-413, 2008.
- [13] I.Boiko, L. Fridman, A. Pisano, and Usai. "Analysis of chattering in system with second order sliding modes", IEEE Transactions on Automatic Control, vol 52, no, 11, pp, 2085-2102, 2007
- [14] Le PID utilisé en régulation de position et/ou de vitesse de moteurs électriques, Christophe Le Lann 2007, <http://www.totofweb.net/projets/pid/rapport.pdf>

