



Université Mohamed Khider de Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Electrique

MÉMOIRE DE MASTER

Sciences et Technologies
Filière : automatique
Spécialité : automatique et informatique industrielle

Réf. : Entrez la référence du document

Présenté et soutenu par :

Khelil Amel

Le : dimanche 27 septembre 2020

Thème :

***Contrôle d'ordre fractionnaire pour le
contrôle de vitesse d'un moteur DC***

Jury :

| | | | |
|-----------------------|-----|----------------------|------------|
| Mme. Mechgoug Raihane | MCA | Université de Biskra | Président |
| Mme. Nebar Hanane | MAA | Université de Biskra | Examineur |
| Mme. Megherbi Hassina | MCA | Université de Biskra | Rapporteur |

Année universitaire : 2020- 2021

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministère de l'enseignement Supérieur et de la recherche scientifique



Université Mohamed Khider Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Electrique
Filière : Automatique

Option : Automatique et Informatique industrielle

Mémoire de Fin d'Etudes
En vue de l'obtention du diplôme:

MASTER

Thème

*Contrôle d'ordre fractionnaire pour le
contrôle de vitesse d'un moteur DC*

Présenté par :

Khelil Amel

Avis favorable de l'encadreur :

Megherbi Hassina

signature

Avis favorable du Président du Jury

Mechgoug Raihane

Signature

Cachet et signature

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministère de l'enseignement Supérieur et de la Recherche scientifique



Université Mohamed Khider Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Electrique
Filière : Automatique
Option : Automatique et Informatique industrielle

Thème :

Contrôle d'ordre fractionnaire pour le contrôle de vitesse d'un moteur DC

Proposé et dirigé par : Megherbi Hassina

RESUMES (Français et Arabe)

Dans ce travail, nous avons exploré l'utilisation d'une technique d'optimisation pour déterminer les paramètres optimaux du correcteur PID et $PI^{\alpha}D^{\mu}$ fractionnaire, qui minimisent une fonction objective définie en terme de l'erreur de régulation. On a utilisé un algorithme d'optimisation par Essaims particulaires (PSO). Une comparaison entre les performances des contrôleurs PID et $PI^{\alpha}D^{\mu}$ fractionnaire nous démontre la supériorité de ce dernier appliqué à une régulation de vitesse d'un moteur a courant continu.

في هذا العمل قمنا بتقسي استعمال تقنية التحسين لتحديد عوامل نظام التحكم من نوع (PID) و $(PI^{\alpha}D^{\mu})$ و التي تعمل على انقاص قيمة دالة التكلفة المعرفة بدلالة الخطأ في التحكم. و استخدمنا لذلك خوارزمية التحسين بأسراب الجسيمات (PSO). المقارنة بين نظامي التحكم نوع (PID) و $(PI^{\alpha}D^{\mu})$ المحسنين أثبتت فعالية هذا الأخير في التحكم في سرعة محرك ذو تيار مستمر.

Dédicaces

Je dédie ce travail

*A mes chers parents pour tout les sacrifices consentis, pour leur soutien
durant toute mes années d'études. Pour leur bonté et leur amour.*

A Amira et toute ma famille qui m'a aidé dans mes études.

A mes collègues et mes amis.

AMEL

Remerciements

Je remercie Allah tout puissant qui ma donné la force et la volonté pour pouvoir finir ce mémoire de master.

Nous remercie nos parents qui nous ont amenés à cet endroit Avancée.

Nous tenons aussi à remercier tous nos sœurs, Nous Offrons tous les remerciements et l'appréciation et la gratitude à notre encadreur Dr.

***HASSINA MEGHERBI** qui nous a Donné toute l'aide et les conseils et tous les explications et le temps nécessaire pour accomplir ce travail avec succès.*

Sommaire

| | |
|---|-----------|
| LISTE DES FIGURES | IV |
| LISTES DES TABLEAUX | VI |
| LISTE DES ABREVIATIONS | VII |
| RESUME | VIII |
| ABSTRACT | IX |
| ملخص | X |
| INTRODUCTION GENERALE | 1 |
| 1 CHAPITRE I : NOTIONS SUR LES OPERATEURS ET LES SYSTEMES D'ORDRE FRACTIONNAIRES.... | 4 |
| 1.1 INTRODUCTION | 5 |
| 1.2 OPERATEURS D'ORDRE FRACTIONNAIRES | 5 |
| 1.3 DEFINITIONS FONDAMENTALES | 6 |
| 1.3.1 Définition de Riemann-Liouville | 6 |
| 1.3.2 Définition de Grünwald-Letnikov | 7 |
| 1.3.3 Définition de Caputo | 8 |
| 1.3.4 Quelques propriétés d'opérateurs d'ordre fractionnaires | 9 |
| 1.4 METHODES D'APPROXIMATION DES OPERATEURS D'ORDRE FRACTIONNAIRES | 10 |
| 1.4.1 La méthode de Charef (Fonction de singularité)..... | 10 |
| 1.4.2 Méthode d'Oustaloup..... | 12 |
| 1.4.3 La méthode de Matsuda..... | 13 |
| 1.4.4 La méthode de Carlson | 13 |
| 1.5 SYSTEMES LINEAIRES D'ORDRE FRACTIONNAIRE | 14 |
| 1.5.1 Equation différentielle d'ordre non entier | 14 |
| 1.5.2 Fonction de transfert d'ordre fractionnaire..... | 15 |
| 1.5.3 Représentation d'état d'ordre fractionnaire..... | 15 |
| 1.6 CONCLUSION..... | 16 |
| 2 CHAPITRE II : INTRODUCTION AUX CORRECTEURS D'ORDRE FRACTIONNAIRE..... | 17 |
| 2.1 INTRODUCTION..... | 18 |
| 2.2 CORRECTEURS D'ORDRE FRACTIONNAIRE | 19 |
| 2.2.1 La fonction de transfert idéale de Bode..... | 19 |
| 2.2.2 Commande CRONE | 22 |
| 2.2.3 Correcteur $PI\alpha D\mu$ | 23 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 2.2.4 | <i>Correcteur d'ordre fractionnaire TID</i> | 27 |
| 2.2.5 | <i>Correcteur avance/retard de phase d'ordre fractionnaire</i> | 27 |
| 2.3 | STABILITE DES SYSTEMES FACCIONNAIRES | 28 |
| 2.4 | CONCLUSION | 30 |
| 3 | CHAPITRE III : REGLAGE DES PARAMETRES DU CONTROLEUR $PI\alpha D\mu$ PAR ALGORITHME D'OPTIMISATION. | 31 |
| 3.1 | INTRODUCTION | 32 |
| 3.2 | L'OPTIMISATION PAR LES ESSAIMS PARTICULAIRES | 32 |
| 3.2.1 | <i>Principe de fonctionnement de PSO</i> | 33 |
| 3.2.2 | <i>Configuration de la méthode</i> | 36 |
| 3.2.3 | <i>Algorithme de base du PSO</i> | 39 |
| 3.2.4 | <i>Ajustement des paramètres d'un régulateur PID et fractionnaire par optimisation</i> | 41 |
| 3.3 | CRITERE DE PERFORMANCES | 41 |
| 3.3.1 | <i>Critère (ISE) Integral of Square Error</i> | 42 |
| 3.3.2 | <i>Critère (IAE) Integral of Absolute Error</i> | 42 |
| 3.3.3 | <i>Critère (ITAE) Integral of Time multiplied Absolute Error</i> | 43 |
| 3.3.4 | <i>Critère (ITSE) Integral of Time multiplied Square Error</i> | 43 |
| 3.4 | CONCLUSION | 43 |
| 4 | CHAPITRE VI : SIMULATION ET APPLICATION | 44 |
| 4.1 | INTRODUCTION | 45 |
| 4.2 | MODELISATION DU MOTEUR A COURANT CONTINU | 45 |
| 4.2.1 | <i>Définition</i> | 45 |
| 4.2.2 | <i>Équation électrique</i> | 46 |
| 4.2.3 | <i>Équation mécanique</i> | 47 |
| 4.3 | OPTIMISATION DU REGULATEUR $PI\alpha D\mu$ FRACTIONNAIRE PAR L'ALGORITHME PSO | 49 |
| 4.3.1 | <i>La fonction de coût</i> | 50 |
| 4.3.2 | <i>Application et analyse des résultats</i> | 50 |
| 4.4 | CONCLUSION | 56 |
| 5 | CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES | 57 |
| 6 | BIBLIOGRAPHIE | 59 |

Liste des Figures

| | |
|---|----|
| Figure 1 : Système de commande d'ordre fractionnaire avec la fonction de transfert idéale de Bode $L(s)$ | 19 |
| Figure 2 : Diagramme de Bode en boucle ouverte de la fonction idéale de Bode..... | 20 |
| Figure 3 : Réponse indicielle du système $H(s)$ pour différentes valeurs de α avec $A = 1$ | 21 |
| Figure 4 : Réponse indicielle du système $H(s)$ pour différentes valeurs de A avec $\alpha = 1$ | 21 |
| Figure 5 : Système de commande à retour unitaire classique..... | 23 |
| Figure 6 : Correcteur $PI\alpha D\mu$ d'ordre fractionnaire. [23]..... | 26 |
| Figure 7 : Structure interne du $PI\alpha D\mu$ d'ordre fractionnaire..... | 26 |
| Figure 8 : Réponse fréquentielle du correcteur avance-retard de phase d'ordre fractionnaire $\alpha > 0$ | 28 |
| Figure 9 : classification des systèmes Linéaires Invariants dans Temps (LIT)..... | 28 |
| Figure 10 : Région de stabilité pour un système d'ordre fractionnaire dans le plan $s\alpha$ | 30 |
| Figure 11 : schéma de principe du comportement des particules d'un essaim. | 34 |
| Figure 12 : (a) anneau (avec $n=2$), (b) rayon, (c) étoile..... | 36 |
| Figure 13 : Organigramme général de la méthode PSO. | 40 |
| Figure 14 : Approche d'optimisation du $PI\alpha D\mu$ fractionnaire par la méthode méta heuristique. | 41 |
| Figure 15 : Le moteur à courant continu..... | 46 |
| Figure 16 : Schéma bloc du modèle de moteur électrique en vitesse..... | 48 |
| Figure 17 : Réponse indicielle du système. vitesse Moteur DC..... | 49 |
| Figure 18 : Schéma contrôle de la vitesse du moteur DC avec contrôleur PSO- $PI\alpha D\mu$ | 51 |
| Figure 19 : Evolution de la meilleure valeur de la fonction objective du PSO- $PI\alpha D\mu$ | 53 |

Figure 20 : Evolution de la meilleure valeur de la fonction objective du PSO-PID.53

Figure 21 : Réponses indicielles du système de contrôle $PI\alpha D\mu$ fractionnaire et PID.54

Listes des Tableaux

| | |
|--|-----------|
| Tableau 1 : Valeurs des paramètres du moteur à courant continu..... | 48 |
| Tableau 2 : Les paramètres de l'algorithme PSO utilisé..... | 51 |
| Tableau 3 : Paramètres optimisés des contrôleurs $PI\alpha D\mu$ et PID..... | 52 |
| Tableau 4 : Les performances des contrôleurs $PI\alpha D\mu$ et PID optimisés..... | 54 |

Liste des abréviations

PSO: Particle Swarm Optimization

LIT : Linear Invariant Time

PID : Proportionnel Intégrateur Dérivateur

$PI^{\alpha}D^{\mu}$: PID d'ordre fractionnaire

DC : Direct current

MCC : Moteur à courant continu

CRONE : Commande Robuste d'Ordre Non Entier

TID : Tilted Integral Derivative

ISE: Integral of Square Error

IAE: Integral of Absolute Error

ITSE: Integral of Time Multiplied Square Error

ITAE: Integral of Time Multiplied Absolute Error

Résumé

Les contrôleurs basés sur le calcul d'ordre fractionnaire gagnent de plus en plus d'intérêt de la communauté scientifique intéressée par la commande des systèmes. Ce type de contrôleurs peut impliquer des opérateurs et/ou des systèmes d'ordre fractionnaire dans leur structure ou implémentation. Ils ont été introduits dans des boucles de commande dans un effort continu d'améliorer la qualité des performances et la robustesse des systèmes asservis.

L'intérêt pour ce type de correcteurs est justifié par une meilleure flexibilité dans la conception de la commande puisqu'ils ont un ou plusieurs paramètres en plus.

Dans ce travail, nous avons exploré l'utilisation d'une technique d'optimisation pour déterminer les paramètres optimaux du correcteur PID et $PI^\alpha D^\mu$ fractionnaire, à savoir α , μ , K_p , K_i et K_d , qui minimisent une fonction objective définie en terme de l'erreur de régulation en utilisant l'optimisation par Essaims particulaires (PSO). Une comparaison entre les performances obtenus par la correction PID et $PI^\alpha D^\mu$ fractionnaire nous démontre la supériorité de ce dernier, ainsi que les performances du contrôleur fractionnaire et une validation d'algorithme (PSO) sont illustrés par une application d'une régulation de vitesse d'un moteur à courant continu. Cependant, le domaine de détermination des paramètres du correcteur $PI^\alpha D^\mu$ fractionnaire reste un sujet d'actualité, dont le but est de trouver des techniques plus efficaces et optimale dans la détermination de ces paramètres.

Mot clé : moteur DC, vitesse, Optimisation par l'Essaims Particulaires (PSO), correcteur $PI^\alpha D^\mu$ fractionnaire, control.

Abstract

Controllers based on fractional order calculus are gaining more and more interests from the control community. This type of controllers may involve fractional operators and/or fractional systems in their structure or implementation. They have been introduced in the control applications in a continuous effort to enhance the system control quality performances and robustness.

Recently, fractional correctors have been proposed. The interest in this type of correctors is justified by a better flexibility in the design of the control because they have one or more parameters, in this work, we explored the use of an optimization technique to determine the optimal parameters of the PID and fractional $PI^{\alpha}D^{\mu}$ corrector, namely α , μ , K_p , K_i and K_d , which minimize an objective function defined in terms of regulation error using particle swarm optimization (PSO) is an evolutionary algorithm that uses individuals to develop an optimal solution for a multitude of problems, a comparison between the performances obtained by the PID correction and fractional $PI^{\alpha}D^{\mu}$ shows us the superiority of the latter, as well as the performance of the fractional controller and an (PSO) algorithm validation are illustrated by an application of a speed regulation of a DC motor. However, the field of determining the parameters of the fractional corrector $PI^{\alpha}D^{\mu}$ remains a topical subject, the aim of which is to find more efficient and optimal techniques in the determination of these parameters.

Keyword: DC motor, speed, Particulate Swarm Optimization (PSO), fractional $PI^{\alpha}D^{\mu}$ corrector, control.

ملخص

تكتسي المراقبات المرتكزة أساسا على الحساب ذو الأس الجزئي المزيد الإهتمام من طرف منظومة البحث العلمي المشتغلة في مجال مراقبة الأنظمة، هذا النوع من المراقبات يتضمن معاملات أو أنظمة ذات أس جزئي في بنيتها. كما تم إدراجها في حلقات التحكم ضمن جهد متواصل من أجل تحسين نوعية الأداء و متانة الأنظمة.

في الأونة الأخيرة ، تم اقتراح مصححات جزئية و الفائدة منها استعمال هذه المصححات تتبين بأفضلية و مرونة أكثر في إعداد النظام و التحكم في معيار أو أكثر، في هذا العمل اكتشفنا استخدام تقنية التحسين لتحديد المعلمات المثلى للمصحح PID و $PI^{\alpha}D^{\mu}$ الجزئي أي إيجاد المعاملات Kd و Ki و Kp و μ و α مما يقلل من وظيفة موضوعية محددة من حيث خطأ التنظيم باستعمال تحسين سرب الجسيمات (PSO) وهي خوارزمية تطويرية تستخدم الأفراد لتطوير حل مثالي للعديد من المشكلات. توضح المقارنة بين الأداء الذي تم الحصول عليه بواسطة تصحيح PID و $PI^{\alpha}D^{\mu}$ الجزئي تفوق الأخير ، وكذلك يوضح التحقق من صحة أداء وحدة التحكم الجزئي والتحقق من الخوارزمية (PSO) من خلال تطبيق تنظيم السرعة لمحرك DC. ومع ذلك ، يظل مجال تحديد معلمات المصحح الجزئي $PI^{\alpha}D^{\mu}$ موضوعًا موضعياً ، والهدف منه هو العثور على تقنيات أكثر كفاءة وأمثل في تحديد هذه المعلمات.

الكلمة الرئيسية: محرك DC ، السرعة ، تحسين سرب الجسيمات (PSO) ، مصحح $PI^{\alpha}D^{\mu}$ ، تحكم.

Introduction Générale

L'idée du calcul fractionnaire a été proposée il y a plus de 300 ans. Cependant, la première application réussie du calcul fractionnaire remonte aux années 1960 [19]. Dans les dernières décennies, le calcul fractionnaire a été vraiment développé et largement utilisé dans différents domaines de la science et de l'ingénierie [8].

Le calcul de l'ordre fractionnaire constitue la branche de mathématique traitant de la différenciation et l'intégration sous un ordre arbitraire de l'opération, à savoir l'ordre peut être n'importe quel nombre réel ou même complexe [4].

Le calcul fractionnaire a été introduit le 30 septembre 1695. Ce jour-là, Leibnitz a écrit une lettre à L'Hôpital soulevant la possibilité de la généralisation du sens de la dérivée d'ordre entier à la dérivée non entière. L'Hôpital a voulu savoir le résultat de la dérivée d'ordre $\frac{1}{2}$. Leibnitz a répondu « qu'il s'agit là d'un paradoxe, mais qu'un jour, il en découlera de très utiles conséquences ». En effet, sa vision devient une réalité [34],

L'application des concepts du calcul fractionnaire dans le domaine des systèmes de commande automatique remonte au début des années soixante [19], Mais, ce n'est que dans les dernières décennies que les contrôleurs basés sur le calcul d'ordre fractionnaire gagnent de plus en plus d'intérêts de la communauté de commande [46][45]. En automatique, ce n'est qu'au début des années 1990 que le régulateur CRONE (Commande Robuste d'Ordre Non Entier) était proposé par Oustaloup [26]. Ce régulateur permettait d'assurer la robustesse de la commande dans une bande de fréquences donnée, puis en 1999, Podlubny [6] a proposé le régulateur $PI^\alpha D^\mu$ comprenant une intégration fractionnaire d'ordre α et une dérivation fractionnaire d'ordre μ , élargissant ainsi le champ d'application du calcul fractionnaire à la théorie de la commande [41] ce qui a orienté plusieurs chercheurs à un nouveau axe de recherche qui est le réglage du correcteur PID d'ordre fractionnaire [47-48].

En effet, Plusieurs approches récentes ont été documentées dans la littérature pour déterminer les paramètres PID classique et ont été généralement satisfaisantes dans la commande des systèmes linéaires.

Ce travail porte essentiellement sur l'adaptation de méthode d'optimisation intelligente pour le réglage du contrôleur $PI^{\alpha}D^{\mu}$ fractionnaire ainsi que le PID classique, avec comme objectif d'avoir une réponse optimale du système contrôlé (vitesse de moteur DC).

La méthode d'optimisation que nous utiliserons est l'optimisation par essaim particulière (PSO) a cause de sa simplicité.

Ce mémoire sera organisé en quatre chapitres structurés comme suit :

Le chapitre 1 rappelle quelques des définitions du calcul fractionnaire et des opérateurs d'ordre fractionnaires, quelque propriétés principales et aussi la transformée de Laplace des dérivées et intégrales d'ordre fractionnaire.

Nous allons aussi présenter quelques méthodes d'approximation numérique des opérateurs d'ordre fractionnaire.

Le chapitre 2 présente l'historique de l'utilisation du calcul fractionnaire dans les boucles de contrôle des systèmes asservis ainsi que les types de correcteurs d'ordre fractionnaire proposés dans la littérature.

Le chapitre 3 portera sur la méthode d'optimisations. Où nous présentons l'algorithme PSO. Le principe de déroulement de ce algorithme sera expliqué, et sera utilisé par la suite pour le calcul des paramètres du correcteur PID et $PI^{\alpha}D^{\mu}$ fractionnaire.

Le chapitre 4 sera dédié à l'application d'algorithme d'optimisation PSO pour la recherche des paramètres optimaux d'un correcteur PID et $PI^{\alpha}D^{\mu}$ fractionnaire dont la tache est de régulier un système donné. Dans ce mémoire, une régulation d'une vitesse de moteur à courant continu, feront l'objet de control. Une discussion des résultats obtenus révélera les améliorations obtenues par l'utilisation d'un correcteur

$PI^\alpha D^\mu$ d'ordre fractionnaire et la réponse de ce dernier comparer avec la réponse de correcteur PID classique.

Nous finirons ce mémoire par une conclusion et quelques perspectives.

1 CHAPITRE I : Notions sur les Operateurs et les Systemes d'ordre Fractionnaires

1.1 Introduction

Le calcul de l'ordre fractionnaire constitue la branche de mathématique traitant de la différenciation et l'intégration sous un ordre arbitraire de l'opération, à savoir l'ordre peut être n'importe quel nombre réel ou même complexe. [4]

Le concept des opérateurs d'ordre fractionnaire a été défini aux 19 siècles par Riemann et Liouville. Leur but était de prolonger la dérivation ou l'intégration d'ordre fractionnaire en employant non seulement un ordre entier mais également des ordres non entiers [2],[5]. L'idée de calcul fractionnaire est connue depuis le calcul régulier, la première référence étant probablement associé à Leibniz et L'Hôpital en 1695, où un dérivé de demi-ordre a été mentionné [3].

Les systèmes d'ordre fractionnaire ont reçu un intérêt considérable dans de nombreux domaines des sciences appliquées et de l'ingénierie.

Les structures de modèle fractionnaires sont plus stables que la structure de modèle d'ordre entier [1],[10].

Nous allons donner dans ce chapitre des définitions du calcul fractionnaire et des opérateurs d'ordre fractionnaires, quelques propriétés principales et aussi la transformée de Laplace des dérivées et intégrales d'ordre fractionnaire.

Ainsi que nous allons présenter quelques méthodes d'approximation des opérateurs et transferts d'ordre fractionnaire pour le développement des chapitres qui suivent.

1.2 Opérateurs d'ordre fractionnaires

Le calcul fractionnaire est une généralisation de l'intégration et de la différenciation à l'opérateur fondamental d'ordre non entier ${}_t D_t^\alpha$ ou t_0 et t son des limites de l'opération et $\alpha \in R$. L'opérateur intégro-différentiel continu est défini comme [3] :

$${}_t D_t^\alpha \left\{ \begin{array}{ll} \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} & \alpha > 0, \\ 1 & \alpha = 0, \\ \int_{t_0}^t (d\tau)^{-\alpha} & \alpha < 0, \end{array} \right. \quad (1.1)$$

Les trois définitions les plus fréquemment utilisées pour la généralisation de la dérivée et l'intégrale fractionnaire sont la définition de **Grunwald Letnikov**, **Riemann-Liouville**, et la définition de **Caputo**.

1.3 Définitions fondamentales

1.3.1 Définition de Riemann-Liouville

Définition 1 :

On appelle intégrale de Riemann-Liouville d'une fonction f l'intégrale définie par la formule suivante [9] :

$${}^{RL}I_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_{t_0}^t (t - \tau)^{\alpha-1} f(\tau) d\tau \quad (1.2)$$

Où $f \in L_1 [t_0 \ t]$, $t_0 < t$

Γ la fonction gamma d'Euler est donné par [3][9] :

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty e^{-t} t^{x-1} dt \quad x > 0$$

On peut écrire l'équation (1.2) comme une convolution des fonctions $g(t) = t^{\alpha-1}$ et $f(t)$, [3].

La transformée de Laplace de l'intégrale d'ordre α selon cette définition est donnée comme suit [3]:

La transformée de Laplace de la fonction $g(t) = t^{\alpha-1}$ est :

$$G(s) = L\{t^{\alpha-1}\} = \Gamma(\alpha) s^{-\alpha} \quad (1.3)$$

En utilisant la formule de la transformée de Laplace de la convolution :

$$L\{f(t) * g(t)\} = F(s).G(s) \quad (1.4)$$

On obtient la transformée de Laplace de l'intégrale de Riemann-Liouville :

$$L\left\{ {}^{RL}I_{t_0}^{\alpha} f(t) \right\} = s^{-\alpha} F(s) \quad (1.5)$$

Définition2 :

La dérivée d'ordre fractionnaire $\alpha > 0$ d'une fonction $f(t)$ localement intégrable définie sur $[t_0, \infty)$ tel que $t_0 \in R$ est donnée comme suit [13]

$${}^{RL}D_t^{\alpha} f(t) = \frac{1}{\Gamma(n - \alpha)} \frac{d^n}{dt^n} \int_{t_0}^t (t - \tau)^{n-\alpha-1} f(\tau) d(\tau) \quad (1.6)$$

Où le nombre entier n est tel que $(n - 1) < \alpha < n$.

La transformée de Laplace de la dérivée d'ordre α de la fonction $f(t)$ causale selon cette définition est donnée par [12][6]:

$$L\left[{}^{RL}D_t^{\alpha} f(t) \right] = s^{\alpha} L[f(t)] - \sum_{k=0}^{n-1} s^k D^{\alpha-k-1} f(t) \Big|_{t_0} \quad (1.7)$$

$D^{\alpha-k-1} f(t)|_{t_0}$ Représente la dérivée $(\alpha - k - 1)$ ^{ème} de $f(t)$ lorsque $t = t_0$ Alors, les conditions initiales s'expriment par les valeurs des dérivées $D^{\alpha-k-1} f(t)$ de $f(t)$ pour $(k=0, 1, \dots, n-1)$ en $t = t_0$.

1.3.2 Définition de Grünwald-Letnikov

Définition1 :

D'après la définition de Grünwald-Letnikov on peut définir la dérivée d'ordre fractionnaire par la relation [12][14] :

Supposons que :

$${}^{GL}D_t^\alpha f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\alpha} \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{t-t_0}{h} \rfloor} (-1)^k \binom{\alpha}{k} f(t - k \cdot h) \quad (1.8)$$

Où l'ordre $\alpha > 0$, $t_0 < t$, $t_0, t \in \mathbf{R}$, $\lfloor \cdot \rfloor$ dénote la partie entière d'un nombre réel, h est la période d'échantillonnage et les coefficients $\binom{\alpha}{k}$ sont donnés par :

$$\binom{\alpha}{k} = \frac{\gamma(\alpha + 1)}{\gamma(k + 1) \cdot \gamma(\alpha - k + 1)} \quad (1.9)$$

La transformé de la place de cette définition de dérivé est donne par [3] :

$$L\{ {}^{GL}D_t^\alpha f(t) \} = S^\alpha F(S) \quad (1.10)$$

Définition 2 :

L'intégration d'ordre fractionnaire par Grünwald-Letnikov se traduit par l'expression suivante [16] :

$${}^{GL}I_t^\alpha f(t) = {}^{GL}D_t^{-\alpha} f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} h^\alpha \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \binom{-\alpha}{k} f(t - k \cdot h) \quad (1.11)$$

La transformé de la place de cette définition de l'intégral est donne par [16]

$$L\{ {}^{GL}I_t^\alpha \} = s^{-\alpha} F(s) \quad (1.12)$$

1.3.3 Définition de Caputo

La définition de la dérivée d'ordre non entier introduite par Caputo, est donnée

Comme suit [7][15][2] :

$${}^C D_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\gamma(n - \alpha)} \int_{t_0}^t \frac{df(\tau)}{d\tau^n} (t - \tau)^{\alpha - n - 1} d\tau \quad (1.13)$$

Avec $n \in \mathbf{IN}$ et $\alpha \in \mathbf{IR}$, où $\gamma(\cdot)$ est la fonction Gamma Euler.

La transformée de Laplace de la dérivée d'ordre α de la fonction $f(t)$ selon de la définition de **Caputo** est donnée par [3] :

$$(1.14)$$

Pour des conditions initiales nulles, la transformée de Laplace des dérivées fractionnaires d'ordre α de (Grünwald-Letnikov, Riemann-Liouville, Caputo) devient comme suit

$$L\{ {}_{t_0}D_t^\alpha f(t) \} = s^\alpha L[f(t)] \quad (1.15)$$

Remarque : La transformée de Laplace de la dérivée de Riemann-Liouville est bien connue. Mais son applicabilité en pratique est limitée à cause de l'absence d'interprétation physique des conditions initiales.

Pendant un certain temps, la définition de Caputo était considérée comme avantageuse pour les problèmes de valeur initiale, faciles à interpréter [7].

1.3.4 Quelques propriétés d'opérateurs d'ordre fractionnaires

Les principales propriétés des dérivées et intégrales d'ordre fractionnaire, [3], sont données par :

Si $f(t)$ est une fonction analytique de t , alors sa dérivée fractionnaire ${}_{t_0}D_t^\alpha f(t)$ est une fonction analytique de t et α .

Pour $\alpha = n$, ou n est un nombre entier, l'opérateur ${}_{t_0}D_t^\alpha$ produit le même résultat que la dérivation classique d'ordre entier.

Pour $\alpha = 0$, l'opérateur ${}_{t_0}D_t^\alpha [f(t)]$ est l'opérateur identité : ${}_{t_0}D_t^\alpha [f(t)] = f(t)$.

La différentiation et l'intégration d'ordre non entière sont des opérations linéaires :

$${}_{t_0}D_t^\alpha [\beta f(t) + \mu g(t)] = [{}_{t_0}D_t^\alpha \beta f(t) + {}_{t_0}D_t^\alpha \mu g(t)]. \quad (1.16)$$

1.4 Méthodes d'approximation des opérateurs d'ordre fractionnaires

La simulation d'un système d'ordre fractionnaire est dans la plupart des cas très compliquée [33]. Plusieurs approches, permettant de simuler les systèmes d'ordre fractionnaire, ont été développés dans la littérature. La plupart d'entre elles sont basées sur l'approximation du système d'ordre fractionnaire par un modèle d'ordre entier. Ces approches consistent à calculer la sortie du système en utilisant un modèle rationnel continu équivalent, obtenu à partir de l'approximation du modèle d'ordre fractionnaire à l'aide d'un opérateur ou d'une représentation spéciale, [35][36].

Il existe plusieurs méthodes d'approximation analogique des systèmes d'ordre fractionnaire parmi ces méthodes :

- La méthode de l'expansion par fractions continues EFC
- La méthode de Carlson.
- La méthode de Charef.
- La méthode de Matsuda.
- La méthode d'Oustaloup.

1.4.1 La méthode de Charef (Fonction de singularité)

1.4.1.1 Approximation de l'opérateur intégrateur d'ordre fractionnaire :

La fonction de transfert d'un intégrateur d'ordre fractionnaire est représentée dans le domaine fréquentiel par la fonction irrationnelle suivante :

$$G_I(s) = \frac{1}{s^\alpha} \quad (1.17)$$

Où $S=j\omega$ est la fréquence complexe, α un nombre réel tel que : $0 < \alpha < 1$

Sur une bande de fréquence donnée $[w_l w_h]$.

La fonction de transfert $G_I(s)$ peut être modélisée dans le domaine fréquentiel par un pôle à puissance fractionnaire (PPF) comme suit [31] :

$$G_I(s) = \frac{1}{s^\alpha} \cong \frac{K_I}{\left(1 + \frac{s}{w_c}\right)^\alpha} \quad (1.18)$$

L'approximation du PPF par une fonction rationnelle est donnée par [32]:

$$G_I = \frac{K_I}{\left(1 + \frac{s}{w_c}\right)^\alpha} \cong K_I \cdot \frac{\prod_{i=0}^{N-1} \left(1 + \frac{s}{z_i}\right)}{\prod_{i=0}^N \left(1 + \frac{s}{p_i}\right)} \quad (1.19)$$

Avec : $k_i = \frac{1}{w_c^\alpha}$ et $w_c = w_l \sqrt{10^{(y/10\alpha)} - 1}$

Les p_i et les z_i sont les pôles et les zéros de l'approximation sont obtenus comme suit :

$$p_i = (ab)^i p_0 \quad z_i = (ab)^i a p_0$$

Paramètres d'approximation a, b, p_0 et N sont calculés par :

$$a = 10^{\left[\frac{y}{10(1-\alpha)}\right]} , \quad b = 10^{\left[\frac{y}{10\alpha}\right]} , \quad p_0 = w_c 10^{\left[\frac{y}{20\alpha}\right]} , \quad N = \left(\text{Integer} \left[\frac{\log\left(\frac{w_{max}}{p_0}\right)}{\log(ab)} \right] + 1 \right)$$

Où y : erreur d'approximation y en dB .

w_{max} : Une fréquence maximale donnée. [30]

1.4.1.2 Approximation de l'opérateur dérivateur d'ordre fractionnaire :

La fonction de transfert de l'opérateur dérivateur d'ordre fractionnaire est représentée dans le domaine fréquentiel par la fonction irrationnelle suivante :

$$G_D(s) = s^\alpha \quad (1.20)$$

Avec : $s = jw$, $0 < \alpha < 1$,

Sur une bande de fréquence donnée $[w_l \ w_h]$

Cet opérateur peut être modélisé dans le domaine fréquentiel par un zéro à puissance fractionnaire ZPF comme suit [32]:

$$G_D = K_D \left(1 + \frac{s}{w_c}\right)^\alpha \cong K_D \frac{\prod_{i=0}^N \left(1 + \frac{s}{z_i}\right)}{\prod_{i=0}^N \left(1 + \frac{s}{p_i}\right)} \quad (1.21)$$

Les zéros et les pôles de cette approximation sont obtenus comme suit :

$$z_i = (ab)^i z_0 \quad p_i = (ab)^i a z_0$$

Paramètres d'approximation a , b , p_0 et N sont calculés par :

$$a = 10^{\left[\frac{y}{10(1-\alpha)}\right]}, \quad b = 10^{\left[\frac{y}{10\alpha}\right]}, \quad a b = 10^{\left[\frac{y}{10\alpha(1-\alpha)}\right]}.$$

$$z_0 = w_c 10^{\left[\frac{y}{20\alpha}\right]}.$$

$$N = \left(\text{Integer} \left[\frac{\log\left(\frac{w_{max}}{z_0}\right)}{\log(ab)} \right] + 1 \right).$$

Où y : erreur d'approximation y en dB .

w_{max} : une fréquence maximale donnée. [30]

1.4.2 Méthode d'Oustaloup

L'approximation par la méthode d'Oustaloup de l'opérateur fractionnaire s^α sur la bande de fréquence $[w_b, w_h]$ est donnée par :

$$H(s) = s^\alpha = K \prod_{k=-N}^N \frac{1 + w'_k}{1 + w_k} \quad (1.22)$$

$$w'_k = w_b \left(\frac{w_h}{w_b}\right)^{\frac{k+N+\frac{1}{2}(1-\alpha)}{2N+1}} \quad w_k = w_b \left(\frac{w_h}{w_b}\right)^{\frac{k+N+\frac{1}{2}(1+\alpha)}{2N+1}}$$

Et $k = w_h^\alpha$

Cette approximation, attrayante par son caractère systématique, peut mener à des systèmes entiers de dimension élevée. Un compromis devra donc être trouvé entre qualité de l'approximation et dimension du système [36], [37].

1.4.3 La méthode de Matsuda

La méthode proposée dans [38] est basée sur l'approximation d'une fonction irrationnelle par une fonction rationnelle, obtenue par EFC et l'ajustement de la fonction d'origine dans un ensemble de points espacés logarithmiquement. En supposant que les points sélectionnés sont s_k , $k = 0, 1, 2, \dots$. L'approximation prend la forme [39]:

$$H(s) = a_0 + \frac{s - s_0}{a_1 +} \frac{s - s_1}{a_2 +} \frac{s - s_2}{a_3 +} \quad (1.23)$$

$$a_i = v_i(s_i) \quad , \quad v_0(s) = H(s) \quad , \quad v_{i+1}(s) = \frac{s - s_i}{v_i(s) - a_i}$$

1.4.4 La méthode de Carlson

Cette méthode se base sur l'hypothèse suivante :

$$(H(s))^{1/\alpha} = s \quad (1.24)$$

La méthode itérative de Newton mènera à une séquence d'approximations $H(s)_i$ qui

Commence par la valeur initiale $H_0(s) = 1$ [40]. La fonction rationnelle approximant $H(s) = s^{-\alpha}$ est obtenue sous la forme suivante [22] :

$$H_i(s) = H_{i-1}(s) \frac{\left(\frac{1}{\alpha} - 1\right) (H_{i-1}(s))^{1/\alpha} + \left(\frac{1}{\alpha} + 1\right) s}{\left(\frac{1}{\alpha} + 1\right) (H_{i-1}(s))^{1/\alpha} + \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right) s} \quad (1.25)$$

Les méthodes de Charef et d'Oustaloup sont les plus utilisées dans la littérature. La méthode de Charef dite méthode de la fonction de singularité est plus utile et plus pratique pour les approximations des fonctions de transferts d'ordre fractionnaire [30].

1.5 Systèmes linéaires d'ordre fractionnaire

Les systèmes dont la dynamique est modélisée par une équation différentielle utilisant la dérivation d'ordre non entier, sont appelés les systèmes d'ordre non entier ou simplement les systèmes non entiers [18], [22], [20].

1.5.1 Equation différentielle d'ordre non entier

Un système d'ordre non entier mono variable linéaire à temps invariant est décrit par l'équation différentielle suivante :

$$\sum_{i=0}^n a_i D^{\alpha_i} y(t) = \sum_{j=0}^m b_j D^{\beta_j} u(t) \quad (1.26)$$

Où $a_i, b_j \in R, \alpha_i, \beta_j \in R^+, n, m \in N$

D^α Étant l'opérateur de dérivation d'ordre α , $u(t)$ l'entrée et $y(t)$ la sortie, a_i, b_j sont les coefficients de l'équation différentielle.

Soit :

$$0 < \alpha_0 < \alpha_1 < \dots < \alpha_n, \quad 0 \leq \beta_0 < \beta_1 < \dots < \beta_m$$

Remarque 1 : Le système non entier décrit par l'équation différentielle (1.26) est

Strictement propre lorsque $\alpha_n > \beta_m$ on doit avoir $n > m$, Lorsque $\alpha_n = \beta_m$ le système est juste propre.

Remarque 2: un système non entier est dit d'ordre commensurable α lorsque tous les ordres de dérivation de son équation différentielle sont multiples du même nombre non entier α , dans ce cas, l'équation différentielle généralisée de l'équation (1.26) devient :

Avec $0 < \alpha < 1$

$$\sum_{i=0}^n a_i D^{i,\alpha} y(t) = \sum_{j=0}^m b_j D^{j,\alpha} u(t) \quad (1.27)$$

La résolution des équations différentiels d'ordre non entier avec la transformée de Laplace est le même que d'ordre entier.

Les définitions temporelles des opérateurs différentiels non entiers souffrent d'un formalisme mathématique un peu compliqué, mais leur expression dans le domaine de Laplace relève d'une simplicité remarquable.

1.5.2 Fonction de transfert d'ordre fractionnaire

L'utilisation de la transformée de Laplace de l'équation (1.26), en considérant les conditions initiales nulles, permet de déduire la fonction de transfert d'ordre non entier suivante :

$$G(S) = \frac{b_m S^{\beta_m} + b_{m-1} S^{\beta_{m-1}} + \dots + b_0 S^{\beta_0}}{a_n S^{\alpha_n} + a_{n-1} S^{\alpha_{n-1}} + \dots + a_0 S^{\alpha_0}} = \frac{Y(S)}{U(S)} = \frac{\sum_{j=0}^m b_j S^{\beta_j}}{\sum_{i=0}^n a_i S^{\alpha_i}} \quad (1.28)$$

Dans le cas d'ordre commensurable la fonction de transfert d'ordre non entier s'écrit comme suit :

$$G(s) = \frac{Y(S)}{U(S)} = \frac{\sum_{j=0}^m b_j (S^\alpha)^j}{\sum_{i=0}^n a_i (S^\alpha)^i} \quad (1.29)$$

1.5.3 Représentation d'état d'ordre fractionnaire

Comme dans le cas entier, une représentation d'état d'ordre fractionnaire comporte deux équations. Une équation d'état d'ordre fractionnaire dans laquelle le vecteur d'état fait l'objet d'une dérivation d'ordre fractionnaire réel et une équation d'observation identique à celle du cas entier. Elle est ainsi définie par [20] :

$$\begin{aligned} D^\alpha(x(t)) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \quad (1.30)$$

$u(t)$: le vecteur d'entrée, $y(t)$: le vecteur de sortie.

q est l'ordre de dérivation ($0 < q < 1$).

Les matrices A , B , C et D sont de dimension appropriée et à coefficients constants appelées respectivement matrice d'évolution, matrice de commande, matrice d'observation et matrice d'action directe [22].

1.6 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre quelques définitions de base pour la dérivation et l'intégration d'ordre non entier, ainsi que sa représentation dans le domaine de Laplace, avec leurs Propriétés. Après, nous avons présenté des méthodes d'approximation des operateurs d'ordre fractionnaire.

2 CHAPITRE II : Introduction aux Correcteurs d'Ordre Fractionnaire.

2.1 Introduction

En théorie du contrôle, l'utilisation du calcul fractionnaire a gagné beaucoup de succès non seulement pour la conception de contrôleurs d'ordre fractionnaire pour les systèmes rationnels mais aussi pour les systèmes d'ordre fractionnaire [21].

Il existe de nombreuses variantes de contrôleurs d'ordre fractionnaire et ils ont été utilisés dans différentes applications en fonction des exigences de l'application spécifiques la plus courante est la famille des contrôleurs PID d'ordre fractionnaire [23] et Il ya des autres comme : le régulateur CRONE, Commande avec référence la fonction de Bode idéale...etc.

En automatique, ce n'est qu'au début des années 1990 que le régulateur CRONE (Commande Robuste d'Ordre Non Entier) était proposé par Oustaloup [26] puis en 1999, Podlubny [6] a proposé le régulateur $PI^\alpha D^\mu$ que nous allons détailler.

La décennie précédente a connu des efforts de recherche très remarquable reliés au calcul d'ordre fractionnaire et son application dans la théorie de la commande des systèmes.

Clairement, pour une boucle fermée de commande des systèmes, il existe quatre situations :

- système d'ordre entier avec correcteur d'ordre entier.
- système d'ordre entier avec correcteur d'ordre fractionnaire.
- système d'ordre fractionnaire avec correcteur d'ordre entier.
- système d'ordre fractionnaire avec correcteur d'ordre fractionnaire.

Dans ce travail nous sommes intéressés par le deuxième cas. L'objectif de ce chapitre est de présenter une introduction sur les correcteurs d'ordre fractionnaire, ainsi que la stabilité des systèmes d'ordre fractionnaire.

2.2 Correcteurs D'Ordre Fractionnaire

2.2.1 La fonction de transfert idéale de Bode

La fonction de transfert idéale de Bode a été proposée pour la première fois par Bode, dans son travail sur la conception des amplificateurs à retour en 1945[42].

La fonction de transfert en boucle ouverte, Figure 1, est donné par:

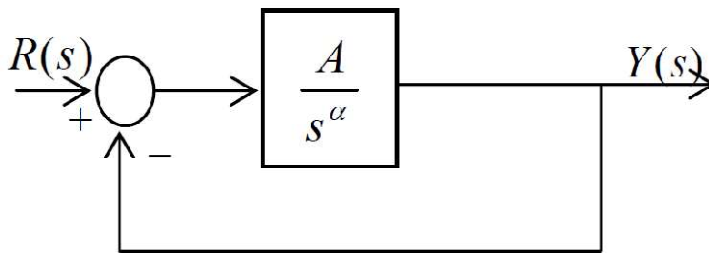


Figure 1: Système de commande d'ordre fractionnaire avec la fonction de transfert idéale de Bode $L(s)$.

$$L(s) = \frac{A}{s^\alpha} \quad (2.1)$$

Où w_u est la fréquence au gain unité.

Le paramètre α est la pente de la courbe d'amplitude, sur une échelle logarithmique.

Si $\alpha < 0$ la fonction de transfert $L(s)$ est un différenciateur fractionnaire.

Si $\alpha > 0$ la fonction de transfert $L(s)$ est un intégrateur fractionnaire [30].

Maintenant considérons le système à retour unitaire représenté sur Figure 1 avec $L(s)$ est la fonction de transfert idéal de Bode. Ce choix de $L(s)$ donne un système en boucle fermé avec la propriété souhaitable d'être peu sensible à la variation du gain, [30].

2.2.1.1 Réponse Fréquentielle :

Le diagramme de Bode :

(Pour : $1 < \alpha < 2$ en a un système d'ordre fractionnaire oscillatoire).

$$H(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)} = \frac{A}{A + S^\alpha} \quad (2.2)$$

Où $w_u = A^{1/\alpha}$ la fréquence de coupure.

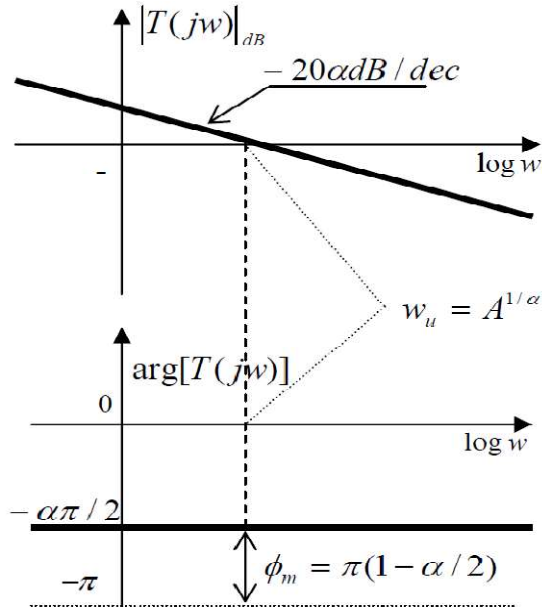


Figure 2 : Diagramme de Bode en boucle ouverte de la fonction idéale de Bode

Ce système de commande est caractérisé par :

En boucle ouverte :

- La courbe d'amplitude a une pente constante de $-\alpha 20dB / dec$.
- La fréquence de coupure dépend de A .
- La courbe de phase est une ligne horizontale d'ordonnée $-\alpha\pi / 2$

En boucle fermée avec retour unitaire :

- La marge du gain est infinie.
- La marge de phase est constante égale à $\phi_m = \pi(1 - \frac{\alpha}{2})$ elle dépend seulement de α .

2.2.1.2 Réponse temporelle :

Les figures 3 et 4 représentent respectivement les réponses indicielles du système $H(s)$ pour $A = 1$ avec différentes valeurs de α et pour $\alpha = 1.5$ avec différentes valeur de A [41].

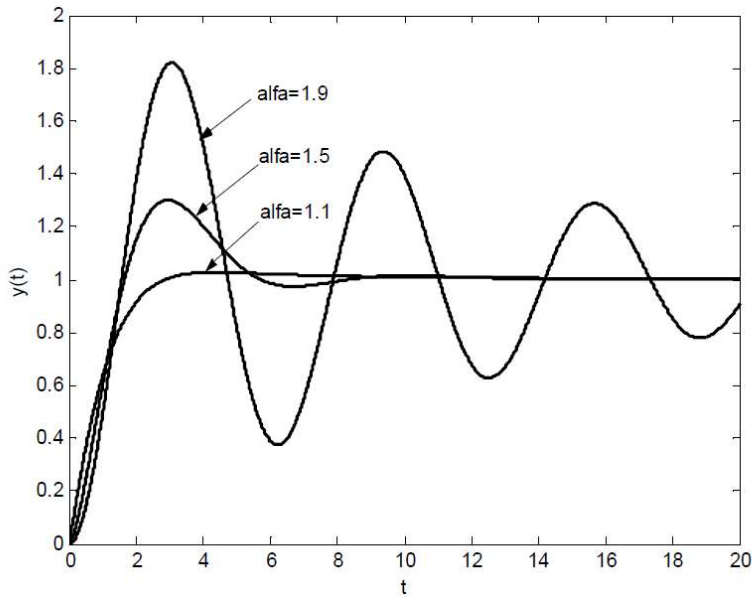


Figure 3 : Réponse indicielle du système $H(s)$ pour différentes valeurs de α avec $A = 1$.

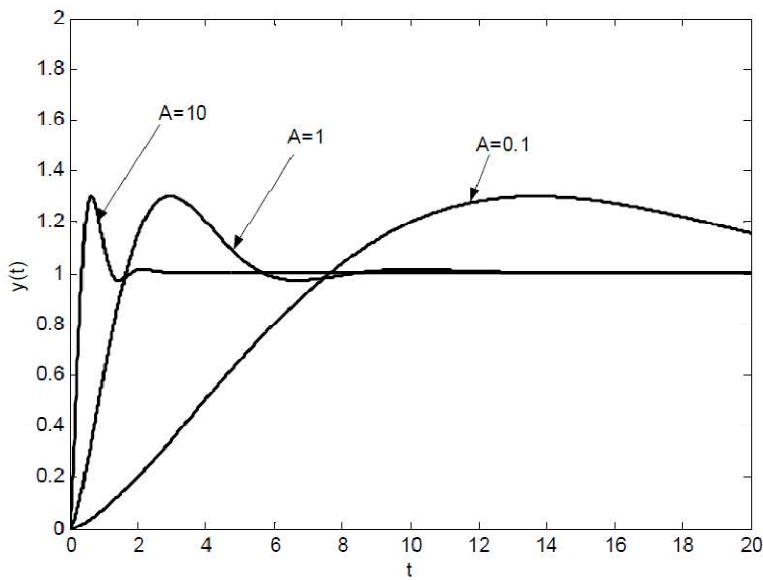


Figure 4 : Réponse indicielle du système $H(s)$ pour différentes valeurs de A avec $\alpha = 1.5$.

2.2.2 Commande CRONE

Il a été proposé par Oustaloup au début des années 90 [26]. Oustaloup a étudié les algorithmes d'ordre fractionnaire pour la commande des systèmes dynamiques et a montré la supériorité des performances de la commande CRONE sur le PID.

L'idée développée pour la synthèse du contrôleur CRONE dans le domaine fréquentiel, vient sans doute des caractéristiques de robustesse que possède la fonction de transfert idéale de Bode, prise comme modèle de référence. L'objectif est alors d'obtenir en boucle ouverte une marge de phase constante autour de la fréquence de transition (fréquence au gain unité) et par conséquent un dépassement constant des réponses temporelles aux variations de gain du système.

Ce correcteur permettait d'assurer la robustesse de la commande dans une bande de fréquence donnée. Trois stratégies bien distinctes assurant d'excellentes performances de robustesse ont fait l'objet de développements théoriques et technologiques importants. Chacune d'elles définit une généralisation de la commande CRONE [11].

La fonction de transfert idéale du correcteur CRONE de la première génération est représentée par la fonction d'ordre fractionnaire suivante [51] :

$$C_a(s) = C_0 \left(\frac{1 + s/w_b}{1 + s/w_h} \right) \quad (2.3)$$

Avec C_a , w_b , w_h et $a \in \mathfrak{R}^+$. La robustesse aux variations du gain est obtenue dans le cas où la bande fréquentielle utilisée est située dans une bande où le procédé possède une phase constante, sinon l'utilisation de la seconde génération est indispensable pour satisfaire cette propriété. La seconde génération consiste à rendre le système en boucle ouverte équivalent à un intégrateur d'ordre fractionnaire comme suit :

$$T(s) = \left(\frac{w_u}{s} \right)^a \quad (2.4)$$

Avec $a \in [1,2]$ et $w_u \in \mathfrak{R}^{**}$. $T(s)$ est la fonction idéale de Bode présentée dans la section (3.1.1). Comme l'objectif de cette commande est la propriété d'iso-amortissement pour le système en boucle fermée, alors la fonction de transfert du correcteur CRONE de la seconde génération est donnée par :

$$C_2 = \frac{T(s)}{G_p(s)} \quad (2.5)$$

La synthèse de ce correcteur consiste à approximer cette fonction dans une bande fréquentielle autour de la fréquence du gain unité w_u par une fonction rationnelle. Lorsque la propriété de robustesse ne peut être vérifiée à l'aide du correcteur CRONE de la seconde génération, un intégrateur fractionnaire d'ordre complexe est considéré dans la troisième génération [51].

2.2.3 Correcteur $PI^\alpha D^\mu$

2.2.3.1 Rappel sur le PID classique

Aujourd'hui, le correcteur PID est la structure de commande la plus utilisée dans les boucles de rétroaction. Plus de 90% des boucles d'asservissement sont des correcteurs PID. Généralement, le correcteur PID classique est implémenté dans des systèmes de commande à retour unitaire classique donné par Figure 5

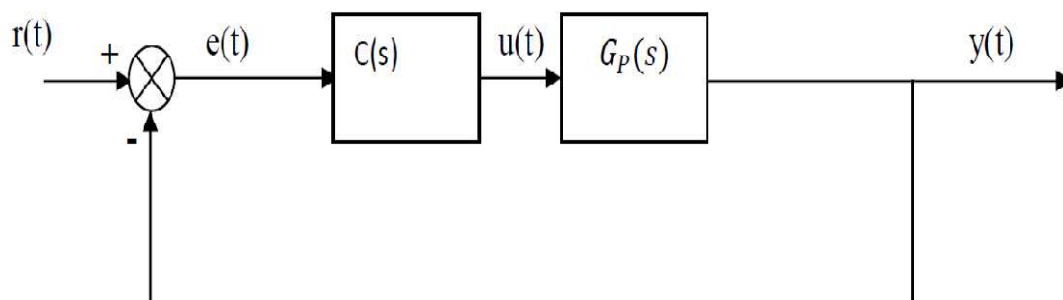


Figure 5 : Système de commande à retour unitaire classique.

Où :

$u(t)$: le signal de commande.

$e(t)$: l'écart résultant de la différence entre la consigne $r(t)$.

$y(t)$: la grandeur à commander.

$C(s)$: la fonction de transfert du correcteur.

$G_p(s)$: est la fonction de transfert de système.

Le comportement du correcteur proportionnel intégral dérivé (PID) classique est décrit par l'équation suivante :

$$u(t) = k_p(e(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(t)dt + T_D \frac{de(t)}{dt}) \quad (2.6)$$

En appliquant la transformée de Laplace à l'équation (2.6) avec les conditions initiales nulles la fonction de transfert de ce correcteur peut être exprimé par :

$$C(s) = K_p(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s) \quad 2.7$$

Les paramètres du correcteur associés à ces différents termes sont le gain proportionnel K_p , la constante d'intégration T_I et la constante de dérivation T_D .

Les trois termes proportionnel, intégral et dérivé possèdent des caractéristiques différentes et agissent de manière complémentaire.

La partie proportionnelle constitue la forme la plus élémentaire de rétroaction, où le signal de commande est simplement l'écart entre la consigne et la grandeur à commander, multiplié par le gain k_p . L'intuition veut qu'en augmentant ce gain, le signal de commande agisse de manière plus forte sur le système et ainsi atténue plus rapidement l'écart, donc lorsque k_p augmente, le temps de réponse varie peu et l'erreur statique est améliorée.

D'un autre côté, un correcteur agissant trop fortement donnera naissance à des comportements oscillatoires, témoins d'une diminution, voir d'une perte de stabilité. L'apparition d'un signal de commande non nul, dans le cas d'un correcteur proportionnel, est soumise à l'existence d'un écart entre la consigne et la grandeur à commander. La suppression de celui-ci est assurée par l'utilisation du terme intégral. Ce dernier génère, à partir d'un signal d'erreur de signe constant, une commande dont l'amplitude ne cesse de croître. Cela aura pour conséquence de supprimer tout écart permanent. Pour cette raison, le terme intégral est souvent interprété dans la littérature comme un ajustement automatique du point de fonctionnement du correcteur. Mais il engendre un effet déstabilisant. Au contraire, l'objectif premier de l'élément dérivé est d'accroître la stabilité en boucle fermée. L'idée du terme dérivé est de prédire l'erreur future afin de pouvoir la corriger directement, sans attendre son apparition [47].

2.2.3.2 Correcteur d'ordre fractionnaire $PI^\alpha D^\mu$:

Afin d'améliorer les performances des systèmes asservis linéaires, Poudlubny [2] a proposé une généralisation du correcteur PID classique à la forme $PI^\alpha D^\mu$ nommé le PID fractionnaire [44], [20].

μ et α sont des réel positifs tel que :

$$0 < \alpha < 1 \quad , \quad 0 < \mu < 1$$

L'équation de sortie du correcteur $PI^\alpha D^\mu$ d'ordre fractionnaire dans le domaine de temps est donnée sous la forme :

$$u(t) = k_p(e(t) + \frac{1}{T_I} D^{-\alpha}(e(t)) + T_D D^\mu e(t)) \quad (2.8)$$

L'expression analytique du PID fractionnaire est donnée par l'équation suivante :

$$C(s) = k_p + \frac{k_I}{s^\alpha} + k_D s^\mu \quad (2.9)$$

Avec :

k_p : représente l'action proportionnelle.

$$k_I = \frac{k_p}{T_I}$$

$$k_D = T_D k_p$$

T_I .: La constante d'intégration

T_D : La constante de dérivation

$\frac{k_I}{s^\alpha}$: représente l'action intégrale d'ordre fractionnaire.

$k_D s^\mu$: représente l'action dérivation d'ordre fractionnaire.

On note que pour $\alpha = \mu = 1$ le correcteur d'ordre fractionnaire $PI^\alpha D^\mu$ devient le correcteur PID classique, si $\alpha = 0$ et $\mu = 1$ devient le correcteur PD^μ , ...etc , En d'autres termes, tous ces types de correcteurs sont des cas spéciaux du correcteur $PI^\alpha D^\mu$ fractionnaire.

Figure 6 Montre la disposition du correcteur d'ordre fractionnaire $PI^\alpha D^\mu$ dans le plan (α, μ) [44] :

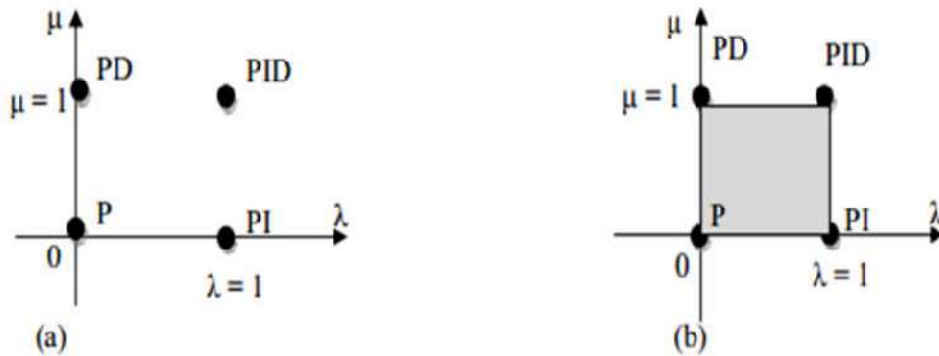


Figure 6 : Correcteur $PI^\alpha D^\mu$ d'ordre fractionnaire sur le plan (α, μ) . [23]

Figure 7 Présente la structure parallèle interne du $PI^\alpha D^\mu$ d'ordre fractionnaire, définie par des connexions en parallèle entre les parties proportionnelles, intégrale d'ordre fractionnaire et dérivée d'ordre fractionnaire [44] :

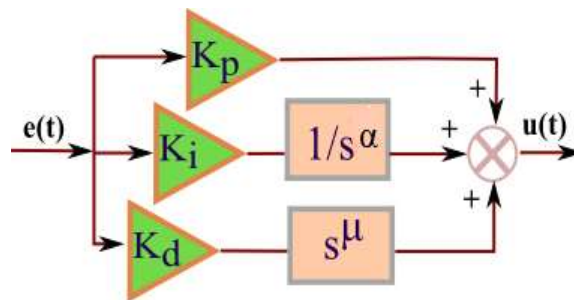


Figure 7 : Structure interne du $PI^\alpha D^\mu$ d'ordre fractionnaire.

L'avantage le plus important du correcteur $PI^\alpha D^\mu$ d'ordre fractionnaire est sa possibilité de bien commander la dynamique des systèmes d'ordre fractionnaire.

Un autre avantage se trouve dans le fait que les correcteurs $PI^\alpha D^\mu$ d'ordre fractionnaire sont moins sensibles aux changements des paramètres d'un système commandé, ce qui donne une amélioration de la robustesse. Ceci est parce que les correcteurs $PI^\alpha D^\mu$ d'ordre fractionnaire possèdent deux degrés de liberté supplémentaires pour mieux ajuster les propriétés dynamiques des systèmes de commande. Puisque les ordres α et μ sont des nombres réels arbitraires, le correcteur $PI^\alpha D^\mu$ d'ordre fractionnaire est plus flexible et donne l'avantage de mieux régler les propriétés dynamiques des systèmes [40],[43] .

2.2.4 Correcteur d'ordre fractionnaire TID

Le correcteur TID a une structure semblable à un correcteur PID classique, mais la composante proportionnelle P est remplacée par une composante ayant une fonction de transfert $T s^{-\alpha}$ où T est une constante et $\alpha \in \mathbb{R}$, qui permet des options de réglage plus larges et un meilleur comportement de contrôle par rapport à le contrôleur PID entier. Sa fonction de transfert est donnée par [28][4] :

$$C(s) = T s^{-\alpha} + \frac{I}{s} + Ds \quad (2.10)$$

2.2.5 Correcteur avance/retard de phase d'ordre fractionnaire

Le correcteur avance/retard de phase d'ordre fractionnaire est une généralisation du correcteur avance/retard de phase classique. Sa fonction de transfert donnée par [20]:

$$C(s) = \left(k_c \frac{s + 1/\lambda}{s + 1/\lambda x} \right)^\alpha = k_c x^\alpha \left(\frac{\lambda s + 1}{\lambda x s + 1} \right)^\alpha \quad (2.11)$$

Où α est l'ordre fractionnaire du correcteur, Le comportement fréquentiel de ce correcteur $\alpha > 0$ (avance de phase) est montré dans la Figure 8.

Pour $\alpha < 0$ (retard de phase) la pente d'amplitude de courbe est négative.

x et λ deux réels positifs tel que $0 < x < 1$. Ils dépendent de α [23].

$\frac{1}{x\lambda}$: Fréquence de pole.

$\frac{1}{\lambda}$: Fréquence de zéros.

X : la distance entre zéros $w_{zéros}$ et pole w_{pole} fractionnaire.

λ : est la position de zéros $w_{zéros}$ et sur l'axe du fréquence.

$$w_m = \frac{\sqrt{x}}{\lambda},$$

$$\phi_m = \alpha \sin^{-1} \left(\frac{1-x}{1+x} \right)$$

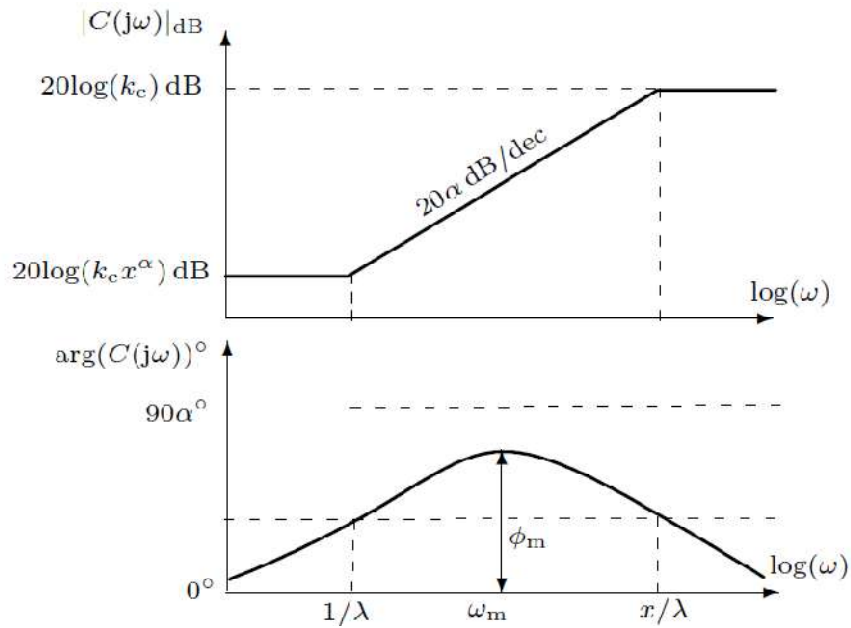


Figure 8 : Réponse fréquentielle du correcteur avance-retard de phase d'ordre fractionnaire $\alpha > 0$.

2.3 Stabilité des systèmes fractionnaires

Le diagramme de classification des systèmes Linéaires Invariants dans Temps (LIT) est donné dans Figure 9 [22] :

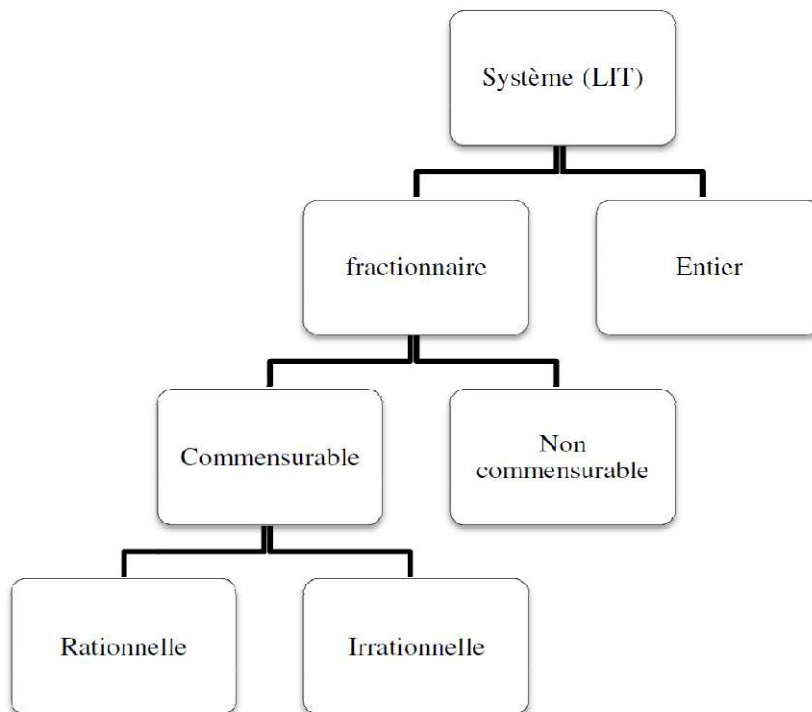


Figure 9 : classification des systèmes Linéaires Invariants dans Temps (LIT).

Les conditions de stabilité des systèmes fractionnaires linéaires à temps invariant sont différentes de celles des systèmes linéaires d'ordre entier.

En effet, l'étude de la stabilité des systèmes fractionnaires de commande représentent le problème le plus compliqué. Ces systèmes peuvent avoir des racines dans le demi-plan droit du plan complexe et être stables, contrairement aux systèmes linéaires dont les racines sont à partie réelle strictement négative [4], [11].

Théorème 1 : Système d'ordre commensurable exprimé par une fonction transfert rational :

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = K \frac{\sum_{j=0}^m b_j (s^\alpha)^j}{\sum_{i=0}^n a_i (s^\alpha)^i} = K \frac{Q(s^\alpha)}{P(s^\alpha)} \quad (2.12)$$

est dit stable si et seulement si :

$$|\arg(\lambda_i)| > \alpha \frac{\pi}{2} \quad \text{Pour tout } i. \quad (2.13)$$

Avec λ_i est le $i^{\text{ème}}$ racine de $P(s^\alpha)$.

Théorème 2 :

Pour le cas commensurable de la représentation de l'espace d'état des systèmes d'ordre fractionnaire LTI comme dans l'équation (1.30), le système est stable si les conditions suivantes sont satisfaites :

$$|\arg(\text{eig}(A))| > q \frac{\pi}{2} \quad (2.14)$$

Où $q \in [0,2]$ et $\text{eig}(A)$ représente les valeurs propres de la matrice A [23].

Remarque : Pour $\alpha = 1$, on trouve la condition de stabilité des systèmes d'ordre entier.

La région de stabilité d'un système d'ordre fractionnaire est représentée sur Figure 10 [23].

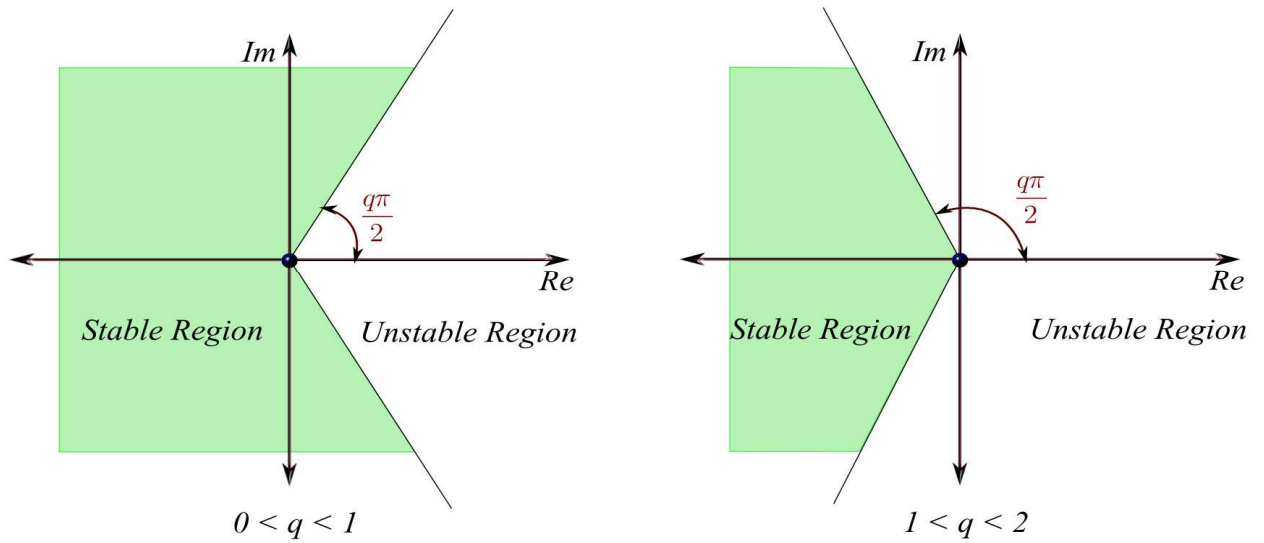


Figure 10 : Région de stabilité pour un système d'ordre fractionnaire dans le plan s^α .

2.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté un état de l'art des correcteurs et structures principales de la commande d'ordre fractionnaire et l'analyse de stabilité fractionnaire. Les opportunités pour la proposition de nouveaux schémas de commande fractionnaire ou l'extension des schémas de commande classiques existants au domaine fractionnaire sont sans limite. Cependant, on devrait avoir besoin de bonnes raisons pour le faire. L'amélioration des performances et de la robustesse est une des raisons pour utiliser la commande fractionnaire. Cependant, le domaine de détermination des paramètres du correcteur $PI^\alpha D^\mu$ fractionnaire reste un sujet d'actualité, dont le but est de trouver des techniques plus efficaces et optimale dans la détermination de ces paramètres. Donc, dans le cadre de cet mémoire, nous avons exploré l'utilisation d'une technique d'optimisation pour déterminer les cinq paramètres du correcteur $PI^\alpha D^\mu$ fractionnaire, et qui sera présentée et détaillée dans le chapitre suivant.

3 CHAPITRE III : Réglage des paramètres du contrôleur $PI^\alpha D^\mu$ par algorithme d'optimisation.

3.1 Introduction

Les correcteurs PID étaient les plus populaires du siècle passé. Ils resteront dominants à cause de leur remarquable efficacité, simplicité de mise en œuvre et la large applicabilité.

Le domaine de détermination des paramètres du correcteur $PI^\alpha D^\mu$ fractionnaire reste un sujet d'actualité, dont le but est de trouver des techniques plus efficaces et optimales dans la détermination de ces paramètres. Donc, dans le cadre de ce mémoire, nous avons exploré l'utilisation des techniques d'optimisations pour déterminer les cinq paramètres du correcteur $PI^\alpha D^\mu$ fractionnaire.

L'algorithme d'optimisation fait partie des moyens que nous proposons aux professionnels qui souhaitent mettre en place une stratégie efficace pour l'amélioration de leurs résultats.

Ce type de procédé est particulièrement recommandé pour la conception de solutions sur mesure destinées à des projets délicats dont les problématiques sont aussi nombreuses que complexes.

L'algorithme d'optimisation est adapté à tous les secteurs d'activité.

Plusieurs méthodes d'optimisations ont été proposées dans la littérature, et ont prouvé leur efficacité dans différents domaines d'application. Nous nous intéressons dans ce chapitre à une méthode méta heuristique, l'optimisation par essaim particulaire.

3.2 L'optimisation par les essais particuliers

L'Optimisation par Essaim Particulaire (Particle swarm optimization PSO) a été proposée par Kennedy et Eberhart en 1995.

Cette méthode est inspirée du comportement social des animaux évoluant en essaim. L'exemple le plus souvent utilisé est le comportement des bancs de poissons.

En effet, on peut observer chez ces animaux des dynamiques de déplacement relativement complexes, alors qu'individuellement chaque individu a une intelligence limitée et une connaissance seulement locale de sa situation dans l'essaim.

Un individu de l'essaim n'a pour connaissance que la position et la vitesse de ses plus proches voisins. Chaque individu utilise donc, non seulement, sa propre mémoire, mais aussi l'information locale sur ses plus proches voisins pour décider de son propre déplacement [17].

3.2.1 Principe de fonctionnement de PSO

L'optimisation par essaim de particules repose sur un ensemble d'individus originellement disposés de façon aléatoire et homogène, que nous appellerons dès lors des particules, qui se déplacent dans l'hyper-espace de recherche et constituent, chacune, une solution potentielle.

Chaque particule dispose d'une mémoire concernant sa meilleure solution visitée ainsi que la capacité de communiquer avec les particules constituant son entourage. À partir de ces informations, la particule va suivre une tendance faite, d'une part, de sa volonté à retourner vers sa solution optimale, et d'autre part, de son mimétisme par rapport aux solutions trouvées dans son voisinage. [24]

La Figure 11 montre l'agissement des particules d'un essaim. À partir d'optimums locaux et empiriques, l'ensemble des particules va, normalement, converger vers la solution optimale globale du problème traité.

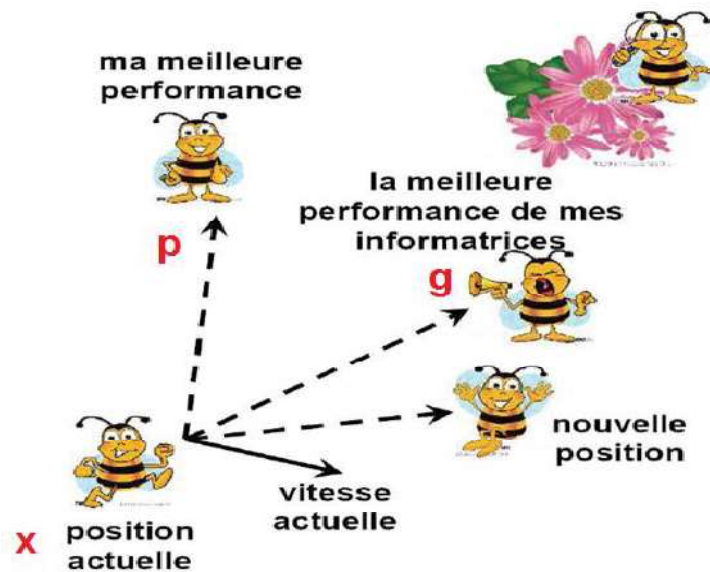


Figure 11 : schéma de principe du comportement des particules d'un essaim.

Le déplacement d'une particule est influencé par trois composantes :

Une composante d'inertie : la particule tend à suivre sa direction courante de déplacement.

Une composante cognitive : la particule tend à se diriger vers le meilleur site par lequel elle est déjà passée.

Une composante sociale : la particule tend à se fier à l'expérience de ses congénères et, ainsi, à se diriger vers le meilleur site déjà atteint par ses voisins [25].

Une particule i de l'essaim dans un espace de dimension D est modélisée par [27] :

Son vecteur position : $\vec{x}_{ij} = (x_{i1}, x_{i2}, x_{i3} \dots x_{iD})$

Son vecteur vitesse : $\vec{v}_{ij} = (v_{i1}, v_{i2}, v_{i3} \dots v_{iD})$

La qualité de sa position est déterminée par la valeur de la fonction objective en ce point.

Cette particule garde en mémoire la meilleure position par laquelle elle est déjà passée, que l'on note : $\vec{p}_{besti} = (p_{best1}, p_{best2}, p_{best3} \dots p_{bestD})$

La meilleure position atteinte par les particules de l'essaim est notée :

$$\vec{G}_{besti} = (g_{best1}, g_{best2}, g_{best3} \dots \dots g_{bestD})$$

Le vecteur de vitesse est calculé à partir de l'équation (3.1) suivante :

$$\vec{v}_{ij}(t+1) = \omega v_{ij}(t) + c_1 r_1 (p_{ij}(t) - x_{ij}(t)) + c_2 r_2 (g_{ij}(t) - x_{ij}(t)) \quad (3.1)$$

Le vecteur de position est calculé à partir de l'équation (3.2) :

$$\vec{x}_{ij}(t+1) = x_{ij}(t) + v_{ij}(t+1) \quad (3.2)$$

Avec :

(i = 1, 2, 3 ... P) et (j = 1, 2, 3 ... D)

ω : Constante, appelée coefficient d'inertie.

r_1, r_2 : sont deux nombres aléatoires tirés uniformément dans [0, 1], à chaque itération t et pour chaque dimension j.

c_1, c_2 : deux constantes, appelées coefficients d'accélération .

ωv_{ij} : correspond à la composante d'inertie du déplacement, où le paramètre ω contrôle l'influence de la direction de déplacement sur le déplacement futur.

$c_1 r_1 (p_{ij}(t) - x_{ij}(t))$: correspond à la composante cognitive du déplacement, où le paramètre c1 contrôle le comportement cognitif de la particule.

$c_2 r_2 (g_{ij}(t) - x_{ij}(t))$: correspond à la composante sociale du déplacement, où le paramètre c2 contrôle l'aptitude sociale de la particule.

3.2.2 Configuration de la méthode

3.2.2.1 Nombre de particules

La quantité de particules allouées à la résolution du problème dépend essentiellement de deux paramètres : la taille de l'espace de recherche et le rapport entre les capacités de calcul de la machine et le temps maximum de recherche.

Il n'y a pas de règle pour déterminer ce paramètre, faire de nombreux essais permet de se doter de l'expérience nécessaire à l'appréhension de ce paramètre [29].

3.2.2.2 Topologie du voisinage

La topologie du voisinage défini avec qui chacune des particules va pouvoir communiquer. Il existe de nombreuses combinaisons dont les suivantes sont les plus utilisées :

- a) topologie en étoile : chaque particule est reliée à toutes les autres. L'optimum du voisinage est l'optimum global.
- b) topologie en anneau : chaque particule est reliée à n particules (en général, $n = 3$), c'est la topologie la plus utilisée.
- c) topologie en rayon : les particules ne communiquent qu'avec une seule particule centrale [45],[25].

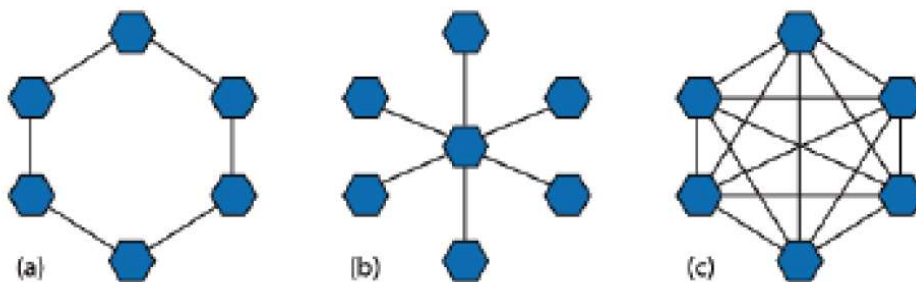


Figure 12 : (a) anneau (avec $n=2$), (b) rayon, (c) étoile

3.2.2.3 Coefficients de confiance

Les variables de confiance pondèrent les tendances de la particule à vouloir suivre son instinct de conservation ou son panurgisme. Les variables aléatoires r_1 et r_2 peuvent être définis de la façon suivante :

$$\begin{cases} \rho_1 = c_1 r_1 \\ \rho_2 = c_2 r_2 \end{cases}$$

Où r_1 et r_2 suivent une loi uniforme sur $[0, 1]$ et c_1 et c_2 sont des constantes positives déterminées de façon empirique et Suivant la relation $c_1 + c_2 \leq 4$. [17]

3.2.2.4 Vitesse maximale

Pour éviter que les particules se déplacent trop rapidement d'une région à une

Autre dans l'espace de recherche, on fixe une vitesse maximale v_{max} . Ainsi si

$v_{ij}(t)$ est la vitesse de la particule P_i au temps t dans la dimension j ,

$$v_{ij}(t) = v_{max} \quad \text{Si} \quad v_{ij} > v_{max} \quad \text{et} \quad v_{ij}(t) = -v_{max} \quad \text{Si} \quad v_{ij} < -v_{ma}$$

v_{max} est généralement dépendant de l'échelle du problème.

v_{max} n'est pas obligatoire. On peut utiliser un coefficient de constriction (resserrement) [34], [25] comme suit :

$$\vec{v}_i(t) = k(\vec{v}_i(t-1) + \rho_1(\vec{x}_{pbest} - \vec{x}_i(t)) + \rho_2(\vec{x}_{gbest} - \vec{x}_i(t))) \quad (3.3)$$

$$\text{Avec } k = 1 - \frac{1}{\rho} + \frac{\sqrt{|\rho^2 - 4\rho|}}{2} \quad \text{et} \quad \rho = \rho_1 + \rho_2 > 4$$

3.2.2.5 Initialisation de l'essaim

La position des particules ainsi que leur vitesse initiale doivent être initialisés aléatoirement selon une loi uniforme sur $[0, 1]$.

Cependant, en ce qui concerne la position des particules, il est préférable d'utiliser un générateur de séquence de SOBOL qui est plus pertinent dans la disposition homogène des particules dans un espace de dimension n [17].

3.2.2.6 Facteur d'inertie

Pour contrôler l'influence de la vitesse obtenue au pas précédent, on peut introduire un facteur d'inertie ω qui décroît en fonction du temps.

$$\vec{v}_i(t) = \omega \vec{v}_i(t-1) + \rho_1 (\vec{x}_{pbest} - \vec{x}_i(t)) + \rho_2 (\vec{x}_{gbest} - \vec{x}_i(t)) \quad (3.4)$$

Un grand facteur d'inertie provoque une grande exploration de l'espace de recherche

Alors qu'un petit facteur d'inertie concentre la recherche sur un petit espace.

La convergence n'est pas assurée quelques soient les valeurs de ω et également de c_1 et c_2 . Les études expérimentales [34] montrent que pour avoir une bonne convergence il faut que :

$$\frac{1}{2}(c_1 + c_2) - 1 < \omega < 1$$

ω commence par une valeur proche de 0,9 et descend linéairement pour arriver à 0,4. Cette stratégie a beaucoup amélioré les performances de PSO pour plusieurs problèmes d'optimisation. Le coefficient d'inertie ω varie linéairement avec le temps selon la formule suivante [27]:

$$\omega = \omega_{min} + (\omega_{max} - \omega_{min}) \cdot \frac{iter}{max_{iter}} \quad (3.5)$$

Où $iter$ est le numéro de l'itération courante.

max_{iter} : Le nombre maximal d'itérations.

ω_{max} et ω_{min} : Les valeurs maximum et minimum du coefficient d'inertie ω .

3.2.2.7 Critères d'arrêt

La convergence vers la solution optimale globale n'est pas garantie même si les expériences dénotent la grande performance de la méthode. De ce fait, il est fortement conseillé de doter l'algorithme d'une porte de sortie en définissant un nombre maximum d'itération [29].

L'algorithme doit alors s'exécuter tant que l'un des critères de convergence suivant ne soit pas satisfait :

- nombre maximum d'itération a été atteint.
- la variation de la vitesse est proche de 0.
- le fitness de la solution est suffisant.

3.2.3 Algorithme de base du PSO

Les étapes essentielles de l'optimisation par essaim de particules sont présentées par L'algorithme suivant [25] :

Initialisation aléatoire des positions et des vitesses de chaque particule

Pour chaque particule i , $\vec{p}_i = \vec{x}_i$

Tant que le critère d'arrêt n'est pas atteint faire

Pour $i = 1$ à N faire

Déplacement de la particule à l'aide de (3.1) et (3.2)

Évaluation des positions

Si $f(\vec{x}_i) < f(\vec{p}_i)$

$$\vec{p}_i = \vec{x}_i$$

Fin Si

Si $f(\vec{p}_i) < f(\vec{g})$

$$\vec{g} = \vec{p}_i$$

Fin Si

Fin Pour

Fin Tant que.

La Figure 13 montre l'organigramme qui résume les étapes d'algorithme du PSO [46], [50].

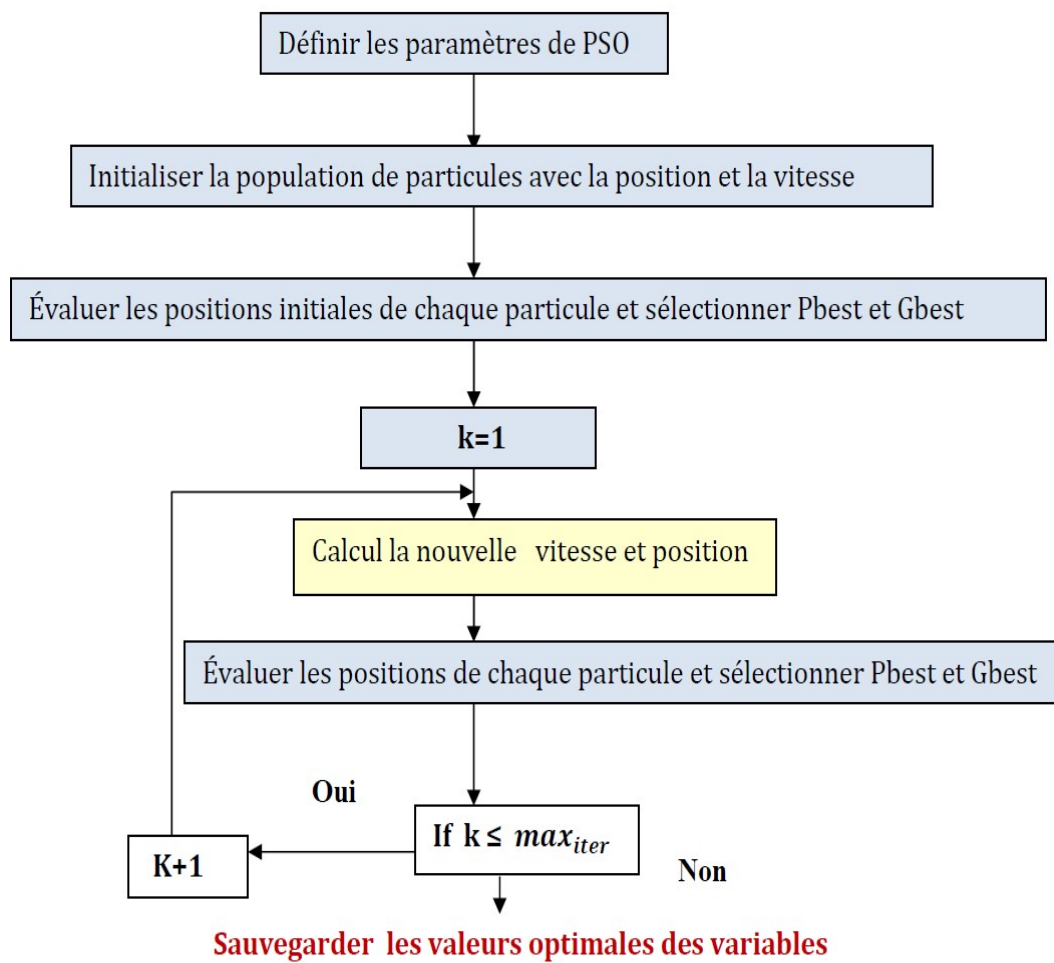


Figure 13 : Organigramme général de la méthode PSO.

3.2.4 Ajustement des paramètres d'un régulateur PID et fractionnaire par optimisation

Si l'on considère que « p » est un vecteur qui contient les cinq paramètres du correcteur fractionnaire $PI^\alpha D^\mu$ (ou les trois paramètres du PID classique), et dans le but de régler et ajuster les gains de ces correcteurs, on peut faire la méthode d'optimisations pour avoir un résultat optimal. Ces paramètres seront donc représentés par un ensemble de particule. En suivant les étapes de l'algorithme, et pour un certain nombre d'itérations, on a une forte probabilité de trouver une solution fiable de notre problème d'optimisation.

Ce problème étant, dans notre cas, défini par un critère de l'erreur de régulation en boucle fermée, comme le démontre la Figure 14. Des critères de performances (fonction coût, fonction objectif) sont définis, dès lors, à partir de cette erreur.

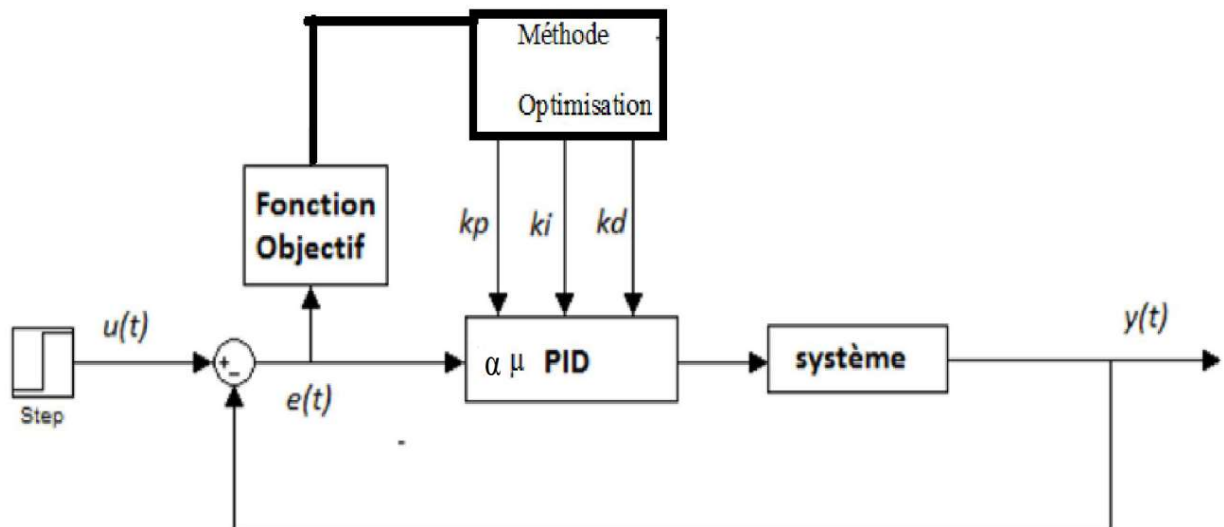


Figure 14 : Approche d'optimisation du $PI^\alpha D^\mu$ fractionnaire par la méthode méta heuristique.

3.3 Critère de performances

L'erreur en régime transitoire peut être utilisée pour caractériser la qualité d'un système asservi donné.

L'évaluation de qualité d'un système asservi donné est faite par l'évaluation d'un critère de qualité ou indice de performance.

L'évaluation est principalement basée sur la réponse indicielle du système asservi considéré.

Parmi les indices de performances souvent utilisés, on retrouve [49]:

Le Critère de ISE (Integral of Square Error).

Le Critère de IAE (Integral of Absolute Error).

Le Critère de ITSE (Integral of Time Multiplied Square Error).

Le Critère de ITAE (Integral of Time Multiplied Absolute Error).

En pratique, l'erreur en régime permanent n'est jamais nulle. L'intégration d'une fonction de cette erreur sur un intervalle infini donne à l'indice de performance employé une valeur infinie. Pour pallier à cet inconvénient, l'intégration est souvent faite sur un intervalle fini $[0, T]$, dont la borne supérieure T de l'intervalle est choisie supérieure au temps de réponse du système.

3.3.1 Critère (ISE) Integral of Square Error

Ce critère de performance est le plus populaire. Il est défini par :

$$J_{ISE} = \int_0^T e^2(t) dt \quad (3.6)$$

La présence de $e^2(t)$ dans le critère permet la mise en évidence des écarts transitoires de forte amplitude.

3.3.2 Critère (IAE) Integral of Absolute Error

Le critère de performance IAE est défini par :

$$J_{IAE} = \int_0^T |e(t)| dt \quad (3.7)$$

Ce critère est surtout utilisé lorsque le système asservi possède une réponse transitoire peu oscillante avec un amortissement moyen.

3.3.3 Critère (ITAE) Integral of Time multiplied Absolute Error

Il est parfois avantageux de mettre en évidence les valeurs de fin de régime transitoire.

Le critère de performance de performance ITAE permet ceci. Un tel critère est défini par :

$$J_{ITAE} = \int_0^T t|e(t)|dt \quad (3.8)$$

3.3.4 Critère (ITSE) Integral of Time multiplied Square Error

Le critère de performance ITSE permet de pondérer faiblement le début du régime transitoire et simultanément pondérer fortement les valeurs de l'erreur en fin du régime transitoire. Un tel critère est défini par :

$$J_{ITSE} = \int_0^T te^2(t) dt \quad (3.9)$$

3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté le principe d'algorithme d'optimisation PSO et leur implémentation, ainsi que leur utilisation pour l'ajustement des paramètres d'un régulateur $PI^\alpha D^\mu$ fractionnaire, et ce, en utilisant un critère de performance exprimé en fonction de l'erreur de régulation.

4 CHAPITRE VI : Simulation et application

4.1 Introduction

Le correcteur standard le plus utilisé dans l'industrie est le correcteur PID, car il permet de régler à l'aide des trois paramètres les performances du système de commande.

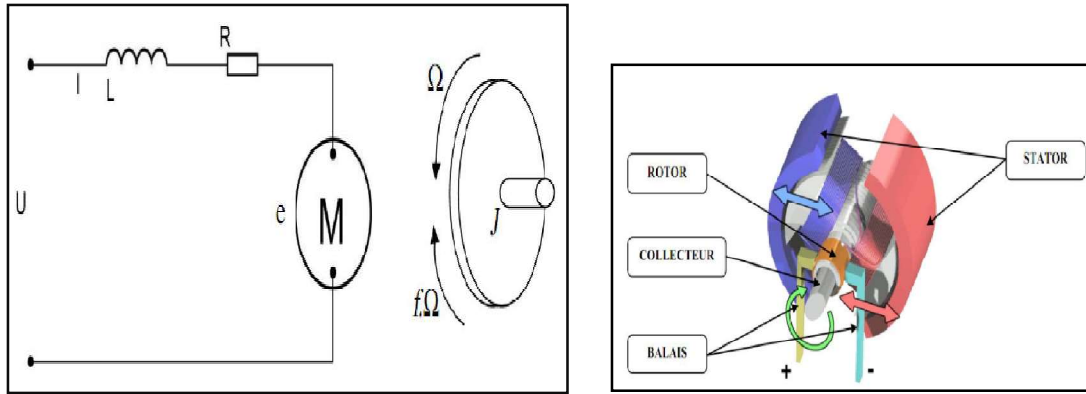
Dans les chapitres précédents, nous avons présenté la nouvelle extension de ce correcteur, très utilisé, qui est le correcteur $PI^\alpha D^\mu$ d'ordre fractionnaire. Pour mettre en évidence l'efficacité de ce type de correcteurs, nous allons étudier un exemple d'application, et nous essayons de synthétiser ce correcteur $PI^\alpha D^\mu$ d'ordres fractionnaires par de l'algorithme d'optimisation PSO. Pour bien valider cette méthode on prend comme application : la commande de la vitesse d'un moteur à courant continu.

L'objectif de ce chapitre est d'apercevoir les qualités et les améliorations obtenues en utilisant un correcteur $PI^\alpha D^\mu$ d'ordre fractionnaire pour la commande d'une vitesse de moteur DC et la comparer avec la réponse de correcteur PID classique.

4.2 Modélisation du moteur à courant continu

4.2.1 Définition

Un moteur à courant continu (MCC) est un dispositif qui permet de transformer l'énergie électrique en énergie mécanique. Il comporte un induit bobiné (le rotor) et un inducteur bobiné ou à aimant permanent (stator). Le rotor tournant confère une inertie propre (J) et son implantation sur paliers implique des frottements mécaniques (f_r), [16]. Le schéma fonctionnel du moteur à courant continu est donné sur la Figure 15.



a) Schéma équivalent

b) schéma réel

Figure 15 : Le moteur à courant continu.

Le MCC peut fonctionner sous plusieurs modes, dans ce qui suit, nous considérons un moteur à courant continu à excitation séparée.

La fonction de transfert cherchée $G(p)$ est entre la tension entrante dans le moteur $U(p)$ et la vitesse de sortie $\Omega(p)$:

$$G(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)} \quad (4.1)$$

4.2.2 Équation électrique

L'équation liant la tension $u(t)$ de l'induit (rotor) et le courant d'induit $i(t)$ est donnée par :

$$U(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + E \quad (4.2)$$

$$E = k_e \Omega = k_e \frac{d\theta}{dt} \quad (4.3)$$

Où R et L est la résistance et l'inductance du rotor ;

E est la force électromotrice ;

k_e : Constance de vitesse.

En appliquant la transformé de Laplace on obtient :

$$U(p) = RI(p) + LpI(p) + E \quad (4.4)$$

Donc :

$$U(p) - k_e \Omega(p) = (R + Lp)I(p) \quad (4.5)$$

Alors :

$$\boxed{\frac{I(p)}{U(p) - k_e \Omega(p)} = \frac{1}{R + Lp}} \quad (4.6)$$

4.2.3 Équation mécanique

$$c_m - c_r - f\dot{\theta} = J\ddot{\theta} \quad (4.7)$$

$$c_m = k_c I \quad (4.8)$$

Où c_m est le couple moteur

c_r : couple résistant

J : Moment d'inertie rapporté au rotor.

k_c : Constante de couple.

f : Coefficient de frottement visqueux.

On a donc :

$$c_m - c_r = J\ddot{\theta} + f\dot{\theta} \quad (4.9)$$

En appliquant la transformé de Laplace en vitesse, on obtient :

$$C_m - C_r = pJ\Omega + f\Omega \quad (4.10)$$

$$C_m - C_r = (pJ + f)\Omega \quad (4.11)$$

D'où :

$$\boxed{\frac{\Omega}{C_m - C_r} = \frac{1}{pJ + f}} \quad (4.12)$$

Le schéma bloc fonctionnel du modèle de moteur électrique en vitesse est donné par la

Figure 16 .

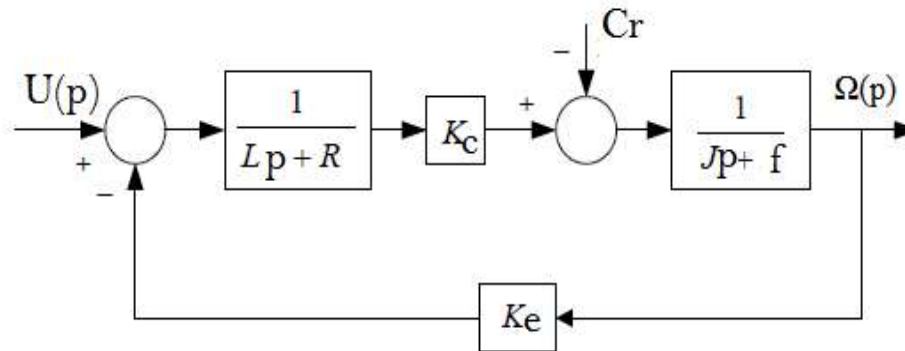


Figure 16 : Schéma bloc du modèle de moteur électrique en vitesse.

La fonction de transfert est :

$$G(p) = \frac{k_c}{(R + Lp)(f + Jp) + k_c k_e} \quad (4.13)$$

Les valeurs numériques des paramètres du moteur sont données dans le **Tableau 1** :

Tableau 1 : Valeurs des paramètres du moteur à courant continu.

| Paramètres | Valeurs |
|------------|--------------------------|
| R | 0.4 Ω |
| L | 2.7 H |
| J | 0.0004 kg.m ² |
| Ke | 0.05 V.s |
| Kc | 0.015 N.m/A |
| F | 0.0022 N.m.s/rad |

Sachant que La fonctions de transfert, de la régulation en vitesse était obtenue avec les valeurs numériques du **Tableau 1** données, par :

$$G(p) = \frac{0.015}{0.00108p^2 + 0.0061p + 0.00119} \quad (4.14)$$

La réponse indicielle du système exprimé par la vitesse de moteur $G(p)$ est montrée par Figure 17 Nous observons que le temps de réponse est de l'ordre de

19.5 Seconde avec un dépassement nul.

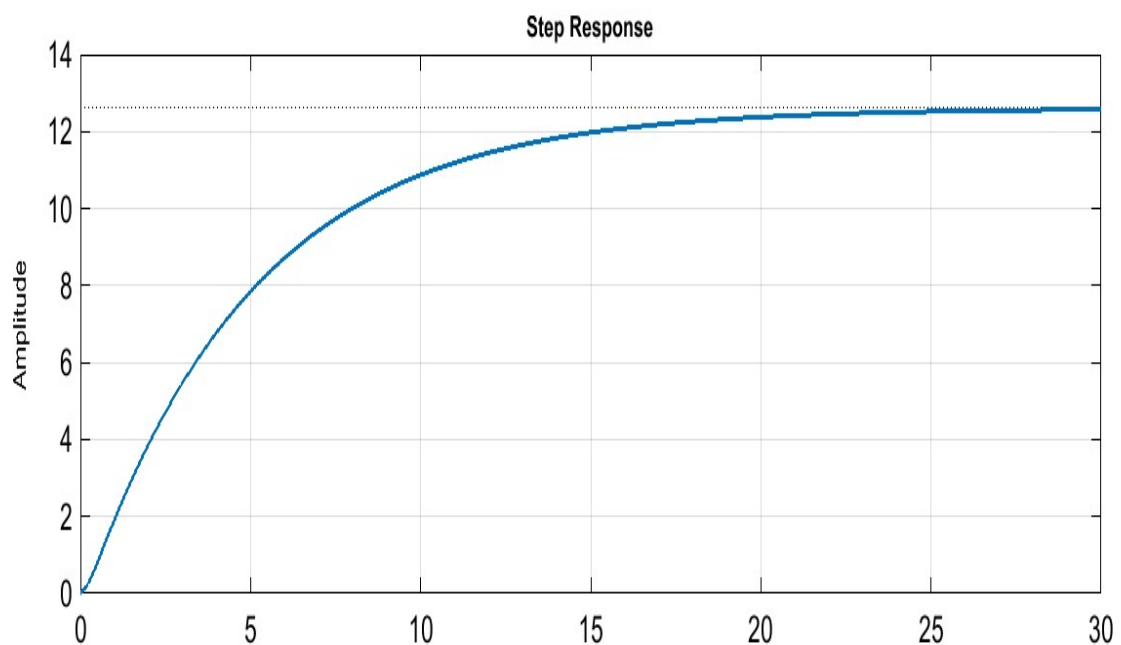


Figure 17 : Réponse indicielle du système. vitesse Moteur DC.

4.3 Optimisation du régulateur $PI^{\alpha}D^{\mu}$ fractionnaire par l'algorithme PSO

Contrairement au correcteur PID classique, il n ya aucun méthode de réglage systématique existante pour le correcteur $PI^{\alpha}D^{\mu}$ fractionnaire.

Dans ce mémoire, nous proposons d'utilisé une méthode de conception ou d'optimisation par un algorithme PSO.

Les trois paramètres du PID, ou les cinq paramètres d'un $PI^{\alpha}D^{\mu}$ forme une particule.

Pour le réglage de $PI^{\alpha}D^{\mu}$ fractionnaire, on va de trouver la meilleur solution de position de chaque particule, notée position locale, puis en chercher la meilleur pour un nombre d'itération prédéfini (100 itérations). En fonction d'une minimisation d'une fonction de cout (fonction fitness), on arrive donc à obtenir une solution globale parfaite (meilleurs position globale) synonyme d'un coût minimal (meilleure coût globale).

4.3.1 La fonction de coût

L'évaluation consiste à mesurer la performance de chaque particule de l'essaim. On utilise pour cela une fonction objective (fonction à optimiser) appelée aussi la fonction de coût ou fitness.

La fonction objective est nécessaire pour évaluer le meilleur régulateur $PI^{\alpha}D^{\mu}$ fractionnaire pour le système. Elle pourrait être créée pour trouver un régulateur $PI^{\alpha}D^{\mu}$ fractionnaire ou bien classique qui donne un dépassement le plus petit, un temps de montée ou un temps de stabilisation le plus rapide. Cependant, afin de combiner l'ensemble de ces objectifs, il a été décidé de concevoir une fonction objective qui permettra de minimiser l'erreur de la régulation du système commandé, pour avoir un comportement satisfaisant des régulateurs PID, $PI^{\alpha}D^{\mu}$.

On a utilisé dans ce travaille le critère ITAE.

4.3.2 Application et analyse des résultats

Le contrôleur $PI^{\alpha}D^{\mu}$ est placé en cascade avec la fonction de transfert du système (Moteur) dans une boucle à retour unitaire donné par le bloc de diagramme de la Figure 18.

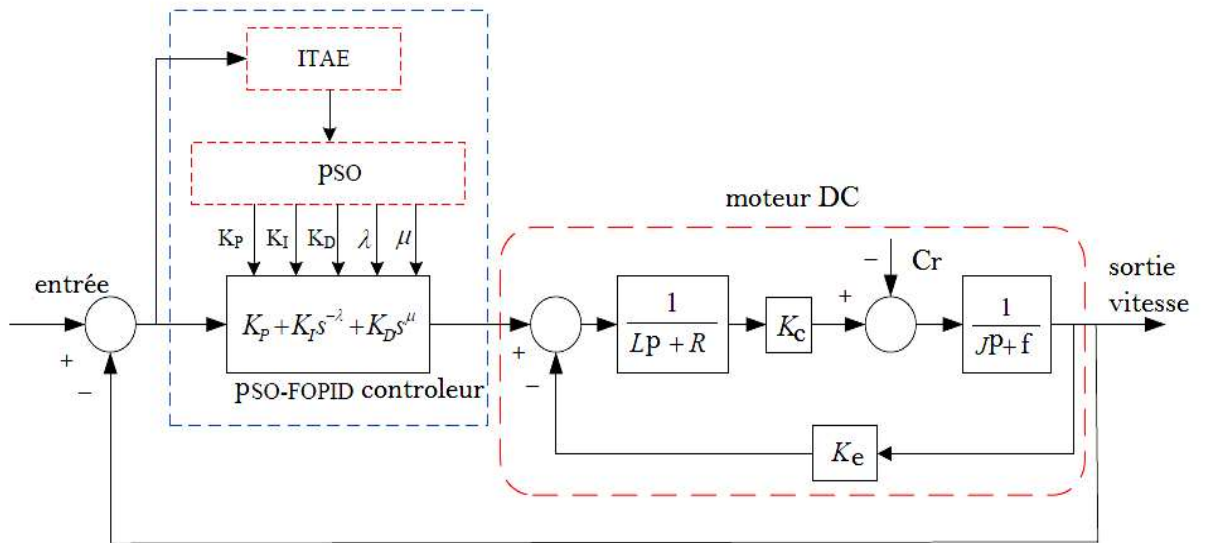


Figure 18 : Schéma contrôle de la vitesse du moteur DC avec contrôleur PSO-PI^λD^μ.

L'objectif de cette partie est d'appliquer la stratégie d'optimisation PSO dont le but est de calculer des paramètres ($K_p, K_i, K_d, \lambda, \mu$) optimaux d'une commande PI^λD^μ à retour unitaire, pour avoir une meilleure réponse indicielle de la vitesse d'un moteur DC, ainsi qu'une analyse comparative de performances obtenues par cette commande avec celle obtenue par un contrôleur PID classique calculé pour assurer les mêmes spécifications.

Les paramètres utilisés pour l'algorithme PSO sont donnés sur le Tableau 2

Tableau 2 : Les paramètres de l'algorithme PSO utilisés.

| Paramètre de contrôle du PSO | Valeur |
|------------------------------|--------|
| Taille de la population | 50 |
| Nombre d'itération | 100 |
| $\omega_{max}, \omega_{min}$ | 1, 0.1 |
| $C_1 = C_2$ | 2 |

Les paramètres du régulateur $PI^{\alpha}D^{\mu}$ fractionnaire et PID obtenues par l'algorithme de PSO est donnés dans le Tableau 3:

Tableau 3 : Paramètres optimisés des contrôleurs $PI^{\alpha}D^{\mu}$ et PID.

| Paramètres | Kp | Ki | Kd | A | μ |
|----------------------|------------|------------|-----------|----------|----------|
| $PI^{\alpha}D^{\mu}$ | 887.813239 | 998.181225 | 21.903500 | 0.004467 | 0.980214 |
| PID | 999.959525 | 4.325714 | 22.228100 | 1 | 1 |

La Figure 18 et 19 montre l'évolution du meilleur valeur de la fonction objective du contrôleur $PI^{\alpha}D^{\mu}$ fractionnaire et PID classique respectivement.

On constate une descente rapide puis lente de la fonction objective. La convergence pour toutes les exécutions est atteinte à partir de la 25^{ième} itération dans le cas du contrôleur fractionnaire. Par contre dans le cas de l'optimisation du contrôleur classique la convergence est différente pour les exécutions. Pour les meilleures exécutions, la convergence est à partir de la 17^{ième} itération. Ce ci reflète la différence de complexité d'optimisation des deux contrôleurs. Car le contrôleur PID classique n'a que trois paramètres à optimiser qui sont de simples coefficients de pondération. Par contre le contrôleur $PI^{\alpha}D^{\mu}$ fractionnaire possède cinq paramètres à identifier dont trois coefficients de pondération et deux ordres fractionnaires. Et l'interaction entre le coefficient et l'ordre correspondant est non-linéaire.

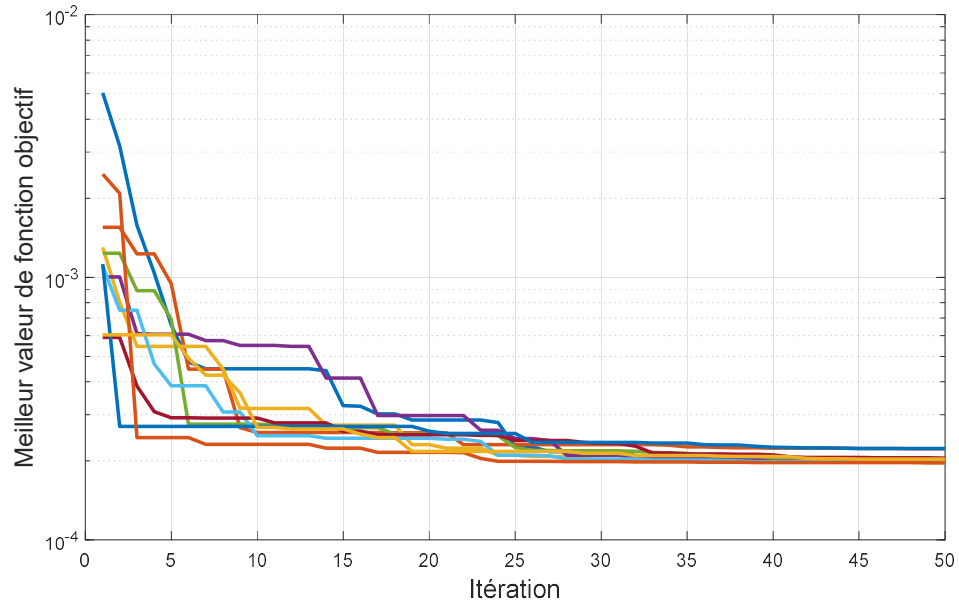


Figure 19 : Evolution de la meilleure valeur de la fonction objective du PSO-PI^αD^μ.

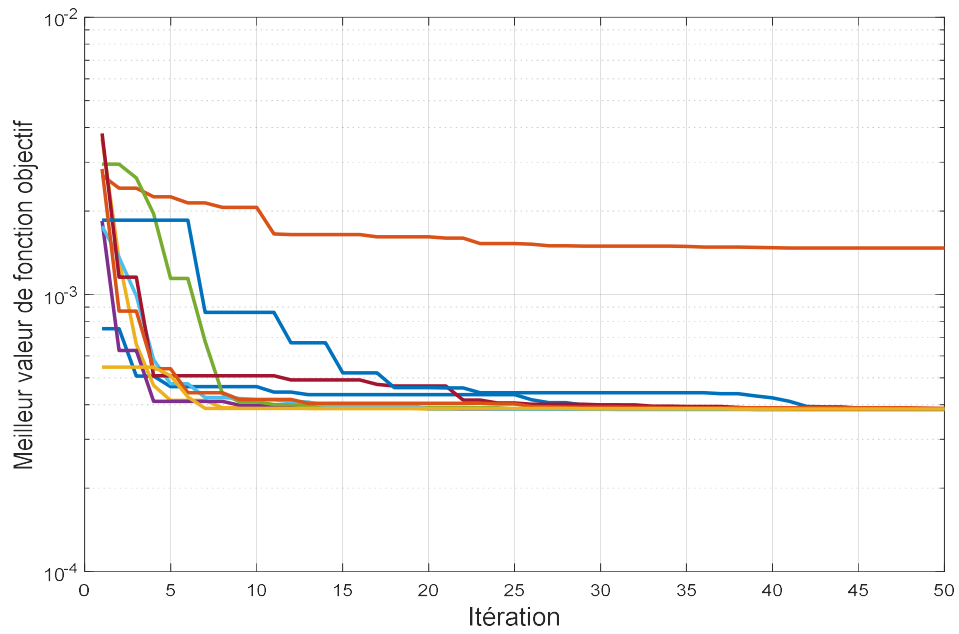


Figure 20 : Evolution de la meilleure valeur de la fonction objective du PSO-PID.

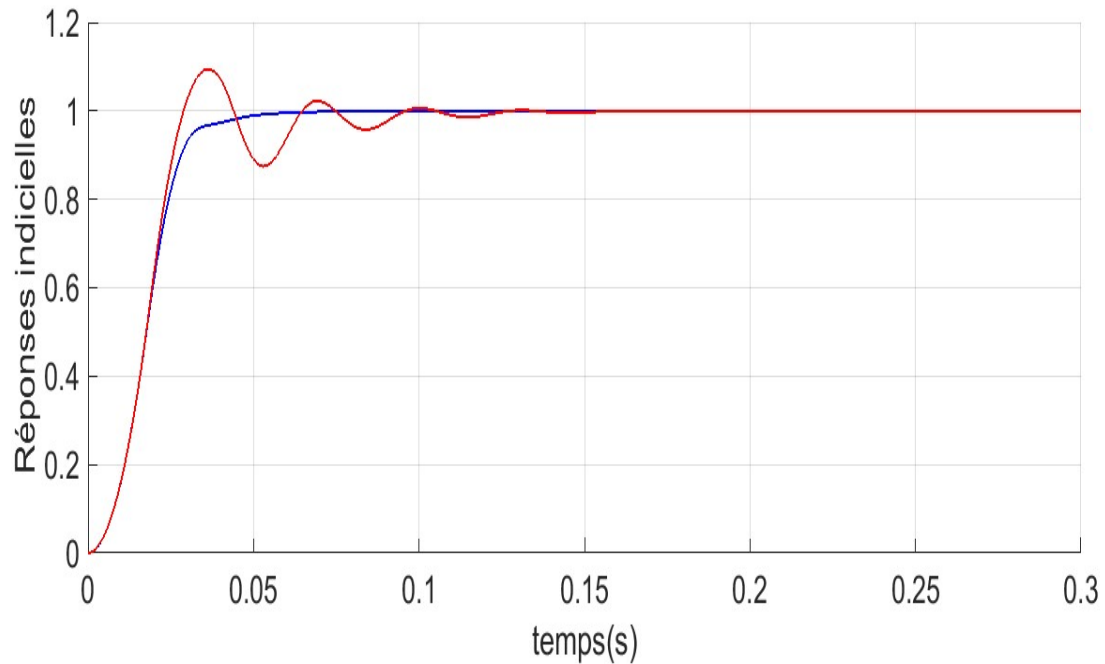


Figure 21 : Réponses indicielles du système de contrôle $PI^{\alpha}D^{\mu}$ fractionnaire et PID.

La Figure 21 montre la réponse indicielle du moteur en boucle fermée $G(p)$ avec le contrôleur $PI^{\alpha}D^{\mu}$ et PID optimisé par l'algorithme de PSO.

AE.

Tableau 4 résume les performances temporelles de la vitesse de moteur pour les deux correcteurs par l'algorithme de PSO et le critère ITAE.

Tableau 4 : Les performances des contrôleurs $PI^{\alpha}D^{\mu}$ et PID optimisés.

| | Dépassement | Temps de repense | Temps de monté | Cout(J) |
|----------------------|-----------------|------------------|-----------------|-----------------|
| $PI^{\alpha}D^{\mu}$ | 0.009797 | 0.031510 | 0.018712 | 0.000186 |
| PID | 0.094374 | 0.092000 | 0.018000 | 0.000385 |

D'après les résultats obtenus dans la Figure 21 et le Tableau 4, il est clair que l'algorithme PSO a réussi à optimiser les deux contrôleurs avec des performances de contrôle très satisfaisantes.

La comparaison entre les deux contrôleurs en termes du temps de réponse, temps de montée, dépassement et la valeur de coût est décrite comme suit :

-Le temps de montée presque le même dans les deux cas.

- le temps de réponse de la réponse du système de contrôle $PI^{\alpha}D^{\mu}$ d'ordre fractionnaire est plus petit de dix fois que celui du contrôleur classique. Ce qui veut dire que le contrôleur $PI^{\alpha}D^{\mu}$ est plus rapide que celui du PID classique.

-Nous remarquons aussi la supériorité du contrôleur d'ordre fractionnaire en valeur de la fonction coût.

-Le contrôle $PI^{\alpha}D^{\mu}$ fractionnaire est plus sécurisé car le dépassement est presque nul et ici on peut voir sa forte robustesse, contrairement au cas classique pour lequel il y a un grand dépassement avec des oscillations.

On peut donc dire que le contrôleur $PI^{\alpha}D^{\mu}$ d'ordre fractionnaire a surpassé le contrôleur PID classique dans les principales performances de contrôle. Car le $PI^{\alpha}D^{\mu}$ d'ordre fractionnaire a plus de flexibilité par rapport au PID classique ce qui lui permet d'ajouter des spécifications additionnelles.

Malgré la complexité de la structure du contrôleur $PI^{\alpha}D^{\mu}$ fractionnaire qui a offert en vérité de la flexibilité, les résultats obtenus ont été très satisfaisants et l'algorithme de PSO utilisé dans l'optimisation des paramètres du contrôleur PID et $PI^{\alpha}D^{\mu}$ fractionnaire est très efficace et donne de bons résultats.

4.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une régulation de vitesse de moteur DC avec un correcteur $PI^{\alpha}D^{\mu}$ d'ordre fractionnaire et pour l'optimisation de ces paramètres on a utilisé l'optimisation par algorithme de PSO.

C'est un algorithme très simple et efficace qui a donné des performances satisfaisantes du contrôleur $PI^{\alpha}D^{\mu}$ d'ordre fractionnaire, en utilisant le critère ITAE. Une comparaison est faite avec le correcteur PID classique lui-même optimisé par le même algorithme PSO. Cette comparaison a révélé la supériorité du contrôleur $PI^{\alpha}D^{\mu}$ d'ordre fractionnaire en termes de temps de réponse, de dépassement et de l'ITAE.

5 Conclusion générale et perspectives

Dans le but d'améliorer la qualité des performances et la robustesse des systèmes asservis beaucoup de chercheurs se sont intéressés à l'application du calcul d'ordre fractionnaire dans le domaine de la commande conduisant à la naissance du domaine de la commande d'ordre fractionnaire.

Des correcteurs et des algorithmes impliquant des opérateurs et des systèmes d'ordre fractionnaire dans leur implémentation ou structure ont été élaborés telles que la commande CRONE, le correcteur d'ordre fractionnaire $PI^\alpha D^\mu$, le correcteur d'ordre fractionnaire TID, le correcteur avance-retard de phase d'ordre fractionnaire et la commande en boucle fermée ayant un intégrateur d'ordre fractionnaire comme référence. Récemment, plusieurs travaux de recherche sont menés pour le développement de nouvelles techniques de réglage du correcteur $PI^\alpha D^\mu$ fractionnaire et ils sont toujours en cours pour le rehaussement et l'amélioration de la qualité des performances des systèmes asservis. Le présent travail s'inscrit dans ce cadre.

Le but de ce travail est de définir le contrôle d'ordre fractionnaire et de donner les concept de bases de ce type de contrôle et de contribuer à une application d'une correction fractionnaire qui est le contrôleur $PI^\alpha D^\mu$. Pour le réglage de ces paramètres on a utilisé l'optimisation par algorithme de PSO. Le principe de ce contrôleur consiste à généralisé le contrôleur PID d'ordre entier au cas fractionnaire, et comme application on a opté pour la régulation d'une vitesse d'un moteur DC.

L'idée de base est d'optimiser les paramètres $k_p, k_i, k_d, \alpha, \mu$ par minimisation de critère ITAE afin d'obtenir les paramètres optimaux.

L'application de cette méthode d'optimisation a été faite pour démontrer l'efficacité et l'amélioration des performances des systèmes asservis d'ordre fractionnaire optimisés comparées à ceux des contrôleurs PID classiques.

Les résultats numériques obtenus de régulation de vitesse de moteur ont montrés qu'il y'a une nette amélioration des performances avec le contrôleur d'ordre fractionnaire optimisé par rapport au cas classique.

Par conséquent, on peut déduire que l'algorithme de PSO est très efficace pour optimiser le contrôleur $I^{\alpha}D^{\mu}$ fractionnaire qui assure un excellent comportement de vitesse du MCC.

Comme perspectives, on propose l'investigation de:

- L'utilisation d'autres algorithmes d'optimisation comme l'algorithme évolutionnaire différentiel.
- La conception d'autres types de contrôle d'ordre fractionnaire à savoir le contrôleur TID, contrôle CRONE, ...etc.

6 Bibliographie

- [1] M. S. Tavazoei and M. Haeri, “A note on the stability of fractional order systems”, *Math. Comput. Simul.* Vol. 79, No.5, pp. 1566–1576, 2009.
- [2] N'Doye, I. “Généralisation du lemme de Gronwall-Bellman pour la stabilisation des systèmes fractionnaires”, Thèse de doctorat, l'université Henri Poincaré- Nancy 1 et de l'Université Hassan II AÏN Chock ,Casablanca, février 2011.
- [3] S. Das. *Functional fractional calculus*. Springer Verlag, 2011.
- [4] Matušů, R., “Application of fractional order calculus to control theory”, *International journal of mathematical models and methods in applied sciences*, Vol.5, No 7, pp. 1162-1169, 2011.
- [5] ABDELLAOUI, A. M. *Application de la théorie des operateurs au calcul fractionnaires*. Thèse de doctorat, Université de Abdelhamide Ben Badis Mostaganem, Algérie, 2016.
- [6] Podlubny, I., “*Fractional Differential Equations*”, Academic Press. San Diego, 1999.
- [7] Boukal, Y. *Observation et commande des systèmes dynamiques d'ordre non entier*. Thèse de Doctorat, l'Université de Lorraine-France ,France, 2017.
- [8] Sabatier, J., Agrawal, O. P., and Tenreiro Machado, J. A., *Advances in fractional calculus: Theoretical developments and applications in physics and engineering*, Springer-Verlag, Dordrecht, the Netherlands, 2007.
- [9] Medjekal, H. *Existence et unicité de la solution d'une équation différentielle fractionnaire impulsive de temps infini dans un espace de Banach*. Thèse de Doctorat, Université Badji Mokhtar -Annaba, algérie, 2015.
- [10] Shah, Pritesh, Sudhir Agashe, and Vyawahare Vyawahare. "System Identification with Fractional-order Models: A Comparative Study with Different

Model Structures", Progress in Fractional Differentiation and Applications, Vol. 4, No.4, pp. 33-552, 2018.

[11] Si Ammour, A., contribution à la commande par modes glissants d'ordre fractionnaire. Thèse de doctorat, Université de Mouloud Mammeri-Tizi-Ouzou, Algérie, 2011.

[12] Tellab, B. Résolution des équations différentielles fractionnaires. Thèse de doctorat, Université des Frères Mentouri -Constantine -1, Algérie, 2018.

[13] K.B. Oldham and J. Spanier. The fractional calculus : theory and applications of differentiation and integration to arbitrary order, volume 111. Elsevier Science, 1974.

[14] KORICHI, Z et MEFTAH, T. Etude de systèmes statistiques dans diverses dimensions d'espace basée sur une mécanique quantique fractionnaire. Thèse de doctorat, Université de Kasdi Merbah -Ourgla, Algérie, 2016.

[15] M. Caputo. "Linear model of dissipation whose Q is almost frequency independent. Geophysical", Journal of the Royal Astronomical Society, Vol. 13, pp. 529–539, 1967.

[16] BENSAFIA, Y. Utilisation des filtres fractionnaires pour la conception de régulateurs adaptatifs robustes. Thèse de doctorat, Université de Skikda , Algérie, 2016.

[17] Cooren, Y. Perfectionnement d'un algorithme adaptatif d'optimisation par Essaim Particulaire Applications en génie médical et en électronique. Thèse de doctorat, Université de Paris 12 Val de Marne, Paris, 2008.

[18] Valerio, D. Fractional Robust System Control. Thèse de doctorat, Université de Técnica de Lisboa, 2005.

[19] Manabe, S., "The non-integer integral and its application to control systems", Journal of Japanese Institute of Electrical Engineers, Vol. 80, No.3/4, pp. 589–597, 1960.

- [20] C. A. Monje, Y. Chen, B. M. Vinagre, D. Xue and V. Feliu-Batlle, Fractional-order systems and controls: fundamentals and applications. London: Springer, 2010.
- [21] Yakoub, Z., Chetoui, M., Amairi, M., & Aoun, M. “Model-based fractional order controller design”. IFAC-Papers On Line, Vol. 50, No. 1, pp. 10431-10436, 2017.
- [22] IDIOU, D. Modélisation et identification des systèmes d’ordre fractionnaire. Thèse de doctorat. Université des Freres Mentouri-Constantine, Algérie, 2017.
- [23] Pan, Indranil, and Saptarshi Das. Intelligent fractional order systems and control: an introduction. Vol. 438. Springer, 2012.
- [24] CALAS, Guillaume. Optimisation par essaim particulaire, 2009, (online) disponible en : http://guillaume.calas.free.fr/data/Publications/PSO-Overview_v2.pdf, (Cité : 28/08/2020).
- [25] Derar. H., Optimisation des performances dans les entrepôts de données traitement des problèmes de conception des schémas de fragmentation. Thèse de doctorat, Université de Houari Boumediene, Algérie, 2015.
- [26] Oustaloup A., La dérivation non entière : théorie, synthèse et applications, Hermès, Paris, 1995.
- [27] El Dor, A. Perfectionnement des algorithmes d’optimisation par essaim particulaire: applications en segmentation d’images. Thèse de doctorat, Université de Paris-Est, Paris, 2012.
- [28] Raynaud, H.F. and Zergainoh, A., “State-space representation for fractional order controllers“. Automatica, Vol. 36, No. 7, pp 1017–1021, 2000.
- [30] ASSABAA, M, Contribution à la Commande d’Ordre Fractionnaire. Thèse de doctorat, Université des Frères Mentouri, Constantine, Algérie, 2015.
- [31] Charef, A., “Analogue realization of fractional order integrator, differentiator and fractional $PI^{\lambda}D^{\mu}$ controller”, IEE Proc. Control Theory Appl., Vol. 153, No. 6, pp. 714-720, 2006.

[32] Charef, A., Sun, H.H., Tsao, Y.Y., Onaral, B., “Fractal System as represented by singularity function”, IEEE Transaction on Automatic Control, Vol. 37, No. 9, pp. 1465-1470, 1992.

[33] R. Malti, M. Aoun, F. Levron, A. Oustaloup. “Numerical Simulations of Fractional Systems: An Overview of Existing Methods and Improvements”. Nonlinear Dynamics, Springer Verlag, Vol.38 No. 1-4, pp.117 - 131, 2004.

[34] Dutot, A., & Olivier, D., Optimisation par essaim de particules Application au problème des n-Reines. Laboratoire Informatique du Havre, Université du Havre, 2002, [online] disponible en : <http://www-lih.univ-lehavre.fr/~olivier/enseignement/Maitrise /TD/OptimisationParEssaim.pdf>. (Cité: 28/08/2020]

[35] T. Poinot, et J. C. Trigeassou, “A method for modelling and simulation of fractional systems”, Signal Processing, vol. 83, pp. 2319 – 2333, 2003.

[36] Moze, M. Commande CRONE des systèmes linéaires à paramètres variants. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux 1, France, 2007.

[37], A. Ben Messaoud, S. Talmoudi Ben Aoun, and M. Lahmari Ksouri. “Modélisation des systèmes d’ordre fractionnaire par des modèles extrêmes d’ordre entier, Conference: Conférence Internationale des Energies Renouvelables (CIER-2016), 2016.

[38] K. Matsuda and H. Fujii. “H(infinity) optimized wave-absorbing control: Analytical and experimental results”. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 16, No. 6, pp. 1146-1153, 1993.

[39] Vinagre, B. M., Podlubny, I., Hernandez, A., & Feliu, V., “Some approximations of fractional order operators used in control theory and applications. Fractional calculus and applied analysis”, Vol. 3, No. 3, pp. 231-248, 2000

[40] Podlubny, I.; Vinagre, B.M.; O’Leary, P.; Dorcak, L., Analogue realizations of fractional order controllers. Nonlinear dynamics, Vol. 29, No. 1-4, pp. 281-296, 2002.

[41] Djouambi, A. Contribution à la commande CRONE. Thèse de doctorat, Université de Mentouri de Constantine, Algérie, 2008.

- [42] Bode, H. W., Network Analysis and Feedback Amplifier Design, Van Nostrand, New York, 1945
- [43] Bensafia Y., Ladaci S. “Adaptive control with fractional order reference model, ” Int. J. of Sciences and Techniques of Automatic control & computer engineering, IJ-STA, Vol. 5, No. 2, pp. 1614–1623, 2011.
- [44] Petráš, Ivo. Fractional-order nonlinear systems: modeling, analysis and simulation. Springer Science & Business Media, 2011
- [45] Zemzami, M., Elhami, N., Makhoulfi, A., Itmi, M., & Hmina, N., Application d’un modèle parallèle de la méthode PSO au problème de transport d’électricité. Open Science-ISTE Science Publishing, 2016,
- [46] Alam, M. N. Particle swarm optimization: Algorithm and its codes in matlab, 2016, (online) disponible en: https://www.researchgate.net/publication/297245624_Particle_Swarm_Optimization_Algorithm_and_its_Codes_in_MATLAB (Cité : 25/08/2020).
- [47] B.M. Vinagre, V. Feliú, “Modeling and control of dynamic system using fractional calculus: Application to electrochemical processes and flexible structures”, proceedings of 41st IEEE conference on decision and control, Las Vegas, December 9, pp. 214-239, 2002.
- [48] S. C. D. Roy, “On the realisation of a constant-argument immittance or fractional operator”, IEEE, Trans. On circuit theory, Vol. 14, no. 3, pp. 264-274, 1967.
- [49] Boukas, E. K., Systèmes asservis. Presses inter Polytechnique, 1995
- [50] Wang, Dongshu, Dapei Tan, and Lei Liu., “Particle swarm optimization algorithm: an overview”, Soft Computing, Vol. 22, No. 2, pp. 387-408, 2018.
- [51] Fergani, N. Contribution au Réglage de Correcteurs $PI^{\alpha}D^{\beta}$ d’Ordre Fractionnaire thèse de doctorat, université de Constantine 1, Algérie, 2016.