République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Mohamed Khider, Biskra

Faculté des Sciences Exactes et des Sciences de la Nature et de la Vie

Départementde Mathématiques

Mémoire présenté pour obtenir le diplôme de

Master en "**Mathematiques Appliquées**"

Option :Analyse

Par

ADJEL MAHDIA FADHILA

Titre :

Equations Intégrales Linéaires De Volterra De Seconde Espèce Et Méthodes De Résolution

Devant le Jury :

Dr.	CHEMCHAM MADANI	U. Biskra	Encadreur
Dr	RADJEH FOUZIA	U. Biskra	Président
Dr	REZKI IBRAHIM	U. Biskra	Examinateur

Soutenu Publiquement le 27/06/2022

Dédicace

A ***ma mère*** *bien-aimée*

A ***mes frères**, **mes soeurs***

*A mes amies :"**Nadjet, Nouna**"*

A tous ceux qui me sont chères

A tous ceux qui m'aiment

A tous ceux que j'aime

Je dédie ce travail

Remerciements

Après au nom de Allah, toutes les salutations et les prières soient sur notre prophète, on tient particulièrement à remercier Allah pour son soutien.

Je remercie ma mère, qui grâce à elle est arrivée ici où elle a agi à la fois comme père et mère.

Je remercie mon encadreur **Dr "CHEMCHAM MADANI"** pour sanguidance, ses conseils et pour m'avoir écouté et encouragé durant la préparation de cette mémoire. Merci aussi pour toutes les relecteures, suggestions et commentaires qui m'ont permis d'améliorer la qualité de cette mémoire de Master.

Je remercie : **Dr "REZKI IBRAHIM"** et **Dr "RADJEH FOUZIA"** qui ont accepté d'être membres de mon jury.

Enfin, je remercie toute ma famille, et mes amies.

Notations et symboles

A	:	Opérateur intégral linéaire.
$k(x,t)$	:	Noyau de l'équation l'intégrale.
$C([a,b])$	:	L'ensemble de tout les fonctions continues sur $[a,b]$.
$L^2([a,b])$	:	L'ensemble de tout les fonctions de carré intégrable sur $[a,b]$.
λ	:	Un paramètre non nul, réel ou complexe.
$f(x)$	:	Fonction donnée.
$R(x,t;\lambda)$	:	Résolvante de l'équation intégrale de Volterra.
$\mathbb{C}$	:	Ensemble des nombres complexes.
$\mathbb{R}$	:	Ensemble des nombres réels.
$u(x)$	:	Fonction inconnue.

Table des matières

Introduction

Ces dernières années, l'intérêt pour les équations intégrales et en particulier les équations intégrales de Volterra a augmenté, ces équations intégrales jouent un rôle important dans l'étude des problèmes mathématiques, physiques, ingénieries... Le travail que nous présentons porte sur une étude des équations intégrales linéaires de Volterra de seconde espèce et méthodes de résolution, en 1887, V.Volterra (1860-1940) a établi la méthode de résolution des équations intégrales.

Le but de cette mémoire est de fournir des solutions pour les équations intégrales de Volterra de seconde espèce par la méthode d'Adomian.

Notre travail est divisé en deux chapitres comme :

Chapitre 1 : Dans ce chapitre, on présente les équations intégrales linéaires de Volterra de seconde espèce et le schéma de conversion les équations intégrales linéaires de Volterra de première espèce en seconde espèce. Ensuite, on présente une technique qui convertira un problème à valeur initiale en équation intégrale de Volterra, ou la conversion d'une équation intégrale de Volterra en un problème à valeur initiale, après nous donnons l'existence et l'unicité de la solution d'une équation intégrale linéaire de Volterra dans l'espace de Hilbert et dans l'espace de Banach. Enfin, on présente la méthode de résolvante.

Chapitre 2 : Dans ce chapitre, nous allons présenter deux méthodes pour déterminer la solution d'une équation intégrale linéaire de Volterra de seconde espèce, la méthode de décomposition d'Adomian et la méthode de décomposition modifiée, nous utilisons le phénomène des termes bruit et donnons des exemples.

Le mémoire se termine par une conclusion et des références bibliographiques et résumé.

Chapitre 1

Equations Intégrales Linéaires De Volterra

1.1 Equations Intégrales Linéaires

1.1.1 Opérateur Intégral Linéaire

Définition 1.1.1 *(Opérateur intégral linéaire)*

Soit $k : C[a,b] \times C[a,b] \to \mathbb{R}$ une fonction continue, l'opérateur intégral linéaire sur $C[a,b]$ est défini par la formule suivante :

$$A \quad : \varphi \in C[a,b] \to A\varphi \in C[a,b]$$

$$(A\varphi)x = \int_{\alpha(x)}^{\beta(x)} k(x,t)\varphi(t)dt.$$

Où :

$\alpha(x)$ et $\beta(x)$ peuvent être toutes les deux des variables, constantes, ou mixtes, et

k s'appelle le noyau de l'opérateur intégral A.

1.1.2 Equation intégrale linéaire

Définition 1.1.2 *(Equation intégrale linéaire)*

L'équation intégrale linéaire est de la forme :

$$h(x)u(x) = f(x) + \lambda \int_{\alpha(x)}^{\beta(x)} k(x,t)u(t)dt, \tag{1.1}$$

où :

$u(x)$ est une foncion inconnue, $k(x,t)$ est une fonction continue appelée le noyau de l'équation intégrale et $\alpha(x)$ et $\beta(x)$ sont les bornes de l'intégration, $f(x)$ est une fonction continue et λ un paramètre.

Il convient de noter que les bornes de l'intégration peuvent être a la fois variables, constantes ou mixtes.

Ou sous forme d'opérateur :

$$(h(x)I - \lambda A)(u(x)) = f(x)$$

$$L(u(x)) = f(x),$$

où L linéaire et I l'application identité.

1.2 Les types des équations intégrales linéaires

On peut classer une équation intégrale linéaire comme une équation intégrale linéaire de Volterra ou bien équation intégrale linéaire de Fredholm.

1.2.1 Les équations intégrales de Volterra

Définition 1.2.1 *(Les équations intégrales de Volterra)*

La forme classique de l'équation intégrale linéaire de Volterra est donnée par :

$$h(x)u(x) = f(x) + \lambda \int_a^x k(x,t)u(t)dt. \tag{1.2}$$

Dans les équations intégrales de Volterra, au moins une des bornes de l'intégration est une variable.

– Si $h(x) = 0$ alors l'équation (1.2) devient :

$$f(x) + \lambda \int_a^x k(x,t)u(t)dt = 0,$$

et dans ce cas l'équation intégrale est appelée équation intégrale linéaire de Volterra de $1^{\text{ère}}$espèce.

– Si $h(x) = \text{constante} = d \neq 0$, alors l'équation (1.2) est donne :

$$du(x) = f(x) + \lambda \int_a^x k(x,t)u(t)dt, \tag{1.3}$$

et dans ce cas l'équation intégrale est appelée équation intégrale linéaire de Volterra de $2^{\text{éme}}$ espèce.

– Si $h(x) \neq 0$ l'équation (1.2) est appelée équation intégrale linéaire de Volterra de $3^{\text{éme}}$ espèce.

– Si $f(x) = 0$ l'équation (1.2) est appelée équation inégrale linéaire de Volterra homogène.

1.2.2 Conversion des équations intégrales de Volterra de première espèce en seconde espèce

Soit l'équation intégrale de Volterra de première espèce :

$$f(x) = \lambda \int_0^x k(x,t)u(t)dt, \qquad \lambda \in \mathbb{C}, \tag{1.4}$$

où $u(x)$ est la fonction inconnue.

Supposons que $k(x,t)$, $\frac{\partial k(x,t)}{\partial x}$, $f(x)$ et $f'(x)$ sont continus pour $0 \leq x \leq a$, $0 \leq t \leq x$. Dérivons (1.4) terme à terme par rapport à x, il vient :

$$\lambda k(x,x)u(x) + \lambda \int_0^x \frac{\partial k(x,t)}{\partial x} u(t)dt = f'(x). \tag{1.5}$$

Toute solution $u(x)$ continue pour $0 \leq x \leq a$ de l'équation (1.4) vérifie évidemment (1.5). Inversement, toute solution continue pour $0 \leq x \leq a$ de l'équation (1.5) vérifie (1.4).

Si $k(x,x)$ ne s'annule en aucun point de l'intervalle fondamental $[0,a]$, l'équation (1.5) s'écrit :

$$u(x) = \frac{f'(x)}{\lambda k(x,x)} - \int_0^x \frac{k'_x(x,t)}{k(x,x)} u(t)dt, \tag{1.6}$$

elle se ramène à l'équation intégrale de Volterra de seconde espèce.

Si par contre $k(x,x) = 0$, il y a parfois intérêt à dériver une deuxième fois l'équation (1.6) par rapport à x, et ainsi de suite .

Donc peut être transformer une équation intégrale de Volterra de $1^{\text{ère}}$ espèce en une équation intégrale de Volterra de $2^{\text{éme}}$ espèce si $k(x,x) \neq 0$.

Exemple 1.2.1 *On a l'équation intégrale de Volterra de* $1^{ère}$ *espèce suivante :*

$$xe^x = \int_0^x e^{x-t}u(t)dt. \tag{1.7}$$

Notons

$$k(x,t) = e^{x-t},$$

donc

$$k(x,x) = 1 \neq 0.$$

Dérivons les deux membres de (1.7), par rapport à x nous trouvons :

$$u(x) = e^x + xe^x - \int_0^x e^{x-t}u(t)dt, \tag{1.8}$$

alors (1.8) est une équation intégrale de Volterra de seconde espèce.

Exemple 1.2.2 *On a l'équation intégrale de Volterra de* $1^{ère}$ *espèce :*

$$\int_0^x \cos(x-t)u(t)dt = x, \tag{1.9}$$

on a

$$k(x,t) = \cos(x-t),\ et\ f(x) = x.$$

Dérivons les deux membres de (1.9) par rapport à x nous trouvons :

$$u(x)\cos(0) - \int_0^x \sin(x-t)u(t)dt = 1,$$

donc

$$u(x) = 1 + \int_0^x \sin(x-t)u(t)dt, \tag{1.10}$$

(1.10) est une équation intégrale de Volterra de seconde espèce.

1.3 Noyaux particuliers

– Si le noyau $k(x,t)$ d'une équation intégrale s'écrit sous la forme :

$$k(x,t) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i(x)\beta_i(t),$$

donc il est dit noyau séparable ou dégénéré. Par exemple, les noyaux $x-t$, xt, x^2-t^2 et xt^2+tx^2 sont séparables.

– Le noyau symétrique ou hermitien s'ecrit comme suit :

$$k(x,t) = \overline{k(t,x)},$$

par exemple, les noyaux $x+t$, x^2+t^2 et $i(x-t)$ sont hermitiens.

– Si le noyau $k(x,t)$ est de la forme :

$$k(x,t) = k(x-t), \tag{1.11}$$

donc l'équation est dite équation intégrale a noyau de convolution.

– On dit que le noyau est régulier si :

$$\int_a^b \int_a^b |k(x,t)|^2 \, dxdt < \infty.$$

1.4 Conversion d'un problème à valeur initiale en équation intégrale de Volterra

On présente une technique qui convertira un problème à valeur initiale en équation intégrale de Volterra.

On a le problème à valeur initiale d'ordre n suivant :

$$y^n(x) + a_1(x)y^{n-1}(x) + ... + a_n(x)y(x) = F(x), \tag{1.12}$$

les coeffitions $a_i(x)$ $(i = 1, 2, ..., n)$ continus, avec les conditions initiales :

$$y(0) = c_0,\ y'(0) = c_1, ...,\ y^{(n-1)}(0) = c_{n-1}, \tag{1.13}$$

nous appliquons cette technique à un problème à valeure initiale de $2^{\text{éme}}$ ordre donné par :

$$y''(x) + a_1(x)y'(x) + a_2(x)y(x) = F(x), \tag{1.14}$$

sous réserve des conditions initiales :

$$y(0) = c_0 \quad , y'(0) = c_1.$$

On pose

$$y''(x) = u(x), \tag{1.15}$$

telle que $u(x)$ est une fonctioin continue.

Par l'intégration des deux membres de l'équation (1.15) on trouve :

$$y'(x) = \int_0^x u(t)dt + c_1, \tag{1.16}$$

par l'intégration des deux membres de l'équation (1.16) on trouve :

$$y(x) = \int_0^x (x-t)u(t)dt + c_1 x + c_0,$$

utilisons la formule suivante :

$$\int_a^x \int_a^x ... \int_a^x f(x)dxdx...dx = \frac{1}{(n-1)!} \int_a^x (x-z)^{n-1} f(z)dz, \tag{1.17}$$

l'équation (1.14) devient :

$$u(x)+\int_0^x a_1(x)u(t)dt+c_1a_1(x)+\int_0^x a_2(x)(x-t)u(t)dt+c_1xa_2(x)+c_0a_2(x) = F(x),$$

alors

$$u(x) + \int_0^x \left[a_1(x) + a_2(x)(x-t)\right] u(t)dt = F(x) - c_1a_1(x) - c_1xa_2(x) - c_0a_2(x).$$

Posant

$$k(x,t) = -[a_1(x) + a_2(x)(x-t)],$$

$$f(x) = F(x) - c_1a_1(x) - c_1xa_2(x) - c_0a_2(x),$$

donc

$$u(x) = f(x) + \lambda \int_0^x k(x,t)u(t)dt, \tag{1.18}$$

(1.18) est une équation intégrale de Volterra.

Exemple 1.4.1 *On a le problème à valeur initiale de* $2^{éme}$ *ordre suivant :*

$$y''(x) - y(x) = \sin(x). \tag{1.19}$$

Avec

$$y(0) = 0,\ \ y'(0) = 0.$$

On pose

$$y''(x) = u(x), \tag{1.20}$$

où $u(x)$ est une équation continue.

Par l'intégration des deux membres de (1.20) :

$$y'(x) = y'(0) + \int_0^x u(t)dt \tag{1.21}$$

$$= \int_0^x u(t)dt, \tag{1.22}$$

et par l'intégration des deux membres, l'équation (1.22) devient :

$$y(x) = \int_0^x (x-t)u(t)dt, \tag{1.23}$$

portons (1.20) et (1.23) dans (1.19) il vient :

$$u(x) = \sin(x) + \int_0^x (x-t)u(t)dt, \tag{1.24}$$

donc (1.24) est une équation intégrale de Volterra.

1.4.1 Conversion d'une équation intégrale de Volterra en un problème à valeur initiale

Nous pouvons convertir aussi les équations intégrales de Volterra en un problème à valeur initiale, utilisons la règle de Leibnitz :

$$\frac{d}{dx}\left[\int_{\alpha(x)}^{\beta(x)} F(x,t)dt\right] = \int_{\alpha(x)}^{\beta(x)} \frac{\partial F}{\partial x}dt + F(x,\beta(x))\frac{d\beta(x)}{dx} - F(x,\alpha(x))\frac{d\alpha(x)}{dx}.$$

On a l'équation intégrale de Volterra :

$$u(x) = f(x) + \lambda \int_0^x k(x,t)u(t)dt. \tag{1.25}$$

Dérivons les deux membres de l'équation (1.25) par rapport à x, on obtient :

$$u'(x) = f'(x) + \lambda \frac{d}{dx}\int_0^x k(x,t)u(t)dt, \tag{1.26}$$

d'apres la règle de Leibnitz on a :

$$\frac{d}{dx}\int_0^x k(x,t)u(t)dt = \int_0^x \frac{\partial k}{\partial x}u(t)dt + k(x,x)u(x), \tag{1.27}$$

en remplaçant (1.27) dans (1.26), alors :

$$u'(x) = f'(x) + \lambda(\int_0^x \frac{\partial k}{\partial x}u(t)dt + k(x,x)u(x)), \tag{1.28}$$

on fait le même processus jusqu'à ce que nous débarrassions complètement le signe de l'intégration pour obtenir un problème à valeur initiale.

Exemple 1.4.2 *On a l'équation intégrale de Volterra suivante :*

$$u(x) = x^3 + \int_0^x (x-t)^2 u(t)dt. \tag{1.29}$$

Dérivons les deux membres de l'équation (1.29) par rapport à x on obtient :

$$u'(x) = 3x^2 + \frac{d}{dx}\left[\int_0^x (x-t)^2 u(t)dt\right],$$

on utilise la règle de Leibnitz, alors :

$$u'(x) = 3x^2 + 2\int_0^x u(t)(x-t)dt. \tag{1.30}$$

Dérivons les deux membres de l'équation (1.30) par rapport à x on obtient :

$$u''(x) = 6x + 2\frac{d}{dx}\left[\int_0^x u(t)(x-t)dt\right],$$

on utilise la règle de Leibnitz, alors :

$$u''(x) = 6x + 2\int_0^x u(t)dt. \tag{1.31}$$

Dérivons les deux membres de l'équation (1.31) par rapport à x on obtient :

$$u'''(x) = 6 + 2\frac{d}{dx}\left[\int_0^x u(t)dt\right],$$

on utilise la règle de Leibnitz, alors :

$$u'''(x) = 6 + 2u(x),$$

finalemment on trouve le problème à valeur initial de $3^{\text{ème}}$ ordre suivante :

$$u'''(x) - 2u(x) - 6 = 0,$$

avec

$$u(0) = 0, u'(0) = 0, u''(0) = 0.$$

1.5 Théorie d'existence et d'unicité

1.5.1 Existence et unicité de la solution de l'équation intégrale linéaire de Volterra dans l'espace de Hilbert

Théorème 1.5.1 *(Existence et unicité)*

Si $f \in L^2([a,b])$ et si le noyau k vérifie la condition suivante :

$$\int_a^b \int_a^b \left| k(x,t)^2 \right| dxdt < \infty. \tag{1.32}$$

Donc l'équation :

$$u(x) = f(x) + \lambda \int_a^x k(x,t)u(t)dt,$$

admet une solution unique dans $L^2([a,b])$ pour tout $\lambda \in \mathbb{C}$ et la solution donnée par :

$$u(x) = f(x) + \sum_{n \geq 1} \lambda^n \int_a^x k_n(x,t)f(t)dt,$$

oùn

$$k_1(x,t) = k(x,t),$$

$$k_n(x,t) = \int_a^x k(x,s) \int_a^x k(s,t)ds \text{ pour tout } n \geq 2.$$

Preuve. (voir [7]). ■

1.5.2 Existence et unicité de la solution de l'équation intégrale linéaire de Volterra dans l'espace de Banach

Théor■me 1.5.2 *On considére l'équation intégrale de Volterra de seconde espèce non homogène suivante :*

$$u(x) = f(x) + \lambda \int_a^x k(x,t)u(t)dt, \tag{1.33}$$

avec les constantes a et λ, $f(x)$ est une fonction continue de valeure réelle non nulle dans l'intervelle $I = [a,b]$, $k(x,t)$ est une fonction continue de valeure réelle non nulle définie dans le rectangle $R = I \times I = \{(x,t) : a \leq x,\ t \leq b\}$ et $|k(x,t| \leq M$ dans R.

Alors l'équation donnée a une seule solution unique continue, et cette solution donnée par :

$$u(x) = f(x) + \lambda \int_a^x k(x,t)f(t) + \lambda^2 \int_a^x \int_a^t k(x,t)k(t,t_1)f(t_1)dt_1dt + ...$$

Preuve. (voir [5]). ■

1.6 Résolution analytique des équations intégrales

1.6.1 La méthode de la résolvante

On a l'équation intégrale de Volterra :

$$u(x) = f(x) + \lambda \int_a^x k(x,t)u(t)dt, \tag{1.34}$$

on prend

$$k_1(x,t) = k(x,t), \tag{1.35}$$

et

$$k_{n+1}(x,t) = \int_t^x k(x,s)k_n(s,t)ds \ (n = 1, 2, ...), \tag{1.36}$$

à partir de là, nous obtenons une séquence de nouveaux noyaux et ces noyaux sont appelés noyaux itérés.

Nous savons que (1.34) a une seule solution donnée par :

$$u(x) = f(x) + \lambda \int_a^x k(x,t)f(t) + \lambda^2 \int_a^x \int_a^t k(x,t)k(t,t_1)f(t_1)dt_1dt + ... \tag{1.37}$$

Nous écrivons cette solution sous la forme :

$$u(x) = u_0(x) + \lambda u_1(x) + \lambda^2 u_2(x) + ... + \lambda^n u_n(x) + ... \tag{1.38}$$

Ensuite, en comparant (1.37) et (1.38), nous avons :

$$u_0(x) = f(x)$$

$$u_1(x) = \int_a^x k(x,t)f(t)dt,$$

et

$$\begin{aligned}
u_2(x) &= \int_a^x \int_a^t k(x,t)k(t,t_1)f(t_1)dt_1 dt \\
&= \int_a^x f(t_1)\left[\int_{t_1}^x k(x,t)k(t,t_1)dt\right]dt_1 \\
&= \int_a^x f(t_1)k_2(x,t_1)dt_1 \\
&= \int_a^x f(t)k_2(x,t)dt,
\end{aligned}$$

par la même manière, on trouve :

$$u_n(x) = \int_a^x f(t)k_n(x,t)dt,$$

donc (1.38) devient :

$$u(x) = f(x) + \lambda \int_a^x k_1(x,t)f(t)dt + \lambda^2 \int_a^x k_2(x,t)f(t)dt + ...$$

Alors

$$\begin{aligned}
u(x) &= f(x) + \lambda \int_a^x \left[k_1(x,t) + \lambda k_2(x,t) + \lambda^2 k_3(x,t) + ...\right] f(t)dt \\
&= f(x) + \lambda \int_a^x R(x,t:\lambda)f(t)dt,
\end{aligned}$$

où

$$R(x,t:\lambda) = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda^{n-1}k_n(x,t). \tag{1.39}$$

Ainsi, (1.39) est la solution de (1.34).

Exemple 1.6.1 *À l'aide du noyau résolvant trouver la solution de l'équation intégrale suivante :*

$$u(x) = x + \int_0^x (t-x)u(t)dt, \tag{1.40}$$

et on a

$$k_{n+1}(x,t) = \int_t^x k(x,s)k_n(s,t)ds. \tag{1.41}$$

pour $n = 1, 2, 3, ...,$ nous avons :

$$k_2(x,t) = \int_t^x k(x,s)k_1(s,t)ds = \int_t^x (s-x)(t-s)ds = \frac{-1}{3!}(t-x)^3,$$

et

$$k_3(x,t) = \int_t^x k(x,s)k_2(s,t)ds = \frac{-1}{3!}\int_t^x (s-x)(t-s)^3 = \frac{1}{5!}(t-s)^5.$$

Et on a

$$\begin{aligned} R(x,t:\lambda) &= \sum_{n=1}^{\infty} \lambda^{n-1}k_n(x,t) = \frac{(t-x)}{1!} - \frac{(t-x)^3}{3!} + \frac{(t-x)^5}{5!} + ...(\lambda = 1) \\ &= \sin(t-x), \end{aligned}$$

la solution de (1.40) est donnée par :

$$u(x) = f(x) + \lambda \int_0^x R(x,t:\lambda)f(t)dt = x + \int_0^x t\sin(t-x)dt = \sin(x).$$

Chapitre 2

Méthode De Décomposition d'Adomian

2.1 Méthode de décomposition d'Adomian

Adomian a développé la méthode de décomposition Adomian ou tout simplement la méthode de décomposition qui s'est avérée efficace pour tous les types d'équations différentielles, intégrales et intégro-différentielles, linéaires ou non linéaires.

La méthode de décomposition donne la solution sous la forme d'une série de puissance, dans cette méthode la solution $u(x)$ sera décomposée en une série infinie de composant donné par :

$$u(x) = \sum_{n=0}^{\infty} u_n(x), \tag{2.1}$$

avec $u_0(x)$ choisi comme terme égale au terme figurant á l'extérieure du signe intégral.

Prenons

$$u_0(x) = f(x),$$

la substitution de (2.1) dans l'équation (1.33) donne :

$$\sum_{n=0}^{\infty} u_n(x) = f(x) + \lambda \int_0^x k(x,t) \left(\sum_{n=0}^{\infty} u_n(t) \right) dt,$$

qui donne

$$\begin{aligned} u_0(x) + u_1(x) + u_2(x) + ... = f(x) + \lambda \int_0^x k(x,t) u_0(t) dt + \lambda \int_0^x k(x,t) u_1(t) dt \\ + \lambda \int_0^x k(x,t) u_2(t) dt + \lambda \int_0^x k(x,t) u_3(t) dt + ... \end{aligned}$$

Les composants $u_i(x)$, $i \geq 0$ de la fonction inconnue $u(x)$ sont entièrement déterminés par la relation de récurrence :

$$\begin{aligned} u_0(x) &= f(x), \\ u_1(x) &= \lambda \int_0^x k(x,t) u_0(t) dt, \\ u_2(x) &= \lambda \int_0^x k(x,t) u_1(t) dt, \\ u_3(x) &= \lambda \int_0^x k(x,t) u_2(t) dt, \\ ...u_n(x) &= \lambda \int_0^x k(x,t) u_{n-1}(t) dt, \end{aligned} \tag{2.2}$$

et ainsi de suite. Le schéma discuté ci-dessus pour la détermination des composants $u_i(x)$, $i \geq 0$ de la solution $u(x)$ de l'eq (1.33) peut être écrit dans une relation de récurrence par :

$$\begin{aligned} u_0(x) &= f(x), \\ u_{n+1}(x) &= \lambda \int_0^x k(x,t) u_n(t) dt \quad , n \geq 0. \end{aligned}$$

La solution $u(x)$ de (1.33) est facilement déterminée sous forme de série à l'aide de (2.1). Tel que discuté avant, la série obtenue pour $u(x)$ fournit souvent la solution exacte sous forme compacte.

Les exemples ci-dessous seront discutés pour expliquer ce qui précède .

Exemple 2.1.1 *Nous considérons d'abord l'équation intégrale de Volterra :*

$$u(x) = 1 + \int_0^x u(t)dt, \tag{2.3}$$

il est clair que $f(x) = 1$, $\lambda = 1$, $k(x,t) = 1$ par la méthode de décomposition d'Adomian on a :

$$\begin{aligned}
u_0(x) &= 1, \\
u_1(x) &= \int_0^x u_0(t)dt = \int_0^x dt = x, \\
u_2(x) &= \int_0^x u_1(t)dt = \int_0^x tdt = \frac{1}{2!}x^2,
\end{aligned}$$

et ainsi de suite. Notant que :

$$u(x) = u_0(x) + u_1(x) + u_2(x) + ...$$

Nous pouvons facilement obtenir la solution sous forme de série donnée par :

$$u(x) = 1 + x + \frac{1}{2!}x^2 + ...$$

Donc

$$u(x) = e^x.$$

Exemple 2.1.2 *On a l'équation intégrale de Volterra suivante :*

$$u(x) = x + \int_0^x (t - x)u(t)dt. \tag{2.4}$$

En procédant comme dans l'exemple précédent, nous définissons :

$$\begin{aligned}
u_0(x) &= x, \\
u_1(x) &= \int_0^x (t-x)u_0(t)dt = \int_0^x t(t-x)dt = \frac{1}{3!}x^3, \\
u_2(x) &= \int_0^x (t-x)u_1(t)dt = \int_0^x \frac{1}{3!}t^3(t-x)dt = \frac{1}{5!}x^5.
\end{aligned}$$

Par conséquent, la solution de (2.4) sous forme de série est donnée par :

$$u(x) = x - \frac{1}{3!}x^3 + \frac{1}{5!}x^5 + ...$$

Donc

$$u(x) = \sin(x).$$

Exemple 2.1.3 *On considére l'équation intégrale de Volterra :*

$$u(x) = 6x - x^3 + \frac{1}{2}\int_0^x tu(t)dt. \tag{2.5}$$

Appliquer la technique de décomposition comme nous l'avons déjà vu :

$$\begin{aligned}
u_0(x) &= 6x - x^3, \\
u_1(x) &= \frac{1}{2}\int_0^x tu_0(t)dt = \frac{1}{2}\int_0^x t(6t - t^3)dt = x^3 - \frac{1}{10}x^5, \\
u_2(x) &= \frac{1}{2}\int_0^x tu_1(t)dt = \frac{1}{2}\int_0^x t\left(t^3 - \frac{1}{10}t^5\right)dt = \frac{1}{10}x^5 - \frac{1}{140}x^7.
\end{aligned}$$

Par conséquent, la solution de (2.5) sous forme de série est donnée par :

$$u(x) = 6x - x^3 + \left(x^3 - \frac{1}{10}x^5\right) + \left(\frac{1}{10}x^5 - \frac{1}{140}x^7\right) + ...$$

Où nous pouvons facilement obtenir la solution sous une forme compacte donnée par :

$$u(x) = 6x.$$

Exemple 2.1.4 *On a l'équation intégrale de Volterra :*

$$u(x) = 1 + \frac{1}{2}\int_0^x xt^2u(t). \tag{2.6}$$

Suivant la procédure utilisée ci-dessus, nous trouvons :

$$\begin{aligned} u_0(x) &= 1, \\ u_1(x) &= \frac{1}{2}x\int_0^x t^2dt = \frac{1}{6}x^4, \\ u_2(x) &= \frac{1}{12}x\int_0^x t^6dt = \frac{1}{84}x^8. \end{aligned}$$

Par conséquent, la solution de (2.6) sous forme de série est donnée par :

$$u(x) = 1 + \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{84}x^8 + \frac{1}{1848}x^{12} + ...$$

Exemple 2.1.5 *Résourdre l'équation intégrale de Volterra*

$$u(t) = 1 - \int_0^x u(t)dt, \tag{2.7}$$

on a $f(x) = 1$, $k(x,t) = 1$, $\lambda = -1$. Par substitution de (2.1) dans les deux membres de (2.7), nous obtenons :

$$\sum_{n=0}^{\infty} u_n(x) = 1 - \int_0^x \sum_{n=0}^{\infty} u_n(t)dt,$$

et on a alors

$$\begin{aligned} u_0(x) &= 1, \\ u_{n+1}(x) &= -\int_0^x u_n(t)dt \quad , n \geqslant 0. \end{aligned}$$

Donc

$$\begin{aligned} u_1(x) &= -\int_0^x u_0(t)dt = -\int_0^x dt = -x, \\ u_2(x) &= -\int_0^x u_1(t)dt = -\int_0^x (-t)dt = \frac{1}{2!}x^2, \\ u_3(x) &= -\int_0^x u_2(t)dt = -\frac{1}{2!}\int_0^x tdt = -\frac{1}{3!}x^3, \end{aligned}$$

donc, la solution donnée par :

$$u(x) = 1 - x + \frac{1}{2!}x^2 - \frac{1}{3!}x^3 + ...$$

Alors la solution exacte est :

$$u(x) = e^{(-x)}.$$

2.1.1 Méthode de décomposition modifiée

Il est important de noter que la méthode de décomposition modifiée est également applicable pour les équations intégrales de Volterra où la partie non homogène $f(x)$ dans (1.33) se compose d'un polynôme qui comprend de nombreux termes, ou dans le cas $f(x)$ contient une combinaison des fonctions trigonométriques ou transcendantales, la méthode de décomposition modifiée s'est avérée extrêmement efficace comme, la technique peut minimiser le volume de calcul nécessaire lors de l'application de la méthode de décomposition. Pour atteindre notre objectif, nous décomposons la fonction $f(x)$ en deux parties telles que :

$$f(x) = f_0(x) + f_1(x), \tag{2.8}$$

où $f_0(x)$ se compose d'un seul terme, ou si nécessaire de plus de termes dans moins d'autres cas, et $f_1(x)$ comprend les autres termes de $f(x)$. Par conséquent, l'éq (1.33) devient :

$$u(x) = f_0(x) + f_1(x) + \lambda \int_0^x k(x,t)u(t)dt. \tag{2.9}$$

Par la Substitution de (2.1) dans (2.9), utilisons quelques termes du développent, obtenons :

$$
\begin{aligned}
u_0(x) + u_1(x) + u_2(x) + ... = & f_0(x) + f_1(x) \\
& + \lambda \int_0^x k(x,t)u_0(t)dt \\
& + \lambda \int_0^x k(x,t)u_1(t)dt \\
& + \lambda \int_0^x k(x,t)u_2(t)dt \\
& + \lambda \int_0^x k(x,t)u_3(t)dt.
\end{aligned}
$$

Par conséquent, les composants $u_i(x), i \geq 0$ de la fonction inconnue $u(x)$ peut être complètement déterminé dans une relation de récurrence modifiée si nous assignons $f_0(x)$ seulement à le composant $u_0(x)$, alors que le composant $f_1(x)$ sera ajouté à la formule du composant $u_1(x)$ donné précédemment dans l'éq (2.2). En d'autres termes, la relation de récurrence modifiée :

$$
\begin{aligned}
u_0(x) &= f_0(x), \\
u_1(x) &= f_1(x) + \lambda \int_0^x k(x,t)u_0(t)dt, \\
u_2(x) &= \lambda \int_0^x k(x,t)u_1(t)dt, \\
u_3(x) &= \lambda \int_0^x k(x,t)u_2(t)dt,
\end{aligned}
$$

et ainsi de suite. La méthode discutée ci-dessus pour la détermination des composants de la solution $u(x)$ de l'éq (1.33) peut être écrite dans une relation de récurrence :

$$u_0(x) = f_0(x), \tag{2.10}$$

$$u_1(x) = f_1(x) + \lambda \int_0^x k(x,t)u_0(t)dt, \tag{2.11}$$

$$u_{n+1}(x) = \lambda \int_0^x k(x,t)u_n(t)dt, \ n \geq 1.$$

Dans la plupart des problèmes, nous devons utiliser (2.10) et (2.11) seulement. À des fins d'illustration, nous étudions les exemples suivants.

Exemple 2.1.6 *Nous considérons ici l'équation intégrale de Volterra :*

$$u(x) = \sec x \tan x - \frac{1}{4}(e^{\sec x} - e)x + \frac{1}{4}\int_0^x xe^{\sec t}u(t)dt \quad , \ x < \frac{\pi}{2}.$$

En utilisant la méthode de décomposition modifiée décrite ci-dessus, nous commençons par décomposer $f(x)$ dans :

$$f_0(x) = \sec x \tan x,$$

et

$$f_1(x) = -\frac{1}{4}(e^{\sec x} - e)x,$$

par conséquent

$$u_0(x) = \sec x \tan x,$$

$$u_1(x) = -\frac{1}{4}(e^{\sec x} - e)x + \frac{1}{4}x\int_0^x \sec t \tan t e^{\sec t}dt = 0,$$

obtenu en intégrant par substitution où on met $y = \sec t$. En conséquence, les autres composants $u_i(x) = 0$, pour $i \geq 2$. Par conséquent, la solution exacte est :

$$u(x) = \sec x \tan x.$$

Il est clair que deux composants sont calculés pour déterminer la solution exacte.

Exemple 2.1.7 *Nous considérons ici l'équation intégrale de Volterra :*

$$u(x) = \cos x + \sin x - \int_0^x u(t)dt. \tag{2.12}$$

En utilisant la méthode de décomposition modifiée décrite ci-dessus, nous commençons par décomposer $f(x)$ dans :

$$f_0(x) = \cos x,$$

et

$$f_1(x) = \sin x,$$

par conséquent

$$\begin{aligned} u_0(x) &= \cos x, \\ u_1(x) &= \sin x - \int_0^x u_0(t)dt = 0. \end{aligned}$$

En conséquence, les autres composants $u_i(x) = 0$ pour $i \geq 2$. Par conséquent, la solution exacte est :

$$u(x) = \cos x.$$

2.1.2 Le phénomène des termes bruit

Il a été montré auparavant que la méthode de décomposition modifiée présente un outil fiable pour accélérer le travail de calcul. Cependant, une sélection appropriée de $f_1(x)$ et $f_2(x)$ est essentielle pour une utilisation réussie de cette technique.

Un outil utile qui accélérera la convergence de la méthode de décomposition d'Adomian est développé.

Le phénomène des termes bruit peut être utilisé pour toutes les équations différentielles et intégrales. Les termes bruit, s'ils existaient entre les composants $u_0(x)$ et $u_1(x)$, fourniront la solution exacte en utilisant seulement les deux premières itérations.

Dans ce qui suit, nous décrivons les principaux concepts des termes bruit :

1. Les termes bruit sont définis comme les termes identiques avec des signes opposés qui apparaissent dans les composants $u_0(x)$ et $u_1(x)$. D'autres termes bruit peuvent apparaître entre d'autres composants. Comme indiqué ci-dessus, ces termes identiques avec des signes opposés peuvent exister pour certaines équations, et peuvent ne pas apparaître pour d'autres équations.

2. En annulant les termes bruit entre $u_0(x)$ et $u_1(x)$, même si $u_1(x)$ contient d'autres termes, les termes non annulés restants de $u_0(x)$ peuvent donner la solution exacte de l'équation intégrale. L'apparence des termes bruit entre $u_0(x)$ et $u_1(x)$ n'est pas toujours suffisante pour obtenir la solution exacte en annulant ces termes bruit. Par conséquent, il est nécessaire de montrer que les termes restants satisfont à l'équation intégrale donnée. D'autre part, si les termes non annulés de $u_0(x)$ ne satisfont pas à l'équation intégrale donnée, ou si les termes bruit n'apparaissent pas entre $u_0(x)$ et $u_1(x)$, alors il est nécessaire de déterminer plus de composants de $u(x)$ pour déterminer

la solution sous forme de série comme présenté précédemment.

3. Il a été formellement démontré que les termes bruit apparaissent pour des cas spécifiques d'équations différentielles et intégrales non homogènes, alors que les équations homogènes ne donnent pas lieu à des termes bruit.

4. Il a été formellement prouvé que l'apparition des termes bruit est régie par une condition nécessaire. La conclusion tirée est que le composant zéro $u_0(x)$ doit contenir la solution exacte $u(x)$ parmi autres termes. En outre, il a été prouvé que la condition d'inhomogénéité de l'équation ne garantit pas toujours l'apparence des termes bruit.

Un résumé utile sur le phénomène des termes bruit peut être donné comme suit :

1. les termes bruit sont définis comme des termes identiques avec des signes opposés qui peuvent apparaître dans les composants $u_0(x)$ et $u_1(x)$ ainsi que dans les autres composants.

2. Les termes bruit n'apparaissent que pour des types spécifiques d'équations non homogènes alors que les termes bruit n'apparaissent pas pour des équations homogènes.

3. Des termes bruit peuvent apparaître si la solution exacte de l'équation fait partie du composant zéro $u_0(x)$.

4. Il est nécessaire et essentiel de vérifier que les termes non annulés restants satisfont à l'équation intégrale.

Exemple 2.1.8 *Résoudre l'équation intégrale de Volterra en utilisant le phénomène des terme bruit :*

$$u(x) = 8x + x^3 - \frac{3}{8}\int_0^x tu(t)dt.$$

En suivant la méthode d'Adomian standard, nous définissons la relation de récurrence :

$$\begin{aligned} u_0(x) &= 8x + x^3, \\ u_{k+1}(x) &= -\frac{3}{8}\int_0^x tu_k(t)dt \quad , \, k \geqslant 0. \end{aligned}$$

Ceci donne

$$\begin{aligned} u_0(x) &= 8x + x^3, \\ u_1(x) &= -\frac{3}{8}\int_0^x tu_0(t)dt = \frac{-3}{40}x^5 - x^3. \end{aligned}$$

Les termes bruit $\pm x^3$ apparaissent en $u_0(x)$ et en $u_1(x)$.

Annuler ce terme du composant zéro $u_0(x)$ donne la solution exacte :

$$u(x) = 8x,$$

qui satisfait l'équation intégrale. Notez que si la méthode modifiée est utilisé, nous sélectionnons $u_0(x) = 8x$. Par conséquent, nous constatons que $u_1(x) = 0$. Ceci à son tour donne le même résultat.

Exemple 2.1.9 *Résoudre l'équation intégrale de Volterra en utilisant le phénomène des terme bruit :*

$$u(x) = -2 + x + x^2 + \frac{1}{12}x^4 + \sin x + 2\cos x - \int_0^x (x-t)^2 u(t)dt.$$

En suivant la méthode d'Adomian standard, nous définissons la relation de récurrence :

$$u_0(x) = -2 + x + x^2 + \frac{1}{12}x^4 + \sin x + 2\cos x,$$
$$u_{k+1}(x) = -\int_0^x (x-t)^2 u_k(t)dt \quad , k \geqslant 0.$$

Ceci donne

$$u_0(x) = -2 + x + x^2 + \frac{1}{12}x^4 + \sin x + 2\cos x,$$
$$u_1(x) = -\frac{3}{8}\int_0^x t u_0(t)dt = 2 - x^2 - \frac{1}{12}x^4 - 2\cos x + 4\sin x - \frac{1}{30}x^5 + \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{1260}x^7 - 4x.$$

Les termes bruit ± 2, $\pm x^2$, $\pm\frac{1}{12}x^4$ et $2\cos x$ apparaissent en $u_0(x)$ et en $u_1(x)$. Annuler ce terme du composant zéro $u_0(x)$ donne la solution exacte :

$$u(x) = x + \sin x,$$

qui satisfait l'équation intégrale. Il est à noter que les autres termes de $u_1(x)$ disparaissent dans la limite avec d'autres termes des autres composants.

Exemple 2.1.10 *Résoudre l'équation intégrale de Volterra en utilisant le phénomène des terme bruit :*

$$u(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sinh(2x) + \sinh^2 x + \int_0^x u(t)dt.$$

Nous établissons la relation de récurrence :

$$\begin{aligned} u_0(x) &= \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sinh(2x) + \sinh^2 x, \\ u_{k+1}(x) &= \int_0^x u_k(t)dt \quad , \; k \geqslant 0. \end{aligned}$$

Ceci donne

$$\begin{aligned} u_0(x) &= \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sinh(2x) + \sinh^2 x, \\ u_1(x) &= \int_0^x u_0(t)dt = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sinh(2x) + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4}\cosh^2 x. \end{aligned}$$

Les termes bruit $\pm\frac{1}{2}x$ et $\pm\frac{1}{4}\sinh(2x)$ apparaissent en $u_0(x)$ et en $u_1(x)$.

Annuler ce terme du composant zéro $u_0(x)$ donne la solution exacte :

$$u(x) = \sinh^2 x,$$

qui satisfait l'équation intégrale.

Exemple 2.1.11 *Montrer que la solution exacte pour l'équation intégrale de Volterra :*

$$u(x) = -1 + x + \frac{1}{2}x^2 + 2e^x - \int_0^x u(t)dt,$$

ne peut être obtenu en utilisant le phénomène des terme bruit.

Nous établissons la relation de récurrence :

$$\begin{aligned} u_0(x) &= -1 + x + \frac{1}{2}x^2 + 2e^x, \\ u_{k+1}(x) &= -\int_0^x u_k(t)dt \quad , k \geqslant 0. \end{aligned}$$

Ceci donne

$$\begin{aligned} u_0(x) &= -1 + x + \frac{1}{2}x^2 + 2e^x, \\ u_1(x) &= -\int_0^x u_0(t)dt = -\frac{1}{2}x^2 - 2e^x + 2 + x - \frac{1}{6}x^3. \end{aligned}$$

Les termes bruit $\pm\frac{1}{2}x^2$et $\pm 2e^x$ apparaissent en $u_0(x)$ et en $u_1(x)$.

Annuler ces termes du composant zéro $u_0(x)$ donne :

$$\widetilde{u}(x) = x - 1,$$

qui ne satisfait pas l'équation intégrale. Cela confirme notre conviction que les termes restants ne donnent pas toujours la solution exacte, et donc une justification est nécessaire.

La solution exacte est donnée par :

$$u(x) = x + e^x,$$

qui peut être facilement obtenu en utilisant la méthode de décomposition modifiée par mise :

$$f_1(x) = x + e^x.$$

Exemple 2.1.12 *Résoudre l'équation intégrale de Volterra en utilisant le phénomène des terme bruit :*

$$u(x) = 6x + 3x^2 - \int_0^x u(t)dt.$$

La méthode d'Adomian admet l'utilisation de la relation de récurrence :

$$\begin{aligned} u_0(x) &= 6x + 3x^2, \\ u_{k+1}(x) &= -\int_0^x u_k(t)dt \quad , k \geqslant 0. \end{aligned}$$

Ceci donne

$$\begin{aligned} u_0(x) &= 6x + 3x^2, \\ u_1(x) &= -\int_0^x u_0(t)dt = -3x^2 - x^3. \end{aligned}$$

Les termes bruit $\pm 3x^2$ apparaissent en $u_0(x)$ et en $u_1(x)$.

Annuler ce terme du composant zéro $u_0(x)$ donne la solution exacte :

$$u(x) = 6x,$$

qui satisfait l'équation intégrale.

Exemple 2.1.13 *Résoudre l'équation intégrale de Volterra en utilisant le phénomène des terme bruit :*

$$u(x) = \sinh x + x \sinh x - x^2 \cosh x + \int_0^x tu(t)dt.$$

En suivant la méthode d'Adomian standard, nous définissons la relation

de récurrence :

$$\begin{aligned} u_0(x) &= \sinh x + x \sinh x - x^2 \cosh x, \\ u_{k+1}(x) &= \int_0^x tu_k(t)dt \quad , \, k \geqslant 0. \end{aligned}$$

Ceci donne

$$\begin{aligned} u_0(x) &= \sinh x + x \sinh x - x^2 \cosh x, \\ u_1(x) &= \int_0^x tu_0(t)dt = -x \sinh x + x^2 \cosh x + \text{autres termes.} \end{aligned}$$

Les termes bruit $\pm x \sinh x$ et $\pm x^2 \cosh x$ apparaissent en $u_0(x)$ et $u_1(x)$.

Annulation de ces termes du composant zéro $u_0(x)$ donne la solution exacte :

$$u(x) = \sinh x,$$

qui satisfait l'équation intégrale.

Conclusion

Dans cette mémoire, nous avons présenté les équations intégrales de Volterra de seconde espèce et méthodes de résolution, on a présenté quelques méthodes analytiques de résolution de ces équations.

Dans ce travail nous avons traité la méthode d'Adomian qui donne la solution sous la forme d'une série de puissance, et pour minimiser le volume de calcul nécessaire et pour accélérer le travail de calcul on utilise la méthode de décomposition modifiée et utilise le phénomène des termes bruit.

Nous espérons que les étudiants des années prochaines exposer quelques d'autres méthodes.

Bibliographie

[1] A-M. Wazwaz. (2011). Linear and nonlinear integral equations. Saint Xavier University. USA.

[2] A-M. Wazwaz. (2015). A first course in integral equations. Saint Xavier University. USA.

[3] A. Rahmoune. (2018). Equations intégrales linéaires et non linéaires.

[4] H. Benali. (2019). Introduction aux équations intégrales linéaires méthodes et application. Un polycopié destiné aux étudiants de master 1.

[5] J. Singh. (2021). integral equations and calculus of variation. maharshi dayanand University Press.

[6] K. Ben Amara. (2015). Quelques méthodes pour la résolution des équations intégro-différentielles. Mémoire de master. Université Kasdi Merbah. Ouargla.

[7] Kh. Mimoune. (2019). Equations intégrales linéaires de Volterra de seconde espèce et méthode de Galerkine. Mémoire de master. Universite Mohamed Khider. Biskra.

[8] M. Krasnov, A. Kisselev, G. Makarenko. Equations intégrales promlémes et exercices. Mir Moscou.

ملخص

تلعب معادلات فولتيرا التكاملية الخطية دورا مهما في العديد من الابحاث النظرية و التطبيقية, حاولنا في هذه المذكرة دراسة طرق حل معادلات فولتيرا التكاملية الخطية من النوع الثاني, حيث عملنا على الحل بالطرق التحليلية.

اولا, قدمنا بعض نظريات الوجود واالوحدانية في حل معادلات فولتيرا التكاملية الخطية من النوع الثاني, ثم قدمنا طريقة التحلل ادومان, كما قدمنا طريقة التحلل المعدلة. اخيرا, استخدمنا ظاهرة مصطلحات الضوضاء.

الكلمات المفتاحية: معادلة خطية تكاملية، معادلة فولتيرا التكاملية الخطية من النوع الثاني، الوجود ، الوحدانية، طريقة التحلل أدومان ، طريقة التحلل

Résumé

Les équations intégrales linéaires de Volterra jouent un rôle important dans plusieurs recherches théorique et appliquée, on a essayé dans ce mémoire d'étudier les méthodes de résolution des équations intégrales linéaires de Volterra de seconde espèce, où nous avons travaillé sur la résolution par les méthodes analytiques. Nous avons présenté en premier lieu quelques théorèmes d'existence et d'unicité de solution des équations intégrales de Volterra de seconde espèce. Ensuite nous présentons la méthode de décomposition d'Adomian, aussi nous présentons la méthode de décomposition modifiée. Enfin nous utilisons le phénomène des termes bruit.

Mots clés : Équations intégrales linéaires, équations intégrales linéaires de Volterra de seconde espèce, existence, unicité, méthode de décomposition d'Adomian, méthode de décomposition modifiée, le phénomène des termes bruit.

Abstract

Volterra linear integral equations play an important role in several theoretical and applied researches, we tried in this thesis to study the methods of solving Volterra linear integral equations of the second kind, where we worked on the resolution by analytical methods. First, we have presented some theorems of existence and uniqueness of solution of Volterra integral equations of the second kind.Then we present the Adomian decomposition method, also we present the modified decomposition method.Finally, we use the noise terms phenomenon.

Key words :Linear integral equations, Volterra linear integral equations of the second kind,existence, uniqueness, Adomian decomposition method, modified decomposition method, the noise terms phenomenon.