

# Ressaut contrôlé par seuil dans un canal profilé en $U$

## Control of hydraulic jump by sill in a $U$ -shaped channel

BACHIR ACHOUR, *Maître de Conférence, Laboratoire de Recherche en Hydraulique Souterraine et de Surface, Université de Biskra, 07000, Biskra – Algérie.*

MAHMOUD DEBABECHE, *Maître-assistant chargé de Cours, Laboratoire de Recherche en Hydraulique Souterraine et de Surface, Université de Biskra, 07000, Biskra – Algérie.*

### RÉSUMÉ

Le contrôle d'un ressaut par seuil à paroi mince et épaisse dans un canal profilé en  $U$  est examiné d'un point de vue théorique et expérimental. Sous certaines hypothèses simplificatrices, le développement théorique conduit à des relations explicites des hauteurs relatives des seuils, tout en tenant compte de l'effet de la vitesse d'approche de l'écoulement. Ceci a permis de déduire la relation fonctionnelle régissant le contrôle du ressaut dans un canal rectangulaire, en remplacement de l'équation de *Forster* et *Skrinde* qui nécessite un réajustement. Une étude particulière est présentée pour définir les conditions d'un seuil relatif minimal à paroi épaisse. Enfin, la longueur relative du ressaut est quantifiée en tenant compte de l'influence de la hauteur relative de l'écoulement incident.

### ABSTRACT

The control of a hydraulic jump by both thin-crested and broad-crested sills in a  $U$ -shaped channel is examined theoretically and experimentally. Under certain simplifications, the theoretical development results in explicit relations for the relative sill height, by including the effect of approach velocity. This also leads to a similar condition for the control by a sill in the rectangular channel, by extension of the *Forster* and *Skrinde* approach. A particular study is presented to define the conditions required for the minimum height of a broad-crested sill. Finally, the relative length of jump is quantified by accounting for the relative depth of the approaching flow.

## 1. Introduction

Le ressaut hydraulique a fait l'objet de nombreuses études, aussi bien théoriques qu'expérimentales. C'est surtout le canal rectangulaire qui a attiré l'attention de nombreux chercheurs, en raison sans doute de sa simplicité géométrique et de la facilité de sa mise en œuvre. L'expérimentation a montré qu'en règle générale, le ressaut est bien régi par l'équation de la quantité de mouvement quelque soit la forme du canal considéré. Cette équation a pour but de déterminer le rapport des hauteurs conjuguées du ressaut classique évoluant dans des profils prismatiques tel que le canal rectangulaire, ou la hauteur relative du ressaut pour le cas des canaux circulaire et profilé en  $U$  qui intéresse la présente étude. Les derniers développements relatifs au ressaut dans un canal profilé en  $U$ , caractérisé par un diamètre  $D$ , sont certainement ceux de Hager (1989). L'étude a également concerné le ressaut évoluant dans la zone semi-circulaire du canal et la fonction  $f(q, y_1, y_2) = 0$  issue de l'équation de la quantité de mouvement a été entièrement définie par une approche théorique, où  $q = Q/\sqrt{gD^5}$  est le débit relatif,  $y_1 = h_1/D$  et  $y_2 = h_2/D$  désignent respectivement la hauteur relative initiale et finale du ressaut. L'équation proposée traduit l'interdépendance des paramètres précédemment cités quelque soit le lieu géométrique dans lequel évolue le ressaut. Une légère différence a été observée entre les hauteurs relatives  $y_2$  mesurées et calculées et cette différence a été essentiellement attribuée à l'effet des frottements laissé hors considération lors du développement théorique. L'étude du ressaut dans un canal profilé en  $U$  a montré que sa longueur relative  $L_j/h_2$  est en moyenne égale à 6, valeur comparable à celle du ressaut classique

dans le canal rectangulaire. Ce résultat a été expérimentalement obtenu dans la gamme  $2,5 < F_1 < 9$  du nombre de Froude incident et pour des hauteurs relatives  $y_1$  variant entre 0,1 et 0,4. La définition adoptée pour la mesure de  $L_j$  est celle proposée par Rajaratnam (1967) et selon laquelle cette longueur correspond à la distance horizontale séparant la section initiale du ressaut à la section aval de plus grande profondeur. Cependant, l'influence de plus faibles valeurs de  $y_1$  sur  $L_j/h_2$  n'a pas encore été examinée. Aucune étude n'est également à signaler concernant le contrôle du ressaut par un seuil à parois mince et épaisse dans un canal profilé en  $U$ .

La présente étude vise principalement à définir la hauteur relative des seuils à parois mince et épaisse nécessaire au contrôle du ressaut. Un développement théorique est proposé et défini notamment les conditions d'un seuil relatif minimal franchi par un écoulement en régime critique. L'étude s'intéresse également à la quantification de la longueur relative du ressaut et à sa variation sous l'influence de la hauteur relative initiale de l'écoulement.

## 2. Théorie

### 2.1. Seuil relatif minimal à paroi épaisse

La figure 1 montre un ressaut contrôlé par seuil à paroi épaisse de hauteur  $s_c$  dans un canal profilé en  $U$  caractérisé par le diamètre  $D$ . Le seuil dénoyé est placé à une distance  $x$  environ égale à la longueur  $L_j$  du pied du ressaut dont les hauteurs conjuguées sont  $h_1$  et  $h_2$ . L'écoulement étant en régime fluvial à l'amont et

Revision received July 7, 2001. Open for discussion till June 30, 2003.

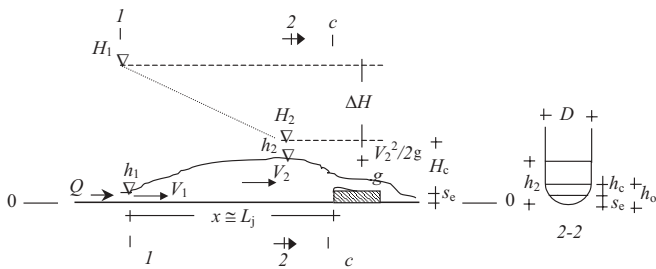


Fig. 1. Ressaut contrôlé par un seuil à paroi épaisse franchi en régime critique. Schéma de définition

torrentiel à l'aval, le seuil est alors franchi en régime critique dans la section  $c-c$  de profondeur relative  $y_c = h_c/D$  et d'aire relative  $A_c^* = A_c/D^2$  satisfaisant la condition  $(q^2/A_c^{*3})(\partial A_c^*/\partial y_c) = 1$ . Lorsque  $y_o = h_o/D = (y_c + s_e/D) \leq 1/2$ , on a  $A_c^* = (q^2 \sin^2 \theta_o)^{1/3}$  où  $\theta_o = \cos^{-1}(1 - 2y_o)$ , et lorsque  $y_o > 1/2$ , on a  $A_c^* = q^{2/3}$ . Mais pour l'ensemble des valeurs  $y_o \geq 0$ , on peut écrire avec une excellente approximation  $A_c^* = [q^2 \varphi(y_o)]^{1/3}$  où  $\varphi(y_o) = 2\sqrt{y_o} (1 - 5y_o/9)$ . La condition critique s'écrit (figure 1) :

$$H_2/D = s_e/D + H_c/D \quad (1)$$

où  $H_2/D = y_2 + q^2/(2A_2^{*2})$  est la charge totale relative dans la section 2-2 d'aire relative  $A_2^* = A_2/D^2 = (y_2 - C_o)$ , avec  $C_o = (1 - \pi/4)/2$ . La charge relative critique est

$$H_c/D = y_c + \frac{q^2}{2A_c^{*2}} = y_c + \frac{1}{2} \left[ \frac{q}{\varphi(y_o)} \right]^{2/3}$$

La relation (1) devient donc :

$$y_2 + \frac{1}{2} \frac{q^2}{(y_2 - C_o)^2} = y_o + \frac{1}{2} \left[ \frac{q}{\varphi(y_o)} \right]^{2/3} \quad (2)$$

Les paramètres  $y_2$  et  $q$  sont liés à la hauteur relative initiale  $y_1$  du ressaut par l'équation de la quantité de mouvement appliquée sous sa forme classique entre les sections 1-1 et 2-2 (figure 1). Cette équation est

$$\bar{h}_1 A_1 + Q^2 / (g A_1) = \bar{h}_2 A_2 + Q^2 / (g A_2), \text{ où}$$

$$\bar{h}_1 = (D^3 / 12 A_1) \sin^3 \theta_1 - (D/2) \cos \theta_1$$

est la position du centre de gravité de la section amont  $A_1$ ,

$\bar{h}_2 = (D/2)[(y_2 - 1/2)(y_2 + 1/2 - 2C_o) + 1/6] / (y_2 - C_o)$  est la position du centre de gravité de la section aval  $A_2$  et  $\theta_1 = \cos^{-1}(1 - 2y_1)$ . Pour  $y_1 < 1/2$  et  $y_2 \geq 1/2$ , l'équation de la quantité de mouvement est donc :

$$\frac{32q^2}{\theta_1 - \sin \theta_1 \cos \theta_1} - (\theta_1 - \sin \theta_1 \cos \theta_1) \cos \theta_1 - \frac{2}{3} (1 - \sin^3 \theta_1) = \frac{8q^2}{y_2 - C_o} + (2y_2 - 4C_o + 1)(2y_2 - 1) \quad (3)$$

Un ajustement de la relation (3) a permis d'écrire que le débit relatif  $q$  doit être tel que  $q \geq 0,432y_1^{0,85}$ ,  $R^2 = 0,999$ . Pour une valeur donnée de  $y_1$  et de  $q$ , l'inégalité précédente permet de

prévoir le lieu géométrique dans lequel évoluera le ressaut. La figure 2 indique la variation de  $y_o = f(q)$  selon les relations (2) et (3) dans la gamme  $0 < y_1 < 1/2$  et pour diverses valeurs de  $y_2$ .

La figure 2 montre d'une part que  $y_o < y_2$  et que pour la même valeur de  $y_o$  il existe deux valeurs distinctes du débit relatif  $q$  d'autre part. Les courbes obtenues passent par un minimum  $y_{o \min}$  tel que  $dy_o/dq = 0$  et correspondant à un débit relatif  $q = q_o$ . La figure 2 montre également que  $y_o > 2/5$  et par suite  $[\varphi(y_o)]^{2/3} \rightarrow 1$ . La relation (2) permet alors d'écrire que  $dy_o/dq = q/(y_2 - C_o)^2 - (3q^{1/3})^{-1}$ , soit :

$$q_o^{2/3} = \frac{y_2 - C_o}{\sqrt{3}} \quad (4)$$

En substituant (4) dans (2), il vient :

$$\frac{y_{o \min} - C_o}{y_2 - C_o} = \left( 1 - \frac{\sqrt{3}}{9} \right) \cong 0,8 \quad (5)$$

La combinaison des relations (4) et (5) permet d'écrire

$$y_{o \min} = \left( \sqrt{3} - \frac{1}{3} \right) q_o^{2/3} + C_o$$

En tenant compte des relations (3) et (4), on peut montrer que  $y_1 \approx (3/5)\sqrt{q_o}$ . Avec  $(A_o^* - A_s^*) = [q^2 \varphi(y_o)]^{1/3} = q^{2/3}$ , et pour  $y_o > 2/5$ , l'approximation  $A_o^* \approx (y_o - C_o)$  donne, avec une erreur inférieure 0,25% :

$$q^{2/3} = y_o - A_s^* - C_o \quad (6)$$

Pour  $q = q_o$ , la relation (6) devient

$A_s^* = (\theta_s - \sin \theta_s \cos \theta_s) / 4 = (\sqrt{3} - 4/3) q_o^{2/3} \approx (2/5) q_o^{2/3}$  et étant donné que  $q_o > 0,1$ , on peut écrire avec une erreur inférieure à 3%, que  $2(s_e/D)_{\min} \approx \sqrt{q_o} = (5/3)y_1$ . On peut donc conclure qu'un seul des paramètres  $y_2$ ,  $q = q_o$  et  $y_1$  permet d'évaluer la hauteur relative minimale  $(s_e/D)_{\min}$  du seuil. La relation (6) montre que, pour  $s_e/D \geq 1/3$ ,  $y_c = h_c/D \rightarrow q^{2/3}$ , et la variation de la profondeur critique relative  $y_c$  au-dessus d'un seuil placé dans un canal profilé en U est alors identique à celle dans un canal rectangulaire de largeur  $b = D$ .

## 2.2. Relation générale régissant le contrôle du ressaut

La combinaison des relations (2) et (6) permet d'écrire, pour  $[\varphi(y_o)]^{2/3} \rightarrow 1$  :

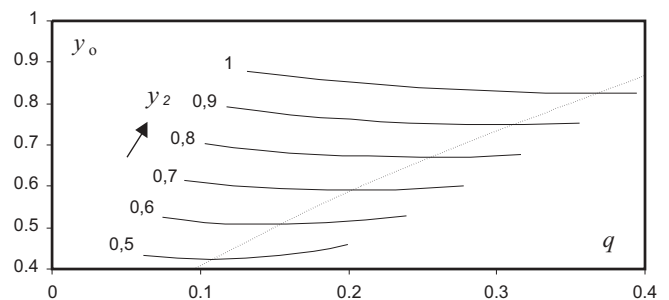


Fig. 2. Variation de  $y_o = f(q)$  selon les relations (2) et (3) pour  $0 < y_1 < 1/2$ . (- - -)  $y_{o \min} = \tau(q)$  selon la relation (6).

$$(y_2 - C_o) + \frac{1}{2} \frac{q^2}{(y_2 - C_o)^2} - \frac{3}{2} q^{2/3} = A_s^* \quad (7)$$

ou bien, en divisant par  $y_1$  :

$$(Y - C_o y_1^{-1}) + \frac{1}{2} \frac{q^2}{y_1^3 (Y - C_o y_1^{-1})^2} - \frac{3}{2} \frac{q^{2/3}}{y_1} = A_s^* y_1^{-1} \quad (8)$$

avec  $Y = h_2/h_1$  le rapport des hauteurs conjuguées du ressaut. L'expérience montre que le second terme de l'équation (7),  $\sigma_{1U} = [q/(y_2 - C_o)]^2/2 = V_2^2/(2gD)$  est négligeable,  $V_2$  étant la vitesse moyenne de l'écoulement à l'aval du ressaut. Par contre, le facteur  $\sigma_{2U} = q^2/[2y_1^3(Y - C_o y_1^{-1})^2] = V_2^2/(2gh_1) = \sigma_{1U}/y_1$  de la relation (8) est non négligeable. En effet, nos propres essais ainsi que ceux de *Hager* (1989) indiquent que, selon la valeur du nombre de Froude incident,  $0,13 \leq \sigma_{2U} \leq 0,27$ . Par analogie à la relation approchée de *Hager* (1987), la section relative du seuil peut être approximée par  $A_s^* = (4/3)(s_e/D)^{3/2} (1 - s_e/3D)$ , et l'équation (7) devient:

$$y_2 - \frac{3}{2} q^{2/3} - C_o = \frac{4}{3} \left( \frac{s_e}{D} \right)^{3/2} \left( 1 - \frac{s_e}{3D} \right) \quad (9)$$

Pour  $s_e/D \geq 1/3$  ( $y_c \rightarrow q^{2/3}$ ), on peut même écrire que  $A_s^* \approx (s_e/D - C_o)$  avec une erreur inférieure à 3%. Les relations (7) et (8) deviennent alors explicites en  $s_e/D$  et en  $S_e = s_e/h_1$  et s'écrivent respectivement:

$$\frac{s_e}{D} = y_2 + \sigma_{1U} - \frac{3}{2} q^{2/3} \quad (10)$$

$$S_e = Y + \sigma_{2U} - \frac{3}{2} \frac{q^{2/3}}{y_1} \quad (11)$$

En ce qui concerne le seuil à paroi mince de hauteur  $s_m$ , la configuration de la surface libre à l'aval du ressaut permet d'écrire que  $y_2 \approx y_c + s_m/D$ , avec  $y_c \rightarrow q^{2/3}$ . Ainsi, la relation régissant le contrôle du ressaut par un seuil à paroi mince s'écrit :

$$s_m/D = y_2 - q^{2/3} \quad (12)$$

ou bien, avec  $S_m = s_m/h_1$ :

$$S_m = Y - \frac{q^{2/3}}{y_1} \quad (13)$$

Une étude comparative entre les relations (10) et (12) pour  $\sigma_{1U} = 0$  montre que le contrôle du ressaut implique des hauteurs de seuil à paroi mince supérieures à celles du seuil à paroi épaisse ( $s_m > s_e$ ).

### 2.3. Canal rectangulaire

Le contrôle du ressaut par un seuil à paroi épaisse dans un canal rectangulaire de largeur  $b = D$  peut être considéré comme un cas particulier du précédent. Cette configuration correspond à  $C_o = 0$  et les relations (10) et (11) s'écrivent respectivement :

$$\frac{s}{D} = y_2 + \frac{1}{2} \left( \frac{q}{y_2} \right)^2 - \frac{3}{2} q^{2/3} \quad (14)$$

$$S = Y + \frac{1}{2} \left( \frac{F_1}{Y} \right)^2 - \frac{3}{2} F_1^{2/3} \quad (15)$$

Le débit relatif est  $q = y_1^{3/2} F_1$  où  $F_1 = [Q^2/(gb^2h_1^3)]^{1/2}$  est le nombre de Froude incident. La relation (15) traduit donc de manière explicite la variation de la hauteur relative  $S$  du seuil en fonction du nombre de Froude  $F_1$ . Dans l'intervalle  $3,10 \leq F_1 \leq 9,20$ , nos essais ont montré que le facteur cinétique  $\sigma_R = F_1^2/(2Y^2) = V_2^2/(2gh_1)$  varie entre  $0,273 \leq \sigma_R \leq 0,317$  et cet effet est à considérer.

Le développement théorique proposé par *Forster et Skrinde* (1950) repose sur deux principales considérations simplificatrices : la hauteur de vitesse d'approche  $V_2^2/2g$  est négligée (figure 3), soit  $H = (h_2 - s)$  et la hauteur minimale  $h_m$  au droit du seuil est telle que  $2h_m \approx (h_2 - s)$ , selon les essais effectués par *Doeringsfeld* et *Barker* (1941). Sous ces conditions, l'équation de la quantité de mouvement appliquée entre les sections 2-2 et m-m mène à une relation implicite en  $S$  (*Forster et Skrinde*, 1950):

$$(8/3)F_1^2 = Y(Y - S)^3 / (Y + S) \quad (16)$$

L'équation (16) devrait s'écrire, en tenant compte de l'influence de  $\sigma_R$ :

$$(8/3)F_1^2 = Y(Y + \sigma_R - S)^3 / (Y + S) \quad (17)$$

Les relations (15), (16) et (17) sont représentées graphiquement sur la figure 4. Un écart, variant entre 9% et 26%, est observé entre les relations (15) et (16).

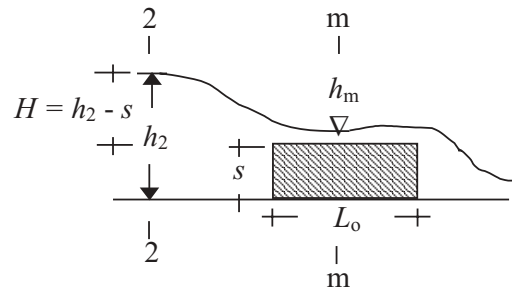


Fig.3. Définition de l'écoulement franchissant un seuil à paroi épaisse selon *Forster et Skrinde* (1950).

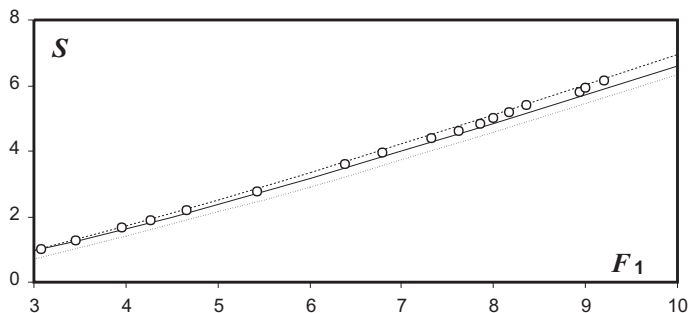


Fig. 4. Variation de  $S$  en fonction de  $F_1$  dans le canal rectangulaire. (o) Points expérimentaux actuels. (—), (---), (— · —) courbes selon (15), (16) et (17).

### 3. Étude expérimentale

#### 3.1. Installation

La figure 5 montre le schéma de l'installation expérimentale, tandis que la figure 6 montre une vue d'ensemble du modèle expérimental et une vue en direction de l'écoulement. Le canal profilé en  $U$  a une longueur de 6 m et un diamètre  $D = 0,245$  m. Il est composé à la base d'une conduite circulaire en PVC surmontée latéralement de deux parois verticales dont l'une est en tôle et l'autre en plexiglas transparent permettant la visualisation de l'écoulement. Le canal est alimenté en circuit fermé par une pompe axiale. Les débits  $Q$ , mesurés par un débitmètre à diaphragme à  $\pm 0,5$  l/s, se situent entre 3 l/s et 30 l/s. L'écoulement incident est généré par un système boîte-convergent. Le pied du ressaut est positionné à l'aval immédiat du convergent dont l'ouverture est assimilée à la hauteur initiale de l'écoulement. Des seuils à paroi mince d'une épaisseur de 2 mm ont été confectionnés en tôle, ainsi que des seuils à paroi épaisse d'une longueur de 400 mm. La position des seuils correspond approximativement à la longueur  $L_j$ . Les profondeurs de l'écoulement ont été mesurées au moyen de limnimètres avec une précision du demi millimètre, tandis que les longueurs caractéristiques du ressaut ont été évaluées avec un ruban gradué à  $\pm 0,10$  m. L'expérimentation a concerné 7 séries d'essais correspondant chacune à sept hauteurs

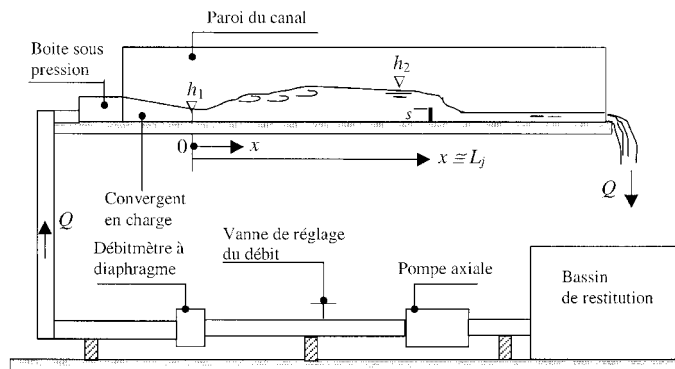


Fig. 5. Schéma du dispositif expérimental

initiales du ressaut  $h_1 = 1$  cm; 1,60 cm; 2 cm; 2,30 cm; 3,35 cm; 5 cm et 6 cm. Les essais ont eu pour buts d'évaluer, (1) les profondeurs du ressaut telles que  $h_2 > D/2$ , (2) les hauteurs correspondantes des seuils à paroi mince et épaisse ainsi que (3) les longueurs  $L_j$  du ressaut. Les mesures expérimentales obtenues sont regroupées dans le tableau 1 en annexe. De faibles valeurs de  $h_1$  ont été volontairement considérées afin d'observer essentiellement l'influence de  $y_1$  sur la longueur relative du ressaut. Les effets d'échelle, qui auraient pu être causés par ces faibles profondeurs, n'ont pas été observés lors de la représentation graphique des mesures expérimentales.

#### 3.2. Résultats

##### 3.2.1. Vérification de l'équation de la quantité de mouvement

L'objectif de cette partie de l'étude est d'observer les effets de frottement sur la hauteur aval du ressaut lors du contrôle par un seuil à parois mince et épaisse. Les hauteurs relatives expérimentales  $y_{2\text{ exp}}$  sont confrontées, dans la figure 7, aux hauteurs relatives théoriques  $y_{2\text{ th}}$  calculées selon la relation (3). Aucun effet de frottement n'a été observé et la mise en place du seuil n'a pratiquement aucun effet réducteur sur la profondeur relative finale du ressaut.



a)

b)

Fig. 6. a) Vue d'ensemble du dispositif expérimental, b) Vue en direction de l'écoulement.

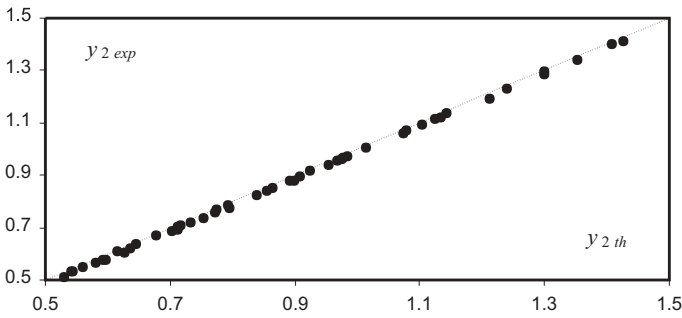


Fig. 7. Variation de la hauteur relative  $y_{2\text{exp}}$  expérimentale en fonction de la hauteur relative  $y_{2\text{th}}$  théorique calculée selon la relation (3) pour  $0,041 \leq y_1 \leq 0,245$ . (---)  $y_{2\text{exp}} = y_{2\text{th}}$ .

### 3.2.2. Hauteur relative du seuil à paroi épaisse

La figure 8 montre la variation de la hauteur relative  $s_e/D$  expérimental en fonction de  $s_e/D$  théorique calculé selon les relations (7) et (10) pour  $\sigma_{1U} = 0$ . Les points obtenus se répartissent uniformément autour de la première bissectrice, montrant ainsi la validité de l'approximation  $A_s^* \approx (s_e/D - C_0)$  même pour des valeurs  $s_e/D < 1/3$ . Les valeurs expérimentales répondent mieux à la relation théorique (10) lorsque le facteur cinétique  $\sigma_{1U} = 0$ , soit  $s_e/D = y_2 - (3/2)q^{2/3}$ . On peut déduire que pour obtenir une hauteur relative  $y_2 \geq 1/2$ , il faut que  $s_e/D \geq (1 - 3q^{2/3})/2$ .

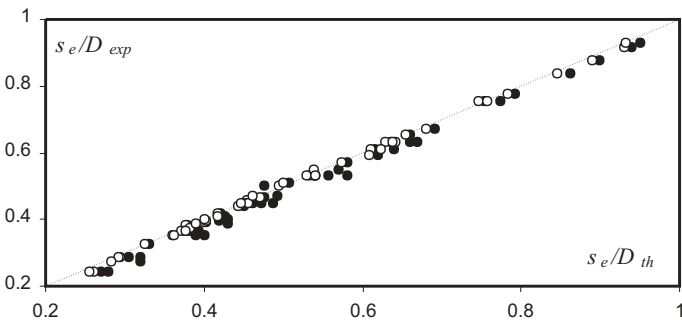


Fig. 8. Variation de  $s_e/D$  expérimental en fonction de  $s_e/D$  théorique calculé selon: (•) relation (7), avec  $\sigma_{1U} \neq 0$ , (o) relation (10), avec  $\sigma_{1U} = 0$ . (---)  $s_e/D_{\text{exp}} = s_e/D_{\text{th}}$ .

### 3.2.3. Hauteur relative du seuil à paroi mince

La figure 9 montre la variation de la hauteur relative  $s_m/D$  expérimental en fonction de  $s_m/D$  théorique calculé en appliquant la relation (12). Les points obtenus se répartissent également de manière uniforme autour de la première bissectrice d'équation  $s_m/D_{\text{exp}} = s_m/D_{\text{th}}$ . Ceci permet de conclure la validité de la relation (12).

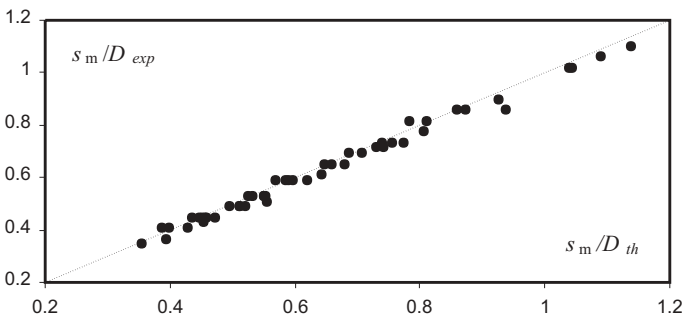


Fig. 9. Variation de  $s_m/D_{\text{exp}}$  expérimental en fonction de  $s_m/D_{\text{th}}$  théorique calculé selon la relation (12). (---)  $s_m/D_{\text{exp}} = s_m/D_{\text{th}}$ .

### 3.2.4. Longueur relative du ressaut

La longueur  $L_j$  a été définie comme la distance entre la section initiale du ressaut et la section de plus grande profondeur. L'objectif principal de cette partie de l'étude est de quantifier la longueur relative  $L_j/h_2$  dans la gamme de valeurs testées de la hauteur relative  $y_1$ . La figure 10 montre le rapport  $L_j/h_2 = f(F_1)$  où  $F_1 = (8q \sin^{1/2} \theta_1) / (\theta_1 - \sin \theta_1 \cos \theta_1)^{3/2}$ .

Il apparaît ainsi que  $L_j/h_2$  diminue avec l'augmentation de  $F_1$ , pour une valeur donnée de  $y_1$ . Pour une même valeur de  $F_1$ ,  $L_j/h_2$  diminue également lorsque  $y_1$  augmente. La longueur relative  $L_j/h_2 \rightarrow 6$  pour les valeurs élevées de  $y_1$ , ce qui rejoint les observations de Hager (1989). Une meilleure représentation graphique a été obtenue en exprimant la variation de  $L_j/h_2 = \zeta(q)$  (figure 11). En effet, une courbe unique met en évidence cette variation pour l'ensemble de la gamme de valeurs  $y_1$  testées. Un ajustement, basé sur la méthode des moindres carrés non linéaires, permet d'écrire avec une excellente approximation:

$$\frac{L_j}{h_2} = \frac{3,5}{\sqrt{q}} \quad (18)$$

L'expérimentation semble indiquer que la relation (18) est également applicable lorsque  $y_2 \leq 1/2$ .

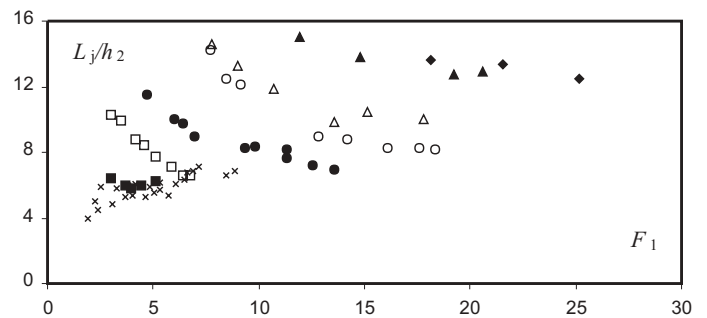


Fig. 10. Variation expérimentale de  $L_j/h_2$  en fonction de  $F_1$  pour diverses valeurs de  $y_1$ . (♦)  $y_1 = 0,041$ ; (▲)  $y_1 = 0,065$ ; (Δ)  $y_1 = 0,082$ ; (o)  $y_1 = 0,095$ ; (•)  $y_1 = 0,137$ ; (□)  $y_1 = 0,204$ ; (■)  $y_1 = 0,245$ . (x) mesures de Hager (1989) pour  $y_2 > 1/2$  et  $0,088 \leq y_1 \leq 0,450$ .

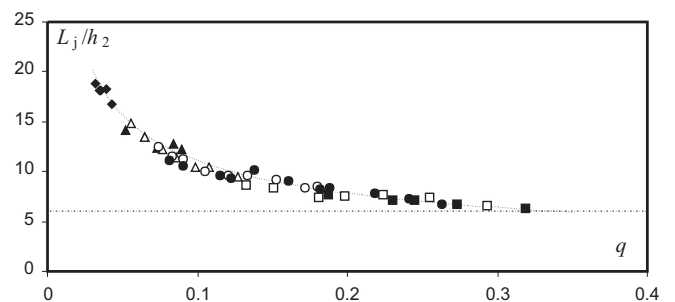


Fig. 11. Variation expérimentale de  $L_j/h_2$  en fonction du débit relatif  $q$ , pour  $0,041 \leq y_1 \leq 0,245$ . Notation selon la figure 10. (---) courbe selon la relation (18). (—)  $L_j/h_2 = 6$ .

#### 4. Conclusions

Le contrôle des ressauts par seuil à parois mince et épaisse dans un canal profilé en  $U$  a été examiné d'un point de vue théorique et expérimentale. Une étude particulière de l'écoulement franchissant le seuil à paroi épaisse a permis de définir les conditions de la hauteur relative minimale du seuil. Il apparaît que celle-ci peut être évaluée par l'un des trois paramètres  $y_2$ ,  $q$  ou  $y_1$ . Tenant compte de la vitesse d'approche de l'écoulement, le développement théorique définit de manière explicite les relations fonctionnelles  $s/D = f(q, y_2)$  et  $s/h_1 = \tau(q, Y)$  pour les deux types de seuils considérés. Ces relations montrent que la hauteur du seuil à paroi épaisse est nettement inférieure au seuil à paroi mince. L'étude a proposé une relation explicite de la hauteur relative du seuil à paroi épaisse même dans le canal rectangulaire, et remplace l'équation implicite de *Forster* et *Skrinde* (1950). Enfin, les essais ont permis de montrer l'influence du débit relatif  $q$  sur la longueur relative  $L_j/h_2$  du ressaut. Celle-ci décroît avec l'augmentation de  $q$ .

#### Notations

$A$	( $m^2$ )	Aire de section
$D$	( $m$ )	Diamètre
$F_1$	(-)	Nombre de Froude incident
$g$	( $ms^{-2}$ )	Accélération de la pesanteur
$h_1$	( $m$ )	Profondeur de l'écoulement incident
$h_2$	( $m$ )	Profondeur finale du ressaut
$L_j$	( $m$ )	Longueur du ressaut
$Q$	( $m^3s^{-1}$ )	Débit
$q$	(-)	Débit relatif $q = Q/\sqrt{gD^5}$
$s$	( $m$ )	Hauteur de seuil
$s_e$	( $m$ )	Hauteur du seuil à paroi épaisse
$s_m$	( $m$ )	Hauteur du seuil à paroi mince
$S$	(-)	Hauteur relative de seuil $S = s/h_1$
$V_1$	( $ms^{-1}$ )	Vitesse moyenne de l'écoulement incident
$V_2$	( $ms^{-1}$ )	Vitesse moyenne à l'aval du ressaut
$y_1$	(-)	Hauteur relative de l'écoulement incident $y_1 = h_1/D$
$y_2$	(-)	Hauteur relative du ressaut $y_2 = h_2/D$
$Y$	(-)	Rapport des hauteurs conjuguées du ressaut $Y = y_2/y_1 = h_2/h_1$

#### Références

- DOERINGSFELD, H.A., BARKER, C.L. (1941): Pressure-momentum theory applied to the broad-crested weir, *Trans., ASCE*, 106, 934-946.
- FORSTER, J.W., SKRINDE, R.A. (1950): Control of the hydraulic jump by sills, *Trans., ASCE*, 115, 973-987.
- HAGER, W.H. (1987): Der Abfluss im U-profil. *Korrespondenz Abwasser*, 34, 468-482.
- HAGER, W.H. (1989): Hydraulic jump in U-shaped channel, *Journal of Hydraulic Engineering*, 115, 667-675.
- RAJARATNAM, N. (1967): Hydraulics jumps, *Advances in Hydroscience*, V.T. Chow, ed., 4, 198-280, Academic Press, New York, N.Y.

#### Annexe

Tableau 1. Mesures expérimentales

Série 1: $h_1 = 1 \text{ cm}$					
N°	$Q$ (l/s)	$h_2$ (cm)	Seuil épais $s_e$ (cm)	Seuil mince $s_m$ (cm)	$L_j$ (cm)
01	3,00	12,50	9,45	10,00	235
02	3,20	13,50	9,65	10,50	245
03	3,35	13,80	10,30	11,00	250
04	3,65	14,80	11,25	12,00	270
05	4,00	16,40	12,25	12,50	275
Série 2: $h_1 = 1,60 \text{ cm}$					
N°	$Q$ (l/s)	$h_2$ (cm)	Seuil épais $s_e$ (cm)	Seuil mince $s_m$ (cm)	$L_j$ (cm)
01	4,85	14,20	9,20	11,00	200
02	6,00	17,00	11,40	13,00	230
03	6,80	19,00	13,00	14,50	235
04	7,80	21,50	15,00	17,00	275
05	8,35	23,00	16,00	18,00	280
Série 3: $h_1 = 2 \text{ cm}$					
N°	$Q$ (l/s)	$h_2$ (cm)	Seuil épais $s_e$ (cm)	Seuil mince $s_m$ (cm)	$L_j$ (cm)
01	5,20	12,50	9,45	10,00	195
02	6,00	13,50	9,65	10,50	200
03	7,10	13,80	10,30	11,00	210
04	8,00	14,80	11,25	12,00	220
05	9,15	16,40	12,25	12,50	225
06	10,00	23,40	15,50	17,50	245
07	11,80	27,30	18,50	21,00	260
Série 4: $h_1 = 2,30 \text{ cm}$					
N°	$Q$ (l/s)	$h_2$ (cm)	Seuil épais $s_e$ (cm)	Seuil mince $s_m$ (cm)	$L_j$ (cm)
01	6,90	15,20	9,00	11,00	190
02	7,75	16,80	10,00	12,00	195
03	8,40	18,10	11,00	13,00	205
04	9,80	20,80	13,00	15,00	210
05	11,20	23,50	14,50	17,50	225
06	12,45	26,00	16,50	20,00	250
07	14,20	29,20	19,00	22,00	270
08	16,00	32,80	21,50	25,00	275
09	16,70	34,30	22,50	26,00	290

Tableau 1 (suite). Mesures expérimentales

Série 5 : $h_1 = 3,35 \text{ cm}$					
N°	$Q \text{ (l/s)}$	$h_2 \text{ (cm)}$	Seuil épais $s_e \text{ (cm)}$	Seuil mince $s_m \text{ (cm)}$	$L_j \text{ (cm)}$
01	7,55	13,00	6,00	8,50	145
02	8,45	14,20	7,00	9,00	150
03	10,75	17,70	9,00	12,00	170
04	11,40	18,60	9,70	13,00	175
05	12,80	20,60	11,00	14,50	210
06	14,95	23,80	13,00	17,00	215
07	16,95	26,80	15,00	20,00	220
08	17,50	27,50	15,50	19,00	230
09	20,30	31,50	18,50	21,00	245
10	22,40	34,60	20,50	25,00	250
11	24,45	37,50	22,80	27,00	250

Série 6 : $h_1 = 5 \text{ cm}$					
N°	$Q \text{ (l/s)}$	$h_2 \text{ (cm)}$	Seuil épais $s_e \text{ (cm)}$	Seuil mince $s_m \text{ (cm)}$	$L_j \text{ (cm)}$
01	12,35	15,60	6,00	10,00	135
02	14,00	17,30	7,00	11,00	145
03	16,80	20,20	8,70	12,00	150
04	18,40	22,00	9,80	14,50	165
05	20,80	24,70	11,50	16,00	190
06	23,70	27,80	13,50	18,00	205
07	27,30	31,80	15,50	21,00	210
Série 7 : $h_1 = 6 \text{ cm}$					
N°	$Q \text{ (l/s)}$	$h_2 \text{ (cm)}$	Seuil épais $s_e \text{ (cm)}$	Seuil mince $s_m \text{ (cm)}$	$L_j \text{ (cm)}$
01	17,40	18,80	6,70	11,00	145
02	21,40	22,50	8,70	13,00	160
03	22,75	23,70	9,50	14,50	170
04	25,45	26,20	11,00	16,00	175
05	29,65	30,10	13,00	18,00	190