



Université Mohamed Khider de Biskra  
Faculté des Sciences et de la Technologie  
Département de génie électrique

# MÉMOIRE DE MASTER

Sciences et Technologies  
Electrotechnique  
Commande Electrique

Réf. : .....

---

Présenté et soutenu par :  
**Achour Kamel      Zebdi Hatem**

Le : .....

## **Modélisation des Phénomènes Electromagnétiques d'une Pompe(MHD) à conduction par la méthode des éléments finis**

---

### **Jury :**

M.	Mimoune Sourì Mohamed	Pr	UMK Biskra	Président
M.	BENALIA Khaled	MCB	UMK Biskra	Rapporteur
M.	Amrani Ishaq	MCB	UMK Biskra	Examineur

Année universitaire : 2021-2022



Université Mohamed Khider de Biskra  
Faculté des Sciences et de la Technologie  
Département de génie électrique

# MÉMOIRE DE MASTER

Sciences et Technologies  
Electrotechnique  
Commande Electrique

Réf. : .....

---

## **Modélisation des Phénomènes Electromagnétiques d'une Pompe(MHD) à conduction par la méthode des éléments finis**

Le : .....

**Présenté par l'encadreur : Ben Alia Khaled**

**Avis favorable de**

**Signature Avis favorable du Président du Jury**

**Cachet et signature**



**تصريح شرفي**  
**خاص بالالتزام بقواعد النزاهة العلمية لانجاز بحث**  
(ملحق القرارالقرار 1082 المؤرخ في 27 ديسمبر 2020)

أنا الممضي أدناه، : .....

الصفة: طالب

الحامل لبطاقة التعريف الوطنية رقم: ..... الصادرة بتاريخ: .....

المسجل بكلية: ..... قسم: .....

والمكلف بإنجاز: مذكرة ماستر

تحت عنوان: .....

.....

أصرح بشرفي أنني ألتزم بمراعاة المعايير العلمية والمنهجية ومعايير الأخلاقيات المهنية والنزاهة الأكاديمية المطلوبة في انجاز البحث وفق ما ينصه القرار رقم 1082 المؤرخ في 27 ديسمبر 2020 المحدد للقواعد المتعلقة بالوقاية من السرقة العلمية ومكافحتها.

التاريخ: .....

إمضاء المعني بالأمر

# Remerciements

## ***Remerciements***

*Nous tenons à exprimer nos vifs remerciements et reconnaissances à monsieur **Ben Alia Khaled** qui a dirigé notre travail en nous accordant toute sa confiance. Nous avons la chance d'avoir été encadré par une personne toujours disponible, qui nous a fait partager sa curiosité et sa rigueur scientifique*

*Nous avons bénéficié de son soutien même dans les moments difficiles. Pour tout cela, Nous tenons à lui exprimer notre sincère reconnaissance. Nous remercions vivement, qui nous a fait l'honneur de présider le jury monsieur **MIMOUNE Sourî Mohamed**.*

*Nos remerciements vont aussi à monsieur **OMRANI Ishak**, jury examinateur qui nous a fait l'honneur de participer au jury de notre mémoire.*

*En fin, nos remerciements vont spécialement à tous les membres de nos familles pour leurs patiences et encouragements.*

**Dédicace**

## ***Dédicace***

*L'individu a toujours dû lutter pour ne pas être submergé par la tribu. Si vous essayez, vous serez souvent seul, et parfois vous aurez peur. Mais aucun prix à payer n'est trop élevé pour avoir le privilège de se posséder.*

*Friedrich Nietzsche*

*Après cinq ans d'étude, je dédie ce travail à moi même.*

***Kamel***

## ***Dédicace***

*Je dédie ce travail à mes parents, pour leurs encouragements et soutien, et tout l'aide qu'ils m'ont apportée durant mes années d'études.*

*Que Dieu leur apporte le bonheur Et à tous ceux qui ont participé de près ou de loin afin d'arriver à finaliser ce mémoire.*

***Hatem***



# **Sommaire**

## *Sommaire*

Remerciements	i
Dédicace	ii
Sommaire	iv
Liste des symboles et des abréviations	v
Listes des figures	vii
Liste des tableaux	ix
Résumé	x
Introduction générale	01
<b>Chapitre un: Généralité sur les pompes magnétohydrodynamique MHD</b>	
I.1 Introduction	03
I.2 Principe physique	03
I.3 Pompe MHD à conduction	04
I.4 Classification de la MHD à conduction	06
I.4.1 Pompes MHD à conduction à courant continu	06
I.4.2 Pompes MHD à conduction à courant alternatif	08
I.5 Pompes MHD à induction	09
I.5.1 Principe physique	09
I.6 Applications des magnétohydrodynamiques	10
I.6.1 Génération d'électricité	10
I.6.2 Propulseurs MHD	12
I.6.3 Générateurs à conduction	13
I.6.4 Générateurs à induction	13
I.7 Conclusion	14
<b>Chapitre deux: Modélisation des phénomènes électromagnétique d'une pompe MHD à conduction</b>	
II.1 Introduction	15
II.2 Phénomènes électromagnétiques	15
II.3 Equations de MAXWELL	15
II.4 Conditions aux limites et conditions d'interface	17
II.4.1 Conditions aux limites	17
II.4.2 Conditions d'interfaces	17
II.5 Formulation du problème électromagnétique	17

II.5.1	Modèle Magnétodynamique	18
II.6	Méthodes numériques	20
II.6.1	Méthodes des différences finies	20
II.6.2	Méthodes des éléments finis	20
II.6.3	Méthodes des volumes finis	21
II.7	Formulation en 2D	22
II.8	Mise en œuvre de la méthode des éléments finis	23
II.9	La force magnétique	26
II.10	Conclusion	27

### **Chapitre Trois: Résultats de simulation d'une MHD à conduction**

III.1	Introduction	28
III.2	Description de la pompe MHD à conduction utilisée	28
III.3	Résultats de simulations	30
III.3.1	Représentation du potentiel magnétique	30
III.3.2	Représentation de l'induction magnétique	31
III.3.3	Représentation de la force magnétique	32
III.3.4	L'influence De La Longueur De L'électrodes Sur la force	33
III.3.5	L'influence De la hauteur De L'électrodes Sur la force	35
III.3.6	L'influence De La position De L'électrodes Sur la force	37
III.3.7	L'influence De La Valeur De Courant D'électrode	38
III.4	Conclusion	39
	Conclusion générale	40
	Références bibliographiques	41

# **Nomenclature**

## Liste des symboles et des abbreviations

### A. Symbole

Symbole	Unité	Description
$\vec{A}$	[Tm]	Potentiel vecteur magnétique
$\vec{B}$	[T]	Induction magnétique
$\vec{U}$	[V/m]	Potentiel scalaire
$\vec{E}$	[V/m]	Champ électrique
$\vec{J}$	[A/m <sup>2</sup> ]	Densité de courant total
$\vec{J}_{ex}$	[A/m <sup>2</sup> ]	Densité de courant d'excitation
$\vec{J}_a$	[A/m <sup>2</sup> ]	Densité de courant injecté par l'électrode
$\vec{J}_{in}$	[A/m <sup>2</sup> ]	Densité de courant induit
$\vec{V}$	[m/s]	Vitesse d'écoulement du fluide
$\vec{D}$	[C/m]	L'induction électrique
$\rho$	[C/m <sup>3</sup> ]	Densité volumique de la charge électrique
$\mu$	[H/m]	Perméabilité magnétique
$\mu_0$	[H/m]	Perméabilité du vide, $4\pi \cdot 10^{-7}$
$\mu_r$	-	Perméabilité relative
$\sigma$	[S/m]	Conductivité électrique
$\varepsilon$	[F/m]	Permittivité électrique
$F_L$	[N/m <sup>3</sup> ]	Force de Laplace

## **B. abréviations**

Symbole	Definition
MHD	Magnétohydrodynamique
MDF	Méthodes des différences finies
MEF	Méthode des éléments finis
MIF	Méthode des intégrales de frontières
MVF	Méthode des volumes finis
MCC	Moteur à Courant Continu
AC	Courant alternatif
DC	Courant continu
2D	Bidimensionnel

# Liste des figures

## Liste des figures

<b>Figure</b>	<b>Page</b>
<b>Figure I.1 :</b> Principe de fonctionnement d'une pompe MHD [2]	3
<b>Figure I.2 :</b> Shéma d'une machine MHD à conduction [10].	4
<b>Figure I.3:</b> Pompe MHD à conduction à courant continu [14]	6
<b>Figure I.4:</b> Schéma d'une machine MHD à conduction à courant alternatif.[2][3]	9
<b>Figure I.5:</b> Lignes de courant dans une pompe MHD à induction [3]	9
<b>Figure I.6 :</b> Générateur MHD à gaz ionisé.	10
<b>Figure I.7 :</b> Shéma d'une tuyère MHD	11
<b>Figure I.8 :</b> Le yamato 1 dans la baie de KÖBE	12
<b>Figure I.9 :</b> Générateur MHD à Conduction (tuyère linéaire) [12] .	13
<b>Figure I.10:</b> Générateurs à induction.	14
<b>Figure II.1:</b> Maillage de différence finie pour deux variables indépendantes x et t.	20
<b>Figure II.2 :</b> (a) La région d'étude; (b) La discrétisation par éléments finis	21
<b>Figure II.4.a :</b> Fonction de base linéaire en 1D	25
<b>Figure II.5 :</b> (a) Maillage d'éléments finis utilisant des éléments triangulaires.	26
<b>Figure II.6:</b> Force de lorentz	27
<b>Figure III.1 :</b> Schéma d'une machine MHD à conduction [10].	28
<b>Figure III.2:</b> Schéma de la géométrie de la pompe MHD.	29
<b>Figure III.3 :</b> Maillage de la géométrie de la pompe MHD.	30



<b>Figure III.4 :</b> Potentiel magnétique dans la pompe MHD.	30
<b>Figure III.5 :</b> Potentiel magnétique dans la pompe MHD.	31
<b>Figure III.6.a :</b> Induction $B_x$	31
<b>Figure III.7 :</b> L'induction magnétique	32
<b>Figure III.8.a :</b> La force magnétique $F_x$ suivant l'axe x.	32
<b>Figure III.9 :</b> La force magnétique au milieu du canal	33
<b>Figure III.10 :</b> Geometrie de MHD avec une variation de longueur	33
<b>Figure III.11 :</b> Variation spatiale de la densité volumique de la force en fonction de longueur d'électrode	34
<b>Figure III.12 :</b> La force longitudinale $F_x$ et la force perpendiculaire $F_y$ au canal en fonction de longueur d'électrode.	35
<b>Figure III.13 :</b> La force longitudinale $F_x$ et $F_y$ en fonction de longueur d'électrode.	35
<b>Figure III.14 :</b> Variation spatiale de la densité volumique de la force en fonction de la hauteur d'électrode	36
<b>Figure III.15 :</b> Geometrie de MHD avec un décalage d'électrode	37
<b>Figure III.16 :</b> La force longitudinale $F_x$ et la force perpendiculaire $F_y$ au canal en fonction de position de l'électrode	37
<b>Figure III.17.a :</b> Les vecteurs de la force pour un décalage de 40mm	38
<b>Figure III.18 :</b> La force en fonction de la densité de courant	38

## Liste des tableaux

<i>Tableau I.1 : Les fluides les plus utilisés [5]</i>	5
<i>Tableau I.2 : Les fluides les plus utilisés [5]</i>	7
<i>Tableau III.1 : Les grandeurs physique de la machine</i>	29

## Résumé :

Nous avons présenté dans ce travail une modélisation des phénomènes électromagnétique dans une pompe magnétohydrodynamique à conduction. La méthode des éléments finis a été adoptée comme méthode de résolution des équations aux dérivées partielles caractéristiques aux phénomènes physiques traités, sous l'environnement MATLAB.

Les résultats obtenus ont montré que la force magnétique appliquée au fluide est liée à plusieurs grandeurs physiques et géométriques, notamment : positionnement de l'électrode, l'intensité du courant.

**Mots clés :** machine magnétohydrodynamique MHD, force magnétique, les éléments finis.

## ملخص :

لقد قدمنا في هذا العمل نمذجة للظواهر الكهرومغناطيسية في مضخة توصيل مغناطيسي هيدروديناميكي. تم اعتماد طريقة العناصر المحدودة كطريقة لحل المعادلات التفاضلية الجزئية المميزة للظواهر الفيزيائية المعالجة ، في بيئة MATLAB.

أظهرت النتائج المتحصل عليها أن القوة المغناطيسية المطبقة على المائع مرتبطة بكميات فيزيائية وهندسية عديدة، على وجه الخصوص: موضع القطب، شدة التيار.

**الكلمات المفتاحية:** آلة مغناطيسية هيدروديناميكية MHD ، قوة مغناطيسية ، عناصر محدودة.

## Abstract:

We presented in this work a modelling of the electromagnetic phenomena in a magnetohydrodynamic conduction pump. The finite element method has been adopted as a method for solving the partial differential equations characteristic of the physical phenomena treated, under the MATLAB environment.

The results obtained showed that the magnetic force applied to the fluid is linked to several physical and geometric quantities, in particular: positioning of the electrode, the intensity of the current.

**Keywords:** MHD magnetohydrodynamic machine, magnetic force, finite elements.

# **Introduction générale**

### **Introduction générale**

Pendant longtemps, les machines électriques tournantes, telles que celles de convoyage ou de pompage des métaux liquides, ont occupé une grande place dans l'industrie. Cependant, les chercheurs se tournent maintenant vers de nouvelles technologies, telles que la magnétohydrodynamique, pour répondre à des besoins similaires [1].

La magnétohydrodynamique (MHD) est un carrefour de deux sciences : la mécanique des fluides et l'électromagnétisme [Mansour TAWK]. C'est un domaine de la physique concerné par l'interaction des champs magnétiques et électriques avec un flux de fluide électriquement conducteur (qui peut être un liquide, un gaz ionisé ou un plasma). Ses origines remontent au XIXe siècle, lorsque Faraday publie ses règles d'induction magnétique (1831). Ils démontrent qu'un écoulement soumis à un champ magnétique à une force électromotrice induite. Cette force est susceptible de produire des courants qui interagissent avec le champ magnétique, entraînant des forces de Laplace. [2]

L'énergie mécanique du mouvement d'un fluide conducteur est convertie en énergie électrique par le convertisseur MHD. Cette technique permet la conversion directe du mouvement des fluides en électricité sans l'utilisation de turbines, comme c'est le cas avec les centrales électriques traditionnelles. Cela peut également être fait dans le sens opposé, c'est-à-dire que l'énergie électrique peut être utilisée pour déplacer un fluide conducteur. En conséquence, des pompes magnétohydrodynamiques sont créées. [4].

La magnétohydrodynamique à un large éventail d'applications dans une variété d'industries, y compris la métallurgie, le transport et le pompage de métaux liquides en fusion par des pompes électromagnétiques. Des vannes électromagnétiques et des débitmètres sont également disponibles. [3],[5]. Ces pompes sont utilisées pour pomper des métaux liquides à haute température comme le zinc et l'aluminium depuis les années 1970. Ils sont aujourd'hui utilisés dans des secteurs variés, dont la médecine et la microélectronique (électrolytes, plasmas) (Baker et Tessier 1987) [4], [2].

Les dispositifs électromécaniques sont souvent dimensionnés à l'aide d'équations analytiques traditionnelles et d'hypothèses simplificatrices. Les retours d'expérience sur les différents dispositifs créés ont permis d'améliorer ces équations au fil du temps.

Depuis quelques années, les recherches dans le domaine de conception des dispositifs électromagnétiques s'orientent vers l'optimisation par le biais de différentes approches. Ces dernières sont plus ou moins contraignantes et précises.

## **Introduction générale**

---

L'objectif de ce travail est une étude électromagnétique pour calculer la force de Laplace dans une pompe MHD à conduction par la méthode des éléments finis, la simulation de la pompe de notre étude sera réalisée au moyen du logiciel professionnel Matlab (pdetool).

Le travail exposé dans ce mémoire s'articule autour de trois principaux chapitres:

\*Dans le premier chapitre, nous nous intéressons à la présentation des convertisseurs MHD, et plus particulièrement, les convertisseurs MHD à conduction et leurs principales applications;

\*Le deuxième chapitre est consacré à la formulation mathématique des phénomènes Magneto hydrodynamique thermique.

\*Le troisième chapitre est consacré à la présentation des résultats de simulation électromagnétique par la méthode des éléments finis sous logiciel Matlab.

# *Chapitre I*

*Généralités sur les pompes*

*Magnétohydrodynamiques MHD*

## I.1 Introduction

La magnétohydrodynamique (MHD) est une branche de la physique qui traite de l'interaction d'un champ magnétique avec un fluide électriquement conducteur. Le concept de conversion MHD remonte à FARADAY, qui a recueilli un faible courant électrique induit en plaçant des électrodes dans une rivière d'eau correctement orientées par rapport au champ magnétique terrestre [3].

MHD a élargi son domaine à la métallurgie et à d'autres équipements industriels (pompes électromagnétiques, propulsion). Les pompes MHD ont l'avantage de n'avoir aucune pièce mobile et aucun contact avec le fluide, car ce dernier est simplement relié via un champ magnétique [6],[7].

Dans ce premier chapitre nous présenterons un bref rappel sur les pompes magnétohydrodynamiques MHD.

## I.2 Principe physique

Le principe général de fonctionnement des pompes électromagnétiques réside dans l'application d'une induction magnétique  $\vec{B}$  non colinéaire à un courant  $\vec{I}$  traversant le fluide. Ceci donne naissance à une force de Laplace  $\vec{F}_L$  qui entraîne la circulation du fluide conducteur dans le canal. La figure (I.1) présente le schéma classique et simplifié du principe de fonctionnement d'une pompe magnétohydrodynamique [2].

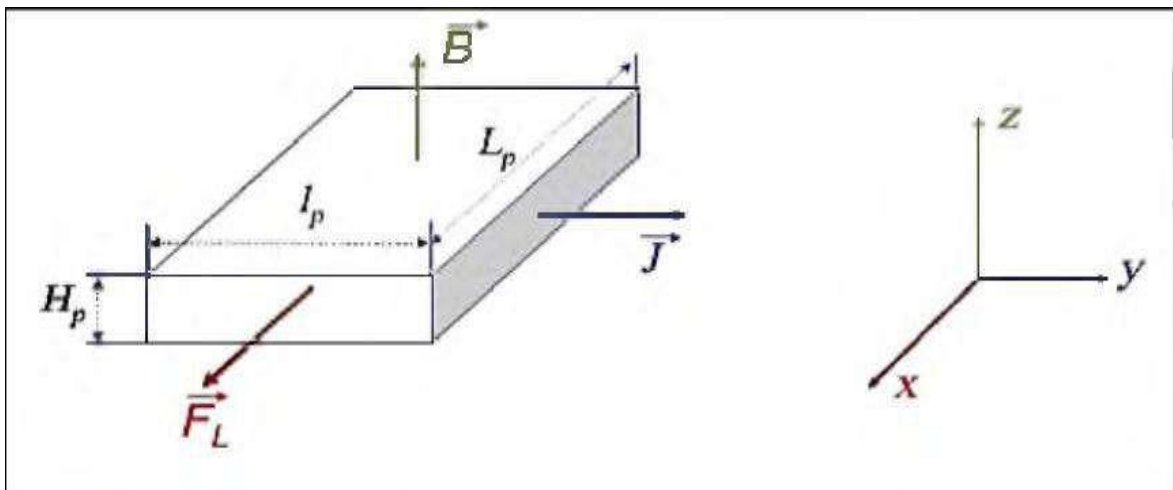


Figure I.1: Principe de fonctionnement d'une pompe MHD [2]

La nature du courant qui les fournit (continu ou alternatif), la façon dont le champ magnétique continu ou alternatif est créé (aimant ou électro-aimant), et la façon dont le courant est fourni peuvent varier (induction ou conduction) [4].



Les pompes à conduction et les pompes à induction sont les deux principaux types de pompes électromagnétiques utilisées aujourd'hui [8],

Lorsque le courant est amené dans le canal de pompage par des électrodes, on parle de pompes à conduction. Le courant est induit à l'intérieur du canal de pompage par la présence d'un champ magnétique glissant dans le cas des pompes à induction [5].

### I.3 Pompe MHD à conduction

Le courant électrique est fourni par une source externe via des électrodes, et le champ magnétique est imposé via un circuit magnétique dans ce genre de pompe. Le manque d'adhérence du métal liquide aux parois, qui augmente les pertes, est une restriction critique [10].

Les pompes magnétohydrodynamiques à conduction sont constituées d'un canal dans lequel s'écoule un fluide électriquement conducteur à la vitesse  $V$ . La figure (I.2) représente le schéma d'une telle pompe. L'interaction entre l'induction magnétique  $\vec{B}$  suivant l'axe  $y$  et le courant  $I$  injecté par les électrodes suivant l'axe  $z$  donne naissance à une force de Laplace  $\vec{F}_L$  suivant l'axe  $x$ .

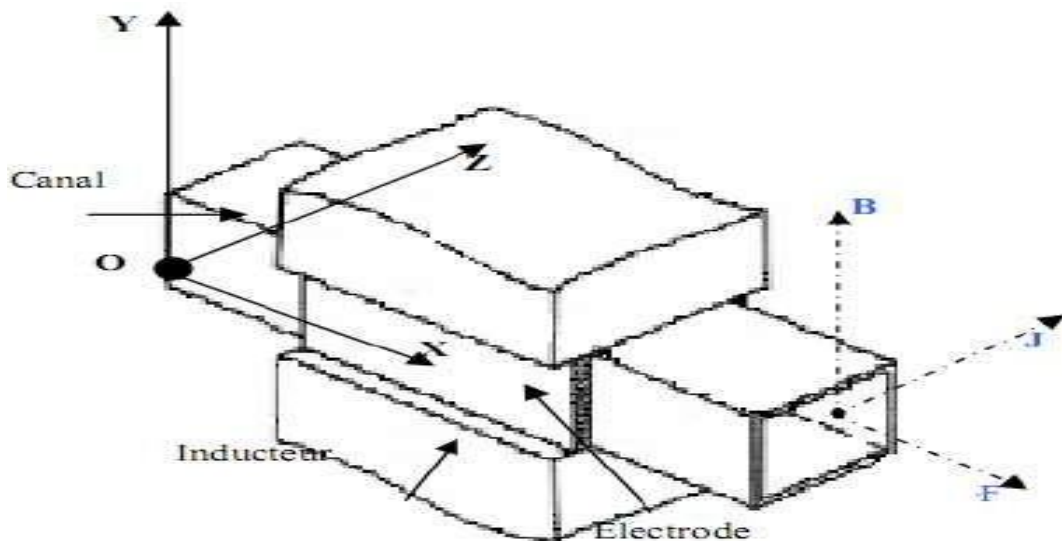


Figure I.2: Schéma d'une machine MHD à conduction [10]

Les différentes parties qui constituent la pompe magnétohydrodynamique à conduction sont :

- ✚ **le circuit magnétique**: il est destiné à créer et canaliser les lignes de champ magnétique dans le canal [11].

Pour qu'un circuit magnétique soit de bonne qualité il doit :

- ↳ Avoir une faible réluctance magnétique afin de réduire les pertes et de minimiser les fuites.
- ↳ Etre constitué de matériaux possédant de bonnes qualités magnétiques à savoir:
  - ❖ Une bonne perméabilité ;
  - ❖ Un cycle d'hystérésis étroit ;
  - ❖ Une bonne résistivité.

Ces caractéristiques permettent de limiter les pertes dues à l'hystérésis et aux courants de Foucault, tous deux dus à l'induction magnétique [2],[9]

✚ **Canal** : dans lequel s'écoule un fluide électriquement conducteur a la vitesse  $V$

✚ **Fluide conducteur**: c'est un métal liquide de très bonne conductivité électrique

Parmi les fluides les plus utilisés dans ces pompes on trouve [3] :

Elément	Conductivité électrique $\sigma$ [S/m]
Le mercure	$1.66 * 10^6$
Mélange de sodium et potassium (NaK (22 %Na,78%K))	$2.7 * 10^6$
Eau mer	4 à10
Gallium	$3.3 * 10^6$

*Tableau I.1 : Les fluides les plus utilisés [5]*

✚ **L'électrode** : Une électrode est un composant d'un circuit électrique qui entre en contact avec un milieu conducteur non métallique et contribue souvent au résultat recherché, comme l'électrode en contact avec le fluide conducteur dans notre cas [8].

L'alimentation électrique généralement avec un fort courant et une basse tension.

Il existe deux grandes familles de pompes à conduction :

- ❖ les pompes à conduction à courant continu (MHD DC).
- ❖ les pompes à conduction à courant alternatif (MHD AC).

La différence entre ces deux types de pompes se situe au niveau de l'alimentation du bobinage qui peut être soit en courant continu soit en courant alternatif [12].

## I.4 Classification de la MHD à conduction

### I.4.1 Pompes MHD à conduction à courant continu

Le modèle le plus simple est la pompe magnétohydrodynamique à conduction en courant continu (MHD DC). Il y a des courants constants dans le canal et dans l'enroulement de champ. Un aimant permanent peut également être utilisé pour créer un champ magnétique [3],[4].

Une barre de fer peut être utilisée pour fermer le circuit magnétique et empêcher les fuites magnétiques vers l'extérieur, ce qui entraîne une induction élevée [13].

La figure (I.3) représente le schéma d'une pompe (MHD DC) avec un canal rectangulaire et dont l'induction magnétique est créée par des aimants [2].

Nous noterons  $H_p$  la Hauteur du canal,  $L_p$  sa Longueur et  $l_p$  sa largeur (espace comprise entre les deux électrodes).

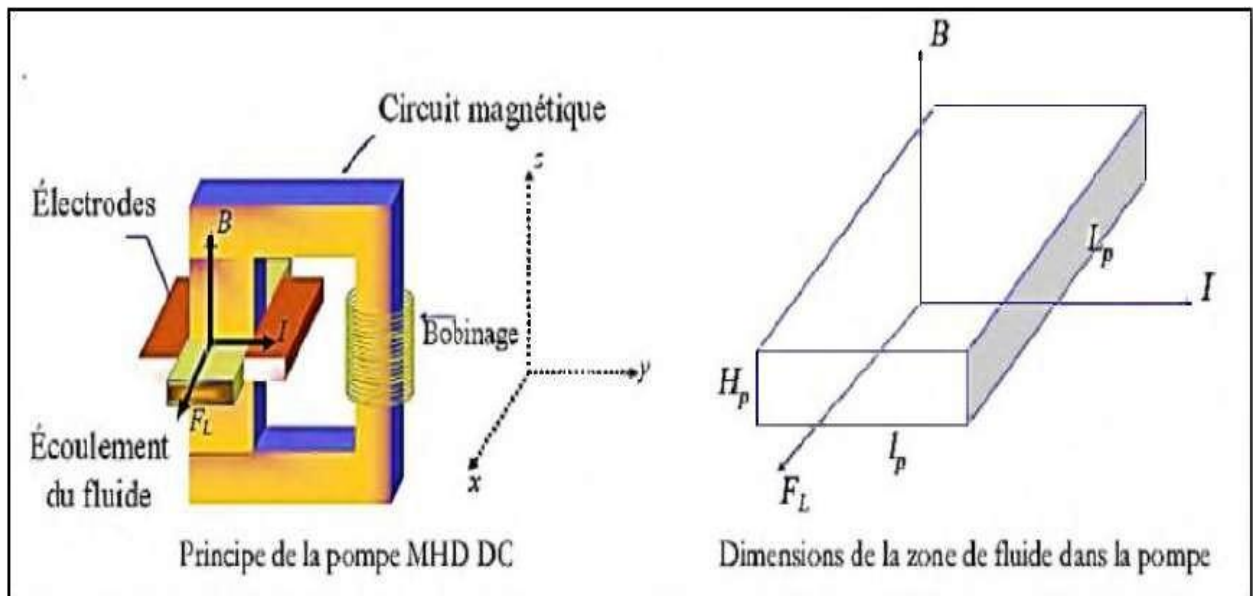


Figure I.3: Pompe MHD à conduction à courant continu [14]

Les pompes (MHD DC) présentent un certain nombre d'avantages, notamment une conception simple et un faible coût de fabrication par rapport aux autres types de pompes MHD [11].

En raison du frottement avec le fluide, les électrodes peuvent s'éroder et les pertes ohmiques peuvent produire un échauffement. Il peut également y avoir une résistance de contact non négligeable entre le fluide et les électrodes. Il en résulte une augmentation des pertes de chaleur. De nombreuses pompes MHD à conduction DC ont été fabriquées dans le

passé avec différents types de fluides conducteurs (plasmas, électrolytes, sels fondus et métaux liquides) [13],[3].

Dans ce type des pompes, le courant électrique est fourni par une source extérieure [5].

↳ L'analogie entre un moteur a courant continu et une pompe MHD a courant continu peut se résumer comme suit.

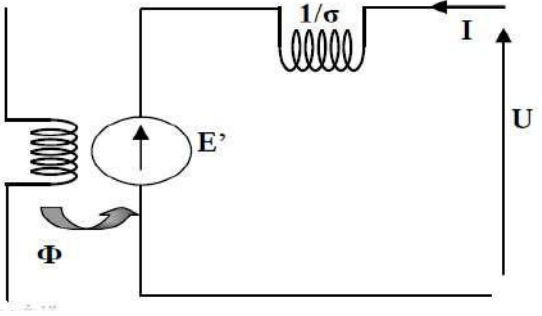
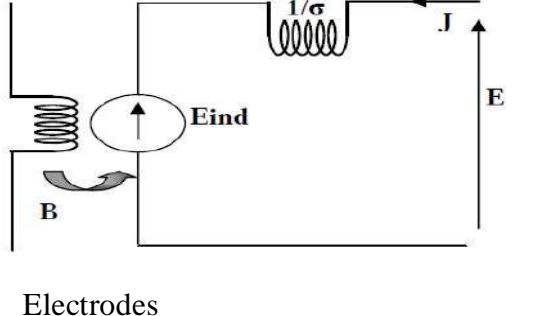
Moteur à Courant Continu	Pompe à Courant Continu
<p style="text-align: center;"><b>Schéma</b></p> 	<p style="text-align: center;"><b>Schéma</b></p> 
<b>Loi d'Ohm</b>	
$U = E' + RI$	$E = E_{ind} + 1/\sigma J$
<b>F.C.E.M</b>	
$E' = k' \omega \Phi$	$E_{ind} = \vec{V} \vec{B}$
<b>Puissance</b>	
$P = E' I$	$P = E_{ind} \vec{J} v_0$
<b>Couple mécanique : <math>C_m = k' I \Phi</math></b>	<b>Force MHD : <math>F^t = \vec{J} B v_0</math></b>
<b>Couple résistant : <math>C_r = a \omega^2</math></b>	<b>Force résistante : <math>F_t = k_t V^2</math></b>

Tableau I.2: Comparaison entre un MCC et une pompe MHD à conduction [5]

Avec:

U: la tension aux bornes de l'induit [V]

E': Fore électromotrice d'inducteur [V]

R : la résistance électrique (Ohm)

I: le courant l'induit (A)

K' : la constante de couple

$\omega$  : est vitesse de rotation [rd/s]

P : la puissance électrique [w]

C<sub>m</sub>: couple mécanique

C<sub>r</sub>: couple résistant

$\Phi$ : flux magnétique

E<sub>ind</sub> : Champ électrique induit [V/m]

$\sigma$  : Conductivité électrique [S/m]

$\vec{j}$ : Densité de courant total [A/m<sup>2</sup>]

$\vec{V}$  : Vitesse d'écoulement du fluide

$\vec{B}$  : Vecteur induction magnétique [T]

#### **I.4.2 Pompes MHD à conduction à courant alternatif**

Les courants dans le fluide et le bobinage sont sinusoïdaux dans les pompes magnétohydrodynamiques à courant alternatif (MHD AC). De ce fait, le courant I traversant le canal de pompage peut être fourni en sortie d'un transformateur, et le champ magnétique par un d'électro-aimant figure (I.4) [11].

Parce que l'obtention d'alimentations en courant continu à fort courant et basse tension avec un bon rendement est assez difficile, l'utilisation d'un transformateur permet une alimentation relativement simple des électrodes [15],[3]. Par contre, pour des courants élevés un refroidissement des transformateurs est nécessaire [7]. La fréquence du champ magnétique et le courant dans le fluide doivent être identiques [9]. La force de pompage est maximale lorsque le champ magnétique et le courant sont en phase, c'est pourquoi le courant I et l'induction magnétique  $\vec{B}$  ont la même alimentation.

La circulation des fluides est toujours basée sur la force de Laplace, où le courant et le champ magnétique varient dans le temps [11].

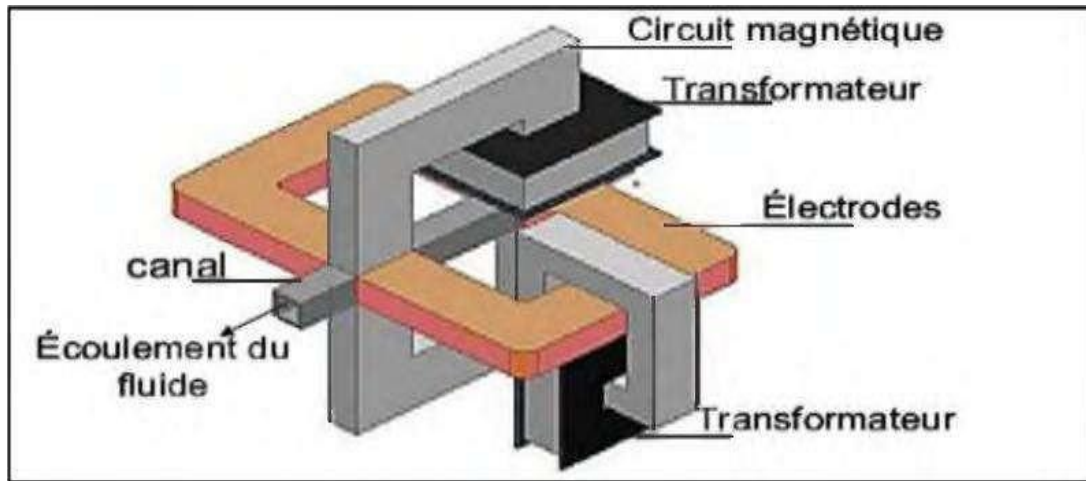


Figure I.4: Schéma d'une machine MHD à conduction à courant alternatif.[2]

## I.5 Pompes MHD à induction

### I.5.1 Principe physique

Le principe général d'une pompe à induction consiste à créer un champ magnétique glissant avec des enroulements polyphasés (en général triphasés). Ce dernier induit des courants dans le fluide conducteur qui créent à leur tour une force de Laplace tendant à le mettre en mouvement. Ce fonctionnement est très proche de celui de la machine asynchrone ; cependant, dans ce cas le champ créé est glissant, et l'induit est constitué par le fluide conducteur. La figure (I.5) montre les courants induits dans les pompes à induction.

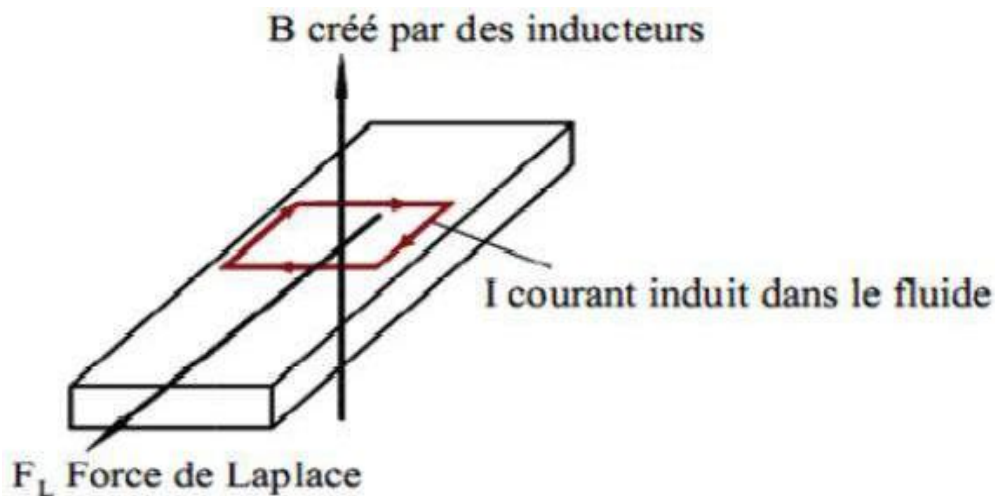


Figure I.5: Lignes de courant dans une pompe MHD à induction [3]

Les différentes parties d'une pompe à induction sont :

- ✚ **l'inducteur** : il est constitué d'un circuit magnétique créant un champ glissant à un bobinage polyphasé.
- ✚ **l'induit** : il est constitué par le fluide conducteur.
- ✚ **l'entrefer** [2]

Les pompes à induction sont disponibles dans une variété de formes et de tailles. Les pompes plates et annulaires sont les plus couramment utilisées dans l'industrie. La géométrie de ces deux types de pompes est ce qui les distingue [9].

## I.6 Applications des magnétohydrodynamiques

Le principe de la MHD trouve un large secteur d'applications en commençant par les propulseurs des véhicules marins, le freinage électromagnétique, le refroidissement des réacteurs atomiques et jusqu'au domaine des pompes liées aux applications médicales.

Ce même principe peut être exploité dans le cas des fluides gazeux ionisés, (figure (I.6)), Les gaz dégagés par les moteurs à réaction peuvent être exploités pour augmenter la force de propulsion de ces derniers et ainsi améliorer leur rendement [16]. La MHD offre potentiel d'applications industrielles et de recherches considérables.

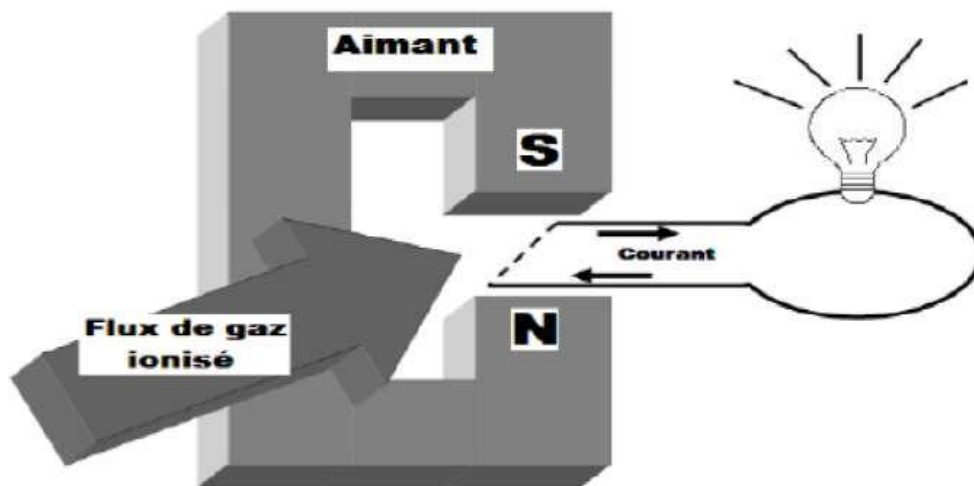


Figure I.6 : Générateur MHD à gaz ionisé.[3]

### I.6.1 Génération d'électricité

Le générateur MHD est un convertisseur d'énergie basé sur le principe de l'interaction entre un fluide électriquement conducteur et un champ magnétique. Les interactions de ce genre ont été étudiées par Faraday au début du XIX<sup>ème</sup> siècle.

Faraday a tenté d'utiliser le champ magnétique terrestre pour déterminer le débit moyen de l'eau dans la Tamise dans sa première étude sur l'induction électromagnétique dans les fluides. Cependant, ce n'est qu'au début des années 1960 que le concept d'un mécanisme de conversion d'énergie magnétohydrodynamique a gagné du terrain. Un convertisseur MHD est un appareil capable de convertir directement l'énergie thermique en électricité. [17] [19] En d'autres termes, le remplacement du fluide conducteur (eau de mer) par un gaz conducteur à grande vitesse dans un champ magnétique extrême a rapidement transformé le concept de Faraday en un générateur électrique avec un fluide conducteur remplaçant les éléments en rotation. Le générateur peut être de deux types, à conduction ou à induction, et les projections théoriques de rendement sont très élevées (= 60 %). [17] [19][18].

Dans ce processus, l'énergie mécanique est transformée en énergie électrique, on peut considérer que le système le plus simple est celui du convertisseur à conduction.

Il est constitué d'un organe essentiel qui est le canal placé dans l'entrefer d'un aimant dans lequel s'écoule un métal liquide qui traverse une induction magnétique  $\vec{B}$  qui induit un courant  $\vec{J}$  collecté par des électrodes en contact avec le fluide.

Ce dernier est plus utilisé dans le cas des métaux liquides pour les vaisseaux spatiaux.

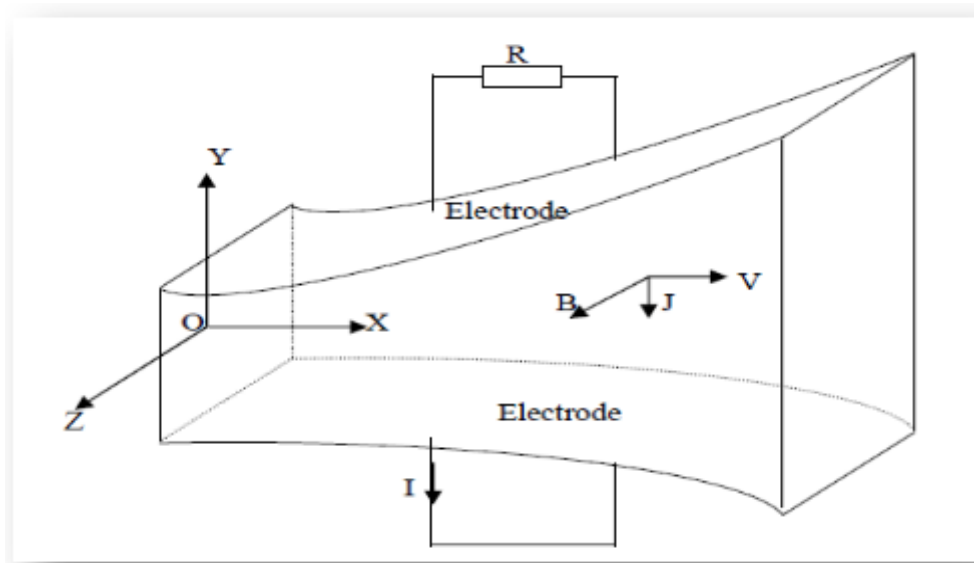


Figure I.7 : Schéma d'une tuyère MHD

- **Machines circulaires à plasma**

Les générateurs linéaires ont une tuyère rectiligne, par opposition aux machines circulaires.

On distingue quatre types de tuyères :

- ❖ Tuyères à électrodes continues.
- ❖ Tuyères à électrodes segmentées.



- ❖ Tuyères à effet Hall.
- ❖ Tuyères à effet Hall et champ oblique,

## I.6.2 Propulseurs MHD

### a-Propulseurs MHD à plasma

Ces dispositifs, également appelés MPD (Magneto Plasma Dynamiques), sont propulsés par des gaz comme l'Argon. Les rendements de ces dispositifs sont de l'ordre de 30 à 40 % pour des puissances développées entre 4 et 10 MW. Cette forme de propulseur a l'avantage chimique d'utiliser 3 à 10 fois moins de propulseur que les propulseurs chimiques conventionnels [2] [11].

### b-Propulseurs MHD à navale

Le principe fondamental de la propulsion navale MHD est simple. Il s'agit de la propulsion de navires à l'aide de forces électromagnétiques. L'interaction d'un champ magnétique formé par des bobines supraconductrices et des courants électriques circulant dans l'eau de mer produit ces forces de Laplace. De ce fait, l'énergie électrique fournie par les générateurs embarqués est instantanément convertie en énergie mécanique [8].

La magnétohydrodynamique (MHD) permet une propulsion directe des navires par réaction en supprimant l'hélice et toute pièce mécanique mobile d'entraînement. L'action combinée dans l'eau de mer, d'un champ magnétique et d'un champ électrique développe un champ de forces électromagnétiques volumiques que l'on appellera force MHD.



**Figure I.8 : Le yamato 1 dans la baie de KÖBE**

Le Yamato 1 est un démonstrateur technique civil japonais d'un navire à propulsion électromagnétique (basé sur des principes magnétohydrodynamiques) qui a été développé en

1985 et construit au début des années 1990. Grâce à un accélérateur MHD aspirant l'eau de mer à l'avant, naturellement conductrice d'électricité, et la rejetant à l'arrière, il glisse silencieusement jusqu'à une vitesse de 8 nœuds (15 km/h) par réaction et sans hélice figure (1.8) [8].

### I.6.3 Générateurs à conduction

Un générateur MHD (magnétohydrodynamique) est un convertisseur MHD qui transforme l'énergie cinétique d'un fluide conducteur directement en électricité.

Le principe de base est fondamentalement le même que pour n'importe quel générateur électrique. Les deux types de générateur utilisent un inducteur (électroaimant ou aimant permanent) générant un champ magnétique dans un induit ou canal.

- ❖ Dans le cas d'un générateur conventionnel, cet induit est solide : c'est une pièce métallique portant des bobines en cuivre.
- ❖ Dans le cas d'un générateur MHD, cet induit est fluide : liquide conducteur (eau salée, métal liquide) ou gaz ionisé (plasma).

Les générateurs MHD n'utilisent donc pas de pièce mécanique mobile, contrairement aux générateurs électriques traditionnels. Le fluide est mis en mouvement dans le champ magnétique, ce qui génère un courant électrique, recueilli aux bornes d'électrodes immergées et connectées à une charge [3] [19].

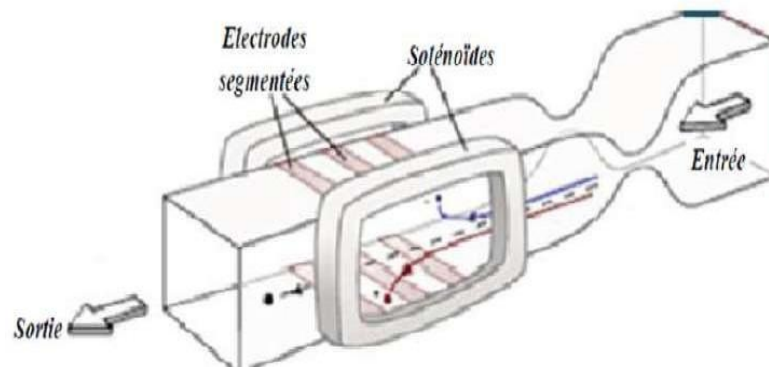


Figure I.9 : Générateur MHD à Conduction (tuyère linéaire) [12]

### I.6.4 Générateurs à induction

Ce générateur MHD fonctionne sans électrode, avec des champs magnétiques variables.

Classiquement, une "onde magnétique" se déplace dans le fluide, émise par des courants électriques alternatifs circulant dans plusieurs électroaimants successifs, avec la même amplitude mais en déphasage. La variation du champ magnétique génère des courants induits dans le gaz, qui eux mêmes génèrent des champs magnétiques induits dont les

lignes de champ coupent les enroulements en spires des bobines. Si la vitesse du gaz est supérieure à la vitesse de déplacement de l'onde magnétique, les courants induits seront tels que les forces de Lorentz générées auront tendance à ralentir l'écoulement, et à générer par induction un courant dans les bobinages triphasés analogue à celui des moteurs asynchrones ou linéaires.(Fig.1.10),[18]

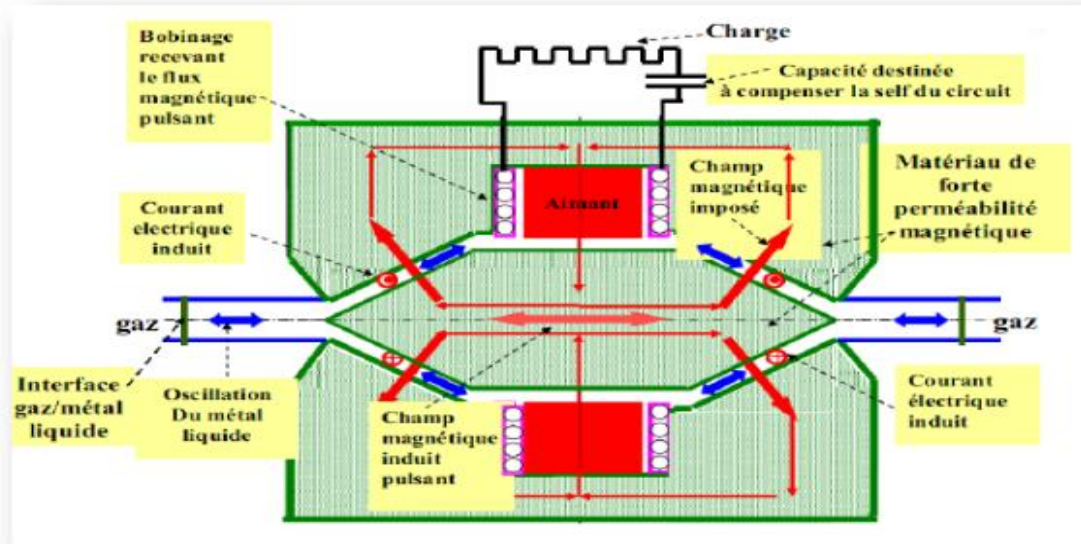


Figure I.10: Générateurs à induction

## I.7 Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté des généralités sur les pompes MHD. Aussi nous avons décrit les type familles des pompes MHD à conduction et à induction, dont l'objectif d'étudier une pompe MHD à conduction. Dans le suivant chapitre, nous présenterons la modélisation des phénomènes électromagnétique dans les pompes magnétodynamique à conduction.

## ***Chapitre II***

***Modélisation des phénomènes électromagnétique  
d'une pompe MHD à conduction***

## II.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons les formulations mathématiques modélisant la pompe MHD à conduction et qui expriment les phénomènes électromagnétiques dans la pompe (équations de Maxwell) ainsi que certaines hypothèses permettant de simplifier ces équations.

Ensuite nous présentons les méthodes numériques qui permettent de résoudre les équations aux dérivées partielles.

## II.2 Phénomènes électromagnétiques

La modélisation des phénomènes électromagnétiques, en milieux conducteurs ou non, est basée sur la résolution des équations de Maxwell. Ces dernières rendent, notamment, compte des liens entre phénomènes électriques et phénomènes magnétiques. L'expression de ces équations en domaine temporel s'écrit comme :

## II.3 Equations de MAXWELL

### a- Equation de MAXWELL-GAUSS

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho \quad (2.1)$$

Une charge électrique est source d'un champ électrique; autrement dit, les lignes de champs électriques commencent et se terminent autour des charges électriques. [17]

### b- Equation de conservation du flux magnétique

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (2.2)$$

Cette relation traduit mathématiquement le fait que les seules sources de champ magnétiques ont les courants électriques, et il n'existe pas de charge magnétique; c'est pourquoi les lignes du champ sont toujours fermées sur elles-mêmes. Elles forment des boucles. Ces boucles n'ont ni point de départ, ni point d'arrivée, ni point de convergence, d'où la nomination d'induction conservative (champ conservatif). [18]

### c- Equation de Maxwell-Faraday

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.3)$$

Cette équation exprime le couplage électrique-magnétique en régime dynamique et la variation temporelle de  $\vec{B}$ .

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{Equation de Maxwell-Ampère}) \quad (2.4)$$

Entenant compte des relations constitutives de milieu  $\vec{B} = \mu \vec{H}$  et  $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$  dans ces équations, nous pouvons leur ajouter la lois d'Ohm :

$$\vec{J} = \vec{J}_{in} + \vec{J}_{ex} \quad (2.5)$$

Avec :

$$\vec{J}_{in} = \sigma \vec{E} + \sigma(\vec{V} \wedge \vec{B}) \quad (2.6)$$

Dans cette dernière équation, le premier terme représente la densité de courant induit par conduction tandis que le second terme représente la densité de courant induit par les vitesses dans la décharge.

Avec :

$\vec{J}_{in}$  : la densité de courant induit et  $\vec{J}_{ex}$  la densité de courant source [A/m<sup>2</sup>];

$\sigma \vec{E}$  : la densité des courants induits par variation du champ électrique [A/m<sup>2</sup>];

$\vec{B}$  : L'induction magnétique [T];

$\sigma(\vec{V} \wedge \vec{B})$  : La densité des courants induits par mouvement [A/m<sup>2</sup>].

$\vec{V}$  : le vecteur vitesse aux points considérés [m/s];

$\varepsilon$  : la permittivité électrique (dans le vide  $\varepsilon = \varepsilon_0 = 8.8544 \cdot 10^{-12}$  [F/m]);

$\rho$  : la densité volumique de la charge électrique [C/m<sup>3</sup>];

$\vec{D}$  : le déplacement électrique ou l'induction électrique [A.s/m<sup>2</sup>];

$\mu$  : la perméabilité magnétique (dans le vide  $\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  [H/m]);

Dans l'équation (2.4), le terme  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  est appelé terme des courants de déplacement.

L'équation (2.4) peut ainsi se simplifier pour donner le théorème d'Ampère :

$$\overrightarrow{rot} \vec{H} = \vec{J} \quad (2.7)$$

L'équation (2.7) exprime que la circulation du champ magnétique sur un contour fermé sur lequel s'appuie une surface est égale à la somme des courants qui traversent cette même surface.

On déduit de l'équation (2.7) que la densité de courant  $\vec{J}$  est à flux conservatif:

$$div \vec{J} = 0 \quad (2.8)$$

## II.4 Conditions aux limites et conditions d'interface

Afin d'avoir l'unicité de la solution il faut déterminer les conditions aux limites sur les frontières du domaine, ainsi que les conditions de passage entre les différents milieux constituant le domaine.

### II.4.1 Conditions aux limites

On se place dans le cadre d'une modélisation des équations de Maxwell avec un domaine d'étude considéré borné. Il existe deux façons d'introduire les conditions aux limites:

Conditions aux limites de Dirichlet ( $A=A_0$ ) : dans ce cas, le vecteur potentiel magnétique est constant sur la frontière, ce qui veut dire que l'induction magnétique est parallèle à ce contour qui présente alors une équipotentielle. Cette condition aux limites peut se présenter aussi sur les plans ou les axes polaires (dans ce cas on se limite à mailler une partie du domaine).

Condition de Neumann, Elle est utilisée dans le cas où le système à étudier présente des plans de symétrie. La Condition de Neumann homogène ( $\partial A/\partial n=0$ ) : on la trouve sur les plans où les axes de symétrie magnétique (axes inter polaires par exemple). Sur cette frontière, les lignes de l'induction magnétique sont normales. De même, lorsque ce type de conditions aux limites apparaît sur des axes d'antisymétrie, le maillage est limité à une portion du domaine [19].

### II.4.2 Conditions d'interfaces

Dans le cas général, un dispositif électrotechnique comporte des milieux différents (fer, air, cuivre, ... etc.). Alors, avant d'aborder la résolution du problème, il est nécessaire de connaître le comportement des champs électromagnétiques à travers l'interface entre les différents milieux. Les conditions de passage aux frontières de l'interface entre deux milieux de propriétés physiques différentes d'indices  $\mu_1$  et  $\mu_2$  portent sur les continuités et discontinuités des différentes composantes normales et tangentielles des grandeurs électromagnétiques.

## II.5 Formulation du problème électromagnétique

La résolution du problème électromagnétique quasi stationnaire, dans le domaine  $\Omega$ , nécessite le choix d'une formulation basée sur une grandeur caractéristique et en association avec les relations constitutives, les relations de passage, les conditions aux limites et les conditions de jauge.

Ainsi, de nombreuses formulations ont déjà été développées en deux ou en trois dimensions.

En trois dimensions, il n'existe pas de formulation idéale. Les formulations associent le potentiel vecteur  $\vec{A}$  et le potentiel scalaire  $U$ . En deux dimensions, la formulation adéquate est donnée en potentiel vecteur  $\vec{A}$  à cause de réduction de nombre d'inconnues.

### II.5.1 Modèle Magnétodynamique

Ce modèle s'applique aux dispositifs électrotechniques dans lesquels les sources de courant ou de tension varient en fonction du temps.

Le terme  $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  n'est plus nul, les champs électriques et magnétiques sont alors couplés par la présence des courants induits [18].

Pour représenter l'état électromagnétique en un point, on doit alors faire recourt au potentiel vecteur  $\vec{A}$  car  $\text{div } \vec{B} = 0$  ; les avantages présentés par ce type de formulation sont nombreux :

- c'est la plus utilisée et elle réduit le nombre d'inconnues ;
- elle permet d'imposer des sources électriques par les bobines ;
- la connaissance de toute autre grandeur physique peut être déduite.

Ecrivons les deux équations de Maxwell qui se présentent sans terme source :

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (2.9)$$

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.10)$$

La première équation indique que l'induction magnétique  $\vec{B}$  est un champ rotationnel. Ceci implique qu'il existe un potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$ , tel que :

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A} \quad (2.11)$$

La substitution de (2.10) dans (2.11) donne :

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial(\text{rot } \vec{A})}{\partial t} = -\text{rot}\left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right) \text{ Ce qui implique que :}$$



$$\overrightarrow{rot}(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}) = 0 \quad (2.12)$$

Le champ  $(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t})$  de l'équation (2.12) est conservatif, donc il dérive d'un potentiel scalaire U donné par :

$$\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\overrightarrow{grad} U \quad (2.13)$$

Par conséquent, le champ magnétique et le champ électrique peuvent s'écrire en termes de ces deux potentiels  $\vec{A}$  et U en utilisant la relation du milieu comme suit :

$$\begin{cases} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \overrightarrow{grad} U \\ \vec{H} = \frac{1}{\mu} \overrightarrow{rot} \vec{A} \end{cases} \quad (2.14)$$

A partir de l'équation  $\overrightarrow{rot} \vec{H} = \vec{J}$  et  $\vec{B} = \mu \vec{H}$ , nous avons :

$$\vec{J} = \overrightarrow{rot}(\frac{1}{\mu} \vec{B}) = \overrightarrow{rot}(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{rot} \vec{A}) \quad (2.15)$$

En remplaçant (2.14) et (2.15) dans (2,5) et (2,6), on obtient:

$$\vec{J} = \overrightarrow{Jex} + \sigma \vec{E} + \sigma(\vec{V} \wedge \vec{B}) \quad (2.16)$$

$$\overrightarrow{rot}(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{rot} \vec{A}) + \sigma(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overrightarrow{grad} U) - \sigma(\vec{V} \wedge \vec{B}) = \overrightarrow{Jex} \quad (2.17)$$

Les termes  $\sigma(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t})$  et  $\sigma(\vec{V} \wedge \vec{B})$  représentent les densités des courants induits. Ils traduisent le caractère dynamique dans le temps et dans l'espace des phénomènes électromagnétiques ; pour la pompe MHD à conduction proposée, le champ magnétique imposé est constant ; donc le premier terme s'annule.

Le terme  $\sigma(\overrightarrow{grad} U)$  décrit la densité du courant imposée à travers les électrodes. U représente le potentiel scalaire électrique en Volts.

Pour pouvoir résoudre l'équation (2.17), on ajoute une autre équation pour que la solution soit unique.

On fixe la divergence de  $\vec{A}$  (jauge de Coulomb) :

$$\text{div} \vec{A} = 0 \quad (2.18)$$

Dans notre configuration bidimensionnelle (2D), la condition de jauge de Coulomb est naturellement vérifiée.

Le modèle électromagnétique de la pompe sera comme suit :

$$\begin{cases} \overrightarrow{\text{rot}}\left(\frac{1}{\mu}\overrightarrow{\text{rot}}\vec{A}\right) + \sigma \overrightarrow{\text{grad}} U - \sigma(\vec{V} \wedge \vec{B}) = \overrightarrow{Jex} \\ \text{div}\vec{A} = 0 \end{cases} \quad (2.19)$$

## II.6 Méthodes numériques

Les méthodes numériques de discrétisation utilisable pour la résolution des équations mathématiques établies, consistent à ramener la résolution des équations aux dérivées partielles dans le domaine d'étude, compte tenu des conditions aux limites, à celle d'un système d'équations algébriques dont la solution conduit à la distribution des champs (potentiel vecteur magnétique), mécanique des fluides (vitesse, pression,...).

### II.6.1 Méthodes des différences finies

Ces méthodes sont très utilisées car elles allient une grande simplicité à la possibilité d'obtenir plusieurs schémas de discrétisation selon la précision désirée [20].

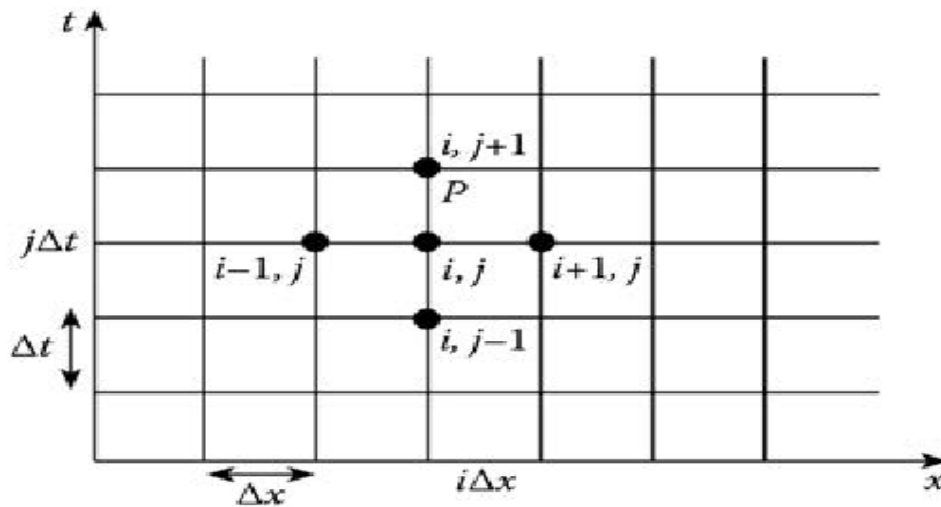


Figure II.1 : Maillage de différence finie pour deux variables indépendantes x et t

### II.6.2 Méthodes des éléments finis

La méthode des éléments finis est l'une des méthodes les plus adaptées à la résolution numérique des équations aux dérivées partielles. Elle s'applique à la majorité des problèmes pratiques (linéaires ou non linéaires, stationnaires ou dépendant du temps) définis dans un domaine géométrique quelconque à une, deux ou trois dimensions. Appliquée tout d'abord, il y a environ 50 ans, à des problèmes de mécanique de structure, cette méthode a connu des

développements importants dans différents domaines scientifiques et industriels. La méthode des éléments finis consiste à rechercher une fonction globale représentant les phénomènes étudiés, sur un domaine de résolution préalablement subdivisé en parties finies adjacentes appelées éléments finis [21].

Parmi les avantages de cette méthode, on peut citer le traitement possible des géométries complexes ; cependant elle présente une complexité de mise en œuvre et un grand coût en temps de calcul et en mémoire.

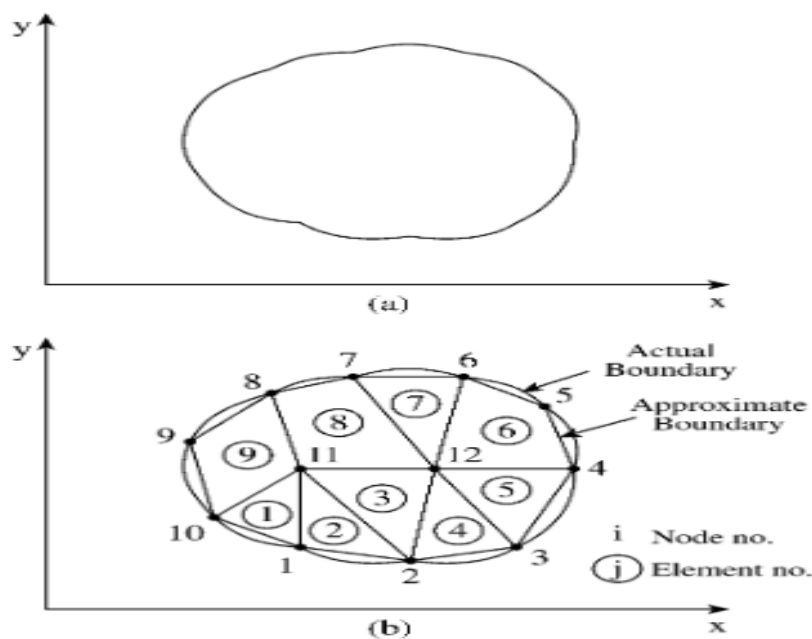


Figure II.2 : (a) La région d'étude; (b) La discrétisation par éléments finis

### II.6. 3 Méthodes des volumes finis

La méthode des volumes finis (MVF) est très appliquée pour les problèmes de la mécanique des fluides. La discrétisation des équations aux dérivées partielles s'opère à partir d'une forme conservative pour chaque volume de contrôle par une technique qui ressemble à la méthode des différences finies. Donc le principe de conservation est imposé au niveau de chaque volume de contrôle contrairement à la méthode des éléments finis où les principes de conservation sont vérifiés uniquement de manière globale. Cette méthode est simple à développer et moins coûteuse que la méthode des éléments finis [20].

Le domaine d'étude dans cette méthode est subdivisé en volumes élémentaires de telle manière que chaque volume entoure un nœud du maillage. L'équation est intégrée sur chacun des volumes élémentaires. Pour calculer l'intégrale dans ce volume élémentaire, la

fonction inconnue est représentée à l'aide d'une fonction d'approximation entre deux nœuds consécutifs.

Ensuite, la forme intégrale est discrétisée dans le domaine d'étude. Cela conduit à une solution plus précise que la méthode des différences finis [20], [22].

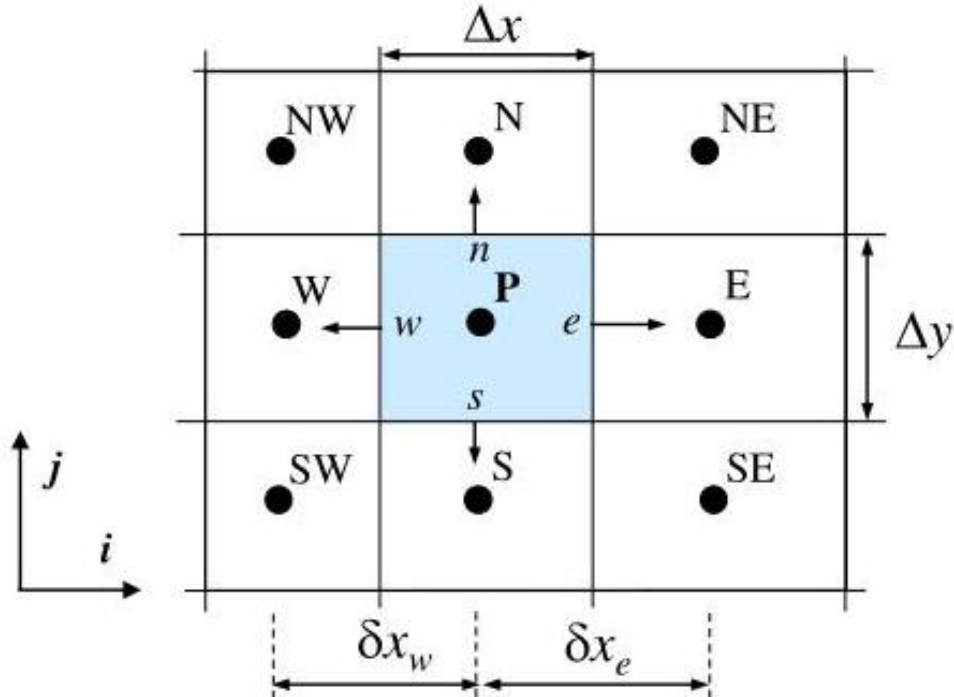


Figure II.3 : Maillage par la méthode des volumes finis

## II.7 Formulation en 2D

Pour simplifier la modélisation, nous avons traité notre système (la pompe) en bidimensionnel 2D, c.-à-d. le courant d'excitation qui parcourt dans le bobinage et le courant des électrodes sont suivant la direction ( $oz$ ),

La deuxième simplification est la négligeassions la vitesse de mouvement de fluide dans le canal.

Les différentes grandeurs ont les composantes suivantes:

$$\vec{j} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ J_z \end{bmatrix}; \vec{E} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ E_z \end{bmatrix}; \vec{A} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ A_z \end{bmatrix}; \vec{B} \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ 0 \end{bmatrix}; \vec{H} \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ 0 \end{bmatrix}$$

Rappelons l'équation magnétodynamique (2.19) dans le cas où le terme  $\sigma(\overrightarrow{grad} U)$  est remplacé par la densité de courants injectée à travers les électrodes  $\overrightarrow{J}a$ .

$$\overrightarrow{rot} \left( \frac{1}{\mu} \overrightarrow{rot} \vec{A} \right) = \overrightarrow{J}a + \overrightarrow{J}ex \quad (2.20)$$

Sachant qu'en coordonnées cartésiennes, les coordonnées de  $\overrightarrow{rot} \vec{A}$  sont :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial A}{\partial y} \\ 0 \\ -\frac{\partial A}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Après développements en coordonnées cartésiennes, l'équation (2.21) devient :

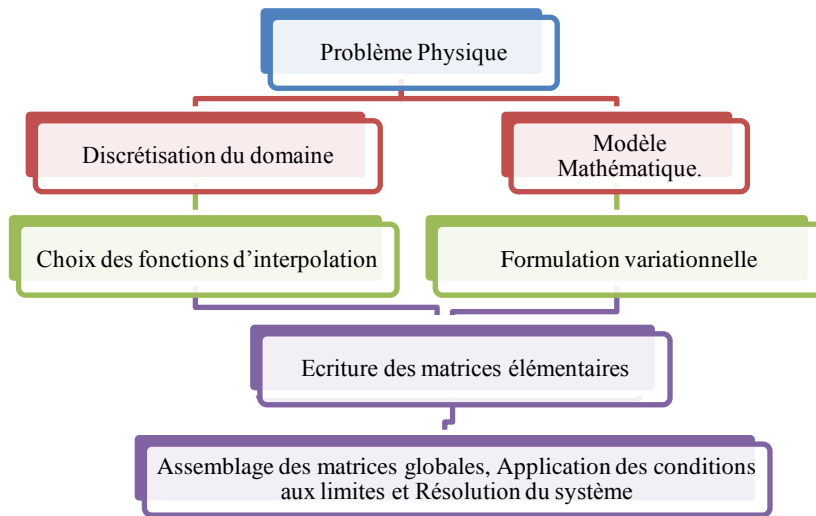
$$\frac{1}{\mu} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial(A)}{\partial y} \right) \right] = Ja + Jex \quad (2.22)$$

C'est une équation aux dérivées partielles, décrivant le comportement d'un dispositif bidirectionnel. Sous l'hypothèse que les matériaux sont linéaires et que les sources d'alimentation sont constantes.

## II.8 Mise en œuvre de la méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis a été choisie pour la résolution des équations électromagnétiques.

Les grandes lignes de la méthode :



### Etapes générales de la méthode des éléments finis [cours seghir2014, bejaia ]

Etape 1 : Formulation des équations gouvernantes et des conditions aux limites  
L'application de la MEF exige une réécriture de ces équations sous forme intégrale. La formulation faible est souvent utilisée pour inclure les conditions aux limites.

La formulation faible de ce problème peut être obtenue en construisant d'abord le résidu pondéré de (2.22) pour un seul élément de domaine  $\Omega_e$ . Le résidu  $R$  de l'élément est formé en déplaçant le côté droit de (2.22) vers le côté gauche :

$$R = \frac{1}{\mu} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial(A)}{\partial y} \right) \right] - Ja - Jex \quad (2.23)$$

Donc l'équation de poisson devient une équation sous forme intégrale pondérées par des fonctions pondération.

$$\iint_{\Omega} w_j \left( \frac{1}{\mu} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial A^*}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial(A^*)}{\partial y} \right) \right] - Ja - Jex \right) d\Omega = 0 \quad (2.24)$$

Tel que  $A^*$  est l'approximation de  $A$

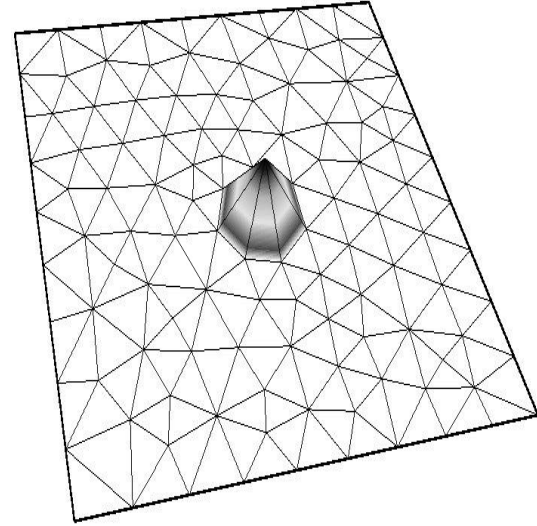
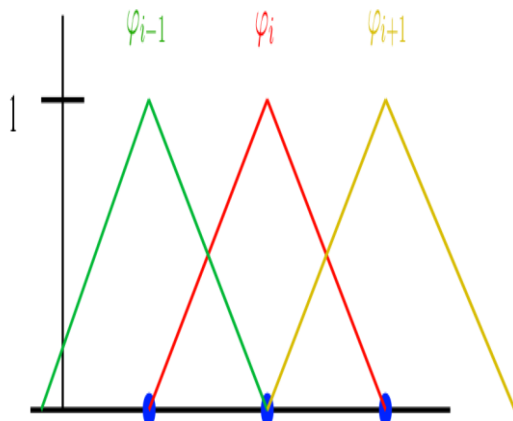
$w_j$  : Fonctions prennent aussi l'appellation de fonctions tests ou fonctions poids.

Pour une approximation  $A^*$  à  $n$  paramètres, nous choisirons  $n$  fonctions de pondération afin d'obtenir autant d'équations - 25 -ntegrals que de paramètres, c'est-à-dire un système matriciel d'ordre  $n$ .

Soit une approximation de la forme:

$$A^* = \sum_{i=1}^n \varphi_i A_i \quad (2.25)$$

$\varphi_i$  : Fonction de forme ou de base



**Figure II.4.a : Fonction de base linéaire en 1D**

**Figure II.4 .b : Fonction de base linéaire en 2D**

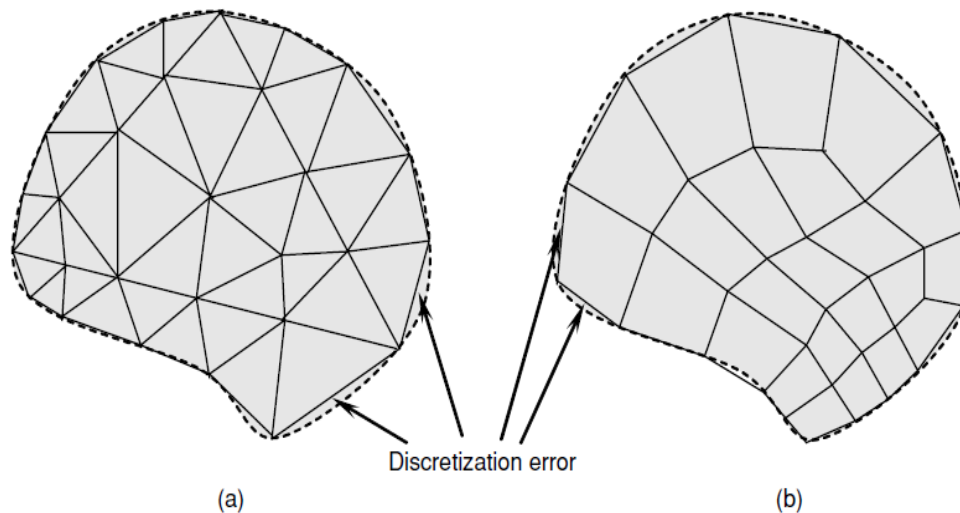
L'équation (2.24) devient :

$$\sum_{i=1}^n \varphi_i A_i \iint_{\Omega_j} w_j \left( \frac{1}{\mu} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial \varphi_i A_i}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial (\varphi_i A_i)}{\partial y} \right) \right] - Ja - Jex \right) d\Omega_j = 0 \quad (2.26)$$

La méthode des résidus pondérés consiste à utiliser les memes fonctions comme fonctions de forme ( $\varphi_i$ ) et comme fonctions de pondération

Etape2: Division du domaine en sous domaines.

Cette étape consiste à discrétiser le domaine en éléments et calculer les connectivités de chacun ainsi que les coordonnées de ses nœuds. Elle constitue ainsi la phase de préparation des données géométriques.



**Figure II.5 : (a) Maillage d'éléments finis utilisant des éléments triangulaires.**

**(b) Maillage d'éléments finis utilisant des éléments quadrilatéraux.**

Etape3: Approximation sur un élément.

Dans chaque élément la variable tel que le potentiel est approximée par une simple fonction linéaire, polynomiale ou autre. Le degré du polynôme d'interpolation est relié au nombre de nœuds de l'élément. L'approximation nodale est appropriée. C'est dans cette étape que se fait la construction des matrices élémentaires.

Etape 4 : Assemblage et application des conditions aux limites.

Toutes les propriétés de l'élément (masse, rigidité,...) doivent être assemblées afin de former le système algébrique pour les valeurs nodales des variables physiques. C'est à ce niveau qu'on utilise les connectivités calculées à l'étape 2 pour construire les matrices globales à partir des matrices élémentaires.

## II.9 La force magnétique

Une modélisation de la propulsion MHD nécessite un calcul électromagnétique suivi d'un calcul hydrodynamique. Pour la machine MHD à conduction, Ce qui nous intéresse dans cette étude, c'est le calcul de la force magnétique (appelée parfois force de Laplace) qui assurent le couplage entre les deux problèmes. Elles expriment l'interaction de l'induction magnétique et de courants électriques qu'ils soient appliqués ou induits.

$$\vec{F} = \int_V (\vec{J}_i \times \vec{B}) dV \quad (2.27)$$

Avec

$$\vec{J}_i = \vec{J}_a + \sigma(\vec{v} \times \vec{B}) \quad (2.28)$$



$J_a$  : Densité de courant d'électrode.

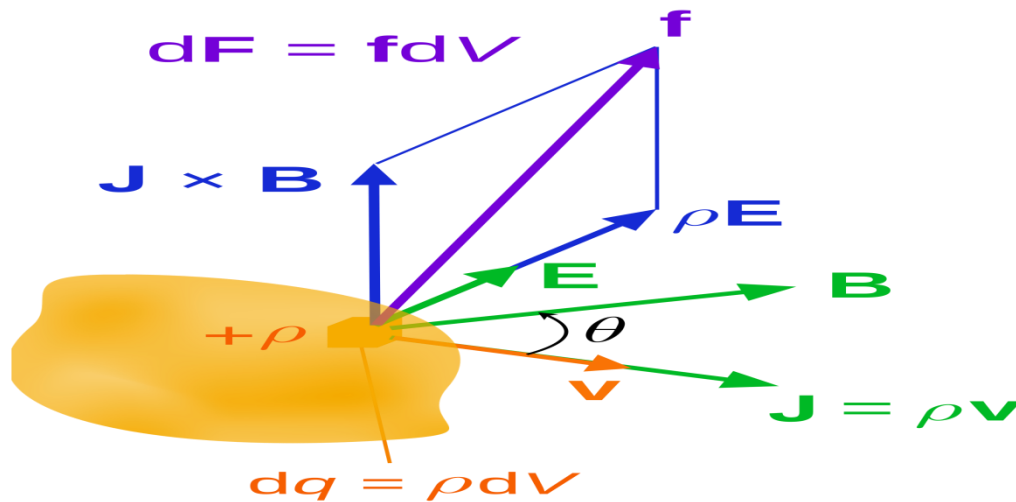
$\sigma \vec{v}$  : Densité de courant induit.

$\sigma$  : Conductivité du fluide.

$\rho$  : Densité volumique de charge.

$\vec{v}$  : vitesse de fluide

V : volume.



**Figure II.6: Force de Lorentz**

On suppose que la vitesse du fluide est nulle (cas statique), la force de Laplace devient :

$$\vec{F} = \int_V \vec{J}_a \times \vec{B} dV$$

Cette force est perpendiculaire au plan ( $J_a, B$ ), le courant d'électrode contient une seule composante, par contre il y'a deux composantes de l'induction magnétique.

La force résultante contient deux composantes, l'un de ces derniers est suivant la direction de canal, mais l'autre est perpendiculaire avec le canal, qui fait un frottement.

## II.10 Conclusion

Ce chapitre a été consacré aux formulations mathématiques des phénomènes électromagnétiques présents dans les dispositifs électrotechniques. Des modèles mathématiques ont été établis dans leurs formes générales.

Dans le chapitre suivant on présentera les résultats de la modélisation numérique des phénomènes électromagnétiques de la pompe MHD à conduction.

## ***Chapitre III***

***Résultats de simulation d'une  
pompe (MHD) à conduction***

### III.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à la présentation des résultats des simulations dans l'hypothèse bidimensionnelle de la structure électromagnétique étudiée. Cette modélisation permet d'étudier le phénomène électromagnétique d'un modèle magnétostatique par la méthode des éléments finis.

Un code de calcul qui permet le calcul de l'induction magnétique, et la force électromagnétique dans une pompe MHD à conduction

### III.2 Description de la pompe MHD à conduction utilisée

Les pompes magnétohydrodynamiques linéaires à conduction sont constituées d'un canal dans lequel s'écoule un fluide électriquement conducteur, figure (III. 1)

- ❖ Un champ magnétique crée par un bobinage d'excitation qui canalisée par un circuit magnétique.
- ❖ Le champ traverse le canal et par conséquent le fluide.
- ❖ Un courant imposé est injecté par les électrodes dans le canal, de telle sorte que le champ et le courant sont perpendiculaires.
- ❖ L'interaction de champ et le courant produit une force magnétique perpendiculaire au plan (B, J) et parallèle à la direction du canal.
- ❖ Cette force produit un mouvement de fluide.

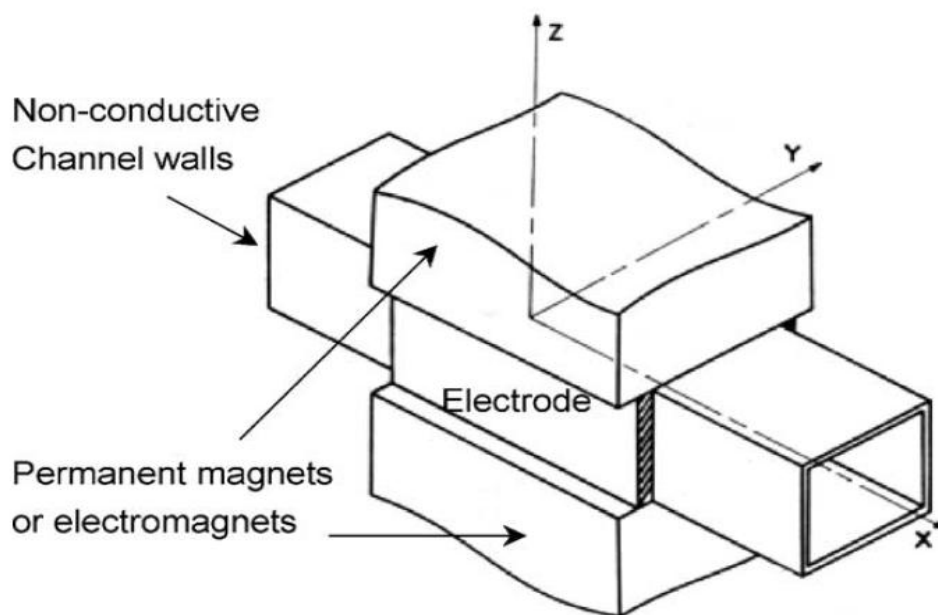
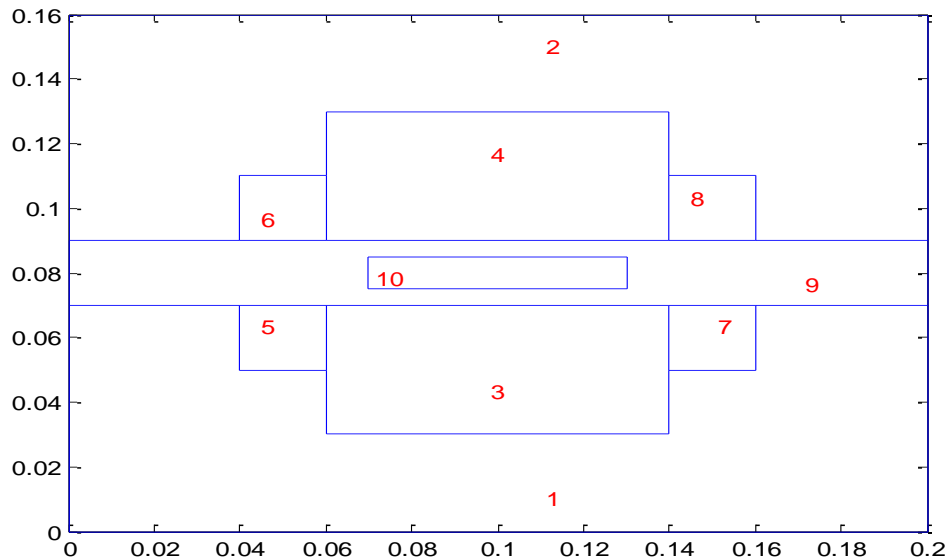


Figure III.1: Schéma d'une machine MHD à conduction [10]

La figure (III.2) représente la coupe verticale de la pompe MHD à conduction, la géométrie est sous pdetool de MATLAB.



**Figure III.2: Schéma de la géométrie de la pompe MHD**

Les zones 1-2 : air

Les zones 3-4 : circuit magnétique.

Les zones 5-6-7-8 : bobinage d'excitation.

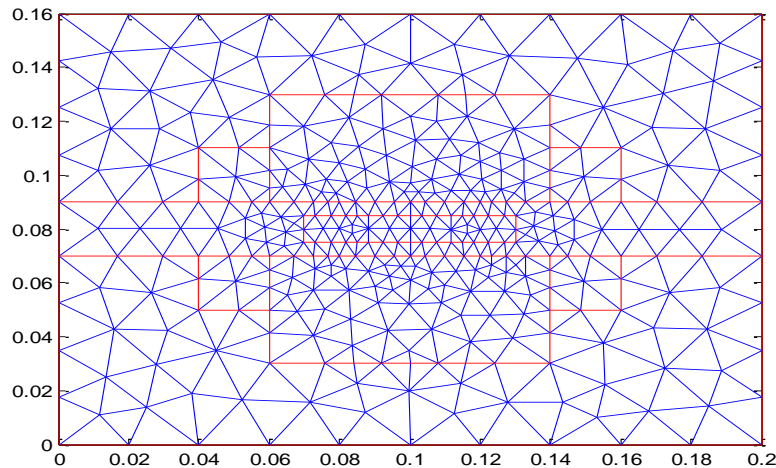
La zone 9 : canal (fluide).

La zone 10 : électrode.

Les grandeurs physiques de la machine sont présentées dans le tableau( III.1) :

**Tableau III.1 : Les grandeurs physique de la machine**

Les zones	Perméabilité magnétique relative	Densité de courant
3- 4	1500	0
5-6-7-8	1	$\pm 1^6$
10	1	$+1^4$
1-2-9	1	0



**Figure III.3: Maillage de la géométrie de la pompe MHD**

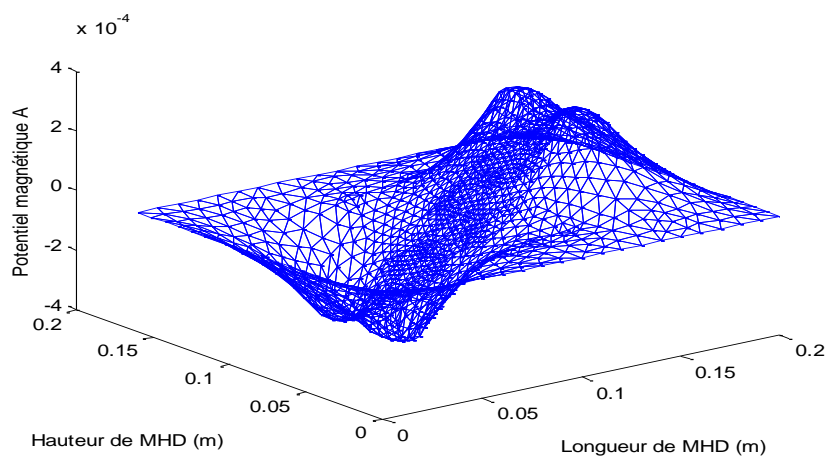
La figure (III.3) présente la géométrie avec un maillage triangulaire, d'après cette maillage, il y'a 2776 éléments et 1427 nœuds.

Concernant les conditions aux limites, nous supposons que le potentiel diminue jusqu'à l'annulation aux limites de domaine d'étude.

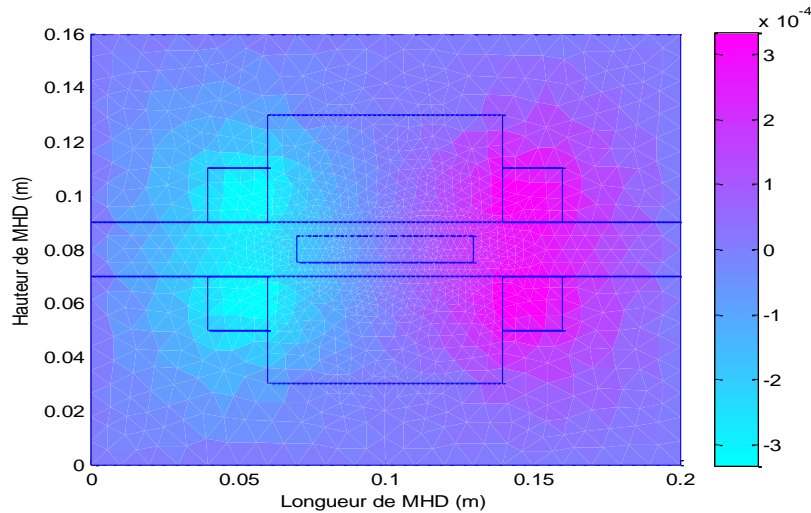
### III.3 Résultats de simulations

#### III.3.1 Représentation du potentiel magnétique

La figure (III.4) représente la distribution du potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$  dans la pompe MHD. On remarque que la distribution du potentiel vecteur magnétique atteint son maximum dans la pompe MHD à conduction au point de 0.1 m.



**Figure III.4: Potentiel magnétique dans la pompe MHD**

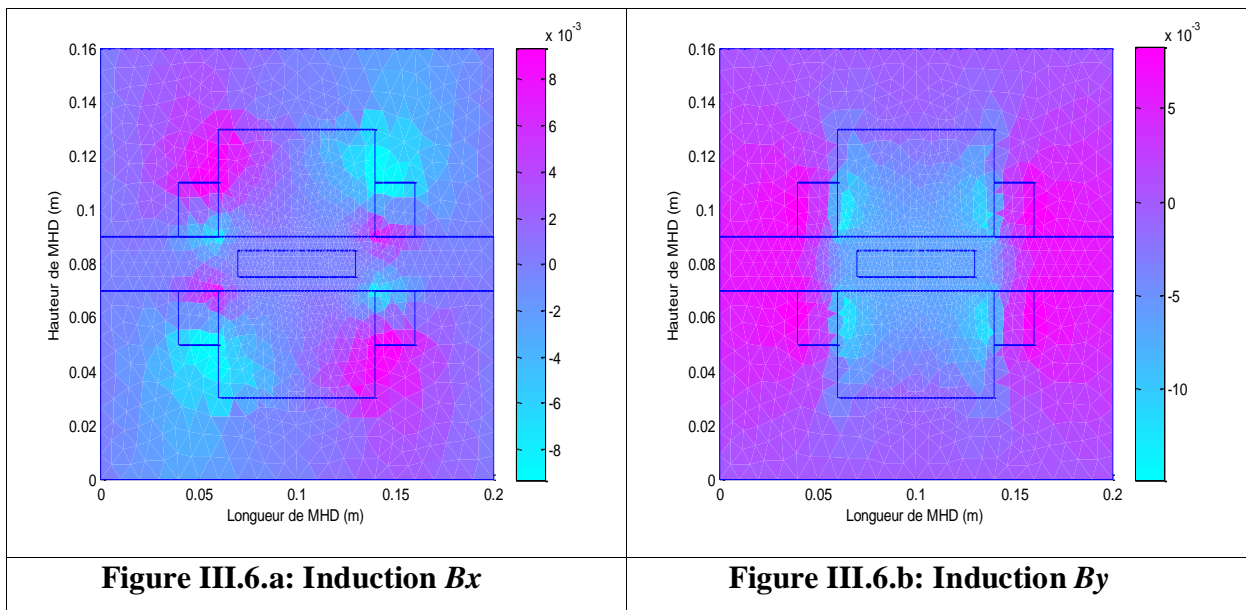


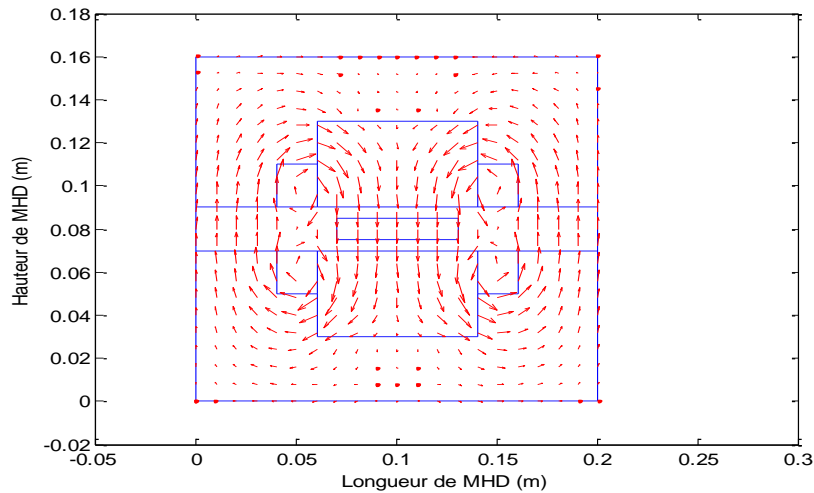
**Figure III.5: Potentiel magnétique dans la pompe MHD**

Les figures (III.4-5) montrent que le potentiel magnétique est important dans les zones où il y'a un courant d'excitation, et de forme convexe. Dans les autres domaines, on remarque que il y'a forme concave avec une diminution jusqu'à l'annulation.

### III.3.2 Représentation de l'induction magnétique

La figure (III.6) illustre l'induction magnétique dans la pompe. On remarque que l'induction magnétique  $\vec{B}$  atteint sa valeur maximale au milieu de l'inducteur, et en dessous de l'électrode.





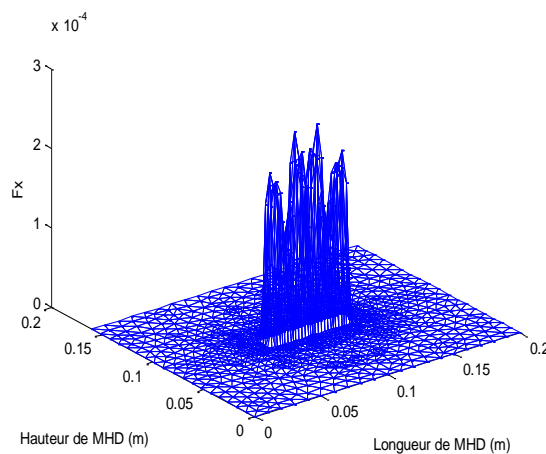
**Figure III.7: L'induction magnétique**

Les figures (III.6-7) présentes l'orientation de l'induction magnétique dans la machine, l'induction est concentrée dans le circuit magnétique et en particulier la composante  $B_y$ . Cette dernière influence directement sur la composante de la force  $F_x$  qui suit le canal.

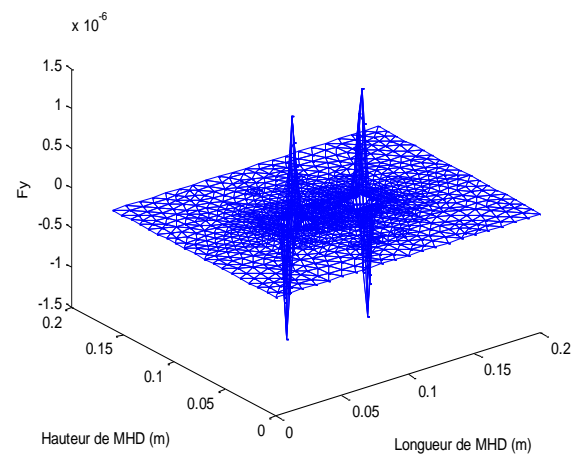
### III.3.3 Représentation de la force magnétique

La figure (III.7) et la figure (III.8) et la figure (III.9) illustre la force électromagnétique dans le canal de la pompe. La valeur de la force est maximale au milieu du canal.

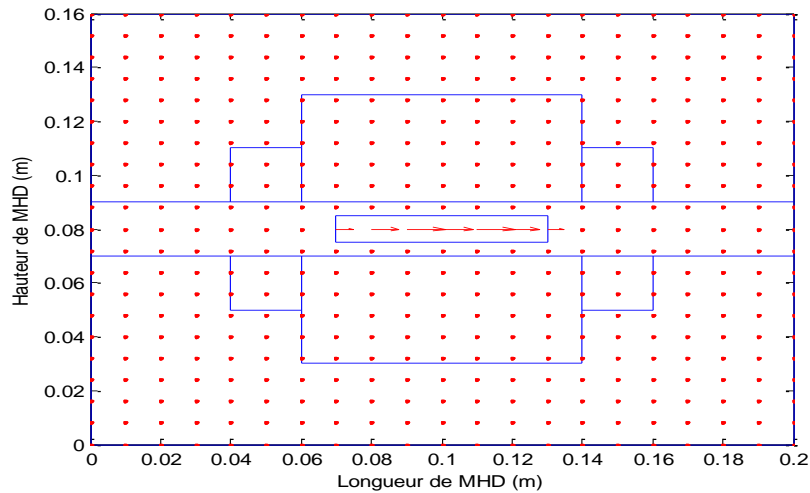
La densité de la force volumique  $F_x$  est de signe positif, par contre la composante  $F_y$  est de signe positif et négatif, figure(III.8).



**Figure III.8.a: La force magnétique  $F_x$  suivant l'axe x**



**Figure III.8.b: La force magnétique  $F_y$  suivant l'axe y**



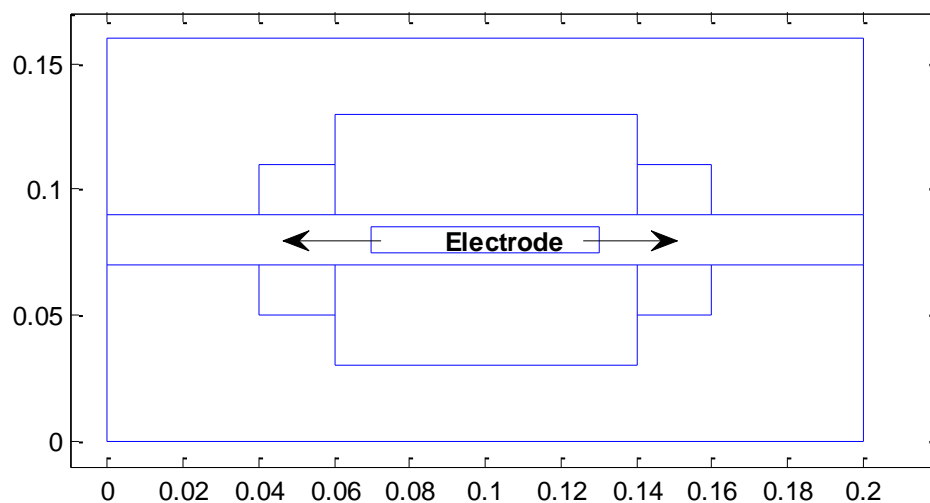
**Figure III.9: La force magnétique au milieu du canal**

D'après la figure (III.9), l'orientation de force totale est suivant le canal, cette force fait un mouvement de fluide, on remarque aussi que la composante  $F_y$  est faible devant  $F_x$ ,

### III.3.4 L'influence De La Longueur De L'électrodes Sur la force

Pour voir l'effet de longueur d'électrode de la machine MHD, on a fait plusieurs tests pour des valeurs de longueurs différentes (60mm, 70mm, 80mm, 90mm, 100mm et 110mm) tout en gardant les autres paramètres fixes, figure (III.10).

La figure (III.11) montre la variation spatiale de la densité volumique de la force en fonction de longueur d'électrode, cette figure montre que la force augmente jusqu'à  $0.0543N$  Pour une longueur de 100 mm, puis diminuée. La croissance et la décroissance due à la distribution de la force (voir figure III.12).



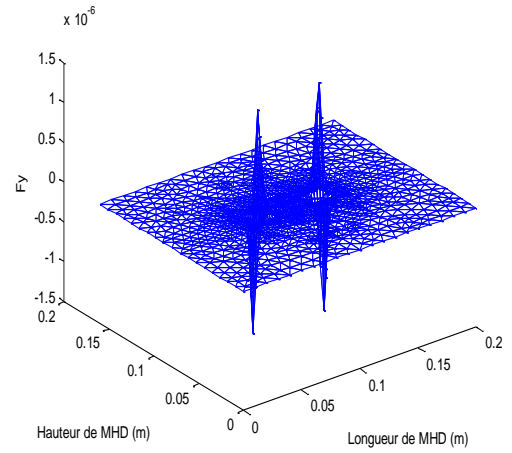
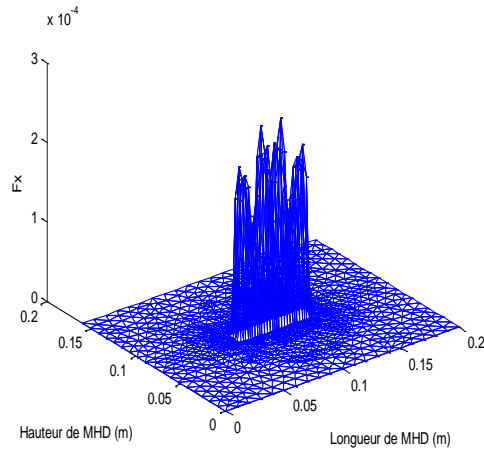
**Figure III.10: Géométrie de MHD avec une variation de longueur**



Longueur=60mm

Fx= 0.0393N

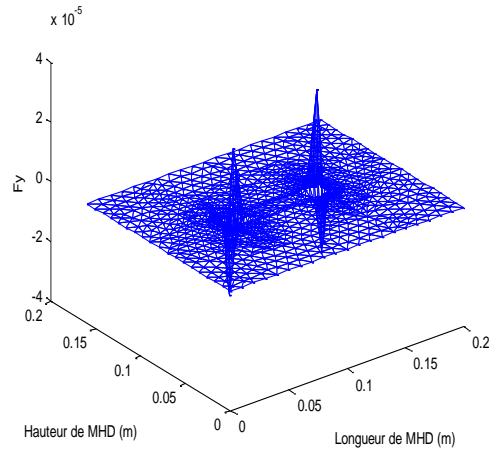
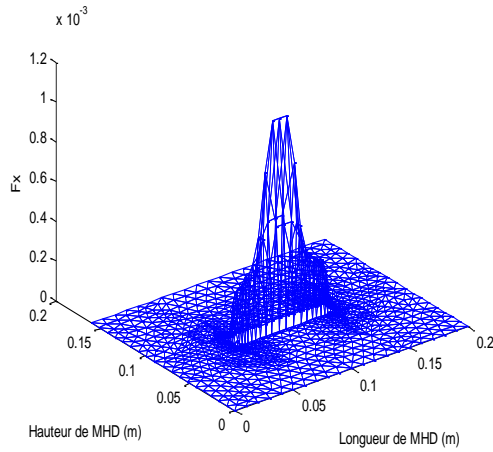
Fy= -2.2372e-06N



Longueur=80mm

Fx= 0.0514N

Fy= 1.8139e-04N



Longueur=100mm

Fx 0.0543

Fy= 4.0349e-06N

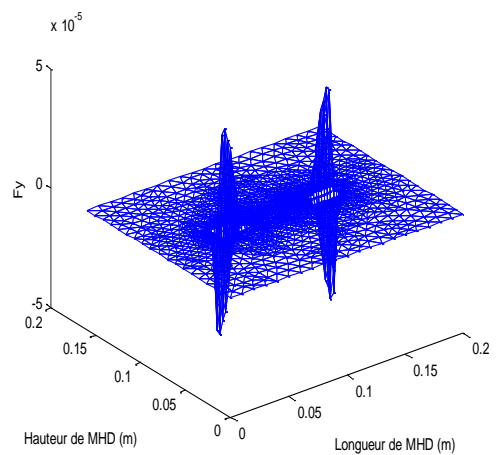
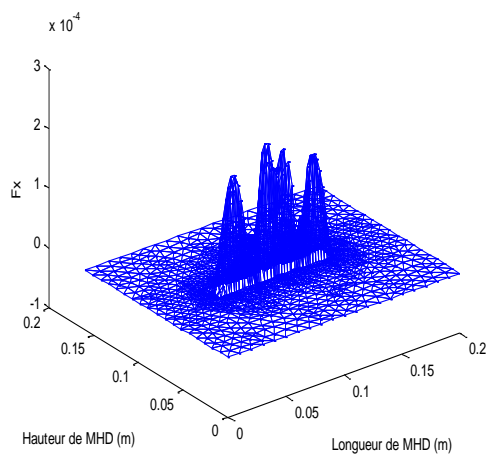
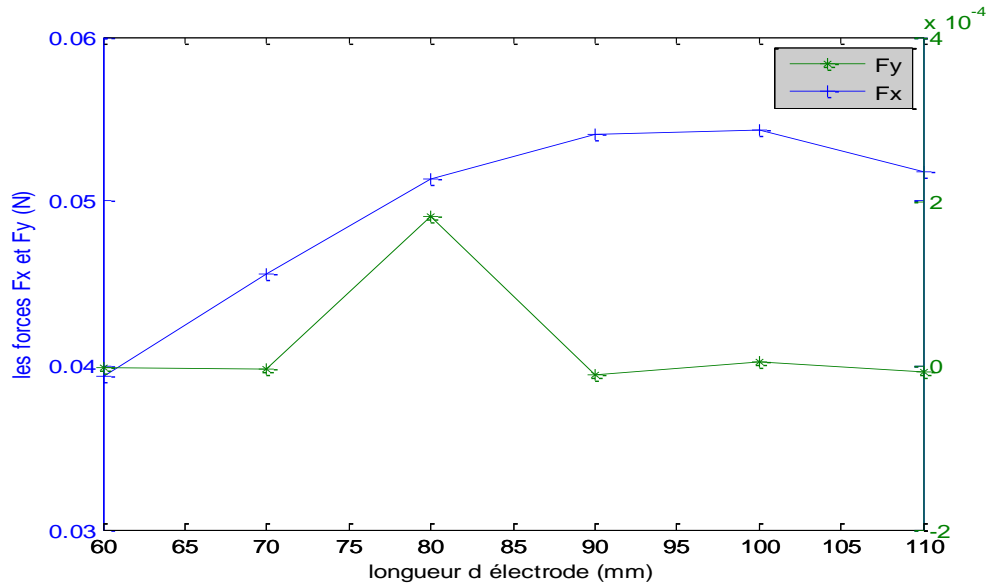


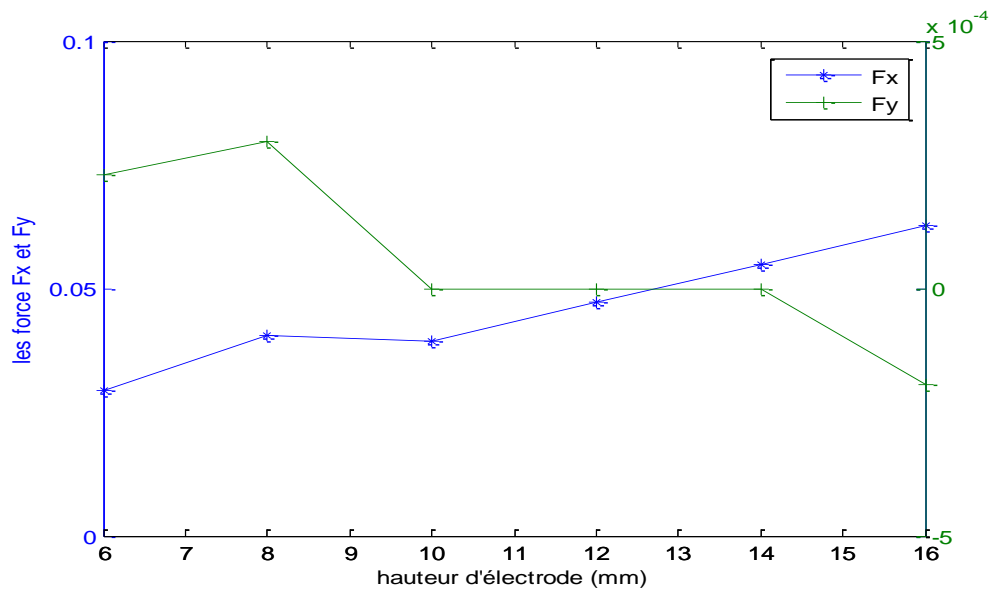
Figure III.11: Variation spatiale de la densité volumique de la force en fonction de longueur d'électrode



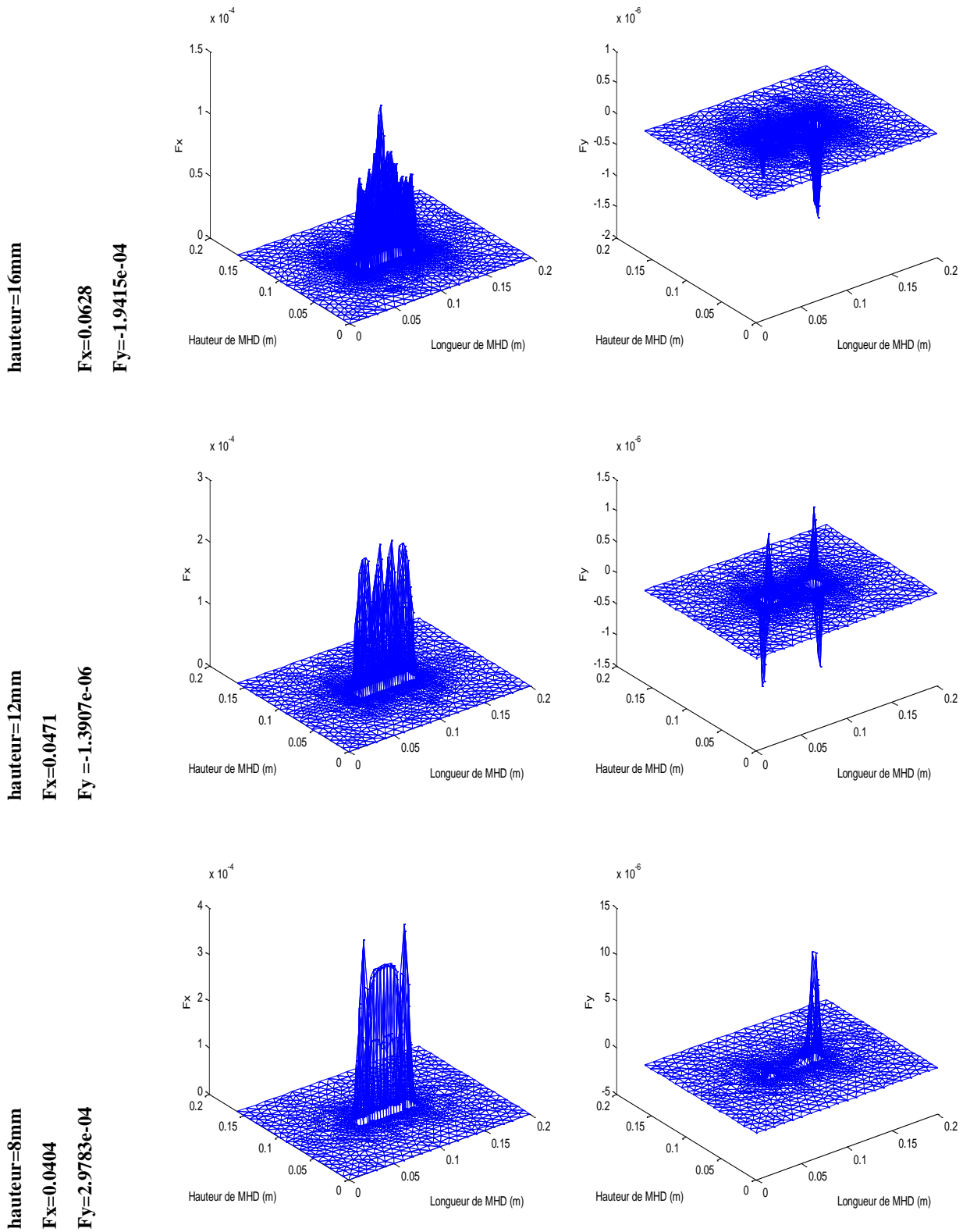
**Figure III.12: La force longitudinale Fx et la force perpendiculaire Fy au canal en fonction de longueur d'électrode**

### III.3.5 L'influence De la hauteur De L'électrodes Sur la force

Pour voir l'effet de longueur d'électrode de la machine MHD, on a fait plusieurs tests pour des valeurs des hauteurs différentes (16 mm, 14 mm, 12 mm, 10 mm, 8 mm et 6 mm) tout en gardant les autres paramètres fixes. La figure III.14 montre la variation spatiale de la densité volumique de la force en fonction de la hauteur d'électrode, cette figure montre que il y'a une relation proportionnelle entre la force et la hauteur, figure (III.13).



**Figure III.13: La force longitudinale Fx et Fy en fonction de longueur d'électrode**



**Figure III.14: Variation spatiale de la densité volumique de la force en fonction de la hauteur d'électrode**

### III.3.6 L'influence De La position De L'électrodes Sur la force

Dans le but d'étudier l'effet de la position d'électrode sur la force, nous avons fait plusieurs tests pour des différents décalages horizontaux d'électrode (0 mm, 10 mm, 20 mm, 30 mm, 40 mm) tout en gardant les autres paramètres fixes, figure (III.15).

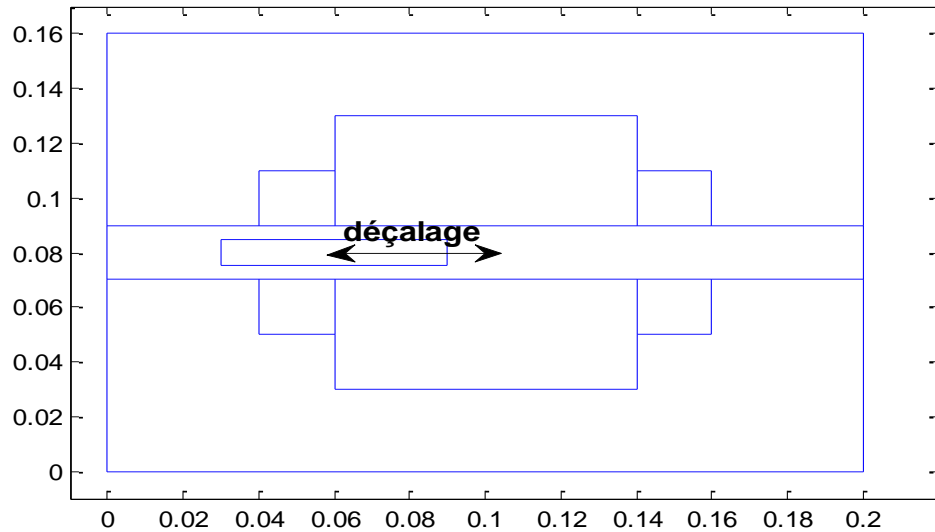


Figure III.15: Géométrie de MHD avec un décalage d'électrode

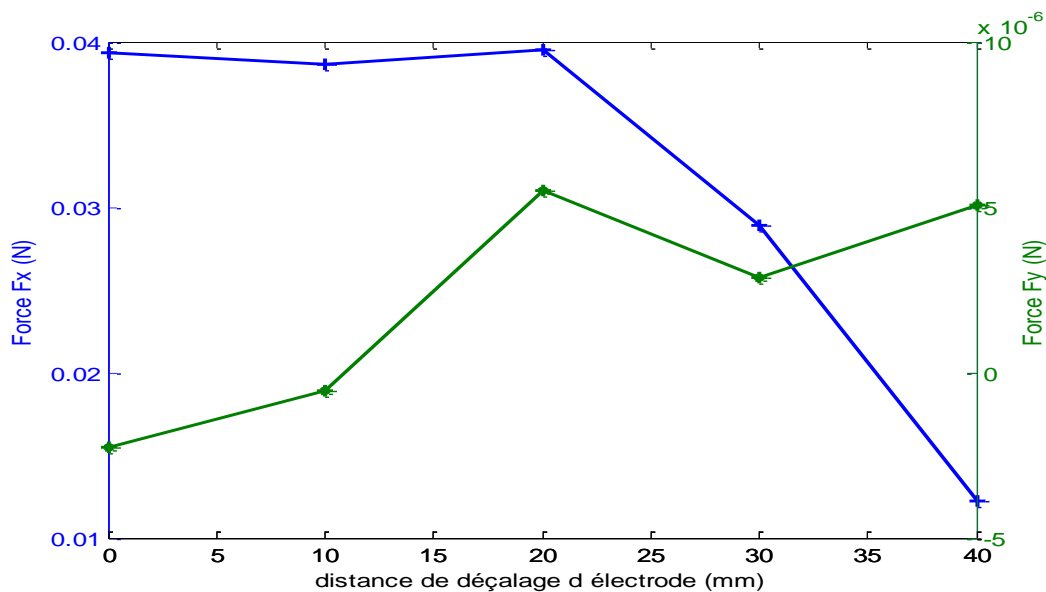
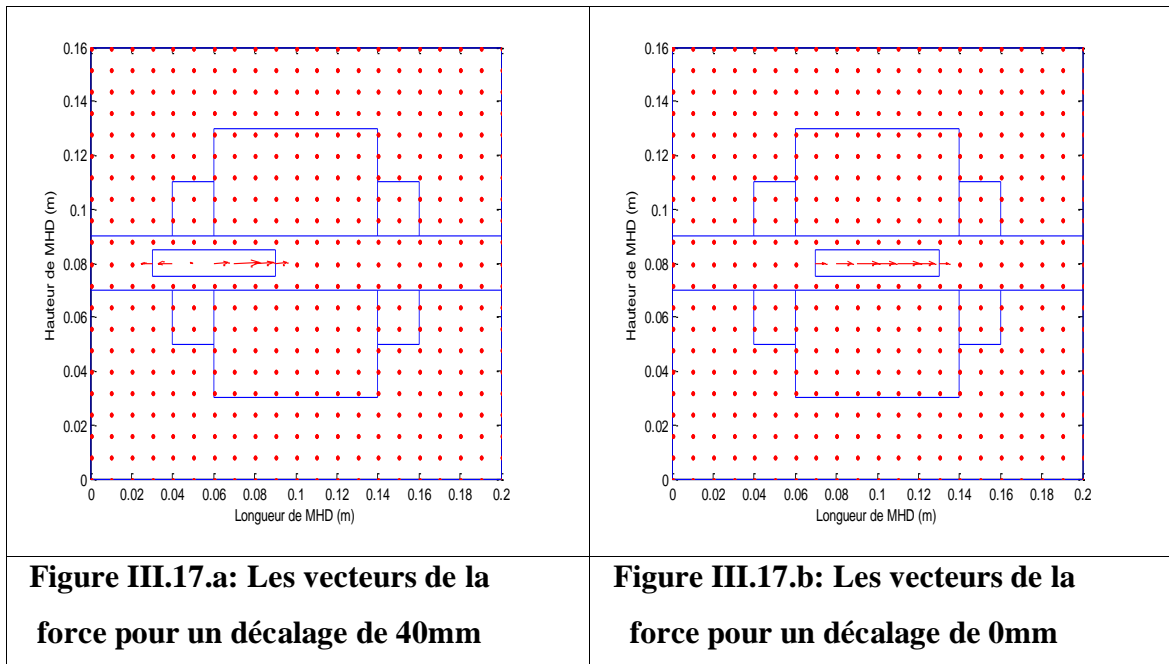


Figure III.16: La force longitudinale  $F_x$  et la force perpendiculaire  $F_y$  au canal en fonction de position de l'électrode

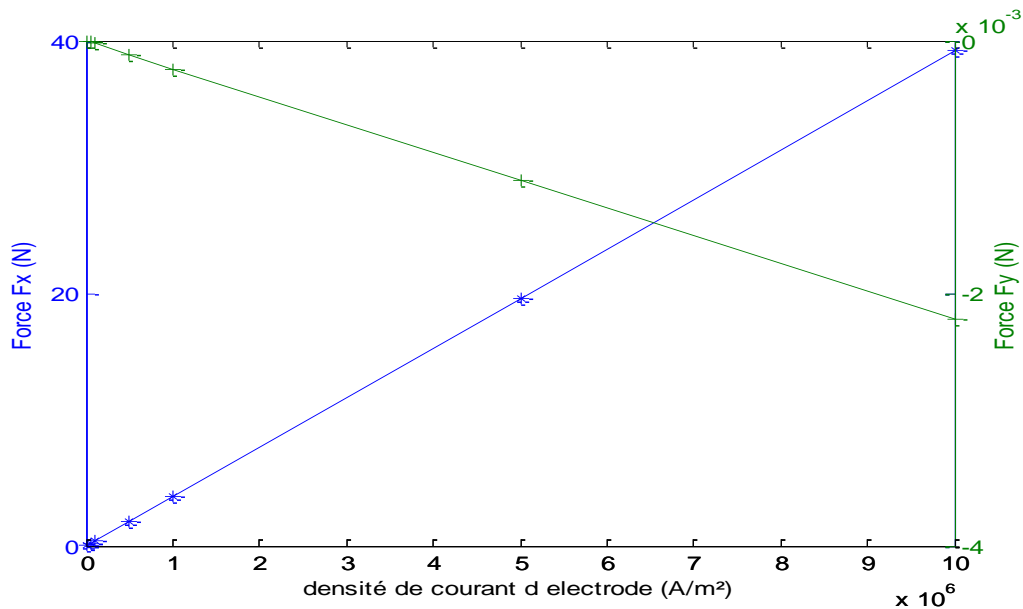
Selon les résultats présentés (figure III.16), on constate que la force suivant le canal  $F_x$  ne cesse de diminuer de  $0.04N$  vers  $0.012N$  avec l'augmentation de décalage de l'électrode de  $0mm$  vers  $40mm$ .

La décroissance de la force  $F_x$  est causée par le changement de sens de la force (figure III.17.a-b)



### III.3.7 L'influence De La Valeur De Courant D'électrode

Dans le but d'étudier l'effet de la densité de courant électrique injecté par les électrodes sur la force, nous avons fait plusieurs tests pour des différents valeurs ( $10^4$ ,  $5 \cdot 10^4$ ,  $10^5$ ,  $5 \cdot 10^5$ ,  $10^6$ ,  $5 \cdot 10^6$ ,  $10^7$ ,  $5 \cdot 10^7$ ) tout en gardant les autres paramètres fixes.



**Figure III.18: La force en fonction de la densité de courant**

Selon les résultats présentés, on remarque que la force  $F_x$  augmente linéairement avec l'augmentation de courant, la pente du droit est  $3.9271*10^{-06}$ , par contre la force  $F_y$  diminue linéairement avec l'augmentation de courant, la pente du droit est  $-2.2*10^{-10}$ .

### **III.4 conclusion**

Dans ce chapitre, on a traité un dispositif contient une machine hydrodynamique a conduction. La méthode d'élément finis est utilisée pour résoudre les équations aux dérivés partielles dont l'objectif est de calculer et de visualiser le potentiel magnétique, induction magnétique, et force électromagnétique.

# **Conclusion générale**

## Conclusion générale

La magnétohydrodynamique (MHD en abrégé) concerne la description du comportement d'un fluide susceptible à conduire de l'électricité une fois soumis à l'action de champs électromagnétiques. Elle s'applique, en particulier aux liquides ou gaz ionisé appelé plasma. C'est une généralisation de l'hydrodynamique (appelée dynamique des fluides, définie par les équations de (Navier-Stokes) couplée à l'électromagnétisme (équations de Maxwell).

Dans le cadre de notre travail on a étudié seulement les phénomènes électromagnétiques en 2D dans une pompe MHD annulaire à conduction. Donc le lien entre l'hydrodynamique et électromagnétisme est la force de Laplace. Cette dernière crée s'il existe un champ et un courant ; le champ est créé un courant l'excitation parcouru dans les bobinages et canalisé par un circuit magnétique, et un courant injecté par des électrodes dans le canal qui contient un fluide conducteur.

Afin d'obtenir la résolution numérique du problème étudié, nous avons poursuivi le développement un code de calcul numérique des grandeurs électromagnétiques dans une pompe MHD où la méthode des éléments finis MEF a été adoptée. Dans cette simulation, nous avons supposé que la vitesse de fluide est nulle.

Cette simulation montre que la force magnétique de Laplace est dépendre plusieurs grandeurs géométriques (position ou dimensions des électrodes,) ou physique tel que la densité de courant.

En perspective, nous proposons une étude d'une machine hydrodynamique à induction pour voir effet de la conductivité du fluide.



# **Références bibliographiques**

## Références bibliographiques

- [1] Salma.Cherif, «Modélisation électromagnétique de système multicapteurs- pièces à défauts complexes pour le contrôle Non Destructif par courants de Foucault», mémoire de Magister, Université de Tizi-Ouzou.
- [2] Mounira.Dabbaz-Selmane.Younes, « étude thermique d'un pompe Magnétohydrodynamique MHD à conduction», mémoire master, université Ouargla, 2016.
- [3] Adel. kocheida, « Conception optimale d'une micro pompe par la méthode des algorithmes génétiques (ag) », mémoire master, université Ouargla, 2016.
- [4] Pompage des métaux liquides par Jean-Paul LE FRÈRE Ingénieur de l'École Nationale Supérieure d'Électricité et de Mécanique de Nancy Chef du Service Matériel Sodium à la Société Novatome.
- [5] Ilham.Chaib – Meriem.Benkabouya, «Etude électromagnétique d'un pompe magnétohydrodynamique MHD», mémoire master, université Ouargla, 2015.
- [6] Sonia.Naceur , Fatima.Zohra.Kadid , Rrachid. Abdessemed, laboratoire L.E.B, Département d'Électrotechnique, Université de Batna Rue chahid Md EL – Hadiboukhoulouf, 05000, Batna, Algeria.
- [7] El Mahdi .Benamor, «Étude électromagnétique d'un pompe MHD à conduction dans le cas non linéaire»,Mémoire Master, université Ouargla ,2017.
- [8] A. alemany, A. krauze, «Générateur thermo acoustique MHD pour la production directe d'électricité », Société Française de Thermique et Société Française d'Acoustique, Paris 2010.
- [9] Sonia. Naceur, «Contribution à la Modélisation 2D d'un Convertisseur Magnétohydrodynamique (MHD) à Conduction», Thèse de Doctorat Université de Batna, 2015, Algérie.
- [10] Mehrangiz. Ghassemi, H. Rezaeinezhad and A. Shahidian, «Analytical Analysis of Flow in a Magneto hydrodynamic Pump (MHD) », IEEE Conference, Speed am 2008- ISCHIA (ITALY).
- [11] Khedidja. Bouali, « Contribution a l'étude et l'optimisation des convertisseurs magnétohydrodynamique (MHD) » Thèse de Doctorat, Université de Batna2015, Algérie.
- [12] Manel Naima. Amoumene- Imane. Benras, «Modélisation des phénomènes électromagnétiques d'une micro pompe magnétohydrodynamique à conduction», mémoire master, université Ouargla, 2016.

- [13] Djamal Eddine.Bouakiz- Rida.Boudjema,«Modélisation des Phénomènes Electromagnétiques d'une Pompe (MHD) A Induction», mémoire master, université Ouargla, 2017.
- [14] Ayoub. L ouafi – Salaheddine.Tadjine, « Effet du choix des matériaux des électrodes sur les performances d'une pompe magnétohydrodynamique»,mémoire master, université Ouargla, 2014.
- [15] Mansour.Tawk, «Etude et réalisation d'un system de refroidissement pour l'électronique de puissance base sur la mise en mouvement d'un fluide conducteur électrique», Thèse de doctorat, l'université de Grenoble, 2011.
- [16] Maddoui. Lotfi , «Etude et réalisation d'un dispositif péristaltique pour application médicale», Mémoire Magister en Electrotechnique, Université de Batna, 2010.
- [17] Naceur, «Contribution à la Modélisation 2D d'un Convertisseur Magnétohydrodynamique (MHD) à Conduction » Thèse de Doctorat, Université de Batna, 2015.
- [18] N. Bergoug, «Contribution à l'Etude d'une Machine MHD Annulaire». Thèse de Doctorat en Sciences en Electrotechnique, Université de Batna, 2013.
- [19] L. Mokrani, «Contribution à la CAO Optimiser des Machines Electriques, Application au Moteur Linéaire à Induction», Thèse de Doctorat d'Etat, Université de Batna2005 .
- [17] N.Bergoug,«Contribution à la modélisation numérique d'un pompe magnétohydrodynamique (MHD) annulaire à induction», thèse de doctorat, Université de Batna,
- [18] R. Goffaux, « Les générateurs magnétohydrodynamiques », CDU 538.3 : 621.311.29, Acec-Revue N°4 -1965.
- [19] P. Boissonneau «Propulsion Magnétohydrodynamique en eau de mer : étude des couplages hydrodynamique, électrochimique, électromagnétisme» Université JOSEPH FOURIER GRONOBLE 1997.
- [20] N. Piskounov, «Calcul différentiel et intégral» Tome 1, Edition MIR, Moscou, 1980.
- [21] G. Dahtt, G. Touzault,«Une Présentation de la méthode des éléments finis», Maloine S.A. Editeur,Paris, 1984.
- [22] F. Shakeri, M. Dehghan, «A finite volume spectral element method for solving magneatohydrodynamic (MHD) equations», Applied Numerical Mathematics 6, pp. 1-23, 2011. .