

Université Mohamed Khider – Biskra  
Faculté des Sciences et de la technologie  
Département : .....



جامعة محمد خيضر بسكرة  
كلية العلوم و التكنولوجيا  
قسم: .....

Ref : .....

Thèse présentée en vue de l'obtention  
Du diplôme de  
**Doctorat en Génie Civil**

**Spécialité : Modélisation numérique en génie civil**

**Contribution à l'évaluation de la portance non-drainée des  
fondations circulaires et annulaires par approche numérique**

Présentée par :  
**Saifi Insaf**

Soutenue publiquement le 11/05/2017

**Devant le jury composé de :**

<b>BELOUNAR Lamine</b>	<b>Professeur</b>	<b>Président</b>	<b>Université de Biskra</b>
<b>BENMEBAREK Sadok</b>	<b>Professeur</b>	<b>Rapporteur</b>	<b>Université de Biskra</b>
<b>BENMEBAREK Naima</b>	<b>Professeur</b>	<b>Co-Rapporteur</b>	<b>Université de Biskra</b>
<b>KHEMISSA Mohamed</b>	<b>Professeur</b>	<b>Examineur</b>	<b>Université de M'Sila</b>
<b>ABECHE Khelifa</b>	<b>Professeur</b>	<b>Examineur</b>	<b>Université de Batna</b>
<b>REMADNA Mohamed saddek</b>	<b>MC-A</b>	<b>Examineur</b>	<b>Université de Biskra</b>

*Je dédie cet événement marquant  
de ma vie à la mémoire de mon père  
disparu trop tôt. Et ma mère pour son  
soutien et pour ce qu'elle est.*

## Remerciements

Je dois tout d'abord remercier Dieu le tout puissant et miséricordieux, qui m'a donné la force et la patience d'accomplir ce travail.

Tout d'abord, j'exprime mes vifs remerciements à mon directeur de thèse, Monsieur **Benmebarek Sadok**, Professeur à l'Université de Biskra, qui m'a encadré durant la période de la thèse avec grande patience et bonne humeur. Son assistance, sa disponibilité, les encouragements qu'il n'a cessé de me prodiguer et enfin la confiance qu'il m'a toujours témoigné, m'ont été d'un grand secours pour l'accomplissement de ce travail. Je lui en suis très reconnaissant.

Mes vifs remerciements vont également à mon co-encadreur Madame **Benmebarek Naima**, Professeur à l'université de Biskra, pour ses conseils et pour ses encouragements.

Je tiens à remercier profondément les membres de jury:

- Monsieur **BELOUNAR Lamine**, Professeur à l'Université de Biskra, d'avoir accepté d'examiner ce travail et de m'avoir honoré de présider le jury.
- Monsieur **KHEMISSA Mohamed**, Professeur à l'Université de M'Sila, qui m'a fait l'honneur d'examiner ce travail et je lui en suis profondément reconnaissant
- Monsieur **ABECHE Khelifa**, Professeur à l'Université de Batna, qui a accepté d'être examinateur. Je le remercie très sincèrement.
- Monsieur **REMADNA Mohamed saddek**, Docteur à l'Université de Biskra, qui a accepté lui aussi d'examiner cette thèse. Je tiens à le remercier pour son extrême gentillesse.

J'aimerais également remercier chaleureusement, le docteur **A. ZAATER**, pour son aide.

Il m'est particulièrement agréable de remercier enfin toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

## Résumé

La capacité portante des fondations circulaires et annulaires a une importance fondamentale dans de nombreux problèmes géotechniques, en particulier, les semelles circulaires et annulaires sont de plus en plus utilisées pour les structures telles que les piles de ponts, les châteaux d'eau, les silos, etc. Une conception tenant en compte la sécurité et l'économie de telles fondations nécessite une bonne connaissance à la fois du tassement et de la capacité portante. Bien que la capacité portante des fondations filantes et circulaires ait été amplement étudiée pendant plusieurs décennies, très peu de tentatives expérimentales et analytiques ont été déployées pour étudier la capacité portante des fondations annulaires et circulaires encastrees. Ces dernières constituent récemment un domaine très attractif aux approches numériques. Cependant des divergences notables et des insuffisances sont observées par les praticiens en géotechnique particulièrement et respectivement pour les fondations circulaires encastrees et les fondations annulaires. Dans ce contexte, le présent sujet de recherche s'intéresse à l'exploitation du logiciel FLAC pour contribuer à la réponse aux préoccupations des praticiens. En premier lieu, des investigations numériques ont été effectuées afin d'évaluer la capacité portante non drainée des fondations circulaires avec un rapport encastrement sur diamètre jusqu'à cinq et pour différentes conditions de rugosité de la base et du parement latéral. Contrairement à la base de la fondation, la rugosité latérale a un effet significatif sur la capacité portante. La comparaison des résultats de la présente étude avec les résultats des études disponibles dans la littérature a montré que la divergence dans la littérature est liée aux procédures utilisées pour simuler les conditions d'interface du parement de la fondation et pour estimer la capacité portante. En deuxième lieu, des simulations numériques concernant les fondations annulaires ont été effectuées pour évaluer d'une part l'effet du rapport entre le rayon interne du vide et le rayon externe  $r_i/r_o$  de la semelle annulaire et d'autre part, l'effet de l'encastrement avec un rapport encastrement sur diamètre extérieur jusqu'à l'unité sur la capacité portante non drainée pour différentes conditions de rugosité de la base et des parements latéraux. Les résultats montrent que la réduction de la portance n'est significative que pour les  $r_i/r_o$  au-delà de 0,25. En revanche, pour les semelles annulaires encastrees avec des parements rugueux, les résultats indiquent que la différence de la capacité portante entre les semelles circulaires et annulaires diminue avec l'augmentation de la profondeur d'encastrement.

**Mots clés:** Modélisation numérique, fondations annulaires, fondations circulaires, argile, capacité portante, non drainée, rupture, plasticité.

## Abstract

The bearing capacity of circular and ring foundations is fundamentally important in many geotechnical problems. In particular, ring and circular footings are widely used to support structures such as bridge piers, water tower structures, silos, etc. Safe and economical design of such footings requires a good knowledge of both the settlement and bearing capacity. The bearing capacity of strip and circular footings has been extensively studied for many decades. A very few experimental and analytical attempts have been made to study the bearing capacity of embedded ring and circular footings. These recently constitute a very attractive area to numerical approaches. Nevertheless, significant divergences and deficiencies have been observed by geotechnical practitioners, particularly for embedded circular and ring foundations respectively. In this context, the present research subject focuses on the use of FLAC software to contribute to the response of the preoccupations of practitioners. Firstly, numerical investigations have been carried out to evaluate the undrained bearing capacity of circular foundations with embedment ratios up to five for different base and side foundation roughness conditions. Unlike the foundation base, the roughness of the foundation side has a significant effect on the bearing capacity. The comparison of the present results with previous published numerical studies available in literature shows that the discrepancy in literature is related to the procedures used to simulate the foundation side interface conditions and to estimate the bearing capacity. Secondly, numerical simulations on the ring foundations have been carried out to evaluate, on the one hand, the effect of the ratio of internal radius to external radius  $r_i/r_o$  of the ring footing, and, on the other hand, the effect of the embedment ratios up to unity on the undrained bearing capacity for different base and side foundation roughness conditions. The results show that the reduction in bearing capacity is only significant for the ratio  $r_i/r_o$  above 0.25. However, for embedded ring footing with rough sides, the results indicate that the bearing capacity difference between circular and ring footings decreases with the increase of the embedment depth.

**Key words:** *Numerical modeling, ring footing, Circular footing, clay, bearing capacity, undrained, failure, Plasticity.*

## ملخص

تعتبر قدرة تحمل الأساسات الدائرية و الحلقية ذات أهمية أساسية في العديد من المشاكل الجيوتقنية. خصوصا، أن الأساسات الدائرية و الحلقية تستخدم على نطاق واسع لدعم الهياكل مثل دعائم الجسور، خزانات الماء، صوامع، الخ. التصميم الآمن و الاقتصادي لهذا النوع من الأساسات يتطلب المعرفة الجيدة لقابلية التحمل و الهبوط. على الرغم من أنه تم دراسة قدرة تحمل الأسس الشريطية و الدائرية على نطاق واسع منذ عقود، تم إجراء عدد قليل جدا من المحاولات التجريبية و التحليلية لدراسة قدرة تحمل الأساسات المدفونة الدائرية و الحلقية. هذه الأخيرة تشكل مؤخرا مجال جذاب للغاية لنهوج الرقمية. لكن الاختلافات البارزة و أوجه القصور لاحظها الممارسون في ميدان الجيوتقنية خاصة بالنسبة للأسس الدائرية المدفونة و الأسس الحلقية على التوالي. وفي هذا السياق، يركز موضوع البحث على استخدام برنامج FLAC للمساهمة في معالجة مخاوف الممارسين. في الأول، أجريت تحقيقات عديدة لتقييم قدرة تحمل أساسات الدائرية على تربة غير نفوذة مع نسبة العمق إلى القطر الأساس تصل إلى خمسة ومن أجل ظروف مختلفة لخشونة القاعدة و الواجهة الجانبية للأساس. خشونة الواجهة الجانبية لها تأثير كبير على قدرة التحمل على خلاف قاعدة الأساس. مقارنة النتائج المتحصل عليها في هذه الدراسة على الأسس الدائرية مع تلك الدراسات العددية التي نشرت سابقا في الأدب تدل على أن الاختلاف يرتبط إلى الإجراءات المتبعة لمحاكاة تأثير واجهة الجزء الجانبي من الأساس و تقدير قدرة التحمل. ثانيا، أجريت تحقيقات عديدة للأسس الحلقية لتقييم كل من تأثير النسبة بين نصف قطر الفراغ الداخلي للأساس الحلقي و نصف قطر الخارجي له  $r_i/r_o$  و تأثير نسبة العمق على قدرة التحمل لتربة غير نفوذة حيث نسبة العمق على القطر الخارجي تصل إلى الوحدة ومن أجل ظروف مختلفة لخشونة القاعدة و الواجهة الجانبية للأساس. وأظهرت النتائج وجود إنخفاض واضح في قيمة التحمل فقط عند تجاوز قيم نسبة  $r_i/r_o$  لـ 0.25. بينما، من أجل الأسس الحلقية المدفونة مع واجهات خشنة، النتائج تشير إلى أن الفرق في قدرة تحمل بين الأسس الدائرية و الحلقية يتناقص مع زيادة عمق التأسيس.

**كلمات مفتاحية:** المحاكاة العددية، أساسات حلقية، أساسات دائرية، طين، قدرة التحمل، غيرنفوذة، آلية الإنهيار، اللدونة.

# Table des matières

Résumé .....	I
Abstract .....	II
ملخص.....	III
Table des matières .....	IV
Liste des symboles .....	VII
Liste des figures .....	VIII
Liste des tableaux .....	XI
Introduction générale.....	1

## PARTIE A : Recherche bibliographique

### Chapitre 1 : *Aperçu bibliographique sur le comportement des fondations superficielles*

1.1. Introduction .....	4
1.2. Généralités sur les fondations superficielles .....	4
1.2.1. Définition.....	4
1.2.2. Principaux types de fondations superficielles .....	6
1.2.2.1. Les fondations filantes .....	6
1.2.2.2. Les fondations isolées .....	7
1.2.2.3. Les radiers ou dallages.....	7
1.3. Fonctionnement des fondations superficielles .....	8
1.3.1. Comportement d'une semelle sous charge verticale centrée.....	8
1.3.2. Mécanisme de rupture d'une fondation superficielle .....	8
1.4. Généralités sur la capacité portante des fondations superficielles .....	11
1.5. Bases conceptuelles des calculs de stabilité.....	12
1.5.1. L'analyse d'équilibre limite.....	13
1.5.2. L'analyse limite .....	14
1.5.3. Calcul en déformations.....	16
1.5.4. Les méthodes dérivées des essais en place.....	17
1.6. Conclusion .....	18

### Chapitre 2: *Capacité portante des fondations superficielles*

2.1. Introduction .....	20
2.2. Méthodes de calcul de la capacité portante.....	20
2.2.1. Méthodes classiques .....	20
2.2.1.1. Théorie de Rankine (1857) .....	21
2.2.1.2. Théorie de Prandtl (1920) .....	23
2.2.1.3. Théorie de Terzaghi (1943) .....	24
2.2.1.4. Théorie de Meyerhof (1963).....	28
2.2.1.5. Théorie de Hansen (1970).....	30

2.2.1.6. Théorie de Vesic (1973) .....	33
2.2.2. Méthodes numériques .....	33
2.2.2.1. Recommandation pour la modélisation des fondations superficielles.....	33
(Mesta. P & Prat .m, 1999) .....	33
2.2.2.1.1. Interaction entre : fondations, structures et le sol .....	34
2.2.2.1.2. Modélisation du sol et de la fondation sans les structures .....	35
2.2.2.1.3. Cas d'une fondation à la géométrie complexe .....	35
2.2.2.1.4. Cas d'une fondation rigide .....	35
2.2.2.1.5. Cas d'une fondation souple.....	36
2.2.2.1.6. Influence de l'état initial des contraintes .....	36
2.2.2.1.7. Conseils pour la réalisation des maillages de fondation superficielle ..	37
2.2.2.1.8. Comportement des sols et modélisation des fondations superficielle...	38
2.2.2.2. La méthode des éléments finis .....	39
2.2.2.3. La méthode des différences finies.....	39
2.2.3. Revue de la littérature (travaux antérieurs) .....	40
2.2.3.1. Fondation circulaire .....	40
2.2.3.1.1. Capacité portante des semelles circulaires à la surface.....	40
2.2.3.1.2. Capacité portante des semelles circulaires encastées .....	44
2.2.3.2. Fondation annulaire .....	48
2.2.3.2.1. Capacité portante des semelles annulaire à la surface .....	48
2.2.3.2.2. Capacité portante des semelles annulaires encastées .....	53
2.3. Conclusion .....	54

## **PARTIE B : Modélisation numérique**

### **Chapitre 3: Les lois de comportement et présentation de l'outil numérique utilisé**

3.1. Introduction .....	57
3.2. Lois de comportement.....	58
3.2.1. Modèle élastique .....	58
3.2.1.1. Modèle élastique linéaire isotrope (loi de Hooke).....	58
3.2.1.2. Modèle élastique orthotrope .....	60
3.2.2. Lois de comportement élastoplastique .....	61
3.2.2.1. Notion de surface de charge.....	61
3.2.2.2. Notion de règle d'écrouissage.....	62
3.2.2.3. Notions de loi d'écoulement .....	65
3.2.3. Modèle élastique linéaire parfaitement plastique Mohr Coulomb .....	65
3.3. Présentation de l'outil de simulation <i>Flac<sup>2d</sup></i> .....	68
3.3.1. Méthodologie de simulation avec Flac .....	68
3.3.2. Méthode des différences finies (MDF).....	70
3.3.3. Schéma de résolution explicite .....	71
3.3.4. Interface .....	73



3.3.4.1. Géométrie d'une interface dans FLAC .....	73
3.3.4.2. Comportement mécanique d'une interface dans FLAC.....	75
3.3.4.3. Paramètres du modèle de l'interface.....	76
3.3.2. Calcul avec Flac de la pression exercée par une semelle sur le sol de fondation.....	76
3.3.2.1. Largeur effective d'une semelle de fondation .....	76
3.3.2.2. Pression sur le sol d'une semelle de fondation .....	77
3.4. Conclusion.....	77

**Chapitre 4: Analyse numérique de la capacité portante non-drainée des fondations circulaires**

4.1. Introduction .....	80
4.2. Synthèse des travaux antérieurs .....	82
4.3. Procédés de simulation numérique.....	86
4.3.1. Définition du problème et présentation du cas étudié .....	86
4.3.2. Simulations par <i>Flac<sup>2D</sup></i> .....	87
4.4. Résultats des calculs et discussion .....	90
4.4.2. Facteur de capacité portante $Nc'$ à la surface du sol non drainé ( $D_f/D=0$ ) .....	91
4.4.3. Facteur de capacité portante $Nc'$ des semelles circulaires encastrées.....	91
4.4.4. Le facteur de profondeur ' $d_c$ ' .....	100
4.5. Conclusion.....	102

**Chapitre 5: Analyse numérique de la capacité portante non-drainée des fondations annulaires**

5.1. Introduction .....	105
5.2. Procédés de simulation numérique.....	106
5.2.1. Présentation du cas étudié.....	106
5.2.2. Simulations par <i>Flac<sup>2D</sup></i> .....	107
5.3. Résultats des calculs et discussion .....	110
5.3.1. Facteur de capacité portante $Nc'$ des semelles circulaires encastrées.....	110
5.3.2. Facteur de capacité portante $Nc'$ des semelles annulaires encastrées .....	112
5.3.2.1. Semelle annulaire à la surface du sol ( $D_f/D =0$ ) .....	112
5.3.2.2. Semelle annulaire encastrée ( $D_f/D \neq 0$ ) .....	113
5.4. Conclusions .....	122

<b>Conclusions générales</b> .....	124
<b>Références bibliographiques</b> .....	128

## Liste des symboles

$B$	Largeur de la fondation
$D$	Diamètre d'une semelle circulaire
$L$	Longueur de la fondation
$D_f$	Profondeur d'assise de la fondation
$A$	Surface de la fondation
$Q_u$	Charge ultime
$q_u$	Contrainte de rupture
$q_a$	Contrainte admissible
$F$	Coefficient de sécurité
$D_w$	Profondeur de la nappe d'eau dans le sol
$e$	Excentrement de la charge
$\delta$	Inclinaison de la charge
$c$	Cohésion du sol
$c_u$	Cohésion non drainée
$\varphi$	Angle de frottement interne du sol
$\varphi_u$	Angle de frottement non drainé
$\Psi$	Angle de dilatance du sol
$\gamma$	Poids volumique du sol
$q$	Surcharge au-dessus du niveau des fondations
$N_c$	Facteur de capacité portante, terme de cohésion
$N_q$	Facteur de capacité portante, terme de profondeur
$N_\gamma$	Facteur de capacité portante, terme de surface
$s_c, s_q$ et $s_\gamma$	Coefficients dépendant de la forme des fondations
$d_c, d_q$ et $d_\gamma$	Coefficients de profondeur
$i_c, i_q$ et $i_\gamma$	Coefficients d'inclinaison de la charge
$r_o$	Rayon extérieur de la fondation annulaire
$r_i$	Rayon intérieur de la fondation annulaire
$k_n$	Raideur normale
$k_s$	Raideur de cisaillement
$G$	Module de cisaillement
$E$	Module d'Young
$\nu$	Coefficient de Poisson
$K$	Modules volumiques

## Liste des figures

### Chapitre 1 : *Aperçu bibliographique sur le comportement des fondations superficielles*

	Page
Figure 1.1: Fondation superficielle	5
Figure 1.2: Classification des fondations selon le DTU 13.12	6
Figure 1.3: Fondation filante	6
Figure 1.4: Types des fondations isolées	7
Figure 1.5: Fondation de type radier	7
Figure 1.6: Chargement d'une semelle superficielle	8
Figure 1.7: Mécanisme de rupture d'une semelle rigide (Vesic 1963)	10
Figure 1.8: Nature de la rupture d'une fondation dans un sable d'après Vesic (1963)	10
Figure 1.9: Différentes formes d'une fondation superficielle	11
Figure 1.10: Différentes positions d'une fondation superficielle	11
Figure 1.11: Différentes positions d'une fondation superficielle	12
Figure 1.12: position d'une nappe de l'eau dans le sol	12
Figure 1.13: Particularités des calculs de stabilité dans l'approche cinématique de l'analyse limite	15
Figure 1.14: Définitions de la rupture pour le calcul en déplacement, l'analyse limite et l'analyse d'équilibre limite	17

### Chapitre 2: *Capacité portante des fondations superficielles*

Figure 2.1 : Equilibre de Rankine	21
Figure 2.2 : Mécanisme de rupture d'une fondation de base lisse [Prandtl (1920)]	23
Figure 2.3: Mécanisme de rupture d'une fondation de base rugueuse [Terzaghi (1943) ]	25
Figure 2.4 : Schéma de principe de la théorie de Terzaghi	25
Figure 2.5 : Méthode de superposition de Terzaghi	25
Figure 2.6 : Modèle utilisé par Terzaghi pour la détermination des facteurs de portance	26
Figure 2.7 : Facteurs de capacité portante en fonction de $\phi$ (Terzaghi : fondation rugueuse)	27
Figure 2.8 : La surface de rupture pour une fondation filante proposée par Meyerhof (1951)	28
Figure 2.9 : facteurs de capacité portante de Hansen	30
Figure 2.10 : Dimensions conseillées pour le maillage d'une fondation superficielle	38
Figure 2.11 : Résultats typiques des tests en centrifugeuse d'après Tani et Craig (1995) ; a) déformation du sol argileux, b) surface du sol	42
Figure 2.12 : Facteurs de capacité portante $N_c$ pour condition non drainée après Skempton (1951)	45
Figure 2.13 : Diagramme schématique et modèle [Siva Reddy et al. (1991)]	46
Figure 2.14 : Les valeurs de $N_c$ pour semelles circulaires d'après Siva Reddy et al. 1991	46
Figure 2.15 : Résistance limite à la base des semelles circulaires [Salgado et al. (2004)]	47
Figure 2.16 : Mécanisme de rupture de Kumar et Ghosh 2005 et définitions des différentes contraintes	49

Figure 2.17 : Géométrie du schéma de rupture de Kumar et Ghosh 2005 pour différentes valeurs de $r_i/r_0$ et un support rugueux, (a) $r_i/r_0 = 0$ , (b) $r_i/r_0 = 0.50$ , (c) $r_i/r_0 = 0.75$	51
Figure 2.18 : Présentation du problème étudié par [Lee et al. (2016b)]	53
Figure 2.19 : Variation de $N_c$ avec $\frac{D_f}{D}$ et $\frac{kB}{s_{um}}$ [Lee et al. (2016b)]	54

### **Chapitre 3: Présentation de l'outil numérique utilisé et lois du comportement du sol**

Figure 3.1 : Principe de loi de comportement élastique	59
Figure 3.2 : Surface de charge	62
Figure 3.3 : Essai de compression (ou de traction) uniaxiale d'un matériau	63
Figure 3.4 Représentation de l'écroutissage isotrope en projection : (a) dans le plan déviatoire (b) dans le plan $\sigma_{axiale} - \varepsilon_{axiale}$ en traction-compression simple	64
Figure 3.5 Représentation de l'écroutissage cinématique en projection : (a) dans le plan déviatoire (b) dans le plan $\sigma_{axiale} - \varepsilon_{axiale}$ en traction-compression simple	64
Figure 3.6 : Représentation du critère de Mohr-Coulomb dans le plan de Mohr	66
Figure 3.7 : Comparaison des critères de Mohr-Coulomb et Tresca dans l'espace des contraintes principales d'après <i>Itasca (2000)</i>	67
Figure 3.8 : Modélisation de la dilatance $\psi$ à partir du test triaxial ( <i>Vermeer et de Borst, 1984</i> )	68
Figure 3.9 : Méthodologie de modélisation numérique avec FLAC ( <i>Itasca manuel</i> )	69
Figure 3.10 : Cycle explicite de calcul de base par la méthode des différences finies, pour un pas de temps $\Delta t$ , d'après <i>Billaux et Cundall (1993)</i>	72
Figure 3.11 : Etapes de création d'une interface dans FLAC, d'après <i>Itasca (2000)</i>	74
Figure 3.12 : Représentation schématique d'une interface, d'après <i>Itasca (2000)</i>	74

### **Chapitre 4: Analyse numérique de la capacité portante non-drainée des fondations circulaires**

Figure 4.1: Présentation du problème étudié par [Hu et al. 1999]	84
Figure 4.2: Présentation du problème étudié par [Edwards et al. (2005)]	85
Figure 4.3: Présentation du cas étudié	86
Figure 4.4: Conditions aux limites du modèle	88
Figure 4.5: Maillage utilisé dans les simulations avec FLAC pour $D_f/D = 1$	89
Figure 4.6 : Variation de $N'_c(1)$ avec $D_f/D$	93
Figure 4.7 : Variation de $N'_c(2)$ avec $D_f/D$	94
Figure 4.8 : Comparaison de la variation de $N'_c$ avec $D_f/D$ pour le cas SS-SB	94
Figure 4.9 : Comparaison de la variation de $N'_c$ avec $D_f/D$ pour le cas RS-RB	95
Figure 4.10 : Comparaison de la variation de $N'_c$ avec $D_f/D$ pour le cas SS-RB	95
Figure 4.11 : Les zones plastifiées pour SS-SB	97
Figure 4.12 : Les zones plastifiées pour RS-RB	99
Figure 4.13: Comparaison de ' $d_c$ ' en fonction du rapport $D_f/D$ par rapport aux résultats numériques et théoriques.	102

## **Chapitre 5: Analyse numérique de la capacité portante non-drainée des fondations annulaires**

Figure 5.1: Présentation du problème	107
Figure 5.2 : Conditions aux limites du modèle	108
Figure 5.3: Maillage utilisé dans les simulations avec FLAC	109
Figure 5.4: Comparaison de la variation de $N'_c$ avec $D_f/D$ pour des fondations circulaires	111
Figure 5.5: Variation du facteur de capacité portante $N'_c$ avec $r_i/r_o$ pour des fondations annulaires lisses et rugueuses, $D_f/D = 0$	112
Figure 5.6 : Variation du facteur de capacité portante $N'_c$ avec $D_f/D$	116
Figure 5.7 : Variation du facteur de capacité portante $N'_c$ avec $D_f/D$ et $r_i/r_o$ pour semelles annulaires	117
Figure 5.8 : Présentation du problème	118
Figure 5.9 : Vecteurs du champ des déplacements pour SS-SB	120
Figure 5.10 : Vecteurs du champ des déplacements pour RS-RB	122

## Liste des tableaux

### **Chapitre 2: Capacité portante des fondations superficielles**

Tableau 2.1 : coefficients de capacité portante de Terzaghi pour un cisaillement générale	27
Tableau 2.2 : Facteurs de capacité portante $N_\gamma$ et $N_q$ d'après <i>Bolton et Lau 1993</i>	41
Tableau 2.3: Facteurs de capacité portante $N'_\gamma$ et $N'_c$ pour une fondation circulaire ( <i>Erikson et Drescher 2001</i> )	43
Tableau 2.4: Facteur de portance $N_\gamma$ pour une semelle circulaire (sol homogène), d'après <i>Martin (2003)</i>	43
Tableau 2.5: Facteur de portance $N_c$ pour une semelle circulaire sur des sols non homogènes, d'après <i>Martin (2003)</i>	44

### **Chapitre 3: Présentation de l'outil numérique utilisé et lois du comportement du sol**

Tableau 3.1: Relations entre constantes élastiques d'après <i>Leipholz (1974)</i>	59
Tableau 3.2: Comparaison des méthodes explicite et implicite, d'après <i>Billiaux et Cundall (1993)</i>	73

### **Chapitre 4: Analyse numérique de la capacité portante non-drainée des fondations circulaires**

Tableau 4.1: Comparaison des valeurs de $N'_c$ issues de la présente étude avec les résultats donnés par d'autres auteurs pour les fondations circulaires à la surface, lisse (S) et rugueuse (R)	91
Tableau 4.2: Comparaison des valeurs de $N'_c(1)$ et $N'_c(2)$ issues de la présente étude avec les résultats d'autres auteurs	92
Tableau 4.3: Comparaison des valeurs de ' $d_c$ ' avec les résultats donnés par d'autres auteurs pour les fondations circulaires encastées	101

### **Chapitre 5: Analyse numérique de la capacité portante non-drainée des fondations annulaires**

Tableau 5.1 : Facteur de capacité portante $N'_c$ des fondations circulaires encastées ( $r_i/r_o=0$ )	111
Tableau 5.2: Facteur de capacité portante $N'_c$ des fondations annulaires lisses et rugueuses, $D_i/D=0$	112
Tableau 5.3: Facteur de capacité portante $N'_c$ des fondations annulaires encastées	113

# Introduction générale

La bonne conception et le bon dimensionnement des fondations constituent des éléments très importants dans la sécurité et la durabilité des ouvrages. Des méthodes de calcul de la capacité portante ont été développées progressivement depuis le début du vingtième siècle. Elles doivent beaucoup à quelques précurseurs (Terzaghi, Meyerhof, Brinch Hansen, Caquot, de Beer...), qui ont établi un ensemble de règles validées par l'expérience et couvrant la plupart des situations courantes. Cependant la confrontation à la diversité des fondations superficielles du point de vue géométrie, hétérogénéité du terrain, chargement et encastrement limite, l'utilisation des méthodes empiriques et analytiques constituent récemment un domaine très attractif aux approches numériques permettant d'aboutir à des solutions plus rigoureuses.

Aujourd'hui, les semelles circulaires et annulaires sont de plus en plus utilisées dans la pratique. Elles apportent un support aux structures telles que les piles de ponts, les châteaux d'eau, les réservoirs d'hydrocarbures, les antennes de communication, les silos, etc. Peu d'études expérimentales et théoriques concernant la portance et le tassement des fondations circulaires et annulaires encastrees sont disponibles dans la littérature. En plus, la comparaison des solutions disponibles montre des divergences notables dues particulièrement aux différences des hypothèses de simplification et mécanismes de ruptures considérés. Le développement et la disponibilité des outils de modélisation numérique récents offrent une opportunité pour mettre en lumière la sensibilité de la portance du sol aux particularités rencontrées en pratique : forme de fondation, géométrie du milieu, condition de chargement, hétérogénéité du sol support, etc. Dans ce contexte, le présent sujet de recherche s'intéresse à l'exploitation du logiciel FLAC pour répondre aux préoccupations des praticiens en proposant à partir des résultats de modélisation numérique des tables et des abaques pour la portance non drainée des fondations circulaires et annulaires dans différentes conditions.

La présente thèse se compose de 5 chapitres regroupés en deux parties.

La première partie présente une synthèse bibliographique et comporte deux chapitres.

Dans le premier chapitre nous ferons un rappel succinct sur un certain nombre de connaissances de base sur la définition des fondations superficielles, leur fonctionnement, les différents mécanismes de rupture et les bases conceptuelles des calculs de stabilité.

Le chapitre 2 expose les différentes méthodes de calcul de la capacité portante des fondations superficielles. Il présente également les travaux de recherches importants effectués sur les fondations superficielles de formes circulaires et annulaires.

La deuxième partie, partagée en trois chapitres (chapitre 3, chapitre 4 et chapitre 5), est consacrée à la modélisation numérique.

Le chapitre 3 expose une description générale de l'outil de calcul (FLAC<sup>2D</sup>) ainsi que les modèles de comportement utilisés dans la présente analyse.

Les chapitres 4 et 5 présentent notre contribution dans cette thèse, à savoir les résultats de modélisation numérique de la capacité portante non-drainée des fondations circulaires (chapitre 4) et des fondations annulaires (chapitre 5). Les résultats numériques sont exposés sous forme de tableaux et de courbes, en mettant en évidence l'influence de la profondeur d'encastrement des semelles, de l'interface sol/semelle et du rapport rayon intérieur du vide sur rayon extérieur de la semelle annulaire sur la portance non drainée. Des interprétations et des comparaisons avec les résultats disponibles dans la littérature et provenant d'autres auteurs sont également entreprises.

Enfin, cette thèse est clôturée par une conclusion générale synthétisant les différents résultats obtenus.



# **Chapitre 1**

*Aperçu bibliographique sur le comportement  
des fondations superficielles*

## **Chapitre 1 : Aperçu bibliographique sur le comportement des fondations superficielles**

### **Sommaire**

1.1. Introduction .....	4
1.2. Généralités sur les fondations superficielles .....	4
1.2.1. Définition .....	4
1.2.2. Principaux types de fondations superficielles .....	6
1.2.2.1. Les fondations filantes .....	6
1.2.2.2. Les fondations isolées .....	7
1.2.2.3. Les radiers ou dallages .....	7
1.3. Fonctionnement des fondations superficielles.....	8
1.3.1. Comportement d'une semelle sous charge verticale centrée .....	8
1.3.2. Mécanisme de rupture d'une fondation superficielle.....	8
1.4. Généralités sur la capacité portante des fondations superficielles .....	11
1.5. Bases conceptuelles des calculs de stabilité .....	12
1.5.1. L'analyse d'équilibre limite .....	13
1.5.2. L'analyse limite.....	14
1.5.3. Calcul en déformations.....	16
1.5.4. Les méthodes dérivées des essais en place.....	17
1.6. Conclusion .....	18

# **Chapitre 1**

## ***Aperçu bibliographique sur le comportement des fondations superficielles***

### **1.1. Introduction**

La fondation est la composante d'un ouvrage qui transmet au sol d'assise les efforts provenant de cet ouvrage. Ces derniers ont en général une composante verticale prédominante, mais la composante horizontale est souvent non négligeable; les efforts appliqués au sol sont donc inclinés. Si les efforts sont reportés à la surface du sol, les fondations seront dites superficielles; si les efforts sont reportés en profondeur, il s'agira de fondations profondes. Pour des raisons de coût, on cherche souvent à fonder un ouvrage superficiellement. Si cette solution n'est pas satisfaisante d'un point de vue technique (le sol ne peut pas supporter la charge appliquée où les tassements sont trop importants) ou économique, une solution en fondation profonde est envisagée.

Dans ce chapitre, nous rappelons un certain nombre de connaissances de base qui concernent le comportement des fondations superficielles. Nous aborderons successivement la définition des fondations superficielles, leur fonctionnement, la présentation des divers types de fondations superficielles, les modes de rupture sous un chargement vertical sont expliqués. On présente également les bases conceptuelles des calculs de stabilité.

### **1.2. Généralités sur les fondations superficielles**

#### **1.2.1. Définition**

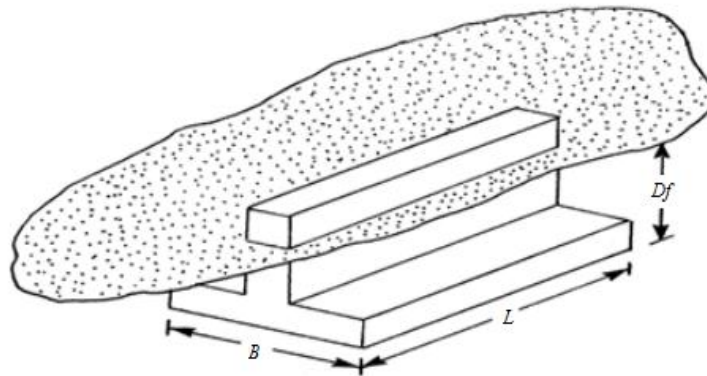
La partie inférieure d'une structure qui transmet les charges au sol est désignée par le terme «fondations». Les fondations peuvent être classées en deux majeures catégories, ce sont les fondations superficielles et les fondations profondes.

Quand le sol sous-jacent à la structure (fondations) ne peut pas supporter la charge appliquée où les tassements sont trop importants, les charges provenant de la structure sont transmis au moyen de pieux et puits à de grandes profondeurs sur des couches plus résistantes; ces types de fondations sont désignés par le terme « fondations profondes ».

Les fondations superficielles sont des fondations faiblement encastées qui reportent les charges au niveau des couches superficielles de terrains. Les fondations profondes reportent les charges dans les couches profondes, mais aussi dans les couches superficielles qu'elles traversent. Pour différencier ces deux types de fondations on est amené à définir la notion de profondeur critique qui est la profondeur au-dessous de laquelle la résistance sous la base de la fondation n'augmente plus. Les fondations superficielles ont leurs bases au-dessus de cette profondeur critique.

Les éléments géométriques qui définissent une fondation superficielle sont:

- $B$ , la largeur de la fondation;
- $L$ , la longueur de la fondation;
- $D_f$ , l'encastrement qui est la profondeur de la base de fondation.



**Figure 1.1:** Fondation superficielle

La fondation est dite profonde si  $D_f / B > 6$  et  $D_f > 3$  m selon le DTU 13.12 fondation superficielles et  $D_f / B > 5$  selon le fascicule 62 titre v. Pour certains auteurs:

Une fondation est dite superficielle si  $D < 1,5 \cdot B$

Si  $D_f > 5B$ .....la fondation est dite profonde

Si  $1,5 B < D_f < 5 B$  .....la fondation est semi profonde

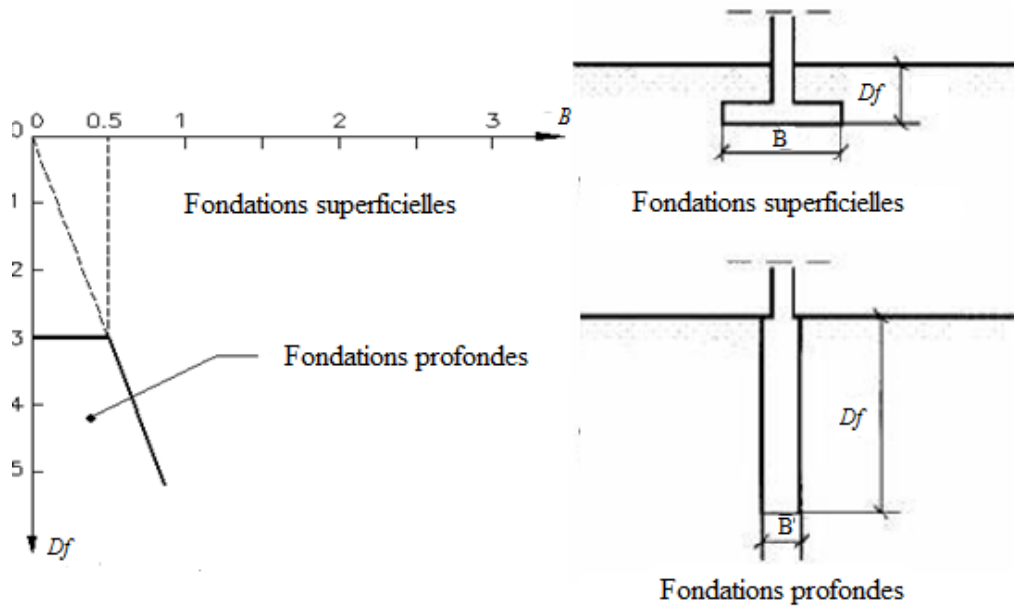


Figure 1.2: Classification des fondations selon le DTU 13.12

## 1.2.2. Principaux types de fondations superficielles

On distingue trois types de fondations superficielles: les fondations filantes, les fondations isolées et les radiers ou dallages.

### 1.2.2.1. Les fondations filantes

Lorsque la descente de charges n'est plus concentrée (sous un mur classique), on met logiquement en œuvre une fondation de type filante, c'est à dire continue sous l'objet fondé. Les fondations filantes, généralement de largeur  $B$  modeste (au plus quelques mètres) et de grande longueur  $L$  ( $L/B > 10$ ).

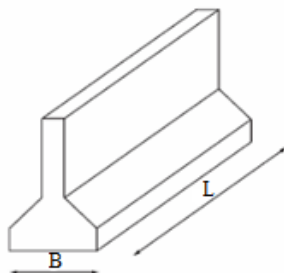


Figure 1.3: Fondation filante

### 1.2.2.2. Les fondations isolées

Si cette fondation supporte un poteau unique, elle est appelée semelle isolée ( $L/B < 5$ ), elle peut être généralement, soit circulaire ou annulaire (de diamètre  $B$ ), soit carrée ( $L=B$ ), soit rectangulaire ( $B < L < 5B$ ), etc.

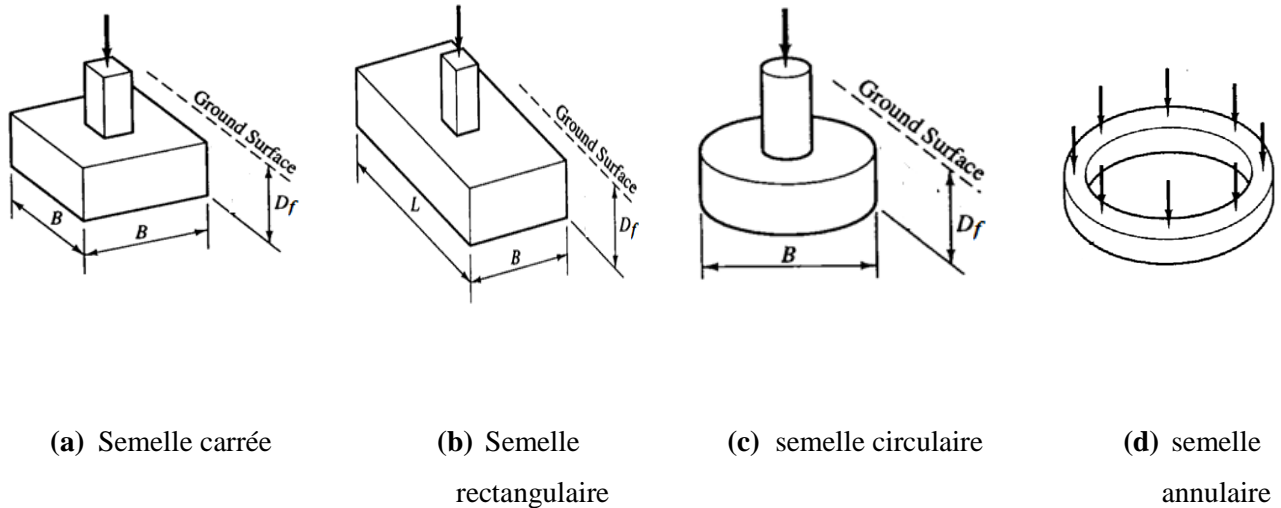


Figure 1.4: Types des fondations isolées

### 1.2.2.3. Les radiers ou dallages

Les radiers ou dallages ont des dimensions  $B$  et  $L$  importantes, cette catégorie inclut les radiers généraux.

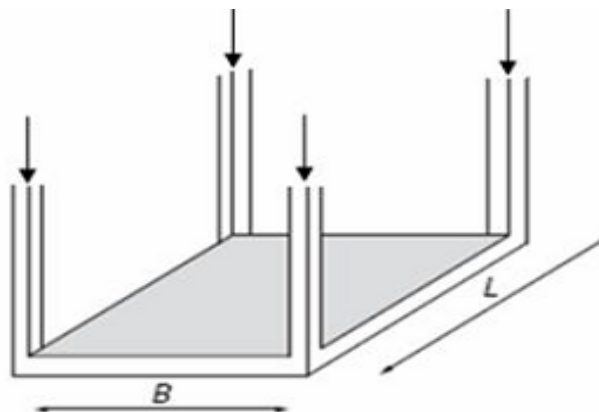
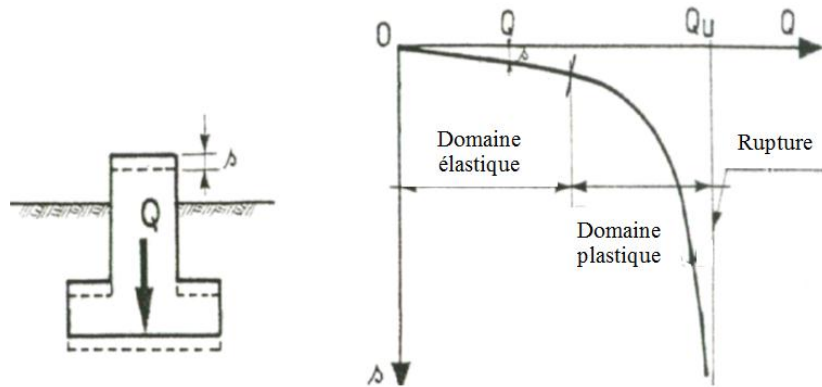


Figure 1.5: Fondation de type radier

### 1.3. Fonctionnement des fondations superficielles

#### 1.3.1. Comportement d'une semelle sous charge verticale centrée

La figure 1.6 présente la courbe chargement-tassement d'une fondation superficielle. On peut remarquer que tant que la charge est raisonnable, les tassements sont élastiques linéaires avec le chargement. La rupture advient pour une charge  $Q_u$ , appelée charge ultime qui provoque la rupture du sol de fondation dès qu'elle est atteinte.



**Figure 1.6:** Chargement d'une semelle superficielle

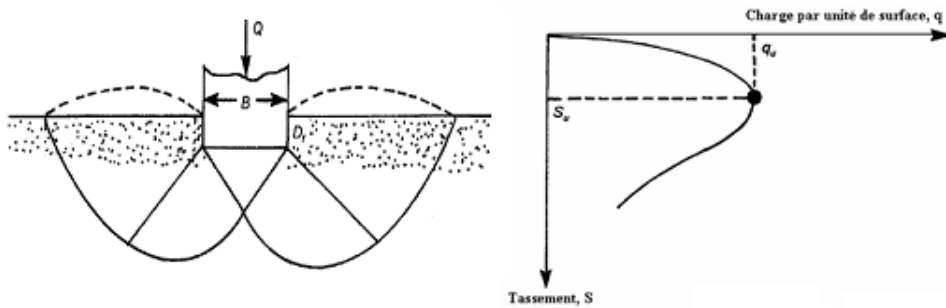
$A$ , étant la surface d'impact de la semelle, la contrainte de rupture de la semelle est:  $q_u = Q_u/A$ . La contrainte admissible  $q_a$ , est obtenue en divisant la contrainte ultime par un coefficient de sécurité  $F$ ,  $q_a = q_u / F$ , avec généralement  $F = 3$ . Les contraintes ultime et admissible sont par ailleurs à la base de la conception des fondations.

#### 1.3.2. Mécanisme de rupture d'une fondation superficielle

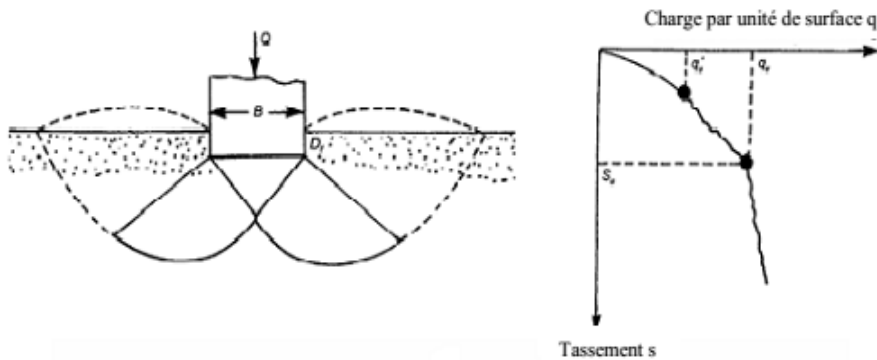
Avant l'application de la charge sur une semelle, le sol est en état d'équilibre élastique. Lorsque la charge augmente au-delà d'une certaine valeur critique, le sol passe progressivement à l'état d'équilibre plastique. Au cours du passage d'un état à l'autre, la répartition des réactions du sol sur la base de la semelle et l'orientation des contraintes principales dans le sol, subissent des variations. La transition s'opère à partir des bords extérieurs de la fondation et s'étend comme il est indiqué sur la figure 1.7 qui s'applique à une semelle continue (ou filante) reposant sur un massif homogène de sable.

Les résultats d'essais sur des semelles rigides montrent qu'il existe trois mécanismes potentiels de rupture mobilisant un volume limité de sol:

- Un mécanisme de cisaillement généralisé: caractérisé par la formation d'un coin sous la base de la fondation, qui refoule le sol latéralement selon des lignes de glissement débouchant à la surface. L'enfoncement de la fondation provoque généralement un soulèvement du sol d'autant plus net que la structure est moins déformable. C'est le cas pour les sols relativement résistants (fig.1.7.a);
- Un mécanisme de cisaillement localisé : qui ne s'étend qu'au voisinage immédiat de la fondation. Il y a également soulèvement du sol, mais après un enfoncement très important. C'est le cas pour les sols très compressibles, comme des sables lâches (fig.1.7.b);
- Une rupture par poinçonnement: La figure 1.7.c montre la même fondation, mais cette dernière surmonte un sable lâche ou un sol argileux. Pour ce cas, la courbe de chargement-tassement sera comme celle montrée dans la même figure. Une valeur maximale de charge par unité de surface,  $q$ , n'est jamais observée. La capacité portante ultime ( $q_u$ ) est définie comme le point où le rapport  $\Delta S/\Delta q$  devient le plus grand et à peu près constant. Ce type de rupture dans le sol est appelé rupture par poinçonnement. Dans ce cas, la surface de rupture ne s'étend jamais à la surface du terrain.

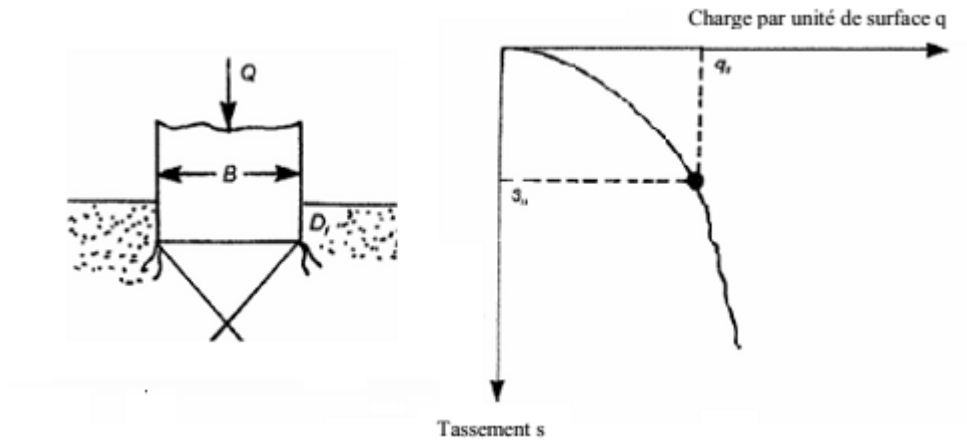


(a) Mécanisme de cisaillement généralisé



(b) Mécanisme de cisaillement localisé





(c) Mécanisme de rupture par poinçonnement

**Figure 1.7:** Mécanisme de rupture d'une semelle rigide (*Vesic 1963*)

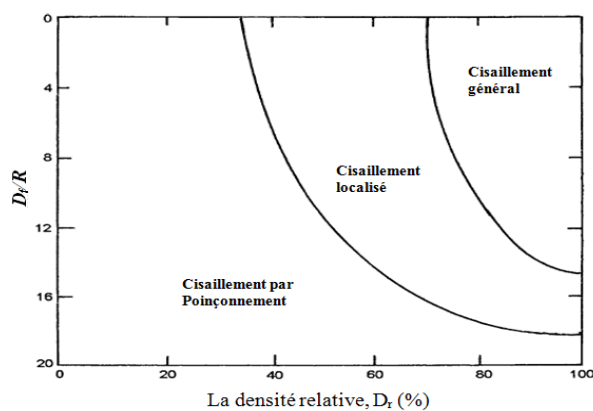
La nature de la rupture dans le sol à la charge ultime est fonction de plusieurs facteurs tels que la rigidité et la compressibilité relative du sol, la profondeur d'encastrement  $D_f$  par rapport à la largeur de la fondation ( $B$ ), et le rapport de la largeur à la longueur ( $B/L$ ) de la fondation. Ceci a été clairement expliqué par *Vesic (1973)* qui a conduit plusieurs essais réalisés sur modèles réduits au laboratoire dans le cas d'un sable. La conclusion de ces résultats est montrée dans la figure 1.8. Dans cette figure,  $D_r$  est la densité relative du sable, et  $R$  le rayon hydraulique de la fondation qui est défini comme suit :

$$R = \frac{A}{P} \quad (1.1)$$

Où :

$A$  : surface de la fondation =  $B.L$

$P$  : périmètre de la fondation =  $2(B + L)$



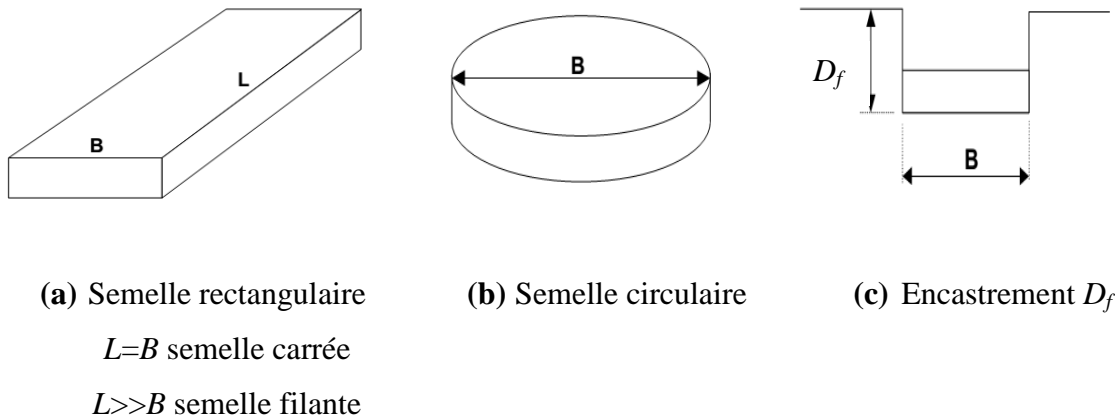
**Figure 1.8:** Nature de la rupture d'une fondation dans un sable d'après *Vesic (1963)*

On remarque dans la figure 1.8, pour  $D_f/R \geq 18$ , la rupture par poinçonnage se produit quelle que soit la valeur de la densité relative du sable.

#### 1.4. Généralités sur la capacité portante des fondations superficielles

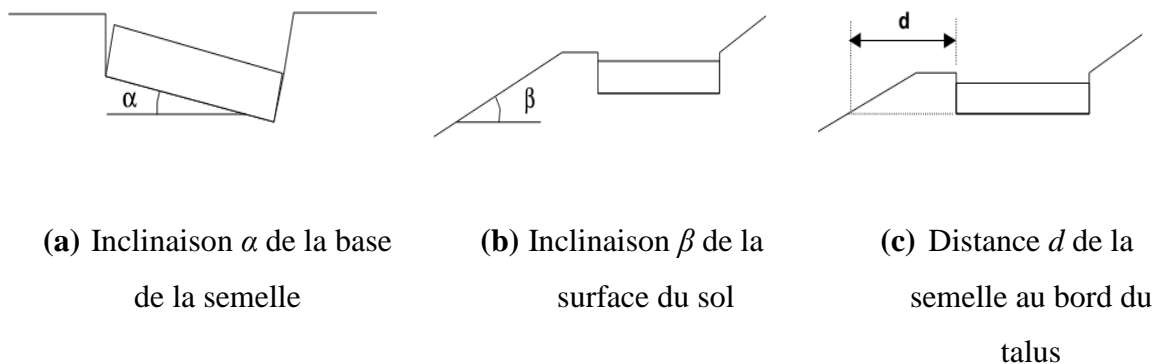
Les facteurs de la capacité portante des fondations superficielles sont nombreux et variés. On distingue:

- la forme des fondations (carrées, rectangulaires ou circulaires).



**Figure 1.9:** Différentes formes d'une fondation superficielle

- l'inclinaison du sol (sol horizontal, sol incliné, bord de talus).



**Figure 1.10:** Différentes positions d'une fondation superficielle

- Les propriétés mécaniques du sol (sol homogène, sol stratifié, sol cohérent, sol cohérent et frottant).

- Interaction sol-structure (contact rugueux, contact lisse).
- Les caractéristiques de la charge appliquée (charge verticale centrée, excentrée, inclinée).

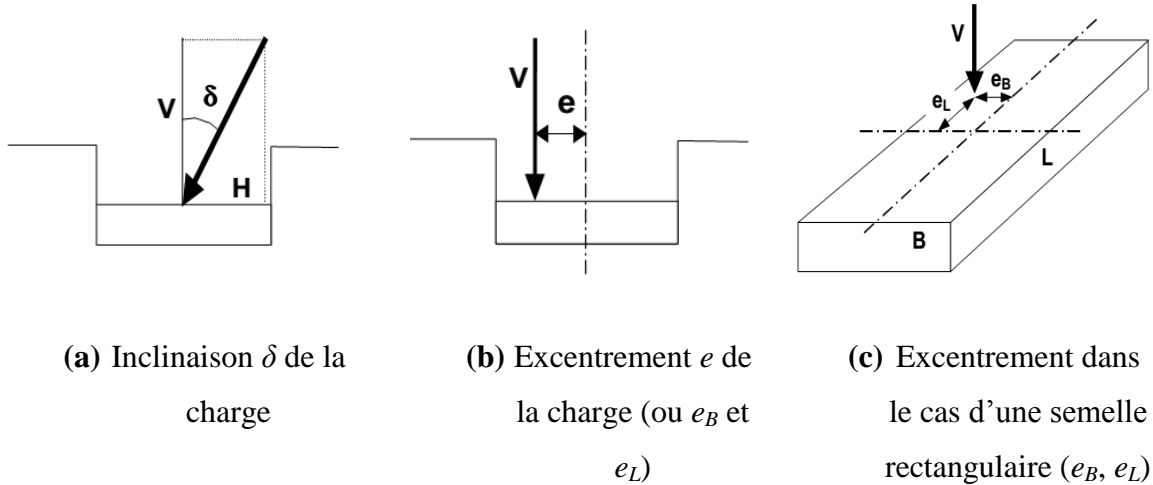


Figure 1.11: Différentes positions d'une fondation superficielle

- L'influence de l'eau (présence d'une nappe à différentes profondeurs).

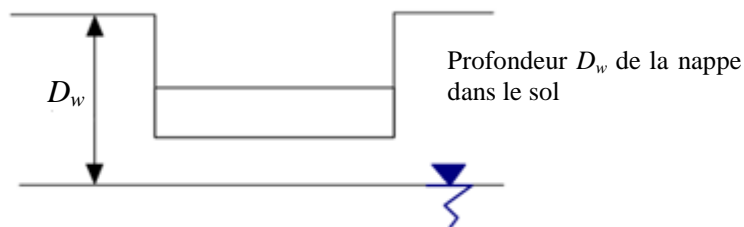


Figure 1.12: Position d'une nappe d'eau dans le sol

## 1.5. Bases conceptuelles des calculs de stabilité

La stabilité des fondations superficielles et celle des autres ouvrages géotechniques peut être analysée de quatre façons différentes (Magnan *et al.* 2004):

- Par analyse d'équilibre limite;
- Par analyse limite;
- Par des calculs en déformation;
- Par des corrélations avec des essais en place.

### 1.5.1. L'analyse d'équilibre limite

L'analyse d'équilibre limite applique des principes de base de la mécanique des matériaux et des structures qui étaient utilisés en génie civil longtemps bien avant l'invention de la plasticité et même de l'élasticité. Les équations de forces découlent des travaux de *Galilée (1638)* et *Newton (1687)* et ont vu leur première application géotechnique dans les travaux de *Coulomb (1773)* et de son prédécesseur *Couplet (1727)*.

L'idée est que tout solide ou toute partie de solide en équilibre (comme l'est un ouvrage géotechnique avant la rupture) est soumis à un système de forces et moments en équilibre. La référence aux parties de solides en équilibre permet de raisonner aussi sur les forces internes, donc sur les contraintes, et de définir deux principes:

- Les charges (forces et moments externes, forces internes) appliquées à un solide en équilibre doivent être équilibrées (forces et moments résultants égaux à zéro);
- Les forces internes ou contraintes doivent être inférieures ou égales à la résistance des sols et des autres matériaux existant dans le solide considéré.

Avec les concepts et les notations actuels, ces principes peuvent être exprimés par deux ensembles d'équations :

$$\left[ \begin{array}{l} \sum F_i = 0 \text{ (forces)} \\ \sum M_i = 0 \text{ (moments)} \end{array} \right. \quad (1.2a)$$

$$\left[ \begin{array}{l} \text{Charge} \leq \text{Résistance} \end{array} \right. \quad (1.2b)$$

$$\left[ \begin{array}{l} \text{div } \vec{\sigma} + \vec{f}_i = 0 \\ \sigma \text{ Satisfait les conditions aux limites en forces et contraintes} \end{array} \right. \quad (1.3a)$$

$$\left[ \begin{array}{l} \text{Contraintes } \sigma \leq \text{Résistance} \end{array} \right. \quad (1.3b)$$

Les équations (1.2a) et (1.2b) s'appliquent aux cas où les sols et les ouvrages sont traités comme des solides soumis à des forces  $F_i$  et à des moments  $M_j$ . les équations (1.3a) et (1.3b) s'appliquent dans les cas où l'on utilise la mécanique des milieux continus (contraintes  $\sigma$  et forces volumiques  $f_i$ ). Dans les deux cas, l'analyse d'équilibre limite définit l'équilibre dans un contexte de stabilité. Les conditions aux limites imposées aux déplacements ne sont pas prises en compte explicitement, mais elles sont intégrées de fait dans la géométrie des blocs dont on analyse l'équilibre.

La formulation de l'analyse d'équilibre limite en termes de contraintes trouve ses précurseurs dans les travaux de *Rankine (1856)* et de *Lévy (1867)*, *Résal (1903, 1910)*, *Massau (1905)*, *Caquot (1934)* et *Frontard (1936)*.

La résolution des équations (1.3a) et (1.3b) a fait l'objet de nombreuses recherches et est facilitée notamment par la méthode dite des caractéristiques (*Sokolovskij, 1960b*).

L'analyse d'équilibre limite est la méthode d'analyse de stabilité la plus couramment utilisée en géotechnique.

### 1.5.2. L'analyse limite

L'évolution des concepts de la mécanique depuis le 18<sup>ème</sup> siècle a permis le développement d'une autre stratégie d'analyse de stabilité appelée « analyse limite ». L'analyse limite utilise notamment les concepts de travaux virtuels et équilibre statique (*Lagrange, 1788*) et le principe du travail plastique local maximal (*Kazinczy, 1914 ; Kist, 1917 ; Gvozdev, 1938, 1948 ; Markov, 1947 ; Hill, 1948, 1950 ; Drucker et Prager, 1952*). L'analyse cinématique régularisée qui sera évoquée plus loin, s'appuie de plus sur les travaux de *Moreau (1966)* et *Nayrolles (1970)*.

La grande différence entre l'analyse limite et l'analyse d'équilibre limite réside dans la prise en compte de la cinématique des déformations dans l'analyse de rupture. L'analyse des déformations permet d'une part de raisonner en termes de travail des forces internes et externes, et plus seulement en termes d'équilibres de forces, et d'autre part de tenir compte directement des conditions aux limites sur les déplacements.

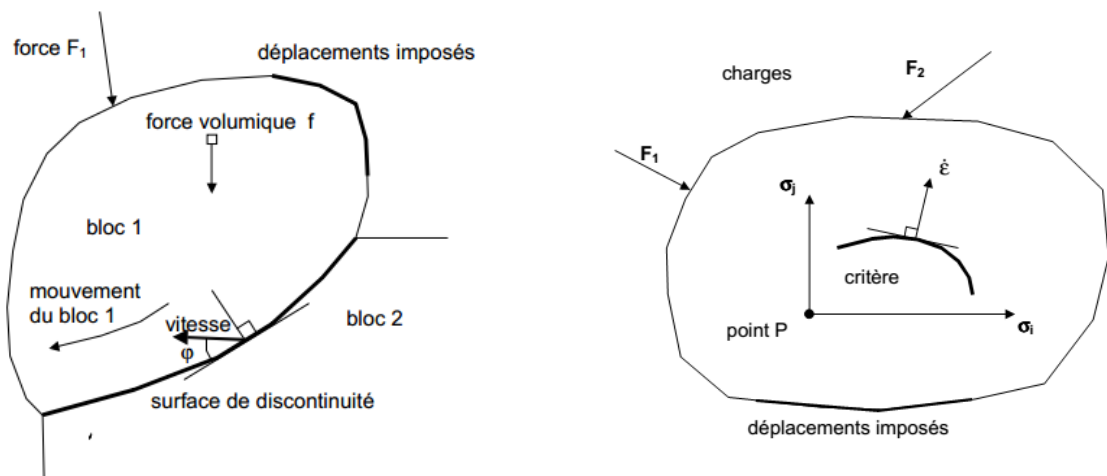
L'analyse limite admet que les sols et autre matériaux ont un comportement élastique (ou rigide) parfaitement plastique, avec une loi d'écoulement plastique associée. Notons que cette loi d'écoulement plastique associée n'est utilisée que pour calculer les puissances virtuelles de la déformation du matériau à l'état limite de contraintes, ce qui est aussi la base du calcul à la rupture (*Salençon, 1996 ; p129*). Des présentations détaillées en ont été données par *Salençon (1974, 1983, 1996)*, *Chen (1975)* et *Christiansen (1996)*. Deux théorèmes limites ont été établis, qui définissent deux approches des charges limites par valeurs supérieures et par valeurs inférieures :

- Selon le théorème des bornes supérieures, si le travail d'une force externe associé à une cinématique de rupture est supérieur au travail des forces internes (bornées par la résistance des matériaux) pour la même cinématique de rupture, alors cette force est

supérieure à la charge limite de rupture. Cette approche, dite cinématique, consiste donc à construire des cinématiques ou mécanismes de rupture respectant les conditions aux limites sur les déplacements, et à trouver pour chacun d'eux des forces ou combinaisons de forces trop grandes pour la résistance du sol ;

- Selon le théorème de bornes inférieures, si l'on peut trouver dans les matériaux (sol et structures) un champ de contraintes qui équilibre la charge extérieure appliquée, tout en restant compatible avec les résistances des différents matériaux, alors cette charge ne peut être supérieure à la charge limite de rupture. Cette approche, dite statique, consiste donc à chercher des champs de contraintes qui vérifient les conditions d'équilibre statique et les critères de résistance des matériaux et équilibrent la plus grande charge extérieure possible.

La méthode cinématique a connu une plus grande popularité que la méthode statique et de nombreuses bornes supérieures ont été proposées pour la portance des sols. Les mécanismes de rupture correspondant à ces bornes supérieures comportent des surfaces de discontinuité, où la vitesse de déplacement instantané fait un angle  $\phi$  avec la surface de contact (fig.1.13.a) et des zones de déformation plastique, où la loi d'écoulement plastique associée détermine la géométrie et l'extension de la rupture (fig.1.13.b). L'angle entre la vitesse de déplacement et la surface de discontinuité explique la forme de spirale logarithmique des surfaces de rupture dans de nombreux modèles de calcul à base de blocs.



(a) Rupture par blocs

(b) Rupture par déformation du massif

**Figure 1.13:** Particularités des calculs de stabilité dans l'approche cinématique de l'analyse limite

On ne peut pas comparer directement les analyses d'équilibre limite et les calculs d'analyse limite, qui ne résolvent pas les mêmes équations et pose différemment le problème de l'équilibre limite. Même si l'analyse limite paraît plus proche des concepts modernes de la mécanique, elle comporte aussi des approximations fortes qui peuvent l'éloigner de la réalité des sols, tandis que la force de l'analyse d'équilibre limite réside dans le choix de mécanismes de rupture inspirés des modes de rupture observés et la grande expérience acquise dans son utilisation (*Magnan et Droniuc, 2000*).

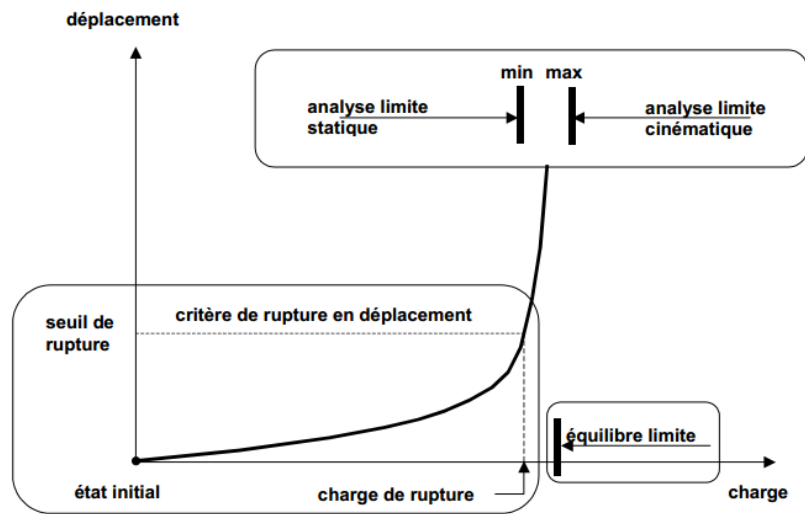
### 1.5.3. Calcul en déformations

Dans les sols, la rupture est toujours précédée de déformations plus ou moins importantes, elle peut être repérée par l'amorce de grands déplacements lors de la rupture des matériaux (ruptures des remblais sur sols mous, glissements de terrain, par exemple), mais aussi par une augmentation des mouvements de terrain, sans instabilité réelle (fondations superficielles et fondations profondes), le cas des soutènements étant intermédiaire (la rupture côté poussée est généralement confiée et la rupture côté butée est la vraie cause de l'instabilité). La rupture peut donc être définie de déplacements, à condition de savoir calculer des déformations non linéaires et qui se concentrent si nécessaire sur des surfaces de rupture. Il est évident que cette possibilité n'existait pas au début du 20ème siècle et qu'elle n'est offerte que depuis l'avènement du calcul élastoplastique sur ordinateur, notamment par le calcul en éléments finis.

Les calculs d'équilibre limite et d'analyse limite supposent que l'instabilité ne dépend pas de l'état initial du sol et de sa réponse aux faibles valeurs des charges. Dans les calculs en déplacements, la rupture est au contraire définie sur la courbe de variation des déplacements en fonction de la charge et du temps (figure 1.14).

L'approche en déplacements des calculs de stabilité est à la fois la plus naturelle, car elle suit l'évolution des terrains et des ouvrages depuis leur état initial jusqu'à la rupture (ce qui est défini conventionnellement comme la rupture), et aussi la plus exigeante car elle nécessite de connaître la déformabilité des matériaux en plus de leur résistance. Les paramètres de déformabilité des sols sont particulièrement sensibles aux conditions de prélèvement des carottes pour les essais de laboratoire et aux conditions d'exécution des essais en place. Mais on rencontre aussi des difficultés pour spécifier l'état initial des contraintes dans le sol, qui conditionne l'étendue de la plage élastique avant d'atteindre le critère de plasticité et le passage à un mode de déformation différent.

Le perfectionnement des outils de calcul de stabilité en déplacements est toutefois une voie d'avenir, notamment pour les ouvrages complexes.



**Figure 1.14:** Définitions de la rupture pour le calcul en déplacement, l'analyse limite et l'analyse d'équilibre limite

#### 1.5.4. Les méthodes dérivées des essais en place

Les essais en place (pénétromètre statique et dynamique, scissomètre, essais de pénétration de carottier-SPT, pressiomètre,...) complètent depuis plus de cinquante ans les essais de laboratoire pour la caractérisation mécanique des sols, notamment pour les sols où l'on ne peut prélever des échantillons représentatifs. Leurs résultats sont parfois exploités pour obtenir par corrélation ou par transformation analytique des paramètres de résistance utilisables pour l'analyse d'équilibre limite ou l'analyse limite ( $c_u$ ,  $c'$  et  $\varphi'$ ). Mais ils sont souvent utilisés directement pour évaluer la charge limite du massif de sol par des formules simples, de type utilisées pour déduire la portance de la pression limite pressiométrique (Ménard) :

$$q_{max} = k (p_1 - p_0) + q_0. \quad (1.4)$$

Ces formules ne font plus référence à un équilibre quelconque de contraintes ou mécanisme de rupture et proviennent en général d'une étude de corrélation entre les résultats d'essai et la portance des massifs de sol. Elles sont souvent complétées par des coefficients correcteurs (d'inclinaison, d'excentrement, d'encastrement, etc..) directement inspirés de l'analyse d'équilibre limite ou d'analyse limite.

Ces méthodes sont très souvent utilisées pour l'étude des ouvrages courants.



Les méthodes de calcul qui ont résisté aux épreuves de la pratique et du temps sont toutes accompagnées d'un « mode opératoire » ou de facteurs correctifs qui les ont adaptées à l'expérience.

## **1.6. Conclusion**

On s'est intéressé dans ce chapitre à un certain nombre de connaissances de base sur la définition des fondations superficielles, leur fonctionnement et aux différents mécanismes de rupture. Le mécanisme de rupture et la distribution des contraintes sous la fondation dépendent généralement de la nature du sol, plus le sol est compact et présente une bonne résistance au cisaillement, plus il aura de la portance, et donc, plus la semelle aura des dimensions réduites.

Un projet de fondation superficielle correct doit répondre aux préoccupations suivantes : la fondation doit exercer sur le sol des contraintes compatibles avec la résistance à la rupture de celui-ci, c'est le problème de la capacité portante, qui dépend de plusieurs facteurs (la forme des fondations; l'inclinaison du sol; les propriétés mécaniques du sol; interaction sol-structure; la charge appliquée .....).

Pour le calcul de la stabilité des fondations, les méthodes classiques ont été jusque-là les plus utilisées dans la littérature. Ces méthodes sont sur l'équilibre limite et l'analyse limite, utilisent des hypothèses simplificatrices en imposant un mécanisme de rupture qui peut être en réalité très grossier et elles souffrent de quelques difficultés et critiques. Toutes ces difficultés et critiques font appel à d'autres techniques pour résoudre ce problème et supposent que l'instabilité ne dépend pas de l'état initial du sol et de sa réponse aux faibles valeurs des charges, alors que dans les calculs en déplacements, la rupture est au contraire définie sur la courbe de variation des déplacements en fonction de la charge et du temps.

L'approche en déformation, des calculs de stabilité est la plus naturelle, la plus réaliste, car elle suit l'évolution des terrains et des ouvrages depuis leur état initial jusqu'à la rupture ou ce qui est défini conventionnellement comme la rupture, et la plus exigeante car elle nécessite de connaître la déformabilité des matériaux en plus de leur résistance.

Le problème de la capacité portante sera traité en détail dans le chapitre 2.

## **Chapitre 2**

### *Capacité portante des fondations superficielles*

## Chapitre 2: Capacité portante des fondations superficielles

### Sommaire

2.1. Introduction .....	20
2.2. Methodes de calcul de la capacite portante .....	20
2.2.1. Méthodes classiques .....	20
2.2.1.1. Théorie de Rankine (1857).....	21
2.2.1.2. Théorie de Prandtl (1920) .....	23
2.2.1.3. Théorie de Terzaghi (1943).....	24
2.2.1.4. Théorie de Meyerhof (1963) .....	28
2.2.1.5. Théorie de Hansen (1970) .....	30
2.2.1.6. Théorie de Vesic (1973).....	33
2.2.2. Méthodes numériques .....	33
2.2.2.1. Recommandation pour la modélisation des fondations superficielles .....	33
(Mesta. P & Prat .M, 1999) .....	33
2.2.2.1.1. Interaction entre : fondations, structures et le sol.....	34
2.2.2.1.2. Modélisation du sol et de la fondation sans les structures .....	35
2.2.2.1.3. Cas d'une Fondation à géométrie complexe .....	35
2.2.2.1.4. Cas d'une fondation rigide .....	35
2.2.2.1.5. Cas d'une fondation souple .....	36
2.2.2.1.6. Influence de l'état initial des contraintes.....	36
2.2.2.1.7. Conseils pour la réalisation des maillages de fondation superficielle.....	37
2.2.2.1.8. Comportement des sols et modélisation des fondations superficielles .....	38
2.2.2.2. La méthode des éléments finis .....	39
2.2.2.3. La méthode des différences finies .....	39
2.2.3. Revue de la littérature (Travaux antérieurs).....	40
2.2.3.1. Fondation circulaire.....	40
2.2.3.1.1. Capacité portante des semelles circulaires à la surface .....	40
2.2.3.1.2. Capacité portante des semelles circulaires encastées.....	44
2.2.3.2. Fondation annulaire .....	48
2.2.3.2.1. Capacité portante des semelles annulaires à la surface .....	48
2.2.3.2.2. Capacité portante des semelles annulaires encastées .....	53
2.3. Conclusion.....	54

# Chapitre 2

## **Capacité portante des fondations superficielles**

### **2.1. Introduction**

Le problème de détermination de la capacité portante d'une fondation constitue une des questions les plus anciennes et fondamentales du génie géotechnique. La capacité portante ultime d'une fondation superficielle est définie comme la charge maximale que peut supporter le sol support. Sous l'effet de la charge appliquée sur la fondation, le sol va subir un tassement acceptable tant que la charge reste raisonnable. Mais dès que la pression appliquée sous la fondation atteint la capacité portante ultime alors le sol immédiatement sous la fondation et adjacent à cette dernière subit une rupture brusque.

Ce chapitre est organisé comme suit : la première partie sera consacrée à présentation de différentes méthodes de calcul de la capacité portante des fondations superficielles (Méthodes classiques par ordre chronologique et Méthodes numériques), et la deuxième partie présente va quelques travaux publiés dans la littérature sur les fondations superficielles circulaires et annulaires, pour les deux cas: les fondations reposant directement à la surface du sol et les fondations enterrées dans le sol. Le chapitre s'achève par une conclusion.

### **2.2. Méthodes de calcul de la capacité portante**

#### **2.2.1. Méthodes classiques**

### 2.2.1.1. Théorie de Rankine (1857)

Afin d'étudier l'équilibre qui règne sous la semelle, Rankine a considéré le cas le plus simple d'une semelle filante reposant sur massif homogène de sol ayant une cohésion  $c$  et un angle de frottement  $\varphi$  donnés.

La fondation est de largeur  $B$  et ancrée dans le massif à une profondeur  $D_f$

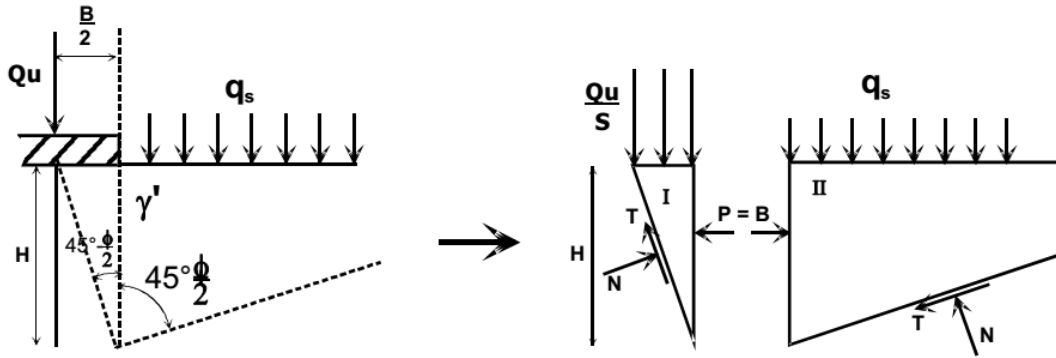


Figure 2.1 : Equilibre de Rankine.

Par symétrie par rapport à l'axe de la fondation, Rankine a formulé l'hypothèse d'existence sous la semelle de deux coins (I et II), le premier se trouvant directement sous la demi-semelle dans un état d'équilibre passif et le second se trouvant à l'extérieur dans un état d'équilibre actif. Le coin I agit donc en véritable écran de butée et de poussée à partir d'une approximation de l'état des contraintes dans le sol au contact d'un écran. Dans ces conditions, la détermination de la force de butée le long de la ligne qui limite les deux blocs I et II est aisée ;

Si on désigne par  $\vec{f}$  le vecteur contrainte exercé par le sol sur l'écran, la force de butée ou poussée par unité de longueur sera égale à :

$$\vec{F} = \int \vec{f} dz \quad (2.1)$$

Cette méthode repose sur l'hypothèse simplificatrice fondamentale suivante :

La présence de discontinuités, provoquées par l'existence de l'écran à la surface d'un massif de sol, ne modifie pas la répartition des contraintes verticales dans le sol, et sur un plan parallèle à la surface du sol, la contrainte reste verticale et égale à:

$$\sigma_v = \gamma \cdot z \cdot \cos\beta \quad (2.2)$$

( $\beta$ : angle d'inclinaison de la surface du sol par rapport à l'horizontale).

Pour le cas passif (coin II) nous avons :

$$P = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot k_p \cdot H^2 + 2 \cdot c \cdot H \cdot \sqrt{k_p} + q \cdot k_p \cdot H \quad (2.3)$$

$$D'où, k_p = \tan^2(45 + \frac{\varphi}{2}) \quad (2.4)$$

Pour le cas actif nous avons :

$$P = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot k_a \cdot H^2 - 2 \cdot c \cdot H \cdot \sqrt{k_a} + q \cdot k_a \cdot H \quad (2.5)$$

$$D'où, k_a = \tan^2(45 - \frac{\phi}{2}) \quad (2.6)$$

Les deux résultantes sont supposées avoir une même valeur, alors on peut écrire :

$$\frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot k_p \cdot H^2 + 2 \cdot c \cdot H \cdot \sqrt{k_p} + q \cdot k_p \cdot H = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot k_a \cdot H^2 - 2 \cdot c \cdot H \cdot \sqrt{k_a} + q \cdot k_a \cdot H \quad (2.7)$$

L'expression qui donne la charge maximum que supportera la semelle :

$$q_u = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot H \cdot \left(\frac{1}{k_a}\right) \cdot (k_a - k_p) + \frac{2c}{k_a} (\sqrt{k_p} + \sqrt{k_a}) + q \cdot k_p^2 \quad (2.8)$$

Mais,  $k_p = \frac{1}{k_a}$  alors d'après la figure 2.1 :

$$H = \frac{B}{2 \tan(45 - \frac{\phi}{2})} = \frac{B}{2 \sqrt{k_a}} \quad (2.9)$$

Alors, l'expression de  $q_u$  devient :

$$q_u = \frac{1}{4} \cdot \gamma \cdot B \cdot k_p^{\frac{3}{2}} \cdot (k_p - k_p^{-1}) + 2 \cdot c \cdot k_p \left(k_p^{\frac{1}{2}} + k_p^{-\frac{1}{2}}\right) + q k_p^2 \quad (2.10)$$

Ou bien ;

$$q_u = \frac{1}{4} \cdot \gamma \cdot B \cdot \left(k_p^{\frac{5}{2}} - k_p^{\frac{1}{2}}\right) + 2 \cdot c \cdot \left(k_p^{\frac{3}{2}} + k_p^{\frac{1}{2}}\right) + q k_p^2 \quad (2.11)$$

Qui s'écrit sous la forme condensée :

$$q_u = \frac{1}{2} B \cdot \gamma \cdot N_\gamma + C N_c + q N_q \quad (2.12)$$

Et qui représente la capacité portante avec ;

$$N_\gamma = \frac{1}{2} (k_p^{5/2} - k_p^{1/2}) \quad (2.13)$$

$$N_q = k_p^2 \quad (2.14)$$

$$N_c = 2(k_p^{3/2} + k_p^{1/2}) \quad (2.15)$$

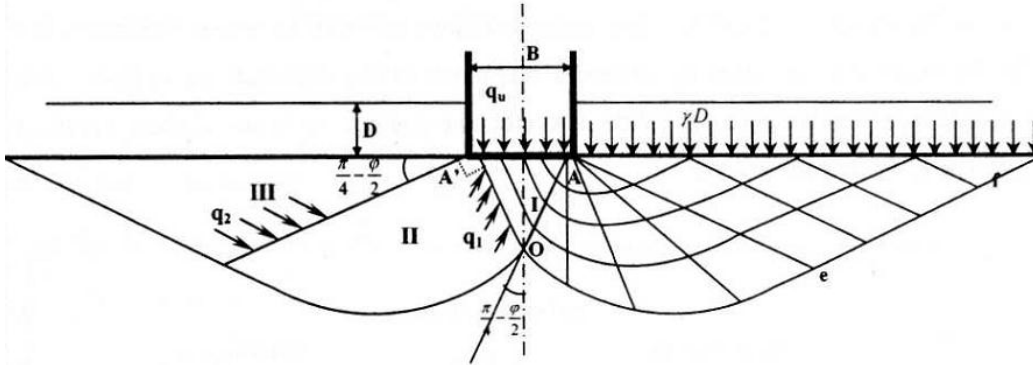
Le schéma de *Rankine* (figure 2.1) n'est qu'une approximation très grossière du véritable comportement du sol. En réalité, L'expérience sur modèles réduits montre que sous la fondation se forme un coin, limité par des faces planes inclinées qui s'enfoncent avec la semelle et se comportent en corps solide. . Il exerce une poussée sur le sol adjacent qui réagit en butée avec frottement sol-sol.

### 2.2.1.2. Théorie de Prandtl (1920)

D'après Prandtl, le mécanisme de rupture sous la fondation considère que la base de la fondation est lisse, donc un état actif de Rankine est développé dans le coin AA'O (figure 2.2).

Le système est formé par trois zones successives :

- La zone I en équilibre de poussée de Rankine.
- La zone II en équilibre de Prandtl.
- La zone III en équilibre de butée de Rankine.



**Figure 2.2** : Mécanisme de rupture d'une fondation de base lisse [Prandtl (1920)]

Dans la zone I et III, la famille de lignes de glissement est formée de droites.

Dans la zone II, une famille de ligne de glissement est constituée de courbe. Il s'agit de lignes de glissement appartenant à cette même famille et qui sont homothétiques entre elles et forment des spirales logarithmiques. L'autre famille des lignes de glissement est formée de droites, faisant un angle de  $\varphi$  avec la normale aux points d'intersection avec les spirales, et ayant toutes un point de rebroussement à l'intersection des deux surcharges.

Il est à noter que les spirales logarithmiques peuvent s'écrire sous la forme, en coordonnées polaires, de :  $(r = r_0 \cdot e^{\theta \tan \varphi})$

Le problème se ramène à l'étude de l'équilibre du bloc (AOe) en écrivant que le moment en A de l'ensemble des forces est nul.

Le problème bidimensionnel d'un sol pulvérulent non pesant d'angle de frottement interne  $\varphi$  et chargé normalement à sa surface par deux répartitions uniforme, a été résolu pour la première fois par Prandtl (1920).

On notera  $q_1$  et  $q_2$  les intensités des contraintes critiques qui agissent respectivement sur les rayons polaires AO et Ae. L'équilibre de poussée et de butée de Rankine dans un milieu non pesant donne :

$$q_1 = q_u \cdot \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \quad \text{et} \quad q_2 = \gamma \cdot D \cdot \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \quad (2.16)$$

On peut traduire l'équilibre du bloc AOe en écrivant que le moment en A de l'ensemble des forces appliquées est nul.

$$\text{Soit, } \frac{AO}{2} \cdot q_1 \cdot \tan \varphi - \frac{Ae}{2} \cdot q_2 \cdot \tan \varphi = 0 \quad (2.17)$$

$$\text{On a alors } \frac{AO}{2} = e^{-\varepsilon \tan \varphi}$$

Donc,  $q_1$  et  $q_2$  sont liés par la relation suivante dans l'équilibre de Prandtl :

$$\frac{q_1}{q_2} = \left(\frac{AO}{Ae}\right)^2 = e^{-2\varepsilon \tan \varphi} = e^{-\pi \tan \varphi} \quad (2.18)$$

Puisque l'angle  $\varepsilon$  que fait AO et Ae est égal à  $\frac{\pi}{2}$  :

On aboutit donc finalement ;

$$q_u = \gamma \cdot D \cdot \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \cdot e^{\pi \tan \varphi} \quad \text{C'est-à-dire : } N_q = \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \cdot e^{\pi \tan \varphi}$$

Cette formule est quelque fois appelée formule de Prandtl Caquot, car ces deux auteurs l'ont publié, indépendamment l'un de l'autre vers (1920).

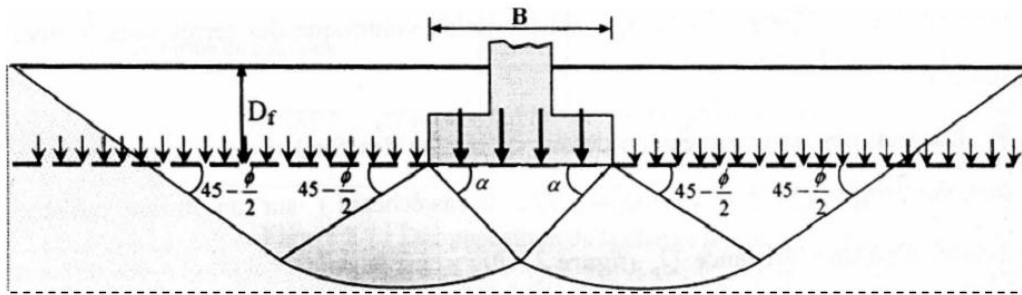
### 2.2.1.3. Théorie de Terzaghi (1943)

En 1943 *Terzaghi* améliora la solution de *Prandtl 1920* pour inclure la rugosité de la fondation et le poids de la zone de rupture. *Terzaghi* était le premier à développer une théorie pour l'évaluation de la capacité portante ultime des fondations superficielles. La charge limite est déterminée en superposant trois états de résistance: la résistance du sol pulvérulent sous le niveau de la semelle, l'action des terres situées au-dessus du niveau de la fondation et l'action de la cohésion (Méthode de superposition de *Terzaghi*). *Terzaghi* a proposé un mécanisme de rupture d'une fondation filante, présentée ci-dessous (figure 2.3).

Il a basé sa théorie sur les conditions suivantes :

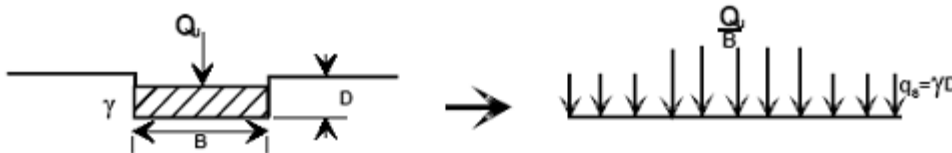
- Il a assumé que le coin au-dessous de la semelle est en équilibre élastique.
- *Terzaghi* a assumé que l'angle des surfaces du coin de rupture est  $\alpha$  supérieur à  $45^\circ + \frac{\varphi}{2}$ , qui résulte d'une prétention des coins actifs de Rankine.
- La résistance au cisaillement du sol au-dessus du niveau de fondation D, a été ignorée et contribue seulement comme une surcharge.
- On assume que la semelle est rugueuse.





**Figure 2.3:** Mécanisme de rupture d'une fondation de base rugueuse [Terzaghi (1943)]

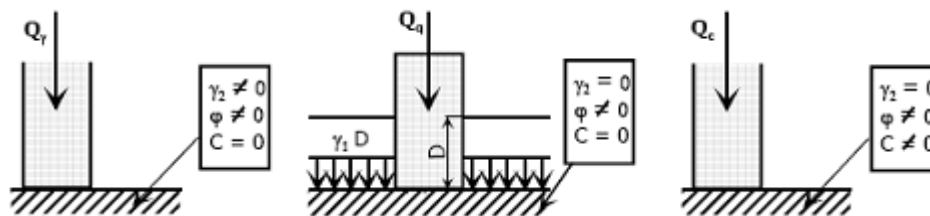
En règle générale, la semelle de fondation est placée, après creusement, à une profondeur  $D_f$  dans un sol de poids spécifique  $\gamma$  à surface horizontale. La base de la semelle est alors choisie comme plan de référence sur lequel s'exercent des contraintes de compression égale  $Q_u/B$  à l'emplacement de la semelle et à  $q_s = \gamma D_f$  à l'extérieur (Figure 2.4).



**Figure 2.4 :** Schéma de principe de la théorie de Terzaghi

Terzaghi a émis l'hypothèse que la charge maximum que l'on pouvait appliquer sur une fondation à la surface d'un sol pouvait être considérée approximativement comme étant la résultante des charges maximales applicables dans les états suivants (Figure 2.5).

- Sol supposé sans poids et sans cohésion, la charge dépend alors uniquement de la surcharge  $q$  et de l'angle de frottement interne  $\varphi$ ;
- Sol pesant, mais sans cohésion;
- Sol non pesant, et cohérent.



**Figure 2.5:** Méthode de superposition de Terzaghi

Utilisant l'analyse d'équilibre, Terzaghi a exprimé la capacité portante ultime sous la forme:

$$q_u = c \cdot N_c + q N_q + \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot B \cdot N_\gamma \quad (2.19)$$

Où :  $N_c, N_q$  et  $N_\gamma$  sont les facteurs de portance, ne dépendant que de l'angle de frottement interne  $\varphi$  du sol sous la base de la fondation.

$$N_c = \cos \varphi \left[ \frac{e^{2(3\pi/(4-\frac{\varphi}{2})\tan\varphi}}{2.\cos^2(\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi}{2})} - 1 \right] = \cot\varphi(N_q - 1) \quad (2.20)$$

$$N_q = \frac{e^{2(3\pi/(4-\frac{\varphi}{2})\tan\varphi}}{2.\cos^2(\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi}{2})} \quad (2.21)$$

$$N_\gamma = \frac{1}{2} \left( \frac{K_{p\gamma}}{\cos^2\varphi} - 1 \right) \tan\varphi \quad (2.22)$$

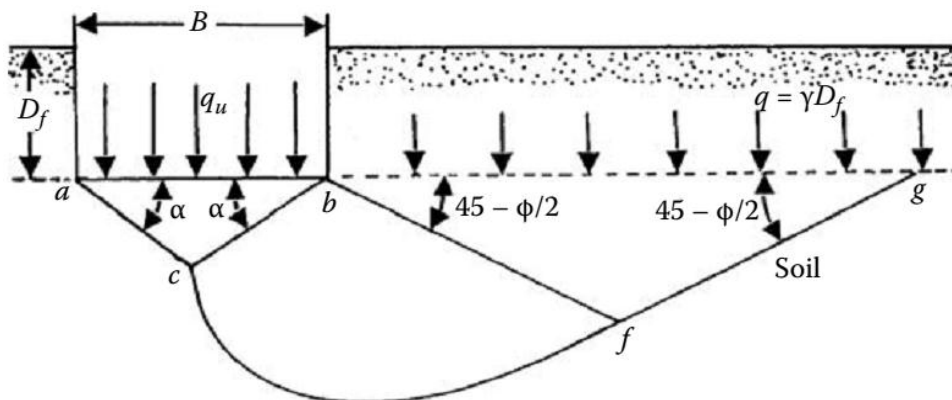
Avec  $K_{p\gamma}$  est le coefficient de poussée des terres (passive)

Cette équation, cependant, est soumise aux restrictions suivantes: rupture générale, semelle filante, semelle de base rugueuse.

Toujours dans sa théorie, Terzaghi divise la zone de rupture sous la fondation en trois zones (figure 2.6) :

- Une zone triangulaire ACB immédiatement sous la fondation ou le sol fortement comprimé est en équilibre surabondant et se déplace avec la fondation, il forme un coin limite par les points A, B, C avec les angles BAC et ABC sont égaux à l'angle de frottement interne du sol  $\varphi$ .
- Une zone de cisaillement radial BCF où CF est un arc spirale logarithmique définie par la fonction :  $r = r_0 e^{\theta \tan\varphi}$ .
- zone passive de Rankine triangulaire BFD.

Dans les zones de cisaillement radial et passif, les déplacements et les cisaillements sont très importants et il en résulte ainsi une rupture généralisée au-dessous de ces trois zones, le sol est peu ou non perturbé par la rupture (Salençon 1974).

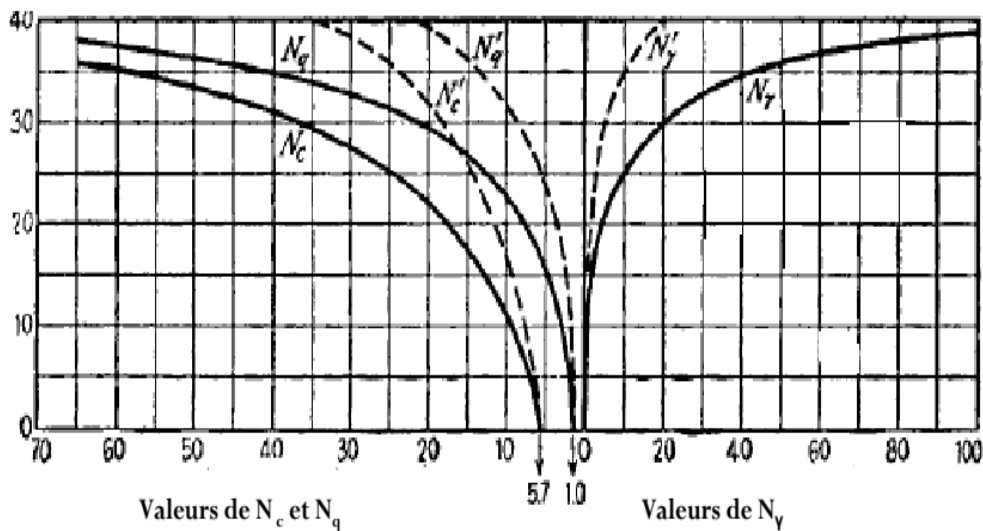


**Figure 2.6 :** Modèle utilisé par Terzaghi pour la détermination des facteurs de portance

La variation des coefficients de capacité portante en fonction de l'angle de frottement interne  $\varphi$  est donnée par le tableau 2.1, et la figure 2.7 donne les mêmes valeurs sous une forme graphique.

$\varphi$	$N_c$	$N_q$	$N_\gamma$	$\varphi$	$N_c$	$N_q$	$N_\gamma$
0	5.70	1.00	0.00	26	27.09	14.21	11.35
2	6.30	1.22	0.18	28	31.61	17.81	15.15
4	6.97	1.49	0.38	30	37.16	22.46	19.73
6	7.73	1.81	0.62	32	44.04	28.52	27.49
8	8.60	2.21	0.91	34	52.64	36.51	36.96
10	9.61	2.69	1.25	36	63.53	47.16	51.70
12	10.76	3.29	1.70	38	77.50	61.55	73.47
14	12.11	4.02	2.23	40	95.67	81.27	100.39
16	13.68	4.92	2.94	42	119.67	108.75	165.69
18	15.52	6.04	3.87	44	151.95	147.74	248.29
20	11.69	7.44	4.97	46	196.22	204.20	426.96
22	20.27	9.19	6.91	48	258.29	287.86	742.61
24	23.36	11.40	8.85	50	347.52	415.16	1153.15

**Tableau 2.1** : Coefficients de capacité portante de *Terzaghi* pour un cisaillement générale.



**Figure 2.7** : Facteurs de capacité portante en fonction de  $\varphi$  (*Terzaghi* : fondation rugueuse)

De nombreux auteurs ont résolu le problème en faisant des hypothèses différentes sur la rugosité de la semelle et la forme de la zone en équilibre limite. Bien que les valeurs numériques soient parfois assez différentes, toutes ces études conduisent à la formule générale de *Terzaghi*.

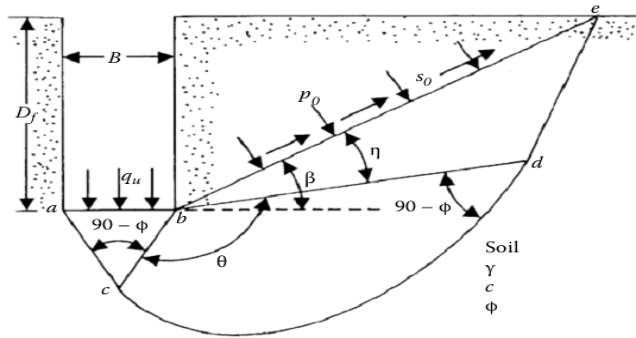
Ainsi le problème de la capacité portante se réduit à la détermination des facteurs de la capacité portante  $N_c, N_q$  et  $N_\gamma$ . Après la proposition de cette approche, diverses études ont été faites pour l'évaluation de ces facteurs.

#### 2.2.1.4. Théorie de Meyerhof (1963)

Meyerhof (1963) explique que la portance des semelles filantes est calculée en suivant la forme générale décrite par Terzaghi, avec des expressions établies par Prandtl (1920) pour  $N_c$ , Reissner (1924) pour  $N_q$  et par lui-même Meyerhof (1961) pour une valeur approchée de  $N_\gamma$ , ces coefficients ne tiennent pas compte de la résistance au cisaillement dans le sol situé au-dessus de la base de la fondation.

Les expressions des facteurs de cohésion, profondeur et de surface s'expriment par :

En 1951, Meyerhof a publié une théorie de capacité portante qui pourrait être appliquée à la fondation superficielle dure et profonde. La surface de rupture à la charge ultime sous une fondation superficielle continue assumée par Meyerhof est montrée dans figure 2.8.



**Figure 2.8 :** La surface de rupture pour une fondation filante proposée par Meyerhof (1951).

$$\left\{ \begin{array}{l} N_c = (N_q - 1) \cot \varphi \quad (2.23) \\ N_q = \exp(\pi \tan \varphi) \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \quad (2.24) \\ N_\gamma = (N_q - 1) \tan(1,4\varphi) \quad (2.25) \end{array} \right.$$

Pour les semelles circulaires et rectangulaires de cotés  $B$  et  $L$ , des facteurs partiels ont été proposés, à l'initiative de Skempton (1951) pour les argiles, par interpolation entre le cas des semelles filantes et celui des semelles circulaires :

$$\left\{ \begin{array}{l} s_c = 1 + 0,2 \frac{B}{L} \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \\ s_q = s_\gamma = 1 \\ s_q = s_\gamma = 1 + 0,1 \frac{B}{L} \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{si } \varphi = 0 \\ \\ \text{si } \varphi > 10 \text{ degrés} \end{array} \quad (2.26)$$

Pour les fondations rectangulaires, une interpolation est aussi proposée pour corriger la valeur de l'angle de frottement interne, plus forte de 10% dans les ruptures en déformations planes  $\varphi_p$  que dans les essais triaxiaux ( $\varphi_t$ ) :

$$\varphi = \varphi_p = \left(1,1 - 0,1 \frac{B}{L}\right) \varphi_t \quad (2.27)$$

Pour tenir compte de la résistance du sol au-dessus de la base de la fondation, on utilise d'autres facteurs partiels :

$$\left[ \begin{array}{ll} d_c = 1 + 0.2 \left(\frac{D_f}{B}\right) \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) & \\ d_q = d_\gamma = 1 & \text{si } \varphi = 0 \\ d_q = d_\gamma = 1 + 0.1 \left(\frac{D_f}{B}\right) \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) & \text{si } \varphi > 10 \text{ degrés} \end{array} \right. \quad (2.28)$$

Meyerhof indique aussi que, pour les charges excentrées, la pratique consiste à faire le calcul de portance sur une semelle filante de largeur  $B'$  réduite :

$$B' = B - 2e \quad (2.29)$$

Il semble trop sévère par comparaison avec les résultats d'essais. Les observations sont intermédiaires entre ces valeurs et celles déduites d'une répartition triangulaire des pressions sous la semelle (*Brinch Hansan ; 1955*). Toutefois, en cas de double excentrement, la réduction de la longueur et de la largeur de deux fois les excentrements correspondants est jugée suffisante.

Pour les charges inclinées, les travaux de *Meyerhof (1953)* ont défini des coefficients réducteurs égaux à :

$$\left[ \begin{array}{l} i_c = i_q = \left(1 - \frac{\delta}{90}\right)^2 \\ i_\gamma = \left(1 - \frac{\delta}{\varphi}\right)^2 \end{array} \right. \quad (2.30)$$

Dans le cas général, la formule de calcul de la capacité portante du sol a donc la forme :

$$q_u = c \cdot s_c \cdot d_c \cdot i_c \cdot N_c + q \cdot s_q \cdot d_q \cdot i_q \cdot N_q + \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot B \cdot s_\gamma \cdot d_\gamma \cdot i_\gamma \cdot N_\gamma \quad (2.31)$$

*Meyerhof* attire l'attention du lecteur sur la liaison entre la résistance et le déplacement : sous une charge inclinée et excentrée, une fondation superficielle peut se déplacer horizontalement de  $s$  à 20% de la largeur de la fondation, et tourner de 1 à 5 degrés, selon la densité ou la rigidité du sol et la profondeur d'encastrement de la fondation. Ces déplacements sont nécessaires pour mobiliser la résistance du sol et peuvent avoir une influence importante sur les structures qu'il porte. Pour

limiter les déplacements des fondations, il faut les élargir ou les encastrent plus profondément. D'autre part, si la rigidité de la fondation est faible par rapport à celle du sol, il faut utiliser une approche différente, par exemple avec des coefficients de réaction.

### 2.2.1.5. Théorie de Hansen (1970)

Pour le calcul de la force portante des fondations superficielles, *Brinch Hansen* a utilisé la même équation de base que celle de *Terzaghi*, excepté que la largeur de la fondation a été prise égale à  $B$  au lieu de  $2B$ .

$$q_u = cN_c + qN_q + \frac{1}{2}\gamma BN_\gamma \quad (2.32)$$

Les trois facteurs de portance ont pour expressions :

$$\begin{cases} N_c = (N_q - 1) \cot \varphi \\ N_q = \exp(\pi \tan \varphi) \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \\ N_\gamma = 1,5(N_q - 1) \tan \varphi \end{cases} \quad (2.33)$$

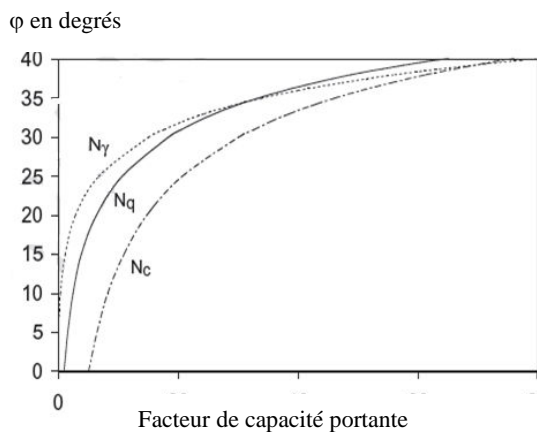
Le dernier facteur  $N_\gamma$  est une borne inférieure calculée par *Lundgren* et *Mortensen* (1953).

En 1961, *Brinch Hansen* proposait une expression différente:

$$N_\gamma = 1,8(N_q - 1) \tan \varphi \quad (2.34)$$

Le statut de cette expression n'est pas clair. *Brinch Hansen (1961)* indique que ce n'est qu'une borne inférieure parce qu'elle n'est que statiquement admissible.

Les facteurs de la capacité portante établis par *Hansen* pour une semelle filante sont présentés dans la Figure 2.9.



**Figure 2.9** : facteurs de capacité portante de Hansen.

A part l'excentrement des charges, qui est pris en compte en calculant la portance sur la surface effective de la fondation, tous les autres écarts par rapport au cas de la semelle filante sous charge verticale centrée sont décrits aux moyens de coefficients correcteurs établis séparément et dont l'usage simultané constitue naturellement une approximation.

La capacité portante d'une fondation inclinée de forme quelconque, encastree dans un massif incliné et soumise à une charge inclinée, est égale à :

$$q_{max} = \frac{N}{A} = c \cdot N_c \cdot s_c \cdot d_c \cdot i_c \cdot b_c \cdot g_c + q \cdot N_q \cdot s_q \cdot d_q \cdot i_q \cdot b_q \cdot g_q + \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot B \cdot N_\gamma \cdot s_\gamma \cdot d_\gamma \cdot i_\gamma \cdot b_\gamma \cdot g_\gamma \quad (2.35)$$

(notation : s = forme ; d = profondeur ; i = inclinaison de la charge ; b = inclinaison de la base de la fondation ; g = inclinaison de la surface du sol ; N = composante de la charge normale à la base de la fonction ; A = aire de la fondation).

Pour une fondation sur sol cohérent (où  $\varphi=0$ , donc  $N_\gamma = 0$ ), *Brinch Hansen* indique qu' il vaut mieux écrire l'expression (2.33) sous la forme additive :

$$q_{max} = \frac{N}{A} = (\pi + 2)C_u [1 + s_c^a + d_c^a - i_c^a - b_c^a - g_c^a] \quad (2.36)$$

Pour l'inclinaison de la charge, il recommande les formules approchées suivantes :

$$i_c^a = 0.5 - 0.5 \sqrt{1 - \frac{H}{Ac_u}} \quad (2.37)$$

$$i_q = \left[ 1 - \frac{0.5H}{N+Ac \cot\varphi} \right]^5 \quad (2.38)$$

$$i_\gamma = \left[ 1 - \frac{0.7H}{N+Ac \cot\varphi} \right]^5 \quad (2.39)$$

L'expression  $i_c$  n'est pas donnée. Dans son article de 1961, *Brinch Hansen* donnait l'expression :

$$i_c = i_q - \frac{1-i_q}{N_c \tan\varphi} \quad (2.40)$$

Pour l'inclinaison de la base de la fondation, les coefficients correcteurs de *Brinch Hansen* ont pour expression :

$$b_c^a = \frac{2\alpha}{\pi+2} (\text{radians}) \text{ ou } \frac{\alpha}{147} (\text{degrés}) \quad (\text{Solution exacte}) \quad (2.41)$$

$$b_q = \exp(-2\alpha \tan\varphi) \quad (\text{Solution exacte}) \quad (2.42)$$

$$b_\gamma = \exp(-2.7\alpha \tan\varphi) \quad (\text{Expression empirique}) \quad (2.43)$$

L'expression  $b_c$  n'est pas donnée.

En cas d'inclinaison de la base de la fondation, le coefficient  $i_\gamma$  est modifié pour assurer la continuité des solutions :

$$i_\gamma = \left[ 1 - \frac{0.7 - \frac{\alpha}{450}}{N + Ac \cot \varphi} \right]^5 \quad (2.44)$$

Pour l'inclinaison de la surface du sol, *Brinch Hansen* suggère d'utiliser les formules approchées suivantes:

$$g_q = [1 - 0.5 \tan \beta]^5 \quad (2.45)$$

$$g_\gamma = g_q \quad \text{pour } \beta < \varphi \text{ et } \alpha - \beta: 90 \text{ degrés} \quad (2.46)$$

L'expression  $g_c$  n'est pas donnée.

Les coefficients adoptés par *Brinch Hansen* pour décrire l'effet de la forme de la fondation, ont pour les fondations rectangulaires ( $B < L$ ) et carrées (coté  $B$ ) sous charge verticale les valeurs suivante:

$$s_c^a = 0.2 \frac{B}{L} \quad s_q = 1 + \frac{B}{L} \sin \varphi \quad s_\gamma = 1 + 0.4 \frac{B}{L} \quad (2.47)$$

Et pour les charges inclinées (dans le sens de  $B$  ou dans le sens de  $L$ )

$$s_{cB}^a = 0.2 i_{cB}^a \frac{B}{L} \quad s_{qB} = 1 + i_{qB} \frac{B}{L} \sin \varphi \quad s_{\gamma B} = 1 - 0.4 \frac{B i_{\gamma B}}{L i_{\gamma L}} \quad (2.48)$$

$$s_{cL}^a = 0.2 i_{cL}^a \frac{B}{L} \quad s_{qL} = 1 + i_{qL} \frac{B}{L} \sin \varphi \quad s_{\gamma L} = 1 - 0.4 \frac{L i_{\gamma L}}{B i_{\gamma B}} \quad (2.49)$$

Expression dans lesquelles on utilise l'expression en  $B$  (première ligne) ou en  $L$  (seconde ligne) selon le sens de l'inclinaison de la charge. Pour  $s_{\gamma B}$  ou  $s_{\gamma L}$ , *Brinch Hansen* indique qu'il faut prendre la valeur supérieure à 0.6.

Enfin, pour l'effet de la profondeur, *Brinch Hansen* suggère les formules approchées suivantes :

$$d_\gamma = 1 \quad d_c^a = 0.4 \frac{D_f}{B} \quad d_q = 1 + 2 \tan \varphi (1 - \sin \varphi)^2 \frac{D_f}{B} \quad \text{pour } D_f \leq B \quad (2.50)$$

$$d_\gamma = 1 \quad d_c^a = 0.4 \arctan \frac{D_f}{B} \quad d_q = 1 + 2 \tan \varphi (1 - \sin \varphi)^2 \arctan \frac{D_f}{B} \quad \text{pour } D_f \geq B \quad (2.51)$$

On note que l'angle de frottement interne à utiliser pour les problèmes de déformations planes est l'angle  $\varphi_p$ , déduit de l'angle de frottement interne  $\varphi_t$  déterminé à l'appareil triaxial par la formule :  $\varphi_p = 1.1 \varphi_t$  (2.52)



### 2.2.1.6. Théorie de Vesic (1973)

*Vesic (1973)* présente un panorama complémentaire du développement de l'analyse de la capacité portante des fondations superficielles. Il rappelle que l'histoire des premiers travaux sur le sujet, commençant à Rankine en 1857, a été décrite dans le premier traité de mécanique des sols de *Terzaghi (1925, chapitre 24)*. Il propose des coefficients correcteurs appliqués à chacun des termes de la formule (2.17). Il évoque aussi l'effet de la compressibilité du sol et de la dimension de la fondation. La diminution de la résistance du sol lorsque la taille de la fondation augmente semble provenir de trois causes :

- L'enveloppe des cercle de Mohr n'est pas une droite ;
- La rupture se développe progressivement sur la surface de rupture ;
- Il existe des zones de plus faible résistance dans tous les sols naturels.

### 2.2.2. Méthodes numériques

Depuis une vingtaine d'années et vu l'augmentation exponentielle de la puissance de calcul des ordinateurs et une diminution identique des coûts d'accès et de mise en œuvre, les méthodes numériques ont connu un développement très important dans les bureaux d'études et les centres de recherches en géotechnique. Elles sont utilisées en géotechnique dans le but de décrire, d'expliquer ou de prédire le comportement d'une structure naturelle ou artificielle sur la base de lois physiques qui relient les variations des contraintes aux déformations et aux déplacements. Le comportement non-linéaire du sol est pris en considération par l'application de la charge par une série des incréments ou de pas. Ces méthodes numériques offrent aussi des facilités pour l'analyse de résultats.

Les méthodes numériques représentées par la méthode des éléments finis ou la méthode des différences finies sont des outils extrêmement puissants. Elles présentent l'avantage du fait que les hypothèses simplificatrices, surtout pour les terrains naturels stratifiés, sont de plus en plus faibles que les méthodes classiques d'équilibre limite. Les méthodes de résolutions numériques discrétisent le sol en mailles et emploient des algorithmes pour assurer les exigences statiques et cinématique simultanément.

#### 2.2.2.1. Recommandation pour la modélisation des fondations superficielles

*(Mesta. P & Prat .M, 1999)*

La modélisation par la méthode des éléments finis se base sur la discrétisation du milieu étudié pour résoudre les équations différentielles qui régissent son comportement. La démarche

consiste, dans un premier temps, à construire un maillage prenant en compte les différents éléments du système, puis à choisir les lois de comportement pour chaque matériau et enfin à résoudre le problème numériquement.

La méthode des éléments finis permet de reproduire l'interaction entre le sol et la structure de façon réaliste. La compatibilité cinématique et statique entre le sol et la structure est implicitement vérifiée si la structure et le sol sont considérés dans l'analyse et si leur interface est modélisée par des éléments de contact adaptés.

La représentativité de la modélisation de l'interaction sol-structure dépend néanmoins des lois de comportement choisies pour le sol et pour la structure. Il convient donc de choisir un niveau de précision comparable pour la structure et pour le sol qui permette de reproduire les phénomènes et les mécanismes principaux. La modélisation du sol par une loi détaillée alors que la structure est admise linéaire élastique (ou l'inverse) peut conduire à des résultats totalement erronés.

#### **2.2.2.1.1. Interaction entre : fondations, structures et le sol**

Lorsque des problèmes d'interaction interviennent entre le sol et les structures ou lorsqu'une fondation doit être construite à proximité d'un ouvrage préexistant, une modélisation en éléments finis peut apporter des informations utiles sur le fonctionnement de l'ouvrage, sur les champs de déplacement et de contrainte, et ainsi compléter une étude géotechnique classique. Ces études sont rendues possibles parce que, contrairement aux méthodes de dimensionnement classique, la méthode des éléments finis permet de tenir compte de l'état des contraintes en place, des propriétés de l'interface, de géométries parfois complexes et de chargements quelconques. Ainsi, les modélisations de fondations superficielles peuvent être divisées en trois catégories :

- Les modélisations en déformation plane (semelles filantes, radiers parallélépipédiques de grandes dimensions, etc.) ;
- Les modélisations en symétrie de révolution (fondations circulaires, réservoirs cylindrique, etc.) ;
- Les modélisations tridimensionnelles lorsque aucune simplification géométrique n'est possible (forte hétérogénéité des couches de sol, plates-formes pétrolière, fondation de centrale nucléaire, interactions tridimensionnelles avec d'autre ouvrage, ..etc).

Selon le problème posé et l'étude choisie, il est possible en théorie de modéliser un problème de fondation de trois manières différentes en considérant : soit la fondation et les structures sans le

sol, soit le sol et la fondation sans les structures, soit enfin l'ensemble constitué par le massif de sol, la structure et l'interface.

#### **2.2.2.1.2. Modélisation du sol et de la fondation sans les structures**

Dans ce type d'analyse, l'ingénieur s'intéresse essentiellement aux déplacements verticaux et aux tassements différentiels à la surface du massif de sol. Une telle modélisation nécessite la connaissance des conditions de transmission des charges dues aux structures vers la fondation. Plusieurs cas peuvent être envisagés.

#### **2.2.2.1.3. Cas d'une Fondation à géométrie complexe**

Si la géométrie de la fondation est complexe, il est nécessaire de la représenter par des éléments finis de massif seul ou par un assemblage de coques et de poutres composées avec des éléments de massif, auxquels sont affectées des propriétés mécaniques bien supérieures à celles du sol. Des éléments d'interface peuvent également être pris en compte. L'exemple typique est une fondation tridimensionnelle ou une fondation ancrée dans le sol. La fondation a alors une rigidité finie ; elle n'est ni parfaitement souple, ni parfaitement rigide. Les charges appliquées sont ainsi distribuées à l'interface sol-fondation par la loi de comportement du matériau (béton, métal, bois). La technique de construction elle-même est parfois modélisée en plusieurs étapes de calcul (excavation sur plusieurs mètres, mise en place de la fondation, installation d'ancrage, remblaiement, etc.).

#### **2.2.2.1.4. Cas d'une fondation rigide**

Si la fondation est supposée rigide (indéformable), à base de forme simple (carrée, rectangulaire ou circulaire), elle peut être représentée par une condition de déplacement vertical imposé aux nœuds situés à l'interface. De plus, cette interface peut être lisse (le déplacement horizontal à l'interface n'est pas imposé) ou rugueuse (le déplacement horizontal à l'interface est nul).

Beaucoup de structures de génie civil peuvent être de cette façon assimilées à des fondations rigides, la pression mobilisée par un déplacement vertical imposé est alors obtenue par une moyenne sur les contraintes verticales de la première rangée des points d'intégration situés sous les nœuds de l'interface. Pour une semelle filante rigide, le début de la plasticité est localisé sous la fondation et aux bords de la fondation, ensuite, celle-ci s'étend en profondeur plus que sur les côtés. L'exemple typique est une semelle en béton.

### 2.2.2.1.5. Cas d'une fondation souple

Si la fondation est supposée souple (très déformable), elle peut être représentée par une condition de pression uniforme appliquée directement à la surface du sol. Les déplacements horizontaux et verticaux à l'interface ne sont pas imposés. Pour une semelle filante souple, la plasticité commence au-dessous des bords de la fondation et se propage latéralement puis vers la profondeur. L'exemple typique est le réservoir métallique d'hydrocarbures. Toutefois, d'une manière générale, le type de fondation (rigide ou souple) a relativement peu d'influence sur l'allure de la courbe chargement tassement et les valeurs de la charge limite sont proches. En revanche, la distribution des pressions de contact entre la fondation et le sol est très différente.

Note : Dans le cas d'un sol pulvérulent ( $c = 0$  kPa), la modélisation d'une fondation souple par une pression uniforme conduit souvent à des difficultés numériques et à des temps de calcul considérables. En effet, de fortes contraintes de cisaillement sont générées aux bords de la fondation, celles-ci ne peuvent être reprises, en termes de critère plasticité, que par le développement progressif des contraintes normales, ce qui nécessite de nombreux incréments et itérations. Pour cette raison, il est souvent préférable d'avoir recours à des déplacements imposés pour modéliser le chargement, si cela est compatible avec les hypothèses du modèle. L'avantage d'une telle représentation est que les équations d'équilibre et de comportement peuvent toujours être satisfaites, généralement en peu d'itérations, même si la rupture est proche.

Si les déplacements imposés ne conviennent pas pour le modèle, une solution consiste à introduire une petite cohésion dans les calculs ; quelques kilopascals (kpa) arrangent souvent bien les choses. Mais, il faut prendre garde à une telle opération, car le problème mécanique n'est plus tout à fait le même.

Une dernière solution consiste à remplacer la pression uniforme par une pression trapézoïdale (uniforme sur la plus grande partie de la fondation et triangulaire aux bords). Cette approximation permet de réduire les cisaillements mobilisés aux bords de la fondation.

### 2.2.2.1.6. Influence de l'état initial des contraintes

Un autre facteur important pour la modélisation reste souvent inconnu: il s'agit de l'état de contrainte initial qui règne dans le sol avant la construction de la fondation. Cet état initial est important car il conditionne, comme les paramètres mécaniques, la réponse en déplacements du modèle d'éléments finis.

Toutefois, pour mener une étude satisfaisante, il faut surtout connaître l'état de contraintes dans le sol une fois la fondation construite et avant l'application des charges dues à la structure. Cet

état peut être approché en simulant la construction (calcul par phase) mais le plus souvent, et notamment dans le cas des fondations superficielles peu encastrées, il est raisonnable de supposer que le sol est peu perturbé par la construction, que l'état de contrainte dans le massif est toujours celui du sol au repos et que ce dernier possède encore ses caractéristiques intactes.

#### **2.2.2.1.7. Conseils pour la réalisation des maillages de fondation superficielle**

L'utilisation de la méthode des éléments finis nécessite la réalisation d'un maillage et la prise en compte de conditions aux limites du domaine étudié. En particulier, des conditions concernant des déplacements ou des contraintes sont imposées aux frontières du maillage. Celles-ci peuvent se trouver à une distance « finie » (cas d'une liaison rigide, d'un substratum rigide ou d'un obstacle quelconque empêchant un déplacement) ou « infinie » (déplacement nul à l'infini, état de contraintes imposé).

Dans le cas d'une fondation superficielle isolée, placée dans un massif de sol homogène semi-infini, les frontières latérales et inférieures du modèle peuvent être représentées par des éléments finis ou par des éléments " infinis ". Si des éléments finis sont utilisés, pour que les conditions aux limites n'aient pas d'influence sur le comportement du modèle (figure 2.10), l'expérience montre qu'il convient de fixer :

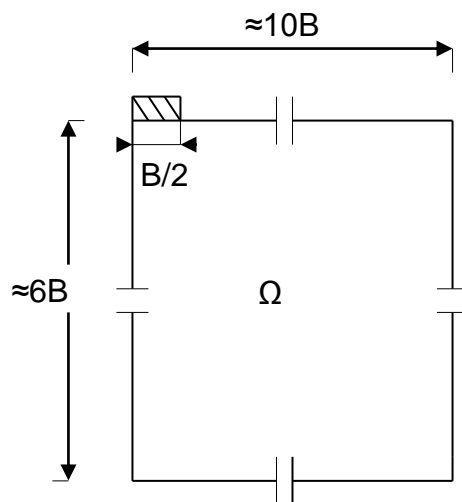
- Les limites latérales du maillage (condition  $U = 0$ ) à environ 10 fois la largeur  $B$  de la fondation ;
- La limite horizontale inférieure (condition  $V = 0$  ou  $U = V = 0$ ) à au moins 6 fois la valeur de  $B$  sous la base de la fondation.

Un maillage grossier conduit généralement à une réponse charge - tassement trop raide et à une charge limite trop élevée par rapport à la solution exacte ou par rapport aux résultats fournis par un maillage. De façon plus quantitative, les recommandations suivantes peuvent être précisées :

- Le maillage du massif de sol doit être relativement resserré dans les zones où de forts gradients risquent d'apparaître, c'est-à-dire au voisinage des interfaces entre la fondation et le sol, dans les régions situées à une distance inférieure à  $2B$  autour de la base de la fondation ;
- le rapport de forme (rapport de la plus petite dimension d'un élément fini à la plus grande) des éléments proches d'une fondation superficielle doit être limité à  $1/5$  ;

- la largeur  $B'$  (selon la direction horizontale) du premier élément de sol directement adjacent à la fondation doit être au moins telle que  $B' = 0.1 B$ , pour décrire de manière satisfaisant les variations du cisaillement aux bords de la fondation ;
- lorsque la stratigraphie du sol, la géométrie de la fondation et celle de la structure, les charges et les diverses conditions de liaison possèdent des symétries remarquables, il faut en profiter pour simplifier le maillage.

L'étude pour des charges inclinées exige un maillage complet par rapport aux charges verticales, car une charge inclinée ne présente aucune symétrie particulière. De plus, l'inclinaison entraîne l'apparition de zones en traction dans le sol, d'où la nécessité de prendre en compte des éléments d'interface. La base de la fondation peut alors se décoller du massif de sol sur une certaine longueur.



**Figure 2.10 :** Dimensions conseillées pour le maillage d'une fondation superficielle.

#### 2.2.2.1.8. Comportement des sols et modélisation des fondations superficielles

Dans le cas de chargement monotone, de très nombreuses comparaisons ont été menées entre les résultats numériques et les mesures sur ouvrages. Elles permettent de constater aujourd'hui que les lois usuelles de comportement des sols (élastoplasticité parfaite) conduisent à des résultats satisfaisants sous réserve que les autres aspects de la modélisation soient correctement pris en compte (notamment, l'interaction entre le sol et la fondation) et que les paramètres de comportement sont bien estimés.

Dans le cas des chargements cycliques et dynamiques, les études sont moins nombreuses et restent encore délicates à réaliser en raison de la complexité des lois de comportement des sols lorsque les sollicitations ne sont plus monotones.

#### **2.2.2.2. La méthode des éléments finis**

La méthode des éléments finis a commencé à se développer au cours des années 60 et ses premières applications dans le domaine de la géotechnique date de la fin de cette décennie. Elle constitue un exemple des méthodes dites différentielles pour lesquelles le domaine réel étudié est remplacé par une représentation schématique de mêmes dimensions, soumise aux mêmes conditions aux limites et formée par un assemblage d'éléments de dimensions finies qui constituent le maillage.

Les équations de base de ces méthodes telles que l'équation différentielle d'équilibre, les relations traduisant la continuité du milieu, ou la loi de comportement des matériaux modélisés sont résolues au moyen d'une approximation numérique sur chaque élément (approximation dont le choix peut être laissé à l'utilisateur) (*Piguet, 1990*)

Dans cette méthode, il est nécessaire, à un moment donné, de résoudre d'importants systèmes linéaires dont la forme matricielle s'écrit:  $[U] = [K]^{-1}[F]$ ;  $[U]$  étant la matrice globale des déplacements aux noeuds,  $[F]$  la matrice globale des forces nodales et  $[K]$  la matrice globale du système dit de "raideur". Cette expression mathématique contient notamment la loi d'approximation qui permet d'obtenir les grandeurs d'espace en tout point du domaine étudié. A la base de la méthode des éléments finis on trouve donc des calculs d'inversion de matrices et de produits matriciels, dont les résultats changent dès lors qu'un seul coefficient est modifié. Ce type de résolution porte généralement le nom de résolution implicite.

#### **2.2.2.3. La méthode des différences finies**

La méthode des différences finies est peut-être la plus ancienne des techniques numériques utilisées pour résoudre des équations différentielles. Comme la méthode des éléments finis, elle passe par la discrétisation du domaine modélisé en éléments dont les sommets constituent les noeuds du maillage. Mais, à la différence de la méthode des éléments finis pour laquelle les variables d'espace (contraintes et déplacements) varient à travers chaque élément au moyen d'une fonction d'interpolation, dans la méthode des différences finies, ces variables ne sont définies qu'aux noeuds du maillage. Quant à la technique de résolution utilisée pour résoudre l'ensemble des équations algébriques constituées, la méthode des différences finies ne construit pas une matrice globale de raideur du système, mais procède à une résolution locale pas à pas, concernant un élément et ses proches voisins, d'équations jugées indépendantes dans la mesure où le pas de calcul

(pas de temps) est suffisamment petit pour que la conséquence d'un résultat ne puisse physiquement pas se propager d'un élément à un autre, durant ce pas de calcul. Cette technique permet de réactualiser les coordonnées des nœuds à chaque pas de temps.

L'avantage principal de la méthode des différences finies sur celle des éléments finis, réside dans la simplicité qu'elle présente pour l'introduction de lois de comportement non linéaires, et pour permettre ainsi, sans effort de programmation important, de modéliser de grands déplacements. C'est la raison pour laquelle, la méthode des éléments distincts qui permet de représenter un grand nombre de discontinuités a repris ce schéma de résolution explicite. Flac est le nom du logiciel relevant de la méthode des différences finies que nous avons utilisé. (Verdel, 1993)

### **2.2.3. Revue de la littérature (Travaux antérieurs)**

Cette section présente une revue des travaux antérieurs publiés dans la littérature portant sur les fondations circulaires et annulaires.

#### **2.2.3.1. Fondation circulaire**

Les études bibliographiques montrent la diversité des approches utilisées pour traiter le sujet des semelles circulaires sous charge verticale centrée. On remarque que même si la littérature géotechnique est riche en ce qui concerne le comportement de semelles circulaires sous une charge verticale centrée, elle ne comporte pas beaucoup de solutions concernant l'évaluation des facteurs de profondeur d'encastrement.

##### **2.2.3.1.1. Capacité portante des semelles circulaires à la surface**

Les problèmes axisymétriques applicables aux fondations circulaires. Les fondations circulaires ont été, en premier, étudiées par *Berezantzev (1948)*. *Levin (1955)* a présenté des bornes supérieures de la capacité portante d'une semelle rigide circulaire, reposant sur un sol homogène purement cohérent, soumise à l'action d'une force verticale centrée, tandis que, *Shield (1955)* a construit un champ de contrainte complet sous la semelle dans le cas d'une interface sol – semelle lisse. Un peu plus tard, *Eason et Shield (1960)* ont étendu la même solution pour le cas d'une semelle parfaitement rugueuse. *Cox et al. (1961)* ont traité le problème d'un sol cohérent et frottant sans poids volumique, alors que *Cox (1962)* a pris en compte le cas d'un sol avec poids volumique au moyen de la méthode des caractéristiques.

*Larkin (1968)* présente une formulation détaillée de la méthode des caractéristiques pour la capacité portante d'une semelle circulaire et filante. *Salençon et al. (1973)* donnent des bornes



supérieures des facteurs de capacité portante pour des semelles circulaires rugueuses reposant sur un massif homogène de sol à loi d'écoulement plastique associée. *Chen (1975)* a résolu le problème de subdivision d'un cylindre circulaire de dimensions finies par une semelle circulaire rigide.

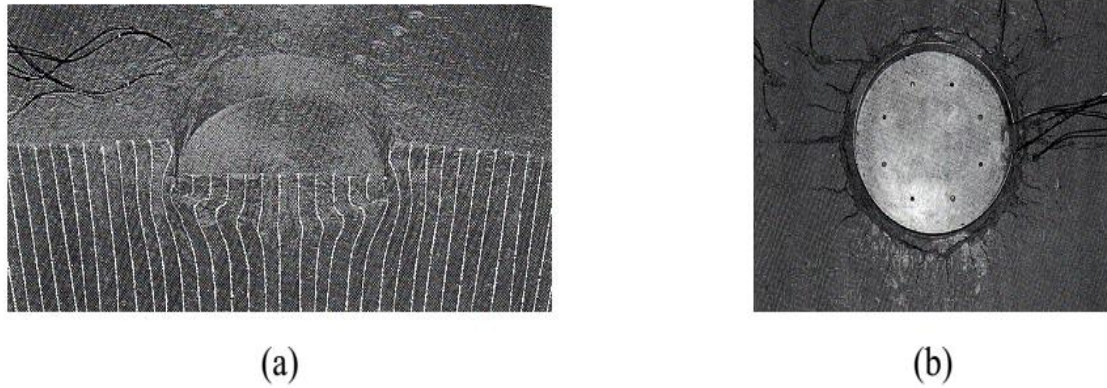
*Salençon et Matar (1982)* ont présenté des solutions pour une grande variété de configurations, pour un sol cohérent et frottant avec poids volumique, ils ont pris en compte l'hétérogénéité du sol (gradient vertical de cohésion), l'effet d'une surcharge et la présence d'une assise indéformable sous le sol, toujours en géométrie axisymétrique. La construction de champs de contrainte à travers un calcul global par la méthode des « caractéristiques » leur a permis de s'affranchir de l'erreur introduite par la méthode de superposition de *Terzaghi* et également de la quantifier. Les résultats ont été présentés sous forme d'abaques, en rapportant la capacité portante des fondations circulaires à celle des fondations filantes de même largeur dans les mêmes conditions, au moyen d'un coefficient de forme. Dans le cas des sols frottant, le gradient vertical de cohésion a pu être regroupé avec le poids volumique. Le gradient vertical de cohésion a été également pris en compte dans le problème par *Houlsby et Wroth (1983)*, dans le contexte de la méthode de lignes de glissement, et par *Kusakabe et al. (1986)* qui ont fourni des bornes supérieures de la capacité portante par l'approche cinématique.

Le calcul des facteurs  $N_\gamma$  et  $N_q$  pour une semelle circulaire et filante sur un sol qui satisfait un critère linéaire ( $c, \phi$ ) a été donné par *Bolton et Lau 1993* (tableau 2.2) en se basant sur la méthode des caractéristiques appliquée à deux interfaces (rugueuse et lisse).

**Tableau 2.2 :** Facteurs de capacité portante  $N_\gamma$  et  $N_q$  d'après *Bolton et Lau 1993*

$\phi$ (deg)	$N_q$		$N_\gamma$			
	Smooth or rough		Smooth		Rough	
	Strip	Circle	Strip	Circle	Strip	Circle
5	1.57	1.65	0.09	0.06	0.62	0.68
10	2.47	2.80	0.29	0.21	1.71	1.37
15	3.94	4.70	0.71	0.60	3.17	2.83
20	6.40	8.30	1.60	1.30	5.97	6.04
25	10.7	15.2	3.51	3.00	11.6	13.5
30	18.4	29.5	7.74	7.10	23.6	31.9
31	20.6	34.0	9.1	8.6	27.4	38.3
32	23.2	39.0	10.7	10.3	31.8	46.1
33	26.1	45.0	12.7	12.4	37.1	55.7
34	29.4	52.2	15.0	15.2	43.5	67.6
35	33.3	61.0	17.8	18.2	51.0	82.4
36	38	71	21	22	60	101
37	43	83	25	27	71	124
38	49	99	30	33	85	153
39	56	116	36	40	101	190
40	64	140	44	51	121	238
41	74	166	53	62	145	299
42	85	200	65	78	176	379
43	99	241	79	99	214	480
44	115	295	97	125	262	619
45	135	359	120	160	324	803
46	159	444	150	210	402	1052
47	187	550	188	272	505	1384
48	222	686	237	353	638	1847
49	265	864	302	476	815	2491
50	319	1103	389	621	1052	3403
51	386	1427	505	876	1373	4710
52	470	1854	663	1207	1812	6628

Par ailleurs, *Tani et Craig (1995)* ont élaboré des analyses par la méthode des lignes de glissement pour des sols cohérents hétérogènes et ils ont aussi réalisé des tests en centrifugeuse afin de vérifier les résultats des analyses théoriques. La Figure 2.11 présente une semelle circulaire typique testée en centrifugeuse par Tani et Craig (1995).



**Figure 2.11** : Résultats typiques des tests en centrifugeuse d'après *Tani et Craig (1995)*  
a) déformation du sol argileux, b) surface du sol

*Manoharan et Dasgupta (1995)* ont utilisé la méthode des éléments finis pour obtenir des solutions des facteurs de la capacité portante. Ces analyses ne sont pas étendues au sol avec des angles de frottement plus grand que  $35^\circ$ . Les résultats ont montré qu'une dépendance intéressante des facteurs de la capacité portante à l'angle de dilatance donc, la capacité portante tend à augmenter avec l'accroissement de l'angle de dilatance.

*Erickson et Drescher (2001)* ont étudié l'influence de la non associativité et de la nature de l'interface, sur les coefficients de capacité portante  $N'_\gamma$  et  $N'_c$ , pour une fondation superficielle de forme circulaire, en utilisant le code FLAC en différences finies explicites.

Ces études sont faites en considérant deux types de fondations : Parfaitement lisse et parfaitement rugueuse et trois valeurs de l'angle de dilatance :  $\psi=0$ ,  $\psi= \varphi/2$  et  $\psi=\varphi$ . Le tableau 2.3 présente la variation du coefficient  $N'_\gamma$  et  $N'_c$  en fonction de la rugosité de fondation et l'angle de dilatance  $\psi$  d'après *Erikson et Drescher 2001*: Ils ont conclu que ces facteurs dépendent énormément de l'angle de dilatance et de la rugosité de la base de fondation.

Cette dépendance est significative pour les valeurs élevées de l'angle de frottement par exemple pour  $\varphi=45^\circ$  ;

- $N'_\gamma$  obtenu pour  $\psi=\varphi$  est 50% plus élevé que  $N'_\gamma$  calculé pour  $\psi=0$

- $N'_c$  obtenu pour  $\psi=\varphi$  est 80% plus élevé que  $N'_\gamma$  calculé pour  $\psi=0$
- Pour  $\psi=\varphi$   $N'_\gamma$  obtenu pour une fondation rugueuse est 145% plus élevé que  $N'_\gamma$  calculé pour une fondation lisse.

**Tableau 2.3:** Facteurs de capacité portante  $N'_\gamma$  et  $N'_c$  pour une fondation circulaire (*Erikson et Drescher 2001*)

$\varphi$		$N'_\gamma$			$N'_c$		
		$\psi=\varphi$	$\psi=\varphi/2$	$\psi=0$	$\psi=\varphi$	$\psi=\varphi/2$	$\psi=0$
20°	L	1.7	1.6	1.5	19.5	19.3	19.0
	R	2.8	2.7	2.5	22.3	22	21.6
35°	L	21	20	17	84	81	77
	R	45	42	33	108	103	88
40°	L	58	52	43	161	153	122
	R	130	113	73	186	165	135
45°	L	186	156	124	320	283	178
	R	456	387	198	380	308	200

*Martin (2003)* a utilisé la méthode des lignes de glissement pour calculer la capacité portante verticale des fondations circulaires et donner des exemples d'applications, ainsi que des tableaux de comparaison qui regroupent ses valeurs avec les résultats obtenus par d'autres auteurs. À titre d'exemple, le tableau 2.4 présente les valeurs de  $N_\gamma$  des semelles circulaires sur des sols homogènes, et le tableau 2.5 présente les valeurs de  $N_c$  des semelles circulaires sur des sols non homogènes.

**Tableau 2.4:** Facteur de portance  $N_\gamma$  pour une semelle circulaire (sol homogène), d'après *Martin (2003)*

$\varphi$	Semelle rugueuse				Semelle lisse		
	<i>Martin (2003)</i>	<i>Salençon et Matar (1982)</i>	<i>Bolton et Lau (1993)</i>	<i>Cassidy et Houlsby (2002)</i>	<i>Martin (2003)</i>	<i>Bolton et Lau (1993)</i>	<i>Cassidy et Houlsby (2002)</i>
5	0.081	-	0.68	0.067	0.0597	0.06	0.062
10	0.322	0.33	1.37	0.266	0.2059	0.21	0.200
15	0.932	-	2.83	0.796	0.5346	0.60	0.553
20	2.416	2.4	6.04	2.160	1.271	1.30	1.219
25	6.073	6.0	13.5	5.270	2.971	3.00	2.865
30	15.52	15.2	31.9	14.13	7.111	7.10	6.935
35	41.88	41.4	82.4	42.56	18.03	18.2	17.88
40	123.7	121	238	129.4	50.16	51	50.46
45	417.7	388	803	505.0	159.8	160	165.1
50	$1.71 \times 10^3$	-	3403	2050.0	617.8	621	703.1

**Tableau 2.5:** Facteur de portance  $N_c$  pour une semelle circulaire sur des sols non homogènes, d'après *Martin (2003)*

$\frac{kB}{c_o}$	Semelle rugueuse				Semelle lisse			
	<i>Martin (2003)</i>	<i>Houlsby et Wroth (1983)</i>	<i>Martin (1994)</i>	<i>Tani et Craig (1995)</i>	<i>Martin (2003)</i>	<i>Houlsby et Wroth (1983)</i>	<i>Martin (1994)</i>	<i>Tani et Craig (1995)</i>
0	6.048	6.05	6.05	6.34	5.689	5.69	5.69	5.69
1	6.946	-	6.95	-	6.246	-	6.25	-
2	7.626	7.61	7.63	7.70	6.723	6.74	6.73	6.72
3	8.211	-	8.21	-	7.154	-	7.16	-
4	8.740	8.71	8.73	8.77	7.556	7.58	7.56	7.55
5	9.232	-	9.23	-	7.937	-	7.94	-
6	9.695	9.67	-	9.72	8.300	8.33	-	8.30
8	10.56	10.54	-	-	8.990	9.03	-	-
10	11.37	11.33	-	11.38	9.642	9.67	-	9.64
0	6.048	6.05	6.05	6.34	5.689	5.69	5.69	5.69

*Lee et al 2005* ont étudié la capacité portante des fondations circulaires sur sol cohérent et frottant en présence d'une surcharge, à travers des analyses numériques par éléments finis.

*Loukidis et Salgado (2009)* ont élaboré des analyses par éléments finis en considérant une loi élastique-parfaitement plastique avec un critère de rupture de Mohr-Coulomb, où ils ont pris en compte l'influence de la non-associativité sur les facteurs de portance  $N_q$  et  $N_\gamma$  des semelles filantes et circulaires, ainsi que sur les coefficients de forme  $s_q$  et  $s_\gamma$ .

Récemment, en utilisant la borne inférieure de l'analyse limite conjointement avec la méthode des éléments finis, *Kumar et Chakraborty (2015a)* ont calculé la capacité portante de la semelle circulaire reposant sur une couche de sable surmontant une couche d'argile totalement cohérente. Ils ont examiné l'effet de l'épaisseur de la couche de sable pour plusieurs combinaisons de  $\phi$ ,  $\frac{c_u}{\gamma b}$  et  $\frac{q}{\gamma b}$  ( $c_u$  : la cohésion non drainée des couches cohésive et  $b$  : rayon de la semelle).

### 2.2.3.1.2. Capacité portante des semelles circulaires encastrees

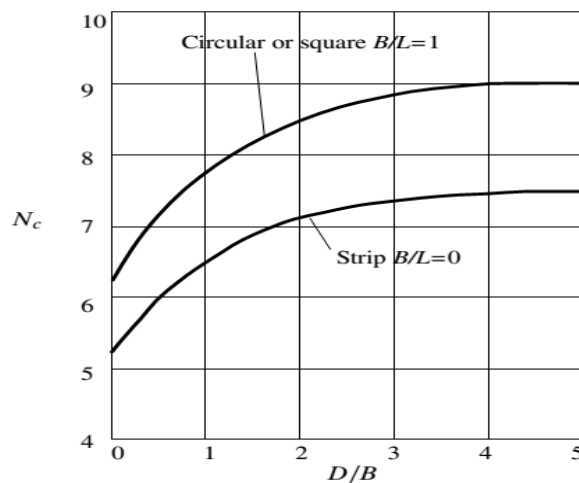
Dans la littérature traitant le calcul de la capacité portante des fondations superficielles, on remarque d'une part que la majorité des cas étudiés ont été basés soit sur une semelle reposant sur un sol à surface libre soit sur une surface libre d'un talus d'autre part. La capacité portante des fondations circulaires a été amplement étudiée pendant plusieurs décennies. Cependant, très peu de tentatives ont été déployées pour étudier la capacité portante des fondations avec encastrement.

En 1951, Meyerhof a publié une théorie de la capacité portante qui pourrait être appliquée à la semelle superficielle rigide et profonde. Dans la même période, *Skempton (1951)* a proposée équation pour capacité portante non drainée. Il a constaté que les valeurs de  $N_c$  sont fonction de la profondeur de la semelle et de sa forme (équation 2.51). Les valeurs de  $N_c$ , identiques aux valeurs données par *Skempton (1951)* pour la capacité portante, sont montrées graphiquement dans la Figure 2.12.

$$N_c = 5.14(1 + 0.2 \frac{B}{L}) \left[ 1 + \sqrt{(0.053 \frac{D_f}{B})} \right] \quad (2.53)$$

$$N_c = 5.14 S_c d_c \quad (2.54)$$

De plus, *Skempton (1951)* a déterminé que la contrainte à la rupture pour une semelle circulaire atteint une valeur maximale de  $9c_u$  pour  $D_f/B \geq 4$ . Ainsi, si la même valeur est appliquée à un pieu chargé latéralement dans une argile saturée, la résistance latérale ultime devient  $9.c_u.d$  ( $d$  : est la largeur du pieu).

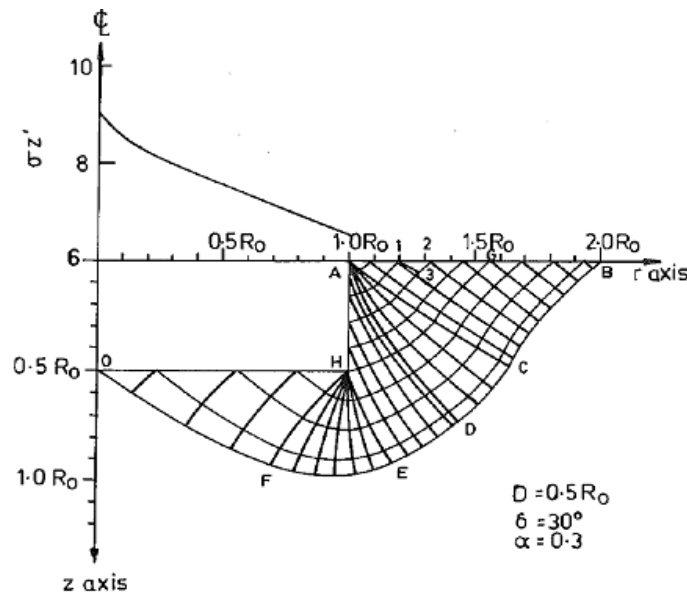


**Figure 2.12 :** Facteurs de capacité portante  $N_c$  pour la condition non drainée d'après *Skempton (1951)*

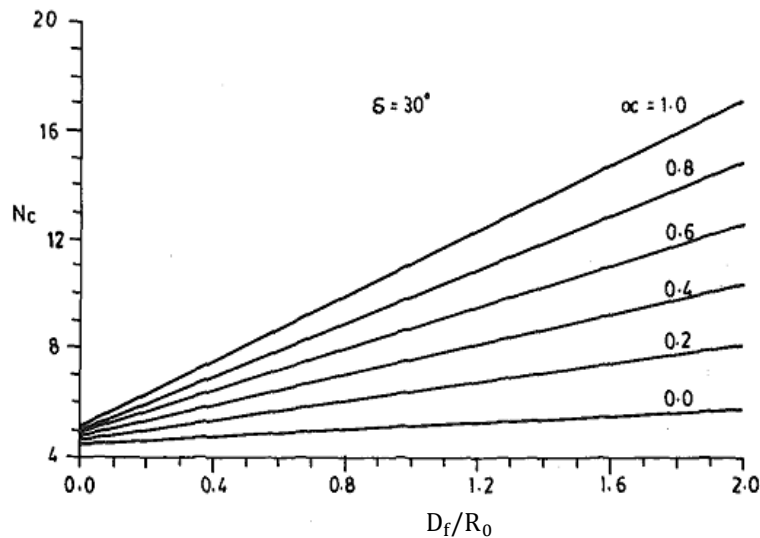
En utilisant la méthode des caractéristiques, *Siva Reddy et al. (1991)* ont obtenu des solutions pour le cas des semelles lisses filantes et circulaires avec un encastrement peu profond à partir de la surface libre du sol figure 2.13, et fait l'extension a un sol argileux en bicouche avec la cohésion non drainée augmente linéairement avec la profondeur pour déterminer la capacité portante ultime.

La valeur de  $N_c$  varie linéairement avec  $D_f/R_0$  pour différentes valeur de  $\alpha$  ( $\alpha$  est un facteur adimensionnel qui définit le taux d'augmentation de la cohésion avec la profondeur). (Figure 2.14)

La méthode des caractéristiques ainsi que les essais sur un modèle centrifugé ont été utilisés par *Tani et Craig (1995)*, pour étudier l'effet de l'encastrement d'une fondation circulaire sur une argile non homogène.



**Figure 2.13 :** Diagramme schématisé et modèle [*Siva Reddy et al. (1991)*]



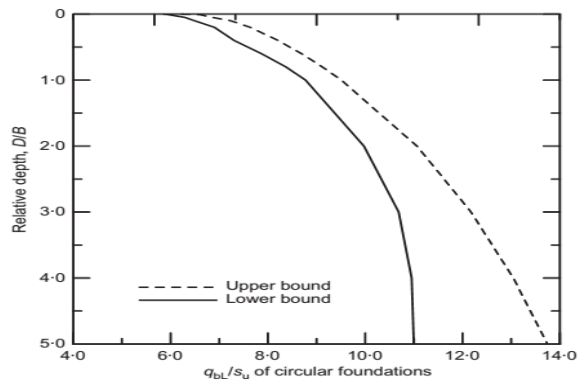
**Figure 2.14 :** Les valeurs de  $N_c$  pour semelles circulaires d'après *Siva Reddy et al. 1991*

*Houlsby et Martin (2003)* ont utilisé l'approche de la borne inférieure de l'analyse limite pour déterminer la capacité portante d'une fondation circulaire conique, le facteur de capacité portante  $N_c$  était lié à l'angle du cône de la fondation, la profondeur d'encastrement et le taux d'augmentation linéaire de la cohésion non drainée avec la profondeur d'argile.

D'autres investigations numériques de la capacité portante de semelles encastrées ont été, en premier, étudiées par *Hu et al. 1999*, en employant la méthode adaptative H avec l'approche en éléments finis, ils ont étudié l'influence de l'encastrement sur le facteur de capacité portante  $N_c$  pour semelle circulaire rugueuse. Cette semelle est pénétrée à l'aide des jupes en différentes conditions de rugosité latérale, avec encastrement inférieur à 5.

*Salgado et al. (2004)* ont étudié la capacité portante des diverses formes de fondation, filante, circulaire, carrée et rectangulaire avec encastrement inférieure à 5, reposant sur un sol argileux. pour obtenir des bornes inférieures et supérieures de  $N_c$ .

A partir de ces analyses *Salgado et al. (2004)* ont trouvé que les valeurs limites inférieure et supérieure de  $N_c$  augmentent avec l'augmentation de  $D_f/B$  ou  $D_f/D$ . La figure 2.15 présente la résistance limite à la base pour la fondation circulaire.



**Figure 2.15 :** Résistance limite à la base des semelles circulaires [*Salgado et al. (2004)*]

*Edwards et al. (2005)* se sont intéressés à l'évaluation de facteur de profondeur  $d_c$  des fondations filantes et circulaires rugueuse avec encastrement, reposant sur un sol non drainé avec une cohésion constante en utilisant le programme d'élément finis ICFEP (Imperial College Finite Element Program) (*Potts & Zdravkovic 1999*). Dans leurs études, le rapport  $D_f/D$  varie entre 0 et 4 avec un incrément de 0.25 pour le cas  $D_f/D \leq 1$  et de 0.5 pour  $1 < D_f/D \leq 4$ .

*Lyamin et al. (2007)* ont appliqué la méthode de l'analyse limite par l'application des éléments finis au calcul de la capacité portante de semelles filantes, carrées, rectangulaires et circulaires sur un sol frottant. Cette dernière permet pour les auteurs de déterminer la borne inférieure et la borne supérieure pour délimiter ainsi la solution exacte qui est nécessairement située entre les deux bornes. Il est indispensable de noter que toutes ces études considèrent un sol associé ( $\psi = \phi$ ). Les résultats de ces analyses sont utilisés pour proposer des valeurs de coefficients de forme

et de profondeur, ils ont trouvé le coefficient  $s_q$  en fonction du rapport  $D_f/B$ , où  $D_f$  est la profondeur d'encastrement de la fondation.

En utilisant la borne inférieure de l'analyse limite conjointement avec la méthode des éléments finis, les facteurs de portance  $N_c$  pour différents taux d'augmentation linéaire de la cohésion non drainée avec la profondeur pour une seule couche a été estimée par *Khatri et Kumar (2009)* pour des pieux chargés axialement.

*Gourvenec et Mana (2011)* ont utilisé la méthode des éléments finis et l'analyse limite par éléments finis pour examiner l'effet de l'encastrement sur la portance non drainée de fondations peu profondes sur semelle circulaire et filante.

Plus récemment, *Merifield and Nguyen (2012)* ont mené une analyse par éléments finis afin de déterminer la capacité portante des fondations filante, circulaire, carrée et rectangulaire encastrees reposant sur une couche d'argile non drainée.

### **2.2.3.2. Fondation annulaire**

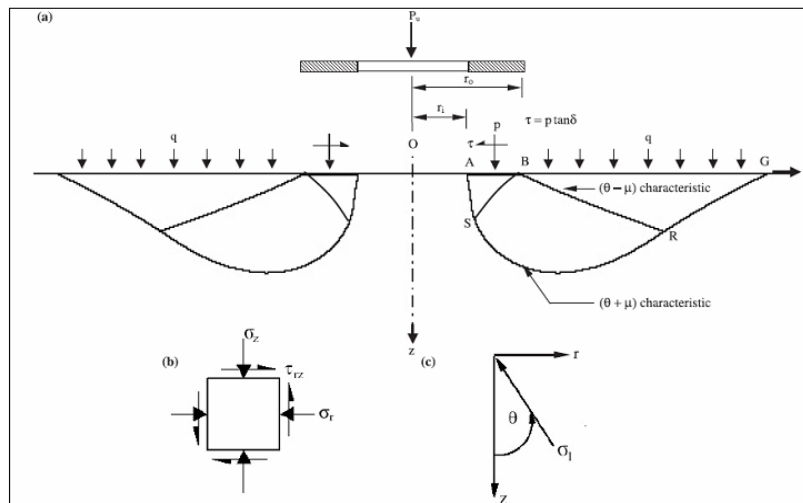
#### **2.2.3.2.1. Capacité portante des semelles annulaires à la surface**

De nos jours, les fondations annulaires sont couramment préconisées pour les structures telles que les silos, les réservoirs de stockage, les cheminées, les piles de ponts. L'utilisation de fondations annulaires est économique car elle permet de réduire d'une manière sensible les quantités des matériaux utilisés. Une conception des points de vue sécurité et économie de telles fondations nécessitent une bonne connaissance à la fois du tassement et de la capacité portante relatifs à la fondation annulaire. La capacité portante des fondations filantes et circulaires a été amplement étudiée pendant plusieurs décennies. Cependant, très peu de tentatives ont été déployées pour étudier la capacité portante des fondations annulaires.

*Fisher 1957* et *Egorov 1965* ont été les premiers chercheurs à étudier le comportement de semelle annulaire en ingénierie géotechnique. *Fisher 1957* a proposé une méthode pour calculer le tassement des semelles annulaires sur un milieu élastique semi-infini. Et ensuite, *Egorov 1965* a présenté quelques relations pour calculer la capacité portante ultime sous des semelles annulaires et déterminer son tassement. Quelques expériences rapportées dans la littérature ont été effectuées pour déterminer la capacité portante des fondations annulaires, *Saha 1978* and *Saran et al 2003*. Les problèmes axisymétriques applicables aux fondations annulaires, *Boushehrian et Hataf 2003* ont mené une analyse par éléments finis afin de déterminer la réponse charge-déformation de la



fondation annulaire rigide. On a trouvé d'après une série de tests en laboratoire sur modèle des semelles annulaires, la capacité portante atteint son maximum au sable pour  $r_i/r_o=0.4$  (où  $r_i$  et  $r_o$  sont respectivement les rayons intérieur et extérieur de l'anneau). *Hataf and Razavi 2003* ont trouvé que la valeur de  $r_i/r_o$  pour la capacité portante maximale du sable n'a pas une valeur unique mais dans l'intervalle 0.2-0.4. En utilisant la méthode des caractéristiques, *Kumar et Ghosh 2005* ont obtenu le facteur de capacité portante  $N_\gamma$  pour les fondations annulaires lisses et rugueuses en supposant que l'angle de frottement de l'interface, entre la semelle de fondation et la masse du sol sous-jacent, augmente progressivement de zéro le long de l'axe de symétrie à  $\varphi$  le long du bord extérieur de la semelle. Le mécanisme de rupture adopté par *Kumar et Ghosh 2005* est présenté sur la figure 2.16.



**Figure 2.16 :** Mécanisme de rupture de *Kumar et Ghosh 2005* et définitions des différentes contraintes

Les conditions aux frontières sont comme suit :

- Le long de la surface du sol ( $z = 0, r \geq r_o$ ), la contrainte normale verticale  $\sigma_z = q$  et la contrainte de cisaillement  $\tau_{rz} = 0$ , et la direction de la contrainte principale majeure ( $\sigma_1$ ) est horizontale, c'est-à-dire que  $\theta = \pi/2$  où  $\theta$  est l'angle fait par la direction de la contrainte principale majeure ( $\sigma_1$ ) avec l'axe  $z$  (figure 2.16).
- Le long de la semelle de fondation ( $z = 0, r_i \leq r \leq r_o$ ), le rapport de la contrainte de cisaillement ( $\tau$ ) sur la contrainte normale ( $\sigma_z$ ), pour tout point situé sur l'interface formé par la semelle de fondation et la masse de sol sous-jacente, est égal à  $\tan \delta$ , où  $\delta$  est l'angle du frottement de l'interface. En admettant que la masse du sol est dans un état plastique et en satisfaisant le critère de rupture de Mohr-Coulomb, la valeur de  $\theta$  peut être donnée par l'expression suivante :

$$\theta = -\frac{1}{2} \left[ \delta + \sin^{-1} \left( \frac{\sin \delta}{\sin \varphi} \right) \right] \quad (2.55)$$

L'angle  $\delta$  pour une distribution parabolique concave est donné par l'expression:

$$\delta = \varphi \left( \frac{r}{r_0} \right)^2 \quad (2.56)$$

Les équations de l'équilibre statique sont comme suit :

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{(\sigma_r - \sigma_\theta)}{r} = 0 \quad (2.57)$$

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} = \gamma \quad (2.58)$$

Où  $\sigma_\theta$  est la contrainte circonférentielle, et,  $\sigma_r$  et  $\tau_{rz}$  sont définies sur la figure 2.16.

En utilisant le critère de rupture de Mohr-Coulomb pour un sol sans cohésion, les trois composantes de contraintes ( $\sigma_r$ ,  $\sigma_z$ ,  $\tau_{rz}$ ) peuvent être exprimées en termes de  $\sigma$  et  $\theta$ , où  $\sigma$  représente sur le diagramme des contraintes de Mohr, la distance entre le centre du cercle de Mohr et le point où la courbe enveloppe, de rupture de Coulomb joint l'axe des  $\sigma$  :

$$\sigma_z = \sigma (1 + \sin \varphi \cos 2\theta) \quad (2.59)$$

$$\sigma_r = \sigma (1 - \sin \varphi \cos 2\theta) \quad (2.60)$$

$$\tau_{rz} = \sigma \sin \varphi \sin 2\theta \quad (2.61)$$

La valeur de  $\sigma_\theta$  est maintenue égale à la contrainte principale mineure  $\sigma_3$ , d'où en ayant  $\sigma_\theta = \sigma_3$ , il peut être indiqué que :

$$\sigma_\theta = \sigma (1 - \sin \varphi) \quad (2.62)$$

En substituant les valeurs de  $\sigma_r$ ,  $\sigma_z$ ,  $\sigma_\theta$ , et  $\tau_{rz}$  des équations 2.59 à 2.62 dans les équations 2.57 et 2.58, on peut déduire les équations suivantes applicables le long de deux familles différentes de caractéristiques:

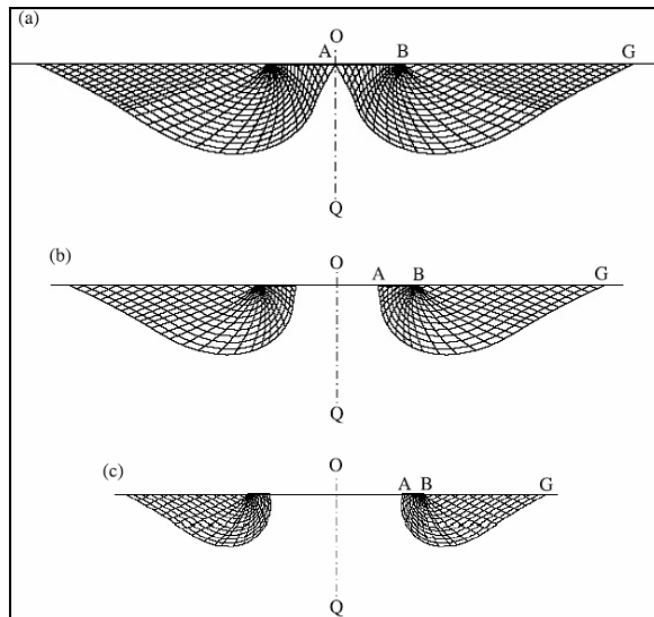
$$\frac{dr}{dz} = \text{tg}(\theta \pm \mu) \quad (2.63)$$

$$\cos \varphi d\sigma \pm 2\sigma \sin \varphi d\theta - (\cos \varphi dz \mp \sin \varphi dr) \gamma + \frac{\sigma \sin \varphi}{r} [\cos \varphi dr \mp (1 - \sin \varphi) dz] = 0 \quad (2.64)$$

Les signes inférieur et supérieur des équations 2.63 et 2.64 correspondent aux caractéristiques  $(\theta + \mu)$  et  $(\theta - \mu)$  respectivement, et  $\mu = \pi/4 - \varphi/2$ .

La résolution de ces équations par la méthode de *Sokolovskii 1960* a permis aux auteurs de calculer la pression limite sur le sol et d'en déduire le facteur de capacité portante  $N'_\gamma$ .

Le schéma de rupture qui représente la solution au problème posé pour un support rugueux et un angle de frottement de  $40^\circ$  est présenté sur la figure 2.17. Cette dernière montre comme, le soulignent les auteurs, la formation d'une ligne curviligne BGR comme indiquée précédemment sur la figure 2.16.



**Figure 2.17 :** Géométrie du schéma de rupture de *Kumar et Ghosh 2005* pour différentes valeurs de  $r_i/r_0$  et un support rugueux, (a)  $r_i/r_0 = 0$ , (b)  $r_i/r_0 = 0.50$ , (c)  $r_i/r_0 = 0.75$

*Kumar et Ghosh 2005* ont trouvé que la valeur de  $N_\gamma$  diminue de façon appréciable avec l'accroissement de  $r_i/r_0$ . Pour des valeurs plus grandes de  $\varphi$ , ils voient que la valeur de  $N_\gamma$  pour une semelle rugueuse est appréciablement plus grande que pour une semelle lisse.

*Karaulov (2005, 2006)* a présenté des solutions pour le problème de la pression limite d'une base annulaire sur un lit de sol par la méthode de l'équilibre limite.

*Zhao et Wang 2008* ont calculé  $N_\gamma$  pour les sols à faible frottement ( $\varphi=5^\circ$  à  $30^\circ$ ) par la méthode des différences finies, cette étude indique la réduction du facteur de capacité portante  $N_\gamma$  avec l'accroissement du ratio  $r_i/r_0$ .

*Choobbasti et al. 2010* ont utilisé le logiciel Plaxis afin d'évaluer numériquement la capacité portante et le tassement d'une fondation annulaire relatifs à un sol ayant un angle de frottement  $\varphi=26^\circ$ .

*Benmebarek.s et al. (2012)* ont effectué des calculs numériques à l'aide du logiciel FLAC afin d'évaluer les facteurs de capacité portante  $N'_\gamma$  pour les fondations annulaires lisses et rugueuses, sur la surface d'un sol non-associatif frottant et sans cohésion. Ils ont trouvé que la valeur de  $N'_\gamma$  a tendance à diminuer de manière continue avec l'accroissement du ratio  $r_i/r_o$ . En outre, la diminution est plus prononcée pour les valeurs de  $r_i/r_o$  au-delà de 1/3 pour les fondations rugueuses et les sols dont l'angle de frottement est élevé ( $\varphi > 30^\circ$ ). L'angle de la dilatance du sol a une influence majeure sur la valeur de  $N'_\gamma$ .

*Kumar et Chakraborty (2015b)* ont calculé les trois facteurs de la capacité portante  $N'_\gamma, N'_q, N'_c$ , pour des semelles annulaires lisses et rugueuses et pour différentes combinaisons de  $r_i/r_o$  et de l'angle de frottement interne du sol  $\varphi$ , en employant la méthode des éléments finis en conjonction avec les théorèmes de l'analyse limite avec détermination des bornes supérieure et inférieure. Dans cette analyse, l'expression de la capacité portante se met sous la forme de:

$$q_u = \frac{Q_u}{\pi(r_o^2 - r_i^2)} = cN'_c + qN'_q + \gamma(r_o - r_i) N'_\gamma \quad (2.65)$$

Où  $Q_u$  est la Charge verticale centrée ultime. *Kumar et Chakraborty (2015b)* ont observé que l'amplitude de la charge de rupture diminue d'une manière continue avec une augmentation de  $r_i/r_o$  dans le cas d'une base lisse. En revanche, pour une base rugueuse, ils n'ont observé pratiquement aucune réduction intervient dans l'ampleur de la charge de rupture jusqu'à  $r_i/r_o \approx 0,2$ , tandis que pour  $r_i/r_o > 0,2$ , l'amplitude de la charge de rupture est similaire à celle d'une fondation lisse, diminue d'une manière continue avec une augmentation de  $r_i/r_o$ .

Le code de différences finies Flac a été utilisé par *Naseri et Hosseininia 2015* pour évaluer numériquement le tassement des fondations annulaires reposant sur un demi-espace élastique.

Plus récemment, *Remadna MS et al. (2016)* ont évalué les facteurs de capacité portante  $N'_c$  pour les fondations annulaires lisses et rugueuses, dans un sol frottant et cohérent, associé et non associé utilisant l'approche numérique FLAC<sup>2d</sup>. Les résultats de *Remadna MS et al. (2016)* montrent que les valeurs de  $N'_c$  pour les fondations annulaires lisses décroissent d'une manière significative quand  $r_i/r_o$  augmente. Cependant, pour les fondations rugueuses, la courbe représentant

la variation de  $N'_c$  avec  $r_i/r_o$  présente une valeur optimale. La valeur de  $r_i/r_o$  donnant la valeur maximale de  $N'_c$  dépend de l'angle de frottement interne du sol  $\varphi$  et se trouve dans l'intervalle 0.25-0.50.

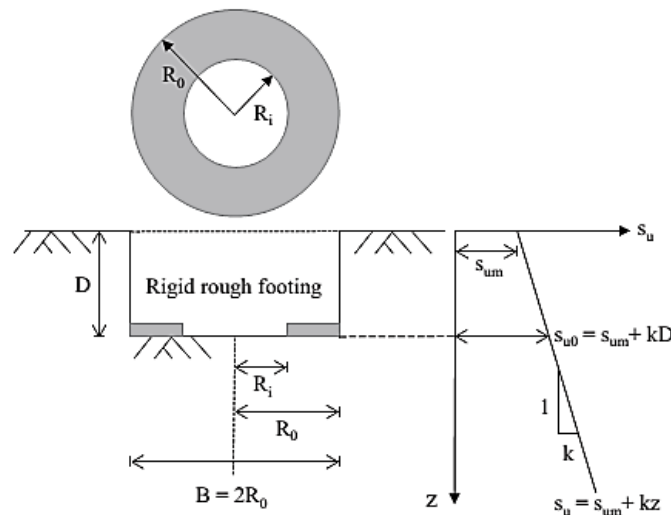
En utilisant le code des éléments finis Plaxis, les facteurs de portance  $N_c$  des fondations annulaires rugueuse reposant sur un sol bicouche purement cohérent avec une cohésion non drainée constante (homogène) et pour différents taux d'augmentation linéaire de la cohésion non drainée avec la profondeur a été estimée par *Lee et al. (2016a)*.

En utilisant l'approche numérique  $FLAC^{2d}$ , *Ehsan Seyedi Hosseininia (2016)* ont examiné des trois facteurs de la capacité portante  $N'_\gamma$ ,  $N'_q$ ,  $N'_c$  des fondations annulaires lisse et rugueuse. Ils ont montré que la valeur de tous les facteurs de la capacité portante diminue avec l'augmentation de  $r_i/r_o$ . L'effet de réduction est plus sensible pour  $N'_\gamma$ .

### 2.2.3.2.2. Capacité portante des semelles annulaires encastrées

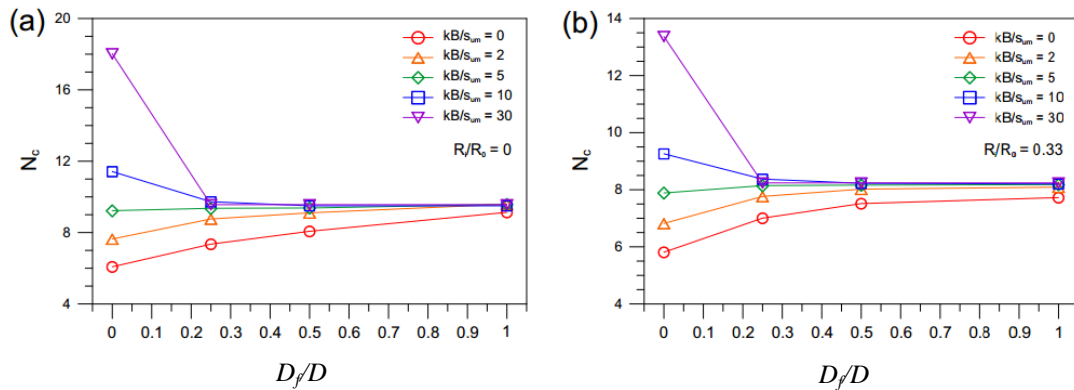
Les travaux antérieurs concernant les fondations annulaires n'ont pas pris en compte l'effet de l'encastrement. Un seul chercheur, dans ces derniers temps pris en compte cet effet (*Lee et al. 2016b*).

*Lee et al. (2016b)* ont utilisé le logiciel Plaxis pour examiner la capacité portante non drainée d'une semelle annulaire rugueuse avec encastrement sur sol hétérogène (Figure 2.18).



**Figure 2.18 :** Présentation du problème étudié par [*Lee et al. (2016b)*]

Les résultats de *Lee et al. (2016b)* montrent que les valeurs de  $N_c$  décroissent d'une manière significative quand  $r_i/r_o$  augmente. Les résultats indiquent également que l'effet du  $D_f/D$  sur  $N_c$  est plus étendue pour une valeur inférieure de  $D_f/D$ , et une augmentation  $kB/s_{um}$  ( $k$  = taux d'augmentation de la cohésion  $c_u$  avec la profondeur,  $B$  est le diamètre de la semelle et  $s_{um}$  la cohésion non drainée à la surface du sol) conduit à une augmentation de la valeur de  $N_c$  (figure 2.19).



**Figure 2.19:** Variation de  $N_c$  avec  $\frac{D_f}{D}$  et  $\frac{kB}{s_{um}}$  [*Lee et al. (2016b)*].

### 2.3. Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté les différentes méthodes de calcul de la capacité portante. Les méthodes classiques existante, pour la détermination de la capacité portante, sont basées sur l'équilibre limite qui utilisant des hypothèses simplificatrices et souffrent de quelques difficultés et critiques. La méthode de superposition initiée par *Terzaghi 1943* pour l'évaluation de la capacité portante d'une fondation est adoptée actuellement par tous les géotechniciens malgré son caractère approximatif.

Le problème de capacité portante d'une fondation superficielle filante est actuellement bien maîtrisé par l'ingénieur géotechnicien, car il repose notamment sur une expérience acquise depuis de nombreuses années. Pour les autres formes de fondation non filantes, à savoir rectangulaires, carrées, circulaires, annulaires, etc., les méthodes classiques n'apportent de réponse à la capacité portante qu'à travers certains coefficients de formes empiriques, Et ceci suscite l'investigation d'autres chemins et techniques, notamment numériques, qui se trouvent ainsi amplement justifiées et même d'apporter d'autres solutions à ce problème important de la mécanique des sols. C'est l'objet de notre contribution dans cette thèse.

Les méthodes numériques, telles que la méthode des éléments finis et la méthode des différences finis sont utilisées de plus en plus dans le calcul de la capacité portante. Le premier avantage de ces méthodes par rapport aux méthodes classiques d'équilibre limite est que les hypothèses avancées sur la forme et l'emplacement de la surface de rupture ne sont pas nécessaires. Plusieurs programmes d'éléments finis ou de différences finies peuvent être utilisés pour évaluer la stabilité des ouvrages géotechnique tel que FIAC, ABAQUS, ANSYS, ADINA...etc

*FLAC<sup>2d</sup>* est un programme de différences finies qui sera utilisé dans cette étude, dont la description et la présentation feront l'objet du chapitre 3.

D'après la recherche bibliographique que nous avons effectuée, il peut être précisé que les travaux antérieurs concernant les fondations annulaires n'ont pas pris en compte l'effet d'encastrement sur la capacité portante non drainée qui semble être plus approprié et économique pour les structures axisymétriques tels que les silos, les cheminées, et les réservoirs de stockage, C'est l'objet d'étude du chapitre 5.

## **Chapitre 3**

*Présentation de l'outil numérique utilisé et lois  
du comportement du sol*



## Chapitre 3: Présentation de l'outil numérique utilisé et lois du comportement du sol

### Sommaire

3.1. Introduction .....	57
3.2. Lois de comportement .....	58
3.2.1. Modèle élastique .....	58
3.2.1.1. Modèle élastique linéaire isotrope (loi de Hooke).....	58
3.2.1.2. Modèle élastique orthotrope .....	60
3.2.2. Lois de comportement élastoplastique .....	61
3.2.2.1. Notion de surface de charge.....	61
3.2.2.2. Notion de règle d'écrouissage.....	62
3.2.2.3. Notions de loi d'écoulement .....	65
3.2.3. Modèle élastique linéaire parfaitement plastique Mohr Coulomb .....	65
3.3. Présentation de l'outil de simulation <i>Flac</i> <sup>2d</sup> .....	68
3.3.1. Méthodologie de simulation avec Flac.....	68
3.3.2. Méthode des différences finies (MDF) .....	70
3.3.3. Schéma de résolution explicite.....	71
3.3.4. Interface.....	73
3.3.4.1. Géométrie d'une interface dans FLAC .....	73
3.3.4.2. Comportement mécanique d'une interface dans FLAC .....	75
3.3.4.3 Paramètres du modèle de l'interface.....	76
3.3.2. Calcul avec Flac de la pression exercée par une semelle sur le sol de fondation ..	76
3.3.2.1. Largeur effective d'une semelle de fondation .....	76
3.3.2.2. Pression sur le sol d'une semelle de fondation .....	77
3.4. Conclusion .....	77

## Chapitre 3

### ***Présentation de l'outil numérique utilisé et lois du comportement du sol***

#### **3.1. Introduction**

Le sol est une matière complexe qui se comporte de façon non linéaire et anisotrope avec une dépendance avec le temps. Son comportement est différent dans le cas d'un chargement primaire, déchargement et rechargement. Avant la rupture, le sol présente un comportement non linéaire caractérisé par la variation de la rigidité avec le chargement. En général, la modélisation des sols est basée, d'une part sur la loi élastique linéaire, et d'autre part, sur la loi de plasticité parfaite de Coulomb qui décrit le comportement à la rupture (Modèle Mohr Coulomb). Cependant, pour décrire les différents aspects du comportement du sol, divers modèles constitutifs ont été développés récemment en se basant sur la théorie de la plasticité.

Bien qu'il existe différents types de techniques de résolution numérique, lorsque le comportement du sol est schématisé de façon non linéaire et irréversible, les méthodes les plus fréquemment utilisées dans la pratique sont la méthode des éléments finis et la méthode des différences finies, qui ont connu un développement considérable dans le domaine de géotechnique.

D'autre part, le développement des grands codes de calcul a évolué de pair avec les langages et le matériel informatique. Par exemple, le code FLAC (Fast Lagrangian Analysis of Continua), en différences finies explicites (Cundall, 1976) a été développé et largement

diffusé. Il est souvent utilisé, dans la pratique professionnelle géotechnique, pour analyser les états de contrainte et de déformation des terrains et les problèmes d'interaction sol-structure.

Afin de mettre un outil numérique dans les mains de l'ingénieur chargé de projet et du chercheur, le logiciel *FLAC* intègre de nombreux modèles constitutifs, sous forme d'une bibliothèque de modèles de comportement, adaptables à un grand nombre de matériaux (des géomatériaux et autres...) : (élasticité linéaire et non linéaire, *Mohr-Coulomb*, *Hook Brown*, *Dracker-Prager*, écrouissage positif/négatif, modèle à deux surfaces de charge « Double Yield » et *Cam-Clay* modifié). Chacun d'entre eux nécessite l'apport de paramètres mécaniques spécifiques, descriptifs de la rhéologie du matériau.

On présentera donc dans ce chapitre quelques notions de base concernant les calculs élasto-plastiques, ainsi que le modèle élastique linéaire isotrope – parfaitement plastique avec le critère de Mohr-Coulomb, largement connu et utilisé dans la simulation des ouvrages géotechniques. Ce chapitre est consacré aussi à la présentation de l'outil numérique *FLAC* utilisé dans cette thèse pour étudier la capacité portante des fondations superficielles.

## 3.2. Lois de comportement

Dans ce paragraphe, nous allons présenter les différentes lois rhéologiques que nous avons adoptées pour la modélisation du comportement du sol. Dans un premier temps nous rappelons brièvement les expressions du cas de l'élasticité linéaire isotrope puis orthotrope. Ensuite nous posons les bases de la formulation d'une loi élastoplastique. Nous nous intéressons ensuite à une loi élastique parfaitement plastique adoptant comme critère de rupture celui de Mohr-coulomb.

### 3.2.1. Modèle élastique

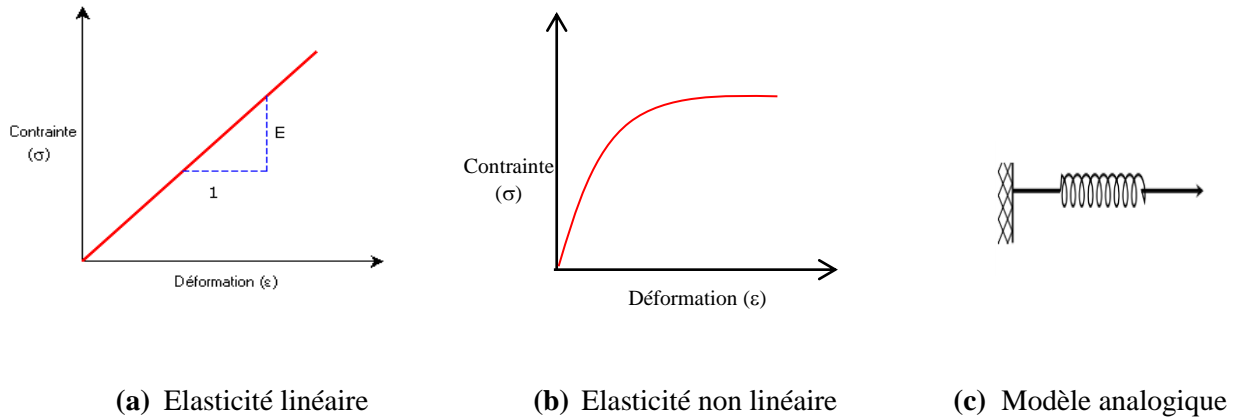
#### 3.2.1.1. Modèle élastique linéaire isotrope (loi de Hooke)

Les lois de comportement relient les sollicitations appliquées  $\sigma_{ij}$  à la réponse en déformations des matériaux  $\varepsilon_{ij}$ . Dans le cas de l'élasticité linéaire isotrope le tenseur des déformations est relié au tenseur des contraintes par la relation de Hooke qui adopte les formes établies dans les équations 3.1 et 3.2.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{(1+\nu)}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (3.1)$$

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{(1+\nu)} \varepsilon_{ij} + \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \varepsilon_{kk} \delta_{ij} \quad (3.2)$$

Où  $E$  et  $\nu$  sont le module d'Young et le coefficient de Poisson et  $\delta_{ij}$  est l'indice de Kronecker. Le modèle rhéologique relatif à l'élasticité linéaire peut être représenté par un ressort de raideur  $E$ .



**Figure 3.1 :** Principe de loi de comportement élastique

Le cas de l'élasticité linéaire correspond à la situation dans laquelle il existe une relation linéaire entre le tenseur des contraintes et le tenseur des déformations élastiques. Ce n'est généralement pas le cas des sols qui, même pour de faibles déformations, ont un comportement élastique non linéaire.

**Tableau 3.1:** Relations entre constantes élastiques d'après *Leipholz (1974)*

Couple de paramètres utilisés	Expression des paramètres			
	Module de cisaillement $G$	Module d'Young $E$	Module volumique $K$	Coefficient de poisson $\nu$
$G, E$	$G$	$E$	$\frac{G \cdot E}{9G - 3E}$	$\frac{E - 2G}{2G}$
$G, K$	$G$	$\frac{9GK}{3K + G}$	$K$	$\frac{3K - 2G}{2(3K + G)}$
$G, \nu$	$G$	$2G(1 + \nu)$	$\frac{3G(1 + \nu)}{3(1 - 2\nu)}$	$\nu$
$K, E$	$\frac{3KE}{9K - E}$	$E$	$K$	$\frac{3K - E}{6K}$
$E, \nu$	$\frac{E}{2(1 + \nu)}$	$E$	$\frac{E}{3(1 - 2\nu)}$	$\nu$
$K, \nu$	$\frac{3K(1 - 2\nu)}{2(1 + \nu)}$	$3K(1 - 2\nu)$	$K$	$\nu$

Dans le code de calcul Flac, l'écriture des relations de comportement utilise les modules, volumique  $K$  et de cisaillement  $G$ , plutôt que le module d'Young  $E$  et le coefficient

de poisson  $\nu$ , les relations entre ces divers paramètres sont résumées dans le tableau 3.1 ci-dessus.

### 3.2.1.2. Modèle élastique orthotrope

Un modèle orthotrope prend en compte trois plans orthogonaux d'élasticité symétriques. Les axes principaux d'élasticité nommés 1, 2, 3 sont définis dans les directions normales à ces plans. La relation incrémentale contrainte-déformation dans les axes locaux est de la forme :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{12} \\ 2\varepsilon_{13} \\ 2\varepsilon_{23} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_2} & -\frac{\nu_{13}}{E_3} & & & \\ -\frac{\nu_{21}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{23}}{E_3} & & & \\ -\frac{\nu_{31}}{E_1} & -\frac{\nu_{32}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & & & \\ & & & \frac{1}{G_{12}} & & \\ & & & & \frac{1}{G_{13}} & \\ & & & & & \frac{1}{G_{23}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{Bmatrix} \quad (3.3)$$

Le modèle implique neuf constantes élastiques indépendantes :

$E_1, E_2, E_3$  modules d'Young dans les directions des axes locaux ;

$G_{23}, G_{13}, G_{12}$  modules de cisaillement dans les plans parallèles aux axes locaux ;

$\nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}$  coefficients de poisson, où  $\nu_{ij}$  caractérise la contraction latérale dans la direction locale  $i$  causée par la contrainte de traction dans la direction locale  $j$ .

En vertu de la symétrie de la matrice contrainte-déformation nous avons :

$$\frac{\nu_{21}}{E_1} = \frac{\nu_{12}}{E_2}, \quad \frac{\nu_{31}}{E_1} = \frac{\nu_{13}}{E_3}, \quad \frac{\nu_{32}}{E_2} = \frac{\nu_{23}}{E_3} \quad (3.4)$$

Pour les plaques minces ayant un comportement de contrainte plane ( $\sigma_{zz} = 0$ ) et aucun cisaillement transversal  $\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$ , la matrice de rigidité devient :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ 2\varepsilon_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_2} & \\ -\frac{\nu_{21}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & \\ & & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.5)$$

Par inversion de Matrice on a :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & -\frac{\nu_{12}E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \\ -\frac{\nu_{21}E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & \frac{E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \end{bmatrix} G_{12} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.6)$$

### 3.2.2. Lois de comportement élastoplastique

Un comportement de type élastique linéaire isotrope ne peut être utilisé qu'en première approche car il ne permet pas de prendre en compte de déformations irréversibles. La plupart des matériaux sont en effet élastoplastiques, leur comportement est caractérisé par l'apparition de déformations élastiques et de déformations irréversibles. La déformation totale est la somme des déformations élastiques  $\varepsilon^e$  et plastiques  $\varepsilon^p$ . Elle est donnée par l'équation suivante :

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad (3.7)$$

Les modèles élastoplastiques sont basés sur trois notions fondamentales : la surface de charge, la règle d'écrouissage et la règle d'écoulement. Nous allons dans ce qui suit, exposer les bases pour chacune de ces notions.

#### 3.2.2.1. Notion de surface de charge

La surface de charge divise l'espace des contraintes en deux parties :

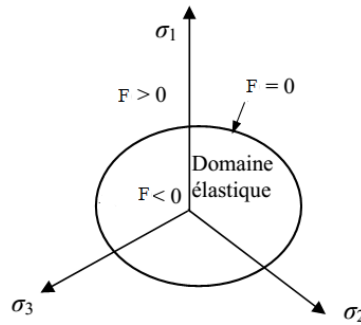
- L'intérieur de la surface de charge correspond à un état de déformations réversibles (élastiques) ;
- La surface de charge en elle-même correspond à un état de déformations pouvant se décomposer de la manière suivante : une partie réversible comme précédemment et une partie de déformations irréversibles (plastiques).

La frontière entre ces deux domaines est caractérisée par une fonction scalaire  $F$  appelée fonction de charge :

$$F(\sigma_{ij}, R) = 0 \quad (3.8)$$

Avec,  $\sigma_{ij}$  : Tenseur des contraintes ;

$R$  : Ensemble des paramètres d'écrouissage.



**Figure 3.2** : Surface de charge

Trois cas de figures se présentent donc :

- $F < 0$  Intérieur de la surface, ce domaine est élastique ;
- $F = 0$  Les déformations élastiques peuvent être, éventuellement, accompagnées de déformations plastiques ;
- $F > 0$  Etat de contraintes physiquement impossible en élasto-plasticité.

Lorsque le point représentatif de l'état des contraintes atteint la surface de charge  $F=0$ , deux cas de comportements élasto-plastiques sont possibles (figure 3.2) :

- La surface de charge n'évolue pas et l'expression de la surface de charge ne contient donc pas de paramètre d'écrouissage ;
- La surface de charge évolue au cours du chargement (modèle élasto-plastique avec écrouissage).

### 3.2.2.2. Notion de règle d'écrouissage

L'écrouissage d'un matériau se traduit par l'évolution de la surface du seuil de plasticité. L'essai de traction (ou de compression) uniaxiale (figure 3.3) va nous permettre de décrire cette notion d'écrouissage.

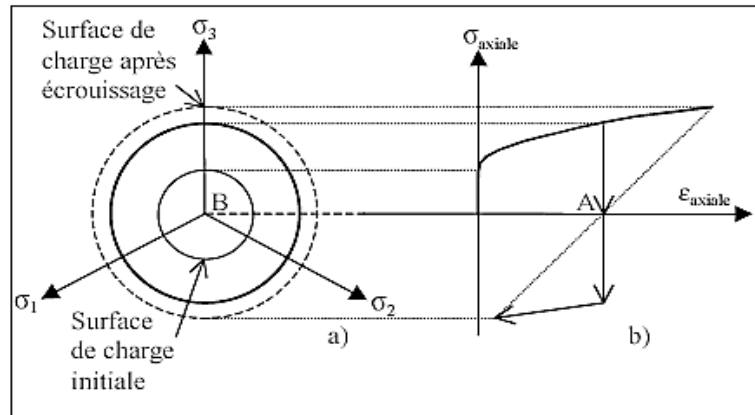
Sur cette figure, nous remarquons que le comportement est élastique le long du chemin OA, c'est-à-dire, quand on décharge on revient en O. Le point A, représentant le point limite au-delà duquel on n'a plus de comportement élastique, correspond à une contrainte caractéristique dite « seuil » de plasticité initial ou « limite élastique ». Après l'avoir franchi, et si, étant au point B par exemple, on décharge, le chemin de déchargement ne sera pas BAO mais BCD. La déformation qui reste  $OD=\varepsilon^p$  est une déformation irréversible, dite plastique. On est donc entré dans le domaine plastique. Si on recharge, le chemin sera DEF, F étant le prolongement du chemin OAB, il rejoint alors le chemin du premier chargement.





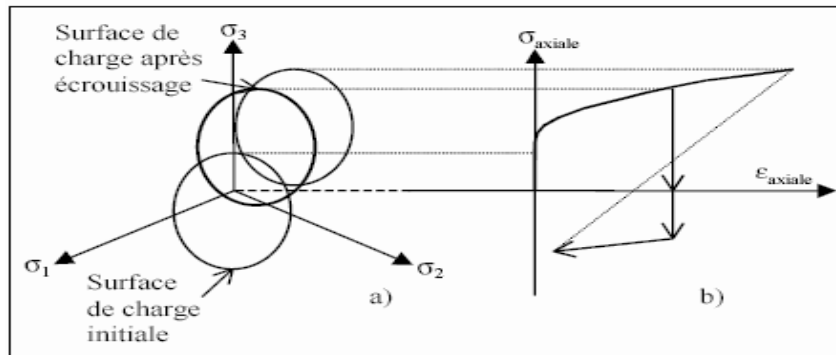
et de centre, le point de contrainte nulle (point A de la figure 3.4). Dans le plan déviatoire, la surface de charge croît de manière homothétique par rapport au point B.

Le domaine d'élasticité délimité par la surface de charge se déplace par translation dans l'espace des contraintes principales (figure 3.5) et sans distorsion de la surface de charge initiale. L'écroissage dans ce cas est caractérisé par une variable tensorielle définissant le centre de la surface de charge.



**Figure 3.4:** Représentation de l'écroissage isotrope en projection: (a) dans le plan déviatoire (b) dans le plan  $\sigma_{axiale} - \varepsilon_{axiale}$  en traction-compression simple

- **Ecroissage cinématique**



**Figure 3.5:** Représentation de l'écroissage cinématique en projection: (a) dans le plan déviatoire (b) dans le plan  $\sigma_{axiale} - \varepsilon_{axiale}$  en traction-compression simple.

- **Ecroissage mixte**

La théorie de l'écroissage mixte est une combinaison des deux théories précédentes pour permettre la création d'un modèle « anisotrope cinématique ». La surface de charge se translate et se dilate uniformément dans toutes les directions.

- **Ecrouissage anisotrope**

Pour un écrouissage anisotrope, la surface de charge peut subir en plus d'une expansion / contraction et d'une translation, une rotation et une déformation.

**3.2.2.3. Notions de loi d'écoulement**

L'incrément de déformation plastique est caractérisé par sa direction et son amplitude, la direction de l'incrément de déformation plastique est perpendiculaire à la surface définissant le potentiel plastique  $G(\sigma_{ij})=0$ . La forme générale de l'incrément de déformation plastique est donnée par l'équation 3.7 citée ci-dessus. La loi d'écoulement est dite soit associée, soit non associée.

- **Lois d'écoulement associées**

La loi d'écoulement est dite associée à la surface de charge quand cette dernière est confondue avec la surface représentative du potentiel plastique, ce qui revient naturellement à considérer  $F = G$ .

La direction de vecteur déformation plastique dans l'espace des déformations principales (confondu avec celui des contraintes principale) est ainsi perpendiculaire à la surface de charge,  $F=0$ , c'est-à-dire au vecteur gradient, normal à cette surface. Cela conduit à une loi d'écoulement de la forme.

$$\varepsilon_{ij}^p = \lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \quad (3.9)$$

Où  $\lambda$  est le multiplicateur plastique (scalaire positif)

Les matériaux pour lesquels la loi d'écoulement est dite associée, sont dits standards. C'est le cas des métaux ou des sols purement cohérents.

- **Lois d'écoulement non associées**

Dans le cas des sols frottants, les lois d'écoulement sont non associées. Dans ce cas, la direction de vecteur déformation plastique est perpendiculaire à la surface représentative du potentiel plastique,  $G(\sigma_{ij})=0$  qui est distincte de celle représentative de la fonction de charge plastique  $F(\sigma_{ij})=0$ .

**3.2.3. Modèle élastique linéaire parfaitement plastique Mohr Coulomb**

C'est le modèle utilisé dans cette thèse pour représenter la rupture par cisaillement du sol de fondation. Cette loi de comportement se caractérise par une élasticité linéaire isotrope

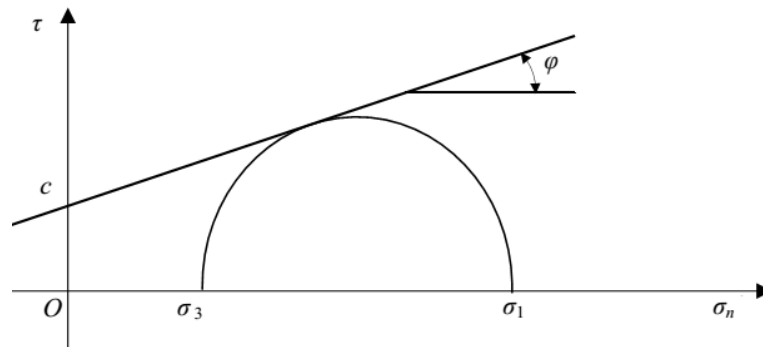
de Hooke ( $E, \nu$ ), une surface de charge  $F(\sigma_{ij})$  et un potentiel plastique  $G(\sigma_{ij})$ . C'est un modèle à 5 paramètres, dont 2 paramètres élastiques :  $E$  et  $\nu$ , et 3 paramètres de rupture ( $c$ ,  $\varphi$  et  $\psi$ ) tels que :

- $E$  : Module d'Young;
- $\nu$  : Coefficient de Poisson;
- $c$  : Cohésion;
- $\varphi$  : Angle de frottement;
- $\psi$  : Angle de dilatance.

Dans le plan de Mohr, la forme de la courbe enveloppe de ce critère est une droite appelée droite de Coulomb d'équation:

$$\tau = c + \sigma_n \operatorname{tg}(\varphi) \quad (3.10)$$

Où:  $\sigma_n$  et  $\tau$  correspondent respectivement à la contrainte normale et à la contrainte de cisaillement sur une facette donnée.



**Figure 3.6:** Représentation du critère de Mohr-Coulomb dans le plan de Mohr

La représentation de ce critère dans le plan de Mohr est donnée par la figure 3.6 ci-dessus. La contrainte intermédiaire  $\sigma_2$  n'intervient pas dans sa formulation. Dans le cas d'un matériau purement cohérent ( $\varphi = 0$ ), on dit qu'il s'agit du critère de Tresca.

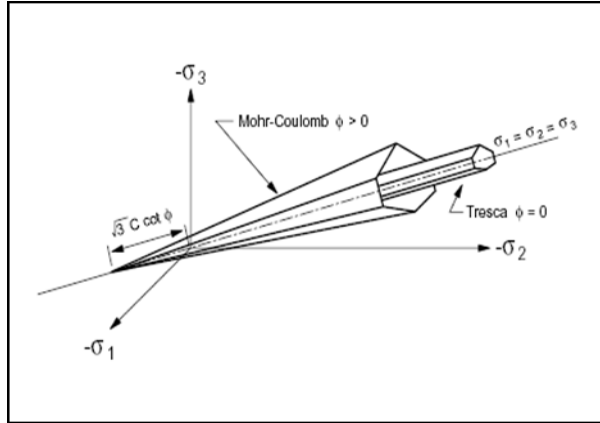
Dans l'espace des contraintes principales, la surface définie par la fonction de charge est une pyramide dont l'axe est la trisectrice, comme illustré sur la figure 3.7 ci-dessous. Sa section dans le plan déviatoire est un hexagone irrégulier, comparable à celui du critère de Tresca (qui est un cas particulier de Mohr-Coulomb lorsque  $\varphi = 0$ ).

L'expression analytique d'un des plans de la pyramide, en fonction des contraintes principales, est donnée par :

$$F(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \sigma_1 - \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \sigma_3 - \frac{2c \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (3.11)$$

Avec  $\sigma_1$  : contrainte principale majeure et  $\sigma_3$  : contrainte principale mineure

Un autre paramètre peut éventuellement entrer en ligne de compte, la contrainte de rupture par traction  $\sigma_t$ , ce qui correspond à l'introduction d'un critère supplémentaire (avec sa propre loi d'écoulement) et modifie ainsi le modèle initial de Mohr-Coulomb qui ne tient pas compte de ce paramètre.



**Figure 3.7:** Comparaison des critères de Mohr-Coulomb et Tresca dans l'espace des contraintes principales d'après *Itasca (2000)*

Le potentiel plastique de cisaillement correspond à une loi d'écoulement non associée décrite par l'équation :

$$G(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \sigma_1 - \frac{1 + \sin \psi}{1 - \sin \psi} \sigma_3 \quad (3.12)$$

Lorsque l'angle de frottement  $\phi$  et l'angle de dilatance  $\psi$  sont égaux, la règle d'écoulement est dite associée.

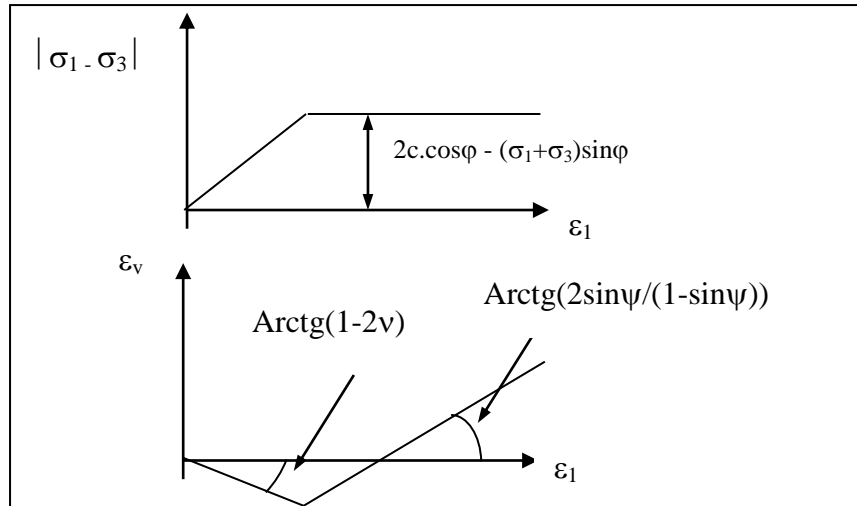
La dilatance correspond au changement de volume qui accompagne la distorsion d'un matériau par cisaillement. Elle est caractérisée par l'angle  $\psi$  qui représente le rapport de l'incrément de déformation plastique volumique sur l'incrément de déformation plastique de cisaillement  $\Delta e^{pv} / \Delta e^{ps}$ . L'angle de dilatance peut être déterminé à partir des essais triaxiaux ou à la boîte de cisaillement. L'angle de dilatance est déterminé à partir de la représentation graphique de la variation de la déformation volumique  $e^v$  en fonction de la déformation axiale  $e_1$  (*Vermeer et de Borst, 1984*).

La modélisation de la dilatance, basée sur le critère de Mohr-Coulomb est représentée sur la figure 3.8.

Pour les matériaux à frottement interne dont le critère de plasticité est du type de Mohr-Coulomb, une loi d'écoulement associée conduit généralement à surévaluer le gonflement qui accompagne la plastification par cisaillement. La mauvaise concordance entre l'expérience et

les calculs explique l'introduction des lois d'écoulement non associées, dont les déformations plastiques dérivent d'un potentiel plastique de même forme mathématique que la fonction de charge mais l'angle de frottement est remplacé par l'angle de dilataance  $\psi$ , avec  $\psi < \varphi$ .

Il est à noter que *Vermeer et de Borst* ont observé que les valeurs des angles de dilataance sont comprises approximativement entre  $0^\circ$  et  $20^\circ$  pour les sols, les roches et les bétons.



**Figure 3.8:** Modélisation de la dilataance  $\psi$  à partir du test triaxial (*Vermeer et de Borst, 1984*)

### 3.3. Présentation de l'outil de simulation *Flac*<sup>2d</sup>

Le logiciel *Flac*<sup>2d</sup> (Fast Lagrangian Analysis of Continua), développé par la société américaine ITASCA Consulting group, est spécialement conçu pour les problèmes de géomécanique en général, et pour les problèmes de mécanique des sols en particulier. Le code de calcul *Flac*<sup>2d</sup> utilisé dans notre modélisation est basé sur la méthode des différences finies. Les concepteurs de ce code ont utilisé un concept appelé «méthode des éléments lagrangiens». Il consiste en une application non traditionnelle de la méthode des différences finies explicites (*Billiaux, 1993*).

#### 3.3.1. Méthodologie de simulation avec *Flac*

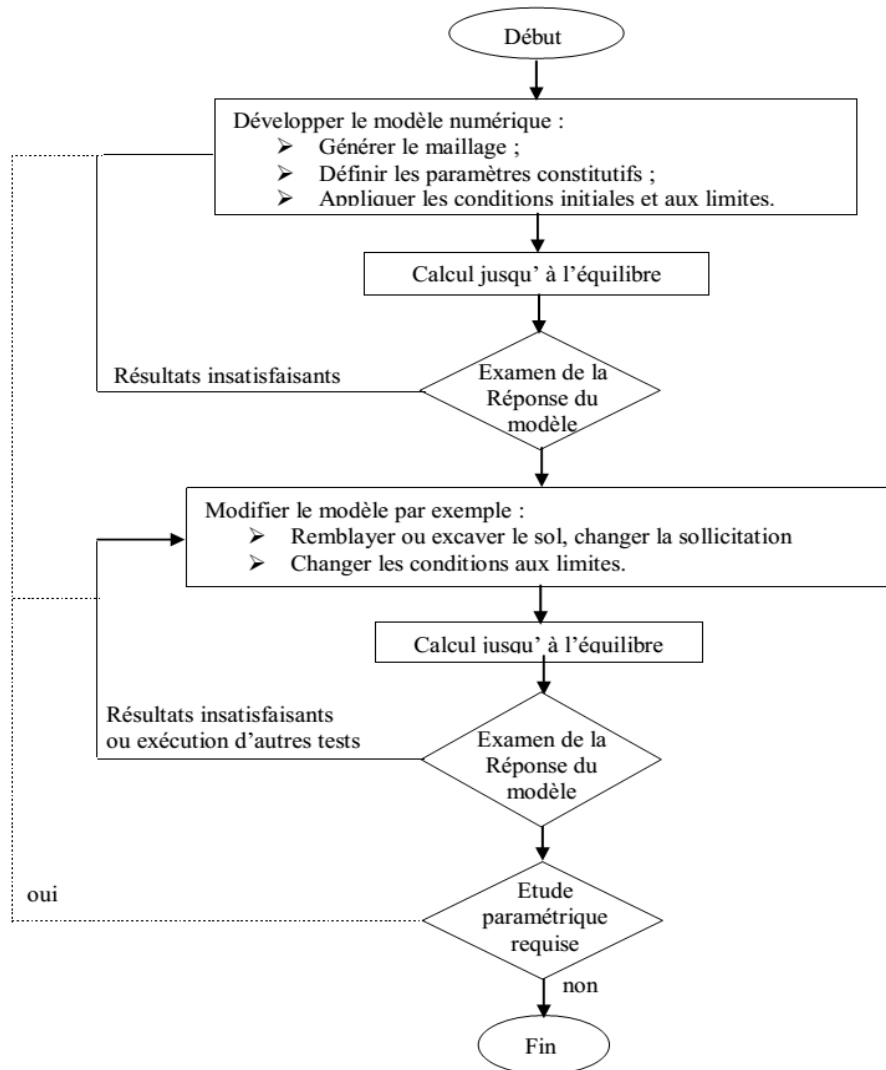
*Flac* est un logiciel de modélisation mécanique de problèmes géotechniques. Contrairement à la plupart codes basés sur la méthode des éléments finis, *FLAC*<sup>2d</sup> utilise une formulation explicite en différences finies, nécessitant une faible puissance de calcul, peu de ressources mémoires mais un grand nombre d'itérations, (*Itasca Consulting Groupe, 2005*).

Ce code a été développé pour traiter les problèmes non linéaires de la mécanique appliquée à la géotechnique, intégrant un mode de résolution explicite des équations de la mécanique.

Afin d'installer un modèle pour réaliser une simulation avec Flac, trois composants fondamentaux d'un problème doivent être indiqués:

1. Générer le maillage;
2. Définir les paramètres constitutifs;
3. Appliquer les conditions initiales aux limites.

La figure 3.9 (Adoptée du manuel Flac) présente les grandes lignes de la stratégie utilisée pour modéliser un problème en Flac. La simulation se fait par phase et la réponse du système est systématiquement examinée après chacune des phases de calcul pour s'assurer de la validité des résultats.



**Figure 3.9:** Méthodologie de modélisation numérique avec FLAC (*Itasca manuel*)

### 3.3.2. Méthode des différences finies (MDF)

En rendant la complexité des calculs une chose du passé, l'évènement de l'ordinateur a révolutionné les sciences de l'ingénieur, des problèmes, autrefois considérés insolubles avec les méthodes classiques, sont maintenant facilement accessibles avec les méthodes numériques. Une de ces méthodes est la méthode des différences finies. De ce point de vue, elle constitue un outil formidable à la disposition de l'ingénieur.

De nos jours, l'emploi de la méthode s'est généralisé à d'autres domaines en particulier la mécanique des fluides, l'aéronautique, le magnétisme, transfert de chaleur et les problèmes couplés. Elle permet de résoudre tout problème défini par des équations aux dérivées partielles avec conditions aux limites.

Un problème d'ingénierie est généralement représenté par un modèle mathématique ; des équations aux dérivées partielles sur domaine géométrique avec des conditions aux limites sur les frontières de ce domaine. De plus, étant un problème continu, il possède une infinité de degrés de liberté. A l'exception de quelques cas ayant une géométrie très simple, il est très difficile sinon impossible de trouver une solution analytique au problème et d'étudier son comportement en une seule opération. Pour trouver une solution, l'ingénieur est donc amené à remplacer le système continu par un système discret équivalent ayant un nombre fini de degré de liberté.

Actuellement, l'ingénieur a le choix entre plusieurs méthodes dont deux méthodes numériques sont très répandues dans le domaine de construction. La MDF est très attrayante par sa simplicité quand il s'agit des problèmes à géométrie complexe et des conditions aux limites quelconques. Récemment ce problème est résolu grâce à la programmation de la méthode de *Wilkins (1964)*.

Comme le soulignent *Billiaux et Cundall (1993)*, la méthode des différences finies est l'une des plus anciennes méthodes de résolution numérique d'un système d'équations différentielles, pour des conditions initiales et des conditions aux limites données, la solution est unique.

La plupart des méthodes, utilisant les différences finies, adoptent une discrétisation du milieu en mailles rectangulaires exclusivement. L'approche retenue par *ITASCA* est basée sur la méthode de *Wilkins (1964)*, qui permet de formuler les équations des différences finies pour des éléments quelconques. On peut leur donner n'importe quelle forme aux limites et, faire varier les propriétés d'un élément à l'autre. De ce point de vue, elle est donc aussi performante que la méthode des éléments finis.

### 3.3.3. Schéma de résolution explicite

La méthode des éléments Lagrangiens consiste en une application « non-traditionnelle » de la méthode des différences finies, où l'objectif est de trouver la solution d'un problème statique ou quasi-statique en introduisant les équations dynamiques de mouvement afin d'assurer sa stabilité lors des ruptures soudaines des matériaux non linéaires, au cours desquelles une partie de l'énergie est transformée en énergie cinétique qui se dissipe ensuite. Cette opération est assurée par l'inclusion des termes d'inertie dans la formulation numérique. Durant cette formulation, les déplacements incrémentaux sont ajoutés aux coordonnées et le maillage se déforme donc avec le matériau qu'il présente. L'intérêt de la méthode Lagrangienne est qu'elle permet de traiter les problèmes en grande déformations de manière à la fois rigoureuse et aisée.

Pour détailler le principe, disons que la méthode des différences finies invoque l'équation de mouvement, pour calculer les vitesses et les déplacements à partir des contraintes et des forces. Et à partir des vitesses, le taux de déformation est calculé et de nouvelles contraintes et forces sont déduites. Cet ensemble d'opérations se fait sur un cycle (un pas), au cours duquel les grandeurs sont supposées constantes (une fois les vitesses calculées, elles restent constantes durant un cycle jusqu'à ce qu'elles soient calculées de nouveau). C'est pour valider l'hypothèse de constance que le pas de temps doit être choisi suffisamment petit pour que l'information ne puisse pas passer d'un élément à l'autre au cours de cet intervalle de temps.

Les équations du mouvement sont utilisées pour calculer de nouvelles vitesses et donc de nouveaux déplacements à partir des contraintes et des forces en jeu.

Rappelons que pour un solide déformable dans un référentiel lagrangien, l'équation du mouvement de Newton est exprimée par l'équation (3.13).

$$\rho \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i \quad (3.13)$$

Avec :

$\rho$ : masse volumique

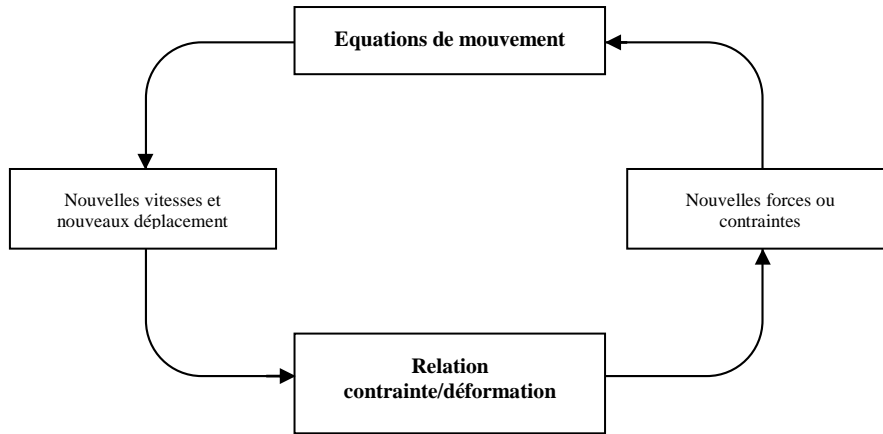
$t$ : temps

$\dot{u}$  : vecteur vitesse

$x$ : vecteur position

$g$ : accélération due aux forces de volume





**Figure 3. 10:** Cycle explicite de calcul de base par la méthode des différences finies, pour un pas de temps  $\Delta t$ , d'après *Billiaux et Cundall (1993)*

Les taux de déformations  $e_{ij}$  (Équation (3.14)) sont ensuite déduits et la loi de comportement du matériau (Équation (3.15)) est utilisée pour calculer de nouvelles contraintes. Chaque séquence de calcul forme un cycle de calcul.

$$\dot{e}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \dot{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.14)$$

$$\sigma_n = f(\sigma_p, \varepsilon, k) \quad (3.15)$$

Avec :

$\sigma_n$ : nouvelles contraintes

$\sigma_p$ : contraintes du cycle de calcul précédent

$\varepsilon$ : déformation

$k$ : paramètre d'écrouissage

La méthode de résolution implémentée dans FLAC présente des avantages et des inconvénients, la comparaison de cette méthode avec d'autres méthodes bien connues telle que la méthode implicite utilisée par les éléments finis a été faite par *Billiaux et Cundall* en 1993. Le Tableau 3.2 résume ces différences. On peut signaler que la qualité primordiale du FLAC c'est le fait que, aucune itération n'est nécessaire pour calculer les contraintes à partir des déformations, quel que soit le type de comportement envisagé pour le sol. Néanmoins un inconvénient subsiste lors de la résolution de problèmes linéaires en petites déformations, en

effet, l'imposition d'un pas de temps trop petit nécessite obligatoirement un nombre de cycles de calcul important pour obtenir la solution. Il semble donc que le domaine de prédilection d'une méthode explicite soit l'étude de systèmes comprenant par exemple des non-linéarités, de grandes déformations ou des instabilités physiques. La résolution explicite constitue donc une méthode bien adaptée aux types de difficultés auxquels nous nous sommes intéressés.

**Tableau 3.2:** Comparaison des méthodes explicite et implicite, d'après *Billaux et Cundall (1993)*

### 3.3.4. Interface

Les éléments d'interface sont utilisés pour représenter de manière simplifiée les plans

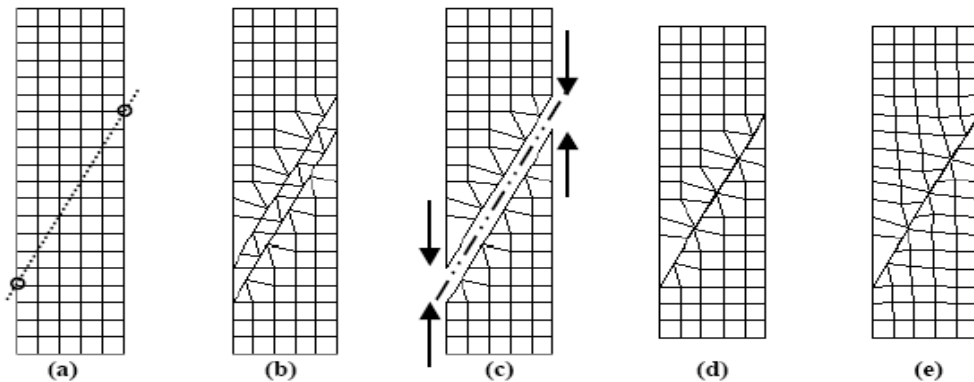
<b>Explicite</b>	<b>Implicite</b>
Le pas de temps doit être inférieur à une valeur limite critique pour assurer la stabilité	Pas de restriction sur le pas de temps, au moins pour certains schémas de résolution
Peu de calculs par pas de temps	Calculs nombreux par pas de temps
Pas d'amortissement numérique significatif introduit pour les problèmes dynamiques	Amortissement numérique dépendant du temps pour les schémas inconditionnellement stables
Prise en compte de lois de comportement non-linéaires sans itérations supplémentaires	Nécessité d'une procédure itérative pour la prise en compte de comportements non-linéaires
Si le pas de temps est inférieur à sa valeur critique, une loi non-linéaire est toujours suivie d'une manière correcte	Il est toujours nécessaire de démontrer que la procédure est : (a) stable, et (b) physiquement correcte, c'est-à-dire qu'elle permet de suivre un chemin de contraintes physiquement correct
Aucune matrice n'est construite. La mémoire nécessaire est minimum	Une matrice de rigidité doit être stockée. La mémoire nécessaire est importante
Aucune matrice n'étant construite, des grandes déformations et de grands déplacements peuvent être pris en compte avec quasiment aucun calcul supplémentaire	Des calculs supplémentaires sont nécessaires pour suivre de grandes déformations et de grands déplacements.

de glissement ou de séparation (au niveau des joints, couches minces, liaisons structure-sol, sol-roche, etc.). Flac intègre notamment des interfaces caractérisées par le glissement de Coulomb et/ou la séparation par traction. Les propriétés de l'interface sont : le frottement, la cohésion, la dilatance, la raideur normale, la raideur de cisaillement et la résistance à la traction.

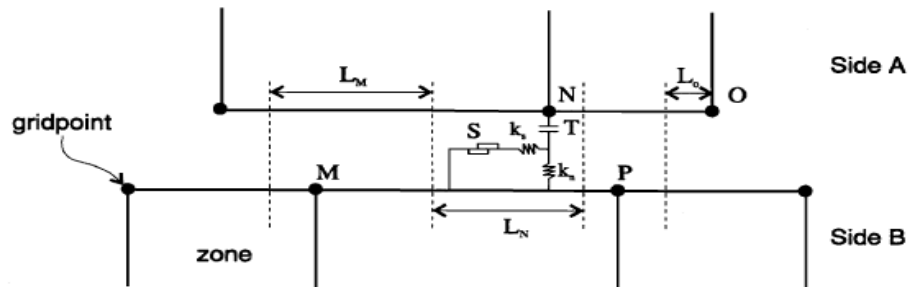
#### 3.3.4.1. Géométrie d'une interface dans FLAC

La création d'une interface, dans *FLAC*, passe par plusieurs étapes successives, permettant l'insertion de ce nouvel élément dans la grille initiale. La figure 3.11 décrit le cheminement de ce processus, dont les étapes principales sont :

- (a) la détermination, dans la grille initiale, du chemin suivi par la future interface;
- (b) la création d'une tranchée, parallèle à l'interface, et d'épaisseur au moins égale à une maille;
- (c) l'effacement des mailles devenues inutilles, à l'intérieur de la tranchée;
- (d) le rapprochement des deux côtés de l'interface, par translation de l'un ou des deux demi-espaces;
- (e) l'homogénéisation des mailles bordant l'interface, afin de limiter l'apparition de particularités géométriques dans la grille.



**Figure 3.11:** Etapes de création d'une interface dans FLAC, d'après *Itasca (2000)*



$S$  = patin (*slider*) ;  $T$  = résistance à la traction ;  $k_n$  = rigidité normale ;  
 $k_s$  = rigidité tangentielle ;  $L_n$  = longueur associée au nœud N ;  
 $L_m$  = longueur associée au nœud M ; et - - - = limites virtuelles des segments d'interface.

**Figure 3.12:** Représentation schématique d'une interface, d'après *Itasca (2000)*.

Le code numérique enregistre et conserve la liste des nœuds qui constituent les deux côtés de l'interface. Pour chacun de ces points, *FLAC* teste les contacts avec ses plus proches voisins sur l'autre côté de l'interface. Si un contact est détecté, la longueur ( $L$ ), égale à la moitié de la distance entre les plus proches voisins à droite et à gauche, est définie. De cette manière, l'interface est divisée en segments contigus, chacun étant contrôlé par un nœud de l'une des rives de l'interface et appartenant aussi à la grille générale (figure 3.12).

### 3.3.4.2. Comportement mécanique d'une interface dans FLAC

Les propriétés mécaniques des interfaces sont conventionnellement dérivées de tests en laboratoire (c'est-à-dire de cisaillement direct et tests triaxiaux), ces essais peuvent fournir des propriétés physique pour l'angle de frottement, la cohésion, l'angle de dilatance et traction limite, aussi bien que les rigidités normaux et de cisaillement.

Le déplacement relatif au niveau de l'interface est déterminé à partir des forces nodales et des rigidités normale et tangentielle  $k_n$  et  $k_s$  (exprimées en Pa/m). Le décollement et le glissement sont simulés par ajustement de ces rigidités en fonction de la direction et de l'intensité des efforts appliqués à l'élément à travers une équation de la forme :

$$F_n^{(t+\Delta t)} = F_n^{(t)} - k_n \Delta u_n^{(t+\Delta t/2)} L \quad (3.16)$$

Ou :

$$F_s^{(t+\Delta t)} = F_s^{(t)} - k_s \Delta u_s^{(t+\Delta t/2)} L \quad (3.17)$$

Les interfaces dans *FLAC* ont un comportement élastoplastique et possèdent les caractéristiques suivantes :

➤ **Résistance au cisaillement** : Le critère de cisaillement de *Coulomb* limite la force tangentielle par l'intermédiaire des propriétés de frottement associées à l'interface :

$$F_s^{\max} = cL + F_n \tan \delta \quad (3.18)$$

Avec  $c$  [Pa],  $L$  [m] et  $\delta$  [degré].

$c$  = cohésion le long de l'interface ;

$L$  = la longueur de contact effective (figure. 3.11) ;

$F_n$  = force normale ;

$\delta$  = angle de frottement de l'interface.

Si le critère est violé, c'est-à-dire si  $|F_s| \geq F_s^{\max}$ , alors  $F_s = F_s^{\max}$

➤ **Traction limitée** : Si la limite de traction est dépassée le long de l'interface, alors l'interface casse et les forces normales et tangentielles sont ramenées à une valeur nulle. La valeur par défaut de la résistance à la traction est zéro.

➤ **Interfaces collées « Glued »** : *FLAC* propose, aussi, de déterminer une valeur limite  $k^{\text{glued}}$  pour  $k_n$  et  $k_s$ , calculée à partir des caractéristiques géométriques de la grille autour de l'interface. L'utilisation de cette valeur limite résulte en une désactivation de l'interface, et n'autorise pas de déplacement relatif le long de la discontinuité : les deux parois sont comme collées l'une à l'autre. Des valeurs inférieures à  $k^{\text{glued}}$  autorisent en revanche un déplacement limité de part et d'autre de l'interface. La valeur critique  $k^{\text{glued}}$  s'exprime par :

$$k^{glued} = 10 \cdot \text{Max} \left[ \frac{K + 4G/3}{\Delta z_{\min}} \right] \quad (3.19)$$

Où :  $K$  et  $G$  sont respectivement les modules d'incompressibilité et de cisaillement, et  $\Delta z_{\min}$  est la plus petite dimension d'une zone adjacente dans la direction normale.

La valeur maximale sur l'ensemble des points de l'interface est retenue.

### 3.3.4.3. Paramètres du modèle de l'interface

Les paramètres (d'entrée) à définir sont:

$k_n$  = rigidité normale;  $k_s$  = rigidité de cisaillement ;  $T$  = résistance à la traction;  
 $c$  = cohésion de l'interface ; et  $\delta$  = angle de frottement de l'interface (sol-structure).

On note que l'introduction des fortes valeurs de rigidité pour empêcher les déformations de l'interface en *FLAC*, technique couramment utilisée dans la méthode des éléments finis, ralentie énormément la convergence de la solution.

Il est recommandé d'utiliser des rigidités faibles qui assurent un compromis entre des déformations négligeables de l'interface et le temps de convergence de la solution. La rigidité normale ( $k_n$ ) doit être estimée rigoureusement afin de limiter l'interpénétration des faces et doit vérifier que l'interpénétration ( $u = \sigma / k_n$ , avec ( $\sigma$ ) est la contrainte à l'interface) n'influe pas sur la précision voulue des calculs des déplacements.

## 3.3.2. Calcul avec Flac de la pression exercée par une semelle sur le sol de fondation

### 3.3.2.1. Largeur effective d'une semelle de fondation

Lorsqu'une vitesse est appliquée aux nœuds spécifiés du maillage représentant la semelle de fondation pour simuler une charge sur cette dernière, la zone support de la charge n'est pas tout à fait égale à la largeur de la semelle mais elle est obtenue en supposant que la vitesse varie de manière linéaire, de la valeur appliquée sur le dernier nœud représentant la semelle, à zéro sur le nœud adjacent au dernier nœud de la semelle. La demi-largeur effective de la semelle est exprimée alors par :

$$A = 0.5 (x_l + x_{l+1}) \quad (3.20)$$

Où  $x_l$  représente la position selon l'axe des  $x$  du dernier nœud supportant une vitesse, et  $x_{l+1}$  la position selon l'axe des  $x$  du nœud adjacent à  $x_l$ .

### 3.3.2.2. Pression sur le sol d'une semelle de fondation

Pour une semelle filante la pression sur le sol de la fondation soumise à une charge verticale centrée est donnée par la somme des forces de réaction des nœuds représentant la semelle que divise la largeur effective de la semelle. Pour une semelle rectangulaire on calcule d'abord l'aire effective qui est donnée par le produit de la largeur effective par la longueur effective, puis on calcule le rapport de la somme de toutes les forces de réaction des nœuds représentant la semelle par cette surface effective.

En ce qui concerne la semelle circulaire la pression  $q_{flac}$  de la fondation sur le sol est donnée par :

$$q_{flac} = \frac{2\pi \sum f_i^{(y)} r_i}{\pi R^2} \quad (3.21)$$

Où  $f_i^{(y)}$  = est la force de réaction dans la direction des y au nœud i de la fondation ;  
 $R_i$  = rayon associé au nœud i ;  
 $R$  = rayon effectif de la fondation.

Pour les nœuds non situés sur l'axe de symétrie, le rayon associé est la distance radiale du nœud sur lequel une vitesse est appliquée. Pour le nœud se trouvant sur l'axe de symétrie le rayon associé est égal à 0.25 fois le rayon adjacent au nœud axial. Le rayon effectif de la fondation est la distance entre l'axe de symétrie et le point intermédiaire entre le dernier nœud où une vitesse est appliquée et le nœud qui lui est adjacent.

## 3.4. Conclusion

A travers les différentes parties de ce chapitre, nous avons fait la description d'une loi du comportement du sol et une présentation de l'outil de simulation numérique.

Les ouvrages géotechniques ont un comportement complexe; la modélisation numérique permet aux ingénieurs de prévoir le comportement de ce qui est trop complexe pour être appréhendé complètement. La modélisation numérique, par la méthode des éléments finis ou la méthode des différences finies, permet de déterminer la capacité portante d'une fondation superficielle, ainsi que son comportement global, quel que soit le chemin de chargement, à condition de représenter correctement le comportement des différents matériaux.

Nous nous intéressons dans notre contribution numérique à une loi élastique parfaitement plastique adoptant comme critère de rupture celui de Mohr-coulomb. Ce modèle

décrit d'une manière très efficace le comportement réel du sol et présente l'avantage de la facilité d'insertion par le code numérique.

La plupart des logiciels de modélisation sont de type "boite noire", ce qui limite leur domaine d'application. Dans ce chapitre une explication judicieuse de schéma de résolution de formulation numérique a été faite, afin de mieux comprendre sa démarche de calcul. Le code FLAC est un outil très puissant et donne la possibilité d'étudier l'influence de plusieurs paramètres sur différents types d'ouvrages géotechniques grâce à la formulation numérique adoptée. En résumé que les outils numériques peuvent ne pas être des boites noires, ils ont juste besoin d'un opérateur qualifié et d'un traitement efficace de ses hypothèses de base.

## **Chapitre 4**

*Analyse numérique de la capacité portante  
non-drainée des fondations circulaires*



## Chapitre 4: Analyse numérique de la capacité portante non-drainée des fondations circulaires

### Sommaire

4.1. Introduction .....	80
4.2. Synthèse des travaux antérieurs.....	82
4.3. Procédés de simulation numérique .....	86
4.3.1. Définition du problème et présentation du cas étudié .....	86
4.3.2. Simulations par <i>Flac<sup>2D</sup></i> .....	87
4.4. Résultats des calculs et discussion .....	90
4.1.2. Facteur de capacité portante $Nc'$ à la surface du sol non drainé ( $D_f/D=0$ ) .....	91
4.1.3. Facteur de capacité portante $Nc'$ des semelles circulaires encastées.....	91
4.1.1. Le facteur de profondeur ' $d_c$ ' .....	100
4.5. Conclusion.....	102

# Chapitre 4

## Analyse numérique de la capacité portante non-drainée des fondations circulaires

### 4.1. Introduction

La détermination de la capacité portante d'une fondation superficielle, reposant sur un massif homogène de sol non drainé, constitue une des questions les plus anciennes et fondamentales du génie géotechnique. Plusieurs méthodes existent dans la littérature pour l'évaluation de la capacité portante ultime, à savoir : la méthode d'équilibre limite, la méthode des caractéristiques ou lignes de glissement, la méthode d'analyse limite avec ses deux approches, cinématique et statique, l'analyse limite par éléments finis et les calculs élasto-plastiques en utilisant la méthode des éléments finis ou la méthode des différences finies.

Le problème de la capacité portante d'une fondation filante a été largement étudié dans la littérature par des approches théoriques ou numériques. En revanche, pour les fondations circulaires, les modélisations numériques sont récentes et les ingénieurs géotechniciens utilisent des coefficients empiriques préconisés par les différentes réglementations.

L'étude du comportement des semelles circulaires reposant notamment sur des sols cohérents et soumises à un chargement généralisé a été abondamment enrichie par l'étude des fondations des structures offshore. Ce type de fondations profondes dans le sol par types d'encastresments (système de jupe, solide rigide, plates-formes ...). Dans la plupart des cas, il est important de tenir compte de la profondeur d'encastrement qui dépasse le plus souvent le diamètre de la semelle.

Donc il faut mettre en évidence le rôle important de l'effet de la profondeur d'encastrement et l'effet de l'interface sol-semelle sur la capacité portante des fondations.

Dans ce chapitre notre intérêt est porté sur l'utilisation du logiciel FLAC<sup>2d</sup> pour examiner numériquement l'effet de l'encastrement sur la portance non drainée d'une fondation circulaire.

Les premières études de l'influence de l'encastrement sur la capacité portante des fondations circulaires ont été présentées par *Terzaghi (1943)*, *Skempton (1951)* et *Meyerhof (1951)*, *Brinch Hansen (1970)* et ensuite par, *Siva Reddy et al. (1991)*, *Tani et Craig (1995)*, *Martin (2001)*, *Martin et Randolph (2001)*, et *Houlsby et Martin (2003)*. Tous ces auteurs emploient des études expérimentales et analytiques. Tandis que, les méthodes numériques ont été employées par *Hu et al. (1999)*, *Salgado et al. (2004)*, *Edwards et al. (2005)*, *Khatri et Kumar (2009)*, *Gourvenec et Mana (2011)*, et *Merifield et Nguyen (2012)*.

La comparaison entre ces études antérieures a montré une différence significative du facteur de portance  $N'_c$  et de profondeur  $d_c$  est observé pour les fondations circulaires encastrees. À première vue, il est clair que la cause de cela pourrait être attribuée aux procédures utilisées afin de simuler l'effet d'interface du parement latéral de la fondation dans les diverses études. *Salgado et al. (2004)*, *Edwards et al. (2005)*, *Khatri et Kumar (2009)*, et *Merifield et Nguyen (2012)* ont rapporté la capacité portante représentant uniquement la contribution de la base de la fondation. Tandis que, *Hu et al. (1999)* et *Gourvenec et Mana (2011)* ont rapporté la capacité portante représentant la contribution de la base de la fondation et son parement latéral.

Pour cela, l'objectif du présent travail est d'effectuer des calculs numériques à l'aide du logiciel FLAC (Fast Lagrangian Analysis of Continua) afin d'évaluer l'influence de l'encastrement  $D_f/D$  sur les facteurs de portance  $N'_c$  et de profondeur  $d_c$  pour les fondations circulaires avec encastrement jusqu'à cinq, reposant sur un massif homogène de sol non drainé avec différentes conditions de rugosité de la semelle. Les résultats des calculs effectués sont comparés aux résultats disponibles dans la littérature.

Dans le but de mettre en évidence les sources de divergence dans les valeurs des facteurs de portance, deux analyses ont été effectuées pour calculer ces facteurs. Le premier représente le cas de la contribution de la base de la fondation et son parement latéral tandis que le second représente uniquement la contribution de la base de la fondation.

## 4.2. Synthèse des travaux antérieurs

La capacité portante des fondations filantes a été abordée initialement dans le cadre de la formulation classique de la capacité portante exprimée par l'équation de Terzaghi.

L'équation générale pour le calcul de la capacité portante d'une fondation superficielle filante, proposée par *Terzaghi (1943)* est donnée par :

$$q_u = c \cdot N_c + q N_q + \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot B \cdot N_\gamma \quad (4.1)$$

Où :

$q_u$ : est la capacité portante ultime;

$c$  : la cohésion du sol ;

$q$  : la surcharge au-dessus du niveau de la fondation de la semelle ;

$\gamma$  : le poids volumique du sol;

$N_c, N_q$  et  $N_\gamma$ : sont les facteurs de capacité portante représentant respectivement l'effet de la cohésion  $c$ , la surcharge  $q$  et le poids volumique  $\gamma$ .

Cette équation a été considérablement généralisée par de nombreux chercheurs pour prendre en compte les différentes formes de la fondation (*Cox et al. 1961; Meyerhof 1963; Brinch Hansen 1970; De Beer 1970; Vesic 1973*), le niveau de la nappe phréatique (*Meyerhof 1955*), l'encastrement de la semelle, le terrain en pente, l'inclinaison de la base de la semelle (*Meyrhof 1957; Brinch Hansen 1970*), le mode de cisaillement (cisaillement local ou poinçonnement) (*Vesic 1963; Vesic 1973*), le chargement incliné ou excentrique (*Meyerhof 1953; Vesic 1973; Taibat and Carter 2002*) et la compressibilité du sol (*Vesic 1973*).

L'équation (4.1) est modifiée par l'introduction des coefficients multiplicatifs  $s_c, s_q$  et  $s_\gamma$  pour tenir compte de la forme de la fondation. Pour une semelle circulaire l'équation généralisée de Terzaghi devient :

$$q_u = c \cdot s_c \cdot N_c + q \cdot s_q \cdot N_q + \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot B \cdot s_\gamma \cdot N_\gamma \quad (4.2)$$

Où

$s_c, s_q$  et  $s_\gamma$ : sont appelés les facteurs de correction de forme, corrigeant respectivement  $N_c, N_q$  et  $N_\gamma$ . Les principaux auteurs ayant proposé ces facteurs sont *Terzaghi (1943), Caquot et Kérisel (1953), Hansen (1961), Meyerhof (1963)* et *De Beer (1970)*.

Les fondations circulaires sont largement utilisées en génie civil, notamment dans les réservoirs d'hydrocarbures, les châteaux d'eau et certaines antennes de communication. Ce type de fondations a été, en premier, étudiée par *Shield (1955)*, *Eason et Shield (1960)*, *Cox et al. (1961)*, *Larkin (1968)*, *Salençon et Matar (1982)* et ensuite par, *Bolton et Lau (1993)*, *Tani et Craig (1995)*, *Cassidy et Houlby (2002)* et *Martin (2005)*. Tous ces auteurs utilisèrent la méthode des caractéristiques. La méthode d'éléments finis a été employée par *Manoharan et Dagbusta (1995)*, *Lee et al. (2005)*, *Loukidis et Salgado (2009)*, *Lyamin et al. (2007)*, *Kumar et Chakraborty (2015a)*, quant à la méthode des différences finies, elle est utilisée par *Erickson et Drescher (2002)*.

Pour tenir compte de la résistance du sol au-dessus de la base de la fondation, on utilise d'autres facteurs partiels  $d_c$ ,  $d_q$  et  $d_\gamma$ , et l'équation généralisée de *Terzaghi* prend la forme suivante:

$$q_u = c \cdot d_c \cdot s_c \cdot N_c + q \cdot d_q \cdot s_q \cdot N_q + \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot B \cdot d_\gamma \cdot s_\gamma \cdot N_\gamma \quad (4.3)$$

$d_c$ ,  $d_q$  et  $d_\gamma$  : les coefficients de profondeur.

Pour une semelle circulaire encastree reposant sur un sol d'argile homogène non drainée (angle de frottement interne nul, alors  $N_\gamma = 0$ ), une forme très simplifiée de l'équation de la capacité portante peut être proposée par l'analyse numérique en utilisant la méthode des différences finies (FLAC), qui traite le sol au-dessus de la base de la fondation comme un sol et non pas comme une surcharge. Dans ce cas, le terme de profondeur est disparu totalement et l'équation 4.3 ci-dessus peut être remplacée par :

$$q_u = c \cdot d_c \cdot s_c \cdot N_c \quad (4.4)$$

Le comportement de la capacité portante des semelles circulaires sur les sols non drainés a reçu l'attention considérable des chercheurs, mais la plupart des études rapportées sont limitées aux semelles posées sur la surface libre du sol; l'effet d'encastrement sur la capacité portante n'a été pas pris trop en compte par les travaux antérieurs.

Dans ce chapitre, on utilise le code  $\text{FLAC}^{2D}$  pour l'évaluation de la capacité portante non drainée d'une semelle circulaire et rigide avec encastrement, reposant sur un sol non drainé.

Quelques études théoriques ont été proposées dans la littérature tenant compte de l'encastrement de la semelle [*Meyerhof (1951); Skempton (1951)*].

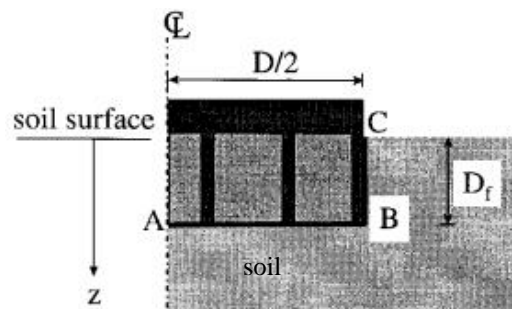
*Skempton (1951)* a proposé la formule (4.5) pour capacité portante non drainée.

$$N_c = 5.14(1 + 0.2 \frac{B}{L}) \left[ 1 + \sqrt{(0.053 \frac{D_f}{B})} \right] \quad (4.5)$$

$$N_c = 5.14 S_c d_c \quad (4.6)$$

D'après *Skempton (1951)*, le facteur de portance  $N_c$  atteint une valeur maximale de 9 pour  $D_f/D \geq 4$ .

En employant la méthode adaptative H avec l'approche éléments finis, *Hu et al. 1999* ont étudié l'influence de l'encastrement sur le facteur de portance  $N_c$  pour une semelle circulaire rigide avec encastrement inférieur à cinq sur des sols non homogènes, pour un déplacement de  $0,3D$ . Cette semelle est accompagnée par un système de jupe sous la fondation (figure 4.1), avec différentes conditions de rugosité (sol-jupe), en supposant que la base est toujours rugueuse et le poids du sol est ignoré. Les résultats ont montré la différence de capacité portante entre les parements latéraux rugueux et lisses, cette différence augmente avec l'augmentation du rapport de la profondeur  $D_f/D$ .

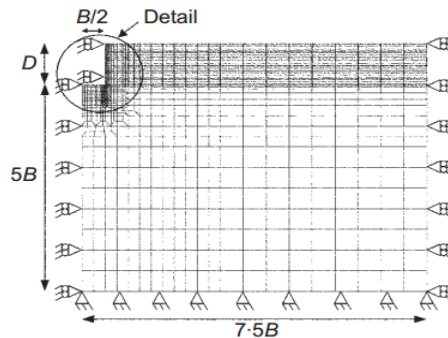


**Figure 4.1:** Présentation du problème étudié par [*Hu et al. 1999*]

*Salgado et al. (2004)* ont étudié également la capacité portante de fondation circulaire avec encastrement inférieur à 5, mais en utilisant les solutions de la borne supérieure et la borne inférieure de l'analyse limite de  $N_c$ . Pour le but de modéliser les conditions réelles, *Salgado et al. (2004)* ont considéré l'espace verticalement au-dessus de la semelle que d'être rempli avec le sol. Toutefois, ce faisant qu'ils devaient supposer les conditions de l'interaction entre la surface supérieure de la semelle et de la masse de sol au-dessus de cette semelle, c'est à dire

parfaitement rugueux sans séparation. Afin de faire cela, la pression hydrostatique normale a été appliquée à la masse supérieure du sol au-dessus de la semelle.

La méthode d'éléments finis a été employée par *Edwards et al. (2005)* pour évaluer le facteur de profondeur  $d_c$  des fondations circulaires rugueuses avec encastrement inférieur à quatre pour un déplacement de  $0,3D$ , toutes les analyses d'*Edwards et al. (2005)* ont été effectuées en appliquant des déplacements uniformes dans la direction verticale de  $y$  et les déplacements dans la direction horizontale de  $x$  sont nuls pour les nœuds représentant la fondation. La charge ultime a été calculée par la somme des forces verticales nodales le long de la base de la semelle. Cette charge est égale à la force d'application nette dont la valeur est équivalente à  $c_s \cdot c_c \cdot d_c \cdot N_c \cdot A$ . Cela n'inclut pas la résistance de toutes les contraintes de cisaillement mobilisées le long du parement latéral de la semelle.



**Figure 4.2:** Présentation du problème étudié par [*Edwards et al. (2005)*]

Ainsi, en utilisant aussi la méthode d'éléments finis, *Gourvenec et Mana (2011)* ont obtenu des solutions pour le cas des semelles circulaires avec un encastrement peu profond à partir de la surface libre du sol. Les fondations ont été modélisées comme bloc rigide avec point de référence, ce point situé sur l'axe médian de la semelle en contact avec la surface horizontale du massif. La charge de la fondation a été appliquée une vitesse verticale prescrite au point de référence.

Récemment, *Merifield et Nguyen (2012)* ont utilisé le logiciel ABAQUS afin d'évaluer numériquement la capacité portante des fondations circulaires encastrees reposant sur une couche d'argile non drainée. L'interaction entre le sol et la partie inférieure de la semelle a été modelé comme parfaitement rugueuse et l'interface de parement latéral de la semelle et le sol a un déplacement uniquement verticale. Afin de déterminer la charge d'effondrement de la

semelle en supposant la semelle est rigide et une vitesse uniforme descendante est appliquée aux nœuds du modèle.

Dans cette section, la capacité portante non drainée d'une semelle circulaire encastrée est examinée en considérant l'effet de la profondeur de l'encastrement  $D_f$ . L'étude a été faite pour une fondation avec différentes conditions de rugosité. Une série de solutions numériques basée toujours sur la méthode des différences finies a été présentée et comparée avec les résultats de *Skempton (1951)*; *Brinch Hansen (1970)*, *Hu et al. (1999)*; *Houlsby et Martin (2003)*; *Salgado et al. (2004)* ; *Edwards et al. (2005)*; *Gourvenec and Mana (2011)*; *Merifield et Nguyen (2012)*.

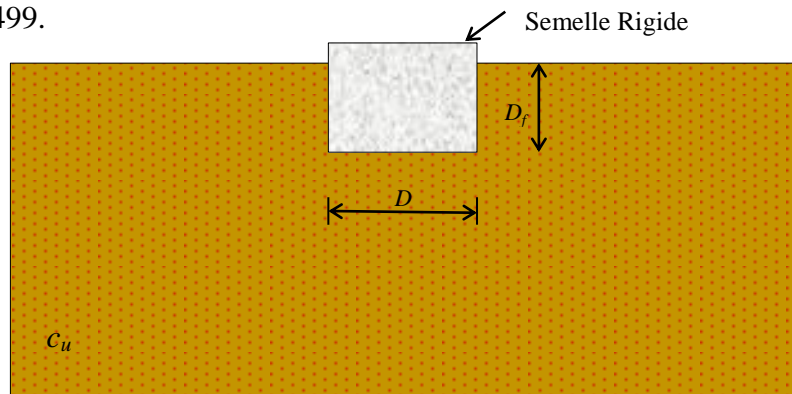
### 4.3. Procédés de simulation numérique

#### 4.3.1. Définition du problème et présentation du cas étudié

Le problème de la capacité portante d'une semelle circulaire encastrée reposant sur une couche d'argile non drainée est illustrée dans la figure 4.3. Une fondation rigide de largeur (diamètre)  $D$  placée à une profondeur  $D_f$  sous la surface d'un sol cohérent et soumise à une charge verticale centrée. Le sol purement cohérent (argileux) de la fondation est caractérisé par une cohésion non drainée  $c_u$ , constante avec la profondeur. L'effet des interfaces sol-semelle sur la capacité portante ultime a été pris en considération, en modélisant deux cas extrêmes parfaitement lisses et parfaitement rugueux.

Puisque la semelle est considérée comme étant rigide, le chargement est modélisé par l'application d'un déplacement imposé aux nœuds de la surface de la semelle.

Les caractéristiques du sol utilisées dans la présente étude sont : cohésion non drainée constante  $c_u=100$  kPa avec  $\phi_u=0^\circ$ , un module d'Young  $E = 50$  MPa et un coefficient de poisson  $\nu = 0.499$ .



**Figure 4.3:** Présentation du cas étudié



### 4.3.2. Simulations par *Flac*<sup>2D</sup>

Le calcul de la capacité portante d'une semelle circulaire rigide avec encastrement et assise sur un sol non drainé est un problème axisymétrique par un code *FLAC*<sup>2D</sup> (2007), qui est un programme commercial explicite en différences finies. Avec ce programme, la solution d'un problème statique est obtenue en introduisant des équations du mouvement dynamique. Des termes d'amortissement sont inclus pour dissiper progressivement l'énergie cinétique du système. Le logiciel emploie un temps de marche explicite, dans lequel les contraintes et les déformations sont calculées en plusieurs petits pas de temps jusqu'à ce qu'un état d'équilibre soit atteint d'une manière numériquement stable. Le code est d'autant plus pertinent et convenable quand il est appliqué aux problèmes non linéaires, ou aux situations dans lesquelles une instabilité physique pourrait avoir lieu.

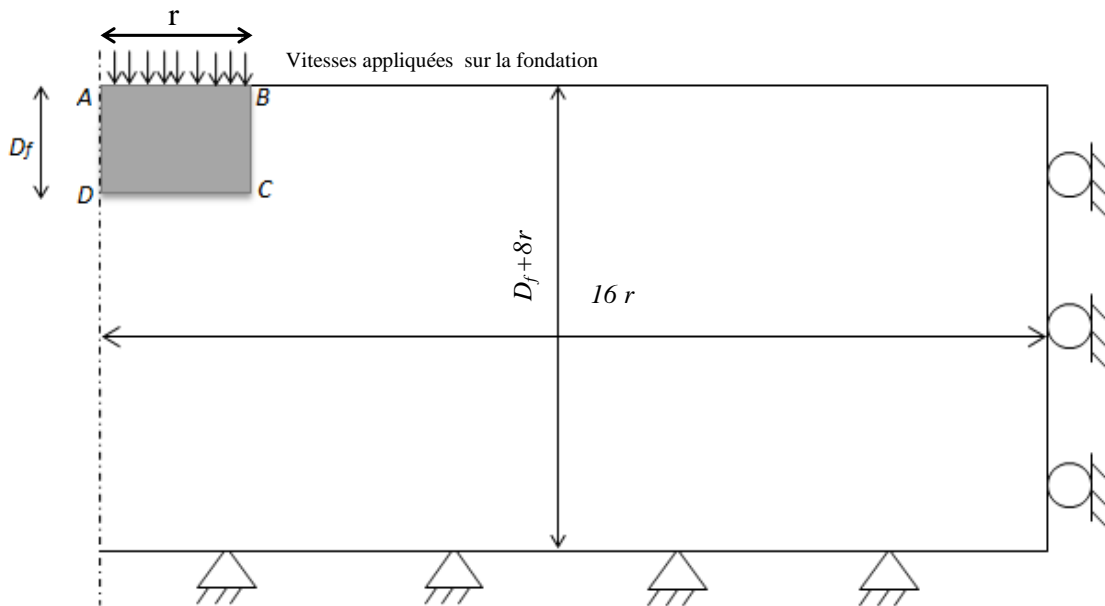
Du fait de la symétrie géométrique, seule la moitié du modèle est retenue. Dans notre étude, le rapport  $D_f/D$  a été varié entre 0 (la semelle repose à la surface) et 5.

Comme n'importe quelle procédure dans le code *FLAC*<sup>2D</sup> notre procédure suit, lors de l'exécution les étapes spécifiques suivantes:

- génération du maillage ;
- frontières et conditions initiales ;
- choix du modèle constitutif et propriétés du sol ;
- chargement et séquence de modélisation ;
- interprétation des résultats.

Les frontières, verticale et inférieure, du domaine d'étude, ont été mises à une distance de  $D_f + 8r$  et  $16r$  respectivement afin de réduire au minimum les effets de bords. La frontière inférieure est supposée fixe, et les frontières verticales sont retenues dans la direction horizontale comme indiquées sur la figure 4.4.

La fondation rigide est connectée avec le sol par des éléments d'interface, ces éléments d'interface sont définis par le modèle élastique parfaitement plastique de Mohr-Coulomb encodé dans *FLAC*, mise en place entre le long de la semelle et la masse du sol 'BCD' (figure 4.4) afin de simuler différentes conditions des interfaces. Deux types d'interface sols/fondation ont été supposés, parfaitement lisses et parfaitement rugueux pour l'interface de base 'CD' et l'élément d'interface du parement latéral 'BC'.

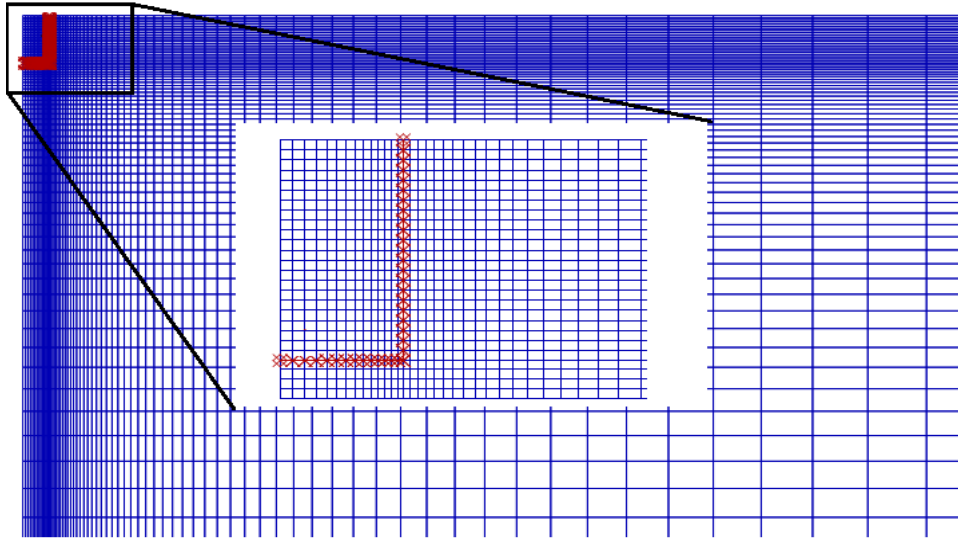


**Figure 4.4:** Conditions aux limites du modèle

Afin de développer un schéma d'analyse acceptable pour les calculs ultérieurs, des simulations préliminaires ont été effectuées, en testant la taille du domaine d'étude, du maillage et les conditions aux frontières.

Le modèle du domaine relatif à cette étude est montré sur la figure 4.5. Au voisinage de la fondation, le maillage est raffiné pour capter les gradients importants de déformations. Un détail de cette région est montré sur la figure 4.5. Le gradient des déformations le plus important sera localisé dans la région adjacente aux bords de la semelle de fondation. Le maillage est par conséquent très raffiné dans cette zone.

La masse du sol est supposée en état d'apesanteur, le sol est régi par le critère de Mohr-Coulomb afin d'être compatible avec les expressions de conceptions existantes et pour les études comparatives. L'interaction entre le sol et la semelle de la fondation est caractérisée rugueuse ou lisse. L'élément rugueux d'interface est effectuée par la même valeur de cohésion non drainée que le sol  $c_u=100$  kPa, une rigidité normale  $k_n=1e9$  kN/m<sup>3</sup> et une rigidité tangentielle  $k_s=1e9$  kN/m<sup>3</sup>, et l'élément lisse d'interface est effectué par la même rigidité normale et tangentielle mais avec une valeur nulle de la cohésion non drainée.



**Figure 4.5:** Maillage utilisé dans les simulations avec FLAC pour  $D_f/D = 1$

Dans le code FLAC, il est préférable, pour les propriétés élastiques des géomatériaux, d'utiliser plutôt les modules volumiques  $K$  et de cisaillement  $G$  que le module de Young  $E$  et le coefficient de Poisson  $\nu$ .

$$K = E / 3(1 - 2\nu) ; \quad G = E / 2(1 + \nu) \quad (4.7)$$

Le chargement a été modélisé par un déplacement cinématique à vitesse contrôlée de la semelle rigide. Où, une vitesse descendante est appliquée aux nœuds à la surface de la semelle 'AB', représentant la fondation. On applique d'abord, une vitesse relativement élevée de  $10^{-7}$  m/pas sur la zone de la fondation, jusqu'à ce qu'un écoulement plastique stable soit atteint (c.-à-d. jusqu'à ce qu'une pression constante soit réalisée).

En utilisant la fonction FISH, la capacité portante ultime  $q_u$  a été calculée en divisant la somme des forces verticales nodales par la surface de la semelle. Pour expliquer la divergence entre les résultats disponibles dans la littérature, deux cas ont été étudiés pour calculer la capacité portante. Dans le premier cas, la charge calculée par la somme des forces des réactions verticales qui se trouvent le long de la semelle 'AB', est exprimée par l'équation (4.8). Cette charge inclut la résistance de la base et le parement latéral de la fondation. Et dans le second cas, la charge a été calculée en intégrant les contraintes verticales qui se trouvent au long de la base de la semelle 'CD' comme il est indiqué dans l'équation (4.9). Cela n'inclut pas la résistance de toutes les contraintes de cisaillement mobilisées le long du parement latéral de la semelle 'BC'.

$$q_u(1) = \frac{2 \sum f_i r_i}{R^2} \quad (4.8)$$

$$q_u(2) = \frac{2 \sum S_i x_i r'_i}{R^2} \quad (4.9)$$

Où:

$q_u(1)$ : Capacité portante ultime au-dessus de la semelle 'AB';

$q_u(2)$ : Capacité portante ultime à la base de la semelle 'CD';

$f_i$ : La réaction dans la direction verticale au nœud  $i$  de la fondation;

$r_i$  : Rayon associé au nœud  $i$ ;

$r'_i$  : Rayon associé à la zone centrale  $i$ ;

$r$ : Rayon de la fondation;

$S_i$ : Contrainte verticale le long de la base de la semelle à la zone  $i$ ;

$x_i$ : Largeur de la zone  $i$ .

L'expression de la capacité portante ultime des semelles encastrees pour le sol non drainé (argile  $\phi=0$ ), est donnée par l'équation 4.4:

$$q_u = s_c d_c N_c c_u = N'_c c_u \quad (4.10)$$

Où  $c_u$  est la cohésion non drainée du sol.

Par la suite,  $N'_c(1)$  et  $N'_c(2)$  sont donnés par l'équation 4.8 et 4.9

$$N'_c(1) = \frac{q_u(1)}{c_u} \text{ or } N'_c(2) = \frac{q_u(2)}{c_u} \quad (4.11)$$

Où:

$N'_c(1)$ : Le facteur de portance représentant les effets de la base et le parement latéral de la fondation

$N'_c(2)$ : Le facteur de portance représentant l'effet de base seulement.

#### 4.4. Résultats des calculs et discussion

Dans cette section nous présentons les résultats numériques obtenus pour la capacité portante d'une fondation circulaire encastree dans une argile. Ces résultats sont comparés avec les différents résultats numériques et empiriques disponibles.

#### 4.1.2. Facteur de capacité portante $N'_c$ à la surface du sol non drainé ( $D_f/D=0$ )

Une première vérification a été faite sur le facteur de portance  $N'_c$  pour une fondation circulaire à la surface. La valeur de  $N'_c$  obtenue par simulation numérique à l'aide du code FLAC pour semelle circulaire reposant à la surface du sol non drainé est égale à 5.66 et 6.04 respectivement pour une semelle lisse et une semelle rugueuse.

Le tableau 4.1 ci-dessous présente une comparaison des présents résultats concernant les facteurs de portance  $N'_c$  relatifs aux fondations circulaires avec les résultats issus de la littérature et calculés avec d'autres méthodes. ce tableau compare les résultats d'analyse par différences finies (présente étude) avec la solution de *Cox et al.(1961)*; *Eason et Shield (1960)*; *Houlsby et Martin (2003)*; *Salgado et al. (2004)*; *Gourvenec et Mana (2011)*; *Merifield et Nguyen (2012)*. Ces résultats sont tous très proches les uns des autres. Les erreurs relatives sont respectivement 0.53%, 0.53%, -1.96% comparées à la valeur de *Cox et al.(1961)*, *Houlsby et Martin (2003)*, et *Gourvenec et Mana (2011)*, pour le cas lisse. Tandis que pour le cas d'une semelle rugueuse, les erreurs relatives sont respectivement 0.17%, 0.20%, -1.57%, 0.13% comparée à la valeur d'*Eason et Shield (1960)*, *Houlsby et Martin (2003)*, *Gourvenec et Mana (2011)*, et *Merifield et Nguyen (2012)*. Le résultat de la présente étude concorde bien avec la valeur moyenne de *Salgado et al. (2004)* pour le cas rugueux.

**Tableau 4.1:** Comparaison des valeurs de  $N'_c$  issues de la présente étude avec les résultats donnés par d'autres auteurs pour les fondations circulaires à la surface, lisse (S) et rugueuse (R)

Support	Présente étude	Cox et al. (1961)	Eason et Shield (1960)	Houlsby et Martin (2003)	Salgado et al. (2004)			Gourvenec et Mana (2011)	Merifield et Nguyen (2012)
					LB	UB	moyenne		
S	5.66	5.69	-	5.690	-	-	-	5.549	-
R	6.04	-	6.05	6.052	5.856	6.227	6.042	5.945	6.048

#### 4.1.3. Facteur de capacité portante $N'_c$ des semelles circulaires encastées

Plusieurs modélisations numériques ont été réalisées pour étudier l'effet du rapport d'encastrement  $D_f/D$  (variant de 0 à 5) sur la capacité portante non drainée avec différentes conditions de rugosité.

Les résultats des facteurs de portance  $N'_c(1)$  et  $N'_c(2)$ , calculés en utilisant les équations (4.8, 4.9 et 4.10) pour différentes conditions de rugosité des interfaces sol-semelle, sont données dans le tableau 4.2. Ces résultats sont comparés avec les différents résultats numériques et empiriques disponibles (*Skempton 1951*; *Hu et al. 1999*; *Houlsby et Martin*

2003; Salgado et al. 2004 ; Edwards et al. 2005; Gourvenec and Mana 2011; Merifield et Nguyen 2012).

**Tableau 4.2:** Comparaison des valeurs de  $N'_c(1)$  et  $N'_c(2)$  issues de la présente étude avec les résultats obtenus par d'autres auteurs

	Présente solution FLAC								Nguyen et Merifield (2012)	Gourvenec et Mana (2011)		
	SS-SB		RS-RB		RS-SB		SS-RB			SS-SB	RS-RB	SS-RB
$D_f/D$	$N'_c(1)$	$N'_c(2)$	$N'_c(1)$	$N'_c(2)$	$N'_c(1)$	$N'_c(2)$	$N'_c(1)$	$N'_c(2)$				
0	5.662	5.662	6.056	6,056	5.662	5.662	6.056	6.056	6.048	5.549	5.945	5.945
0.1	6.682	6.561	7.121	7.022	7.082	6.981	6.811	6.913	7.324	6.408	7.141	6.846
0.2	7.171	7.050	8.050	7.531	8.030	7.529	7.209	7.291	7.843	6.839	8.096	7.245
0.3	7.530	7.413	8.801	7.944	8.851	7.951	7.548	7.573	-	7.190	8.842	7.544
0.5	8.103	7.991	10.313	8.591	10.302	8.591	8.111	8.101	-	7.762	10.416	8.058
1	9.248	9,041	13.411	9,730	13.401	9,713	9.252	9.103	9.574	8.806	13.504	9.055
2	10,919	10,503	19,020	11,251	19,003	11,232	10,988	10,601	11,001	-	-	-
3	12,091	11,611	24,011	12,306	23,991	12,258	12,118	11,659	12,081	-	-	-
4	12,890	12,522	28,723	13,131	28,733	13,119	12,909	12,558	12,978	-	-	-
5	13,582	13,164	33,291	13,820	33,292	13,795	13,658	13,211	13,700	-	-	-

**Tableau 4.2:** Suite

$D_f/D$	Edwards et al. (2005)		Salgado et al. (2004) (LB)	Salgado et al. (2004) (UB)	Hu et al. (1999)		Houlsby et Martin (2003)		Skempton (1951)
	RS-RB	SS-RB	SS-RB		RS-RB	SS-RB	SS-SB	SS-RB	
0	6.09	6.09	5.856	6.227	-	-	5.690	6.052	6.168
0.1	-	-	6.491	7.140	7.57	6.78	5.967	6.298	6.617
0.2	-	-	6.897	7.523	8.33	7.21	-	-	6.803
0.3	-	-	-	-	9.06	7.54	-	-	6.946
0.5	8.52	8.15	-	-	10.52	8.08	6.785	7.048	7.172
1	9.73	9.21	8.771	9.429	13,62	9.06	7.492	7.714	7.588
2	11,23	10,70	9,97	11,01	-	9,79	-	-	8,18
3	12,23	11,80	10,69	12,14	-	9,79	-	-	8,63
4	13,10	12,70	10,95	13,03	-	9,79	-	-	9,00
5	-	-	11,00	13,74	-	9,79	-	-	9,00

**Note:**

SS: parement latéral lisse, SB: base lisse, RS: parement latéral rugueux, RB: base rugueux, LB: borne inférieure et UB: borne supérieure.

Pour plus d'illustration, les résultats sont également représentés par des graphiques. La Figure 4.6 montre la variation de  $N'_c(1)$  avec  $D_f/D$  qui représente la contribution de la base de la fondation et son parement latéral. Les résultats montrent que  $N'_c(1)$  croît largement avec l'augmentation de  $D_f/D$ . D'autre part, les solutions de cette étude dans le cas « la base de la fondation est rugueuse et son coté rugueux » sont similaires à ceux obtenus dans le cas « la base de la fondation est lisse et son coté rugueux ». Aussi, les solutions dans le cas « la base de la fondation est rugueuse et son coté lisse » sont similaires à ceux obtenus dans le cas « la base de la fondation est lisse et sa coté lisse ». Ces résultats indiquent que le facteur de portance  $N'_c(1)$  dépend plus de la rugosité de l'interface latérale de la semelle que de la rugosité de la base de fondation. L'effet de la rugosité de la base de fondation diminue avec l'augmentation du rapport  $D_f/D$ . cependant, l'effet de la rugosité de l'interface latérale sol-fondation augmente avec l'augmentation de ce rapport.

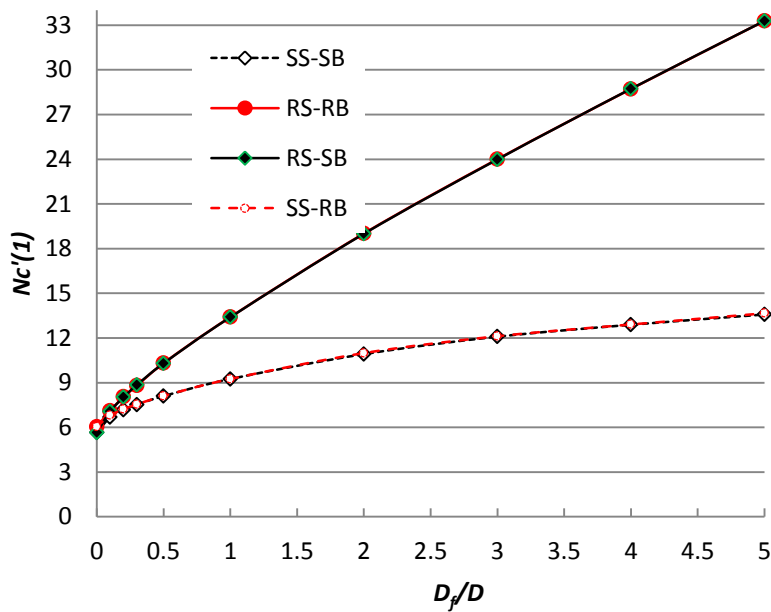


Figure 4.6 : Variation de  $N'_c(1)$  avec  $D_f/D$

La figure 4.7 montre une augmentation très considérable pour le facteur de portance  $N'_c(2)$  avec l'augmentation de la valeur de  $D_f/D$  pour une semelle circulaire. Ces résultats ont montré que une légère différence des résultats de  $N'_c(2)$  pour différentes conditions de rugosité des interfaces sol-semelle. On peut voir que les courbes de SS-SB et RS-RB sont très proches des courbes de SS-RB et RS-SB respectivement avec une différence relative inférieure à 1% à partir de  $D_f/D > 0.2$ . Cette remarque permet de montrer que la rugosité de la base a un effet négligeable. La comparaison des résultats de  $N'_c(2)$  pour différentes conditions

de rugosité indique que les résultats pour RS sont légèrement plus élevés comparés aux résultats de SS. Ceci est dû à la capacité portante obtenue uniquement par la contribution de la base de la fondation et la contrainte de cisaillement verticale mobilisée le long du parement latéral de la semelle qui donne une légère augmentation de la capacité portante de la fondation de base. D'après ces résultats, on peut conclure que la rugosité « la base ou son parement latéral » est affectée légèrement sur la résistance limite de la base de la fondation.

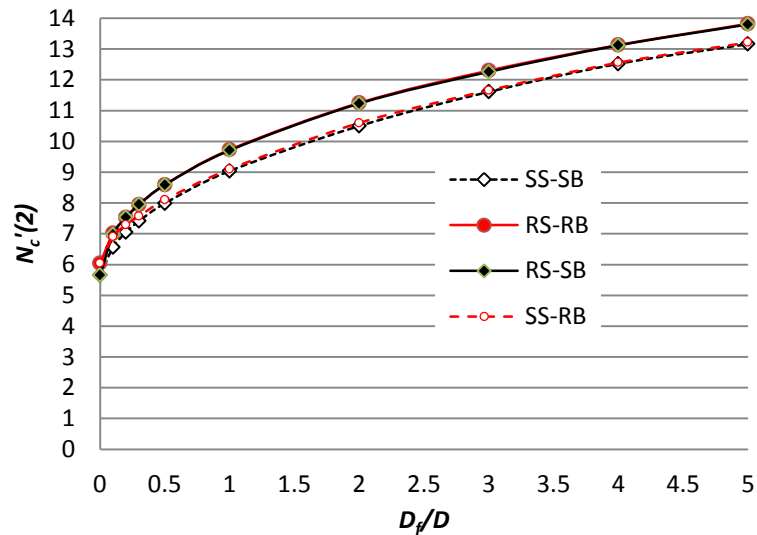


Figure 4.7 : Variation de  $N'_c(2)$  avec  $D_f/D$

Les solutions données par Skempton (1951), Hu et al. (1999), Houlsby et Martin (2003), Salgado et al. (2004), Edwards et al. (2005), Gourvenec et Mana (2011) et Merifield et Nguyen (2012) sont rapportés dans les Figures 4.8, 4.9 et 4.10 dans le but de faire des comparaisons.

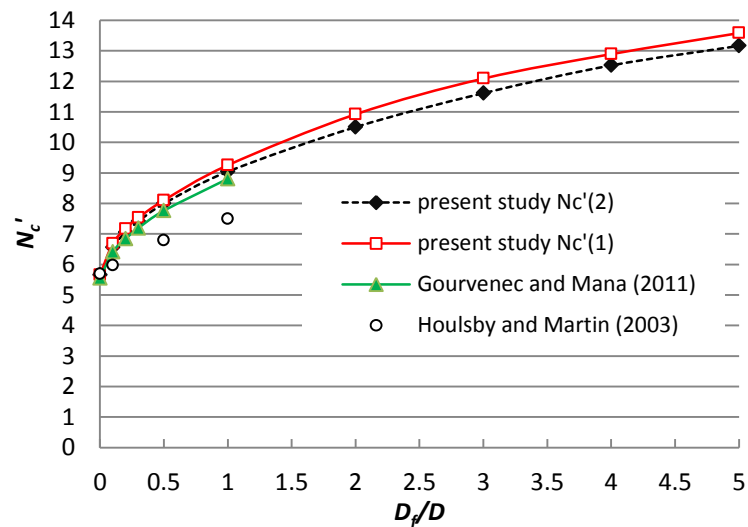


Figure 4.8 : Comparaison de la variation de  $N'_c$  avec  $D_f/D$  pour le cas SS-SB



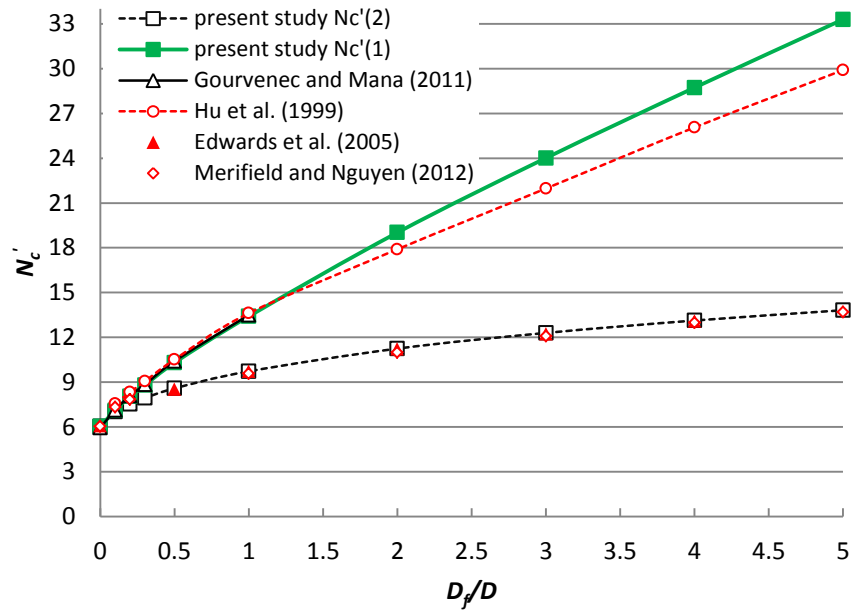


Figure 4.9 : Comparaison de la variation de  $N'_c$  avec  $D_f/D$  pour le cas RS-RB

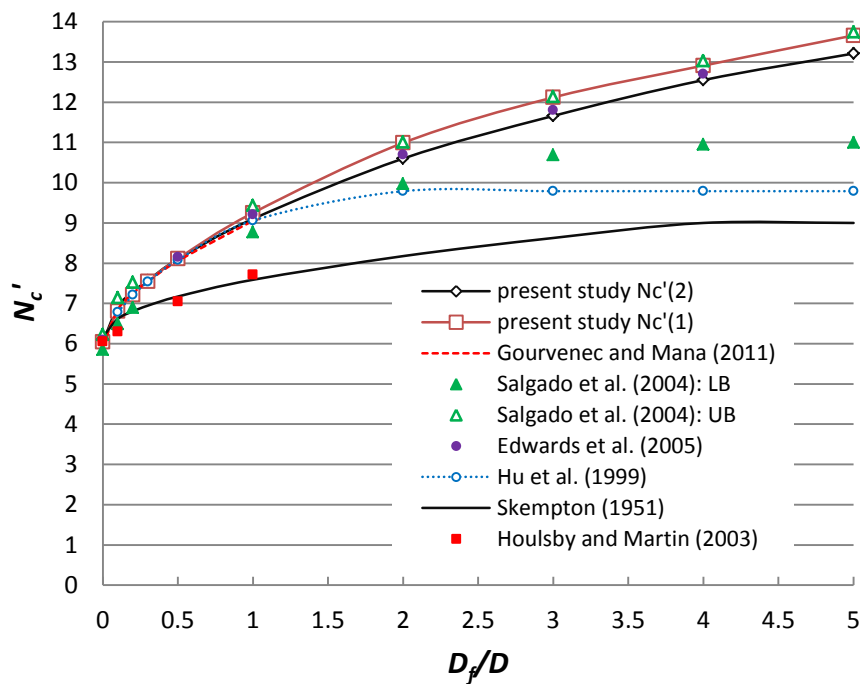
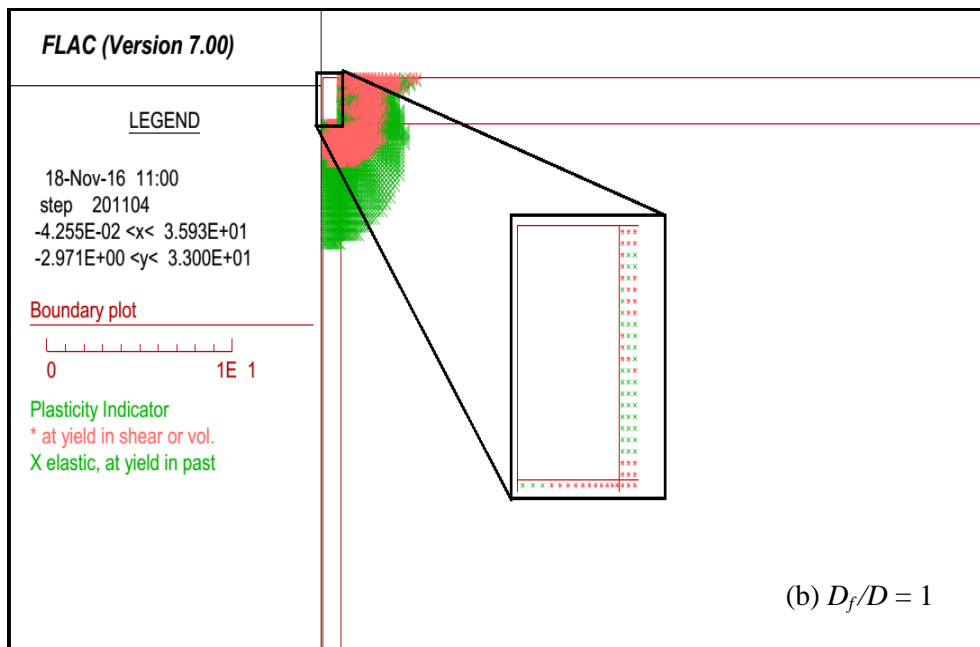
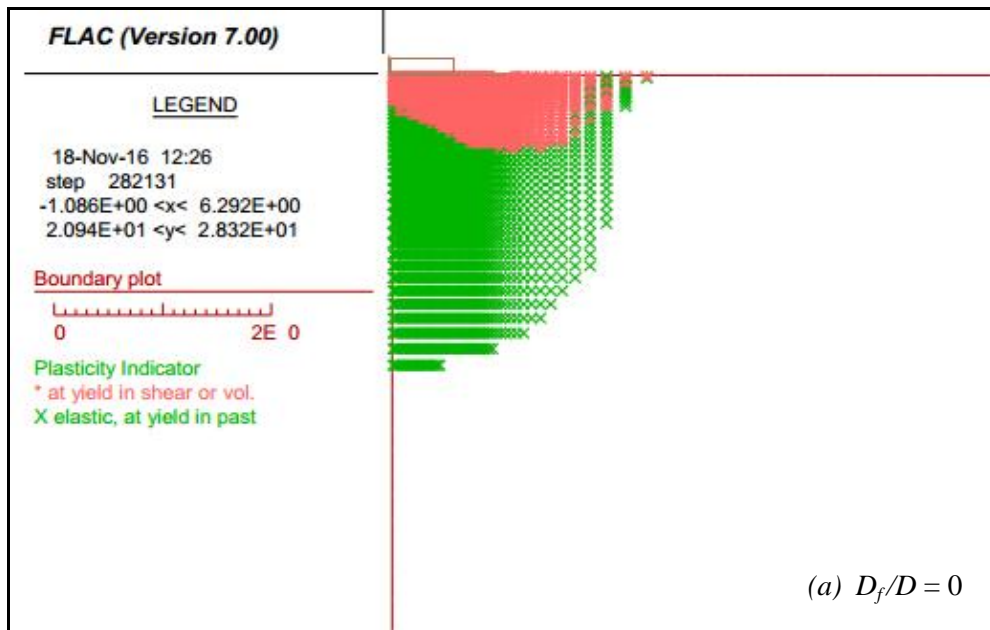
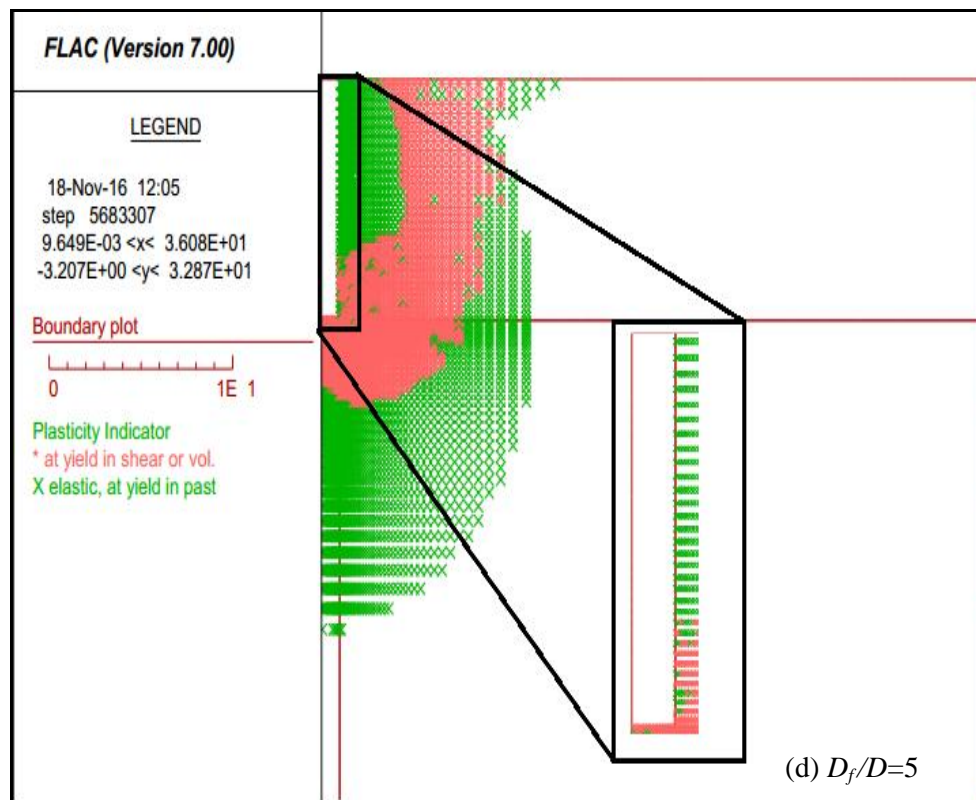
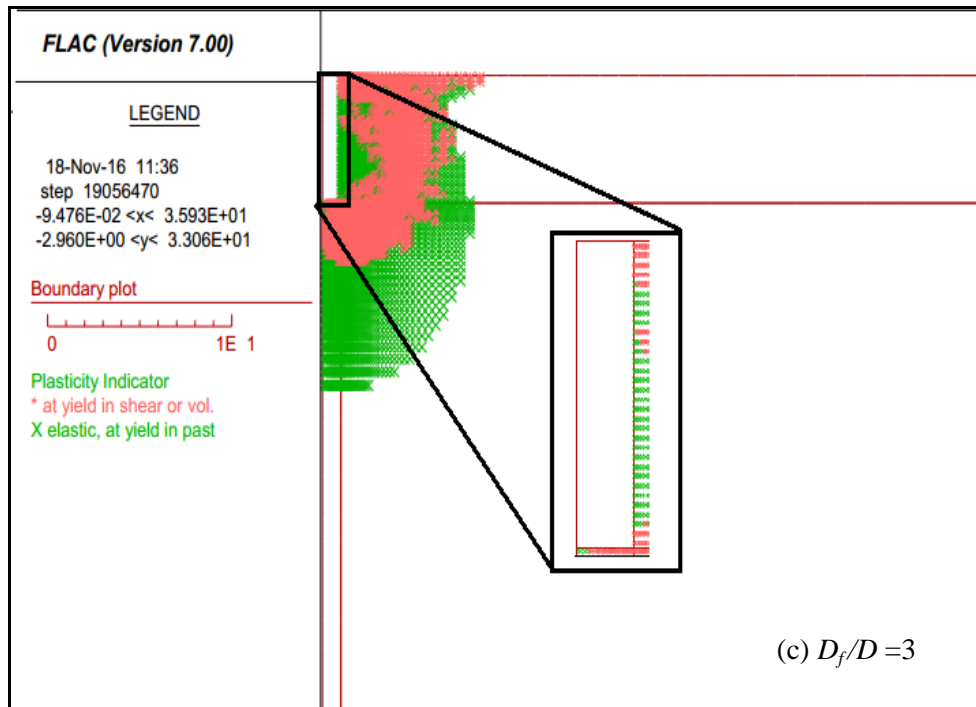


Figure 4.10 : Comparaison de la variation de  $N'_c$  avec  $D_f/D$  pour le cas SS-RB

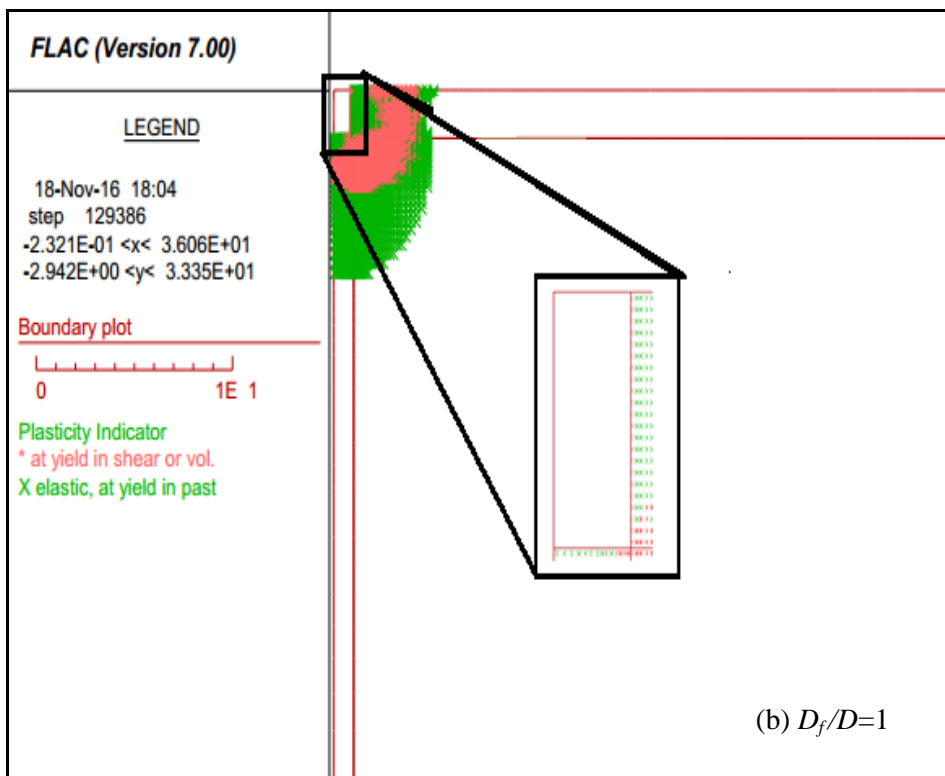
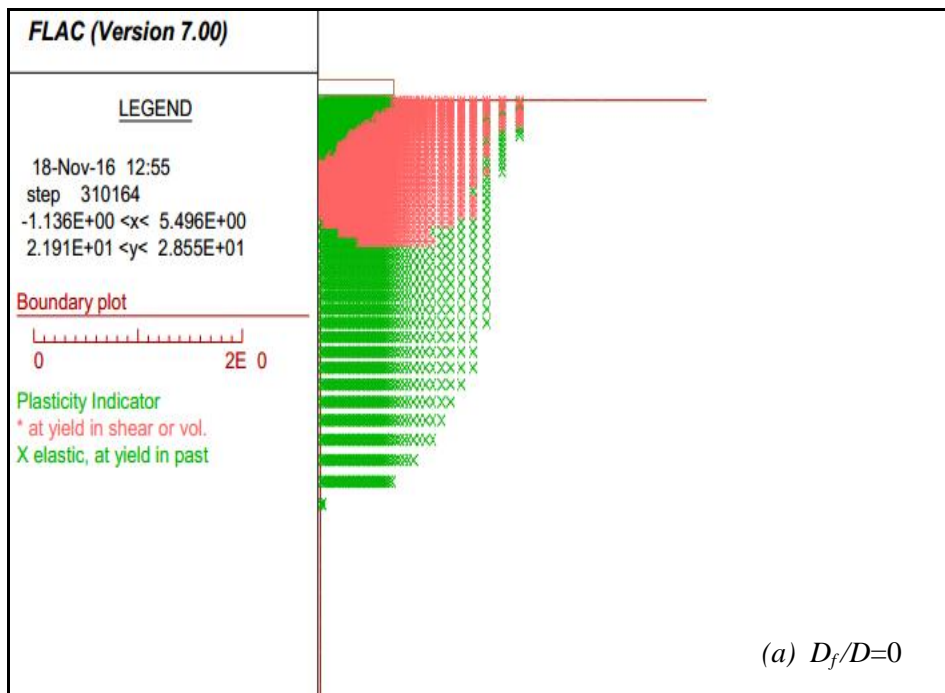
On peut noter que la comparaison entre les études antérieures a montré une différence significative du facteur de portance  $N'_c$ . Les présents résultats de  $N'_c(2)$  illustrent un excellent accord avec les résultats donnés par Merifield et Nguyen (2012), Salgado et al. (2004) et Edwards et al. (2005). Tandis que, les valeurs de  $N'_c(1)$  sont bien en accord avec les valeurs calculées par Gourvenec et Mana (2011) et Hu et al. (1999), la différence s'est trouvée être très

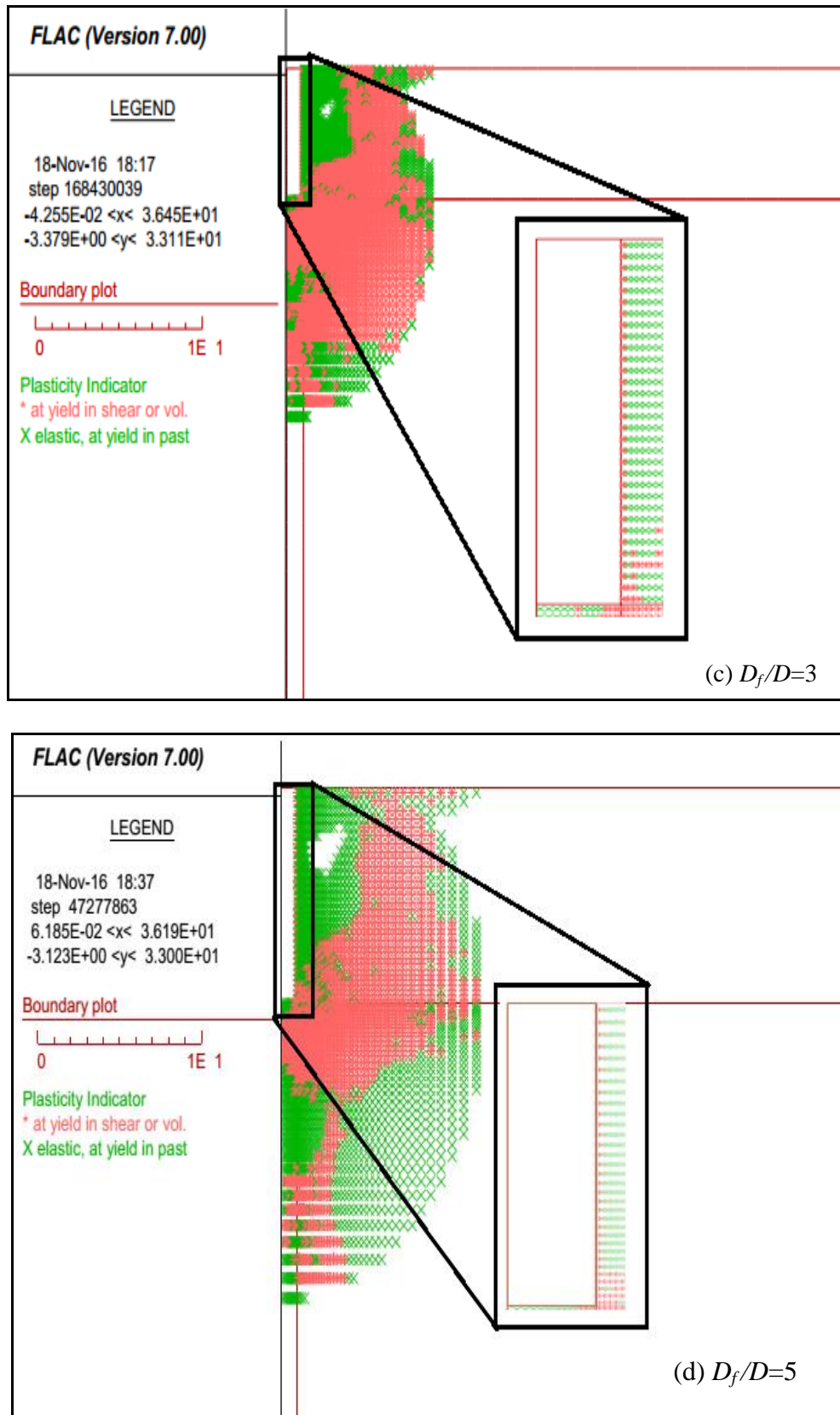
marginale. En revanche, la valeur de  $N'_c$  fournie par *Skempton (1951)* et *Houlsby et Martin (2003)* s'est trouvée plus petite comparée à celle trouvée dans cette étude, et même plus petite que les solutions de borne inférieure de *Salgado et al (2004)*.





**Figure 4.11** : Les zones plastifiées pour SS-SB





**Figure 4.12** : Les zones plastifiées pour RS-RB

Dans l'analyse de *Merifield and Nguyen (2012)*, *Salgado et al. (2004)* et *Edwards et al. (2005)* a été mentionné que la capacité portante représente uniquement la contribution de la base de la fondation. Cependant, dans l'analyse de *Gourvenec et Mana (2011)* et *Hu et al. (1999)*, la capacité portante représente la contribution de la base de la fondation et son parement latéral.

Les Figures 4.11 et 4.12 montrent le développement de la zone plastique des fondations circulaires avec encastrement pour les deux cas SS-SB et RS-RB respectivement, cette zone est caractérisée par une rupture de cisaillement (les éléments en rouge sont rompu on cisaillement). Des zones de plasticité ont été observées le long du parement latéral de la fondation dans le cas RS-RB. Dans ce cas, on remarque que la rupture de cisaillement s'étend du bord latéral inférieur de la fondation jusqu'au bord supérieur de la fondation.

#### 4.1.1. Le facteur de profondeur ' $d_c$ '

Les résultats de l'analyse par différences finies sont exploités pour déduire le coefficient de la profondeur ' $d_c$ ' de la semelle circulaire encastree, qui est défini comme le rapport entre le facteur de portance  $N'_c$  calculé à la profondeur  $D_f$  et le facteur de portance  $N'_c$  obtenue à la surface libre  $s_c N_c$  (équation 4.12).

$$d_c = \frac{N'_c(D_f \neq 0)}{N'_c(D_f = 0)} \quad (4.12)$$

Dans le tableau 4.3, on présente le facteur de profondeur ' $d_c$ '. Le résultat de cette étude est dû à la capacité portante a été calculé par la contribution uniquement de la base de la fondation ' $N'_c(2)$ '.

Les résultats du facteur de profondeur  $d_c$  sont utilisés souvent en pratique [*Skempton (1951)*, *Brinch Hansen (1970)*]. D'après *Skempton (1951)*,  $d_c = 1 + \sqrt{(0.053 \frac{D_f}{D})}$  avec une valeur maximale de  $N'_c = 9.0$  lorsque  $D_f/D \geq 4$ . Et  $d_c = 1 + 0.4 \frac{D_f}{D}$  pour  $D_f/D < 1$  et  $d_c = 1 + 0.4 \tan^{-1}(\frac{D_f}{D})$  pour  $D_f/D \geq 1$  d'après *Brinch Hansen (1970)*, Ainsi que les analyses numériques rapportées par *Edwards et al (2005)* et *Merifield and Nguyen (2012)* ont également été inclus dans le tableau 4.3 et la figure 4.13 dans le but de faire de comparaison.

La Figure 4.13 présente les résultats de ' $d_c$ ' obtenus en fonction du rapport  $D_f/D$  à partir de la présente étude comparés avec les résultats proposés par *Skempton (1951)*, *Brinch Hansen (1970)*, *Edwards et al. (2005)*, *Gourvenec et Mana (2011)*, et *Nguyen et Merifield (2012)*.

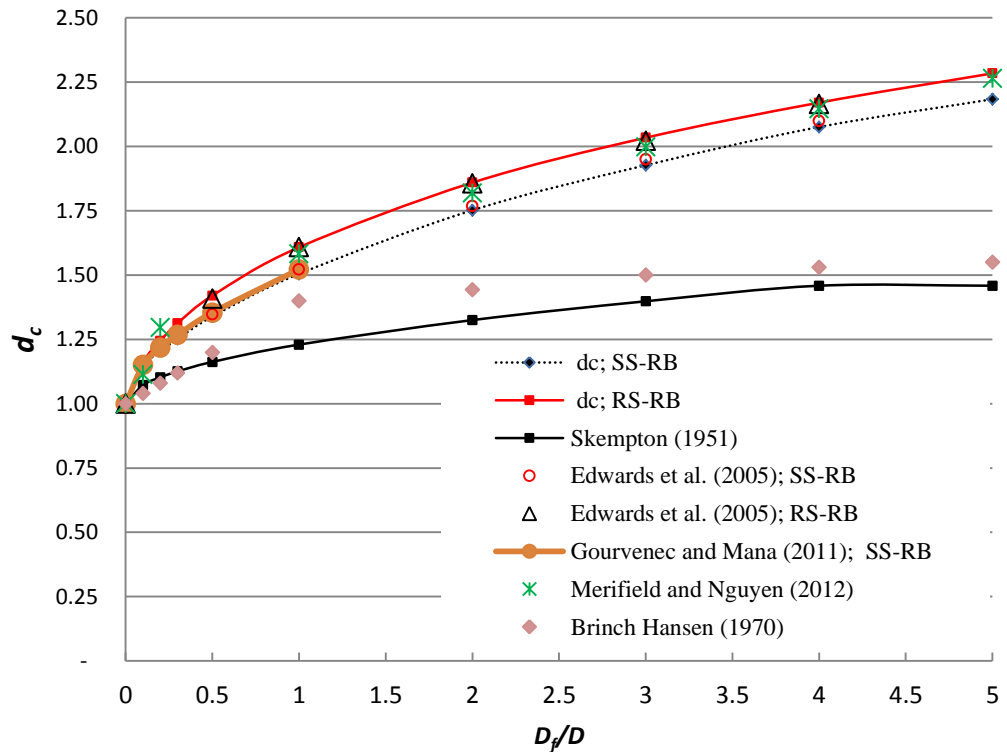
**Tableau 4.3:** Comparaison des valeurs de ' $d_c$ ' avec les résultats donnés par d'autres auteurs pour les fondations circulaires encastrees

$D_f/D$	Présente solution		<i>Skempton (1951)</i>	<i>Brinch Hansen (1970)</i>	<i>Edwards et al. (2005)</i>		<i>Nguyen et Merifield (2012)</i>
	SS-RB	RS-RB			SS-RB	RS-RB	RS-RB
0,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,10	1,14	1,16	1,07	1,04	-	-	1,11
0,20	1,20	1,24	1,10	1,08	-	-	1,30
0,30	1,25	1,31	1,13	1,12	-	-	-
0,50	1,34	1,42	1,16	1,20	1,35	1,41	-
1,00	1,50	1,61	1,23	1,40	1,52	1,61	1,58
2,00	1,75	1,86	1,33	1,44	1,77	1,86	1,82
3,00	1,93	2,03	1,40	1,50	1,95	2,02	2,00
4,00	2,07	2,17	1,46	1,53	2,10	2,17	2,15
5,00	2,18	2,28	1,46	1,55	-	-	2,27

On peut noter que les résultats d'*Edwards et al (2005)*; *Gourvenec et Mana, (2011)*; et *Merifield et Nguyen, (2012)*, utilisant la méthode des éléments finis, sont bien adaptés aux résultats obtenus pour SS-RB and RS-RB. La différence entre les résultats actuels de ' $d_c$ ' pour RS-RB et ceux donnés par *Edwards et al (2005)* et *Merifield et Nguyen (2012)* s'est trouvé être très marginale inférieure à 1%. On remarque aussi que la différence, entre les résultats actuels pour SS-RB et ceux donnés par *Edwards et al (2005)*, est également insignifiante.

Les résultats présentés montrent que les solutions données par *Skempton (1951)* et *Brinch Hansen (1970)*, sont encore utilisés dans la pratique de l'ingénierie, ils réduisent l'effet de profondeur pour les semelles circulaires. Le facteur de *Brinch Hansen* a été trouvé être plus adéquat que le facteur de *Skempton* pour  $D_f/D < 1$ . Mais les deux équations de conception proposées sont plus conservatrices pour des valeurs plus élevées de  $D_f/D$ . pour  $D_f/D \geq 1$ . La valeur  $d_c$  est supérieure à 1,5 et augmente progressivement avec la profondeur. Ces résultats indiquent que la formule pratique [*Skempton (1951)*, *Brinch Hansen (1970)*] de  $d_c$  sous-

estime la capacité portante des fondations superficielles ( $D_f \approx 1$ ), et des fondations profondes ( $D_f \approx 5$ ) environ 7-18 % et 29-33 % respectivement.



**Figure 4.13:** Comparaison de ' $d_c$ ' en fonction du rapport  $D_f/D$  par rapport aux résultats numériques et théoriques

#### 4.5. Conclusion

Le code de différences finies FLAC<sup>2d</sup> a été utilisé afin d'évaluer le facteur de portance  $N'_c$  et de profondeur  $d_c$  pour la semelle circulaire encastree, avec différentes conditions de rugosité des interfaces sol-semelle pour sol non drainée. De cette recherche, et en comparant les résultats obtenus, présentés sous la forme de graphiques et de tableaux de conception, avec les autres résultats disponibles dans la littérature, nous pouvons noter les points suivants :

- Les résultats ont montré une dépendance entre les facteurs de la capacité portante  $N'_c$  sur l'encastrement  $D_f/D$  et les conditions différentes de rugosité.
- L'amplitude de  $N'_c(1)$  est trouvée supérieure à celle de  $N'_c(2)$  avec l'augmentation de  $D_f/D$ .
- L'effet de la rugosité de la base de fondation diminue avec l'augmentation du rapport  $D_f/D$  et est pratiquement atténuée au  $D_f/D = 1$ .



- L'amplitude de  $N'_c$  pour une fondation avec parement latéral rugueux est significativement supérieure à celle d'une fondation avec parement latéral lisse.
- Dans la littérature, une différence significative du facteur de capacité portante  $N'_c$  est observée pour les fondations circulaires encastrées. Ceci est dû aux procédures utilisées afin de simuler les différentes conditions aux limites de la fondation et la technique utilisée pour calculer la charge appliquée dans les diverses études antérieures. La contribution du parement latéral de la fondation est d'une grande importance.
- Les analyses numériques qui utilisent la méthode des différences finies et la méthode des éléments finis ont montré que la formule pratique des facteurs de profondeur est conservatrice pour les semelles circulaires.

## **Chapitre 5**

*Analyse numérique de la capacité portante  
non-drainée des fondations annulaires*

## Chapitre 5: Analyse numérique de la capacité portante non-drainée des fondations annulaires

### Sommaire

5.1. Introduction .....	105
5.2. Procédés de simulation numérique .....	106
5.2.1. Présentation du cas étudié .....	106
5.2.2. Simulations par <i>Flac<sup>2D</sup></i> .....	107
5.3. Résultats des calculs et discussion .....	110
5.3.1. Facteur de capacité portante $Nc'$ des semelles circulaires encastrées .....	110
5.3.2. Facteur de capacité portante $Nc'$ des semelles annulaires encastrées.....	112
5.3.2.1. Semelle annulaire à la surface du sol ( $D_f/D=0$ ) .....	112
5.3.2.2. Semelle annulaire encastrée ( $D_f/D\neq 0$ ) .....	113
5.4. Conclusions .....	122

# Chapitre 5

## Analyse numérique de la capacité portante non-drainée des fondations annulaires

### 5.1. Introduction

Les fondations annulaires sont couramment préconisées pour les structures telles que les silos, les réservoirs de stockage, les cheminées, les piles de ponts. L'utilisation de fondations annulaires est économique car elle permet de réduire d'une manière sensible les quantités des matériaux utilisés. Une conception des points de vue sécurité et économie de telles fondations nécessite une bonne connaissance à la fois du tassement et de la capacité portante relatifs à la fondation annulaire. La capacité portante des fondations filantes et circulaires a été amplement étudiée pendant plusieurs décennies. Cependant, très peu de tentatives ont été déployées pour étudier la capacité portante des fondations annulaires. Quelques expériences rapportées dans la littérature ont été effectuées pour déterminer la capacité portante des fondations annulaires (*Saha 1978; Saran et al. 2003*). *Boushehrian et Hataf (2003)* ont mené une analyse par éléments finis afin de déterminer la réponse charge-déformation de la fondation annulaire rigide. En utilisant la méthode des caractéristiques, *Kumar et Ghosh 2005* ont obtenu le facteur de capacité portante  $N_\gamma$  pour les fondations annulaires lisses et rugueuses en supposant que l'angle de frottement de l'interface entre la semelle de la fondation et la masse du sol sous-jacent augmente progressivement de zéro le long de l'axe de symétrie à  $\varphi$  le long du bord extérieur de la semelle. En utilisant la méthode des différences finies, *Zhao et Wang 2008* ont calculé  $N_\gamma$  pour les sols à faible frottement ( $\varphi=5^\circ$  à  $30^\circ$ ). *Choobbasti et al.*

2010 ont utilisé le logiciel Plaxis afin d'évaluer numériquement la capacité portante et le tassement d'une fondation annulaire relatifs à un sol ayant un angle de frottement  $\varphi = 26^\circ$ . Les calculs numériques ont été effectués en utilisant le code FLAC par *Benmebarek.s et al. (2012)* pour évaluer les facteurs de capacité portante  $N'_y$  des fondations annulaires lisses et rugueuses et pour des sols de Mohr Coulomb associés et non associés, peu ou fortement frottants. Récemment, *Kumar et al. (2015)* ont calculé les trois facteurs de la capacité portante  $N'_y, N'_q, N'_c$  pour des semelles annulaires lisses et rugueuses en employant la méthode des éléments finis en conjonction avec les théorèmes de l'analyse limite avec détermination des bornes supérieure et inférieure. Par ailleurs, *Naseri et Hosseininia 2015* ont utilisé le code de différences finies Flac, afin d'évaluer numériquement le tassement des fondations annulaires. Récemment, *Remadna MS et al. (2016)* ont utilisé le même code (Flac) pour évaluer les facteurs de capacité portante  $N'_c$  pour les fondations annulaires lisses et rugueuses. *Lee et al. (2016a)* ont étudié les facteurs de portance  $N_c$  des fondations annulaires rugueuse reposant sur un sol bicouche purement cohérent à l'aide du logiciel PLAXIS en éléments finis.

Néanmoins, il peut être précisé que les travaux antérieurs concernant les fondations annulaires n'ont pas pris en compte l'effet d'encastrement sur la capacité portante non drainée qui semble être plus approprié et économique pour les structures axisymétriques tels que les silos, les cheminées, et les réservoirs de stockage. Nous trouvons un seul chercheur dans ces derniers temps ayant pris en compte cet effet (*Lee et al. 2016b*).

Dans ce dernier chapitre, l'analyse numérique par le code FLAC (2007) a été faite pour examiner les effets du ratio du rayon intérieur sur le rayon extérieur de l'anneau ( $r_i/r_o$ ) et la profondeur d'encastrement ( $D_f/D$ ) sur la portance non drainée d'une fondation annulaire superficielle avec différentes conditions de rugosité de la semelle. Les résultats des calculs sont comparés aux résultats publiés et disponibles dans la littérature.

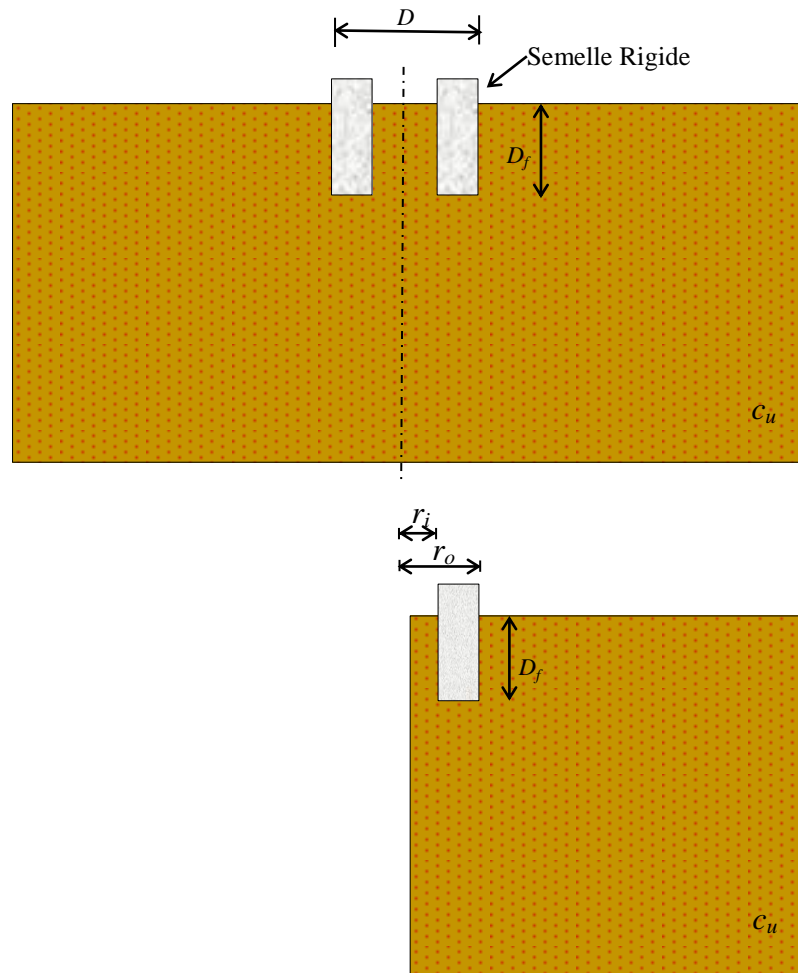
## 5.2. Procédés de simulation numérique

### 5.2.1. Présentation du cas étudié

La capacité portante d'une semelle annulaire superficielle encastree reposant sur une couche d'argile non drainée est un problème illustré dans la figure 5.1. Les rayons, interne et externe de l'anneau sont exprimés par  $r_i$  et  $r_o$  respectivement. La semelle est supposée rigide, soumise à une charge statique axiale, et assise sur un sol non drainé. Comme le problème est axisymétrique, la moitié seulement du domaine du problème est considérée. Les calculs ont

été faits pour les valeurs du rapport  $r_i/r_o$  égales à 0, 0.25, 0.33, 0.50, 0.625, 0.75 et 0.9. Ces valeurs couvrent en principe la majorité des problèmes d'intérêt pratique.

Les caractéristiques du sol utilisées dans la présente étude sont : cohésion non drainée constante  $c_u = 100$  kPa avec  $\varphi_u = 0^\circ$ , module d'Young  $E = 50$  MPa et coefficient de poisson  $\nu = 0.499$ .



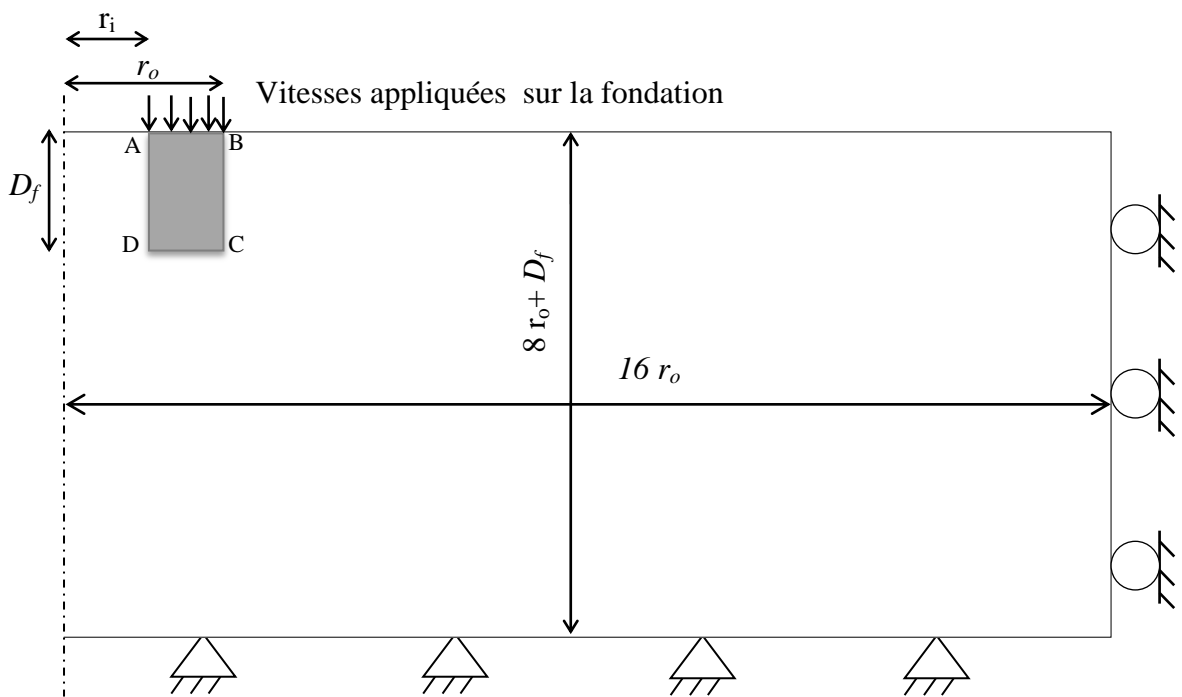
**Figure 5.1:** Présentation du problème

### 5.2.2. Simulations par *Flac*<sup>2D</sup>

Pour calculer la capacité portante d'une semelle annulaire, le code FLAC (2007) en différences finies explicites a été choisi. Ce code intègre de nombreuses lois de comportement, adaptables à un grand nombre de matériaux, géologiques ou non. Dans cette étude le comportement du sol est régi par le critère de Mohr-Coulomb afin d'être compatible avec les expressions de conceptions existantes et pour les études comparatives. La masse du sol est supposée en état d'apesanteur.

Les frontières, verticale et inférieure, du domaine d'étude, ont été mises à une distance de  $8r_o + D_f$  et  $16r_o$  respectivement afin de réduire au minimum les effets de bords. La frontière inférieure est supposée fixe, et les frontières verticales sont retenues dans la direction horizontale comme indiqué sur la figure 5.2.

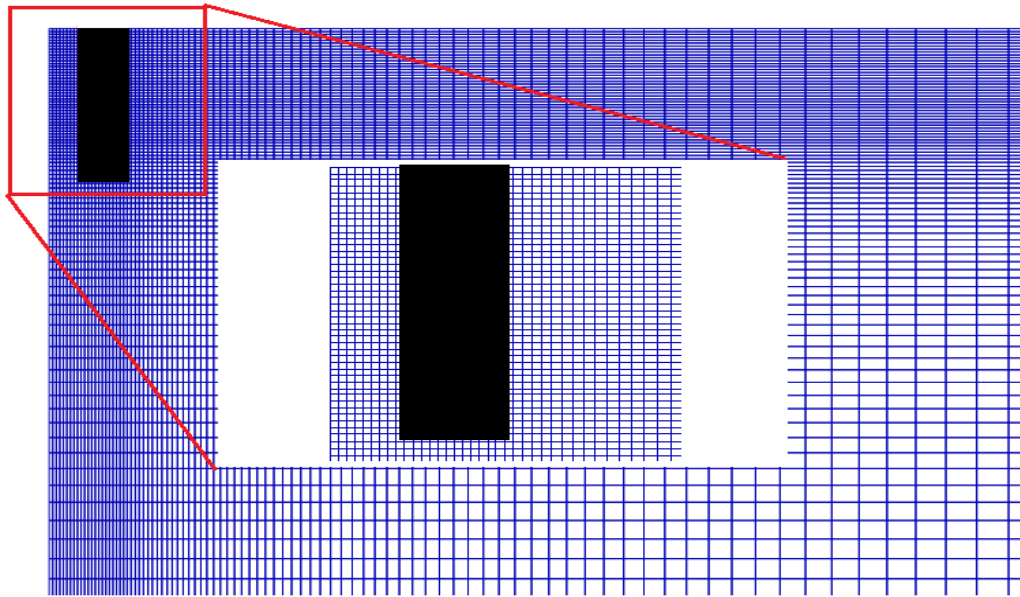
Dans notre étude, le rapport  $D_f / D$  varie entre 0 (le cas d'une fondation placée en surface) et 1. L'interaction entre le sol et la fondation est réalisée via un élément d'interface défini par le critère de Mohr-Coulomb. Afin d'assimiler les différentes conditions d'interface entre le sol et la fondation (lisse ou rugueuse), un élément d'interface d'épaisseur nulle a été placé le long des frontières 'ABCD' (la Figure 5.3). L'élément d'interface le long de la base 'CD' de la fondation et les éléments d'interface le long des parements latéraux 'BC' et 'AD' ont été considérés.



**Figure 5.2 :** Conditions aux limites du modèle

Le modèle du domaine relatif à cette étude est montré sur la figure 5.3. Au voisinage de la fondation, le maillage est raffiné pour capter les gradients importants de déformations. Un détail de cette région est montré sur la figure 5.3. Le gradient des déformations le plus important sera localisé dans la région adjacente aux bords gauche et droit de la partie de la

semelle de fondation située entre le rayon interne et le rayon externe. Le maillage est par conséquent très raffiné dans cette zone.



**Figure 5.3:** Maillage utilisé dans les simulations avec FLAC

L'interaction entre le sol et la semelle de la fondation est caractérisée rugueuse ou lisse. L'élément rugueux d'interface est effectué par la même valeur de cohésion non drainée que le sol  $c_u = 100\text{kPa}$ , une rigidité normale  $k_n = 1\text{e}9\text{kN/m}^3$  et une rigidité tangentielle  $k_s = 1\text{e}9\text{kN/m}^3$ , et l'élément lisse d'interface est effectué par la même rigidité normale et tangentielle mais avec une valeur nulle de la cohésion non drainée.

La condition d'une semelle rigide (indéformable), est assurée en imposant un déplacement vertical uniforme sur tous les nœuds représentant la fondation 'AB' (Figure 5.2) par application d'une vitesse verticale (vers le bas). La magnitude choisie de cette vitesse est de  $1 \times 10^{-7} \text{ m/s}$ .

En utilisant la fonction FISH, la capacité portante ultime  $q_u$  a été calculée en divisant la somme des forces verticales nodales par la surface de la semelle. La charge a été calculée par la somme des forces de réaction verticales qui se trouve le long de la semelle 'AB', exprimée par l'équation (5.1). Cette charge inclut la résistance de la base et la contribution des cotés latéraux de la fondation.

$$q_u = \frac{2\pi \sum f_k r_k}{\pi r_0^2} = \frac{2 \sum f_k r_k}{r_0^2} \quad (5.1)$$



Où:

$q_u$ : Capacité portante ultime;

$f_k$ : La force de réaction dans la direction verticale au nœud  $k$  de la fondation;

$r_k$  : Rayon associé au nœud  $k$ ;

$r_0$ : Rayon de la fondation.

L'expression de la capacité portante ultime (équation 2.29) des semelles encastrees pour le sol non drainé (argile  $\phi=0$ ) se réduit à:

$$q_u = s_c d_c N_c c_u = N'_c c_u \quad (5.2)$$

Où  $c_u$  est la cohésion non drainée du sol.

Par la suite,  $N'_c$  est donné par l'équation 5.2 :

$$N'_c = \frac{q_u}{c_u} \quad (5.3)$$

### 5.3. Résultats des calculs et discussion

#### 5.3.1. Facteur de capacité portante $N'_c$ des semelles circulaires encastrees

Dans cette section nous présentons les résultats numériques obtenus pour la capacité portante non drainée d'une fondation circulaire encastree. Une série de solutions numériques a été présentée basée toujours sur la méthode des différences finies par le code FLAC (2007) et comparée avec les résultats de *Cox et al. 1961*, *Eason et Shield 1960*, *Hu et al. 1999*, *Gourvenec et Mana 2011*.

Une première vérification est faite sur le facteur de portance  $N'_c$  pour des fondations circulaires à la surface. La valeur de  $N'_c$  obtenue par simulation à l'aide du code FLAC pour une semelle circulaire reposant sur la surface du sol non drainé est égale à 5.66 et 6.04 respectivement pour une semelle lisse et une semelle rugueuse. L'erreur relative est 0.5% comparée à la valeur de Cox et al.1961 ( $N'_c = 5.69$ ) pour le cas lisse et 0.17% comparée à la valeur d'Eason et Shield 1960 ( $N'_c = 6.05$ ) pour le cas de la semelle rugueuse.

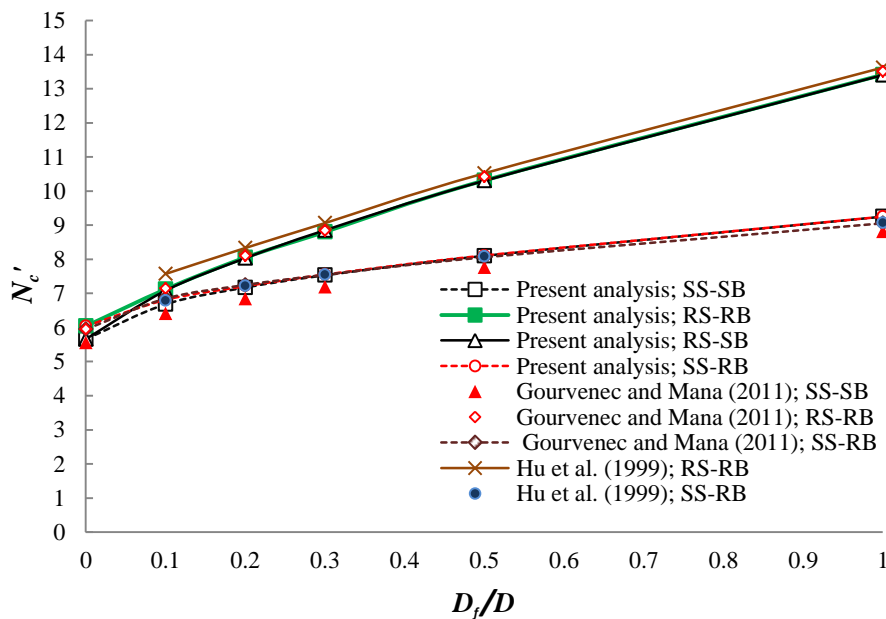
La seconde vérification est réalisée sur les facteurs de capacité portance  $N'_c$  pour des fondations circulaires encastrees, pour  $D_f/D=0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5$  et 1. Les résultats de cette analyse sont présentés dans le tableau 5.1. Ce tableau montre bien la variation de  $N'_c$  avec la profondeur de l'encastrement  $D_f/D$  et avec différentes conditions de rugosité de la semelle

(SS: parement latéral lisse, SB: base lisse, RS: parement latéral rugueux, RB: base rugueux). Les résultats montrent que la valeur de  $N'_c$  a augmenté pour le parement latéral rugueux plus que le parement lisse, et l'effet de la rugosité de la base de fondation diminue avec l'augmentation du rapport  $D_f/D$  et il est pratiquement atténuée au  $D_f/D = 1$ .

**Tableau 5.1 :** Facteur de capacité portante  $N'_c$  des fondations circulaires encastrées ( $r_i/r_o = 0$ )

$D_f/D$	Présente solution FLAC ( $r_i/r_o=0$ )			
	SS-SB	RS-RB	RS-SB	SS-RB
0	5.66	6.04	5.66	6.04
0.1	6.68	7.12	7.08	6.81
0.2	7.17	8.05	8.03	7.21
0.3	7.53	8.80	8.85	7.55
0.5	8.10	10.31	10.30	8.11
1	9.25	13.41	13.40	9.25

Les facteurs  $N'_c$  obtenus par notre étude sont comparés avec les résultats publiés par *Hu et al. 1999* en utilisant la méthode des éléments finis et par *Gourvenec et Mana 2011* en utilisant la méthode des éléments finis et analyse limite pour chaque rapport de  $D_f/D$ . La figure 5.4 montre ces résultats de comparaison. La comparaison avec d'autres solutions montre que, les valeurs de la présente étude sont en très bon accord avec les valeurs de *Hu et al. 1999* et *Gourvenec et Mana 2011* et la différence se trouve être très marginale.



**Figure 5.4:** Comparaison de la variation de  $N'_c$  avec  $D_f/D$  pour des fondations circulaires

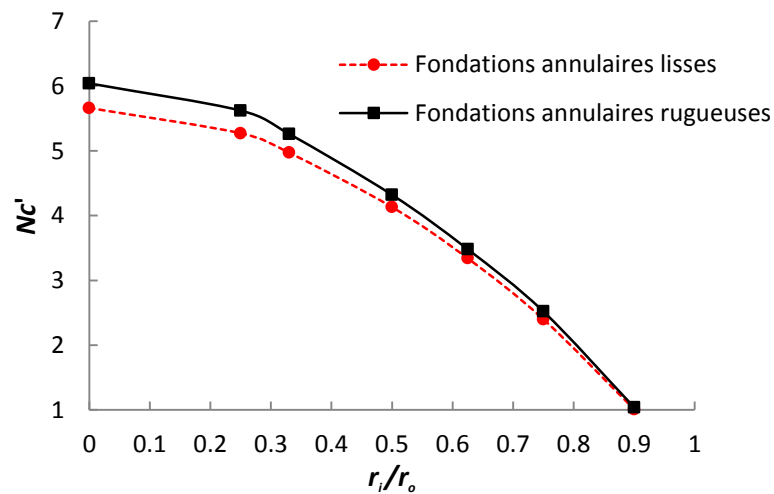
### 5.3.2. Facteur de capacité portante $N'_c$ des semelles annulaires encastrées

#### 5.3.2.1. Semelle annulaire à la surface du sol ( $D_f/D=0$ )

Les valeurs du facteur de capacité portante  $N'_c$  sont présentées sur le tableau 5.2 pour  $r_i/r_o = 0, 0.25, 0.33, 0.5, 0.65$  et  $0.75$  pour les semelles circulaires et annulaires placées en surface ( $D_f/D = 0$ ). La figure 5.5 montre la variation de  $N'_c$  avec  $r_i/r_o$  pour des semelles annulaires lisses et rugueuses. On peut constater, qu'aucune réduction ne se produit dans la valeur de  $N'_c$  pour des fondations annulaires lisses et rugueuses à la surface avec une augmentation du ratio  $r_i/r_o$  jusqu'à 0.25. Tandis que pour  $r_i/r_o > 0.25$ , la diminution de  $N'_c$  est plus prononcée. À partir de la figure 5.5, on peut voir que les valeurs de  $N'_c$  pour les fondations annulaires rugueuses sont clairement plus grandes que celles des fondations annulaires lisses et la différence diminue avec l'augmentation de  $r_i/r_o$ .

**Tableau 5.2:** Facteur de capacité portante  $N'_c$  des fondations annulaires lisses et rugueuses,  $D_f/D=0$

$r_i/r_o$	Fondations annulaires lisses	Fondations annulaires rugueuses
0	5.66	6.04
0.25	5.27	5.62
0.33	4.97	5.26
0.50	4.13	4.32
0.625	3.34	3.48
0.75	2.40	2.52
0.9	1.01	1.04



**Figure 5.5:** Variation du facteur de capacité portante  $N'_c$  avec  $r_i/r_o$  pour des fondations annulaires lisses et rugueuses,  $D_f/D = 0$

### 5.3.2.2. Semelle annulaire encastrée ( $D_f/D \neq 0$ )

Tableau 5.3 présente les facteurs de capacité portante  $N'_c$  calculés dans cette étude pour les fondations annulaires pour différentes conditions de rugosité de la semelle et du rapport d'encastrement  $D_f/D = 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5$  and 1.

**Tableau 5.3 :** Facteur de capacité portante  $N'_c$  des fondations annulaires encastrées

$D_f/D$	Présente solution (FLAC)											
	$r_i/r_o = 0$				$r_i/r_o = 0.5$				$r_i/r_o = 0.75$			
	SS-SB	RS-RB	RS-SB	SS-RB	SS-SB	RS-RB	RS-SB	SS-RB	SS-SB	RS-RB	RS-SB	SS-RB
<b>0</b>	5.66	6.04	5.66	6.04	4.13	4.30	4.13	4.32	2.40	2.52	2.40	2.52
<b>0.1</b>	6.68	7.12	7.08	6.81	5.35	5.94	5.95	5.45	3.55	4.11	4.10	3.64
<b>0.2</b>	7.17	8.05	8.03	7.21	5.55	7.13	7.13	5.69	3.58	5.13	5.10	3.73
<b>0.3</b>	7.53	8.80	8.85	7.55	5.57	8.18	8.18	5.84	3.59	6.10	6.08	3.74
<b>0.5</b>	8.10	10.31	10.30	8.11	5.61	10.05	10.02	6.00	3.59	7.99	7.96	3.75
<b>1</b>	9.25	13.41	13.40	9.25	5.61	13.57	13.57	6.05	3.59	12.34	12.33	3.75

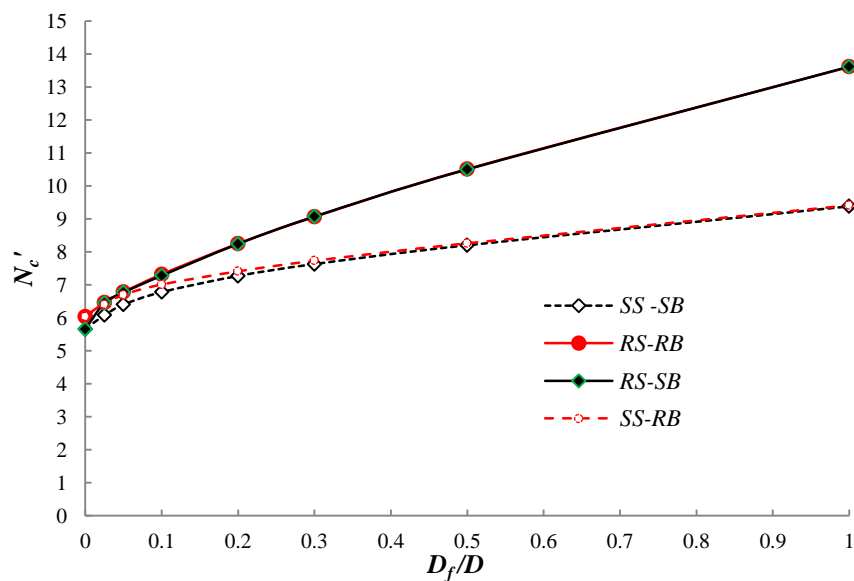
**Tableau 5.3:** Suite

$D_f/D$	Présente solution (FLAC)			
	$r_i/r_o = 0.9$			
	SS-SB	RS-RB	RS-SB	SS-RB
<b>0</b>	1.01	1.04	1.01	1.04
<b>0.1</b>	2.22	2.77	2.76	2.28
<b>0.2</b>	2.28	3.83	3.83	2.33
<b>0.3</b>	2.29	4.81	4.81	2.34
<b>0.5</b>	2.29	6.69	6.69	2.34
<b>1</b>	2.29	11.12	11.12	2.34

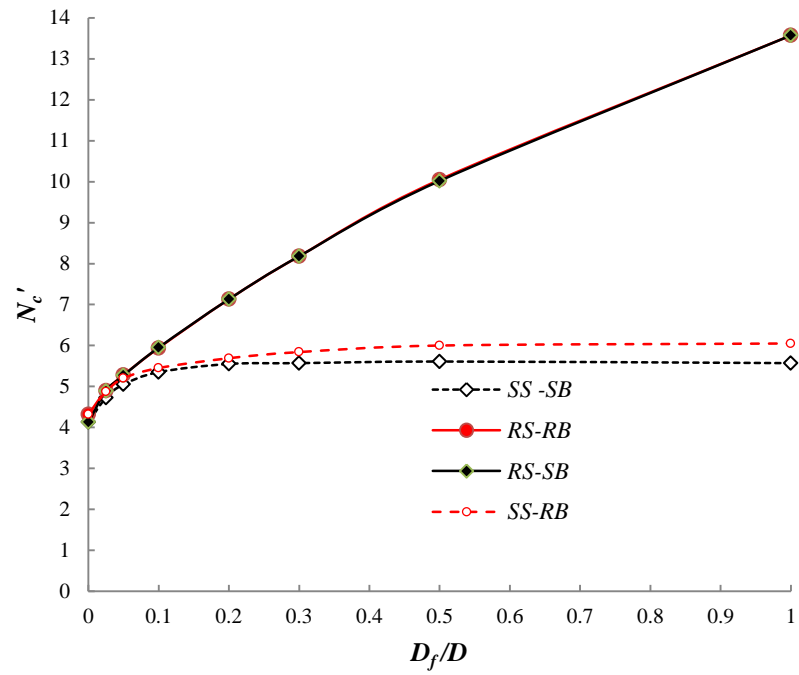
En comparant l'effet de rugosité entre la base de la fondation et les parements latéraux de la semelle (SS-SB, SS-RB, RS-RB et RS-SB), on peut voir que la rugosité de la base influence légèrement sur la magnitude de  $N'_c$ . En occurrence cette différence est inférieure à 7 % correspondant à la surface de la semelle et diminue avec l'augmentation de la profondeur  $D_f$ . Cependant, la rugosité latérale a un effet significatif sur la magnitude de  $N'_c$  et augmente continuellement avec l'augmentation de  $D_f/D$ . L'effet de rugosité du parement latérale intermédiaire a été étudié en liant les propriétés de résistance de l'interface aux propriétés de résistance du sol non drainé. Trois facteurs de réduction de la résistance de l'interface sont

souvent utilisés dans la pratique, 1/3, 1/2 et 2/3 ont été testés. Les résultats obtenus ont montré que l'interpolation linéaire entre les parements latéraux parfaitement lisses et parfaitement rugueux donne une bonne approximation de l'effet de rugosité du parement latéral intermédiaire.

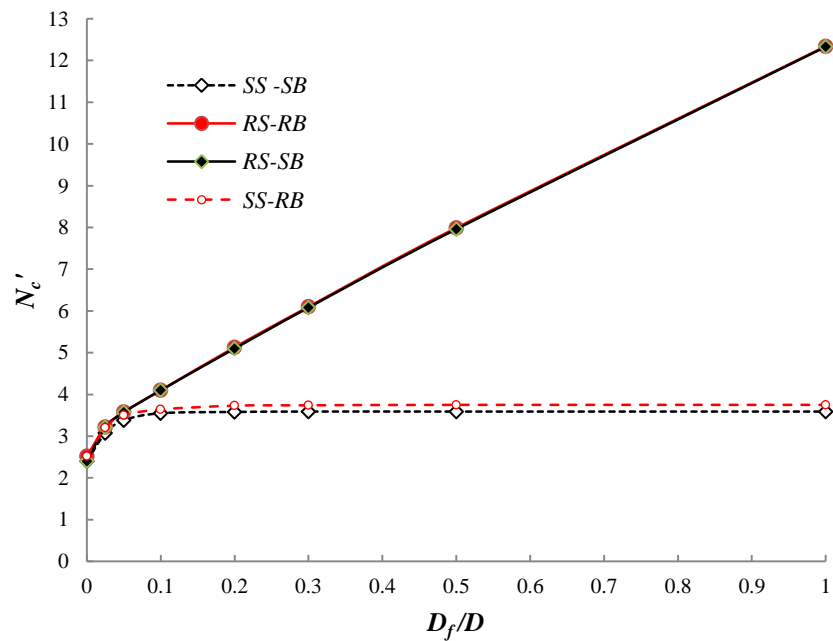
La figure 5.6 présente les résultats obtenus de  $N'_c$  en fonction du rapport  $D_f/D$  pour différentes valeurs du rapport  $r_i/r_o=0, 0.5, 0.75$  et  $0.9$  qui représente la contribution de la base de la fondation et ses parements latéraux avec différentes conditions des interfaces (sol/semelle). Pour le cas des semelles en forme circulaires et annulaires, on peut noter que les solutions de cette étude dans le cas RS- RB sont similaires à ceux obtenus dans le cas RS-SB. En outre, les résultats dans le cas SS-SB sont similaires à ceux obtenus dans le cas SS-RB, mais pour la semelle circulaire, la différence se trouve être très marginale. On constate aussi d'après la figure 5.6, on peut constater que dans le cas des semelles circulaires avec parement latéral lisses (SS-SB et SS-RB) l'ampleur de  $N'_c$  augmente avec l'augmentation de la valeur du rapport  $D_f/D$ , cependant, pour les fondations annulaires pour le cas de  $r_i/r_o= 0.5, 0.75$  et  $0.9$ , le facteur de  $N'_c$  augmente avec la croissance de la valeur du rapport  $D_f/D$  jusqu'à  $D_f/D \approx 0.1$ , par la suite, la valeur de  $N'_c$  devient presque constante. Toutefois, pour le cas des semelles circulaires avec parements latéraux rugueux (RS-SB et RS-RB), l'ampleur de  $N'_c$  augmente avec l'augmentation de la profondeur d'encastrement  $D_f/D$ . Ceci est attribué à la contribution de la résistance au cisaillement des parements latéraux à la capacité portante.



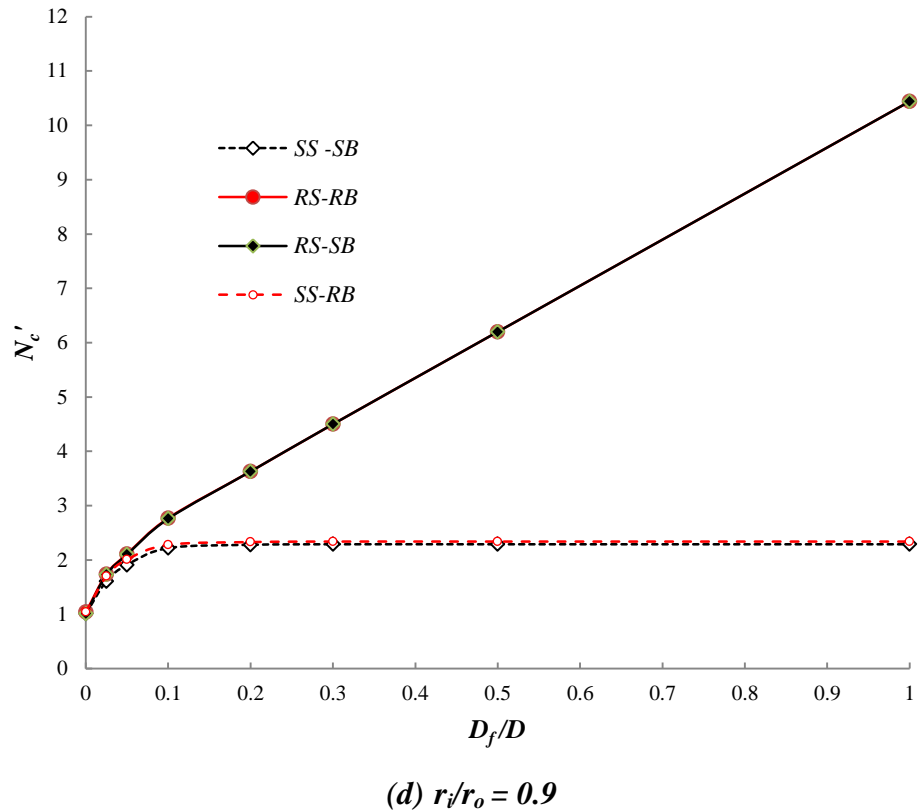
(a)  $r_i/r_o = 0$



(b)  $r_i/r_o = 0.5$



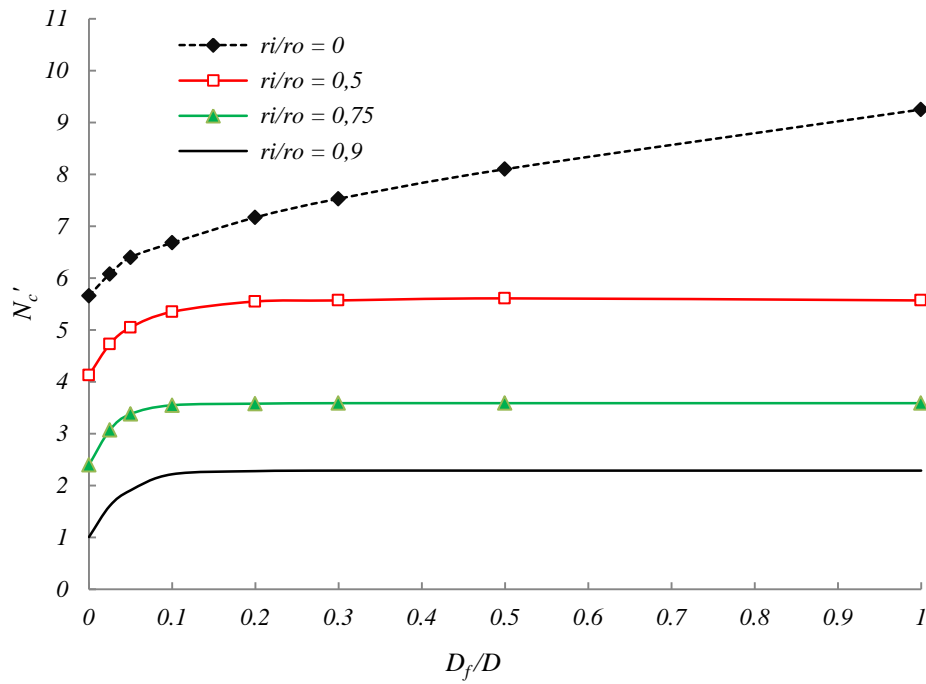
(c)  $r_i/r_o = 0.75$



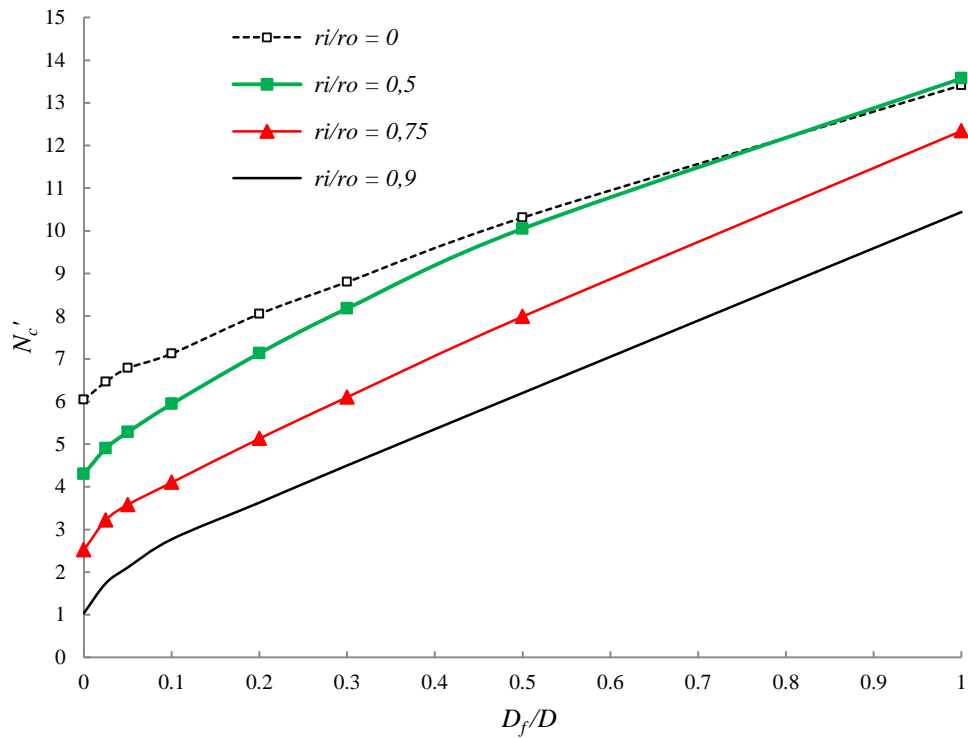
**Figure 5.6 :** Variation du facteur de capacité portante  $N'_c$  avec  $D_f/D$

L'effet de la rugosité des parements latéraux sur  $N'_c$  de la semelle annulaire est illustré sur la figure 5.7. Cette figure est scindée en deux parties (a) et (b) correspondant à SS-SB et RS-RB respectivement. Pour le cas SS, la valeur de  $N'_c$  augmente pour atteindre une valeur constante, cette valeur diminue avec l'augmentation de  $r_i/r_o$ . Pour le cas RS, les résultats obtenus indiquent que la différence de la capacité portante entre les semelles circulaires et annulaires (Figure 5.7.a) diminue avec l'augmentation de  $D_f/D$ . Par exemple, pour  $r_i/r_o = 0.75$ , la différence par rapport à la semelle circulaire pour  $D_f/D = 1$  est inférieure à 20 %. Alors que pour  $r_i/r_o = 0.5$ , la différence a complètement disparu pour  $D_f/D$  supérieur à 0.5. Cette observation implique qu'au lieu que d'employer une base circulaire solide avec parement latéraux rugueux, on peut même adopter une semelle annulaire en conservant un diamètre intérieur à peu près égal à 0,5 fois le diamètre extérieur sans provoquer une réduction significative de l'ampleur de la charge de rupture pour  $D_f/D > 0.5$ . À partir de ces résultats, il est intéressant de comparer les deux situations pratiques de l'espace interne de l'anneau creux ou rempli de sol (figure 5.8). Des analyses numériques ont été effectuées pour les cas d'état de rugosité de l'interface sol-semelle RS-RB et de profondeur d'encastrement  $D_f/D = 1$ . Pour  $r_i/r_o = 0.5, 0.75$  et  $0.9$ , l'effet de vider l'espace interne de la semelle annulaire produit une réduction de 31 %, 39 % et 45 % de la capacité portante respectivement (tableau 5.4). Par conséquent,

pour obtenir une capacité portante élevée de la semelle annulaire encastree, il est recommande de remplir l'intérieur de la semelle annulaire.



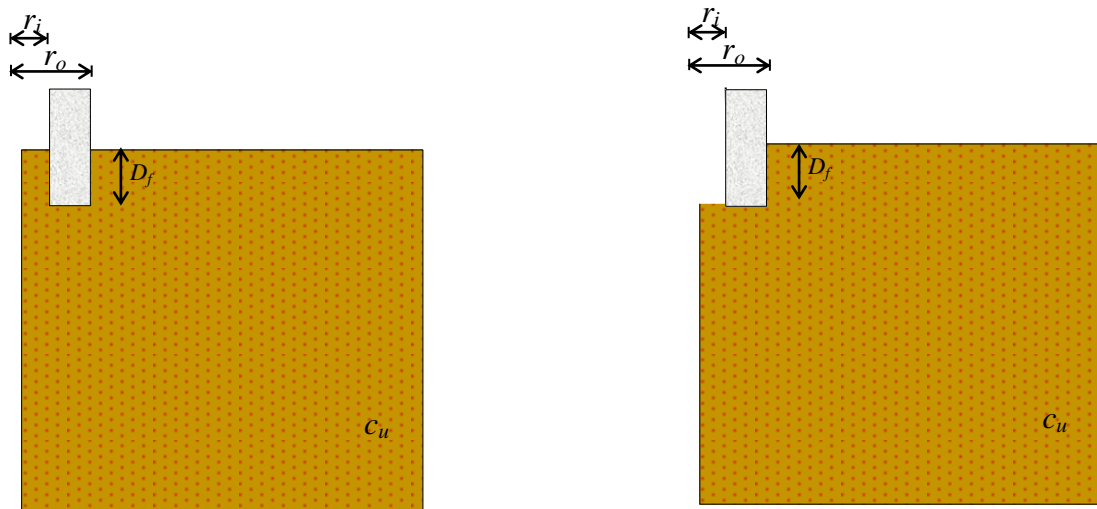
(a) SS-SB



(b) RS-RB

**Figure 5.7 :** Variation du facteur de capacité portante  $N'_c$  avec  $D_f/D$  et  $r_i/r_o$  pour semelles annulaires





(a) Anneau rempli

(b) Anneau creux

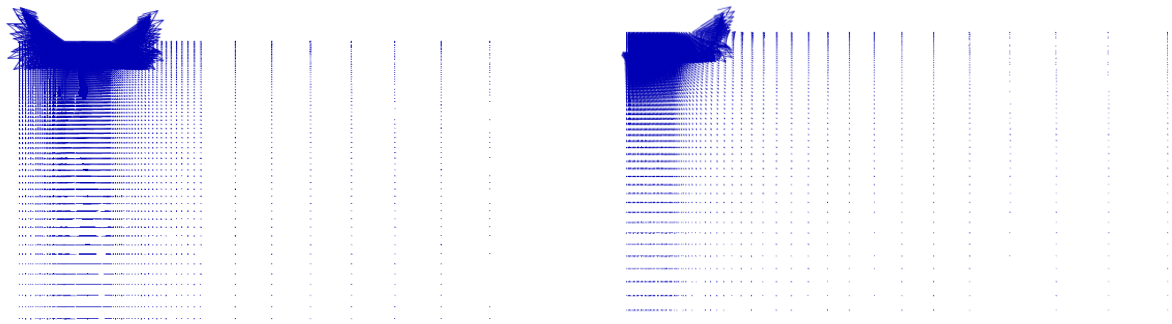
**Figure 5.8 :** Présentation du problème

**Tableau 5.4 :** Comparaison de  $N'_c$  des semelles annulaires remplis et des semelles annulaires creux pour RS-RB

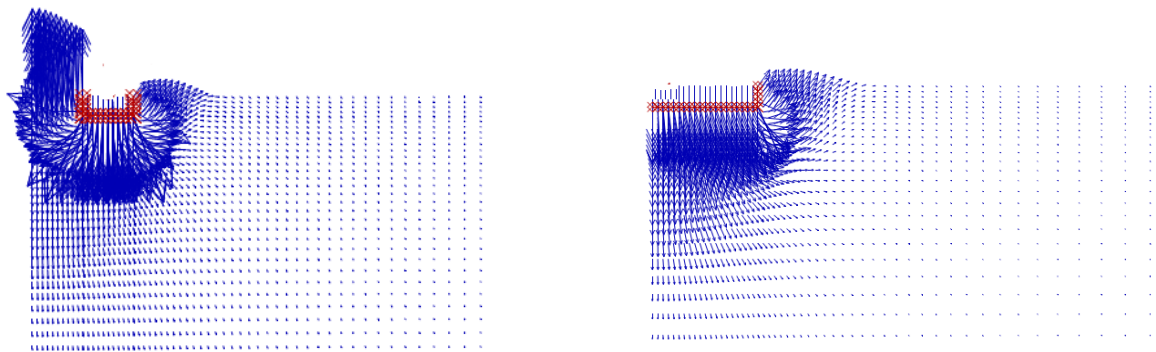
$r_i/r_o$	$N'_c$	
	Anneau rempli	Anneau creux
0.5	13.75	9.49
0.75	12.34	7.53
0.9	11.12	6.12

Les figures 5.9 et 5.10 montrent une comparaison du champ de vecteurs de déplacement d'après l'état ultime de rupture par cisaillement entre les semelles circulaires ( $r_i/r_o=0$ ) et les semelles annulaires ( $r_i/r_o=0.5$ ) pour les cas SB-SS et RS-RB respectivement. On peut noter qu'à mesure que la profondeur de l'encastrement des semelles  $D_f/D$  augmente, l'intensité des déplacements augmente et l'étendue du champ de déplacement devient plus

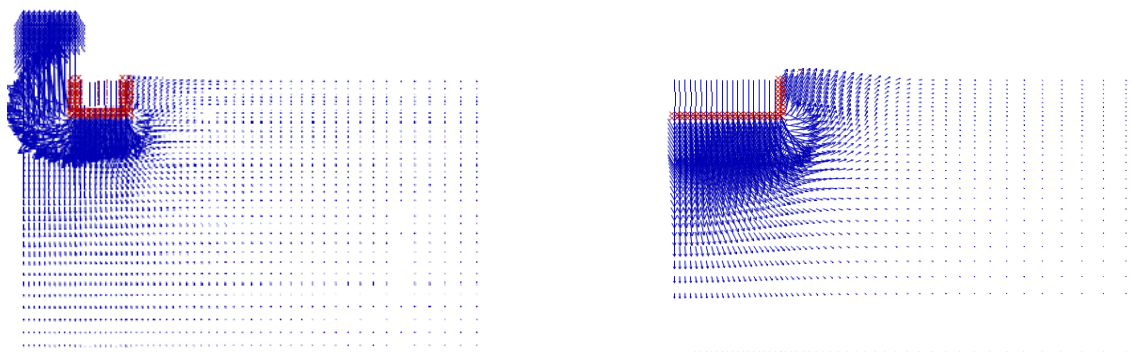
large au niveau des bords internes de la fondation annulaire et au niveau du bord externe de la fondation circulaire pour le cas SS. Cependant, pour le cas RS, on peut constater que les déplacements sont évidemment seulement au bord extérieur de la semelle annulaire pour  $D_f/D \geq 0.5$ . Comme on peut le voir sur la Figure 5.10, le mécanisme de rupture de la semelle annulaire est très similaire à celui des semelles circulaires lorsque  $D_f/D \geq 0.5$ .



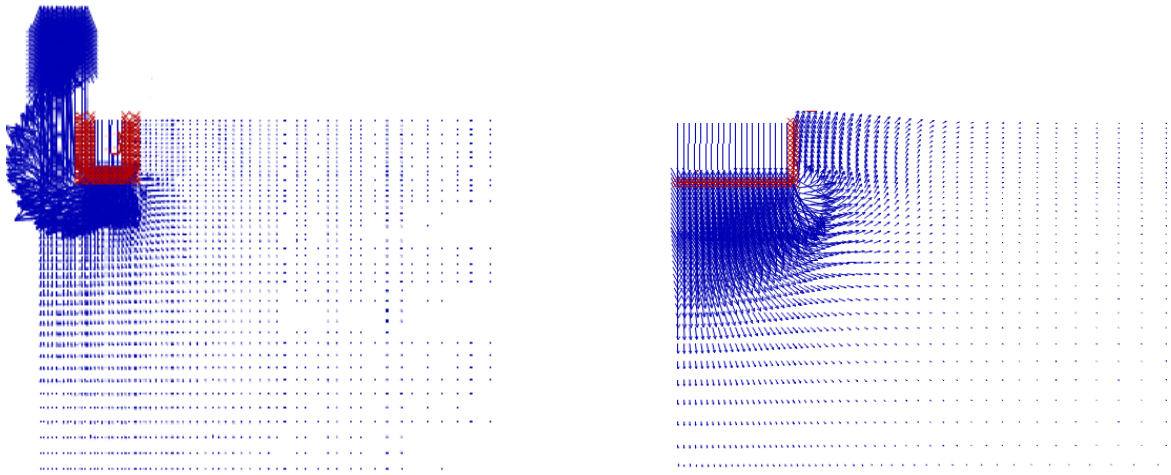
$D_f/D=0.0$



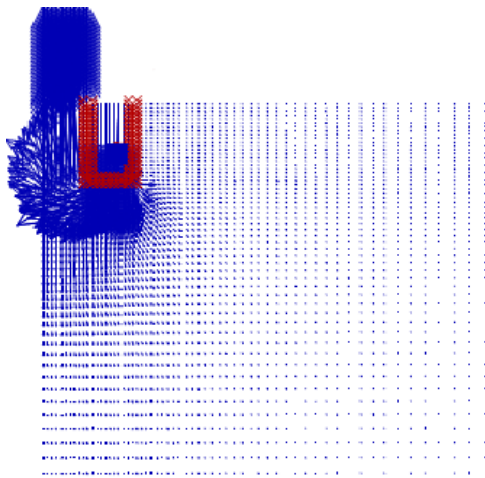
$D_f/D = 0.1$



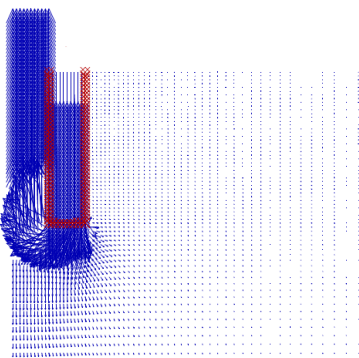
$D_f/D = 0.2$



$D_f/D = 0.3$



$D_f/D = 0.5$

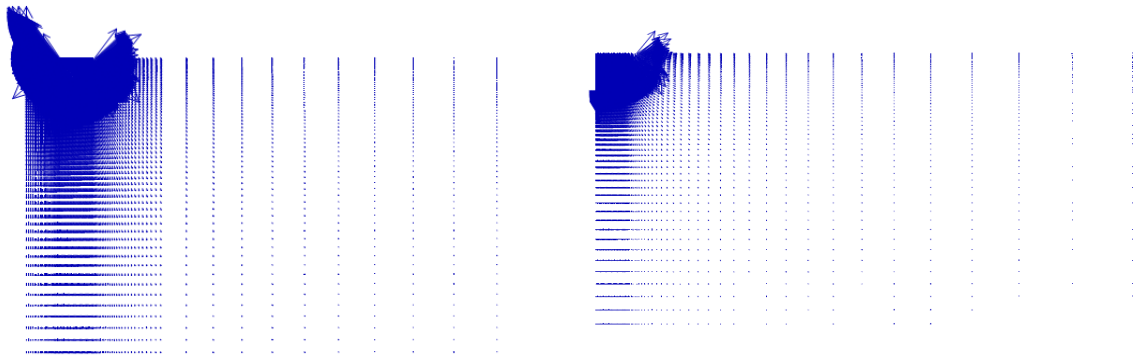


$D_f/D = 1.0$

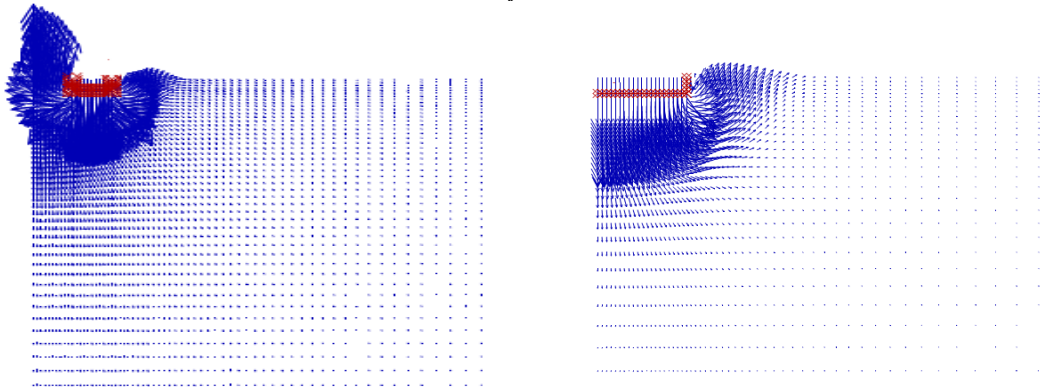
(a) Semelle annulaire ( $r_i/r_0=0.5$ )

(b) Semelle circulaire ( $r_i/r_0=0$ )

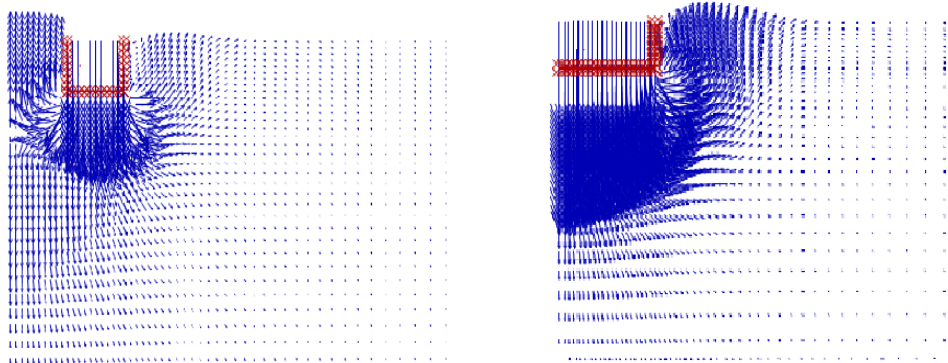
Figure 5.9 : Vecteurs du champ des déplacements pour SS-SB



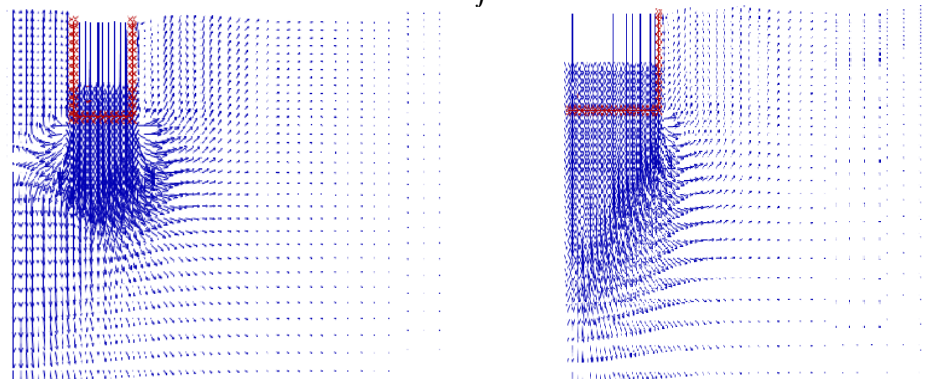
$D_f/D=0.0$



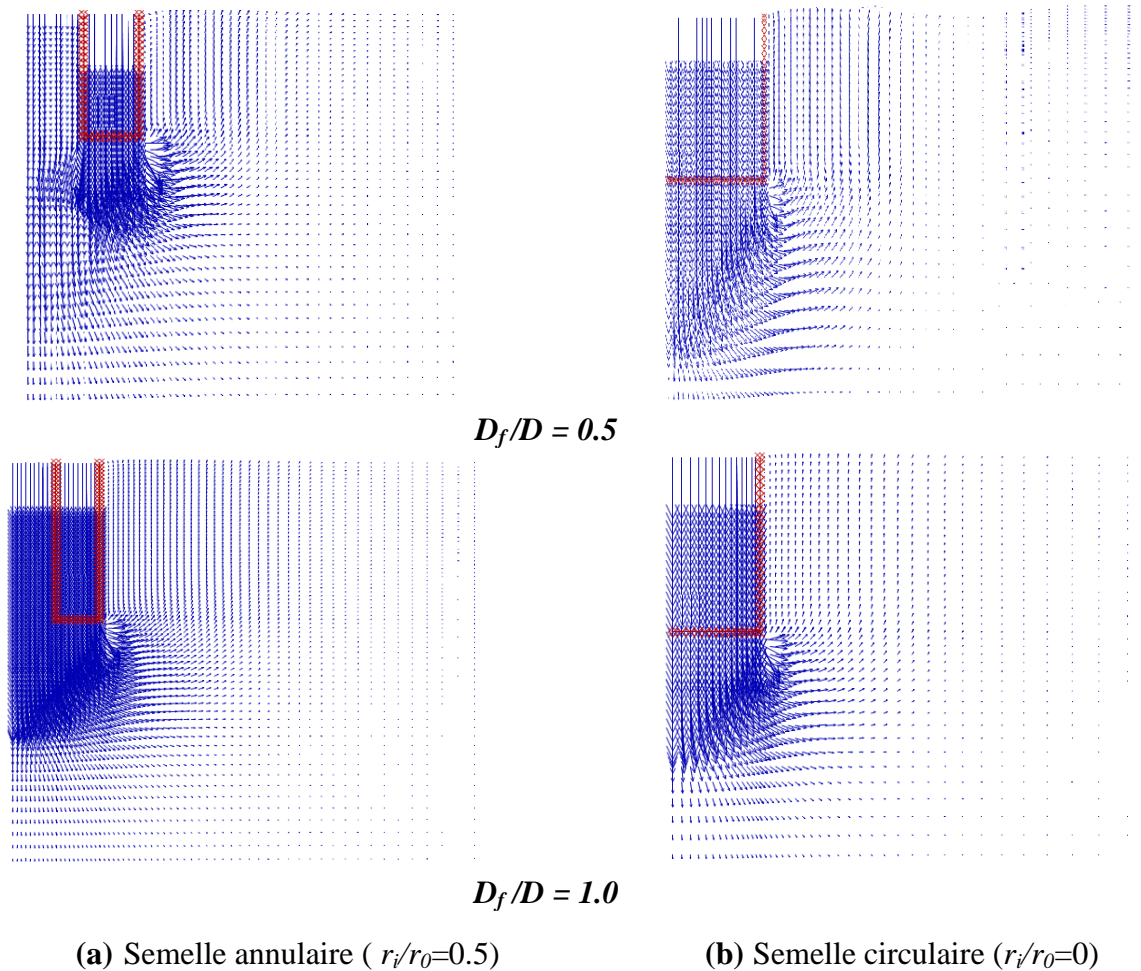
$D_f/D = 0.1$



$D_f/D = 0.2$



$D_f/D = 0.3$



**Figure 5.10 :** Vecteurs du champ des déplacements pour RS-RB

#### 5.4. Conclusions

Le code de différences finies FLAC a été utilisé pour évaluer le facteur de portance  $N'_c$  pour semelle annulaire encastrée, avec différentes conditions de rugosité des interfaces sol-semelle pour sol non drainée. Les résultats obtenus sont comparés aux résultats publiés antérieurement et disponibles dans la littérature. Les résultats de ces simulations ont montré ce qui suit:

- La valeur de  $N'_c$  a tendance à diminuer de manière continue avec l'accroissement du ratio  $r_i/r_o$ . En outre, la diminution est plus prononcée pour les valeurs de  $r_i/r_o$  au-delà de 0.25 pour les fondations lisses et rugueuses.

- Les résultats indiquent que la variation du facteur de portance  $N'_c$  dépend plus de la rugosité du parement latéral vertical de la semelle que de la rugosité de l'interface de la base sol-semelle.
- La rugosité de la base de fondation a un faible effet sur l'ampleur de  $N'_c$ , cet effet diminue continuellement avec la profondeur.
- Cependant, pour le cas RS de la semelle annulaire, la magnitude de  $N'_c$  augmente continuellement avec l'augmentation de  $D_f/D$  plus que pour la semelle circulaire. Ainsi, la semelle annulaire encastrée avec RS peut être plus économique que la semelle circulaire. En occurrence (RS), les résultats montrent que la valeur de  $N'_c$  est la même pour les semelles annulaires et circulaires dans le cas RS et avec  $D_f/D > 0.5$ .
- La capacité portante des semelles annulaires remplis du sol est plus élevée que la capacité portante de semelles annulaires creuses.
- Le parement latéral de la fondation lisse limite l'accroissement de  $N'_c$  avec la profondeur.

## Conclusion Générale

L'étude de la capacité portante non drainée des semelles circulaires et annulaires encastrées a constitué l'objet principal de la présente thèse. Le code FLAC en différences finies, spécialisé en géotechnique, a été utilisé afin d'évaluer l'effet de l'encastrement, les conditions d'interfaces sol-fondation à la base et aux faces latérales de la fondation et du rapport rayon intérieur sur rayon extérieur de la fondation annulaire. Cette étude comporte deux parties:

- **La première partie** est consacrée à une synthèse bibliographique sur l'état de l'art de comportement et les différentes méthodes de calcul de la capacité portante des fondations superficielles. Une attention particulière est portée aux travaux de recherches importants effectués sur les fondations superficielles en formes circulaires et annulaires.
- **La deuxième partie** dédiée à la modélisation numérique, expose en premier lieu une description générale de l'outil de calcul ( $FLAC^{2D}$ ) ainsi que les modèles de comportement utilisés dans la présente analyse. Ensuite deux cas d'analyse numérique de la portance en tenant compte de l'effet d'encastrement ont été considérés, à savoir la capacité portante non drainée des fondations circulaires et la capacité portante non-drainée des fondations annulaires.

L'étude bibliographique menée dans la première partie a permis de mettre en évidence les points suivants:

- Les semelles circulaires et annulaires sont de plus en plus utilisées pour les structures telles que les piles de ponts, les châteaux d'eau, les silos, les réservoirs d'hydrocarbures et les antennes de communication. Dans la plupart des cas, il est important de tenir compte de la profondeur d'encastrement qui dépasse souvent le diamètre de la semelle;
- Les ingénieurs géotechniciens utilisent des coefficients empiriques préconisés par les différentes réglementations;

- La capacité portante des semelles filantes et circulaires a été amplement étudiée pendant plusieurs décennies;
- Très peu de tentatives expérimentales, analytiques et numériques ont été déployées pour étudier la capacité portante des fondations circulaires et annulaires encastrées malgré leurs emplois de plus en plus préférés pour certaines structures;
- Des divergences notables et des insuffisances sont observées par les praticiens en géotechnique particulièrement pour les fondations circulaires encastrées et les fondations annulaires;
- Absence d'étude de l'effet d'encastrement des fondations annulaires.

Dans le but de contribuer à la réponse aux préoccupations des praticiens, les travaux de modélisation numérique de la présente thèse ont été focalisés sur la portance non drainée des fondations circulaires et annulaires encastrées. En premier lieu, des études numériques ont été effectuées afin d'évaluer la capacité portante non drainée des fondations circulaires avec un ratio encastrement/diamètre jusqu'à cinq et pour différentes conditions de rugosité de la base et du parement latéral. En deuxième lieu, des simulations numériques concernant les fondations annulaires ont été effectuées pour évaluer d'une part l'effet du rapport entre le rayon interne du vide et le rayon externe  $r_i/r_o$  de la semelle annulaire et d'autre part, l'effet de l'encastrement avec un ratio encastrement/diamètre extérieur jusqu'à l'unité sur la capacité portante non drainée pour différentes conditions de rugosité de la base et des parements latéraux.

Concernant les fondations circulaires, deux analyses ont été effectuées pour calculer les facteurs de portance et de profondeur. La première analyse présente le cas de la contribution de la base de la fondation et son parement latéral tandis que la seconde, elle présente uniquement la contribution de la base de la fondation.

Les résultats de la présente étude peuvent être synthétisés comme suit:

- Les analyses numériques, utilisant la méthode des différences finies et la méthode des éléments finis, ont montré que les formules pratiques des facteurs de profondeur sont conservatives pour les semelles circulaires;



- La divergence des résultats des approches numériques dans la littérature est liée aux procédures utilisées pour simuler les conditions d'interface du parement de la fondation et pour estimer la capacité portante;
- L'effet de la rugosité de la base de fondation diminue avec l'augmentation du rapport  $D_f/D$  et elle est pratiquement atténuée au-delà de  $D_f/D = 1$ ;
- La portance d'une fondation avec parement latéral rugueux est significativement supérieure à celle d'une fondation avec parement latéral lisse.

Quant aux fondations annulaires, l'analyse a été effectuée pour calculer le facteur de portance par la contribution de la base de la fondation et son parement latéral.

Quelques points pertinents peuvent être tirés de cette étude:

- Pour les semelles d'anneau de surface lisse et rugueuse, pratiquement aucune réduction se produit à la valeur de portance  $N'_c$  avec une augmentation du rapport  $r_i/r_o$  jusqu'à 0,25, alors que pour  $r_i/r_o$  supérieur à 0,25, les valeurs de  $N'_c$  diminuent significativement avec l'augmentation de  $r_i/r_o$ .
- La rugosité de la base de fondation influe légèrement sur la portance, toutefois, la rugosité du parement latéral de fondation a un effet significatif sur la portance.
- L'effet de la rugosité de la base de la fondation diminue avec l'augmentation du rapport

$D_f/D$ .

- L'effet de la rugosité du parement latéral de fondation augmente avec l'augmentation du rapport  $D_f/D$ .
- Pour le cas des semelles annulaires ( $r_i/r_o = 0,5; 0,75$  et  $0,9$ ) avec des parements latéraux lisses (SS-SB et SS-RB), le facteur de  $N'_c$  augmente avec la croissance de la valeur du rapport  $D_f/D$  jusqu'à  $D_f/D \approx 0,1$ , par la suite, la valeur de  $N'_c$  devient presque constante, cette valeur constante diminue avec l'augmentation de  $r_i/r_o$ . Le parement latéral de la fondation lisse limite l'accroissement de  $N'_c$  avec la profondeur.
- Cependant, pour le cas des semelles annulaires avec parements latéraux rugueux (RS-SB et RS-RB), l'ampleur de  $N'_c$  augmente continuellement avec l'augmentation du rapport  $D_f/D$ .

Ceci est attribué à la contribution de la résistance au cisaillement des parements latéraux lors du calcul de la capacité portante.

- Les résultats obtenus pour le cas RS indiquent que la différence de la capacité portante entre les semelles circulaires et annulaires diminue avec l'augmentation de  $D_f/D$ . Par exemple, pour  $r_i/r_o = 0,75$ , la différence par rapport à la semelle circulaire pour  $D_f/D = 1$  est inférieure à 20 %, alors que pour  $r_i/r_o = 0,5$ , la différence a complètement disparu pour  $D_f/D$  supérieur à 0,5. Cette observation implique qu'au lieu d'employer une base circulaire solide avec parements latéraux rugueux, on peut plutôt adopter une semelle annulaire en conservant un diamètre intérieur à peu près égal à 0,5 fois le diamètre extérieur sans provoquer une réduction significative de l'ampleur de la charge de rupture pour  $D_f/D > 0,5$ ; et sans oublier aussi que la semelle annulaire encastree avec RS peut être économique que la semelle circulaire.
- La comparaison entre les deux situations pratiques de semelle annulaire creuse et rempli de sol montre que l'effet de vider l'espace interne de la semelle annulaire produit une réduction de la capacité portante.

## References

- Benmebarek, S., Remadna, M. S., Benmebarek, N., & Belounar, L. (2012). Numerical evaluation of the bearing capacity factor of ring footings. *Computers and Geotechnics*, 44, 132-138.
- Berezanthzev, V. G. (1948). Limit equilibrium of a medium with internal friction and cohesion in axisymmetric stress state. *Prikl. Mat. Mekh.*, 12, 95–100 (in Russian).
- Billiaux D., and P. A. Cundall. (1993). Simulation des géomatériaux par la méthode des éléments lagrangiens, *Revue française de Géotechnique*, Vol 63, pp9-21.
- Bolton, M. D., & Lau, C. K. (1993). Vertical bearing capacity factors for circular and strip footings on Mohr-Coulomb soil. *Canadian Geotechnical Journal*, 30(6), 1024-1033.
- Boushehrian, J. H., & Hataf, N. (2003). Experimental and numerical investigation of the bearing capacity of model circular and ring footings on reinforced sand. *Geotextiles and Geomembranes*, 21(4), 241-256.
- Brinch Hansen J. (1955). Simpel beregning af fundamenters bæreevne. *Ingeniøren*, vol. 64, n° 4, 95-100.
- Brinch-Hansen J. (1970). A revised and extended formula for bearing capacity. *Danish Geotechnical Institute Bulletin*, n° 28, 5-11.
- Caquot A. (1934). Équilibre des massifs à frottement interne. *Stabilité des terres pulvérulentes et cohérentes*. Gauthier-Villars, Paris, 191 pages.
- Caquot, A., Kerisel, J. (1953). Sur le terme de surface dans le calcul des fondations en milieu pulvérulent. *Proceedings of the Third International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Zurich, 1, 336–337.
- Cassidy, M.J. & Houlsby, G.T. (2002). Vertical bearing capacity factors for conical footings on sand. *Géotechnique*, Vol. 52, No. 9, pp 687-692.
- Chen W.F. (1975). *Limit analysis and soil plasticity*. Elsevier, Amsterdam, 638 pages.
- Choobbasti, A. J., Hesami, S., Najafi, A., Pirzadeh, S., Farrokhzad, F., & Zahmatkesh, A. (2010). Numerical evaluation of bearing capacity and settlement of ring footing; case study of Kazeroon cooling towers. *International Journal of Research and Reviews in Applied Sciences*, 4(2).
- Coulomb C.A. (1773). Essai sur une application des règles de maximis et de minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture. *Mémoire présenté à l'Académie Royale des Sciences*. Académie des Sciences de Paris, R. Prés. Savants Étrangers, vol. 7, 343-382.
- Couplet, P. (1727) De la pousse des terres contre leurs revestements, et de la force des revestement qu'on leur doit opposer. *Histoire de l'Académie Royale des Sciences*, 139, Paris.
- Cox A. D., Eason G., and Hopkins, H. G. (1961) Axially symmetric plastic deformations in soils. *Philos. Trans. R. Soc. London. Ser. A*; 1036:1-45.
- Cox, A. D. (1962). Axially symmetric plastic deformations in soils. II: Indentation of ponderable soils. *Int. J. Mech. Sci.* 4, 371–380.
- Cundall, P.A. (1976). Explicit finite difference methods in geomechanics. *Numerical Methods in Engineering* (Proceedings of the EF Conference on Numerical Methods in Geomechanics), Blacksburg, Virginia, Vol. 1, pp. 132–150.
- De Beer, E.E. (1970). Experimental determination of the shape factors and the bearing capacity factors of sand. *Géotechnique*, 20 (4), 387–411.
- Drucker D.C., Prager W. (1952). Soil mechanics and plastic analysis or limit design. *Quarterly Journal of Applied Mechanics*, vol. 10, 157-165.
- DTU 13.12 (1988). Règles pour le calcul des fondations superficielles. AFNOR DTU P 11-711, mars 1988, 28-30. Vesic AS (1963) Bearing capacity of deep foundations in sand. *Highw Res Rec* 39:112–153
- Eason G., and Shield R. T. (1960). The plastic indentation of a semi-infinite solid by a perfectly rough circular punch. *Z. Angrew. Math. Phys*, 11:33-43.

- Edwards, D. H., Zdravkovic, L., & Potts, D. M. (2005). Depth factors for undrained bearing capacity. *Géotechnique*, 55(10), 755-758.
- Egorov, K.E. (1965). Calculation of bed for foundation withring footing. *Proceedings of the Sixth International Conference on Soil Mechanical Foundation of Engineers*, Vol. 2, Montreal, pp. 41–45.
- Erickson, H.L., Drescher, A. (2002). Bearing capacity of circular footings. *J. of Geotech. and Geoenv. Engrg.*, ASCE, Vol. 128, N° 1, 38-43.
- ering News-Record, 95(3), 874-878.
- Fisher, K. (1957). Zur Berechnung der setzung Von Fundamenten in der form einer Kreisformigen Ringfläche. *Der Bauingenieur*, Vol. 32, No. 5. Berlin, Germany, pp. 172–174 (in German).
- Galiléo G. (1638). *Discozi e dimostrazioni matematiche intorno a due nueve scienze*. Dialogo Secundo, Leyden.
- Gourvenec, S. M., & Mana, D. S. K. (2011). Undrained vertical bearing capacity factors for shallow foundations. *Géotechnique Letters*, 1(4), 101-108.
- Gvozdev A.A (1938). Détermination des charges de rupture pour des systèmes subissant des déformations plastiques (en russe). *Trudy Konferentsii po plastichheskim deformatsiyam*, Izdat. AN SSSR.). *Prikl. Mat. Mech.*, vol. 9, 339-350
- Hataf, N., & Razavi, M. R. (2003). Model tests and finite element analysis of bearing capacity of ring footings on loose sand.
- Hill R. (1948). A variational principle of maximum plastic work in classical plasticity. *Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, vol.1, pp. 18-28.
- Hill R. (1950). *The mathematical theory of plasticity*. Oxford University Press, 356 pages.
- Hosseininia, E. S. (2016). Bearing Capacity Factors of Ring Footings. *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering*, 1-12.
- Houlsby, G. T. & Wroth, C. P. (1983). Calculation of stresses on shallow penetrometers and footings. *Proceedings of the IUTAM/ IUGG symposium on seabed mechanics*, Newcastle upon Tyne, pp. 107–112
- Houlsby, G. T., & Martin, C. M. (2003). Undrained bearing capacity factors for conical footings on clay. *Géotechnique*, 53(5), 513-520.
- Hu, Y., Randolph, M. F., & Watson, P. G. (1999). Bearing response of skirted foundation on nonhomogeneous soil. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 125(11), 924-935.
- ITASCA Consulting Group, Inc. (2000). *Fast Lagrangian Analysis of Continua*. Minneapolis.
- ITASCA Consulting Group, Inc. (2005). *Fast Lagrangian Analysis of Continua*. Minneapolis.
- Karaulov A. M. (2005). Static Solution of the Limiting-Pressure Problem for Ring Foundations on Soil Beds. *Fundamenty I Mekhanika Gruntov*, No. 6, PP. 2-5.
- Karaulov A. M. (2006). Experimental and Theoretical Researchon the Bearing Capacity of Ring FoundationsBeds. *Fundamenty I Mekhanika Gruntov*, No. 2, PP. 2-4.
- Kazinczy, G. (1914). Experiments with fixed-end beams. *Betonszemle*, 2, 68.
- Khatri, V. N., & Kumar, J. (2009). Bearing capacity factor  $N_c$  under  $\phi = 0$  condition for piles in clays. *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, 33(9), 1203-1225.
- Kist, N. C. (1917). *Leidt een sterkteberekening, die uitgaat van de evenredigheid van kracht en vormverandering, tot een goede constructie van ijzeren bruggen en gebouwen?*. Waltman Jr.
- Kumar, J., & Chakraborty, M. (2015a). Bearing capacity of a circular foundation on layered sand–clay media. *Soils and Foundations*, 55(5), 1058-1068.
- Kumar, J., & Chakraborty, M. (2015b). Bearing Capacity Factors for Ring Foundations. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 141(10), 06015007.
- Kumar, J., & Ghosh, P. (2005). Bearing capacity factor  $N_\gamma$  for ring footings using the method of characteristics. *Canadian geotechnical journal*, 42(5), 1474-1484.
- Kusakabe, O., Suzuki, H. & Nakase, A. (1986). An upper bound calculation on bearing capacity of a circular footing on a nonhomogeneous clay. *Soils Found.* 26, No. 3, 143–148.

- Lagrange, J. L. (1788). Mécanique analytique; par m. de La Grange, de l'Académie des Sciences de Paris.. chez la veuve Desaint, libraire, rue du Foin S. Jacques.
- Larkin L.A. (1968). Theoretical bearing capacity of very shallow footings. J. Soil Mech. Found. Div., 94(6), 1347-1357.
- Lee Junhwan, Rodrigo Salgado, Sooil Kim. 2005. Bearing capacity of circular footings under surcharge using state-dependent finite element analysis, Computers and Geotechnics, 32(6), pp 445-457.
- Lee, J. K., Jeong, S., & Lee, S. (2016b). Undrained bearing capacity factors for ring footings in heterogeneous soil. Computers and Geotechnics, 75, 103-111.
- Lee, J. K., Jeong, S., & Shang, J. Q. (2016a). Undrained bearing capacity of ring foundations on two-layered clays. Ocean Engineering, 119, 47-57.
- Leipholz, H.(1974). Theory of elasticity. Noordhoff International Publishing.
- Leipholz, H.(1974). Theory of elasticity. Noordhoff International Publishing
- Levin, A. 1955. Indentation pressure of a smooth circular punch. Quart. Appl. Math. 13: 381-389.
- Lévy, M. (1867). Théorie d'un courant liquide a filets rectilignes et parallèles de forme transversale quelconque application aux tuyaux de conduite. Dunod.
- Loukidis, D., & Salgado, R. (2009). Bearing capacity of strip and circular footings in sand using finite elements. Computers and Geotechnics, 36(5), 871-879.
- Lundgren H., Mortensen K. (1953). Determination by the theory of plasticity of the bearing capacity of continuous footing on sand. Proceedings, 3rd International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Zürich, vol. 1, 409-412.
- Lyamin, A. V., Salgado, R., Sloan, S. W., & Prezzi, M. (2007). Two-and three-dimensional bearing capacity of footings in sand. Géotechnique, 57(8), 647-662.
- Magnan, J. P., & Droniuc, N. (2000). Stability analyses in geotechnical engineering: recent developments. Proceedings. In 4 th International Geotechnical Engineering Conference (pp. 57-90).
- Magnan, J.P., Droniuc, N, Canepa, Y. (2004). Les méthodes de calcul de la portance des fondations superficielles. Symposium international FONDSUP 2003, Magnan (éd), Presse de l'ENPC, Paris, 2, 74-154.
- Manoharan N., Dasgupta S.P. (1995). Bearing capacity of surface footings by finite elements. Computers & Structures, Vol. 54, N° 4, 563-586.
- Martin C.M. (2005). Exact bearing capacity calculations using the method of characteristics, University of Oxford.
- Martin, C. M. & Randolph, M. F. (2001). Application of the lower and upper bound theorems of plasticity to collapse of circular foundations. Proc. 10th Int. Conf. IACMAG, Tucson, 1417-1428.
- Martin, C. M. (2001). Vertical bearing capacity of skirted circular foundations on Tresca soil. Proc. 15th Int. Conf. Soil Mech.Found. Engng, Istanbul, 743-746.
- Martin, CM. (2003). User Guide for ABC – Analysis of Bearing Capacity, Version 1.0. OUEL Report No. 2261/03. Department of Engineering Science, University of Oxford
- Merifield, R. S., Nguyen, V. Q., (2012). Two-and three-dimensional undrained bearing capacity of embedded footings. Australian Geomechanics, 47(2), 25.
- Mesta P. & Prat M.(1999).Ouvrages en interaction. Hermes science publications, Paris, 1999.
- Meyerhof G.G. (1961). Discussion on « Foundations other than piled foundations ». Proceedings, 5th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Paris, Vol. 3, p. 193.
- Meyerhof G.G. (1951). The ultimate bearing capacityof foundations. Géotechnique, vol. 2, 301-332.
- Meyerhof G.G. (1953). The bearing capacity of foundations under eccentric and inclined loads. Proceedings, 3rd International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Zürich , vol. 1, 440-445.
- Meyerhof, G. G. (1963). Some recent research on the bearing capacity of foundations. Canadian Geotechnical Journal, 1(1), 16-26.

- Meyerhof, G.G. (1955). Influence of roughness of base and ground water conditions on the ultimate bearing capacity of foundations. *Géotechnique*, 5 (3), 227–242.
- Moreau J.J. (1966). Fonctions convexes. Séminaire sur les équations aux dérivées partielles. Collège de France, Paris.
- Naseri, M., & Hosseininia, E. S. (2015). Elastic settlement of ring foundations. *Soils and Foundations*, 55(2), 284-295.
- Nayrolles B. (1970). Essai de théorie fonctionnelle des structures rigides plastiques parfaites. *Journal de Mécanique*, vol. 9, n03, 491-506.
- Newton, I. (1995). 1687. *Philosophiae naturalis principia mathematica*, 3.
- Piguet J.P., 1990 La modélisation numérique en mécanique des roches. Etat de l' Art. Actes d'un séminaire sur la modélisation des Massifs Rocheux. Laboratoire de Mécanique des Terrains, Ecole des Mines de Nancy, INPL, Nancy
- Potts D. M., Zdravkovic L.(1999). *Finite element analysis in geotechnical engineering: Theory*, Thomas Telford, London.
- Prandtl, L. (1920). Über die härte plastischer körper. *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse*, 1920, 74-85.
- Rankine, W. M. (1856). On the Stability of Loose Earth. *Proceedings of the Royal Society of London*, 8, 185-187.
- Rankine, W. M. (1857). On the stability of loose earth. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 147, 9-27.
- Reissner, H. (1924). Zum erddruckproblem. In *Proc. 1st Int. Congress for Applied Mechanics* (pp. 295-311). Delft.
- Remadna, M. S., Benmebarek, S., & Benmebarek, N. (2016). Numerical evaluation of the bearing capacity factor  $N_c$  of circular and ring footings. *Geomechanics and Geoengineering*, 1-13.
- Resal, J. (1910). *Poussée des terres.. (Vol. 2)*. C. Béranger.
- Roscoe K. H., and J. B. Burland.(1968). On the Generalised Stress-Strain Behavior of Wet Clay, in *Engineering Plasticity*, J. Heyman and F. A. Leckie, Eds. Cambridge: Cambridge University Press, pp. 535-609.
- Saha M. C. (1978) Ultimate bearing capacity of ring footings on sand. M.Eng. Thesis, University of Roorkee, Roorkee, U.P. India.
- Salençon J. (1974). *Théorie de la plasticité pour les applications à la mécanique des sols*. Eyrolles, Paris.
- Salençon J. (1983). *Calcul à la rupture et analyse limite*. Presses de l'École Nationale des Ponts et Chaussées, Paris.
- Salençon J. (1996). *Introduction à l'élasto-plasticité et au calcul à la rupture*. École Polytechnique, Département de mécanique, 154 pages.ISBN 2-7302-0362-2.
- Salençon J., Croc M., Michel G., Pecker A. (1973). *Plasticité*. Comptes rendus de l'Académie des Sciences, Paris, Série A, vol. 276, 1569-1572.
- Salençon, J., Matar, M. (1982). Capacité portante des fondations superficielles circulaires. *Journal de Mécanique Théorique et Appliquée*, Vol. 1, N° 2, 237-267.
- Salgado, R., Lyamin, A. V., Sloan, S. W., & Yu, H. S. (2004). Two-and three-dimensional bearing capacity of foundations in clay. *Géotechnique*, 54(5), 297-306.
- Saran S., Bhandari N.M., and Al-Smadi, M.M.A.(2003) Analysis of eccentrically–obliquely loaded ring footings on sand. *Indian Geotechnical Journal*; 33(4):422-46.
- Schofield, A.N. and Wroth C.P. (1968). *Critical State Soil Mechanics*, McGraw-Hill, London.
- Shield R. T. (1955) On the plastic flow of metals under conditions of axial symmetry. *Proc. Roy. Soc. London*; 233:267-87.
- Siva Reddy A, Singh AK, Karnik SS (1991) Bearing capacity of clays whose cohesion increases linearly with depth. *J Geotech Eng ASCE* 117(2):348–353.
- Skempton A.W. (1951).The bearing capacity of clays. *Proceedings, Building Research Congress*, London, 180-189.
- Sokolovskii, V. V. E. (1960). *Statics of soil media*. London: Butterworths.
- Sokolovskij V.V. (1960b). *Statics of soil media*. Translated from the second Russian edition (1954) by D.H. Jones and A.N. Schofield, Butterworths, London, 237 pages.

- Taiebat, H.A., Carter, J.P. (2002). Technical Note. Bearing Capacity of strip and circular foundations on undrained clay subjected to eccentric loads. *Géotechnique*, 52 (1), 61-64.
- Tani, K. & Craig, W. H. (1995). Bearing capacity of circular foundations on soft clay of strength increasing with depth. *Soils Found.*35, No. 4, 21–35.
- Terzaghi K. (1943). *Theoretical soil mechanics*. Wiley, New-York, 510 pages.
- Terzaghi, K. (1925). Principles of soil mechanics, IV—Settlement and consolidation of clay. *Engineering News-Record*, 95(3), 874-878.
- Verdel, T. (1993). *Géotechnique et Monuments historiques : Méthodes de modélisation appliquées à des cas égyptiens* », Thèse, Institut National Polytechnique de Lorraine, Ecole des Mines de Nancy.
- Vermeer, P. A., and R. de Borst (1984). Non-Associated Plasticity for Soils, Concrete and Rock. *Heron*. 29(3), 3-64.
- Vesic AS (1963) Bearing capacity of deep foundations in sand. *Highw Res Rec* 39:112–153
- Vesic AS (1973) Analysis of ultimate loads of shallow foundations. *J Soil Mech Found Div ASCE* 99(1):45–73
- Vesic, A. S.(1973) Analysis of ultimate loads of shallow foundations, *J. Soil Mech. Found.Div., ASCE*, 99(1), 45.
- Wilkins, M.L. (1964). Fundamental Methods in Hydrodynamics, in *Methods in Computational Physics*, Vol. 3, pp. 211-263. Alder et al., Eds. New York: Academic Press.
- Zhao, L., & Wang, J. H. (2008). Vertical bearing capacity for ring footings. *Computers and Geotechnics*, 35(2), 292-304.