
UNIVERSITE MOHAMED KHEIDER - BISKRA

FACULTE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE

DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE

N ° d'ordre:.....

Série:.....



Mémoire présenté en vue de l'obtention du Diplôme de Magister

Filière: **AUTOMATIQUE**

Option: **COMMANDE ET IDENTIFICATION
DES SYSTEMES DYNAMIQUES**

PAR

BENTRAH Wafa

Intitulé

**LA COMPRESSION DES IMAGES PAR DES FILTRES
LIFTING ADAPTATIFS**

Soutenue le:

Devant le jury

Mr S. SBAA	président	MC	U.BISKRA
Mr D.SAIGAA	Rapporteur	MC	U.MSSILA
Mr Z. BAARIR	Examineur	MACC	U.BISKRA
Mr A .BENAKCHA	Examineur	MC	U.BISKRA

2009/2010

L'image étant un média à fort contenu sémantique, elle est devenue un moyen de communication à part entière de plus en plus présent dans notre vie quotidienne. Elle est également un outil de travail essentiel dans les domaines de l'imagerie satellitaire et astronomique, de la production cinématographique, ou encore de l'informatique industrielle. L'intérêt récent du grand public pour l'image, au travers des appareils photos numériques, des téléphones portables ou des ordinateurs personnels, montre que les problématiques liées à sa représentation, son stockage et sa transmission sont des sujets forts d'actualité.

Le domaine de la compression d'images a connu, ces dernières années, de fortes évolutions menant à l'émergence d'un nombre important d'applications et donc la compression reste un domaine de recherche ouvert .

Dans ce contexte, l'objectif de la compression est de réduire la quantité de mémoire nécessaire pour le stockage d'une image ou de manière équivalente de réduire le temps de transmission de celle-ci. Cette compression peut soit conserver l'image intacte, on parle alors de compression sans perte, soit autoriser une dégradation de l'image pour diminuer encore l'empreinte mémoire, on parle ici de compression avec perte. La première méthode est limitée à des facteurs de compressions (rapport entre la taille mémoire originale et la taille comprimée), tandis que la seconde permet des facteurs beaucoup plus grands au prix de cette dégradation de l'image.

La transformée en ondelettes est un outil puissant et complexe dans le contexte de la compression de données .Aujourd'hui, les ondelettes ont prouvé leur utilité dans de nombreux domaines d'application du traitement du signal et des images, notamment en codage d'images.

La découverte de la structure lifting a permis une construction simple des transformées multirésolution, toujours inversibles et autorisant la mise en oeuvre d'opérateurs non-linéaires capables de saisir les singularités d'un signal.

Le but du schéma lifting est de proposer un procédé de transformée en ondelettes simple, réversible et rapide. C'est une alternative intéressante au schéma de filtrage convolutif de la transformée classique, car elle est beaucoup moins complexe. En effet, le nombre d'opérations est divisé par un rapport allant jusqu'à deux en comparaison avec un schéma classique avec sous échantillonnage. Une implémentation de transformée en ondelettes liftée est très économe en mémoire et ne dépend pas du nombre d'échantillons

à filtrer. Le lifting peut donc être vu comme une implémentation optimisée d'une opération de filtrage.

L'objectif de ce mémoire a pour objet le développement du schéma lifting adaptatif et son évaluation, dans le cadre de la compression d'images, de démontrer, grâce à un état de l'art des méthodes existantes, puis avec les résultats trouvés, les possibilités qu'offrent les ondelettes adaptatives et non-linéaires dans la compression avec pertes des images fixes.

Le premier chapitre évoque des rappels sur l'analyse multi résolution, et la théorie des ondelettes (dite de la première génération), ainsi qu'à leurs successeurs dits de la deuxième génération.

Nous présentons ensuite dans le deuxième chapitre des transformées non linéaire adaptatif basé sur une structure lifting, où le filtre à trois étapes non linéaires. Étape de prédiction fixe suivie par étape de mise à jour et un non additive prédiction.

Nous exposons un bref aperçu sur les méthodes de compression par transformée en ondelettes avec les différentes techniques de codage des sous bandes et la justification du choix de notre codeur dans le troisième chapitre.

Nous terminerons au quatrième chapitre, par des résultats de l'application des filtres adaptatifs non linéaire dans la compression et les résultats de la compression des images fixes en utilisant toujours les filtres lifting adaptatifs.

I.2 Transformée en ondelettes

Le terme *ondelette* désigne une fonction qui oscille pendant un “ temps donné” (si la variable est le temps) ou sur un intervalle de longueur finie (si la variable est de type spatial). Au delà, la fonction décroît très vite vers zéro.

Principalement les ondelettes sont utilisées pour la décomposition de fonctions. La décomposition d'une fonction en ondelettes consiste à l'écrire comme une somme pondérée de fonctions obtenues à partir d'opérations simples effectuées sur une fonction principale appelée *ondelette-mère*. Ces opérations consistent en des translations et dilatations de la variable. Selon que ces translations et dilatations sont choisies de manière continue ou discrète, on parlera d'une transformée en ondelettes continue ou discrète.

I.2.1 Transformée en ondelettes continue

Une transformée en ondelettes est dite continue lorsque les paramètres structurels des fonctions utilisées (c'est-à-dire les translations et les dilatations) peuvent prendre n'importe quelle valeur de l'ensemble des réels R (les dilatations doivent néanmoins être positives).

Les ondelettes ont été introduites par Grossmann et Morlet [21] comme une famille des fonctions $\Psi_{a,b}$ de $L^2(R)$. elles sont générées par translations et dilatations d'une fonction de base d'énergie finie (appartient à $L^2(R)$) appelée ondelette mère y .

$$\Psi_{a,b}(x) = \frac{1}{a^{1/2}} \psi\left(\frac{1}{a}(x-b)\right) \quad (a,b) \in R^2 \quad (1.1)$$

Les coefficients a et b désignent respectivement le facteur d'échelle pour la dilatation de y , et les coefficients de translation.

Si la fonction $\psi(x)$ est intégrable et suffisamment oscillante pour être d'intégrale nulle :

$$\int \psi(x) dx = 0 \quad (1.2)$$

La transformée en ondelettes continues (CWT) d'une fonction f est définie par:

$$W_f(a,b) = \langle f, \Psi_{a,b} \rangle \quad (1.3)$$

Où le symbole $\langle \cdot \rangle$ correspond au produit scalaire dans $L^2(R)$.

Si l'ondelette ψ satisfait la condition d'admissibilité

$$C_\psi = \int \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < +\infty \quad (1.4)$$

Alors la transformée ondelette continue $W(a, b)$ admet une inverse

$$f(x) = \frac{1}{C_\psi} \int_{\mathbb{R}^2} W_f(a, b) \psi_{a,b}(x) \frac{da}{a^2} db \quad (1.5)$$

D'après la condition d'admissibilité, nous voyons que $\hat{\psi}(0) = 0$ et par conséquent, ψ doit osciller, d'où son appellation "ondelette".

Nous remarquons que la CWT convertie une fonction à une variable en une fonction à deux variables. La représentation d'une fonction par sa CWT est redondante et la transformée inverse n'est pas toujours unique. De plus, toutes les fonctions $W(a, b)$ ne sont pas forcément la CWT de la fonction f .

L'avantage de cette caractérisation par rapport à la transformée de Fourier est qu'elle ne donne pas seulement une information sur le type de singularité mais aussi sa localisation dans le temps.

I.2.2 Transformée en ondelettes discrète DWT

Dans le cas discret, nous choisissons de restreindre les valeurs des paramètres a et b à une grille discrète. Dans ce cas nous fixons un pas de dilatation $a_0 > 1$ et $b_0 > 0$ et en posant $a = a_0^m$ et $b = nb_0 a_0^m$ avec m et $n \in \mathbb{Z}$. Les bases d'ondelettes sont définies par les fonctions [29].

$$\psi_{m,n}(x) = a_0^{-\frac{m}{2}} \psi(a_0^{-m} x - nb_0) \quad (1.6)$$

Par suite, la décomposition en ondelettes et la transformée inverse sont déterminées par les équations suivantes :

$$W_f(m, n) = \langle f, \psi_{m,n} \rangle = \int_{\mathbb{R}} f(x) \psi_{m,n}^*(x) dx \quad (1.7)$$

$$f = \sum_{(m,n) \in \mathbb{Z}^2} W_f(m, n) \psi_{m,n} \quad \text{cover dans } L^2(\mathbb{R}) \quad (1.8)$$

Ainsi, la transformée en ondelettes associe à la fonction $f \in L^2(\mathbb{R})$ un ensemble discret de coefficient $W_f(m, n)$.

Yves Meyer [31] a construit une transformée en ondelettes dyadique pour laquelle $a_0=2$ et $b_0=1$, a montré que pour des fonctions particulières y de $L^2(\mathbb{R})$, la famille :

$$\psi_{m,n}(x) = 2^{-\frac{m}{2}} \psi(2^{-m} x - n) \quad \forall (m, n) \in \mathbb{Z}^2 \quad (1.9)$$

$\psi_{m,n}$ Constitue une base orthonormée de $L^2(\mathbb{R})$

I.2.3 Propriétés des ondelettes de première génération

Les ondelettes de première génération satisfont les propriétés suivantes :

- Les ondelettes forment une base de Riesz de $L^2(R)$.
- Les ondelettes sont soit orthogonales soit leur duales sont connue (dans le cas où elles sont biorthogonales).
- Les ondelettes et leurs duales sont localisées en temps -échelle. La localisation en échelle provient de leur régularité et de leurs moments polynomiaux nuls.
- La transformation en ondelettes rapide permet d’obtenir les coefficients d’ondelettes en un temps linéaire. [5]

I.3 L’analyse multi résolution

La méthode d’analyse multirésolution est une structure mathématique formalisée par Meyer et Mallat sur l’axe réel fini [28, 29, 30,52]. En ce sens, les ondelettes offrent un outil efficace. L’idée principale de l’analyse multirésolution est de représenter hiérarchiquement une fonction par une partie de basse résolution plus simple avec les coefficients d’ondelettes qui sont nécessaires pour retrouver la fonction originale. [15]

I.3.1 Cadre théorique

La notion d’analyse multirésolution par ondelettes d’une fonction $f \in L^2(R)$ consiste en sa projection sur des bases de fonctions, donnant des approximations de moins en moins fines de la fonction originale.

Une suite $\{V_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$ de sous-espaces fermés de $L^2(R)$ est une approximation multirésolution si elle vérifie les propriétés suivantes: [5,18]

1- V_j est invariant par translation de longueur $2^j k$

$$\forall (j, k) \in \mathbb{Z}^2, f(t) \in V_j \Leftrightarrow f(t - 2^j k) \in V_j \tag{1.10}$$

2-propriété de causalité : les espaces $\{V_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$ définissent une suite d’espaces emboîtés.

$$V_{k+1} \subset V_k \tag{1.11}$$

3-les détails entre V_{j+1} et V_j sont accrus d’un facteur 2.

$$\forall j \in \mathbb{Z}, f(t) \in V_j \Leftrightarrow f(t/2) \in V_{j+1} \tag{1.12}$$

4- L’intersection des espaces emboîtés ne contient que l’élément nul.

$$\lim_{j \rightarrow +\infty} V_j = \bigcap_{j \rightarrow -\infty}^{+\infty} V_j = \{0\} \tag{1.13}$$

5- L'union des espaces emboîtés $\{V_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$ est dense dans $L^2(\mathbb{R})$. en d'autre terme, l'adhérence de cette union s'identifie à l'espace $L^2(\mathbb{R})$.

$$\lim_{j \rightarrow -\infty} V_j = \bigcup_{k=-\infty}^{+\infty} V_j = L^2(\mathbb{R}) \tag{1.14}$$

6- il existe f tel que $\{\phi(t - n)\}_{n \in \mathbb{Z}}$ soit une base de Riesz

La condition (6) implique qu'une base orthonormée de V_j peut se déduire de la base de V_0 à partir d'une seule fonction $\phi(t)$, la fonction d'échelle, en construisant la famille :

$$\phi_{j,n}(t) = 2^{-j/2} \phi(2^{-j}t - n) \tag{1.15}$$

Puisque nous travaillons dans des espaces emboîtés, n'importe quelle fonction dans V_j peut s'écrire comme combinaison linéaire des fonctions dans V_{j-1} . En particulier $\phi \in V_0 \subset V_{-1}$, et par la suite l'existence d'une séquence $h \in L^2(\mathbb{R})$ telle que

$$\phi(t) = \sqrt{2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h(n) \phi(2t - n) \tag{1.16}$$

Où les $h(n)$ sont les coordonnées de $\phi(t)$ dans la base $\{\sqrt{2}\phi(2t - k), k \in \mathbb{Z}\}$, ou encore les coefficients du filtre discret grossier. Ces $h(n)$ vérifient les deux propriétés suivantes, pour une base orthonormée :

$$h(n) = \sqrt{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(t) \phi(2t - n) \quad \text{avec} \quad \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h^2(n) = 1 \tag{1.17}$$

Mallat associe le concept d'analyse multirésolution et la théorie des ondelettes en considérant les ondelettes comme des fonctions contenant les détails nécessaires pour passer d'une résolution grossière à une résolution plus fine.

Le complément orthogonal de V_j dans V_{j-1} est défini par l'espace vectoriel W_j

$$V_{j-1} = V_j \oplus W_j$$

Les ondelettes $(\psi_{j,n})_{n \in \mathbb{Z}}$ appartiennent à l'espace W_j . Sous certaines conditions, elles constituent une base orthonormée de W_j , la projection orthogonale d'une fonction f sur V_{j-1} peut s'écrire :

$$proj_{V_{j-1}}(f) = proj_{V_j}(f) + \sum_{n \in \mathbb{Z}} Wf(j, n) \quad (1.18)$$

L'ondelette associée à cette analyse multi résolution est déterminée par l'existence d'une séquence $\{g_n\}_{n \in \mathbb{Z}} \in L^2(\mathbb{R})$ telle que

$$\psi(t) = \sqrt{2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} g(n)\phi(2t - n)$$

La condition d'orthogonalité sur les espaces V_j et W_j permettent de mettre la relation entre les deux séquences $h(n)$ et $g(n)$ [13]

$$g(n) = (-1)^n h(-n + 1)$$

L'analyse multirésolution biorthogonale est définie à l'aide des deux espaces $\{V_k\}_{k \in \mathbb{Z}}$, $\{\tilde{V}_k\}_{k \in \mathbb{Z}}$. Les fonction d'échelle associés $\{\phi_{j,n}\}_{n \in \mathbb{Z}}$ et $\{\tilde{\phi}_{j,n}\}_{n \in \mathbb{Z}}$ constituent les deux bases non orthogonales des espace d'approximation V_k et \tilde{V}_k , les bases d'ondelettes biorthogonales $\{\psi_{j,n}\}_{n \in \mathbb{Z}}$ et $\{\tilde{\psi}_{j,n}\}_{n \in \mathbb{Z}}$ constituent les bases des espace complémentaires de V_k et \tilde{V}_k dans V_{k-1} et \tilde{V}_{k-1} soit les espaces W_k et \tilde{W}_k

$$V_{k-1} = V_k \oplus W_k \quad \tilde{V}_{k-1} = \tilde{V}_k \oplus \tilde{W}_k$$

Les espaces ne sont pas orthogonaux à leur complément, mais au complément de l'espace dual. $V_k \perp \tilde{W}_k$ Et $\tilde{V}_k \perp W_k$ les conditions de biorthogonalité se traduisent

$$\langle \phi_{j,k}, \tilde{\phi}_{j,k'} \rangle = \delta_{k-k'} \quad \forall j, k, k' \in \mathbb{Z} \quad (1.19)$$

$$\langle \psi_{j,k}, \tilde{\psi}_{j,k'} \rangle = \delta_{k-k'} \quad \forall j, k, k' \in \mathbb{Z} \quad (1.20)$$

I.3.2 Transformée en ondelette rapide unidimensionnel

Soient deux analyses multi-résolution ou "AMR" duales l'une de l'autre et le système biorthogonal $(\phi, \tilde{\phi}, \psi, \tilde{\psi})$.

Toute fonction $f \in L^2$ peut être approchée aussi près que l'on veut par sa projection sur un sous-espace V_j suffisamment fin

$$\text{Pr } \text{oj}_{V_J} f = \sum_{k \in \mathbb{Z}} c_{J,k} \phi_{J,k} \quad \text{Avec} \quad C_{J,k} = \langle f, \tilde{\phi}_{J,k} \rangle \quad (1.21)$$

Cette décomposition est unique on peut exploiter la relation

$$L^2 = \overline{V_{j_0} \oplus W_{j_0} \oplus W_{j_0+1} \oplus \dots}$$

Avec $j_0 \in \mathbb{Z}$ quelconque. Si $j_0 \prec j$, E_{j_0} est une base de Riesz pour L^2 on obtient la décomposition multi-échelle (unique)

$$\text{proj}_{V_0} f = \sum_{k \in \mathbb{Z}} C_{j_0,k} \phi_{j_0,k} + \sum_{j=j_0}^{J-1} \sum_{k \in \mathbb{Z}} d_{j,k} W_{j,k} \quad (1.22)$$

Avec

$$C_{J,k} = \langle f, \tilde{\phi}_{J,k} \rangle \quad \text{Avec} \quad d_{J,k} = \langle f, \tilde{\psi}_{J,k} \rangle$$

Dans la pratique, les coefficients de la décomposition (1.22) ne sont pas calculés comme produits scalaires, mais par des convolutions-décimations successives à partir des coefficients de la décomposition (1.21). C'est l'algorithme de décomposition en ondelettes. Il utilise les formules :

$$C_{j,k} = \sum_{l \in \mathbb{Z}} \tilde{h}_{l-2k} C_{j+1,l} \quad d_{j,k} = \sum_{l \in \mathbb{Z}} \tilde{g}_{l-2k} C_{j+1,l} \quad (1.23)$$

Inversement, à partir des coefficients multi-échelle on calcule les coefficients à l'échelle fine j par l'algorithme de reconstruction. Il est basé sur la formule

$$C_{j+1,l} = \sum_{k \in \mathbb{Z}} h_{l-2k} C_{j,k} + \sum_{k \in \mathbb{Z}} g_{l-2k} d_{j,k} \quad (1.24)$$

Ces deux algorithmes ont été introduits par S. Mallat. Ils s'inspirent du schéma de codage en sous-bandes, utilisé depuis longtemps en traitement du signal: on décompose un signal C_{j+1} en deux composantes, l'une qui contient les basses fréquences C_j , l'autre qui contient les hautes fréquences d_j . Par similarité le filtre h_0 est le filtre passe-bas, et le filtre h_1 est le filtre passe-haut. Pour la reconstruction, on utilise les filtres \tilde{h}_0 et \tilde{h}_1 . La figure 1.1 représente le schéma de codage.

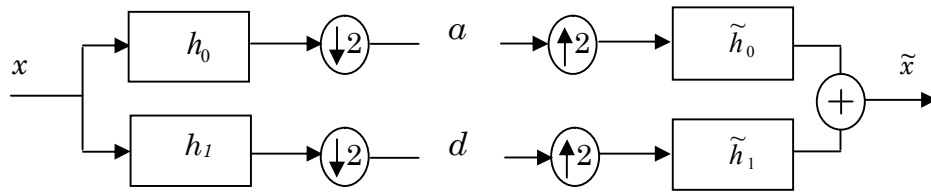


Figure 1.1. Banc de filtres d'analyse-synthèse.

Les conditions de reconstruction parfaite sont données par :

$$\begin{cases} h_0(z)\tilde{h}_0(z^{-1}) + h_1(z)\tilde{h}_1(z^{-1}) = 2 \\ h_0(z)\tilde{h}_0(-z^{-1}) + h_1(z)\tilde{h}_1(-z^{-1}) = 0 \end{cases}$$

I.3.3 Principe de décomposition et de reconstruction dans le cas de transformée 2-D

Nous présentons d'une façon générale dans les figures 1.2 et 1.3 le principe de décomposition et de reconstruction dans le cas de transformée 2-D [13].

La décomposition en ondelettes d'une image ($N \times N$) se déroule donc de la manière suivante :

- Dans un premier temps, chaque colonne de l'image 2-D est décomposée en utilisant verticalement les filtres 1-D. Cela produit deux images ($N \times N/2$), l'une correspondant aux basses fréquences verticales, l'autre aux hautes fréquences verticales.
- Dans un second temps, les mêmes filtres 1-D sont appliqués aux lignes des ces deux images. Chacune d'elle décomposée en deux nouvelles images ($N/2 \times N/2$), l'une correspondant aux basse fréquences horizontales, l'autre aux hautes fréquences horizontales.

Au total, quatre images (LL, HL, LH, HH) sont donc générées à chaque niveau de décomposition. La décomposition suivante effectue le même processus sur LL, correspondant aux basses fréquences horizontales et verticales.

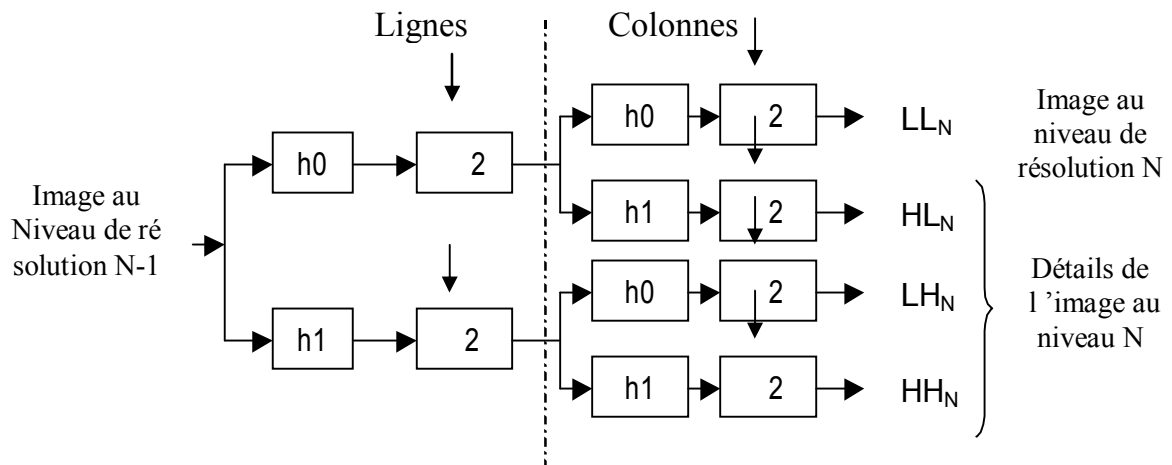


Figure 1.2 : Banc de filtres d'analyse pour la transformée en Ondelettes

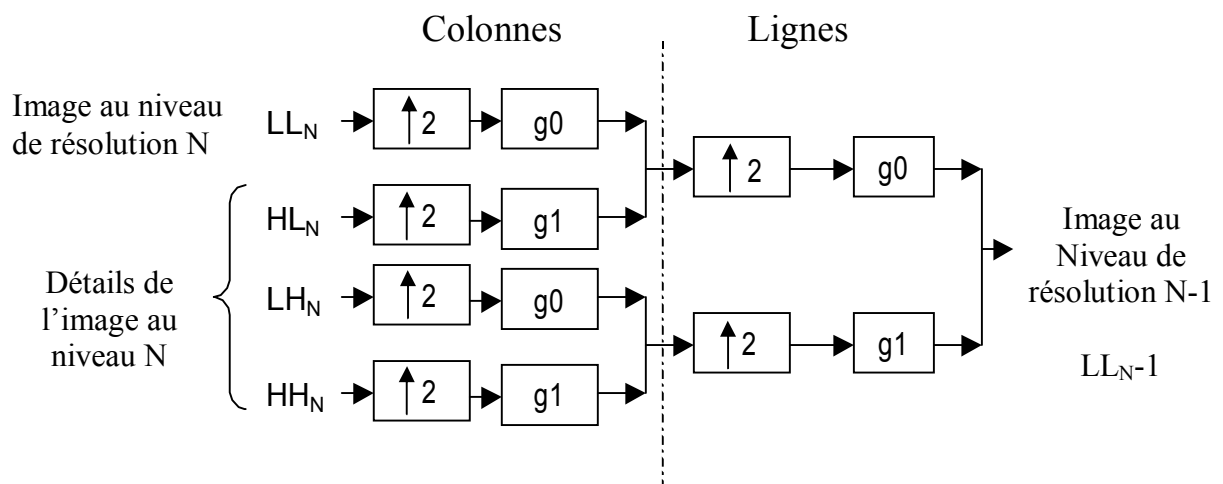


Figure 1.3 : Transformée en ondelettes inverse

I.4 Théorie du schéma lifting

Avec le schéma lifting, qui se présente comme un outil efficace pour la construction et l'implémentation de transformées en ondelettes, apparaît les ondelettes dites de «seconde génération», nous allons donc décrire le lifting comme une générale et flexible technique.

À l'origine, le but du schéma lifting, introduit par Sweldens [49], était de proposer un procédé de construction d'ondelettes biorthogonales dont les moments s'annulent pour des ordres de plus en plus élevés : “un ascenseur” (lift) vers de hauts moments nuls. C'est

une alternative intéressante au schéma de filtrage convolutif classique de la transformée, car elle est beaucoup moins complexe. En effet, le nombre d'opérations est divisé par un rapport allant jusqu'à deux en comparaison avec un schéma classique.

Parmi les avantages du lifting on peut citer :

- La possibilité de mettre en points des transformées en ondelettes sans passer par le domaine de fourrier
- Obtenir une complexité de calcul moindre et une implémentation plus simple et efficace.
- La possibilité de mettre en œuvre la transformée inverse, par contre dans le cas des ondelettes classiques il n'est pas évident que les filtres de synthèse soit exactement l'inverse des filtres d'analyse.

Le schéma lifting [6, 7, 20, 47, 49] s'effectue en trois étapes présentée dans la figure 1.4:

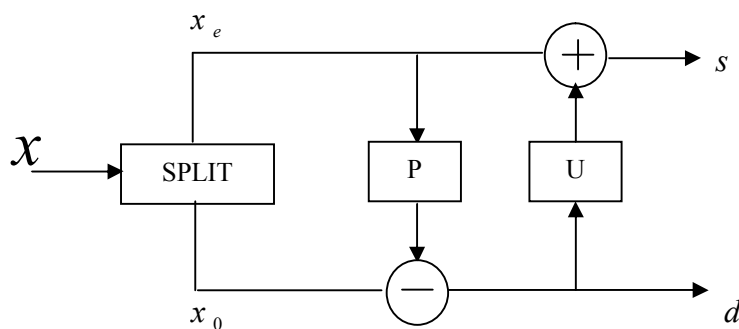


Figure 1.4. Principe du schéma lifting

1. Transformée polyphasée : Son mécanisme est simple .elle prend un signal en entrée, qu'elle le sépare en deux composantes polyphasés, les composantes pair et impair. Plus exactement, l'application de la transformée polyphasée au signal original x va la partitionner en deux sous-ensembles disjoints : x_e (l'ensemble des échantillons appartenant à x d'indice pair) et x_0 (l'ensemble des échantillons appartenant à x d'indice impair).cette séparation est aussi appelée "*Lazy Wavelet Transform*" ;

$$\text{Transformée polyphasé : } x \rightarrow (x_e, x_0)$$

2. Opération de prédiction : La plupart des signaux en imagerie présentent une structure de corrélation locale à la fois dans les domaines spatial et fréquentiel. En d'autres termes, les échantillons où les fréquences d'un même voisinage seront fortement corrélés tandis que les échantillons où les fréquences n'appartenant pas au même voisinage ne présenteront qu'un faible taux de corrélation. Si le signal x présente une telle structure, alors les deux sous-signaux x_e et x_0 seront fortement corrélés. Il en résulte la possibilité de prédire x_0 à partir de x_e . un opérateur P est appliquée au sous ensemble x_e afin de prédire x_0 . La différence d , entre x_0 et sa prédiction, constitue le détail du signal, autrement dit les coefficients d'ondelettes.

$$d = x_0 - P(x_e)$$

L'opération qui consiste à calculer la prédiction et mettre en mémoire le détail constitue Un pas lifting dual.

Ainsi la deuxième étape du schéma lifting nous ramène à :

$$\text{Pas lifting dual : } (x_e, x_0) \rightarrow (x_e, d)$$

3. Opération de mise à jour : Cette dernière étape est nécessaire afin d'acquérir une représentation basse fréquence du signal plus adéquate, et conserver certaines propriétés globales du signal original. Nous disposant de deux sous-ensembles : x_e et d . l'ensemble d obtenu par une opération assimilable à un filtrage passe haut plus un sous-échantillonnage. L'ensemble x_e est obtenu par un simple sous-échantillonnage ; ce signal s'étale sur toute la bande fréquentielle du signal original. Les conditions de shannon ne sont pas respectées, d'où la nécessité d'une troisième étape afin d'acquérir un représentation adéquate du signal basse fréquence : l'application d'un opérateur de mise à jour sur le signal détail. [52]

$$s = x_e + U(d)$$

Cette deuxième étape s'appelle un pas lifting.

$$\text{Pas lifting : } (x_e, d) \rightarrow (s, d)$$

I.4.1 Propriétés du schéma lifting

Calcul plus rapide : Le lifting permet d'exécuter les calculs sur place. En d'autres termes, le signal de sortie est codé sur le même emplacement mémoire que le signal d'entrée. Cette méthode permet de faire une économie importante au niveau de la mémoire.

Efficacité : Dans la plupart des cas le nombre d'opération est réduit par rapport à un filtrage indépendant des deux sous-bandes. En effet, le lifting calcule simultanément les bandes basse haute fréquences.

Réversible : La réalisation du schéma lifting inverse est triviale. Il s'obtient en inversant l'ordre des opérations et en les défaisant.

Généralité : La transformée est mise en œuvre sans la moindre référence au domaine de Fourier. L'extension du schéma à d'autres cadres d'applications en est extrêmement facilitée. [18]

I.4.2 Exemples linéaires

Ondelettes biorthogonales 5/3

La structure en lifting de la transformation en ondelette 5/3 correspond intuitivement à la prédiction d'un échantillon pair par la moyenne de ces voisins et au rehaussement des échantillons impairs afin de préserver la moyenne courante du signal. Plus précisément, elle s'exprime par les relations suivantes :

$$h_k = x_{2k+1} - \frac{1}{2}(x_{2k} + x_{2(k+1)})$$

Pour faire la mise à jour en se servant des deux voisins là aussi, cela impose de prendre

$$l_k = x_{2k} + \frac{1}{4}(h_k + h_{k+1})$$

Là encore, cela équivaut à faire

$$h_k = x_{2k+1} - \frac{1}{2}(x_{2k} + x_{2(k+1)})$$

$$l_k = \frac{3}{4}x_{2k} + \frac{1}{4}(x_{2k-1} + x_{2k+1}) - \frac{1}{8}(x_{2k-2} + x_{2k+2})$$

Ce qui correspond aux ondelettes bi-orthogonales 5/3.

I.4.3 Conception d'ondelettes non-linéaires

Une des principales motivations pour créer ces ondelettes de seconde génération est, comme nous l'avons signalé auparavant, soit de pouvoir nous adapter à des contraintes

particulières, en terme d'espace de départ, ou d'espace d'arrivée - c'est le cas des ondelettes entières ou des ondelettes sur un intervalle - soit d'obtenir des ondelettes fondamentalement non-linéaires, dans la conception même des opérateurs de mise à jour et de prédiction.

I.4.3.1. Ondelettes entières

Une des difficultés des ondelettes est la difficulté d'en créer qui puissent conserver la nature entière des données, en particulier en vue de la compression sans perte.

Un des avantages du lifting est q'il existe une version entière du schéma .la version Entière utilise un opérateur d'arrondi qui permet de projeter une variable réelle sur un ensemble d'échantillons définis dans le domaine des entiers relatifs \mathbf{Z} .le schéma lifting sur les entiers est défini, par l'ensemble des équations :

$$\begin{cases} s^{(l)} = s^{(l-1)} - \left[U^l * d^{(l-1)} + \frac{1}{2} \right] \\ d^{(l)} = d^{(l-1)} - \left[P^l * s^l + \frac{1}{2} \right] \end{cases}$$

Pour l allant de 1 à L .

Avec

L : désigne le nombre de pas lifting.

Un des grands intérêts qu'offre cette opération est que le schéma reste réversible. Par conséquent, le schéma lifting sur les entiers est une transformée à reconstruction parfaite, qui traite des entiers et retourne des entiers .Ce type de transformée offre un intérêt notable au sein d'une chaîne de compression sans perte, et le filtrage par le lifting sur les entiers est non linéaire, même si les filtres P et U le sont. [18]

Le lifting n'est pas la seule transformée permettant de mettre au point une transformation inversible définie sur les entiers.

I.4.4 Correspondance entre schéma lifting et transformée en ondelettes première génération

Daubechies et sweldens ont établi la correspondance entre la transformée en ondelettes et le schéma lifting.

La première étape est l'application de la transformée polyphasée des deux bandes aux deux filtres de synthèse \tilde{h} et \tilde{g} .

La représentation polyphasée de \tilde{h} est donnée par :

$$\tilde{h}(z) = \tilde{h}_e(z^2) + z^{-1}\tilde{h}_o(z^2)$$

Avec

$$\tilde{h}_e(z) = \sum_{k=k_1}^{k_2} \tilde{h}_{2k}(z).z^{-k} \quad \text{Et} \quad \tilde{h}_o(z) = \sum_{k=l_1}^{l_2} \tilde{h}_{2k+1}(z).z^{-k}$$

k_1, k_2, l_1, l_2 étant les degrés maximum et minimum de \tilde{h}_e et \tilde{h}_o , donnés par \tilde{h} .

De même pour \tilde{g} on a :

$$\tilde{g}(z) = \tilde{g}_e(z^2) + z^{-1}\tilde{g}_o(z^2)$$

Avec

$$\tilde{g}_e(z) = \sum_{k=k_1}^{k_2} \tilde{g}_{2k}(z).z^{-k} \quad \text{Et} \quad \tilde{g}_o(z) = \sum_{k=l_1}^{l_2} \tilde{g}_{2k+1}(z).z^{-k}$$

Les représentations polyphasées de \tilde{h} et \tilde{g} nous permettent d'écrire la matrice polyphasée \tilde{p} sous la forme :

$$\tilde{P}(z) = \begin{bmatrix} \tilde{h}_e(z) & \tilde{g}_e(z) \\ \tilde{h}_o(z) & \tilde{g}_o(z) \end{bmatrix}$$

La représentation polyphasée (figure 1.5) de la transformée en ondelettes est obtenue par un sous-échantillonnage en éléments d'indices pair et impair, puis par l'application de la matrice polyphasée.

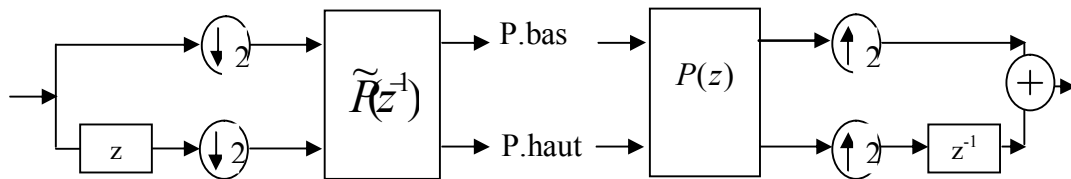


Figure 1.5 : Représentation polyphasée

Pour la reconstruction, nous appliquons la matrice polyphasée \tilde{p} puis, nous réunissons les éléments d'indices pair et impair. La propriété de reconstruction parfaite devient alors :

$$p(z)\tilde{p}^T(z^{-1}) = I$$

Soit

$$\begin{aligned} h_e(z) &= \tilde{g}_0(z^{-1}) & h_0(z) &= -\tilde{g}_e(z^{-1}) \\ g_e(z) &= -\tilde{h}_0(z^{-1}) & g_0(z) &= \tilde{h}_e(z^{-1}) \end{aligned}$$

La factorisation de la matrice polyphasée \tilde{p}^T conduit à une implémentation en schéma lifting des filtres h et g . les transformées en z des filtres polyphasés sont des polynômes de Laurent et n'appartiennent pas à un espace euclidien. La matrice polyphasée se factorise par l'application sur \tilde{h}_e et \tilde{h}_0 d'un algorithme « d'Euclide » étendu aux polynômes de Laurent.

$$\begin{pmatrix} \tilde{h}_e(z) \\ \tilde{h}_0(z) \end{pmatrix} = \prod_{i=0}^{M-1} \begin{pmatrix} q_i(z) & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K \\ 0 \end{pmatrix} = \prod_{i=1}^{L-1} \begin{pmatrix} 1 & q_{2i-1}(z) \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ q_{2i}(z) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.25)$$

Les polynômes q_i , pour tout $i \in \{1, \dots, M-1\}$, sont les quotients successifs de la division, $(M-1)$ le nombre de divisions obtenues, $L-1 = \left\lfloor \frac{M-1}{2} \right\rfloor$ et K et le dernier reste non nul. En se basant sur la décomposition de h , Le filtre complémentaire g^0 vérifiant :

$$\tilde{p}^0(z) = \prod_{i=1}^{L-1} \begin{pmatrix} 1 & q_{2i-1}(z) \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ q_{2i}(z) & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} K & 0 \\ 0 & 1/K \end{pmatrix}$$

Alors il existe un filtre s vérifiant :

$$\tilde{p}(z) = \tilde{p}^0(z) \times \begin{pmatrix} 1 & s(z) \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.26)$$

L'identification des termes de l'égalité (1.26) permet de trouver la fonction s , qui correspond à un pas lifting supplémentaire. Les matrices triangulaires supérieures représentent les pas "lifting", tandis que les triangulaires inférieures représentent les pas "lifting" duaux.

Posons:

$$\begin{aligned} u^{(i)}(z) &= q_{2i-1}(z) & p^{(i)}(z) &= q_{2i}(z) & \forall i \in \{1, \dots, L-1\} \\ u^{(L)}(z) &= K^2 s(z) & p^{(L)}(z) &= 0 \end{aligned} \quad (1.27)$$

Le schéma lifting inverse se déduit des équations (1.27) et est déterminé par :

$$\tilde{p}(z) = \prod_{i=1}^L \begin{pmatrix} 1 & u^{(i)}(z) \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ p^{(i)}(z) & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} K & 0 \\ 0 & 1/K \end{pmatrix}$$

Le schéma lifting est donné par la transposée de la matrice duale de \tilde{p} :

$$p^T(z^{-1}) = \begin{pmatrix} 1/K & 0 \\ 0 & K \end{pmatrix} \times \prod_{i=0}^{L-1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -p^{(L-i)}(z) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -u^{(L-1)}(z) \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

I.5 Deuxième génération

Les ondelettes de première génération sont un outil puissant et les domaines d'application sont nombreux. Néanmoins elles sont formulées dans le moule d'une analyse multirésolution, bien adapté dans un cadre théorique d'analyse fonctionnelle (bases inconditionnelles d'espaces fonctionnels, caractérisation d'espaces fonctionnels basée sur les coefficients de détail, *etc.*) mais trop restrictif dans certaines applications pratiques. Ces limitations proviennent essentiellement de :

- l'invariance par translation (uniformité), qui rend difficile ou impossible la création d'ondelettes sur des domaines autres que la droite réelle, comme par exemple la sphère, ou même tout simplement un intervalle de R ;
- l'invariance par changement d'échelle, qui revient à utiliser les mêmes filtres à tous les niveaux (stationnarité).

La notion d'*ondelettes de seconde génération* a été introduite pour palier ces problèmes et étendre le domaine d'application des techniques multirésolution. On ne trouve pas de définition précise de ce que sont les ondelettes de deuxième génération, mais la caractéristique fondamentale est de ne plus supposer que les fonctions d'échelle soient issues d'une seule et même fonction mère.

I.5.1 Application des ondelettes de seconde génération

Il existe de nombreuses applications utilisant les ondelettes de seconde génération, comme par exemple la compression, le débruitage ou encore l'analyse mathématique. Une première application reconnue des ondelettes de seconde génération (de type géométrique), est dans la construction et la transmission progressive de grandes scènes virtuelles. Ainsi, l'application *Wavier* permet la visualisation de terrains virtuels, par mode de transmission scalable. Cette application est détaillée dans [3] et [4].

Gortler *et al.* [12] se sont penchés sur l'effet de la réflexion de la lumière sur les objets virtuels. Ce phénomène est appelé *radiosité* (traduction directe du terme anglais "Radiosity"). Autrement appelée illumination, le but recherché est d'obtenir une réflexion diffuse de la lumière et un effet glacé qui apporte du réalisme à la scène pour des objets virtuels. Les méthodes classiques de transport de la lumière approximent l'équation intégrale de la radiosité, en projetant la fonction inconnue dans une base composée d'un ensemble de n équations linéaires et à support limité. Cette opération engendre n équations linéaires où n est le nombre d'éléments discret de la scène. Ces méthodes nécessitent généralement la résolution de n^2 coefficients d'interaction. Afin de réduire ce nombre de coefficients, les efforts ont amené à augmenter l'ordre des fonctions de la base d'analyse, à utiliser les maillages ainsi qu'un modèle hiérarchique. Finalement, le nombre de coefficients d'interaction à calculer devient un équivalent en $O(n)$. Les auteurs proposent de projeter cette fonction de radiosité dans une base de fonctions d'ondelette, et introduisent également la base d'ondelettes "flatlet". [52]

I.5.2 Transformées dérivées des ondelettes

Plutôt que d'exploiter les dépendances dans la transformée en ondelettes avec des codeurs complexes, une autre approche consiste à en chercher les sources afin de les éliminer. La transformée en ondelettes est optimale pour la représentation de singularités ponctuelles. Malheureusement, dans les images, la plupart des singularités rencontrées sont des contours [8] et le schéma de transformée en ondelettes séparable n'est pas adapté à la représentation de ces contours. Les seules directions bien appréhendées sont les directions horizontales et verticales. Beaucoup de coefficients d'ondelettes de forte amplitude sont nécessaires à la représentation des contours obliques. Afin de représenter ces contours avec plus de parcimonie, de nouvelles transformées dérivées des ondelettes ont été proposés. Ont listé les propriétés recherchées :

1. *la multirésolution* ;
2. *la localisation* spatiale et fréquentielle des éléments de base ;
3. *l'échantillonnage critique* ;
4. *la multi-directionnalité* : les éléments de base doivent être orientés dans de multiples directions ;
5. *l'anisotropie* : les éléments de base doivent être plus ou moins allongés.

La transformée en ondelettes possède déjà les trois premières propriétés.

Les curvelettes

La première génération des curvelettes [8] est construite à partir d'une décomposition en sous-bandes de l'image, d'un partitionnement par blocs de ces sous-bandes avec une taille de bloc dépendant de la sous-bande, et de la transformée en ridgelettes [10] de ces blocs. La transformée en ridgelettes consiste en une transformée de Radon suivie d'une transformée en ondelettes 1D. La décomposition en sous-bandes et le partitionnement par blocs permettent la localisation fréquentielle et spatiale ainsi que la multirésolution et la transformée de Radon permet la multi-directionnalité. Les contours mis en évidence dans les sous-bandes hautes fréquences sont détectés dans toutes les directions par la transformée de Radon et représentés de façon parcimonieuse grâce à la transformée en ondelettes 1D.

La seconde génération des curvelettes [9] est définie directement à partir d'une fonction d'échelle φ et d'une forme d'onde γ .

Les contourlettes

A l'inverse des curvelettes, les contourlettes sont construites directement dans le domaine discret [14]. L'image est décomposée dans une pyramide Laplacienne qui permet l'analyse multirésolution. Ensuite, un banc de filtres directionnels est utilisé sur chacun des niveaux de la pyramide ce qui permet l'analyse multi-directionnelle. La pyramide Laplacienne introduit un facteur de redondance de 4/3.

Les bandelettes

Contrairement aux transformées en curvelettes et en contourlettes qui sont des transformées à bases fixes et qui ne dépendent donc pas de l'image, les transformées en bandelettes sont des transformées à bases adaptées [34, 26]. Elles nécessitent donc l'envoi d'une information supplémentaire pour signaler le choix qui a été fait.

Pour la première génération de la transformée en bandelettes l'image est d'abord divisée en régions contenant chacune un *flot géométrique* parallèle. Ces régions sont régulières le long des lignes de flot. Autour d'un contour, le flot est parallèle aux tangentes de la courbe du contour.

La seconde génération de bandelettes ne suit pas le même raisonnement. Cette nouvelle transformée en bandelettes est construite au-dessus d'une transformée en ondelettes 2D. L'objectif de ces bandelettes est d'exploiter les régularités géométriques le long des contours dans les sous-bandes de la transformée en ondelettes.

Pour cela, une approximation polynomiale est effectuée sur des bandes qui suivent la géométrie.

I.6 Conclusion

La transformation en ondelettes est un outil capable de donner une représentation multi-résolution d'un signal monodimensionnel, elle a connu un succès important dans des domaines d'application différentes comme par exemple le traitement de l'image et du signal, la compression et la transmission de données, les solutions numériques des équations différentielles et intégrales.... La raison de succès de la transformation en ondelettes c'est que pour une classe de fonctions, la majeure partie de l'information contenue dans la fonction est concentrée dans un petit nombre de coefficients d'ondelettes.

Dans le cas de signaux multidimensionnels comme les images, il est possible de construire des bases d'ondelettes séparables par produit tensoriel. Cependant, ces dernières possèdent un support carré indéformable et sont isotropes : pour ces raisons, elles ne peuvent pas représenter de manière optimale les régions d'une image comportant des contours ou des singularités locales. Afin de pallier à cet inconvénient, de nombreuses bases d'ondelettes anisotropes (Curvelets, Contourlets, Bandelettes, Ondelettes orientées...) ont alors été proposées pour permettre une représentation plus économique des images.

En parallèle, la découverte de la structure lifting a permis de construire simplement des transformées multirésolution, toujours inversibles et autorisant la mise en oeuvre d'opérateurs non-linéaires capables de saisir les singularités d'un signal. De plus, Le schéma lifting permet d'implémenter la transformée en ondelettes de manière plus efficace, en réduisant le nombre d'opérations arithmétiques. Le schéma lifting sert à mettre en oeuvre les transformées directe et inverse sans passer par le domaine de Fourier.

II.2 Etat de l'art des ondelettes adaptatives

Les décompositions en ondelettes adaptatives et non-linéaires capables d'appréhender la nature géométrique et directionnelle des images. Ces transformées sont basées sur des structures lifting où l'opérateur de mise à jour est modifié à chaque échantillon, selon une décision prise en fonction d'un gradient local calculé sur le signal d'entrée. Les décisions ne sont pas transmises dans le flux compressé et nous nous intéressons tout particulièrement à la détermination des conditions nécessaires et suffisantes pour que ces décisions soient reconstruites lors de la synthèse, permettant ainsi la reconstruction parfaite du signal original.

Les travaux de Piella, Heijmans et Pesquet-Popescu [46] sur lesquels sont basées nos décompositions. Les auteurs décrivent une structure lifting où l'opérateur de mise à jour est modifié à chaque échantillon en fonction d'une décision prise sur le signal d'entrée. Ces décisions sont prises par seuillage d'une seminorme calculée sur le gradient du signal d'entrée, conduisant ainsi à choisir entre deux filtres de mise à jour. Les auteurs montrent alors l'existence de conditions nécessaires et suffisantes liant la prise de décision et les filtres de mise à jour, et permettant la reconstruction parfaite. Bien que très attractive, cette transformée adaptative n'est cependant pas suffisamment flexible car elle n'autorise qu'un critère de décision *binnaire*. Dans un contexte géométrique 2D, on ne peut discriminer que deux événements géométriques comme un contour et une région homogène. Afin de pouvoir tenir compte de la richesse et de la variété des images, il est souhaitable de pouvoir utiliser plusieurs critères, laissant ainsi un choix multiple entre plusieurs filtres de mise à jour.

II.3 types d'adaptation possible

Le schéma lifting adaptatif est une version modifiée du lifting classique, l'adaptation consiste à choisir entre plusieurs filtres, suivant l'information locale du signal, il existe deux structures de lifting adaptatives: soit on commence par la prédiction puis la mise à jour, soit on procède par l'application de l'opérateur de mise à jour puis la prédiction voir la figure 2.1.

L'idée initiale serait d'écrire :

$$h = x_0 - P_{adap}(x_e) \quad (2.1)$$

$$l = x_e + U(h) \tag{2.2}$$

Où

$$P_{adap}(x_e)(n) = \sum x_e(k)F_n(n-k)$$

L'ordre de F_n dépendant de la régularité de x_e en n .

Réaliser ceci dans le cadre classique pas de prédiction puis pas de mise à jour est faisable, mais cela présente au moins deux inconvénients :

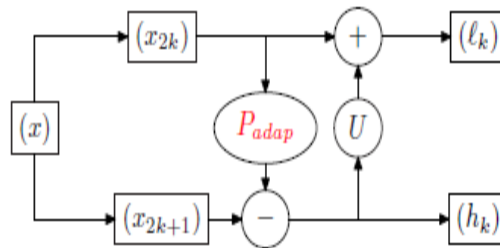


Fig. 2.1. Schéma de principe du lifting, avec étape de prédiction non-linéaire avant la mise à jour

Calyppole [60] à montrer que la structure de mise à jour avant la prédiction figure 2.2 est mieux adaptée afin d'éviter les problèmes de la stabilité et la synchronisation.

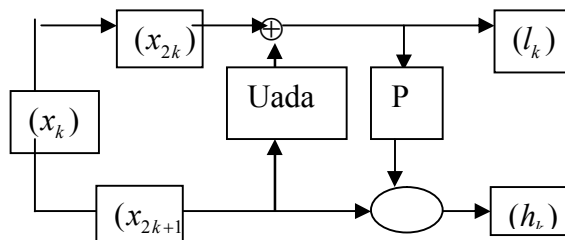


Fig. 2.2. Schéma de principe du lifting, avec étape de mise à jour en premier, puis avec une étape de prédiction non-linéaire.

II.4 Décomposition avec mise à jour adaptatif

D'après les travaux de Piella, Heijmans et Pesquet-Popescu la transformée en ondelettes adaptative sous forme lifting, inversible et basée sur une étape de mise à jour

adaptative et une étape de prédiction fixe présenté dans la figure 2.3 L'adaptabilité du schéma repose sur le choix entre différents filtres de mise à jour, dépendant de l'information locale fournie par les sous bandes d'entrée. Décrivons tout d'abord la structure générale de la décomposition.

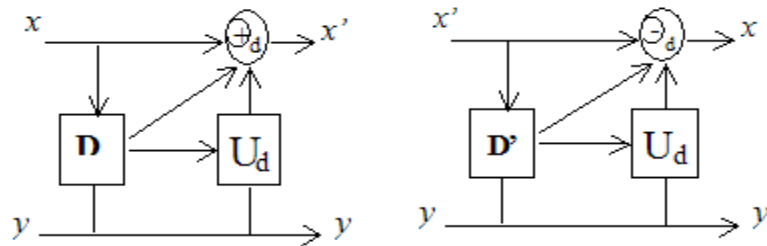


Fig.2.3. Structure du schéma lifting avec mise à jour adaptative.

II.4.1 Structure générale

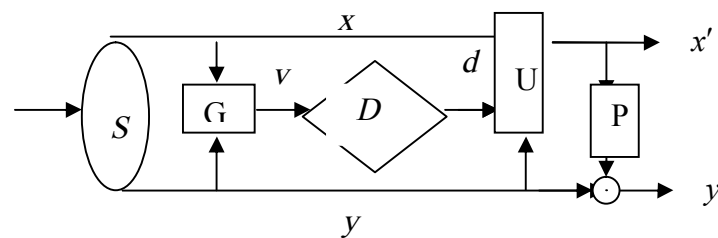


Fig.2.4 .schéma lifting avec mise à jour adaptatif

A partir de cette figure on peut constater que le schéma lifting avec mise à jour adaptatif contient les différentes opérations suivantes:

- Opération de partage S du signal d'entrée en différentes bandes (on assume que nous avons qu'une seule bande d'approximation x et le détail y :{ y peut être décomposé de plusieurs détails $y^{(1)}, \dots, y^{(k)}$; par contre l'illustration dans la figure montre qu'une seule bande détail.
- Opération d'estimation de la carte de décision D qui basée sur un vecteur gradient.
- Une étape de mise à jour adaptative, ou' l'adaptabilité apparaît à partir du dépendance de U dans la sortie d du carte de décision D.
- Une étape de prédiction P est fixe.

Dans ce cas le signal d'entrée $x^n : Z^d \rightarrow R$ est partagé en deux signaux x, y , où y peut comporter plus d'un sous-ensemble : $y^{(1)}, \dots, y^{(k)}$ avec la décomposition $x^0 \rightarrow (x, y)$ est inversible et qu'il est ainsi possible de reconstruire x^0 à partir de ses composantes (x et y).

Le vecteur gradient:

Soit :

$$y_j(n) = y^{p_j}(n + l_j) \text{ avec } j=1, \dots, N, \quad p_j \in \{1, \dots, k\} \text{ et } l_j \in L$$

$$N \leq k \cdot |L|$$

Ici :

$L \in Z^d$: Est une fenêtre centré autour de l'origine.

N : le nombre des éléments de la fenêtre L .

On peut noter que les p_j ne sont pas nécessairement différents.

Le vecteur gradient v aux composants v_j est donné par l'équation :

$$v_j(n) = x(n) - y_j(n) \quad \text{avec} \quad j=1, \dots, N$$

On introduit une autre notation

$$v(n) = G(x, y)(n) .$$

La carte de décision :

On considère que

$$D(v) = [p(v) > T] \quad \text{Avec} \quad D(v) \in \{0,1\}$$

p : désigne une seminorme.

Dans ce cas l'expression $[P]$ égale à un si le prédicat P est vrai est zéro s'il est faux.

L'étape de mise à jour :

La valeur de décision prise par D à la position n est représentée par

$$d_n = D(v(n)) \in \{0,1\}$$

$x'(n)$ est mis à jour selon la relation :

$$x'(n) = \alpha_{d_n} x(n) + \sum \beta_{d_n,j} y_j(n) \quad \text{Et} \quad \beta_{d_n,j} = \alpha_d \lambda_{d_n,j}$$

En effet on peut l'écrire par :

$$x'(n) = x(n) \oplus_{dn} U_{dn}(y)(n) = x(n) \oplus_{dn} U_{dn}(y^{(1)}, \dots, y^{(k)})(n)$$

On assume que

$\alpha_d \neq 0$ Pour les deux valeurs de décision $d = \{0, 1\}$ et $\mu_{0,j} \neq \mu_{1,j}$ pour tous les $j \in \{1, \dots, N\}$.

Et peut être inversé $x'(n)$ dans le sens de reconstruire x si x', y, d sont données

$$x(n) = \frac{1}{\alpha_{d_n}} (x'(n) - \sum \beta_{d_n,j} y_j(n)) = x'(n) \ominus_{dn} U_{dn}(y)(n)$$

L'étape de prédiction: de la même façon la prédiction utilise x pour modifier y :

$$y'(n) = p(y/x)(n)$$

P : désigne l'opérateur de prédiction.

La prédiction P est inversible, et on peut récupérer y à partir de x, y'

$$y(n) = p^{-1}(y'/x)(n)$$

II. 4.2 La condition d'adaptation pour la seminorme

Afin d'avoir un schéma lifting adaptatif, une condition nécessaire que doit satisfaire la seminorme

$$p(u) > 0 \tag{2.3}$$

Ou

$$u = (1, \dots, 1)^T \text{ vecteur de longueur } N$$

II.4.2.1 Définition d'une seminorme

On appelle seminorme Toute fonction $p : R^N \rightarrow R^+$ vérifiant les propriétés suivantes :

(i) $\forall \lambda \in R, \forall v \in R^N, p(\lambda v) = |\lambda| p(v)$

(ii) $\forall v_1, v_2 \in R^N \quad p(v_1+v_2) \leq p(v_1)+p(v_2)$

Remarque:

Une seminorme qui ne vérifie pas la condition : $p(v) = 0 \Rightarrow v = 0$ est donc plus faible qu'une norme. Rappelons que chaque semi norme est une norme et l'inverse n'est pas vrai.

Une large classe de semi normes dans R^N est données par

$$p(v) = \left(\sum_{i=1}^I |a_i^T v|^q \right)^{1/q} \tag{2.4}$$

Ou

$$a_i \in R^N, i=1, \dots, I. \text{ et } q \geq 1$$

Par exemple $q=1$ et $I=1$, on obtiendra la seminorme pondérée

$$p(v) = |a^T v|$$

On définit à partir de l'équation (2.4) pour $q=2$ et $I=1$, le semi norme quadratique

$$p(v) = (v^T M v)^{1/2} \tag{2.5}$$

Ou M est une matrice symétrique et semi définit positive; M peut être écrite sous la forme

$$M = \sum_{i=1}^N \lambda_i u_i u_i^T, \lambda_i \geq 0,$$

$\{\lambda_i \mid 1 \leq i \leq N\}$ sont les valeurs propres de la matrice M

$\{u_i \mid 1 \leq i \leq N\}$ les vecteurs propres orthogonaux de M

P s'écrit alors :

$$p(v) = \left| v^T \left(\sum_{i=1}^N \lambda_i u_i u_i^T \right) v \right|^{1/2} = \left(\sum_{i=1}^N \lambda_i |u_i^T v|^2 \right)^{1/2}$$

Dans notre schéma de lifting adaptatif, supposons que les décisions soient prises par seuillage d'une seminorme :

$$D(v(n)) = [p(v(n)) > T]$$

Où $[P]$: vaut 1 si le prédicat P est vrai et 0 sinon, p est une seminorme, $T \in R^+$ une valeur du seuil.

On définit \oplus_d comme suit

$$x \oplus_d u = \alpha_d(x + u) \quad \alpha_d \neq 0$$

Le filtre de mise à jour est donnée par

$$U_d(y)(n) = \sum_{j=1}^N \lambda_{d,j} y_j(n) \quad j = 1, \dots, N$$

On notera que le filtre de mise à jour est linéaire de longueur N et les coefficients $\lambda_{d,j}$ dépendent de la valeur de la décision d_n . Alors l'échantillon $x'(n)$ est mis à jour selon la relation

$$x'(n) = \alpha_{d_n} x(n) + \sum \beta_{d_n,j} y_j(n) \quad \text{et} \quad \beta_{d_n,j} = \alpha_{d_n} \lambda_{d_n,j} \tag{2.6}$$

Et peut être inversé par l'équation

$$x(n) = \frac{1}{\alpha_{d_n}} (x'(n) - \sum \beta_{d_n,j} y_j(n)) = x'(n) \ominus_{d_n} U_{d_n}(y)(n) \tag{2.7}$$

$x(n)$ n'existe pas à l'étape de synthèse, d'où il est n'est pas toujours possible d'avoir d_n à partir de $x'(n)$ et $y_j(n)$, la condition de reconstruction parfaite nous offre cette possibilité.

On définit alors le paramètre k_d comme suit

$$k_d = \alpha_d + \sum_{j=1}^N \beta_{d,j} \quad d=0,1$$

Avec $\alpha_d \neq 0$ pour les deux valeurs de décision $d = \{0, 1\}$ et $\mu_{0,j} \neq \mu_{1,j}$ pour tous les $j \in \{1, \dots, N\}$.

Proposition 1: on assume que la seminorme P satisfait la condition d'adaptation (2.5), une condition nécessaire qu'on doit satisfaire pour la reconstruction parfaite, est :

$$k_0 = k_1$$

On prendra par la suite $k_0 = k_1 = 1$ afin de normaliser les coefficients du filtre de mise à jour

Il est alors simple de montrer que le vecteur gradient mis en jeu durant la synthèse, de composantes $v'(n) \in R^N$ est lié à $v(n)$ par la relation linéaire suivante $v'(n) = A_d v(n)$ tel que

$$v'_j(n) = x'(n) - y_j(n) \text{ pour } j = 1, \dots, N \tag{2.8}$$

Où $A_d = I - u\beta_d^T$, I désigne la matrice identité de taille $N \times N$, $u = (1, \dots, 1)^T$ et

$\beta_d = (\beta_{d,1}, \dots, \beta_{d,N})^T$ sont des vecteurs de taille N .

Le filtre de mise à jour adaptatif est alors décrit par

$$\begin{cases} v' = A_d v \\ d = [p(v) > T] \end{cases} \tag{2.9}$$

Notons que le déterminant de la matrice A_d vaut $\det(A_d) = \alpha_d$. Notre hypothèse $\alpha_d \neq 0$ rend donc la matrice A_d inversible. On peut montrer alors que $A_d^{-1} = I - u\beta_d'^T$ où $\beta_d' = -\beta_d / \alpha_d$

Considérons l'étape de mise à jour adaptative décrite par l'équation (2.9). Si $p(v) \leq T$ à l'analyse alors la décision vaut $d = 0$ et $v' = A_0 v$. Par contre, si $p(v) > T$ alors $d = 1$ et $v' = A_1 v$. Pour assurer une reconstruction parfaite du signal original, il est nécessaire de reconstruire la décision d à partir du vecteur gradient v' durant la synthèse. Nous nous restreignons ici au cas où la décision d peut être reconstruite par seuillage de la seminorme $p(v')$, c'est à dire dans le cas

$$d = [p(v) > T] = [p(v') > T']$$

Pour une valeur de $T' > 0$. Nous formalisons cette condition dans le critère suivant.

II.4.2.2 Critère de seuil TC. Soit un seuil $T > 0$, alors il existe un seuil (probablement différent) $T' > 0$ tel que :

$$\begin{cases} \text{Si } p(v) \leq T \text{ alors } p(A_0 v) \leq T \\ \text{Si } p(v) > T \text{ alors } p(A_1 v) > T \end{cases}$$

Proposition 2:

On sait que le critère de seuil (*Threshold Criterion*) TC garantit la propriété de reconstruction parfaite. L'algorithme de reconstruction est décomposé des étapes suivantes

- 1- on calcule v' à partir de l'équation (2.8)
- 2- si $p(v') \leq T'$ alors $d=0$ sinon $d=1$
- 3- on calcule x à partir de l'équation (2.7)

Avant d'introduire de nouveaux critères de décisions, nous allons donner quelques définitions et propriétés qui seront utiles dans la suite.

Soit V un espace vectoriel muni de la seminorme p . Pour un opérateur linéaire $A: V \rightarrow V$ on définit la *seminorme opérateur* $p(A)$ et la *seminorme opérateur inverse* $p^{-1}(A)$ par :

$$p(A) = \sup\{p(Av) \mid v \in V \text{ et } p(v) = 1\}$$

$$p^{-1}(A) = \sup\{p(v) \mid v \in V \text{ et } p(Av) = 1\}$$

Dans la dernière expression, on utilise la convention $p^{-1}(A) = \infty$ si $p(Av) = 0$ pour tout $v \in V$, si p n'est pas l'opérateur nul. Dans ce dernier cas que nous ne considérerons pas dans la suite, les seminormes $p(A)$ et $p^{-1}(A)$ sont toutes les deux nulles. Hormis ce cas, on a donc toujours $p^{-1}(A) > 0$. Notons qu'il n'est pas possible d'avoir $p(A) = 0$. En effet si $p(A) = 0$, nous avons alors pour tout $v \in V$, $p(Av) = 0$. Cela signifie donc que pour tout opérateur A inversible et pour tout $v \in V$, $p(v) = 0$, ce qui est en contradiction avec l'hypothèse selon laquelle p n'est pas l'opérateur identiquement nul.

Proposition 3 Soit V un espace de Hilbert, une seminorme p définie dans V et $A: V \rightarrow V$ un opérateur linéaire borné. Si $p(A) < \infty$

Alors

$$p(Av) \leq p(A)p(v) \text{ Pour tout } v \in V$$

Preuve. Cette propriété découle directement de la définition de la seminorme opérateur quand $p(v) \neq 0$. Dans le cas $p(v) = 0$, on montre que l'inégalité $p(A) < \infty$ est équivalente à l'implication $p(v) = 0 \Rightarrow p(Av) = 0$

II.5 mise à jour adaptatif non séparable

Nous présentons une décomposition à 2D avec mise à jour adaptative basée sur 4 composants polyphasés.

On considère le voisinage (cas 2D) présenté par la figure 2.5.

$y_6(n)$	$y_5(n)$	$y_5(n)$
$y_3(n)$	$x(n)$	$y_1(n)$
$y_7(n)$	$y_4(n)$	$y_8(n)$

Figure 2.5 Indexation des échantillons dans une fenêtre 3×3 centrée sur $x(n)$

En considérant une structure d'analyse polyphasée utilisant une étape de mise à jour adaptative et suivie de trois étapes de prédiction, comme illustré par la figure 2.6

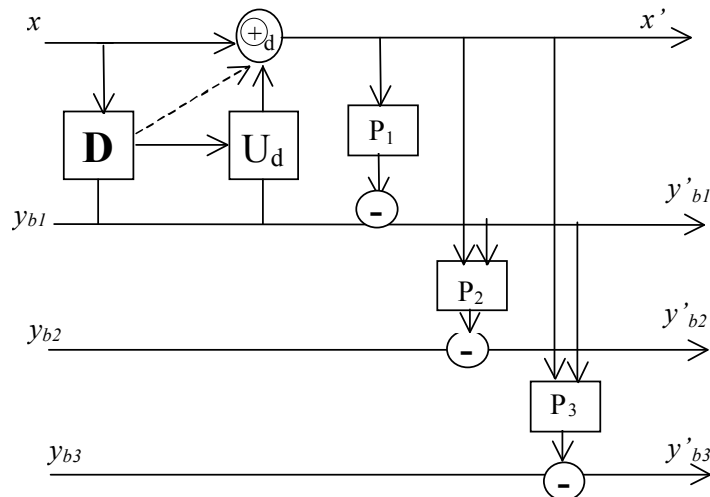


Fig.2.6 structure lifting à une étape de mise à jour adaptative et trois étapes de prédiction

Avant d'être décomposé, l'image d'entrée x_0 est préalablement scindée en composantes polyphasées x , y_n , y_v et y_d tels que

$$\begin{cases} x(m,n) = x_0(2m,2n) \\ y_h(m,n) = x_0(2m,2n+1) \\ y_v(m,n) = x_0(2m+1,2n) \\ y_d(m,n) = x_0(2m+1,2n+1) \end{cases}$$

L'image x' est la sous-bande d'approximation et y'_h , y'_v , y'_d sont les sous bandes de détail horizontal, vertical et diagonal respectivement tels que :

$$\begin{aligned} y'_{b_1} &= y_{b_1} - (x'(n+1,m) + x'(n))/2 \\ y'_{b_2} &= y_{b_2} - (x'(n,m+1) + x'(n))/2 \\ y'_{b_3} &= y_{b_3} - (x'(n+1,m+1) + x'(n))/2 - y'_{b_1}(n) - y_{b_2}(n) \end{aligned}$$

II.5.1 Exemples

Exemple 1

Soit la seminorme $p(v) = |a^T v| = \left| \sum_{j=1}^8 a_j v_j \right|$

La condition d'adaptation est garantie par proposition 3.2.1

Ou choisi

$$\beta_d = \gamma_d a$$

$$\left| 1 - \gamma_0 \sum_{j=1}^8 a_j \right| \leq \left| 1 - \gamma_1 \sum_{j=1}^8 a_j \right|$$

$p(v) = |x - y_h - y_v + y_d|$ sert à décrire la dérivée de premier ordre dans les deux directions horizontales et verticales. Ou doit alors choisir $a_1 = a_4 = 1$, $a_8 = -1$ et $a_j = 0$ pour les autres coefficients. Afin de calculer la dérivée deuxième (avec le respect de tout les directions) On prend $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = 1$ et $a_5 = a_6 = a_7 = a_8 = -1/2$

On doit choisir γ_0 et γ_1 tel que $|1 - 2\gamma_0| \leq |1 - 2\gamma_1|$ ou $\sum_{j=1}^8 a_j = 2$

On prendra alors $a = (1, 1, 1, 1, -1/2, -1/2, -1/2, -1/2)^T$ $\gamma_0 = 1/4$ $\gamma_1 = 0$

Ceci veut dire que pour les régions homogènes $d=0$ x' est une moyenne pondérée de x et ces huit voisins. Par contre dans le cas des contours $d=1$, on ne réalise aucune opération de filtrage (c'est-à-dire $x'=x$)

Exemple 2 : la seminorme quadratique

On considère le cas où p s'écrit de la forme $p(v) = (v^T M v)^T \quad v \in R$

Où M : une matrice symétrique semi définie positive de dimension $N \times N$.

Soit P_2 la norme quadratique $p_2(v) = (v_1^2 + \dots + v_N^2)^{1/2}$ et soit la matrice $A = I - u\beta^T$ où $u, \beta \in R^N$

a). si u, β sont colinéaire alors $p_2(A) = \|A\| = \text{Max}(1, |\alpha|)$ où $\alpha = 1 - \beta^T u$

b). si u, β sont colinéaire alors $p_2(A) > 1$

Soit: $P = P_2$ la norme euclidienne alors le seuillage est réalisé si et seulement, si u, β_0, β_1 , sont colinéaire et $|\alpha_0| \leq 1 \leq |\alpha_1|$

On considère au premier lieu $M = \Lambda$ est une matrice diagonale où les valeur propres sont strictement positives, et on a affaire à la norme euclidienne alors on doit respecter les conditions suivantes

$$|1 - \mu_0(\lambda_1 + \dots + \lambda_N)| \leq 1 \leq |1 - \mu_1(\lambda_1 + \dots + \lambda_N)|$$

$$D'où \mu_d = \frac{\sum \lambda_j}{\sum \lambda_j^2 + (\sum \lambda_j)^2}$$

considère la seminorme

$$p(v) = \left(\sum_{j=1}^4 |v_j|^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=5}^8 |v_j|^2 \right)^{1/2}$$

$M = \text{diag}(1, 1, 1, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ on pourra trouver le seul ou choisissant

$$\beta_d = \mu_0(1, 1, 1, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})^T \quad \mu_0 = \frac{6}{4} \quad \mu_1 = 0$$

II.6 schéma lifting adaptatif non linéaire à trois étapes

II.6.1 Cas 1D

Principe:

On considère le schéma lifting illustré par la figure 2.7

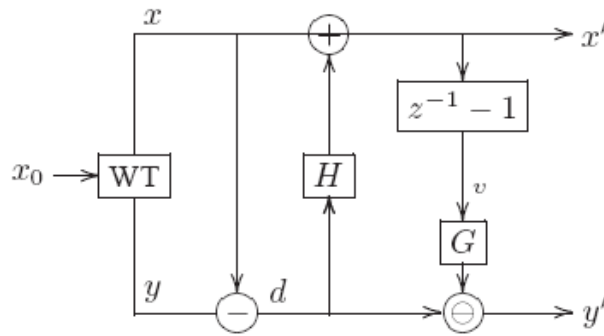


Fig. 2.7 Les trois étapes du Schéma lifting (analyse)

Ici :

WT: représente lazy wavelete transform, $x(n) = x_0(2n)$, $y(n) = x_0(2n - 1)$, et H, G sont des opérateurs de seuillage défini sur tout $u \in R$ par :

$$H(u) = \begin{cases} 1/2 u & \text{si } |u| < T \\ \alpha T / 2 \text{sign}(u) & \text{si non} \end{cases}$$

$$G(u) = \begin{cases} u & \text{si } |u| > T' \\ \alpha' T' & \text{sinon} \end{cases}$$

Avec

T, T' : Sont des seuils à valeurs positifs.

$\alpha, \alpha' \in \{0, 1\}$: Deux constantes qui déterminent le type de seuillage.

Le signal d'approximation x' est donnée par :

$$x'(n) = x(n) + H(d(n))$$

Où

$$d(n) = y(n) - x(n)$$

Le raisonnement derrière cette procédure est la suivante. Dans les régions où le signal x_0 est localement lisse, le signal d (qui peut être considéré comme un gradient local de x_0) sera des amplitudes faible et le signal x sera calculé comme une combinaison linéaire des composantes polyphasées x et y . Au contraire, près de discontinuités le signal d prend grandes valeurs et d'où x est légèrement modifiées afin de prévenir lisser les bords.

Comme indiqué dans la Fig. 2.7 Le signal détail y est obtenu par l'étape de prédiction non-additive de lifting. Noter que la norme soustraction a été remplacée par un l'opérateur non-linéaire défini comme

$$t\Theta u = \frac{t}{\beta + |u|}, \beta \geq 1$$

Pour $t, u \in R$, le signal détail y' est donné par :

$$y'(n) = \frac{d(n)}{\beta + |G(v(n))|}$$

Où

$$v(n) = x'(n-1) - x'(n).$$

Ici, $v(n)$ peut être considéré comme une estimation de $d(n)$.

II.6.2 Cas 2D

Analyse

Le principe d'analyse à 2D est le même que 1D c'est à dire au lieux de rentré un signale en rentre une image .

L'opération d'analyse ou l'image originale à l'entrée se décompose en deux images de taille $(N \times N/2)$ l'un pair et l'autre impaire c'est ce que n'appelle la fonction polyphasée. Après en fais le filtrage par ligne de ses deux images ensuite les images obtenues sera filtrés par colonne et le résultats sera quatre images de même taille $(N/4 \times N/4)$ Présente l'image approximée et les trois autres sera les images de détail horizontal, verticale et diagonale.

Synthèse

L'opération de synthèse est l'inverse de l'analyse c'est-à-dire on présente à l'entrées les quatre images d'approximée et les détails, le premier filtrage sera sur les colonnes ensuite les deux images résultantes seront filtrées par ligne on obtiendra une image synthétisée, à la même taille que l'image originale comme illustré dans la figure

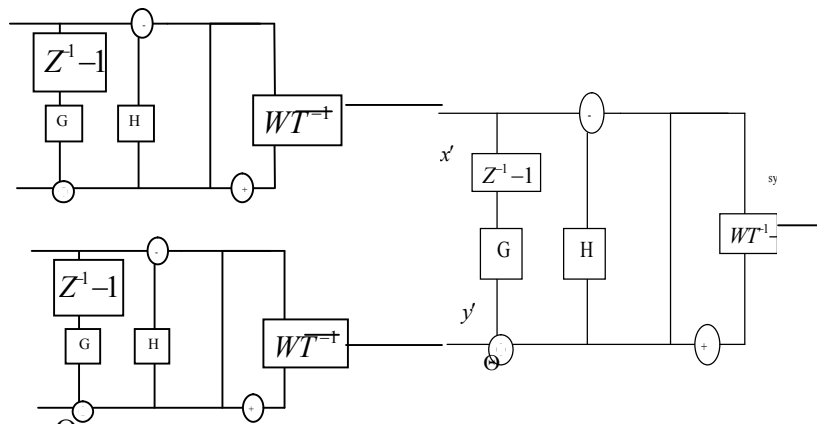


Fig. 2.8 L'opération de synthèse à 2D(à trois étapes du schéma lifting)

es trois étapes du Schéma lifting à la synthèse seront illustrées dans la figure

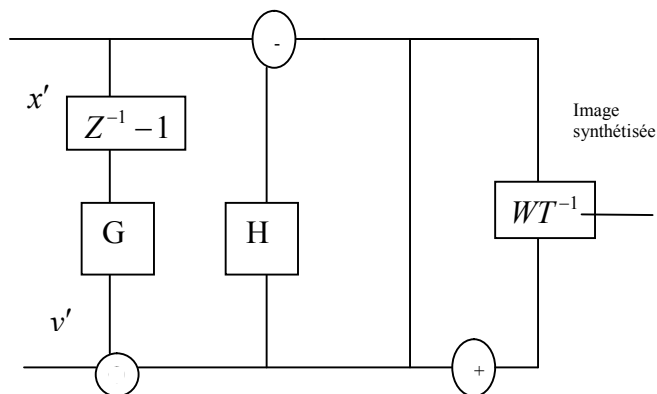


Fig. 2.9 Les trois étapes du Schéma lifting (synthèse)

Ici :

$$v(n) = x'(n-1) - x'(n).$$

$v(n)$ Considéré comme une estimation de $d(n)$.

Avec

$$d(n) = y'(n) / B + |G(v(n))|$$

II.7 Conclusion

Le schéma lifting adaptatif est une version modifiée du lifting classique, l'adaptation consiste à choisir entre plusieurs filtres, suivant l'information locale du signal, puisque les recherches montrent que la structure de mise à jour avant la prédiction est mieux adaptée afin d'éviter les problèmes de la stabilité et la synchronisation nous avons pris ce cas en considération.

Dans ce chapitre, nous avons étudié des décompositions adaptatives utilisant des cartes de décision multivaluées, capables de "discriminer" les événements géométriques présents dans une image. Ces décompositions sont basées sur des structures lifting où l'opérateur de mise à jour est modifié à chaque pixel, selon une décision prise en fonction d'un gradient local calculé sur l'image d'entrée.

Nous avons aussi étudié le filtre lifting adaptatif non linéaire à trois étapes de 1D et son extension à 2D qui est utilisé dans plusieurs domaines d'applications à cause de ses caractéristiques qui permettent de résoudre les problèmes rencontrés. Cette transformation est structurée par trois étapes non linéaires.

III.2 Méthodes de compression d'images

On distingue plusieurs méthodes de compression telle que :

III.2.1 Compression physique et compression logique

Dans le cas de compression physique on considère la compression comme un algorithme capable de comprimer énormément de données dans un minimum d'espace mémoire mais la compression logique est un algorithme de compression qui a pour but de recoder les données dans une représentation différente plus compacte contenant la même information physique.

III.2.2 Compression symétrique et asymétrique

Une méthode de compression symétrique utilise le même algorithme, et demande la même capacité de calcul, aussi bien pour la compression que pour la décompression. Par contre les méthodes de compression asymétriques demandent plus de travail dans une direction que dans l'autre. Normalement, l'étape de compression demande beaucoup plus de temps et de ressources systèmes que l'étape de décompression.

III.2.3 Compression avec et sans pertes

III.2.3.1 Méthodes sans pertes

Cela signifie que lorsque des données sont compressées et ensuite décompressées, l'information originale contenue dans les données a été préservée. Aucune donnée n'a été perdue ou oubliée. Les données n'ont pas été modifiées.

La compression sans perte trouve un intérêt particulier en imagerie, par exemple, dans les domaines liés aux applications militaires, médicales... [18].

Dans le cas de la compression sans perte (lossless) les compromis liés à ce mode de compression sont selon trois axes :

- Efficacité du codage : ceci peut être mesuré en bit par pixel (échantillon), elle est limitée par l'entropie de la source. Plus l'entropie de la source est grande plus il est difficile à compresser (exemple un bruit aléatoire).
- Temps de codage : celui-ci est lié à la complexité du processus de codage ou de décodage. Il peut être réduit si on augmente la capacité de calcul du composant de traitement. Pour certaines applications ce temps est contraint, ce qui impose le choix de la technique de codage.
- Complexité du codeur : elle peut être mesurée à l'aide de la quantité de ressources utilisées en termes de mémoire et du nombre d'opérations arithmétiques. [63]

La compression sans pertes peut être réalisée par :

- Le codage par plages (run length encoding) : consiste à coder une suite de valeurs identiques par le couple (valeur, nombre de répétitions).
- Le codage à longueur variable (Huffman par exemple) : utilise des mots binaires de longueurs différentes.
- Les plus courts (resp. longs) codent les valeurs plus (resp. moins) fréquentes.

La compression sans pertes peut également être réalisée par dictionnaire de séquences (Lempev, Zif et Welch, LZW) ou codage arithmétique [56].

III.2.3.2 Méthodes avec pertes

La méthode de compression avec pertes quant à elle "jette", de façon sélective, quelques données d'une image dans le but d'effectuer la compression avec un taux de compression meilleur que la plupart des méthodes de compression sans pertes. Les algorithmes avec pertes s'appliquent généralement aux données ayant de forts taux de redondance, comme les images, ou les sons. Certaines méthodes tirent partis d'algorithmes heuristiques élaborés qui s'ajustent eux-mêmes pour trouver le rapport de compression maximum possible en changeant aussi peu que possible les détails visibles d'une image. Autrement, d'autres algorithmes moins élégants suppriment carrément la portion la moins significative de chaque pixel. L'œil humain est limité dans le nombre de couleurs qu'il est capable de percevoir simultanément particulièrement si ces couleurs ne sont pas adjacentes dans l'image ou sont très contrastées. Un algorithme de compression intelligent peut tenir compte de ces limitations, analyser une image sur ces bases, et effectuer une réduction significative de la taille des données basée sur la suppression de l'information de certaines couleurs difficilement perceptibles par la plupart des gens.

Dans les images en noir et blanc, chaque pixel ne peut prendre que l'une des deux couleurs: noir ou blanc; même dans ces images là, si l'on ne change que quelques pixels, la différence à l'œil nu sera minime.

III.2.4 Mesurer les performances en compression

III.2.4.1 Taux de compression et débit binaire

C'est le but fondamental de la compression, il donne une mesure de performance des méthodes de compression des images fixes, autrement dit il donne une mesure de réduction de la quantité d'information à transmettre.

Le taux de compression se définit par :

$$\text{Taux} = \frac{\text{nombre de bits dans l'image originale}}{\text{nombre de bits dans l'image comprimée}}$$

Ce taux de compression peut être relié au débit binaire exprimé en bits par pixel (bpp) :

Le **débit** constitue une mesure alternative souvent utilisée qui donne le nombre moyen de bits nécessaire pour décrire un pixel de l'image comprimée ou encore la résolution numérique de l'image divisée par le taux de compression.

$$\text{Débit} = \frac{\text{nombre de bits par pixel dans l'image originale}}{\text{taux}} \text{ bits par pixel (bpp)}$$

III.2.4.2 Compromis débit-distorsion et critères de qualité

Le taux de compression n'est pas le seul critère de performance d'un système de compression. Dans le cas d'une compression avec pertes, la qualité de l'image reconstruite doit aussi être prise en compte. Il y a donc un compromis à trouver entre le taux de compression et la qualité. On parle de compromis débit-distorsion. La distorsion est une mesure de l'erreur commise entre l'image originale et l'image reconstruite. Pour les mesures de distorsion, on utilisera l'erreur quadratique moyenne EQM entre l'image originale I_0 et l'image compressée I_C de taille $M \times N$:

$$EQM = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (I_0(i, j) - I_C(i, j))^2$$

Pour les mesures de qualité: on utilisera le " rapport signal sur bruit " RSB ou SNR (signal to noise Ratio). Une active variante de cette mesure est "le rapport signal sur bruit de crête à crête " $PSNR$ (Peak Signal to Noise Ratio) [19] elle se mesure en décibels et défini à partir de l' EQM par l'équation :

$$PSNR(db) = 10 \log_{10} \left(\frac{(D-1)^2}{EQM} \right)$$

Avec

N, M : longueur et largeur de l'image, respectivement.

D : le nombre de valeurs possibles que peut prendre l'échantillon. Pour une image dont les pixels sont codés sur 8 bits . D est égale à $256=2^8$.

Donc pour les images à 8 bits/pixel, le $PSNR$ est donné par :

$$PSNR(db) = 10 \log_{10} \left(\frac{(255)^2}{EQM} \right)$$

Il existe d'autres critères de qualité objectifs, comme l'erreur maximale ou l'erreur moyenne absolue mais nous utiliserons le $PSNR$ car c'est une référence pour la mesure des performances en compression.

III.2.4.3 Complexité

Un troisième critère de performance d'un système de compression est la complexité. La complexité calculatoire peut être mesurée par le temps d'exécution du processus de compression ou en nombre d'opérations par pixel : c'est le nombre moyen d'opérations qui sont nécessaires à la compression de l'image.

III.3 Compression d'image par transformée en ondelettes

Nous nous sommes intéressés aux méthodes de compression basées sur la transformée en ondelettes à cause des propriétés de celle-ci. En effet, la transformée en ondelettes associe de bonnes localisations spatiales et fréquentielles.

La transformée en ondelettes est utilisée pour l'analyse des images à compresser sur différents niveaux de décomposition [11,27]. Ces niveaux de décomposition contiennent un nombre de sous-bandes, composées chacune de coefficients décrivant les caractéristiques (horizontales, verticales et diagonales) de l'image originale.

Aujourd'hui la théorie des ondelettes ou la transformation en sous-bandes regroupe Les méthodes de décomposition en multirésolution [29,55].

III.3.1 Décomposition en ondelettes séparables

La décomposition en ondelettes d'une image se déroule donc de la manière suivante :

- Dans un premier temps, chaque colonne de l'image 2-D est décomposée en utilisant verticalement les filtres 1-D. Cela produit deux *sous-bandes*, l'une correspondant aux basses fréquences verticales, l'autre aux hautes fréquences verticales.
- Dans un second temps, les mêmes filtres 1-D sont appliqués aux lignes des ces deux bandes. Chacune des deux bandes de départ est alors décomposée en deux nouvelles *sous-bandes*, l'une correspondant aux basse fréquences horizontales, l'autre aux hautes fréquences horizontales (figure 3.1).

Au total, quatre *sous-bandes* (LL, HL, LH, HH) sont donc générées à chaque niveau de décomposition. La décomposition suivante effectue le même processus sur la sous-bande LL, correspondant aux basses fréquences horizontales et verticales. La figure (3.2) illustre l'effet des différents filtres sur l'image originale.

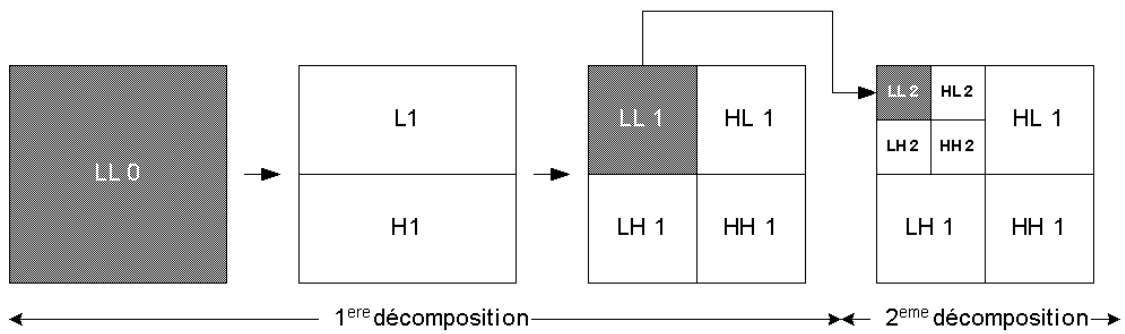


Fig. 3.1 : Décomposition en ondelettes a deux niveaux



Fig. 3.2 : Exemple de décomposition en ondelettes

III.3.2 Quantification

La quantification est l'opération fondamentale d'un système de conversion analogique/numérique voir figure 3.3

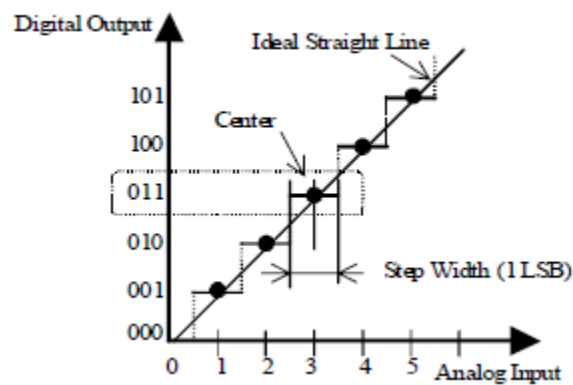


Figure 3.3 Caractéristique entrée - sortie d'un CAN

. Son but est de sélectionner, pour une valeur d'entrée donnée, le plus proche voisin appartenant à un ensemble fini prédéterminé de valeurs numériques. [60]

Les coefficients à la sortie de la transformation (ou des filtres d'analyse dans le cas d'un banc de filtres) prennent en général des valeurs réelles qui doivent être quantifiées pour réaliser la compression. La quantification dans sa forme la plus simple consiste à quantifier chaque coefficient séparément, on parle alors de quantification scalaire. Une autre méthode plus complexe consiste à quantifier plusieurs coefficients à la fois, c'est la quantification vectorielle.

III.3.2.1 Quantification scalaire

La transformation en ondelettes est suivie d'une quantification scalaire. Avec une quantification scalaire, la dynamique d'entrée est divisée en une famille finie d'intervalles $P_i = [x_{i-1}, x_i[$ et la valeur de sortie y_i est typiquement choisie dans l'intervalle P_i .

L'opération appelée "codage" consiste à trouver l'intervalle auquel appartient une valeur d'entrée $x(n)$ et à lui associer le numéro de cet intervalle $i(n) \in 1, \dots, L$ qui sera transmis ou stocké. L'opération de "décodage" consiste à associer au numéro $i(n)$ la valeur $y_i(n)$ correspondante dans le dictionnaire :

$$\hat{x}(n) = y_i(n)$$

Ainsi, la quantification est un processus à deux étapes :

$$x(n) \xrightarrow{\text{codage}} i(n) \xrightarrow{\text{décodage}} y_i(n) = \hat{x}(n)$$

et l'erreur de quantification est exprimée par:

$$q(n) = x(n) - \hat{x}(n)$$

où $x(n)$ et $\hat{x}(n)$ sont respectivement l'entrée et la sortie du quantificateur. [61].

La quantification scalaire uniforme avec zone morte (deadzone) figure 3.4 permettant de réduire la dynamique des données. Cette opération est destructive, sauf si le pas de quantification est égal à 1 et les coefficients sont des entiers, comme ceux produits par l'ondelette réversible 5/3. Chaque coefficient de la transformation $c_b(u, v)$, de la sous-bande b est quantifié à valeur $q_b(u, v)$ suivant l'équation [35,40,50, 56-58] :

$$q_b(u, v) = \text{signe}(c_b(u, v)) \left\lfloor \frac{|c_b(u, v)|}{\Delta_b} \right\rfloor$$

Où

Δ_b : est le pas de quantification fonction de la dynamique et du type de la sous-bande, du nombre de niveaux de décomposition.

La dimension du pas de quantification Δ_b est représentée par rapport à la dimension dynamique de la sous-bande b . La dimension dynamique dépend du nombre des bits utilisés pour représenter l'image de l'image originale et du choix de la transformée en ondelettes. Les gains des filtres LL, LH, HL et HH n'étant pas identiques, on utilise un pas de quantification différent suivant la sous-bande à laquelle appartiennent les coefficients (seulement dans le cas d'une compression avec pertes). Pour la compression réversible, la taille du pas de quantification doit être égale à 1.

Δ_b sera représenté sous une forme (ϵ_b, μ_b) correspondant à :

$$\Delta_b = \left(1 + \frac{\mu_b}{2^{11}}\right) \cdot 2^{R_b - \epsilon_b}$$

R_b est la dynamique du signal d'origine (nombre de bits), par exemple $R_b = 8$ pour un plan codé sur 8 bits [0..255], ϵ_b est la dynamique voulue des coefficients et μ_b un facteur multiplicatif permettant d'avoir des valeurs de Δ_b différentes des multiples 2^N , avec N entier positif. Seules les valeurs ϵ_b et μ_b sont stockées dans le fichier binaire. Dans le cas d'une compression réversible, seule la valeur $R_b = \epsilon_b$ est signalée.[62]

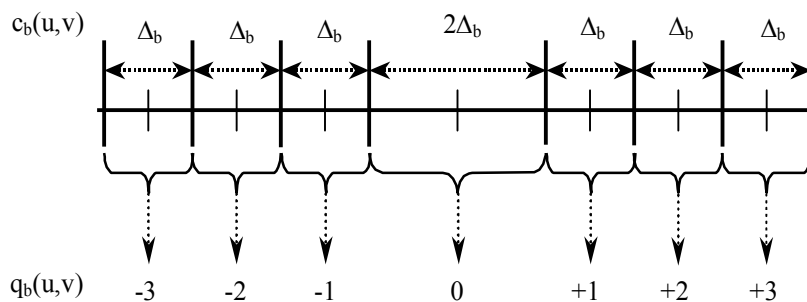


Figure 3.4 : Quantification scalaire uniforme avec zone morte

III.3.2.2 Quantification vectorielle

La quantification vectorielle n'est qu'une généralisation de la quantification scalaire à plusieurs dimensions. Elle permet de prendre en compte directement la corrélation entre échantillons voisins du signal, plutôt que de chercher d'abord à réduire la redondance au

moyen d'une transformation avant de quantifier, comme le fait la quantification scalaire prédictive.

La quantification vectorielle est appliquée à chaque vecteur $x(m)$ de dimension N constitué de N échantillons consécutifs du signal. Les vecteurs $\hat{y}^i = [\hat{y}_0^i \dots \hat{y}_{N-1}^i]^T$ représentent les vecteurs symboles à la sortie du quantificateur. L'ensemble des L vecteurs \hat{y}^i assimilable à une matrice est le dictionnaire.

L'inconvénient de la quantification vectorielle est sa complexité, qui limite la taille des vecteurs \hat{y}^i utilisés. Pour contourner ce problème le dictionnaire est structuré de façon à simplifier la recherche du représentant, étant donné le vecteur d'entrée. Ceci est réalisable avec la quantification vectorielle arborescente. Une autre approche est d'utiliser des transformations linéaires (telle que la décomposition en sous-bandes et les transformées en ondelettes) et d'appliquer la quantification vectorielle sur les coefficients.

III.3.3 Codage des sous-bandes

Le but des transformées présentées dans la section précédente est de décorréler les données brutes de l'image représentées par ses pixels. Cette décorrélation n'est cependant pas parfaite et les coefficients obtenus après transformation restent dépendants statistiquement. Ainsi, bien qu'une loi gaussienne généralisée puisse représenter avec fidélité la statistique du premier ordre des sous-bandes, seuls les codeurs exploitant l'information mutuelle résiduelle entre les coefficients ont permis d'obtenir des performances bien meilleures que les codeurs basés sur la quantification vectorielle.

De plus, les transformées en ondelettes offrent naturellement une représentation progressive de l'image, il est intéressant de conserver cette propriété lors du codage des sous-bandes. Ainsi, dans les codeurs emboîtés (embedded), la quantification et le codage sont également réalisés de manière progressive, en commençant par coder partiellement les coefficients de plus forte amplitude, puis en raffinant la quantification de ces derniers en les codant de nouveaux. Nous commençons par présenter les codeurs non progressifs, puis les codeurs emboîtés basés sur des structures d'arbres ou de blocs.

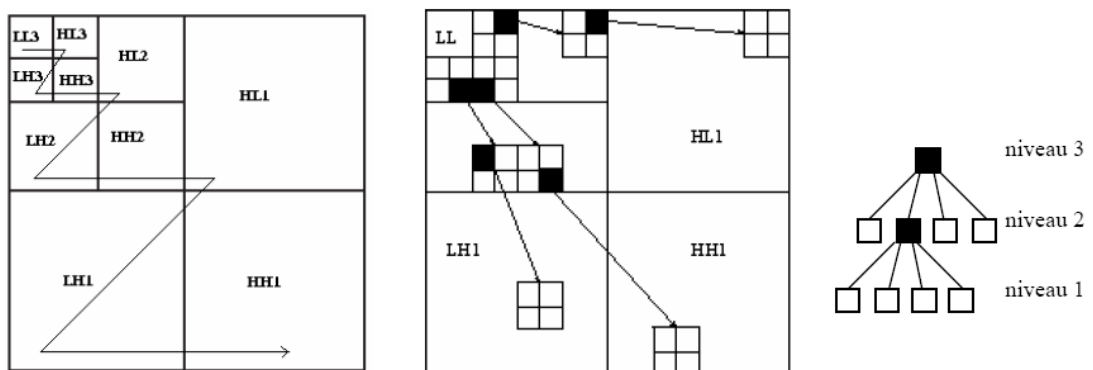
Plusieurs algorithmes de compression utilisant les ondelettes ont été proposés, dont les plus utilisés sont le EZW, le SPIHT, EZBC, EBCOT ...

III.3.3.1 L'algorithme de codage EZW

L'idée de base de cet algorithme qui est proposé par Shapiro [41]. Est de trouver le meilleur ordre de transmission des coefficients de représentation en ondelettes.

Il est clair que la transmission des coefficients dans l'ordre décroissant de leur valeur absolue est la meilleure solution, puisque les coefficients les plus significatifs sont ceux dont la valeur absolue est la plus élevée. Shapiro proposa de transmettre les coefficients sous forme d'une suite de bits obtenue par enchaînement progressif des bits des coefficients les plus significatifs en commençant par les bits les plus importants. Cette nouvelle conception offre l'avantage à l'algorithme EZW de faire la transmission progressive d'image puisque le décodeur peut s'arrêter au niveau de n'importe quelle suite de bits. En plus nous aurons une meilleure image reconstruite avec cette suite de bits tronquée. Cet algorithme présente en plus l'avantage de ne nécessiter ni phase d'apprentissage, ni dictionnaire, ni l'information sur l'image source. [57]

Après avoir calculé la transformée en ondelettes de l'image, l'algorithme code les coefficients transformés à l'aide d'une suite décroissante de seuils T_0, \dots, T_{N-1} , avec $T_{i+1} = \frac{T_i}{2}$ et $T_0 < 2|c|$ pour tout coefficient c de la représentation en ondelettes. Pour coder les coefficients, l'algorithme effectue récursivement deux passes successives, ne traitant à chaque fois que les coefficients significatifs par rapport au seuil courant : ceux dont la valeur absolue est supérieure au seuil. Dans la première passe, la dominante de l'algorithme parcourt les coefficients de la transformée en ondelettes suivant l'ordre donné par la figure (3.5-a) pour la recherche des coefficients significatifs par rapport au seuil courant, en utilisant la hiérarchie donnée par la figure (3.5-b).



a- ordre de parcours des coefficients b- organisation hiérarchique des coefficients

Figure 3.5 : les relations entre les coefficients d'ondelettes dans différents sous bandes

III.3.3.2 SPIHT

SPIHT (*Set Partitioning In Hierarchical Trees*) est un algorithme récemment proposé par Amir Said et William A. Pearlman [42], basé sur une transformation en ondelettes discrètes (*DWT*).

Normalement, la plus grande partie de l'énergie d'une image est concentrée dans les basses fréquences. Par conséquent, plus le niveau de résolution de l'image est grand, plus les variances des images de détails doivent être faibles. De plus, il semble qu'il existe une similarité entre les pixels de même orientation spatiale et de résolutions différentes. En particulier, les amplitudes des pixels de même orientation spatiale semblent être assez bien ordonnées si l'on évolue dans la pyramide. On est alors naturellement conduit à adopter une organisation arborescente des coefficients (figure 3.6), où chaque nœud de l'arbre correspond à un pixel et ses descendants directs aux pixels de même orientation spatiale à la résolution suivante.

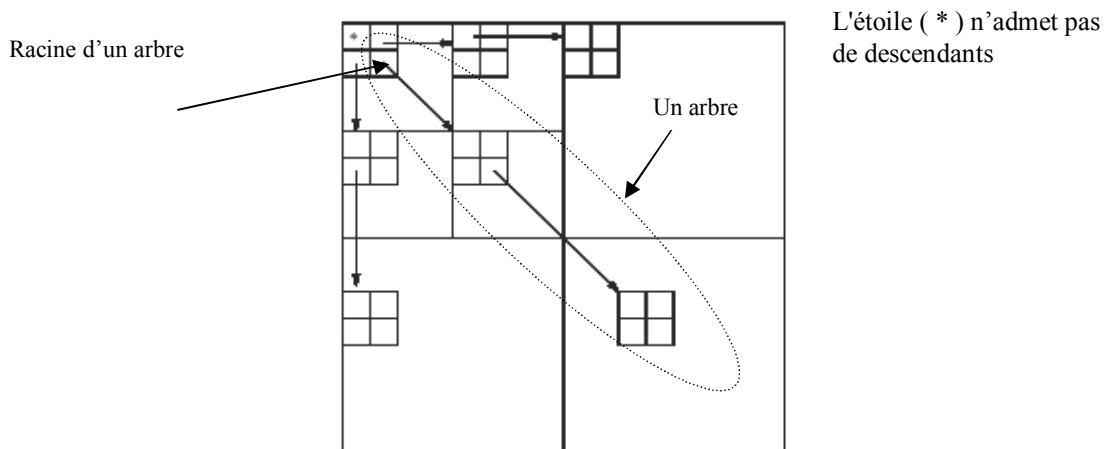


Figure 3.6 : Dépendance de coefficients et arbres d'orientation spatiale dans SPIHT utilisant la décomposition dyadique avec deux résolutions

L'algorithme SPIHT utilise trois listes ordonnées qui contiennent les ensembles de test de la signifiante avec la même méthode pour le codeur et décodeur, la liste des ensembles insignifiants (**LIS**), la liste des pixels insignifiants (**LIP**), et la liste des pixels significatifs **S** (**LSP**). Il y a des listes de coordonnées (i, j) comme dans LIP et LSP qui représentent des coefficients individuels, mais la liste LIS représente des ensembles des

coefficients, chaque ensemble est soit un ensemble $D(i, j)$ (marqué d'une entrée de type A) ou un ensemble $L(i, j)$ (marqué d'une entrée de type B) [42].

III.3.3.3 SPECK

Offrant des performances comparables à SPIHT, l'algorithme SPECK [27] exploite des structures d'ensembles de coefficients non significatifs en blocs plutôt qu'en arbres. Ces structures de blocs permettent de s'affranchir efficacement de la non stationnarité des coefficients en adaptant localement la statistique utilisée pour le codage.

Les coefficients sont initialement séparés en deux ensembles, l'un noté S contenant les coefficients de basses fréquences et l'autre, noté I contenant les autres coefficients. De la même manière que dans SPIHT, deux listes sont tenues à jour, pour représenter les coefficients significatifs (LSP) et les ensembles de coefficients non significatifs (LIS). La liste d'ensembles non significatifs contient des blocs de coefficients de taille variable, y compris les coefficients isolés vus comme des blocs de 1×1 (stockés dans la LIP dans SPIHT). Cette liste est triée des blocs de plus petite taille aux blocs de plus grande taille. Lors du déroulement de l'algorithme, un test de signifiante est réalisé sur chaque ensemble de la LIS à tour de rôle.

Si l'ensemble est significatif et non réduit à un seul coefficient, il est retiré de la liste et partitionné récursivement en quatre sous blocs sur lesquels ce test est effectué à nouveau. Si le bloc est réduit à un seul coefficient significatif, celui-ci est ajouté à la LSP. Dans tous les autres cas, l'ensemble est laissé ou ajouté dans la LIS. Les autres coefficients appartenant à I sont traités ensuite. Si cet ensemble est significatif, il est séparé en trois blocs de coefficients correspondants aux sous-bandes de plus basses fréquences, et en un nouvel ensemble I contenant le reste des coefficients. Ces trois nouveaux blocs sont traités comme précédemment. Ce processus de séparation de l'ensemble I est répété jusqu'à ce qu'il soit insignifiant. Le codage des bits de raffinement est par ailleurs identique à SPIHT.

Cet algorithme regroupe plusieurs idées développées précédemment. Tout d'abord, le partitionnement adaptatif en quad-tree, développée dans [25] et réalisé lors de la séparation de S, permet de repérer rapidement les régions hautement énergétiques et de les coder avec un nombre minimum d'information de signifiante.

La séparation récursive en sous-bandes réalisée sur l'ensemble I et initialement introduite dans [1] permet d'en exploiter la structure hiérarchique en s'intéressant d'abord aux sous-bandes de plus haute énergie a priori. Combinées avec le codage du partitionnement proposé dans SPIHT, ces techniques donnent un codeur par blocs offrant des résultats

similaires. Le codage entropique est uniquement effectué sur les bits de signifiante dus à la séparation d'un ensemble de type S en quatre sous ensembles. A nouveau, un codeur arithmétique contextuel adaptatif est utilisé.

Cette fois-ci, les décisions binaires sont codées une par une (l'alphabet restant donc binaire), en utilisant les significances des coefficients précédents comme contexte.

Ainsi, la signifiante du premier coefficient est codée à l'aide d'un contexte unique, celle du second à l'aide de deux contextes, et celle du troisième à l'aide de quatre contextes. Un traitement particulier est réalisé pour le dernier coefficient. Si les trois autres coefficients sont insignifiants aucun bit n'est transmis car il est certain que ce dernier coefficient est signifiant (autrement l'ensemble n'aurait pas été séparé).

Sinon un codage contextuel est réalisé à l'aide des huit contextes formés par la signifiante des trois coefficients précédents.

D'abord aux sous-bandes de plus haute énergie a priori. Combinées avec le codage du partitionnement proposé dans SPIHT, ces techniques donnent un codeur par blocs offrant des résultats similaires. Le codage entropique est uniquement effectué sur les bits de signifiante dus à la séparation d'un ensemble de type S en quatre sous ensembles. A nouveau, un codeur arithmétique contextuel adaptatif est utilisé.

Cette fois-ci, les décisions binaires sont codées une par une (l'alphabet restant donc binaire), en utilisant les significances des coefficients précédents comme contexte. Ainsi, la signifiante du premier coefficient est codée à l'aide d'un contexte unique, celle du second à l'aide de deux contextes, et celle du troisième à l'aide de quatre contextes. Un traitement particulier est réalisé pour le dernier coefficient. Si les trois autres coefficients sont insignifiants aucun bit n'est transmis car il est certain que ce dernier coefficient est signifiant (autrement l'ensemble n'aurait pas été séparé).

Sinon un codage contextuel est réalisé à l'aide des huit contextes formés par la signifiante des trois coefficients précédents.

III.3.3.4 EBCOT

Le codeur EBCOT (*Embedded Block Coding with Optimized Truncation*) est issu des travaux de Taubman [50] mais n'appartient pas à la famille des schémas de codage à arbre de zéros. Le codeur EBCOT est la référence pour la compression d'images à base de la transformée en ondelettes. [48].

L'algorithme EBCOT, évolution de l'algorithme LZC (Layered Zero Coding) est l'algorithme de codage progressif adopté par le standard de codage d'images fixes JPEG-2000. Il permet un codage emboîté, grâce à la décomposition en ondelettes d'une image. Son originalité réside dans le réordonnancement du train binaire final, destiné à présenter une progressivité optimale du point de vue débit distorsion.

Description générale

Après la transformée en ondelettes chaque sous-bande est tout d'abord partitionnée en blocs, de taille 64×64 . Un train binaire indépendant est alors généré pour chacun de ces blocs. Chaque train binaire ainsi formé est progressif en qualité, c'est-à-dire qu'il peut être tronqué à des points, correspondant respectivement à une distorsion. La propriété intéressante de cet ensemble de points de troncature est que la plupart d'entre eux sont situés sur la courbe débit distorsion du bloc considéré.

Afin de générer un train binaire progressif pour représenter l'image entière, EBCOT organise le train binaire final en couches de qualité. Étant donné un débit alloué à une couche donnée, le train binaire de chacun des blocs est tronqué de façon à minimiser la distorsion globale associée au décodage de la couche considérée.

L'organisation des couches de qualité est illustrée figure 3.7. Dans cet exemple, les blocs 4 et 7 ne contribuent pas à la couche de qualité n°1.

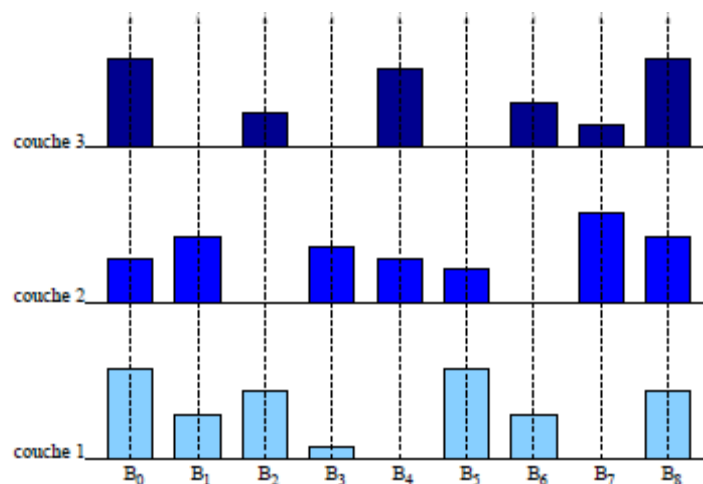


Figure 3.7: Organisation des couches de qualité dans EBCOT.

L'algorithme EBCOT se divise donc en deux étapes, la première consistant en l'encodage progressif et indépendant de tous les blocs des différentes sous-bandes, la seconde en le découpage et le réordonnement de ces trains binaires élémentaires, comme l'indique la figure 3.8.

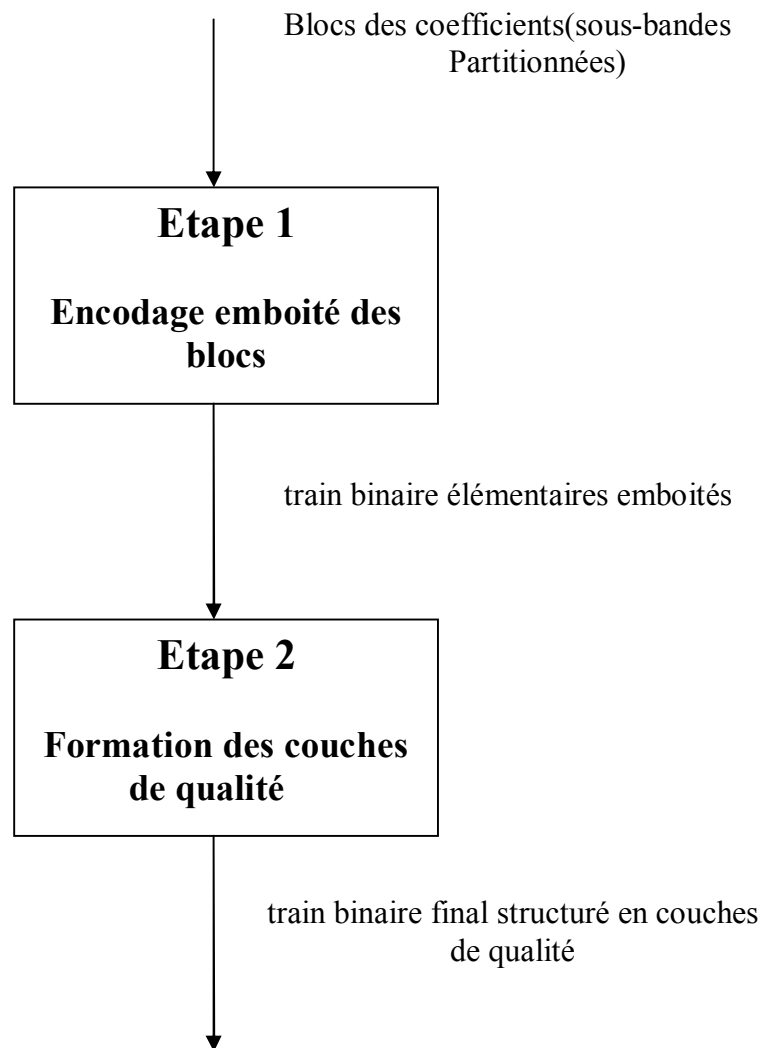


Fig. 3.8: Briques principales de l'algorithme EBCOT.

Codage emboîtés des blocs de sous-bandes

Signifiante des sous-blocs . Ce point n'apparaît plus dans le standard JPEG-2000, mais fait partie de l'algorithme EBCOT original. L'idée consiste à découper les blocs B_i en sous-blocs de manière à définir un arbre (quad-tree). On utilise alors un codage hiérarchique pour coder efficacement les sous-blocs non significatifs, c'est-à-dire qui ne contiennent que

des coefficients d'amplitude plus faible que le pas de quantification courant¹⁰.

Signifiante des coefficients: Au sein d'un sous-bloc signifiant, le codage des coefficients est effectué à partir de plusieurs routines de codage. Tout d'abord, la signifiante des coefficients non encore signifiants est codée par codage arithmétique contextuel adaptatif, appelé Zero Coding (ZC) ou par Run-Length Coding (RLC), selon les propriétés de stationnarité du voisinage.

Codage du signe et raffinement de l'amplitude Lorsqu'un coefficient s'est révélé signifiant au regard du pas de quantification courant, on code son signe avec une autre routine de codage arithmétique contextuel adaptatif, appelée Sign Coding (SC). A partir du prochain pas de quantification (c'est-à-dire du prochain plan débit), la valeur du coefficient sera affinée par Magnitude Refinement (MR), troisième primitive de codage arithmétique contextuel adaptatif.

III.3.3.5 EZBC

Le codec EZBC (*Embedded ZeroBlocks with Context modeling*) est basé sur le codec SPIHT en utilisant un codeur arithmétique contextuel, prenant en compte le voisinage du coefficient courant. L'algorithme EZBC est ainsi capable de prendre en compte les relations de dépendance statistique existant entre les coefficients d'une même sous-bande. Il offre une efficacité de codage supérieure au codec SPIHT et est à la base du schéma de codage vidéo MC-EZBC.

Le principe de codage est similaire à SPECK, l'innovation de ce codeur provenant principalement de l'exploitation de la dépendance entre les nœuds du quad-tree de signifiante. Le partitionnement en quad-tree est de plus réalisé indépendamment dans chaque sous-bande permettant une meilleure séparation des statistiques de signifiante et un apprentissage plus efficace à l'aide de contextes plus étendus.

La première étape de codage consiste à créer un quad-tree de signifiante pour chaque sous bande. Les feuilles de cet arbre représentent les coefficients de la sous-bande en question, tandis que les nœuds internes sont initialisés à la valeur d'amplitude maximale de tous leurs descendants. Ainsi le nœud racine correspond à l'amplitude maximale de la sous-bande. Les différentes couches de l'arbre sont codées du nœud racine aux feuilles en testant la signifiante des nœuds. De même que dans SPIHT et SPECK, ce codage s'effectue très rapidement en s'appuyant sur la gestion de listes de coefficients et d'ensembles.

La dépendance entre les noeuds de l'arbre est exploitée lors du codage entropique contextuel. Pour chaque noeud, un contexte est formé à partir de l'état de signifiante de ses huit voisins situés au même niveau de l'arbre, ainsi que du noeud situé dans l'arbre de la sous-bande parente au niveau inférieur. Le fait de considérer le noeud de la sous-bande parente au niveau inférieur tient compte du changement d'échelle entre les sous-bandes et permet d'exploiter la dépendance inter-échelle. Les 512 états possibles sont réduits à 20 contextes comme dans EBCOT, pour améliorer l'apprentissage et l'adaptation des lois associées.

III.4 Comparaison des différents codeurs

Le succès des approches par ondelettes en compression s'explique en grande partie du fait de l'apparition de codeurs de sous-bandes efficaces. Le codeur EZW est le premier à avoir fourni des performances débit-distorsion remarquables tout en permettant un décodage progressif de l'image. Le principe des zerotrees, ou d'autres structures de partitionnement en ensembles de zéros, permet en effet de tenir compte de dépendance résiduelle des coefficients entre eux. Plus précisément, les coefficients de haute énergie étant groupés spatialement, leur position est codée efficacement par complémentarité en indiquant la position des ensembles de coefficients peu énergétiques. Après séparation des coefficients peu énergétiques et des coefficients énergétiques, ces derniers sont relativement indépendants et peuvent être codés efficacement à l'aide de techniques de quantification et de codage entropique simples.

Les codeurs successifs comme SPIHT et SPECK ont amélioré le principe de EZW en proposant un codage plus efficace de l'information de signifiante qui code la position des coefficients énergétiques. Comme cette information représente une grande part du débit de l'image, son codage efficace est primordial. Ce même principe est encore utilisé dans les codeurs les plus récents que sont EBCOT et EZBC, offrant des performances supérieures à SPIHT du fait de l'utilisation de contextes de codages de plus grande dimension, au prix d'une complexité accrue. Notons cependant que l'information de signifiante est fragile et qu'il est essentiel, dans un environnement bruité, de la protéger pour obtenir une image décodée correcte

Parmi les codeurs progressifs, les codeurs EZW, SPIHT et SPECK supposent que l'énergie des coefficients d'ondelettes décroît des échelles grossières aux échelles fines, et que les coefficients signifiants ont probablement des fils signifiants. Les coefficients sont codés dans un ordre de parcours défini par l'algorithme et fixe pour toutes les images.

En revanche, les codeurs EZBC et EBCOT permettent de créer des flux binaires progressifs indépendants. En particulier, le codeur EBCOT permet de coder chaque bloc de 32x32 coefficients indépendamment. En enregistrant les points de troncature de chaque flux binaire et les distorsions correspondantes, une optimisation débit distorsion est alors réalisable a posteriori. Ainsi, il est à la fois possible d'obtenir une représentation non progressive de l'image en ne réalisant l'allocation de débit que pour un seul débit de codage (EBCOT SL), et une représentation progressive en réalisant l'allocation de débit pour plusieurs débits cibles. Cette information sur la répartition du débit entre les différents blocs doit toutefois être représentée dans le flux binaire final, ce qui explique les performances légèrement inférieures du mode de codage progressif (EBCOT GS).

III.5 Conclusion

Le but de la compression d'image est donc de modifier la représentation initiale des données, pour qu'elles occupent moins de place. Cette nouvelle représentation sera décodée durant une procédure de décompression pour reconstruire l'image.

Plusieurs algorithmes de compression utilisant les ondelettes ont été proposés, dont les plus utilisés sont le EZW, le SPIHT, EZBC, EBCOT ...

En remarque que chaque codeur a des inconvénients et des avantages, ainsi il n'y a pas de codeurs universel utilisé dans l'opération de compression donc on peut déduire que le fait de changer l'image on doit changer l'algorithme de compression.

Dans la section suivante, on exposera les résultats de simulations, ainsi que leurs discussions. Le choix des variables sont heuristique, dépends de la nature de l'image. Aussi une étude comparative sera effectuée.

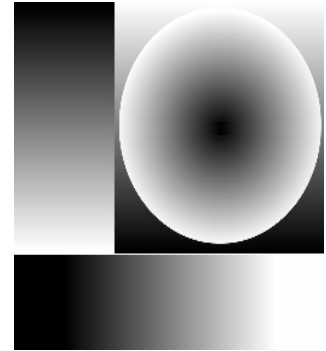
IV.2 L'ensemble des images de test considérées : On considère l'ensemble d'images test sur lesquelles nous réalisons nos expérimentations.



Lena



Camera man



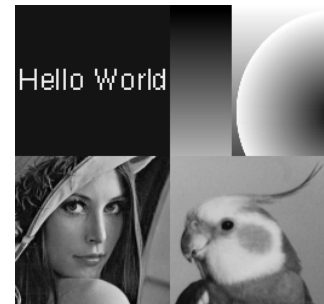
Slope



Colon



Hip



Montage



Circles

Figure 4.1 : L'ensemble des images de test

IV.3 Filtrage adaptatif

Nous avons procédé à plusieurs expérimentations obtenues sur les images de test pour illustrer les résultats théoriques concernant les ondelettes adaptative sous forme lifting.

Alors on exposera les résultats de simulations, en utilisant les exemples suivants :

Expérimentation 4.3.1 : Figure 4.2

Cette expérience adaptative consiste à calculer la dérivée deuxième, ou on respecte toute les directions), les paramètres de la seminorme P et les coefficients du filtre de mise à jour ont été introduits dans l'exemple1.

Expérimentation 4.3.2 : seminorme quadratique 4.3

Cette expérience adaptative consiste à calculer la seminorme quadratique, les paramètres de la sminorme P et les coefficients du filtre de mise à jour ont été introduits dans l'exemple2



Figure 4.2 décomposition correspondante à l'expérience 4.3.1

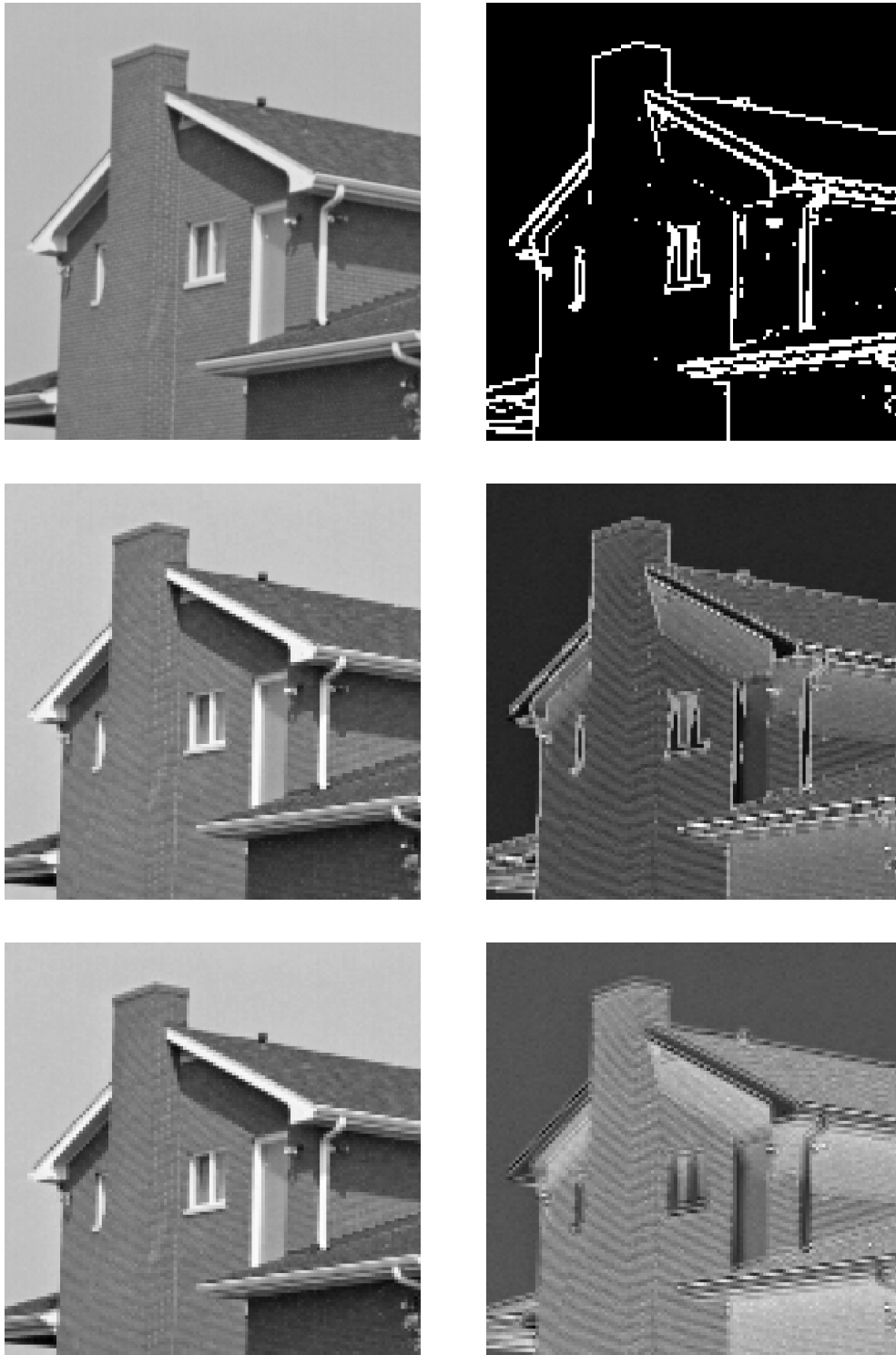


Figure 4.3: décomposition correspondante à l'expérience 4.3.2

Discussions

Les deux images de test sont présentées dans la première ligne la position gauche de deux figure 4.2 et figure 4.3 successivement, dans la partie droite de la même ligne se positionne la carte de décision du filtre adaptative $T=20$, $T=40$. Les images d'approximation adaptative et non adaptative sont présentées dans la deuxième ligne, tandis que l'image de détail horizontale adaptative et non adaptative occupe la dernière ligne. On observe clairement que l'image d'approximation obtenue dans le cas adaptatif préserve les contours présents dans l'image originale, contrairement au cas non-adaptatif. Par conséquent, les images de détail obtenues dans le cas adaptatif comportent moins d'oscillations que dans le cas non-adaptatif

IV.4 filtre lifting adaptatif non linéaire :

Sélection des paramètres

Ces filtres ne sont pas à reconstruction parfaite, à cause des opérations de division sur des nombres réels. D'où il existe une erreur entre l'image originale et celle reconstruite. Cette dernière varie en fonction des coefficients des filtres et des niveaux de décomposition.

On a mesuré le PSNR entre l'image originale et reconstruite, en fonction des coefficients $(\alpha, \alpha', B, T, T')$. Pour cela on a pris plusieurs images de différents types:

Les tableaux sont reportés dans l'annexe

Image de portrait : image LENA 256x256

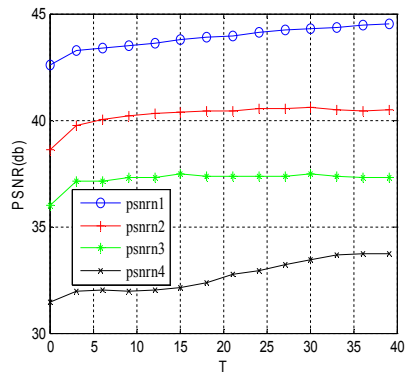


Figure 4.4: les variations de PSNR en fonction de T

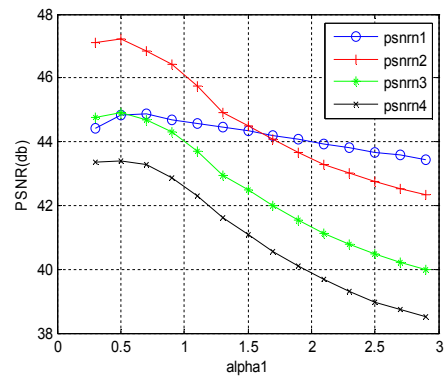


Figure 4.5: les variations de PSNR en fonction de α

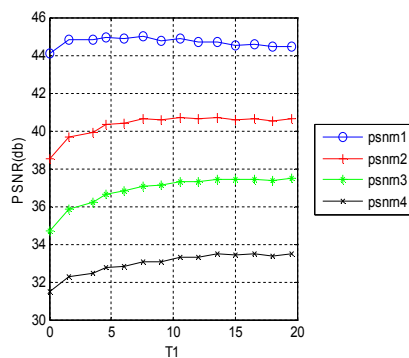


Figure 4.7: les variations de PSNR en fonction de T'

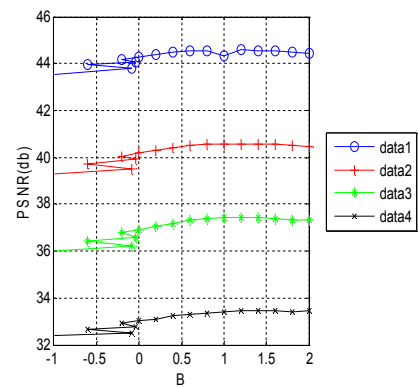


Figure 4.8: les variations de PSNR en fonction de B

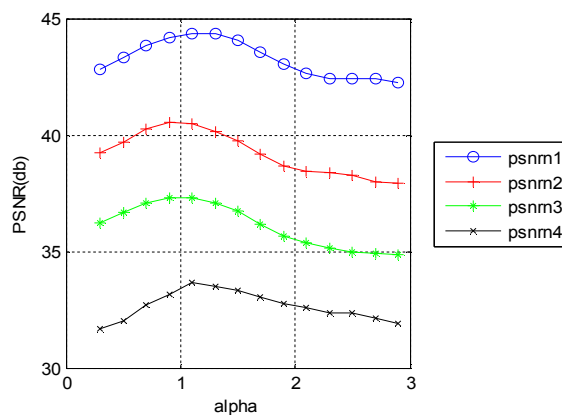


Figure 4.6: les variations de PSNR en fonction de α'

Image cameraman 256x256

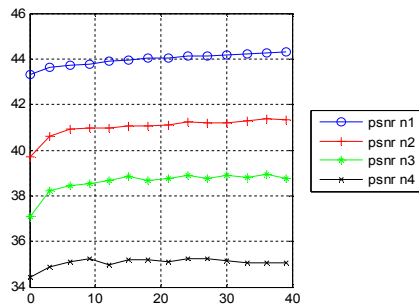


Figure 4.9: les variations de PSNR en fonction de T

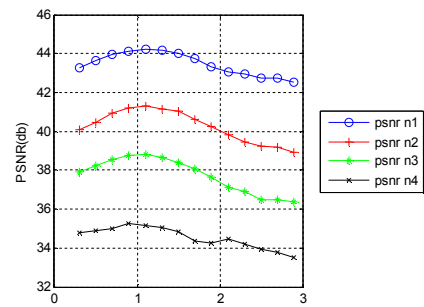


Figure 4.10: les variations de PSNR en fonction de α

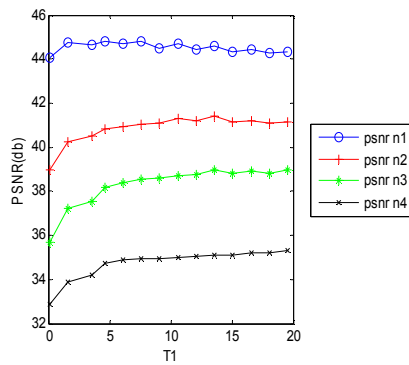


Figure 4.12: les variations de PSNR en fonction de T'

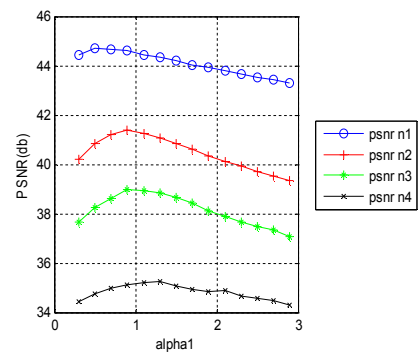


Figure 4.13: les variations de PSNR en fonction de α'

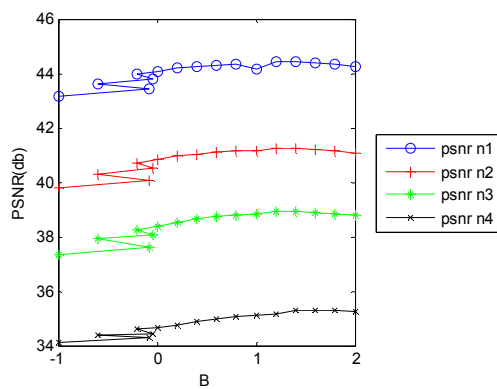


Figure 4.11: les variations de PSNR en fonction de B

Image binaire

Image circles 256x256

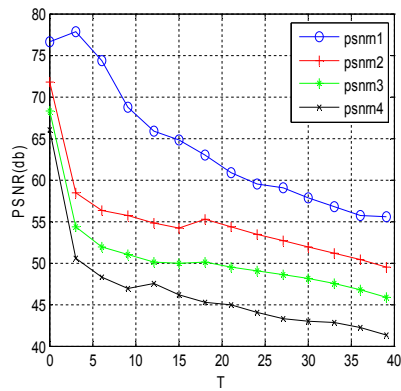


Figure 4.14: les variations de PSNR en fonction de T

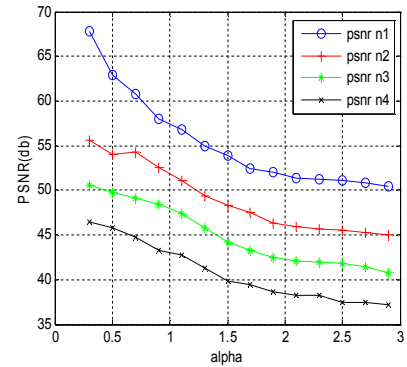


Figure 4.15: les variations de PSNR en fonction de α

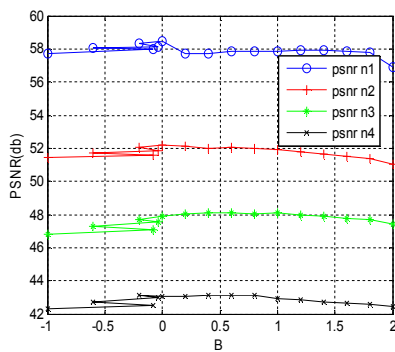


Figure 4.17: les variations de PSNR en fonction de B

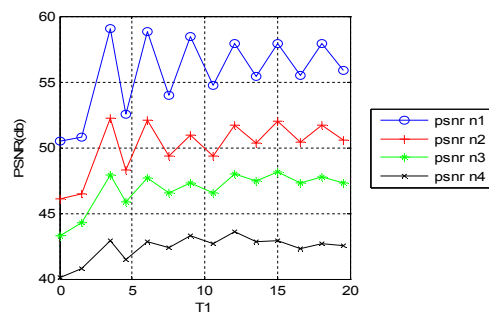


Figure 4.18: les variations de PSNR en fonction de T'

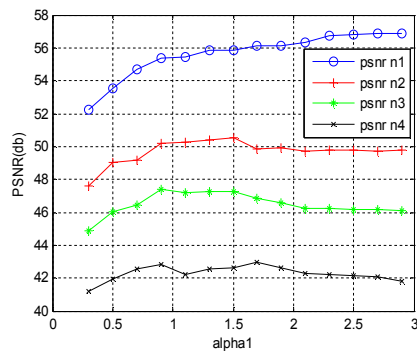


Figure 4.16: les variations de PSNR en fonction de α'

Image slope 256x256

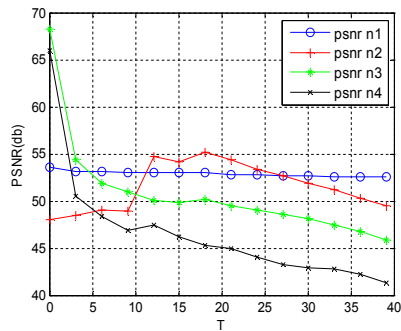


Figure 4.19: les variations de PSNR en fonction de T

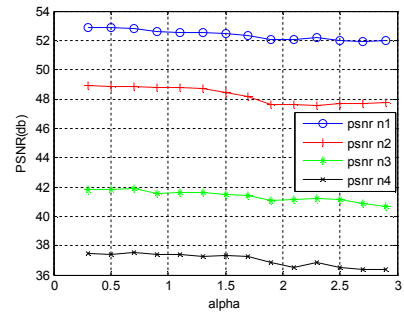


Figure 4.20: les variations de PSNR en fonction de α

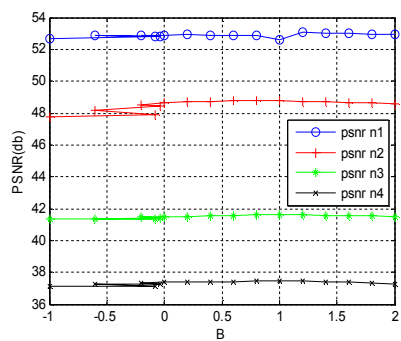


Figure 4.22: les variations de PSNR en fonction de B

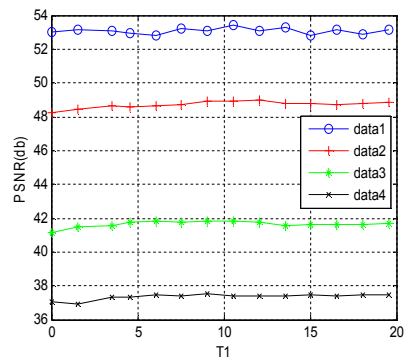


Figure 4.23: les variations de PSNR en fonction de T'

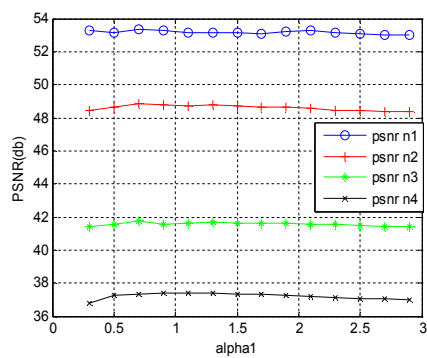


Figure 4.21: les variations de PSNR en fonction de α'

Image:

L'image montage 256x256

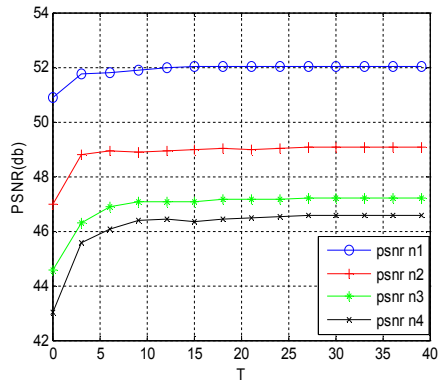


Figure 4.24: les variations de PSNR en fonction de T

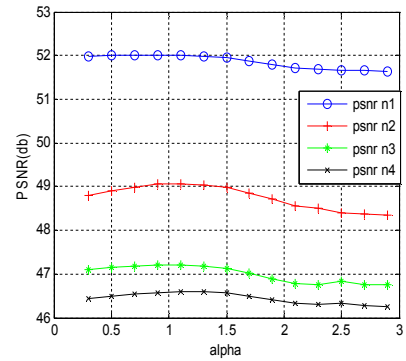


Figure 4.25: les variations de PSNR en fonction de α

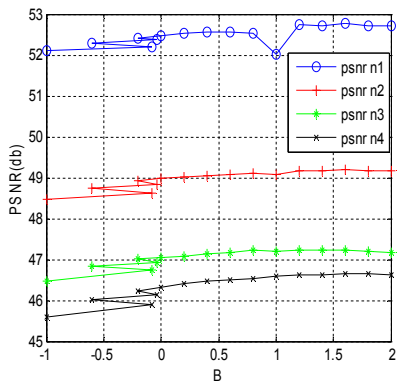


Figure 4.27: les variations de PSNR en fonction de B

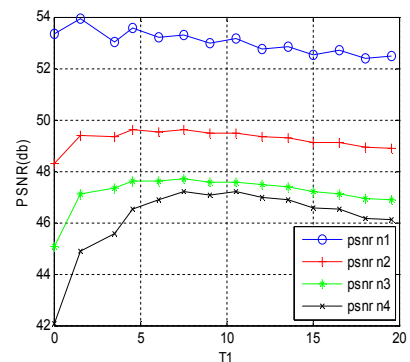


Figure 4.28: les variations de PSNR en fonction de T'

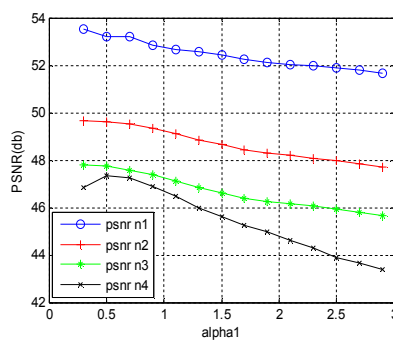


Figure 4.26: les variations de PSNR en fonction de α'

Discussion

Le travail de Piella [] récemment développé est une étude des filtres non – linéaire à trois étape les coefficient ont été fixé. On a voulue voir l'effet des différents coefficients des ces filtres.

Ainsi on réalise une étude sur l'effet des paramètres pour les déférents niveaux de décomposition.

Alors on a effectué plusieurs essais, et comme résultat on a trouvé que ces valeurs se différent d'une niveau à un autre d'après la nature de chaque image.

Analyse de filtres

Pour chaque type d'image on présente l'histogramme qui est un outil « visuel » qui permet de détecter certaines anomalies ou de faire un diagnostic avant d'engager une démarche d'amélioration, dans ce cadre, l'histogramme est un outil « qualitatif ».

Les figures suivantes comparent l'effet des changements d'amplitudes des images approximées et ses détails

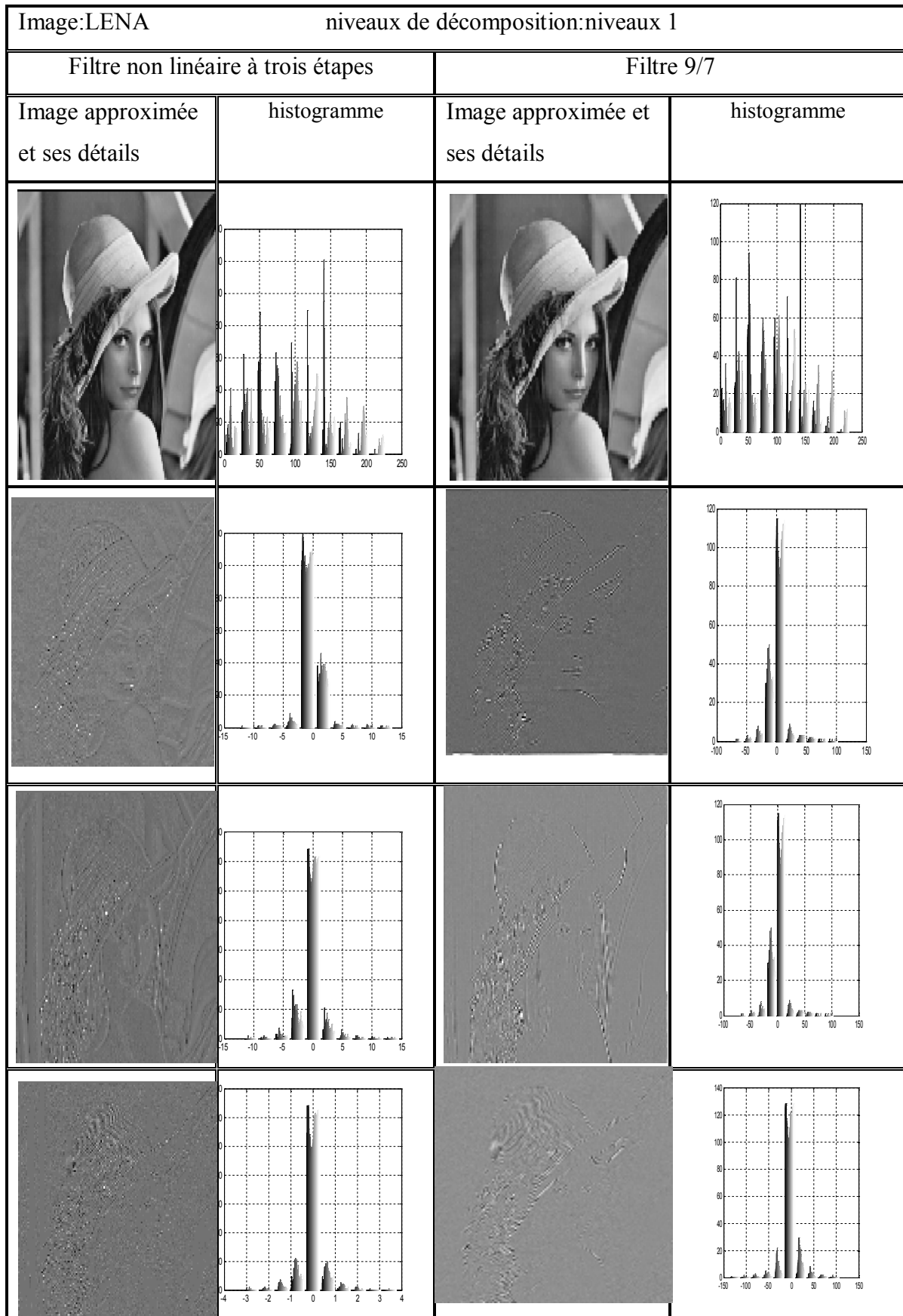


Figure 4 .29: l es variations d’histogrammes par les filtres NL et9/7

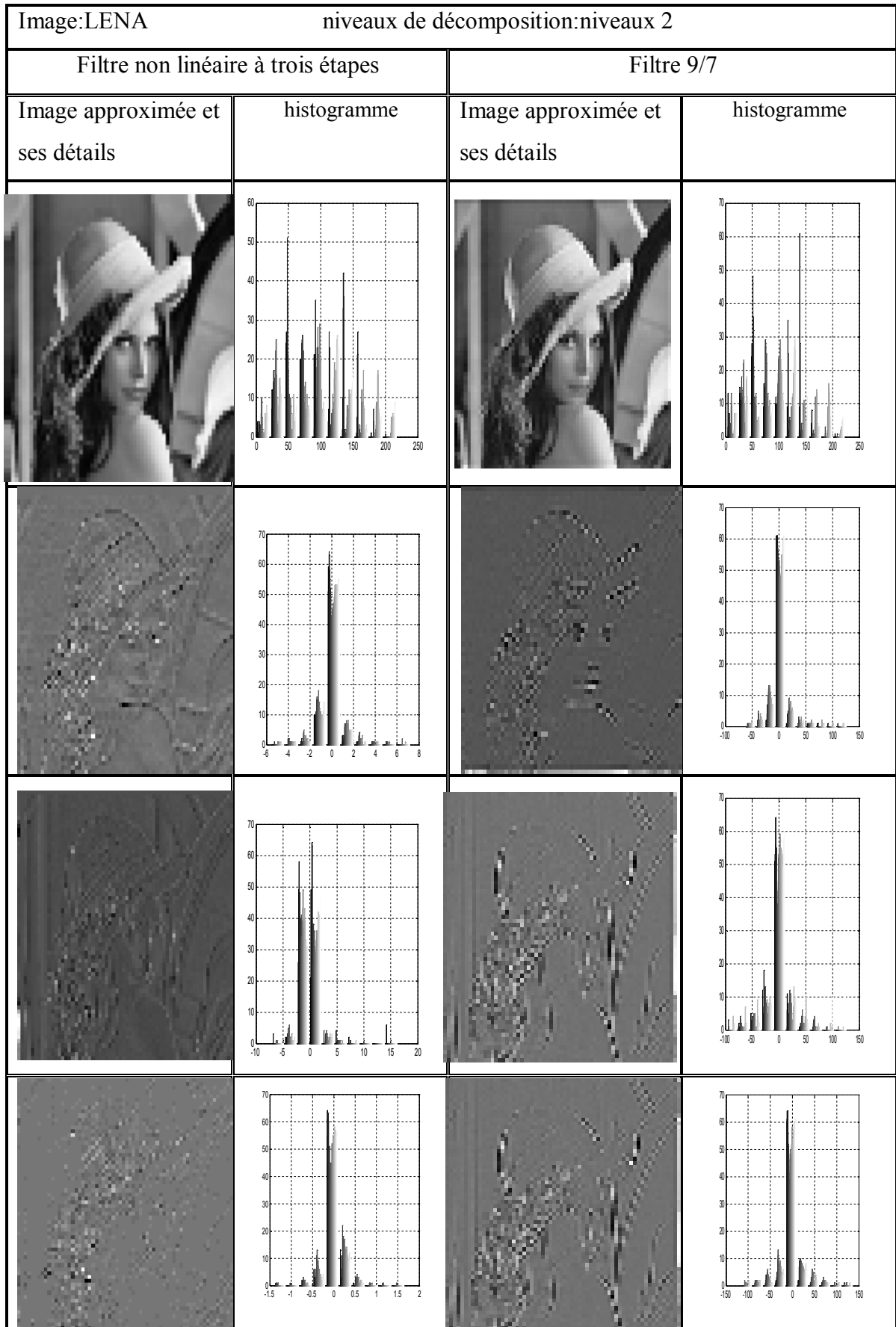


Figure 4.30: les variations d'histogrammes par les filtres NL et 9/7

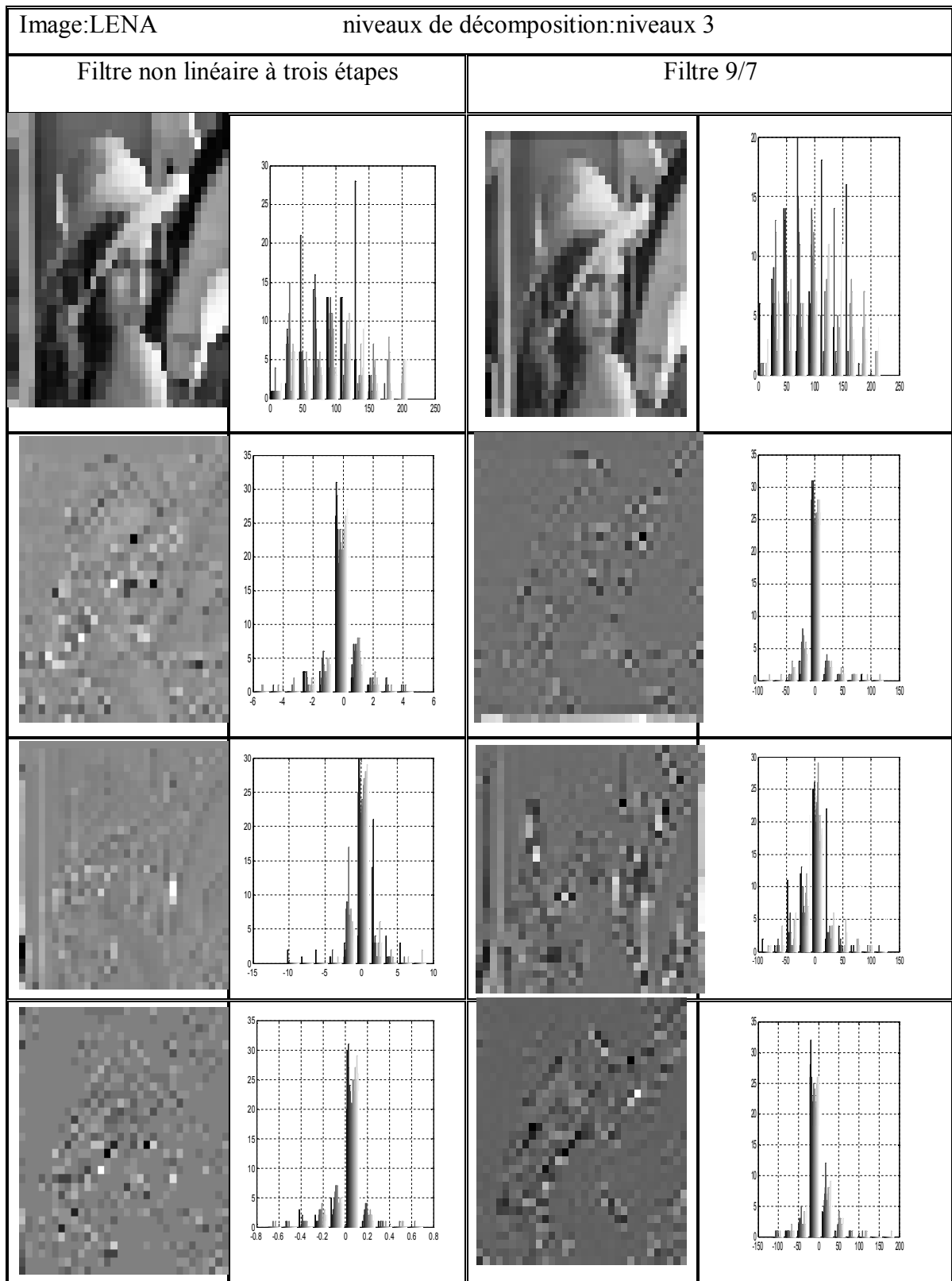


Figure 4.3: les variations d'histogrammes par les filtres NL et 9/7

Les variations de variance

		Niveaux de décomposition					
		Niveau 1		Niveau 2		Niveau 3	
Image Lena							
		984.1446					
		466.3116					

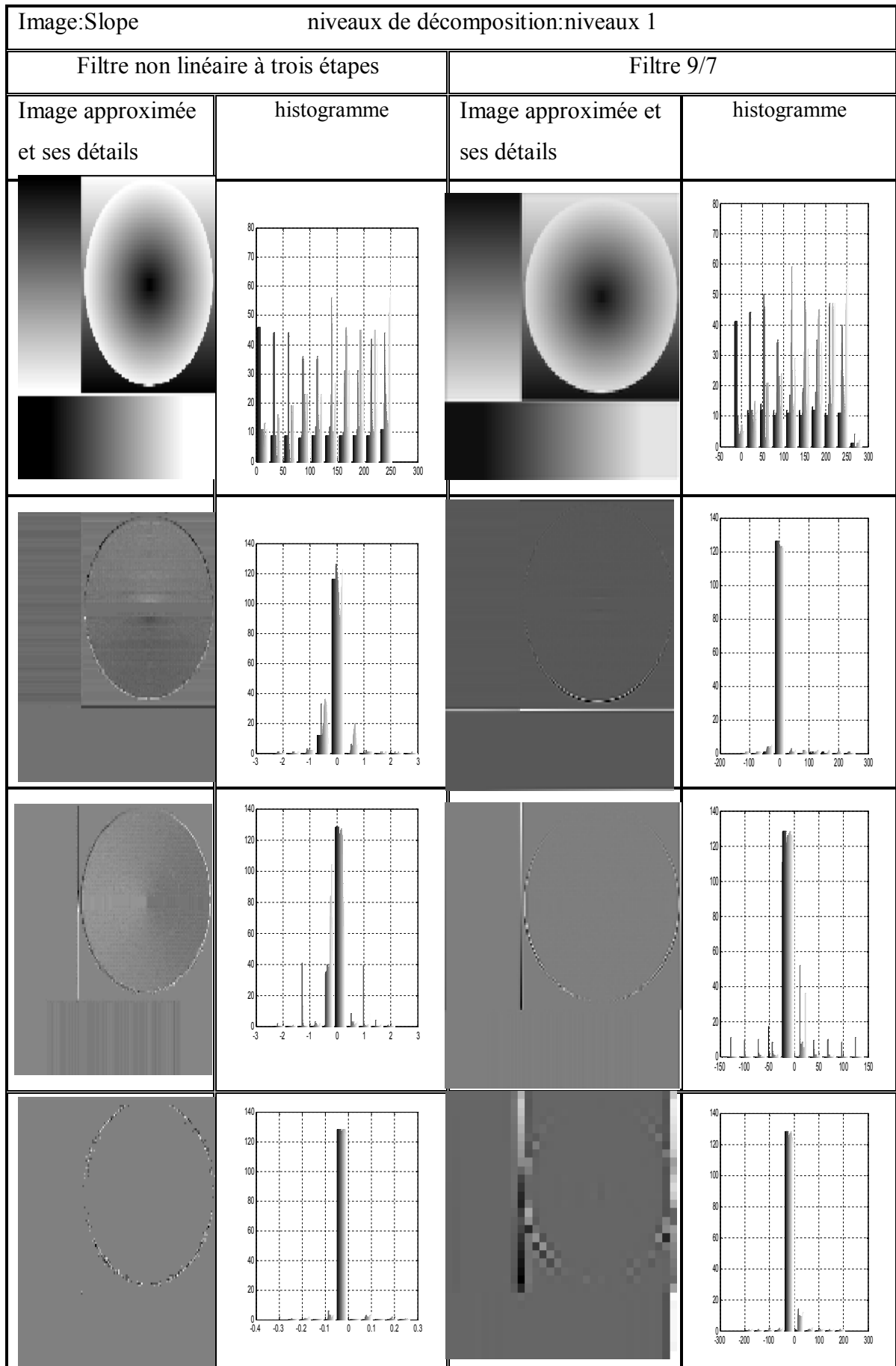


Figure 4.32: les variations d'histogrammes par les filtres NL et 9/7

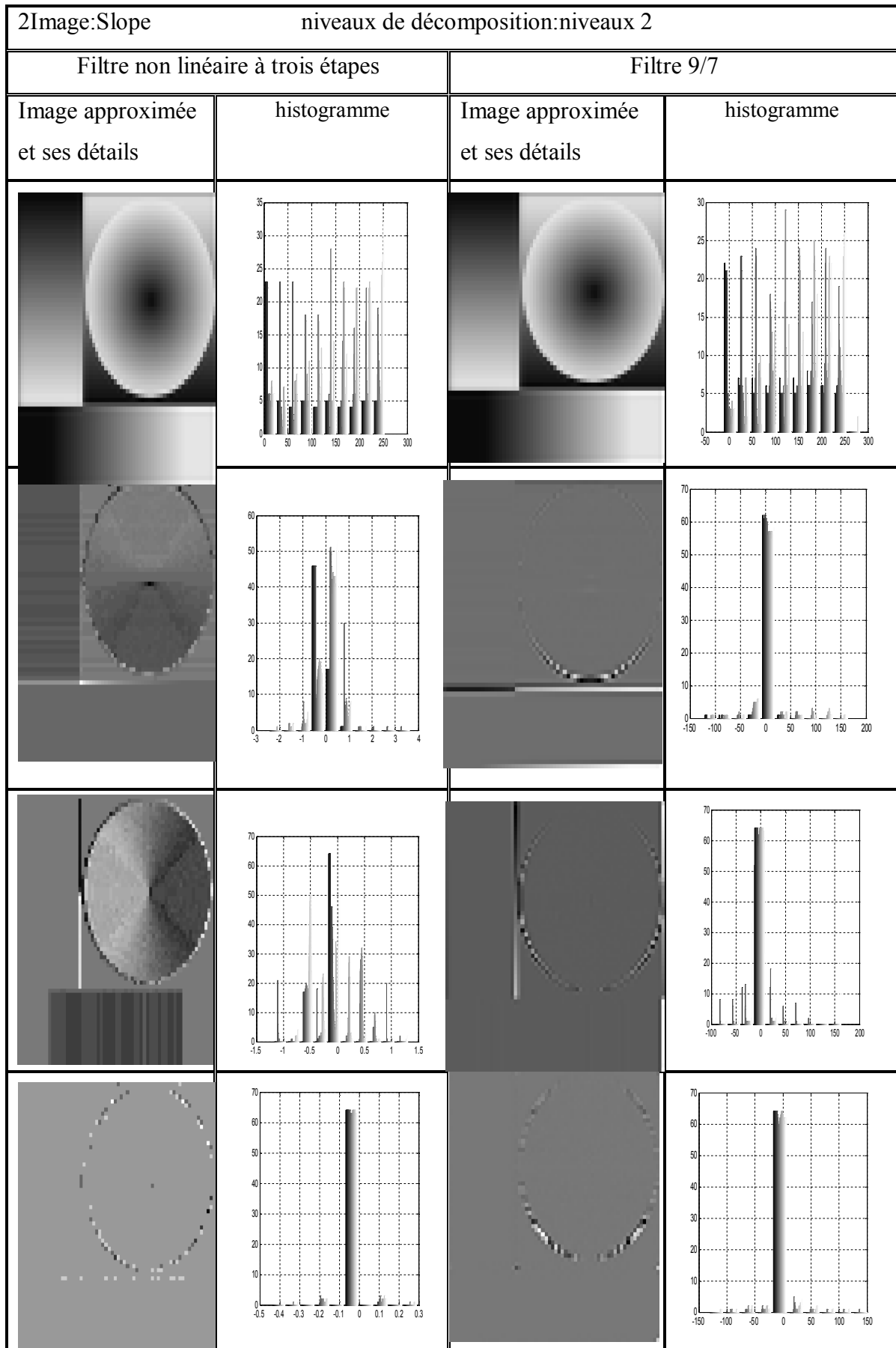


Figure 4.33.: les variations d'histogrammes par les filtres NL et 9/7

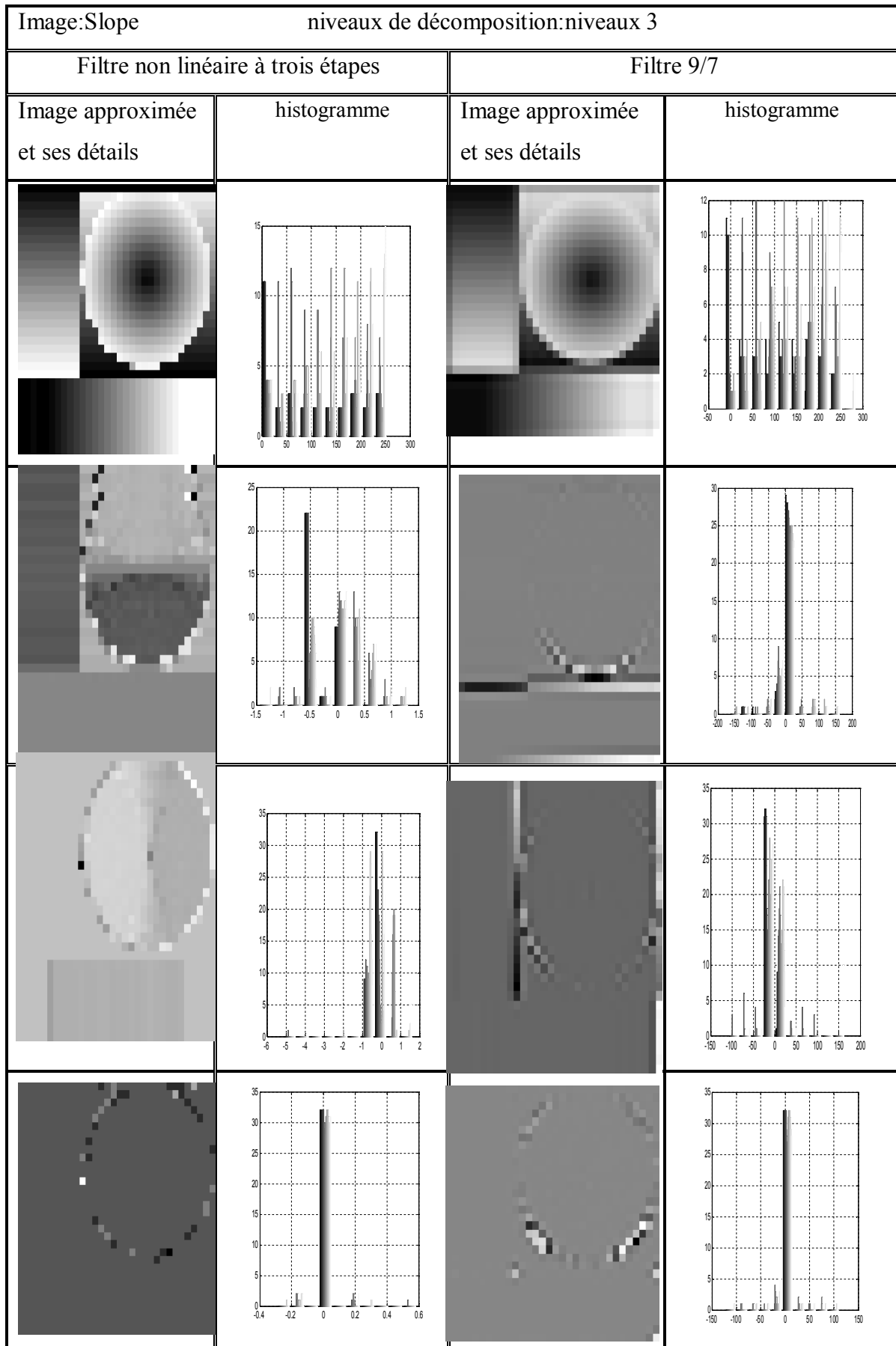


Figure 4.34: les variations d'histogrammes par les filtres NL et 9/7

Discussion

Dans notre travail nous avons fait une comparaison entre les histogrammes des images de différent type filtré par le filtre lifting adaptatif non linéaire à trois étapes et le filtre bi orthogonale 9/7.

On remarque que l'histogramme de l'image approximée traité par le filtre lifting adaptatif non linéaire est proche de celle d'image traitée par le filtre bi-orthogonale c'est à dire que l'approximée contient plus d'information pour les filtres N L .

Par contre pour les détails des images traitées par le filtre lifting adaptatif non linéaire on remarque que la distribution de l'information sera fait dans une intervalle très petit ce qui montre que les détails contient moins d'information par rapport de filtre bi-orthogonale.

Les résultats de comparaison sont proches dans des cas et se diffèrent dans d'autre cas à cause de la nature des images et les caractéristiques de chaque filtre.

Effet de la quantification sur les filtres non linéaire à trois étapes

Les tableaux sont reportés dans l'annexe

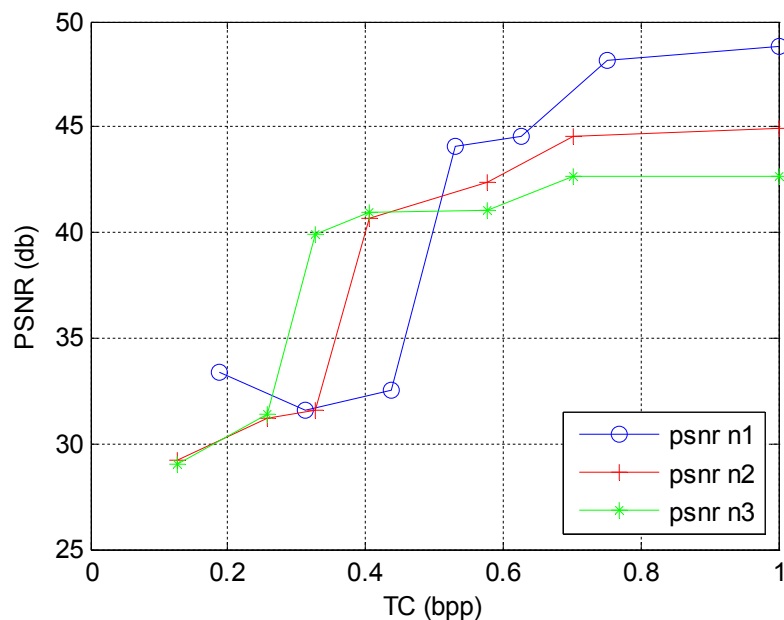


Figure 4.35: Effet de la quantification sur les filtres non linéaire à trois étapes pour l'image montage

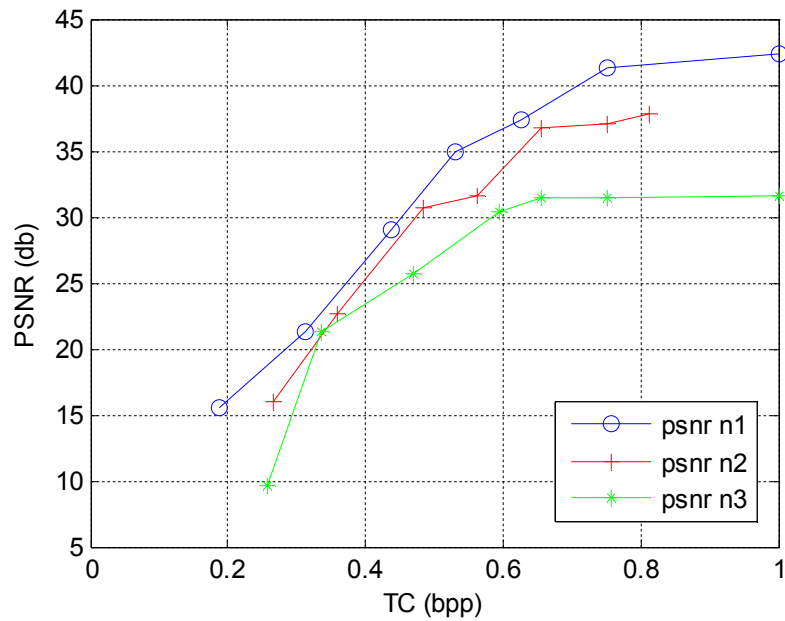


Figure 4.35: Effet de la quantification sur les filtres non linéaire à trois étapes pour l'image Slope

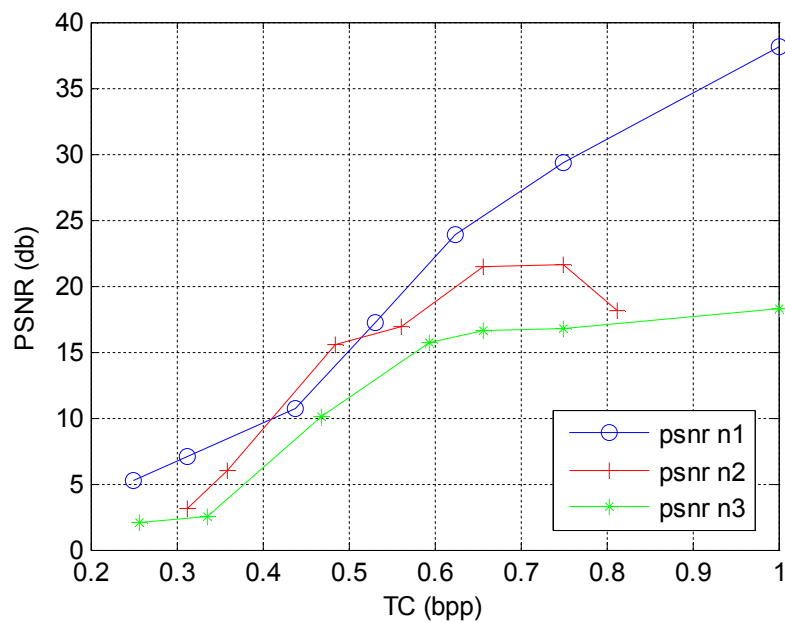


Figure 4.35: Effet de la quantification sur les filtres non linéaire à trois étapes pour l'image Cameraman

Effet de la quantification sur les filtres 9/7

Les tableaux sont reportés dans l'annexe

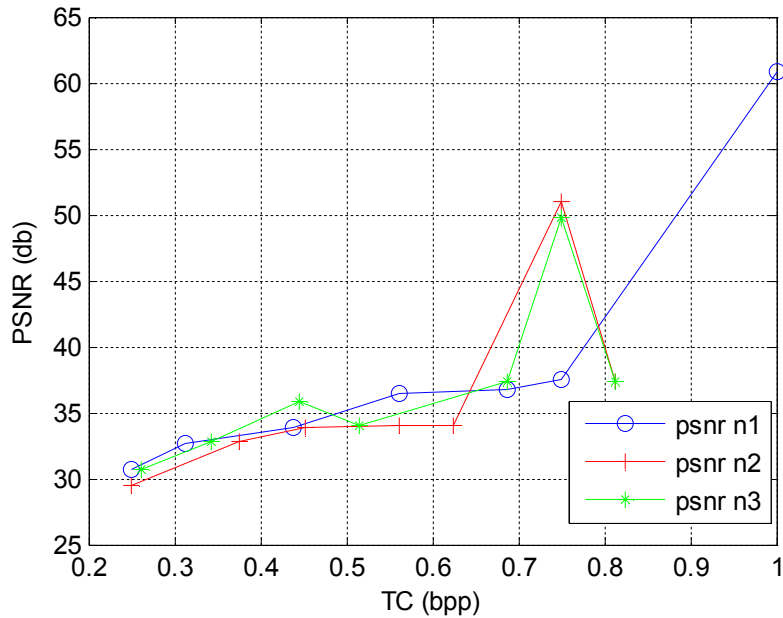


Figure 4.35: Effet de la quantification sur les filtres 9/7 pour l'image montage

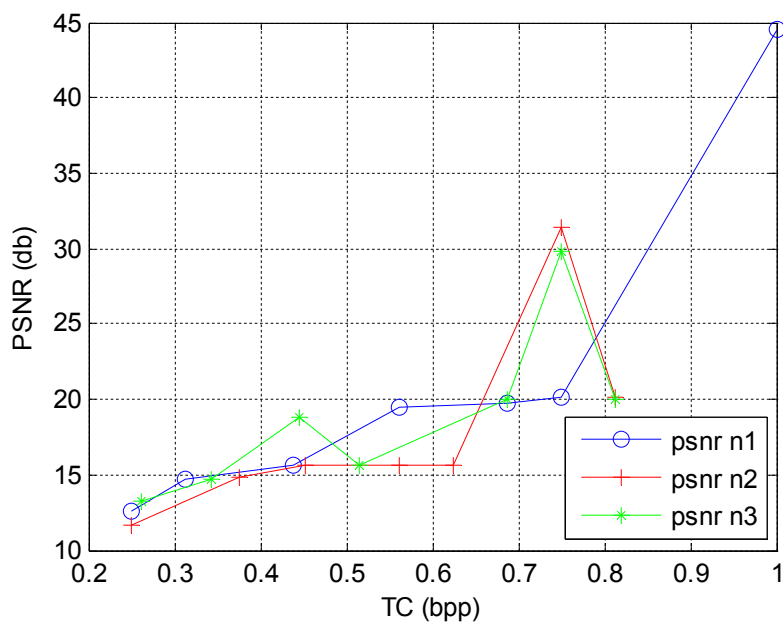


Figure 4.35: Effet de la quantification sur les filtres 9/7 pour l'image Slope

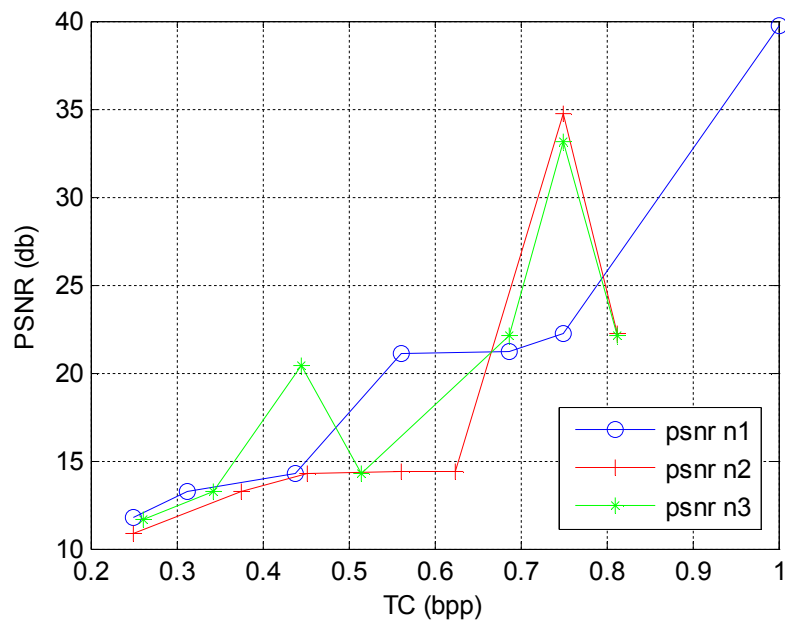


Figure 4.35: Effet de la quantification sur les filtres 9/7 pour l'image Cameraman

Discussion

IV.5 Application à la compression avec perte

Afin d'évaluer l'efficacité de la transformée en ondelette adaptative dans la compression on présente alors des résultats de la variation du PSNR en fonction du débit de distorsion.

Dans ces simulations, on utilise le schéma lifting non séparable à 2D ou le filtre de mise à jour est adaptif et les filtres de prédictions sont fixes. Les images transformées et les détails

sont quantifiés par une quantification par zone morte. Les images résultantes sont ensuite codées par un codeur EBCOT.

Les résultats des expérimentations sont comparés par rapport au filtre bi orthogonale 9/7

Images de portrait

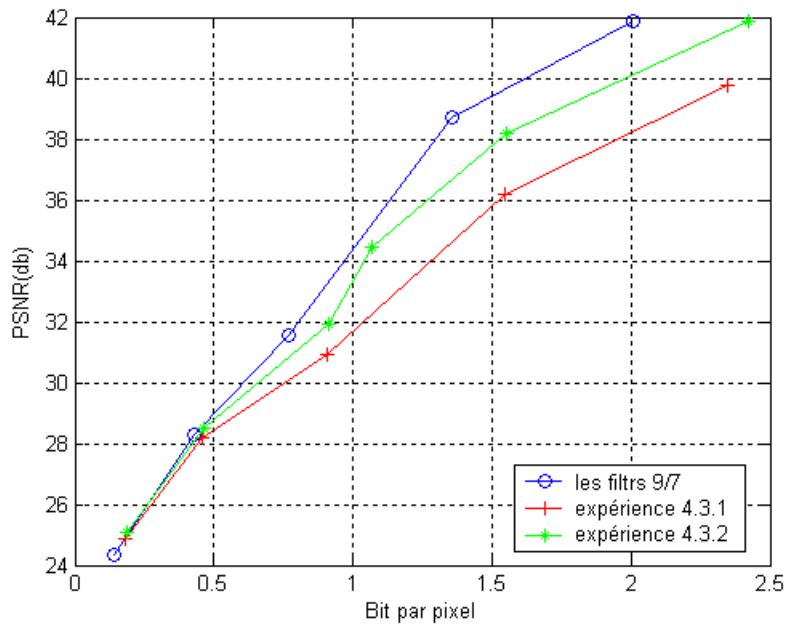


Figure 4.35 Performance débit-distorsion de (expérience 4.3.1, expérience 4.3.2, les filtres 9/7) pour l'image lena.

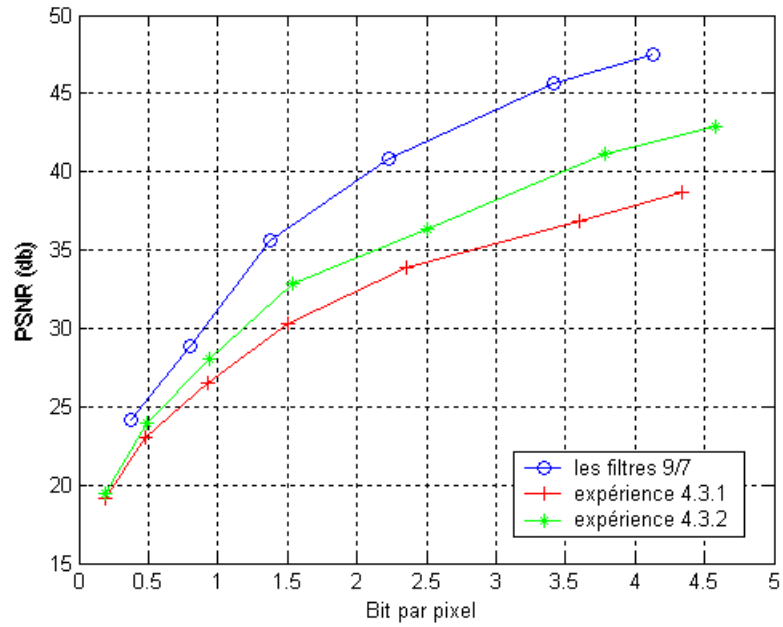


Figure 4.36 Performance débit-distorsion de (expérimentation 4.3.1, expérimentation 4.3.2, les filtres 9/7) pour l'image cameraman

Images médicales

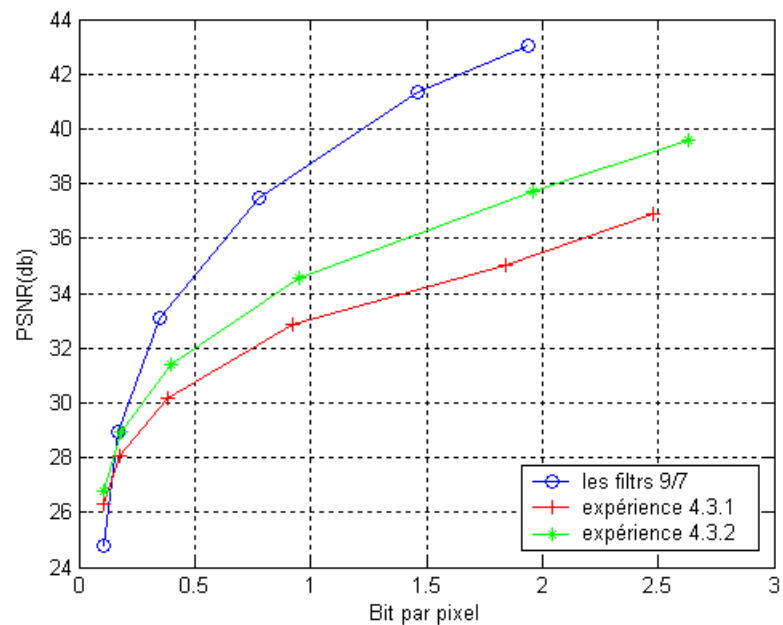


Figure 4.37 Performance débit-distorsion de (expérimentation 4.3.1, expérimentation 4.3.2, les filtres 9/7) pour l'image hipe

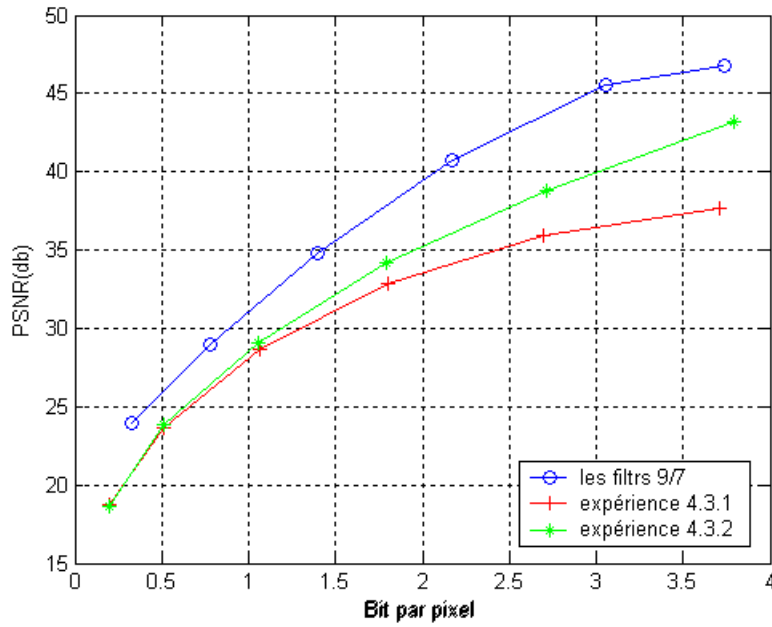


Figure 4.38 Performance débit-distorsion de (expérience 4.3.1, expérience 4.3.2, les filtres 9/7) pour l'image colone

Images binaires

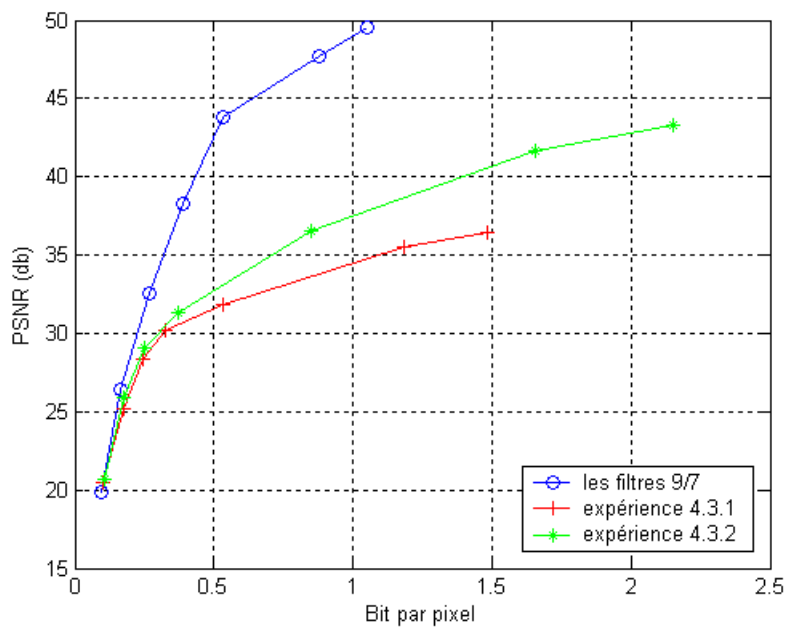


Figure 4.39 Performance débit-distorsion de (expérience 4.3.1, expérience 4.3.2, les filtres 9/7) pour l'image Slope

Image montage:

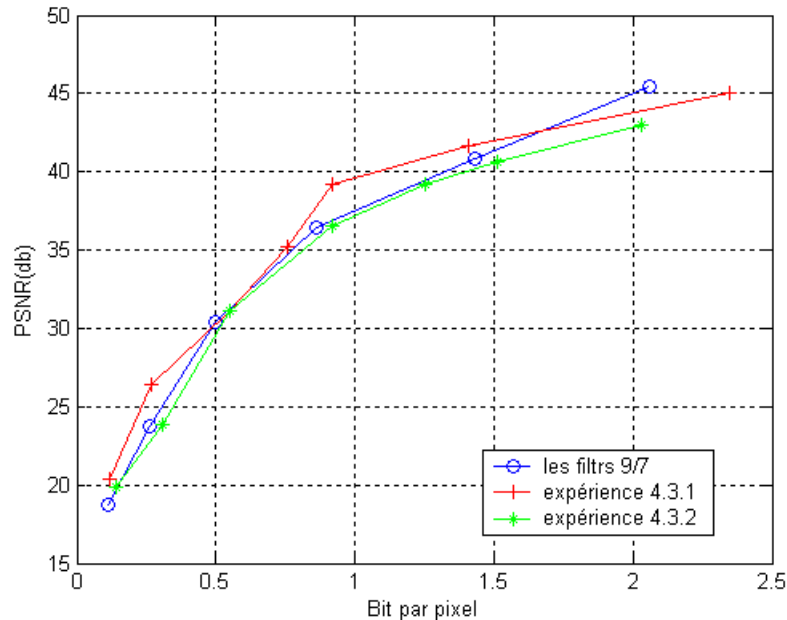


Figure 4.40 Performance débit-distorsion de (expérience 4.3.1, expérience 4.3.2, les filtres 9/7) pour l'image montage

Discussion

Dans le cas des images de portrait Lena et cameraman dans la figure (4.35, 4.36) les résultats du filtre de l'expérience 4.3.2 se rapprochent de celles du filtre biorthogonale. Bien que la structure adaptative préserve les contours, le filtre des régions homogènes ne donne pas la même qualité que le filtre biorthogonale, ceci paraît clairement dans les figures (4.37 et 4.39) ou la différence entre les valeurs de la distorsion PSNR en fonction du débit dans le cas du filtre biorthogonale et les deux filtres adaptatifs est considérable, ceci revient aussi à la nature de l'image.

Pour l'image montage ou les résultats sont présentés dans la figure 4.40 donne des valeurs de PSNR supérieures à celles du filtre les biorthogonale 9/7. Cependant, avec le filtre de l'expérience 3.4.1 on obtient des performances très légèrement inférieure à ce dernier.

Conclusion

Nous avons présenté d'abord l'application des filtres adaptatifs présentés dans les chapitres précédant, ces derniers utilisent des cartes de décision multivaluées. Ces décisions ne sont pas transmises avec le flux compressé, et grâce aux conditions de la reconstruction parfaite on peut avoir la décision lors de la synthèse.

Ensuite nous avons fait l'application des filtres lifting adaptatifs non linéaire à trois étapes et nous étudions les variations des paramètres pour obtenir des meilleurs résultats de PSNR. Nous avons fait une comparaison entre les histogrammes des images de différents types filtrés par le filtre lifting adaptatif non linéaire à trois étapes et le filtre bi orthogonale 9/7.

Dans des applications de compression avec perte. Nos expérimentations ont été conduites avec une quantification par zone morte et un codeur d'image fixe EBCOT et nous avons comparé nos résultats avec la transformée bi orthogonale 9/7 utilisée.

Au cours de cette mémoire, nous nous sommes intéressés aux différentes étapes d'une chaîne de compression d'images, en proposant de nouvelles techniques de transformées se sous les transformées adaptatives basées sur la structure lifting.

Cette structure est une version modifiée du lifting classique, l'adaptation consiste à choisir entre plusieurs filtres, suivant l'information locale du signal, il existe deux structures de lifting adaptatives: soit on commence par la prédiction puis la mise à jour, soit on procède par l'application de l'opérateur de mise à jour puis la prédiction.

Les travaux de Piella, sur lesquels sont basées nos études, l'opérateur de mise à jour est modifié à chaque échantillon en fonction d'une décision prise sur le signal d'entrée. Ces décisions sont prises par seuillage d'une seminorme calculée sur le gradient du signal d'entrée, conduisant ainsi à choisir entre deux filtres de mise à jour.

La continuation des travaux de Piella, sur les filtres adaptatifs non linéaire adaptatives nous ramenons aussi à étudié le filtre lifting adaptatif non linéaire à trois étapes de 1D et son extension à 2D qui est utilisé dans plusieurs domaines d'applications à cause de ses caractéristiques qui permet de résoudre les problèmes rencontrés. ce transformation est structuré par trois étapes non linéaire.

Nous pensons avoir étudié une nouvelle voie dans le codage des images fixes avec perte par les filtres non-linéaires adaptatifs, qui possèdent ces avantages et ces inconvénients. Seul la compression sans perte qui a été testée par G. Piella et J. Solé, les résultats prometteurs qui ont été trouvés, était parmi les motivations d'entamer ce travail.

Des simulations de compression avec perte ont été introduites en utilisant une quantification par zone morte avec le codeur EBCOT, on a comparé nos résultats avec celles du filtre biorthogonale 9/7. Ces filtres donnent des résultats prometteurs pour certaines images et non satisfaisantes pour d'autres. Malgré que ces filtres conservent les

singularités de l'image, on constate que les filtres des régions homogènes, ne donnent pas la même qualité que le filtre biorthogonale 9/7.

Le travail présenté dans cette mémoire peut être étendu dans diverses directions. Les structures de décomposition adaptatives basées sur la combinaison de seminormes ont été expérimentées sur des images, afin d'illustrer l'intérêt de posséder des cartes de décisions multivaluées. Il est, cependant, tout à fait envisageable d'étendre ces structures au cas 3D, en utilisant des critères de décision et des filtres de mise à jour définis dans le pavé spatio-

temporel 3D. De plus, la formulation lifting autoriserait alors assez simplement d'introduire le mouvement dans ces critères et ces filtres de mises à jour, de façon à opérer le filtrage adaptatif selon les trajectoires du mouvement. Enfin, on essaiera de les mettre en oeuvre dans des applications de compression d'image et de vidéo avec perte.

Une extension de ces filtres adaptatives basé sur les entier à été proposé dans, il est peut être appréciable d'appliquer ces derniers dans la compression avec et sans pertes

Afin de résoudre le problème de filtrage des régions homogènes, on propose de conserver une structure séparable adaptative, et le filtre biorthogonale 9/7, seules les singularités de l'image qui seront conservées, ces dernières seront détectées à l'aide d'une carte de décision.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Références Bibliographiques

- [1] J. Andrew, "A simple and efficient hierarchical image coder", in IEEE International Conference on Image Processing, 1997, vol. 3(3), p. 658.
- [2] M. Antonini, M. Barlaud, P. Mathieu, I. Daubechies, "Image Coding Using Wavelet Transform", IEEE Trans. on Image Processing, Vol. 1, pp. 205-220, April 1992.
- [3] O. Aubault. "Visualisation interactive de scènes vaste et complexes à travers un réseau". PhD thesis, France Telecom R&D, Université de Rennes 1, 2003.
- [4] O. Aubault C. Gioia and C. Bouville. "Real-time reconstruction of wavelet encoded meshes for view-dependent transmission and visualisation". IEEE Trans. on Circuits and Systems for Video Technology, 7(14), 2004.
- [5] E Baudrier, "Comparaison d'images binaires reposant sur une mesure locale des dissimilarités Application à la classification", Thèse en vue de l'obtention du diplôme de docteur en Traitement de l'image et en Mathématiques Appliquées.
- [6] M. Barlaud, C. Labit, " Compression et codage des images et des vidéos", Hermes Science Publication, France, 2002.
- [7] S. Brangoulo, "Codage d'images fixes et de vidéos par ondelettes de seconde génération. Théorie et applications", Thèse de doctorat, Université Rennes France, février 2005.
- [8] E. J. Candès et D. L. Donoho. "Curvelets - a surprisingly effective nonadaptive representation for objects with edges". Dans L. S. et al., rédacteur, Curves and Surfaces, p. 105–120. Vanderbilt University Press, Nashville, TN, 2000.
- [9] E. Candès et D. L. Donoho. "New tight frames of curvelets and optimal representations of objects with piecewise C2 singularities". Communications on pure and applied mathematics, 57(2), p. 219–266, 2004.
- [10] E. J. Candès. "Ridgelets: theory and applications. Thèse de doctorat", Stanford University, 1998.
- [11] C. Christopoulos, A. Skodras, T. Ebrahimi, "The JPEG2000 Still Image Coding System" : An Overview, IEEE Transactions on Consumer Electronics, Vol. 46, No. 4, pp.1103-1127, november 2000
- [12] M. Cohen S. Gortler, P. Schröder and P. Hanrahan. ""Wavelet radiosity". In SIGGRAPH '93: Proceedings of the 20th annual conference on Computer graphics and interactive techniques., pages 221–230. ACM Press, 1993.
- [13] Daubechies, "Ten Lectures on Wavelets", CBMS-NSF Regional Conf. Series in Appl. Math., Vol. 61 Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, 1992.

Références Bibliographiques

- [33] A Descampe, F O Devaux, " Etude et conception d'un décodeur hardware JPEG 2000 destiné au cinéma numérique", Travail de fin d'études présentée en vue de l'obtention du grade d'ingénieur civil électricien, Juin 2003
- [14] M. N. Do et M. Vetterli. "The contourlet transform: an efficient directional multiresolution image representation". IEEE Transactions on Image Processing, 14(12), p. 2091–2106, décembre 2005.
- [15] A.Elkefi,M.Antonini , "compression de maillages 3D multirésolution,transformée en ondelettes 2éme génération",rapport de recherche,ISRN I 3S/RR-2003-30-FR,Novembre 2003.
- [16] Christophe Foucher et Gilles Vaucher, " Compression d'images et réseaux de neurones",Supélec,Equipe Electronique, Traitement du Signal et Neuromimétisme (ETSN),avenue de la Boulaie, BP 28, 35511 Cesson Sévigné Cédex.
- [17] A. Gouze, M. Antonini, and M. Barlaud, "Quincunx lifting scheme for lossy image compression", Proceedings of International Conference on Image Processing, Vol. 1, pags. 665–668, September 2000.
- [18] A. Gouze, "Schéma Lifting Quinconce pour la Compression d'Images", Ph.D. thesis, Université de Nice - Sophia Antipolis, France, décembre 2002.
- [19] S. Grgic, M. Grgic, M. Mrak, Reliability of Objective Picture Quality Measures, Journal of Electrical Engineering, Vol. 55, No. 1-2, pp.3-10, 2004.
- [20] R. Grosbois, Image Security and Processing in the JPEG 2000 Compressed Domain, Thèse de doctorat, Université Paris, 2003.
- [21] A Grossmann,J Morlet, decomposition of hardly functions into square integrable wavelets of constant shape.SIAM J. Math .Anal, 15(4):723-736,1974.
- [22] H. J. A. M. Heijmans, G. Piella, and B. Pesquet-Popescu, "Adaptive wavelets for image compression using update lifting: Quantisation and error analysis", International Journal of Wavelets, Multiresolution, and Information Processing, 2005.
- [23] H. J. A. M. Heijmans, B. Pesquet-Popescu, and G. Piella, "Building nonredundant adaptive wavelet by update lifting", Tech. rep., PNA CWI Amsterdam, 2001.
- [24] H. J. A. M. Heijmans, B. Pesquet-Popescu, and G. Piella, "Building non redundant adaptive wavelets by update lifting", Applied and Computational Harmonic Analysis, Vol. 18, novomber 2004.

Références Bibliographiques

- [25] H. J. A. M. Heijmans, B. Pesquet-Popescu, and G. Piella, “Building non redundant adaptive wavelets by update lifting”, *Applied and Computational Harmonic Analysis*, Vol. 18, pags. 252–281, May 2005.
- [26] A. Islam and W. A. Pearlman, “An embedded and efficient low-complexity hierarchical image coder”, in *SPIE Visual Communications and Image Processing*, Jan. 1999, vol. 3653, pp. 294_305.
- [27] G. Jeannic, V. Ricordel et D. Barba. Extraction de contours multirésolution pour un codage d’images par bandelettes. Dans *COmpression et REprésentation des Signaux Audiovisuels*. 2006.
- [28] Y. H. Kim and J. M. Modestino, “Adaptive entropy coded subband coding of images”, *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 1, pp. 31_48, Jan. 1992.
- [29] S. Mallat, “multiresolution representation and wavelets”. These doctorat. University of Pennsylvania, 1988.
- [30] S. Mallat, “A theory for multiresolution signal decomposition : The wavelet representation,” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 11, juillet 1989.
- [31] S. Mallat , Une exploration des signaux en ondelettes, Les Éditions de l’École Polytechnique, 2000.
- [33] Meyer Y., *Ondelettes et Opérateurs I : Ondelettes*, Ed. Hermann, 1990.
- [34] Mark Nelson et Jean-Loup Gailly. *The Data Compression Book*. M&T Books, New York,second _edition, 1995.
- [35] B. Pesquet-Popescu, G. C. K. Abhayaratne, H. J. A. M. Heijmans, and G. Piella, “Quantization of adaptive 2D wavelet decompositions”, *Proceedings of International Conference on Image Processing*, Vol. 3, pags. 209–212, September 2003.
- [36] G. Peyré. *Géométrie multi-échelle pour les images et les textures*. Thèse de doctorat,École Polytechnique, 2005.
- [37] G. Piella and H. J. A. M. Heijmans. Adaptive lifting schemes with perfect reconstruction. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 50(7):1620–1630, Juillet 2002.
- [38] G. Piella, B. Pesquet-Popescu, and H. Heijmans. Adaptive update lifting with a decision rule based on derivative filters. *IEEE Signal Processing Letters*, 9(10) :329–322, Octobre 2002.

Références Bibliographiques

- [39] G. Piella, B. Pesquet-Popescu, and H. J. A. M. Heijmans. Adaptive update lifting with a decision rule based on derivative filters. *IEEE Signal Processing Letters*, 9(10) :329–332, Octobre 2002.
- [40] G. Piella, G. Pau, and B. Pesquet-Popescu. Adaptive lifting schemes combining seminorms for lossless image compression. In *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Image Processing*, Gênes, Italie, Septembre 2005.
- [41] A THREE-STEP NONLINEAR LIFTING SCHEME FOR LOSSLESS IMAGE COMPRESSION.
- [42] G. Piella , B. Pesquet-Popescu, H. Heijmans, and G. Pau. Combining seminorms in adaptive lifting schemes and applications to image analysis and compression. À paraître dans *Springer Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 2006.
- [43] J. M. Shapiro , “Embedded image coding using zerotrees of wavelet coefficients”, *IEEE Transactions on Signal Processing : Special Issue Wavelets and Signal Processing*, vol. 41, pp. 3445_3463, 1993.
- [44] A. Said, W. A. Peralman, A New Fast and Efficient Image Codec Based on Set Partitioning in Hierarchical Trees, *IEEE Trans. on Circuits and Systems for Video Technology*, Vol. 6, No. 3, pp. 243-250, June 1996.
- [45] D.Santa Cruz, T. Ebrahimi, A Study of JPEG 2000 Still Image Coding Versus Other Standards, In *Proc. of the X European Signal Processing Conference*, Vol. 2, pp. 673-676, Finland, September 2000,
- [46] Sjöblom. E (2002), "Compression of Medical Image Stacks using Wavelets and Zero-Tree Coding", Master thesis, Division of Image Coding, junry, 2002, Department of Electrical Engineering, Linköping University.
- [47] A. Skodras, C. Christopoulos, T. Ebrahimi, The JPEG2000 Still Image Compression Standard, *IEEE Signal Processing Magazine*, pp.36-58, September 2001.
- [48] G.strang and T.Nguyen ,“wavrelets and Filer Banks”, Welleslay-Cambridge Press,Wellesley,Massachusets,1996.
- [49] J. Solé, Lifting Schemes for Image Compression, Ph.D Thesis, Universitat Politècnica de Catalunya, March 2005.
- [50] R. Sudhakar, R. Karthiga et S. Jayaraman. Image compression using coding of wavelet coefficients - A survey. *ICGST International Journal on Graphics, Vision and Image Processing*, 5(6), p. 25–38, 2005.

Références Bibliographiques

- [51] W. Sweldens, The Lifting Scheme: A New Philosophy in Biorthogonal Wavelet Constructions, Proc. SPIE Wavelet Applications in Signal and Image Processing III, 2569, pp. 68-79, (1995).
- [52] D. Taubman High performance scalable image compression with EBCOT. IEEE Transactions on Image Processing, 9(7), p. 1158–1170, juillet 2000.
- [53] D. Taubman, E. Ordentlich, M. Weinberger et G. Seroussi. Embedded block coding in JPEG2000. Signal Processing: Image Communication, 17(1), Elsevier, janvier 2002.
- [54] N. Terki
- [55] M. Vetterli, “Multidimensionnal subband coding: Some theory and algorithms,” Signal Processing, 1984.
- [56] M. Vetterli, “Filter banks allowing perfect reconstruction”, Signal Processing, vol. 10, pp. 219—244, 1986.
- [57] J.W. Woods, S.D. O’Neil, "Subband Coding of Images", IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Vol. 1SSP-34, pp. 1278-1288, October 1986.
- [58] Xavier Marsault. Compression et cryptage des données multimédias. Traitée des Nouvelles Technologies - Série Informatique. Hermès, Paris, second édition, 1995.
- [59] Beladgham. M (2003), " Segmentation, Analyse et Compression D’image par Ondelettes : Traitement D’image IRM", Mémoire de Magister en Electronique, Option : Signaux et Systèmes, Octobre 2003, Université de Tlemcen.

SOMMAIRE

INTRODUCTION	1
CHAPITRE I	
<i>Les Ondelettes</i>	
I.1 Introduction	3
I.2 La transformée en ondelettes	4
I.2.1. La transformée en ondelettes continue.....	4
I.2.2. La transformée en ondelettes discrète	5
I.2.3. Propriétés des ondelettes de première génération.....	6
I.3. L'analyse multi résolution	6
I.3.1. Cadre théorique	6
I.3.2. Transformée en ondelette rapide unidimensionnel.....	9
I.3.3 Principe de décomposition et de reconstruction dans le cas de.....	
transformée 2-D.....	10
I.4. Théorie du schéma lifting	11
I.4.1. Propriétés du schéma lifting	13
I.4.2. Exemples linéaires	14
I.4.3. Conception d'ondelettes non-linéaires.....	14
I.4.3.1 Ondelettes entières.....	14
I.5. Correspondance entre schéma lifting et transformée en ondelettes	
première génération.....	15
I.5.1 Application des ondelettes de seconde génération.....	18
I.5.2 Transformées dérivées des ondelettes.....	19

I.6 Conclusion.....	21
----------------------------	-----------

CHAPITRE II

***Schéma lifting adaptatif***

II.1 Introduction	22
II.2 Etat de l'art des ondelettes adaptatives	23
II.3 types d'adaptation possible.....	23
II.4 Décomposition avec mise à jour adaptative.....	25
II.4.1 Structure générale	25
II.4.2 La condition d'adaptation pour la seminorme	27
II.4.2.1 Définition d'une seminorme.....	28
II.4.2.2 Critère de seuil TC.....	31
II.5 mise à jour adaptatif non séparable.....	32
II.5.1 Exemples.....	33
II.6 Schéma lifting adaptatif non linéaire à trois étapes.....	34
II.7 conclusion.....	37

CHAPITRE III

***Compression d'images fixes***

III.1 Introduction	38
III.2. Méthodes de compression d'images	39
III.2.1 Compression physique et compression logique.....	39
III.2.2 Compression symétrique et asymétrique	39
III.2.3 Compression avec et sans pertes	39
III.2.3 .1 Méthodes sans perte.....	39
III.2.3.2 Méthodes avec perte	40
III.2.4 Mesurer les performances en compression	40
III.2.4.1 Taux de compression et débit binaire.....	40

III.2.4.2	Compromis débit-distorsion et critères de qualité.....	41
III.2.4.3	Complexité	42
III.3	Compression d'image par transformée en ondelettes.....	42
III.3.1	Décomposition en ondelettes séparables	42
III.3.2	Quantification.....	43
III.3.2.1	Quantification scalaire.....	44
III.3.2.2	Quantification vectorielle	45
III.3.3	Codage des sous-bandes	46
III.3.3.1	L'algorithme de codage EZW	46
III.3.3.2	SPIHT.....	48
III.3.3.3	SPECK.....	49
III.3.3.4	EBCOT.....	50
III.3.3.5	EZBC	52
III.4	Comparaison des différents codeurs.....	52
III.5	conclusion.....	54

CHAPITRE IV

Résultats et Simulation

IV.1	Introduction.....	55
IV.2	L'ensemble des images de test considérées	56
IV.3	Filtrage adaptatif	57
IV.4	filtre lifting adaptatif non linéaire	60
IV.6	Conclusion.....	65

CONCLUSION GENERALE..... 66
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES..... 68
ANNEXE..... 74

...