

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

Université Mohamed Khider - Biskra
Faculté des Sciences et de la technologie
Département de Génie Civil et Hydraulique
Référence :



جامعة محمد خيضر - بسكرة
كلية العلوم و التكنولوجيا
قسم الهندسة المدنية الري
المرجع :

THESE

Présentée pour l'obtention du diplôme de

Doctorat en sciences

Spécialité : Génie Civil

Par

Abdelhak MABROUKI

Titre de la thèse :

**MODELISATION NUMERIQUE DE L'INTERACTION
ENTRE UNE FONDATION SUPERFICIELLE ET D'AUTRES
CONSTRUCTIONS**

Soutenue le 30/06/2011 devant le jury composé de :

Président :	GUETTALA Abdelhamid	Professeur	Université de Biskra
Rapporteurs :	MELLAS Mekki	Maître de conférences	Université de Biskra
	FRANK Roger	Professeur	Ecole des Ponts ParisTech, France
Examineurs :	KHEMISSA Mohamed	Maître de conférences	Université de M'Sila
	ABBECHÉ Khelifa	Professeur	Université de Batna
	BAHEDDI Mohamed	Maître de conférences	Université de Batna

A la mémoire de mon grand père

A mes parents

A mes frères et à mes sœurs

Remerciements

J'adresse mes remerciements en premier lieu à M. Roger FRANK, Professeur à Ecole des Ponts ParisTech, pour m'avoir accueilli au sein du CERMES, équipe géotechnique du Laboratoire Navier de l'Ecole des Ponts ParisTech. Je le remercie également pour l'encadrement de cette thèse et pour la confiance qu'il m'a accordée. Je voudrais exprimer ma reconnaissance pour ses conseils très précieux et les orientations qu'il m'a indiquées pour faire avancer mon travail.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à M. Mekki MELLAS, Maître de Conférences à l'Université de Biskra, qui a encouragé, soutenu et orienté la réalisation de ce travail. Je le remercie ici très vivement pour son encadrement et son aide tout au long de ce travail.

Je présente aussi mes remerciements à M. Abdelhamid GUETTALA, Professeur à l'Université de Biskra, Directeur du Laboratoire de Génie Civil, qui m'a fait l'honneur de présider le jury de thèse.

J'exprime également mes plus sincères remerciements à M. Mohamed KHEMISSA, Maître de Conférences à l'Université de M'sila, à M. Khelifa ABBECHÉ, Professeur à l'Université de Batna, et à M. Mohamed BAHEDDI, Maître de Conférences à l'Université de Batna, qui ont eu l'amabilité d'examiner attentivement mon manuscrit et de m'apporter leurs commentaires et leurs corrections.

Enfin, je souhaite exprimer ma reconnaissance à mon ami Djamel BENMEDDOUR, pour ces encouragements et ces conseils qui m'ont aidé à faire avancer mes travaux de recherche.

Résumé

Les problèmes de l'interaction sol-structure constituent un des sujets majeurs des recherches dans le domaine de la géotechnique ; les travaux dans ce domaine conduisent fréquemment à étudier les interactions avec les structures voisines, ce qui ouvre des perspectives de recherche très larges. En pratique, de nombreuses structures peuvent être construites sur ou au voisinage d'ouvrages existants, par exemple, une fondation superficielle en interaction avec une pente ou une cavité souterraine, ou en interférence avec une autre fondation. Les progrès considérables réalisés dans le domaine de la modélisation numérique permettent de traiter des problèmes complexes de l'interaction sol-fondation.

L'objectif de cette thèse est l'étude numérique des problèmes de capacité portante des fondations superficielles isolées dans un sol frottant, ainsi que l'influence de l'interaction de la fondation avec son environnement sur cette portance. On présente, tout d'abord, une recherche bibliographique actualisée sur les méthodes de calcul de la capacité portante des fondations superficielles ; elle comprend ensuite des études numériques sur la capacité portante des fondations superficielles filantes et circulaires, ainsi que sur l'influence de l'interférence de deux semelles filantes et de la proximité d'une pente ou d'une cavité souterraine.

Mots clés: Fondation superficielle, capacité portante, interaction, modélisation numérique, interférence, cavité, pente.

Abstract

The problem of soil-structure interaction is always a subject of major interest in geotechnical engineering; the research work leads to study the interactions between neighbouring structures, and this provides broad research perspectives. In practice, many structures can be built on or adjacent to existing structures (e.g., shallow foundation interaction with a slope or an underground cavity and the interference with another foundation). Considerable progress in the field of numerical modelling allows the study of complex problems of soil-foundation interaction. The objective of this thesis is the numerical study of the problems of bearing capacity of isolated shallow foundations on frictional soils, as well as the influence on the bearing capacity of the interaction of the foundation with its environment. Firstly, we present a bibliographic study on the calculation methods for the bearing capacity of shallow foundations. In a second stage, this research includes the numerical studies of the bearing capacity of strip and circular shallow foundations, as well as the influence on the bearing capacity of the interference between two strip footings and the proximity of a slope or of an underground cavity.

Key words: shallow foundation, bearing capacity, interaction, numerical modelling, interference, slope, cavity.

ملخص

إشكالية التفاعل البيئي تربة-هيكل تمثل أحد أهم مواضيع البحوث في الميدان الجيوتقني، الأشغال في هذا الميدان تؤدي غالباً لدراسة التفاعل بين الهياكل المتجاورة، مما يفتح آفاق واسعة للبحث. عملياً، العديد من الهياكل يمكن أن تنشأ على أو بجوار منشآت موجودة، مثل الأساسات السطحية المجاورة لمنحدر أو فجوة داخل التربة، و التداخل بين الأساسات. التطويرات المعتبرة المنجزة في ميدان النمذجة الرقمية تسمح بمعالجة المشاكل المعقدة للتفاعل بين تربة-أساس.

الهدف من هذه الأطروحة هو الدراسة الرقمية لإشكالية الحمولة القصوى للأساسات السطحية المنعزلة في حالة تربة احتكاكية، كذلك تأثير التفاعل بين الأساس وما يحيط به. في البداية نعرض بحث مكتبي حديث لطرق حساب الحمولة القصوى للأساسات السطحية، بعد ذلك نعرض في هذه الأطروحة دراسات رقمية للحمولة القصوى للأساسات السطحية المستمرة والدائرية، كذلك تأثير التداخل بين أساسين مستمرين و وجود منحدر أو فجوة داخل التربة.

الكلمات المفتاحية : الأساسات السطحية، الحمولة القصوى، تفاعل بيئي، نمذجة رقمية، تداخل، منحدر، فجوة.

Table des matières

Introduction Générale.....	1
PARTIE A : Recherche bibliographique	
CHAPITRE 1 : Capacité portante des fondations superficielles	
1.1. Introduction.....	3
1.2. Description du comportement des fondations superficielles	4
1.2.1. Types de fondations superficielles.....	4
1.2.2. Comportement des fondations superficielles.....	5
1.2.3. Conditions de rupture par cisaillement généralisé dans le cas des semelles superficielles filantes (Terzaghi, 1943).....	7
1.3. Capacité portante des fondations superficielles.....	9
1.3.1. Principales contributions de l'étude la capacité portante.....	9
1.3.2. Critiques générales des méthodes classiques.....	16
1.3.3. Aperçu sur les méthode de calcul de la capacité portante.....	17
1.3.3.1. La méthode de l'équilibre limite.....	17
1.3.3.2. La méthode de l'analyse limite.....	20
1.3.3.3. La méthode des lignes de glissement.....	24
1.3.3.4. Les calculs en déformations.....	25
1.3.3.5. Etudes expérimentales.....	27
1.3.4. Comparaison des expressions des facteurs de portance.....	28
1.4. Spécifications réglementaires pour le calcul de la de la capacité portante.....	30
1.4.1. DTU 13.12.....	30
1.4.2. Eurocode 7.....	30
1.5. Calcul de la capacité portante à partir des résultats des essais in-situ.....	31
1.5.1. Calcul de la capacité portante à partir de l'essai au pressiomètre.....	32
1.5.2. Calcul de la capacité portante à partir de l'essai de pénétration statique (CPT).....	34
1.6. Conclusions.....	36
CHAPITRE 2 : Paramètres influençant la capacité portante des fondations superficielles	
2.1. Introduction.....	38

2.2. Notations.....	39
2.3. Influence de la forme de la fondation.....	40
2.3.1. Etudes expérimentales.....	41
2.3.2. Etudes théoriques.....	43
2.4. Influence de la proximité d'une pente.....	47
2.4.1. Etudes expérimentales.....	47
2.4.2. Etudes théoriques.....	56
2.5. Influence de l'interférence des fondations superficielles.....	62
2.5.1. Etudes expérimentales.....	62
2.5.2. Etudes théoriques.....	70
2.6. Influence d'une cavité au-dessous d'une fondation superficielle.....	78
2.7. Conclusions.....	81
CHAPITRE 3 : Lois de comportement et modélisation numérique	
3.1. Introduction.....	83
3.2. Lois de comportement.....	84
3.2.1. Comportement élastique linéaire isotrope (loi de Hooke)	84
3.3.2. Comportement élasto-plastique.....	86
3.3.2.1. Surface de charge et domaine d'élasticité.....	88
3.3.2.2. Règle d'écoulement plastique.....	89
3.3.2.3. Lois de comportement de Tresca et de Mohr-Coulomb.....	90
3.3. Modélisation numériques des ouvrages géotechniques.....	95
3.4. Présentation des codes de modélisation numérique FLAC et FLAC ^{3D}	97
3.4.1. Domaine d'application.....	97
3.4.2. Les différences finies.....	98
3.4.3. Analyse Lagrangienne.....	98
3.4.4. La résolution en mode explicite.....	98
3.4.5. Méthodologie de modélisation par FLAC et FLAC ^{3D}	100
3.5. Conclusions.....	102
PARTIE B : ETUDES NUMERIQUES	
CHAPITRE 4 : capacité portante des semelles filantes et circulaires	
4.1. Introduction.....	103
4.2. Présentation des cas étudiés.....	103
4.3. Procédure de modélisation numérique.....	105
4.4. Résultats et discussions.....	107

4.4.1. Facteurs de portance N_γ et N_γ'	107
4.4.2. Facteurs de portance N_c et N_q	111
4.4.3. Facteurs de portance N_c' et N_q'	113
4.4.4. Coefficient de forme s_γ	116
4.4.5. Coefficients de forme s_c et s_q	117
4.4.6. Influence de l'hypothèse de superposition.....	118
4.5. Conclusions.....	120
CHAPITRE 5 : Influence de l'interaction sur la capacité portante des fondations superficielles	
5.1. Introduction.....	121
5.2. Interférence de deux fondations superficielles filantes.....	122
5.2.1. Présentation du cas étudié.....	122
5.2.2. Résultats et discussion.....	124
5.2.2.1. Coefficients correcteurs ξ_γ , ξ_c et ξ_q	124
5.2.2.2. Coefficients correcteurs combinés $\xi_{\gamma q}$ et $\xi_{\gamma c q}$	128
5.2.2.3. Mécanismes de rupture.....	131
5.2.2.4. Influence de l'hypothèse de superposition.....	132
5.3. Capacité portante d'une fondation filante au bord d'une pente.....	132
5.3.1. Présentation du cas étudié	133
5.3.2. Résultats et discussion.....	135
5.3.2.1. Facteurs de portance.....	135
5.3.2.2. Coefficient réducteur de portance.....	135
5.4. L'effet d'une cavité sur la capacité portante d'une fondation superficielle.....	138
5.4.1. Présentation du cas étudié.....	138
5.4.2. Résultats et discussion	140
5.4.2.1. Coefficient réducteur de portance	140
5.4.2.2. Mécanismes de rupture.....	142
5.4.2.3. Représentation graphique de CR_{cav}	143
5.5. Conclusion.....	144
Conclusions générales et perspectives.....	146
Références bibliographiques.....	150
Annexe	155

Liste des Figures

Figure 1.1– Types de fondations superficielles (Frank, 1999).....	4
Figure 1.2– Chargement d'une fondation superficielle (Frank, 1999)	5
Figure 1.3– Mécanisme de rupture du sol sous une fondation superficielle, d'après Vesic (1973)..	6
Figure 1.4– Mécanisme de rupture en fonction de l'enfouissement de la fondation et la densité du sable, d'après Vesic (1973).....	6
Figure 1.5– Théorie d'équilibre plastique de Prandtl (1920)	7
Figure 1.6– Limites de la zone d'écoulement plastique après rupture du sol sous une semelle filante, d'après Terzaghi (1943)	9
Figure 1.7– Principe de superposition de Terzaghi.....	10
Figure 1.8– Schéma de rupture d'une fondation superficielle filante, d'après Terzaghi (1943) et Meyerhof (1951).....	11
Figure 1.9– Détermination du terme de surface d'après Caquot et Kérisel (1966).....	12
Figure 1.10– Courbes théoriques de glissement pour une semelle lisse d'après Caquot et Kérisel (1966).....	12
Figure 1.11– Mécanisme de rupture pour le calcul de N_γ d'après Lundgren et Mortensen (1953)..	13
Figure 1.12– Schéma de Gorbunov d'après Costet et Sanglerat (1983).....	16
Figure 1.13– Notations adoptés par Kumbhojkar (1993) pour calculer $P_{\gamma\min}$	18
Figure 1.14– Les forces appliquées sur le coin actif.....	18
Figure 1.15– Mécanisme de capacité portante d'après Chen (1975), (a) Mécanisme de Prandtl, (b) Mécanisme de Hill.....	21
Figure 1.16– Mécanisme de rupture pour l'analyse cinématique de la capacité portante (Soubra, 1999).....	23
Figure 1.17– Analogie entre les modes de rupture, (a) Essai pressiométrique, (b) fondation superficielle.....	32
Figure 1.18– Définition de la pression limite nette équivalente q_{le}^* dans le cas d'une couche porteuse homogène (Frank, 1999).....	33
Figure 1.19– Définition de la résistance de pointe (ou de cône) équivalente pour les fondations superficielles et profondes (Frank, 1999).....	35
Figure 2.1– Notations utilisées pour le calcul de la capacité portante des fondations superficielles.....	39
Figure 2.2– Coefficient de forme s_γ pour $D = 0$ et $c = 0$, d'après Bakir et al. (1994)	42
Figure 2.3– Coefficient de forme $s_\gamma^{\text{circulaire}}$ d'après Loukidis et Salgado (2009).....	44
Figure 2.4– Coefficient de forme $s_q^{\text{circulaire}}$ d'après Loukidis et Salgado (2009).....	45
Figure 2.5– Coefficient de forme s_γ en fonction du rapport B/L d'après Lyamin et al. (2007).....	46
Figure 2.6– Coefficient de forme s_q en fonction des rapports B/L et D/B d'après Lyamin et al. (2007), (a) $\varphi = 25^\circ$; (b) $\varphi = 30^\circ$; (c) $\varphi = 35^\circ$; (d) $\varphi = 40^\circ$; (e) $\varphi = 45^\circ$	46
Figure 2.7– Emplacements des semelles dans les essais de Shields et al. (1977) et Bauer et al. (1981).....	47
Figure 2.8– Configurations testées par Kimura et al. (1985).....	48
Figure 2.9– Evolution de i_β en fonction de la distance relative d/B, (Kimura et al., 1985).....	48
Figure 2.10– Configurations testées par Terashi et Kitasume (1987).....	49
Figure 2.11– Evolution i_β en fonction de la distance relative d/B, (Terashi et Kitasume, 1987).....	49
Figure 2.12– Configurations testées par Gemperline (1988).....	50
Figure 2.13– Contour de portance obtenus par l'équation de Gemperline (1988) d'après Shields et al. (1990), (a) $\beta = 26,6$; (b) $\beta = 33,7$	51
Figure 2.14– Comparaison entre les résultats expérimentaux de Shields et al. (1977) et Bauer et al. (1981) et ceux calculés par l'équation de Gemperline (1988) d'après Shields et al. (1990) (a) l'équation de Gemperline; (b) extension de l'équation de Gemperline	52
Figure 2.15– Schémas de rupture observés par Bakir (1993).....	53
Figure 2.16– Synthèse des résultats expérimentaux des coefficients réducteurs i_β , (Bakir et al., 1994).....	54

Figure 2.17– Dispositif expérimental de Giroud et Tran-Vo-Nhiem (1971).....	55
Figure 2.18– Comparaison des valeurs expérimentales de $N_{\gamma\beta}$ obtenues pour diverses formes de remblais, d'après Giroud et Tran-Vo-Nhiem (1971).....	55
Figure 2.19– Surface de rupture, d'après Meyerhof (1957), (a) semelle rugueuse sur la pente ; (b) semelle rugueuse située à proximité d'une pente.....	56
Figure 2.20– Variation des facteurs de portance en fonction de l'angle β , dans le cas d'une semelle rugueuse posée sur la pente, d'après Meyerhof (1957), (a) facteur de portance $N_{\gamma q}$; (b) facteur de portance N_{cq}	57
Figure 2.21– Variation des facteurs de portance en fonction de l'angle β , dans le cas d'une semelle rugueuse située à proximité d'une pente, d'après Meyerhof (1957), (a) facteur de portance $N_{\gamma q}$; (b) facteur de portance N_{cq}	57
Figure 2.22– Schéma de calcul des coefficients de portance, d'après Giroud et Tran-Vo-Nhiem (1971), (a) calcul des coefficients $N_{c\beta}$ et $N_{q\beta}$; (b) calcul du coefficient $N_{\gamma\beta}$	58
Figure 2.23– Courbe de $N_{\gamma\beta}$ en fonction de l'angle β_1 , pour $\varphi = 40^\circ$	59
Figure 2.24– Schéma de rupture dans le cas $d/B = 0$ et $D = 0$, d'après Graham et Hovan (1988)..	59
Figure 2.25– Résultats théoriques et expérimentaux de $N_{\gamma q}$, pour $B = 30\text{cm}$ (Graham et Hovan, 1988), (a) Sable compact, $\varphi = 37^\circ$; (b) sable dense $\varphi = 41^\circ$	60
Figure 2.26– Schéma de rupture, d'après Saran et al. (1989).....	60
Figure 2.27– Schéma de rupture, d'après Narita et Yamaguchi (1990).....	61
Figure 2.28– Comparaison entre les résultats expérimentaux et théoriques de Stuart (1962).....	63
Figure 2.29– Comparaison entre les coefficients correcteurs ζ_γ obtenus par les essais de Das et Larbi-Cherif (1983) et ceux calculés par la théorie de Stuart (1962), d'après Das et Larbi-Cherif (1983).....	64
Figure 2.30– Coefficients correcteurs ζ_γ obtenus par les essais de Graham et al. (1984).....	65
Figure 2.31– Paramètres testées par Kumar et Saran (2003), (a) renforcement continu ; (b) renforcement discontinu.....	65
Figure 2.32– Coefficients correcteurs ζ_γ obtenus par les essais de Kumar et Saran (2003) dans le cas d'un renforcement continu, (a) semelle filante ; (b) semelle carrée.....	66
Figure 2.33– Dispositif expérimental de Hazell (2004).....	66
Figure 2.34– Coefficients correcteurs ζ_γ obtenus par les essais de Hazell (2004) pour un sable dense.....	67
Figure 2.35– Coefficients correcteurs ζ_γ obtenus par les essais de Hazell (2004) pour un sable lâche.....	67
Figure 2.36– Présentation du problème étudié par Kumar et Bhoi (2008).....	68
Figure 2.37– Variation du coefficient correcteur ζ_γ en fonction de la distance relative s/B	69
Figure 2.38– Vue de l'essais de chargement de deux plaques circulaires d'après Lee et Eun (2009).....	69
Figure 2.39– Variation de la capacité portante en fonction de la distance entre les bords des plaques d'après Lee et Eun (2009).....	70
Figure 2.40– Variation de coefficient correcteur F pour le terme de cohésion (N_c) d'après Mandel (1963).....	71
Figure 2.41– Comparaison entre les résultats théoriques et expérimentaux de Graham et al. (1984).....	71
Figure 2.42– Maillages qui représentent les mécanismes de rupture dans le cas de l'interférence de deux semelles rugueuses sur un sol cohérent ($\varphi = 0$, $B = 1\text{m}$; $s = 0, 0,4$ et $0,6$ m) d'après Hazell (2004).....	72
Figure 2.43– Mécanisme de rupture pour l'analyse limite cinématique de l'interférence de deux semelles filantes rugueuses sur un sol cohérent ($\varphi = 0$), d'après Hazell (2004).....	72
Figure 2.44– Comparaison des coefficients correcteur obtenus par deux approches théoriques, dans le cas de l'interférence de deux semelles filantes rugueuses sur un sol cohérent ($\varphi = 0$), d'après Hazell (2004).....	73
Figure 2.45– Maillages qui représentent les mécanismes de rupture dans le cas de l'interférence de deux semelles filantes rugueuses sur un sol frottant ($c = 0$, $\varphi = 30^\circ$, $B = 1\text{m}$; $s = 0, 0,2$ et 1 m) d'après Hazell (2004).....	73
Figure 2.46– Comparaison des coefficients correcteurs $\zeta_{\gamma q}$ obtenus par Hazell (2004) et Sturat (1962) dans le cas de l'interférence de deux semelles filantes rugueuses sur un sol frottant,	

<i>d'après Hazell (2004)</i>	74
<i>Figure 2.47– Mécanismes de rupture étudiés par Kumar et Ghosh (2007a), (a) mécanisme 1 ; (b) mécanisme 2</i>	74
<i>Figure 2.48– Comparaison des coefficients correcteurs ξ_y obtenus par Kumar et Ghosh (2007a) et Sturat (1962)</i>	75
<i>Figure 2.49– Comparaison des coefficients correcteurs ξ_y obtenus par Kumar et Kouzer (2008), Kumar et Ghosh (2007a) et Stuart (1962), pour $\varphi = 40^\circ$</i>	76
<i>Figure 2.50– Paramètres étudiés et résultats de ξ_y obtenus pour $\varphi = 34^\circ$, $u/B = h/B = 0,3$ et $b/B = 2,5$, d'après Ghazavi et Lavasan (2008)</i>	76
<i>Figure 2.51– Configurations étudiées par Lee et Eun (2009), (a) cas 1 ; (b) cas 2 ; (c) cas 3 ; (d) cas 4 ; (e) cas 5</i>	77
<i>Figure 2.52– Variation du coefficient correcteur ξ_y en fonction de la distance relative d/B pour les cas 1 et 2, d'après Lee et Eun (2009)</i>	77
<i>Figure 2.53– Fondation filante au-dessus d'une cavité (cas étudiés par Baus et Wang, 1983)</i>	78
<i>Figure 2.54– Comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques (Baus et Wang (1983))</i>	79
<i>Figure 2.55– Paramètres considérés par Badie et Wang (1985)</i>	79
<i>Figure 2.56– Variation de la capacité portante pour différentes positions de la cavité (Badie et Wang, 1985)</i>	80
<i>Figure 2.57– Variation du coefficient réducteur R en fonction de l'excentricité et la profondeur de la cavité d'après Kiyosumi et al. (2007)</i>	81
<i>Figure 3.1– Définition de la rupture pour un sable dense (q_d) et pour un sable lâche (q_l) (Mestat, 1993)</i>	87
<i>Figure 3.2– Comportement plastique et expérience de traction simple</i>	87
<i>Figure 3.3– Surface de charge</i>	89
<i>Figure 3.4– Représentation du critère de Mohr-Coulomb dans le plan de Mohr</i>	91
<i>Figure 3.5– Condition de rupture de Mohr-Coulomb dans l'espace des contraintes principales (Nova, 2005)</i>	92
<i>Figure 3.6– Condition de rupture de Tresca dans l'espace des contraintes principales totales (Nova, 2005)</i>	92
<i>Figure 3.7– Dilatance par cisaillement</i>	93
<i>Figure 3.8– Modélisation d'un essai triaxial de compression par la loi de Mohr-Coulomb (Mestat, 1993)</i>	94
<i>Figure 3.9– Exemples de maillages utilisés pour l'étude de la stabilité d'une pente (a) modèle tridimensionnel ; (b) modèle bidimensionnel</i>	95
<i>Figure 3.10– Séquence de calcul explicite par différences finies, pour un pas de temps Δt, d'après Billiaux et Cundall (1993)</i>	99
<i>Figure 3.11– Méthodologie de modélisation numérique d'après le manuel de FLAC (2005) et $FLAC^{3D}$ (2006)</i>	101
<i>Figure 4.1– Présentation du problème</i>	104
<i>Figure 4.2– Maillage et conditions aux limites pour l'analyse d'une semelle filante ou circulaire</i>	106
<i>Figure 4.3– Variation du facteur N_γ en fonction du rapport d/B (déplacement du centre de la semelle/largeur de la semelle) pour différentes valeurs du module d'élasticité E</i>	106
<i>Figure 4.4– Comparaison de N_γ obtenu par la présente avec les résultats des différentes méthodes de résolution – Semelle filante</i>	107
<i>Figure 4.5– Variation de q_u en fonction du rapport d/B (déplacement du centre de la semelle/largeur de la semelle) pour $\psi = 0$, $\varphi = 35^\circ$</i>	108
<i>Figure 4.6– Comparaison de N_γ obtenu par la présente étude avec les résultats des expressions données dans le Tableau 1.10 – Semelle filante</i>	109
<i>Figure 4.7– Comparaison de N_γ obtenu par la présente étude avec les résultats des différentes méthodes de résolution – Semelle circulaire</i>	110
<i>Figure 4.8– Comparaison de N_γ obtenu par la présente étude avec les résultats des expressions données dans les Tableaux 1.10 et 2.1 – Semelle circulaire</i>	111
<i>Figure 4.9– Comparaison des N_c obtenu par la présente étude avec les résultats de Bolton et Lau (1993) et les expressions données dans le Tableau 1.11 – Semelle filante</i>	112

Figure 4.10– Comparaison de N_q obtenu par la présente étude avec les résultats de Bolton et Lau (1993) et les résultats expressions données dans le Tableau 1.11 – Semelle filante	112
Figure 4.11– Comparaison de N_c obtenu par la présente étude avec les résultats des différentes méthodes de résolution – Semelle circulaire.....	113
Figure 4.12– Comparaison de N_q obtenu par la présente étude avec les résultats des différentes méthodes de résolution – Semelle circulaire.....	114
Figure 4.13– Comparaison de N_c obtenu par la présente étude avec les résultats des expressions données dans les Tableaux 1.11 et 2.2 – Semelle circulaire.....	115
Figure 4.14– Comparaison de N_q obtenu par la présente étude avec résultats des expressions données dans les Tableaux 1.11 et 2.3 – Semelle circulaire.....	115
Figure 4.15– Comparaison de s_γ obtenu par la présente étude avec les résultats des expressions données dans le Tableau 2.1.....	116
Figure 4.16– Comparaison de s_c obtenu par la présente étude avec les résultats des expressions données dans le Tableau 2.2.....	117
Figure 4.17– Comparaison de s_q obtenu par la présente étude avec les résultats des expressions données dans le Tableau 2.3.....	118
Figure 5.1– Présentation du problème.....	123
Figure 5.2– Maillage et conditions aux limites pour l'analyse de l'interférence de deux semelle filante dans le cas de $s/B = 3$	124
Figure 5.3– Variation de ζ_γ en fonction de la distance relative s/B – Semelle rugueuse.....	124
Figure 5.4– Variation de ζ_γ en fonction de la distance relative s/B – Semelle rugueuse et lisse.....	125
Figure 5.5– Variation de R en fonction de la distance relative s/B – Semelle rugueuse et lisse.....	125
Figure 5.6– Variation de ζ_c en fonction de la distance relative s/B – Semelle rugueuse.....	126
Figure 5.7– Variation de ζ_q en fonction de la distance relative s/B – Semelle rugueuse.....	126
Figure 5.8– Comparaison de ζ_γ obtenu par la présente étude avec les résultats théoriques, (a) $\varphi = 30^\circ$, (b) $\varphi = 40^\circ$ (Figures modifiées à partir de Kumar et Kouzer, 2008).....	127
Figure 5.9– Comparaison de ζ_γ obtenu par la présente étude avec les résultats expérimentaux (Figure modifiée à partir de Kumar et Kouzer, 2008).....	128
Figure 5.10– Variation de $\zeta_{\gamma q}$ en fonction de la distance relative s/B – Semelle rugueuse et lisse..	129
Figure 5.11– Variation de $\zeta_{\gamma c q}$ en fonction de la distance relative s/B – Semelle rugueuse et lisse..	129
Figure 5.12– Comparaison de $\zeta_{\gamma q}$ obtenu par la présente étude avec les résultats expérimentaux et théoriques de Hazell (2004) – Semelle rugueuse (Figure modifiée à partir de Hazell, 2004).....	130
Figure 5.13– Comparaison de $\zeta_{\gamma q}$ obtenu par la présente étude avec les résultats expérimentaux et théoriques de Hazell (2004) – Semelle lisse (Figure modifiée à partir de Hazell, 2004).....	130
Figure 5.14– Contours de déformation maximale de cisaillement pour une semelle lisse (s) et rugueuse (r), $\varphi = 35^\circ$, $c = 0$, $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$, $q = 16 \text{ kN/m}^2$: (a) $s/B=0.3$ (s); (b) $s/B=0.3$ (r); (c) $s/B=1$ (s); (d) $s/B=1$ (r); (e) $s/B=2$ (s); (f) $s/B=2$ (r); (g) $s/B=5$ (s); (h) $s/B=5$ (r).....	131
Figure 5.15– Comparaison de la capacité portante obtenue par la superposition et le calcul global – Semelle rugueuse et lisse.....	132
Figure 5.16– Géométrie du problème.....	133
Figure 5.17– Maillage (simplifié) du modèle bidimensionnel et conditions aux limites, cas de $\beta = 26,6^\circ$, $d/B = 1$	134
Figure 5.18– Evolution du coefficient réducteur de portance en fonction de la distance à la crête du talus. (a) $\beta = 26,6^\circ$ (pente 1/2), (b) $\beta = 33,7^\circ$ (pente 2/3).....	136
Figure 5.19– Comparaison des résultats de $i_{\gamma\beta}$ dans le cas $d/B = 0$, et $\beta = 26,6^\circ$ (d'après Bakir et al., 1994).....	137
Figure 5.20– Présentation du problème.....	138
Figure 5.21– Maillage du modèle bidimensionnel et conditions aux limites.....	139
Figure 5.22– Effet d'une cavité sur le coefficient réducteur de portance (CR_{cav}), (a) variation de CR_{cav} avec le rapport X/B ; (b) variation de CR_{cav} avec le rapport Y/B	141
Figure 5.23– Les zones plastifiées, (a) $X/B = 0$ et $Y/B = 1,5$; (b) $X/B = 3,0$ et $Y/B = 1,5$; (c) $X/B = 5,0$ et $Y/B = 1,5$	142
Figure 5.24– Variation tridimensionnelle du CR_{cav}	143
Figure 5.25– Les lignes du contour du CR_{cav} dans une représentation bidimensionnelle.....	144

Liste des tableaux

Tableau 1.1– Valeurs des facteurs de capacité portante de Caquot et Kérisel (1966).....	13
Tableau 1.2– Principales contributions pour l'étude la capacité portante d'après Vesic (1973)....	14
Tableau 1.3– Comparaison de la capacité portante calculée par différentes méthodes et les résultats des essais de Milović et Muhs (Bowles, 1996).....	15
Tableau 1.4– Facteurs de capacité portante.....	15
Tableau 1.5– Facteur de portance N_γ pour une semelle filante.....	19
Tableau 1.6– Facteur de portance N_γ d'après Chen (1975).....	22
Tableau 1.7– Expressions du facteur N_γ ; interface lisse (l) ou rugueuse (r) (Michalowski, 1997)..	23
Tableau 1.8– Facteur de portance N_γ pour une semelle filante, d'après Martin (2003).....	25
Tableau 1.9– Facteur de portance N_γ pour une semelle circulaire, d'après Martin (2003).....	25
Tableau 1.10– Expressions du facteur N_γ ; cas d'une interface rugueuse (Mabrouki et al., 2010a).	29
Tableau 1.11– Expressions des facteurs N_c et N_q ; (Mabrouki et al., 2010a).....	30
Tableau 1.12– Valeurs des facteurs de portance, d'après DTU 13.12 (1988).....	30
Tableau 1.13– Définition des catégories conventionnelles des sols, d'après Frank (1999).....	31
Tableau 1.14– Facteur de portance pressiométrique, d'après Frank (1999).....	34
Tableau 1.15– Facteur de portance pénétrométrique, d'après Frank (1999).....	36
Tableau 2.1– Coefficient de forme s_γ	40
Tableau 2.2– Coefficient de forme s_c	40
Tableau 2.3– Coefficient de forme s_q	41
Tableau 2.4– Récapitulation des travaux sur la capacité portante des fondations superficielles circulaires, d'après Chatzigogos (2007).....	43
Tableau 3.1– Relations entre les paramètres de l'élasticité linéaire isotrope (Dias, 1999).....	84
Tableau 3.2– Valeurs du module d'Young et du coefficient de Poisson pour quelques matériaux de génie civil, d'après Mestat (1993).....	85
Tableau 3.3– Avantages et inconvénients d'un modèle élastique linéaire, d'après Mestat (1998)...	86
Tableau 3.4– Valeurs typiques des caractéristiques de résistance au cisaillement des sols (Magnan, 1991).....	94
Tableau 3.5– Avantages et inconvénients des modèles d'ouvrages géotechniques (Mestat, 1998)..	96
Tableau 3.6– Comparaison des méthodes explicite et implicite, d'après Billiaux et Cundall (1993)	100
Tableau 4.1– Comparaison des résultats de la superposition et le calcul global dans le cas d'une semelle filante.....	119
Tableau 4.2– Comparaison des résultats de la superposition et le calcul global dans le cas d'une semelle circulaire.....	119
Tableau 5.1– Comparaison des valeurs des facteurs de portance N_γ' pour $\beta = 26,6^\circ$ (d'après Bakir et al., 1994).....	135
Tableau 5.2– Paramètres retenus pour la modélisation, d'après Peng et al. (2006).....	139
Tableau 5.3– Valeurs de CR_{cav} pour $Y/B = 1,5$ et différentes valeurs de X/B	141

Introduction générale

La plupart des problèmes de géotechnique relèvent de l'interaction sol-structure ; généralement on utilise le terme interaction pour caractériser les situations où le comportement du sol ne peut pas être évalué de façon précise, sans considérer aussi le comportement de la structure et de l'interface. Le thème de l'interaction sol-structure couvre un vaste domaine ; nous avons choisi de nous consacrer au cas particulier des fondations superficielles. Le besoin d'étudier le comportement des fondations superficielles, forme un sujet de recherche d'intérêt qui n'est pas uniquement académique ; c'est la pratique quotidienne des ingénieurs.

Il apparaît donc utile qu'un effort de recherche soit mené pour mieux caractériser le comportement mécanique de l'interaction sol-fondation, afin de déterminer les paramètres qui influencent la capacité portante des fondations superficielles. La prévision de la capacité portante d'une fondation en tenant compte de l'interaction avec son environnement, se pose comme un problème courant dans le domaine de géotechnique. Le présent travail s'intéresse à l'étude numérique de la capacité portante d'une fondation superficielle isolée, ou en interaction avec une autre fondation, ainsi que l'effet d'une construction avoisinante sur cette portance. Cette thèse a notamment été menée au CERMES, équipe géotechnique du Laboratoire Navier de l'Ecole des Ponts ParisTech.

La théorie classique de l'équilibre limite fournit une estimation de la capacité portante d'une fondation superficielle en supposant les directions des plans de rupture. Egalement, cette théorie suppose que le sol se comporte comme un matériau associé, où l'angle de dilatance ψ est égal à l'angle de frottement φ . Le développement des codes de modélisation numérique ouvre des perspectives très larges pour traiter les problèmes d'interaction sol-structure, en introduisant des lois de comportement très avancées qui reflètent bien le comportement du sol et de la structure. L'avantage de ces méthodes, par rapport aux méthodes d'équilibre limite, est que les hypothèses avancées sur la forme et l'emplacement de la surface de rupture et sur les directions des forces ne sont pas nécessaires.

La recherche vise en premier lieu à mieux comprendre le problème de la capacité portante des fondations superficielles isolées (filantes et circulaires), ainsi qu'à étudier l'influence de l'interférence entre deux semelles filantes, de la proximité d'une pente et de la présence d'une cavité sur la capacité portante de la fondation.

Le présent rapport comporte cinq chapitres, répartis en deux parties.

La première partie présente une synthèse bibliographique consacrée à l'étude des problèmes de la capacité portante des fondations superficielles, des lois de comportement des sols, ainsi que de l'outil numérique choisi pour l'étude des problèmes posés. Elle est, elle-même, découpée en trois chapitres.

Le premier chapitre est consacré aux travaux effectués dans le domaine du calcul de la capacité portante des fondations superficielles et permet de présenter les différentes méthodes développées pour ce calcul. On s'intéresse, en particulier, aux travaux directement liés au comportement mécanique d'une semelle isolée sous chargement vertical et centré.

Le deuxième chapitre présente les travaux de recherche effectués pour étudier l'influence, sur la capacité portante des fondations superficielles, de la forme des fondations, de la proximité d'une pente, de l'interférence des fondations et de la présence d'une cavité sous la fondation.

Le troisième chapitre est consacré à la présentation des lois de comportement et du principe des calculs élasto-plastiques, ainsi que de l'outil numérique utilisé pour la modélisation ; les codes FLAC (2005) et FLAC^{3D} (2006), en différences finies explicites, bien adaptés aux problèmes d'interaction sol-structure, sont présentés dans ce chapitre.

La deuxième partie présente les développements, effectués dans le cadre de cette thèse, pour étudier les problèmes de la capacité portante des fondations superficielles. Elle se compose de deux chapitres.

Ainsi, le quatrième chapitre présente une série d'analyses numériques des facteurs de portance de semelles sur un sol frottant. Le code FLAC (2005) en différences finies explicites est utilisé pour évaluer les coefficients de forme d'une semelle circulaire en considérant la non-associativité du sol. Egalement, l'hypothèse de superposition de Terzaghi, est examinée par des calculs élasto-plastiques ; deux types de semelles sont considérés, circulaire et filante ; l'effet d'une règle d'écoulement non-associée est également considéré.

Finalement, le cinquième chapitre aborde, à travers trois problèmes, l'influence de diverses interactions sur la capacité portante des fondations superficielles soumises à une charge verticale centrée, à l'aide des calculs élasto-plastiques. Le premier porte sur la capacité portante en cas d'interférence de deux semelles filantes lisses et rugueuses sur un sable. Le deuxième est consacré à la détermination de la capacité portante d'une semelle filante rugueuse au bord d'une pente, en considérant un sol purement frottant. Enfin, le problème de la capacité portante d'une semelle filante et rugueuse établie au-dessus d'une cavité est traité dans le cas d'un sédiment calcaire.

Chapitre I

Capacité portante des fondations superficielles

1.1. Introduction

La fondation d'un ouvrage est l'élément qui transmet au sol d'assise les charges provenant de cet ouvrage. Les fondations sont appelées superficielles ou profondes ; la fondation superficielle est, par définition, une fondation qui repose sur le sol ou qui n'y est que faiblement encastree. Les charges qu'elle transmet ne sollicitent que les couches superficielles et peu profondes. Par ailleurs, les fondations profondes transmettent les charges dans les couches profondes ainsi que dans les couches superficielles qu'elles traversent. Pour pouvoir remplir le rôle de support qu'on lui demande, le sol doit posséder une résistance ou une capacité suffisante à la rupture ; également il faut que les déformations du sol soient acceptables pour la construction. Cependant, outre ces deux premiers problèmes, on doit également examiner d'autres points comme l'influence de l'ouvrage sur le voisinage.

La méthode conventionnelle de dimensionnement des fondations superficielles est basée sur le principe de la force portante ou de la capacité portante. En pratique, la capacité portante des fondations superficielles est déterminée par deux méthodes ; la première est basée sur les résultats des essais de laboratoire, c'est-à-dire à partir de la cohésion et de l'angle de frottement (méthodes classiques, dites méthodes « c et φ ») ; la deuxième méthode détermine la capacité portante à partir des résultats des essais in situ (pressiomètre Ménard et pénétromètre statique, notamment).

Dans la catégorie des méthodes en « c et φ », il existe une variété des méthodes développées par de nombreux auteurs pour calculer la capacité portante des fondations superficielles, en faisant des hypothèses différentes sur la rugosité de la semelle et la forme de la zone en équilibre limite. Dans la littérature on trouve la méthode d'équilibre limite (Terzaghi, 1943 ; Meyerhof, 1951 ; Vesić, 1973 ; Kumbhojkar, 1993), la méthode des caractéristiques ou lignes de glissement (Hansen, 1970 ; Salençon et Matar, 1982 ; Bolton et Lau, 1993 ; Martin, 2003) ; la méthode d'analyse limite avec ses deux approches, cinématique et statique (Chen, 1975 ; Michalowski, 1997 ; Soubra, 1999), l'analyse limite par éléments finis (Ukritchon et al., 2003 ; Hjiatj et al.,

2005 ; Lyamin et al., 2007 ; Droniuc et al., 2003) et les calculs élasto-plastiques en utilisant la méthode des éléments finis ou la méthode des différences finies (Frydman et Burd, 1997 ; Erickson et Drescher, 2002 ; Loukidis et Salgado, 2009). Ce premier chapitre est consacré à la présentation du comportement des fondations superficielles et donne une synthèse sur les méthodes de calcul de la capacité portante des fondations superficielles.

1.2. Description du comportement des fondations superficielles

1.2.1. Types de fondations

Les fondations superficielles sont utilisées lorsque la couche du sol qui est capable de supporter l'effort de la construction se trouve relativement à faible profondeur sous la base de l'ouvrage à construire.

Les fondations superficielles les plus courantes sont des semelles de forme quelconque qui correspondent normalement à la structure de l'ouvrage à construire (Figure 1.1) ; sous un mur porteur on aura le plus souvent une semelle filante, c'est-à-dire dont la longueur est nettement supérieure à la largeur, tandis que sous un point d'appui isolé on envisage plutôt une semelle carrée ou rectangulaire ; éventuellement, on peut trouver des semelles circulaires, par exemple pour un château d'eau. Le radier général sous un ouvrage est également une fondation superficielle.

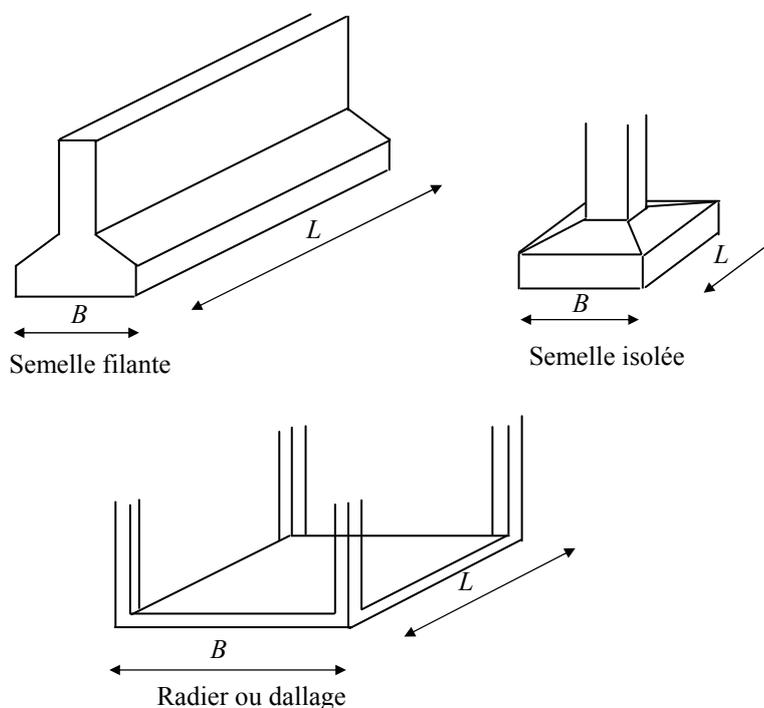


Figure 1.1– Types de fondations superficielles (Frank, 1999)

1.2.2. Comportement des fondations superficielles

Afin de montrer le comportement d'une fondation superficielle, on considère le cas d'une fondation filante de largeur B soumise à une charge verticale centrée et posée à une profondeur D (Figure 1.2). On applique une charge monotone croissante Q , d'une manière quasi-statique. La courbe présentée sur la Figure 1.2, montre l'évolution du tassement s en fonction de la charge appliquée Q ; au début du chargement le comportement est sensiblement linéaire, c'est-à-dire que le tassement croît proportionnellement à la charge appliquée. A partir d'une certaine charge Q_d le tassement n'est plus proportionnel (on peut dire qu'il y a création et propagation de zones de sol plastifiées sous la fondation). Enfin, pour une charge Q_u il y a un tassement qui n'est plus contrôlé, le sol n'est plus capable de supporter une charge supérieure ; la charge Q_u est par définition la charge limite qui entraîne la rupture (Frank, 1999).

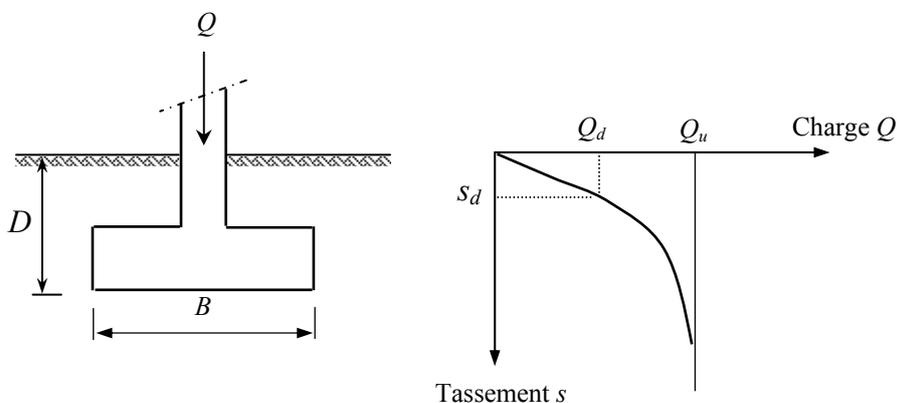


Figure 1.2– Chargement d'une fondation superficielle (Frank, 1999)

D'après Vesic (1973), pour une fondation sollicitée par un chargement vertical centré dans un sable, on peut distinguer trois modes de rupture, qui sont traduits par des courbes charge-tassement présentées sur la Figure 1.3. Les observations expérimentales de Vesic (1973), montrent que le type de mécanisme de rupture mis en jeu lors du chargement d'une fondation rigide dépend essentiellement de la densité du sable, de la taille et l'enfouissement de la semelle de fondation (Figure 1.4). Pour une semelle filante posée sur un sable très dense, on observe une rupture par cisaillement généralisé qui se caractérise par une surface de rupture continue du coin de la fondation à la surface du sol ; dans ce cas, la charge limite est la valeur au pic de contrainte. La rupture par cisaillement localisé est obtenue pour un massif de sable lâche ; ce type de rupture est caractérisé par un gonflement du sol au voisinage de la fondation, et la surface de rupture ne débouche pas à la surface du sol. De même, si l'assise de la fondation est constituée d'un sable lâche et lorsque les dimensions ou l'enfouissement de la fondation sont augmentées, le mode de rupture tend de la rupture généralisée vers le poinçonnement.

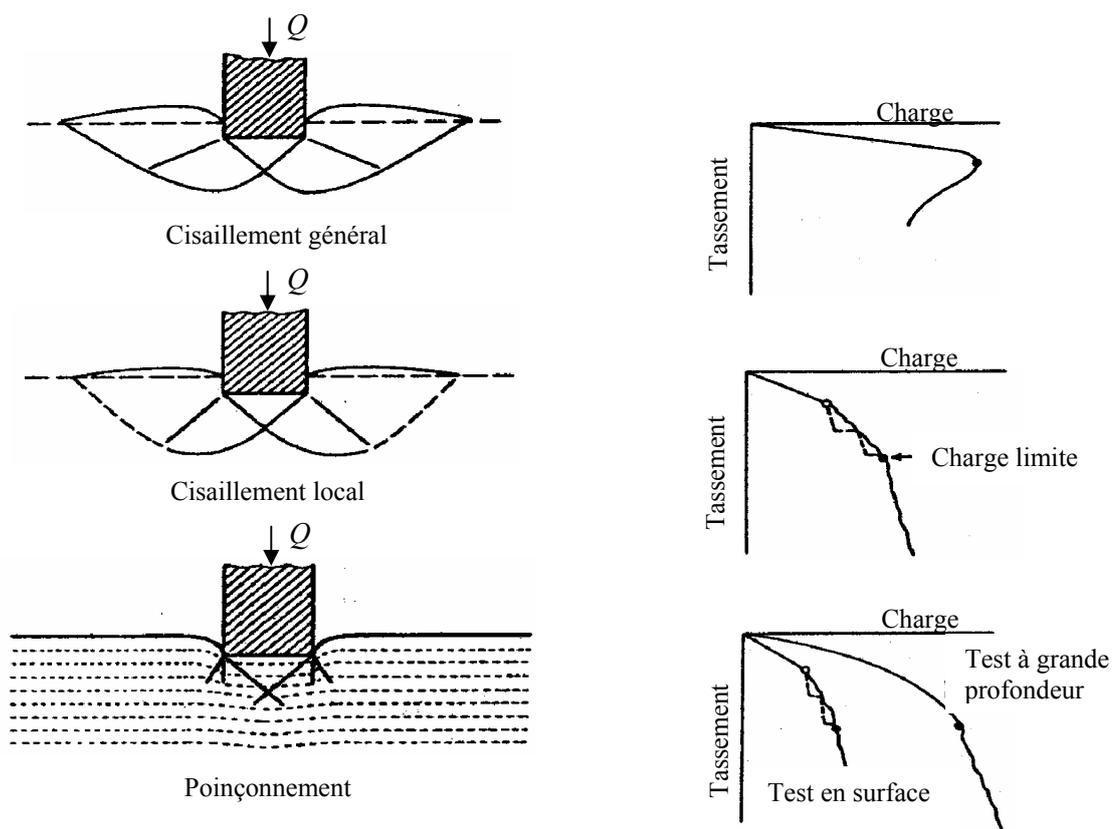


Figure 1.3– Mécanisme de rupture du sol sous une fondation superficielle, d’après Vesic (1973)

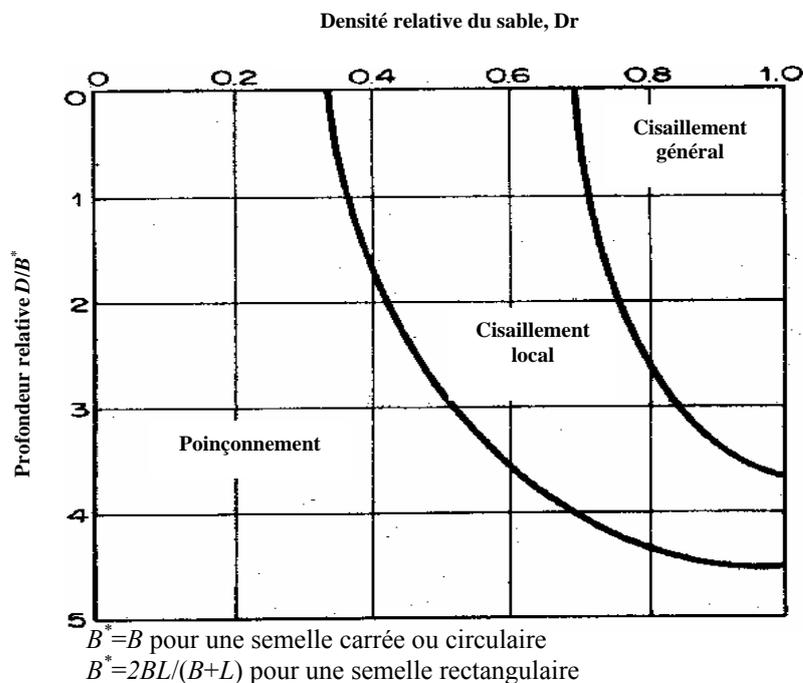


Figure 1.4– Mécanisme de rupture en fonction de l’enfouissement de la fondation et la densité du sable, d’après Vesic (1973)

1.2.3. Conditions de rupture par cisaillement généralisé dans le cas des semelles superficielles filantes (Terzaghi, 1943)

D’après Terzaghi (1943) le terme fondation superficielle s’applique aux fondations dont la largeur B est supérieure ou égale à la profondeur D entre la surface du sol et la base de la semelle ($D/B < 1$). Si cette condition est satisfaite, on peut négliger la résistance au cisaillement du sol situé au-dessus du niveau inférieur de la semelle. En d’autres termes, on peut remplacer le sol de densité apparente γ , situé au-dessus de ce niveau, par une surcharge $q = \gamma.D$ par unité de surface ; cette hypothèse simplifie considérablement le problème. L’erreur, d’ailleurs négligeable, est du côté de la sécurité. Si on remplace le sol situé au-dessus du niveau inférieur de la semelle par une surcharge unitaire q , la base de la semelle se présente comme une bande chargée de largeur uniforme B placée sur un massif semi-infini limité par une surface horizontale.

Les équations qui déterminent l’équilibre plastique d’une masse semi-infinie soumise à des surcharges locales sont difficiles à résoudre. Une solution complète a été élaborée par Prandtl (1920) en supposant un sol non pesant ($\gamma = 0$). L’état d’équilibre plastique produit par un tel mode de chargement est représenté sur la Figure 1.5. La représentation suppose que les contraintes de cisaillement sur la surface chargée sont nulles.

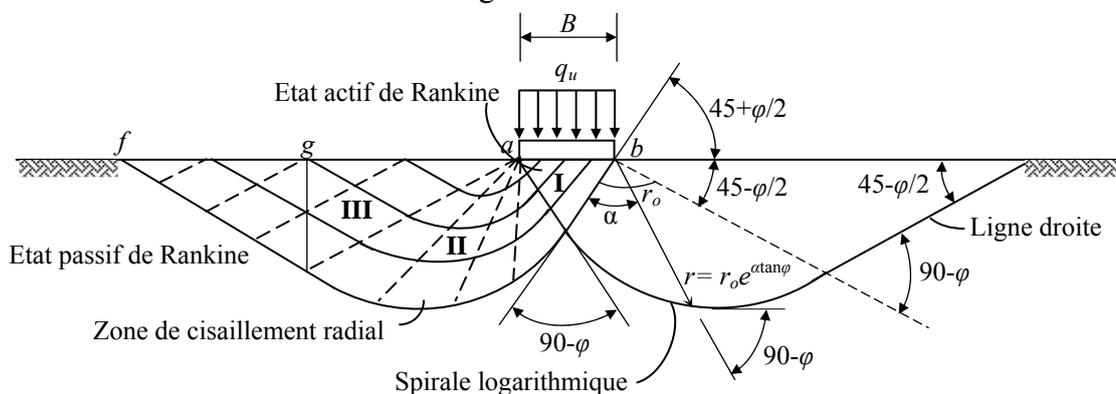


Figure 1.5– Théorie d’équilibre plastique de Prandtl (1920)

Pour des valeurs données de c et ϕ , l’influence du poids augmente la valeur de la charge limite et change l’allure des surfaces de glissement, à la fois à l’intérieur de la zone active de Rankine et dans la zone de cisaillement radial. Ainsi, par exemple, dans la zone de cisaillement radial, les surfaces radiales de cisaillement ne sont pas droites, mais sont incurvées (Reissner, 1924). Le problème de calcul de la charge limite dans l’hypothèse $\gamma \neq 0$ a été résolu par Terzaghi (1943), en utilisant une méthode approximative.

La Figure 1.6 (a) présente le mécanisme de rupture adopté par Terzaghi (1943) pour le cas d’une semelle lisse ; la zone d’équilibre plastique représentée dans cette figure par la surface ff_1e_1de peut se diviser en plusieurs zones : I Une zone prismatique placée sous la bande chargée, zone

dans laquelle les contraintes principales supérieures sont verticales ; II Deux zones de cisaillement radial ade et bde_1 , dont l'arête supérieure coïncide avec les bords extérieurs de la semelle et dont les limites coupent l'horizontale sous les angles de $45+\varphi/2$ et $45-\varphi/2$; III Deux zones dans l'état passif de Rankine. Les lignes en traits discontinus sur le côté droit de la figure représentent la limite des zones I et III au moment de la rupture du sol et les lignes en traits pleins représentent ces mêmes limites au cours de l'enfoncement du dispositif dans le sol. Le sol contenu dans la zone I subit une expansion latérale et la coupe de cette zone présente une distorsion représentée sur la figure.

Si la charge est transmise au sol au moyen d'une semelle continue à base rugueuse, telle que celle représentée sur la Figure 1.6 (b), la tendance à l'expansion du sol situé à l'intérieur de la zone I est contrecarrée par l'adhérence et le frottement entre le sol et la base de la semelle. En vertu de cette résistance à l'expansion latérale, le sol placé immédiatement sous la base de la semelle demeure en permanence à l'état d'équilibre élastique, et le sol placé dans cette zone centrale se déplace comme s'il faisait partie de la semelle.

Le processus ne peut se concevoir que si le sol placé immédiatement au-dessous du point b se déplace verticalement vers le bas. Ce type de déplacement exige que la surface de glissement de passant par d soit tangente à la verticale au départ. La limite ad de la zone du cisaillement radial ade est aussi une surface de glissement. D'après Terzaghi (1943), les surfaces de glissement possibles d'un matériau plastique se coupent réciproquement dans la zone plastique sous un angle de $90-\varphi$. En conséquence la limite ad doit être inclinée de l'angle φ sur l'horizontale, pourvu que le frottement et l'adhérence entre le sol et la base de la semelle soient suffisants pour empêcher tout mouvement de glissement à la base. La partie droite de la figure représente la déformation liée au tassement de la semelle.

Les résultats d'essais ont montré que l'angle de frottement de la base capable de produire l'état d'équilibre plastique représenté sur la Figure 1.6 (b) est beaucoup plus petit que l'angle de cisaillement du sol. Terzaghi (1943) a admis que la surface limite inférieure de la zone centrale située sous la semelle forme un angle ascendant φ avec l'horizontale. Toutefois, théoriquement l'angle de la pente de ces surfaces doit avoir une valeur α intermédiaire entre φ et $45+\varphi/2$.

Terzaghi (1943) a appliqué la méthode d'équilibre limite pour calculer la capacité portante, en considérant le cas d'une semelle superficielle dont la base est située à une profondeur D au-dessous de la surface horizontale d'un massif de sol de densité γ . La Figure 1.6 (c) montre une coupe de cette semelle. Comme il s'agit d'une semelle superficielle, Terzaghi (1943) a remplacé le sol situé au-dessus du niveau de la base par la surcharge unitaire $q = \gamma.D$. La résistance au cisaillement du sol est déterminée par l'équation de Coulomb $\tau = c + \sigma \operatorname{tg}\varphi$.

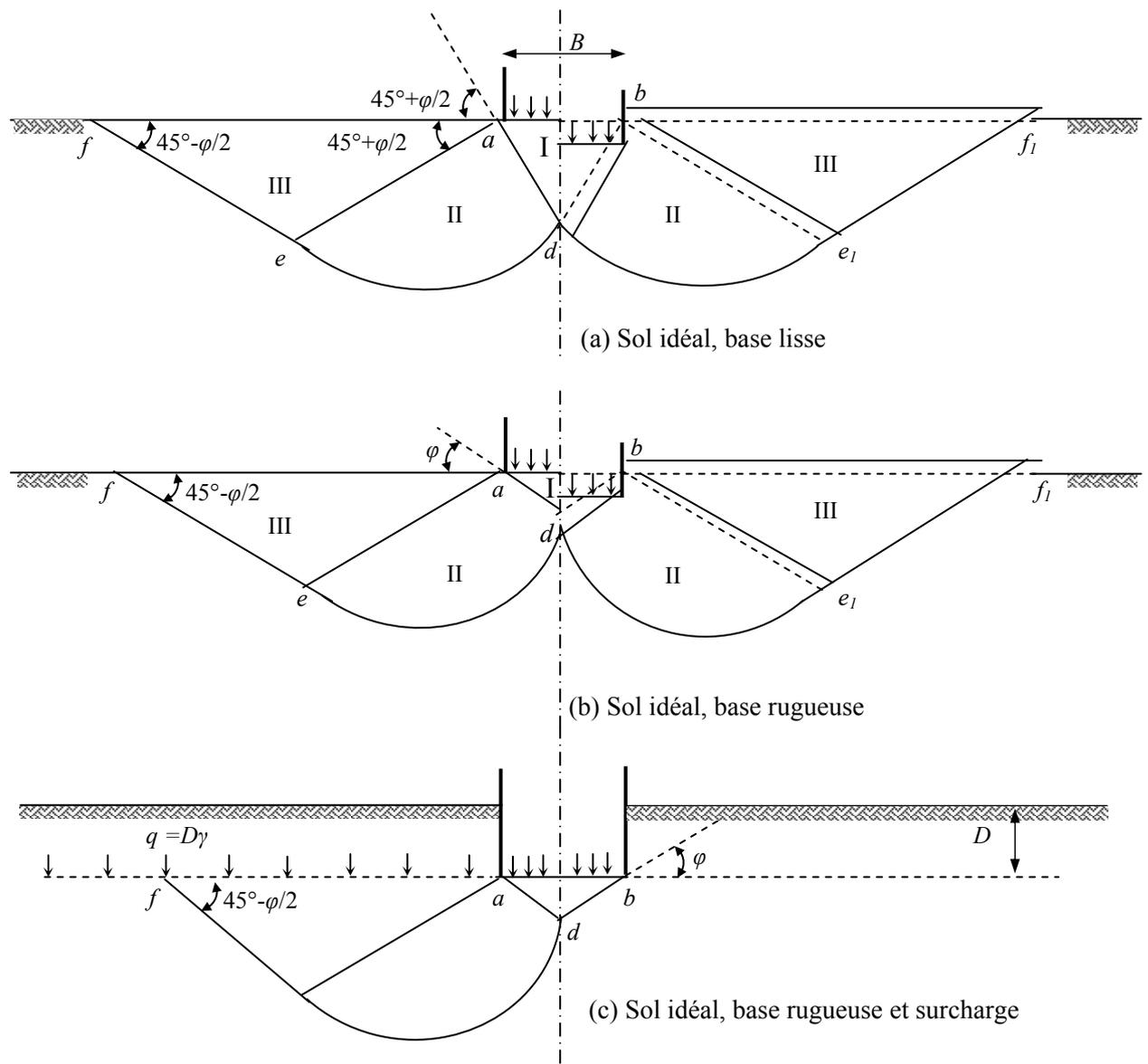


Figure 1.6– Limites de la zone d'écoulement plastique après rupture du sol sous une semelle filante, d'après Terzaghi (1943)

1.3. Capacité portante des fondations superficielles

1.3.1. Principales contributions de l'étude classique de la capacité portante

Terzaghi (1943) a proposé la première formule générale de la capacité portante d'une semelle filante soumise à une charge verticale centrée. La charge limite est déterminée en superposant trois états de résistance (Figure 1.7): le premier terme est appelé terme de surface ; il est proportionnel à B et représente la charge limite pour un massif pesant et purement frottant ; le deuxième terme est appelé terme de cohésion ; il est proportionnel à c et représente la charge limite pour un massif frottant et cohérent, mais non pesant ; le troisième terme est appelé terme de surcharge ou de profondeur ; il est proportionnel à $q + \gamma.D$ et représente la charge limite pour

un massif purement frottant, non pesant, chargé latéralement par rapport à la fondation. Dans le cas d'une semelle filante, la contrainte de rupture sous une charge verticale centrée est obtenue par la relation générale suivante :

$$q_u = \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma + c N_c + q N_q \tag{1.1}$$

Avec :

q_u : contrainte de rupture (capacité portante par unité de surface) ;

γ : poids volumique du sol

q : surcharge verticale latérale à la fondation ;

c : cohésion du sol sous la base de la fondation ;

N_γ , N_c et N_q facteurs de portance, ne dépendant que de l'angle de frottement interne φ du sol sous la base de la fondation, d'après Terzaghi (1943) ces trois facteurs sont déterminés par les expressions suivantes :

$$\begin{cases} N_\gamma = 0,5 \tan \varphi \left(\frac{K_{p\gamma}}{\cos^2 \varphi} - 1 \right) \\ N_c = \cot \varphi \left[\frac{a^2}{2 \cos^2 (45^\circ + \varphi/2)} - 1 \right] \\ N_q = \frac{a^2}{2 \cos^2 (45^\circ + \varphi/2)} \end{cases} \tag{1.2}$$

Avec :

$K_{p\gamma}$ est le coefficient de butée, d'après Cernica (1995) une approximation peut être obtenue par l'expression suivante:

$$K_{p\gamma} = 3 \tan^2 \left[45 + \left(\frac{\varphi + 33}{2} \right) \right]$$

$$a = e^{(3\pi/4 - \varphi/2) \tan \varphi}$$

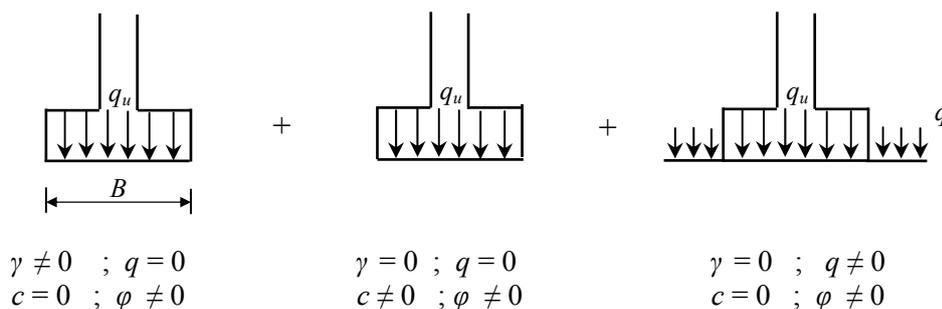


Figure 1.7– Principe de superposition de Terzaghi

Meyerhof (1951) a utilisé la méthode d'équilibre limite pour l'étude d'une semelle filante, en considérant la résistance au cisaillement dans le sol situé au dessus de la base de la semelle (Figure 1.8). D'autre part, Meyerhof (1963) a calculé la portance des semelles filantes en suivant la formule générale décrite par Terzaghi (1943), avec des expressions établies par Prandtl-Reissner pour N_c et N_q ; cependant le facteur N_γ est calculé par une formule approchée proposée par lui-même.

$$\begin{cases} N_c = (N_q - 1) \cot \varphi \\ N_q = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) e^{\pi \tan \varphi} \\ N_\gamma = (N_q - 1) \tan(1,4\varphi) \end{cases} \quad (1.3)$$

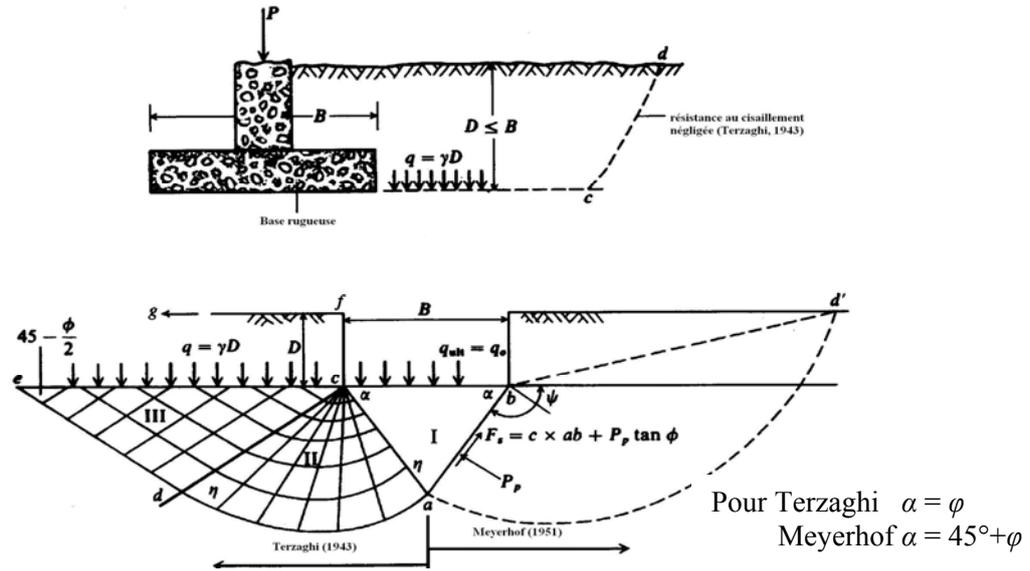


Figure 1.8– Schéma de rupture d'une fondation superficielle filante, d'après Terzaghi (1943) et Meyerhof (1951)

Caquot et Kérisel (1966) donnent pour les trois facteurs de capacité portante les expressions suivantes :

$$\begin{cases} N_c = (N_q - 1) \cot \varphi \\ N_q = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) e^{\pi \tan \varphi} \\ N_\gamma = \frac{1}{2} \frac{\cos \left(\frac{\pi - \varphi}{4} \right)}{\sin^2 \left(\frac{\pi - \varphi}{4} \right)} \left[K_p - \sin \left(\frac{\pi - \varphi}{4} \right) \right] \end{cases} \quad (1.4)$$

K_p coefficient de butée obtenu à partir des tables de Caquot et Kérisel (1948)

Pour déterminer le facteur N_γ , Caquot et Kérisel (1966) ont considéré le poinçonnement d'une fondation rugueuse dans un milieu pulvérulent ; il se produit sous la fondation le coin ABC (Figure 1.9) qui fait un angle au sommet C de $(\pi/2-\varphi)$; les directions AC et BC de glissement font avec le plan de symétrie l'angle $(\pi/4-\varphi/2)$; pour calculer la capacité portante ils considèrent l'équilibre des force verticales (charge limite Q_u , le poids W du coin ABC et les deux composantes verticales des réactions de butée R sur AC et AB).

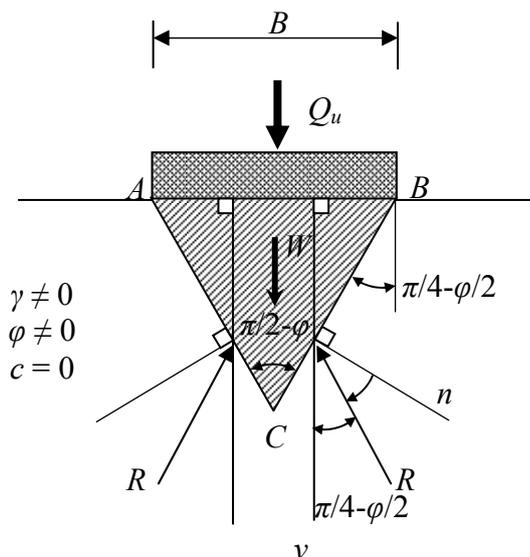


Figure 1.9– Détermination du terme de surface d’après Caquot et Kérisel (1966)

En utilisant la méthode des lignes de glissement, Caquot et Kérisel (1966) ont déterminé les valeurs de N_γ dans le cas des semelles lisses et rugueuses. La Figure 1.10 montre les courbes de glissement pour une semelle lisse. Les résultats obtenus sont présentés dans les deux premières colonnes du tableau 1.1 pour une interface lisse et rugueuse, respectivement. Caquot et Kérisel (1966) ont adopté les mêmes formules données par Prandtl-Reissner pour les facteurs N_c et N_q .

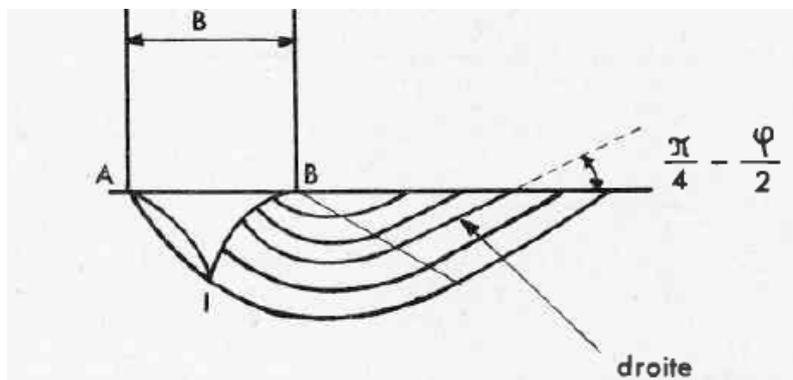


Figure 1.10– Courbes théoriques de glissement pour une semelle lisse d’après Caquot et Kérisel (1966)

Tableau 1.1– Valeurs des facteurs de capacité portante de Caquot et Kérisel (1966)

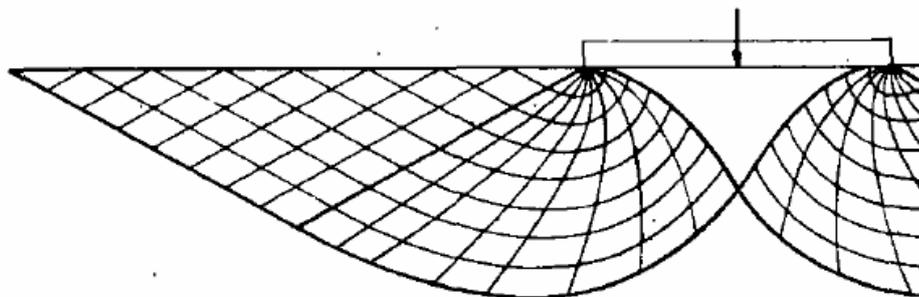
φ (degrés)	N_γ semelle lisse	N_γ semelle rugueuse	N_γ coin ABC (Figure 1.9) semelle rugueuse	N_q	N_c
0	0	0	0	1	5,14
5	0,11	0,35	0,29	1,57	6,49
10	0,34	0,8	1,0	2,47	8,34
15	0,78	1,6	2,3	3,94	10,98
20	1,66	3,5	4,9	6,40	14,83
25	3,47	7,3	10,7	10,7	20,72
30	7,39	15	21,9	18,4	30,14
35	16,4	35	46	33,3	46,12
40	39,3	80	111	64,2	75,32

Hansen (1970) résume ses recommandations pour le calcul de la force portante des fondations superficielles en suivant le cadre général introduit par Terzaghi ; les trois facteurs adoptés par Hansen (1970) sont les suivants :

$$\begin{cases} N_c = (N_q - 1) \cot \varphi \\ N_q = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) e^{\pi \tan \varphi} \\ N_\gamma = 1,5(N_q - 1) \tan \varphi \end{cases} \quad (1.5)$$

Les résultats de la formule empirique de N_γ (équation 1.5) sont en bon accord avec les valeurs calculées par Lundgren et Mortensen (1953) en utilisant le mécanisme de rupture présenté sur la Figure 1.11. La superposition des trois termes N_γ , N_q et N_c , conduit à une sous-estimation de la portance de la fondation, qui reste en général inférieure à 20% (Lundgren et Mortensen, 1953). Par ailleurs, en 1961, Hansen a proposé une expression différente pour N_γ :

$$N_\gamma = 1,8(N_q - 1) \tan \varphi \quad (1.6)$$

Figure 1.11– Mécanisme de rupture pour le calcul de N_γ d'après Lundgren et Mortensen (1953)

Vesic (1973) a présenté le tableau 1.2, qui regroupe les principales contributions théoriques de 1940 à 1970 qui s'intéressent à l'étude de la capacité portante des fondations superficielles. Vesic a indiqué que la superposition des trois termes sous-estime la capacité portante de 17 à 10 % pour $\varphi = 30$ à 40 degrés. Vesic décrit le mode de calcul par superposition de la capacité portante avec les facteurs N_c et N_q de Prandtl-Reissner ; pour N_γ , il indique que la solution tabulée de Caquot et Kérisel (1953) peut être représentée avec moins de 10% d'erreur sur l'intervalle $15 < \varphi < 45$ degrés et moins de 5% d'erreur entre 20 et 40 degrés par l'expression (1.7).

$$\begin{cases} N_c = (N_q - 1) \cot \varphi \\ N_q = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) e^{\pi \tan \varphi} \\ N_\gamma = 2(N_q + 1) \tan \varphi \end{cases} \quad (1.7)$$

Tableau 1.2– Principales contributions pour l'étude la capacité portante d'après Vesic (1973)

Cas de déformation plane	Cas de symétrie axiale
Sokolovskii, 1960	Ishlinskii, 1944
Terzaghi, 1943	Berezantsev, 1952
Mizuno, 1948	Mizuno, 1953
Meyerhof, 1948, 51, 55, 61, 63	Shield, 1955
Caquot et Kérisel, 1949, 53, 56	Eason and Shield, 1960
Lundgren et Mortensen, 1953	Cox et al., 1961
Gorbunov-Possadov, 1965	Cox, 1962
Bent Hansen, 1969	

Bowles (1996) a présenté une description des nombreuses méthodes (Terzaghi, 1943 ; Meyerhof, 1951, 1963 ; Hansen, 1970 ; Vesic, 1973). Le tableau 1.3 montre une comparaison entre les résultats des méthodes citées ci-dessus et les essais de chargement de Milović (1965) et Muhs (1969) les résultats obtenus laisse l'impression qu'aucune méthode n'est vraiment précise. L'utilisation d'un angle de frottement interne φ_{ps} corrigé pour les déformations planes pour $L/B > 1$ ($\varphi_{ps} = 1,5 \varphi_{tr} - 17$ degrés, pour $\varphi_t > 34$ degrés), au lieu de l'angle de frottement interne φ_{tr} déduit des essais triaxiaux améliore légèrement les résultats. Bowles (1996) a indiqué que la méthode de Terzaghi est convenable pour les sols très cohérents, avec $D/B < 1$ ou pour des estimations rapides de la capacité portante des fondations sous charge verticale et centrée ; elle ne s'applique pas aux cas des fondations sous charge combinée d'un moment et d'une force horizontale ou le cas d'une base inclinée.

Tableau 1.3– Comparaison de la capacité portante calculée par différentes méthodes et les résultats des essais de Milović et Muhs (Bowles, 1996)

Méthodes	Essais							
	1	2	3	4	5	6	7	8
	$D = 0,0$	0,5	0,5	0,5	0,4	0,5	0,0	0,3
	$B = 0,5$	0,5	0,5	1,0	0,71	0,71	0,71	0,71
	$L = 2,0$	2,0	2,0	1,0	0,71	0,71	0,71	0,71
	$\gamma = 15,69 \text{ kN/m}^3$	16,38	17,06	17,06	17,65	17,65	17,06	17,06
	$\varphi = 37^\circ (38,5^\circ)$	35,5	38,5	38,5	22	25	20	20
		(36,25)	(40,75)					
	$c = 6,37 \text{ kPa}$	3,92	7,8	7,8	12,75	14,7	9,8	9,8
Milović (essais)				$q_u, \text{ kg/cm}^2$	4,1	5,5	2,2	2,6
Muhs (essais)	$q_u = 10,8 \text{ kg/cm}^2$	12,2	24,2	33				
Terzaghi	$q_u = 9,4$	9,2	22,9	19,7	4,3	6,5	2,5	2,9
Meyerhof	8,2	10,3	26,4	28,4	4,8	7,6	2,3	3,0
Hansen	7,2	9,8	23,7	23,4	5,0	8,0	2,2	3,1
Vesic	8,1	10,4	25,1	24,7	5,1	8,2	2,3	3,2
Balla	14,0	15,3	35,8	33,0	6,0	9,2	2,6	3,8

L'équation de la capacité portante de Terzaghi (1943) a été développée en supposant une rupture générale dans le cas d'un sol dense et une rupture locale dans le cas d'un sol lâche, pour laquelle il propose une réduction de la cohésion c et l'angle de frottement φ ($c' = 0,65c$ et $\varphi' = \tan^{-1}(0,65 \tan \varphi)$). Les méthodes de Hansen, Meyerhof et Vesic peuvent être utilisées pour les cas particuliers (base inclinée, charge inclinée ou excentrée, fondation encastree).

Le tableau 1.4 récapitule les valeurs des facteurs de portance de Terzaghi, Meyerhof, Hansen et Vesic.

Tableau 1.4– Facteurs de capacité portante

φ°	Terzaghi			Prandtl-Reissner (Meyerhof, Hansen et Vesic)			Hansen	Vesic
	N_c	N_q	N_γ	N_c	N_q	N_γ	N_γ	N_γ
0	5,70	1,00	0,00	5,14	1,00	0,00	0,00	0,00
5	7,30	1,6	0,5	6,49	1,57	0,07	0,07	0,45
10	9,61	2,69	1,25	8,34	2,47	0,37	0,39	1,22
15	12,9	4,4	2,5	10,98	3,94	1,13	1,18	2,65
20	17,69	7,44	4,97	14,83	6,40	2,87	2,95	5,39
25	25,1	12,7	9,7	20,72	10,66	6,76	6,75	10,88
30	37,16	22,46	19,7	30,14	18,40	15,67	15,07	22,40
35	57,8	41,4	42,4	46,12	33,30	37,15	33,92	48,03
40	95,67	81,27	100,39	75,32	64,20	93,69	79,54	109,41
45	172,3	173,3	297,5	133,88	134,88	262,74	200,81	271,76
50	347,52	415,16	1153,15	266,89	319,07	873,89	568,59	762,89

Pour le calcul de la capacité portante d'une fondation superficielle dans le cas général, Meyerhof (1963) a proposé la formule suivante :

$$q_u = \frac{\gamma B'}{2} s_\gamma d_\gamma i_\gamma N_\gamma + c s_c d_c i_c N_c + q s_q d_q i_q N_q \quad (1.8)$$

où B' désigne la largeur de la fondation réduite pour tenir compte de l'excentricité e de la charge appliquée $B' = B - 2e$, s désigne le coefficient de forme de la fondation, d désigne le coefficient d'encastrement de la fondation, et i désigne le coefficient d'inclinaison de la charge. D'autre part, Hansen (1970) a donné la formule générale suivante pour le calcul de la capacité portante :

$$q_u = \frac{\gamma B'}{2} s_\gamma d_\gamma i_\gamma b_\gamma g_\gamma N_\gamma + c s_c d_c i_c b_c g_c N_c + q s_q d_q i_q b_q g_q N_q \tag{1.9}$$

Dans la formule de Hansen tous les écarts par rapport au cas de la semelle filante sous charge verticale centrée, sont décrits par des coefficients correcteurs avec s , coefficient de forme, d coefficient d'encastrement de la fondation, i coefficient d'inclinaison de la charge, b correspond à l'inclinaison de la base de la fondation, et g à l'inclinaison de la surface du sol.

1.3.2. Critiques générales des méthodes classiques

Costet et Sanglerat (1983) indiquent que la théorie qui conduit à la définition des trois facteurs de capacité portante, soulève un certain nombre de critiques. Le premier point concerne la forme du coin OAA' (Figure 1.12) ; les essais sur modèle réduit ont montré que les côtés du coin sont loin d'être rectilignes principalement lorsque le rapport D/B est inférieur à 0,5. Afin de traiter cette difficulté, plusieurs auteurs ont repris l'étude de coin, en adoptant pour OA et $O\hat{A}$ des arcs de lignes de glissement, en appliquant la méthode des lignes de glissement (Sokolovskii, 1960).

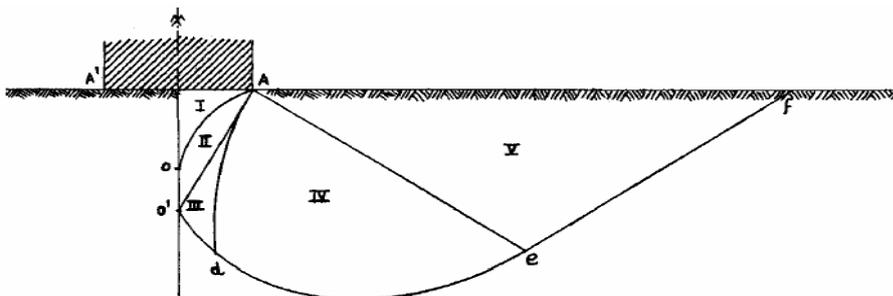


Figure 1.12– Schéma de Gorbunov d'après Costet et Sanglerat (1983)

L'hypothèse de la superposition des états d'équilibre (d'un milieu pesant non chargé, milieu non pesant cohérent et d'un milieu non pesant surchargé) est une approximation, car les lignes de glissement des différents équilibres sont loin d'être superposables. Les vérifications expérimentales de la capacité portante montrent que les formules classiques sont plutôt dans le sens de la sécurité ; c'est la meilleure justification de l'approximation faite qui permet de séparer l'effet du poids du sol de celui de la cohésion et de celui de l'encastrement de la fondation dans le terrain, ce qui simplifie beaucoup les calculs.

Une autre approximation concerne d'assimiler le terrain situé au-dessus du plan horizontal de la base de la fondation par une surcharge. Il est certain que les lignes de glissement au sein du massif se prolongent au de-là du plan horizontal et que cette approximation est d'autant moins bonne que le rapport D/B est grand. De plus, les calculs à la rupture ne prennent pas en compte les déformations du terrain et imposent les directions des plans de rupture ; également, ils considèrent que le sol se comporte comme un matériau associé, avec un angle de dilatance ψ égal à l'angle de frottement φ , alors que, pour les cas des sols réels, l'angle de dilatance ψ est généralement inférieur à l'angle de frottement φ .

1.3.3. Aperçu sur les méthode de calcul de la capacité portante

Dans ce qui suit, on présente un aperçu sur les différentes méthodes utilisées pour l'étude de la capacité portante des fondations superficielles. On note qu'un état des connaissances sur les méthodes de calcul de la portance des fondations superficielles peut être trouvé dans Magnan et al. (2004).

1.3.3.1. La méthode de l'équilibre limite

La méthode de l'équilibre limite, est la méthode la plus couramment utilisée dans la pratique du génie géotechnique. Elle est basée sur l'hypothèse de l'équilibre statique du volume étudié, en considérant un mode de rupture « mécanisme de rupture » dans le sol sous l'action des charges extérieures. Généralement, le mécanisme de rupture se définit par des formes géométriques simples comme des surfaces planes, circulaires, logarithmiques qui divisent le volume du sol en un nombre de parties séparées. La méthode tient compte de l'équilibre global de chaque partie du sol prise séparément et des conditions imposées par la résistance du matériau constitutif ; les charges (forces et moments externes, forces internes) appliquées à un solide en équilibre doivent être équilibrées ($\sum F = 0$ et $\sum M = 0$).

Les solutions de Terzaghi (1943), très largement présentées dans les ouvrages de mécanique du sol, sont obtenues par la méthode d'équilibre limite. Cette méthode a été utilisée par de nombreux auteurs pour déterminer la capacité portante des semelles filantes. Kumbhojkar (1993) a proposé une solution numérique pour le facteur N_γ ; ce dernier est déterminé en considérant la force passive minimale $P_{\gamma\min}$ appliquée sur le coin actif. Le facteur N_γ est donné par l'équation suivante :

$$N_\gamma = \frac{P_{\gamma\min}}{\gamma B^2} - \frac{\tan \varphi}{2} \quad (1.10)$$

Le tableau 1.5 récapitule quelques valeurs de N_γ obtenues par Zhu et al. (2001), Kumbhojkar (1993), Vesić (1973), Meyerhof (1963) et Terzaghi (1943). Pour le premier cas, on peut remarquer que les résultats de Kumbhojkar (1993) sont plus élevés que ceux de Zhu et al. (2001), surtout pour les grandes valeurs de φ ; cette dispersion est expliquée par le fait qu'il y a une différence dans l'approche utilisée pour la recherche de la surface critique de rupture. Zhu et al. (2001) ont indiqué que pour $\varphi < 35^\circ$ les résultats du deuxième cas ($\alpha = 45^\circ + \varphi/2$) sont en bonne concordance avec ceux de Vesić (1973) ; par ailleurs, la solution de Meyerhof (1963) donne toujours les valeurs inférieures. Zhu et al. (2001) ont montré la faible influence de l'angle α sur les valeurs de N_γ , par exemple, pour $\varphi = 40^\circ$ et α varie entre 34° et 61° , N_γ diminue seulement de 10%.

Tableau 1.5– Facteur de portance N_γ pour une semelle filante

φ°	Zhu et al. (2001)			Kumbhojkar (1993) $\alpha = \varphi$	Vesić (1973) $\alpha = 45^\circ + \varphi/2$	Meyerhof (1963) $\alpha = 45^\circ + \varphi/2$	Terzaghi (1943) $\alpha = \varphi$
	Cas 1 $\alpha = \varphi$	Cas 2 $\alpha = 45^\circ + \varphi/2$	Cas 3 α donne N_γ minimum				
5	0,139	0,385	0,107	0,144	0,45	0,07	0,5
10	0,552	1,123	0,453	0,559	1,22	0,37	1,25
15	1,488	2,540	1,309	1,520	2,65	1,13	2,5
20	3,499	5,313	3,367	3,641	5,39	2,87	4,97
25	7,867	10,930	7,864	8,342	10,88	6,76	9,7
30	17,682	22,901	17,579	19,129	22,40	15,67	19,7
35	41,048	50,247	40,200	45,410	48,03	37,15	42,4
40	101,653	118,786	97,926	115,311	109,41	93,69	100,39
45	278,540	312,880	263,746	325,342	271,76	262,74	297,5
50	884,930	962,325	824,313	1072,797	762,89	873,89	1153,15

Silvestri (2003) a étudié la capacité portante d'une semelle filante sous une charge verticale centrée, dans un sol frottant. Une procédure de minimisation a été développée pour déterminer les facteurs N_γ et N_q . Afin de prendre en considération l'effet de la non-associativité du sol, Silvestri (2003) a adopté les considérations théoriques de Drescher et Detournay (1993) qui permettent de remplacer φ par φ^* donné par la relation 1.13, où ψ est l'angle de dilatance :

$$\tan \varphi^* = \frac{\cos \varphi \cos \psi}{1 - \sin \varphi \sin \psi} \tan \varphi \quad (1.13)$$

L'angle α qui donne la valeur minimale de N_q correspond à la valeur $\alpha = 45^\circ + \varphi^*/2$, trouvée initialement par Prandtl ; dans ce cas le facteur N_q est donné par la formule suivante :

$$N_q = e^{\pi \tan \varphi^*} \tan^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi^*}{2} \right) \quad (1.14)$$

Par ailleurs, l'angle α qui donne la valeur minimale de N_γ correspond à la valeur $\alpha = 22^\circ + 0,8 \varphi^*$. Dans le cas de $\alpha = 45^\circ + \varphi^*/2$, N_γ est donné par la formule suivante :

$$N_\gamma = \frac{1}{2} \left[N_q e^{\frac{\pi}{2} \tan \varphi^*} - \tan \left(45^\circ + \frac{\varphi^*}{2} \right) \right] \quad (1.15)$$

1.3.3.2. La méthode de l'analyse limite

La grande différence entre l'analyse limite et l'équilibre limite réside dans la prise en compte de la cinématique des déformations dans l'analyse de la rupture et de tenir compte des conditions aux limites sur les déplacements. L'analyse limite admet que les sols ou autres matériaux ont un comportement élastique (ou rigide) parfaitement plastique, avec une loi d'écoulement plastique associée. Deux théorèmes limites ont été établis, qui définissent deux approches des charges limites par valeurs inférieures et par valeurs supérieures (Magnan et al., 2004).

D'après Chatzigogos (2007) le théorème des bornes supérieures ou l'approche cinématique de l'analyse, consiste à construire des cinématiques ou mécanismes de rupture respectant les conditions aux limites sur les déplacements. Le champ de vitesse correspondant, cinématiquement (respecte les conditions aux limites) et plastiquement (est associé au champ de contrainte à travers la loi d'écoulement) admissible. Si le travail d'une force externe associé à une cinématique de rupture est supérieur au travail des forces internes (bornées par la résistance des matériaux) pour la même cinématique de rupture, alors cette force est supérieure à la charge de rupture. Le théorème des bornes inférieures ou l'approche statique de l'analyse limite, consiste à construire un champ de contrainte qui est statiquement (respecte l'équilibre) et plastiquement (respecte le critère de résistance) admissible. Si l'on peut trouver dans les matériaux (sols et structures) un champ de contraintes qui équilibre la charge extérieure appliquée, tout en restant compatible avec les résistances des différents matériaux, alors cette charge ne peut être supérieure à la charge limite de rupture.

La méthode cinématique a connu une plus grande utilisation que la méthode statique et de nombreuses bornes supérieures ont été proposées pour la portance des sols. Les mécanismes de rupture correspondant à ces bornes supérieures comportent des surfaces de discontinuité, où la vitesse de déplacement instantané fait un angle φ avec la surface de contact.

On doit noter que les champs étudiés dans les deux méthodes, peuvent être définis soit par une expression analytique soit par une procédure numérique dans le domaine étudié. Une présentation théorique soignée du sujet est donnée par Salençon (1977). Chen (1975) présente une vision des possibilités offertes au début des années 1970 par l'analyse limite pour le calcul des

fondations superficielles. Il présente un bref historique concernant la chronologie des travaux qui ont permis le développement de la théorie de la plasticité en mécanique des sols, qui commencent par la contribution de Coulomb (1776), puis Rankine (1857), Moseley (1833), Massau (1899), Kötter (1903). Les équations de Kötter ont été appliquées par Sokolovskii (1965) pour l'étude des problèmes de stabilité en mécanique des sols. Prandtl (1920) a donné la première solution analytique pour un matériau non pesant, qui a été appliquée par Reissner (1924).

Chen discute les détails nécessaires pour l'application de la théorie de la borne supérieure de l'analyse limite ; il donne des exemples simples en considérant un mécanisme translationnel et rotationnel dans un sol purement cohérent. L'auteur utilise ensuite les mécanismes de Prandtl (1920) et Hill (1950) (Figure 1.15) pour une semelle filante dans un sol cohérent et frottant mais non pesant ; les solutions obtenues sont en accord avec les résultats de la méthode des lignes de glissement (voir ci-dessous). Par ailleurs, il commente l'effet du poids sur la capacité portante ; un exemple de calcul de la charge limite dans le cas d'une interface lisse et d'une cohésion nulle ($c = 0$) a été présenté en considérant le mécanisme de Hill ; le facteur N_γ est donné par l'expression suivante :

$$N_\gamma = \frac{1}{4} \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right) \left[\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right) e^{\left(\frac{3\pi}{2}\right)\tan\phi} - 1 \right] + \frac{3 \sin \phi}{1 + 8 \sin^2 \phi} \left\{ \left[\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right) - \frac{\cot \phi}{3} \right] e^{\left(\frac{3\pi}{2}\right)\tan\phi} + \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right) \frac{\cot \phi}{3} + 1 \right\} \tag{1.16}$$

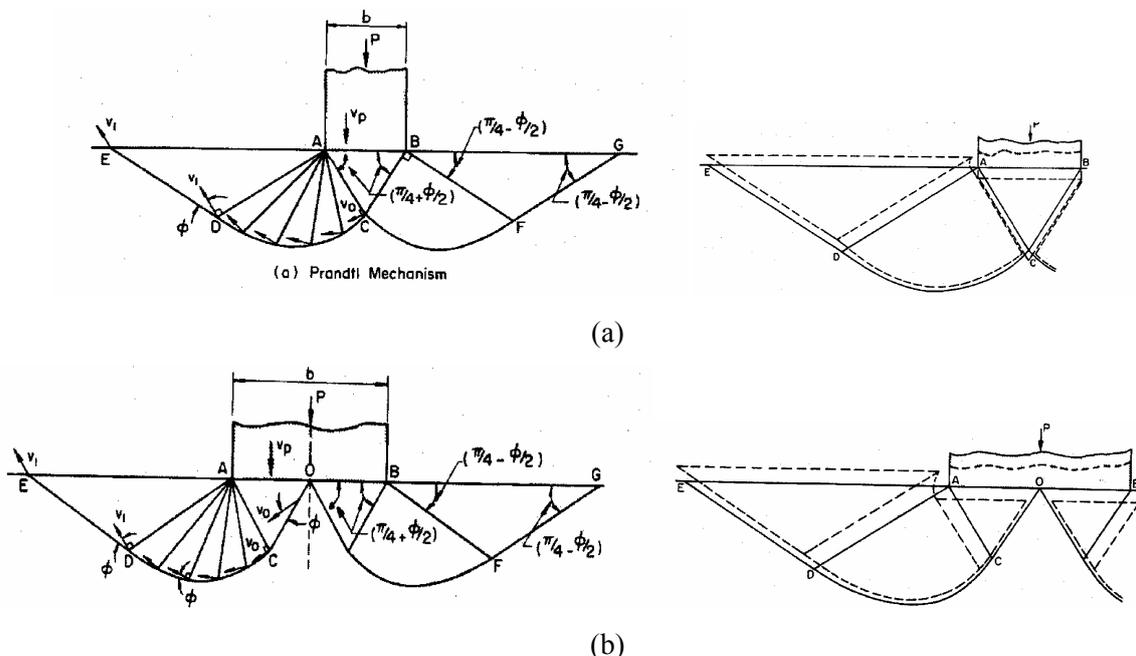


Figure 1.15– Mécanisme de capacité portante d'après Chen (1975),

(a) Mécanisme de Prandtl, (b) Mécanisme de Hill

Chen (1975) présente une comparaison entre les résultats obtenus par l'expression 1.16 et ceux de Sokolovskii (1965) ; d'après Chen (1975) les valeurs de Sokolovskii sont plus élevées pour les grandes valeurs de φ à cause du champ de contraintes trop simplifié (il est décrit dans le quatrième chapitre de l'ouvrage de Sokolovskii, 1965). La capacité portante d'une semelle filante a été évaluée par Chen (1975) dans le cas général d'un sol cohérent, frottant et pesant ; les valeurs obtenues donnent le paramètre adimensionnel q_0/c en fonction de l'angle de frottement interne φ , de l'interface sol-fondation, du rapport D/B et du paramètre adimensionnel $G = 0,5\gamma B/c$. La borne supérieure du facteur N_γ selon le mécanisme de Prandtl d'une semelle établie en surface libre, peut être approchée par la formule 1.17, avec une erreur dans le sens de sécurité pour $\varphi > 30^\circ$ et dans le sens contraire pour $\varphi < 30^\circ$ (elle ne dépasse pas 8% pour $15^\circ < \varphi < 45^\circ$ et ne dépasse pas 6% pour $20^\circ < \varphi < 40^\circ$).

$$N_\gamma = 2 \left[1 + e^{\pi \tan \varphi} \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \right] \tan \varphi \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{5} \right) \quad (1.17)$$

La modification du mécanisme de Prandtl améliore les valeurs de N_γ pour les faibles valeurs de φ ; le tableau 1.6 donne les meilleures bornes supérieures obtenues par le mécanisme de Prandtl et Hill pour une semelle rugueuse et lisse, respectivement. Les solutions de Chen (1975) sont comparées aux valeurs calculées par Meyerhof (1951), Hansen et Christensen (1969) et Sokolovskii (1965).

Tableau 1.6– Facteur de portance N_γ d'après Chen (1975)

φ°	Semelle rugueuse			Semelle lisse		
	Meyerhof (1951)	Hansen et Christensen (1969)	Prandtl (Chen, 1975)	Sokolovskii (1965)	Hansen et Christensen (1969)	Hill (Chen, 1975)
15	2,5	1,2	2,1	0,70	0,7	1,2
20	5,5	2,9	4,6	1,58	1,6	2,7
25	12,0	7,0	10,9	3,46	3,5	5,9
30	26,0	15,0	25,0	7,65	7,5	12,7
35	60,0	35,0	57,0	17,6	18,0	28,6
40	130,0	85,0	141,0	43,25	42,0	71,6

Pour le calcul de la capacité portante des semelles filantes, Chen (1975) recommande d'utiliser les valeurs calculées par les expressions suivantes :

$$\begin{cases} N_c = (N_q - 1) \cot \varphi \\ N_q = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) e^{\pi \tan \varphi} \\ N_\gamma = 2(N_q + 1) \tan \varphi \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{5} \right) \end{cases} \quad (1.18)$$

L'approche cinématique de l'analyse limite a été utilisée par Michalowski (1997), qui a présenté des bornes supérieures du facteur de portance N_γ d'une semelle filante, en utilisant un mécanisme de blocs. Michalowski (1997) a proposé une expression de N_γ qui prend en considération la non-associativité, en se basant sur les considérations théoriques de Drescher et Detournay (1993) qui permettent de traiter un sol non-associé comme un sol associé en remplaçant c et φ par c^* et φ^* donnés par les expressions suivantes :

$$c^* = \frac{\cos \varphi \cos \psi}{1 - \sin \varphi \sin \psi} c$$

$$\tan \varphi^* = \frac{\cos \varphi \cos \psi}{1 - \sin \varphi \sin \psi} \tan \varphi$$
(1.19)

où ψ est l'angle de dilatance.

Les expressions du facteur de portance N_γ proposées par Michalowski (1997) sont présentées dans le tableau 1.7.

r	$N_\gamma = e^{0,66+5,11 \tan \varphi} \tan \varphi$	$(\psi = \varphi)$
r	$N_\gamma = e^{0,66+5,11 \tan \varphi^*} \tan \varphi^*$	$(\psi < \varphi)$
l	$N_\gamma = e^{5,1 \tan \varphi} \tan \varphi$	$(\psi = \varphi)$
l	$N_\gamma = e^{5,1 \tan \varphi^*} \tan \varphi^*$	$(\psi < \varphi)$

Dans la même logique, Soubra (1999) a déterminé des bornes supérieures des facteurs de portance N_q , N_c et N_γ en traitant des mécanismes de blocs rigides (Figure 1.16). Les paramètres de chargement comportent, en plus de la force inclinée et excentrée sur la semelle, des forces d'inertie horizontales et verticales (poids volumique modifié) et surcharge horizontale et verticale. On note que, pour N_γ , la différence maximale entre les résultats de Soubra (1999) et de ceux Caquot et Kérisel (1966) est inférieure à 10%. Par ailleurs, l'erreur sur les facteurs N_q et N_c par rapport à des valeurs exactes de Prandtl-Reissner ne dépasse pas 1,2%.

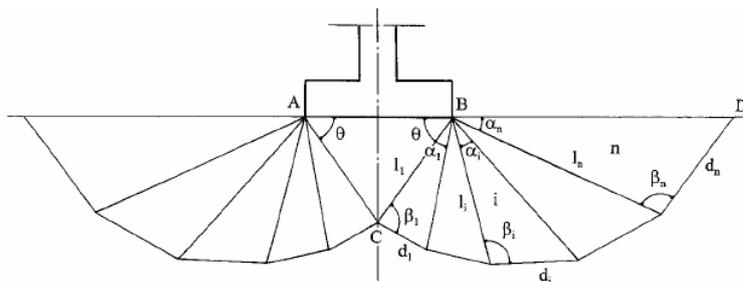


Figure 1.16– Mécanisme de rupture pour l'analyse cinématique de la capacité portante (Soubra, 1999)

Lyamin et Sloan (2002a, b) ont développé une nouvelle méthode de l'analyse limite par l'application des éléments finis linéaires ; cette méthode permet de déterminer la borne supérieure et la borne inférieure de la capacité portante. Par la même méthode, Hjiatj et al. (2005) s'attachent à l'évaluation du facteur N_γ des semelles filantes sur des sols frottants sans cohésion. Récemment, Lyamin et al. (2007) ont appliqué cette méthode au calcul de la capacité portante de semelles filantes, carrées, rectangulaires et circulaires sur un sol frottant.

Dans le cadre de l'analyse limite, on trouve également, le développement de la méthode de l'analyse cinématique régularisée au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (LCPC). La méthode est basée sur l'idée de trouver une série des solutions visco-plastiques convergeant vers la solution rigide plastique du problème cinématique étudié. Pour plus de détails, on se référera à Droniuc et al. (2003) qui ont décrit les bases théoriques, la programmation et la validation de l'analyse cinématique régularisée.

1.3.3.3. La méthode des lignes de glissement

L'application de la méthode des lignes de glissement est limitée uniquement aux problèmes plans ou axisymétriques où il est possible d'écrire un système de trois équations aux dérivées partielles à trois inconnues ; dans cette méthode on doit satisfaire les deux équations d'équilibre et la condition imposée par la résistance du sol ; les trois inconnues sont les éléments du tenseur des contraintes. Le principe de la méthode est la transformation du système initial des coordonnées en coordonnées curvilignes suivant les directions des contraintes de cisaillement maximales.

Massau (1899) a utilisé la méthode de la transformation en coordonnées curvilignes, appelée méthode des caractéristiques, pour établir la forme des champs de contraintes admissibles du sol. D'autre part, Kötter (1903) a formulé le système des équations aux dérivées partielles décrivant le problème plan ; ce système a été résolu par Prandtl (1920) qui a trouvé la solution analytique exacte de la capacité portante d'une semelle chargée par une force verticale centrée et reposant sur un sol non pesant. Dans le même esprit Reissner (1924) a étudié d'autres configurations de semelles reposant toujours sur un sol non pesant. Par ailleurs, Sokolovskii (1960, 1965) a introduit le poids volumique, en utilisant un schéma numérique basé sur la méthode des différences finies pour la résolution du système d'équations décrivant le problème (méthode des lignes de glissement).

Les travaux de Salençon (1965) ont été consacrés à la détermination de la répartition des contraintes, par la méthode des lignes de glissement, autour d'une fondation rugueuse enterrée dans un milieu pulvérulent, homogène et pesant. Aussi, on trouve les études de Matar et Salençon (1979) et Salençon et Matar (1982) concernant les fondations filantes et circulaires sur des sols

non homogènes. Bolton et Lau (1993) ont travaillé dans le même esprit pour déterminer les facteurs de portance des semelles filantes et circulaires.

Cassidy et Houlsby (2002) ont également utilisé la méthode des lignes de glissement pour l'étude du facteur de portance N_γ d'une semelle conique. Martin (2003) a utilisé la méthode des lignes de glissement et donne des exemples d'applications, ainsi que des tableaux de comparaison qui regroupent ses valeurs avec les résultats obtenus par d'autres auteurs. À titre d'exemple, on donne les tableaux 1.8 et 1.9 qui présentent les valeurs de N_γ des semelles filantes et circulaires, respectivement.

Tableau 1.8– Facteur de portance N_γ pour une semelle filante, d'après Martin (2003)

φ°	Semelle rugueuse				Semelle lisse		
	Martin (2003)	Caquot et Kérisel (1953)	Salençon et Matar (1982)	Bolton et Lau (1993)	Martin (2003)	Sokolovskii (1965)	Bolton et Lau (1993)
5	0,113	-	-	0,62	0,084	0,085	0,09
10	0,433	1,604	0,434	1,71	0,281	0,28	0,29
15	1,181	2,98	-	3,17	0,699	0,70	0,71
20	2,839	5,69	2,84	5,97	1,579	1,58	1,60
25	6,491	11,22	6,491	11,6	3,461	3,46	3,51
30	14,75	22,69	14,75	23,6	7,653	7,65	7,74
35	34,48	49,1	34,46	51,0	17,58	17,6	17,8
40	85,57	114,0	85,51	121	43,19	43,25	44
45	234,2	300	234,01	324	117,6	-	120
50	742,9	-	-	1052	372,0	-	389

Tableau 1.9– Facteur de portance N_γ pour une semelle circulaire, d'après Martin (2003)

φ°	Semelle rugueuse				Semelle lisse		
	Martin (2003)	Salençon et Matar (1982)	Bolton et Lau (1993)	Cassidy et Houlsby (2002)	Martin (2003)	Bolton et Lau (1993)	Cassidy et Houlsby (2002)
5	0,081	-	0,68	0,067	0,0597	0,06	0,062
10	0,322	0,33	1,37	0,266	0,2059	0,21	0,200
15	0,932	-	2,83	0,796	0,5346	0,60	0,553
20	2,416	2,4	6,04	2,160	1,271	1,30	1,219
25	6,073	6,0	13,5	5,270	2,971	3,00	2,865
30	15,52	15,2	31,9	14,13	7,111	7,10	6,935
35	41,88	41,4	82,4	42,56	18,03	18,2	17,88
40	123,7	121	238	129,4	50,16	51	50,46
45	417,7	388	803	505,0	159,8	160	165,1
50	$1,71 \times 10^3$	-	3403	2050,0	617,8	621	703,1

1.3.3.4. Les calculs en déformations

L'application d'une loi de comportement élasto-plastique pour l'étude de la stabilité du sol, permet d'étudier l'évolution élasto-plastique à partir d'un état de contrainte initiale jusqu'à la ruine plastique en suivant un trajet de chargement spécifique. Les problèmes de la capacité portante peuvent être traités par des méthodes numériques, notamment celles des éléments finis et des différences finies. La technique est très commode si l'objectif de l'étude est l'évolution élasto-plastique du système et la méthode a connu une vraie explosion après les années 70, avec

un nombre énorme de références sur le sujet. Mestat et Prat (1999) donnent des guides sur l'utilisation des éléments finis dans les problèmes géotechniques.

Pour le cas d'une semelle filante et rigide, Griffiths (1982) a présenté des analyses élasto-plastiques par la méthode des éléments finis en considérant le critère de Mohr-Coulomb. L'auteur adopte le principe de superposition de Terzaghi afin de calculer les trois facteurs de portance N_c , N_q et N_γ . Les résultats montrent qu'il est simple de calculer les deux facteurs N_c et N_q ; par ailleurs, N_γ exige des calculs plus complexes, notamment pour les grandes valeurs de l'angle de frottement interne du sol où la convergence est plus lente. Aussi, la valeur de N_γ est influencée par la nature de l'interface sol-semelle. D'autre part, l'hypothèse de superposition sous-estime la capacité portante de l'ordre 10% pour $\varphi = 20^\circ$. La méthode du suivi de l'évolution élasto-plastique par éléments finis a été utilisée aussi par de Borst et Vermeer (1984), pour examiner l'effet de la non-associativité sur la charge limite des semelles filantes et circulaires. Les auteurs indiquent que les solutions stables sont obtenues pour les semelles lisses avec un matériau associé; par ailleurs, des problèmes d'instabilité numérique sont observés lorsque une règle d'écoulement non-associée est appliquée pour les grandes valeurs de l'angle de frottement interne φ .

Manoharan et Dasgupta (1995) ont présenté une extension de l'étude de Griffiths (1982); la méthode des éléments finis a été utilisée également pour l'évaluation de l'influence de la règle d'écoulement sur les facteurs de portance des semelles filantes et circulaires, en considérant une interface lisse et rugueuse. Les résultats obtenus montrent l'influence importante de l'angle de dilatance sur les trois facteurs de portance pour les grandes valeurs de l'angle de frottement interne; l'accroissement de la dilatance augmente les valeurs de facteurs de portance; par ailleurs, l'angle de dilatance n'a pas d'influence pour $\varphi < 25^\circ$. Des calculs combinés de la capacité portante ont permis de conclure que la superposition des trois termes entraîne une erreur de 10% dans le sens de la sécurité.

Frydman et Burd (1997) ont utilisé le code OXFEM en éléments finis et le code FLAC en différences finies explicites, afin de calculer le facteur de portance N_γ d'une semelle filante. Les auteurs ont considéré une loi élastique-parfaitement plastique avec un critère de rupture de Mohr-Coulomb. De nombreux paramètres influençant la capacité portante ont été étudiés, comme la forme et les dimensions du maillage, la règle d'écoulement et la nature de l'interface sol-fondation; cette étude a mis en évidence quelques difficultés pour l'analyse numérique, surtout dans le cas d'une semelle rugueuse et pour les grandes valeurs de l'angle de frottement interne du sol.

L'influence de la non-associativité sur les trois facteurs de portance pour le cas d'une semelle filante et rugueuse a été étudiée également par Yin et al. (2001), en utilisant des calculs élasto-plastique par le code FLAC en différences finies explicites ; le sol a été traité comme un matériau de Mohr-Coulomb. Par la même méthode, Erickson et Drescher (2002) ont étudié l'influence de la non-associativité et de la nature l'interface, sur les facteurs de portance d'une semelle circulaire. Récemment, Loukidis et Salgado (2009), ont élaboré des analyses par éléments finis en considérant une loi élastique-parfaitement plastique avec un critère de rupture de Mohr-Coulomb, où ils ont pris en compte l'influence de la non-associativité sur les facteurs de portance des semelles filantes et circulaires, ainsi que sur les coefficients de forme.

1.3.3.5. Etudes expérimentales

L'investigation expérimentale est incontestablement le moyen incontournable pour la compréhension du comportement des fondations superficielles. Deux grandes classes d'essais sont à distinguer les essais in-situ, réalisés sur des ouvrages de grandeur réelle, et les essais sur modèles réduits effectués en laboratoire, tels que ceux réalisés en chambre d'étalonnage ou en centrifugeuse. Les objectifs visés par les expérimentations peuvent être multiples. La plupart d'entre elles toutefois se rattache à deux grands thèmes: l'étude de la capacité portante des sols et l'étude du tassement ou du déplacement des fondations, chacun de ces domaines pouvant bien évidemment se décliner en sous-thèmes : effet des actions, effet de la géométrie de la fondation, effet de la géométrie du terrain, effet de la nature du terrain, etc. Dans ce qui suit, on cite les principales études expérimentales présentées par Canépa et Garnier (2004), dans le cadre d'un état des connaissances récent sur les études expérimentales du comportement des fondations.

Des expérimentations sur un sable reconstitué ou sol analogique et petites fondations testées en laboratoire) ont été menées des années 1950 à 1970 ; elles sont pour la plupart consacrées à la formule de portance de Terzaghi avec comme objectifs principaux la validation du facteur de portance N_γ et l'extension de la formule à des cas de figures plus complexes, comme l'effet de la forme des fondations, de l'excentricité et de l'inclinaison des charges, etc. (Meyerhof, 1948, 1951, 1953 ; De Beer et Ladanyi, 1961 ; l'Herminier 1961 ; Giroud et Tran-Vô-Nhiem, 1971 ; Lebegue, 1972, 1973 ; Vesić, 1973). Par ailleurs, les premières séries d'essais de chargement de fondations sur des sols en place sont réalisées par Ménard (1963). Ces essais ont essentiellement pour objet l'établissement des premières règles de calcul basées sur les paramètres tirés de l'essai pressiométrique (Ménard, 1967). Le début des campagnes importantes d'essais sur de grandes fondations peut être situé vers les années 1970. Les plus remarquables sont les expérimentations menées par Muhs, Weiss et celles effectuées par Shields et Bauer (Muhs et Weiss, 1969, 1971,

1972 ; Weiss, 1970, 1973 ; Shields et al., 1977, Bauer et al., 1981) et par les Laboratoires des Ponts et Chaussées, en France.

Canépa et Depresles (1990) ont rassemblé les résultats de tous les essais réalisés par les laboratoires des Ponts et Chaussées à la fin des années 1970. Les essais concernent le chargement de fondations superficielles établies sur différents sols en place. Une centaine d'essais répartie sur une demi-douzaine de sites expérimentaux constitués de sols de nature différente (sable, argile, limon, craie) a ainsi été effectuée, avec comme objectif principal la validation ou l'établissement de règles de calcul. L'effet sur la portance de l'encastrement de la fondation, de l'excentricité et de l'inclinaison des charges, ainsi que le comportement à court et à long terme des fondations ont été examinés.

Plusieurs études expérimentales sur modèles réduit centrifugés ont permis de compléter les essais réalisés en laboratoire sur modèles réduits à gravité normale et in-situ (Gemperline, 1984 ; Kusakabe, 1981 ; Bakir, 1993 ; Maréchal, 1999). Les modèles réduits centrifugés présentent l'avantage de reproduire, dans l'environnement maîtrisé du laboratoire, des conditions propres aux ouvrages en vraie grandeur, tel que l'ordre de grandeur des contraintes dans le sol dues au poids propre.

1.3.4. Comparaison des expressions des facteurs de portance

Les comparaisons présentées par Sieffert et Bay-Gress (2000) sur les méthodes de calcul en vigueur dans les pays européens, indiquent la grande diversité des méthodes utilisées pratiquement pour le calcul des facteurs de portance ; cette comparaison permet de montrer la dispersion importante des valeurs de N_γ . Le tableau 1.10 présente une synthèse des différentes expressions du facteur de portance N_γ , ainsi que les valeurs numériques obtenues pour $\varphi = 40^\circ$. Dans les expressions proposées par de Terzaghi (1943), Caquot et Kérisel (1966), Michalowski (1997), Silvestri (2003) et Hjiatj et al. (2005) le facteur N_γ n'est pas donné en fonction de N_q . Meyerhof (1963), Hansen (1970), Vesić (1973), Chen (1975), Zhu et al. (2001), l'Eurocode 7 (2005) et Loukidis et Salgado (2009) donnent le facteur N_γ en fonction de N_q .

Les facteurs de portance N_c et N_q sont déterminés généralement par les expressions de Prandtl (1920) et Reissner (1924), présentées dans le tableau 1.11 Il est intéressant de noter qu'on peut appliquer le théorème des états correspondants de Caquot (1934), afin de calculer le facteur N_c , à partir de la solution de Reissner (1924) (Zhu et Michalowski, 2005). Historiquement, l'expression de N_c , dans une forme tout à fait différente de celle utilisée actuellement, a été donnée par Prandtl (1920), avant que Reissner (1924) ne donne l'expression de N_q ; cependant ni Prandtl, ni Reissner n'utilise la notion du facteur de capacité portante. Les solutions de Prandtl et Reissner

ont été adoptées par Meyerhof (1963), Hansen (1970), Vesic (1973) et l'Eurocode 7 (2005). Les expressions de N_q et N_c de Terzaghi (1943), surestiment les valeurs de la capacité portante ; on peut remarquer également que Loukidis et Salgado (2009) tiennent compte de la non-associativité du sol pour le facteur N_q .

Tableau 1.10– Expressions du facteur N_γ ; cas d'une interface rugueuse (Mabrouki et al., 2010a)

Référence	Expressions de N_γ	$\varphi = 40^\circ$
Terzaghi (1943)	$0,5 \tan \varphi \left(\frac{k_{p\gamma}}{\cos^2 \varphi} - 1 \right)$	100,4
Meyerhof (1963)	$(N_q - 1) \tan(1,4\varphi)$	93,69
Caquot et Kérisel (1966)	$N_\gamma = \frac{1}{2} \frac{\cos\left(\frac{\pi - \varphi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi - \varphi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)} \left[K_p - \sin\left(\frac{\pi - \varphi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \right]$	111
Hansen (1970)	$1,5(N_q - 1) \tan \varphi$	79,54
Vesic (1973)	$2(N_q + 1) \tan \varphi$	109,41
Chen (1975)	$N_\gamma = 2(1 + N_q) \tan \varphi \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{5}\right)$	145,3
Michalowski (1997)	$e^{0,66+5,11 \tan \varphi} \tan \varphi$	118,20
Zhu et al. (2001)	$\begin{cases} N_\gamma = (2N_q + 1)(\tan \varphi)^{1,35} & (\alpha = \varphi) \\ N_\gamma = (2N_q + 1) \tan(1,07\varphi) & (\alpha = 45^\circ + \varphi/2) \\ N_\gamma = (2N_q + 1)(\tan \varphi)^{1,45} & (\text{la valeur de } \alpha \text{ donne le minimum de } N_\gamma) \end{cases}$	101,65 118,77 97,93
Silvestri (2003)	$N_\gamma = \frac{1}{2} \left[N_q e^{\frac{\pi}{2} \tan \varphi} - \tan\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) \right]$	118,86
Eurocode 7 (2005)	$2(N_q - 1) \tan \varphi$	106,05
Hjiaj et al. (2005)	$e^{\frac{1}{6}(\pi+3\pi^2 \tan \varphi)} \tan^{\frac{2\pi}{5}} \varphi$	85,11
Loukidis et Salgado (2009)	$(N_q - 1) \tan(1,34\varphi)$	85,72

Tableau 1.11– Expressions des facteurs N_c et N_q ; (Mabrouki et al., 2010a)

Référence	N_c	N_q
Terzaghi (1943) (interface rugueuse)	$\cot \varphi \left[\frac{a^2}{2 \cos^2(45^\circ + \varphi/2)} - 1 \right]$	$\frac{a^2}{2 \cos^2(45^\circ + \varphi/2)}$ $a = e^{(3\pi/4 - \varphi/2) \tan \varphi}$
Prandtl-Reissner (interface lisse)	$N_c = (N_q - 1) \cot \varphi$	$\tan^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) e^{\pi \tan \varphi}$
Loukidis et Salgado (2009) (interface rugueuse)	-	$\frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} e^{F(\varphi, \psi) \pi \tan \varphi}$ $F(\varphi, \psi) = 1 - \tan \varphi [\tan(0,8(\varphi - \psi))]^{2,5}$

1.4. Spécifications réglementaires pour le calcul de la de la capacité portante

1.4.1 DTU 13.12

Pour les règles françaises de calcul des fondations superficielles (DTU 13.12, 1988), la formule de calcul de la capacité portante a toujours trois termes (surface, cohésion, surcharge). Dans le cas d'une semelle filante, la contrainte de rupture est donnée par l'équation suivante :

$$q_u = \frac{1}{2} \gamma_1 B N_\gamma + c N_c + (q + \gamma_2 D) N_q \quad (1.20)$$

avec γ_1 poids volumique du sol sous la base de la fondation, γ_2 poids volumique du sol latéral à la fondation. Les coefficients N_q et N_c sont toujours ceux de Prandtl-Reissner. D'après Magnan et al. (2004) les valeurs de N_γ adoptées par DTU 13.12 sont celles de Meyerhof (1955) pour une fondation à base rugueuse (Tableau 1.12).

Tableau 1.12– Valeurs des facteurs de portance, d'après DTU 13.12 (1988)

φ°	N_c	N_q	N_γ
0	5,14	1,00	0
5	6,50	1,60	0,10
10	8,40	2,50	0,50
15	11,00	4,00	1,40
20	14,80	6,40	3,50
25	20,70	10,70	8,10
30	30,00	18,40	18,10
35	46,00	33,30	41,10
40	75,30	64,20	100,00
45	134,00	135,00	254,00

1.4.2. Eurocode 7 (2005)

La formule de calcul de la capacité portante des fondations superficielles donnée par l'Eurocode 7 (2005) a la même structure générale que celles décrites jusqu'ici, avec trois termes comportant chacun un facteur de capacité portante. Les trois facteurs de portance sont donnés par les expressions suivantes :

$$\begin{cases} N_c = (N_q - 1) \cot \varphi \\ N_q = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) e^{\pi \tan \varphi} \\ N_\gamma = 2(N_q - 1) \tan \varphi \end{cases} \quad (1.21)$$

Les valeurs de N_γ données dans le tableau 1.12 sont légèrement inférieures à celles de l'Eurocode 7 (2005).

1.5. Calcul de la capacité portante à partir des résultats des essais in-situ

L'estimation de la capacité portante à partir des résultats des essais in-situ est basée sur des méthodes empiriques directes, c'est-à-dire qu'elles relient directement, par corrélation, la portance de la fondation aux résultats de l'essai en place. Il n'est pas fait usage des méthodes classiques (méthodes en « c et φ ») traitées ci-dessus. Pratiquement, il existe de nombreuses méthodes ; dans ce qui suit, on se réfère aux méthodes de calcul pressiométrique et pénétrométrique qui sont incluses dans le fascicule 62, titre V (1993), voir Frank (1999). Le pénétromètre statique et le pressiomètre Ménard sont des essais fondamentaux pour les reconnaissances préalables à l'étude des fondations et pour leur dimensionnement. Pour le calcul de la portance des fondations à partir du pressiomètre Ménard ou du pénétromètre statique, le fascicule 62, titre V (1993), définit les catégories conventionnelles de sols données par le tableau 1.13, en fonction de la pression limite mesurée p_l par le pressiomètre Ménard ou de la résistance de pointe q_c mesurée par le pénétromètre statique.

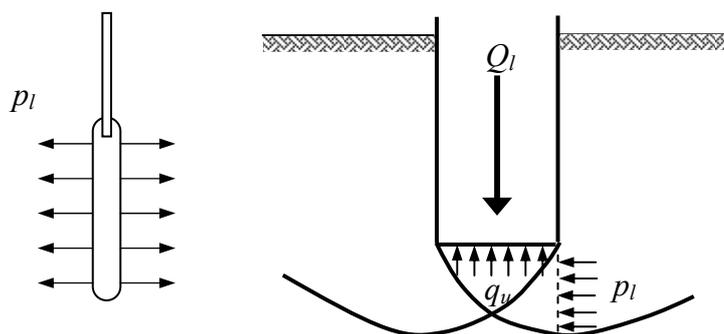
Tableau 1.13– Définition des catégories conventionnelles des sols, d'après Frank (1999)

Classe de sol		Pressiomètre p_l (MPa)	Pénétromètre p_c (MPa)
Argiles, limons	A - Argiles et limons mous	< 0,7	< 3,0
	B - Argiles et limons fermes	1,2 à 2,0	3,0 à 6,0
	C - Argiles très fermes à dures	> 2,5	> 6,0
Sables, graves	A - Lâches	< 0,5	< 5
	B - Moyennement compacts	1,0 à 2,0	8,0 à 15,0
	C - Compacts	> 2,5	> 20,0
Craies	A - Molles	< 0,7	< 5
	B - Altérées	1,0 à 2,5	> 5,0
	C - Compactes	> 3,0	
Marnes, marno-calcaires	A - Tendres	1,5 à 4,0	
	B - Compacts	> 4,5	
Roches (1)	A - Altérées	2,5 à 4,0	
	B - Fragmentées	> 4,5	

(1) L'appellation de roches altérées ou fragmentées peut regrouper des matériaux calcaires, schisteux ou d'origine granitique. S'il est difficile parfois de fixer des limites précises avec les sols meubles qui constituent leur phase finale d'évolution, on réservera toutefois cette classification aux matériaux qui présentent des modules pressiométriques supérieurs à 50 à 80 MPa.

1.5.1. Calcul de la capacité portante à partir de l'essai au pressiomètre

L'essai pressiométrique Ménard consiste à réaliser l'expansion horizontale d'une sonde cylindrique dans un forage à une profondeur donnée, sous des contraintes radiales jusqu'à la rupture du sol. Il permet d'obtenir une relation entre les contraintes appliquées et les déplacements horizontaux du forage, ce qui présente un grand avantage par rapport à d'autres essais in-situ, du fait qu'il permet l'analyse du comportement du sol aussi bien en déformations qu'à la rupture. La Figure 1.17 montre l'analogie, à la différence d'orientation près, entre la pression limite p_l obtenue par un essai pressiométrique et la contrainte de rupture q_u .



(a) Essai pressiométrique

(b) fondation superficielle

Figure 1.17– Analogie entre les modes de rupture

Selon le fascicule 62, titre V (1993), la contrainte de rupture q'_u sous charge verticale centrée est donnée par la formule :

$$q'_u = q'_0 + k_p \cdot p_{le}^* \quad (1.22)$$

où :

q'_u : contrainte effective de rupture de la semelle sous une charge verticale centrée ;

q'_0 : contrainte verticale effective initiale du sol au niveau de la fondation ;

p_{le}^* : pression nette équivalente du sol ;

k_p : facteur de portance pressiométrique.

Dans le cas d'une couche porteuse homogène, d'épaisseur au moins égale à $1,5B$ au-dessous de la base de la fondation, on établit un profil linéaire de la pression limite nette q_l^* et l'on prend pour pression limite nette équivalente q_{le}^* la valeur à la profondeur $D+2/3B$, comme indiqué sur la Figure 1.18.

$$p_{le}^* = p_l^{*(D+2/3B)} \quad (1.23)$$

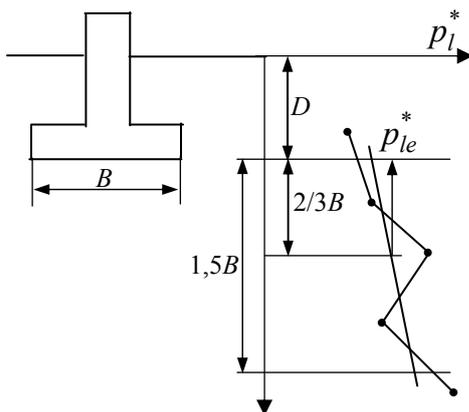


Figure 1.18– Définition de la pression limite nette équivalente q_{le}^* dans le cas d’une couche porteuse homogène (Frank, 1999)

Dans le cas de sols de fondation non homogènes, ayant toutefois des valeurs de pression limite du même ordre de grandeur jusqu’à au moins $1,5B$ au-dessous de la base de la fondation, on retient pour q_{le}^* la moyenne géométrique :

$$p_{le}^* = \sqrt[n]{p_{l1}^* p_{l2}^* \dots p_{ln}^*} \tag{1.24}$$

La théorie pressiométrique considère que les sols situés autour et au-dessus de la semelle n’interviennent pas uniquement par leur poids, comme il a été considéré précédemment, mais que leur résistance joue un rôle dans la contrainte ultime. Ceci est justifié par le fait que les lignes de glissement remontent jusqu’à la surface et ne s’arrêtent pas au niveau de la fondation comme il a été supposé par Terzaghi.

Cette remarque est prise en compte en introduisant la notion de hauteur d’encastrement équivalente D_e , à ne pas confondre avec la hauteur contenue dans le sol. D_e est donnée par l’expression :

$$D_e = \frac{1}{p_{le}^*} \int_0^D p_l^*(z) dz \tag{1.25}$$

Pour les fondations superficielles et pour les fondations semi-profondes dont les méthodes d’exécution sont similaires à celles des fondations superficielles, les valeurs du facteur de portance k_p sont données par le tableau 1.14.

Tableau 1.14– Facteur de portance pressiométrique (Frank, 1999)

Type de sol	Expression de k_p	$k_{p\max}$ (semelle carrée)	$k_{p\max}$ (semelle filante)
Argiles et limons A, craies A	$0,8 \left[1 + 0,25 \left(0,6 + 0,4 \frac{B}{L} \right) \frac{D_e}{B} \right]$	1,30	1,10
Argiles et limons B	$0,8 \left[1 + 0,35 \left(0,6 + 0,4 \frac{B}{L} \right) \frac{D_e}{B} \right]$	1,50	1,22
Argiles C	$0,8 \left[1 + 0,5 \left(0,6 + 0,4 \frac{B}{L} \right) \frac{D_e}{B} \right]$	1,80	1,40
Sables A	$\left[1 + 0,35 \left(0,6 + 0,4 \frac{B}{L} \right) \frac{D_e}{B} \right]$	1,88	1,53
Sables et graves B	$\left[1 + 0,5 \left(0,6 + 0,4 \frac{B}{L} \right) \frac{D_e}{B} \right]$	2,25	1,75
Sables et graves C	$\left[1 + 0,8 \left(0,6 + 0,4 \frac{B}{L} \right) \frac{D_e}{B} \right]$	3,00	2,20
Craies B et C	$1,3 \left[1 + 0,27 \left(0,6 + 0,4 \frac{B}{L} \right) \frac{D_e}{B} \right]$	2,18	1,83
Marnes, marno-calcaires, roches altérées	$\left[1 + 0,27 \left(0,6 + 0,4 \frac{B}{L} \right) \frac{D_e}{B} \right]$	1,68	1,41

On peut remarquer qu'il dépend du type de sol, ainsi que de la forme de la fondation ou, plus précisément, du rapport de ses dimensions en plan B/L (pour une semelle circulaire $B/L=1$ et pour une semelle filante : $B/L=0$) ; le facteur de portance k_p croît linéairement avec l'encastrement relatif de la fondation D_e/B , où D_e est la hauteur d'encastrement équivalente et B le diamètre ou la largeur de la fondation ; pour les fondations semi-profondes, il y a lieu de limiter sa valeur à $k_{p\max}$ qui est la valeur obtenue pour $D_e/B=2,5$.

1.5.2. Calcul de la capacité portante à partir de l'essai de pénétration statique (CPT)

L'essai de pénétration statique consiste à enfoncer dans le sol, à vitesse constante et à l'aide d'un vérin hydraulique, une pointe terminée par un cône. Un dispositif particulier permet de mesurer la résistance à la pénétration du cône, ainsi qu'éventuellement, le frottement latéral mobilisé sur une longueur donnée. Les classes de sol utilisées sont toujours celles définies dans le tableau 1.13 ; comme pour le pressiomètre, la formule générale traduit la proportionnalité semi-empirique entre la rupture du sol par poinçonnement sous une semelle soumise à une charge verticale centrée, et celle provoquée par la pointe du pénétromètre ; elle s'écrit :

$$q'_u = q'_0 + k_c \cdot q_{ce} \quad (1.26)$$

où :

q'_u : contrainte effective de rupture ;

q'_0 : contrainte verticale effective initiale du sol au niveau de la base de la fondation ;

q_{ce} : résistance de pointe équivalente du sol ;

k_c : facteur de portance pénétrométrique

La résistance de pointe équivalente q_{ce} est une résistance de pointe moyenne autour de la base de la fondation définie, à partir d'une courbe $q_c(z)$ lissée, par (Figure 1.19) :

$$q_{ce} = \frac{1}{3a+b} \int_{D-b}^{D+3a} q_{cc}(z) dz \quad (1.27)$$

avec q_{cc} résistance de pointe q_c écrêtée à $1,3 q_{cm}$:

$$q_{cm} = \frac{1}{3a+b} \int_{D-b}^{D+3a} q_c(z) dz \quad (1.28)$$

avec $a = B/2$ si $B > 1$ m

$a = 0,5$ m si $B < 1$ m

$b = \min \{a, h\}$ où h est la hauteur de la fondation dans la couche porteuse.

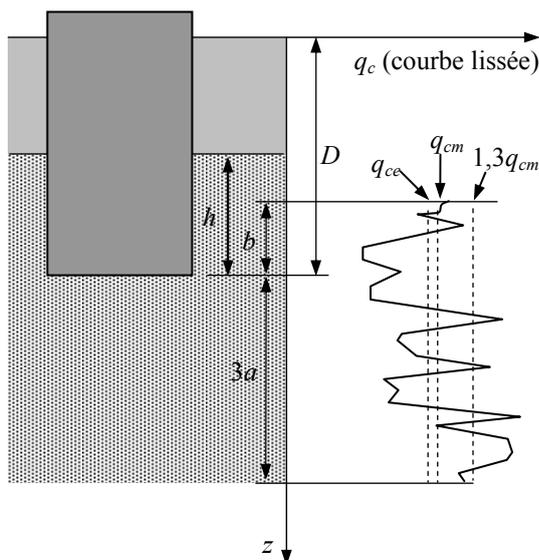


Figure 1.19– Définition de la résistance de pointe (ou de cône) équivalente pour les fondations superficielles et profondes (Frank, 1999)

La hauteur d'encastrement équivalente D_e , est donnée par l'expression :

$$D_e = \frac{1}{p_{ce}} \int_0^D p_c(z) dz \quad (1.29)$$

q_{ce} représente la résistance de pointe équivalente du sol sous la base de la fondation;

$q(z)$ est la résistance de pointe lissée donnée à la profondeur z par l'essai pénétrométrique.

Pour les fondations superficielles et pour les fondations semi-profondes dont les méthodes d'exécution sont similaires à celles des fondations superficielles, les valeurs du facteur de portance k_c sont données par le tableau 1.15.

Tableau 1.15– Facteur de portance pénétrométrique (Frank, 1999)

Type de sol	Expression de k_c	K_{cmax} (semelle carrée)	K_{cmax} (semelle filante)
Argiles et limons A et B, craies A	$0,32 \left[1 + 0,35 \left(0,6 + 0,4 \frac{B}{L} \right) \frac{D_e}{B} \right]$	0,60	0,49
Sables A	$0,14 \left[1 + 0,35 \left(0,6 + 0,4 \frac{B}{L} \right) \frac{D_e}{B} \right]$	0,26	0,21
Sables et graves B	$0,11 \left[1 + 0,5 \left(0,6 + 0,4 \frac{B}{L} \right) \frac{D_e}{B} \right]$	0,25	0,19
Sables et graves C	$0,08 \left[1 + 0,8 \left(0,6 + 0,4 \frac{B}{L} \right) \frac{D_e}{B} \right]$	0,24	0,18
Craies B	$0,17 \left[1 + 0,27 \left(0,6 + 0,4 \frac{B}{L} \right) \frac{D_e}{B} \right]$	0,29	0,24

1.6. Conclusions

Dans ce chapitre nous avons exposé les différentes approches utilisées pour le calcul de la capacité portante des fondations superficielles sous charge verticale centrée ; les approches de calcul théorique ont une allure identique puisqu'elles sont toutes présentées selon la superposition de trois termes introduite par Terzaghi (1943). Cependant, les résultats obtenus par les différents auteurs montrent la diversité des hypothèses adoptées pour le calcul du facteur de portance N_γ . Pour la détermination des facteurs de portance N_c et N_q , la solution de Prandtl-Reissner a été adoptée par différents auteurs. Les formules données par Terzaghi (1943) donnent des valeurs plus élevées que celles de Prandtl-Reissner.

Comme la formule de Terzaghi (1943) était et reste encore largement utilisée dans la pratique, plusieurs auteurs ont essayé de calculer l'erreur introduite par l'hypothèse de superposition. Parmi eux, on peut citer Griffiths (1982) pour les semelles filantes et Erickson et Drescher (2002) pour les semelles circulaires. Tous les auteurs confirment que cette hypothèse introduit une erreur dans le sens de sécurité, c'est-à-dire elle sous estime la capacité portante.

Les calculs à la rupture ne prennent pas en compte les déformations du terrain ; par ailleurs l'approche en déplacements des calculs de la capacité portante est la plus avantageuse, car elle suit l'évolution des déformation et les contraintes dans le sol depuis leur état initial jusqu'à la rupture.

Le cas le plus étudié est celui d'une fondation filante sous une force verticale centrée ; pratiquement, cette hypothèse n'est pas valide dans tous les cas ; on s'intéresse dans la suite de l'étude bibliographique à la présentation de quelques facteurs qui influencent la capacité portante des fondations superficielles.

Chapitre II

Paramètres influençant la capacité portante des fondations superficielles

2.1. Introduction

Le premier chapitre a mis en évidence la diversité des méthodes de calcul de la capacité portante des fondations superficielles. La plupart des études adoptent l'hypothèse d'une semelle filante isolée sous charge verticale centrée, reposant sur un terrain homogène et horizontal. Ces hypothèses sont trop restrictives pour les besoins de la pratique ; on va donc, dans ce chapitre, indiquer quelles modifications il faut apporter à l'équation (1.1) de Terzaghi, pour tenir compte de l'influence de certains paramètres géométriques et de chargement sur la valeur de la capacité portante.

Dès l'apparition de la formule de Terzaghi, il y a eu un grand nombre de campagnes d'essais en laboratoire dans le but de valider ou d'améliorer son domaine de validité ; ces essais ont conduit à la généralisation de l'équation (1.1), par l'affectation à chaque terme de portance d'un ou plusieurs coefficients correcteurs. On cite à titre indicatif, les coefficients qui traduisent l'influence de forme et d'encastrement de la fondation, les conditions de chargement plus générales (charges excentrées et inclinées), et l'inclinaison de la base de la fondation ou la surface du sol (par exemple, Meyerhof, 1963 ; Hansen, 1970 ; Vesić, 1973). L'interférence de plusieurs fondations superficielles peut influencer d'une manière significative la valeur de la capacité portante ; également, la portance des fondations superficielles établies à proximité d'une pente est moins bien connue et des incertitudes subsistent dans les méthodes de dimensionnement concernant les réductions de portance.

Le problème de la correction de la charge limite induite par la géométrie particulière de la surface libre, ainsi que les conditions de chargement générales a été abordé par différentes approches : expérimentalement, en vraie grandeur ou sur modèles réduits centrifugés ou à gravité normale, ainsi que par les méthodes analytiques et numériques citées dans le premier chapitre. Dans la suite, on se limitera à la présentation d'une synthèse bibliographique concernant les corrections à apporter à l'équation de Terzaghi, pour tenir compte de l'influence de la forme de la fondation, de l'influence de la proximité d'une pente et enfin de l'interférence des fondations superficielles.

2.2. Notations

Les notations adoptées dans ce chapitre sont celles couramment utilisées pour le calcul des fondations superficielles. Les cas considérés dans ce chapitre sont présentés sur la Figure 2.1. Pour tenir compte de la forme de la semelle, de la proximité d'un talus et de l'interférence des semelles des coefficients correcteurs, le plus souvent issus d'expérimentations sur modèles réduits, ont été appliqués aux facteurs de portance. On peut écrire l'équation de la capacité portante sous la forme :

$$q_u = \frac{\gamma B}{2} s_\gamma i_\beta \xi_\gamma C_{Rcav} N_\gamma + c s_c \xi_c N_c + q s_q \xi_q N_q \tag{2.1}$$

avec $s_{(\gamma,c,q)}$ coefficients de forme, i_β coefficient de proximité de la pente et $\xi_{(\gamma,c,q)}$ coefficients correcteurs de l'interférence des semelles.

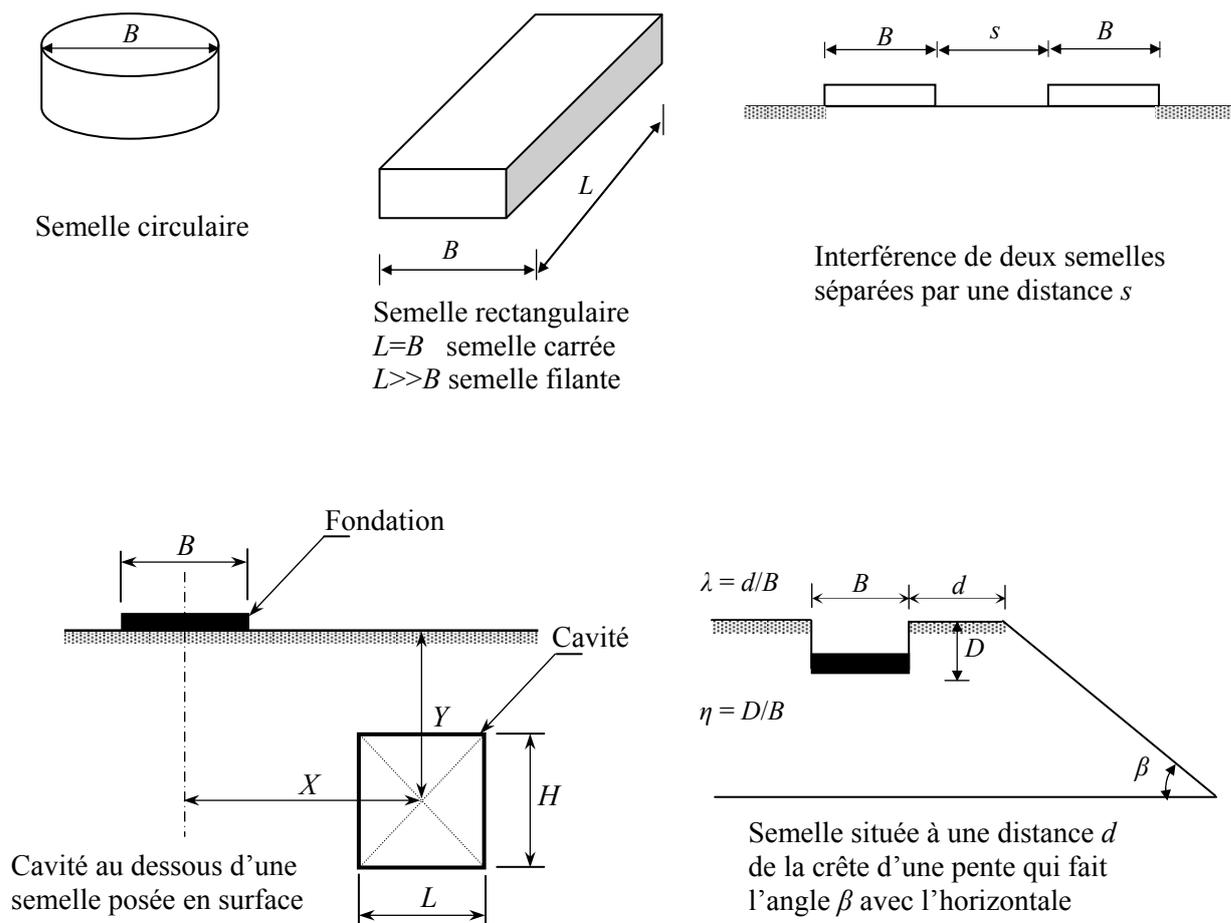


Figure 2.1– Notations utilisées pour le calcul de la capacité portante des fondations superficielles

2.3. Influence de la forme de la fondation

Afin d'estimer l'effet de la forme d'une fondation sur la capacité portante, il existe de nombreuses formulations des coefficients correcteurs, choisis de manière empirique ou semi-empirique, à partir des résultats d'essais de laboratoire ou des constatations faites sur la capacité portante des semelles réelles. Récemment, différents auteurs ont proposé des coefficients de forme à partir des résultats des études numériques. Les tableaux 2.1, 2.2 et 2.3 montrent, respectivement, les expressions des coefficients de forme s_γ , s_c et s_q proposées, pour le cas d'une semelle de dimensions $B \times L$ (largeur \times longueur) ; pour les semelles circulaires et carrées le rapport B/L est pris égal à 1 ($B/L=1$).

Tableau 2.1– Coefficient de forme s_γ

Référence	Expression	
Terzaghi (1943)	$s_\gamma^{circulaire} = 0,6$	$s_\gamma^{carrée} = 0,8$
Meyerhof (1963)	$1 + 0,1 \frac{B}{L} \tan^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right)$	pour $\varphi > 10^\circ$
	1	pour $\varphi = 0$
De Beer (1970)	$1 - 0,4(B/L)$	
Weiss (1970)	$1 - 0,22(B/L)$	
Hansen (1970) et Vesic (1973)	$1 - 0,4(B/L)$	
Gemperline (1988)	$1 - 0,27(B/L)$	
Bakir et al. (1994)	$1 - 0,4(B/L)$	
Eurocode 7 (2005)	$1 - 0,3(B/L)$	
Zhu et Michalowski (2005)	$1 + (0,6 \tan^2 \varphi - 0,25) B/L$	pour $\varphi \leq 30^\circ$
	$1 + (1,3 \tan^2 \varphi - 0,5) \left(\frac{B}{L} \right)^{1,5} e^{-L/B}$	pour $\varphi > 30^\circ$
Lyamin et al. (2007)	$s_\gamma = 1 + (0,0336\varphi - 1) B/L ; s_\gamma^{cir} = 1 + (0,0336\varphi - 1)(1 + 0,002\varphi)$	
Loukidis et Salgado (2009)	$s_\gamma^{circulaire} = 1 + \left(0,26 \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} - 0,73 \right)$	

Tableau 2.2– Coefficient de forme s_c

Référence	Expression	
Terzaghi (1943)	1,3	
Meyerhof (1963)	$1 + 0,2 \frac{B}{L} \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$	pour $\varphi \neq 0$
De Beer (1970)	$1 + (B/L)(N_q/N_c)$	
Hansen (1970)	$1 + (B/L)(N_q/N_c)$	pour $\varphi \neq 0$
	$1 + 0,2(B/L)$	pour $\varphi = 0$
Vesic (1973)	$1 + (B/L)(N_q/N_c)$	
Eurocode 7 (2005)	$(s_q N_q - 1)/(N_q - 1)$	conditions drainées
	$1 + 0,2(B/L)$	conditions non drainées
Zhu et Michalowski (2005)	$1 + (1,8 \tan^2 \varphi + 0,1) \sqrt{B/L}$	

Tableau 2.3– Coefficient de forme s_q

Référence	Expression	
Terzaghi (1943)	1,0	
Meyerhof (1963)	$1 + 0,1 \frac{B}{L} \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$	pour $\varphi > 10^\circ$
	1,0	pour $\varphi = 0$
De Beer (1970)	$1 + (B/L) \tan \varphi$	
Weiss (1970)	$1 + 1,76(B/L)$	
Hansen (1970)	$1 + (B/L) \sin \varphi$	
Vesić (1973)	$1 + (B/L) \tan \varphi$	
Gemperline (1988)	$1 + 0,39(D/L)$	
Eurocode 7 (2005)	$1 + (B/L) \sin \varphi$	
Zhu et Michalowski (2005)	$1 + 1,9 \tan^2 \varphi \sqrt{B/L}$	
Lyamin et al. (2007)	$s_q = 1 + (0,098\varphi - 1,64) \left(\frac{D}{B} \right)^{0,7-0,01\varphi} \left(\frac{B}{L} \right)^{1-0,16 \left(\frac{D}{B} \right)}$	
Loukidis et Salgado (2009)	$s_q^{circulaire} = 1 + 2,9 \tan^2 \varphi$	

2.3.1. Etudes expérimentales

Les plus anciennes expérimentations de l'influence de la forme sur la portance des semelles superficielles sont celles de De Beer (1970), effectuées sur modèles réduits. Afin de déterminer les coefficients de forme à introduire dans la formule de la capacité portante d'une fondation filante, De Beer (1970) a effectué un très grand nombre d'essais sur des semelles reposant sur un sable sec. Les expérimentations ont été réalisées sur des modèles de fondation de largeur B variant entre 36 et 150 cm, avec deux élancements différents, $L/B = 1$ et $L/B = 6$, correspondant respectivement à des semelles carrées ou circulaires et rectangulaire, respectivement. La base des semelles est rendue rugueuse par collage d'un matériau rugueux.

Deux séries d'essais ont été effectuées par De Beer (1970) ; la première est réalisée sur des semelles posées en surface ; la seconde série est réalisée avec variation d'une surcharge q uniforme et répartie sur le massif. Les résultats des essais ont permis de proposer des coefficients de forme pour les trois termes de portance ; le coefficient s_γ est donné par une expression indépendante de l'angle de frottement interne du sol φ alors que les coefficients s_c et s_q sont fonction de l'angle de frottement interne du sol φ . On note que le coefficient de forme s_c est déterminé en appliquant le théorème des états correspondants de Caquot (1934).

Afin d'étudier l'influence de la forme des fondations sur la capacité portante de semelles posées en surface d'un massif de sol, Weiss (1970) a effectué des essais en vraie grandeur, avec des semelles de largeur B égale à 0,5m et de différentes longueurs ($1 \leq L/B \leq 13$). Le massif est constitué de sable dont l'angle de frottement interne est égal à $37,7^\circ$. Weiss (1970) a proposé deux

coefficients de forme, s_γ et s_q ; les résultats ont montré que la portance d'une semelle carrée non encastrée ($D = 0$), posée sur un sol frottant, représente 78% de celle d'une semelle filante de même largeur et posée à la surface du sol. Par ailleurs, lorsque la semelle est encastrée ($0,5 \leq D/B \leq 1$), ce qui est plus souvent le cas, la semelle carrée donne une capacité portante plus élevée que celle d'une semelle filante.

Gemperline (1988) a étudié, en centrifugeuse, l'effet de l'élanement des fondations sur la capacité portante. Les résultats montrent que la portance d'une semelle posée en surface d'un massif frottant ($c = 0, D = 0$) augmente avec l'accroissement de l'élanement. Par contre, lorsque la fondation est encastrée ($D \neq 0$), le phénomène inverse peut se produire. Gemperline (1988) a proposé un coefficient de forme $s_{\gamma q}$ à appliquer globalement au terme de portance $N_{\gamma q}$, qui combine le terme de surface et de surcharge ; $s_{\gamma q}$ est obtenu par le produit de deux coefficients s_γ et s_q qui ne dépendent pas de l'angle de frottement interne du sol φ .

Dans le cadre de l'étude de l'effet d'échelle sur la portance des semelles circulaires et rectangulaires, une série d'essais en centrifugeuse a été réalisée par Kusakabe et al. (1991) pour différentes longueurs de semelles. Les résultats obtenus confirment que lorsque la semelle de largeur finie et reposant sur un sol frottant n'est pas encastrée, sa capacité portante est inférieure à celle d'une semelle filante ; la réduction est de l'ordre 40%.

L'étude expérimentale de Bakir (1993), effectuée sur des modèles centrifugés a permis d'évaluer l'effet de la forme des semelles non encastrées ($D = 0$) posées sur un sable sec, avec un élanement compris entre 1 et 7. La Figure 2.2 donne la comparaison, présentée par Bakir et al. (1994), des coefficients de forme s_γ . On peut remarquer que les coefficients de forme de Weiss (1970) et Gemperline (1988) sont en bonne concordance ; cependant, les résultats expérimentaux de Bakir (1993) s'accordent bien avec ceux de De Beer (1970).

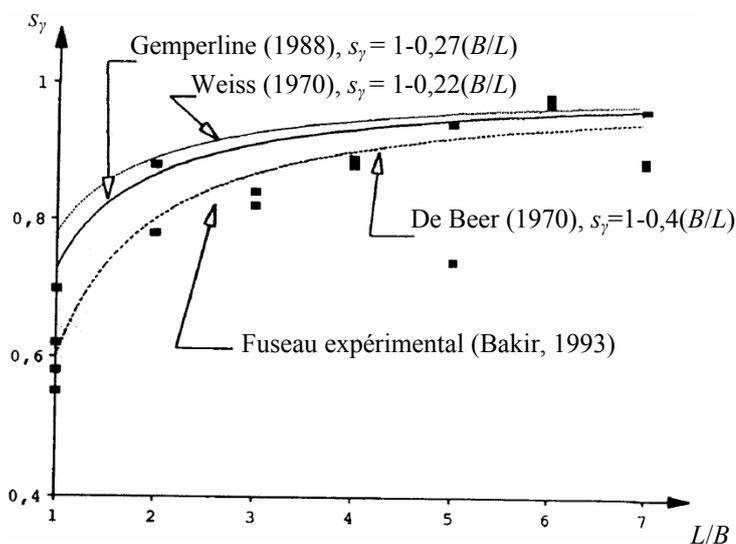


Figure 2.2– Coefficient de forme s_γ pour $D = 0$ et $c = 0$, d'après Bakir et al. (1994)

2.3.2. Etudes théoriques

Les données bibliographiques concernant les études théoriques montrent la diversité des approches utilisées pour traiter le sujet des semelles circulaires sous charge verticale centrée. Le Tableau 2.4 récapitule les travaux les plus marquants sur la capacité portante des semelles circulaires. On remarque que même si la littérature géotechnique est riche en ce qui concerne le comportement de semelles circulaires sous une charge verticale centrée, elle ne comporte pas beaucoup de solutions concernant l'évaluation des coefficients de forme.

Tableau 2.4 - Récapitulation des travaux sur la capacité portante des fondations superficielles circulaires, d'après Chatzigogos (2007)

Référence	Ans	Sol	Méthode	Commentaire
Levin	1955	sol cohérent	Analyse limite. Théorème cinématique	Champ de vitesse axisymétrique
Shield	1955	sol cohérent	Méthode des lignes de glissement	Champ de contrainte complet ; semelle rigide lisse $N_{\max} = 5.69cA$
Eason et Shield	1960	sol cohérent	Méthode des lignes de glissement	Champ de contrainte complet ; semelle rigide rugueuse $N_{\max} = 6.05cA$
Cox, Cox et al.	1961, 1962	sol cohérent et frottant	Méthode des lignes de glissement	Différentes configurations avec et sans poids volumique
Salençon et Matar	1982	sol cohérent et frottant et hétérogène	Méthode des lignes de glissement	Calcul global de plusieurs configurations. Coefficient de forme par rapport aux semelles filantes
Houlsby et Wroth	1983	sol cohérent hétérogène	Méthode des lignes de glissement	Gradient vertical de cohésion
Kusakabe et al.	1986	sol cohérent hétérogène	Approche cinématique	Gradient vertical de cohésion
Bolton et Lau	1993	sol frottant	Méthode des lignes de glissement	Calcul des facteurs de portance N_{γ}' et N_q' , semelle rigide rugueuse et lisse
Tani et Craig	1995	sol cohérent hétérogène	Méthode des lignes de glissement. Tests en centrifugeuse	Gradient de cohésion. Comparaison semelles filantes - semelles circulaires
Salençon	2002	sol cohérent	Approche statique et cinématique du calcul à la rupture	Effet de confinement du sol de fondation par une enceinte circulaire rigide
Erickson et Drescher	2002	sol frottant et cohérent	Evolution élasto-plastique par différences finies	Calcul des facteurs de portance N_{γ}' et N_c' , semelle rigide rugueuse et lisse
Martin	2003	sol cohérent et frottant	Méthode des lignes de glissement	Calcul des trois facteurs de portance
Salgado et al.	2004	sol cohérent hétérogène	Analyse limite numérique Théorèmes statique et cinématique	Facteurs de profondeur d'encastrement
Lee et Salgado	2005	différents sols étudiés	Analyses numériques par éléments finis - essais in situ	Effets de D_R , K_0 et largeur de la semelle
Lee et al.	2005	sol cohérent et frottant	Evolution élasto-plastique par éléments finis	Effet de la surcharge
Lyamin et al.	2007	sol frottant	Analyse limite numérique Théorèmes statique et cinématique	Evaluation des coefficients de forme s_{γ} et s_q
Loukidis et Salgado	2009	sol frottant	Evolution élasto-plastique par éléments finis	Evaluation des coefficients de forme s_{γ} et s_q

Parmi les travaux les plus récents on peut citer ceux de Lyamin et al. (2007) ; par application de la théorie des bornes supérieure et inférieure de l'analyse limite, en utilisant la méthode des éléments finis ; cette étude a permis de proposer des expressions pour le calcul de s_γ et s_q ; le coefficient s_q est fonction du rapport D/B , où D est la profondeur d'encastrement de la fondation. Le travail de Loukidis et Salgado (2009), en utilisant des calculs élasto-plastiques, a permis aussi de donner deux expressions pour calculer les coefficients s_γ et s_q d'une semelle circulaire dans un sol frottant, en considérant une règle d'écoulement associée.

Les Figures 2.3 et 2.4 donnent la comparaison présentée par Loukidis et Salgado (2009), des coefficients de forme s_γ et s_q pour le cas d'une semelle circulaire ; cette comparaison met en évidence la dépendance des coefficients de forme de l'angle de frottement interne du sol φ ; dans tous les cas, on peut remarquer l'accroissement des coefficients de forme avec l'augmentation de φ . L'équation de Meyerhof (1963) sous-estime le facteur s_γ pour les grandes valeurs de l'angle de frottement interne du sol. Par ailleurs, la Figure 2.4 montre la faible influence de φ sur le coefficient s_q obtenu par les équations de Meyerhof (1963), Hansen (1970) et Vesic (1973).

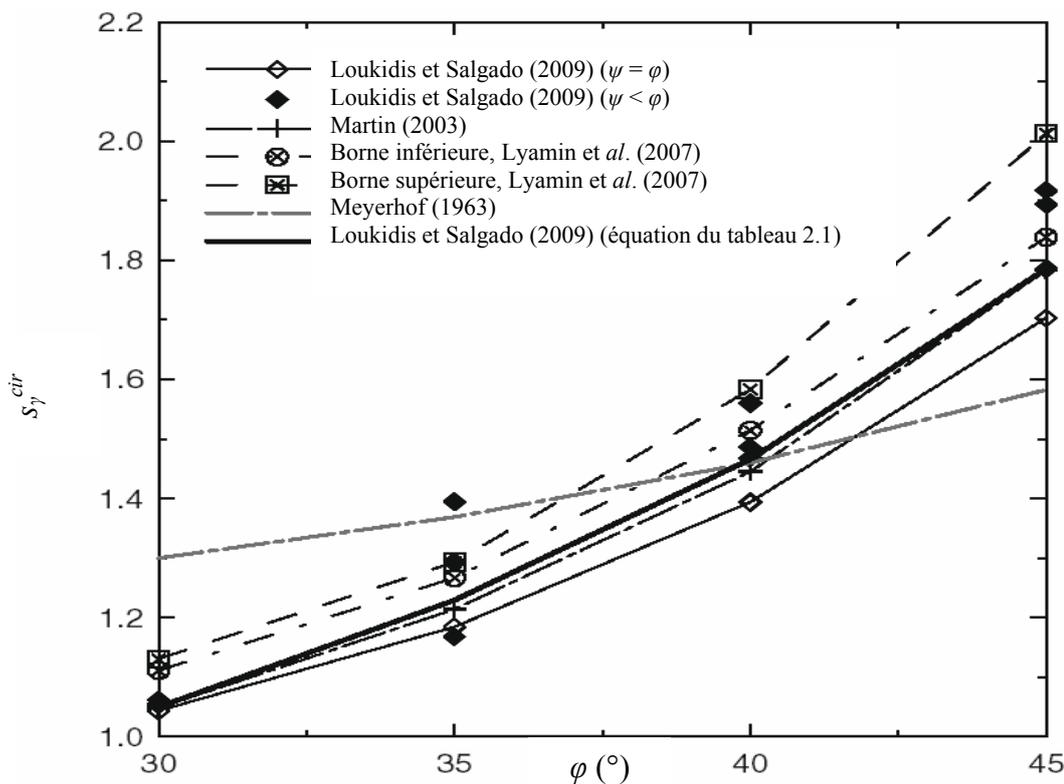


Figure 2.3– Coefficient de forme $s_\gamma^{circulaire}$ d'après Loukidis et Salgado (2009)

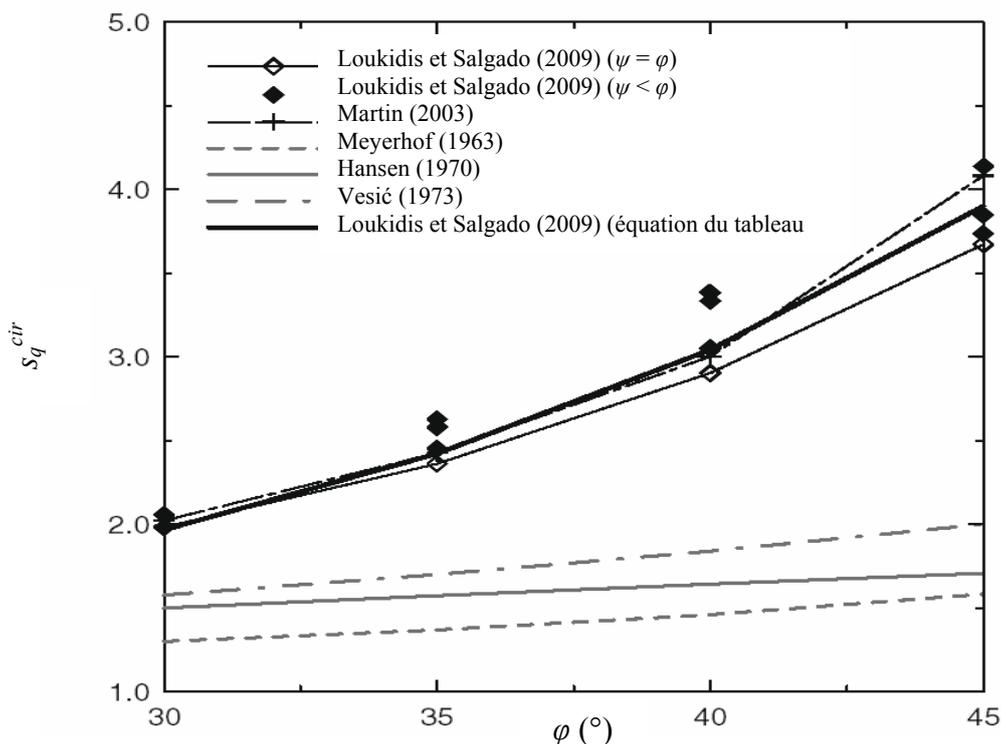


Figure 2.4– Coefficient de forme $s_q^{circulaire}$ d'après Loukidis et Salgado (2009)

Si le problème de la capacité portante des semelles circulaires a fait l'objet de très nombreuses études théoriques, il n'en est pas de même de la capacité portante des semelles rectangulaires et carrées. Dans le domaine de l'analyse limite par l'approche cinématique, Michalowski (2001) a considéré une certaine classe des champs de vitesse tridimensionnels, pour étudier des semelles carrées et rectangulaires posées sur des milieux frottants. Il a pu les intégrer afin d'obtenir la puissance résistante totale du système, en transformant l'intégrale volumique en un intégrale surfacique au moyen du théorème de la divergence. Par ailleurs, Zhu et Michalowski (2005) ont appliqué des calculs élasto-plastiques au système tridimensionnel en utilisant la méthode des éléments finis, pour déterminer les expressions des trois coefficients forme des semelles carrées et rectangulaires. Le sol a été traité comme un matériau de Mohr-Coulomb avec une loi de comportement non associée.

On note aussi que la technique susmentionnée de Lyamin et al. (2007) a été appliquée pour les semelles carrées et rectangulaires. Les Figures 2.5 et 2.6 présentent respectivement les coefficients s_γ et s_q obtenus par Lyamin et al. (2007) ; il est intéressant de noter que le coefficient s_q est donné en fonction du rapport D/B .

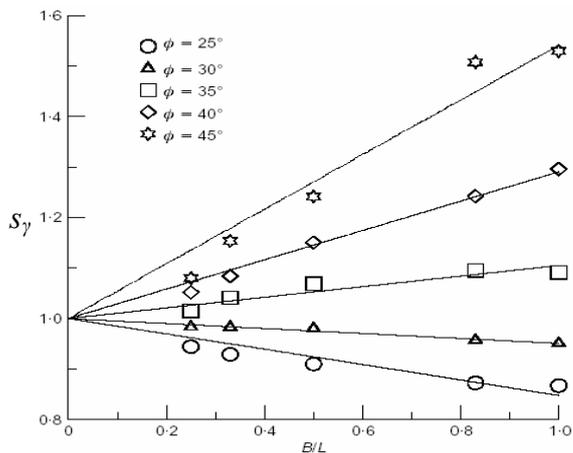


Figure 2.5– Coefficient de forme s_γ en fonction du rapport B/L d’après Lyamin et al. (2007)

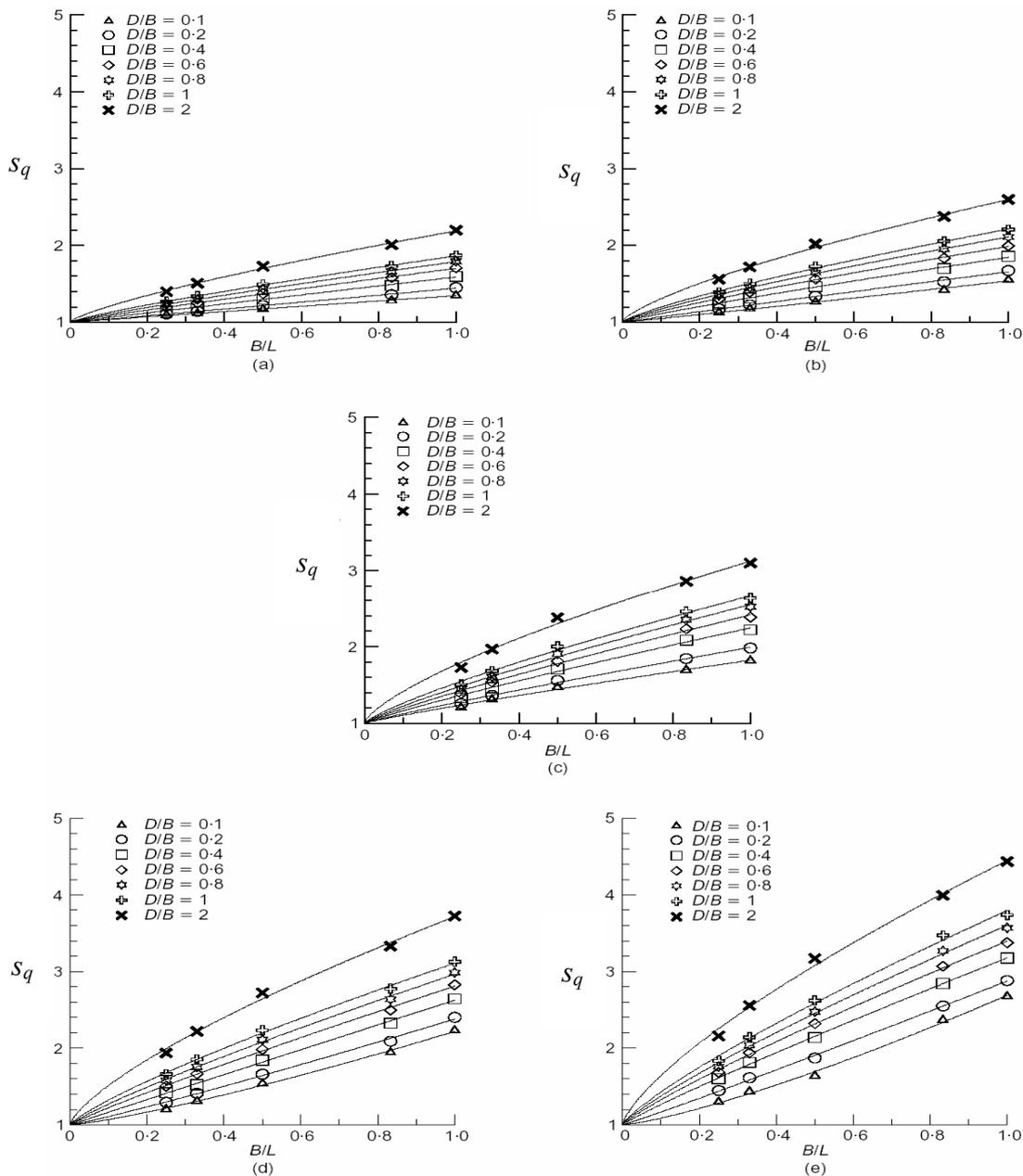


Figure 2.6– Coefficient de forme s_q en fonction des rapports B/L et D/B d’après Lyamin et al. (2007)

(a) $\phi = 25^\circ$; (b) $\phi = 30^\circ$; (c) $\phi = 35^\circ$; (d) $\phi = 40^\circ$; (e) $\phi = 45^\circ$

2.4. Influence de la proximité d'une pente

La configuration particulière d'une fondation située au voisinage d'une pente est un cas fréquemment rencontré dans la pratique, notamment pour les culées de ponts. Ce problème a fait l'objet d'essais en vraie grandeur ou sur modèles réduits centrifugés ou à gravité normale. Par ailleurs, certains auteurs ont développé des méthodes théoriques pour l'évaluation de la portance d'une fondation filante au bord d'une pente.

2.4.1. Etudes expérimentales

Bakir et al. (1994) ont présenté une synthèse des recherches expérimentales, effectuées pour l'étude d'une fondation filante à proximité d'un talus. Dans le domaine des expérimentations en vraie grandeur, on trouve les travaux de Shields et al. (1977) et Bauer et al. (1981). La Figure 2.7 montre l'ensemble des emplacements testés ; les essais ont été effectués sur des semelles de 0,3 m et 0,6 m de largeur et de 2 m de longueur, encastrées à différentes profondeurs dans des massifs de sable reconstitués, avec deux indices de densité, 92% et 71%, en considérant l'effet d'une pente d'angle $\beta = 26,6^\circ$ (pente 1/2). Pour assurer un état bidimensionnel de déformation, les semelles ont été disposées entre deux parois espacées de 2 m.

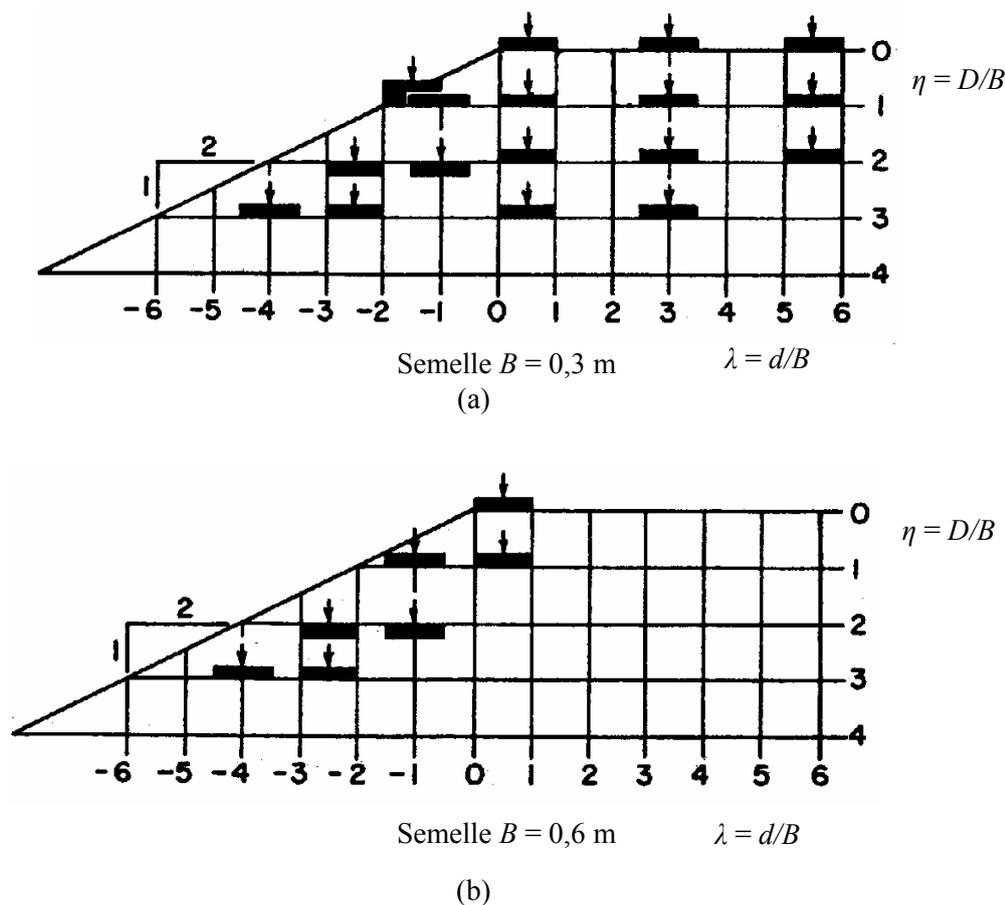


Figure 2.7– Emplacements des semelles dans les essais de Shields et al. (1977) et Bauer et al. (1981)

Les auteurs ont déterminé les facteurs de portance $N_{\gamma q} = 2q_u/\gamma B$, où q_u est la charge de rupture. L'analyse des résultats obtenus a conduit à la proposition d'un réseau d'isovaleurs du facteur expérimental de capacité portante. On note qu'aucun essai sur plan horizontal n'été effectué, ce qui ne permet pas de déterminer des valeurs expérimentales du coefficient réducteur i_β ; ce dernier est, par définition, le rapport de la capacité portante d'une fondation établie au voisinage d'une pente à la capacité portante de la même fondation non encastrée ($D = 0$), établie sur le même sol à surface horizontale ; il correspond donc à l'expression suivante:

$$i_\beta = \frac{[q_u]_{D,d/B,\beta}}{[q_u]_{D=0,\beta=0}} \tag{2.2}$$

Kimura et al. (1985) ont effectué une série d'essais sur modèles centrifugés à 30g, simulant une semelle filante à base rugueuse, de 1,2m de largeur, sur des massifs de sable dense ($I_D=90\%$) en considérant différentes pentes, d'angles $\beta = 25^\circ, 30^\circ$ et 35° . Les configurations expérimentales sont résumées sur la Figure 2.8. D'autre part, on la Figure 2.9 donne les résultats expérimentaux des coefficients réducteurs i_β qui croissent avec la distance relative $\lambda = d/B$.

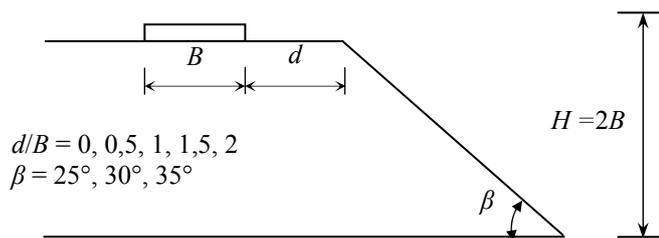


Figure 2.8– Configurations testées par Kimura et al. (1985)

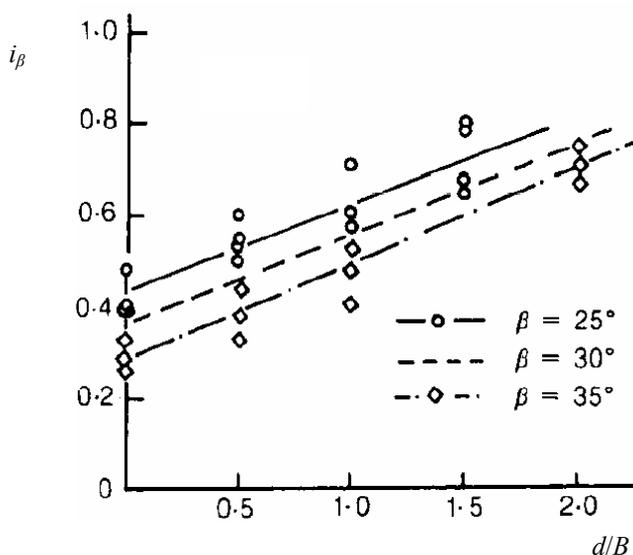


Figure 2.9– Evolution de i_β en fonction de la distance relative d/B , (Kimura et al., 1985)

Terashi et Kitasume (1987) ont également effectué des essais sur modèles centrifugés à 60g, représentant des semelles filantes de largeur $B = 2,4\text{m}$. Les expériences ont été conduites sur des massifs symétriques de sable dense avec une pente d'angle $\beta = 26,6^\circ$. Les configurations expérimentales testées sont présentées sur la Figure 2.10. Les résultats des coefficients réducteurs i_β sont données sur la Figure 2.11 ; on note qu'au bord de la pente la portance n'est que 40% de celle obtenue sur un sol horizontal.

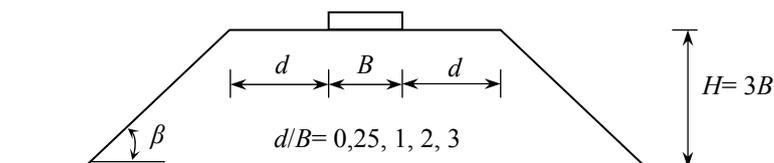


Figure 2.10– Configurations testées par Terashi et Kitasume (1987)

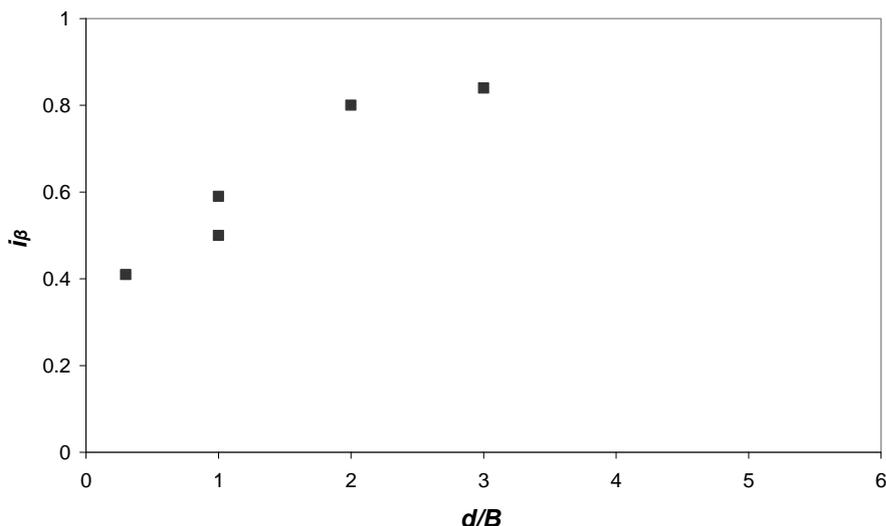


Figure 2.11– Evolution i_β en fonction de la distance relative d/B , (Terashi et Kitasume, 1987)

Gemperline (1988) a réalisé une importante série d'essais sur des modèles centrifugés, en considérant un sol pulvérulent et en faisant varier les paramètres géométriques et mécaniques (B , L/B , d/B , D/B , β , γ , φ). La Figure 2.12 récapitule les différents cas examinés. On remarque que tous les essais ont été réalisés sur des semelles établies en amont de la crête d'une pente d'angle $\beta = 26,6^\circ$ ou $33,7^\circ$ (pente 1/2 ou 2/3) ; les élancements L/B testés ne dépassent pas 6 et la largeur de la semelle varie entre 0,61 m et 1,83 m. Cependant, aucun dispositif particulier pour simuler un comportement bidimensionnel d'une semelle filante.

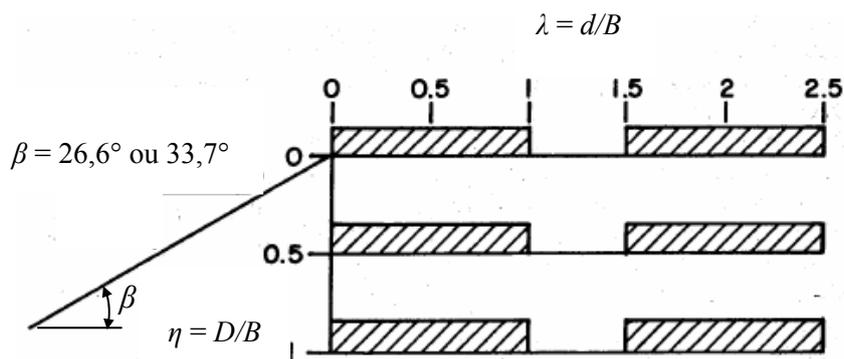


Figure 2.12– Configurations testées par Gemperline (1988)

En se basant sur les résultats de 215 essais, Gemperline (1988) a proposé une équation pour la détermination du facteur de portance $N_{\gamma q}$ utilisé dans l'équation de capacité portante de Meyerhof (1951) :

$$q_u = 0,5\gamma B N_{\gamma q} \quad (2.3)$$

L'équation de Gemperline (1988) s'écrit :

$$N_{\gamma q} = f(\varphi) \times f(B) \times f(D/B) \times f(B/L) \times f(D/B, B/L) \times f(\beta, d/B) \times f(\beta, d/B, D/B) \times f(\beta, d/B, B/L) \quad (2.4)$$

avec $f(\varphi) = 10^{(0,1159\varphi - 2,386)}$; $f(B) = 10^{(0,34 - 0,2 \log_{10} B)}$; $f(D/B) = 1 + 0,65(D/B)$; $f(B/L) = 1 - 0,27(B/L)$

$$f(D/B, B/L) = 1 + 0,39(D/B)(B/L) = 1 + 0,39(D/L)$$

$$f(\beta, d/B) = 1 - 0,8 \left[1 - (1 - \tan \beta)^2 \right] \left\{ 2 / \left[2 + (d/B)^2 \tan \beta \right] \right\}$$

$$f(\beta, d/B, B/L) = 1 + 0,6(B/L) \left[1 - (1 - \tan \beta)^2 \right] \left\{ 2 / \left[2 + (d/B)^2 \tan \beta \right] \right\}$$

$$f(\beta, d/B, D/B) = 1 + 0,33(D/B) \tan \beta \left\{ 2 / \left[2 + (d/B)^2 \tan \beta \right] \right\}$$

Pour calculer $f(B)$ la largeur B est en pouces, on note aussi que l'équation de Gemperline n'est pas valide pour des angles β supérieurs à 45° . Le rapport entre le facteur de portance $N_{\gamma q}$ d'une semelle établie au voisinage d'une pente et le facteur de portance de référence $N_{\gamma q R}$ de la même semelle non encastrée ($D = 0$), établie sur le même sol à surface horizontale, correspond donc au coefficient réducteur de portance i_β . L'équation (2.5) proposée par Gemperline pour le coefficient réducteur i_β est fonction de l'angle β de la pente, par rapport à l'horizontale, et de la distance relative d/B de la fondation du bord du talus ainsi que du rapport D/B .

$$i_{\beta} = \frac{N_{\gamma q}}{N_{\gamma q R}} = \left[1 + 0,65 \left(\frac{D}{B} \right) \right] \left\{ 1 - 0,8 \left[1 - (1 - \tan \beta)^2 \right] \left\{ \frac{2}{2 + \left(\frac{d}{B} \right)^2 \tan \beta} \right\} \right\} \left(1 + 0,33 \left(\frac{D}{B} \right) \tan \beta \left\{ \frac{2}{2 + \left(\frac{d}{B} \right)^2 \tan \beta} \right\} \right) \tag{2.5}$$

Dans le cas d'une semelle non encadrée ($D/B=0$), l'équation (2.5) devient :

$$i_{\beta} = 1 - 0,8 \left[1 - (1 - \tan \beta)^2 \right] \frac{2}{2 + (d/B)^2 \tan \beta} \tag{2.6}$$

Il est à noter que cette expression ne dépend pas ni de la densité du sol, ni de l'angle de frottement interne φ du sol. Les Figures 2.13 (a et b) montrent une représentation graphique de l'équation (2.5) pour deux pentes d'angle $\beta = 26,6^\circ$ ou $33,7^\circ$ (pente 1/2 ou 2/3), respectivement. Cependant, l'équation (2.5) a été appliquée par Shields et al. (1990) pour des configurations non testées par Gemperline, c'est-à-dire pour $\lambda > 1,5$ et $\eta = D/B > 1$. Pour calculer $N_{\gamma q R}$, Gemperline donne la relation suivante :

$$N_{\gamma q R} = \left[10^{(0,1159\varphi - 2,386)} \right] \cdot \left[10^{(0,34 - 0,2 \log_{10} B)} \right] \tag{2.7}$$

avec φ en degrés et B en pouces.

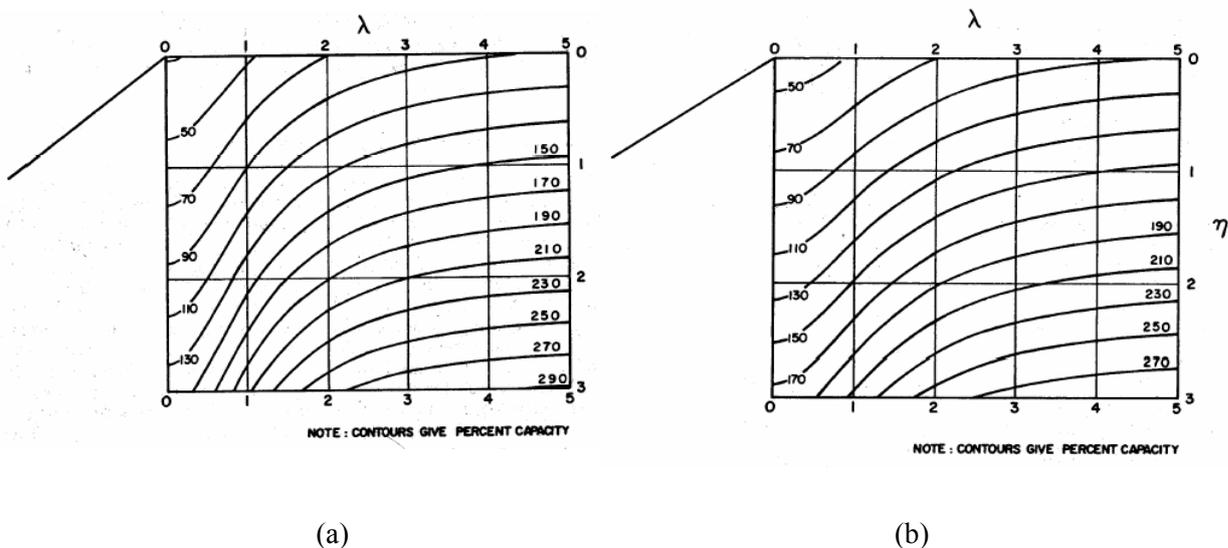


Figure 2.13– Contour de portance obtenus par l'équation de Gemperline (1988) d'après Shields et al. (1990), (a) $\beta = 26,6$; (b) $\beta = 33,7$

La Figure 2.14 (a) montre une comparaison entre les contours de portance, obtenus par l'équation (2.5) de Gemperline et ceux tracés à partir des résultats des essais effectués par Shields et al. (1977) et Bauer et al. (1981). On remarque que l'équation de Gemperline surestime la capacité portante, lorsque λ et η sont supérieurs à 2. L'équation (2.5) a été établie en considérant les configurations testées par Gemperline (1988). Shields et al. (1990) ont élargi les contours de portance de Gemperline, pour le cas des semelles établies sur la pente ; la Figure 2.14 (b) présente cette extension.

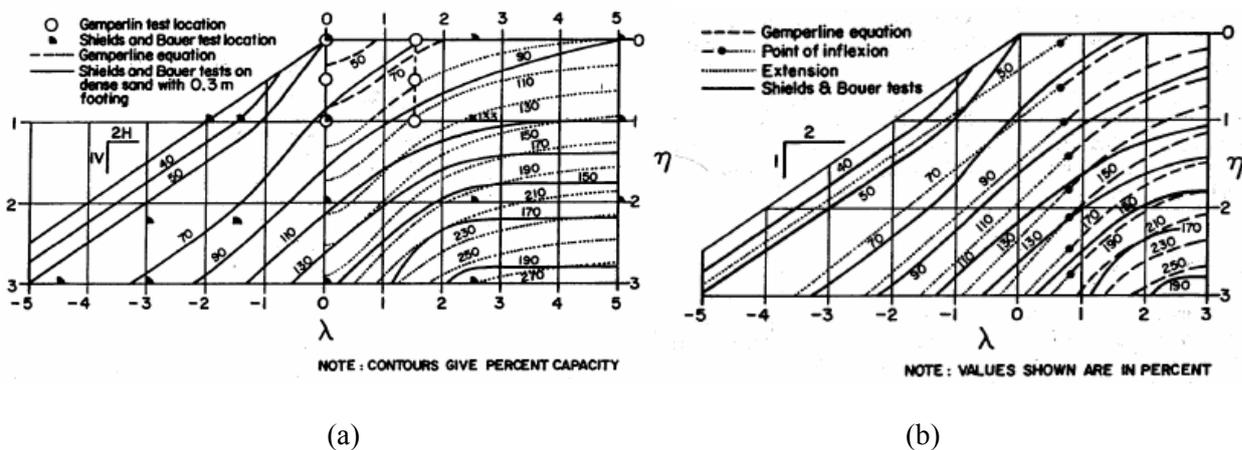


Figure 2.14– Comparaison entre les résultats expérimentaux de Shields et al. (1977) et Bauer et al. (1981) et ceux calculés par l'équation de Gemperline (1988) d'après Shields et al. (1990)
 (a) l'équation de Gemperline ; (b) extension de l'équation de Gemperline

Les essais réalisés en centrifugeuse du Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (LCPC) à Nantes par Garnier et Rault (1988) puis Bakir (1993), ont permis de proposer une autre expression pour déterminer le coefficient réducteur i_β . Au total, près de 80 essais ont été effectués simulant des semelles carrées ou filantes de largeur $B = 0,3\text{m}$ et $0,9\text{m}$; dans tous les cas les semelles sont posées en surface libre ($D/B = 0$). La plupart des essais ont été effectués sur des massifs de sable moyennement dense et pour trois pentes d'angles $\beta = 18,4^\circ$, $26,6^\circ$ et $33,7^\circ$. Bakir (1993) propose une expression de i_β en fonction de la distance relative d/B et de l'angle de la pente β ; cette expression reflète bien l'ensemble des résultats expérimentaux obtenus ; elle est présentée sous la forme suivante, avec $\alpha = 6$:

$$\begin{cases} d/B \leq \alpha & i_\beta = 1 - 0,9 \tan \beta (2 - \tan \beta) \left\{ 1 - \frac{d}{\alpha B} \right\}^2 \\ d/B > \alpha & i_\beta = 1 \end{cases} \quad (2.8)$$

On note qu'elle ne dépend pas non plus de ϕ . Cette expression a été adoptée par le règlement français de conception et calcul des fondations et des ouvrages de génie civil, le Fascicule 62 Titre V (1993), en utilisant $\alpha = 8$, ce qui introduit une minoration de la capacité portante de la fondation au bord d'un talus. Il est vraisemblable que cette expression sera reprise dans la future norme française sur les fondations superficielles, complétant l'Eurocode 7 (2005).

Les essais effectués par Bakir (1993) ont confirmé que la pente n'influence pas la portance d'une semelle située à une distance relative d/B supérieure à 6. Egalement, la visualisation des mécanismes de rupture a permis de remarquer des surfaces de glissement qui délimitent trois zones bien distinctes (Figure 2.15) :

- la première zone (notée I) est constituée par un coin de massif de section triangulaire ayant pour base la fondation. On voit que la dissymétrie de ce coin par rapport au plan de symétrie longitudinal du modèle s'accroît lorsque d/B diminue ;
- la seconde zone (notée II) est formée par un secteur dont le sommet est le bord aval de la fondation ;
- enfin, la troisième zone (notée III) est délimitée par la surface libre du massif, la surface de glissement aval de la zone II et un plan inférieur dont l'inclinaison par rapport à l'horizontal augmente avec l'éloignement relatif d/B .

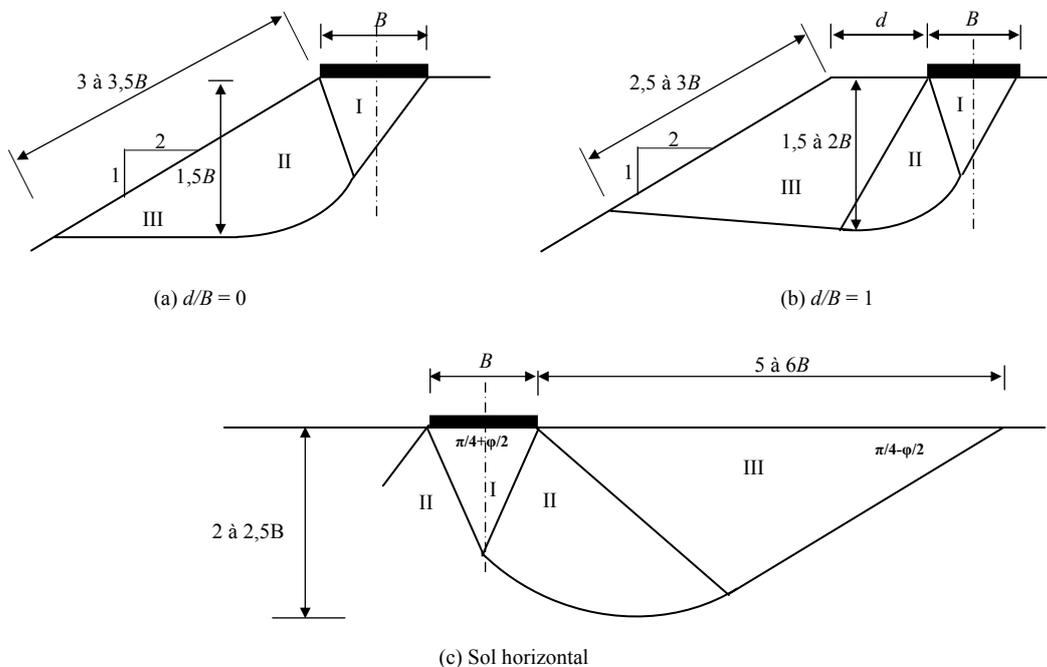


Figure 2.15– Schémas de rupture observés par Bakir (1993)

La Figure 2.16 donne la comparaison, présentée par Bakir et al. (1994), des coefficients réducteurs de portance i_β , obtenus par différents auteurs. On peut remarquer que les données expérimentales de Bakir (1993) sont en assez bonne concordance avec les résultats des études antérieures.

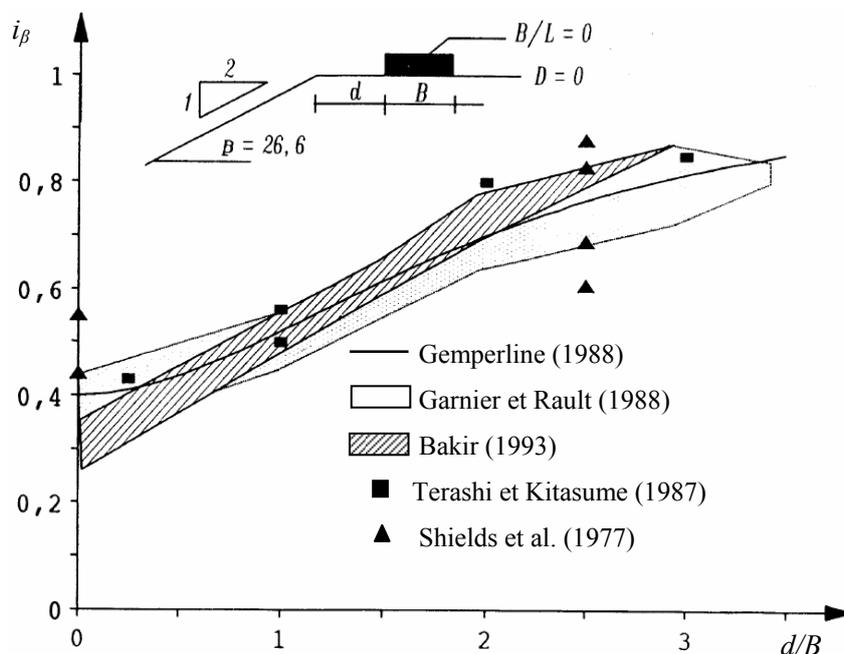


Figure 2.16– Synthèse des résultats expérimentaux des coefficients réducteurs i_β , (Bakir et al., 1994)

Dans le domaine des essais sur modèles réduits à gravité normale, on trouve les expérimentations de Giroud et Tran-Vo-Nhiem (1971), où le sol a été représenté par un empilement aléatoire de cylindres de duralumin, parallèles, horizontaux, de même longueur (6cm) et de deux diamètres différents, 3 et 5 mm. Le dispositif expérimental est représenté sur la Figure 2.17. Le matériau bidimensionnel utilisé est caractérisé par un poids volumique de $21,6 \text{ kN/m}^3$ et un angle de frottement interne de 26° ; les essais ont été effectués sur diverses formes de remblais en considérant différentes pentes, avec trois largeurs de semelles en bois rigide (45, 32 ou 23,5cm). A titre d'exemple, on présente sur la Figure 2.18 les résultats du facteur de portance $N_{\gamma\beta}$ obtenus expérimentalement pour trois formes de remblais. On peut remarquer que la valeur de $N_{\gamma\beta}$, obtenue dans le cas du remblai symétrique est inférieure à celle que l'on obtient pour un remblai dissymétrique, dont la pente la plus forte est égale à celle du remblai symétrique.

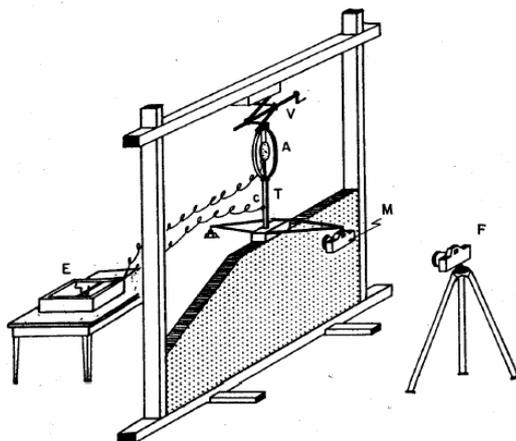
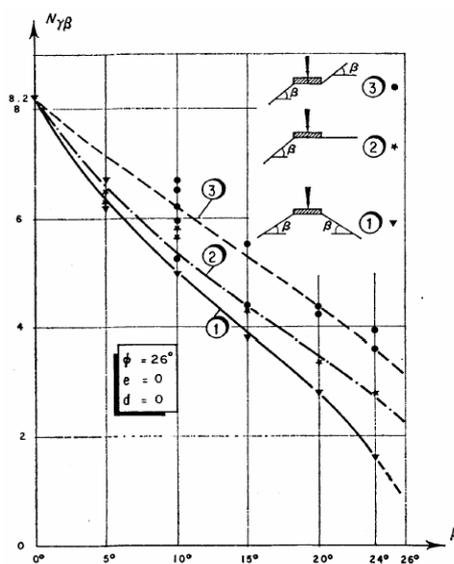


Figure 2.17– Dispositif expérimental de Giroud et Tran-Vo-Nhiem (1971)

Figure 2.18– Comparaison des valeurs expérimentales de $N_{\gamma\beta}$ obtenues pour diverses formes de remblais, d'après Giroud et Tran-Vo-Nhiem (1971)

Lebègue (1973) a considéré deux séries d'expérimentations pour des semelles reposant au sommet d'une pente. La première série a été réalisée à petite échelle, avec une semelle de largeur $B = 6\text{cm}$ et de longueur 20cm , placée entre les deux faces verticales opposées d'une cuve de 20cm d'épaisseur. La deuxième série a été réalisée en semi-grandeur, avec une semelle de largeur $B = 20\text{cm}$ et de longueur 100cm , foncée par un vérin dans une fosse de section carrée de 3m de côté. Dans les deux séries, le milieu expérimenté est un gros sable de rivière sec. Les essais ont été réalisés en considérant diverses densités, avec une semelle posée sur la surface libre du sol et à deux profondeurs, pour différentes pentes d'angle $\beta = 10^\circ$, 20° et 30° . Les expérimentations de Lebègue (1973) ne permettent pas d'avoir l'évolution de la portance en fonction de la distance relative d/B .

L'évolution de $N_{\gamma q}$ et N_{cq} a été présentée par Meyerhof (1957) pour différentes configurations géométriques. Ces facteurs dépendent de l'angle de frottement interne du sol et de l'angle de la pente, β . La Figure 2.20 (a) et (b) montre respectivement la variation des facteurs de portance $N_{\gamma q}$ et N_{cq} en fonction de l'angle β , dans le cas d'une semelle posée sur la pente. D'autre part, la Figure 2.21 (a) et (b) présente, respectivement, l'évolution des facteurs de portance $N_{\gamma q}$ et N_{cq} , en fonction de la distance relative d/B (d est noté b sur les figures 2.19 à 2.21).

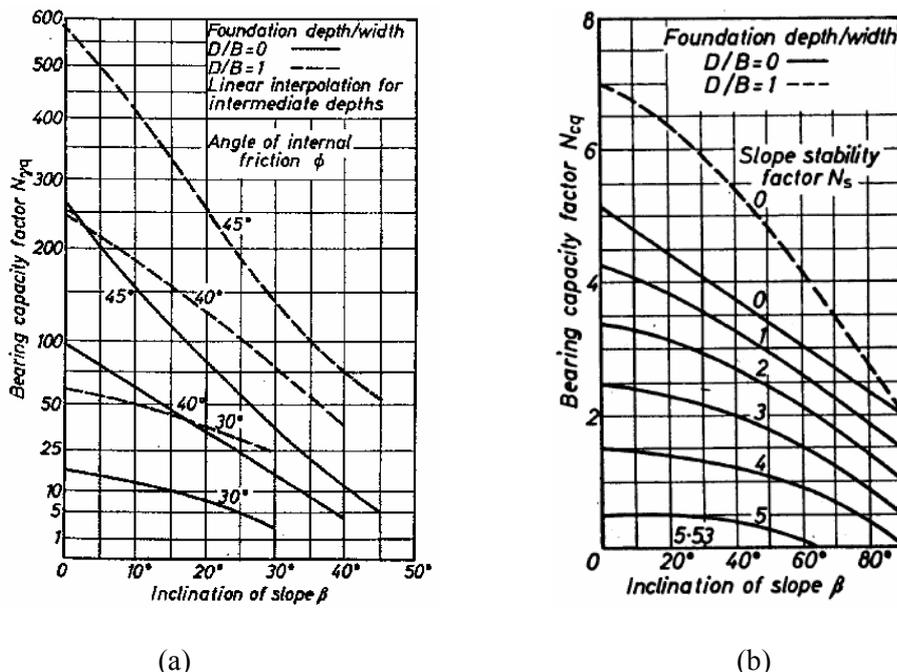


Figure 2.20– Variation des facteurs de portance en fonction de l'angle β , dans le cas d'une semelle rugueuse posée sur la pente d'après Meyerhof (1957)
 (a) facteur de portance $N_{\gamma q}$; (b) facteur de portance N_{cq}

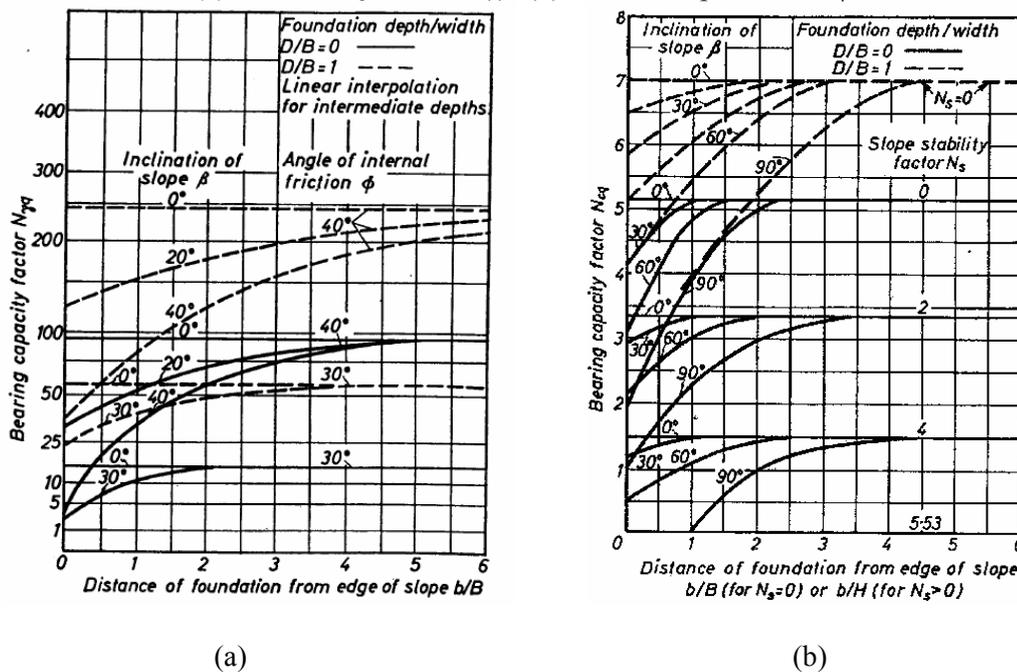


Figure 2.21– Variation des facteurs de portance en fonction de l'angle β , dans le cas d'une semelle rugueuse située à proximité d'une pente d'après Meyerhof (1957)
 (a) facteur de portance $N_{\gamma q}$; (b) facteur de portance N_{cq}

Hansen (1970) a proposé des coefficients correcteurs pour les fondations filantes non encastrées, établies en tête d'un talus et soumises à une charge verticale centrée ; Hansen donne le même coefficient de correction pour le terme de surface et le terme d'encastrement, sous la forme :

$$i_{q\beta} = i_{\gamma\beta} = (1 - 0,5 \tan \beta)^5 \quad (2.10)$$

Giroud et Tran-Vo-Nhiem (1971) ont étudié le problème d'une fondation au bord d'une pente, par des calculs basés sur la méthode des lignes de glissement. L'étude a été abordée dans le cas d'une fondation bidimensionnelle, établie au sommet d'une pente symétrique et dans laquelle elle est enterrée à la profondeur, en considérant des petits rapports D/B . La Figure 2.22 (a) et (b) montre les schémas de calcul retenus.

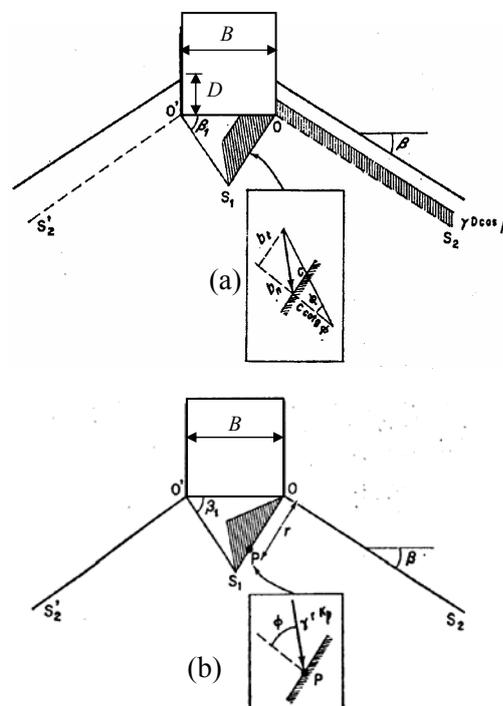


Figure 2.22– Schéma de calcul des coefficients de portance d'après Giroud et Tran-Vo-Nhiem (1971)
(a) calcul des coefficients $N_{c\beta}$ et $N_{q\beta}$; (b) calcul du coefficient $N_{\gamma\beta}$

Pour la détermination des facteurs de portance $N_{\gamma\beta}$, $N_{c\beta}$ et $N_{q\beta}$, Giroud et Tran-Vo-Nhiem (1971) adoptent l'hypothèse de superposition de Terzaghi et considèrent un coin de sol indéformable d'angle β_1 sous la fondation. La méthode consiste alors à calculer la butée mobilisable sous ce bloc et à chercher la géométrie du coin qui conduit aux efforts minimaux. La pression limite est ensuite déterminée par un équilibre statique entre efforts appliqués et la force de butée. D'une manière générale, les calculs montrent que l'angle β_1 du coin optimal est proche à $1,2\varphi$ pour les angles de frottement $\varphi > 25^\circ$ (Figure 2.23).

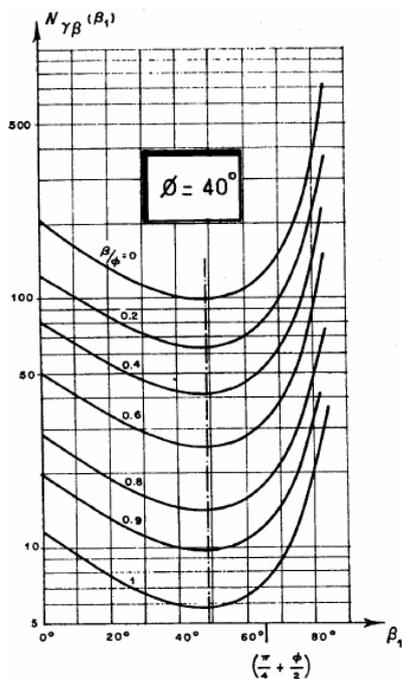


Figure 2.23– Courbe de $N_{\gamma\beta}$ en fonction de l’angle β_1 , pour $\phi = 40^\circ$

Pour tenir compte le cas d’une fondation encastrée et éloignée de la pente ($d/B \neq 0, D \neq 0$), Giroud et Tran-Vo-Nhiem (1971) ont proposé une méthode qui consiste à déterminer une pente équivalente d’angle β' , utilisée à la place de l’angle β ; on note que dans le milieu fictif, le réseau des lignes de glissement est le même, ce qui n’est plus vrai pour les petites distance d . Par définition, la pente équivalente est la pente issue du bord de la fondation qui donne la même force portante que le massif réel. Les auteurs ont établi des abaques permettant d’obtenir immédiatement la valeur de β' .

La méthode des lignes de glissement a également été utilisée par Graham et Hovan (1988). Le problème est traité dans le cas d’une fondation bidimensionnelle, établie sur un sol sans cohésion, en considérant le critère de Mohr-Coulomb. La Figure 2.24 montre le schéma de rupture adopté par Graham et Hovan (1988), dans le cas d’une semelle non encastrée au sommet d’une pente.

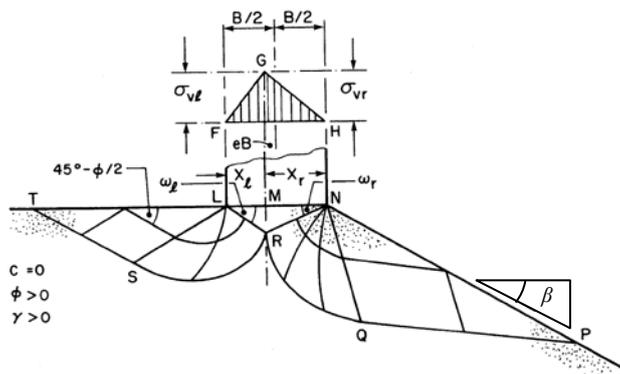


Figure 2.24– Schéma de rupture dans le cas $d/B = 0$ et $D = 0$, d’après Graham et Hovan (1988)

Dans le cas d'une fondation encastree et situee a proximite d'une pente, Graham et Hovan (1988) utilisent l'equation (2.3), avec $N_{\gamma q} = f(\phi, D/B)$; lorsque $D/B = 0$, $N_{\gamma q} = N_{\gamma}$. La Figure 2.25 (a) et (b), compare les resultats theoriques de $N_{\gamma q}$ obtenus par Graham et Hovan (1988), avec ceux determinees experimentalement par Shields et al. (1977).

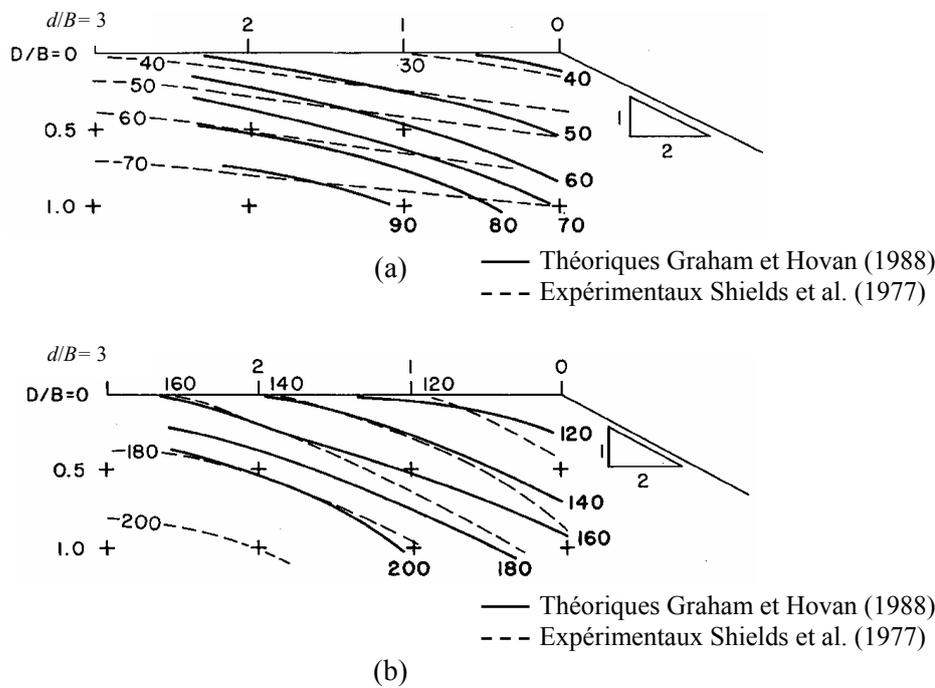


Figure 2.25– Résultats théoriques et expérimentaux de $N_{\gamma q}$, pour $B = 30\text{cm}$ (Graham et Hovan, 1988)
 (a) Sable compact, $\phi = 37^\circ$; (b) sable dense $\phi = 41^\circ$

Saran et al. (1989) ont appliqué la méthode d'équilibre limite et la méthode d'analyse limite, pour déterminer les trois facteurs de portance N_{γ} , N_c et N_q des fondations établies à proximité d'une pente. La Figure 2.26 montre le schéma de rupture et les principales hypothèses adoptées par les auteurs. On note que la méthode utilisée par Saran et al. (1989) donne les valeurs les plus grandes par rapport aux résultats des études précédentes.

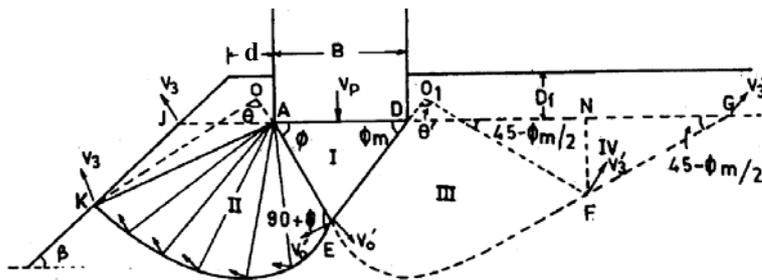


Figure 2.26– Schéma de rupture, d'après Saran et al. (1989)

Narita et Yamaguchi (1990) ont étudié la capacité portante de fondations établies à proximité d'une pente, à partir d'un concept d'équilibre limite et en supposant que la surface de rupture n'est composée que d'une seule spirale logarithmique (Figure 2.27). La méthode consiste alors à rechercher la spirale conduisant à la charge limite la plus faible. Le sol a été considéré frottant et cohérent régi à la rupture par le critère de Mohr-Coulomb. Les résultats obtenus montrent que la méthode de la spirale logarithmique surestime la capacité portante d'une fondation à proximité d'une pente.

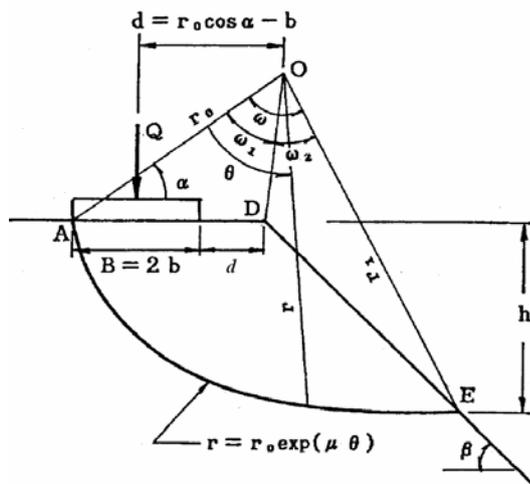


Figure 2.27– Schéma de rupture, d'après Narita et Yamaguchi (1990)

La contribution présentée par de Buhan et Garnier (1994), en appliquant la théorie du calcul à la rupture, a permis d'évaluer les conditions de stabilité d'une semelle filante située à proximité d'une pente. De la même manière, de Buhan et Garnier (1998) ont étudié le problème des semelles rectangulaires à proximité d'une pente. Un calcul élasto-plastique par éléments finis a été effectué par Maloum et Sieffert (2002), en utilisant le code CESAR-LCPC, pour l'étude d'une fondation superficielle filante au voisinage d'une pente, sollicitée par un chargement centré, vertical ou incliné.

Magnan et al. (2004) ont obtenu des résultats pour le cas d'une fondation superficielle filante, établie à proximité d'un talus et sollicitée par un chargement excentré, vertical ou incliné, en utilisant des calculs par éléments finis avec le code CESAR-LCPC, basés sur des calculs élasto-plastiques (module MCNL), ainsi que sur l'analyse cinématique régularisée (module LIM1). Le concours de prévision organisé à l'occasion du symposium international, FONDSUP 2003 (Droniuc et Magnan, 2004) a permis de traiter la portance d'une fondation superficielle filante et carrée, placée à proximité d'un talus et soumise à une charge excentrée et inclinée.

2.5. Influence de l'interférence des fondations superficielles

Les études de la capacité portante des fondations superficielles ont tendance actuellement à s'appuyer sur l'hypothèse d'une semelle isolée ; en pratique une fondation est souvent en interférence avec d'autres fondations. L'influence de l'interférence des fondations superficielles a été étudiée pour la première fois par Stuart (1962), qui a proposé l'équation (2.11), pour le calcul de la charge limite, en considérant un sol purement frottant et chargé latéralement.

$$Q_u = B \cdot \left(\frac{\gamma B}{2} N_{\gamma} \xi_{\gamma} + q N_q \xi_q \right) \quad (2.11)$$

où ξ_{γ} et ξ_q , sont des coefficients correcteurs pour tenir compte de l'interférence de deux fondations superficielles. Si la pression de surcharge est exprimée en fonction de B , γ et du rapport entre la hauteur d'encastrement et la largeur de la semelle (D/B), Stuart (1962) donne l'équation suivante :

$$Q_u = \gamma B^2 \xi_{\gamma q} N_{\gamma q} \quad (2.12)$$

où $\xi_{\gamma q}$, est un coefficient correcteur et $N_{\gamma q}$ est un facteur de portance qui dépend du rapport D/B et de l'angle de frottement interne φ du sol.

On note que les coefficients correcteurs (ξ_{γ} , ξ_q et $\xi_{\gamma q}$) ont été définis comme le rapport :

$$\xi_{(\gamma),(q)et(\gamma q)} = \frac{q_{u(int)}}{q_{u(iso)}} \quad (2.13)$$

où $q_{u(int)}$ est la capacité portante d'une semelle dans le cas de l'interférence avec une autre semelle; $q_{u(iso)}$ est la capacité portante d'une semelle de même dimension, considérée isolée et établie sur le même sol.

Dans ce qui suit, on présente les différentes études expérimentales et théoriques consacrées au problème de l'interférence des fondations superficielles.

2.5.1. Etudes expérimentales

Les expérimentations de l'interférence des fondations superficielles sont relativement rares, les plus anciennes sont celles effectuées par Stuart (1962) sur modèle réduit non centrifugé. Les essais ont été réalisés sur un sable compact, en utilisant deux semelles en bois de largeur 2,54 cm et 33 cm de longueur ; Stuart (1962) a considéré également deux paires de petites semelles en acier et en bois de largeur 1,27 cm et 22,86 cm de longueur. Stuart donne peu de détails sur la méthode de préparation du sol testé et la nature de l'interface. La Figure 2.28 regroupe les résultats expérimentaux et théoriques des coefficients correcteurs, obtenus par Stuart (1962).

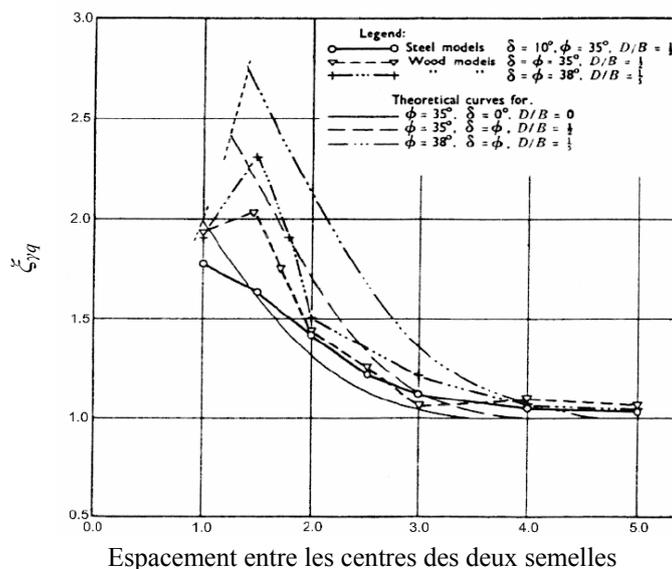


Figure 2.28– Comparaison entre les résultats expérimentaux et théoriques de Stuart (1962)

On note que le coefficient correcteur $\xi_{\gamma q}$ est donné en fonction du rapport D/B , de l'espacement mesuré entre les centres des deux semelles, de l'angle de frottement interne ϕ du sol et de l'angle de frottement δ de l'interface sol-fondation.

Dans le cas d'une semelle lisse, on peut remarquer le bon accord entre les résultats expérimentaux et théoriques de Stuart (1962) ; la courbe des coefficients correcteurs ne passe pas par un pic. Stuart indique que les semelles testées ne sont pas parfaitement lisses ; les mesures donnent un angle de frottement d'interface $\delta = 10^\circ$. Par ailleurs, les essais sur les semelles rugueuses donnent généralement des coefficients correcteur inférieurs à ceux obtenus par la théorie de Stuart (1962) ; ce résultat a été confirmé par West et Stuart (1965) qui ont effectué des essais sur un sable, dans un modèle réduit à gravité normale, afin d'étudier la charge inclinée due à l'interférence de deux semelles filantes rugueuses, de largeur 4,45 cm et 60,96 cm de longueur. Das et Larbi-Cherif (1983) ont effectué plusieurs séries d'essais sur un modèle réduit à gravité normale, pour étudier l'influence de l'interférence de deux semelles filantes rugueuses de largeur 5,8 cm et de longueur 30,48 cm. Les expérimentations ont été réalisées sur un sable de poids volumiques maximal de 17,59 kN/m³ et minimal de 14,26 kN/m³. La Figure 2.29 montre une comparaison entre les résultats des coefficients correcteur ξ_γ obtenus expérimentalement ($\phi = 38^\circ$), par Das et Larbi-Cherif (1983) et ceux calculés par la théorie de Stuart (1962). On peut clairement noter que l'étude expérimentale de Das et Larbi-Cherif (1983), donne toujours des coefficients correcteurs ξ_γ inférieurs à ceux calculés par la méthode théorique de Stuart (1962).

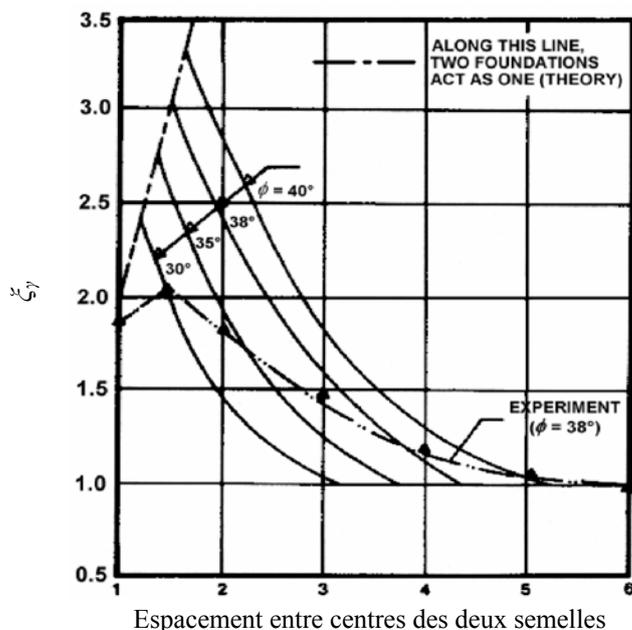


Figure 2.29– Comparaison entre les coefficients correcteurs ζ_y obtenus par les essais de Das et Larbi-Cherif (1983) et ceux calculés par la théorie de Stuart (1962), d'après Das et Larbi-Cherif (1983)

Pour l'étude de la capacité portante dans le cas de l'interférence de trois semelles filantes, un programme d'essais a été réalisé par Graham et al. (1984), sur un modèle réduit à gravité normale. Deux séries d'expérimentations ont été effectuées sur deux sables différents ; les effets de la rugosité des semelles et de la distribution des charges ont également été examinés. Dans la première série, les semelles utilisées sont en acier de largeur 7,5 cm et de longueur 20 cm ; le sable sec est caractérisé par un poids volumique de $16,9 \text{ kN/m}^3$. La même intensité de chargement a été appliquée sur les trois semelles. Dans la seconde série d'essais, Graham et al. (1984) ont utilisé des semelles en aluminium de largeur 1,9 cm, 3,8 cm et 7,6 cm avec une longueur de 30,5 cm, sur un sable de poids volumique $16,0 \pm 0,1 \text{ kN/m}^3$. La semelle centrale a été chargée indépendamment des deux semelles de rive, qui sont connectées d'une manière rigide pour avoir le même déplacement vertical. Le contact entre les semelles d'aluminium et le sol est caractérisé par deux angles de frottement, $\delta = 23^\circ$ et 14° pour les cas d'une semelle rugueuse et lisse, respectivement.

Les essais dans lesquels l'interférence a été examinée ont été réalisés sur des semelles de largeur 3,8 cm. Le rapport entre la charge appliquée sur les semelles de rive et la charge appliquée sur la semelle centrale, a été défini par le facteur λ . D'autre part, Graham et al. (1984) ont défini le coefficient correcteur ζ_y comme le rapport de la capacité portante de la semelle centrale à la capacité portante de la même semelle, considérée isolée et posée sur le même sol.

La Figure 2.30 montre les coefficients ζ_y obtenus par les essais de Graham et al. (1984). Le coefficient correcteur augmente avec la diminution de la charge appliquée sur les semelles de rive

($\lambda = 50\%$, 75%), c'est-à-dire la capacité portante de la semelle centrale augmente lorsque l'on réduit le rapport λ . Graham et al. (1984) indiquent aussi que le coefficient correcteur n'est pas influencé d'une manière significative par la nature de l'interface sol-fondation.

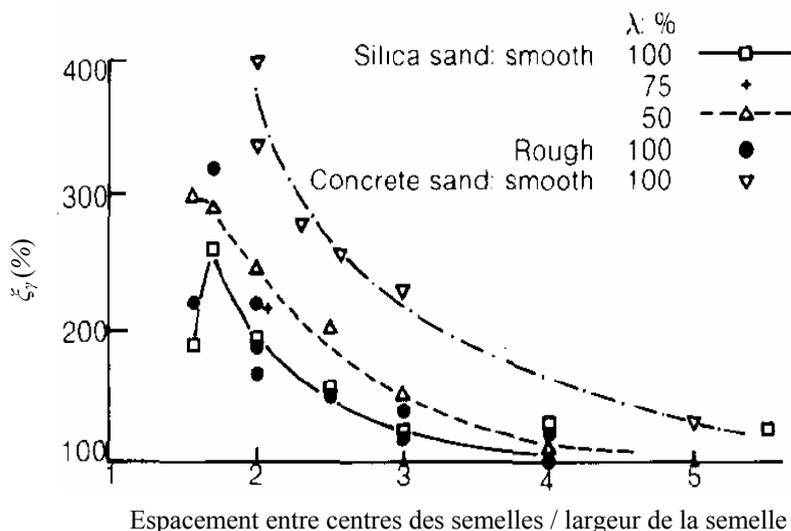


Figure 2.30– Coefficients correcteurs ξ_γ obtenus par les essais de Graham et al. (1984)

Afin d'étudier l'influence de l'interférence de deux semelles filantes et carrées, dans le cas d'un sable renforcé par géogridde, Kumar et Saran (2003) ont effectué 74 essais sur un modèle réduit à gravité normale, en utilisant des semelles en acier de dimensions $10\text{cm} \times 86\text{cm}$ et $17,5\text{cm} \times 17,5\text{cm}$. L'objectif des essais est l'évaluation de l'influence de l'espacement entre les semelles, des dimensions et de la continuité ou la discontinuité des couches de renforcement, sur la capacité portante. Tous les paramètres testés sont indiqués sur la Figure 2.31. L'angle de frottement interne du sable utilisé est 37° ; cependant, il n'y a pas d'indication concernant les caractéristiques de l'interface sol-semelle.

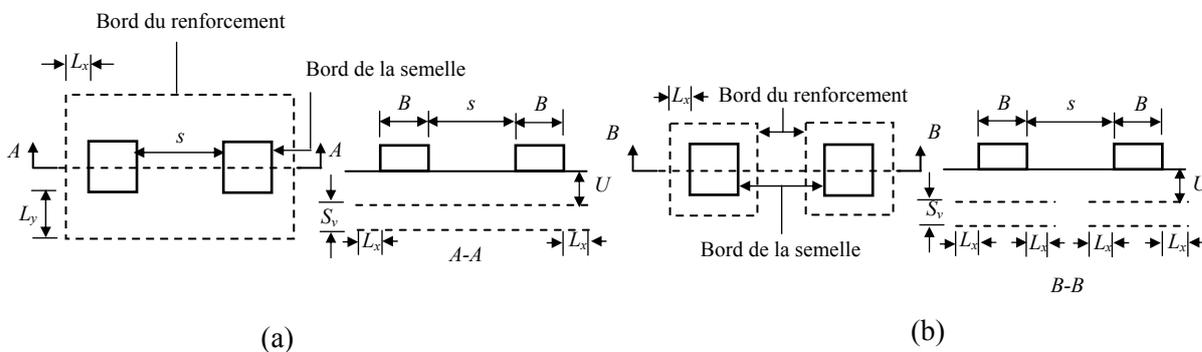


Figure 2.31– Paramètres testées par Kumar et Saran (2003)

(a) renforcement continu ; (b) renforcement discontinu

La Figure 2.32 montre la variation des coefficients correcteurs en fonction de la distance relative s/B et le nombre de couches de renforcement (N). Les résultats des essais ont montré une influence non significative de l'interférence sur la capacité portante, dans le cas de semelle carrée sur un sable renforcé. Par ailleurs, une amélioration considérable de la capacité portante a été remarquée dans le cas de l'interférence des semelles filantes sur un sable renforcé par une couche continue.

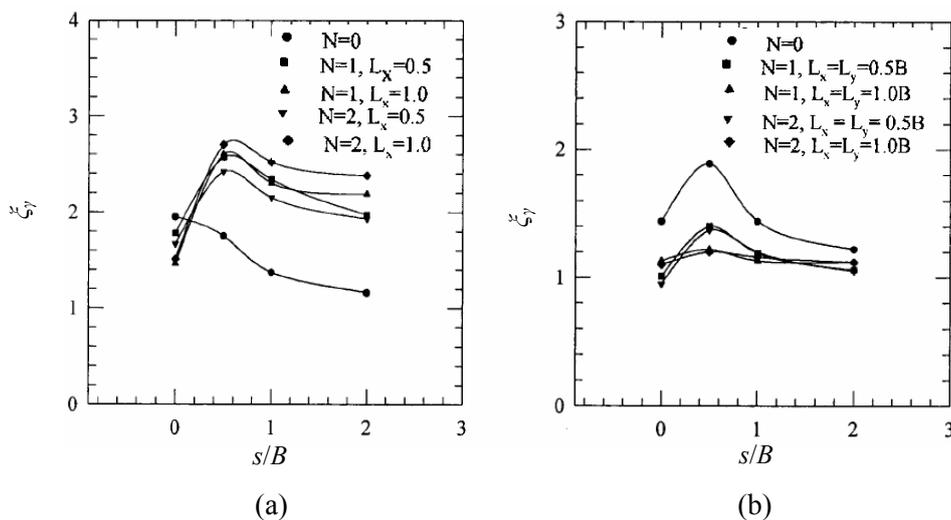


Figure 2.32– Coefficients correcteurs ξ_γ obtenus par les essais de Kumar et Saran (2003) dans le cas d'un renforcement continu (a) semelle filante ; (b) semelle carrée

Un enrichissement des données expérimentales pertinentes a été proposé par Hazell (2004), pour le problème de la capacité portante, dans le cas de l'interférence de deux semelles filantes. Les essais de Hazell (2004) ont été réalisés dans un modèle réduit à gravité normale, en utilisant des semelles lisses et rugueuses de largeur $B = 2,5$ cm et de longueur $L = 20$ cm, sur un sable lâche ou dense et une argile consolidée. Le dispositif expérimental est montré sur la Figure 2.33.

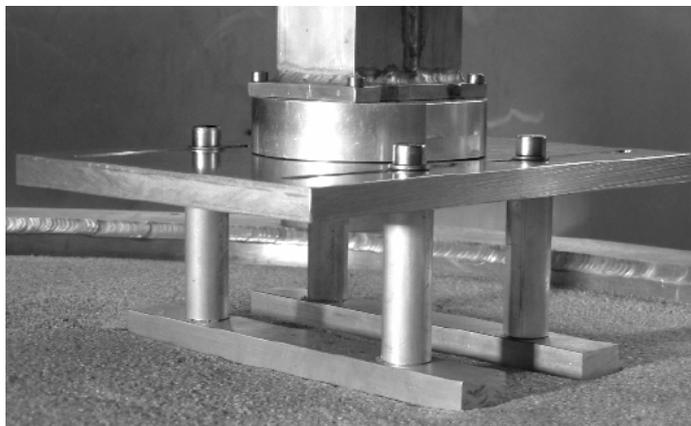


Figure 2.33– Dispositif expérimental de Hazell (2004)

A titre d'exemple, les Figures 2.34 et 2.35 montrent les résultats des coefficients ζ_γ obtenus par les essais de Hazell (2004), pour un sable dense et lâche, respectivement. Dans les deux cas les courbes correction-espacement ont la même allure, quand la distance relative s/B augmente ; ζ_γ passe par un pic, puis décroît progressivement jusqu'à une valeur stable égale à 1. Cependant, il y a des différences entre les courbes lorsque l'on examine plus en détail ; pour une semelle rugueuse sur un sable dense ζ_γ passe par un pic qui indique une valeur égale à 1,8 lorsque la distance relative est $s/B = 0,2$; par ailleurs, pour la semelle rugueuse sur un sable lâche ζ_γ atteint une valeur maximale de 1,4 à une distance relative $s/B = 0,6$. On note aussi une influence négligeable de l'interférence dans le cas d'un sable lâche pour $s/B = 0$.

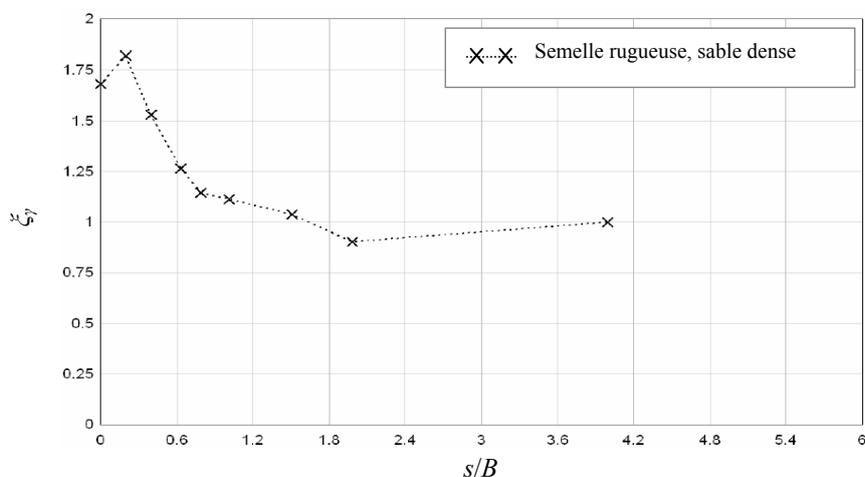


Figure 2.34– Coefficients correcteurs ζ_γ obtenus par les essais de Hazell (2004) pour un sable dense

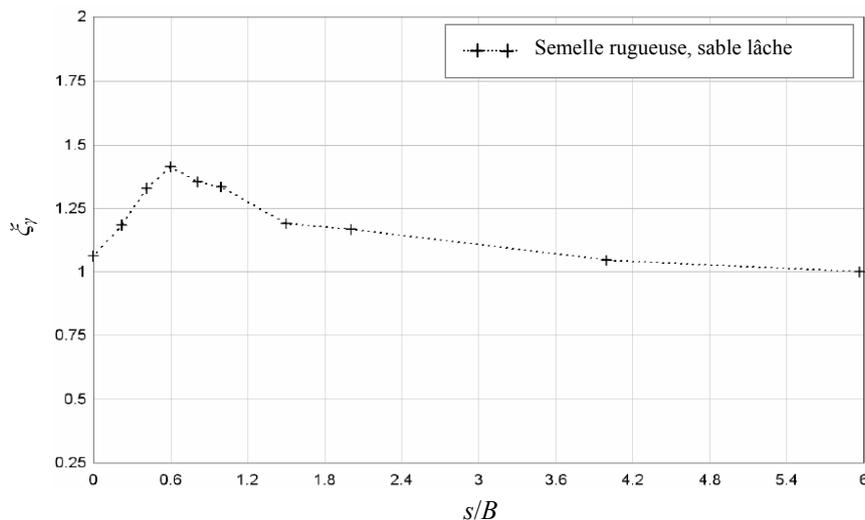


Figure 2.35– Coefficients correcteurs ζ_γ obtenus par les essais de Hazell (2004) pour un sable lâche

Récemment, Kumar et Bhoi (2008) ont proposé un modèle réduit à gravité normale, pour étudier l'interférence de plusieurs semelles filante, séparées de la même distance et posées sur un sable sec. Kumar et Bhoi (2008) ont supposé que toutes les semelles portent la même intensité de chargement ; également, il n'y a aucune prise en compte de l'inclinaison de la semelle. Une nouvelle technique expérimentale a été proposée, pour laquelle seulement une semelle a été utilisée. Les essais ont été effectués sur une semelle de largeur $B = 7$ cm et de longueur $L = 36$ cm ; on note que les auteurs ne donne pas d'indication sur les caractéristiques de l'interface sol-fondation ; trois poids volumiques ont été considéré : $\gamma = 16,2, 16,7$ et $17,2$ kN/m³, qui correspondent respectivement aux angles de frottement interne $\varphi = 37,4^\circ, 41,8^\circ$ et $44,8^\circ$. La Figure 2.36 présente le problème étudié ; le plan vertical OC est considéré comme un plan de symétrie avec les semelles adjacentes ; le long de ce plan les contraintes et les déformations de cisaillement sont nulles ; ces conditions ont été introduites dans le dispositif expérimental de Kumar et Bhoi (2008) par une plaque de verre lisse.

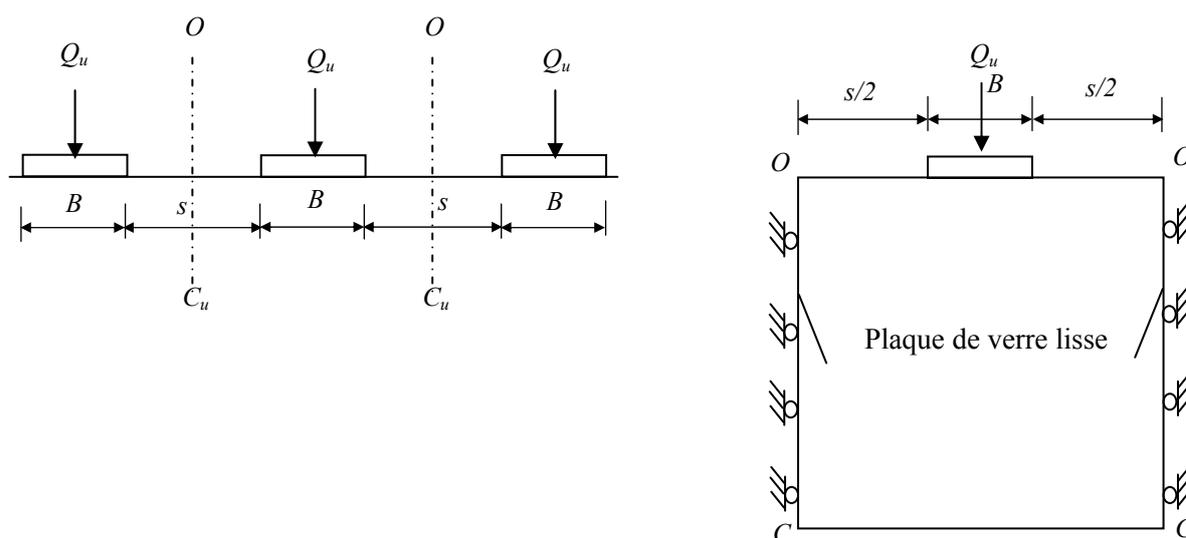


Figure 2.36– Présentation du problème étudié par Kumar et Bhoi (2008)

Kumar et Bhoi (2008) ont estimé le coefficient ξ_γ obtenus pour différentes valeurs de tassement de la semelle ($0,05B, 0,07B, 0,09B$), ainsi que dans le cas de la capacité portante ; la Figure 2.37 présente les résultats de ξ_γ à l'état de rupture. On peut remarquer que le coefficient ξ_γ augmente avec l'augmentation de l'angle de frottement interne du sol et la diminution de la distance relative s/B ; la valeur de ξ_γ atteint 5,3 pour $\varphi = 44,8^\circ$ et $s/B = 1,43$. Les valeurs minimales de ξ_γ ont été obtenues pour un tassement de $0,05B$.

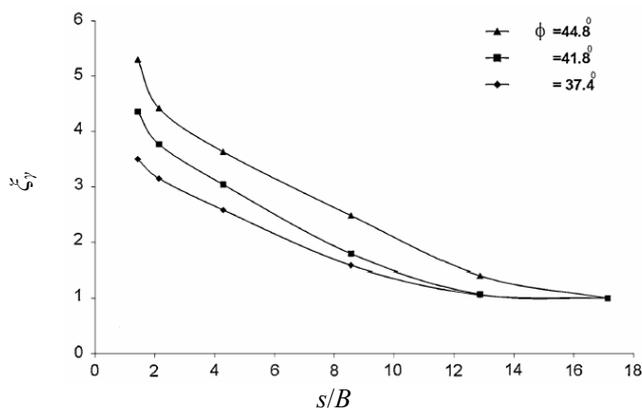


Figure 2.37– Variation du coefficient correcteur ξ_γ en fonction de la distance relative s/B

Afin d'examiner l'influence de l'interférence de deux semelles, une étude expérimentale en vraie grandeur a été effectuée récemment par Lee et Eun (2009). Le site choisi pour les essais est caractérisé par un poids volumique $\gamma = 18,2 \text{ kN/m}^3$, et classé dans les catégories SP (sand poorly graded) et SM (sand silty) selon le système unifié international de classification des sols. La semelle est une plaque circulaire de diamètre $B = 40 \text{ cm}$; les distances considérées entre les bords des plaques sont $0,1B$, $0,5B$, $1B$, et $2B$; la Figure 2.38 montre le dispositif expérimental dans le cas $1B$.

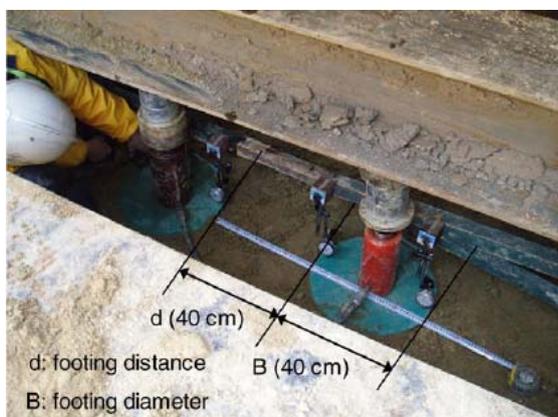


Figure 2.38– Vue de l'essais de chargement de deux plaques circulaires d'après Lee et Eun (2009)

Les valeurs de la capacité portante données sur la Figure 2.39 sont 1428 kPa, 1310 kPa, 1000 kPa, et 910 kPa, obtenues respectivement pour les distances $0,1B$, $0,5B$, $1B$, et $2B$. Dans le cas d'une plaque isolée, la capacité portante est : $q_u = 767 \text{ kPa}$. On peut noter que, lorsque la distance entre les bords des deux plaques est égale à $0,1B$, la capacité portante est environ 1,8 fois plus élevée que celle d'une plaque isolée. Les résultats expérimentaux de Lee et Eun (2009), confirment l'augmentation de la capacité portante avec la diminution de la distance entre deux semelles.

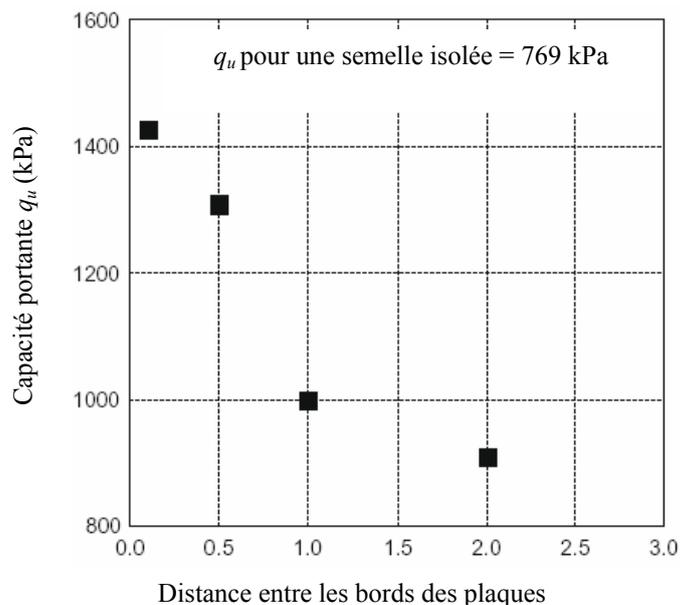


Figure 2.39– Variation de la capacité portante en fonction de la distance entre les bords des plaques d’après Lee et Eun (2009)

2.5.2. Etudes théoriques

Le travail expérimental de Sturat (1962) a clairement montré l’influence significative de l’interférence sur la capacité portante de deux semelles posées sur un sable ; pour confirmer les résultats expérimentaux, Sturat (1962) a utilisé aussi la méthode d’équilibre limite. L’étude théorique donne des coefficients correcteurs supérieurs à ceux obtenus par les essais ; cette différence peut être expliquée par l’hypothèse préliminaire concernant le mécanisme de rupture choisi pour l’analyse d’équilibre limite. La Figure 2.29, donnée plus haut, présente les résultats théoriques de Sturat pour les angles de frottement interne $\varphi = 30^\circ, 35^\circ, 38^\circ$ et 40° .

La méthode des lignes de glissement a été appliquée pour la première fois par Mandel (1963), pour l’étude de l’interférence des fondations superficielles filantes. Afin de simplifier les équations, Mandel a considéré le cas d’un sol non pesant. Les résultats de Mandel sont présentés sur la Figure 2.40. On note que les courbes qui concernent le cas de l’interférence de deux semelles sont indiquées par l’étiquette “III” ; les autres courbes concernent l’interférence de trois semelles. F est le coefficient correcteur associé au terme de cohésion N_c dans l’équation de Terzaghi. Mandel (1963) a signalé que le coefficient correcteur ζ pour le terme de surcharge N_q , peut être obtenu facilement à partir de F par l’équation $\zeta = F - (F-1)/N_q$. Par ailleurs, Mandel (1963) n’a pas donné de résultats pour le coefficient correcteur du terme de surface N_γ .

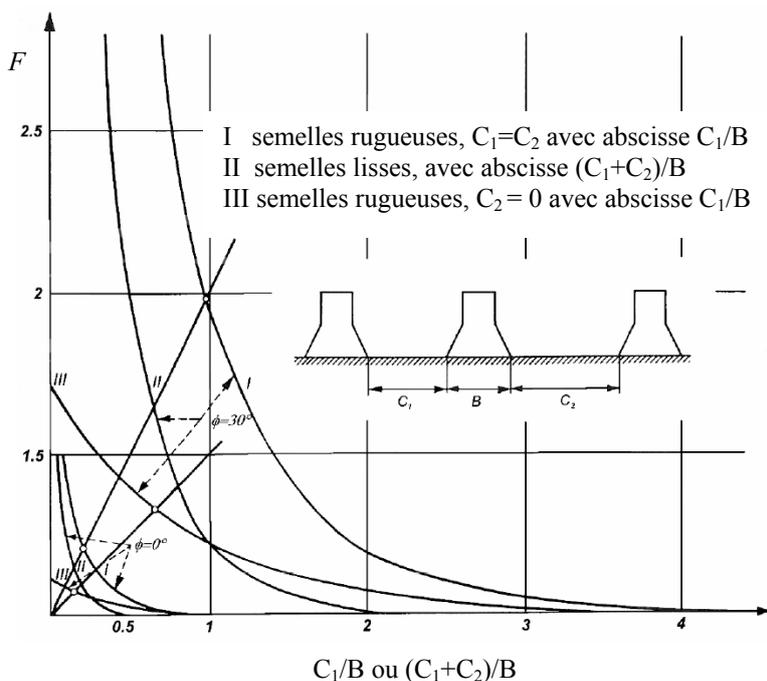


Figure 2.40– Variation de coefficient correcteur F pour le terme de cohésion (N_c) d’après Mandel (1963)

Graham et al. (1984) ont également appliqué la méthode des lignes de glissement, pour étudier l’influence de l’interférence de plusieurs semelles filantes, espacées par une distance identique. Deux solutions ont été proposées ; la première suppose un coin élastique au-dessous des semelles (elastic-wedge) ; les résultats de cette approche sont présentés sur la Figure 2.41(a). La deuxième solution assume l’extension d’une zone plastique au dessous de la base de la semelle, où l’angle de l’interface sol-fondation (δ) varie linéairement de $\delta = \phi$ au bord de la semelle à $\delta = 0$ au centre de la semelle (Figure 2.41 (b)). Graham et al. (1984) ont conclu que la solution basée sur le coin élastique donne les meilleurs résultats en termes de capacité portante.

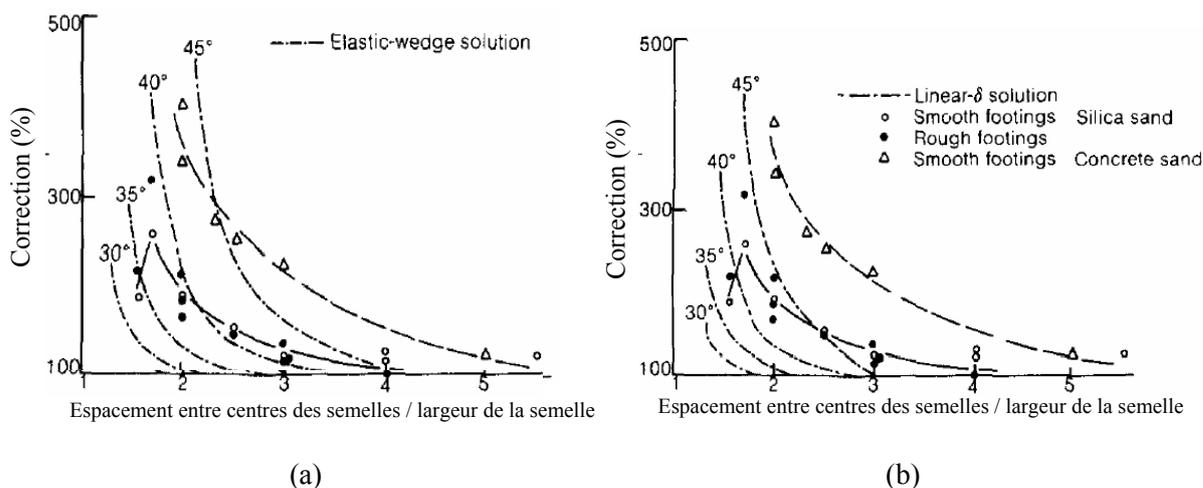


Figure 2.41– Comparaison entre les résultats théoriques et expérimentaux de Graham et al. (1984)

Hazell (2004) a également utilisé la méthode des lignes de glissement pour étudier l'interférence de deux semelles filantes. Le critère de Mohr-Coulomb a été appliqué pour traiter un sol purement cohérent et purement frottant. La Figure 2.42 montre quelques maillages qui représentent les mécanismes de rupture utilisés dans le cas d'un sol purement cohérent.

Dans le cas d'un sol cohérent, Hazell (2004) a appliqué aussi l'approche cinématique de l'analyse limite ; cette approche pose des difficultés concernant le mécanisme de rupture possible qui fournit la charge limite minimale. Le mécanisme qui a été adopté par Hazell est présenté sur la Figure 2.43 ; les angles α , β et γ ont été optimisés pour minimiser la charge de rupture pour un espacement varie entre $s/B = 0,1$ et $s/B = 1,2$.

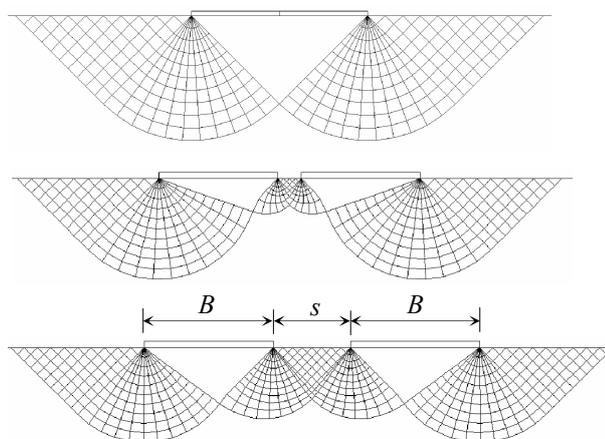


Figure 2.42– Maillages qui représentent les mécanismes de rupture dans le cas de l'interférence de deux semelles rugueuses sur un sol cohérent ($\varphi = 0$, $B = 1$ m ; $s = 0, 0,4$ et $0,6$ m) d'après Hazell (2004)

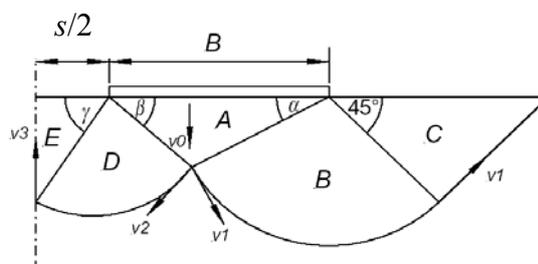


Figure 2.43– Mécanisme de rupture pour l'analyse limite cinématique de l'interférence de deux semelles filantes rugueuses sur un sol cohérent ($\varphi = 0$), d'après Hazell (2004)

Les résultats des coefficients correcteurs obtenus par les deux approches sont présentés sur la Figure 2.44. On note que les deux courbes ont une allure identique ; cependant, l'approche cinématique surestime légèrement les coefficients correcteurs. Hazell (2004) a indiqué que les deux courbes pourraient être en accord si les mécanismes de rupture utilisés étaient les mêmes ; sinon, l'analyse limite cinématique doit donner la plus grande capacité portante. La correction maximale obtenue par la méthode des lignes de glissement est approximativement 107 %, pour un espacement $s/B = 0,15$.

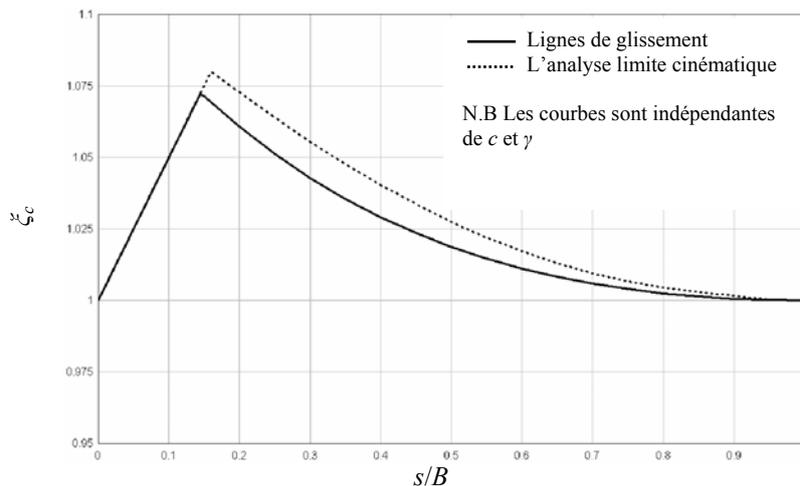


Figure 2.44– Comparaison des coefficients correcteur obtenus par deux approches théoriques, dans le cas de l’interférence de deux semelles filantes rugueuses sur un sol cohérent ($\varphi = 0$), d’après Hazell (2004)

Comme il a déjà été signalé, la méthode des lignes de glissement a été appliquée par Hazell (2004) dans le cas d’un sol frottant. La Figure 2.45 montre quelques maillages qui représentent les mécanismes de rupture pour deux semelles rugueuses, en considérant une surcharge verticale latérale $q = 20$ kPa et un angle de frottement interne $\varphi = 30^\circ$.

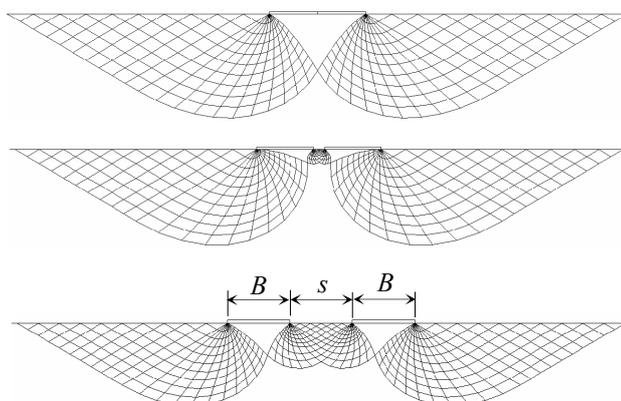


Figure 2.45– Maillages qui représentent les mécanismes de rupture dans le cas de l’interférence de deux semelles filantes rugueuses sur un sol frottant ($c = 0, \varphi = 30^\circ, B = 1\text{ m} ; s = 0, 0,2 \text{ et } 1 \text{ m}$) d’après Hazell (2004)

La Figure 2.46 montre les courbes correction-espacement obtenues par la méthode des lignes de glissement (Hazell, 2004) et par la méthode d’équilibre limite (Sturat, 1962). On peut remarquer que la méthode des lignes de glissement donne un coefficient de correction inférieur à ceux obtenu par la méthode d’équilibre limite, pour l’espacement qui correspond à la valeur optimale de $\xi_{\gamma q}$, mais elle montre une influence de l’interférence qui reste claire jusqu’à un espacement $s/B \approx 2,5$, ce qui conduit à des corrections plus grandes que celles obtenues par la méthode d’équilibre limite lorsque $1 < s/B < 3$.

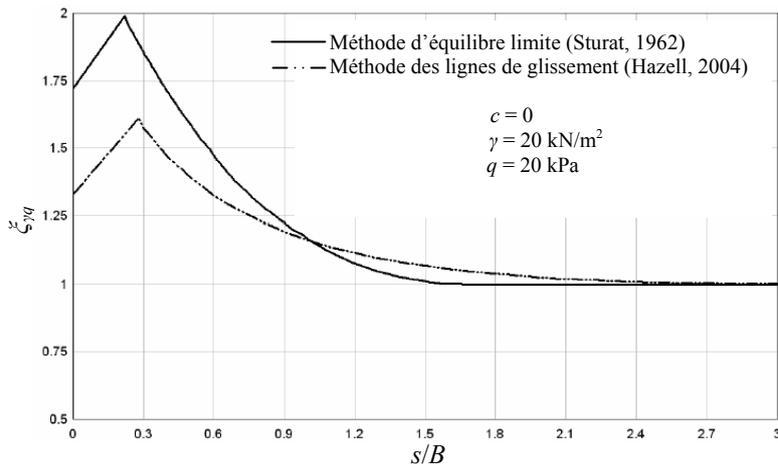


Figure 2.46– Comparaison des coefficients correcteurs $\xi_{\gamma/q}$ obtenus par Hazell (2004) et Sturat (1962) dans le cas de l’interférence de deux semelles filantes rugueuses sur un sol frottant, d’après Hazell (2004)

Kumar et Ghosh (2007a) ont étudié, par la méthode des lignes de glissement, la capacité portante dans le cas de l’interférence de deux semelles filantes rugueuses. Deux mécanismes de rupture ont été proposés (Figure 2.47 (a) et (b)) ; le premier mécanisme examine le cas d’un coin quadrilatère élastique au-dessous de la base des deux semelles, le second mécanisme considère des coins triangulaires non symétriques et élastiques au-dessous de la base des deux semelles. Les résultats obtenus par les deux mécanismes sont présentés sous forme de courbes, qui présentent la variation des coefficients correcteurs ξ_{γ} en fonction de la distance relative s/B .

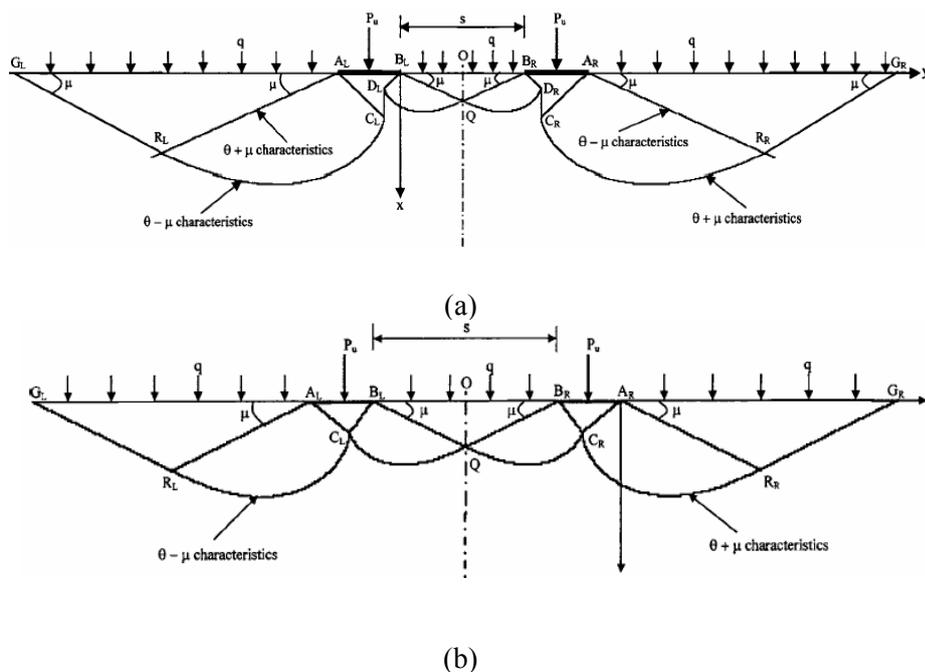


Figure 2.47– Mécanismes de rupture étudiés par Kumar et Ghosh (2007a)
(a) mécanisme 1; (b) mécanisme 2

La Figure 2.48 montre une comparaison entre les résultats des coefficients correcteurs ζ_γ , obtenus par les deux mécanismes et ceux de Stuart (1962), pour $\varphi = 30^\circ, 35^\circ$ et 40° . On peut noter que le mécanisme 2 permet d'obtenir des courbes correction-espacement en accord satisfaisant avec celles de Stuart (1962) ; cependant, les valeurs de ζ_γ déterminées par le mécanisme 2 pour les grandes valeurs de φ sont généralement inférieures à celles de Stuart (1962). Par ailleurs, les courbes correction-espacement, obtenues par le mécanisme 1 ne présente pas un pic, la valeur maximale de ζ_γ correspond à $s/B = 0$. Le mécanisme 2 a été utilisé par Kumar et Ghosh (2007b) dans le cadre de l'approche cinématique de l'analyse limite ; la comparaison montre un bon accord entre les coefficients de correction déterminés par les deux approches.

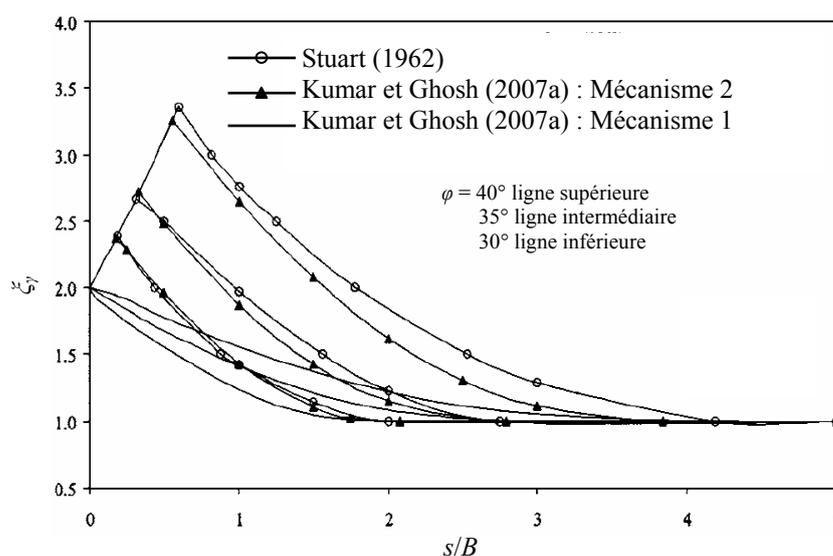


Figure 2.48– Comparaison des coefficients correcteurs ζ_γ obtenus par Kumar et Ghosh (2007a) et Stuart (1962)

Kumar et Kouzer (2008) ont étudié le problème de l'interférence de deux semelles filantes et rugueuses, en utilisant l'approche cinématique de l'analyse limite et l'application des éléments finis. L'avantage de cette approche est que les hypothèses avancées sur la forme et l'emplacement de la surface de rupture, ainsi que sur les directions et la magnitude des forces ne sont pas nécessaires. La Figure 2.49 présente une comparaison entre les résultats des coefficients correcteurs ζ_γ obtenus par Kumar et Kouzer (2008), Kumar et Ghosh (2007a) et Stuart (1962), pour $\varphi = 40^\circ$. Les petites valeurs de ζ_γ sont obtenues généralement par Kumar et Kouzer (2008) ; cette différence a été expliquée par le fait que les autres approches sont basées sur le choix d'un mécanisme de rupture.

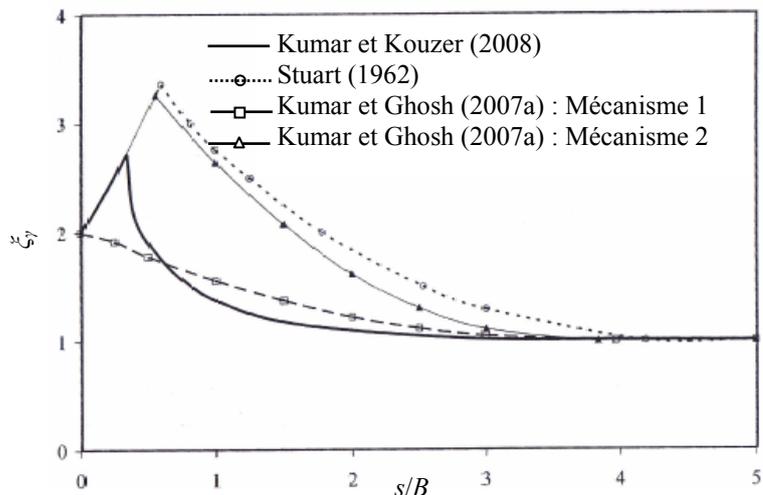


Figure 2.49– Comparaison des coefficients correcteurs ξ_γ obtenus par Kumar et Kouzer (2008), Kumar et Ghosh (2007a) et Stuart (1962), pour $\varphi = 40^\circ$

Une analyse numérique de l'évolution élasto-plastique par la méthode des différences finies a été effectuée par Ghazavi et Lavasan (2008), pour étudier l'interférence de deux semelles carrées, posées sur un sable renforcé par des nappes de géogrille. Le critère de Mohr-Coulomb avec une règle d'écoulement non associée a été adopté. La Figure 2.50 (a) et (b) présente respectivement, les différents paramètres considérés et les résultats obtenus lorsque $u/B = h/B = 0,3$ et $b/B = 2,5$. On peut noter clairement l'influence importante du renforcement sur le coefficient correcteur.

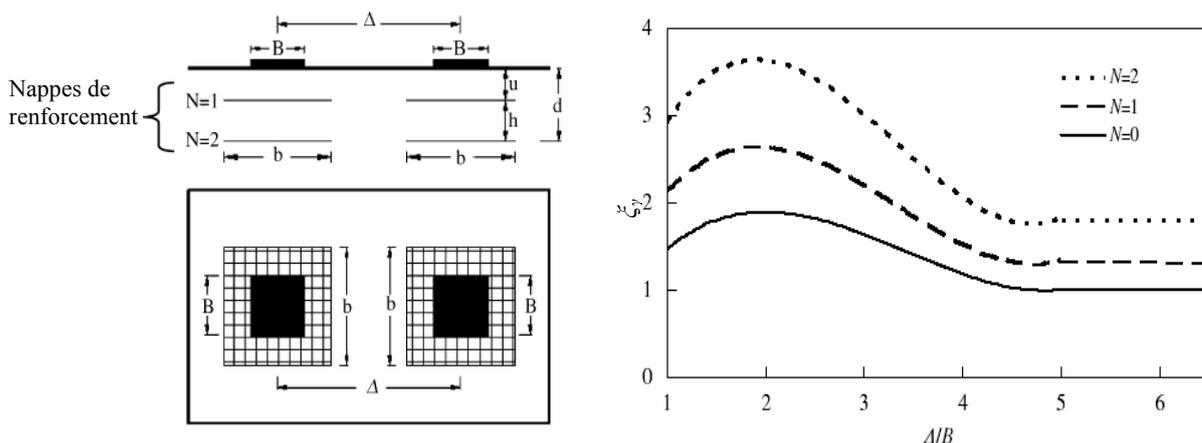


Figure 2.50– Paramètres étudiés et résultats de ξ_γ obtenus pour $\varphi = 34^\circ$, $u/B = h/B = 0,3$ et $b/B = 2,5$ d'après Ghazavi et Lavasan (2008)

Récemment, la méthode des éléments finis a été appliquée par Lee et Eun (2009), en utilisant le critère de Drucker-Prager ; dans cette étude de nombreuses configurations de l'interférence des semelles filantes et carrées ont été considérées. La Figure 2.51 (a) et (b) montre respectivement, l'interférence de deux et trois semelles filantes ; les résultats du coefficient correcteur ξ_γ qui correspondent à ces deux cas sont présentés sur la Figure 2.52 ; on peut noter que ξ_γ est plus important dans le deuxième cas (Figure 2.51 (b)).

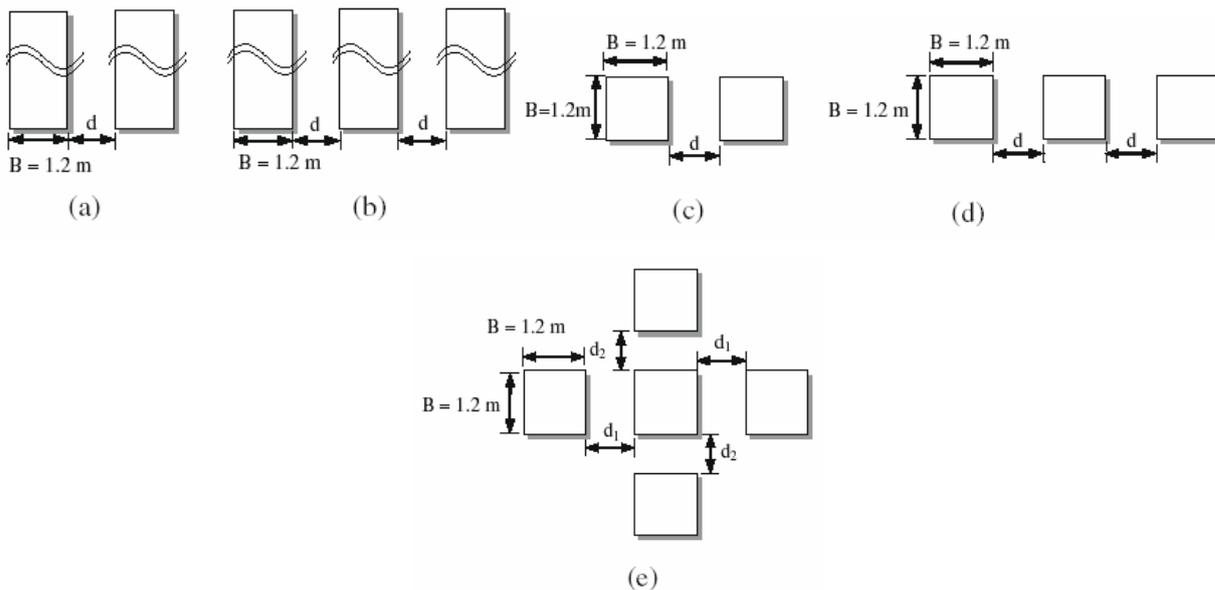


Figure 2.51– Configurations étudiées par Lee et Eun (2009) :

(a) cas 1 ; (b) cas 2 ; (c) cas 3 ; (d) cas 4 ; (e) cas 5

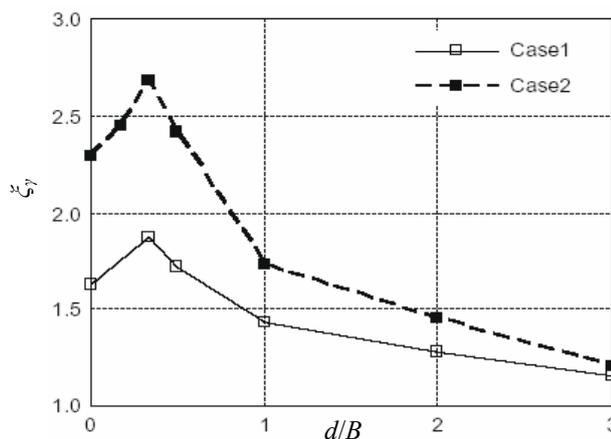


Figure 2.52– Variation du coefficient correcteur ξ_γ en fonction de la distance relative d/B pour les cas 1 et 2, d'après Lee et Eun (2009)

2.6. Influence d'une cavité au-dessous d'une fondation superficielle

Si l'effet de la construction d'un tunnel sous des fondations existantes a été étudié par de nombreux auteurs, le problème inverse de la construction de fondations au-dessus de cavités a reçu relativement peu d'attention à en juger par le faible nombre de publications sur ce sujet. Généralement on distingue deux types de cavités, les cavités naturelles et les cavités anthropiques, creusées par l'homme (carrières, caves, tunnels, etc.). Les cavités naturelles sont de nature très variée : karsts calcaires, poches de dissolution d'évaporites, cavités volcaniques, grottes marines, etc. ; elles sont dues, le plus généralement, à la dissolution de carbonates (calcaires, dolomies, craie, etc.) ou de sulfates (gypse) par des circulations d'eau au sein de la roche.

De façon logique, la capacité portante du sol diminue lorsqu'une cavité est située près de la fondation. Baus et Wang (1983) ont étudié ce problème par des essais sur modèle réduit à gravité normale, ainsi que par des calculs élasto-plastiques par éléments finis en déformation plane. Le sol choisi pour les essais est caractérisé par un angle de frottement interne $\varphi = 13,5^\circ$ et une cohésion de 65,6 kPa, et classé dans la catégorie CL (clay low plasticity ; argile peu plastique) selon le système unifié international de classification des sols. Baus et Wang (1983) ont considéré une fondation filante au-dessus d'une cavité de forme rectangulaire ou circulaire (Figure 2.53) ; les essais ont été effectués sur des semelles de 51 mm, 76 mm et 127 mm de largeur avec une cavité de largeur égal à 25 mm, 152 mm, 305 mm et 584 mm, ainsi que sans cavité.

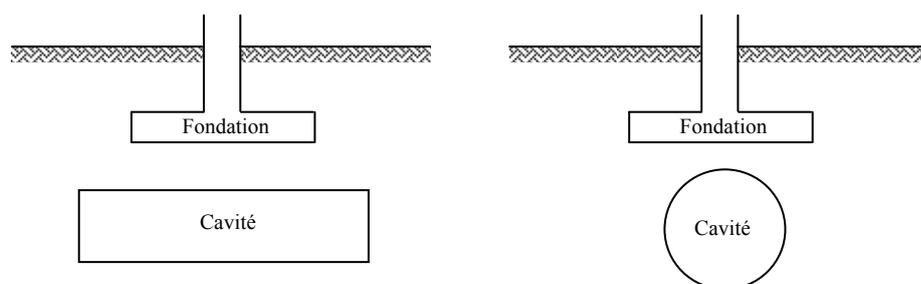


Figure 2.53– Fondation filante au-dessus d'une cavité (cas étudiés par Baus et Wang, 1983)

La Figure 2.54 montre la comparaison entre les valeurs des capacités portantes obtenues par les essais et celles obtenues par les des calculs élasto-plastiques par éléments finis, dans le cas d'une semelle de largeur $B = 51$ mm posée en surface, avec une cavité de largeur 152 mm et 584 mm, située à différentes hauteurs. On peut remarquer la dispersion des points expérimentaux, qui a été expliquée par les conditions de préparation de l'échantillon du sol ; cependant, l'influence de la taille et la position de la cavité sur la capacité portante est clairement visible. Les capacités portantes déterminées numériquement (quatre points) sont en bon accord avec les résultats des

essais. Les résultats de Baus et Wang (1983) montrent que l'influence de la cavité disparaît lorsque la profondeur est supérieure à une valeur critique (Figure 2.54).

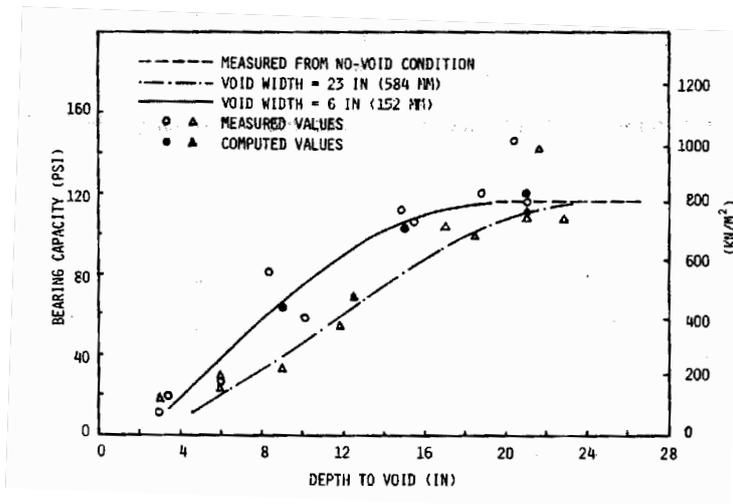


Figure 2.54– Comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques (Baus et Wang, 1983)

Badie et Wang (1985) ont également utilisé le modèle réduit de Baus et Wang (1983) pour étudier l'influence d'une cavité circulaire excentrée sur la capacité portante d'une semelle de largeur 51 mm et longueur 133 mm, soumise à une charge verticale centrée ; le sol utilisé pour les essais est l'argile standardisée (kaolinite), caractérisée par un angle de frottement interne $\phi = 8^\circ$ et une cohésion de 158,7 kPa. Badie et Wang (1985) ont également effectué des calculs élasto-plastiques par éléments finis ; dans leurs analyses de nombreux paramètres géométriques ont été considérés, comme par exemple la position, la taille et la forme de cavité, ainsi que la hauteur d'encastrement et la forme de la fondation (Figure 2.55).

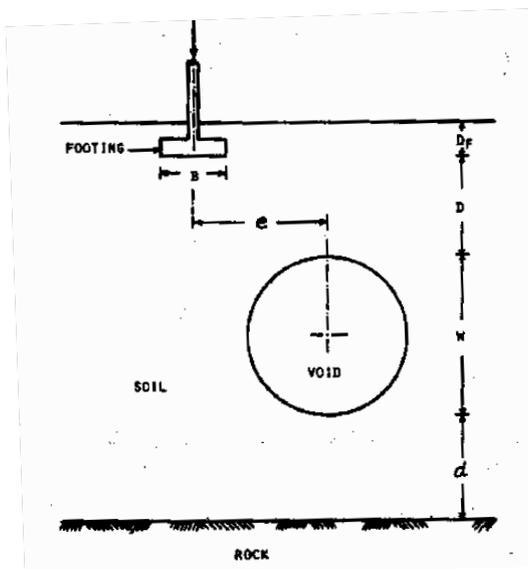


Figure 2.55– Paramètres considérés par Badie et Wang (1985)

Badie et Wang (1985) ont déterminé, par les calculs élasto-plastiques, le rapport entre la capacité portante de la fondation établie au voisinage de la cavité et la capacité portante de la même fondation, établie sur le même sol sans cavité. La Figure 2.56 montre la variation de ce rapport dans les cas d'une semelle filante et d'une fondation carrée et pour différentes positions de la cavité. Il est clair que l'influence de la cavité sur la capacité portante est plus élevée dans le cas d'une semelle filante ; cela est expliqué par le fait que la zone mobilisée est plus grande dans le cas de la semelle filante. Badie et Wang (1985) ont également comparé les courbes charge-déplacement obtenues par les essais, ainsi que les analyses numériques, avec et sans cavité ; les résultats numériques sont en très bon accord avec ceux des essais.

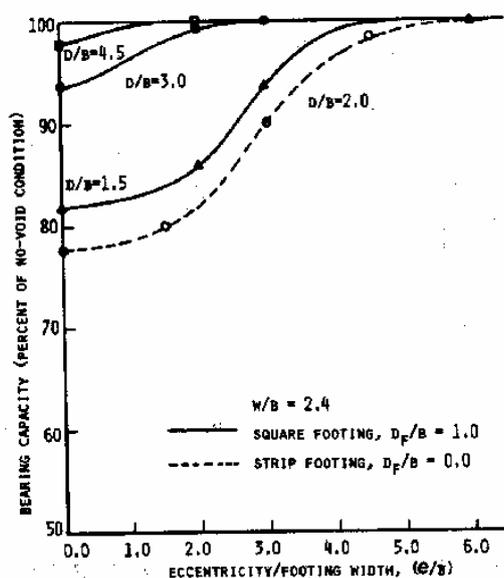


Figure 2.56– Variation de la capacité portante pour différentes positions de la cavité
(Badie et Wang, 1985)

Peng et al. (2006) et Kiyosumi et al. (2007) ont effectué des calculs élasto-plastiques à l'aide du logiciel PLAXIS en éléments finis, pour examiner l'effet d'une cavité de forme carrée sur la capacité portante d'une fondation filante établie sur un sédiment calcaire qui est largement rencontré dans les régions d'Okinawa du Japon ; l'excentricité de la cavité (la distance entre le centre de la cavité jusqu'à l'axe passant par le centre de la fondation) varie de 0 m à 10 m avec un incrément de 2 m ; d'autre part, la profondeur de la cavité (distance entre la surface libre du sol et le centre de la cavité) varie de 1 m à 11 m avec le même incrément. Les résultats numériques ont permis de déterminer un coefficient réducteur de portance R , qui est, par définition, le rapport de la capacité portante d'une fondation située au-dessus d'une cavité à la capacité portante de la même fondation, établie sur le même sol sans cavité.

La Figure 2.57 montre la variation du coefficient réducteur de portance R en fonction de l'excentricité et la profondeur de la cavité. Les calculs numériques de Kiyosumi et al. (2007) montrent une réduction importante de la capacité portante avec la diminution de l'excentricité et la profondeur de la cavité.

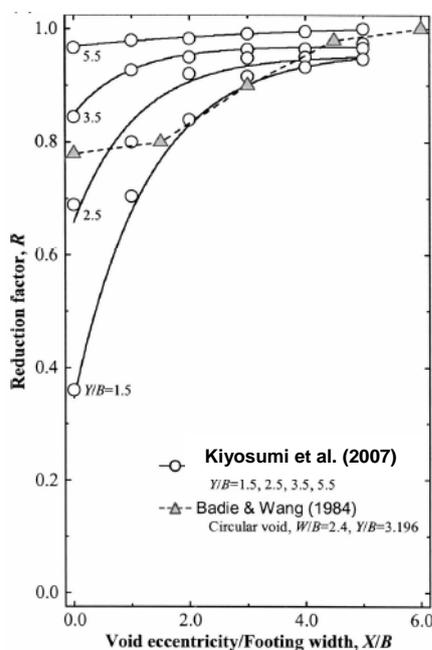


Figure 2.57– Variation du coefficient réducteur R en fonction de l'excentricité et la profondeur de la cavité d'après Kiyosumi et al. (2007)

2.7. Conclusions

Dans ce chapitre on a présenté les différentes études expérimentales et théoriques consacrées à l'évaluation de l'influence de la forme de la fondation, de l'influence de la proximité d'une pente, de l'influence de l'interférence des fondations superficielles et enfin l'influence d'une cavité au-dessous d'une fondation superficielle.

De nombreuses formules des coefficients de forme ont été proposées pour tenir compte de la forme de la semelle ; la plupart des auteurs supposent qu'il n'y a pas de différence significative entre la capacité portante des semelles carrées et celle des semelles circulaires. La capacité portante d'une semelle circulaire est donc généralement calculée en supposant que la semelle est carrée. L'étude expérimentale de Bakir (1993) a montré que la portance d'une semelle carrée, posée en surface d'un sol pulvérulent, est inférieure d'environ 40% par rapport au cas d'une semelle filante de même largeur et fondée dans les mêmes conditions, ce qui est en bon accord avec la formule proposée par De Beer (1970).

Pratiquement, la portance d'une semelle filante établie à proximité d'une pente est affectée d'un coefficient réducteur i_β qui dépend de l'angle de talus β et de la distance relative d/B . En ce qui

concerne la valeur de d/B à partir de laquelle l'effet de la pente commence à être négligeable, elle varie généralement, selon les auteurs, de $d/B \geq 2$ à 3. A partir de $d/B \geq 6$ le comportement peut être considéré comme identique à celui correspondant au plan horizontal. Les résultats expérimentaux ont montré que la valeur de i_β est légèrement influencée par les caractéristiques mécaniques du sol.

Les études théoriques et expérimentales ont confirmé que l'interférence des fondations superficielles peut augmenter d'une manière significative la capacité portante ; pour quantifier l'influence de l'interférence, les auteurs ont introduit un coefficient correcteur ξ_y , qui est défini comme le rapport entre la capacité portante d'une semelle en considérant l'interférence avec une autre semelle et la capacité portante d'une semelle de mêmes dimensions, considérée isolée et établie sur le même sol. Les résultats obtenus ont montré l'existence d'une distance « optimale » où la capacité portante atteint sa valeur maximale, par l'intermédiaire d'un pic dans la courbe correction-espacement. Le coefficient correcteur de l'interférence dépend de l'angle de frottement interne du sol et de la nature de l'interface sol-fondation.

Le comportement d'une fondation superficielle située au-dessus d'une cavité n'est pas suffisamment connu, à cause du faible nombre des études qui ont été consacrées pour ce sujet. Les études expérimentales et théoriques présentées dans ce chapitre montrent l'influence importante des cavités sur la capacité portante, ces études ont été limitée pour certains types du sol ; cependant, il est intéressant d'effectuer des études paramétriques en tenant compte différents types du sol, afin de proposer des méthodes simplifiées de dimensionnement des fondations superficielles.

Chapitre III

Lois de comportement et modélisation numérique

3.1. Introduction

La formulation d'une loi de comportement ressort du domaine de la rhéologie qui, au sens large, est la science de la déformation de la matière sous l'effet des sollicitations qui lui sont appliquées. La diversité et la complexité des comportements observés ont amené les rhéologues à distinguer un certain nombre de caractères de comportement tels l'élasticité, la viscosité, la plasticité et leurs combinaisons (élasto-plasticité, visco-élasticité, visco-plasticité).

Le comportement mécanique des sols est très complexe ; il n'est pas linéaire, il est irréversible et il dépend du chemin de contraintes ; il est donc évident qu'une loi mathématique capable de reproduire tous les aspects du comportement d'un sol serait excessivement complexe. Malgré les progrès considérables dans ce domaine ces dernières années, il n'existe encore actuellement aucun modèle mathématique capable de décrire parfaitement le comportement mécanique des sols (Nova, 2005).

Bien qu'il existe différents types de techniques de résolution numérique, lorsque le comportement du sol est schématisé de façon non linéaire et irréversible, les méthodes les plus fréquemment utilisées dans la pratique sont la méthode des éléments finis et la méthode des différences finies, qui ont connu un développement considérable dans le domaine de géotechnique.

D'autre part, le développement des grands codes de calcul a évolué de pair avec les langages et le matériel informatique. Par exemple, le code FLAC (Fast Lagrangian Analysis of Continua), en différences finies explicites (Cundall, 1976) a été développé et largement diffusé. Il est souvent utilisé, dans la pratique professionnelle géotechnique, pour analyser les états de contrainte et de déformation des terrains et les problèmes d'interaction sol-structure.

On présentera donc dans ce chapitre quelques notions de base concernant les calculs élasto-plastiques, ainsi que le modèle élastique linéaire isotrope – parfaitement plastique avec le critère de Mohr-Coulomb, largement connu et utilisé dans la simulation des ouvrages géotechniques. Ce chapitre est consacré aussi à la présentation de l'outil numérique FLAC utilisé dans cette thèse pour étudier la capacité portante des fondations superficielles.

3.2. Lois de comportement

3.2.1. Comportement élastique linéaire isotrope (loi de Hooke)

Les lois de comportement relient les sollicitations appliquées σ_{ij} à la réponse en déformations des matériaux ε_{ij} . Un matériau est dit isotrope si toutes ses directions sont équivalentes ; le comportement élastique linéaire signifie que le tenseur de déformations reste proportionnel au tenseur des contraintes au cours de chargement. Dans le cas de l'élasticité linéaire isotrope, l'expression la plus courante est donnée par la relation de Hooke qui adopte les formes établies dans les équations 3.1 et 3.2.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{(1 + \nu)}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij} \tag{3.1}$$

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{(1 + \nu)} \varepsilon_{ij} - \frac{\nu \cdot E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \varepsilon_{kk} \delta_{ij} \tag{3.2}$$

où δ_{ij} est le symbole de Kronecker

Dans le code de calcul géotechnique FLAC, l'écriture des relations de comportement utilise les modules volumique K et de cisaillement G plutôt que le module d'Young E et le coefficient de Poisson ν ; les relations entre ces divers paramètres sont résumées dans le tableau 3.1 (Dias, 1999).

Tableau 3.1– Relations entre les paramètres de l'élasticité linéaire isotrope (Dias, 1999)

Couple de paramètres utilisés	Expression des paramètres			
	Module de cisaillement G	Module d'Young E	Module volumique K	Coefficient de Poisson ν
G, E	G	E	$\frac{G \cdot E}{9G - 3E}$	$\frac{E - 2G}{2G}$
G, K	G	$\frac{9GK}{3K + G}$	K	$\frac{3K - 2G}{2(3K + G)}$
G, ν	G	$2G(1 + \nu)$	$\frac{3G(1 + \nu)}{3(1 - 2\nu)}$	ν
E, K	$\frac{3KE}{9K - E}$	E	K	$\frac{3K - E}{6K}$
E, ν	$\frac{E}{2(1 + \nu)}$	E	$\frac{E}{3(1 - 2\nu)}$	ν
K, ν	$\frac{3K(1 - 2\nu)}{2(1 + \nu)}$	$3K(1 - 2\nu)$	K	ν

La détermination du module d'Young et du coefficient de Poisson d'un matériau est effectuée en estimant les tangentes initiales aux courbes de comportement obtenues à l'essai triaxial axisymétrique. Des valeurs typiques du module d'Young et du coefficient de Poisson pour divers matériaux sont données dans le tableau 3.2 (Mestat, 1993).

La plupart des solides présentent un comportement réversible, au moins sous des sollicitations suffisamment faibles. Cela correspond à des déformations de l'ordre de

- 0,1 % pour les métaux ;
- 0,01% pour les sols (voire moins).

Au-delà, des irréversibilités apparaissent.

Tableau 3.2– Valeurs du module d'Young et du coefficient de Poisson pour quelques matériaux de génie civil, d'après Mestat (1993)

Matériau	Module d'Young E (MPa)	Coefficient de Poisson ν
Argile très molle	0,35 – 3	0,30 – 0,50
Argile molle	2 – 5	0,30 – 0,50
Argile moyenne	4 – 8	0,30 – 0,40
Argile raide	7 – 18	0,30 – 0,40
Argile sableuse	30 – 40	0,30 – 0,42
Sable limoneux	7 – 20	0,15 – 0,25
Sable lâche	10 – 25	0,30 – 0,35
Sable dense	50 – 80	0,30 – 0,35
Sable dense et gravier	100 – 200	0,30
Granite	10 000 – 80 000	0,25 – 0,35
Basalte	20 000 – 70 000	
Quartzite	30 000 – 90 000	0,12 – 0,15
Gneiss	10 000 – 60 000	0,25 – 0,35
Schiste	7 000 – 50 000	0,15 – 0,20
Calcaire très compact	60 000 – 80 000	
Calcaire compact	30 000 – 60 000	0,25 – 0,35
Calcaire normal	10 000 – 30 000	
Calcaire tendre	2000 – 10 000	
Marne	50 – 1000	
Grès	5000 – 60 000	0,25 – 0,35
Molasse	1500 – 5000	
Marbre	80 000 – 110 000	0,27 – 0,30
Gypse	2000 – 5000	
Acier	180 000 – 210 000	0,30
Aluminium	55 000 – 76 000	0,30 – 0,35
Béton	10 000 – 40 000	0,15 – 0,20
Bois	1000 – 10000	

La simplicité du comportement élastique fait qu'il est encore très souvent utilisé pour analyser le comportement des massifs de sols et des ouvrages. Le tableau 3.3 présente les avantages et les inconvénients de ce type d'approche (Mestat, 1998).

Tableau 3.3– Avantages et inconvénients d'un modèle élastique linéaire, d'après Mestat (1998)

Avantages (en termes de première approche d'un problème ou de contrôle du modèle)	Limitations (en termes de loi de comportement pour les sols et les roches)
<ul style="list-style-type: none"> - simplicité du modèle - calcul direct et rapide (pas d'itérations) - visualisation des résultats en terme de combinaison de chargements et d'isocritères de plasticité - milieu équivalent anisotrope (homogénéisation de milieux complexes, renforcés ou fracturés) - module de déformation variable avec la profondeur - analyse inverse possible (calcul de E et ν à partir de déplacements ou de pressions mesurés dans le sol ou sur l'ouvrage) - test et contrôle du maillage, de l'application du chargement et des conditions aux limites - validation théorique 	<ul style="list-style-type: none"> - pas de comportement irréversible - pas de comportement dilatant (pas de déformation volumique sous l'effet d'une variation du cisaillement) - le comportement linéaire est valable dans un domaine de déformations et de contraintes très limité - certains modèles peuvent conduire à des résultats irréalistes (par exemple, des mouvements de sols en sens contraire de ceux observés pour des problèmes d'excavation en surface) - le schéma élastique a tendance à propager loin les déformations, tant en dessous de la structure chargée que latéralement à elle

3.3.2. Comportement élasto-plastique

Les essais réalisés sur les solides montrent que le domaine de réversibilité des déformations, ou domaine d'élasticité, est relativement limité. A partir d'un certain niveau de contraintes, on observe des déformations irréversibles ou plastiques. Pour représenter ce comportement, le modèle le plus simple est le modèle élastique - parfaitement plastique, initialement développé pour décrire, de manière approchée, le comportement des métaux. Cependant, l'existence d'un palier d'écoulement sur la courbe de comportement contrainte-déformation de nombreux matériaux a suggéré d'étendre ce modèle aux bétons, aux sols et aux roches. En particulier, l'application à la description du comportement des massifs de sols s'est révélée très fructueuse et a permis d'analyser la rupture des sols dans les problèmes de fondations, de stabilités de pentes, de tunnels, de soutènements, etc.

Pour certains matériaux, comme les sols, il est relativement difficile d'obtenir en laboratoire le palier d'écoulement qui suit la rupture car un phénomène de localisation est souvent observé lorsqu'apparaissent les grandes déformations. Par exemple, pour un essai triaxial drainé en déformation imposée sur des sables denses, la courbe contrainte-déformation présente un pic marqué suivi d'un palier (Figure 3.1).

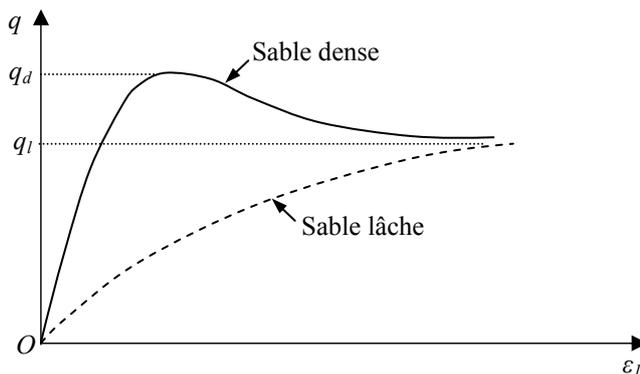


Figure 3.1– Définition de la rupture pour un sable dense (q_d) et pour un sable lâche (q_l) (Mestat, 1993)

La Figure 3.2 représente la courbe contrainte-déformation relevée au cours d'un essai de traction simple sur une éprouvette en acier. Le long du chemin OA le comportement est élastique, c'est-à-dire que, quand on décharge, on revient en O . Le point A , représentant le point limite au-delà duquel on n'a plus le comportement élastique, correspond à une contrainte caractéristique σ_0 dite « seuil » de plasticité initial ou « limite élastique ». L'éprouvette ayant été chargée au-delà du point A jusqu'en B , si l'on effectue un déchargement, le chemin suivi est le trajet BC et non BAO . Le comportement n'est pas réversible. Après un déchargement total, il reste une déformation de l'éprouvette, représentée par OC , qui est la déformation permanente (irréversible ou plastique) $OC = \epsilon^p$. Aussi, on observe une déformation élastique ϵ^e .

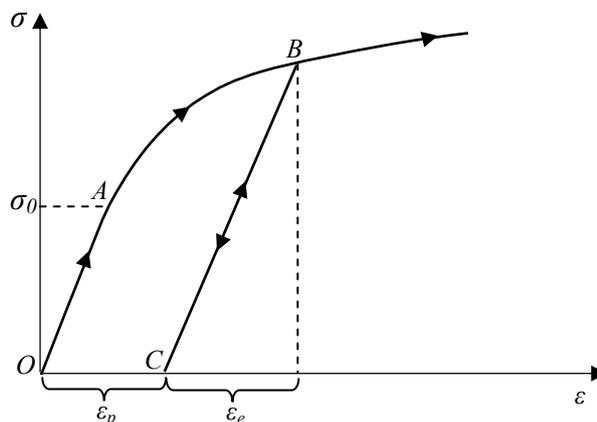


Figure 3.2– Comportement plastique et expérience de traction simple

Si l'on procède ensuite à nouveau chargement, tant que la contrainte σ reste inférieure à σ_B , le chemin parcouru est le trajet CB identique, au sens de parcours près, à celui décrit lors du déchargement. Le comportement demeure réversible tout au long de CB . Le nouveau seuil de plasticité est alors le point B (σ_B) qui est plus élevé que le précédent (A). Cette élévation du seuil de plasticité s'appelle « écrouissage ». Si le seuil σ_B est une fonction croissante de ϵ^p , on dit que le

matériau est à écrouissage positif ou durcissant. A l'opposé, l'écrouissage négatif correspond à une diminution de la limite élastique, ou en d'autres termes, à un radoucissement du matériau. L'accroissement de déformation totale est défini comme la somme des accroissements d'une déformation réversible (élastique) et d'une déformation irréversible (plastique) ce principe est traduit par la relation :

$$d\varepsilon = d\varepsilon^e + d\varepsilon^p \quad (3.3)$$

Le schéma élasto-plastique est caractérisé par les concepts fondamentaux suivants :

- la *partition des déformations*, qui décompose le tenseur des déformations totales (ε_{ij}) en la somme du tenseur des déformations élastiques (ε_{ij}^e) et du tenseur des déformations plastiques (ε_{ij}^p) ;
- la *surface de charge* ou *critère de plasticité*, qui définit le seuil de contrainte au-delà duquel le comportement d'un matériau est irréversible (plastique) ;
- le *domaine d'élasticité*, qui correspond à l'intérieur de la surface de charge et dans lequel les déformations sont réversibles ;
- la *règle d'écoulement plastique*, qui décrit la manière dont évoluent les déformations plastiques ;
- l'*écrouissage*, qui permet de faire évoluer la surface de charge dans l'espace des contraintes en fonction de l'intensité des sollicitations (et des déformations plastiques).
- le critère de rupture, qui caractérise la rupture du matériau, lorsque le seuil de contrainte n'évolue plus et que les déformations continuent de croître.

3.3.2.1. Surface de charge et domaine d'élasticité

Dans l'espace des contraintes principales, ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$), le seuil de plasticité est remplacé par une surface caractérisée par une fonction scalaire F de la contrainte (σ_{ij}) appelée « fonction de charge ». En résumé, trois états de chargement sont possibles (Figure 3.3):

- $F(\sigma_{ij}) < 0$ correspond à un comportement élastique ;
- $F(\sigma_{ij}) = 0$ le point représentatif de l'état des contraintes est situé sur la surface de charge ; lorsqu'une variation de contrainte entraîne le point représentatif de l'état de contrainte vers l'intérieur dans la surface de charge, il s'agit d'une décharge purement élastique ;
- $F(\sigma_{ij}) > 0$ correspond à l'extérieur de la surface de charge ; la théorie de plasticité impose que le point représentatif de l'état de contrainte ne puisse sortir du volume défini par la surface de charge (état de contraintes physiquement impossible en élasto-plasticité).

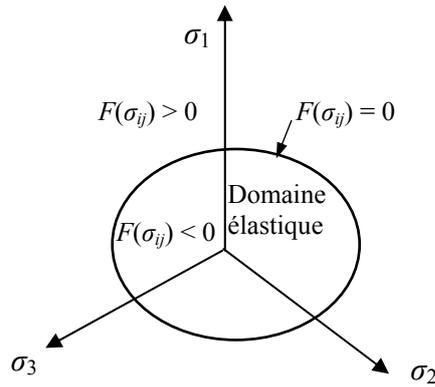


Figure 3.3– Surface de charge

Pour le matériau écrouissable, le domaine d'élasticité actuel dépend de l'état d'écrouissage, que l'on représente par une variable k introduite dans l'expression de surface de charge notée par $F(\sigma_{ij}, k)$. L'état d'écrouissage k n'évolue que lorsqu'il y a évolution de la déformation plastique ; l'équation $F(\sigma_{ij}, k) = 0$ définit la surface de charge. Diverses théories ont été construites pour représenter l'écrouissage ; les deux principales sont :

- l'écrouissage isotrope : l'écrouissage est dit isotrope, quand l'évolution de la surface de charge n'est gouvernée que par un seul paramètre scalaire, par exemple la déformation plastique cumulée ;
- l'écrouissage cinématique : le domaine d'élasticité délimité par la surface de charge se déplace par translation dans l'espace des contraintes principales et sans distorsion de la surface de charge initiale.

3.3.2.2. Règle d'écoulement plastique

On considère (σ_{ij}, k) un état de contrainte et d'écrouissage correspondant à une étape de chargement donnée. Si cet état est tel que $F(\sigma_{ij}, k) < 0$, le tenseur (σ_{ij}) est à l'intérieur au domaine d'élasticité actuel ; la variation de déformation est donc élastique ($d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e$). Si cet état est tel que $F(\sigma_{ij}, k) = 0$, le tenseur (σ_{ij}) se trouve sur la frontière du domaine. Pour décrire le comportement, il convient de distinguer selon que le point matériel est en chargement (tendance à sortir du domaine d'élasticité) ou en déchargement (retour vers le domaine d'élasticité).

Il y a chargement si:

$$\begin{aligned}
 F(\sigma_{ij}, k) &= dF(\sigma_{ij}, k) = 0 \\
 \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} &> 0 \\
 d\varepsilon_{ij} &= d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

Il y a déchargement si:

$$\begin{aligned} F(\sigma_{ij}, k) &= 0 \\ \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} &< 0 \\ d\varepsilon_{ij} &= d\varepsilon_{ij}^e \end{aligned} \quad (3.5)$$

La règle d'écoulement plastique exprime l'accroissement des déformations plastiques ($d\varepsilon_{ij}^p$) en fonction des états de contraintes (σ_{ij}) et ($d\sigma_{ij}$), et de l'écroutissage (k). Ceci peut être fait en tenant compte du *principe du travail plastique maximal* de Hill (1950). On déduit de ce principe que nécessairement, en un point régulier de la frontière d'élasticité, la déformation plastique est de la forme :

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \quad (3.6)$$

Le scalaire $d\lambda$ est positif et non nul si et seulement si le point matériel est en état de chargement; il est appelé multiplicateur plastique (ou multiplicateur de plasticité).

On dit d'un matériau qu'il est standard s'il obéit au principe du travail plastique maximal de Hill son potentiel plastique est dit « associé ». Ceci est en général vrai pour les métaux et autres matériaux dont le critère de plasticité est indépendant de la contrainte moyenne. Dans les autres cas, et notamment dans celui des sols, les résultats expérimentaux montrent que ce n'est pas vrai. Il faut introduire un potentiel plastique G , différent de la fonction de charge F , tel que la règle d'écoulement devienne :

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} \quad (3.7)$$

La règle d'écoulement est dite « non associée » à la surface de charge et le matériau qualifié de non-standard. Le potentiel plastique G définit la direction de la vitesse de déformation plastique.

3.3.2.3. Critères de Tresca et de Mohr-Coulomb

Les lois de comportement utilisées couramment par les ingénieurs pour décrire les massifs de sol sont des lois élasto-plastiques parfaites (sans écroutissage), composées d'une élasticité linéaire isotrope ou anisotrope, d'un critère de plasticité et d'un potentiel plastique. L'application de ces modèles permet d'analyser le comportement à la rupture des fondations, des pentes, des tunnels, des ouvrages de soutènements, etc. Coulomb (1776) a proposé le premier critère de plasticité en mécanique des sols ! Ce critère est utilisé pour les sols pulvérulents (par exemple les sables) et pour les sols cohérents à long terme (par exemple les argiles et les limons). Le critère de Tresca,

qui est un cas particulier du critère de Mohr-Coulomb est utilisé pour les sols cohérents à court terme (Mestat, 1993).

Dans le plan de Mohr (Figure 3.4), la forme de la courbe enveloppe de ce critère est une droite appelée droite de Coulomb, d'équation :

$$\tau' = c' + \sigma'_n \operatorname{tg}(\varphi') \tag{3.8}$$

où

- σ'_n et τ' correspondent respectivement à la contrainte normale et à la contrainte de cisaillement sur une facette donnée.
- c' représente la cohésion effective.
- φ' est l'angle de frottement interne du matériau.

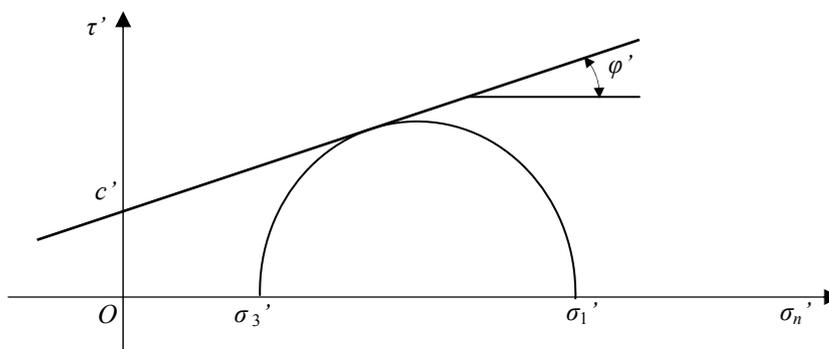


Figure 3.4– Représentation du critère de Mohr-Coulomb dans le plan de Mohr

Dans l'espace des contraintes principales effectives ($\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3$) la surface définie par la fonction de charge F est une pyramide de section hexagonale ayant pour axe la droite d'équation $\sigma'_1 = \sigma'_2 = \sigma'_3$ (Figure 3.5). L'équation de la surface de charge est la suivante (Mestat, 1993):

$$F(\sigma'_{ij}) = |\sigma'_1 - \sigma'_3| - (\sigma'_1 + \sigma'_3) \sin \varphi' - 2c' \cos \varphi' = 0 \tag{3.9}$$

où σ'_1 et σ'_3 représentent les contraintes principales extrêmes ($\sigma'_1 \geq \sigma'_2 \geq \sigma'_3$, avec la convention de signe suivante : les compressions sont comptées positivement).

Le potentiel plastique s'écrit, en fonction des contraintes principales extrêmes :

$$G(\sigma'_{ij}) = |\sigma'_1 - \sigma'_3| - (\sigma'_1 + \sigma'_3) \sin \psi \tag{3.10}$$

Lorsque les angles φ' et ψ sont égaux, la règle d'écoulement est « associée ».

La partie élastique du comportement est définie par l'élasticité linéaire isotrope de Hooke. Au total, le modèle élastique linéaire isotrope – parfaitement plastique avec le critère de Mohr-Coulomb comprend cinq paramètres mécaniques E' (module d'Young), ν' (coefficient de Poisson), c' (cohésion), φ' (angle de frottement) et ψ (angle de dilatance). Comme le sol n'est pas capable de supporter des contraintes de traction, on doit de plus avoir $\sigma_1' \geq 0$, $\sigma_2' \geq 0$, $\sigma_3' \geq 0$ (c'est-à-dire que la pyramide doit être tronquée par les trois plans fournis par ces conditions avec le signe d'égalité). Une limite peut être introduite pour la contrainte de rupture de traction (σ_t), ce qui correspond à l'introduction d'un critère supplémentaire (avec sa propre règle d'écoulement) et modifie ainsi le modèle initial de Mohr-Coulomb qui ne tient pas compte de ce paramètre.

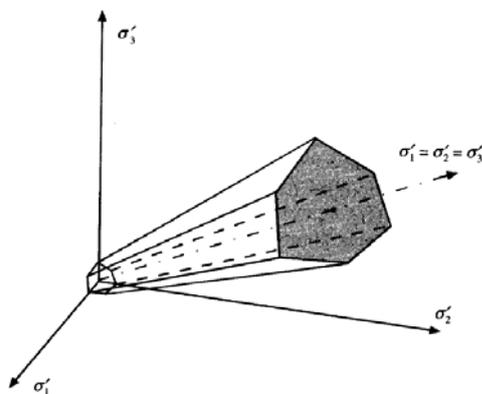


Figure 3.5– Condition de rupture de Mohr-Coulomb dans l'espace des contraintes principales (Nova, 2005)

L'équation (3.9) peut être considérée comme une généralisation du critère de Tresca (1864), initialement formulé pour les métaux. La surface de charge F de Tresca est mathématiquement donnée par la relation :

$$F(\sigma_{ij}) = |\sigma_1 - \sigma_3| - 2c = 0 \quad (3.11)$$

Le critère de Tresca est utilisé pour l'étude des sols fins (argile, limon) saturés, non drainés, en contraintes totales, à court terme, durant lequel la variation de volume est nulle. La Figure 3.6 présente le critère de Tresca dans l'espace des contraintes principales totales.

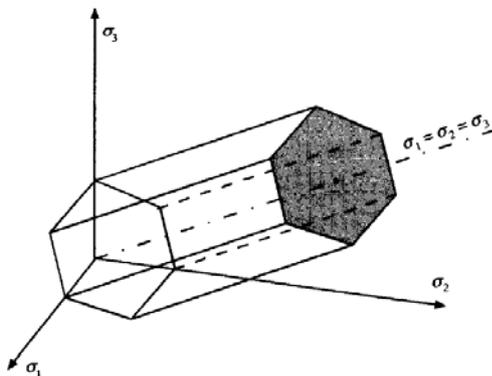


Figure 3.6– Condition de rupture de Tresca dans l'espace des contraintes principales totales (Nova, 2005)

Le cisaillement des sols pulvérulents ne s'effectue généralement pas à volume constant. L'angle dit « de dilatance » ψ indique le changement de volume qui accompagne la distorsion d'un matériau par cisaillement (Figure 3.7). En réalité, en se basant sur les résultats expérimentaux, on observe que $\psi < \phi$. Par exemple, pour des argiles normalement consolidées, la dilatance à la rupture est nulle alors que l'angle de frottement est normalement compris entre 20° et 30° . Pour les sables denses, la dilatance est de l'ordre de 10° , alors que l'angle de frottement peut dépasser 40° (Nova, 2005).

L'hypothèse d'une loi d'écoulement associée semble donc largement contredite par les résultats expérimentaux en ce qui concerne les sols. Pour cette raison, on utilise souvent des lois d'écoulement qui ne sont pas associées à la surface de plastification mais à une autre surface que l'on dénomme potentiel plastique, par rapport à laquelle l'incrément de déformation plastique est perpendiculaire ; on dit alors que l'on utilise une loi d'écoulement non associée. Dans ce cas le potentiel plastique est donné par l'équation (3.10).

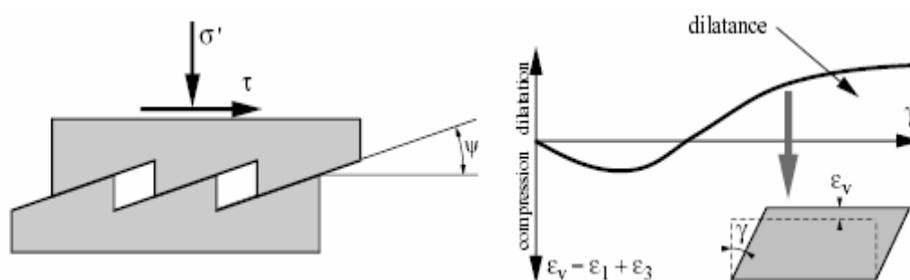


Figure 3.7–Dilatance par cisaillement

Pour un essai triaxial l'angle de dilatance est déterminé à partir de la représentation graphique de la variation de la déformation volumique e^v en fonction de la déformation axiale e_a . La Figure 3.8 représente la modélisation d'un essai triaxial de compression par le modèle élasto-plastique et le critère de Mohr-Coulomb et indique les relations qui existent entre les paramètres E' , ν' , c' , ϕ' et ψ , et les différentes pentes de la représentation théorique. En général, trois essais sont réalisés à différentes pressions de confinement pour déterminer les différents paramètres. Pratiquement, la cohésion c' et l'angle de frottement ϕ' sont calculés dans le plan de Mohr (σ , τ) à partir des états de contraintes à la rupture, estimés pour chaque essai triaxial.

De nombreuses études ont été effectuées pour montrer les facteurs qui influencent l'angle de frottement, notamment dans les cas des sols pulvérulents. A compacité donnée, l'angle de frottement est pratiquement indépendant de la teneur en eau du sol, mais augmente avec le diamètre moyen des grains. Il est plus élevé pour les sols à grains anguleux que pour les sols à grains ronds, et pour un état de surface rugueux que pour un état de surface lisse des grains (Magnan, 1991).

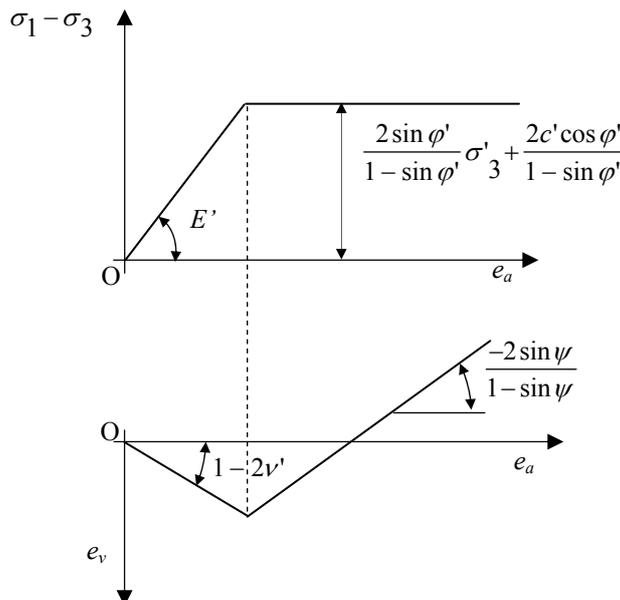


Figure 3.8– Modélisation d’un essai triaxial de compression par la loi de Mohr-Coulomb (Mestat, 1993)

Le tableau 3.4 donne les valeurs des paramètres de résistance au cisaillement de quelques types de sols pulvérulents et cohérents. On peut noter que les sols pulvérulents n’ont pratiquement pas de cohésion ($c' = 0$ ou quelques kiloPascals qui reflètent une certaine cohésion de cimentation en place) et que les sols cohérents ont une cohésion de 10 ou 20 kiloPascals.

Tableau 3.4– Valeurs typiques des caractéristiques de résistance au cisaillement des sols (Magnan, 1991)

Type de sol	c' (kPa)	φ' (degrés)
Argile organique (normalement consolidées)	11	31
Argile verte (surconsolidée)	19	20
Vase	13	26
Marne	25	28
Sable fin	0	37
Sable lâche	0	32
Sable fin argileux	10	40
Sable argileux	0	39
Ballast	0	45

L’angle de dilatance ψ est généralement compris entre 0 et 20 degrés. Les sables lâches et les argiles ont des valeurs faibles (quelques degrés ou zéro). D’une manière générale, l’angle de frottement est pratiquement toujours supérieur à l’angle de dilatance.

Le module d’élasticité dépend du niveau de déformations où il est estimé et de la pression de confinement. Afin de fixer les idées, on donne ci-après des ordres de grandeur des modules d’élasticité ainsi que les valeurs couramment adoptées pour le coefficient de Poisson (Philipponnat et Hubert, 2008).

- Argile : $E' = 2$ à 30 MPa
 $E_u = 4$ à 50 MPa
- Sable : $E' = 10$ à 100 MPa
 E_u n'a pas de sens, le sable étant drainé (sauf en sollicitations sismiques, dans certains cas).

Les valeurs habituellement retenues pour le coefficient de Poisson sont :

$\nu = 0,5$ si les sols sont saturés (déformation à volume constant)

$\nu = \nu' = 0,3$ dans les autres cas.

3.3. Modélisation numériques des ouvrages géotechniques

La modélisation numérique par la méthode des éléments finis et la méthode des différences finies est basée sur la discrétisation du milieu étudié pour résoudre les équations différentielles qui régissent son comportement. La démarche consiste dans un premier temps à construire un maillage prenant en compte les différents éléments du système (Figure 3.9), puis à choisir les lois de comportement pour chaque matériau et enfin à résoudre le problème numériquement.

Aujourd'hui la majorité des codes de modélisation numérique sont conçus pour faire des analyses bidimensionnelles (déformation plane ou axisymétrie) et tridimensionnelles. Les calculs tridimensionnels sont plus lourds que les calculs bidimensionnels ; l'art de l'ingénieur réside essentiellement dans son aptitude à choisir judicieusement des modèles aussi simples que possibles.

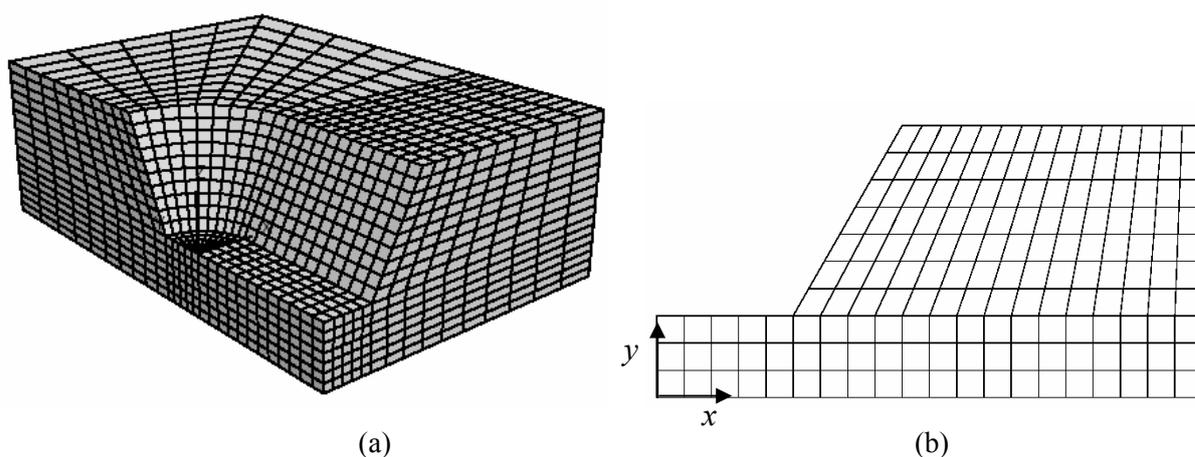


Figure 3.9– Exemples de maillages utilisés pour l'étude de la stabilité d'une pente
 (a) modèle tridimensionnel ; (b) modèle bidimensionnel

Le tableau 3.5 résume d'une manière très générale les problèmes posés par les approches bidimensionnelle et tridimensionnelle. D'après Mestat (1998), les calculs bidimensionnels sont généralement du côté de la sécurité en exagérant les déformations et en surestimant les contraintes. Les modèles bidimensionnels permettent bien sûr de réduire considérablement les temps de calcul. En effet, pour de nombreux problèmes tridimensionnels, les maillages raffinés sont difficiles, voire impossibles à réaliser, car la taille des systèmes matriciels peut très vite dépasser la capacité des ordinateurs utilisés, notamment pour des calculs non-linéaires complexes.

Tableau 3.5– Avantages et inconvénients des modèles d'ouvrages géotechniques (Mestat, 1998).

Type de modèle	Avantages	Inconvénients - Limitations
Modèle axisymétrique	<ul style="list-style-type: none"> - Prise en compte d'une géométrie tridimensionnelle particulière - lois de comportement et état initial quelconques - études paramétriques faciles - approche biphasique possible - éléments de contact - phasage de travaux 	<ul style="list-style-type: none"> - ouvrage à symétrie de révolution - respect des conditions de symétrie de révolution pour les terrains - chargement de révolution ou décomposable en une série de Fourier
Modèle plan (longitudinal ou transversal)	<ul style="list-style-type: none"> - lois de comportement et état initial quelconques - études paramétriques faciles - approche biphasique possible, calcul de surface libre - éléments de contact - phasage de travaux 	<ul style="list-style-type: none"> - hypothèse d'un ouvrage de grande longueur (modèle transversal) et ou d'une largeur suffisante (modèle longitudinal) - chargement par mètre linéaire - simulation approximative des renforcements
Modèle tridimensionnel	<ul style="list-style-type: none"> - géométrie réelle de l'ouvrage et de son environnement - groupe de structures - contraintes initiales quelconques - effet tridimensionnel des renforcements - éléments de contact - phasage de travaux simplifié 	<ul style="list-style-type: none"> - maillages pas assez raffinés - durée des calculs - lois de comportement simples - approche biphasique et évolution dans le temps délicates à mener - complexité des interactions sols-structure (maillage fin requis) - études paramétriques coûteuses

3.4. Présentation des codes de modélisation numérique FLAC (2005) et FLAC^{3D} (2006)

3.4.1. Domaine d'application

FLAC (Fast Lagrangian Analysis of Continua) et FLAC^{3D} (Fast Lagrangian Analysis of Continua in 3 Dimensions) sont des codes en différences finies explicites, développés par la société américaine Itasca Consulting Group. Ils simulent le comportement des sols, roches ou autres matériaux qui se plastifient quand leur surface de charge est atteinte. FLAC a été conçu pour opérer dans un espace bidimensionnel ; l'utilisateur construit alors son maillage dans un plan et admet implicitement qu'il bénéficie longueur dans la direction perpendiculaire égale à l'unité. Les forces appliquées sur ce type de modèle ne s'expriment pas en Newton, mais en Newton par mètre (force par unité de longueur). FLAC^{3D} est, lui, un outil avancé pour mener à bien des études complexes à trois dimensions de géotechnique et d'interaction sol-roche / structures. Une des spécificités de FLAC et de FLAC^{3D} (et de tous les logiciels d'Itasca) est le macro-langage FISH, qui permet à l'utilisateur de définir de nouvelles variables, procédures et sorties graphiques.

Des éléments de structure sont disponibles dans les deux codes et rendent ainsi possible l'analyse de nombreux problèmes d'interaction sol-structure. FLAC et FLAC^{3D} intègrent de nombreux modèles constitutifs, adaptables à un grand nombre de matériaux, géologiques ou non. Chacun d'entre eux nécessite l'apport de paramètres mécaniques spécifiques, descriptifs de la rhéologie du matériau. Les matériaux sont représentés par des éléments ou des zones qui forment le maillage ajusté par l'utilisateur pour avoir la forme de l'objet à modéliser. Chaque élément se comporte, selon sa description, par une loi contrainte/déformation linéaire ou non linéaire aux chargements appliqués ou aux conditions aux limites imposées. Le matériau peut se plastifier et s'écouler et le maillage peut subir des grandes déformations.

Grâce à leurs nombreuses fonctionnalités, FLAC et FLAC^{3D} résolvent de multiples problèmes :

- dimensionnement de pentes, talus ou fouilles et analyse de leur stabilité ;
- dimensionnement de fondations superficielles et profondes ;
- étude de barrages en terre ou en béton ;
- excavations souterraines avec phasages complexes ;
- interaction sol-structure ;
- matériaux à loi de comportement spécifique développée par l'utilisateur.

3.4.2. Les différences finies

Billiaux et Cundall (1993) ont indiqué que la méthode des différences finies est la plus ancienne technique numérique utilisée pour résoudre des systèmes d'équations différentielles avec conditions initiales et conditions aux limites données. Dans cette méthode, toute dérivée est remplacée directement par une expression algébrique écrite en fonction des variables de champs (c'est-à-dire les contraintes ou les déplacements) uniquement définies au niveau de points discrets dans l'espace. Par ailleurs, dans la méthode des éléments finis, les contraintes et déplacements varient pour chaque élément suivant des fonctions spécifiques contrôlées par des paramètres.

La méthode des différences finies, ainsi que la méthode des éléments finis, produisent un système d'équations algébriques à résoudre, avec quelques différences. Par exemple, la méthode des éléments finis combine les matrices de chaque élément dans une grande matrice globale, tandis que la méthode des différences finies actualise des équations à chaque pas de calcul. Il est généralement reconnu que la méthode des différences finies adopte une discrétisation du milieu en mailles rectangulaires. La méthode Wilkins (1964) permet de formuler les équations des différences finies pour des éléments quelconques ; cette méthode a été retenue par la société Itasca. En utilisant la méthode de Wilkins, on peut donner n'importe quelle forme aux limites et faire varier les propriétés d'un élément à l'autre ; de ce point de vue, la méthode des différences finies est donc aussi performante que la méthode des éléments finis.

3.4.3. Analyse Lagrangienne

Les codes FLAC et FLAC^{3D} utilisent des éléments Lagrangiens, dont la géométrie est réactualisée à chaque pas de temps ; selon son principe de fonctionnement, chaque incrément de déplacement est ajouté aux coordonnées de la grille, qui se déplace et se déforme au fur et à mesure des sollicitations (principe des grandes déformations). Au contraire, avec une formulation de type Eulérienne, le matériau se déplace et se déforme relativement à une grille fixe (principe des petites déformations).

3.4.4. La résolution en mode explicite

La méthode de résolution explicite s'inspire du principe de propagation et de dissipation de l'énergie cinétique au sein d'un corps déformable en mouvement. En effet, le schéma de résolution explicite intègre ce phénomène physique en considérant les équations de la dynamique du mouvement.

FLAC et FLAC^{3D} appliquent le schéma de résolution explicite. Billiaux et Cundall (1993) ont expliqué la séquence de calcul générale de la méthode, qui est illustrée sur la Figure 3.10. Les

équations du mouvement sont utilisées pour calculer de nouvelles vitesses et donc de nouveaux déplacements à partir des contraintes et des forces appliquées. Ensuite, les taux de déformation sont déduits des vitesses et la loi de comportement du matériau est utilisée pour déduire de nouvelles contraintes et forces nodales. Chaque parcours de cette boucle représente un pas de temps, Δt .

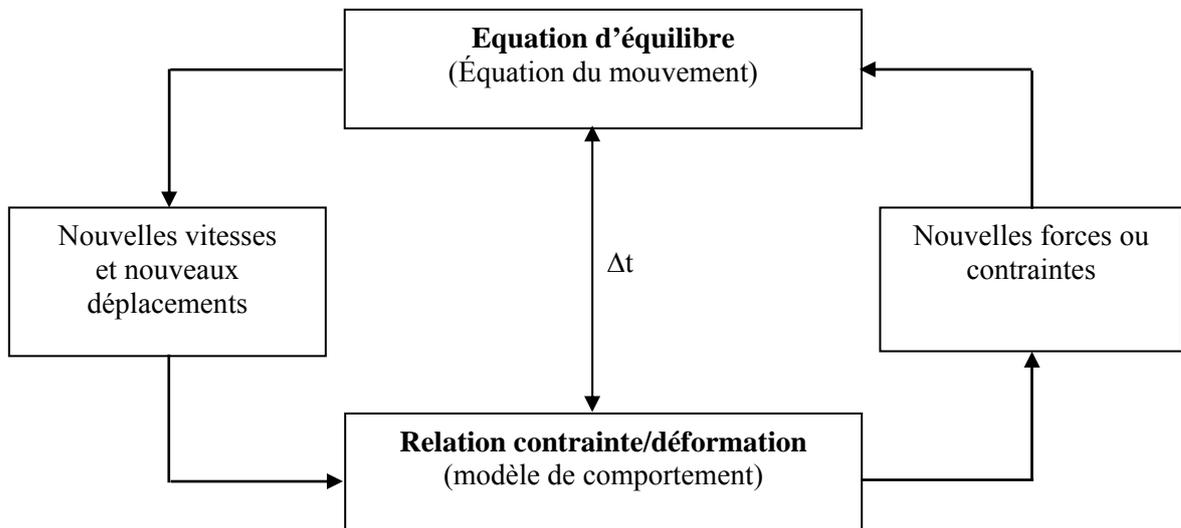


Figure 3.10– Séquence de calcul explicite par différences finies, pour un pas de temps Δt , d'après Billiaux et Cundall (1993)

Pour constituer un algorithme opérationnel, les mouvements doivent être amortis de manière à atteindre l'état stationnaire (équilibre ou écoulement permanent) en un minimum de cycles. La technique d'amortissement du déséquilibre d'un système est basée sur le suivi et la réduction de deux variables. Il s'agit des forces non équilibrées ("unbalanced forces") et des vitesses nodales. L'amortissement utilisé consiste à imposer à chaque nœud une force dont le module est proportionnel à celui de la force non équilibrée, issue du cycle de calcul précédent et dont la direction est telle qu'elle produit toujours un travail dissipatif.

La force maximale non équilibrée est déterminée pour l'ensemble des nœuds. Dans les codes FLAC et FLAC^{3D} l'évolution de cette force peut être affichée sur l'écran ou visualisée comme une courbe. Cette force est importante pour l'indication de l'équilibre du modèle. Aussi, on peut remarquer la variation de R appelé rapport d'équilibre ("equilibrium ratio") qui est défini comme le plus grand rapport de la force non équilibrée maximale à la force maximale appliquée, parmi tous les nœuds ("gridpoints"). Une valeur de R de 1% à 0.1% peut être acceptable pour l'indication de l'équilibre en fonction du degré de précision voulu: $R = 1\%$ peut être considérée

suffisante pour une étape intermédiaire dans une séquence d'opérations, tandis que $R = 0.1\%$ peut être utilisé pour un état final.

Le schéma de résolution explicite permet de ne pas combiner les matrices élémentaires, ce qui donne un gain substantiel de place mémoire, mais un grand nombre d'itérations ; ainsi seules les variables à la fin de chaque pas de temps sont stockées ; par contre, dans la méthode implicite (éléments finis) une matrice de rigidité doit être stockée. Le tableau 3.6 présente une comparaison des méthodes explicites et implicites. On peut voir que les méthodes explicites ne sont pas compétitives pour la résolution de problèmes linéaires, en petites déformations ; elles trouvent par contre, leur application pour l'étude des systèmes plus complexes, par exemple des non-linéarités, de grandes déformations ou des instabilités physiques.

Tableau 3.6– Comparaison des méthodes explicite et implicite, d'après Billiaux et Cundall (1993)

Méthode Explicite	Méthode Implicite
Le pas de temps doit être inférieur à une valeur limite critique pour assurer la stabilité	Pas de restriction sur le pas de temps, au moins pour certains schémas de résolution
Peu de calculs par pas de temps	Nombreux calculs par pas de temps
Pas d'amortissement numérique significatif introduit pour les problèmes dynamiques	Amortissement numérique dépendant du temps pour les schémas inconditionnellement stables
Prise en compte de lois de comportement non-linéaires sans itérations supplémentaires	Nécessité d'une procédure itérative pour la prise en compte de comportements non-linéaires
Si le pas de temps est inférieur à sa valeur critique, une loi non-linéaire est toujours suivie d'une manière correcte	Il est toujours nécessaire de démontrer que la procédure est : (a) stable, et (b) physiquement correcte, c'est-à-dire qu'elle permet de suivre un chemin de contraintes physiquement correct
Aucune matrice n'est construite. La mémoire nécessaire est minimum	Une matrice de rigidité doit être stockée. La mémoire nécessaire est importante
Aucune matrice n'étant construite, des grandes déformations et de grands déplacements peuvent être pris en compte avec quasiment aucun calcul supplémentaire	Des calculs supplémentaires sont nécessaires pour suivre de grandes déformations et de grands déplacements.

3.4.5. Méthodologie de modélisation par FLAC et FLAC^{3D}

La formulation des codes FLAC et FLAC^{3D} est parfaitement adaptée à la modélisation des problèmes de géomécanique en plusieurs phases, comme une séquence excavation – construction –chargement. La Figure 3.11 montre l'organigramme présenté dans le manuel de FLAC et FLAC^{3D} pour expliquer les grandes lignes de la stratégie utilisée pour modéliser l'excavation d'une tranchée. La simulation se fait par phases et la réponse du système est systématiquement examinée après chacune des phases de calcul pour s'assurer de la validité des résultats.

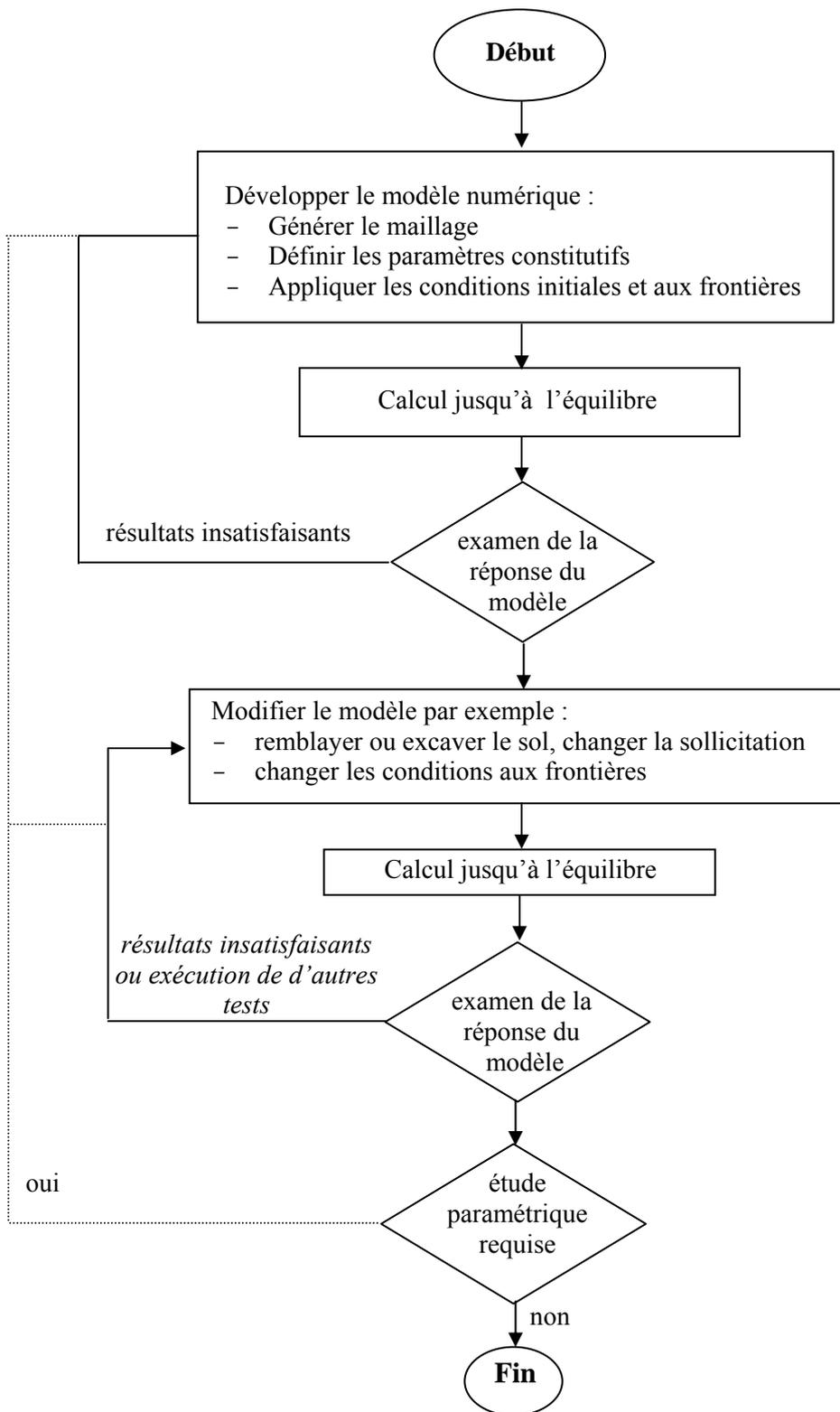


Figure 3.11– Méthodologie de modélisation numérique d’après le manuel de FLAC (2005) et FLAC^{3D} (2006)

3.5. Conclusions

Le modèle de comportement élasto-plastique avec critère de Mohr-Coulomb, présenté dans ce chapitre, permet une description satisfaisante du comportement des massifs de sol. Ce modèle présente aussi l'avantage d'une simplicité dans les concepts et dans leur traduction mathématique et ne nécessite qu'un faible nombre de paramètres à identifier. Egalement, elle est bien adaptée à l'introduction dans un code de calcul numérique.

Les ouvrages géotechniques ont un comportement complexe ; la modélisation numérique permet aux ingénieurs de prévoir le comportement de ce qui trop complexe pour être appréhendé complètement. La modélisation numérique, par la méthode des éléments finis ou la méthode des différences finies, permet de déterminer la capacité portante d'une fondation superficielle, ainsi que son comportement global, quel que soit le chemin de chargement, à condition de représenter correctement le comportement des différents matériaux.

La plupart des logiciels de modélisation sont de type "boîte noire", ce qui limite leur domaine d'application. L'outil de modélisation numérique ne doit pas être restreint à trouver uniquement une solution aux données introduites. La formulation des codes FLAC et FLAC^{3D}, donne la possibilité de tester différentes idées, de développer de nouveaux modèles de comportement et de modéliser les séquences de construction.

Chapitre IV

Capacité portante des semelles filantes et circulaires

4.1. Introduction

Le problème du calcul de la capacité portante d'une semelle filante a fait l'objet de très nombreuses études théoriques et expérimentales. Toutefois, les semelles réelles sont généralement de type tridimensionnel, le plus souvent carrées, circulaires ou rectangulaires. L'objectif de ce chapitre est d'indiquer les modifications qu'il faut apporter à la capacité portante d'une semelle filante, pour tenir compte du cas d'une semelle circulaire ; le code FLAC (Fast Lagrangian Analysis of Continua) en différences finies explicites est utilisé pour l'évaluation des coefficients de forme de la capacité portante d'une semelle circulaire supposée rigide, sous charge verticale et centrée, sur un sable. Les résultats numériques obtenus par cette étude sont comparés aux valeurs issues des formulations disponibles dans la littérature. On note qu'une partie de ce chapitre a fait déjà l'objet d'une communication dans la conférence internationale de géotechnique, organisée à Hammamet les 25-27 octobre 2010.

4.2. Présentation des cas étudiés

Dans cette étude on considère deux types de calcul ; le premier en déformation plane pour déterminer la capacité portante d'une semelle filante de largeur B , tandis que le second en configuration axisymétrique pour étudier la capacité portante d'une semelle circulaire de diamètre B et de rayon $r = B/2$. Dans les deux cas, la semelle est supposée rigide, rugueuse ou lisse, et soumise à une charge verticale centrée ; du fait de la symétrie du problème, seule la moitié du modèle est prise en considération (Figure 4.1). Pour calculer les facteurs de portance N_γ et N_γ' on suppose un massif du sol pesant et purement frottant sans surcharge ($\gamma \neq 15 \text{ kN/m}^3$, $c = 0$, $q = 0$). Les facteurs N_c et N_c' sont calculés en supposant un massif frottant et cohérent, mais non pesant sans surcharge ($\gamma = 0$, $c = 10 \text{ kPa}$, $q = 0$). Enfin, les facteurs N_q et N_q' sont calculés en supposant un massif purement frottant, non pesant et chargé latéralement par rapport à la fondation ($\gamma = 0$, $c = 0$, $q = 10 \text{ kPa}$).

A partir de l'équation (1.1) de Terzaghi (1943), les trois facteurs de portance d'une semelle filante et circulaire, sont donnés par les relations suivantes:

$$N_\gamma = 2q_{u(fil)} / \gamma B \quad (\text{filante}) \tag{4.1}$$

$$N'_\gamma = 2q_{u(cir)} / \gamma B \quad (\text{circulaire}) \tag{4.2}$$

$$N_c = q_{u(fil)} / c \quad (\text{filante}) \tag{4.3}$$

$$N'_c = q_{u(cir)} / c \quad (\text{circulaire}) \tag{4.4}$$

$$N_q = q_{u(fil)} / c \quad (\text{filante}) \tag{4.5}$$

$$N'_q = q_{u(cir)} / c \quad (\text{circulaire}) \tag{4.6}$$

Les coefficients de forme s_γ, s_c, s_q sont donnés par les relations suivantes :

$$s_\gamma = \frac{N'_\gamma}{N_\gamma} \tag{4.7}$$

$$s_c = \frac{N'_c}{N_c} \tag{4.8}$$

$$s_q = \frac{N'_q}{N_q} \tag{4.9}$$

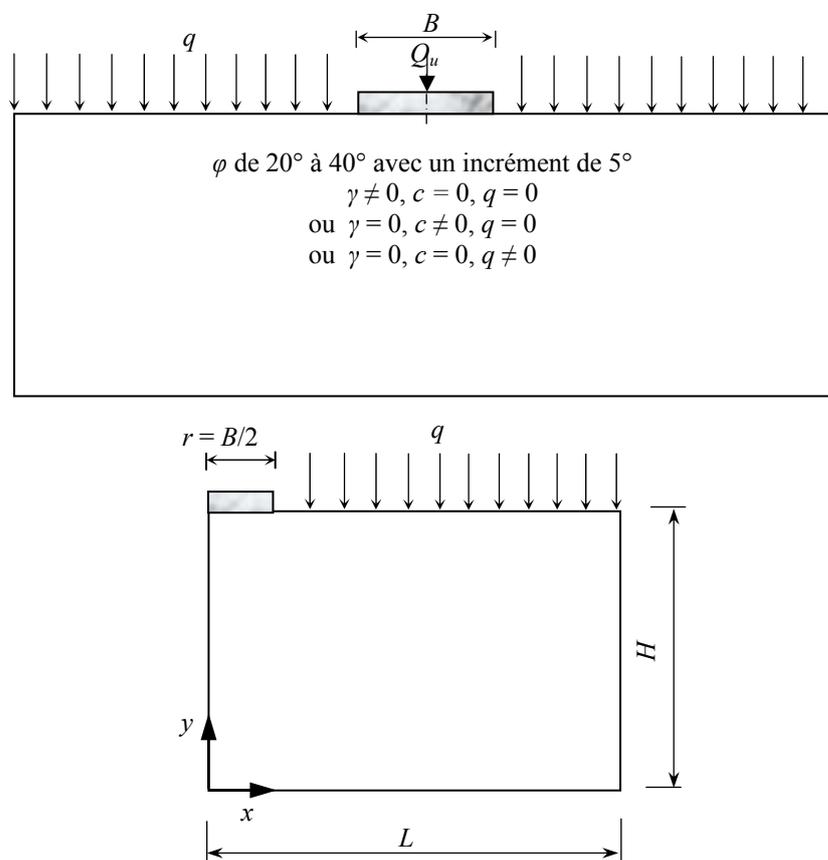


Figure 4.1– Présentation du problème

4.3. Procédure de modélisation numérique

Pour calculer la capacité portante d'une semelle filante et circulaire, le code FLAC (2005) en différences finies explicites a été choisi. Ce code intègre de nombreuses lois de comportement, adaptables à un grand nombre de matériaux, géologiques ou non. Dans cette étude le comportement du sol est régi par une loi élastique linéaire isotrope - parfaitement plastique et le critère de Mohr-Coulomb a été adopté ; la partie élastique de ce modèle est caractérisé par un module volumique $K = 2,5 \times 10^4$ kPa et un module de cisaillement $G = 1,15 \times 10^4$ kPa (qui équivalent à $E = 30$ MPa et $\nu = 0,3$).

La condition d'une semelle rigide (indéformable), est assurée en imposant un déplacement vertical uniforme aux nœuds de la semelle ; l'interface rugueuse est assurée en bloquant les déplacements relatifs horizontaux pour les nœuds de la semelle ; le déplacement est fixé uniquement dans la direction verticale pour tenir compte du cas d'une semelle lisse. Pour calculer les facteurs de portance, une technique de chargement par déplacement a été adoptée, en considérant une vitesse de déplacement très faible, appliquée sur les nœuds des éléments qui représentent la semelle ; le déplacement progressif de la semelle est accompagné par l'augmentation des contraintes dans le sol ; la contrainte au-dessous de la semelle se stabilise pour une valeur qui indique un palier ; ce palier correspond à la capacité portante q_u . Comme dans tous les codes de modélisation basés sur la méthode des éléments finis ou les différences finies, le modèle est discrétisé par un maillage. Frydman et Burd (1997) ont montré la dépendance du facteur de portance N_γ de la géométrie du maillage utilisé et de la vitesse de déplacement verticale ; le raffinement du maillage avec une forme d'éléments proche du carré, ainsi que le choix d'une vitesse de déplacement très faible, donnent les meilleurs résultats, surtout pour le cas d'une semelle rugueuse.

De nombreux tests ont été exécutés pour examiner l'influence de la taille du modèle, le nombre d'éléments et la vitesse de déplacement sur la capacité portante ; les dimensions du maillage ont été considérées avec une semelle circulaire de rayon $r = B/2 = 1$ m et une demi largeur $B/2 = 1$ m pour le cas d'une semelle filante. Les conditions aux limites sont prises en compte en bloquant les déplacements horizontaux et verticaux pour la limite inférieure ; pour les limites latérales, le déplacement est bloqué dans la direction horizontale.

Les conditions aux limites sur les frontières du modèle, ainsi que le maillage adopté pour l'étude d'une semelle filante et circulaire sont illustrés sur la Figure 4.2 ; un raffinement local du maillage a été effectué dans les zones de forts gradients de contraintes, c'est-à-dire au voisinage de la fondation et sous sa base ; les dimensions du modèle ont été définies de façon à éviter toute source de perturbation dans la formation des mécanismes de rupture dans le sol.

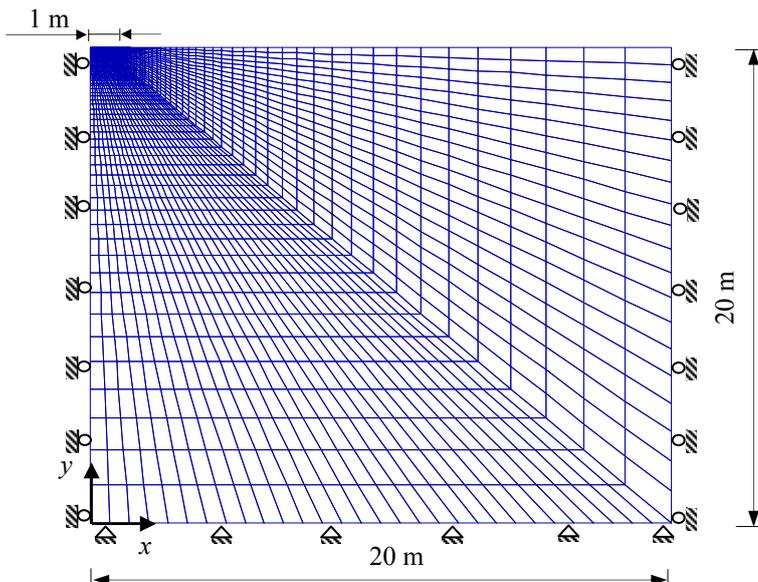


Figure 4.2– Maillage et conditions aux limites pour l’analyse d’une semelle filante ou circulaire

Afin d’illustrer l’influence du module d’élasticité sur la capacité portante, trois valeurs ont été considérées ($E = 20, 40$ et 60 MPa) pour le cas d’une semelle filante et $\varphi = 30^\circ$, $q = 0$ et $c = 0$. La Figure 4.3 montre les résultats obtenus ; on peut remarquer que les valeurs des paramètres élastiques ont une petite influence sur la capacité portante ; de plus, si les valeurs de E choisies sont élevées, la capacité portante est atteinte pour un déplacement plus petit. On note aussi que le poids volumique γ a une influence négligeable sur les facteurs de portance ; dans cette étude $\gamma = 15$ kN/m³.

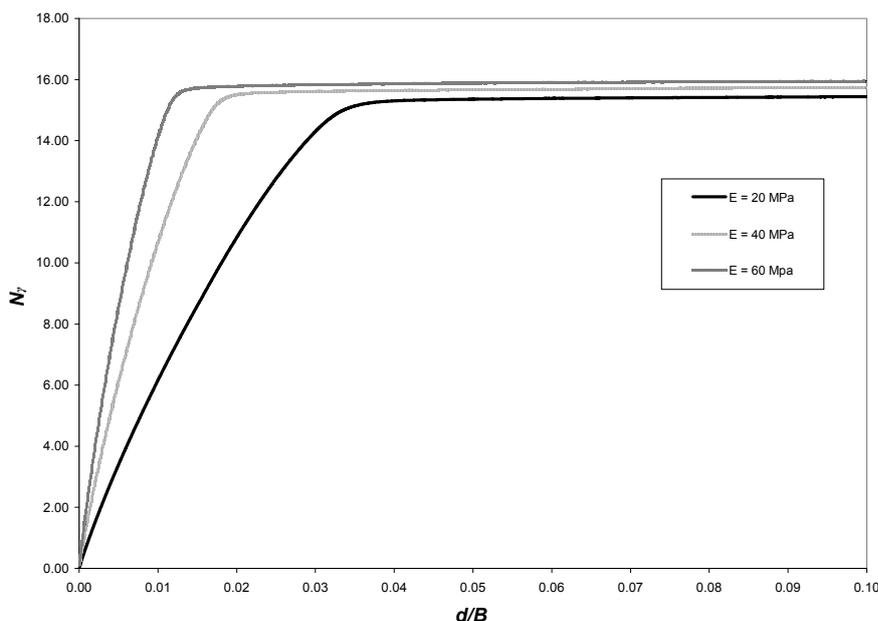


Figure 4.3– Variation du facteur N_r en fonction du rapport d/B (déplacement du centre de la semelle/largeur de la semelle) pour différentes valeurs du module d’élasticité E .

Pour calculer les coefficients de forme, le même maillage a été utilisé en déformation plane et en symétrie de révolution ; pour cette dernière configuration, un système de coordonnées cylindriques est utilisé (l'axe x correspondant à la direction radiale). Seulement l'abscisse positive de l'axe x peut être employée pour générer le maillage axisymétrique. Tous les nœuds correspondant à l'axe de symétrie, $x = 0$, sont fixés dans la direction x et tout déplacement dans le plan x - y provoque une contrainte dans la direction circonférentielle.

4.4. Résultats et discussions

4.4.1. Facteurs de portance N_γ et N_γ'

La Figure 4.4 compare les valeurs de N_γ obtenues par la présente étude avec celles trouvées par différentes méthodes de résolution (purement numériques ou non) ; la présente étude montre l'effet de la non-associativité sur le facteur de portance N_γ ; cet effet devient important avec l'augmentation de φ ; le facteur de portance N_γ est réduit de 44% pour le cas d'une semelle rugueuse avec $\varphi = 40^\circ$ et $\psi = 0$, par rapport au cas associé ($\psi = \varphi$).

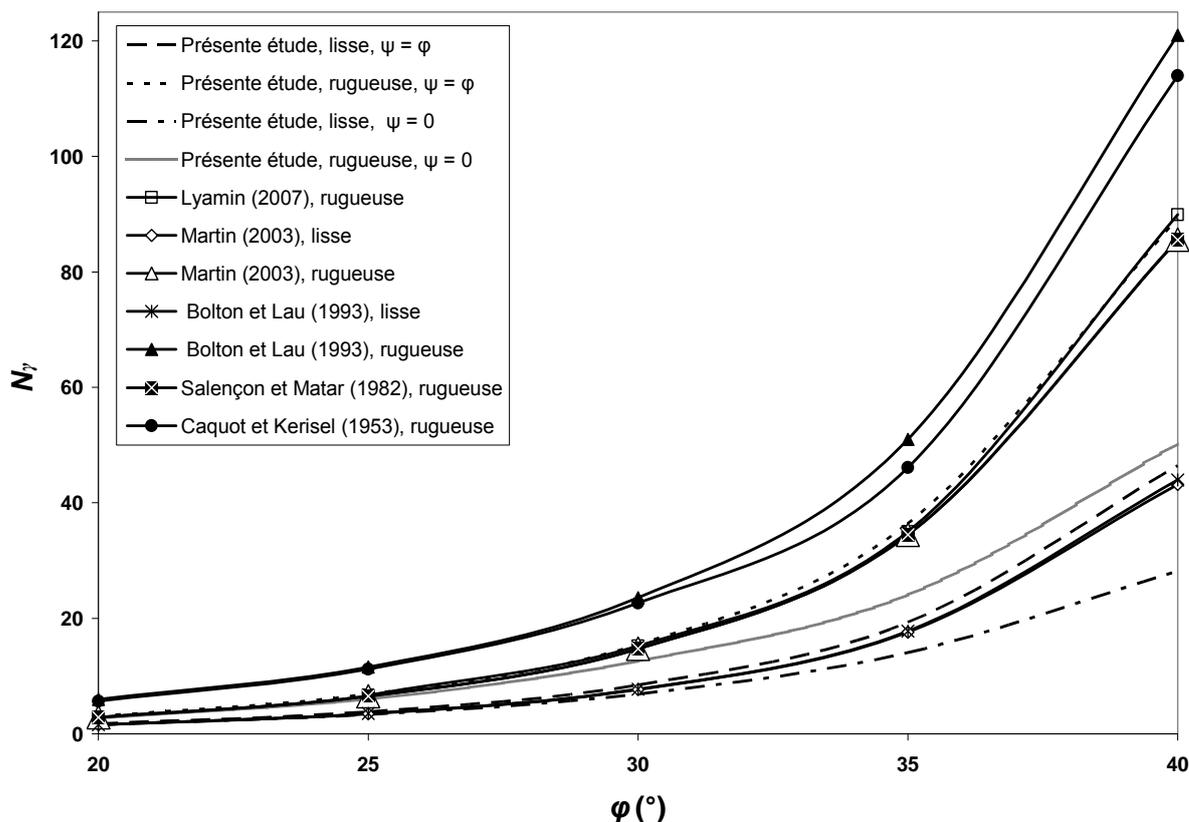


Figure 4.4– Comparaison de N_γ obtenu par la présente avec les résultats des différentes méthodes de résolution – Semelle filante

Les autres résultats sur la Figure 4.4 ont été obtenus en considérant un sol associé. Il est intéressant de noter que l'analyse numérique avec une règle d'écoulement associée montre une réponse charge-déplacement stable, tandis que, dans le calcul avec une règle d'écoulement non-associée, des fluctuations numériques dans les courbes sont observées (Figure 4.5) ; cette question a été précédemment discutée dans la littérature (de Borst et Vermeer, 1984 ; Yin et al. 2001). Il est difficile d'estimer les valeurs de facteur de portance dans la série des fluctuations ; dans cette étude la valeur moyenne a été retenue.

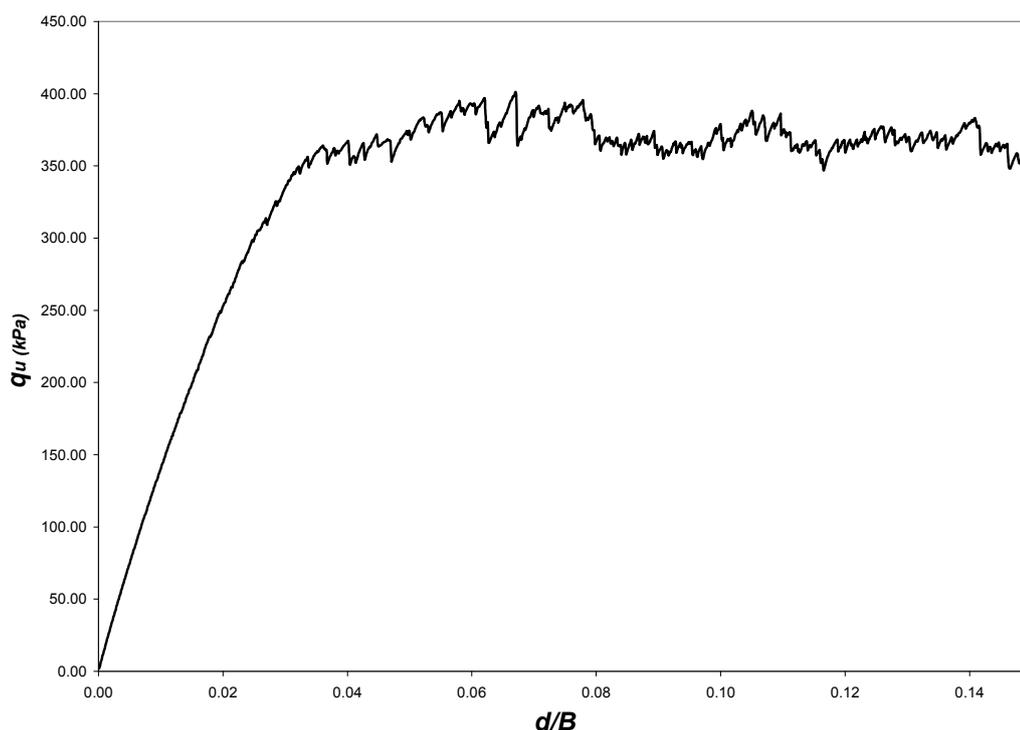


Figure 4.5– Variation de q_u en fonction du rapport d/B (déplacement du centre de la semelle/largeur de la semelle) pour $\psi = 0$, $\varphi = 35^\circ$

Pour le cas d'une semelle rugueuse et $\psi = \varphi$, les résultats de la présente étude sont en bonne concordance avec ceux de Martin (2003) et Salençon et Matar (1982), surtout pour les faibles valeurs de φ ; également, on peut remarquer l'excellent accord entre les présents résultats et ceux de Lyamin (2007). D'autre part, les résultats de Caquot et Kérisel (1953) et de Bolton et Lau (1993) sont les plus élevés. La présente étude donne des résultats proches à ceux de Martin (2003) pour le cas d'une semelle lisse, avec $\psi = \varphi$, et confirme l'effet important de l'interface sur le facteur N_γ ; le rapport de N_γ d'une semelle rugueuse à celui d'une semelle lisse, atteint jusqu'à deux pour $\varphi = 40^\circ$.

La Figure 4.6 présente une comparaison entre les valeurs de N_y de la présente étude et celles déterminées par les expressions analytiques données dans le Tableau 1.10. L'analyse des résultats montre une grande dispersion, surtout pour les valeurs importantes de l'angle de frottement interne φ . Les valeurs de N_y obtenues par l'expression de Michalowski (1997) pour une semelle rugueuse et $\psi = \varphi$ sont les valeurs supérieures ; par ailleurs, lorsque $\psi = 0$, les considérations théoriques de Drescher et Detournay (1993), adoptés par Michalowski (1997), sous-estiment la capacité portante. L'expression de Loukidis et Salgado (2009) pour une semelle rugueuse avec $\psi = \varphi$, donne à peu près les mêmes valeurs que celles calculées par Hjjaj et al. (2005) ; l'expression de Hansen (1970) s'accorde très bien avec ces deux expressions, sauf pour $\varphi = 40^\circ$.

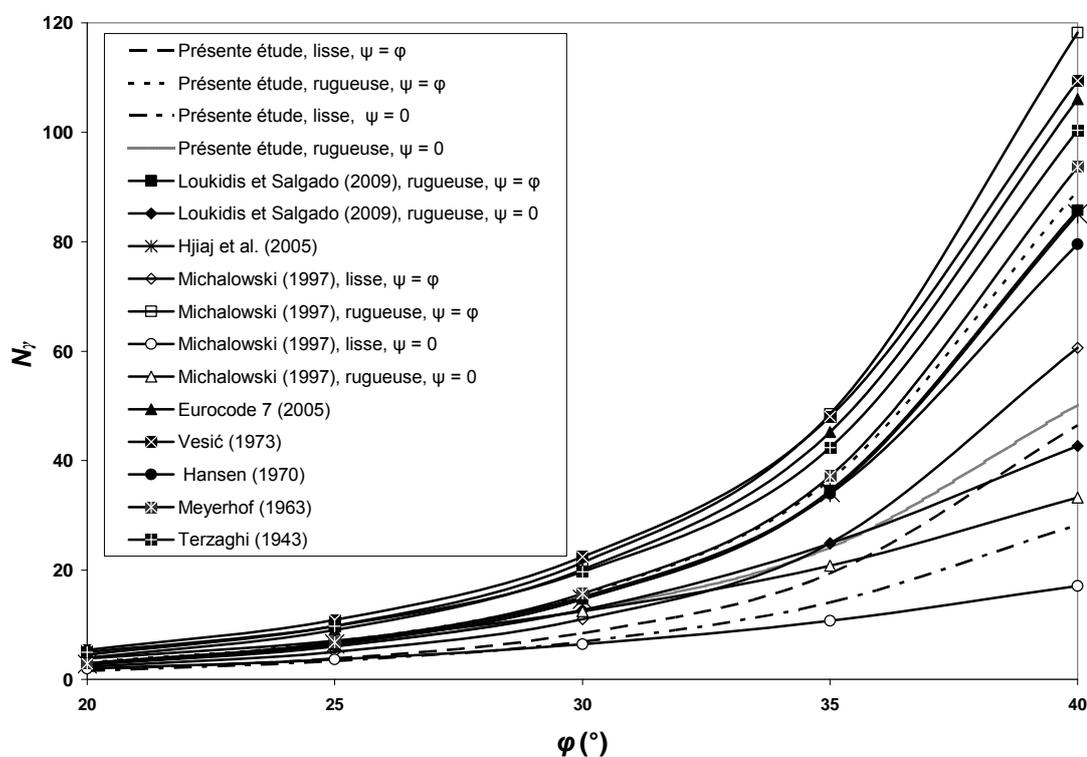


Figure 4.6– Comparaison de N_y obtenu par la présente étude avec les résultats des expressions données dans le Tableau 1.10 – Semelle filante

Pour un sol non-associé ($\psi = 0$) et $\varphi \leq 35^\circ$ les résultats de la présente étude sont en excellent accord avec ceux donnés par l'expression de Loukidis et Salgado (2009) ; pour $\varphi = 40^\circ$, il apparaît que cette expression donne des valeurs faibles ; cette différence peut être due au problème des fluctuations expliqué précédemment. La Figure 4.6 montre que pour une semelle rugueuse avec $\psi = \varphi$, les résultats de la présente étude sont en bon accord avec ceux obtenus par l'expression de Meyerhof (1963) ; l'écart maximal est de l'ordre 5%. On peut également observer que les expressions de Vesic (1973), de l'Eurocode 7 (2005) et de Terzaghi (1943) donnent des valeurs supérieures.

La Figure 4.7 montre l'évolution du facteur N_{γ}' en fonction de φ ; sur cette figure sont présentés les résultats de Martin (2003), Cassidy et Houlsby (2002), Bolton et Lau (1993) et Salençon et Matar (1982) qui ont appliqué la méthode des lignes de glissement en axisymétrie, ainsi que ceux de Lyamin et al. (2007) déterminés par l'analyse limite tridimensionnelle en éléments finis ; il est indispensable de noter que toutes ces études considèrent un sol associé ($\psi = \varphi$). D'une manière générale, on peut remarquer le bon accord entre les résultats obtenus par les différentes méthodes, à l'exception des résultats de Bolton et Lau (1993) dans le cas d'une semelle rugueuse, qui surestiment le facteur N_{γ}' ; cependant, les valeurs de la présente étude surestiment légèrement le facteur N_{γ}' par rapport aux autres auteurs. Également, la capacité portante de la semelle circulaire est influencée par la valeur de l'angle de dilatance ψ ; cette influence croît avec l'augmentation de φ ; pour une semelle rugueuse et $\varphi = 40^\circ$ la différence atteint 45%.

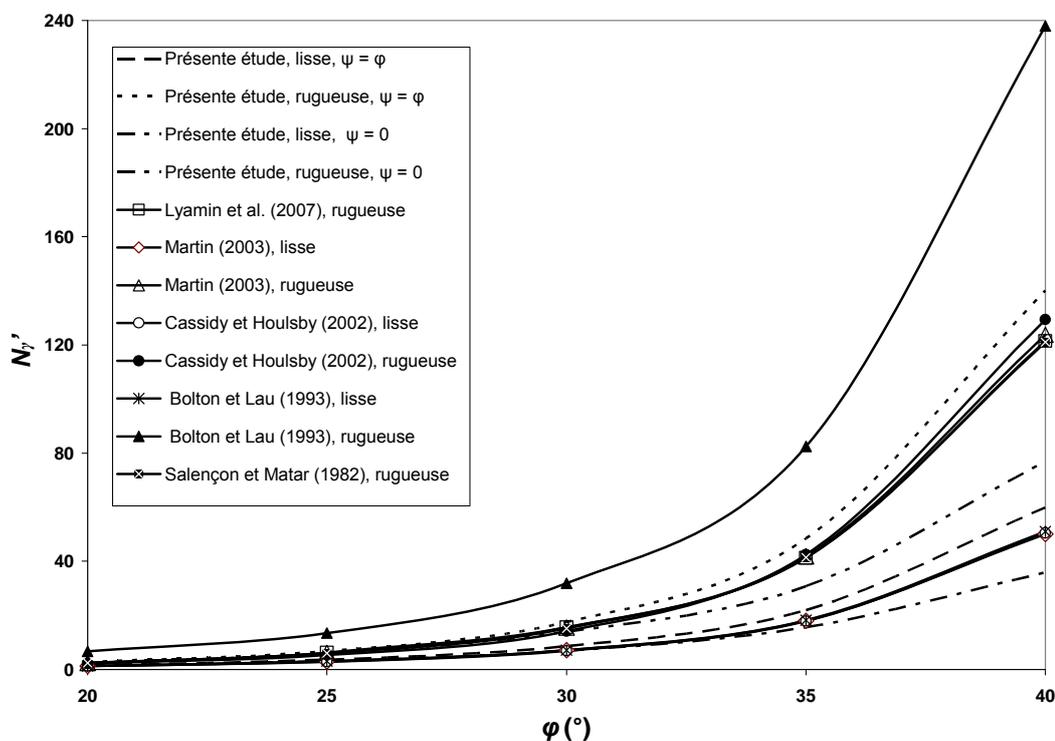


Figure 4.7– Comparaison de N_{γ}' obtenu par la présente étude avec les résultats des différentes méthodes de résolution – Semelle circulaire

Pour examiner les expressions du coefficient de forme s_{γ} utilisées dans la pratique, la Figure 4.8 montre les facteurs N_{γ}' de la présente étude comparés à ceux calculés à partir des expressions du coefficient de forme s_{γ} présentés dans le Tableau 2.1. L'analyse des résultats présentés sur la Figure 4.8 permet de remarquer une dispersion considérable entre les résultats des différents auteurs. L'Eurocode 7 (2005), pour un semelle rugueuse donne des valeurs supérieures d'environ 24% par rapport aux présents résultats pour une semelle lisse et $\psi = \varphi = 40^\circ$; au contraire, pour

une semelle rugueuse, les valeurs obtenues par la présente étude sont plus de deux fois supérieures à celles de l'Eurocode 7 ; cette large différence peut être justifiée par le fait que l'Eurocode 7 (2005) est basé sur des approximations empiriques en déformation plane et l'utilisation du coefficient de forme égale à 0,7 ; cependant, dans le cas d'une semelle rugueuse avec un sol non-associé ($\psi = 0$) il y a un bon accord entre les résultats de l'Eurocode 7 (2005) et ceux de la présente étude. Pour une semelle rugueuse et $\psi = \varphi$, on peut remarquer l'excellent accord avec les résultats Meyerhof (1963).

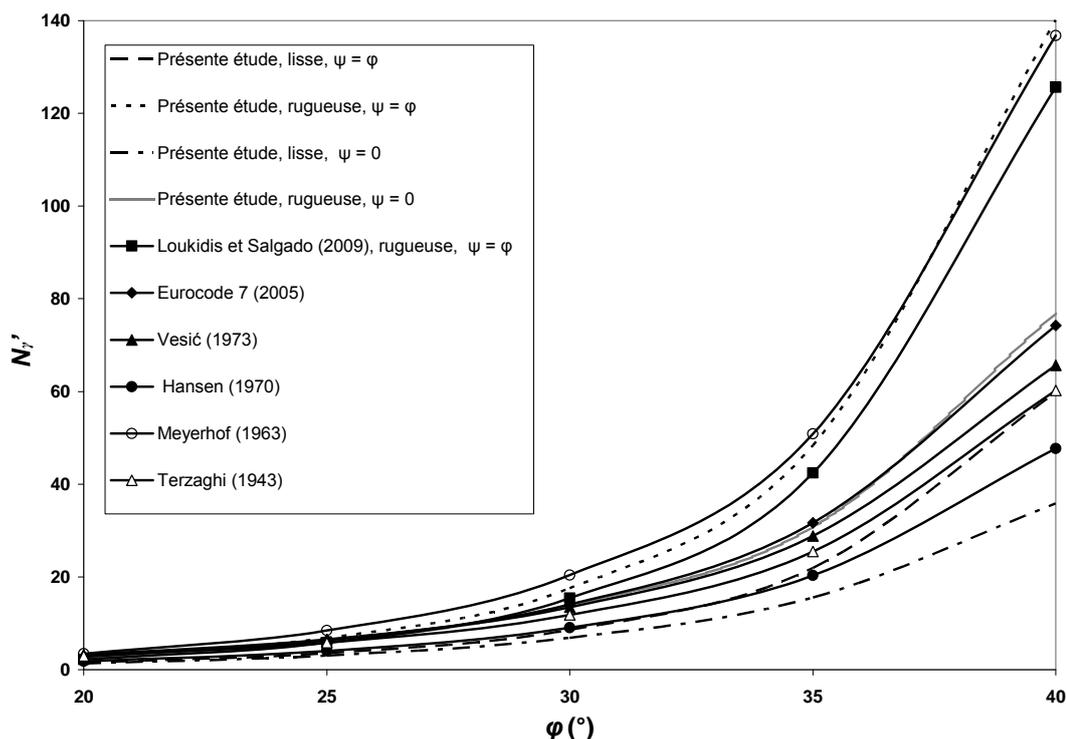


Figure 4.8– Comparaison de N_y' obtenu par la présente étude avec les résultats des expressions données dans les Tableaux 1.10 et 2.1 – Semelle circulaire

4.4.2. Facteurs de portance N_c et N_q

Les Figures 4.9 et 4.10 comparent, respectivement, les facteurs de portance N_c et N_q obtenus par la présente étude avec ceux donnés par différents auteurs ; on rappelle que Meyerhof (1963), Hansen (1970), Vesic (1973), et l'Eurocode 7 adoptent la même solution donnée par Prandtl-Reissner. Il est clair que l'expression de Terzaghi (1943) surestime les facteurs de portance N_c et N_q ; par ailleurs, les résultats de la présente étude pour le cas d'une semelle lisse avec $\psi = \varphi$ et ceux de Bolton et Lau (1993) et Loukidis et Salgado (2009) sont en très bonne concordance avec la solution donnée par Prandtl-Reissner. On note que les résultats de N_c donnés par Loukidis et Salgado (2009) sont obtenus en appliquant le théorème des états correspondants de Caquot (1934) :

$$\begin{cases} N_q = f(\varphi) \\ N_c = (N_q - 1) \cot \varphi \end{cases} \quad (4.10)$$

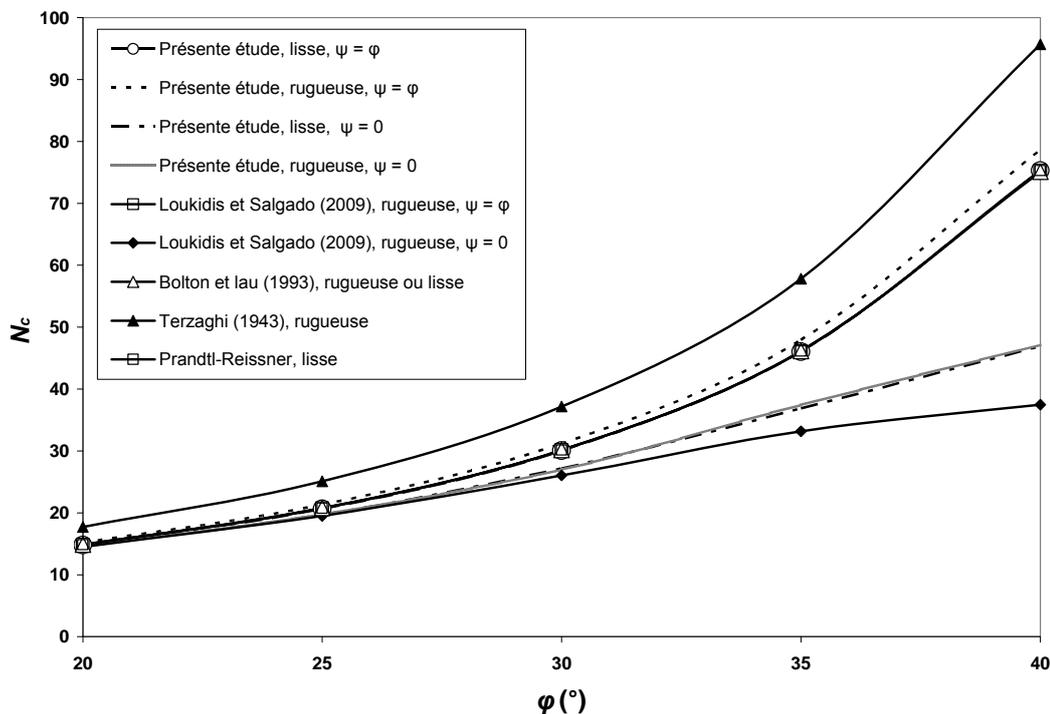


Figure 4.9– Comparaison des N_c obtenu par la présente étude avec les résultats de Bolton et Lau (1993) et les résultats des expressions données dans le Tableau 1.11 – Semelle filante

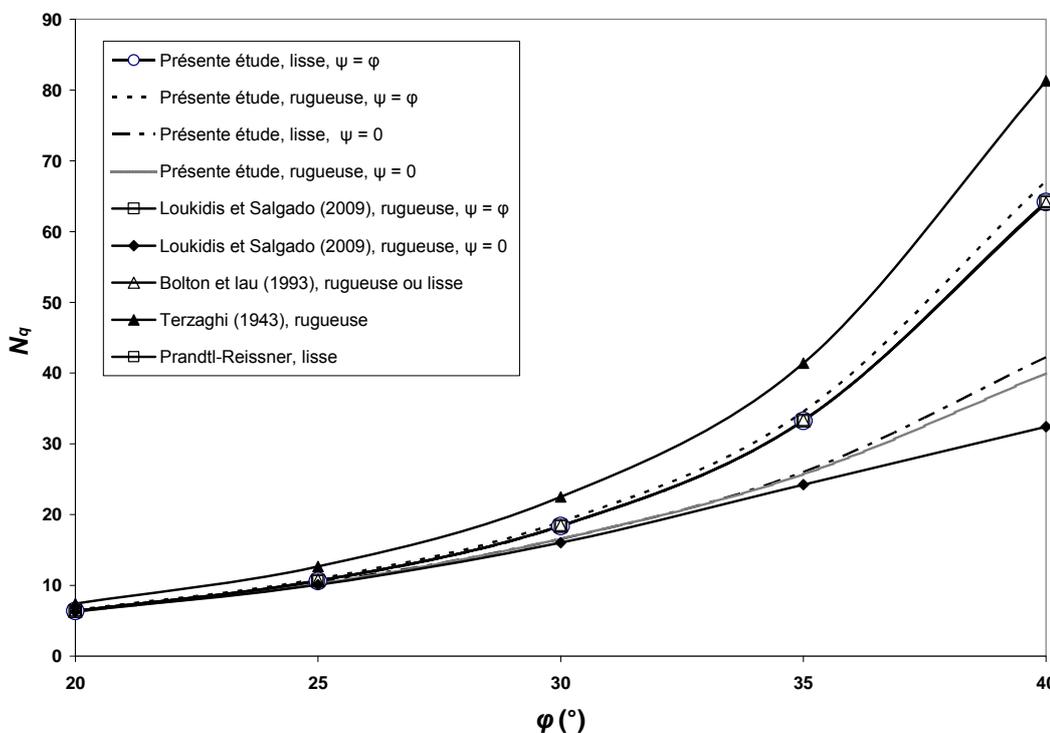


Figure 4.10– Comparaison de N_q obtenu par la présente étude avec les résultats de Bolton et Lau (1993) et les résultats expressions données dans le Tableau 1.11 – Semelle filante

À partir de cette étude, on constate que la nature de l'interface sol-fondation a une très petite influence sur les facteurs de portance N_c et N_q . Également, la présente étude et celle de Loukidis et Salgado (2009) montrent une influence remarquable de la non-associativité sur les facteurs N_c et N_q , surtout pour les sols présentant une grande valeur de l'angle de frottement interne du sol, tandis que l'influence de la non-associativité est presque négligeable pour $\phi \leq 20^\circ$; les facteurs de portance N_c et N_q sont réduits d'environ 40% pour le cas d'une semelle rugueuse avec $\phi = 40^\circ$ et $\psi = 0$, par rapport au cas associé ($\psi = \phi$).

4.4.3. Facteurs de portance N_c' et N_q'

Le problème de la capacité portante d'une semelle circulaire lisse et rugueuse dans un sol frottant, non pesant, avec une surcharge verticale latérale à la fondation, a été étudié par Bolton et Lau (1993) et Martin (2004) en utilisant la méthode des lignes de glissement. On note que Martin (2004) a utilisé le théorème des états correspondants de Caquot (1934) pour déterminer le facteur N_c' (équation 4.10). Les Figures 4.11 et 4.12, montrent respectivement les facteurs de portance N_c' et N_q' , obtenus par la présente étude et ceux donnés par Bolton et Lau (1993) et Martin (2004).

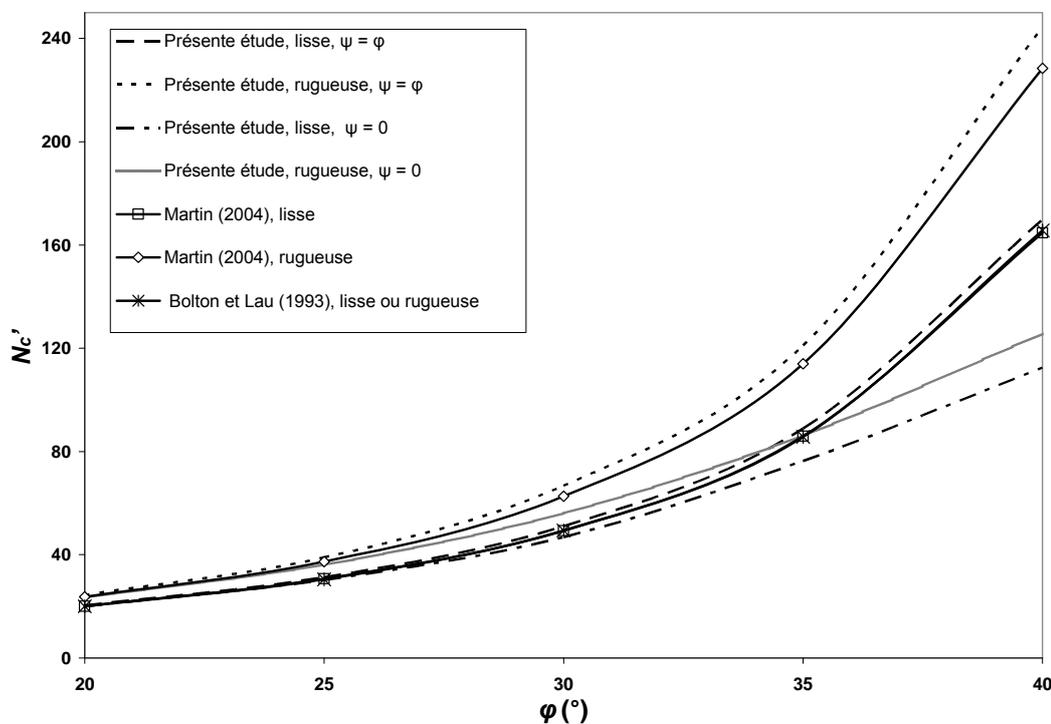


Figure 4.11– Comparaison de N_c' obtenu par la présente étude avec les résultats des différentes méthodes de résolution – Semelle circulaire

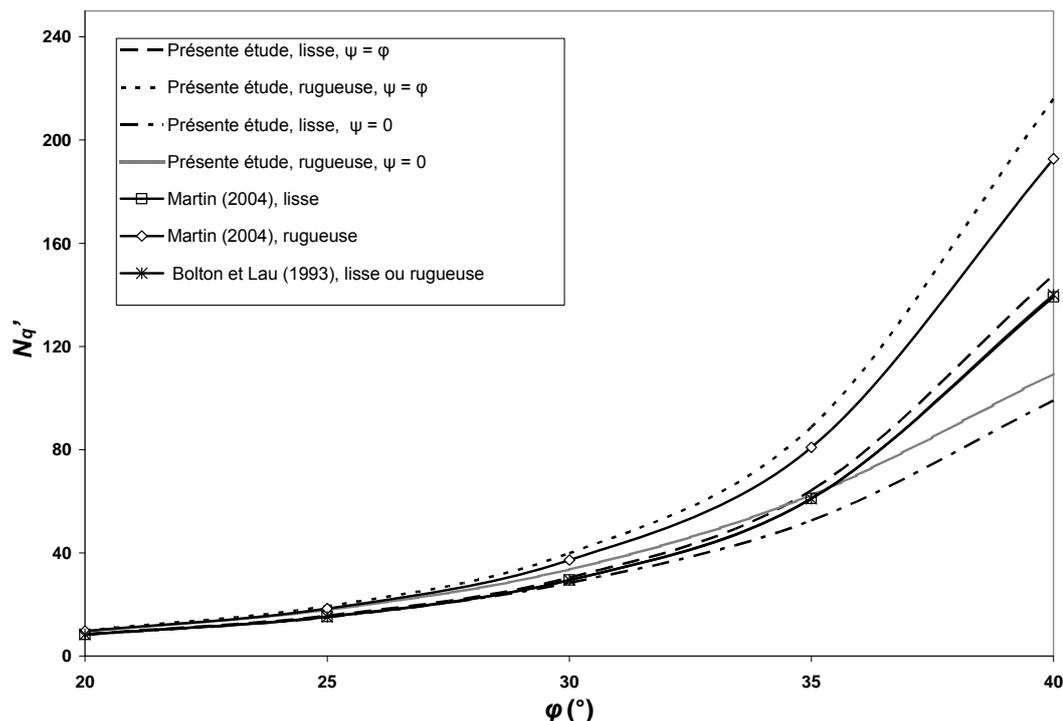


Figure 4.12– Comparaison de N_q' obtenu par la présente étude avec les résultats des différentes méthodes de résolution – Semelle circulaire

On peut remarquer que les valeurs de N_c' et N_q' obtenues par la présente étude pour une semelle lisse et pour une semelle rugueuse en considérant un sol associé, sont supérieures à celles déterminées par Martin (2004), avec une différence ne dépassant pas 10% pour le cas d'une semelle rugueuse. En outre, contrairement aux cas d'une semelle filante, la nature de l'interface sol-semelle a une influence considérable sur les facteurs N_c' et N_q' ; mais ce n'est pas le cas pour les résultats de Bolton et Lau (1993). Egalement, la non-associativité a une influence remarquable sur les facteurs N_c' et N_q' pour les grandes valeurs de φ .

Les Figures 4.13 et 4.14, montrent respectivement les facteurs N_c' et N_q' , de la présente étude comparés à ceux calculés à partir des expressions du Tableau 1.11 et des expressions du coefficient de forme s_c et s_q (Tableaux 2.2 et 2.3). Pour le cas d'une semelle rugueuse et $\psi = \varphi$, il est clair que les expressions de s_c et s_q données par Loukidis et Salgado (2009), permettent d'obtenir des facteurs de portance N_c' et N_q' en bon accord avec les résultats numériques de la présente étude. Par ailleurs, les expressions de s_c et s_q proposées par Terzaghi (1943), Meyerhof (1963), Hansen (1970), Vesić (1973) et l'Eurocode 7 (2005) sous-estiment les facteurs de portance N_c' et N_q' ; la différence devient significative avec l'augmentation de l'angle de frottement interne du sol et peut être expliquée par le fait que les résultats des différents auteurs sont basés sur l'emploi de coefficients de forme inférieurs à ceux obtenus par la présente étude.

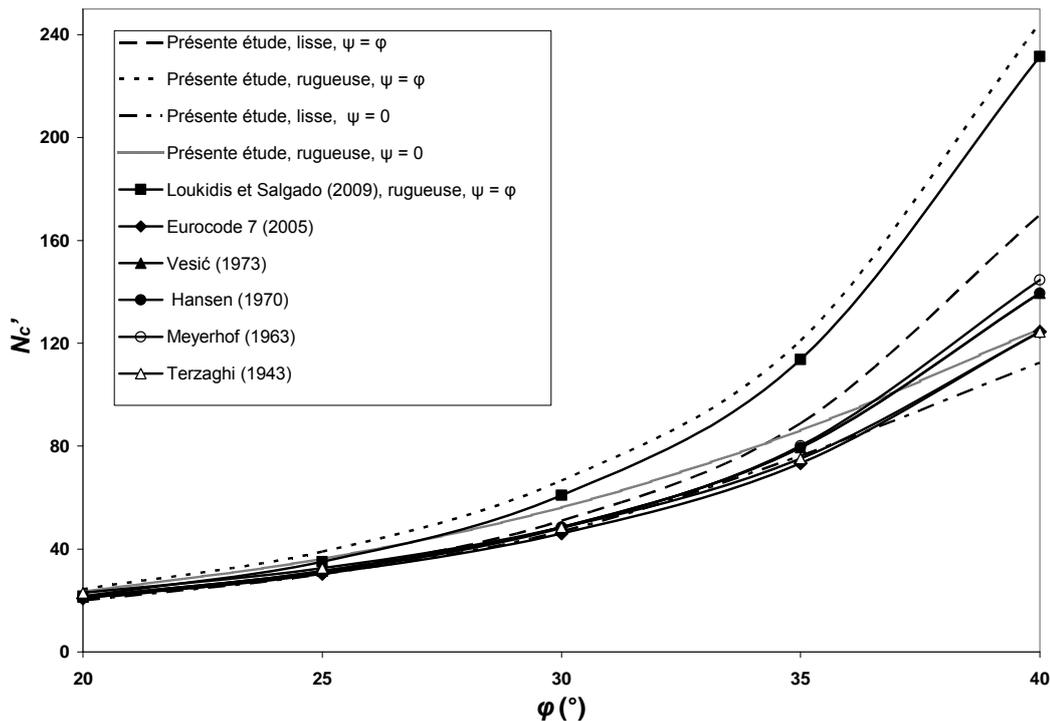


Figure 4.13– Comparaison de N_c' obtenu par la présente étude avec les résultats des expressions données dans les Tableaux 1.11 et 2.2 – Semelle circulaire

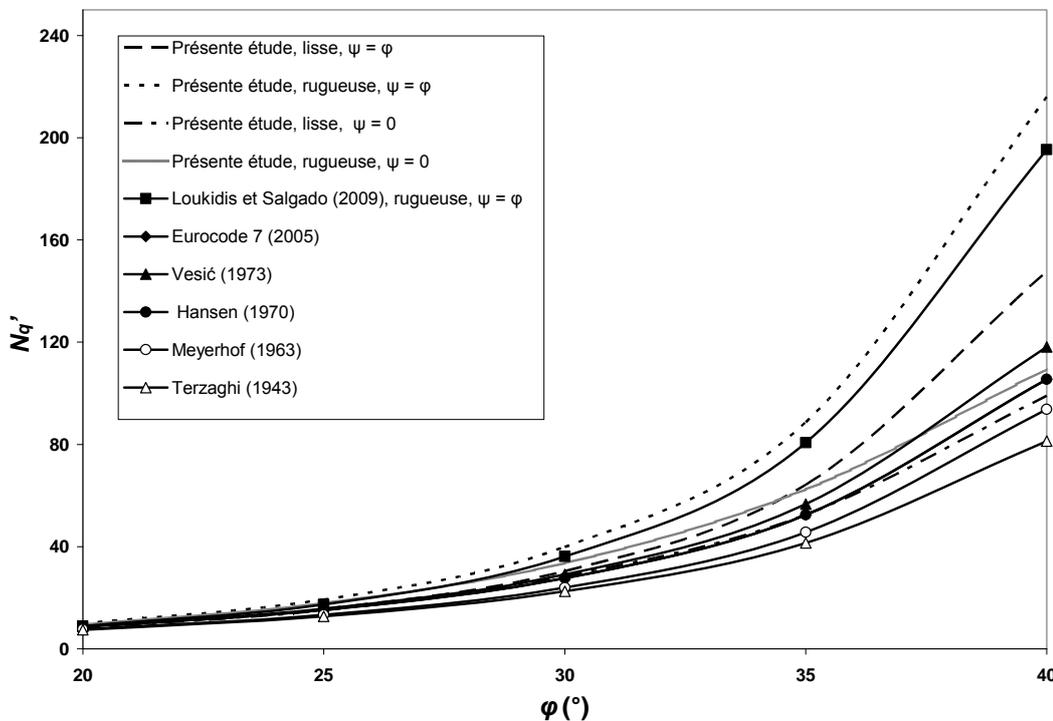


Figure 4.14– Comparaison de N_q' obtenu par la présente étude avec résultats des expressions données dans les Tableaux 1.11 et 2.3 – Semelle circulaire

4.4.4. Coefficient de forme s_γ

La Figure 4.15 montre une comparaison entre les résultats de s_γ obtenus par la présente étude et ceux déterminés par les expressions présentées dans le Tableau 2.1 ; cette étude met en évidence la dépendance de s_γ de l'angle de frottement φ , ce qui n'est pas le cas pour l'Eurocode 7 (2005), Vesic (1973), Hansen (1970) et Terzaghi (1943) qui proposent des valeurs constantes inférieures à 1. Les valeurs de s_γ de la présente étude sont inférieures à 1 pour $\varphi < 30^\circ$, $\psi = \varphi$ et 0, et quelle que soit la nature de l'interface. Les études récentes effectuées par Loukidis et Salgado (2009), Lyamin et al. (2007) et Zhu et Michalowski (2005), montrent l'effet de l'angle de frottement interne du sol φ sur le coefficient de forme s_γ . L'expression de Meyerhof (1963) tient compte de l'effet de l'angle de frottement interne du sol, mais elle surestime s_γ pour les faibles valeurs de φ et donne toujours des valeurs supérieures à 1.

A partir des résultats de cette étude, il est clair que le coefficient de forme s_γ est influencé par la nature de l'interface ; les valeurs obtenues pour le cas d'une semelle rugueuse sont supérieures à celles déterminés en considérant une interface lisse ; la différence augmente avec l'augmentation de l'angle de frottement interne du sol et atteint 22% pour $\varphi = \psi = 40^\circ$. Pour le cas d'une semelle rugueuse, la non-associativité du sol sous-estime légèrement le coefficient de forme s_γ ; cependant on constate une influence négligeable de la non-associativité pour une semelle lisse. Les résultats de s_γ obtenus par la présente étude sont en accord avec ceux calculés par l'expression de Loukidis et Salgado (2009) pour une fondation rugueuse et un sol associé.

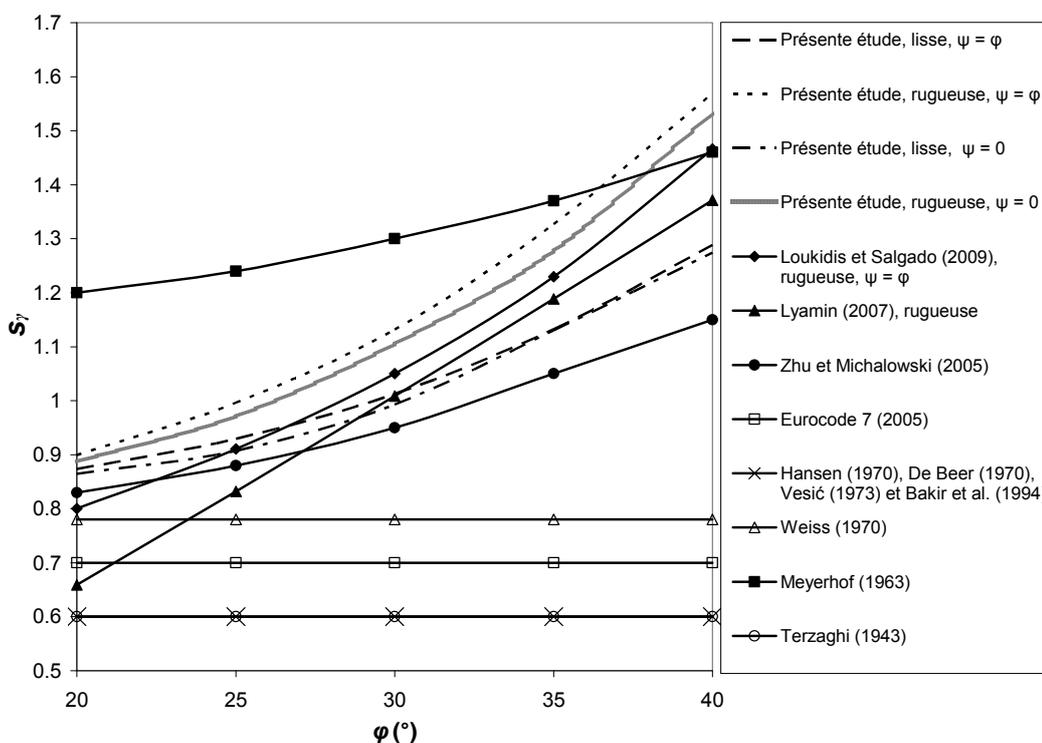


Figure 4.15– Comparaison de s_γ obtenu par la présente étude avec les résultats des expressions données dans le Tableau 2.1

4.4.5. Coefficients de forme s_c et s_q

Les courbes sur les Figures 4.16 et 4.17 présentent, respectivement, les coefficients de forme s_c et s_q , obtenus par la présente étude et les expressions présentées dans les Tableau 2.2 et 2.3. Cette étude montre que les coefficients de forme s_c et s_q dépendent de la nature de l'interface ; les résultats déterminés, en considérant une semelle rugueuse, sont supérieurs que ceux calculés avec une interface lisse, la différence maximale est de l'ordre de 40%. On note aussi qu'il n'y pas d'influence de la non-associativité du sol sur les coefficients s_c et s_q pour les angles de frottement interne du sol inférieurs à 30° . Pour une semelle rugueuse avec $\varphi > 30^\circ$, la non-associativité du sol sous-estime les coefficients s_c et s_q de l'ordre de 10% ; par contre la non-associativité surestime les coefficients s_c et s_q pour une semelle lisse.

On peut remarquer que les coefficients de forme s_c et s_q proposés par l'Eurocode 7 (2005), Vesic (1973), Hansen (1970) Meyerhof (1963), et Terzaghi (1943) sont toujours inférieurs à ceux donnés par la présente étude. Les résultats de s_c et s_q déterminés par cette étude dans le cas d'une semelle rugueuse sont en bon accord avec les valeurs données par la relation de Loukidis et Salgado (2009). Pour une semelle lisse les coefficients de forme s_c et s_q de cette étude sont en bon accord avec la relation donnée par Zhu et Michalowski (2005).

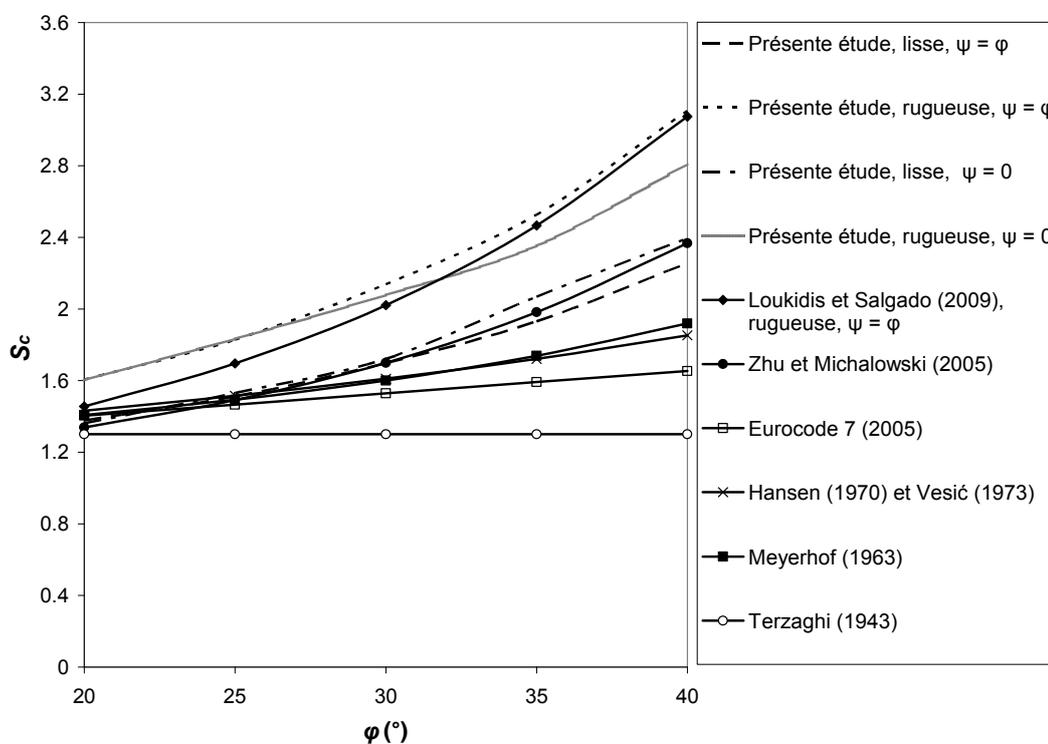


Figure 4.16– Comparaison de s_c obtenu par la présente étude avec les résultats des expressions données dans le Tableau 2.2

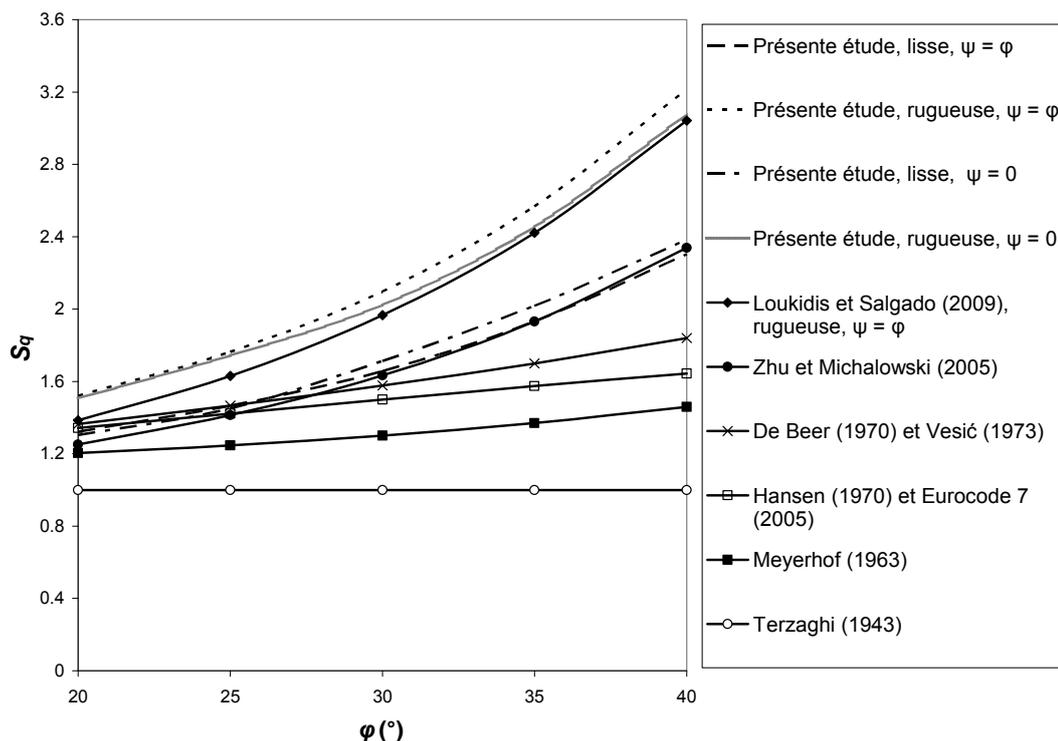


Figure 4.17– Comparaison de s_q obtenu par la présente étude avec les résultats des expressions données dans le Tableau 2.3

4.4.6. Influence de l'hypothèse de superposition

Pratiquement, la formule utilisée pour le calcul de la capacité portante des fondations superficielles est composée de trois termes (terme de surface, terme de cohésion, terme de surcharge). Terzaghi (1943) a proposé de superposer ces 3 mécanismes de rupture partiels, mais ceci ne fournit pas une solution exacte du problème.

Les Tableaux 4.1 et 4.2 récapitulent, respectivement, les résultats de la capacité portante pour une semelle filante et circulaire obtenus par la somme des capacités portantes cN_c , qN_q et $0,5\gamma BN_\gamma$ en tenant compte des effets séparés de c , q et γ , ainsi que la capacité portante globale obtenue par la présente étude lorsque l'on considère l'effet global des trois paramètres (c , q et γ). Dans les Tableaux 4.1 et 4.2, on présente également les capacités portantes des différents auteurs obtenues en utilisant l'hypothèse de superposition. On peut observer que les calculs de superposition de présente étude donnent des capacités portantes toujours inférieures à celles déterminées par un calcul global ; la différence maximale est de l'ordre de 20% pour une semelle filante et 15% pour le cas d'une semelle circulaire. En conséquence le principe de superposition est dans le sens de sécurité.

Tableau 4.1– Comparaison des résultats de la superposition et le calcul global dans le cas d'une semelle filante

Données		q_u (kPa) Méthode de superposition						q_u (kPa) Calcul global			
c (kPa)	ϕ (°)	q (kPa)	Présente étude ($\psi = \phi$)	Présente étude ($\psi = \phi/2$)	Eurocode 7 (2005)	Vesic (1973)	Hansen (1970)	Meyerhof (1963)	Terzaghi (1943)	Présente étude ($\psi = \phi$)	Présente étude ($\psi = \phi/2$)
10	20	10	262,675	257,62	271,30	293,13	256,56	255,40	326,00	299	296,9
10	30	10	734,25	703,45	786,80	821,43	711,45	720,42	892,50	854,6	832,8
10	40	10	2800,65	2559,5	2985,83	3036,25	2588,20	2800,43	3276,00	3310	3063
20	20	20	477,575	470,22	483,64	505,47	468,90	467,74	577,00	520	516,6
20	30	20	1230,85	1185,75	1272,20	1306,83	1196,85	1205,82	1489,50	1380	1342
20	40	20	4247,85	3651,2	4380,91	4431,33	3983,28	4195,51	5046,00	4925	4517
10	20	0	197,875	193,32	207,31	229,14	192,57	191,41	252,00	230,7	229,4
10	30	0	545,95	519,75	602,79	637,42	527,44	536,41	667,50	645,1	632,2
10	40	0	2136,25	1942,1	2343,88	2394,30	1946,25	2158,48	2463,00	2516	2341
0	20	10	111,975	108,52	122,95	144,78	108,21	107,05	149,00	133,8	133,1
0	30	10	425,15	402,85	485,41	520,04	410,06	419,03	520,50	501	491,3
0	40	10	2020,25	1834,2	2232,70	2283,12	1835,07	2047,30	2319,00	2358	2176

Tableau 4.2– Comparaison des résultats de la superposition et le calcul global dans le cas d'une semelle circulaire

Données		q_u (kPa) Méthode de superposition						q_u (kPa) Calcul global			
c (kPa)	ϕ (°)	q (kPa)	Présente étude ($\psi = \phi$)	Présente étude ($\psi = \phi/2$)	Eurocode 7 (2005)	Vesic (1973)	Hansen (1970)	Meyerhof (1963)	Terzaghi (1943)	Présente étude ($\psi = \phi$)	Présente étude ($\psi = \phi/2$)
10	20	10	379,69	371,9	335,63	348,10	324,75	337,75	349,1	404,9	400
10	30	10	1307,65	1239,45	947,74	977,28	897,05	1026,98	885,9	1413	1359
10	40	10	6715,5	5815,5	3413,05	3560,39	3165,54	4434,70	2960,7	7373	6462
20	20	20	713,69	702,1	629,99	647,73	622,97	623,66	653,2	743,7	735,6
20	30	20	2343,75	2233,65	1684,52	1752,94	1658,48	1748,42	1594,5	2460	2369
20	40	20	11194,5	9769,5	5712,54	6136,09	5615,21	6817,73	5017,8	11800	10480
10	20	0	282,09	275,8	249,75	260,82	238,87	260,71	275,1	305,9	302,1
10	30	0	919,75	867,25	671,73	687,03	621,04	787,76	660,9	1016	977,2
10	40	0	4636,5	4012,5	2358,46	2379,78	2110,95	3497,52	2147,7	5123	4561
0	20	10	140,89	136	127,15	135,76	112,41	128,89	119	158	155
0	30	10	659,85	616,25	486,99	491,87	411,65	544,74	402,3	737,4	705,2
0	40	10	4273,5	3652,5	2168,16	2165,31	1770,46	2988,85	1716,6	4727	4100

4.5. Conclusions

Afin d'évaluer les coefficients de forme d'une semelle circulaire, la présente étude a déterminé, par des calculs élasto-plastiques, les facteurs de portance d'une semelle filante et circulaire, en considérant les trois termes de portance et l'effet de la non-associativité du sol, ainsi que la nature de l'interface. Cette étude a permis de montrer la diversité des expressions utilisées dans la littérature pour le calcul des facteurs de portance et les coefficients correcteurs de forme ; l'écart entre les résultats est significatif, surtout pour les grandes valeurs de l'angle de frottement interne du sol.

Pour les sols présentant une grande valeur de l'angle de frottement interne, la capacité portante d'une semelle filante et circulaire est influencée par la non-associativité du sol et la nature de l'interface. Le terme de correction de l'effet de la non-associativité introduit par Loukidis et Salgado (2009), dans le cas d'une semelle rugueuse, produit des valeurs très proches de celles déterminé par la présente étude. Dans le cas d'un sol associé ($\psi = \varphi$) en considérant une semelle rugueuse, les expressions de N_γ proposées par Loukidis et Salgado (2009) et Hjiatj et al. (2005) donnent des valeurs qui sont en bon accord avec les résultats de cette étude. Les calculs élasto-plastiques de la présente étude donnent des résultats très proches de ceux obtenus par la solution de Prandtl-Reissner et montrent une influence négligeable de l'interface sol-semelle.

Les coefficients de formes s_γ , s_c et s_q d'une semelle circulaire ($B/L = 1$) de l'Eurocode 7 (2005), Vesic (1973), Hansen (1970) et Terzaghi (1943) aboutissent à une sous-estimation des facteurs de portance N_γ' , N_c' et N_q' en comparant avec les résultats de la présente étude dans le cas d'une semelle rugueuse et $\psi = \varphi$. Cependant, pour une semelle rugueuse et $\psi = 0$, les valeurs de N_γ' obtenues par la présente étude sont très proches de celles de l'Eurocode 7 (2005).

Enfin, les résultats de la capacité portante obtenus par présente étude en utilisant le principe de superposition de Terzaghi (1943), sont toujours inférieurs à ceux déterminés par un calcul global, donc l'approximation faite est du côté de la sécurité.

Chapitre V

Influence de l'interaction sur la capacité portante des fondations superficielles

5.1. Introduction

Les méthodes classiques utilisées pour l'étude de la capacité portante des fondations superficielles, consistent généralement à considérer une fondation isolée sans prendre en compte l'interaction entre la fondation et les constructions avoisinantes. Du point de vue du génie civil, les fondations superficielles sont en interactions multiples entre elles. Le problème de l'interférence des fondations superficielles a fait l'objet d'essais sur modèles réduits en considérant des fondations filantes (Stuart, 1962 ; West et Stuart, 1965 ; Saran et Agarwal, 1974 ; Das et Larbi-Cherif 1983 ; Kumar et Saran, 2003 ; Kumar et Bhoi, 2007). Aussi, certains auteurs ont développé des méthodes théoriques pour étudier ce problème (Stuart, 1962 ; Graham et al., 1984 ; Kumar et Ghosh 2007a ; Kumar et Kouzer, 2008 ; Kumar et Ghosh, 2007b).

Le problème d'une fondation filante au bord d'une pente, a été étudié théoriquement par de nombreux auteurs (Meyerhof, 1957; Giroud et Tran-Vo-Nhiem, 1971 ; Graham et al., 1988 ; Kusakabe et al., 1981 ; Saran et al., 1989 ; Narita et Yamaguchi, 1990 ; de Buhan et Garnier, 1994 et 1998 ; Maloum et Sieffert, 2002 ; Droniuc et Magnan, 2004) et également par des études expérimentales (Giroud et Tran-Vo-Nhiem, 1971 ; Lebègue 1973 ; Shields et al., 1977 ; Bauer et al., 1981 ; Gemperline, 1988 ; Bakir, 1993). Toutes ces études ont montré que, lorsqu'une fondation superficielle est située au bord d'une pente, sa portance doit être affectée d'un coefficient réducteur.

Le problème de la construction des fondations au-dessus de cavités a reçu relativement peu d'attention à en juger par le faible nombre de publications sur ce sujet. De façon logique, la capacité portante du sol diminue lorsqu'une cavité est située près de la fondation. Ce problème a été examiné avec des calculs par éléments finis en déformation plane (Baus et Wang, 1983 ; Wang et Badie 1985 ; Peng et al., 2006 ; Kiyosumi et al., 2007) ; les résultats ont montré que cette influence disparaît lorsque la profondeur est supérieure à une valeur critique.

L'objet de ce chapitre est de présenter une analyse numérique de l'influence de ces différentes interactions sur la capacité portante des fondations superficielles. Cette analyse numérique est effectuée en faisant varier plusieurs paramètres géométriques et mécaniques, afin d'évaluer l'effet de l'interférence de deux fondations superficielles filantes, l'existence d'une pente ou d'une cavité sur la capacité portante d'une fondation filante.

5.2. Interférence de deux fondations superficielles filantes

Cette étude a déjà fait l'objet d'un article dans la revue *Computers and Geotechnics*, revue internationale à comité de lecture. Cet article est donc résumé brièvement ci-dessous ; l'article tel qu'il a été publié est présenté en Annexe de la présente thèse. Sa référence complète est la suivante :

Mabrouki A., Benmeddour D., Frank R., Mellas M. (2010). Numerical study of the bearing capacity for two interfering strip footings on sands, *Computers and Geotechnics*, 37(4), 431-439 [doi:10.1016/j.compgeo.2009.12.007].

5.2.1. Présentation du cas étudié

Le code FLAC (2005) a ainsi été utilisé pour étudier l'influence sur la capacité portante de l'interférence entre deux semelles filantes (distantes de s , de bord à bord) considérées rigides, lisses ou rugueuses, soumises à un chargement vertical centré dans un sol obéissant au critère de résistance de Mohr-Coulomb. Dans cette étude les deux semelles, de largeur identique $B = 2$ m, sont posées en surface ($D/B = 0$) d'un sable (Figure 5.1). Du fait de la symétrie du problème, seule la moitié du modèle est prise en considération.

Les coefficients ξ_γ , ξ_c , ξ_q , $\xi_{\gamma q}$ et $\xi_{\gamma c q}$ sont par définition le rapport de la capacité portante d'une semelle dans le cas de l'interférence avec une autre semelle ($q_{u(int)}$) à la capacité portante d'une semelle de même dimension, considérée isolée et établie sur le même sol ($q_{u(iso)}$).

A partir de l'équation (1.1) de Terzaghi les trois termes de portance peuvent être calculés indépendamment. Pour calculer le terme de surface on suppose un massif de sol pesant, purement frottant et sans surcharge ($\gamma = 15$ kN/m³, $c = 0$, $q = 0$), ce cas permettra de calculer le coefficient correcteur ξ_γ . Le terme de cohésion est calculé en supposant un massif frottant et cohérent, mais non pesant et sans surcharge ($\gamma = 0$, $c = 10$ kPa, $q = 0$), ce qui permettra de déterminer le coefficient correcteur ξ_c . Pour déterminer le coefficient correcteur ξ_q , on doit considérer le terme de surcharge qui est calculé en supposant un massif purement frottant, non pesant et chargé latéralement par rapport à la fondation ($\gamma = 0$, $c = 0$, $q = 10$ kPa).

Le coefficient $\xi_{\gamma q}$ est déterminé dans le cas d'un sol pesant sans cohésion avec une surcharge latérale ($\gamma = 15 \text{ kN/m}^3$, $c = 0$, $q = 10 \text{ kPa}$); Enfin, pour déterminer le coefficient d'interférence $\xi_{\gamma c q}$, le cas général a été considéré ($\gamma = 15 \text{ kN/m}^3$, $c = 10 \text{ kPa}$, $q = 10 \text{ kPa}$).

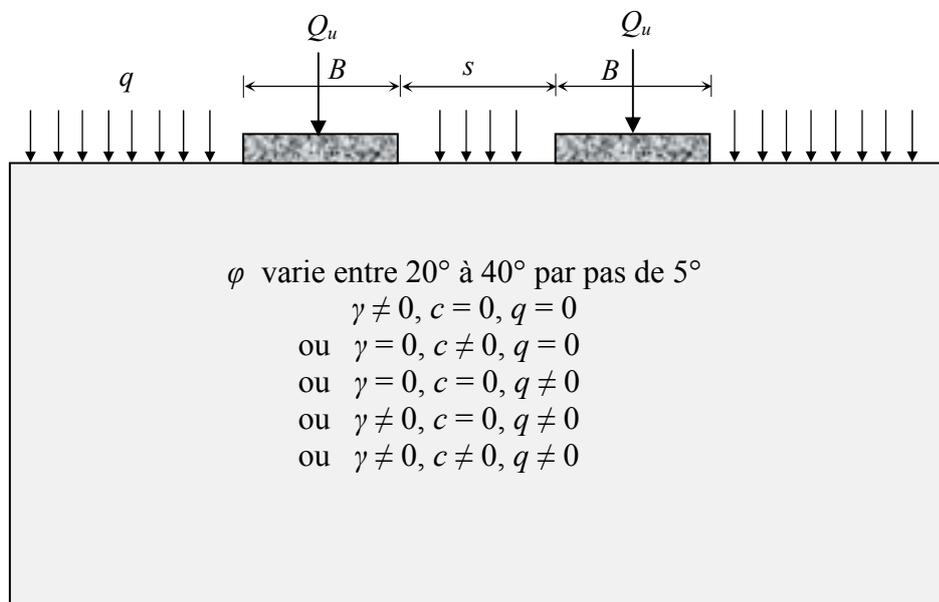


Figure 5.1– Présentation du problème

Les paramètres élastiques adoptés dans la présente étude pour le modèle Mohr-Coulomb sont : module volumique $K = 2,5 \times 10^4 \text{ kPa}$, module de cisaillement $G = 1,15 \times 10^4 \text{ kPa}$ ($E = 30 \text{ MPa}$, $\nu = 0,3$). L'angle de frottement φ varie entre 20° à 40° par pas de 5° , l'angle de dilatance $\psi = \varphi$ ou 0 . Comme il a été indiqué dans le quatrième chapitre, les valeurs des paramètres élastiques ont une faible influence sur la capacité portante.

La procédure de modélisation qui a été utilisée pour calculer la capacité portante d'une semelle filante isolée (voir chapitre 4) est adoptée pour l'étude de l'interférence des deux semelles filantes. Plusieurs essais ont été menés afin de fixer la taille du modèle, le nombre d'éléments et la vitesse de déplacement appliquée sur les nœuds de la semelle pour déterminer la capacité portante. Les conditions aux limites sont prises en compte en bloquant les déplacements horizontaux et verticaux pour la limite inférieure; pour les limites latérales, le déplacement est uniquement bloqué dans la direction horizontale. Le maillage adopté pour l'étude numérique dans le cas de $s/B = 3$ est illustré sur la Figure 5.2; un raffinement du maillage a été effectué sous la base de la semelle; les dimensions du modèle ont été choisies de façon à éviter la perturbation de la formation des mécanismes de rupture dans le sol.

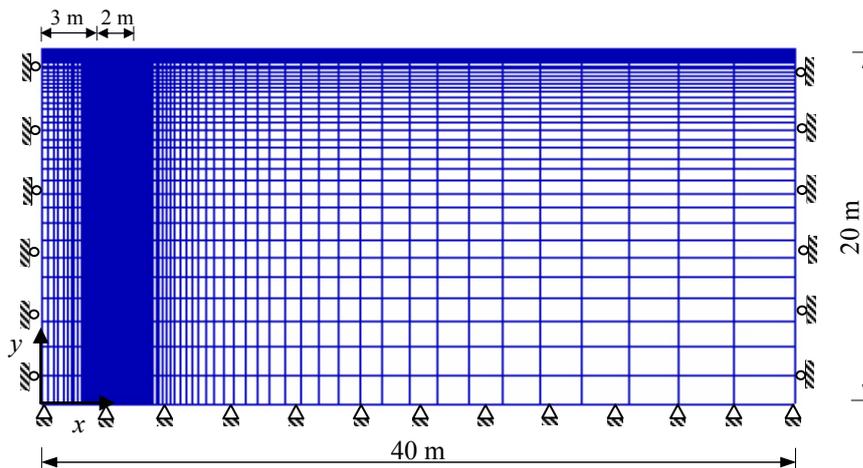


Figure 5.2– Maillage et conditions aux limites pour l’analyse de l’interférence de deux semelle filante dans le cas de $s/B = 3$

5.2.2. Résultats et discussion

5.2.2.1. Coefficients correcteurs ξ_γ , ξ_c et ξ_q

Les résultats du coefficient correcteur ξ_γ , pour une semelle rugueuse sont présentés sur la Figure 5.3. Il est clair que les valeurs du coefficient correcteur ξ_γ , pour un espacement donné, sont toujours plus élevées pour les grandes valeurs de l’angle de frottement interne du sol φ . On peut observer un pic qui indique une valeur optimale de ξ_γ , pour les angles de frottement égaux à 30° , 35° et 40° ; le coefficient correcteur maximal est approximativement égal à 2,6 pour $\varphi = 40^\circ$ et $s/B = 0,35$. Cependant, pour les angles de frottement φ inférieurs à environ 25° , les valeurs de ξ_γ diminuent progressivement avec l’augmentation de la distance relative s/B . La Figure 5.4 montre l’influence de l’interface sur le coefficient ξ_γ . Dans le cas des semelles lisses, la courbe correction-espacement ne présente pas de pic ; la valeur maximale est égale à 2 pour $s/B = 0$.

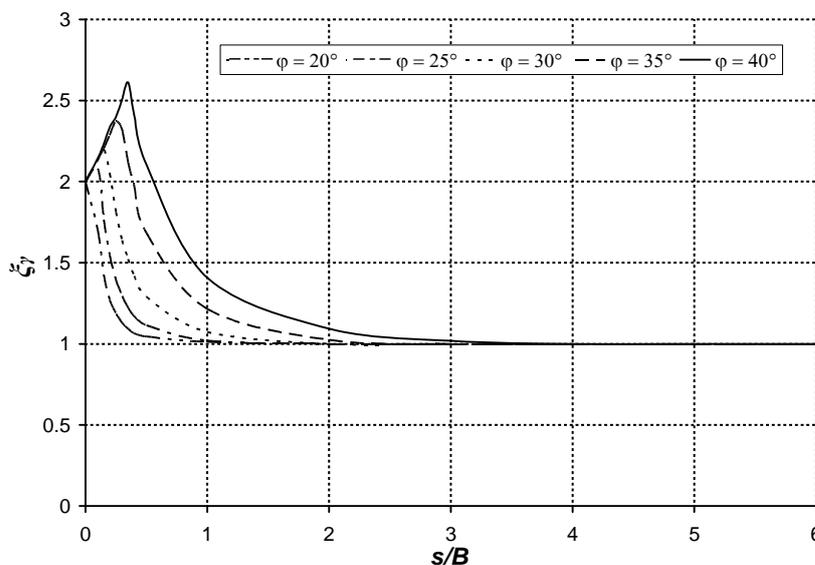


Figure 5.3– Variation de ξ_γ en fonction de la distance relative s/B – Semelle rugueuse

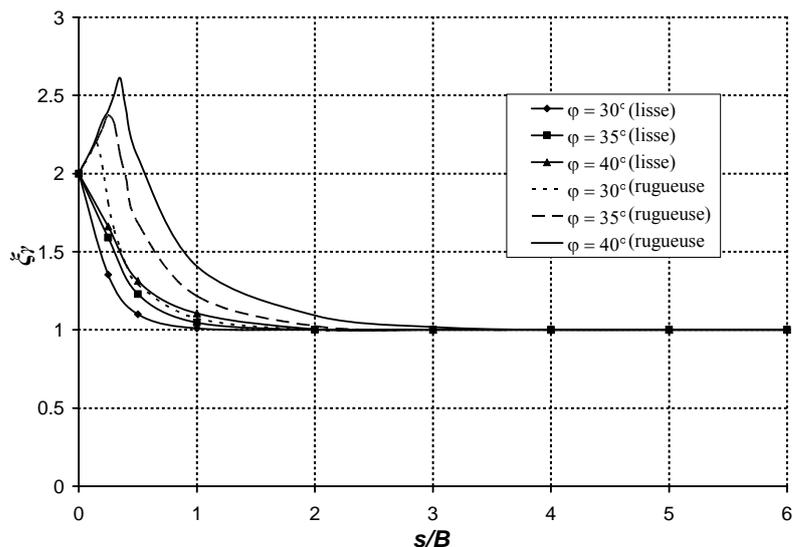


Figure 5.4– Variation de ξ_γ en fonction de la distance relative s/B – Semelle rugueuse et lisse

Les résultats présentés sur les Figures 5.3 et 5.4 ont été obtenus en considérant un sol associé ($\psi = \varphi$). Afin de montrer l'influence de la non-associativité sur le coefficient correcteur ξ_γ , des calculs numériques ont été exécutés avec un sol non-associé ($\psi = 0$). Comme il a été indiqué précédemment, l'analyse avec une règle d'écoulement non-associée montre des fluctuations numériques dans les courbes charge-déplacement; dans cette étude la valeur moyenne de la capacité portante a donc été retenue dans la série des fluctuations. Ainsi, on définit R comme le rapport entre le coefficient ξ_γ obtenu dans le cas d'un sol associé et le coefficient ξ_γ obtenu pour un sol non-associé ($R = \xi_\gamma(\psi = \varphi) / (\xi_\gamma(\psi = 0))$). La Figure 5.5 montre la variation de R en fonction de s/B . Il est clair que la prise en compte d'une règle d'écoulement non-associée sous-estime ξ_γ pour les petites valeurs de s/B ; dans le cas d'une semelle rugueuse, la valeur maximale de R est égale à 1,4 pour $s/B \cong 0,4$ et $\varphi = 40^\circ$.

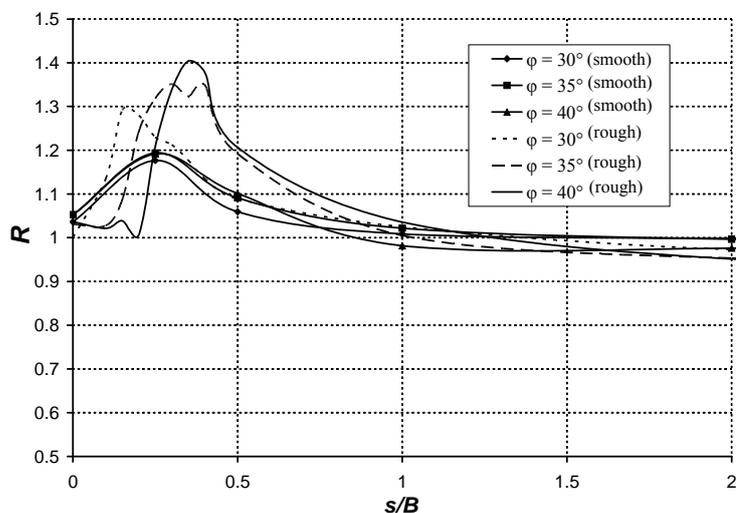


Figure 5.5–Variation de R en fonction de la distance relative s/B – Semelle rugueuse et lisse

Les Figures 5.6 et 5.7 montrent respectivement les résultats des coefficients correcteurs ζ_c et ζ_q pour une semelle rugueuse. Il n'y a aucune influence de l'interférence des deux semelles sur la capacité portante pour $s/B = 0$. Les coefficients correcteurs ζ_c et ζ_q , croissent jusqu'à un pic qui indique une valeur optimale de la capacité portante, puis on constate une diminution de ζ_c et ζ_q qui se stabilisent vers la valeur 1 pour les grandes valeurs de s/B ; on remarque également que l'influence de l'interférence est plus importante pour les grandes valeurs de l'angle de frottement interne du sol. Il est intéressant de noter que pour les semelles lisses les valeurs de ζ_c et ζ_q sont toujours égales à 1. En ce qui concerne l'effet de la non-associativité sur les coefficients ζ_c et ζ_q , les calculs ont montré que la valeur maximale de R se trouve à environ $s/B = 1$; cette valeur est égale à 1,2 pour $\varphi = 40^\circ$; en outre, R se stabilise vers 1 pour $s/B \geq 3$.

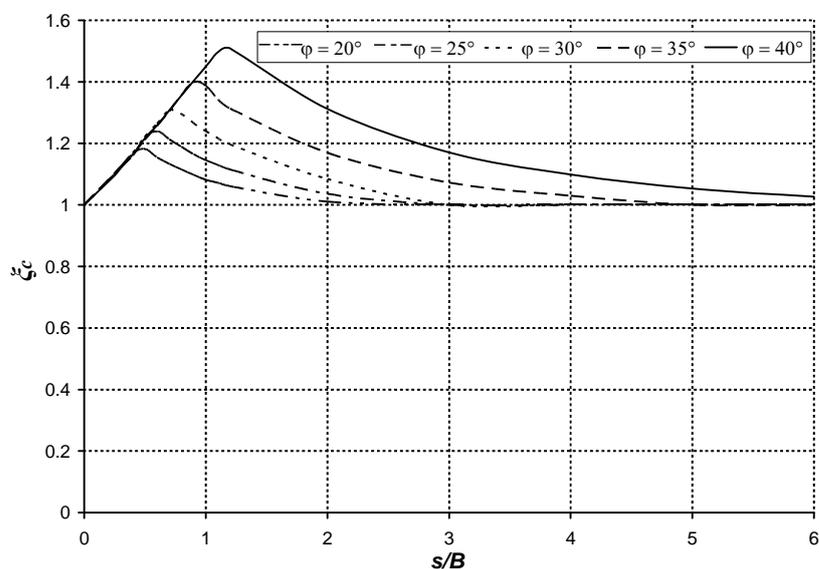


Figure 5.6– Variation de ζ_c en fonction de la distance relative s/B – Semelle rugueuse

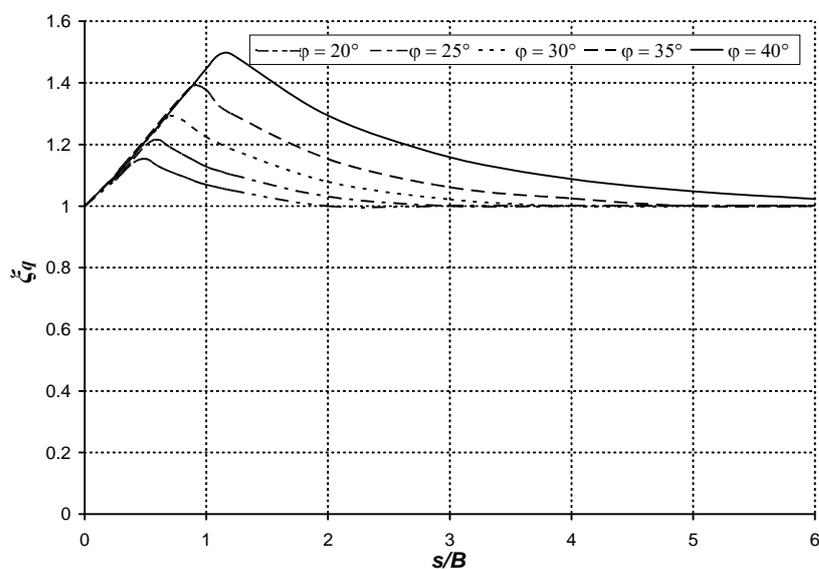
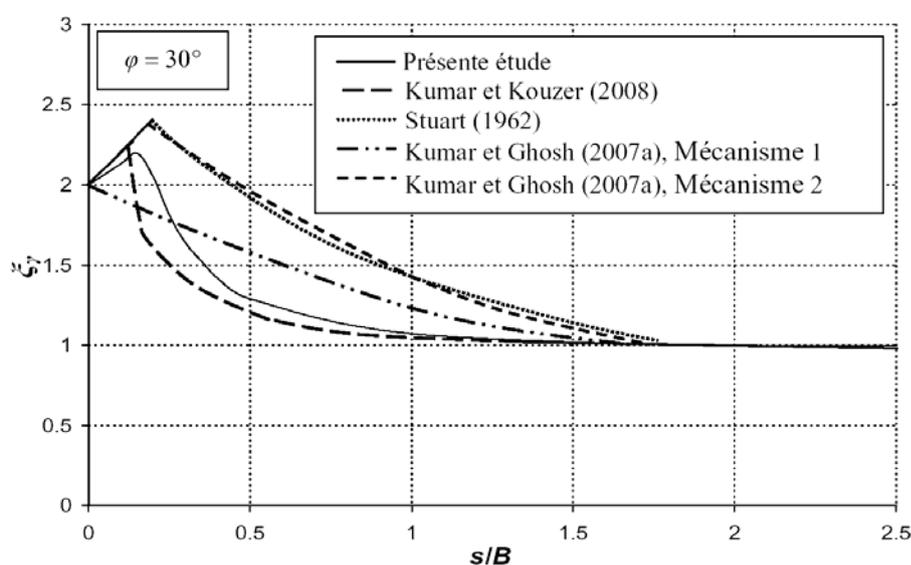
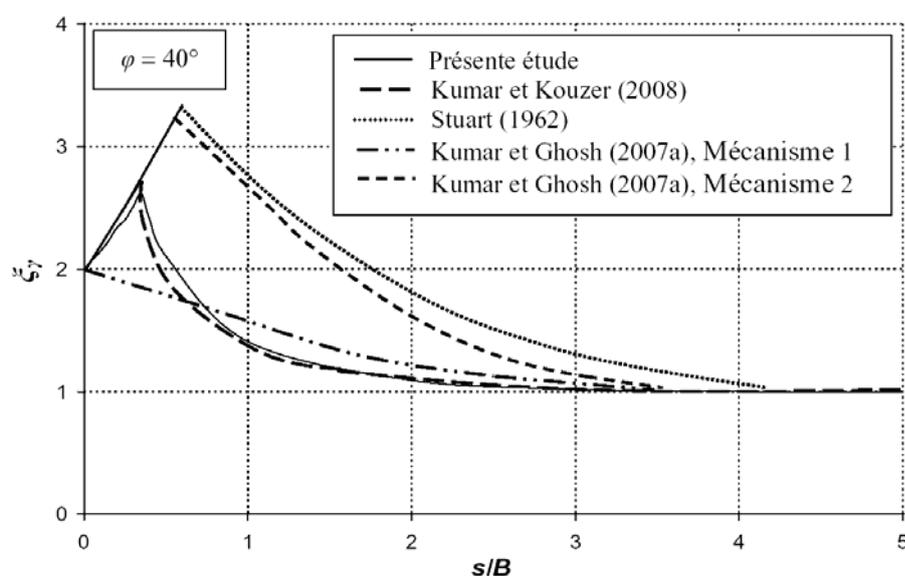


Figure 5.7– Variation de ζ_q en fonction de la distance relative s/B – Semelle rugueuse

Les Figures 5.8 (a et b) comparent le coefficient correcteur ξ_γ obtenu par la présente étude dans le cas d'une semelle rugueuse et $\varphi = 30^\circ$ et 40° , avec les résultats des solutions théoriques de Kumar et Kouzer (2008), Kumar et Ghosh (2007a) et Stuart (1962). On peut clairement observer que toutes les études théoriques donnent un coefficient correcteur ξ_γ égal à 2 pour la distance relative $s/B = 0$; aussi, l'allure des courbes de ξ_γ est la même pour toutes les études, c'est-à-dire que le coefficient ξ_γ augmente avec l'espacement jusqu'à un pic qui indique une valeur optimale ; puis ξ_γ décroît progressivement et se stabilise à 1 pour les grandes valeurs de s/B , à l'exception des résultats de Kumar et Ghosh (2007a) dans le cas du mécanisme 1, où la valeur de ξ_γ décroît de façon continue avec l'augmentation de l'espacement entre les deux semelles.



(a)



(b)

Figure 5.8– Comparaison de ξ_γ obtenu par la présente étude avec les résultats théoriques (a) $\varphi = 30^\circ$, (b) $\varphi = 40^\circ$ (Figures modifiées à partir de Kumar et Kouzer, 2008)

Les valeurs de ζ_γ obtenues par Stuart (1962), en utilisant la méthode d'équilibre limite et celles de Kumar et Ghosh (2007a) déterminées par la méthode des caractéristiques avec le mécanisme 2, sont toujours les plus élevées pour tous les angles de frottement. Les valeurs de ζ_γ obtenues par la présente étude sont en bon accord avec les résultats donnés par Kumar et Kouzer (2008) (analyse limite par éléments finis). L'espacement pour lequel les deux semelles peuvent être supposées isolées est d'environ $3B$ et $1,5B$ pour $\varphi = 40^\circ$ et 30° , respectivement, ce qui correspond aux résultats déterminés par Kumar et Kouzer (2008); la valeur optimale de ζ_γ est obtenue à un espacement $s/B \cong 0,35$ pour $\varphi = 40^\circ$ et $s/B \cong 0,15$ pour $\varphi = 30^\circ$.

La Figure 5.9 montre les coefficients correcteurs ζ_γ obtenus par la présente étude dans le cas d'une semelle rugueuse et $\varphi = 40^\circ$, ainsi que les résultats expérimentaux obtenus par les essais des modèles réduits sur un sable (Saran et Agarwal, 1974; Das et Larbi-Cherif, 1983 et Kumar et Saran, 2003); l'angle de frottement φ de ces essais varie entre 37° et 41° . Pour $s/B > 0,5$, il y a un bon accord entre les résultats numériques et ceux Kumar et Saran (2003). Toutes les études expérimentales donnent une valeur optimale de ζ_γ pour $s/B = 0$, à l'exception de celle de Das et Larbi-Cherif (1983), qui indique un pic pour un espacement s égal à $0,5B$ environ.

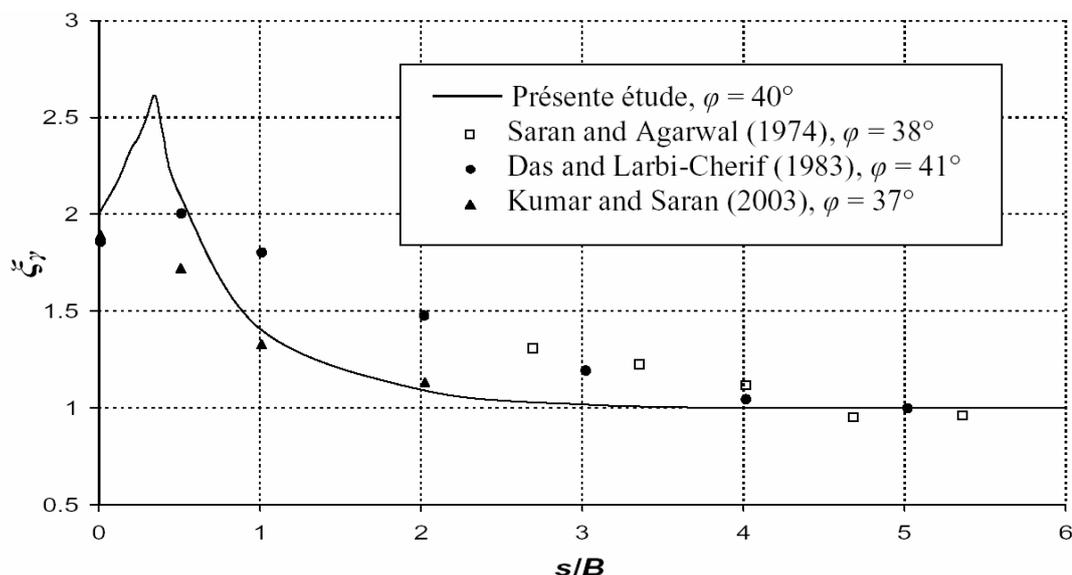


Figure 5.9– Comparaison de ζ_γ obtenu par la présente étude avec les résultats expérimentaux (Figure modifiée à partir de Kumar et Kouzer, 2008)

5.2.2.2. Coefficients correcteurs combinés $\zeta_{\gamma q}$ et $\zeta_{\gamma c q}$

Les résultats numériques des coefficients correcteurs combinés $\zeta_{\gamma q}$ et $\zeta_{\gamma c q}$, sont présentés respectivement sur les Figures 5.10 et 5.11 pour une semelle rugueuse et lisse. Il est important de noter que la courbe correction-espacement pour les coefficients $\zeta_{\gamma q}$ et $\zeta_{\gamma c q}$ a la même allure que celle de ζ_γ . On peut remarquer aussi que les valeurs de $\zeta_{\gamma q}$ sont légèrement supérieures à celles de $\zeta_{\gamma c q}$.

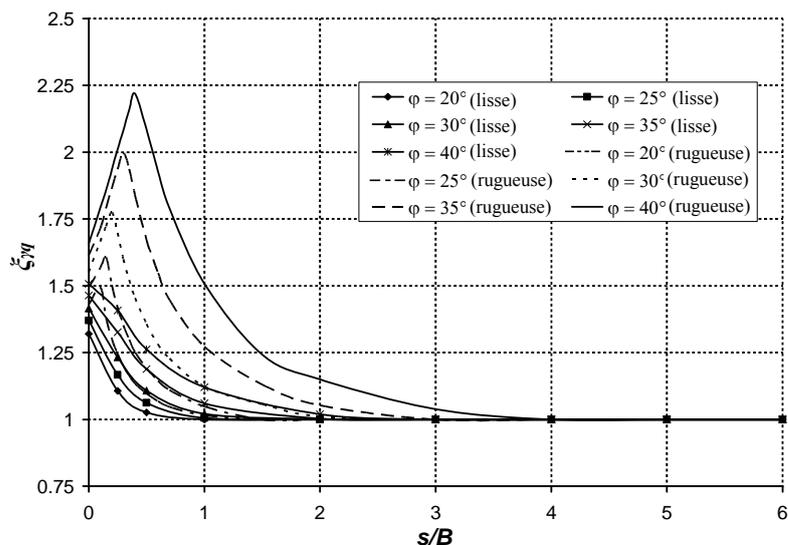


Figure 5.10– Variation de $\xi_{\gamma q}$ en fonction de la distance relative s/B – Semelle rugueuse et lisse

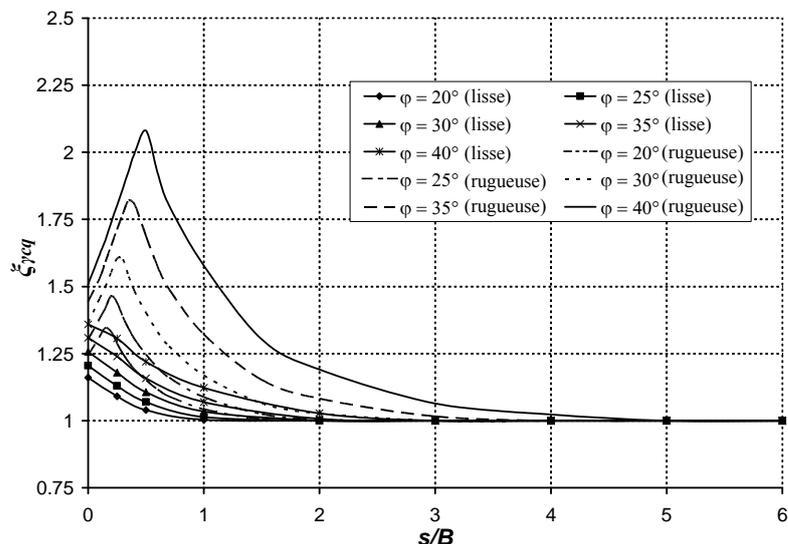


Figure 5.11– Variation de $\xi_{\gamma cq}$ en fonction de la distance relative s/B – Semelle rugueuse et lisse

Les coefficients correcteurs $\xi_{\gamma q}$, obtenus par la présente étude sont aussi comparés aux résultats expérimentaux et théoriques donnés par Hazell (2004). Les courbes théoriques correction-espacement de Hazell sont présentées dans le cas de l'interférence de deux semelles rugueuses et lisses, posées sur un sable avec $D/B = 0,4$, pour différents angles de frottement interne ϕ . Les calculs numériques sont menés en tenant compte de ces mêmes conditions. La Figure 5.12 compare les coefficients correcteurs $\xi_{\gamma q}$ dans le cas des semelles rugueuses avec $\phi = 30^\circ, 35^\circ$ et 40° ; on note que le sable utilisé dans les essais de Hazell a un angle de frottement ϕ légèrement supérieur à 30° . On peut observer que les résultats de la présente étude sont en excellent accord avec les solutions théoriques obtenues par Hazell. En outre, les courbes numériques et théoriques suivent la forme des résultats expérimentaux.

Dans le cas des semelles lisses, les coefficients correcteurs $\xi_{\gamma q}$ sont aussi comparés avec les résultats expérimentaux et théoriques de Hazell pour $\varphi = 35^\circ$ et 40° ; le sable utilisé dans les essais a un angle de frottement compris entre 35° et 45° (Hazell, 2004). Comme indiqué sur la Figure 5.13, les calculs numériques de la présente étude donnent la valeur maximale de $\xi_{\gamma q}$ pour $s/B = 0$. Les résultats théoriques et numériques montrent la diminution de $\xi_{\gamma q}$ avec l'augmentation de l'espacement entre les deux semelles. Cependant, les essais de Hazell montrent un pic pour un espacement $s = 0,2B$; ce résultat étonnant est expliqué par Hazell (2004) par le fait que la condition d'une interface parfaitement lisse n'est pas satisfaite.

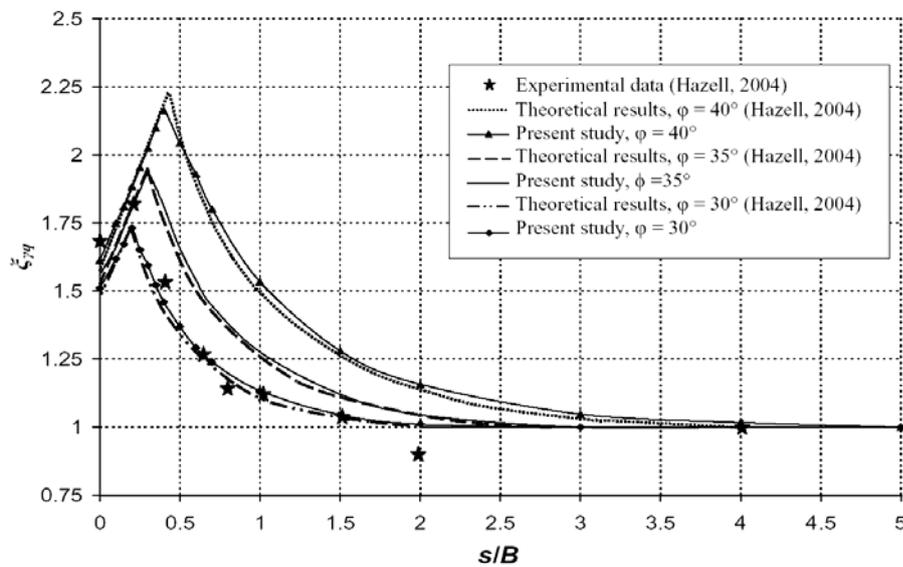


Figure 5.12– Comparaison de $\xi_{\gamma q}$ obtenu par la présente étude avec les résultats expérimentaux et théoriques de Hazell (2004) – Semelle rugueuse (Figure modifiée à partir de Hazell, 2004)

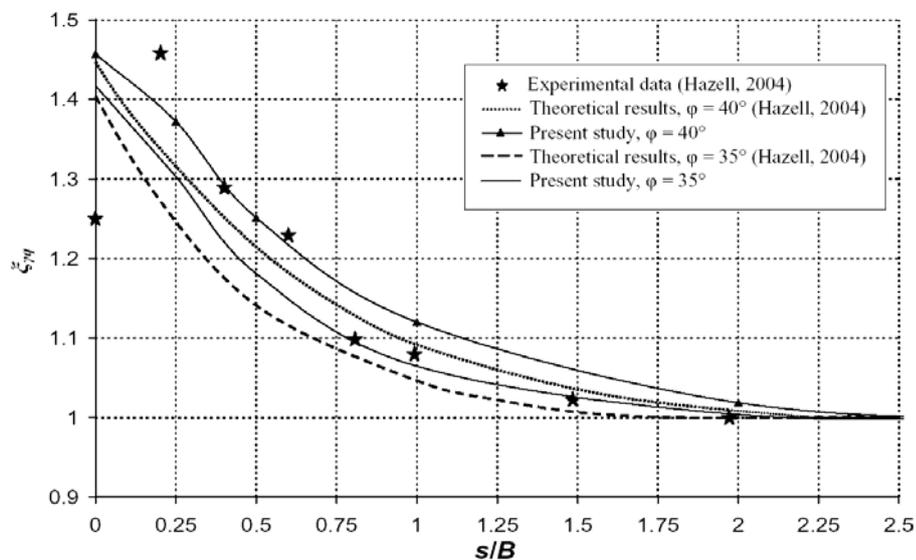


Figure 5.13– Comparaison de $\xi_{\gamma q}$ obtenu par la présente étude avec les résultats expérimentaux et théoriques de Hazell (2004) – Semelle lisse (Figure modifiée à partir de Hazell, 2004)

5.2.2.3. Mécanismes de rupture

La Figure 5.14 montre les contours de déformation de cisaillement maximale, pour des semelles rugueuses et lisses, dans le cas d'un sol frottant ($c = 0$), avec une surcharge verticale latérale à la semelle ($D/B = 0,4$). On constate l'augmentation de la zone mobilisée par cisaillement avec la diminution de l'espacement s ; ce phénomène peut être expliqué par le blocage du sol situé entre les deux semelles. Dans le cas d'une interface rugueuse, on peut observer un coin triangulaire élastique au-dessous de la semelle. Par ailleurs, dans le cas d'une interface lisse, la zone mobilisée par cisaillement est plus petite et il n'y a aucun coin élastique au-dessous de la semelle. De plus, pour les grande valeurs de l'espacement s , le mécanisme de rupture est similaire à celui de Prandtl (1920) et Terzaghi (1943).

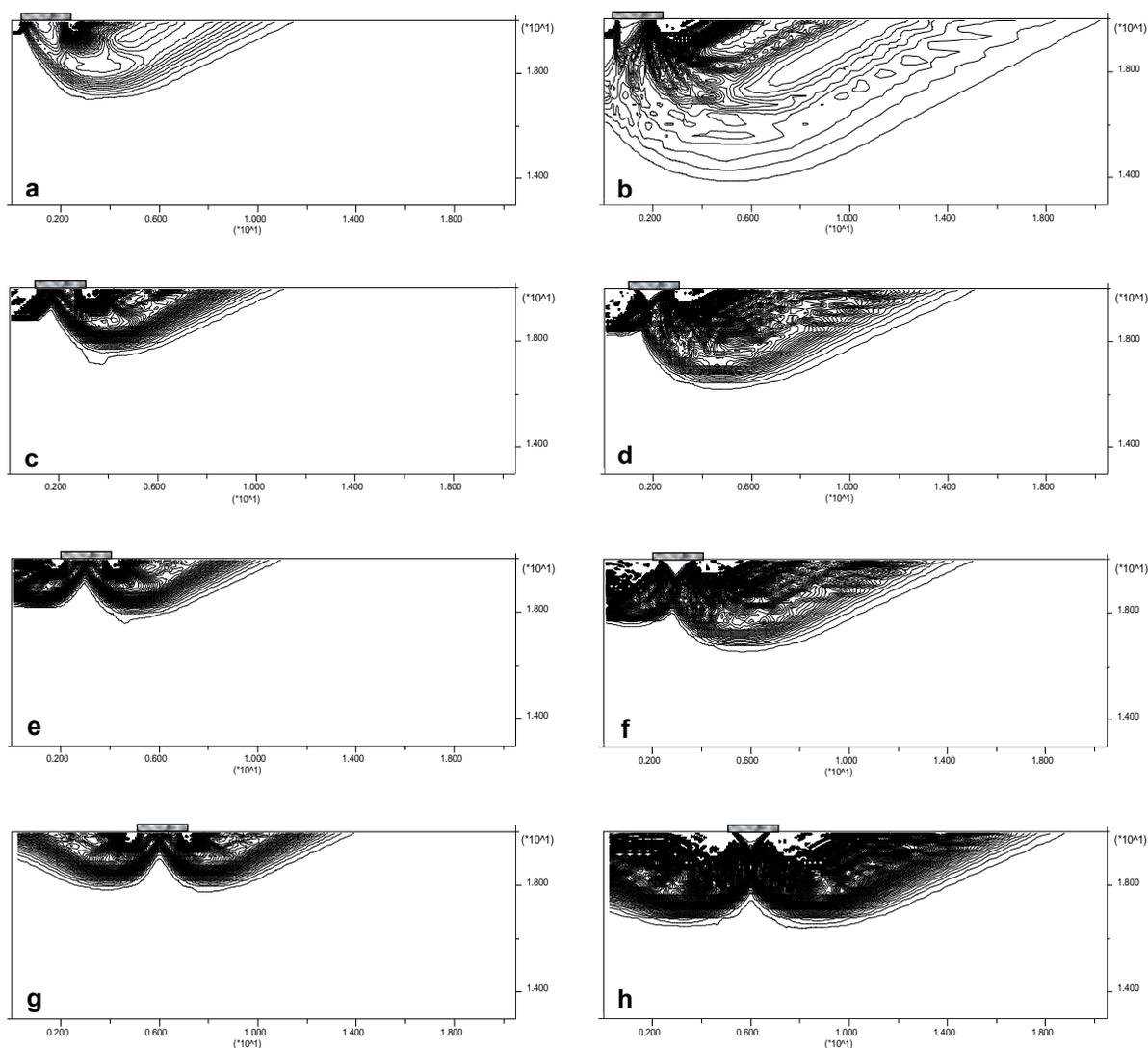


Figure 5.14– Contours de déformation maximale de cisaillement pour une semelle lisse (s) et rugueuse (r), $\varphi = 35^\circ$, $c = 0$, $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$, $q = 16 \text{ kN/m}^2$: (a) $s/B=0.3$ (s); (b) $s/B=0.3$ (r); (c) $s/B=1$ (s); (d) $s/B=1$ (r); (e) $s/B=2$ (s); (f) $s/B=2$ (r); (g) $s/B=5$ (s); (h) $s/B=5$ (r).

5.2.2.4. Influence de l'hypothèse de superposition

Comme il a été démontré dans le cas d'une semelle filante isolée, la capacité portante obtenue par le principe de superposition est toujours inférieure à celle déterminée par un calcul global ; ainsi l'approximation faite est du côté de la sécurité. Afin d'illustrer l'influence de la superposition sur la capacité portante dans le cas de l'interférence de deux semelles filantes, la Figure 5.15 montre une comparaison entre les capacités portantes q_u déterminées par la superposition de trois termes et celles déterminées en tenant compte de l'effet global des trois paramètres c , q et γ . Il est clair que le principe de superposition va dans le sens de sécurité, c'est-à-dire qu'il sous-estime la capacité portante. Cependant, l'erreur augmente pour les petites valeurs de l'espacement s , notamment pour l'espacement qui indique la valeur optimale de la capacité portante. Dans le cas d'une semelle rugueuse avec $\varphi = 35^\circ$, l'hypothèse de superposition sous-estime la capacité portante d'environ 10% à 24% ; on note que cette erreur diminue pour les semelles lisses.

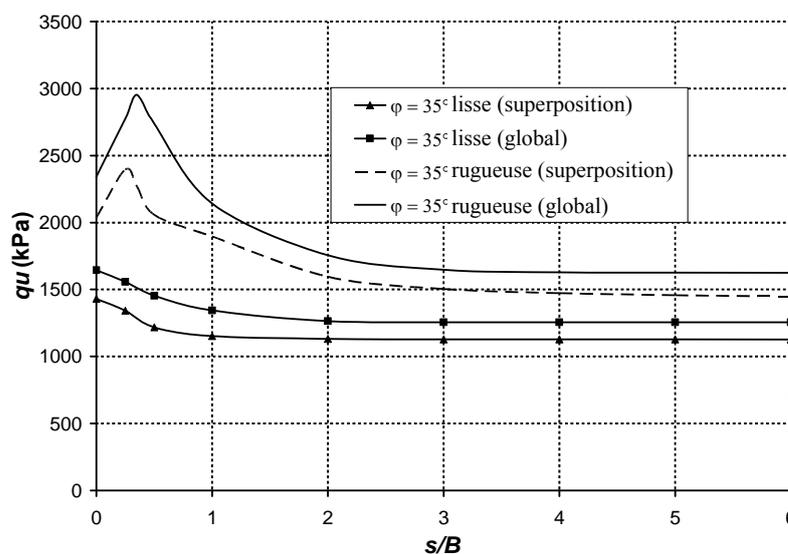


Figure 5.15– Comparaison de la capacité portante obtenue par la superposition et le calcul global – Semelle rugueuse et lisse

5.3. Capacité portante d'une fondation filante au bord d'une pente

La présente étude s'intéresse au calcul numérique de la capacité portante d'une fondation filante sous charge verticale centrée au bord d'une pente, en utilisant le code $FLAC^{3D}$ (*Fast Lagrangian Analysis of Continua*). $FLAC^{3D}$ est utilisé à la place de $FLAC$, car la présente étude fait partie d'une étude plus large comprenant, notamment, des semelles rectangulaires et circulaires et il est souhaitable de garder les mêmes code et maillage générique. Les calculs numériques sont effectués en faisant varier plusieurs paramètres géométriques et mécaniques, tels que la position de la fondation, la pente, l'angle de frottement interne du sol, afin d'évaluer l'effet de la pente

sur la capacité portante d'une semelle filante rugueuse. Les valeurs numériques obtenues sont comparées aux formulations disponibles dans la littérature. On note que cette étude a déjà fait l'objet d'une communication dans les Journées Nationales de Géotechnique et de Géologie de l'Ingénieur JNGG2010, organisées à Grenoble les 7-9 juillet 2010.

5.3.1. Présentation du cas étudié

Dans cette étude on considère une fondation filante non encastrée, rigide et rugueuse, de largeur B , reposant sur un massif de sol frottant et située à une distance d de la crête d'une pente qui fait l'angle β avec l'horizontale (Figure 5.16). Cette fondation est soumise à une charge verticale centrée. Le massif étudié ne présentant aucune symétrie géométrique, il est donc modélisé dans son intégralité (Figure 5.17). Le maillage est raffiné au voisinage de la fondation, sous sa base, ainsi que près de la crête du talus. Les dimensions du maillage ont été définies de façon à éviter une influence sur la formation des mécanismes de rupture dans le sol. Plusieurs configurations géométriques ont été analysées pour une fondation filante de largeur $B = 1$ m: l'angle de la pente d'angle est $\beta = 26,6^\circ$ et $33,7^\circ$ (pente 1/2 et 2/3) et le rapport d/B varie entre 0 et 6 par pas de 1.

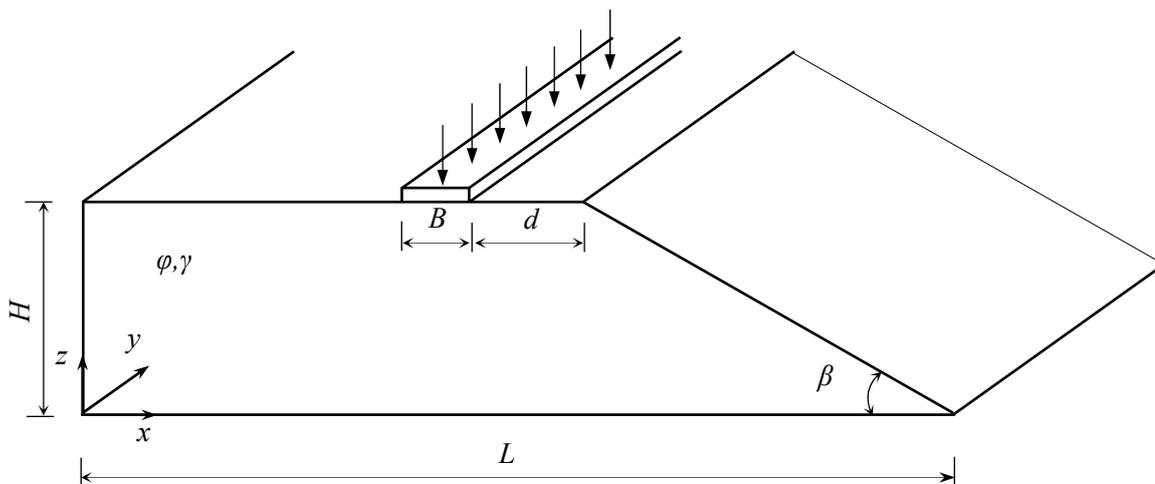


Figure 5.16– Géométrie du problème

Pour des raisons de lisibilité, la Figure 5.17 montre une représentation simplifiée du maillage dans le cas $d/B = 1$ et $\beta = 26,6^\circ$. Le maillage réellement adopté pour le calcul de la capacité portante est plus raffiné. Les conditions aux limites sont prises en compte en bloquant le déplacement horizontal pour la limite qui correspond au plan $x = 0$; pour $z = 0$ les déplacements sont bloqués dans les directions x et z . Le déplacement dans la troisième dimension est bloqué pour traiter le problème en déformation plane (Figure 5.17).

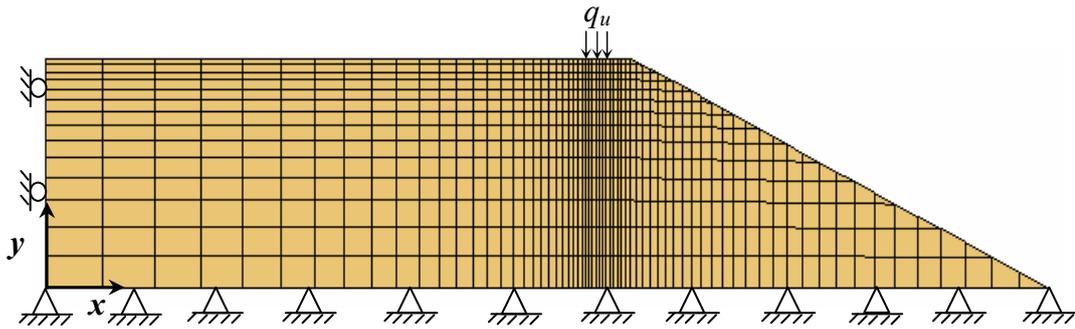


Figure 5.17– Maillage (simplifié) du modèle bidimensionnel et conditions aux limites,
cas de $\beta = 26,6^\circ$, $d/B = 1$

Le comportement du sol est régi par une loi élastique-parfaitement plastique et le critère de Mohr-Coulomb avec la règle d'écoulement associée. Les valeurs suivantes sont retenues : poids volumique $\gamma = 16 \text{ kN/m}^3$, module volumique $K = 2,67 \times 10^4 \text{ kPa}$, module de cisaillement $G = 1,23 \times 10^4 \text{ kPa}$ ($E = 32 \text{ MPa}$, $\nu = 0,3$). Les calculs ont été menés pour les différentes valeurs de l'angle de frottement interne : $\varphi = 35^\circ$, 40° et 45° , et l'angle de dilatance $\psi = \varphi$ (associativité) et la cohésion $c' = 0$. L'interface sol-fondation est supposée parfaitement rugueuse : le déplacement relatif sol-fondation est bloqué dans la direction horizontale.

Pour évaluer la capacité portante q_u , une vitesse de déplacement très faible a été appliquée sur les nœuds des éléments qui discrétisent la fondation; l'accroissement progressif du déplacement vertical de la fondation est accompagné par l'augmentation de la contrainte verticale au-dessous de la fondation; cette contrainte se stabilise pour une valeur qui indique un palier; ce palier correspond à la capacité portante q_u .

Pour une fondation filante dans un sol frottant, établie en surface et au bord d'une pente, la formule de la capacité portante est donnée par la relation suivante :

$$q_u = \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma i_{\gamma\beta} \quad (5.1)$$

Avec :

N_γ : facteur de portance d'une fondation établie sur un sol à surface horizontale ;

$i_{\gamma\beta}$: coefficient réducteur de portance donnée par l'expression (2.2); par définition, c'est le rapport de la capacité portante d'une fondation établie en bord d'une pente à la capacité portante de la même fondation, établie sur le même sol à surface horizontale.

Il est important de noter que toutes les expressions de $i_{\gamma\beta}$ proposées dans la littérature ne tiennent pas compte de l'influence de l'angle de frottement interne du sol φ .

5.3.2. Résultats et discussion

5.3.2.1. Facteurs de portance

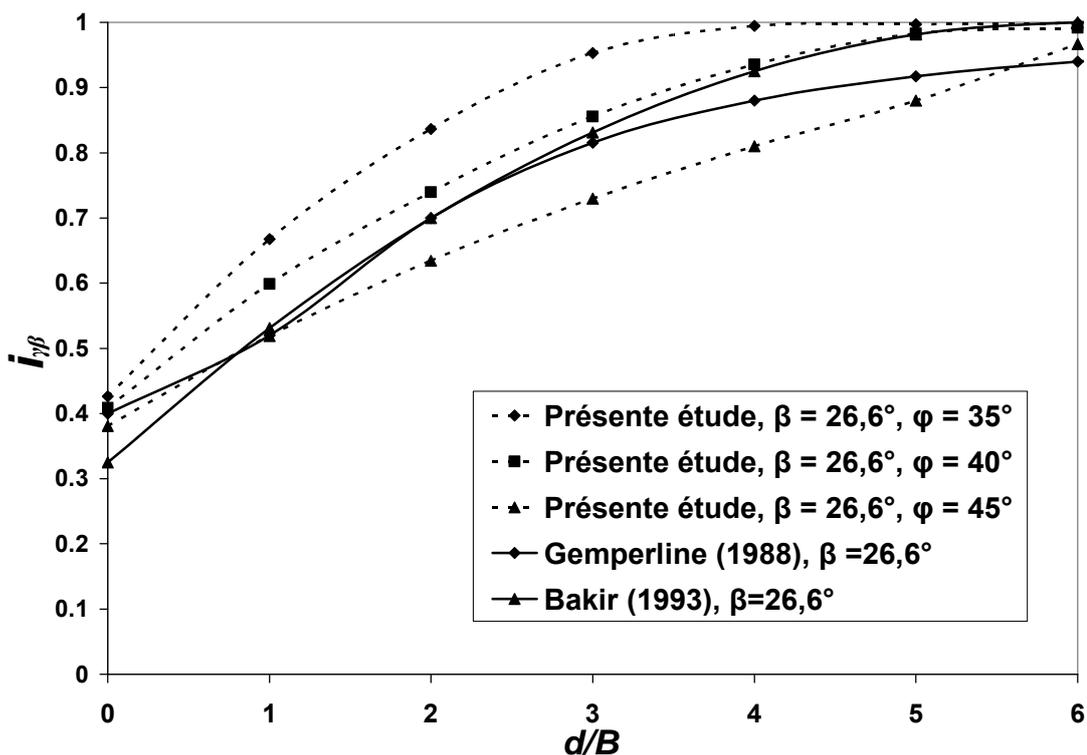
Les résultats du facteur de portance $N_{\gamma}' = N_{\gamma} \cdot i_{\gamma\beta}$, pour $\beta = 26,6^{\circ}$, $d/B = 0, 2$ et 4 et $\varphi = 35^{\circ}, 40^{\circ}$ et 45° , obtenus par la présente étude sont comparés à ceux trouvés dans la littérature dans le Tableau 1, adapté de Bakir et al. (1994). L'analyse de ces résultats montre une dispersion importante des facteurs de portance N_{γ}' ; ce dernier croît régulièrement lorsque la distance relative d/B de la fondation au bord du talus augmente, à l'exception des résultats de Graham et al. (1988), où le talus n'a aucun effet à partir de $d/B = 2$ pour $\varphi = 35^{\circ}$ et 40° . Les valeurs de Giroud et Tran-Vo-Nhiem (1971), obtenues en utilisant la méthode des lignes de glissement, sont les plus basses, sauf pour le seul cas de Magnan et al. (2004), où $\varphi = 35^{\circ}$ et $d/B = 0$. Pour $d/B = 0$, les résultats de la présente étude sont en bon accord avec ceux de Graham et al. (1988), la différence ne dépassant pas 6% dans le cas de $\varphi = 35^{\circ}$. Pour $d/B = 2$ et 4 les valeurs de la présente étude sont proches de celles de Meyerhof (1957); lorsque l'angle de frottement du sol $\varphi = 35^{\circ}$ et $d/B = 2$, la différence n'est que de 0,3%.

Tableau 5.1– Comparaison des valeurs des facteurs de portance N_{γ}' pour $\beta = 26,6^{\circ}$
(d'après Bakir et al., 1994)

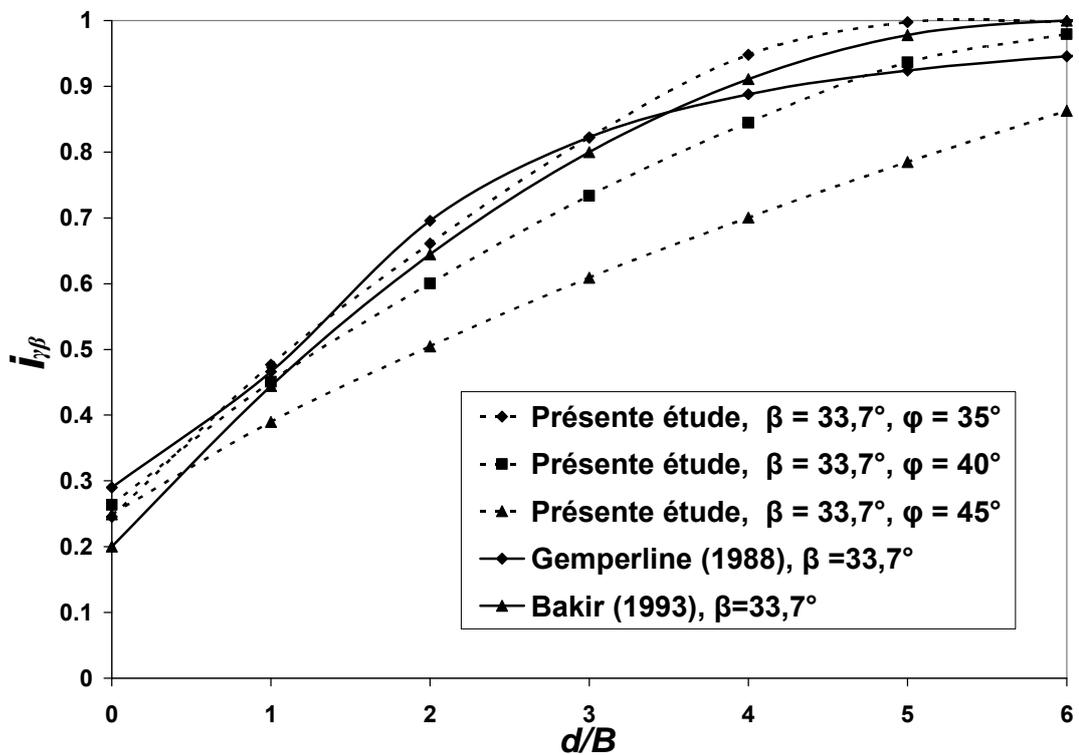
Référence \ d/B	$\varphi = 35^{\circ}$			$\varphi = 40^{\circ}$			$\varphi = 45^{\circ}$		
	0	2	4	0	2	4	0	2	4
Meyerhof (1957)	11	35	41	26	70	105	61	140	220
Hansen (1970)	10	-	-	24	-	-	78	-	-
Giroud et Tran-Vo-Nhiem (1971)	10	16	28	21	35	52	50	72	100
Graham et al. (1988)	19	55	55	44	100	100	123	247	410
Kusakabe et al. (1981)	13	33	55	29	66	105	69	138	213
Narita et Yamaguchi (1990)	16	48	84	36	96	162	92	209	334
Magnan et al. (2004) (MCNL)	9,1	29,9	50,8	24,6	61,5	95,6	59,8	125	202
Magnan et al. (2004) LIM1	10,8	32	53,4	25,1	63,6	99,3	62,7	128	210
Présente étude	17,8	34,9	41,5	44	79,6	100,7	118,3	197,1	251,8

5.3.2.2. Coefficient réducteur de portance

Les Figures 5.18 (a et b) montrent les coefficients réducteurs de portance $i_{\gamma\beta}$ en fonction de la distance relative d/B de la fondation au bord du talus pour les deux valeurs $\beta = 26,6^{\circ}$ et $33,7^{\circ}$ (pentes 1/2 et 2/3) obtenus tant par la présente étude que par Bakir (1993) et Gemperline (1988). Les valeurs du coefficient réducteur de portance décroissent lorsque la pente du talus β augmente et cela dans tous les cas présentés sur cette figure.



(a)



(b)

Figure 5.18– Evolution du coefficient réducteur de portance en fonction de la distance à la crête du talus.

(a) $\beta = 26,6^\circ$ (pente 1/2), (b) $\beta = 33,7^\circ$ (pente 2/3)

Il est intéressant de noter que les résultats obtenus par la présente étude montrent un effet de l'angle de frottement interne du sol φ sur le coefficient réducteur de portance $i_{\gamma\beta}$; cette influence est faible lorsque $d/B = 0$; par exemple pour $d/B = 0$, $\beta = 26,6^\circ$, $\varphi = 35^\circ$, 40° et 45° le coefficient $i_{\gamma\beta}$ varie entre 0,38 et 0,42 (Figure 5.18 a). Bakir (1993) a comparé ses résultats avec ceux de Lebègue (1973), Giroud et Tran-Vo-Nhiem (1971) et Gemperline (1988) : lorsque $d/B = 0$ et $26^\circ \leq \varphi \leq 43^\circ$, il a trouvé que les valeurs de $i_{\gamma\beta}$ sont proches.

Les résultats de la présente étude montrent qu'avec l'augmentation de l'angle de frottement interne φ du sol, le coefficient réducteur $i_{\gamma\beta}$ décroît; l'écart atteint sa valeur maximale égale à 0,24, dans le cas $d/B = 4$ et $\beta = 33,7^\circ$; il est égal à 0,22 pour $d/B = 3$ et $\beta = 26,6^\circ$. Au contraire, Bakir et al. (1994) ont indiqué que, pour une pente donnée, la valeur des coefficients $i_{\gamma\beta}$ avec l'éloignement d/B de la fondation du bord du talus dépend peu des caractéristiques du sol et $\Delta i_{\gamma\beta} \cong 0,10$. Dans le cas de la présente étude, ainsi que pour Gemperline (1988), la valeur de $i_{\gamma\beta}$ est inférieure à 1 pour $d/B = 6$ et $\varphi = 45^\circ$; ce n'est pas le cas pour les résultats obtenus par l'expression de Bakir (1993), où la fondation à proximité d'un talus se comporte comme une fondation sur sol horizontal (d infini) lorsque $d/B = 6$.

La Figure 5.19 donne la comparaison, présentée par Bakir et al. (1994), des coefficients réducteurs de portance $i_{\gamma\beta}$, pour $d/B = 0$, et $\beta = 26,6^\circ$, et φ compris entre 35° et 45° , à laquelle ont été ajoutés les résultats de cette étude. La plupart des résultats indiquent la petite influence de l'angle de frottement interne φ du sol sur le coefficient $i_{\gamma\beta}$; on peut noter que les résultats de la présente étude s'accordent bien avec ceux de Gemperline (1988).

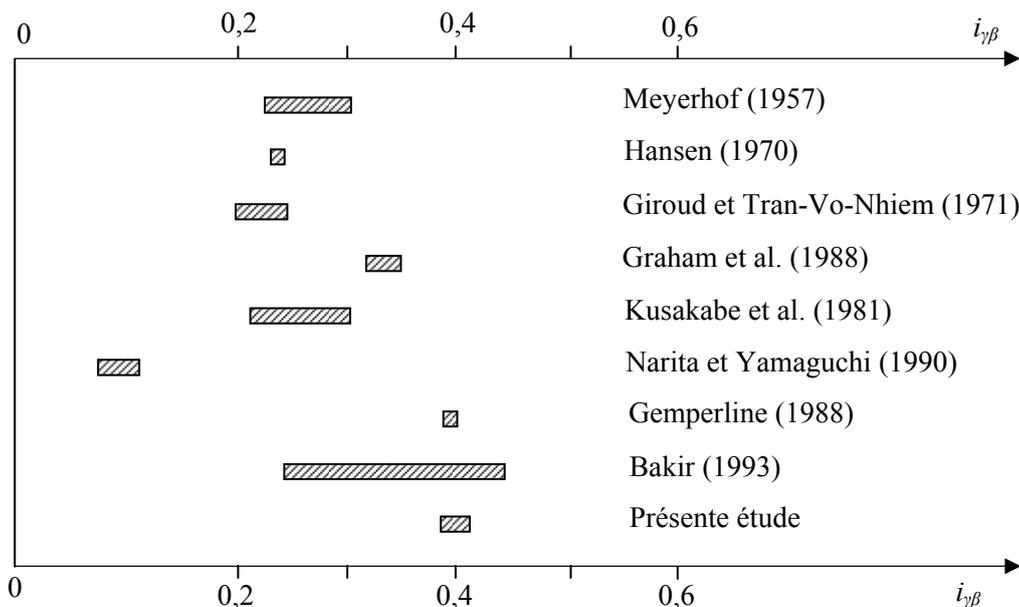


Figure 5.19– Comparaison des résultats de $i_{\gamma\beta}$ dans le cas $d/B = 0$, et $\beta = 26,6^\circ$ (d'après Bakir et al., 1994).

5.4. L'effet d'une cavité sur la capacité portante d'une fondation superficielle

La multiplication des travaux dans le domaine de géotechnique conduit fréquemment à étudier les interactions entre les structures voisines; en pratique, de nombreuses structures peuvent être construites sur des ouvrages existants. La présence d'une cavité sous une fondation superficielle est l'un des problèmes rencontrés en géotechnique ; actuellement, peu de données existent sur l'effet d'une cavité sur la capacité portante des fondations superficielles. Cette étude est une analyse numérique de l'influence d'une cavité souterraine sur le comportement d'une fondation superficielle filante ; le code FLAC (2005) est choisi pour étudier l'effet de la position d'une cavité sur la capacité portante et les mécanismes de rupture. Sur la base des résultats numériques obtenus par cette étude et les données proposées par Peng et al. (2006), une représentation graphique est exposée pour quantifier l'effet d'une cavité sur la capacité portante des fondations superficielles filantes. On note que cette étude a déjà fait l'objet d'une communication dans la conférence internationale sur le calcul numérique en géotechnique NUCGE08, organisée à Skikda les 27–29 octobre, 2008.

5.4.1. Présentation du cas étudié

Cette étude numérique est effectuée pour évaluer l'effet de la présence d'une cavité au-dessous d'une fondation filante posée en surface et soumise à une charge verticale centrée. En se basant sur les données géométriques adoptées par Peng et al. (2006), on considère le cas d'une fondation rigide et rugueuse de largeur B , au-dessus d'une cavité continue de forme carrée; cette cavité est définie par sa hauteur $H = 2$ m et sa largeur $L = 2$ m (Figure 5.20). Pour examiner l'effet de la position de la cavité, on prend l'excentricité X comme la distance entre le centre de la cavité jusqu'à l'axe passant par le centre de la fondation; cette distance varie de 0 m à 10 m, par pas de 2 m ; d'autre part, la profondeur Y est la distance entre la surface libre du sol et le centre de la cavité; cette dernière varie de 3 m à 11 m, par pas de 2 m, également.

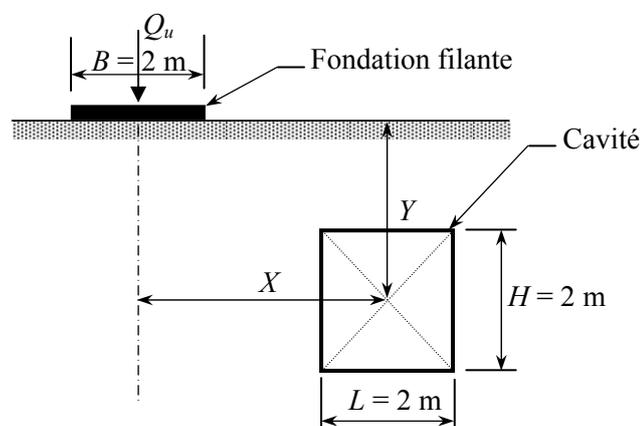


Figure 5.20– Présentation du problème

Le modèle étudié ne présentant pas une symétrie géométrique, il a donc été discrétisé dans son intégralité. La Figure 5.21 présente le maillage adopté pour la modélisation de la fondation filante au-dessus de la cavité; un raffinement local du maillage a été effectué sous la base de la fondation. Les conditions aux limites sont prises en compte en bloquant les déplacements horizontaux et verticaux pour la limite inférieure ; pour les limites latérales le déplacement est fixé dans la direction x (Figure 5.21). Dans notre étude la fondation rigide est modélisée par des éléments considérés rigides, et connectée au sol avec une interface parfaitement rugueuse.

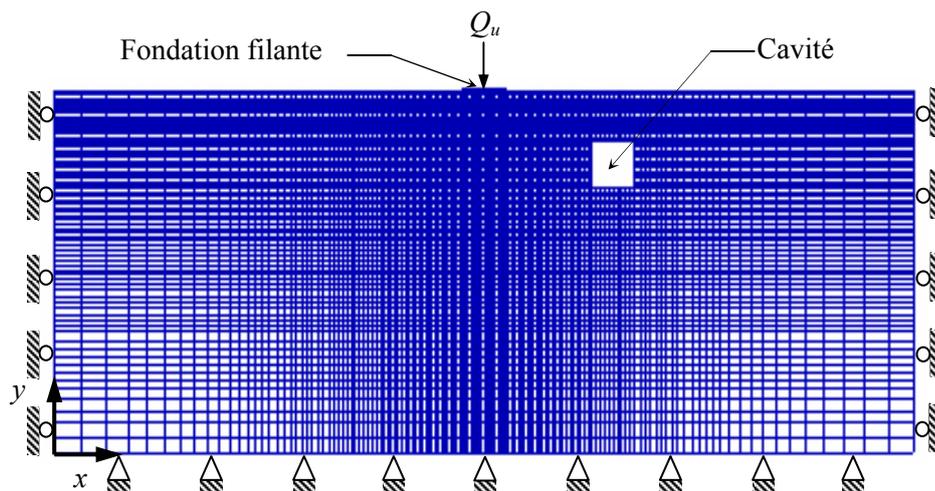


Figure 5.21– Maillage du modèle bidimensionnel et conditions aux limites

Le comportement du sol est régi par une loi élastique - parfaitement plastique et le critère de Mohr-Coulomb intégré dans le code FLAC a été adopté ; la surface de charge, pour ce modèle, correspond à un critère de rupture en cisaillement avec critère supplémentaire de rupture par traction. Dans cette étude le matériau utilisé est un sédiment calcaire dont les caractéristiques sont données par Peng et al. (2006). Il s'agit d'un roche tendre (entre la classe C_L et D selon la classification des roches de l'Association Japonaise des Routes, 2002). Le Tableau 5.2 récapitule les caractéristiques du matériau utilisé.

Tableau 5.2– Paramètres retenus pour la modélisation, d'après Peng et al. (2006)

Paramètre	Valeur
Poids volumique γ' (MN/m ³)	0,009
Module d'élasticité E (MPa)	$4,9 \times 10^2$
Coefficient de poisson ν	0,3
Cohésion c (MPa)	0,98
Angle de frottement φ (°)	26,5
Angle de dilatance ψ (°)	0
Contrainte de traction σ_t (MPa)	0,49

La procédure de simulation utilisée dans cette analyse est basée sur trois étapes : d'abord, un calcul pour déterminer l'état des contraintes initiales est effectué; par la suite, une cavité est « créée » sous la fondation filante ; finalement, on charge la fondation jusqu'à la capacité portante du sol ; dans cette étape, la portance du sol est déterminée en appliquant une vitesse de déplacement très faible aux nœuds des éléments qui discrétisent la fondation. Le déplacement progressif de la fondation est accompagné par l'augmentation des contraintes dans le sol ; ces dernières se stabilisent pour une valeur qui indique la capacité portante q_u .

5.4.2. Résultats et discussion

5.4.2.1. Coefficient réducteur de portance

Pour le calcul de la capacité portante des fondations superficielles, il existe de nombreuses formulations des coefficients exprimant l'influence des configurations particulières ; dans le cas d'une fondation filante au-dessus d'une cavité on définit le coefficient réducteur de portance comme le rapport entre la capacité portante d'une fondation établie au voisinage d'une cavité et la capacité portante de la même fondation, établie sur le même sol sans cavité ; le coefficient réducteur est obtenu par l'expression suivante :

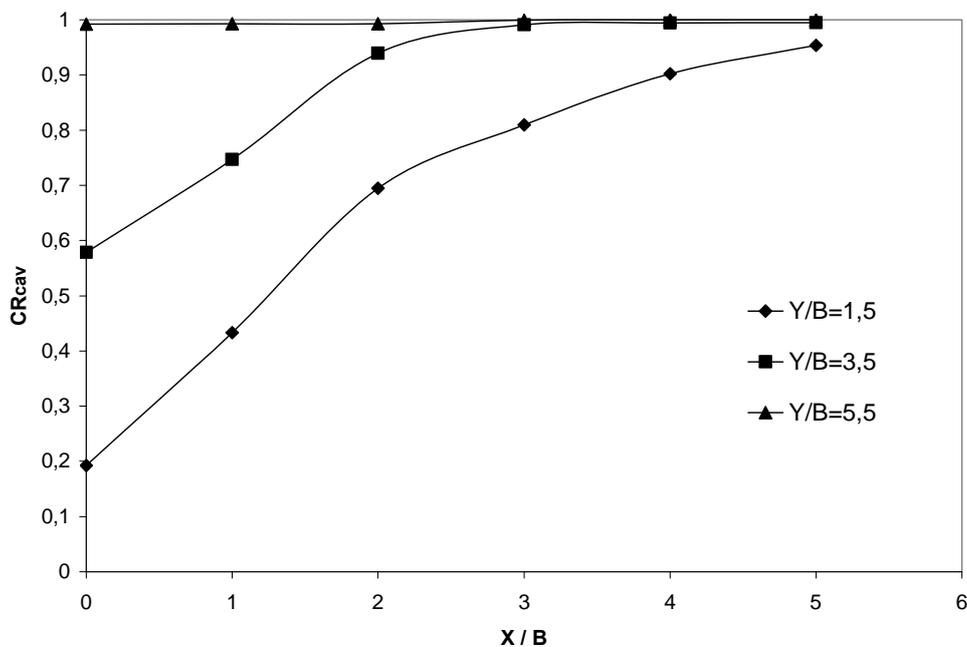
$$CR_{cav} = \frac{[q_u]_{avec\ cavité}}{[q_u]_{sans\ cavité}} \quad (5.2)$$

L'effet d'une cavité sur la capacité portante diminue avec l'augmentation du coefficient CR_{cav} ; ainsi dans le cas où ce coefficient est égal à 1, la cavité n'a aucune influence sur la portance de fondation. La Figure 5.22 (a), montre l'évolution du coefficient CR_{cav} en fonction du rapport X/B de l'excentricité de cavité (X) à la largeur de fondation (B), pour différentes valeurs de Y/B . Par ailleurs, la Figure 5.22 (b), indique l'évolution du coefficient CR_{cav} en fonction du rapport Y/B de la profondeur de cavité (Y) à la largeur de fondation (B), pour différentes valeurs de X/B . A partir des résultats montrés sur les Figure 5.22 (a et b), on peut remarquer que lorsque $Y/B = 1,5$ et $X/B = 4,0$, le coefficient CR_{cav} est supérieur à 0,9.

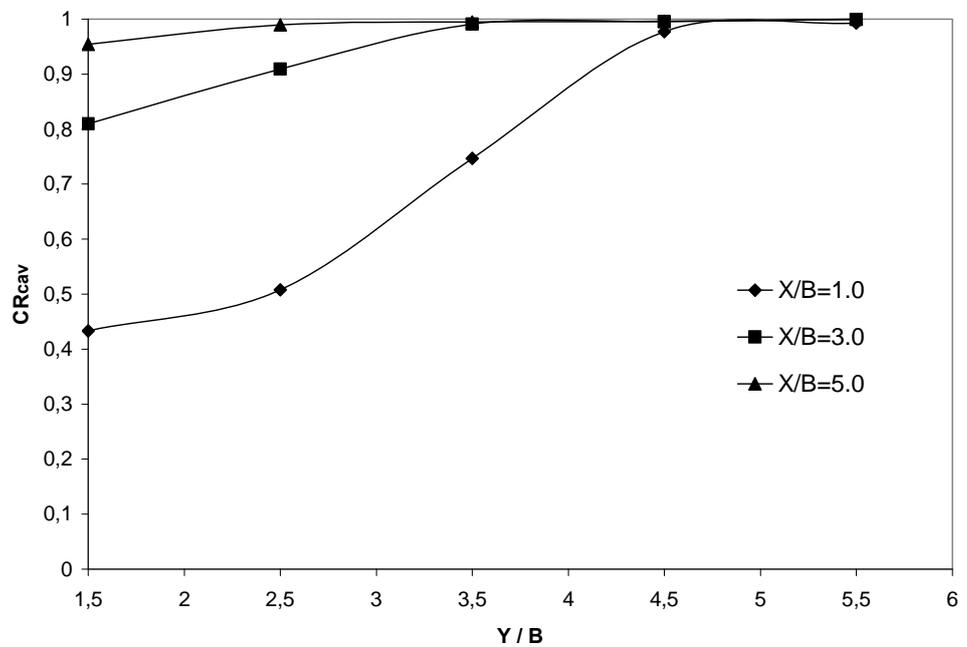
Le Tableau 5.3 donne une comparaison entre les résultats de la présente étude et ceux de Peng et al. (2006) pour $Y/B = 1,5$ et différentes valeurs de X/B . On constate que les valeurs CR_{cav} déterminées par FLAC sont généralement inférieures à celles de Peng et al. (2006). La différence entre les résultats de FLAC et ceux de Peng et al. (2006) est importante pour les petites valeurs de X/B ; cependant, on remarque une bonne concordance lorsque $X/B = 5,0$.

Tableau 5.3– Valeurs de CR_{cav} pour $Y/B = 1,5$ et différentes valeurs de X/B

X/B	CR_{cav}	
	Présente étude	Peng et al. (2006)
0,0	0,193	0,360
3,0	0,809	0,916
5,0	0,954	0,947



(a)



(b)

Figure 5.22– Effet d'une cavité sur le coefficient réducteur de portance (CR_{cav}), (a) variation de CR_{cav} avec le rapport X/B ; (b) variation de CR_{cav} avec le rapport Y/B

5.4.2.2. Mécanismes de rupture

Les Figures 5.23 (a, b et c) montrent le développement de la zone plastique sous la fondation en présence de la cavité; cette zone est caractérisée par une rupture de cisaillement et rupture de traction; la profondeur de cavité (Y) est fixée à 3 m ($Y/B = 1,5$) pour chaque cas, tandis que l'excentricité de cavité (X) varie entre 0, 6 et 10 m ($X/B = 0, 3$ et 5).

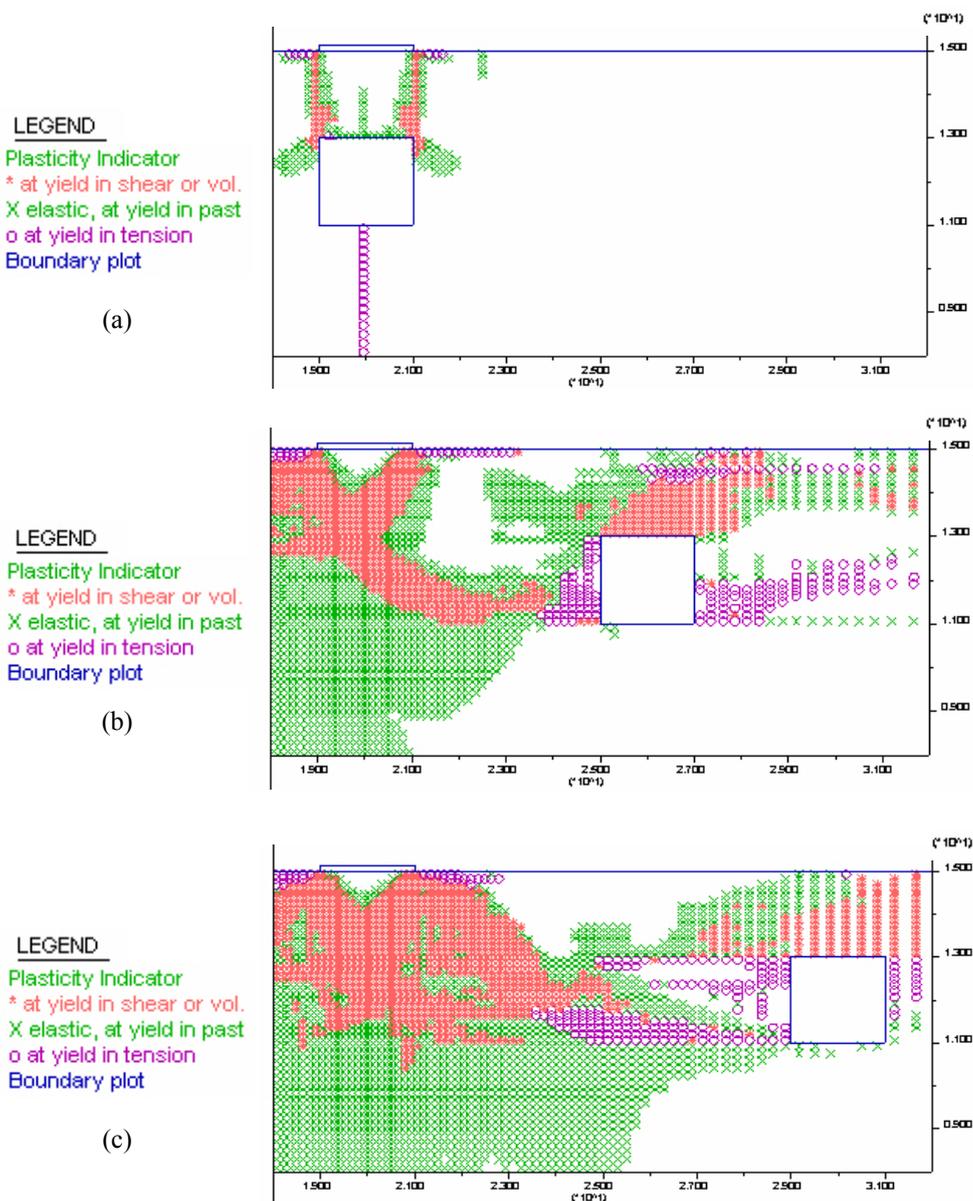


Figure 5.23– Les zones plastifiées, (a) $X/B = 0$ et $Y/B = 1,5$; (b) $X/B = 3,0$ et $Y/B = 1,5$; (c) $X/B = 5,0$ et $Y/B = 1,5$.

La Figure 5.23 (a) montre les zones plastifiées dans le cas d'une cavité placée sous la fondation ($X/B = 0$) et $Y/B = 1,5$; on peut remarquer qu'une rupture locale se développe sous la fondation filante; la rupture de cisaillement s'étend du bord de la fondation jusqu'au bord supérieur de la cavité, tandis que la rupture de traction apparaît dans le fond de la cavité. On peut observer sur la

Figure 5.23 (b) les zones plastifiées pour $X/B = 3,0$ et $Y/B = 1,5$, la rupture de cisaillement dans ce cas se développe vers le côté voisin de la fondation, ainsi que la partie supérieure de la cavité. Dans le cas d'une cavité située à $X/B = 5,0$ et $Y/B = 1,5$, la Figure 5.23 (c) montre un coin juste sous le centre de la fondation, dans lequel le sol reste élastique; on peut constater aussi une rupture de cisaillement au-dessus de la cavité, tandis qu'il y a une rupture de traction au voisinage des limites verticales de la cavité. Pour le cas d'une cavité située à $X/B = 0$ et $Y/B = 1,5$, le mécanisme de rupture obtenu ici, par FLAC, est similaire aux observations présentées Peng et al. (2006).

5.4.2.3. Représentation graphique de CR_{cav}

Sur les Figures 5.24 et 5.25 est reporté l'ensemble des résultats obtenus, par la présente étude, pour le coefficient réducteur de portance CR_{cav} . La Figure 5.24 présente une visualisation tridimensionnelle, qui permet d'estimer l'effet de la position de la cavité sur la capacité portante avec l'utilisation du rapport X/B et Y/B ; on peut remarquer que la surface courbée se stabilise avec l'augmentation de X/B et Y/B .

Dans le but de faciliter l'estimation de l'effet de la position d'une cavité sur la capacité portante, sont présentés sur la Figure 5.25 les lignes du contour du coefficient CR_{cav} (avec ces lignes on peut rapidement déterminer la capacité portante pour une position de la cavité fixée, bien sûr, ceci n'est valable que pour les valeurs des paramètres utilisés dans la présente étude).

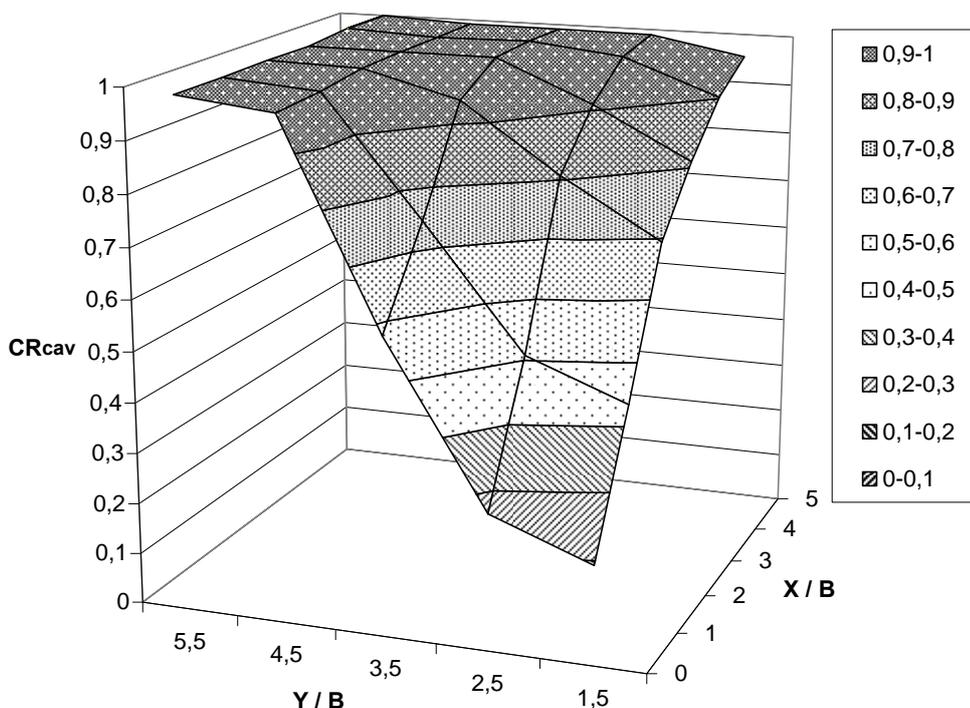


Figure 5.24– Variation tridimensionnelle du CR_{cav}

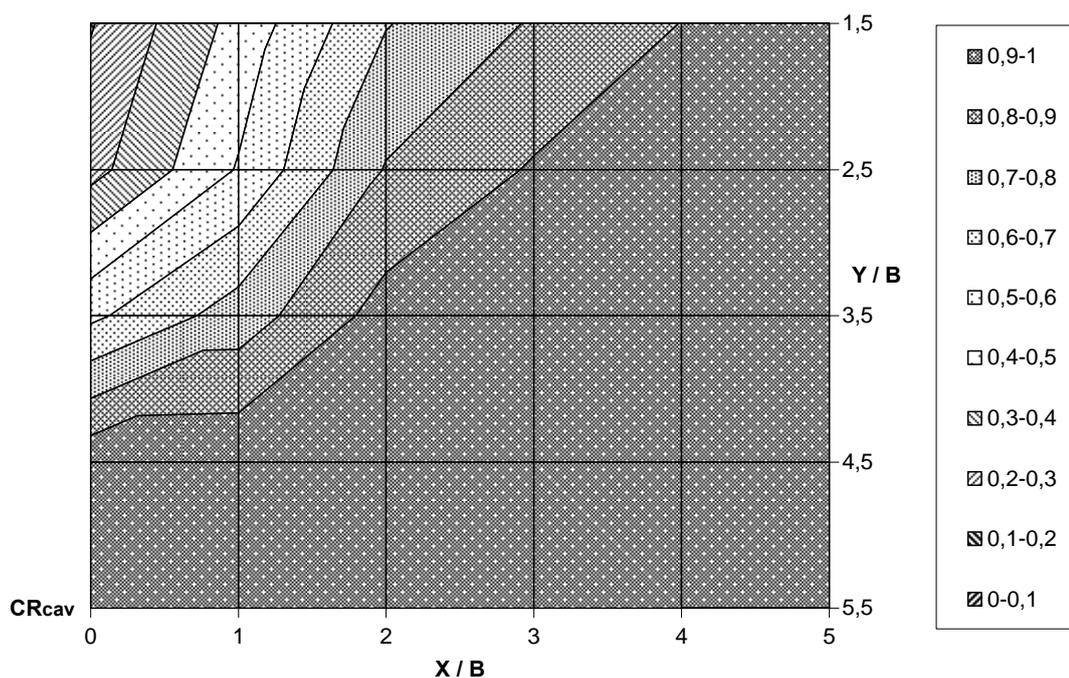


Figure 5.25– Les lignes du contour du CR_{cav} dans une représentation bidimensionnelle.

5.5. Conclusion

Les résultats présentés dans ce chapitre démontrent l'influence de plusieurs interactions sur la capacité portante des fondations superficielles.

L'étude numérique de l'interférence de deux semelles filantes a permis de constater que les valeurs de ξ_γ , $\xi_{\gamma q}$ et $\xi_{\gamma c q}$ dépendent des conditions de l'interface sol-fondation. Une influence significative de l'interférence a été observée pour les semelles rugueuses lorsque la distance relative s/B varie entre 0,1 à 0,5 et pour les angles de frottement variant entre 25° à 40° . Dans le cas d'une semelle rugueuse, les valeurs de $\xi_{\gamma q}$ obtenues par FLAC sont en excellent accord avec celles de Hazell (2004). L'hypothèse de superposition de Terzaghi sous-estime toujours la capacité portante; l'erreur par rapport au cas d'un calcul global, augmente pour les petites valeurs de s/B .

Dans ce chapitre ont été présentés également les résultats numériques des facteurs de portance et les coefficients réducteurs pour une fondation établie au voisinage d'une pente, afin de les comparer à ceux obtenus par les méthodes et les expressions proposées dans la littérature. La comparaison des facteurs de portance obtenus par différentes approches, pour le cas d'un talus de pente $1/2$ ($\beta = 26,6^\circ$) et $d/B = 0, 2$ et 4 , révèle un écart important entre les différents auteurs. Pour une fondation en crête de talus ($d/B = 0$), les résultats de cette étude sont en bonne concordance avec ceux de Graham et al. (1988). L'évaluation des coefficients réducteurs de portance $i_{\gamma\beta}$,

montre la faible influence de l'angle de frottement φ sur le coefficient $i_{\gamma\beta}$ pour le cas particulier $d/B = 0$. Ceci dit, en faisant varier φ , les valeurs de $i_{\gamma\beta}$ obtenues par cette étude, encadrent bien celles de Bakir (1993) et Gemperline (1988).

Enfin, dans ce chapitre, l'effet d'une cavité sur la capacité portante d'une fondation superficielle filante a été étudié. Les calculs numériques ont permis de montrer qu'il existe une zone critique où la capacité portante est affectée d'une manière significative. À partir des résultats numériques obtenus par FLAC, une représentation graphique a été exposée pour quantifier l'effet de la position de la cavité sur la capacité portante.

Conclusions générales et perspectives

L'objectif de cette thèse a été de contribuer à l'étude du problème de la capacité portante des fondations superficielles. Nos contributions ont porté sur deux aspects du problème : d'une part, sur la détermination de la capacité portante des fondations isolées dans un sol frottant, d'autre part, sur l'étude de l'influence d'autres constructions sur la capacité portante des fondations superficielles.

Pour bien orienter ce travail, on a présenté dans la première partie une synthèse des méthodes de calcul de la capacité portante. De nombreux auteurs ont proposé des méthodes de calcul de la capacité portante des fondations superficielles ; la présentation de ces méthodes a permis de montrer les inconvénients des méthodes classiques d'équilibre limite, qui ne donnent pas d'indications concernant l'importance des déformations et la surface de rupture, qui doit être connue avant tout calcul.

Les calculs numériques élasto-plastiques de la capacité portante des fondations superficielles filantes et circulaires sur un sol frottant ont permis de constater l'influence importante de la non-associativité du sol sur les facteurs de portance, pour les grandes valeurs de l'angle de frottement interne du sol ; la non-associativité sous-estime les trois facteurs de portance d'environ 40% pour $\varphi = 40^\circ$. La relation proposée par Loukidis et Salgado (2009) pour tenir compte de la non-associativité, dans le cas d'une semelle filante et rugueuse, fournit des valeurs très proches de celles déterminées par la présente étude. Egalement, la nature de l'interface sol-fondation a une influence considérable sur le facteur de portance N_γ ; ce dernier est réduit d'environ 50% pour le cas d'une semelle parfaitement lisse avec $\varphi = 40^\circ$; par contre, l'interface sol-fondation a une faible influence sur les facteurs de portance N_c et N_q .

Les résultats des facteurs de portance N_c et N_q de la présente étude, dans le cas d'une semelle filante et lisse avec $\psi = \varphi$ (associativité), sont en très bon accord avec les solutions de Prandtl-Reissner considérées comme exactes. En ce qui concerne le facteur de portance N_γ , la comparaison des résultats de la présente étude avec ceux obtenus par les relations proposées dans la littérature, montre une large dispersion pour les grandes valeurs de φ . La relation donnée par Loukidis et Salgado (2009) pour le calcul de N_γ permet d'obtenir des valeurs qui sont en bon accord avec les résultats de la présente étude, lorsque l'on considère une semelle rugueuse sur un sol associé ($\psi = \varphi$).

D'autre part, les calculs numériques présentés dans cette étude ont permis de confirmer les résultats de Loukidis et Salgado (2009), Lyamin et al. (2007) et Zhu et Michalowski (2005), qui indiquent l'augmentation des coefficients de forme s_γ , s_c et s_q , avec l'accroissement de l'angle de frottement interne du sol. Egalement, pour les angles de frottement φ inférieurs à 30° , le coefficient de forme s_γ est toujours inférieur à 1. Dans le cas d'une semelle rugueuse, la non-associativité sous-estime les coefficients de forme s_γ , s_c et s_q ; en revanche, la non-associativité surestime les coefficients s_c et s_q dans le cas d'une semelle lisse et $\varphi > 30^\circ$.

Les résultats numériques, obtenus par le présent travail, confirment les solutions théoriques et les observations expérimentales, qui montrent l'augmentation importante de la capacité portante dans le cas de l'interférence de deux semelles filantes rugueuses, sur un sable. Les valeurs du coefficient correcteur ξ_γ dépendent de la nature de l'interface sol-fondation. Dans le cas des semelles rugueuses, il a été observé que ξ_γ augmente avec l'accroissement de la distance relative s/B jusqu'à un pic qui indique une valeur optimale, puis on constate une diminution progressive de ξ_γ , qui se stabilise vers la valeur de 1 pour les semelles largement espacées. L'espacement pour lequel les deux semelles sont considérées isolées a été trouvé égal à $3B$ et à $1,5B$, pour $\varphi = 40^\circ$ et 30° , respectivement. Par ailleurs, la courbe correction-espacement pour les semelles lisses ne montre aucun pic, c'est-à-dire qu'il n'y pas de gain dû à l'interférence; la valeur maximale de ξ_γ est égale à 2 et est obtenue pour $s/B = 0$. Les valeurs des coefficients correcteurs, pour un espacement donné, sont toujours plus élevées pour les sols présentant une grande valeur de l'angle de frottement interne. En outre, pour les petites distances relatives s/B , le coefficient correcteur ξ_γ est influencé par la non-associativité; par exemple, pour $s/B \cong 0,4$ le coefficient ξ_γ est réduit de 40% dans le cas d'une semelle rugueuse avec $\varphi = 40^\circ$ et $\psi = 0$, par rapport au cas associé ($\psi = \varphi$). On note aussi que, pour un sol associé, les valeurs de ξ_γ obtenues par le présent travail sont en bon accord avec les résultats de Kumar et Kouzer (2008). Les courbes correction-espacement obtenues dans les cas combinés ($\xi_{\gamma q}$ et $\xi_{\gamma c q}$) ont la même allure que celles de ξ_γ . Cependant, les valeurs des coefficients correcteurs combinés pour $s/B = 0$ sont toujours inférieures à 1,7. Les valeurs de $\xi_{\gamma q}$ sont légèrement supérieures du cas général, c'est-à-dire $\xi_{\gamma c q}$. Les résultats numériques de $\xi_{\gamma q}$ de la présente étude, dans le cas d'une semelle rugueuse, sont en excellent accord avec les solutions théoriques obtenues par Hazell (2004), en utilisant la méthode des caractéristiques; de plus, les résultats numériques de $\xi_{\gamma q}$ d'une semelle rugueuse suivent la forme de la courbe expérimentale donnée par Hazell (2004). Dans le cas de l'interférence de deux semelles rugueuses, les contours des déformations de cisaillement maximales ont montré une augmentation de la surface du sol mobilisée pour les petites distances relatives s/B ; ce phénomène a été appelé "blocage du sol" ("jamming soil" en anglais).

Egalement, il a été observé que la valeur du déplacement maximal de la semelle varie avec la distance relative s/B : le déplacement maximal est obtenu pour les faibles valeurs de s/B .

Les résultats présentés démontrent que l'hypothèse de superposition de Terzaghi (1943), sous-estime la capacité portante d'environ 20% à 15% pour les semelles filantes et circulaires isolées. Cependant, dans le cas de l'interférence de deux semelles filantes, l'erreur due à la superposition augmente lorsque la capacité portante atteint sa valeur optimale, et elle est de l'ordre 24% pour $\varphi = 35^\circ$.

En ce qui concerne le problème d'une fondation filante au bord d'une pente, la comparaison des facteurs de portance obtenus par différents auteurs pour $\beta = 26,6^\circ$, $d/B = 0, 2$ et 4 et $\varphi = 35^\circ, 40^\circ$ et 45° , a montré un écart important. L'étude numérique de la capacité portante d'une fondation filante rugueuse, sur un sol purement frottant et au bord d'une pente, a permis de démontrer la faible influence de l'angle de frottement interne du sol sur le coefficient $i_{\gamma\beta}$, dans le cas d'une fondation en crête de talus ($d/B = 0$). Par contre, pour $d/B > 0$, les résultats de la présente étude montrent un effet de l'angle de frottement interne du sol sur le coefficient réducteur de portance $i_{\gamma\beta}$; ce dernier décroît avec l'augmentation de φ . On note que les expressions de $i_{\gamma\beta}$ proposées par Gemperline (1988) et Bakir et al. (1994) ne tiennent pas compte de cet effet.

Les calculs numériques de la capacité portante d'une fondation filante au-dessus d'une cavité ont permis de proposer une représentation graphique, qui permet d'évaluer l'effet de la position de la cavité sur la capacité portante, en considérant les caractéristiques mécaniques du sol données par Peng et al. (2006). Cette analyse peut être étendue pour différents types de sol, afin de donner des abaques qui facilitent la détermination de la capacité portante d'une fondation filante ou de forme quelconque au-dessus d'une cavité.

La formulation du problème de la capacité portante ainsi que les techniques appliquées pour sa résolution, ont évolué et continuent à évoluer ; les publications récentes montrent que le problème de la capacité portante n'est pas encore épuisé et qu'il continuera à offrir de nouveaux sujets de recherche sur tous ses aspects théoriques et appliqués. Plusieurs perspectives de nature différente peuvent être envisagées pour ce travail :

- l'étude numérique de la capacité portante des fondations filantes, carrées, circulaires et rectangulaires au bord d'une pente sous un chargement incliné ;
- l'étude numérique de l'influence de l'interférence des fondations carrées sous une charge verticale et inclinée ;
- l'étude numérique de la capacité portante des fondations filantes sous une charge inclinée et excentrée ;

- l'étude numérique de la capacité portante des fondations filantes, carrées, circulaires et rectangulaires sous un chargement combiné.

Ces nouveaux calculs présenteraient un intérêt évident, vu les résultats numériques déjà obtenus ici. Ils pourraient, selon nous, également être menés grâce au logiciel FLAC^{3D} en différences finies, ou grâce à des programmes par éléments finis tridimensionnels.

Références bibliographiques

- Badie, A., Wang, M. C. (1985). Stability of spread footing above void in clay. *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, 110 (11), 1591–1605.
- Bakir, N. (1993). *Etude sur modèles centrifugés de la capacité portante de fondations superficielles*. Thèse de doctorat de l'Ecole Centrale de Nantes, 150p.
- Bakir, N., Garnier J., Canépa Y. (1994). *Etude sur modèles centrifugés de la capacité portante de fondations superficielles*. Série Géotechnique GT 59, LCPC.
- Bauer, G.E., Shields, D.H., Scott, J.D. Gruspier, J.E. (1981). Bearing capacity of footings in granular slopes. *Proceedings of the Tenth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Stockholm, 33–36.
- Baus, R. L., Wang, M.C. (1983). Bearing capacity of strip footing above void. *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, 109 (1), 1–14.
- Berezantsev, V. G. (1952). *Axially symmetric problems of the Theory of limit equilibrium of granular material*. Government Publishing House for Technical – Theoretical Literature, Moscow.
- Billiaux, D., Cundall, P. (1993). Simulation des géomatériaux par la Méthode des Eléments Lagrangiens. *Revue Française de Géotechnique*, 63, 9–21.
- Bolton, M.D., Lau, C.K. (1993). Vertical bearing capacity factors for circular and strip footings on Mohr–Coulomb soil. *Canadian Geotechnical Journal* 30, 1024–1033.
- Bowles, J. (1996). *Foundation analysis and design*. Fifth edition. McGraw Hill, New York.
- Canépa, Y., Depresles, D. (1990). *Catalogue des essais de chargement de fondations superficielles réalisés sur sites par les Laboratoires des Ponts et Chaussées (1978-1990)*. F.A.E.R. 1.17.02.9, Dossier LREP N° 8622, 45 pages.
- Canépa, Y., Garnier, J. (2004). Etudes expérimentales du comportement des fondations superficielles – Etat de l'art. *Symposium international FONDSUP 2003*, Magnan (éd), Presse de l'ENPC, Paris, 2, 155-260
- Caquot, A., (1934). *Équilibre des massifs à frottement interne. Stabilité des terres pulvérulentes et cohérentes*, Gauthier–Villars, Paris.
- Caquot, A., Kérisel, J. (1948). *Tables for the calculation of passive pressure, active pressure and bearing capacity of foundations*. Gauthier–Villars, Paris.

- Caquot, A., Kerisel, J. (1953). Sur le terme de surface dans le calcul des fondations en milieu pulvérulent. *Proceedings of the Third International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Zurich, 1, 336–337.
- Caquot, A., Kerisel, J. (1966). *Traité de mécanique des sols*. 4^{ème} édition. Gauthier–Villars, Paris.
- Cassidy, M.J., Houlsby, G.T. (2002). Vertical bearing capacity factors for conical footings on sand. *Géotechnique*, 52 (9), 687–692.
- Cernica, J.N. (1995). *Geotechnical Engineering: Soil Mechanics*. Wiley, New York.
- Chatzigogos, C.T. (2007). *Comportement sismique des fondations superficielles : Vers la prise en compte d'un critère de performance dans la conception*. Thèse de doctorat de l'école polytechnique, 313p.
- Chen, W.F. (1975). *Limit analysis and soil plasticity*. Elsevier, Amsterdam.
- Costet, J., Sanglerat, G. (1983). *Cours pratique de mécanique des sols*. Tomes 1 et 2. 3^{ème} édition, Dunod, Paris.
- Coulomb, C.A. (1776). *Essai sur une application des règles des maximis et minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture*. Mémoires de Mathématique et de Physique, présentés à l'Académie Royale des Sciences par divers Savants et lus dans ses Assemblées, Vol. 7, pp. 343–382, Paris.
- Cox, A., D. (1962). Axially symmetric plastic deformations in soils. II: Indentation of ponderable soils. *International Journal of Mechanical Sciences*, 4, 371–380.
- Cox, A., D., Eason, G., Hopkins, H., G. (1961). *Axially symmetric plastic deformations in soils*. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A, 254(1036), 1–45.
- Cundall, P.A. (1976). Explicit finite difference methods in geomechanics. *Numerical Methods in Engineering (Proceedings of the EF Conference on Numerical Methods in Geomechanics)*, Blacksburg, Virginia, Vol. 1, pp. 132–150.
- Das B.M, Larbi-Cherif, S. (1983). Bearing capacity of two closely spaced shallow foundations on sand. *Soils and Foundations*, 23 (1), 1–7.
- de Beer, E.E. (1970). Experimental determination of the shape factors and the bearing capacity factors of sand. *Géotechnique*, 20 (4), 387–411.
- de Beer, E.E., Ladanyi, B. (1961). Etude expérimentale de la capacité portante du sable sous des fondations circulaires établies en surface. *Comptes rendus, 5^{ème} congrès International de Mécanique des sols et des Travaux de Fondations*, Paris, 1, 577–581.
- De Borst, R., Vermeer, P.A. (1984). Possibilities and limitations of finite elements for limit analysis. *Géotechnique*, 34 (2), 195–202.

- De Buhan, P., Garnier D. (1994). Analyse par la théorie du calcul à la rupture de la réduction de capacité portante d'une fondation à proximité d'une pente. *Revue Française de Géotechnique*, 68, 21–31.
- De Buhan, P., Garnier D. (1998). Three-dimensional bearing capacity analysis of a foundation near a slope. *Soils and Foundations*, 38 (3), 153–163.
- Dias, D. (1999). *Renforcement du front de taille des tunnels par boulonnage, étude numérique et application à un cas réel en site urbain*, Thèse de doctorat de l'INSA de Lyon, 322p.
- Drescher, A., Detournay, E. (1993). Limit load in translational failure mechanisms for associative and non-associative materials. *Géotechnique*, 43, 443–456.
- Droniuc, N., Magnan, J., P., Humpert, P., Mestat, P. (2003). *Analyse limite – Bases théoriques et mise en œuvre de la méthode cinématique régularisée*. Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Études et Recherches des Laboratoires des Ponts et Chaussées, GT 76, p. 146.
- Droniuc, N., Magnan, J.P. (2004). Portance et tassements des fondations superficielles : présentation des résultats du concours de prévisions. *Symposium international FONDSUP 2003*, Magnan (éd), Presse de l'ENPC, Paris, 2, 401–416.
- Eason, G., Shield, R., T. (1960). The plastic indentation of a semi – infinite solid by a perfectly rough circular punch. *J. Appl. Math. Phys. (ZAMP)*, 11, 1, 33–43.
- Erickson, H.L, Drescher, A. (2002). Bearing capacity of circular footings. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering ASCE*, 128 (1), 38–43.
- Eurocode 7. (2005). *Calcul géotechnique Partie 1 règles générales* (Norme NF EN 1997-1, Juin (2005), AFNOR, Paris.
- Fascicule 62 – TITRE V. (1993). *Règles Techniques de Conception et de Calcul des Fondations des Ouvrages de Génie Civil*. Cahier des Clauses Techniques Générales applicables aux marchés publics de travaux. Ministère de l'équipement, du logement et des transports, Textes officiels n° 93-3, 182 pages.
- FLAC^{3D}-Fast Lagrangian Analysis of Continua in three dimensions, version 3.10. (2006). Itasca Consulting Group, Inc., Minneapolis.
- FLAC-Fast Lagrangian Analysis of Continua, version 5.0. (2005). Itasca Consulting Group, Inc., Minneapolis.
- Frank, R. (1999). *Calcul des fondations superficielles et profondes*. Techniques de l'Ingénieur, Presses de l'ENPC, 141 p.
- Frydman, S., Burd, H.J. (1997). Numerical studies of bearing capacity factor N_γ . *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering ASCE*, 123 (1), 20–29.

- Garnier, J., Rault G. (1988). *Compte rendu des expérimentations réalisées en centrifugeuse sur une fondation filante en bord de pente*. Rapport interne, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Nantes, GMS2, Group Centrifugation, 77 pages.
- Gemperline, M.C. (1988). Centrifuge modeling of shallow foundations. *Proc. ASCE Spring Convention*.
- Gemperline, M.C., Ko, H.Y. (1984). Centrifugal Model Tests for Ultimate Bearing Capacity of Footings on Steep Slopes in Cohesionless Soils. *Proceedings of the Symposium on the Application of Centrifugal Modeling to Geotechnical Design*, pp. 203–221.
- Ghazavi, M., Lavasan, A.A. (2008). Interference effect of shallow foundations constructed on sand reinforced with geosynthetics. *Geotextiles and Geomembranes*, 26 (5), 404–415.
- Giroud, J.P., Tran, V.N. (1971). Force portante d'une fondation sur une pente. *Annales de l'I.T.B.T.P*, Paris, n° 283-284, série théories et méthodes de calcul, n° 142, 130–179.
- Gorbunov-Possadov, M.I. (1965). Calculations for the stability of sand bed by a solution combining the theories of elasticity and plasticity. *Proceedings Sixth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Montreal, Canada, 2, 51–55.
- Graham, J., Andrew, M., Shields, D.H. (1988). Stress characteristics for shallow footing in cohesionless slopes. *Canadian Geotechnical Journal*, 25 (2), 238–249.
- Graham, J., Raymond, G.P., Suppiah, A. (1984). Bearing capacity of three closely spaced footings on sand. *Géotechnique*, 34 (2), 173–182.
- Griffiths, DV. (1982). Computation of bearing capacity factors using finite elements. *Géotechnique*, 32 (3), 195–202.
- Hansen, B. (1969). Bearing capacity of shallow strip footings in clay. *Proceedings Seventh International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Mexico City, Mexico, Vol. 2, 107–113.
- Hansen, B., Christensen, N.H. (1969). Discussion of “Theoretical bearing capacity of very shallow footings” by A.L. Larkin. *Journal of Soil Mechanics and Foundations Division ASCE*, 95 (6), 1568–1572.
- Hansen, B.J. (1970). A revised and extended formula for bearing capacity. *Danish Geotechnical Institute Bulletin*, 28, 5–11.
- Hazell, E.J. (2004). *Interaction of closely spaced strip footings*. Final year project report, Department of Engineering Science, University of Oxford.
- Hill, R. (1950). *The mathematical Theory of Plasticity*, Oxford University Press, London.
- Hjiaj, M., Lyamin, A.V., Sloan, S.W. (2005) Numerical limit analysis solutions for the bearing capacity factor N_γ . *International Journal of Solids and Structures*, 42(5), 1681–1704.

- Houlsby, G.T., Wroth, C.P. (1983). Calculation of stresses on shallow penetrometers and footings. *Proceedings of the IUTAM-IUGG symposium on seabed mechanics*, Newcastle upon Tyne, 107–112.
- Ishlinskii, A.I. (1944). Ose simmetrichnaia zadacha teorii plastichnosti i proba brinellia. *Prikladnaia matematika I mehkanika*, 8, 201–208.
- Japan Road Association, (2002). *The Specifications for Highway Bridges*, Maruzen, Tokyo, Japan, Part IV Foundations, 107–541.
- Kimura, T., Kusakabe, O., Saitoh, H. (1985). Geotechnical model tests of bearing capacity problems in a centrifuge. *Géotechnique*, 35 (1), 33–45.
- Kiyosumi, M., Kusakabe, O., Ohuchi, O., Peng, F. (2007). Yielding pressure of spread footing above multiple voids. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering ASCE*, 133 (12), 1522–1531.
- Kötter, F. (1903). Die Bestimmung des Druckes an gekrümmten Gleitflächen, eine Aufgabe aus der Lehre vom Erddruck. *Berl. Akad. Bericht.*, 229.
- Kumar, A., Saran, S. (2003). Closely spaced footings on geogrid-reinforced sand. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering ASCE*, 129 (7), 660–664.
- Kumar, J., Bhoi., M.K. (2008). Interference of multiple strip footings on sand using small scale model tests. *Geotech Geol Eng*, 26 (4), 469–477.
- Kumar, J., Ghosh, P. (2007a). Ultimate bearing capacity of two interfering rough strip footings. *International Journal of Geomechanics ASCE*, 7 (1) 53–62.
- Kumar, J., Ghosh, P. (2007b). Upper bound limit analysis for finding interference effect of two nearby strip footings on sand. *Geotech Geol Eng*, 25 (5), 499–507.
- Kumar, J., Kouzer, K.M. (2008). Bearing capacity of two interfering footings. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 32(5):251–264.
- Kumbhojkar, A.S. 1993. Numerical evaluation of Terzaghi's N_γ . *Journal of Geotechnical Engineering*, 119 (3), 598–607.
- Kusakabe, O., Kimura, T., Yamaguchi, H. (1981). Bearing capacity of slopes under strip loads on the top surfaces. *Soils and Foundations*, 21 (4), 29–40.
- Kusakabe, O., Kimura, T., Yamaguchi, H. (1981). Bearing capacity of slopes under strip loads on the top surfaces. *Soils and Foundations*, 21, (4), 29–40.
- Kusakabe, O., Suzuki, H., Nakase, A. (1986). An upper bound calculation on bearing capacity of a circular footing on a non-homogeneous clay. *Soils and Foundations*, 26, (3), 143–148.
- Kusakabe, O., Yamaguchi, H., Morikage, A. (1991). *Experiment and analysis on the scale effect of N_γ for circular and rectangular footings*. Centrifuge 91, A.A. Balkema, Rotterdam, 179–186.

- L'herminier, R., Habib, P., Tcheng, Y., Bernede, J., (1961). Fondations superficielles. *Proceedings, Fifth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Paris, France, 1, 713–717.
- Lebègue, Y. (1972). Pouvoir portant du sol sous une charge inclinée. *Annales de l'I.T.B.T.P.*, Paris, n° 292, série sols et fondations, n° 88, 1–43.
- Lebègue, Y. (1973). Essais de fondations superficielles sur talus. *Proceedings of the 8th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Moscou, 4.3, 313–315.
- Lee, J., Eun, J. (2009). Estimation of bearing capacity for multiple footings in sand. *Computers and Geotechnics*, 36, 1000–1008.
- Lee, J., Salgado, R. (2005). Estimation of Bearing Capacity of circular footings on sands based on Cone Penetration Test. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering ASCE*, 131 (4), 442–452.
- Lee, J., Salgado, R., Kim, S. (2005). Bearing Capacity of circular footings under surcharge using statedependent finite element analysis. *Computers and Geotechnics*, 32, 445–447.
- Levin, E. (1955). Indentation pressure of a smooth circular punch. *Q. Appl. Math.*, 13 (2), 133–137.
- Loukidis, D., Salgado, R. (2009). Bearing capacity of strip and circular footings in sand using finite elements. *Computers and Geotechnics*, 36 (5), 871–879.
- Lundgren, H., Mortensen, K., (1953). Determination by the theory of plasticity of the bearing capacity of continuous footings on sand. *Proceedings of the Third International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Zürich, Switzerland, 409–412.
- Lyamin, A., Salgado R., Sloan S.W., Prezzi M. (2007). Two- and three-dimensional bearing capacity of footings in sand. *Géotechnique*, 57 (8), 647–62.
- Lyamin, A.V., Sloan, S.W., (2002a). Upper bound limit analysis using linear finite elements and nonlinear programming. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 26 (2), 181–216.
- Lyamin, A.V., Sloan, S.W., (2002b). Lower bound limit analysis using linear finite elements and nonlinear programming. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 55 (5), 573–611.
- Mabrouki, A., Benmeddour, D., Frank R., Mellas M. (2010a). Coefficients de forme pour la capacité portante d'une semelle circulaire sur un sol frottant, *International conference on geotechnical engineering ICGE2010*, Hammamet, Tunisie, 425–435.

- Mabrouki, A., Benmeddour, D., Frank R., Mellas, M. (2010b). Etude numérique de la capacité portante d'une fondation filante au bord d'une pente. *Journées nationales de géotechnique et géologie de l'ingénieur JNGG10*, Grenoble, France 7–9 juillet 2010, 489–496.
- Mabrouki, A., Benmeddour, D., Frank, R., Mellas, M. (2010c). Numerical study of the bearing capacity for two interfering strip footings on sands, *Computers and Geotechnics*, 37 (4), 431–439
- Mabrouki, A., Benmeddour, D., Mellas M., Frank, R. (2008). Etude numérique de l'effet d'une cavité sur la capacité portante d'une fondation superficielle. *Comptes rendus Conférence Internationale sur le Calcul Numérique en Géotechnique NUCCGE'08*, Skikda, Algérie, 27–29 octobre 2008, 194–197.
- Magnan, J.P. (1991). *Résistance au cisaillement*. Techniques de l'Ingénieur. Mécanique des sols. C216.
- Magnan, J.P., Droniuc, N, Canepa, Y. (2004). Les méthodes de calcul de la portance des fondations superficielles. *Symposium international FONDSUP 2003*, Magnan (éd), Presse de l'ENPC, Paris, 2, 74–154.
- Maloum S., Sieffert J.G. (2002). Interaction sol-fondation superficielle au voisinage de la crête d'un talus : analyse de la capacité portante. *Revue Française de Géotechnique*, 100, 83–89.
- Manoharan, N, Dasgupta S.P. (1995). Bearing capacity of surface footings by finite elements. *Computer and Structures*, 54(4), 563–86.
- Maréchal, O. (1999). *Portance de fondations superficielles établies à proximité de talus et soumises à des charges inclinées et excentrées*. Thèse de doctorat de l'Ecole Centrale de Nantes, 357 pages.
- Martin, CM. (2003). *User Guide for ABC – Analysis of Bearing Capacity*, Version 1.0. OUEL Report No. 2261/03. Department of Engineering Science, University of Oxford.
- Massau, J. (1899). *Mémoire sur l'intégration graphique des équations aux dérivées partielles ; chap. VI : Équilibre limite des terres sans cohésion*. Ann. Ass. Ing. École de Gand, 1899 ; réédité Édition du centenaire, Comité national de mécanique, Bruxelles. Mons, 1952.
- Matar, M., Salençon, J. (1979). Capacité portante des semelles filantes. *Revue Française de Géotechnique*, 9, 51–76.
- Ménard, L. (1963). *Calcul de la force portante des fondations sur la base des résultats des essais pressiométriques – Seconde partie : Résultats expérimentaux et conclusions*, Sols-Soils, n°6, 9-31.

- Ménard, L. (1967). *Règles d'utilisation des techniques pressiométriques et d'exploitation des résultats obtenus pour le calcul des fondations*. Notice Générale, 38 pages, Centre d'Etudes Géotechniques Louis Ménard, D/60/67, Paris.
- Mestat, P. (1993). *Lois de comportement des géomatériaux et modélisation par la méthode des éléments finis*. Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, ERLPC, série géotechnique, GT 52, 194 pages.
- Mestat, P. (1998). Analyse en éléments finis des problèmes tridimensionnels de géotechnique. *Journées d'étude sur la pratique des calculs tridimensionnels en géotechnique*. Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, 7–50.
- Mestat, P., Prat, M. (Editeurs) (1999). *Ouvrages en interaction. AFPC – Emploi des éléments finis en génie civil*. Hermes, Paris.
- Meyerhof, G.G. (1948). An investigation of the bearing capacity of shallow footings on dry sand. *Proceedings Second International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Rotterdam, the Netherlands, 1, 237–243.
- Meyerhof, G.G. (1951). The ultimate bearing capacity of foundations. *Géotechnique*, 2, 301–332.
- Meyerhof, G.G. (1953). The bearing capacity of foundations under eccentric and inclined loads. *Proceedings of the Third International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Zürich, Switzerland, 1, 440–445.
- Meyerhof, G.G. (1955). Influence of roughness of base and ground water conditions on the ultimate bearing capacity of foundations. *Géotechnique*, 5 (3), 227–242.
- Meyerhof, G.G. (1957). The ultimate bearing capacity of foundations on slopes. *Proceedings of the 4th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, London, 1, 384–386.
- Meyerhof, G.G. (1961). The ultimate bearing capacity of wedge-shaped foundations, *Proceedings Fifth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Paris, France, 2, 105–109.
- Meyerhof, G.G. (1963). Some recent research on the bearing capacity of foundations. *Canadian Geotechnical Journal*, 1 (1), 16–26.
- Michalowski, R.L. (1997). An estimate of the influence of soil weight on bearing capacity using limit analysis. *Soils and Foundations*, 37 (4), 57–64.
- Michalowski, R.L. (1997). An estimate of the influence of soil weight on bearing capacity using limit analysis. *Soils and Foundations*, 37(4), 57–64.

- Milović, D.M. (1965). Comparison between the calculated and experimental values of the ultimate bearing capacity. *Proceedings Sixth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Montreal, Canada, 2, 142–144.
- Mizuno, T. (1948). On the bearing power of soil in a two dimensional problem. *Proceedings Second International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Rotterdam, the Netherlands, 3, 44–46.
- Mizuno, T. (1953). On the bearing power of soil under a uniformly distributed circular load. *Proceedings Third International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Zurich, Switzerland, 1, 446–449.
- Moseley, C.H. (1833). New principles in statics, called the principle of least pressure. *Philos. Mag*, 3 (6), 285–288.
- Muhs, H., Weiss, K. (1969). The influence of the load inclination on the bearing capacity of shallow footings. *Proceedings Seventh International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Mexico City, Mexico, 2, 187–194.
- Muhs, H., Weiss, K. (1971). *Untersuchung von Grenztragfähigkeit und Setzungsverhalten Flachgegründeter Einzelfundamente im Ungleichförmigen Nichtbindigen Boden*. Berichte aus der Bauforschung - Heft 69, Berlin, 39 pages.
- Muhs, H., Weiss, K. (1972). *Der Einfluss von Neigung und Ausmittigkeit der Last auf die Grenztragfähigkeit flach gegründeter Einzelfundamente*. Berichte aus der Bauforschung – Heft 73, Berlin, 119 pages.
- Narita, K., Yamaguchi, H. (1990). Bearing capacity analysis of foundations on slopes by use of log-spiral sliding surfaces. *Soils and Foundations*, 30 (3), 144–152.
- Nova, R. (2005). *Fondements de la mécanique des sols*, Hermes-Lavoisier, Paris.
- Peng, F.L., Kiyosumi, M., Ohuchi, M., Kusakabe, O. (2006). Cavity effects on the bearing capacity of footing foundations and the calculation method. *Geotechnical Special Publication No 155 ASCE, Proc. of Sessions of GeoShanghai.*, Shanghai, China, 6-8 June 2006.
- Philipponnat, G., Hubert, B. (2008). *Fondations et ouvrages en terre*, Eyrolles, Paris.
- Prandtl L. (1920). Über die Härte plastischer Körper. *Nachrichten von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften, Göttingen, Math.-phys. Klasse*; 74–85.
- Rankine, WJM. (1857). On the stability of loose earth. *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, 147 (2), 9–27.
- Reissner, H. 1924. Zum Erddruckproblem. *Proc., 1st Int. Congress for Applied Mechanics*, C. B. Biezeno and J. M. Burgers, eds., Delft, The Netherlands, 295–311.

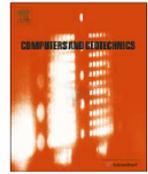
- Salençon, J. (1965). Force portante d'une fondation peu profonde. Emploi de la méthode des caractéristiques. *Annales des Ponts et Chaussées*, III, 195–205.
- Salençon, J. (1977). *Applications of the Theory of Plasticity in Soil Mechanics*. John Wiley, Chichester.
- Salençon, J. (2002). Confining effect on the bearing capacity of circular footings on a purely cohesive soil. *Comptes Rendus-Mécanique*, 330, 521–525.
- Salençon, J., Matar, M. (1982). Capacité portante des fondations superficielles circulaires. *J de Mécanique théorique et appliqué*, 1(2), 237–267.
- Salgado, R., Lyamin, A.V., Sloan, S.W., Yu, H.S. (2004). Two and three-dimensional bearing capacity of foundations in clay. *Géotechnique*, 54 (5), 297–306.
- Saran, S., Agarwal, V.C. (1974). Interference of surface footings on sand. *Indian Geotechnical Journal*, 4 (2), 129–139.
- Saran, S., Sud, V.K, Handa S.C. (1989). Bearing capacity of footings adjacent to slopes. *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, 115 (4), 553–573.
- Shield, R., T. (1955). On plastic flow of metal under conditions of axial symmetric bearing capacity of the clay. *Proc. Royal Soc. London Ser. A*, 233, No. 1193, pp. 267–287.
- Shields, D.H., Chandler, N., Garnier, J. (1990). Bearing capacity of foundation in slopes. *Journal of Geotechnical Engineering ASCE*, 116(GT3), 528–537.
- Shields, D.H., Scott, J.D., Bauer, G.E., Deschemes, J.H., Barsvary, A.K. (1977). Bearing capacity of foundations near slopes. *Proceedings of the 9th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Tokyo, 3, 715–720.
- Sieffert, J.G. & Bay-Gress, C. (2000). Comparison of European bearing capacity calculation methods for shallow foundations. *Pro Int Civ Eng Geotech Eng*, 143(2), 65–74.
- Silvestri, V.A. (2003). Limit equilibrium solution for bearing capacity of strip foundations on sand. *Canadian Geotechnical Journal*, 40, 351–361.
- Sokolovskii, V.V. (1960). *Statics of soil media*, Butterworths, London.
- Sokolovskii, V.V. (1965). *Statics of granular media*. Pergamon Press, New York.
- Soubra A-H. (1999). Upper-bound solutions for bearing capacity of foundations. *J Geotech Geoenviron Eng ASCE*; 125(1):59–68.
- Soubra, A.-H. (1999). Upper-bound solutions for bearing capacity of foundations. *J Geotech Geoenviron Eng, ASCE* 125(1), 59-68.
- Stuart JG. (1962). Interference between foundations, with special reference to surface footings in sand. *Géotechnique*; 12(1):15–22.

- Tani, K., Craig, W. H. (1995). Bearing Capacity of circular foundations on soft clay of strength increasing with depth. *Soils and Foundations*, 35, No. 4, pp. 21 – 35.
- Terashi, M. and Kitazume, M. (1987). Bearing Capacity of Foundations on Top Surface of Slopes. *Proceedings of the 8th Asian Regional Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Vol. 1, pp. 415-418.
- Terzaghi, K. (1943). Theoretical soil mechanics, Wiley, New York.
- Ukritchon, B., Whittle, A.J. Klangvijit, C. (2003). Calculations of bearing capacity factor N_γ using numerical limit analyses. *J Geotech Geoenviron Eng*, 129(5), 468-74.
- Vesić, A.S. (1973). Analysis of ultimate loads of shallow foundations. *J Soil Mech Found Div*, 99 (1), 45-76.
- Weiss, K. (1970). *Der Einfluss der Fundamentform auf die Grenztragfähigkeit Flachgegründeter Fundamente*. Berichte aus der Bauforschung - Heft 65, Berlin, 69 pages.
- Weiss, K. (1973). *Die Formbeiwerte in der Grundbruchgleichung für nichtbindige Böden*. Diplom Ingenieur, Berlin, 55 pages.
- West JM, Stuart JG. (1965). Oblique loading resulting from interference between surface footings on sand. *Proceedings of the 6th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, vol. 2, Montreal;. p. 214–217.
- Wilkins, M.L. (1964). Fundamental Methods in Hydrodynamics, in *Methods in Computational Physics*, Vol. 3, pp. 211-263. Alder et al., Eds. New York: Academic Press.
- Yin, J.H, Wang, Y.J., Selvadurai, A.P.S. (2001). Influence of nonassociativity on the bearing capacity of a strip footing. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering ASCE*, 127 (11), 985–989.
- Zhu, D.Y, Lee, C.F, Law, K.T. (2003). Determination of bearing capacity of shallow foundations without using superposition approximation. *Canadian Geotechnical Journal*, 40(2):450–459.
- Zhu, D.Y., and Qian, Q. (2000). Determination of passive earth pressure coefficients by the method of triangular slices. *Canadian Geotechnical Journal*, 37: 485–491.
- Zhu, D.Y., Lee, C.F., and Jiang, H.D. (2001). A numerical study of the bearing capacity factor N_γ . *Canadian Geotechnical Journal*, 38: 1090–1096.
- Zhu, M., Michalowski, R.L. (2005). Shape factors for limit loads on square and rectangular footings. *J Geotech Geoenviron Eng*, 131(2), 223–231.



Contents lists available at ScienceDirect

Computers and Geotechnics

journal homepage: www.elsevier.com/locate/compgeo

Numerical study of the bearing capacity for two interfering strip footings on sands

A. Mabrouki^{a,*}, D. Benmeddour^a, R. Frank^b, M. Mellas^a^a Department of Civil Engineering, University of Biskra, BP 145 Biskra 07000, Algeria^b Université Paris-Est, Ecole des Ponts ParisTech, Navier – Geotechnical group (CERMES), 6–8 Avenue Blaise Pascal, Cité Descartes, Champs-sur-Marne, 77455 Marne-la-Vallée, Cedex 2, France

ARTICLE INFO

Article history:

Received 4 August 2009

Received in revised form 16 November 2009

Accepted 29 December 2009

Available online 13 February 2010

Keywords:

Strip footing

Bearing capacity

Interference

Efficiency factors

Vertical loads

ABSTRACT

Current studies of bearing capacity for shallow foundations tend to rely on the hypothesis of an isolated footing. In practice a footing is never isolated; it is mostly in interaction with other footings. This paper focuses on a numerical study using the finite-difference code *Fast Lagrangian Analysis of Continua (FLAC)*, to evaluate the bearing capacity for two interfering strip footings, subjected to centered vertical loads with smooth and rough interfaces. The soil is modeled by an elasto-plastic model with a Mohr–Coulomb yield criterion and associative flow rule. The interference effect is estimated by efficiency factors, defined as the ratio of the bearing capacity for a single footing in the presence of the other footing to that of the single isolated footing. The efficiency factors have been computed individually to estimate the effects of cohesion, surcharge, and soil weight using Terzaghi's equation, both in a frictional soil with surcharge pressures and in a cohesive-frictional soil with surcharge pressures. The results have been compared with those available in the literature.

© 2010 Elsevier Ltd. All rights reserved.

1. Introduction

The bearing capacity evaluation of strip footings is one of the most interesting problems in geotechnical engineering for researchers and engineers. Many analytical and numerical methods can be used to calculate the vertical bearing capacity of a rigid strip footing; these methods have an identical approach because they follow the superposition of the three terms introduced by Terzaghi [1]. In the literature the following methods are found: (1) the limit equilibrium method (e.g., [1–3]); it is a traditional method used to obtain approximate solutions for stability problems in soil mechanics; (2) the method of characteristics, commonly referred to as the slip-line method (e.g., [4–6]), (3) the limit analysis method, which includes upper bound and lower bound theorems (e.g., [7–9]), and (4) numerical methods that are based on either the finite-element or the finite-difference approaches (e.g., [10–12]).

In practice, footings are rarely isolated and interfere with each other depending on the spacing between them. In frictional soils, numerous investigators have used model tests or theoretical methods to study the interference effect for two strip footings. For example, Stuart [13] performed laboratory tests on two adjacent strip footings on sand; he also considered rough and smooth footings. His experimental work clearly showed the existence of a significant interference effect, furthermore on the basis of the limit

equilibrium method, Stuart [13] presents two theoretical equations for calculating the bearing capacity of two interfering strip footings using efficiency factors, as defined above. Stuart's experimental efficiency–spacing curve for smooth footing follows his theoretical curve quite well. However, the rough footing tests generally gave efficiencies lower than those predicted by his theory. Also, West and Stuart [14] studied the effect of oblique loads resulting from the footings interaction; they showed that the limit equilibrium method over-predicted the bearing capacity of interfering footings in the case of optimum spacing. Furthermore, Saran and Agarwal [15] and Das and Larbi-Cherif [16] presented results of laboratory tests for two adjacent strip footings on sand. They found that practical efficiencies are generally lower than those predicted by the theoretical analyses of Stuart [13]. By means of the method of characteristics and experimental modeling, Hazell [17] studied the interaction between a pair of parallel shallow rough and smooth strip footings on dense and loose sand; the characteristics method solutions showed similar trends than the model tests on dense sand.

Recently, Kumar and Ghosh [18] used the method of characteristics for two different failure mechanisms, in order to determine the ultimate bearing capacity due to soil weight (γ) of two interfering rough strip footings. Mechanism 1 is characterized by quadrilateral nonplastic trapped wedges formed below the left and the right footings. However, Mechanism 2 considers nonsymmetrical triangular and nonplastic trapped wedges below the footing; they found that the results from Mechanism 2 compare more closely with the theory of Stuart [13]. Kumar and Ghosh [19] determined

* Corresponding author.

E-mail address: mabroukii@yahoo.fr (A. Mabrouki).

the ultimate bearing capacity of two closely spaced rough strip footings, placed on a cohesionless soil, using the upper bound limit analysis based on a multi-block collapse mechanism; their results are found to be generally lower than the ones of the theoretical study of Stuart [13]. However, by using an upper bound limit analysis in conjunction with finite-elements and linear programming, Kumar and Kouzer [20] studied the same case and their values are found to be smaller when compared to the ones of Mechanism 2 of Kumar and Ghosh [18] and of the theoretical study of Stuart [13]; the authors justified this difference because of a more rigorous analysis, which avoids any assumption concerning the choice of the collapse mechanism.

For the problem of multiple strip footings on sand, Graham et al. [21] used the method of characteristics to calculate the theoretical bearing capacity of a series of parallel footings, and performed laboratory tests on three parallel surface footings at various spacings on two different sands. Kumar and Bhoi [22] studied the problem of interference of multiple strip footings on sand using small scale model tests. Kumar and Saran [23] and Ghazavi and Lavasan [24] studied the effect of spacing between the strip and square footings on geogrid-reinforced sand.

In this paper, a series of numerical computations using the finite-difference code *FLAC* [25] are carried out to evaluate the influence of the interaction between a pair of shallow strip footings on the ultimate bearing capacity. The efficiency factors were calculated for two rigid rough and smooth footings, subjected to centered vertical loads. The efficiency factors were evaluated individually using the superposition principle of Terzaghi [1] and also by considering the simultaneous effects of cohesion, surcharge, and soil weight. The numerical results are compared with the available publications in the literature.

2. Problem presentation

The bearing capacity of strip footings on soils is calculated by the superposition equation suggested by Terzaghi [1]. Terzaghi's Eq. (1) combines the effects of cohesion, surcharge, and soil weight. For a strip footing, subjected to a centered vertical load, the resulting bearing capacity is expressed as:

$$q_u = \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma + c N_c + q N_q \tag{1}$$

where γ is the unit weight, c the cohesion, and B is the width of the strip footing; and N_c , N_q , and N_γ are the bearing capacity factors, respectively, for the soil cohesion c , the surcharge q , and the soil unit weight γ . These bearing capacity factors depend only on the angle of internal friction ϕ of the soil under the footing. The possible embedment of the footing is taken into account through the surcharge $q = \gamma \cdot D$ where D is the embedment.

Terzaghi's equation has been generalized to account for different footing shapes, for footing embedment, and load inclination. The effect of the interference between two strip footings on the bearing capacity was taken into account for the first time by Stuart [13] who suggested calculating the failure load for purely frictional soils, from expression (2), where ξ_γ and ξ_q are the efficiency factors

$$Q_u = B \cdot \left(\frac{\gamma B}{2} N_\gamma \xi_\gamma + q N_q \xi_q \right) \tag{2}$$

If the surcharge pressure is expressed in terms of B and γ and the ratio depth/width (D/B) of the footing, Stuart [13] proposed the following equation:

$$Q_u = \gamma B^2 \xi_{\gamma q} N_{\gamma q} \tag{3}$$

where $N_{\gamma q}$ is a bearing capacity factor which is a function of the ratio depth/width (D/B) as well of the angle ϕ and $\xi_{\gamma q}$ is the efficiency factor.

The problem studied considers two identical footings, each of width B , spaced by a distance s measured between their inside edges, as shown in Fig. 1. Two types of soil/footing interfaces were assumed, smooth interface and rough interface. For the case of the centered vertical load on a footing of width B in interference with another identical footing, factors ξ_γ , ξ_c , and ξ_q are employed to modify Terzaghi's superposition Eq. (1). The magnitude of the ultimate bearing pressure q_u is thus represented by the following expression:

$$q_u = \frac{\gamma B}{2} N_\gamma \xi_\gamma + c N_c \xi_c + q N_q \xi_q \tag{4}$$

The efficiency factors can be given as

$$\xi_{(\gamma, c, q)} = \frac{q_{u(int)}}{q_{u(iso)}} \tag{5}$$

where $q_{u(int)}$ is the ultimate bearing capacity for a single footing in the presence of the other footing; $q_{u(iso)}$ is the ultimate bearing capacity for a single isolated footing of the same width.

The three efficiency factors in Eq. (4) can be determined independently. They are defined as the ratio of the ultimate bearing capacity for a single footing in the presence of the other footing to that of the single isolated footing of the same width. To calculate ξ_γ we consider a case where the footings are acting on a frictional soil with no surcharge; similarly, the factor ξ_c is computed by considering a weightless, cohesive-frictional soil. For the ξ_q factor, the soil is assumed to be weightless and cohesionless with a non-zero surcharge. In order to estimate the combined efficiency factor $\xi_{\gamma q}$ of Eq. (3) the simultaneous effect of soil weight and surcharge pressures are considered. Moreover, to calculate the combined efficiency factor $\xi_{\gamma c q}$ the soil is assumed to have non-zero values for the three parameters: cohesion c , friction angle ϕ and density γ , and there is uniform surcharge pressure q .

3. Numerical modeling procedure

In this paper, the finite-difference code *FLAC* [25] was used to reach the limit loads (bearing capacity) for two parallel rough or smooth strip footings. *FLAC* is a two-dimensional explicit finite-difference program for engineering mechanics computations; it simulates the behaviour of structures built of soil, rock or other materials that undergo plastic flow when their yield limits are reached. Many researchers have used the finite-difference code *FLAC* to study the bearing capacity of strip and circular isolated footings (e.g., [12,26,27]).

In the current modeling study, two rigid rough or smooth strip footings located at the surface of a homogeneous soil, have an identical width $B = 2$ m and are spaced by a variable distance s .

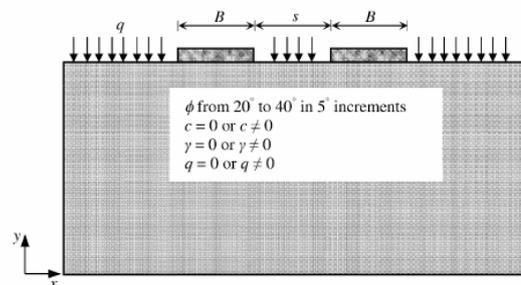


Fig. 1. Problem geometry.

Each footing is subjected to a centered vertical load. Because of the symmetrical nature of the problem, only half of the model is considered in the computations. The boundary conditions are shown in Fig. 2. The displacement of the left and right vertical sides is constrained in the horizontal direction only. The base of the model is constrained in all directions.

The soil was considered to be a linearly elastic-perfectly plastic material, obeying Mohr–Coulomb criterion with the associative flow rule. The elastic modulus used are the shear modulus $G = 12.3$ MPa and the bulk modulus $K = 26.7$ MPa (equivalent to a Young's modulus $E = 32$ MPa and a Poisson's ratio $\nu = 0.3$), it should be mentioned that the values of the elastic parameters had a very small effect on the limit load, the only effect being that if the chosen values are high, the footing reaches the limit load at a smaller displacement. The friction angle ϕ was varied from 20° to 40° in 5° increments; for each value of the friction angle ϕ , the dilation angle was set to $\psi = \phi$ (associative flow rule). In order to approach the effect of a non-associative flow rule on the bearing capacity and on the efficiency factors, some numerical analyses were also carried out with the dilation angle set to $\psi = 0$.

The bearing capacity evaluation for the strip rigid footing with FLAC is based on subdividing the soil into a number of zones, and specifying equal vertical velocities to the zone representing the footing. The importance of the mesh size and the vertical velocity in bearing capacity computations was verified earlier by Frydman and Burd [12], who have established the dependence of the bearing capacity factor N_γ on the geometry of the mesh and the vertical velocity used. Mesh refinement and the choice of a small vertical velocity produce a slightly better (lower values) results, especially for rough footings.

Furthermore, to simulate a rigid rough footing, the vertical and horizontal displacements of nodes which discretize the footing, are constrained in the vertical and horizontal directions; in the case of the smooth footing the displacement in the horizontal direction is free.

A series of numerical computations have been carried out to test the influence of the mesh size and the magnitude of the vertical velocity applied at the footing nodes. Different mesh sizes with several vertical velocity values have been tested, with varying friction angles ϕ and spacing s . In all cases, the mesh in the footing neighborhood is refined to capture significant displacement gradients. Finally, the mesh adopted for all cases studied in this paper, has a depth of 20 m and extends 40 m beyond the line of symmetry, as shown in Fig. 2. Calculations for a larger mesh size indicated that extending the boundaries further away from the footing does not influence the computed limit load of the footing. The magnitude of chosen vertical velocity is 2×10^{-7} m/step.

The progressive movement of the footing induced by the vertical velocity applied at the footing nodes is accompanied by an increase of the pressure in the soil. Finally, the pressure under the

footing stabilizes for a value that indicates a limit load. This load corresponds to the bearing capacity q_u .

Following Terzaghi's approach, the three terms in the bearing capacity equation are calculated independently. To calculate the influence of the weight of the soil γ , is set to $\gamma = 16$ kN/m³, (cohesion $c = 0$, surcharge $q = 0$). To calculate the cohesion effect, $c = 10$ kPa (surcharge $q = 0$, a unit weight $\gamma = 0$). To calculate the surcharge effect, $q = 10$ kPa (and $c = \gamma = 0$). Furthermore, in order to make a comparison with the experimental efficiency factors of Eq. (3) $\xi_{\gamma q}$ given by Hazell [17], a unit weight of $\gamma = 20$ kN/m³ and surcharge equal to $q = 16$ kPa are used (and $c = 0$). In all calculations, the ultimate bearing pressure q_u is determined using the vertical components of the forces divided by the width of the footing. It should be noted that the values of cohesion c , weight γ and surcharge q have a small effect on the efficiency factors.

4. Numerical results

4.1. Bearing capacity factors for an isolated strip footing

The numerical modeling procedure was first validated for the single footing bearing capacity problem; from Eq. (1) the three bearing capacity factors are:

$$\begin{cases} N_\gamma = 2q_u/\gamma B & \text{when } c = q = 0 \\ N_c = q_u/c & \text{when } \gamma = q = 0 \\ N_q = q_u/q & \text{when } \gamma = c = 0 \end{cases} \quad (6)$$

Table 1 shows the numerical results for the bearing capacity factor N_γ obtained by different authors. The bearing capacity factor N_γ depends on the friction angle of the soil and the roughness of the footing, so the values of N_γ obtained from the present study for a smooth footing are in good agreement with the solutions reported by Martin [6] (using the method of characteristics). For a rough footing, the values of N_γ of the present computations are significantly smaller than those reported by Terzaghi [1]; however they are in good agreement with the solutions presented by Meyerhof [2], the maximum percentage difference being approximately 5.5%.

Table 2 shows the comparison of bearing capacity factors N_c and N_q for the smooth and rough strip footings. The numerical predictions obtained for a smooth footing, using FLAC [25], are in excellent agreement with those of Prandtl [28]. The results of Terzaghi for rough footings appear to be very high.

4.2. The efficiency factors (ξ_γ , ξ_c , and ξ_q)

The values for the three efficiency factors, ξ_γ , ξ_c , and ξ_q derived from the FLAC [25] computation, in case of a rough footing are presented in Figs. 3–5, respectively. It is worthwhile noting that the values of efficiency factors at a given spacing are always found to be higher for greater values of ϕ . Fig. 3 shows the effect of the friction angle on the efficiency–spacing curve for ξ_γ factor; it is easily seen that for friction angles lower than about 25° the values of ξ_γ gradually decrease with an increase in s/B ; one can observe a peak for the frictional angles 30° , 35° , and 40° ; the peak efficiency is approximately 260%, for $\phi = 40^\circ$ at a spacing of $s/B = 0.35$.

Figs. 4 and 5 show the variation of efficiency factors ξ_c and ξ_q , respectively. For a spacing of zero there is no gain in efficiency. When the spacing of the footings is increased, for all angles of friction ϕ the efficiency rises to a peak then drops to the value of 1 (value for widely spaced footings). The peak is found to be higher for larger values of ϕ and spacing less than about $1.2B$. The maximum computed efficiency factor was approximately 1.5 and occurred at a spacing of $s/B = 1.2$.

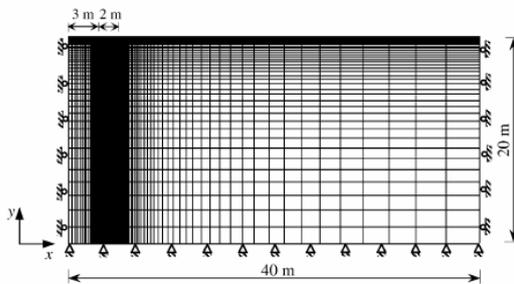


Fig. 2. Finite-difference mesh for the two-dimensional model with the boundary conditions used in the analyses for the case of $s/B = 3$.

Table 1
Bearing capacity factor N_γ for smooth (s) and rough (r) footings.

ϕ (°)		Present study	Martin [6]	Terzaghi [1] (r)	Meyerhof [2] (r)	Hansen [5] (r)	Vesić [3] (r)
25	s	3.94	3.46	9.7	6.76	6.76	10.88
	r	7.37	6.49				
30	s	9.12	7.65	19.7	15.67	15.07	22.40
	r	16.51	14.75				
35	s	20.95	17.58	42.4	37.15	33.92	48.03
	r	39.34	34.48				

Table 2
Bearing capacity factors N_c and N_q for smooth (s) and rough (r) footings.

ϕ (°)	N_c			N_q			
		Present study	Prandtl [28] (s)		Present study	Prandtl [28] (s)	Terzaghi [1] (r)
25	s	20.60	20.72	25.1	s	10.58	10.66
	r	21.34			r	10.95	12.7
30	s	29.96	30.139	37.2	s	18.24	18.40
	r	31.14			r	18.92	22.5
35	s	45.87	46.124	57.8	s	33.00	33.30
	r	47.62			r	34.15	41.4

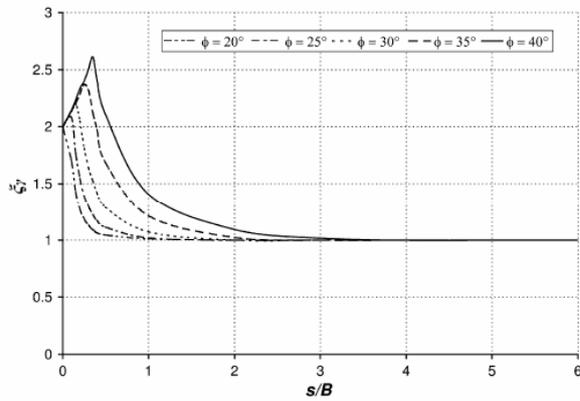


Fig. 3. Variation of ξ_γ with s/B for rough footings.

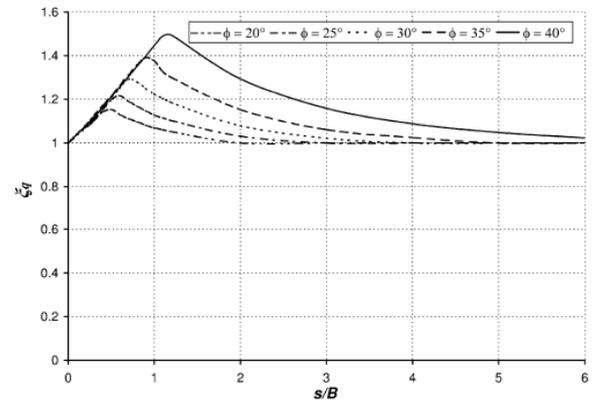


Fig. 5. Variation of ξ_q with s/B for rough footings.

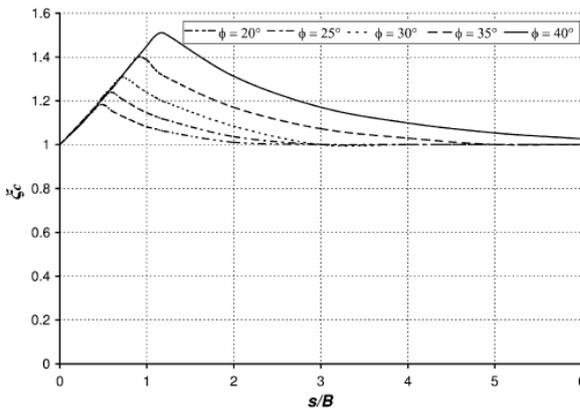


Fig. 4. Variation of ξ_c with s/B for rough footings.

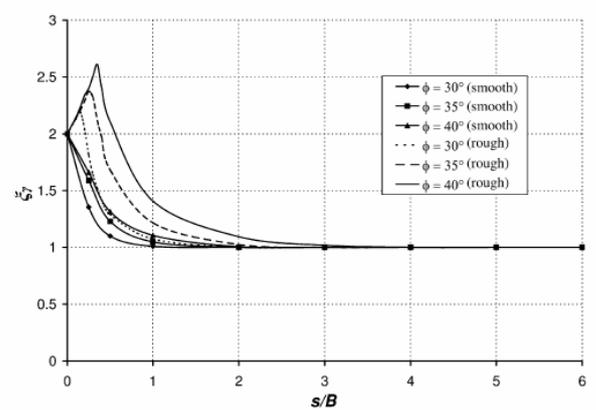


Fig. 6. Variation of ξ_γ with s/B for smooth and rough footings.

4.3. Influence of the interface

The values of the efficiency factor ξ_γ differ depending on whether smooth or rough conditions are assumed. Fig. 6 compares

the efficiency–spacing curve ξ_γ for rough and smooth footings. The efficiency–spacing curves for smooth footings exhibit no peak; the

maximum measured efficiency factors ξ_γ is 2, and was found for $s/B = 0$. The gain in efficiency obtained by roughening the undersides of the footings is clearly seen. It should be noted that for smooth footings there is no gain in efficiency factors ξ_c and ξ_q ; the results are always equal to 1.

4.4. Influence of non-associativity on the bearing capacity and the efficiency factors

It was demonstrated by de Borst and Vermeer [11], Frydman and Burd [12], Yin et al. [26] and Erickson and Drescher [27] that the bearing capacity factors depend on the angle of dilation ψ . They show that the bearing capacity decreases with decreasing ψ . Fig. 7, from the present study, provides two examples which show the effect of non-associativity on the bearing capacity of a strip footing; it gives the load–displacement curves, i.e., the curves of the ratio $2p/\gamma B$ versus δ/B , where p is the average footing pressure, and δ is the vertical displacement. The comparison is made in the case of a rough footing, for two values of the friction angle, $\phi = 30^\circ$ and 35° , and two values of dilation angle, $\psi = 0$ and $\psi = \phi$. The results in Fig. 7 indicate that the analyses with an associative flow rule ($\psi = \phi$) show a ‘smooth’ and stable load–displacement response, while, in the analyses with a non-associative flow rule ($\psi = 0$), numerical oscillations in the curves are observed; this effect has been previously reported in the literature (e.g., [11,26]). From the results of Fig. 7, it is seen that the bearing capacity factor ($N_\gamma = 2q_{ult}/\gamma B$) decreases substantially with decreasing ψ . For the values of ψ and ϕ showed in Fig. 7 the results of the bearing capacity factor N_γ , obtained from calculations with the non-associative flow rule, are respectively, for $\phi = 30^\circ$ and $\phi = 35^\circ$, 15% and 27% lower than those with the associative flow rule. Also, for the associative flow rule the footing reaches the limit load at a smaller displacement.

The effect of non-associativity of the soil on the efficiency factor ξ_γ is now investigated for smooth and rough footings and $\phi = 30^\circ$, 35° , and 40° with $\psi = 0$. Fig. 8 indicates that the values of ξ_γ increases with an increase of ϕ ; this figure is to be compared with Fig. 6 for $\psi = \phi$. The same tendencies are observed if ξ_γ is determined by applying the concept of non-associative material, as in the case of an associative material, i.e., for rough footing and high values of ϕ , there is peak for small s/B values and, in the case of a smooth footing, the efficiency factors exhibit no peak. It should be mentioned that for $\psi = 0$ and high values of ϕ , it is difficult to estimate rigorously the ξ_γ factor, because of the fluctuations in the curves discussed above; the ultimate bearing capacity is estimated

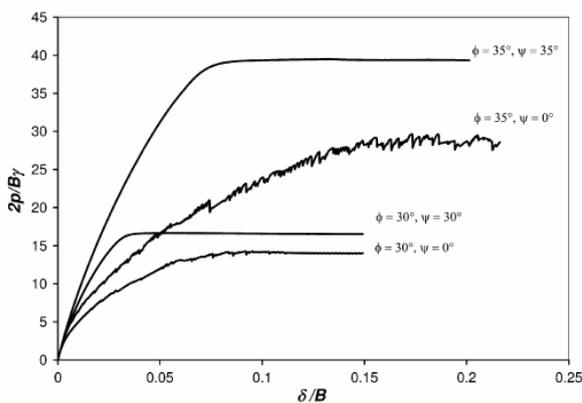


Fig. 7. Ratio $2p/\gamma B$ versus vertical displacement for rough footing, with friction angle, $\phi = 30^\circ$ and 35° and two values of dilation angle, $\psi = 0$ and $\psi = \phi$.

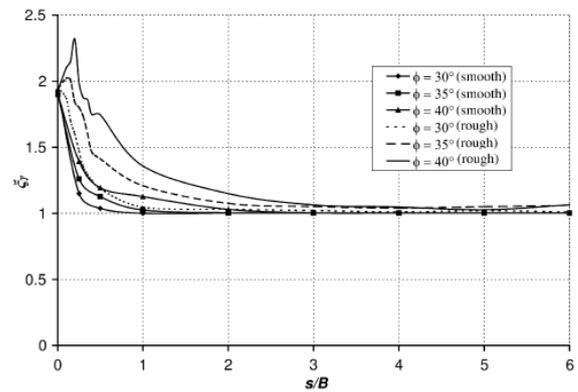


Fig. 8. Variation of ξ_γ with s/B for smooth and rough footings and $\psi = 0$.

as a mean value within the range of the fluctuations. Fig. 9 shows the factor R defined as the ratio of $\xi_\gamma(\psi = \phi)$ for the associative flow rule) to $\xi_\gamma(\psi = 0)$ for the non-associative flow rule) versus s/B , in the case of smooth and rough footings and $\phi = 30^\circ$, 35° , and 40° ; it is noted that for small s/B and $\psi = 0$ the values of ξ_γ are lower than those for the associative flow rule. The difference for a rough footing with s/B approximately equal to 0.4 and $\phi = 40^\circ$ is about 40%. More importantly it is seen that there is nearly no influence on R of non-associativity on ξ_γ for $s/B \geq 1$, whatever the value of ϕ .

Calculations, which are not reported here, have also been carried out in order to check the influence of non-associativity on ξ_c , ξ_q , $\xi_{\gamma q}$ and $\xi_{\gamma c q}$. For $\xi_{\gamma q}$ and $\xi_{\gamma c q}$ the same trend is observed as in the case of ξ_γ , i.e., the non-associativity has nearly no influence on the ratio R as soon as $s/B \geq 1$. With regard to ξ_c and ξ_q , the peak value of R is found, around $s/B = 1$; this value is equal to 1.2 for $\phi = 40^\circ$. Furthermore, R is very near 1 as soon as $s/B \geq 3$.

4.5. Comparison with theoretical and experimental data

Fig. 10a and b compare the efficiency factor ξ_γ obtained from our computations in the case of rough footings for $\phi = 30^\circ$ and 40° , with the results of the earlier theoretical solutions of Kumar and Kouzer [20], Kumar and Ghosh [18], and Stuart [13]. It is observed that for all analyses, when the spacing between the two footings becomes equal to zero, the value of ξ_γ is equal to 2. Also,

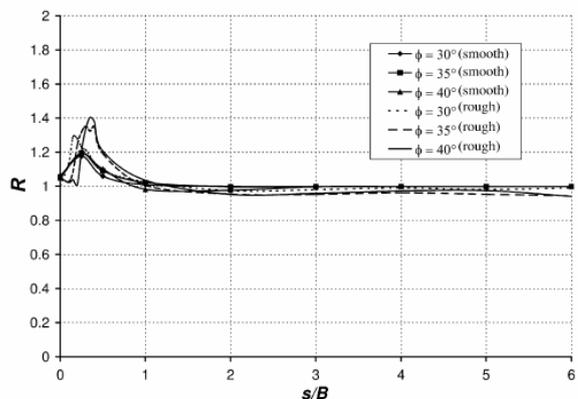


Fig. 9. Variation of $R (\xi_\gamma(\psi = \phi)/\xi_\gamma(\psi = 0))$ with s/B for smooth and rough footings.

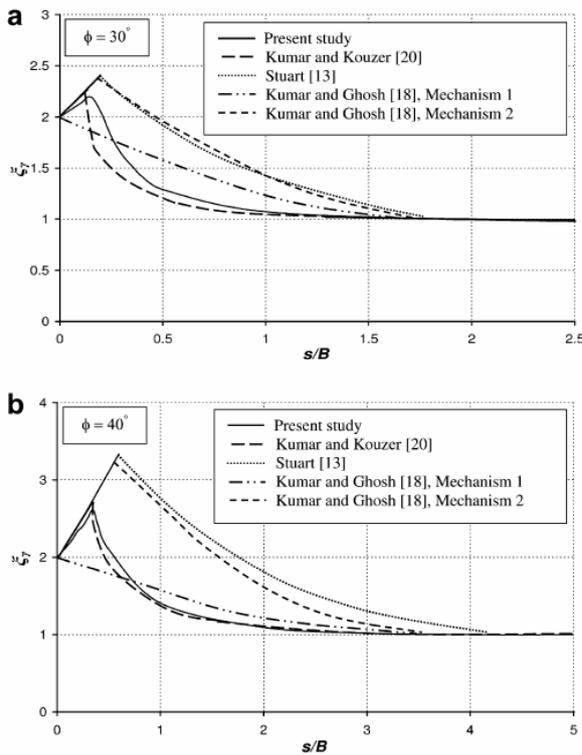


Fig. 10. Comparison of obtained ξ_γ with theoretical results for rough footings: (a) $\phi = 30^\circ$, (b) $\phi = 40^\circ$ (figure modified from Kumar and Kouzer [20]).

the curves of efficiency factor ξ_γ have the same overall form: as the spacing of the footings is increased, the efficiency rises to a peak then drops to the value of 1 for widely spaced footings, except the results given by Kumar and Ghosh [18] with Mechanism 1, where the value of ξ_γ decreases continuously with increasing spacing. Moreover, the results given by Stuart [13], using the limit equilibrium method and those of Kumar and Ghosh [18] obtained by the method of characteristics with the Mechanism 2, give the highest values of ξ_γ efficiency factor, for all angles of friction.

The values of ξ_γ obtained from the present study are in good agreement with the solutions reported by Kumar and Kouzer

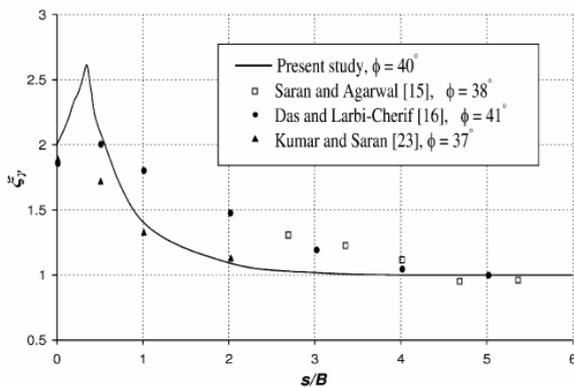


Fig. 11. Comparison of obtained ξ_γ with experimental data (figure modified from Kumar and Kouzer [20]).

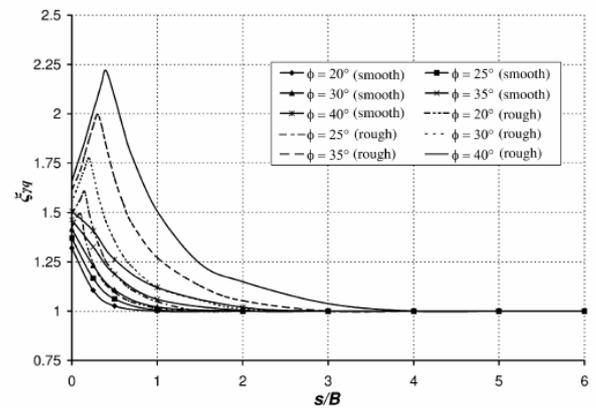


Fig. 12. Variation of $\xi_{\gamma 0}$ with s/B for smooth and rough footings. The parameters used in computations are $c = 0$, $\gamma = 16 \text{ kN/m}^3$, and $q = 10 \text{ kPa}$.

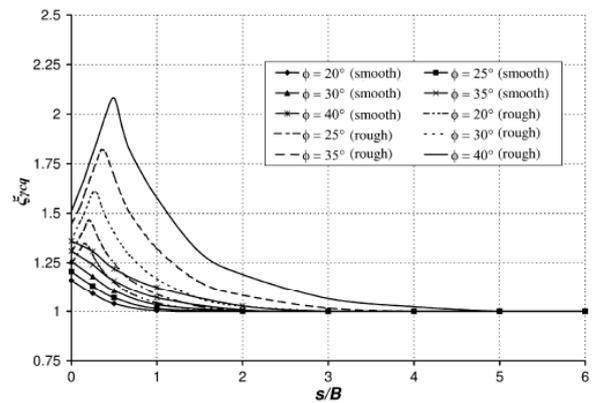


Fig. 13. Variation of $\xi_{\gamma 0}$ with s/B for smooth and rough footings. The parameters used in computations are $c = 10 \text{ kPa}$, $\gamma = 16 \text{ kN/m}^3$, and $q = 10 \text{ kPa}$.

[20] (using upper bound limit analysis in conjunction with finite-elements and linear programming). The value of spacing for which the two footings can be assumed isolated, as predicted by the present numerical computations, is very near $3B$ and $1.5B$ for $\phi = 40^\circ$ and 30° , respectively. This is in very good agreement with the val-

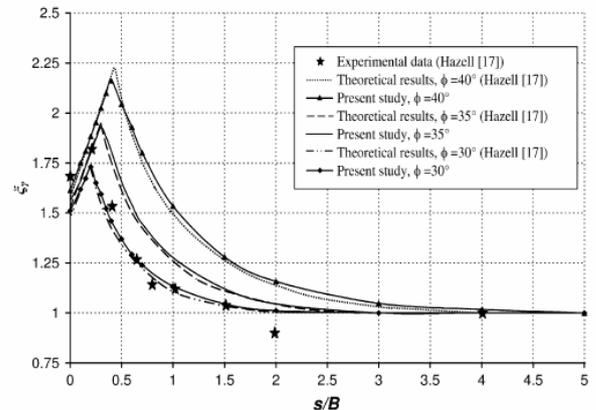


Fig. 14. Comparison of present $\xi_{\gamma 0}$ values with theoretical results and experimental data for rough footings and embedment $D/B = 0.4$; parameters used in computations: $c = 0$, $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$, $q = 16 \text{ kPa}$ (figure modified from Hazell [17]).

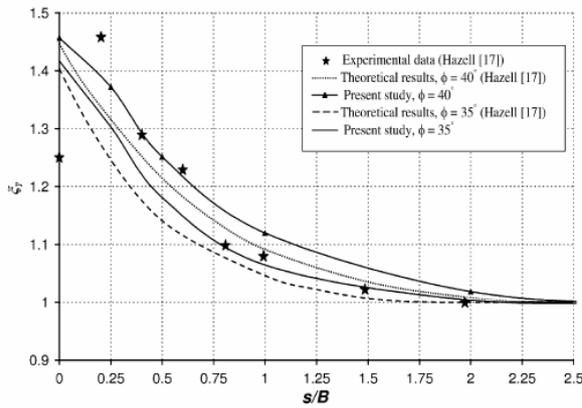


Fig. 15. Comparison of present $\xi_{\gamma q}$ values with theoretical results and experimental data for smooth footings and embedment $D/B = 0.4$; parameters used in computations: $c = 0$, $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$, $q = 16 \text{ kPa}$ (figure modified from Hazell [17]).

ues determined by Kumar and Kouzer [20]; also, the peak efficiency is approximately at the same spacing ($s/B \cong 0.35$ for $\phi = 40^\circ$ and $s/B \cong 0.15$ for $\phi = 30^\circ$).

Fig. 11 shows the curve of efficiency factor ξ_γ obtained from present numerical analyses for rough footings and $\phi = 40^\circ$, as well as the experimental data points obtained from small scale model test on sand by Saran and Agarwal [15], Das and Larbi-Cherif [16], and Kumar and Saran [23]. The angles of friction of these experiments varied between 37° and 41° . For $s/B > 0.5$, there is satisfactory agreement between the numerical and the experimental results of Kumar and Saran [23]. All experimental data give a maximum efficiency at zero spacing, except those of Das and Larbi-Cherif [16], for which there is a peak in efficiency around s equal to $0.5B$. The numerical values of ξ_γ are always found to be the highest for smaller values of spacing ($s/B < 0.5$).

4.6. Combined efficiency factors ($\xi_{\gamma q}$ and $\xi_{\gamma c q}$)

The numerical results of combined efficiency factors $\xi_{\gamma q}$ and $\xi_{\gamma c q}$ as defined above are plotted graphically in Figs. 12 and 13

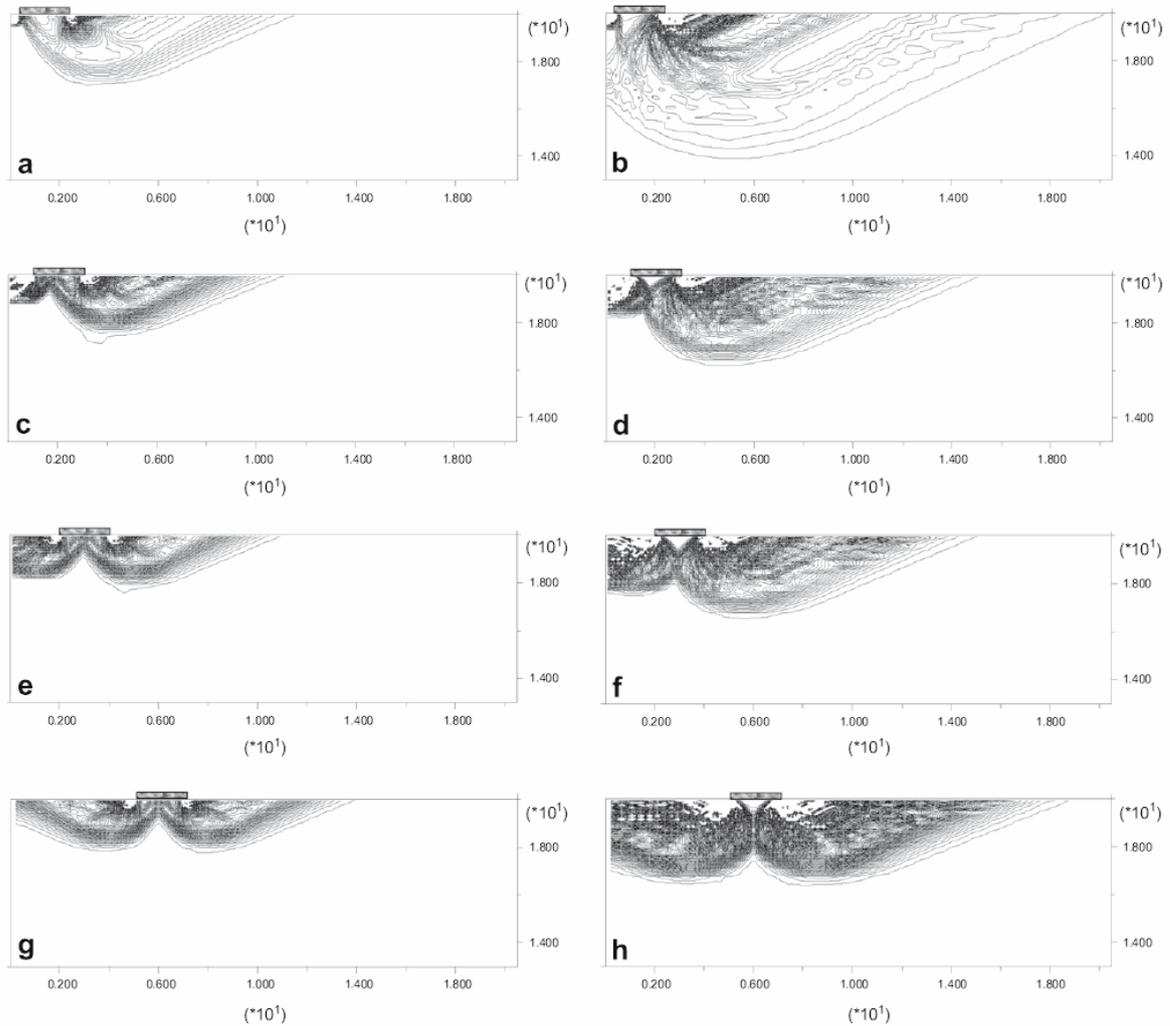


Fig. 16. Contours of maximum shear strain for smooth (s) and rough (r) footings, $\phi = 35^\circ$, $c = 0$, $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$, $q = 16 \text{ kPa}$: (a) $s/B = 0.3$ (s); (b) $s/B = 0.3$ (r); (c) $s/B = 1$ (s); (d) $s/B = 1$ (r); (e) $s/B = 2$ (s); (f) $s/B = 2$ (r); (g) $s/B = 5$ (s); (h) $s/B = 5$ (r).

for smooth and rough footings. It can be observed that the curves of combined efficiency factors have the same overall form as ξ_γ . It is noted that the values of $\xi_{\gamma q}$ are slightly higher than the $\xi_{\gamma c q}$. Figs. 12 and 13 show a little increase in the spacing for which the two footings can be assumed isolated as compared to the curve of ξ_γ (Fig. 3). Also, higher values of combined efficiency factors are always obtained for higher values of ϕ .

It can also be observed from Figs. 12 and 13 that the roughness of the footing influences considerably the estimation of the combined efficiency factors; the gain in efficiency can reach more than 70% at the peak of the curves. It appears that the peak of $\xi_{\gamma q}$ and $\xi_{\gamma c q}$ is reached at $s/B = 0.4$ and 0.5 , respectively, for $\phi = 40^\circ$.

4.7. Comparison with Hazell [17] for slightly embedded footings

The values of the efficiency factors $\xi_{\gamma q}$ obtained with the finite-difference code *FLAC* [25] were also compared with the experimental data and theoretical results obtained using the method of characteristics [17]. The theoretical curve of $\xi_{\gamma q}$ factor presented by Hazell [17], for two interacting smooth and rough footings on sand with different friction angles, is specific to a depth/width ratio (D/B) equal to 0.4. Computations were therefore performed with inputs appropriate to this situation.

Fig. 14 compares the computed efficiency factors $\xi_{\gamma q}$ for rough footings with $\phi = 30^\circ, 35^\circ$, and 40° ; Hazell [17] indicated that the sand used in the tests had a friction angle slightly above 30° . We can observe that the results of the present study are in excellent agreement with the theoretical solutions obtained by Hazell. Furthermore, the experimental data follow the shape of the numerical and theoretical curves.

The efficiency factors $\xi_{\gamma q}$ for smooth footings were also compared with the experimental data and theoretical results of Hazell for $\phi = 35^\circ$ and 40° ; the sand used in the tests has a friction angle between 35° and 45° [17]. As shown in Fig. 15, the numerical analyses give the maximum efficiencies for zero spacing. Moreover, for both theoretical and numerical results the values of $\xi_{\gamma q}$ decrease with increasing spacing between footings. Experimental data seem to show a drop in efficiency when s is below $0.2B$, Hazell [17] explained this result by the fact that full smoothness cannot be achieved.

4.8. Failure mechanisms

Fig. 16 shows the contours of maximum shear strain for smooth and rough footings, in the case of a frictional soil with weight and

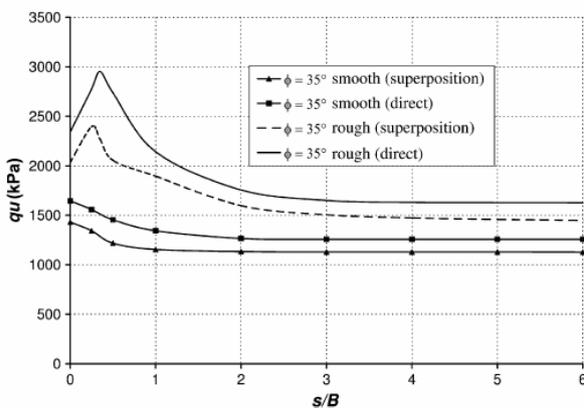


Fig. 17. Comparison of bearing capacity obtained by the superposition and the direct computations for smooth and rough footings and $\phi = 35^\circ$.

surcharge (and $c = 0$) and embedment $D/B = 0.4$. The size of the shear zone increases with decreasing value of the spacing. This behaviour is due to the blocking effect; the soil between two footings, form the so-called “jamming soil”. As seen from Fig. 16, for rough footings, there is a triangular elastic wedge immediately underneath the footing. However, when the footing is smooth, the overall shear zone is smaller, and there is no elastic wedge underneath the footing. Moreover, at greater spacings the shear zone is similar to the failure mechanism found by Prandtl [28] and Terzaghi [1] in the analysis of a strip footing. Also, it is observed that the value of the maximum magnitude of the displacement vectors varies with the spacing: for larger spacings the maximum displacement is smaller.

4.9. Superposition effect

For an isolated strip footing the superposition assumption of Terzaghi introduces an error on the safe side i.e., underestimates the bearing capacity [29]. To illustrate the superposition effect on the bearing capacity of two interfering footings, direct numerical calculations of bearing capacity were executed for $\phi = 35^\circ$. The bearing capacity q_u calculated using Terzaghi's assumption, is compared in Fig. 17 with the results when c , γ , and q are accounted for simultaneously (so-called direct calculation in Fig. 17). It is seen that the superposition assumption always errs on the safe side; it underestimates the bearing capacity. However, the error increases for smaller spacings, especially at the spacing corresponding to the peak value interaction for rough footings. For $\phi = 35^\circ$, the error in bearing capacity that results from the use of the superposition method, varies between 10% and 24% for rough footings. From Fig. 17, it is clear that the smooth footing produces a smaller error.

5. Conclusions

The finite-difference code *FLAC* [25] was used to study the influence on the bearing capacity of interference between two adjacent smooth and rough rigid strip footings. The footings have been considered under centered vertical loads and resting on a medium characterized by the Mohr–Coulomb yield criterion and associative flow rule. The efficiency factors ξ_γ , ξ_c , and ξ_q were computed individually and also when the surcharge pressures and unit weight were accounted for simultaneously, that is $\xi_{\gamma q}$, and in a general cohesive–frictional soil with soil weight and surcharge pressures, that is $\xi_{\gamma c q}$. The results were compared with the available results published in the literature.

The comparison of the numerical results with theoretical solutions and experimental data confirmed that the interference between two strip footings gives bearing capacities substantially larger than those obtained when the same footings are isolated. A particularly significant effect of interference has been observed for rough footings, spaced between $s/B = 0.1$ and 0.5 for friction angles between 25° and 40° .

The ξ_γ values depend on whether smooth or rough conditions are assumed. In the case of a rough footing, the *FLAC* [25] ξ_γ values generally agree well with the results of Kumar and Kouzer [20]. Also, for rough footings, the $\xi_{\gamma q}$ results from the present study are in excellent agreement with the solutions obtained by Hazell [17]. The bearing capacities obtained for different spacing using the Terzaghi's superposition assumption were compared with those computed directly; the superposition always underestimate the bearing capacity; the error increase for smaller spacings.

References

- [1] Terzaghi K. Theoretical soil mechanics. New York: Wiley; 1943.

- [2] Meyerhof GG. Some recent research on the bearing capacity of foundations. *Can Geotech J* 1963;1(1):16–26.
- [3] Vesic AS. Analysis of ultimate loads of shallow foundations. *J Soil Mech Found Div ASCE* 1973;99(1):45–73.
- [4] Sokolovskii VV. *Statics of soil media* (translated from the 1942 Russian edition). London: Butterworths; 1960.
- [5] Hansen JB. A revised and extended formula for bearing capacity. *Danish Geotech Inst Bull* 1970;28:5–11.
- [6] Martin CM. User guide for ABC – analysis of bearing capacity, Version 1.0. OUEL Report No. 2261/03. Department of Engineering Science, University of Oxford; 2003.
- [7] Michalowski RL. An estimate of the influence of soil weight on bearing capacity using limit analysis. *Soils Found* 1997;37(4):57–64.
- [8] Soubra A-H. Upper-bound solutions for bearing capacity of foundations. *J Geotech Geoenviron Eng ASCE* 1999;125(1):59–68.
- [9] Hjiiaj M, Lyamin AV, Sloan SW. Numerical limit analysis solutions for the bearing capacity factor N_{γ} . *Int J Solid Struct* 2005;42(5):1681–704.
- [10] Griffiths DV. Computation of bearing capacity factors using finite elements. *Géotechnique* 1982;32(3):195–202.
- [11] de Borst R, Vermeer PA. Possibilities and limitations of finite elements for limit analysis. *Géotechnique* 1984;34(2):199–210.
- [12] Frydman S, Burd HJ. Numerical studies of bearing capacity factor N_{γ} . *J Geotech Geoenviron Eng ASCE* 1997;123(1):20–9.
- [13] Stuart JG. Interference between foundations, with special reference to surface footings in sand. *Géotechnique* 1962;12(1):15–22.
- [14] West JM, Stuart JG. Oblique loading resulting from interference between surface footings on sand. In: *Proceedings of the 6th international conference on soil mechanics and foundation engineering*, vol. 2, Montreal; 1965. p. 214–7.
- [15] Saran S, Agarwal VC. Interference of surface footings on sand. *Indian Geotech J* 1974;4(2):129–39.
- [16] Das BM, Larbi-Cherif S. Bearing capacity of two closely spaced shallow foundations on sand. *Soils Found* 1983;23(1):1–7.
- [17] Hazell ECJ. Interaction of closely spaced strip footings. Final year project report. Department of Engineering Science, University of Oxford; 2004.
- [18] Kumar J, Ghosh P. Ultimate bearing capacity of two interfering rough strip footings. *Int J Geomech ASCE* 2007;7(1):53–62.
- [19] Kumar J, Ghosh P. Upper bound limit analysis for finding interference effect of two nearby strip footings on sand. *Geotech Geol Eng* 2007;25(5):499–507.
- [20] Kumar J, Kouzer KM. Bearing capacity of two interfering footings. *Int J Numer Anal Methods Geomech* 2008;32(3):251–64.
- [21] Graham J, Raymond GP, Suppiah A. Bearing capacity of three closely spaced footings on sand. *Géotechnique* 1984;34(2):173–82.
- [22] Kumar J, Bhoi MK. Interference of multiple strip footings on sand using small scale model tests. *Geotech Geol Eng* 2008;26(4):469–77.
- [23] Kumar A, Saran S. Closely spaced footings on geogrid-reinforced sand. *J Geotech Geoenviron Eng ASCE* 2003;129(7):660–4.
- [24] Ghazavi M, Lavasan AA. Interference effect of shallow foundations constructed on sand reinforced with geosynthetics. *Geotext Geomembranes* 2008;26(5):404–15.
- [25] FLAC – Fast Lagrangian Analysis of Continua, version 5.0. ITASCA Consulting Group, Inc., Minneapolis; 2005.
- [26] Yin JH, Wang YJ, Selvadurai APS. Influence of nonassociativity on the bearing capacity of a strip footing. *J Geotech Geoenviron Eng ASCE* 2001;127(11):985–9.
- [27] Erickson HL, Drescher A. Bearing capacity of circular footings. *J Geotech Geoenviron Eng ASCE* 2002;128(1):38–43.
- [28] Prandtl L. Über die Härte plastischer Körper. *Nachrichten von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften, Göttingen, Math.-phys. Klasse*; 1920. p. 74–85.
- [29] Zhu DY, Lee CF, Law KT. Determination of bearing capacity of shallow foundations without using superposition approximation. *Can Geotech J* 2003;40(2):450–9.