

INTRODUCTION GENERALE

Un séisme correspond à une fracturation des roches en profondeur le long d'une faille généralement préexistante. Cette rupture s'accompagne d'une libération soudaine d'une grande quantité d'énergie qui se traduit en surface par des vibrations du sol. Le séisme est le risque naturel majeur le plus meurtrier et qui cause le plus de dégâts. De 1994 à 2004, les séismes ont fait plus de 80 000 victimes dans le monde. Comme exemple sur tous les séismes récents (Northridge, 1994 ; Kobe, 1995 ; Ismi, 1999 ; Boumerdes, 2003).

Il est apparu au cours de ces crises que la réduction du risque sismique devenait une priorité dans les politiques des pays dans le monde entier. Un séisme sera moins destructeur dans un pays qui a intégré dans sa culture la construction parasismique. L'évolution actuelle du génie parasismique a permis le développement des méthodes d'analyse et de calcul des structures soumises à des sollicitations sismiques, ainsi que des moyens et des conceptions plus efficaces pour atténuer les effets destructeurs des grands mouvements du sol.

Le mouvement de sol est transmis aux constructions par l'intermédiaire de leurs fondations ; si le sol pouvait se déplacer librement sous les ouvrages, ce mouvement ne pourrait être transmis. Dans ce contexte a émergé, ces dernières années, l'idée d'introduire entre le sol et les bâtiments un filtre, permettant de dissiper le maximum d'énergie. Cette stratégie appelée isolation parasismique.

L'isolation sismique a émergé comme une alternative attrayante qui promet la réalisation d'économies à court et à long terme.

L'utilisation d'un système d'isolation à la base pour la protection des constructions parasismiques est devenue à présent une technologie assez répandue et bien établie dans le monde.

La modélisation numérique et la simulation sur ordinateur des systèmes d'isolation parasismique constituent souvent l'unique voie d'étude pour l'ingénieur de génie civil confronté à la complexité des problèmes, et la considération des actions provenant des catastrophes naturelles telles que le séisme. Un grand nombre des programmes informatiques existe actuellement et qui aide à réaliser ces simulations, néanmoins, ce sont principalement des programmes de production qui impliquent une manipulation approfondie où les processus de modélisation d'analyse

deviennent parfois difficiles, particulièrement pour le professionnel sans beaucoup d'expérience. Ceci mène donc à une incertitude dans l'analyse des résultats et des informations fournies.

Ce qui nous a conduits à considérer la possibilité de résoudre cette problématique au moyen d'un modèle théorique fiable, fortement en faveur des concepts physiques du problème, et en outre, simple d'exécution. Par l'introduction de peu de données filtrées et sélectionnées, l'analyse du comportement sismique des bâtiments avec les systèmes d'isolation parasismique peut être réalisée rapidement et avec efficacité.

L'objectif de ce travail est le développement d'un procédé simplifié d'analyse des bâtiments avec systèmes d'isolation parasismique. Nous traiterons le cas d'un bâtiment étagé avec des isolateurs parasismiques à la base soumis à une sollicitation sismique. Pour un comportement élastique linéaire de l'ouvrage considéré, l'isolateur parasismique sera étudié et simulé respectivement par un modèle linéaire et un modèle non linéaire.

Le travail de cette étude sera développé en sept chapitres à savoir :

Le chapitre.1 est consacré à des notions de base concernant les différents systèmes d'isolation parasismique et leurs différents types à savoir les systèmes à base d'élastomère et les systèmes de glissement.

Dans le chapitre 2, nous présentons une analyse des bâtiments avec système d'isolation parasismique pour montrer le but et l'objectif de ce dernier notamment le principe et la théorie dans le cas de mode linéaire, ainsi qu'à travers le comportement dynamique de l'isolation parasismique par la représentation des deux types de modèles respectivement linéaire et non linéaire.

Nous traitons dans le chapitre 3 la représentation du modèle dynamique pour une structure avec isolateur parasismique, ainsi que la formulation des équations de mouvement régissant le comportement du système et les équations de mouvement de l'isolateur en tant que système linéaire et non linéaire.

Le chapitre 4 sert à décrire les méthodes approchées pour calculer les fréquences et les modes de vibration telles que les méthodes de Rayleigh-Ritz, les méthodes des polynômes et leur estimation d'erreurs.

Quant au chapitre 5, il est consacré à la résolution du système d'équations associées au modèle dynamique par la définition de la réponse, à partir des systèmes d'équations différentielles et la mise en équation du système dynamique. En plus ce chapitre contient la description en détail de la méthode de RUNGE KUTTA principalement utilisée pour résoudre l'énoncé de notre

problématique autour du modèle dynamique de l'isolateur à comportement respectivement linéaire et non linéaire.

Le chapitre 6 présente la méthodologie du modèle structurel en décrivant ses caractéristiques et ses paramètres, aussi son analyse dans les cas à base fixe et isolée.

Enfin, le Chapitre 7 est consacré à la présentation et à la comparaison des résultats d'analyse des deux modèles respectivement à base fixe et avec isolateur parasismique.

INTRODUCTION

L'isolation sismique, également connu sous le nom d'isolation de base en structures, est une stratégie innovatrice de modèle qui fournit un remplacement pratique pour le modèle résistant de séisme des structures neuves et de la réadaptation sismique des constructions existantes, des passerelles et des établissements industriels...etc.

L'effet de l'isolation de base peut être réalisé par l'installation de certains dispositifs entre la construction et la base de support, afin de séparer ou isoler le mouvement de la construction de celui du sol

Ainsi, des forces induites par un séisme peuvent être réduites par des facteurs de cinq à dix de ceux qu'une structure non isolée [1].

Pendant les attaques de séisme, les constructions avec structure traditionnelles où la base est fixe, répondent avec une augmentation progressive du niveau de sol au dessus de la construction, ceci provoque des dommages lourds ou l'effondrement total des structures. Pour éviter ces dommages, et en même temps répondre à des exigences fonctionnelles en service, une flexibilité est introduite à la base de la structure.

1. Les différents systèmes d'isolation parasismique :

L'isolation sismique est une technique plus prometteuse qui dépend fortement du choix de système, employée pour fournir la flexibilité horizontale et pour s'approprier l'amortissement. Il est également nécessaire de fournir un écartement d'isolation sismique adéquat qui peut faciliter tous les déplacements destinés.

La plupart des systèmes utilisés aujourd'hui comportent les appuis élastomères, ou des appuis à glissement, d'autres sont restés au stade d'études théoriques ou d'essais. Parmi ces catégories et selon leur mode de fonctionnement, on distingue :

1.1. Les systèmes basés élastomère :

Les appuis en caoutchouc naturel sont utilisés la première fois en 1969 pour la protection des constructions contre le séisme dans une école de trois étages dans Skopje à la Macédoine. Le système a été développé en Suisse par un ingénieur structurel K. Stadhouders (Staudacher et autres. 1970), après le séisme dévastateur de 1967 [2] [3] [4].

Les appuis de grands blocs en caoutchouc sans plaques de renforcement en acier, seront comprimés environ de 25% sous le poids de la construction. Ils sont également d'une rigidité verticale valant plusieurs fois à la rigidité horizontale.

Ce système a été testé sur une table de vibration dans le centre de recherches d'ingénierie de séisme (EERC) en 1982 (Staudacher, 1982). La caractéristique des systèmes d'isolation de ce type repose sur le fondement que le mouvement horizontal est fortement accouplé à un mouvement d'oscillation, de sorte que le mouvement du sol horizontal induit des accélérations verticales en mode de vibration. D'autres constructions ont été construites sur des appuis en caoutchouc naturel avec des plaques d'acier inteme (ou désignées sous le nom de cales) de renforcements, qui réduisent le gonflement transversal des appuis et augmentent la rigidité verticale voir la figure.1.1. Ces appuis multicouches d'élastomère ont été utilisés pendant des années pour fournir l'isolation sismique pour les bâtiments. [2] [3] [4].

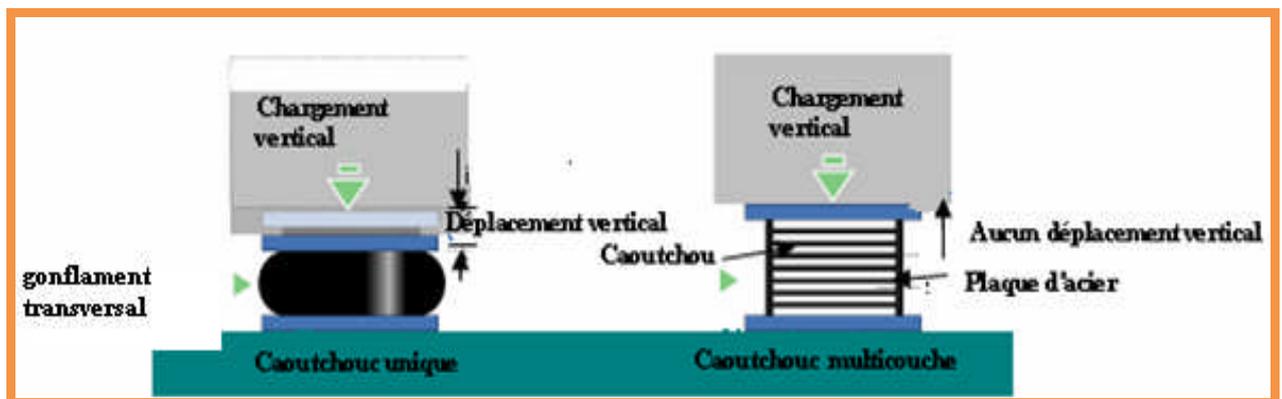


Fig.1.1 : représentation du caoutchouc renforcé avec les plaques en acier [5]

1.1.1. Les Systèmes en Caoutchouc Naturel et Synthétique - Faible Amortissement :

Les appuis en caoutchouc naturel et synthétique – faible amortissement (Low-Damping Natural and Synthetic Rubber Bearings (LDRB)) ont été employés couramment au Japon en même temps que les dispositifs d'amortissement supplémentaires, tels que les amortisseurs visqueux, les barres en acier, les barres de plomb, les dispositifs de frottement... etc. [2] [3] [4].

Les isolateurs sont constitués de deux plaques épaisses d'extrémité en acier doux et beaucoup de cales en acier mince. La figure.1.2 représente le type carré. Le caoutchouc est vulcanisé et collé avec une pression à l'acier dans un moulage sous la chaleur en même temps pour éviter le gonflement du caoutchouc et fournir une rigidité verticale élevée; ce procédé n'a aucun effet sur la rigidité horizontale, qui est contrôlée par module de cisaillement faible d'élastomère. Le comportement de matériaux dans le cisaillement est visqueux linéaire jusqu'aux contraintes de cisaillement au-dessus de 100%, avec l'amortissement critique dans la chaîne de (2 à 3) %. Le matériau n'est pas soumis au fluage, et la stabilité à long terme du module est bonne. [2] [3] [4].

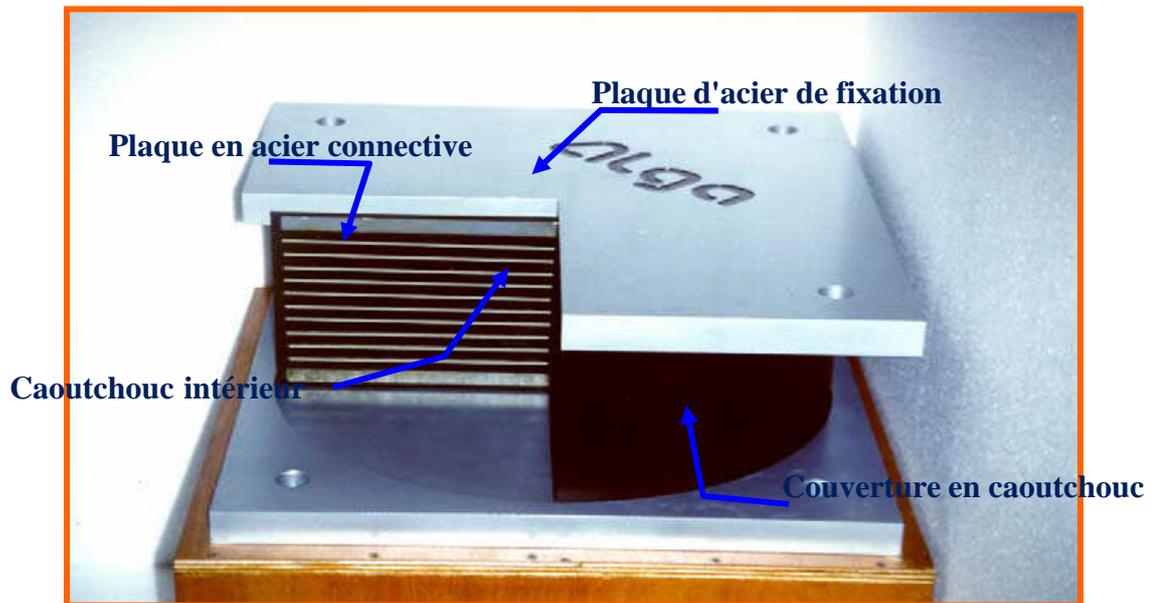


Fig.1.2 : Les appuis en caoutchouc naturel et synthétique – faible amortissement - type carré.

La protection des plaques d'acier contre la corrosion et contre le feu est assurée par une enveloppe en caoutchouc d'épaisseur de 6 cm qui donne à l'isolateur une stabilité au feu de 4 h. Des stabilisateurs de vent peuvent également être montés après le séisme [6].

Nous citons quelques avantages concernant l'utilisation des appuis en caoutchouc naturel et synthétique – Faible amortissement [2] [3] [4] :

- Facile à fabriquer ;
- Assemblé et bien collé à l'acier ;
- Facile à modeler ; et sa réaction mécanique est inchangée par le taux de chargement de température et le vieillissement.

Le seul inconvénient de ce système est l'ajout d'amortissement supplémentaire qui est généralement nécessaire et indispensable. Ces systèmes supplémentaires exigent des connexions raffinées, dans le cas des amortisseurs métalliques [2] [3] [4].

1.1.2. Les Systèmes en Barreaux de Plomb (Lead-Plug Bearing (LRB)) :

L'appui en barreau de plomb a été inventé en Nouvelle Zélande en 1975 (Robinson et Tucker, 1977, 1983) et considérablement utilisé en Nouvelle Zélande, au Japon et aux États-Unis [7].

Les appuis en barreau de plomb sont des appuis en caoutchouc stratifiés semblables à LRB, mais contiennent des trous dans lesquels une ou plusieurs barres de plomb sont insérées. Un modèle d'un LRB schématisé par la figure.1.3. Les plaques d'acier dans l'appui permettent la barre de plomb de se manipuler en cisaillement et sa contrainte de déformation plastique est environ 10 MPa ; cet environnement fournit à l'appui une réponse bilinéaire (Tyler et Robinson, 1984). Par ailleurs la barre

de plomb doit s'ajuster fortement dans l'appui élastomère, et elle est confectionnée légèrement plus grande que le trou afin qu'elle soit forcée à l'intérieur. A cet effet l'objectif d'avoir une rigidité et un amortissement utile du LRB, résultants appropriés est atteint pour un déplacement acceptable.

Attirant l'attention que des appuis en élastomère stratifié avec barre de plomb ont été considérablement testés en Nouvelle Zélande (construite, 1982), [2] [3] [4].

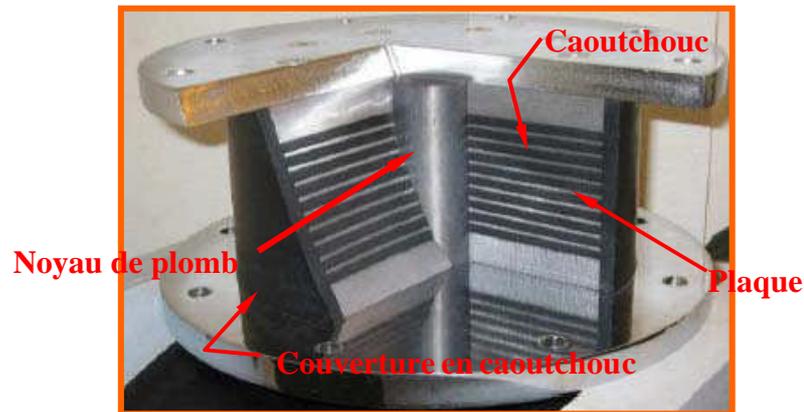


Fig.1.3 : Appui en barre de plomb- type rond [4].

On conclue que le plus grand avantage de ce système d'isolation parasismique réside dans l'intégralité des barres et des appuis élastomères et aucune sujétion supplémentaire n'est nécessaire, ce qui permet une bénéfique d'économie importante. Le seule inconvénient apparu est après un séisme tel qu'on rencontre une grande difficulté de remplacement de la barre sans enlèvement de l'appui ceci dit que l'appui doit être impérativement changé avec la barre du fait que pendant les secousses la barre de plomb induit la détérioration dans les couches du caoutchouc [6].

1.1.3. Les Systèmes en Caoutchouc Naturel – Fort Amortissement :

Le développement d'un composé, en caoutchouc naturel avec amortissement inhérent, est un système qui élimine le besoin des éléments d'amortissement supplémentaires. Ce système a été réalisé en 1982 par l'association des recherches des produits en caoutchouc Malaisiens (MRPRA) en Grande Bretagne (Derham et autres. 1985). L'amortissement est augmenté en ajoutant le charbon noir et d'autres matériaux de propriété industrielle à savoir les produits pétroliers, les résines... Dans le cas où les contraintes de cisaillement achevant de 100% et le module de cisaillement est autour (0,4 à 1, 4) MPa l'amortissement atteint à un niveau (de 10 à 20)%. Par contre si les contraintes de cisaillement sont moins de 20%, ce comportement de matériau est non linéaire. Et sur une chaîne de contrainte de cisaillement de (20 à 120) %, le système est caractérisé par une rigidité et un amortissement permettant à réduire la réaction contre les effets de vent et du chargement sismique faible.

La figure.1.4 montre un exemple d'un appui fort amortissement (High-Damping Natural Rubber).

L'amortissement de ce système est indépendant de la fréquence et son comportement hystérésis peut être visqueux linéaire et dans ce cas, la dispersion d'énergie est quadratique en fonction du déplacement. Les tests, sur un grand nombre de différents isolateurs en caoutchouc à EERC, ont démontré que l'énergie dissipée, selon le cycle est proportionnelle au déplacement, est augmenté à un exposant de 1,5. Cette caractéristique peut être exploitée pour modeler la réaction d'appui qui combine les éléments linéaires visqueux et d'élastoplastique (Clark et Kelly, 1996). Les caractéristiques des matériaux de ces élastomères de fort amortissement sont sensibles de la température, en comparaisant avec le système au caoutchouc de faible amortissement (Ces caractéristiques sont traitées déferrement d'un constructeur à autre pour aboutir à une sensibilité faible). La caractéristique la plus importante des appuis en caoutchouc de fort amortissement dépend des cycles de chargement comme les autres systèmes, ce qui conduit à dire que l'accroissement de cycle vers un autre augmente les contraintes de cisaillement ainsi que la rigidité effective. Sachant que, généralement, cette caractéristique est stabilisée dans le troisième cycle [2] [3] [4].

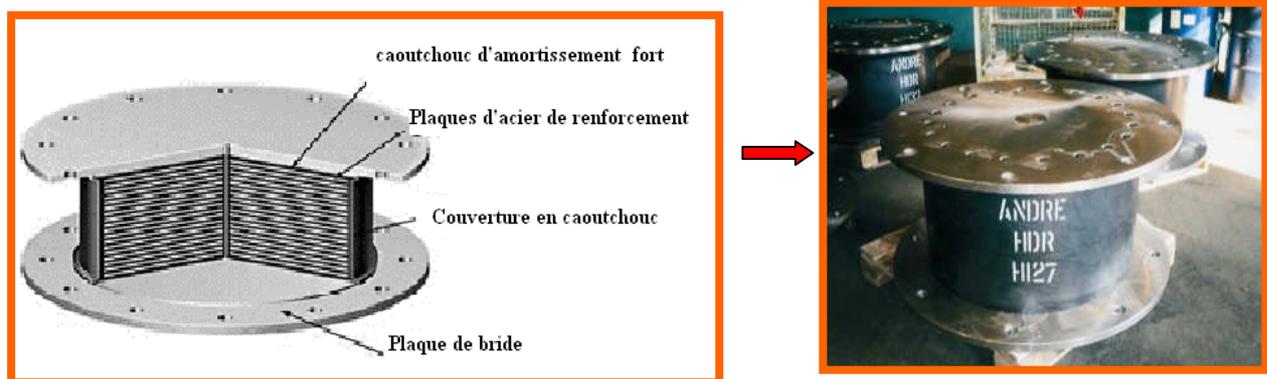


Fig.1.4 : les appuis en caoutchouc naturel – fort amortissement [8] [4].

Les avantages d'utilisation des appuis stratifiés de fort amortissement sont :

- Possibilité de la combinaison entre la dispersion d'énergie et la flexibilité ;
- Facile à fabriquer ;
- Simplicité de l'installation.

La première utilisation des appuis en caoutchouc naturel de fort amortissement, pour isoler une structure, était faite par le FCLJC dans le rancho Cucamonga, la Californie. Les appuis étaient manufacturés et testés avant d'être installés en novembre 1983, et en juillet 1995 deux appuis ont été ajustés dans la construction. La comparaison des résultats d'essai en 1995 avec les résultats d'essai de l'original 1983, montre que la rigidité produite du cisaillement d'appui reste stable après 12 années d'installation (Clark, 1997) [2] [3] [4].

1.1.4. D'autres Isolations Elastomères :

La compagnie de caoutchouc de Sumitomo de Kobe- Japon, a développé un isolateur qui combine un appui naturel et synthétique – faible amortissement avec un grand trou interne, dans lequel une fiche centrale en élastomère synthétique- fort amortissement (tel que le caoutchouc de nitriles) est placée et les deux modules de cisaillement des deux élastomères sont très proche. Le caoutchouc de nitriles a un amortissement plus élevé que l'autre, et le diamètre de la fiche interne est presque la moitié de celui de l'appui environnant, et quant à l'amortissement effectif du système combiné est autour (18 à 20) % [2] [3] [4].

Un concept semblable a été testé à EERC en utilisant un LDRB avec un trou central rempli de disques d'un copolymère acrylique de fort amortissement alternant avec des disques d'acier. Les couches de polymère étaient de la même épaisseur que les couches en caoutchouc, et les disques en acier sont de même épaisseur que les cales internes. Ils ont déterminé qu'il n'y avait aucun besoin de coller le polymère et les disques en acier ; les disques ont assuré que le polymère a été entièrement engagé au caoutchouc ; ce polymère joue un rôle d'un radiateur pour la chaleur produite par l'énergie dissipée. La partie élastique du module de cisaillement de ce polymère (le module de mémoire) était très proche de celle du caoutchouc et le facteur de perte était autour 1,5. Cette combinaison produit une grande dispersion d'énergie dans l'appui [2] [3] [4].

1.1.2. Systèmes d'Isolation basés sur le Glissement :

Une des techniques les plus populaires et les plus efficaces pour l'isolation sismique est l'utilisation de glissement. Les systèmes glissant s'exécutent très bien sous une variété de charge nuisible de séisme, en réduisant les grandes amplifications d'accélération de la superstructure. Ces isolateurs sont caractérisés par l'insensibilité à la fréquence due à l'excitation sismique, cette caractéristique est très importante pour le mouvement de ce système de glissement.

Les systèmes d'isolation basée sur le glissement sont fréquemment appliqués dans les constructions et les passerelles à cause de ses avantages, cités ci-dessous, par rapport aux appuis en caoutchouc conventionnels [9] :

- Le non influence de la fréquence d'entrée sur ce système.
- Les effets de torsion produits par la construction asymétrique sont diminués à cause de la coïncidence du centre de masse de la structure et celui des appuis de glissement.

1.1.2.1. Système de Frottement-Pur :

En 1909 en Grande-Bretagne, le Médecin Johannes Avetican Calantarients a proposé la première fois un système employant le frottement pur. Cette proposition concerne la séparation de la structure de la base par une couche de talc. Ce docteur a clairement compris que le système d'isolation a réduit les accélérations dans la construction isolée. Ces accélérations sont proportionnelles aux déplacements entre la construction et la base.

Notant que ce système inventé par le Dr. Calantarients comporte tous éléments considérés nécessaires et actuellement utilisés dans un système de base d'isolation sismique. Cette méthode permet de coupler la construction et la base, avec un support de grands déplacements relatifs [2] [3] [4].

L'isolation parasismique a été considérée la première fois comme stratégie sismique résistante de modèle par le gouvernement Italien après le fort séisme de Messino-Reggio de 1908, qui a tué 160.000 personnes demeurant dans les constructions de maçonnerie non renforcées, presque toutes les constructions de ce type se sont effondrées (Berg, 1983). Après le séisme, une commission a été nommée pour effectuer des recommandations pour la reconstruction des bâtiments avec des structures économiques et sûres résistantes au séisme. La commission a considéré deux approches au modèle résistant au séisme. La première approche sert à isoler la construction du mouvement de sol soit en interposant une couche de sable dans sa base, ou soit à l'aide des rouleaux sous des poteaux pour permettre à la construction de se déplacer horizontalement. La deuxième approche concerne un modèle à base fixe avec une limitation d'hauteur en limitant la force transversale, produite par le séisme, par des coefficients séismiques. (Dei Lincei, 1909 d'Accademia).

Après les séismes indiens en 1930 de Dhubai et de Bihâr en 1934, ce système inventé s'impose fortement dans les constructions. Dans ses séismes, remarquant que les constructions de maçonnerie avaient glissé sur leurs bases et elles ont survécu au séisme, alors que les constructions semblables de base fixe étaient détruites. Sur cette base d'observations et aussi du fait que les constructions de maçonnerie ne peuvent pas être isolées de manière rentable à l'aide des isolateurs élastomères, Arya (1984) a proposé un système glissant. Une analyse considérable a été faite pour cette approche ; un programme expérimental a été effectué en utilisant un type de table de vibration (le choc produit en roulant un chariot chargé en bas d'une pente) (Arya et autres, 1978, 1981). Le résultat obtenu a démontré l'efficacité de l'approche du système glissant [2] [3] [4].

Les ingénieurs chinois de séisme avaient observé les mêmes phénomènes provoqués du séisme dévastateur de Tangshan 1976. Un certain nombre de constructions, avec isolateur de glissement, de plusieurs étages, ont survécu au séisme avec des fissures horizontales au dessous des murs signalant qu'il y avait une glissade d'environ 6 centimètres. Cette observation importante a été interprétée comme un signe fort pour la possibilité de la protection de la superstructure de maçonnerie contre les

destructions. Après plusieurs investigations et d'analyses théoriques autour des tests sur des tables de vibration à 1/8 d'échelle pour les structures isolées et à base fixe (Li, 1984), ont déduit de l'efficacité de ce système de forttement pur.

Cette approche était adoptée pour la construction d'un certain nombre de bâtiments dont le plus grand était une construction de dortoir de quatre étages avec une couche de sable particulièrement sélectionnée entre les plaques de sol de mosaïque situées au-dessus de la base et sous les murs au niveau de rez-de-chaussée. Dans le séisme de Pékin, un mouvement intense est observé sur la surface de glissement de ces constructions sans aucune destruction remarquable.

Par ailleurs, plusieurs analyses théoriques considérables ont été faites sur la dynamique des structures sur des systèmes glissants soumis à une oscillation harmonique ou de séisme. A titre d'exemple concernant la construction d'isolation de base, Mr. Westermo et Mr. Udwardia (1983) ont étudié la réaction périodique d'un oscillateur linéaire sur un frottement de coulomb glissant sur la surface adjacente. Ils ont constaté que le frottement toujours réduit la réaction et celle-ci peut être plus grande que celle du même modèle à base fixe. Aussi des tests pour étudier la réaction, ont été faits par Mostaghel et autres, et ils ont aboutit aux mêmes résultats. (1983a, 1983b)[2] [3] [4].

En général le frottement de coulomb est employé dans les analyses théoriques, et son comportement dans ces analyses reflète la réalité à cause de non diversité des paramètres.

Les matériaux les plus utilisés pour des appuis glissant sont généralement le polytétrafluoroéthylène (PTFE ou téflon) sur un acier inoxydable, et les caractéristiques de frottement de ce système dépendent de la température et de la vitesse du mouvement de surface adjacente, ainsi que le degré d'usure et de la propreté de la surface. Plusieurs travaux de test ont été effectués pour voir les aspects du comportement mécanique des différents composants glissants (Tyler, 1977a, 1977b); suivi par la suite, des ajustements considérables apportés par Campbell et Kong (1987)[2][3][4].

1.1.2.2. Les Systèmes EDF (Électricité de France) :

Ce système a été développé au début des années 70 afin de l'appliquer aux installations des équipements d'une centrale nucléaire; pour atteindre à un niveau de protection très élevée concernant ces équipements pendant une accélération de pic à 0.2g.

Une centrale située aux sites d'activité sismique forte, elle devra être équipée par un système isolé pour garder les niveaux d'accélération du matériel au-dessous de la valeur de qualification. Ce système est combiné d'un appui stratifié du néoprène (fabriqué selon des normes de haute qualité) avec une plaque d'alliage de plomb bronze en contact direct avec acier inoxydable, la surface de glissement étant montée sur l'appui d'élastomère voir la figure. 1.5 [2][3][4].

L'ensemble de plaque de glissement et des appuis stratifiés du néoprène, sert à éviter l'inconvénient de la présence de sol mou. Et particulièrement, il est très efficace pour les constructions à fondation profonde [6].

Le coefficient de frottement de la surface de glissement est censé être 0.2 excédent la durée de vie de l'isolateur. Le cylindre du néoprène peut se déplacer avec une distance inférieure de 5.0 centimètre dans une situation normale. Par contre si le déplacement dépasse cette valeur, les éléments de glissement couvriront ce dépassement. Notons que l'inconvénient de ce système qu'il ne contient pas aucun dispositif pour la remise des déplacements à zéro or ces déplacements sont inhérents. Ce système a été utilisé une seule fois pour les installations de la centrale nucléaire à Koeberg, Afrique du Sud (Jolivet et Richli, 1977) [2] [3] [4].

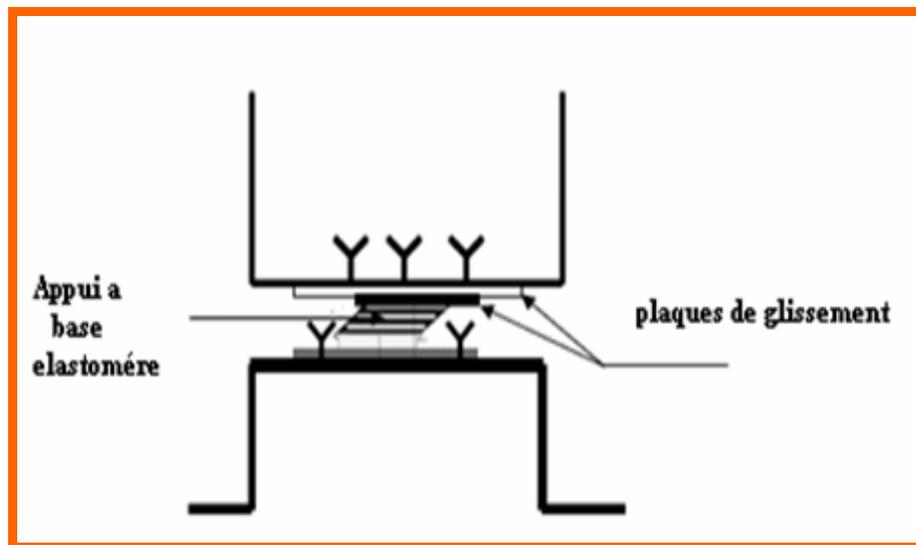


Fig.1.5 : appui type système de l'Electricité De France

1 .1.2.3. Les Systèmes Combiné EERC :

La combinaison entre les deux systèmes (élastomère et de glissement), a été développée et testée sur une table de vibration à EERC. Dans ce système les poteaux intérieurs de la structure étaient téflon continué sur les éléments glissant en acier inoxydable, et les poteaux extérieurs sur les appuis caoutchouc naturel-faible amortissement. Les appuis élastomères contrôlent la torsion de la structure tandis que les éléments glissant fournissent l'amortissement (Chalhoub et Kelly, 1990). Une variante de ce système a été employée pour rénover plusieurs constructions à savoir les deux écoles de Mackay des mines à l'université du Nevada et l'hôpital de comité de Los Angeles. Ces structures ont utilisé des appuis en en élastomère fort amortissement (HDNR) et du téflon en acier inoxydable, dans les constructions de l'université, tandis que des plaques d'alliage de plomb-bronze sur un acier inoxydable, dans la construction l'hôpital, pour le système glissement [2] [3] [4].

1.1.2.4 Les Systèmes de TASS :

Le système de TASS a été développé par TAISEI Corp. au Japon (Kelly, 1988). Il supporte la charge verticale à l'aide des éléments de téflon en acier inoxydable, ainsi que les effets des forces horizontales à l'aide des appuis stratifiés du néoprène. La pression sur la surface de glissement de téflon est environ 10 MPa, le coefficient de frottement est autour de 0.05 et la vitesse de glissement est lente et estimée à 0.15 par rapport à la vitesse la plus élevée. La charge verticale insupportable par les appuis élastomères et la difficulté de modélisation de ce système à cause de la sensibilité de la vitesse de surface de glissement, forment les désavantages principaux de ce système [2] [3] [4].

1.1.2.5. Les Systèmes Résistant par Frottement :

En 1987 Mr. Mostaghel et Mr. Khodaverdian ont proposé un système résistant par frottement (R-FBI) comme indiqué dans la figure 1.6. L'isolateur de base se compose des disques en acier inoxydable revêtus de téflon, qui sont en frottement direct avec eux-mêmes, et un noyau central de caoutchouc. Ce système donne un frottement et un amortissement issu du caoutchouc permettant une résistance acceptable contre le séisme. Le noyau en caoutchouc, qui ne supporte aucune charge verticale, agit sur la distribution des déplacements des plaques et leurs vitesses de glissement en fonction de la hauteur de l'appui de R-FBI. Le système fournit l'isolation parasismique par l'action parallèle du frottement, absorbant les forces horizontales.

Les disques sont enveloppés par un caoutchouc pour une protection contre la poussière et les effets atmosphériques. Les frottements entre les disques amortissent les effets du vent ou les séismes à faible intensité. Par ailleurs, la vitesse de glissement peut être réduite en augmentant le nombre de plaques, et la réponse de la superstructure et les déplacements au niveau des appuis ne semblent pas être affectés par l'asymétrie de frottement due aux faibles tassements différentiels [6].

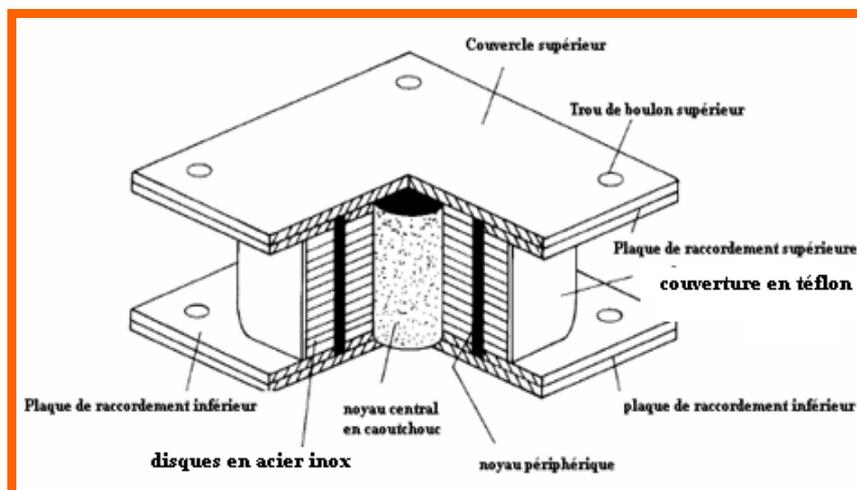


Fig.1.6 : Les Systèmes à Frottement Résistant par Glissement [6]

1.1.2.6. Les Systèmes de Pendule de glissement :

Le système de pendule de frottement (FPS) est un système de frottement d'isolation parasismique qui combine une action de glissement avec une force de remise par la géométrie. L'isolateur de FPS contient un glisseur articulé mouvant sur une surface sphérique en acier inoxydable. La partie sphérique de ce glisseur en contact avec la surface sphérique est enduite par une matière composite de faible frottement.

Durant une excitation sismique, le glisseur se déplace au dessus de la surface sphérique, d'une façon qu'il remette la structure à son état initial sans soulèvement. Le frottement entre le glisseur articulé et la surface sphérique produit l'amortissement dans l'isolateur. La rigidité effective de l'isolateur et sa période sont contrôlées par le radius de courbure de la surface concave. Le coefficient de frottement dépend de la pression et de la vitesse de glissement, par conséquent ce coefficient diminue avec l'augmentation de la pression et de la vitesse dépassée le 51 millimètres/sec [2] [3] [4].

Le pendule de frottement s'est avéré particulièrement applicable aux réservoirs de stockage [10]. La figure. 1.7 illustre un exemple d'un appui de FPS.

Les appuis permettent de réduire les charges transversales qui peuvent agir sur la structure pour des séismes de grandeur 8. Ces appuis de pendule de glissement emploient les caractéristiques d'un pendule pour rallonger la période naturelle de la structure d'isolation parasismique, afin d'éviter les forces de séismes les plus forts. La période de l'appui est sélectionnée, tout simplement, en choisissant le radius de courbure de la surface concave indépendant de la masse de la structure supportée. Des mouvements de torsion de la structure sont réduits au minimum parce que le centre de la rigidité des appuis coïncide automatiquement avec le centre de la masse de la structure supportée [4].

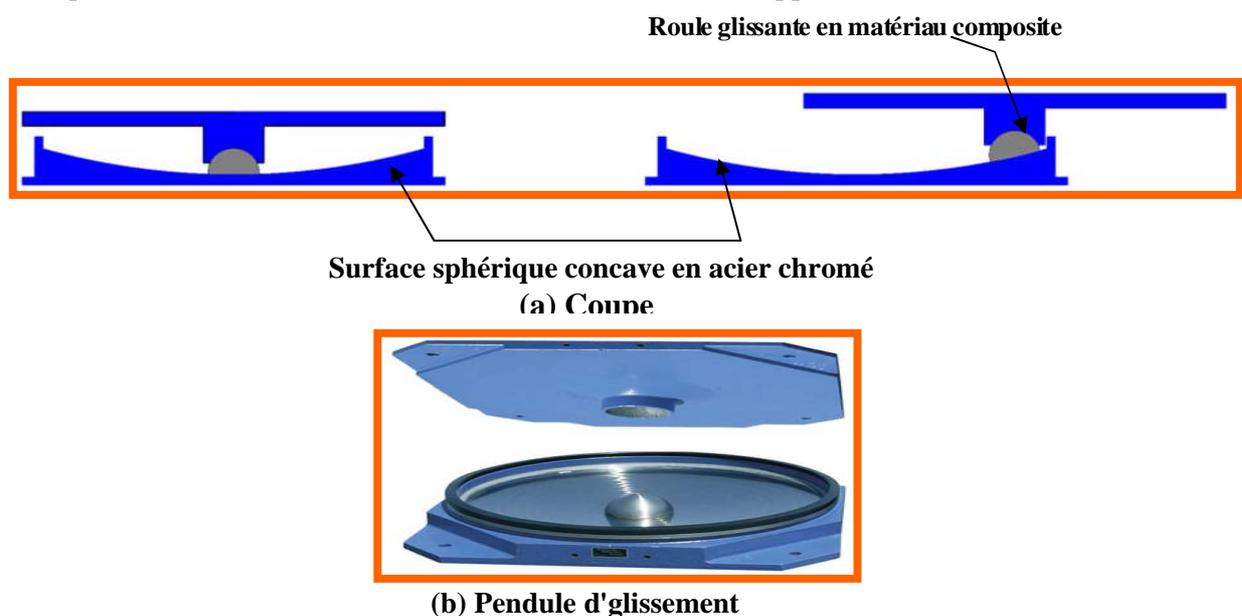


Fig.1.7 : exemple d'un appui de pendule de frottement [11].

En outre, ces appuis offrent des propriétés variables qui peuvent répondre aux exigences diverses des constructions (passerelles, équipements industriels...). Ces propriétés à savoir la période des appuis, la capacité verticale de chargement, l'amortissement, la capacité de déplacement, et la capacité de tension, peuvent être toutes sélectionnées indépendamment des périodes dynamiques de (1 à 5) second, dont la capacité de déplacement vaut jusqu'à 152,40 centimètres ou 60 pouces. Les différents appuis peuvent supporter les chargements verticaux jusqu'à 13,608 millions de kilogramme ou 30 millions de livre, et les capacités de chargement de tension de jusqu'à 2 millions de livre. Les propriétés variables du frottement de pendule, permettent au modèle d'isolation parasismique d'être optimisé pour un meilleur rendement sismique et un coût de construction économique [12].

Les appuis de glissement conviennent mieux aux constructions sur les sols durs que les terrains meubles, due au Coefficient faible de frottement des plaques. Par ailleurs étant testé ce modèle et aboutissant qu'aucun soulèvement n'était observé, même pour un séisme de 3 fois supérieurs à celui d'El Centro. En réel, une conception correcte et bien soignée de la structure et des appuis donne des mêmes résultats de celui du test (évitement de soulèvement) [6].

1.1.3. Systèmes Type Ressort :

Les systèmes d'isolation Élastomère et de glissement sont habituellement configurés pour fournir seulement l'isolation horizontale. Dans le cas où la charge est survenue à trois dimensions, la lutte contre ce phénomène rare par ces deux systèmes sont impossible d'où la nécessité de l'utilisation d'autres systèmes dits systèmes de type ressort. [2] [3] [4].

L'inconvénient principal de ces systèmes de type ressort réside dans leurs flexibilités verticales permettant de produire un mode de balancement [13].

- **Système de GERB :**

Le système d'isolation sismique de GERB a été développé initialement pour l'isolement de vibration du matériel produite par les turbines des centrales nucléaires, en utilisant des grands ressorts en acier hélicoïdaux avec des flexibilités horizontales et verticales voir la figure .1.8. La fréquence verticale est autour (3 à 5) fois de la fréquence horizontale et malgré les ressorts en acier sont utilisés sans amortisseurs, le système de GERB fonctionne implicitement avec des amortisseurs visqueux.

Comme dans tous les systèmes à trois dimensions, et vu que le centre de gravité de la structure d'isolation se trouvant au-dessus du centre de la rigidité du système d'isolation, un couplage intense s'est produit entre le mouvement horizontal et de l'oscillation. Pratiquement, ce système est utilisé dans des situations où le centre de gravité et le centre de la rigidité se coïncident, tel que dans un récipient de

réacteur à une centrale nucléaire.

Le système a été testé sur une table de vibration à Skopje, Macédoine (Huffman, 1985) et mis en application dans deux bâtiments en acier en Santa Monica, la Californie. Ces bâtiments ont été fortement affectés par le séisme 1994 de Northridge. Les réactions ont été contrôlées par des instruments de mesure des mouvements, leurs résultats confirment que le système d'isolation n'était pas efficace en réduisant les accélérations dans ces constructions dues au mouvement d'oscillation (Makris et Deoskar, 1996). [2] [3] [4]

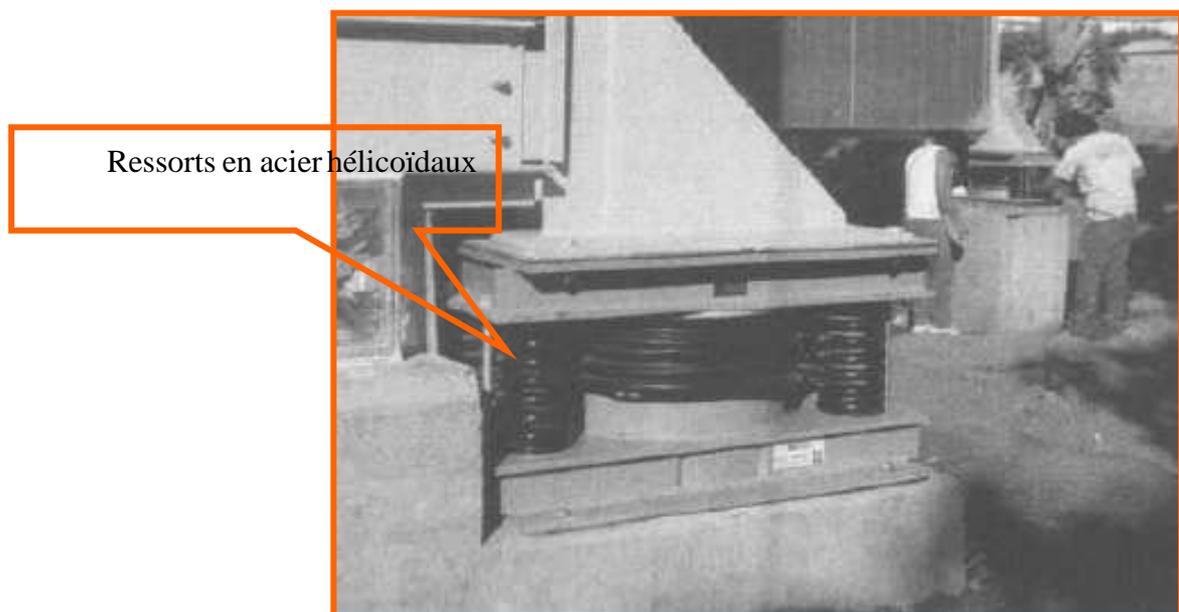


Fig.1.8 : Système de GERB [3].

1.1.4. Systèmes d'Isolation de Pieu Profond :

Dans les situations où il est nécessaire d'employer les pieux profonds, par exemple pour des constructions sur le sol mou, cette employé fournit une flexibilité horizontale essentielle pour un système d'isolation. Les pieux sont rendus flexibles en les entourant dans des tubes avec un écartement de jeu approprié. Ce système a été mis en application dans des projets à savoir la chambre des syndicats à Auckland, Nouvelle Zélande. Pour une construction, située dans un endroit du mauvais sol, les pieux sont recommandés d'être étendus jusqu'à la roche avec une profondeur de 10m sous de la surface. Ces pieux sont entourés par les chemises en acier avec un jeu de 150 millimètres. Une construction à 12 étages en béton, est renforcée par un contreventement diagonal extérieur. La superstructure est très rigide, et la période de cette construction, dotée de ce système de pieu chemisé, est autour 4 seconds.

L'amortissement est fourni par la déformation élastoplastique d'un ensemble de plaques en acier coniques disposées autour du périmètre de la construction au niveau du sol. Les amortisseurs

situés au dessus des gaines des pieux, réagissent contre une structure indépendamment supportée de sous-sol. Les amortisseurs d'acier fournissent la rigidité élastique en plus de l'amortissement, ramènent la période à environ de 2 seconde, et un amortissement effectif autour de 12% [2] [3] [4].

Ce système a été appliqué pour isoler un bâtiment dans Berkeley, la Californie, en employant le pieu chemisé et les amortisseurs visqueux hydrauliques. Le révélateur du système (Langenbach, 1996), qui est également le propriétaire du bâtiment, estime que le système a augmenté le coût autour de 5% par rapport au coût global du bâtiment [2] [3] [4].

1. 1.5. Systèmes à Roulement :

1.1.5.1. Roulement à Billes.

Ce système se compose de deux plaques en acier (plates ou incurvées) superposées et séparées des rouleaux [14]. Selon la qualité du matériau du rouleau ou du roulement à billes, la résistance du système peut être suffisante pour contrarier aux charges de services [13].

Le principe de fonctionnement est presque identique à celui du système de pendule de glissement. Dans ce système, au lieu d'un glisseur articulé, une bille est employée et mise entre deux surfaces concaves opposantes et le radius de courbure des surfaces concaves, est remplacé dans ce système par le radius de la bille adéquat pour atténuer l'effet sismique [15]. La configuration et la situation initiales sous la charge sismique sont illustrées dans la figure. 1.9.

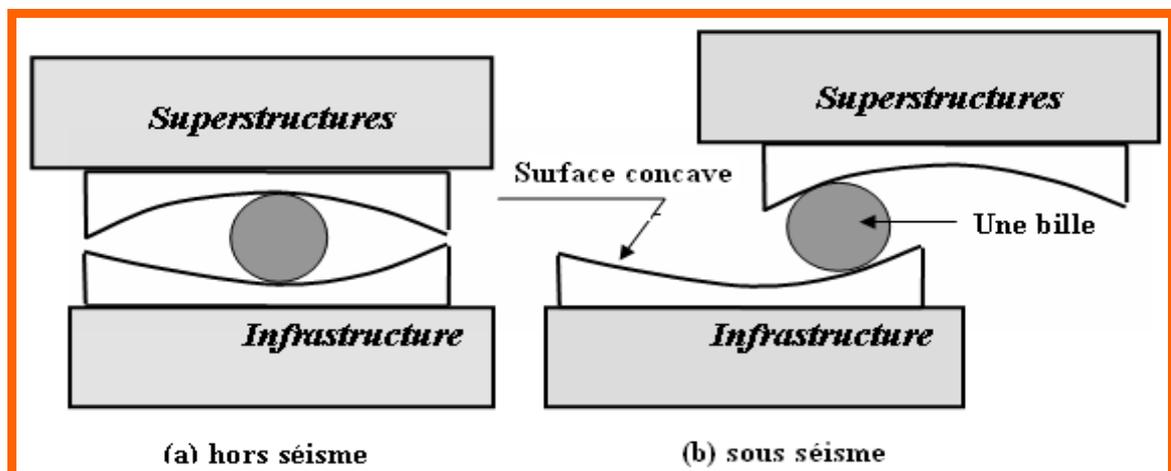


Fig. I.1.9 : appui à billes

Un bâtiment expérimental de 7 niveaux à Sébastopol (Ukraine), doté des appuis à billes, a été exposé aux excitations sismiques et de vent, montrant qu'à chaque déplacement observé est associé par un léger soulèvement instantané de la construction revenant par la suite à position initiale. Et pour remédier à cette situation, des amortisseurs parasismiques sont indispensables dans le cas d'un séisme, et un dispositif pour l'atténuation de vent. [6].

Dans la pratique, généralement des billes sont employées pour obtenir une isolation parasismique travaillant dans plusieurs directions, mais, dans certains cas, des tiges sont appliquées pour le découplage unidirectionnel. Les propriétés de ce système sont plus avantageuses par rapport à celles du système de pendule de glissement, parce que le frottement du premier est moins de celui du dernier [15].

Ce système est souvent utilisé pour la fabrication des machines contenant des vibrations. Et il est rarement utilisé dans les constructions de bâtiments à cause de son inconvénient majeur qui réside dans le blocage (c.à.d. non mobilité) de la bille centrale durant les années sans séisme, ce qui s'expose à son grippage en perdant sa capacité initiale pour un roulement correct pendant un séisme.

ANALYSE DE STRUCTURE AVEC ISOLATION PARASISMIQUE

2.1. Définition de l'isolation parasismique, but et objectifs :

L'isolation parasismique est une technique applicable non seulement à tous les types des bâtiments mais aussi aux ponts, aux structures industrielles tels que les bacs de stockage de produits pétroliers et autres produits dangereux .Elle convient aussi à l'amélioration des capacités des résistances des structures existantes.

Bien que dans les pays l'ayant adoptée, cette technologie soit intégrée surtout dans les projets capitaux à savoir les hôpitaux, les centres de gestion des catastrophes, les musées, et les constructions urbaines.

L'isolation parasismique permet de réduire considérablement la rigidité du système structurel, en donnant à la structure avec isolation parasismique une période fondamentale meilleure que celle de la même structure sans isolateurs et aussi les forces sismiques exercées sur la structure isolée sont typiquement de l'ordre 3 à 10 fois moins que celles exercées sur la structure non isolée.

L'isolateur absorbe les déformations (inélastiques) et filtre les accélérations (hautes fréquences) de sorte que la superstructure isolée se déplace essentiellement selon un mode rigide qui subit à des faibles accélérations ce qui conduit presque à aucune déformation de la structure. Et par conséquent, les forces d'inertie transmises aux éléments des fondations sont limitées et demeurent en deçà de la capacité élastique pour tous les éléments. Ce comportement se traduit par la limitation des dommages subis par la superstructure et les éléments de fondation, ainsi que par la préservation de la fonctionnalité de la structure après le séisme.

Plusieurs études théoriques, analyses numériques et tests de laboratoire, montrent une performance excellente fournie par ces systèmes de protection soumise aux mouvements sismiques. Ainsi, il est important de noter que l'analyse dynamique de ces systèmes joue un rôle prépondérant dans l'évolution de la performance désirée par le concepteur.

Dans ce chapitre, nous présentons les bases fondamentales pour l'étude du comportement sismique des structures avec isolation parasismique à la base respectivement dans le cas linéaire et non linéaire.

2.2.Principe de l'isolation parasismique

Le fonctionnement de l'isolation parasismique est basé sur deux principes fondamentaux : La souplesse du système structural et l'augmentation de l'amortissement.

La souplesse et la flexibilité de la structure, d'où l'allongement de la période fondamentale, est obtenu par l'introduction d'un plancher entre le sol de fondation et la superstructure.

Intuitivement, on admet que la rigidité latérale de ce plancher est plus petite que la rigidité latérale de la superstructure, le système aura tendance à se déformer dans l'interface d'isolation, donc pas de déformation ou de dommage pendant la réponse sismique. Pour cela, l'isolateur est recommandé pour les structures rigides reposant sur des sols fermes.

L'augmentation de l'amortissement est essentiellement déterminée par le système d'isolation utilisé. Cette augmentation de l'amortissement sert à réduire la déformation du système d'isolation et de la superstructure, sans aucune augmentation de l'accélération de celle-ci.

La figure 2.1, montre la mise en œuvre d'un système d'isolation à la base qui privilège le comportement de la structure puisque ce système évite les effets néfastes produits dans la structure dus aux forces résultant des déplacements relatifs entre les étages.

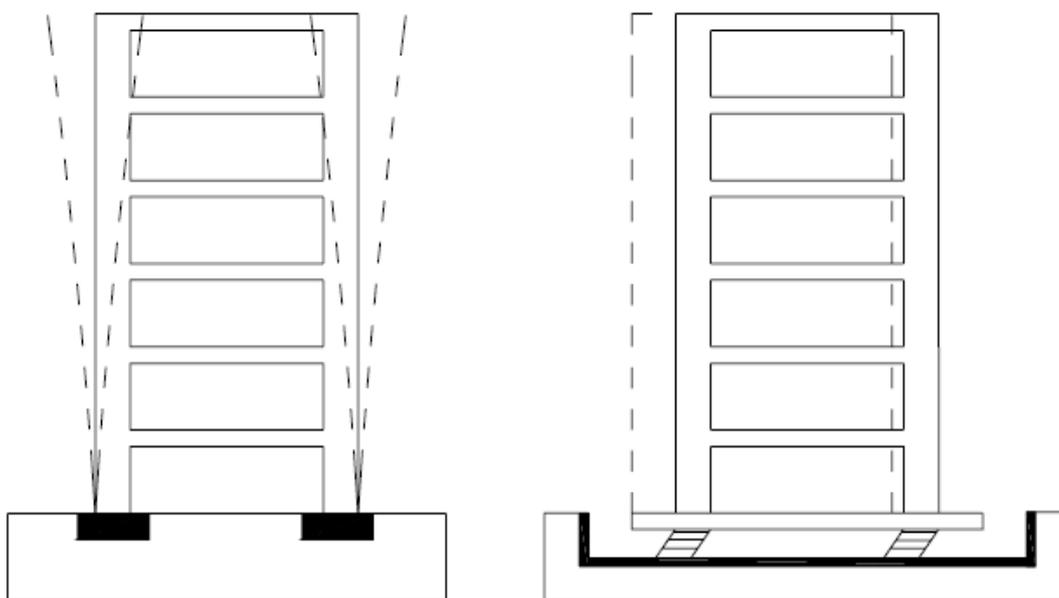


Fig. 2.1. Comportement d'une structure à base fixe et une structure avec isolation parasismique

2.3. Théorie de l'isolation parasismique à la base :

Selon les études réalisées par Molinares et Barbade (Bozzo, 1996), la théorie de l'isolation parasismique linéaire (Naeim et Kelly, 1999) peut être utilisée comme un outil efficace pour l'étude des ouvrages avec systèmes d'isolation parasismique, en particulier dans les étapes de pré dimensionnement, puisque cette étude est basée sur des hypothèses permettant de simplifier le problème. Dans le but de la validation de cette théorie linéaire, et pour se faire, par la suite, on a étudié un modèle de bâtiment avec isolateurs parasismiques à comportement linéaire et non linéaire. L'objectif de cette étude est d'obtenir une réponse du système en temps discret avec une sollicitation sismique. Dans la section suivante, nous présentons les équations de la théorie de l'isolation parasismique linéaire.

2.3.1. Mode linéaire :

La théorie linéaire est représentée par un modèle structurel à deux degrés de liberté comme le montre la figure. 2.2. Où m_s représente la masse de la superstructure du bâtiment et m_b la masse de la base de l'édifice. La raideur et l'amortissement de la structure sont représentés par k_s, c_s , et la rigidité et l'amortissement de l'isolateur par k_b, c_b (NAEIM et KELLY, 1999).

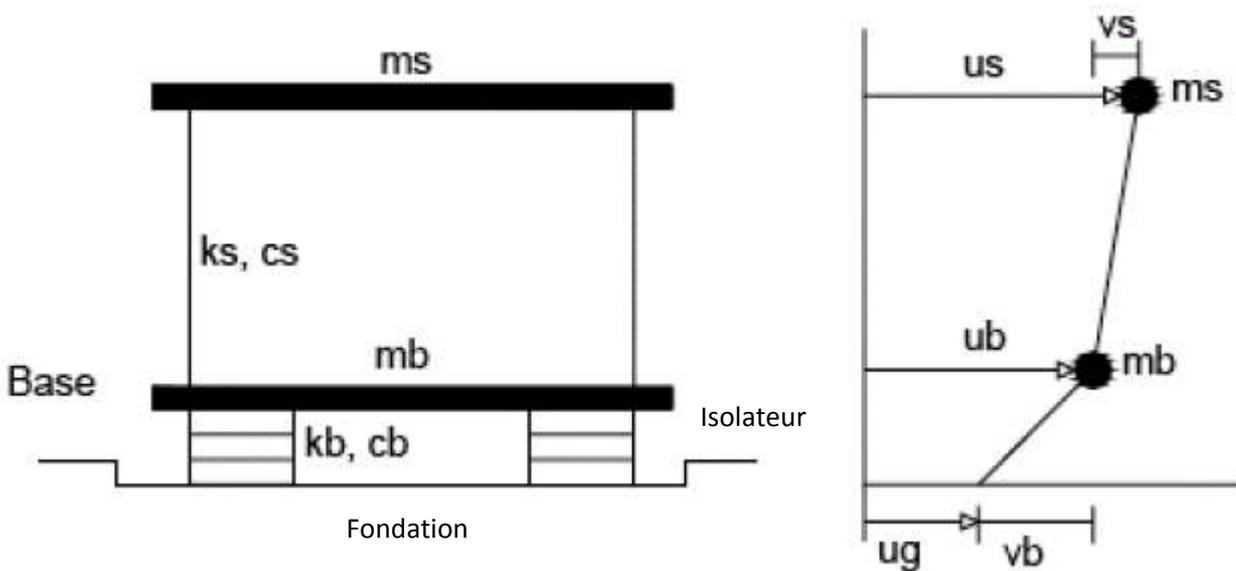


Fig. 2.2 : Schéma d'un système à 2 DDL avec isolation sismique à la base

Les déplacements absolus et relatifs des deux masses sont donnés par les expressions suivantes :

$$v_b = u_b - u_g, \quad v_s = u_s - u_g$$

u_s et u_b : sont les déplacements absolus de m_s et m_b respectivement.

v_s et v_b : sont les déplacements relatifs de m_s et m_b respectivement.

En termes de quantités, les équations fondamentales du mouvement de deux degré de liberté sont :

$$(m_s + m_b)\ddot{v}_b + m_s\ddot{v}_s + c_b\dot{v}_b + k_b v_b = -(m_s + m_b)\ddot{u}_g \quad (2.1)$$

$$m_s\ddot{v}_b + m_s\ddot{v}_s + c_s\dot{v}_s + k_s v_b = -m_s\ddot{u}_g \quad (2.2)$$

Et pouvant être écrit sous la forme matricielle comme suit ^{[3] [24]}:

$$\begin{bmatrix} M & m_s \\ m_s & m_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{v}_b \\ \ddot{v}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_b & 0 \\ 0 & c_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{v}_b \\ \dot{v}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_b & 0 \\ 0 & k_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_b \\ v_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} M & m_s \\ m_s & m_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \ddot{u}_g \quad (2.3)$$

Où : $M = m_s + m_b$

Aussi sous une autre forme (2.3) s'écrivant :

$$M\ddot{v} + c\dot{v} + kv = -Mr\ddot{u}_g$$

On définit un coefficient de masse γ comme suite :

$$\gamma = \frac{m_s}{m_s + m_b} = \frac{m_s}{M} \quad (2.4)$$

Dont sa valeur est toujours inférieure à 1,

Et les fréquences naturelles ω_b et ω_s sont définies comme suit :

$$\omega_b^2 = \frac{k_b}{m_s + m_b} \quad , \quad \omega_s^2 = \frac{k_s}{m_s} \quad (2.5)$$

5)

Supposons que : $\varepsilon = \frac{\omega_b^2}{\omega_s^2}$ ou ε varie entre 10^{-1} et 10^{-2} vu que $\omega_b \ll \omega_s$

Les facteurs d'amortissements β_b et β_s sont donnés par

$$2\beta_b\omega_b = \frac{c_b}{m_s + m_b} \quad , \quad 2\beta_s\omega_s = \frac{c_s}{m_s} \quad (2.6)$$

En termes de quantités, les équations fondamentales des mouvements Eqs.(2.1) et (2.2) deviennent :

$$\dot{w}_s + \ddot{v}_b + 2\omega_b \beta_b \dot{v}_b + \omega_b^2 v_b = -\ddot{u}_g \quad (2.7a)$$

$$\dot{w}_s + \ddot{v}_b + 2\omega_s \beta_s \dot{v}_s + \omega_s^2 v_s = -\ddot{u}_g \quad (2.7b)$$

Les modes classiques du système combiné seront indiqués par ϕ^1 et ϕ^2 où :

$$\phi^{i'} = (\phi_b^i, \phi_s^i) \quad i = 1, 2$$

Par ailleurs, ϕ^1, ϕ^2 concernent la déformation dans la structure et le système d'isolation, les deux déplacements de la superstructure et à la base sont opposés avec des valeurs identiques.

Et l'équation caractérisant les fréquences ω_1 et ω_2 , est définie comme suit :

$$(1 - \gamma)\omega^4 - (\omega_s^2 + \omega_b^2)\omega^2 + \omega_s^2\omega_b^2 = 0 \quad (2.8)$$

Les deux solutions de cette équation sont :

$$\omega_1^2 = \frac{1}{2(1-\gamma)} \left\{ \omega_b^2 + \omega_s^2 - \left[(\omega_b^2 - \omega_s^2)^2 + 4\gamma\omega_b^2\omega_s^2 \right]^{1/2} \right\}$$

$$\omega_2^2 = \frac{1}{2(1-\gamma)} \left\{ \omega_b^2 + \omega_s^2 + \left[(\omega_b^2 - \omega_s^2)^2 + 4\gamma\omega_b^2\omega_s^2 \right]^{1/2} \right\} \quad (2.9)$$

Et on peut présenter les deux solutions (2.9) en introduisant ε de premier ordre par^{[3][16]} :

$$\omega_1^2 = \omega_b^2(1 - \gamma\varepsilon) \quad , \quad \omega_2^2 = \frac{\omega_s^2}{(1-\gamma)}(1 + \gamma\varepsilon) \quad (2.10)$$

Et les formes de mode de déformation avec $(\phi_b^i = 1)$, $i = 1, 2$ sont définies :

$$\phi^{1T} = (1, \varepsilon) \quad , \quad \phi^{2T} = \left\{ 1, -\frac{1}{\gamma} [1 - (1 - \gamma)\varepsilon] \right\} \quad (2.11)$$

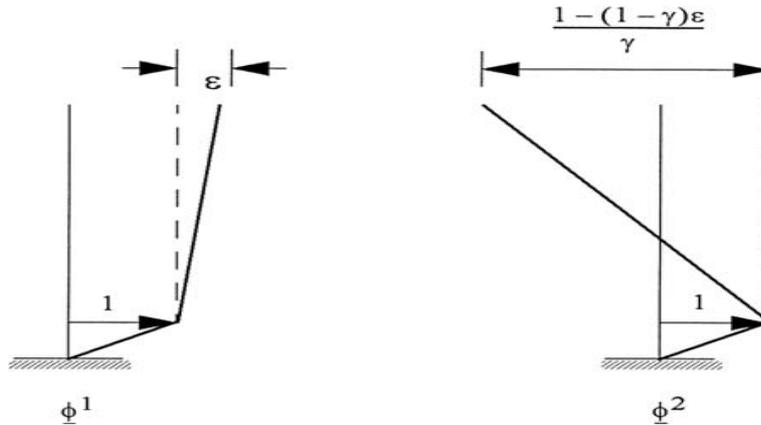


Fig. 2.3 la forme des modes propres de la structure isolée à deux degrés de liberté^[16].

Pour exprimer le déplacement initial en coordonnées modales, nous écrivons^[31]:

$$v_b = s_1 \phi_b^1 + s_2 \phi_b^2 \quad , \quad v_s = S_1 \phi_s^1 + S_2 \phi_s^2$$

S_1, S_2 sont des coefficients modaux dépendant du temps, notons que les quantités modaux M_i, L_i , sont définies par :

$$M_i = \phi^{iT} M_i \phi^i \quad , \quad M_i L_i = \phi^{iT} M_i r$$

Avec ε de premier ordre, s'écrivant :

$$M_1 = M(1 + 2\gamma\varepsilon) \quad , \quad M_2 = M \frac{(1 - \gamma)[1 - 2(1 - \gamma)\varepsilon]}{\gamma} \quad (2.12)$$

Et

$$L_1 = 1 - \gamma\varepsilon \quad , \quad L_2 = \gamma\varepsilon \quad (2.13)$$

Où L_1, L_2 sont les facteurs de participation pour les deux modes.

On note que le facteur de participation pour le deuxième mode est très petit, ce mode est presque orthogonal à l'entrée de séisme. Par conséquent, même si le séisme possède une énergie à la deuxième fréquence de mode, il ne sera pas agi sur la structure. Le système d'isolation parasismique ne fait pas l'absorption de l'énergie ; mais il guide l'énergie en fonction de sa propriété

d'orthogonalité. L'absorption d'énergie est, naturellement, une partie importante du comportement d'un système d'isolation^[4].

2.4. Représentation du comportement dynamique de l'isolation parasismique

(Modèle linéaire et Modèle non linéaire) :

Généralement, les systèmes d'isolation caractérisés par un comportement viscoélastiques linéaires ou non linéaires. Dans la pratique tous les systèmes d'isolation peuvent être modélés par les modèles non linéaires, sauf les systèmes basés élastomère sont généralement modélés par un modèles viscoélastique linéaires. Par conséquent la représentation du comportement se traduit par des boucles d'hystérésis en fonction des forces et les déplacements^[9].

2.4.1. Modèle linéaire :

L'isolation parasismique peut être représentée par un modèle linéaire équivalent caractérisé par la rigidité élastique et l'amortissement visqueux effectif. La rigidité élastique linéaire équivalente pour chaque cycle du chargement est déterminée à partir de la courbe expérimentalement obtenue en fonction des forces et les déformations de l'isolateur parasismique, et elle est présentée comme suit^[16] :

$$k_{eff} = \frac{(F^+ - F^-)}{(\Delta^+ - \Delta^-)} \quad (2.14)$$

Où F^+ et F^- sont les forces positives et négatives ainsi Δ^+ et Δ^- respectivement sont les déplacements, k_{eff} est la pente des valeurs de chargement et de déchargement de boucle d'hystérésis suivant les indications de la figure..2.4 :

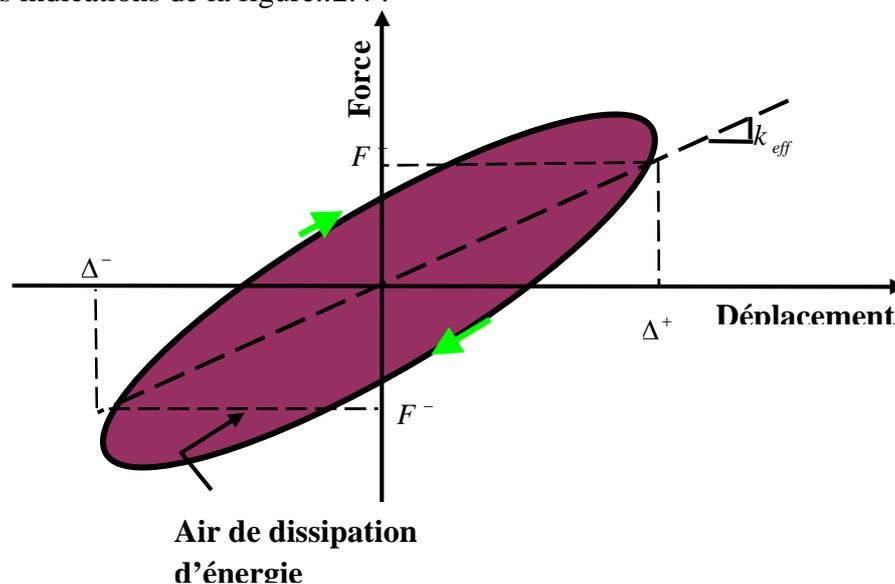


Fig. 2.4 .relation entre le déplacement et la force modèle linéaire équivalent^[17]

La constante d'amortissement visqueuse effective de l'isolation déterminée pour chaque cycle du chargement, est exprimée comme suit [16] :

$$\beta_{eff} = \frac{2E_{boucle}}{\pi k_{eff} (|\Delta^+| - |\Delta^-|)^2} \quad (2.15)$$

Où E_{boucle} est la dissipation d'énergie selon des cycles du chargement.

2.4.2. Modèle non linéaire :

Le comportement dynamique pour un modèle non linéaire peut être regardé en deux cas suivants :

2.4.2.1. Modèle bilinéaire :

Le modèle bilinéaire peut être employé pour tous les systèmes d'isolation utilisés dans la pratique. En faite, ce modèle bilinéaire représente approximativement la boucle par hystérétique non linéaire déterminé par les caractéristiques des systèmes d'appui en barreaux de plomb, d'appui en caoutchouc naturel – amortissement fort et des systèmes de pendule de glissement.

Son comportement est illustré dans la figure. I.2.5. Le modèle d'isolation est donc basée sur les trois paramètres ; (1) la rigidité d'élastique K_u , (2) la rigidité latérale K_d , (3) la force d'écoulement caractérisée par Q_d qui a une relation avec la force du barreau de plomb et le coefficient de frottement du système d'isolation de glissement [9].

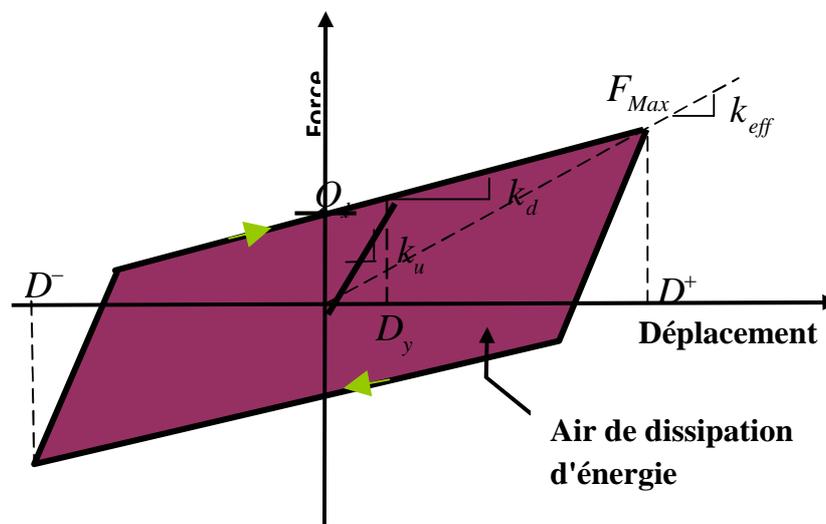


Fig..2.5 : La relation entre le déplacement et la force modèle bilinéaire équivalent.

Soit D le déplacement spécifique de modèle, la rigidité effective du système bilinéaire s'exprime comme suit ^[18] :

$$k_{eff} = k_p + \left(\frac{Q_d}{D} \right) \quad D > D_y \quad (2.16)$$

Où D_y est le déplacement maximal de poste de déformation, et il est défini comme suit :

$$D_y = \frac{Q_d}{(k_u - k_d)} \quad (2.17)$$

La possibilité de dissipation d'énergie est représentée par l'amortissement effectif β_{eff} qui est exprimé par :

$$\beta_{eff} = \frac{4Q(D - D_y)}{(2\pi k_{eff} D^2)} \quad (2.18)$$

2.4.2.2. Modèle hystérétique :

Les systèmes d'isolation parasismique, tels que les appuis en caoutchouc avec barreau de plomb, les appuis en caoutchouc naturel – fort amortissement, et les appuis de glissement, sont caractérisés par le comportement non linéaire produit par la force et le déplacement. Pour décrire leurs caractéristiques mécaniques, le modèle de Bouc Wen est employé [Wen, 1976]

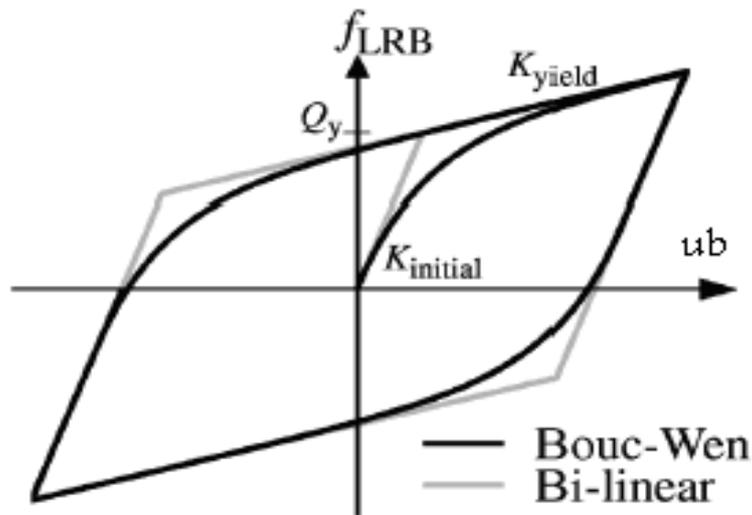


Fig..2.6 : Mode hystérésis de caoutchouc avec barreau de plomb (LRB)

La figure 2.6 montre la relation entre le modèle de bouc Wen et le modèle bilinéaire. Le modèle de Bouc Wen est modélisé par une équation mathématique qui précise le comportement par hystérétique des isolations parasismiques.

L'équation non linéaire est donnée par :

$$F(t) = \alpha \frac{F_y}{D_y} u(t) + (1 - \alpha) F_y j(t) \quad (2.19)$$

Où :

$\alpha \frac{F_y}{D_y} u(t)$: Partie linéaire équivalente

$(1 - \alpha) F_y z(t)$: La partie non linéaire

α : Rapport de poste de rigidité limite

D_y : Déplacement limite de poste déformation d'isolation parasismique

F_y : Force limite de poste déformation d'isolation parasismique

Z^* : La composante hystérésis, définit comme suit :

$$D_y Z^* = -\mu |u^*| |z| |z|^{\eta-1} - \beta u^* |z|^\eta + a u^* \quad (2.20)$$

Où :

β, μ et a : sont des constantes adimensionnelles, correspondent à la forme de la courbe d'hystérésis

η = nombre entier qui commande la légèreté du passage de l'élastique au plastique

La combinaison des paramètres non linéaires de l'équation (2.19) donne une valeur maximale de la force de reconstitution ; elle est exprimée par la relation suivante :

$$F_{\max} = \left[\frac{A}{\mu + \beta} \right]^{\frac{1}{\eta}} \quad (2.21)$$

MODELE DYNAMIQUE POUR UNE STRUCTURE AVEC ISOLATEUR PARASISMIQUE

3.1. Généralité :

L'une des étapes essentielles dans l'étude dynamique des structures est la formulation des équations de mouvement pour déterminer la réponse due au tremblement de terre.

Dans le présent chapitre, nous allons décrire les équations de mouvement régissant le comportement du système avec l'équation de mouvement de l'isolateur en tant que système linéaire et non linéaire.

3.2. Equations de mouvement régissant le comportement du système :

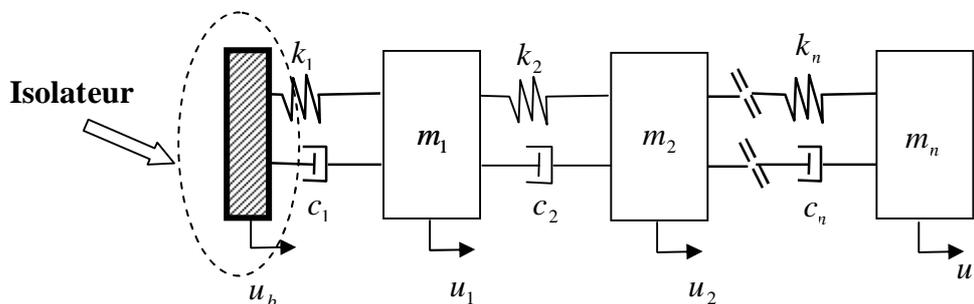


Fig.3.1 : Modèle physique d'une structure avec isolateur parasismique

En considérant le modèle dynamique à plusieurs degrés de liberté de la figure.3.1, les masses m_1, m_2, \dots, m_n sont prévues pour représenter la superstructure, k_1, k_2, \dots, k_n représentant la rigidité et c_1, c_2, \dots, c_n pour représenter l'amortissement de la superstructure.

Les déplacements absolus des masses sont notés par $u_b, u_1, u_2, \dots, u_n$ avec u_b déplacement absolu de la base il convient d'employer les déplacements relatifs $v_b, v_1, v_2, \dots, v_n$ qui définissent respectivement les deux résultats principaux ; les déplacements relatifs entre les masses et le déplacement relatif du système d'isolation, ces derniers sont donnés par :

$$v_b = u_b - u_g \quad , \quad v_1 = u_1 - u_b \quad , \quad v_2 = u_2 - u_b \quad , \quad v_n = u_n - u_b$$

Où :

u_g : Le déplacement du sol

Les équations de mouvement du modèle structurel sous excitation sismique en terme de déplacement absolu respectivement du masses, m_1, m_2, m_n , sont :

$$m_1 \ddot{u}_1 + c_1 (\dot{u}_1 - \dot{u}_b) + c_2 (\dot{u}_1 - \dot{u}_2) + k_1 (u_1 - u_b) + k_2 (u_1 - u_2) = 0 \quad (3.1)$$

$$m_2 \ddot{u}_2 + c_2 (\dot{u}_2 - \dot{u}_1) + c_3 (\dot{u}_2 - \dot{u}_3) + k_2 (u_2 - u_1) + k_3 (u_2 - u_3) = 0 \quad (3.2)$$

$$m_n \ddot{u}_n + c_n (\dot{u}_n - \dot{u}_{n-1}) + c_{n+1} (\dot{u}_n - \dot{u}_{n+1}) + k_n (u_n - u_{n-1}) + k_{n+1} (u_n - u_{n+1}) = 0 \quad (3.3)$$

D'où, en termes des déplacements relatifs, les équations (3.1), (3.2), (3.3) deviennent

$$m_1 \ddot{v}_1 + (c_1 + c_2) \dot{v}_1 - c_2 \dot{v}_2 + (k_1 + k_2) v_1 - k_2 v_2 = -m_1 (\ddot{v}_b + \ddot{u}_g) \quad (3.4)$$

$$m_2 \ddot{v}_2 + (c_2 + c_1) \dot{v}_2 - c_2 \dot{v}_1 - c_3 \dot{v}_3 + (k_2 + k_3) v_2 - k_2 v_1 - k_3 v_3 = -m_2 (\ddot{v}_b + \ddot{u}_g) \quad (3.5)$$

$$m_n \ddot{v}_n + (c_n + c_{n-1}) \dot{v}_n - c_n \dot{v}_{n-1} - c_{n+1} \dot{v}_{n+1} + (k_n + k_{n+1}) v_n - k_n v_{n-1} - k_{n+1} v_{n+1} = -m_n (\ddot{v}_b + \ddot{u}_g) \quad (3.6)$$

A partir les équations (3.4), (3.5), (3.6) l'équation de mouvement qui régissant le comportement de système sous forme matricielle est

$$[M_0] \{\ddot{v}\} + [C_0] \{\dot{v}\} + [K_0] \{v\} = -[M_0] \{r^t\} (\ddot{v}_b + \ddot{u}_g) \quad (3.7)$$

Dans laquelle $[M_0]$ est la matrice de masse qui s'écrit :

$$[M_0] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & m_n \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

$[C_0]$ est la matrice d'amortissement qui s'exprime :

$$[C_0] = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & \cdot & \cdot & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & c_n \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$[K_0]$ est la matrice de rigidité dont l'expression est :

$$[K_0] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & \cdot & \cdot & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & k_n \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

On notera la matrice de rigidité est tri diagonale. Cette topologie de la matrice $[K_0]$ résulte toujours de l'idéalisation d'un bâtiment en un modèle en cisaillement

3.3. Equation de mouvement de l'isolateur en tant que système linéaire :

Le modèle mathématique simplifié d'un plusieurs degré de liberté du bâtiment avec des appuis en RB (caoutchouc naturel et synthétique - amortissement faible ou système en caoutchouc naturel - fort amortissement) sont montrés dans la figure 3.2 ce qui représente le comportement linéaire d'appuis avec k_b la rigidité et c_b l'amortissement visqueux.

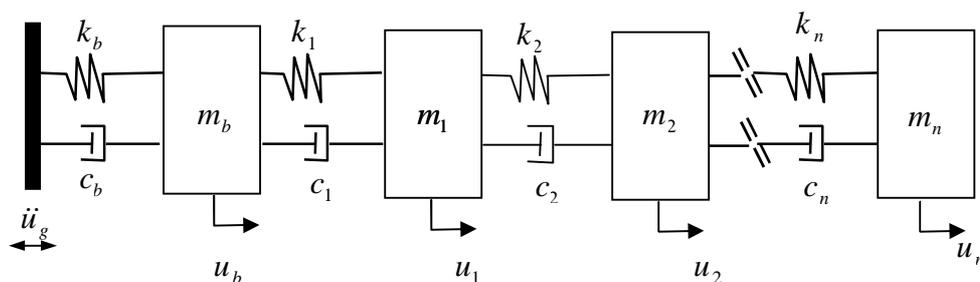


Fig.3.2 : modèle mathématique d'une structure avec RB (Rubber Bearing) à n DDL

D'après la figure 3.2, l'équation de mouvement de l'isolateur en tant que système linéaire en fonction des déplacements absolus est la suivant :

$$m_b \ddot{u}_b + m_1 \ddot{u}_1 + m_2 \ddot{u}_2 + \dots + m_n \ddot{u}_n + c_b (\dot{u}_b - \dot{u}_g) + k_b (u_b - u_g) = 0 \quad (3.11)$$

Donc en termes de déplacements relatifs, l'équation (3.11) devient :

$$\left(m_b + \sum_{n=1}^n m_n \right) \ddot{v}_b + m_1 \ddot{v}_1 + m_2 \ddot{v}_2 + \dots + m_n \ddot{v}_n + c_b \dot{v}_b + k_b v_b = - \left(m_b + \sum_{n=1}^n m_n \right) \ddot{u}_g \quad (3.12)$$

3.4. Equation de mouvement de l'isolateur en tant que système non - linéaire :

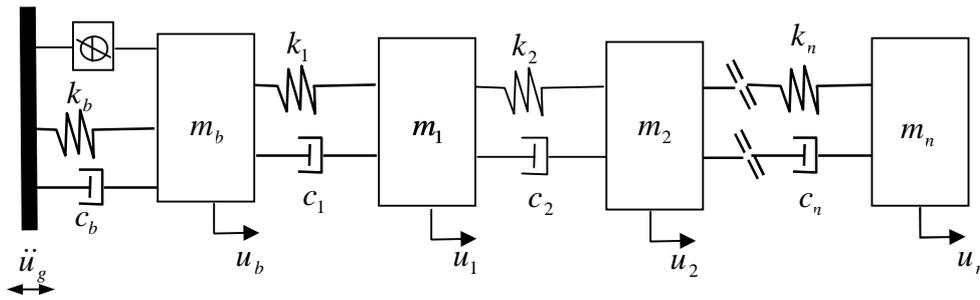


Fig. 3.3 : modèle mathématique d'une structure avec isolateur en LRB à n DDL

La plus part des systèmes d'isolateurs caractérisant par le comportement non linéaire sont définis par deux phases à savoir la phase d'attachement avec les conditions :

$$\ddot{v}_b = \dot{v}_b = 0 \quad \text{Et} \quad v_b = \text{constant}$$

Et la phase de mouvement, qui représente le comportement non linéaire pendant l'excitation sismique, alors on peut exprimer les équations de mouvement pour chaque type d'isolateur avec le comportement non linéaire comme suit :

En concédèrent le modèle mathématique d'une structure avec le système d'isolateur en caoutchouc avec barre de plomb, comme illustré dans la figure 3.3 qui montre le comportement non linéaire des forces en fonction des déplacements, dans ce cas, l'équation de mouvement d'isolateur à partir des déplacements absolus est donnée par :

$$m_b \ddot{u}_b + m_1 \ddot{u}_1 + m_2 \ddot{u}_2 + \dots + m_n \ddot{u}_n + c_b (\dot{u}_b - \dot{u}_g) + k_b (u_b - u_g) + F_b = 0 \quad (3.13)$$

Avec :

F_b ; est la force mobilisée dans le sens X ou Y, donnée par ^[31] :

$$F_b(x) = \alpha \left(\frac{F_y}{Y} \right) u_x + (1 - \alpha) F_y Z_x \quad (3.14)$$

$$F_b(y) = \alpha \left(\frac{F_x}{X} \right) u_y + (1 - \alpha) F_x Z_y \quad (3.15)$$

L'équation du mouvement en tant que système non linéaire en fonction des déplacements relatifs s'écrit sous la forme :

$$\left(m_b + \sum_{n=1}^n m_n \right) \ddot{v}_b + m_1 \ddot{v}_1 + m_2 \ddot{v}_2 + \dots + m_n \ddot{v}_n + c_b \dot{v}_b + k_b v_b + F_b = - \left(m_b + \sum_{n=1}^n m_n \right) \ddot{u}_g \quad (3.16)$$

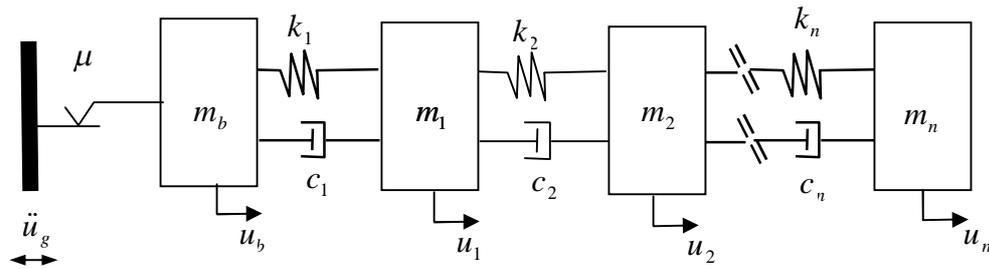


Fig.3.4 : modèle mathématique d'une structure avec isolateur en FP à n DDL

A partir la figure 3.4, l'équation de mouvement d'un système de frottement pur en tant que système non linéaire en fonction des déplacements absolus est :

$$m_b \ddot{u}_b + m_1 \ddot{u}_1 + m_2 \ddot{u}_2 + \dots + m_n \ddot{u}_n + \mu (m_b + \sum_{n=1}^n m_n) g \operatorname{sgn}(\dot{v}_b) = 0 \quad (3.17)$$

Avec la condition :

$$\left| \left(m_b + \sum_{n=1}^n m_n \right) \ddot{v}_g + \sum_{n=1}^n m_n \ddot{v}_n \right| > \mu \left(m_b + \sum_{n=1}^n m_n \right) g \quad (3.18)$$

Où :

μ = coefficient de frottement

g = accélération de pesanteur

$\operatorname{sgn}(\dot{v}_b)$ = est le signe de la direction de la vitesse du dispositif.

De façon similaire l'équation du mouvement en tant qu'isolateur non linéaire en fonction des déplacements relatifs s'écrit :

$$\left(m_b + \sum_{n=1}^n m_n\right) \ddot{v}_b + m_1 \ddot{v}_1 + m_2 \ddot{v}_2 + \dots + m_n \ddot{v}_n + \mu \left(m_b + \sum_{n=1}^n m_n\right) g \operatorname{sgn}(\dot{v}_b) = - \left(m_b + \sum_{n=1}^n m_n\right) \ddot{u}_g \quad (3.19)$$

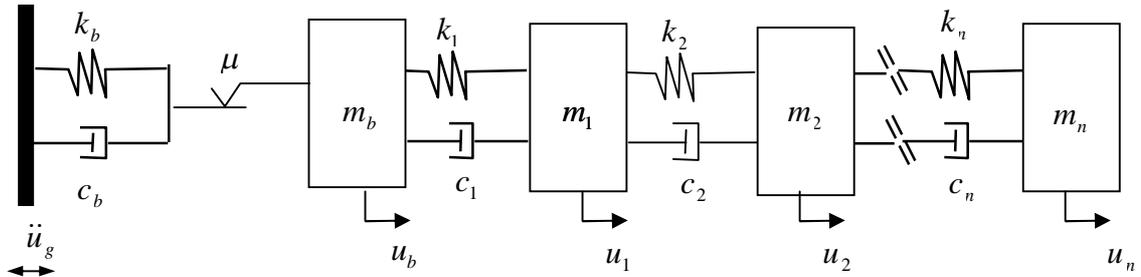


Fig. 3.5 : modèle mathématique d'une structure avec isolateur en EDF à n DDL

La figure 3.5 montre le modèle mathématique d'une structure avec système EDF (Electricité de France), l'équation de mouvement du système (EDF) en fonction des déplacements absolus est :

$$m_b \ddot{u}_b + m_1 \ddot{u}_1 + m_2 \ddot{u}_2 + \dots + m_n \ddot{u}_n + c_b (\dot{u}_b - \dot{u}_g) + k_b (u_b - u_g) + \mu (m_b + \sum_{n=1}^n m_n) g \operatorname{sgn}(\dot{v}_b) = 0 \quad (3.20)$$

D'autre part l'équation de mouvement en tant que système non linéaire en fonction des déplacements relatifs devient :

$$m_b \ddot{v}_b + m_1 \ddot{v}_1 + m_2 \ddot{v}_2 + \dots + m_n \ddot{v}_n + c_b \dot{v}_b + k_b v_b + \mu (m_b + \sum_{n=1}^n m_n) g \operatorname{sgn}(\dot{v}_b) = 0 \quad (3.21)$$

En considérant le modèle mathématique d'une structure avec système résistant par frottement (R-FBI) la figure 3.6, illustre l'équation de mouvement de l'isolateur.

En fonction des déplacements absolus l'équation de mouvement est donnée par :

$$m_b \ddot{u}_b + m_1 \ddot{u}_1 + m_2 \ddot{u}_2 + \dots + m_n \ddot{u}_n + c_b (\dot{u}_b - \dot{u}_g) + k_b (u_b - u_g) + \mu (m_b + \sum_{n=1}^n m_n) g \operatorname{sgn}(\dot{v}_b) = 0 \quad (3.22)$$

L'équation du mouvement d'isolateurs en tant que système non linéaire en fonction des déplacements relatifs est donné par :

$$m_b \ddot{v}_b + m_1 \ddot{v}_1 + m_2 \ddot{v}_2 + \dots + m_n \ddot{v}_n + c_b \dot{v}_b + k_b v_b + \mu (m_b + \sum_{n=1}^n m_n) g \operatorname{sgn}(\dot{v}_b) = 0 \quad (3.23)$$

Avec la condition ;

$$\left| (m_b + \sum_{n=1}^n m_n) [\ddot{v}_g + \ddot{v}_b] + \sum_{n=1}^n m_n \ddot{v}_n + c_b \dot{v}_b + k v_b \right| > \mu \left(m_b + \sum_{n=1}^n m_n \right) g \quad (3.24)$$

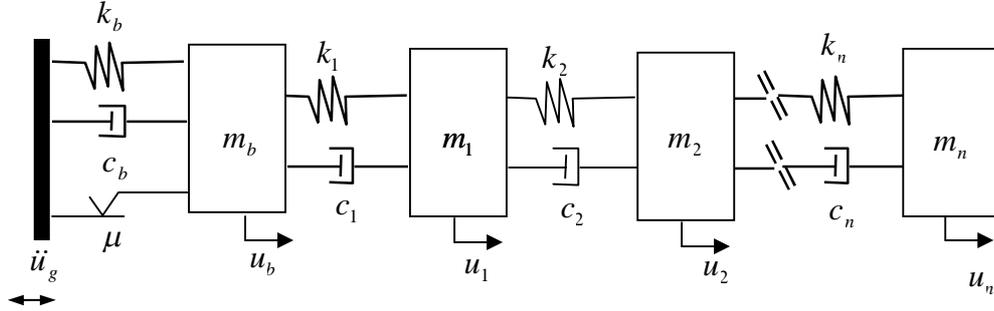


Fig. 3.6 : modèle mathématique d'une structure avec isolateur en R-FBI à n DDL

A partir de la figure 3.7, l'équation de mouvement d'un système de pendule de glissement (FPS) en fonction des déplacements absolus est :

$$m_b \ddot{u}_b + m_1 \ddot{u}_1 + m_2 \ddot{u}_2 + \dots + m_n \ddot{u}_n + k_b (u_b - u_g) + \mu (m_b + \sum_{n=1}^n m_n) g \operatorname{sgn}(\dot{v}_b) = 0 \quad (3.25)$$

Avec la condition ;

$$\left| (m_b + \sum_{n=1}^n m_n) \ddot{v}_g + \sum_{n=1}^n m_n \ddot{v}_n + k v_b \right| > \mu \left(m_b + \sum_{n=1}^n m_n \right) g \quad (3.26)$$

Où :

$$k_b = \frac{(m_b + \sum_{n=1}^n m_n)}{R} \quad \text{Et} \quad R = \text{est le rayon de courbure}$$

L'équation du mouvement de l'isolateur en tant que système non linéaire en fonction des déplacements relatifs est donné par :

$$m_b \ddot{v}_b + m_1 \ddot{v}_1 + m_2 \ddot{v}_2 + \dots + m_n \ddot{v}_n + k_b v_b + \mu (m_b + \sum_{n=1}^n m_n) g \operatorname{sgn}(\dot{v}_b) = 0 \quad (3.27)$$

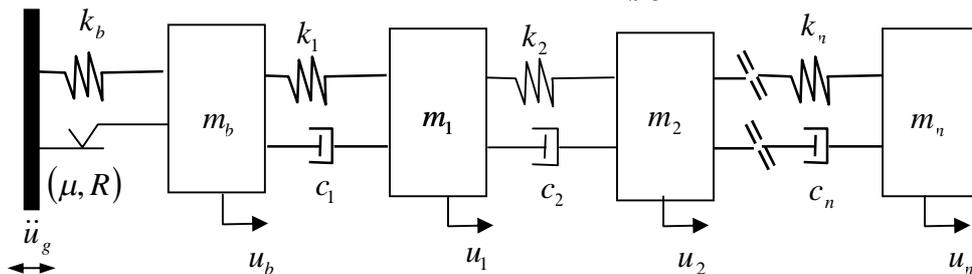


Fig. 3.7 : modèle mathématique d'une structure avec isolateur en FPS à n DDL

METHODES APPROCHEES POUR LE CALCUL DES FREQUENCES ET DES MODES DE VIBRATION

4.1. Introduction :

Dans ce chapitre, on va décrire les méthodes approchées pour la résolution de la problématique citée ci-dessous avec l'estimation d'éventuelles erreurs pendant le calcul.

La problématique réside dans la résolution des valeurs propres standards suivantes :

$$k\phi = \lambda M\phi \quad (4.1)$$

Où k : la rigidité et M : la masse d'un modèle mathématique, La valeur propre λ_i introduite dans ce chapitre par convention d'écriture qui représente la fréquence propre ω^2 en (rad / s), et le vecteur propre ϕ_i est le mode propre de vibration associé.

4.2. Méthodes approchées :

Pour calculer les fréquences propres et les modes propres, on va utiliser deux méthodes à savoir la méthode Rayleigh Ritz, et la méthode des polynômes.

4.2.1. Méthode de Rayleigh Ritz :

La méthode de Rayleigh Ritz forme une approximation de la première valeur propre du vecteur propre associé. En règle générale, on va inclure plus d'un mode de vibration dans l'analyse dynamique afin d'améliorer les prédictions des réponses. Cette méthode est une technique générale permet d'obtenir une approximation des valeurs propres, et des vecteurs propres associés, concernant l'équation $K\phi = \omega^2 M\phi$, en supposant que les matrices K et M sont définies positives.

On exprime les déplacements $u(t)$ comme une combinaison linéaire des vecteurs de base de Ritz $\psi_i, i = 1, 2, \dots, q$. On obtient ;

$$u(t) = \sum_{i=1}^q z_i(t) \psi_i = \Psi z(t) \quad (4.2)$$

Où les $z(t)$ sont les coordonnées de Ritz et ψ_i sont les vecteurs de Ritz linéairement indépendants. Puisqu'il n'y a pas de risque de confusion, et on considère le vecteur $\tilde{\phi}$ comme combinaison linéaire des vecteurs de Ritz ; on écrira tout simplement :

$$\tilde{\phi} = \sum_{i=1}^q z_i \psi_i = \Psi z \quad (4.3)$$

Et en évaluant le quotient de Rayleigh $p(\tilde{\phi})$

$$p(\tilde{\phi}) = \frac{\tilde{\phi}^T K \tilde{\phi}}{\tilde{\phi}^T M \tilde{\phi}} = \frac{z^T \Psi^T K \Psi z}{z^T \Psi^T M \Psi z} = \frac{z^T K z}{z^T M z} = \frac{\tilde{k}}{\tilde{m}} \quad (4.4)$$

On peut l'exprimer par la forme suivante :

$$p(\tilde{\phi}) = \frac{\sum_{j=1}^q \sum_{i=1}^q z_i z_j \tilde{k}_{ij}}{\sum_{j=1}^q \sum_{i=1}^q z_i z_j \tilde{m}_{ij}} \quad (4.5)$$

Où le numérateur et le dénominateur sont des fonctions des coordonnées de Ritz z_i :

$$\tilde{k}_{ij} = \psi_i^T K \psi_j \quad (4.6a)$$

$$\tilde{m}_{ij} = \psi_i^T M \psi_j \quad (4.6b)$$

Ce quotient de Rayleigh ne peut pas être évalué car les coordonnées de Ritz z_i sont inconnues.

Sachant que $\omega_1^2 \leq \tilde{\omega}^2 = p(\tilde{\phi}) \leq \omega_{\eta eq}^2$ où ω_1^2 et $\omega_{\eta eq}^2$ sont les premières et les dernières valeurs propres, respectivement.

On utilisera les propriétés de stationnarité de quotient de Rayleigh pour obtenir $p(\tilde{\phi})$ égale à zéro, la dérivée seconde de l'équation (4.4) soit

$$\frac{\partial p(\tilde{\phi})}{\partial z_i} = \frac{2\tilde{m} \sum_{j=1}^q z_j \tilde{k}_{ij} - 2\tilde{k} \sum_{j=1}^q z_j \tilde{m}_{ij}}{\tilde{m}^2} = 0 \quad (4.7)$$

D'où

$$\sum_{j=1}^q (\tilde{k}_{ij} - \tilde{\omega}^2 \tilde{m}_{ij}) z_j = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.8)$$

et

$$\tilde{\omega}^2 = \frac{\tilde{k}}{\tilde{m}}.$$

Avec les n équations (4.8) s'écrivent de façon compacte sous la forme matricielle suivante

$$\tilde{K}z_i = \tilde{\omega}^2 \tilde{M}z_i \quad (4.9)$$

Où \tilde{K} et \tilde{M} sont des matrices de dimensions $n \times n$ dont les éléments sont définis par les équations (4.5) et (4.6) et z_i est un vecteur des coordonnées de Ritz. On constate que l'analyse de Rayleigh Ritz sert à réduire le nombre de degrés de liberté du système de η_{eq} à n degrés de liberté représentant le nombre de coordonnées généralisées de Ritz z_i . En générale, les vecteurs de base de Ritz ψ_i ne possèdent pas les propriétés d'orthogonalité des modes propres. Or les termes hors diagonale des matrices généralisées \tilde{K} et \tilde{M} ne sont pas nuls. Pour un bon choix de vecteurs de base de Ritz, on obtient les termes hors diagonales relativement petits. On remarque qu'à ce stade, il est très facile de calculer la réponse du système réduit avec n degrés de liberté par intégration numérique directe.

La solution de l'équation aux fréquences (4.9) donne n valeurs propres $\tilde{\omega}_1, \tilde{\omega}_2, \dots, \tilde{\omega}_q$ qui sont des approximations de $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_q$, et n vecteurs propres

$$z_1 = \begin{Bmatrix} z_{11} \\ z_{21} \\ \cdot \\ \cdot \\ z_{q1} \end{Bmatrix}, \quad z_2 = \begin{Bmatrix} z_{12} \\ z_{22} \\ \cdot \\ \cdot \\ z_{q2} \end{Bmatrix}, \quad z_q = \begin{Bmatrix} z_{1q} \\ z_{2q} \\ \cdot \\ \cdot \\ z_{qq} \end{Bmatrix} \quad (4.10)$$

Les vecteurs propres z_i servent à évaluer les vecteurs propres en coordonnées généralisées telles que $\tilde{\phi}_1, \tilde{\phi}_2, \dots, \tilde{\phi}_q$ qui sont des approximations des vecteurs propres $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_q$ du système et qui d'après l'équation (4.2) s'expriment :

$$\tilde{\phi}_i = \Psi z_i = \sum_{j=1}^q z_{ij} \psi_j, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.11)$$

Les valeurs propres $\tilde{\omega}_i^2$ sont des approximations des valeurs propres ω_i^2 et satisfont la relation suivante :

$$\omega_i^2 \leq \tilde{\omega}_i^2 \leq \omega_{\eta_{eq}}^2 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.12)$$

Les vecteurs $\tilde{\phi}_i$ ne sont que des approximations des vecteurs propres ϕ_i satisfont eux aussi les conditions d'orthogonalité

$$\tilde{\phi}_i^T K \tilde{\phi}_j = 0 \quad \text{Et} \quad \tilde{\phi}_i^T M \tilde{\phi}_j = 0 \quad i \neq j \quad (4.13)$$

En effet, les vecteurs propres z_i satisfont les conditions d'orthogonalité par rapport aux matrices réduites \tilde{K} et \tilde{M} d'après l'Eq (4.9), on peut écrire

$$z_i^T K z_j = 0 \quad \text{Et} \quad z_i^T M z_j = 0 \quad i \neq j \quad (4.14)$$

D'après cette propriété et selon l'Eq (4.11), on déduit la première condition d'orthogonalité

$$\tilde{\phi}_i^T K \tilde{\phi}_j = z_i^T \Psi^T K \Psi z_j = z_i^T \tilde{K} z_j = 0 \quad i \neq j \quad (4.15)$$

La deuxième condition d'orthogonalité s'obtient de manière similaire

$$\tilde{\phi}_i^T M \tilde{\phi}_j = z_i^T \Psi^T M \Psi z_j = z_i^T \tilde{M} z_j = 0 \quad i \neq j \quad (4.16)$$

Si les vecteurs z_i sont normés par rapport à la matrice de masse réduite \tilde{M} , on a :

$$z_i^T \tilde{M} z_j = \delta_{ij} \quad \text{Et} \quad z_i^T \tilde{K} z_i = \tilde{\omega}_i^2 \quad (4.17)$$

Ce qui implique que les vecteurs de Ritz sont aussi orthonormés par rapport à la matrice de masse M soit :

$$\tilde{\phi}_i^T M \tilde{\phi}_j = \delta_{ij} \quad \text{Et} \quad \tilde{\phi}_i^T K \tilde{\phi}_i = \tilde{\omega}_i^2 \quad (4.18)$$

Les vecteurs de Ritz peuvent être utilisés dans une superposition modèle classique puisqu'ils satisfont les conditions d'orthogonalité par rapport aux matrices K et M . La précision de la solution obtenue avec une analyse de Rayleigh Ritz dépendra de justesse avec laquelle les vecteurs de Ritz représentant les vecteurs propres du système. Cette itération permet l'aboutissement d'une solution de ces vecteurs acceptable. Les vecteurs de Ritz peuvent être sélectionnés si nous pouvons visualiser les formes des premières modes propres. Cette approche est conseillée seulement pour des structures simples et non pas pour les structures complexes particulièrement en trois dimensions.

En pratique, les vecteurs de Ritz sont déterminés en résolvant un problème statique dans lequel n vecteurs de chargement sont spécifiés dans une matrice R .

$$K\Psi = R \quad (4.19)$$

Où $[\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_q]$ est une matrice contenant les vecteurs de Ritz de dimensions $\eta_{eq} \times n$. Nous projetons ensuite les matrices K et M dans le sous espace de Ritz E_q engendré par les vecteurs ψ_i , $i = 1, 2, \dots, n$ qui nous donne

$$\tilde{k} = \Psi^T K \Psi \quad (4.20a)$$

$$\tilde{M} = \Psi^T M \Psi \quad (4.20b)$$

Les matrices symétriques \tilde{k} et \tilde{M} sont appelées matrices d'interaction ou matrice de Rayleigh. Or, d'après l'Eq (4.18) nous avons

$$K = \Psi^T R \quad (4.21)$$

Nous résolvons le problème aux valeurs propres réduit comme suit :

$$\tilde{K}Z = \tilde{M}Z\tilde{\Lambda} \quad (4.22)$$

Où $\tilde{\Lambda} = \text{diag}(\tilde{\omega}_i^2)$ est une matrice diagonale contenant les approximations des valeurs propres ω_i^2 et Z est la matrice des vecteurs propres z_1, z_2, \dots, z_q qui sont orthonormés par rapport à \tilde{M} . Les approximations des vecteurs propres du problème $K\phi = \omega^2 M\phi$ sont :

$$\tilde{\Phi} = \Psi Z \quad (4.23)$$

On peut montrer qu'après la vérification par l'analyse que l'approximation des premières valeurs propres de rang inférieur à $n/2$ est en générale excellente alors qu'elle est mauvaise pour les fréquences propres.

4.2.2. Méthode des polynômes :

Dans cette méthode nous réécrivons le problème aux valeurs propres l'Eq (4.1) sous la forme suivante :

$$(k - \lambda M)\phi = 0 \quad (4.24)$$

Ce système d'équations linéaires admet n solutions non triviales (c'est-à-dire ϕ non nul) et ϕ_i , $i = 1, 2, \dots, n$ telles que soient vérifiées les équations suivantes

$$(k - \lambda_i M)\phi_i = 0 \quad (4.25)$$

Où les grandeurs λ_i sont les racines de l'équation caractéristique

$$\det(k - \lambda_i M) = 0 \quad (4.26)$$

Où le polynôme du premier membre est un polynôme caractéristique

$$p(\lambda) = \det(k - \lambda M) \quad (4.27)$$

L'équation (4.25) peut être satisfaite pour la solution non triviale ϕ_i c'est à dire $\phi_i \neq 0$, seulement si la matrice $k - \lambda_i M$ est singulière. Ceci veut dire que si l'on factorise la matrice $k - \lambda_i M$ en un produit d'une matrice unitaire triangulaire inférieure L et d'une matrice supérieure U selon une élimination de Gauss, nous avons $u_{mm} = 0$ puisque :

$$p(\lambda) = \det(LU) = \prod_{i=1}^n u_{ii} \quad (4.28)$$

Il s'ensuit que $p(\lambda_i) = 0$. Si la valeur propre λ_i est de multiplicité m , nous aurons $u_{n-1, n-1} = u_{n-2, n-2} = \dots = u_{n-m+1, n-m+1} = 0$. Si, durant le processus de factorisation, la matrice $k - \lambda_i M$ reste symétrique parce qu'il n'y a pas eu de changement de ligne ou changement de colonne

séparément ou qu'il y a eu de changement de ligne et de la colonne correspondant, et l'équation (4.29) peut s'écrire :

$$p(\lambda) = \det(LUL^T) = \prod_{i=1}^n d_{ii} \quad (4.29)$$

Où d_{ii} sont les termes sur la diagonale de D , LDL^T , est la factorisation de $k - \lambda_i M$ ou de la matrice obtenue après changement des lignes et des colonnes correspondantes, (c'est-à-dire utilisant une autre numérotation de degrés de liberté). Si λ_i est de multiplicité m éléments de D sont nul.

Le problème aux valeurs propres du r^e est associé au contrainte correspondant à $k\phi = \lambda M\phi$ est donné par :

$$k^{(r)}\phi^{(r)} = \lambda^{(r)} M^{(r)}\phi^{(r)} \quad (4.30)$$

Où toutes les matrices sont d'ordre $(n - r)$ et $k^{(r)}$ et $M^{(r)}$ sont obtenues en supprimant les dernières lignes et colonnes des matrices k et M . Le polynôme caractéristique du r^e problème associé au contrainte est :

$$p^{(r)}(\lambda^{(r)}) = \det(k^{(r)} - \lambda^{(r)} M^{(r)}) \quad (4.31)$$

Or, nous savons que les valeurs propres du $(r + 1)^e$ problème associé au contrainte séparant celles du r^e problème associé au contrainte selon :

$$\lambda_1^{(r)} \leq \lambda_1^{(r+1)} \leq \lambda_2^{(r)} \leq \lambda_2^{(r+1)} \leq \dots \leq \lambda_{n-r-1}^{(r)} \leq \lambda_{n-r-1}^{(r+1)} \leq \lambda_{n-r}^{(r)} \quad (4.32)$$

Ce résultat est un cas particulier du théorème d'entrelacement de Cauchy.

4.3. Estimation de l'erreur :

La figure 2.3 du chapitre 2, montre que le composant principal de la réponse est celui du premier mode de vibration (mode fondamentale). Ceci serait particulièrement évident dans un système avec un très grand nombre de degrés de liberté où les quelques premiers modes de vibration contribuent à la réponse.

La résolution du problème aux valeurs propres des systèmes avec un grand nombre de degrés de liberté demande beaucoup de temps de calcul ; et en évitant le calcul de tous les modes propres et des fréquences associés est très avantageux. On dit qu'on utilise une base vectorielle propre tronquée quand on ne considère que les m premiers modes propres. Evidemment, la réponse d'un système avec plusieurs degrés de liberté, est calculée avec une base vectorielle propre complète. La différence entre ces deux réponses réside dans l'erreur commise due à l'utilisation d'une base vectorielle tronquée. Il s'agit de déterminer le nombre de modes $m \ll n_{eq}$ nécessaire afin de minimiser cette erreur.

Dans l'équation du mouvement d'un système à n_{eq} degrés de liberté, $p(t)$ est un vecteur de charges variant dans le temps .Ce vecteurs de charges sont causés par des forces externes dont l'amplitude ,qui est en fonction du temps, et la distribution spatiale sont constantes. Dans ce cas, les vecteurs de charges s'expriment comme le produit d'un vecteur de distribution spatiale des charges

$f(s) = f$ Et d'une fonction d'amplitude $g(t)$:

$$p(t) = g(t) \quad (4.33)$$

Cette expression s'applique à un grand nombre de chargement, y compris les charges durée à un tremblement de terre .s'expriment :

$$p(t) = Mr \ddot{u}_g(t) \quad (4.34)$$

Où M la matrice de masse du système, r est le vecteur des déplacements pseudo statiques, $\ddot{u}_g(t)$ est l'historique de l'accélération du sol due au tremblement de terre, dans ce cas, la distribution spatiale du chargement s'écrit :

$$f = Mr \quad (4.35)$$

Pour ce type de chargement l'équation du mouvement pour le mode i s'écrit :

$$\ddot{Z}_i(t) + 2\xi_i \omega_i \dot{Z}_i(t) + \omega_i^2 Z_i(t) = \frac{\phi_i^T f}{\tilde{m}_i} g(t) \quad (4.36)$$

Et dans le cas d'un tremblement de la terre :

$$\ddot{Z}_i(t) + 2\xi_i \omega_i \dot{Z}_i(t) + \omega_i^2 Z_i(t) = \frac{\phi_i^T Mr}{\tilde{m}_i} \ddot{u}_g(t) \quad (4.37)$$

Où $\tilde{m} = \phi_i^T M \phi_i$ est la masse généralise pour le mode i . Comme on l'a vu, on normalise les vecteurs propres de manière à obtenir $\tilde{m} = 1$. Pour garder la généralité de la formulation, nous gardons \tilde{m}_i dans les équations. Et nous définissons la fraction dans le second membre de l'équation (4.36) comme les facteurs de participation modale pour un chargement quelconque :

$$\Gamma_i = \frac{\phi_i^T f}{\tilde{m}_i} \quad (4.38)$$

Et la fraction dans le second membre de l'équation (4.37) comme le facteur de participation modale pour un tremblement de terre :

$$\Gamma_i = \frac{\phi_i^T Mr}{\tilde{m}_i} \quad (4.39)$$

La participation dans un mode quelconque à la réponse dépend essentiellement de l'interaction entre le mode de vibration et la distribution spatiale du chargement.

On conclut, de ce qui précède, que la réponse dans les coordonnées géométriques peut être calculée avec une bonne précision en superposant la réponse de m modes propres .Ce qu'on peut écrire :

$$u_m(t) = \sum_{i=1}^m \phi_i z_i(t) = \Phi_m z_m(t) \quad (4.40)$$

Où Φ_m est une matrice rectangulaire des m modes propres et $z_m(t)$ est un vecteur des m coordonnées modales. L'indice m dans $u_m(t)$ indique que le vecteur de déplacement obtenu à partir de l'équation (4.40) dans laquelle on ne considère que les m premiers modes ne sont pas égaux aux vecteurs U , qu'on obtient en considérant des n_{eq} comme modes de vibration. En tenant compte de fait que le chargement peut s'écrire $p(t) = fg(t)$, nous obtenons :

$$M\ddot{u}_m(t) + C\dot{u}_m(t) + Ku_m(t) = f_m g(t) \quad (4.41)$$

Le vecteur $f_m g(t)$ est la représentation de la force d'excitation obtenue en utilisant une base tronquée de modes. Puisque u_m n'est pas exactement égale à u , f_m est différent de f et la différence entre les deux réside dans une mesure d'erreur. L'équation (4,41) donne :

$$M\Phi_m \ddot{z}_m(t) + C\Phi_m \dot{z}_m(t) + K\Phi_m z_m(t) = f_m g(t) \quad (4.42)$$

En tenant compte des propriétés d'orthogonalité des modes propres par rapport à la matrice de masse et avec une matrice d'amortissement proportionnelle, on peut écrire :

$$K\Phi_m = M\Phi_m A_m \quad (4.43)$$

Et

$$C\Phi_m = M\Phi_m \Delta_m \quad (4.44)$$

Où A_m est la matrice diagonale des fréquences aux carres ω_i^2 et Δ_m est le matrice diagonale des termes $2\xi_i \omega_i$. Nous substituons les équations (4,43) et (4,44) dans l'équation (4.42), nous obtenons :

$$M\Phi_m \ddot{z}_m(t) + M\Phi_m \Delta_m \dot{z}_m(t) + M\Phi_m A_m z_m(t) = f_m g(t) \quad (4.45)$$

Et en supposant que les modes propres sont orthonormés par rapport à la matrice de masse, nous avons :

$$\ddot{z}_m(t) + \Delta_m \dot{z}_m(t) + A_m z_m(t) = \Phi_m^T f g(t) \quad (4.46)$$

Multiplions les deux membres de l'équation (4,46) par $M\Phi_m$ et substituons l'équation résultante dans l'équation (4.45), nous obtenons :

$$f_m g(t) = M\Phi_m \Phi_m^T f g(t) \quad (4.47)$$

L'équation (4,47) donne l'expression de la fonction d'excitation si on utilise une série tronquée des modes propres. Quand m s'approche de n_{eq} , f_{eq} s'approche aussi de f . Pour $m < n_{eq}$ l'erreur commise dans la représentation de la fonction d'excitation est notée $e_m g(t)$, où :

$$e_m = f - f_m \quad (4.48)$$

On peut encore écrire :

$$e_m = f - M\Phi_m\phi_m^t f \quad (4.49)$$

Une norme d'erreur peut alors être définie comme :

$$e = \frac{f^T e_m}{f^T f} \quad (4.50)$$

La norme d'erreur e est égale à zéro si tous les modes sont inclut, c'est-à-dire $m = n_{eq}$ et égale à 1, si $m = 0$. La base modale peut être tronquée quand la norme d'erreur e devient petite.

RESOLUTION DU SYSTEME D'EQUATIONS ASSOCIEES AU MODELE DYNAMIQUE

5.1. Généralité :

Le premier objectif d'une analyse dynamique structurale déterministe est l'évaluation des histoires de temps de déplacement d'une structure donnée soumise à un chargement variable dans le temps. Dans la plupart des cas, l'analyse approximative impliquant seulement un nombre limité de degrés de liberté suffisant, le problème peut être réduit à la détermination des histoires de temps de ces composants choisis des déplacements. Les expressions mathématiques définissant les déplacements dynamiques s'appellent les équations du mouvement de la structure, et la solution de ces équations de mouvement est associée au modèle fournissant la réponse dynamique.

La formulation des équations du mouvement d'un système dynamique est probablement la plus importante, et parfois la plus difficile. La résolution de ces équations se fait par le biais de plusieurs méthodes à savoir la méthode d'intégration fréquentielle, la méthode d'intégration modale spectrale, et la méthode d'intégration temporelle. Cette dernière est souvent utilisée parce qu'elle est convenablement appliquée à tout type de comportement linéaire ou non linéaire d'un système, dont les propriétés varient au cours de la sollicitation.

Le principe de cette méthode directe d'intégration temporelle déterminant les valeurs approximatives de la solution pour un ensemble choisi de valeurs de temps (t), se résume comme suit : (i) supposer des fonctions décrivant les variations du déplacement, de la vitesse et de l'accélération durant un intervalle de temps et (ii) satisfaire l'équation du mouvement, à tout instant de temps t avec un intervalle de temps constant appelé pas (Δt) ou incrément de temps. Ceci veut dire que l'équilibre statique de la force d'inertie, de la force d'amortissement et de la force de rappel avec le chargement est recherché à des multiples du pas de temps, Δt , soient à $\Delta t, 2\Delta t, \dots, t, t + \Delta t, \dots, t_d$, où t_d est la durée totale du chargement. La précision des résultats, la stabilité de la solution et la durée du calcul dépend de la longueur du pas de temps et du choix de la fonction décrivant la variation du déplacement, de la vitesse et de l'accélération.

Dans ce chapitre, on va formuler les équations différentielles et la mise en équation du système dynamique, puis on va exposer la méthode de RUNGE - KUTTA, et la solution du modèle dynamique de l'isolateur à comportement linéaire et non - linéaire.

5.2. Réponse du modèle dynamique :

Certaines des actions qui s'exercent sur une structure telle que les charges sismiques, sont à l'origine des sollicitations variables dans le temps ; ce qui fait la différence entre un problème dynamique et un problème statique, ainsi que la réponse de la structure caractérisée par les forces d'inertie.

Le calcul du modèle dynamique est basé sur la détermination de la réponse des systèmes, à la sollicitation sismique en tenant compte de la force d'inertie. Il reste tout de même que les données requises pour une analyse quelconque (statique ou dynamique) sont les caractéristiques intrinsèques de la structure à savoir les fréquences et les modes propres de vibration de système.

5.2.1. Système d'équations différentielles :

Le système d'équations différentielles pour un modèle dynamique du comportement linéaire soumis à une excitation sismique est donné sous forme matricielle à partir de l'équation (3.7) et (3.12) comme suit :

$$[M^*] \{\ddot{v}^*\} + [C^*] \{\dot{v}^*\} + [K^*] \{v^*\} = -[M_0] \{r^t\} \ddot{u}_g \quad (5.1)$$

$[M^*]$ est la matrice de la rigidité de système exprimée :

$$[M^*] = \begin{bmatrix} m_b + \sum_{n=1}^n m_n & \{r^t\} [M_0] \\ [M_0] \{r\} & [M_0] \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

$[C^*]$ est la matrice d'amortissement écrite :

$$[C^*] = \begin{bmatrix} c_b & 0 \\ 0 & [C_0] \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Où $[k^*]$ est la matrice de la rigidité de système exprimée :

$$[k^*] = \begin{bmatrix} k_b & 0 \\ 0 & [k_0] \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

$\{v^*\}$ est le vecteur du déplacement relatif dont l'expression est :

$$\{v^*\} = \begin{Bmatrix} v_b \\ v_n \end{Bmatrix} \quad (5.5)$$

$\{r\}$: est le vecteur des Coefficient d'influence donné :

$$\{r\} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (6.6)$$

Pour un modèle dynamique du comportement non linéaire, le système d'équations différentielles s'exprime sous forme matricielle pour chaque type comme suit :

Pour le système d'isolation en caoutchouc avec barreau de plomb (LRB), le système d'équations différentielles s'écrit à partir de l'équation (3.7) et (3.16) comme suit :

$$\begin{bmatrix} m_b + \sum_{i=1}^n m_i & \{r^t\}[M_0] \\ [M_0] & [M_0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{v}_b \\ \dot{v}_n \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_b & 0 \\ 0 & [C_0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{v}_b \\ \dot{v}_n \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_b & 0 \\ 0 & [K_0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_b \\ v_n \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} F_b \\ 0 \end{Bmatrix} = [M_0] \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \ddot{u}_g \quad (5.7)$$

Le système d'équations différentielles pour un système de frottement pur se décrit sous forme matricielle à partir de l'équation (3.7) et (3.19) comme suit :

$$\begin{bmatrix} m_b + \sum_{i=1}^n m_i & \{r^t\}[M_0] \\ [M_0] & [M_0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{v}_b \\ \dot{v}_n \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & [C_0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{v}_b \\ \dot{v}_n \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & [K_0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_b \\ v_n \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \mu \left(m + \sum_{n=1}^n m_n \right) g \operatorname{sgn}(\dot{v}_b) = [M_0] \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \ddot{u}_g \quad (5.8)$$

D'après l'équation (3.7) et (3.23), le système d'équations différentielles sous forme matricielle pour système EDF (Electricité de France) s'exprime :

$$\begin{bmatrix} m_b + \sum_{i=1}^n m_i & \{r^i\}[M_0] \\ [M_0]\{r\} & [M_0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{v}_b \\ \dot{v}_n \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_b & 0 \\ 0 & [C_0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{v}_b \\ \dot{v}_n \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_b & 0 \\ 0 & [K_0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_b \\ v_n \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \mu \left(m + \sum_{n=1}^n m_n \right) g \operatorname{sgn}(\dot{\phi}_b) = [M_0] \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \ddot{u}_g \quad (5.9)$$

Pour le système d'isolation résistant par frottement(R-FBI), le système d'équations différentielles à partir de l'équation (3.7) et (3.24) s'écrit comme suit :

$$\begin{bmatrix} m_b + \sum_{i=1}^n m_i & \{r^i\}[M_0] \\ [M_0]\{r\} & [M_0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{v}_b \\ \dot{v}_n \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_b & 0 \\ 0 & [C_0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{v}_b \\ \dot{v}_n \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_b & 0 \\ 0 & [K_0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_b \\ v_n \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \mu \left(m + \sum_{n=1}^n m_n \right) g \operatorname{sgn}(\dot{\phi}_b) = [M_0] \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \ddot{u}_g \quad (5.10)$$

Le système d'équations différentielles pour système pendule de glissement pur (FPS) se présente sous forme matricielle à partir de l'équation (3.7) et (3.27) comme suit :

$$\begin{bmatrix} m_b + \sum_{i=1}^n m_i & \{r^i\}[M_0] \\ [M_0]\{r\} & [M_0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{v}_b \\ \dot{v}_n \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & [C_0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{v}_b \\ \dot{v}_n \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_b & 0 \\ 0 & [K_0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_b \\ v_n \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \mu \left(m + \sum_{n=1}^n m_n \right) g \operatorname{sgn}(\dot{\phi}_b) = [M_0] \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \ddot{u}_g \quad (5.11)$$

II.3.2.2. Mise en équation du système dynamique :

La mise en équation d'un problème dynamique est l'une des étapes les plus délicates de l'analyse de la réponse d'un système. Deux techniques, une basée sur des quantités vectorielles et l'autre basée sur des grandeurs scalaires, sont utilisées, dans ce chapitre, par des formulations directes pour résoudre le problème.

On considère un système dynamique du comportement linéaire, reposant sur un support et soumis à une accélération $\ddot{u}_g(t)$, Où u_b est le déplacement de la masse dans un référentiel fixe, Or la règle de composition des mouvements s'écrit :

$$u_b = v_b + u_g \quad (5.12)$$

Avec u_g est le déplacement du support.

L'équation d'équilibre pour le système représenté dans la figure (5.1) est donnée comme suit :

$$f_I + f_D + f_S = 0 \quad (5.13)$$

Où f_I, f_D, f_s respectivement sont de force d'inertie, de force d'amortissement et de force représentant la rigidité. En remplaçant les forces par leurs expressions équivalentes, on obtient :

$$\left(m_b + \sum_{n=1}^n m_n \right) \ddot{u}_b + m_1 \dot{v}_1 + m_2 \dot{v}_2 + \dots + m_n \dot{v}_n + c_b \dot{v}_b + k_b v_b = 0 \quad (5.14)$$

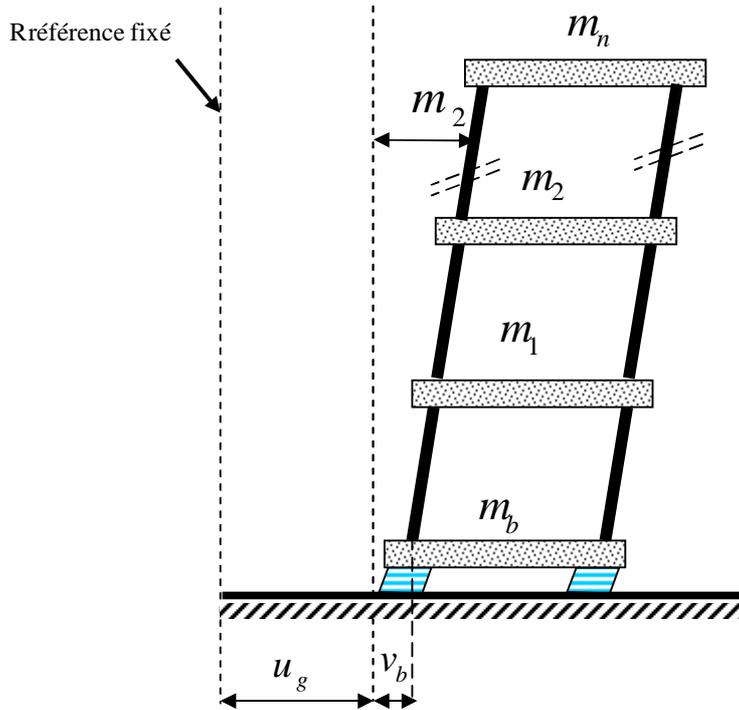


Fig.5.1 : influence du support sur le modèle dynamique

D'après l'équation (5.12) et (5.14) on peut écrire :

$$\left(m_b + \sum_{n=1}^n m_n \right) \ddot{v}_b + m_1 \ddot{v}_1 + m_2 \ddot{v}_2 + \dots + m_n \ddot{v}_n + c_b \dot{v}_b + k_b v_b = - \left(m_b + \sum_{n=1}^n m_n \right) \ddot{u}_g \equiv p^{eff} \quad (5.15)$$

En comparant l'équation (5.15) avec l'équation (3.12) du chapitre 3, on constate que ses réponses sismiques sont identiques ; pour cela nous déduisons que :

$$p^{eff}(t) = \left(m_b + \sum_{n=1}^n m \right) \ddot{u}_g$$

Les mêmes étapes sont suivies pour la mise en équation du système de comportement non linéaire.

5.2.3. Méthodes numériques :

Il existe plusieurs méthodes d'intégration directe pour la résolution l'équation de mouvement, nous avons choisi deux méthodes les plus utilisées à savoir la méthode de NEWMARK et la méthode de RUNGE - KUTTA.

5.2.3.1. Méthode de RUNGE - KUTTA :

La méthode de RUNGE - KUTTA de quatrième ordre est conçue pour rapprocher les solutions numériques de série de Taylor des équations de premier ordre [19].

L'équation de mouvement est sous la forme :

$$\{\ddot{u}(t)\} = M^{-1} (\{p(t)\} - [K]\{u(t)\} - [C]\{\dot{u}(t)\}) \quad (5.16)$$

Ou sous la forme symbolique [19] :

$$\{\ddot{u}(t)\} = \{f(t, u(t), \dot{u}(t))\} \quad (5.17)$$

Pour transformer l'équation (5.16) de second ordre au premier ordre, on pose $\dot{u} = s$, Or l'équation (5.17) peut être scindée en deux équations de premier ordre comme suit

$$\{\dot{s}(t)\} = \{f(t, u, s)\} \quad (5.18)$$

et

$$\{\dot{u}(t)\} = \{p(t, u)\} \quad (II.3.19)$$

Nous pouvons employer des formules de quatrième ordre de Runge Kutta pour résoudre l'équation (5.18) et (5.19). Les dérivés des ces formules sont détaillées comme suit :

A partir de l'équation du premier ordre $y = \frac{dy}{du}$, $f(u, y) = f$, et avec les conditions initiales $y(u_0) = y_0$, la solution $y(u_0 + h)$ peut être exprimée sous forme de série de Taylor comme suit [19] :

$$y(u_0 + h) = y_0 + hy'_0 + \frac{h^2}{2!} y''_0 + \frac{h^3}{3!} y'''_0 + \frac{h^4}{4!} y^{iv}_0 + \dots \quad (5.20)$$

Avec :

$$h = (u - u_0)$$

On pose : $y' = f$ avec $dy' = \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right) dy$; ce qui conduit à exprimer la relation de y'' comme suit :

$$y'' = \frac{dy'}{dv} = \frac{\partial f}{\partial v} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial v} = f_v + f_y f \quad (5.21)$$

Faisant même opération pour y''' , on obtient :

$$\begin{aligned} y''' &= \frac{dy''}{dv} = \frac{\partial y''}{\partial u} + \frac{\partial y''}{\partial y} \frac{dy}{du} = \frac{\partial (f_v + f_y f)}{\partial u} + \frac{\partial (f_v + f_y f)}{\partial y} \frac{dy}{du} \\ &= f_{vv} + 2ff_{vy} + f^2 f_{yy} + f_y f_v + ff_y f_v \end{aligned} \quad (5.22)$$

En posant aussi : $D = \frac{\partial}{\partial u} + f \left(\frac{\partial}{\partial y} \right)$, ce qui implique de décrire D^2 , D^3 comme suit :

$$\begin{aligned} D^2 &= \left[\frac{\partial}{\partial u} + f \left(\frac{\partial}{\partial y} \right) \right]^2 = \frac{\partial^2}{\partial u^2} + 2f \left[\left(\frac{\partial^2}{\partial u \partial y} \right) \right] + f^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \text{ et} \\ D^3 &= \frac{\partial^3}{\partial u^3} + 3f \frac{\partial^3}{\partial u^2 \partial y} + 3f^2 \frac{\partial^3}{\partial u \partial y^2} + f^3 \frac{\partial^3}{\partial y^3} \end{aligned}$$

On déduit :

$$\begin{aligned} y' &= f \\ y'' &= f_v + ff_y = Df \\ y''' &= f_{vv} + 2ff_{vy} + f^2 f_{yy} + f_y (f_v + ff_y) = D^2 f + f_y Df \end{aligned} \quad (5.23)$$

Similaire à l'équation :

$$D^3 f = \frac{\partial^3 f}{\partial u^3} + 3f \frac{\partial^3 f}{\partial u^2 \partial y} + 3f^2 \frac{\partial^3 f}{\partial u \partial y^2} + f^3 \frac{\partial^3 f}{\partial y^3}$$

Alors nous avons :

$$y^{iv} = \frac{\partial (D^2 f + f_y Df)}{\partial u} + \frac{\partial (D^2 f + f_y Df)}{\partial y} \frac{dy}{du} = D^3 f + f_y D^2 f + 3Df Df_y \quad (5.24)$$

Substituant l'équation. (5. 23) et (5.24) dans l'équation (5.20) on aura :

$$\begin{aligned}
y(v_0 + h) - y(v_0) &= hy'_0 + \frac{h^2}{2!} y''_0 + \frac{h^3}{3!} y'''_0 + \frac{h^4}{4!} y^{iv}_0 \dots \\
&\approx hy'_0 + \frac{h^2}{2!} y''_0 + \frac{h^3}{3!} y'''_0 + \frac{h^4}{4!} y^{iv}_0
\end{aligned} \tag{5.25}$$

$$= \left[hf + \frac{h^2}{2!} Df + \frac{h^3}{3!} (D^2 f + f_y Df) + \frac{h^4}{4!} (D^3 f + f_y D^2 f + 3Df Df_y) \right]_{v=v_0}$$

On néglige tout terme dont son ordre est supérieur au quatrième ordre. On observe que l'équation (5.25) a une erreur de troncation de h^5 .

Par ailleurs $f = \frac{dy}{du}$ avec $dy = f du$, donc l'équation (5.20) peut être exprimée comme suit :

$$y(u_0 + h) = y(u_0) + \int_{u_0}^{u_0+h} \frac{dy}{dv} du = y(u_0) + \int_{u_0}^{u_0+h} f(u, y) du \tag{5.26}$$

L'intégrale d'équation (5.26) peut être exprimée comme suit :

$$y(u_0 + h) - y(u_0) = \int_{u_0}^{u_0+h} f(u, y) du = hf(u_0 + \theta h, y(u_0 + \theta h)) \tag{5.27}$$

Où :

$$0 < \theta < h$$

On note que les équations (5.27) et (5.25) sont équivalentes. Donc l'équation linéaire s'écrit :

$$hf(u_0 + \theta h, y(u_0 + \theta h)) = y(u_0 + h) - y(u_0) = \mu_1 k_1 + \mu_2 k_2 + \mu_3 k_3 + \mu_4 k_4 \tag{5.28}$$

Avec :

$$\begin{aligned}
k_1 &= hf(u_0, y_0) = hf_0 \\
k_2 &= hf(u_0 + \alpha h, y_0 + \beta k_1) \\
k_3 &= hf(u_0 + \alpha_1 h, y_0 + \beta_1 k_1 + \gamma_1 k_2) \\
k_4 &= hf(u_0 + \alpha_2 h, y_0 + \beta_2 k_1 + \gamma_2 k_2 + \delta_2 k_3)
\end{aligned} \tag{5.29}$$

Où $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \kappa, \beta, \kappa_1, \beta_1, \beta_2, \gamma_1, \gamma_2$ et δ_2 sont les constantes à déterminer, en appliquant le théorème de série de Taylor en remplaçant les fonction $f(u_0, y_0)$, $f(u_0 + \alpha h, y_0 + \beta k_1)$, $f(u_0 + \alpha_1 h, y_0 + \beta_1 k_1 + \gamma_1 k_2)$ et $f(u_0 + \alpha_2 h, y_0 + \beta_2 k_1 + \gamma_2 k_2 + \delta_2 k_3)$ dans l'équation. (5.29). La série de Taylor de la fonction de deux variables est résumée comme suit :

$$f(u_0 + \kappa_r, y_0 + \beta_r) = \left[f(u, y) + D_r f(u, y) + \frac{D_r^2 f(u, y)}{2!} + \frac{D_r^3 f(u, y)}{3!} + \frac{D_r^4 f(u, y)}{4!} + \dots \right]_{u=y_0} \quad (5.30)$$

Et l'opération est définie comme :

$$D_r = \kappa_r \frac{\partial}{\partial u} + \beta_r \frac{\partial}{\partial y} \quad (5.31)$$

Où κ_r et β_r sont des scalaire.

D'après la série de Taylor on exprime k_1, k_2, k_3 et k_4 à partir des deux équations (5.20) et (5.21), comme suit :

$$k_1 = hf(u_0, y_0) = hf_0 \quad (5.32a)$$

$$\begin{aligned} k_2 = hf(u_0 + \kappa h, y_0 + \beta k_1) &= h \left[f + D_1 f + \frac{D_1^2 f}{2!} + \frac{D_1^3 f}{3!} + \frac{D_1^4 f}{4!} + \dots \right]_{u=u_0} \\ &= h \left[f + D_1 f + \frac{h^2}{2!} D_1^2 f + \frac{h^3}{3!} D_1^3 f + \frac{h^4}{4!} D_1^4 f + \dots \right]_{u=u_0} \end{aligned} \quad (5.32b)$$

Où :

$$D_{11} = (\kappa h) \frac{\partial}{\partial u} + (\beta k_1) \frac{\partial}{\partial y} \quad \text{et} \quad D_1 = D_{11}/h \quad \text{De même,} \quad D_{21} = \kappa_1 h \left(\frac{\partial}{\partial u} \right) + (\beta_1 k_1 + \gamma_1 k_2) \left(\frac{\partial}{\partial y} \right) \quad \text{et}$$

$$D_2 = \kappa_1 \left(\frac{\partial}{\partial u} \right) + (\beta_1 + \gamma_1) f_0 \left(\frac{\partial}{\partial y} \right) \quad \text{Alors :}$$

$$\begin{aligned} D_{21} &= \kappa_1 h \left(\frac{\partial}{\partial u} \right) + (\beta_1 k_1 + \gamma_1 k_2) \left(\frac{\partial}{\partial y} \right) = h \left(\kappa_1 \frac{\partial}{\partial u} + \beta_1 f_0 \frac{\partial}{\partial y} \right) + \gamma_1 k_2 \frac{\partial}{\partial y} \\ &= h D_2 + \gamma_1 (k_2 - hf_0) \frac{\partial}{\partial y} = h D_2 + \gamma_1 \left[h^2 D_1 f + \frac{h^3}{2!} D_1^2 f + \frac{h^4}{3!} D_1^3 f + \dots \right]_{u=u_0} \frac{\partial}{\partial y} \\ &= h D_2 + \gamma_1 (k_2 - hf_0) \frac{\partial}{\partial y} = h D_2 + \gamma_1 h^2 \left[D_1 f + \frac{h}{2!} D_1^2 f + \frac{h^2}{3!} D_1^3 f + \dots \right]_{u=u_0} \frac{\partial}{\partial y} \end{aligned} \quad (5.33)$$

$$D_{31} = \kappa_2 h \left(\frac{\partial}{\partial u} \right) + (\beta_2 k_1 + \gamma_2 k_2 + \delta_2 k_3) \left(\frac{\partial}{\partial y} \right) = h D_3 + [\gamma_2 (k_2 - hf_0) + \delta_2 (k_3 - hf_0)] \frac{\partial}{\partial y}$$

D'après l'équation. (5.24), k_3 peut être exprimé comme suit :

$$k_3 = hf(u_0 + \kappa_1 y_0 + \beta_1 k_1 + \gamma_1 k_2) = h \left[f + D_2 f + \frac{D_2^2 f}{2!} + \frac{D_2^3 f}{3!} + \frac{D_2^4 f}{4!} + \dots \right]_{u=u_0}$$

$$= h \left\{ \left[f + hD_2 f + \frac{h^2}{2!} D_2^2 f + \frac{h^3}{3!} D_2^3 f + \frac{h^4}{4!} D_2^4 f + \dots \right] \right. \\ \left. + h^2 \gamma_1 \left[f_y D_1 f + \frac{h}{2!} f_y D_1^2 f + h D_1 f D_2 f_y + \frac{h^2}{3!} f_y D_1^3 f + \dots \right] \dots \right\} \quad (5.34)$$

La relation du formule D_{31} s'écrit comme suit:

$$D_{31} = hD_3 + h^2 \left\{ \gamma_2 \left[D_1 f + \frac{h}{2!} D_1^2 f + \frac{h^2}{3!} D_1^3 f + \frac{h^3}{4!} D_1^4 f + \frac{h^4}{4!} D_2^4 f + \dots \right] \right. \\ \left. + \delta_2 \left[D_2 f + \frac{h}{2} (D_2^2 f + 2\gamma_1 f_y D_1 f) + \frac{h^2}{3!} D_2^3 f + \frac{h}{2!} \gamma_1 f_y D_1^2 f + h^2 \gamma_1 D_1 f D_2 f_y + \dots \right] \right\} \frac{\partial}{\partial y}$$

Pour trouver k_4 , on remplace k_2 et k_3 dans l'équation. (5.32) et (5.34) on aura :

$$k_4 = hf(u_0 + \alpha_2 h, y_0 + \beta_2 k_1 + \gamma_2 k_2 + \delta_2 k_3) = h \left[f + D_{31} f + \frac{D_{31}^2 f}{2!} + \frac{D_{31}^3 f}{3!} + \frac{D_{31}^4 f}{4!} + \dots \right]_{u=u_0}$$

$$= h \left\{ \left[f + hD_3 f + h^2 f_y \left[\gamma_2 \left(D_1 f + \frac{h}{2!} D_1^2 f + \frac{h^2}{3!} D_1^3 f + \dots \right) \right. \right. \right. \\ \left. \left. + \delta_2 \left(D_2 f + h\gamma_1 f_y D_1 f + \frac{h}{2!} D_2^2 f + \frac{h^2}{2} \gamma_1 f_y D_1^2 f + h^2 \gamma_1 D_1 f D_2 f_y + \frac{h^2}{3!} D_2^3 f + \dots \right) \right] \right. \\ \left. + \frac{1}{2!} \left(h^2 D_3^2 f + 2h^3 D_3 f_y \left[\gamma_2 \left(D_1 f + \frac{h}{2} D_1^2 f + \dots \right) + \delta_2 \left(D_2 f + \frac{h}{2!} D_2^2 f + h\gamma_1 f_y D_1 f + \dots \right) \right] \right) \right. \\ \left. + h^4 f_{yy} \left[\gamma_2^2 D_1^2 f + 2\gamma_2 \delta_2 D_1 f D_2 f + \delta_2^2 (D_2 f)^2 \right] \right. \\ \left. + \frac{1}{3!} \left(h^3 D_3^3 f + 3h^4 D_3^2 f_y \left[\gamma_2 D_1 f + \delta_2 D_2 f + \dots \right] + \frac{1}{4!} (h^4 D_3^4 f + \dots) + \dots \right) \right\}_{u=u_0} \quad (5.35)$$

Les constants $\kappa, \kappa_1, \kappa_2, \gamma_1, \gamma_2, \mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \delta_2$ sont donnés successivement $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, 0, \frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}, 1$ avec

$$\beta = \frac{1}{2}, \beta_1 = 0 \text{ et } \beta_2 = 0$$

Après le remplacement des constants dans l'équation (5.28) et (5.29) on aura :

$$\begin{aligned}
 k_1 &= hf(u_0, y_0) \\
 k_2 &= hf\left(u_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{k_1}{2}\right) \\
 k_3 &= hf\left(u_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{k_2}{2}\right) \\
 k_4 &= hf\left(u_0 + \frac{h}{2}, y_0 + k_3\right)
 \end{aligned} \tag{5.36a}$$

et:

$$\begin{aligned}
 y(u_0 + h) - y(u_0) &= \mu_1 k_1 + \mu_2 k_2 + \mu_3 k_3 + \mu_4 k_4 \\
 &= \frac{1}{6} [k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4]
 \end{aligned} \tag{5.36b}$$

Cette dernière équation représente une formule de quatrième ordre de RUNGE - KUTTA. Comme mentionné précédemment, la méthode RUNGE-KUTTA de quatrième ordre sert à rapprocher les solutions des équations de premier ordre.

En se basant sur les deux équations (5.18) et (5.19) fondées de l'équation (5.36a), on peut exprimer $s(t + \Delta t)$ comme suit :

$$s(t + \Delta t) = s(t) + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \tag{5.37}$$

Où :

$$\begin{aligned}
 k_1 &= (\Delta t)f(t, u(t), s(t)) \\
 k_2 &= (\Delta t)f\left(t + \frac{\Delta t}{2}, u(t) + \frac{q_1}{2}, s(t) + \frac{k_1}{2}\right) \\
 k_3 &= (\Delta t)f\left(t + \frac{\Delta t}{2}, u(t) + \frac{q_2}{2}, s(t) + \frac{k_2}{2}\right) \\
 k_4 &= (\Delta t)f(t + \Delta t, u(t) + q_3, s(t) + k_3)
 \end{aligned} \tag{5.38}$$

A partir de l'équation (5.37) on peut écrire :

$$u(t + \Delta t) = u(t) + \frac{1}{6}(q_1 + 2q_2 + 2q_3 + q_4) \tag{5.39}$$

Où :

$$\begin{aligned}
q_1 &= (\Delta t)F(s(t)) = (\Delta t)s(t) \\
q_2 &= (\Delta t)F\left(s(t) + \frac{k_1}{2}\right) = (\Delta t)\left(s(t) + \frac{k_1}{2}\right) \\
q_3 &= (\Delta t)F\left(s(t) + \frac{k_2}{2}\right) = (\Delta t)\left(s(t) + \frac{k_2}{2}\right) \\
q_4 &= (\Delta t)F(s(t) + k_3) = (\Delta t)(s(t) + k_3)
\end{aligned} \tag{5.40}$$

Maintenant on remplace l'équation (5.40) dans les équations (5.39) et (5.28), on aura :

$$\begin{aligned}
k_1 &= (\Delta t)f(t, u(t), s(t)) \\
k_2 &= (\Delta t)f\left(t + \frac{\Delta t}{2}, v(t) + \frac{\Delta t}{2}s(t), s(t) + \frac{k_1}{2}\right) \\
k_3 &= (\Delta t)f\left(t + \frac{\Delta t}{2}, u(t) + \frac{\Delta t}{2}\left(s(t) + \frac{k_1}{2}\right), s(t) + \frac{k_2}{2}\right) \\
k_4 &= (\Delta t)f\left(t + \Delta t, v(t) + \Delta t\left(s(t) + \frac{k_2}{2}\right), s(t) + k_3\right) \\
&= (\Delta t)f\left(t + \Delta t, v(t) + (\Delta t)s(t) + \frac{\Delta t}{2}k_2, s(t) + k_3\right)
\end{aligned} \tag{5.41}$$

et

$$\begin{aligned}
u(t + \Delta t) &= u(t) + \frac{1}{6}(q_1 + 2q_2 + 2q_3 + q_4) \\
&= u(t) + \frac{1}{6}\left[\Delta t s(t) + 2\Delta t\left(s(t) + \frac{k_1}{2}\right) + 2\Delta t\left(s(t) + \frac{k_2}{2}\right) + \Delta t(s(t) + k_3)\right] \\
&= u(t) + \frac{1}{6}\Delta t[6s(t) + k_1 + k_2 + k_3] \\
&= u(t) + \Delta t\dot{u}(t) + \frac{\Delta t}{6}[k_1 + k_2 + k_3]
\end{aligned} \tag{5.42}$$

D'après les équations (5.35), (5.41), et (5.42), la solution numérique pour l'équation de mouvement (5.16) basée sur la méthode de quatrième ordre de RUNGE-KUTTA peut être résumée comme suit :

$$\{u(t + \Delta t)\} = \{u(t)\} + \Delta t\{\dot{u}(t)\} + \frac{\Delta t}{6}[\{k_1\} + \{k_2\} + \{k_3\}] \tag{5.43}$$

$$\{\dot{u}(t + \Delta t)\} = \{\dot{u}(t)\} + \frac{1}{6}(\{k_1\} + 2\{k_2\} + 2\{k_3\} + \{k_4\}) \quad (5.44)$$

Où :

$$\begin{aligned} \{k_1\} &= \Delta t \{t, u(t), \dot{s}(t)\} \\ &= \Delta t [M]^{-1} (\{p(t)\} - [K] \{u(t)\}) - [C] \{\dot{v}(t)\} \end{aligned} \quad (5.45)$$

$$\begin{aligned} \{k_2\} &= (\Delta t) \left\{ f \left(t + \frac{\Delta t}{2}, u(t) + \frac{\Delta t}{2} s(t), s(t) + \frac{k_1}{2} \right) \right\} \\ &= \Delta t [M]^{-1} \left(\left\{ p \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) - [K] \left\{ u(t) + \frac{\Delta t}{2} \{\dot{u}(t)\} \right\} \right\} - [C] \left\{ \dot{u}(t) + \frac{1}{2} \{k_1\} \right\} \right) \end{aligned} \quad (5.46)$$

$$\begin{aligned} \{k_3\} &= (\Delta t) \left\{ f \left(t + \frac{\Delta t}{2}, u(t) + \frac{\Delta t}{2} s(t), s(t) + \frac{\Delta t}{4} k_1, s(t) + \frac{k_2}{2} \right) \right\} \\ &= \Delta t [M]^{-1} \left(p \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) - [K] \left(u(t) + \frac{\Delta t}{2} \left\{ \dot{u}(t) + \frac{\Delta t}{4} \right\} \right) - [C] \left(\{\dot{u}(t)\} + \frac{1}{2} \{k_2\} \right) \right) \end{aligned} \quad (5.47)$$

$$\begin{aligned} \{k_4\} &= (\Delta t) \left\{ f \left(t + \Delta t, u(t) + \Delta t s(t), s(t) + \frac{\Delta t}{2} k_2, s(t) + k_3 \right) \right\} \\ &= \Delta t [M]^{-1} \left(p(t + \Delta t) - [K] \left(u(t) + \Delta t \left\{ \dot{u}(t) + \frac{\Delta t}{2} \right\} \right) - [C] (\{\dot{u}(t)\} + \{k_3\}) \right) \end{aligned} \quad (5.48)$$

5.3. Solution du modèle dynamique de l'isolateur à comportement linéaire :

La solution du modèle dynamique de l'isolateur à comportement linéaire de l'équation (5.1) par la méthode de RUNGE – KUTTA est effectuée selon les étapes suivantes :

1- Calcul des vecteurs de l'accélération $\{\ddot{u}_0\}$ à partir des conditions initiales à $t = 0, \{\dot{u}\} = \{0\}, \{u\} = \{0\}$

comme suit :

$$[M] \{\ddot{v}_0^*\} = [M_0] \{r^t\} \ddot{u}_g(0) - [C] \{\dot{v}^*(0)\} - [K] \{v^*(0)\} \quad (5.49)$$

2- Choix du pas d'intégration Δt .

3- Incrémentation du temps $t_{n+1} = t_n + \Delta t$ avec, $n = 1, 2, 3, \dots, t_d / \Delta t$

4- Calcul des constantes k_1, k_2, k_3 et k_4 d'après les équations (5.36), (5.37), (5.38) et (5.39) on aura:

$$k_1 = t_{n+1} [M]^{-1} \left[[M_0] \{r^t\} \ddot{u}_g(0) - [C] \{v^*(0)\} - [K] \{v^*(0)\} \right] \quad (5.50)$$

$$k_2 = t_{n+1} M^{-1} \left[[M_0] \{r^t\} \ddot{u}_g \left(\frac{t_{n+1}}{2} \right) - [K] \left(\{v^*(0)\} + \frac{t_{n+1}}{2} \{v^*(0)\} \right) - [C] \left(\{v^*(0)\} + \frac{[K_1]}{2} \right) \right] \quad (5.51)$$

$$k_3 = t_{n+1} [M^{-1}] \left[[M_0] \{r^t\} \ddot{u}_g \left(\frac{t_{n+1}}{2} \right) - [K] \left(\{v^*(0)\} + \frac{t_{n+1}}{2} \{v^*(0)\} + \frac{t_{n+1}}{4} [K_1] \right) - [C] \left(\{v^*(0)\} + \frac{[K_2]}{2} \right) \right] \quad (5.52)$$

$$k_4 = t_{n+1} [M^{-1}] \left[[M_0] \{r^t\} \ddot{u}_g(t_{n+1}) - [K] \left(\{v^*(0)\} + t_{n+1} \{v^*(0)\} + \frac{t_{n+1}}{2} [K_2] \right) - [C] \left(\{v^*(0)\} + [K_3] \right) \right] \quad (5.53)$$

5- Calcul du vecteur de déplacement, et la vitesse, par les équations (5.43), (5.44) comme suit :

$$\{v^*_{n+1}\} = \{v^*(0)\} + t_{n+1} \{v^*(0)\} + \frac{\Delta t}{6} ([K_1] + [K_2] + [K_3]) \quad (5.54)$$

$$\{\dot{v}^*_{n+1}\} = \{v^*(0)\} + \frac{1}{6} ([K_1] + 2[K_2] + 2[K_3] + [K_4]) \quad (5.55)$$

6- Calcul du vecteur de l'accélération à partir de l'équation (5.16) comme suit :

$$\{\dot{v}^*_{n+1}\} = [M^{-1}] \left[[M_0] \{r^t\} \ddot{u}_g(t_{n+1}) - [K] \{v^*(t_{n+1})\} - [C] \{\dot{v}^*(t_{n+1})\} \right] \quad (5.56)$$

5.3.4. Solution du modèle dynamique de l'isolateur à comportement non - linéaire :

La solution du modèle dynamique, pour les différents systèmes d'isolateur de comportement non – linéaire, par la méthode numérique de NEWMARK, est décrite comme suit :

L'équation générale pour un système de comportement non linéaire peut être écrite sous forme réduite comme suit :

$$[\tilde{M}] \{\ddot{v}_t\} + [\tilde{C}] \{\dot{v}_t\} + [\tilde{K}] \{v_t\} + \{F_t\} = \{\tilde{P}_t\} \quad (5.57)$$

Avec $\{\tilde{P}_t\} = [M_0]\{r^t\}\ddot{u}_g$

Et à partir du temps $t + \Delta t$, on peut écrire la formule ci-dessus comme suit :

$$[\tilde{M}]\{\ddot{v}_{t+\Delta t}\} + [\tilde{C}]\{\dot{v}_{t+\Delta t}\} + [\tilde{K}]\{v_{t+\Delta t}\} + \{F_{t+\Delta t}\} = \{\tilde{P}_{t+\Delta t}\} \quad (5.58)$$

Aussi on peut écrire la formule sous forme incrémentale comme suit :

$$[\tilde{M}]\{\Delta\ddot{v}_{t+\Delta t}\} + [\tilde{C}]\{\Delta\dot{v}_{t+\Delta t}\} + [\tilde{K}]\{\Delta v_{t+\Delta t}\} + \{\Delta F_{t+\Delta t}\} = \{\tilde{P}_{t+\Delta t}\} - [\tilde{M}]\ddot{v}_t - [\tilde{C}]\Delta\dot{v}_t - [\tilde{K}]\Delta v_t - \{F_t\} \quad (5.59)$$

Où $[\tilde{M}]$, $[\tilde{C}]$, $[\tilde{K}]$ et $\{\tilde{P}\}$ représentent respectivement la matrice de masse, la matrice d'amortissement, la matrice de rigidité et le vecteur de force externe due au séisme .

L'incrément de vecteur de force $\{\Delta F_{t+\Delta t}\}$ non linéaire en (5.59) est inconnu. Ce vecteur de force est apporté au côté droit de l'Eq.(5.59) et traité comme pseudo-force. L'algorithme de NEWMARK stable constante sans réserve d'accélération moyenne, a deux étapes, décrites ci-dessous, pour solutionner les équations du mouvement :

Première étape ; Les conditions initiales :

a. Calcul de la matrice de rigidité $[\tilde{K}]$, la matrice de masse $[\tilde{M}]$, la matrice d'amortissement $[\tilde{C}]$. en utilisant les vecteurs $\{\ddot{v}_0\}$, $\{\dot{v}_0\}$ et $\{v_0\}$.

b. Choix du pas de temps, Δt et des paramètres $\delta = 0.25$ et $\theta = 0.5$ pour calculer les constantes d'intégration :

$$a_1 = \frac{1}{\delta(\Delta t)^2} \quad (5.60-a)$$

$$a_2 = \frac{1}{\delta\Delta t} \quad (5.60-b)$$

$$a_3 = \frac{1}{2\delta} \quad (5.60-c)$$

$$a_4 = \frac{\theta}{\delta\Delta t} \quad (5.60-d)$$

$$a_5 = \frac{\theta}{\delta} \quad (5.60-e)$$

$$a_6 = \Delta t \left(\frac{\theta}{2\delta} - 1 \right) \quad (5.60-f)$$

c. Calcul de la matrice de rigidité effective :

$$[K^*] = a_1 [\tilde{M}] + a_4 [\tilde{C}] + [\tilde{K}] \quad (5.61)$$

Deuxième étapes ; L'itération à chaque pas de temps

a. Supposition du vecteur de pseudo force : $\{\Delta F_{t+\Delta t}^i\} = \{0\}$ (5.62)

Dans l'itération $i=1$:

b. Calcul du vecteur de la force au temps $t + \Delta t$

$$\{P_{t+\Delta t}^*\} = \{\Delta P_{t+\Delta t}^*\} - \{\Delta F_{t+\Delta t}^i\} + [\tilde{M}] \{a_2 \{\dot{v}_t\} + a_3 \{\ddot{v}_t\}\} + [\tilde{C}] \{a_5 \{\dot{v}_t\} + a_4 \{\ddot{v}_t\}\} \quad (5.63)$$

$$\{\Delta \tilde{P}_{t+\Delta t}\} = \{\tilde{P}_{t+\Delta t}\} - ([\tilde{M}] \{\ddot{v}_t\} + [\tilde{C}] \{\dot{v}_t\} + [\tilde{K}] \{v_t\} + \{F_t\}) \quad (5.64)$$

c. Calcul du vecteur du déplacement au $t + \Delta t$ par la formule :

$$[K^*] \{\Delta v_{t+\Delta t}^i\} = \{P_{t+\Delta t}^*\} \quad (5.65)$$

d. Adaptation de l'état de mouvement au temps $t + \Delta t$ comme suit :

$$\{\ddot{v}_{t+\Delta t}\} = \{\ddot{v}_t\} + a_1 \{\Delta v_{t+\Delta t}^i\} - a_2 \{\dot{v}_t\} - a_3 \{\ddot{v}_t\} \quad (5.66)$$

$$\{\dot{v}_{t+\Delta t}\} = \{\dot{v}_t\} + a_4 \{\Delta v_{t+\Delta t}^i\} - a_5 \{v_t\} - a_6 \{\ddot{v}_t\} \quad (5.67)$$

$$\{v_{t+\Delta t}\} = v_t + \Delta v_{t+\Delta t}^i \quad (5.68)$$

e. Calcul du vecteur de la force non linéaire résultant de pseudo force $\{\Delta F_{t+\Delta t}^{i+1}\}$

f. Calcul de l'erreur :

$$erreur = \frac{\left| \{\Delta F_{t+\Delta t}^{i+1}\} - \{\Delta F_{t+\Delta t}^i\} \right|}{\left| \{\Delta F_{t+\Delta t}^i\} \right|} \quad (5.69)$$

g. Si l'erreur \geq tolérance, davantage d'itération est nécessaire pour la deuxième étape en utilisant $\{\Delta F_{t+\Delta t}^{i+1}\}$, comme vecteur de pseudo-force et état du mouvement au temps t , $\{\ddot{v}_t\}$, $\{\dot{v}_t\}$ et $\{v_t\}$.

h. Si l'erreur $<$ tolérance, aucune itération n'y a lieu.

PRESENTATION ET METHODOLOGIE D'ANALYSE DES MODELES STRUCTURAUX

Dans ce chapitre, nous présentons les modèles structuraux qui seront utilisés dans notre étude pour la validation du procédé numérique simplifié proposé, (dont l'algorithme développé par l'outil de calcul MATLAB ^[20] sera présenté en annexe) ; nous montrons également la méthodologie d'analyse utilisée dans notre étude.

61. Caractéristiques

6.1.1. Structuration

Les modèles, que nous avons considérés pour notre étude, sont structurés en fonction de ce qui suit :

- Symétrie simple et double en plans ;
- Continuité des éléments structuraux verticaux ;
- Sans changement de rigidité en hauteur ;
- Les axes des poutres coïncident avec ceux des poteaux

6.1.2. Propriétés mécaniques

- Résistance à la compression du béton ;

Le béton est défini par sa contrainte déterminée à 28 jours d'âge, d'après des essais sur des éprouvettes normalisées de 16cm de diamètre et de 32cm de hauteur. Elle est notée f_{c28} .

Pour notre cas on prendra $f_{c28} = 25\text{Mpa}$.

- Module d'élasticité du béton ;

Le module d'élasticité ou de déformation longitudinale instantanée, pour un chargement de durée d'application inférieure à 24 heures, est donné par :

$$E_{ij} = .11000[f_{c_j}]^{1/3} , f_{c_j} = f_{c28} = 25\text{MPa} , \rightarrow E_{ij} = 32164\text{MPa}$$

Et Pour un chargement de longue durée :

$$E_{vj} = 1/3 E_{ij} = 10721,40\text{MPa}$$

- Module de cisaillement du béton ; est donne par la formule

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

Où :

E : Module de déformation longitudinale du béton

ν : Coefficient de poisson.

Pour $\nu=0.2$ et $E_{ij} = 32164\text{MPa} \Rightarrow G = 13401,67\text{MPa}$

- Poids spécifique du béton ;

Le poids spécifique est une grandeur variable dépendant de la valeur de g (g ; l'accélération de pesanteur.), pour le béton est égale à $25\text{KN}/\text{m}^3$

6.1.3. Masse sismique

Les effets d'inertie de l'action sismique de calcul doivent être évalués en comptant toutes les masses présentes dans la structure au moment du séisme et qui vont osciller avec celle-ci. On doit chercher à établir la valeur la plus probable de la masse totale M ou « masse sismique » de la structure et non une surestimation de cette masse, car la résultante de cisaillement en base de la structure est fonction des périodes T , qui sont fonction M .

Surestimer la masse M n'est pas une attitude sécuritaire dans un projet parasismique, car cela donne des périodes T plus grandes et une résultante de cisaillement calculée éventuellement plus petite. Le poids pour chaque étage de la structure W_{Gi} peut être évalué avec une bonne précision. Pour les actions variables W_{Qi} , on considère le coefficient de pondération, ψ fonction de la nature et de la durée de la charge d'exploitation.

On obtient la masse sismique par la combinaison :

$$W = \sum W_{Gi} + \psi \sum W_{Qi}$$

La masse sismique calculée par la relation sert à calculer :

- les sollicitations globales dues au séisme : résultante de cisaillement et moment de renversement à un niveau donné, en particulier la résultante de cisaillement et le moment de renversement à la fondation.
- Pour la vérification des effets du second ordre.
- les sollicitations générées par le séisme dans les éléments de la structure ; pour les vérifications de résistance de ces éléments.

6.1.4. Modélisation et analyse

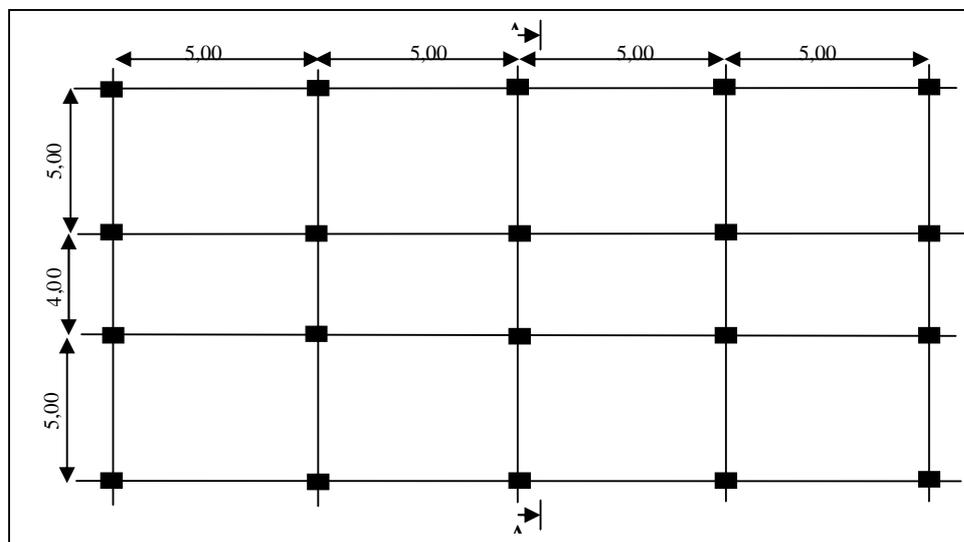
Le modèle dynamique que nous utilisons dans les modèles avec des masses concentrées et des mouvements plans unidirectionnels.

6.2. Modèle structural

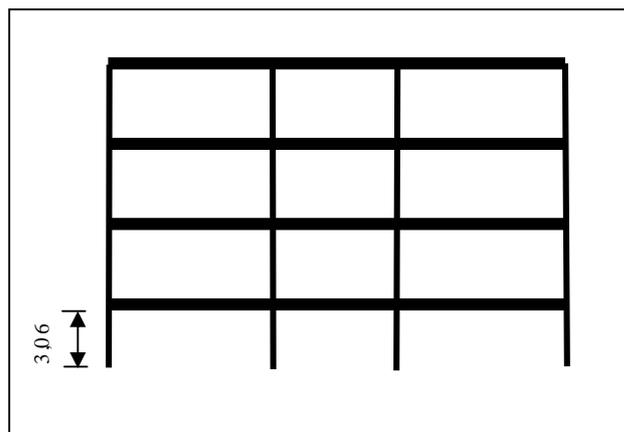
6.2.1. Edifice ;

6.2.1.1. Paramètres de l'édifice

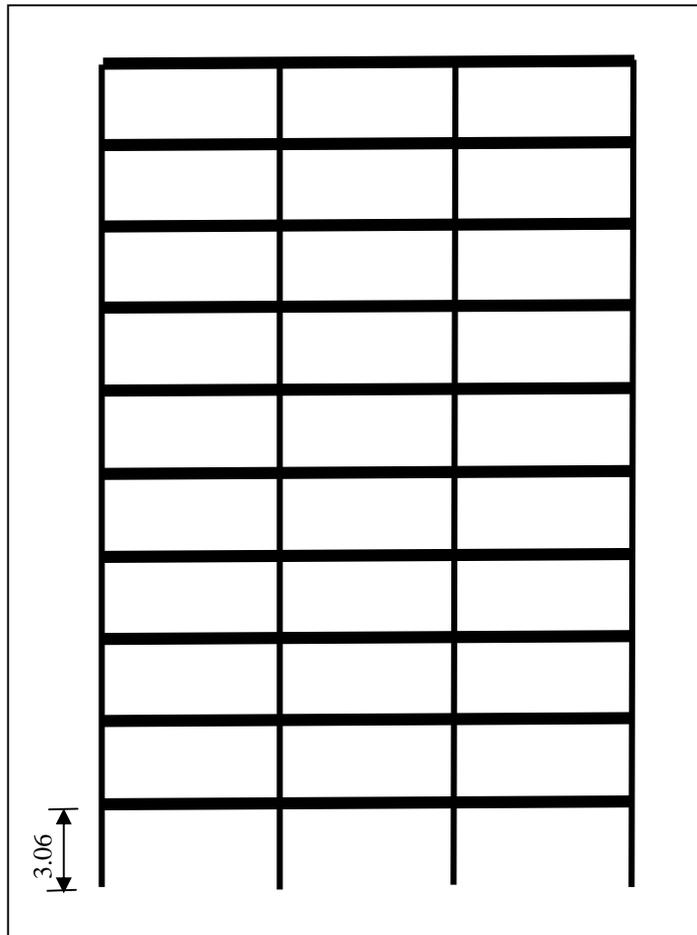
On analyse le comportement d'un bâtiment de 4 étages et un autre de 10 étages en béton armé constitué d'une ossature auto stable avec des poutres de 30×40 cm et des poteaux 40×40 cm et une dalle de 20cm d'épaisseur, avec une hauteur de plancher de 3,06m figure (6.1)



a- Vue en plan pour bâtiment de 4 et 10 étages



b- Coupe A-A pour bâtiment de 4 étages



c- Coupe A-A pour bâtiment de 10 étages

Fig.6.1. Paramètres de l'édifice

6.2.1.2. Paramètre de l'isolateur sismique

Pour l'analyse sismique nous considérons deux différents dispositifs d'isolation sismique, dont les propriétés sont les suivantes ;

Cas n°1: Isolateur de comportement linéaire :

○ Pour la structure n°1 (de 4 étages) ;

- La rigidité effective : $k_{eff} = 636.593kN / m$
- La rigidité verticale : $k_1 = 619129.08kN / m$
- Amortissement effectif : $\beta_{eff} = 4.5\%$

- Pour la structure n°2 (de 10 étages) ;
 - La rigidité effective : $k_{eff} = 758.4547N / m$
 - La rigidité verticale : $k_1 = 1032934.12kN / m$
 - Amortissement effectif : $\beta_{eff} = 4.5\%$

Cas n°2: Isolateur de comportement non linéaire :

- Pour la structure n°1 (de 4 étages) ;
 - La rigidité effective : $k_{eff} = 636.593KN / m$
 - La rigidité verticale : $k_1 = 619129.08KN / m$
 - La rigidité élastique : $k_U = 10965.273KN / m$
 - Force d'écoulement caractéristique : $Q_d = 20.767KN$
 - Rapport de rigidité post-déformation : $\alpha = 0.049$

- Pour la structure n°2 (de 10 étages) ;
 - La rigidité effective : $k_{eff} = 758.4547N / m$
 - La rigidité verticale : $k_1 = 1032934.12kN / m$
 - La rigidité élastique : $k_U = 13783.458kN / m$
 - Force d'écoulement caractéristique : $Q_d = 34.539KN$
 - Rapport de rigidité post-déformation : $\alpha = 0.046$

6.3. Méthodologie d'analyse

6.3.1. Analyse du modèle structural à base fixe

En raison de la nécessité d'obtenir les paramètres dynamiques des modèles, mais à base fixe, nous utilisons les méthodes approchées (décrites précédemment) pour l'analyse dynamique des bâtiments n°1 et n°1 de 4 et 10 étages à base fixe pour l'obtention de la fréquence fondamentale et le mode fondamental de vibration.

- Analyse en plan suivant X et Y par la méthode approchée de Rayleigh Ritz

- Pour la structure n°1 (de 4 étages)

- La matrice de masse

$$M = \begin{bmatrix} 51.8807 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 50.4710 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 50.4710 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 50.4710 \end{bmatrix} \text{ en [ton]}$$

- La matrice de rigidité ;

$$K = \begin{bmatrix} 28692.56 & -28692.56 & 0 & 0 \\ -28692.56 & 57385.12 & -28692.56 & 0 \\ 0 & -28692.56 & 57385.12 & -28692.56 \\ 0 & 0 & -28692.56 & 57385.12 \end{bmatrix} \text{ en [KN/m]}$$

- Choix des vecteurs des forces ; Soient les deux vecteurs des forces suivantes

$$R = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 300 & 500 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- calcul de ψ ;

$$\begin{bmatrix} 28692.56 & -28692.56 & 0 & 0 \\ -28692.56 & 57385.12 & -28692.56 & 0 \\ 0 & -28692.56 & 57385.12 & -28692.56 \\ 0 & 0 & -28692.56 & 57385.12 \end{bmatrix} \psi = R$$

D'où ;

$$\psi = \begin{bmatrix} 0.0314 & 0.0523 \\ 0.0314 & 0.0523 \\ 0.209 & 0.0349 \\ 0.0015 & 0.0174 \end{bmatrix}$$

➤ Calcul des matrices de rigidité \hat{K} et masse \hat{M} réduites

$$\hat{K} = \psi^T K \psi = \begin{bmatrix} 9.4101 & 15.6835 \\ 15.6835 & 26.1392 \end{bmatrix}; \hat{M} = \psi^T M \psi = \begin{bmatrix} 0.1283 & 0.2138 \\ 0.1283 & 0.3564 \end{bmatrix}$$

➤ Résolution du problème aux valeurs propres $\hat{K}z = \lambda \hat{M}z$

$$\begin{bmatrix} 9.4101 & 15.6835 \\ 15.6835 & 26.1392 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{Bmatrix} = \lambda \times \begin{bmatrix} 0.1283 & 0.2138 \\ 0.1283 & 0.3564 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{Bmatrix}$$

D'où

$$\lambda = \begin{bmatrix} 73.3500 & 0 \\ 0 & 72.5505 \end{bmatrix}; z = \begin{bmatrix} -1.0000 & 1.0000 \\ 0 & -0.6 \end{bmatrix}$$

➤ Calcul des vecteurs propres approchés

$$\phi = \psi \times z = \begin{bmatrix} -0.0314 & 0.0314 \\ -0.0314 & 0.0314 \\ -0.0209 & 0.0209 \\ -0.0105 & 0.0105 \end{bmatrix}$$

- Pour la structure n°2 (de 10 étages)

➤ La matrice de masse ;

$$M = \begin{bmatrix} 51.8807 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 50.4710 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 50.4710 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 50.4710 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 50.4710 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 50.4710 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 50.4710 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 50.4710 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 50.4710 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 50.4710 \end{bmatrix} \text{ en [ton]}$$

➤ La matrice de rigidité ;

$$K = \begin{bmatrix} 28692.56 & -28692.56 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -28692.56 & 57385.12 & -28692.56 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -28692.56 & 57385.12 & -28692.56 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -28692.56 & 57385.12 & -28692.56 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -28692.56 & 57385.12 & -28692.56 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -28692.56 & 57385.12 & -28692.56 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -28692.56 & 57385.12 & -28692.56 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -28692.56 & 57385.12 & -28692.56 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -28692.56 & 57385.12 & -28692.56 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -28692.56 & 57385.12 \end{bmatrix} \text{ en [KN/m]}$$

➤ Choix des vecteurs des forces ; soient les deux vecteurs des forces suivantes

$$R = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -100 & -800 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -100 & -800 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

➤ calcul de ψ ;

$$\psi = \begin{bmatrix} -0.0383 & -0.3067 \\ -0.0383 & -0.3067 \\ -0.0349 & -0.2788 \\ -0.0314 & -0.2509 \\ -0.0279 & -0.2231 \\ -0.0244 & -0.1952 \\ -0.0209 & -0.1673 \\ -0.0174 & -0.1394 \\ -0.0139 & -0.1115 \\ -0.0070 & -0.0558 \end{bmatrix}$$

➤ Calcul des matrices de rigidité \hat{K} et masse \hat{M} réduites

$$\hat{K} = \psi^T K \psi = \begin{bmatrix} 5.2278 & 41.8227 \\ 41.8227 & 334.5815 \end{bmatrix}; \hat{M} = \psi^T M \psi = \begin{bmatrix} 0.3803 & 3.0426 \\ 3.0426 & 24.3411 \end{bmatrix}$$

➤ Résolution du problème aux valeurs propres $\hat{K}z = \lambda \hat{M}z$

$$\lambda = \begin{bmatrix} 13.7455 & 0 \\ 0 & 11.7967 \end{bmatrix}; z = \begin{bmatrix} -1.0000 & 1.0000 \\ 0 & -0.2500 \end{bmatrix}$$

➤ Calcul des vecteurs propres approchés

$$\phi = \psi \times z = \begin{bmatrix} 0.0383 & 0.0383 \\ 0.0383 & 0.0383 \\ 0.0349 & 0.0349 \\ 0.0314 & 0.0314 \\ 0.0279 & 0.0279 \\ 0.0244 & 0.0244 \\ 0.0209 & 0.0209 \\ 0.0174 & 0.0174 \\ 0.0139 & 0.0139 \\ 0.0070 & 0.0070 \end{bmatrix}$$

6.3.2. Analyse du modèle structural avec isolation à la base

Dans notre étude nous considérons les sollicitations sismiques d'une série de tremblements de terre, selon les différents enregistrements des accélérations, tout en ordre, pour voir l'influence sur la réponse des modèles structuraux avec isolation à la base de manière simplifiée que nous proposons.

6.3.2.1. Sollicitations sismiques

Dans cette étude nous avons utilisé les enregistrements de quatre séismes survenus dans différentes régions du monde. Ces séismes sont les suivants :

- Séisme de Northridge du 17 janvier 1994 (magnitude 6.7) composant de 90° , avec une accélération maximale égale à 865.965 cm/s^2 voir figure.6.2

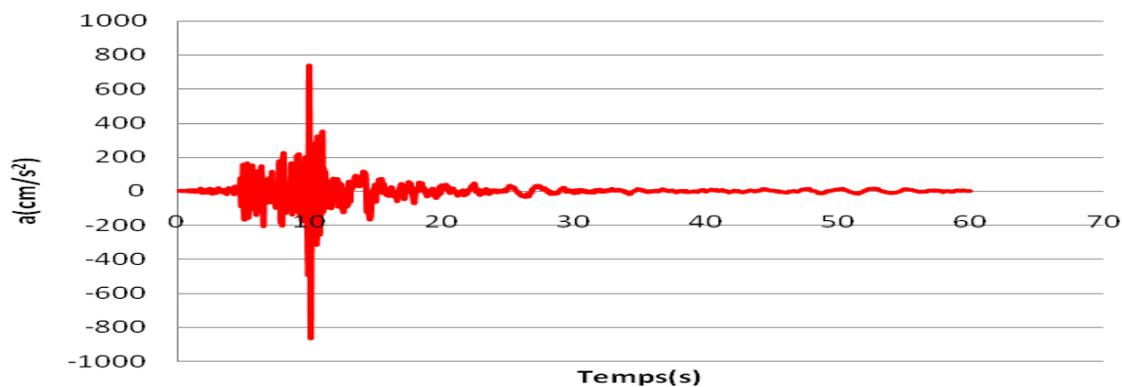


Fig.6.2 : l'accélération de sol sous l'effet de séisme Northridge.

- Séisme de Loma Prieta du 18 octobre 1989 (magnitude 7.1) composant de 90° , avec une accélération maximale égale à 469.384 cm/s^2 voir figure 6.3

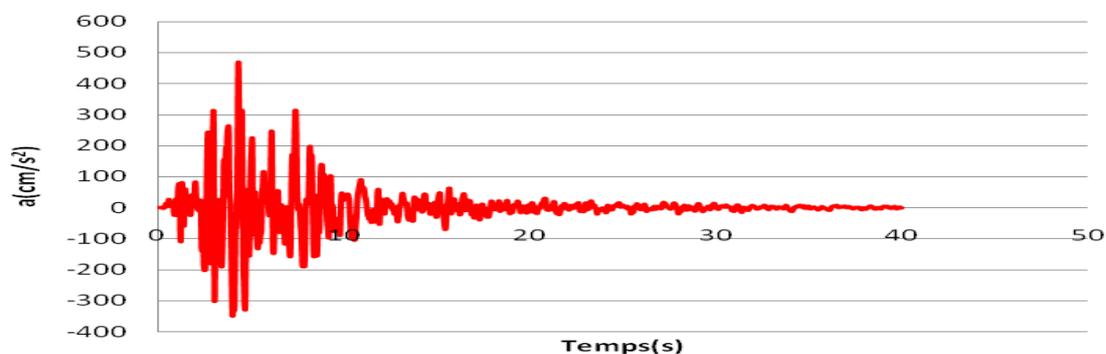


Fig.6.3 : l'accélération de sol sous l'effet de séisme Loma Prieta.

- Séisme de Landers du 18 juin 1992 (magnitude 7.3) composant de 90° , avec une accélération maximale égale à 240.016 cm/s^2 voir la figure 6.4

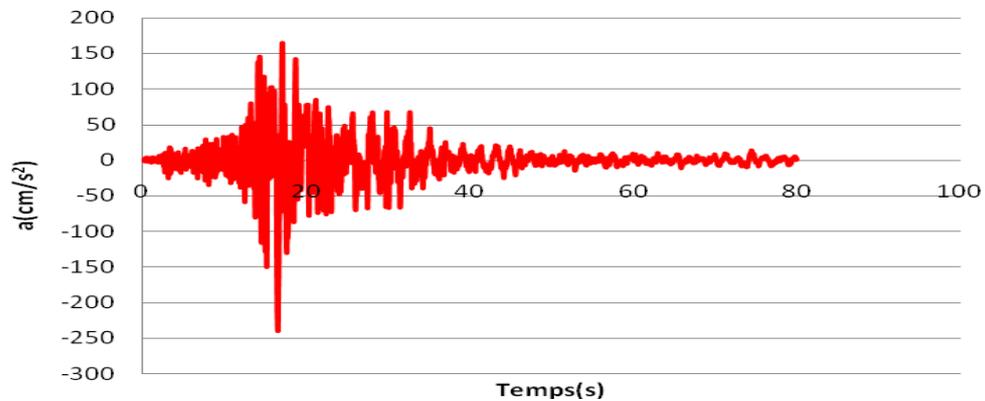


Fig.6.4 : l'accélération de sol sous l'effet de séisme Landers.

- Séisme d'EL Centro Array #6 (imperial valley) du 15 octobre 1979 (magnitude 6.9) composant de 230° , avec une accélération maximale égale à 428.10 cm/s^2 voir la figure 6.5

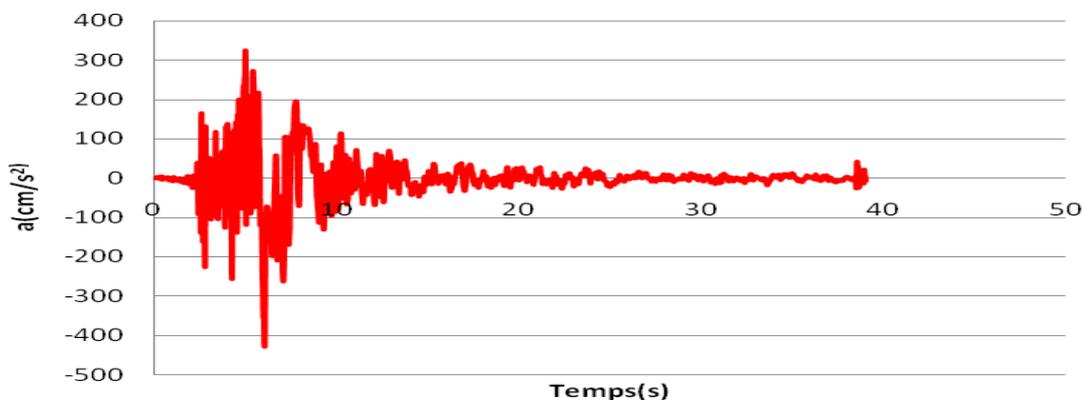


Fig.6.5 : l'accélération de sol sous l'effet de séisme de l'EL Centro.

6.3.2.2. Types d'analyses

Nous analyserons les modèles structuraux à base isolée au moyen du procédé simplifiée avec les propriétés dynamiques de la base fixe (fréquence et mode fondamentale) obtenus en forme exacte par le logiciel ETABS non linéaire. C'est pour valider l'exactitude réelle de la méthode numérique simplifiée utilisée dans notre étude.

- **Edifice n°1 de 4 et 10 étages ;**
 - Analyse plan dans la direction X pour le registre de Northridge avec un pas de temps (incrément) $\Delta t = 0.02 \text{ sec}$ et une durée= 60sec
 - Analyse plan dans la direction X pour le registre de Loma Prieta avec un pas de temps (incrément) $\Delta t = 0.02 \text{ sec}$ et une durée= 40sec
 - Analyse plan dans la direction X pour le registre de Landers avec un pas de temps (incrément) $\Delta t = 0.02 \text{ sec}$ et une durée= 80sec
 - Analyse plan dans la direction X pour le registre d'El Centro Array #6 avec un pas de temps (incrément) $\Delta t = 0.01 \text{ sec}$ et une durée= 39.10sec

Par ailleurs, pour voir l'influence des paramètres dynamiques approximatifs (fréquence et mode fondamental) des modèles à base fixe, calculée précédemment, le comportement dynamique des bâtiments avec des isolateurs sismiques a été effectué par l'analyse suivante ;

- **Analyse linéaire :**

Pour l'analyse linéaire nous utiliserons les paramètres de modèle linéaire d'isolateur calculés précédemment pour voir la réponse de la structure de 4 et de 10 étages selon les différents enregistrements des accélérations.

- Structure n°1(de 4 étages) :

À partir de l'analyse linéaire par logiciel ETABS, la réponse de structure de 4 étages est décrite comme suit ;

- Les déplacements

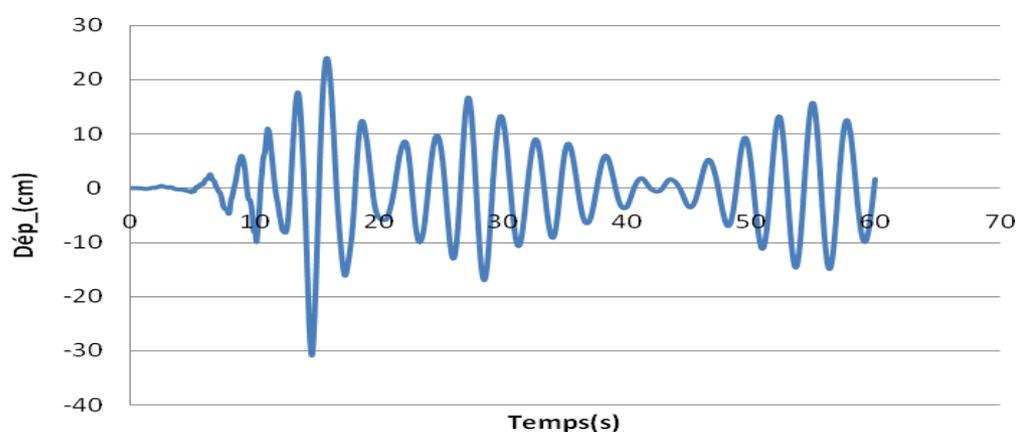


Fig.6.6 : les déplacements de structure de 4étages de dernier niveau sous l'effet de séisme Northridge (modèle linéaire).

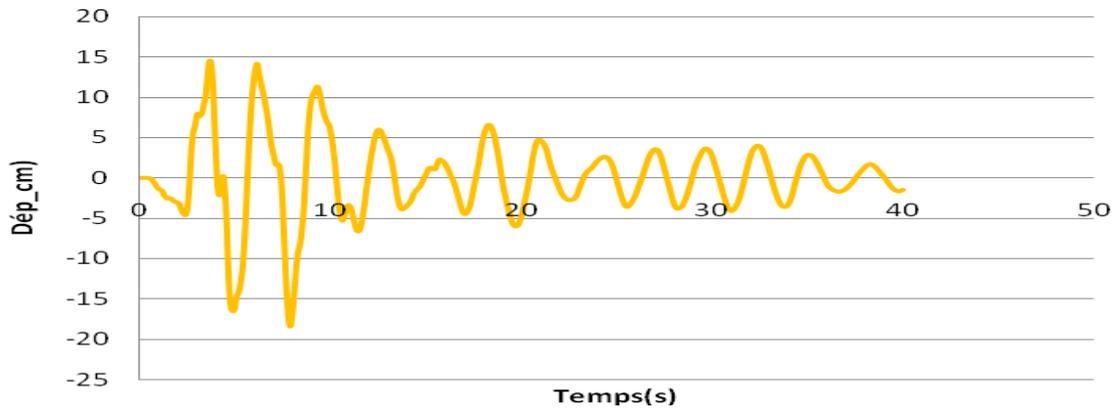


Fig.6.7 : les déplacements de structure de 4étages de dernier niveau sous l'effet de séisme Loma Prieta (modèle linéaire).

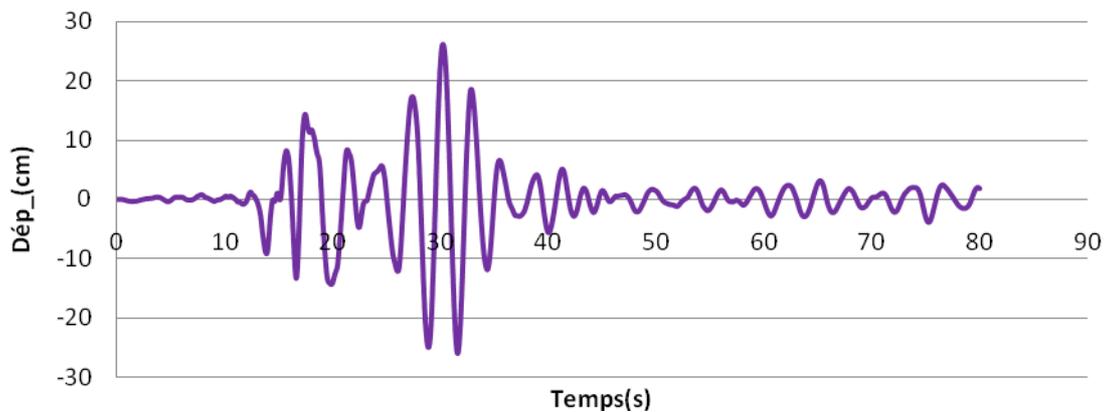


Fig.6.8 : les déplacements de structure de 4étages de dernier niveau sous l'effet de séisme Landers (modèle linéaire).

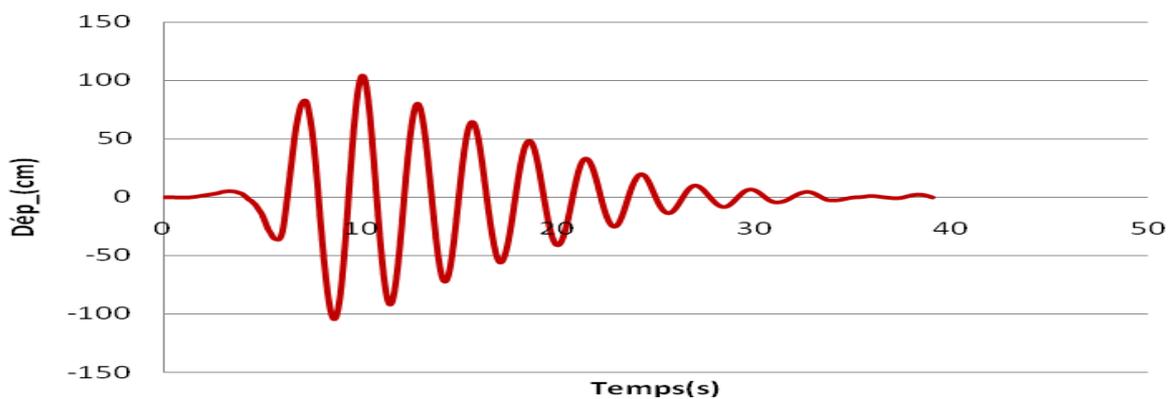


Fig.6.9 : les déplacements de structure de 4étages de dernier niveau sous l'effet de séisme d'EL Centro (modèle linéaire).

➤ L'accélération

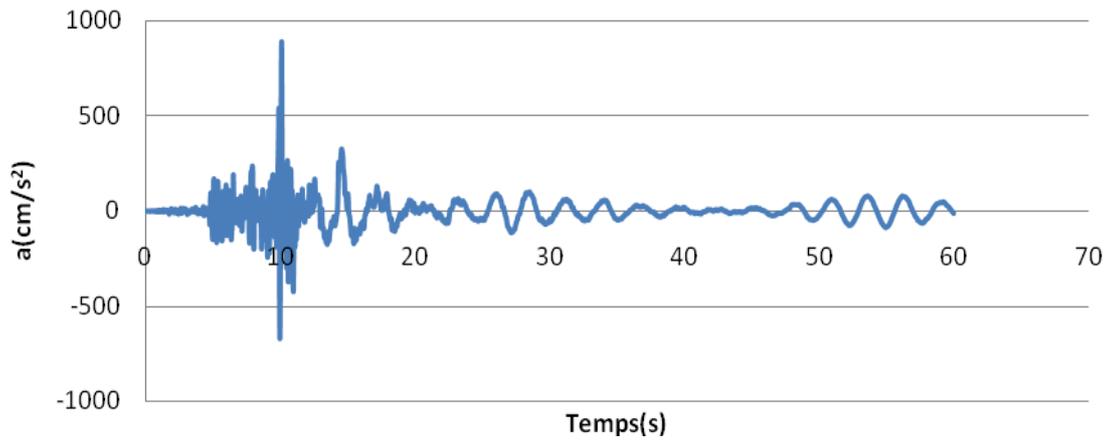


Fig.6.10 : les accélérations de structure de 4étages de dernier niveau sous l'effet de séisme Northridge (modèle linéaire).

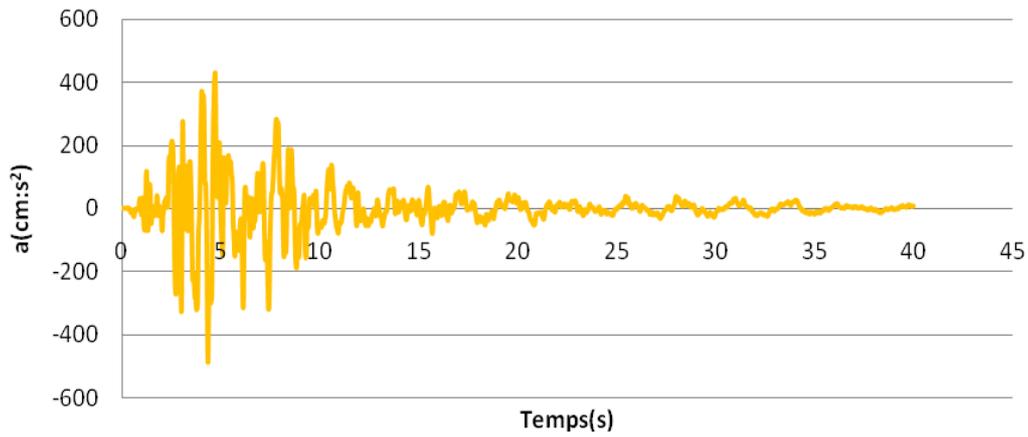


Fig.6.11 : les accélérations de structure de 4étages de dernier niveau sous l'effet de Loma Prieta (modèle linéaire).

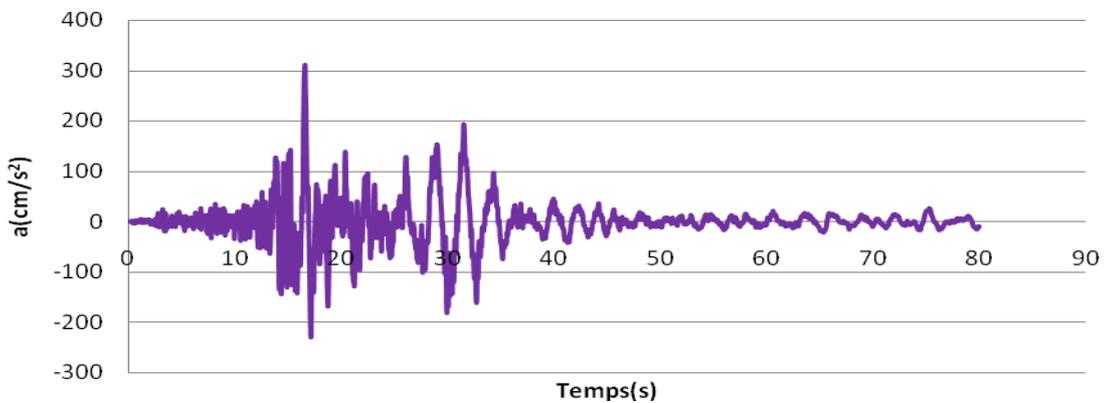


Fig.6.12 : les accélérations de structure de 4étages de dernier niveau sous l'effet de Landers (modèle linéaire).

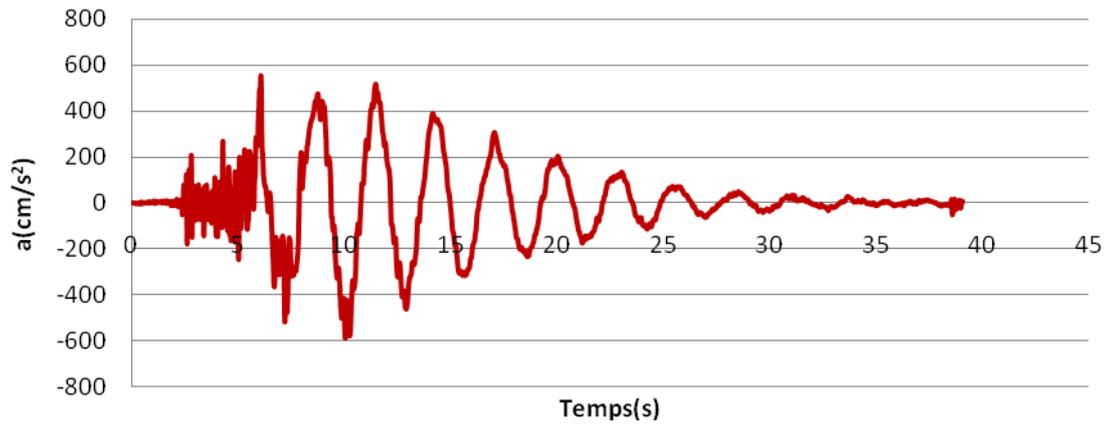


Fig.6.13 : les accélérations de structure de 4étages de dernier niveau sous l'effet de L'EL Centro (modèle linéaire).

➤ Les efforts des tranchants ;

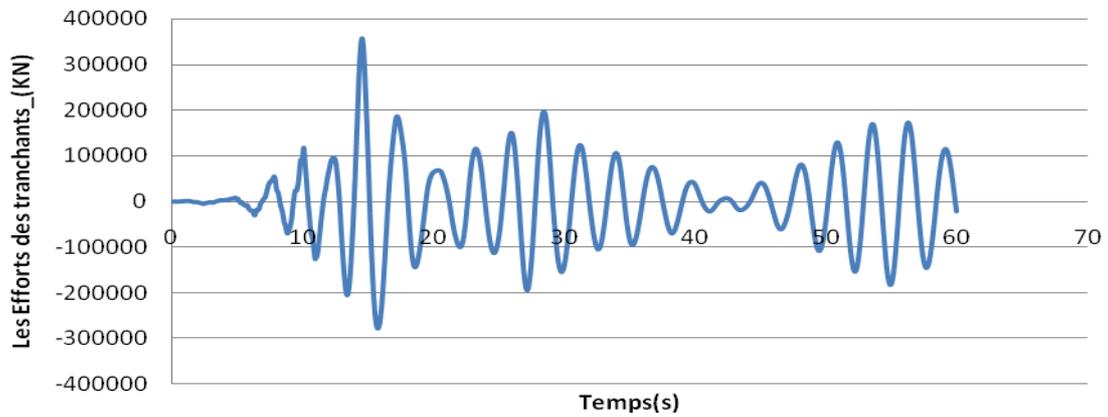


Fig.6.14 : les efforts des tranchants à la base de structure de 4étages sous l'effet de séisme Northridge (modèle linéaire).

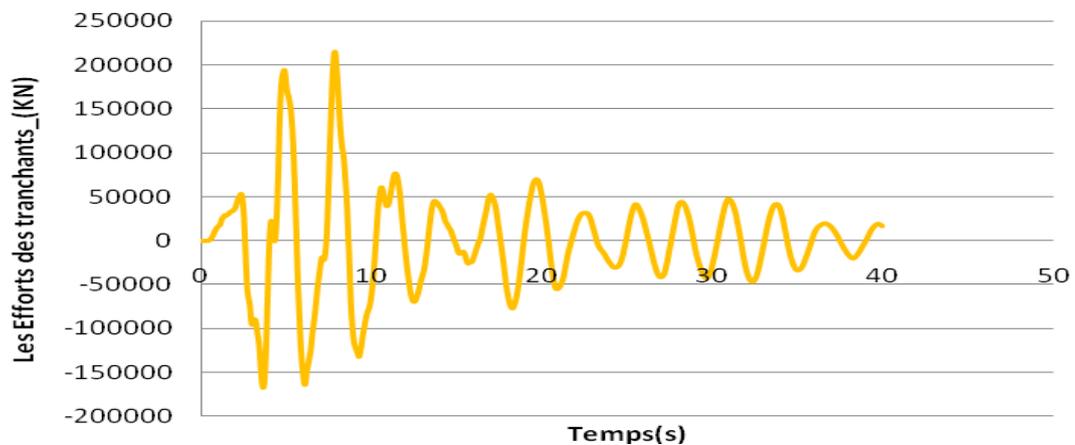


Fig.6.15 : les efforts des tranchants à la base de structure de 4étages sous l'effet de séisme Loma Prieta (modèle linéaire).

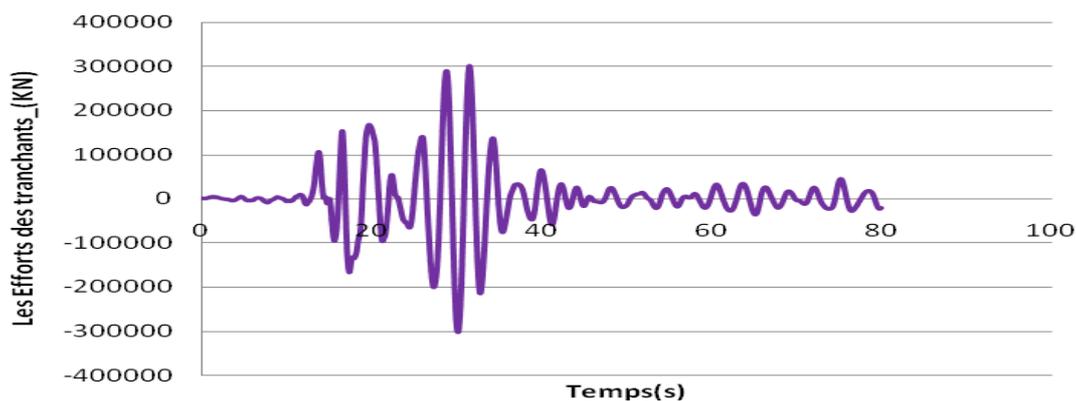


Fig.6.16 : les efforts des tranchants à la base de structure de 4étages sous l'effet de séisme de Landers (modèle linéaire).

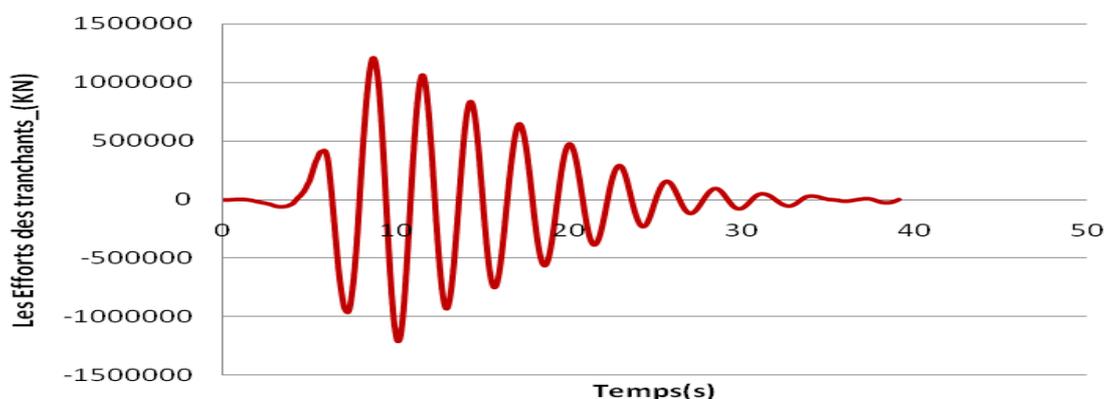


Fig.6.17 : les efforts des tranchants à la base de structure de 4étages sous l'effet de séisme de l'EL Centro (modèle linéaire).

o Structure n°1(de 10 étages) :

À partir l'analyse linéaire par logiciel ETABS, la réponse de structure de 10 étages est décrite comme suit ;

➤ Les déplacements

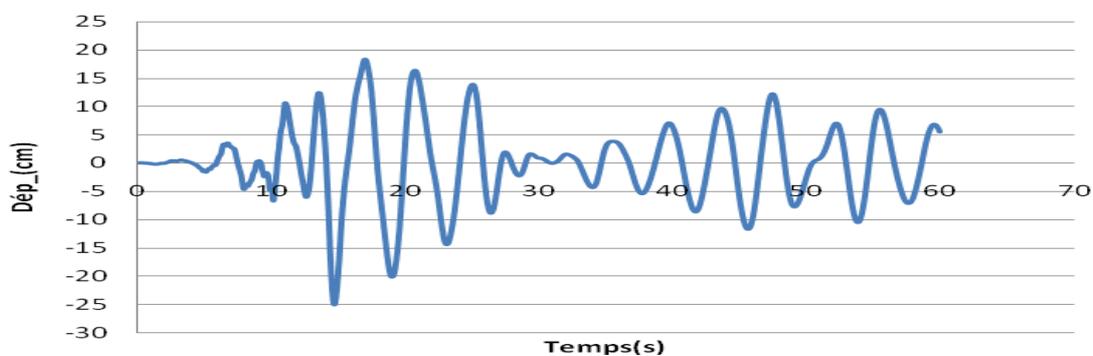


Fig.6.18 : les déplacements de structure de 10 étages de dernier niveau sous l'effet de séisme de Northridge (modèle linéaire).

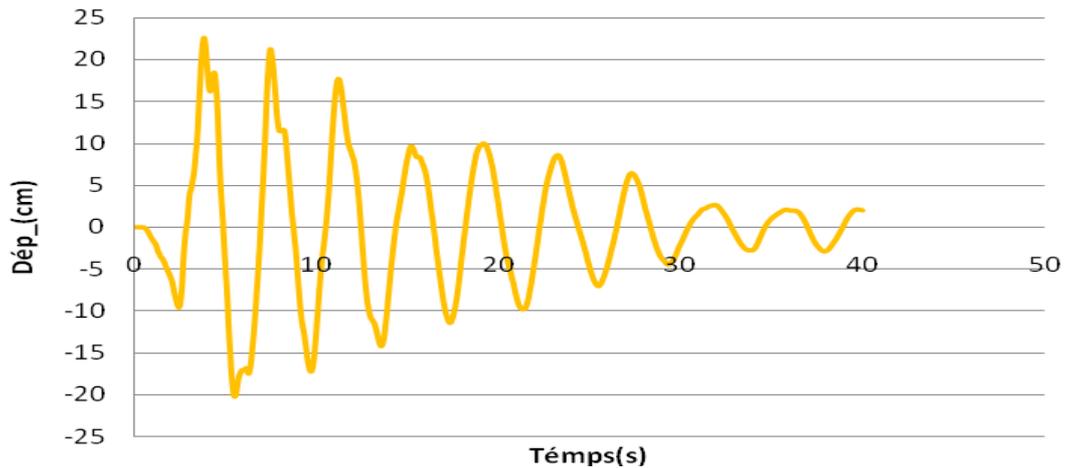


Fig.6.19 : les déplacements de structure de 10 étages de dernier niveau sous l'effet de séisme de Loma Prieta (modèle linéaire).

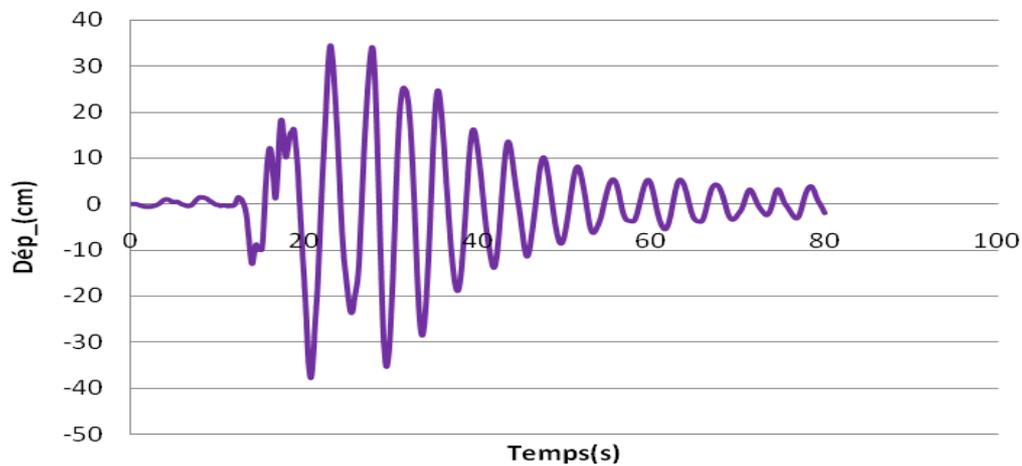


Fig.6.20 : les déplacements de structure de 10 étages de dernier niveau sous l'effet de séisme de Landers (modèle linéaire).

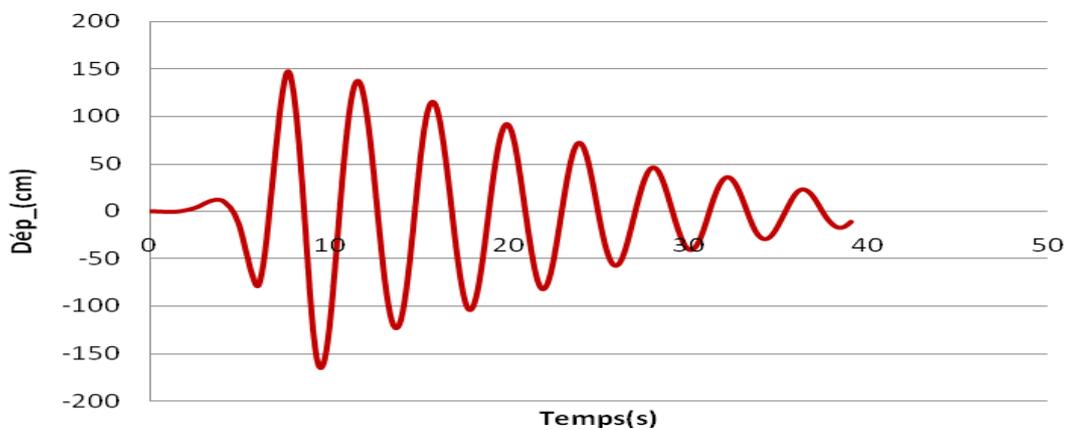


Fig.6.21 : les déplacements de structure de 10 étages de dernier niveau sous l'effet de séisme de l'EL Centro (modèle linéaire).

➤ L'accélération

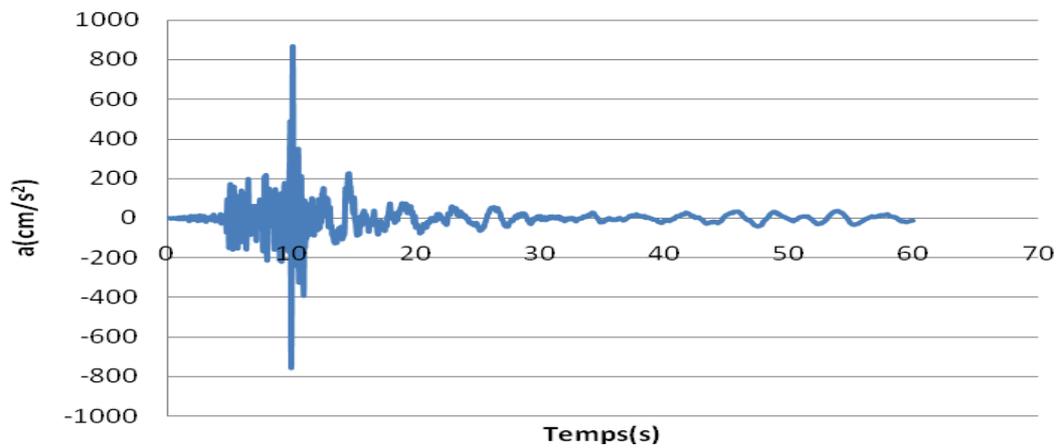


Fig.6. 22 : les accélérations de structure de 10 étages de dernier niveau sous l'effet de séisme de Northridge (modèle linéaire).

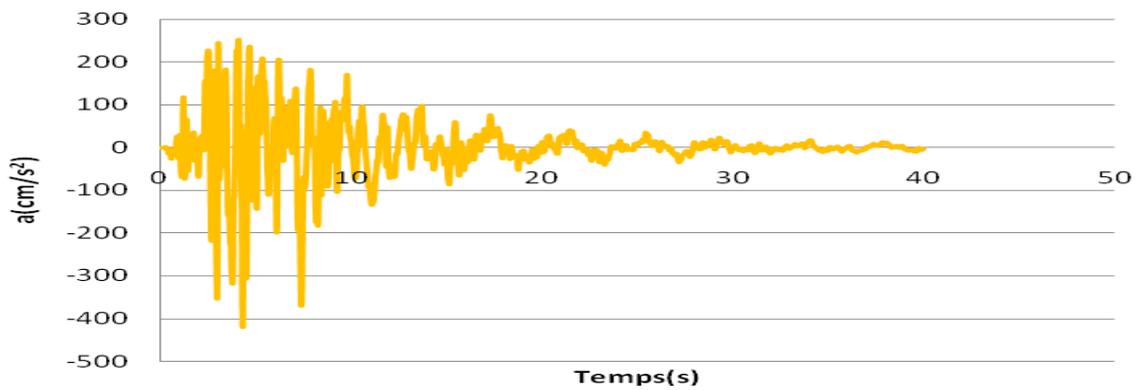


Fig. 6. 23 : les accélérations de structure de 10 étages de dernier niveau sous l'effet de séisme de Loma Prieta. (Modèle linéaire).

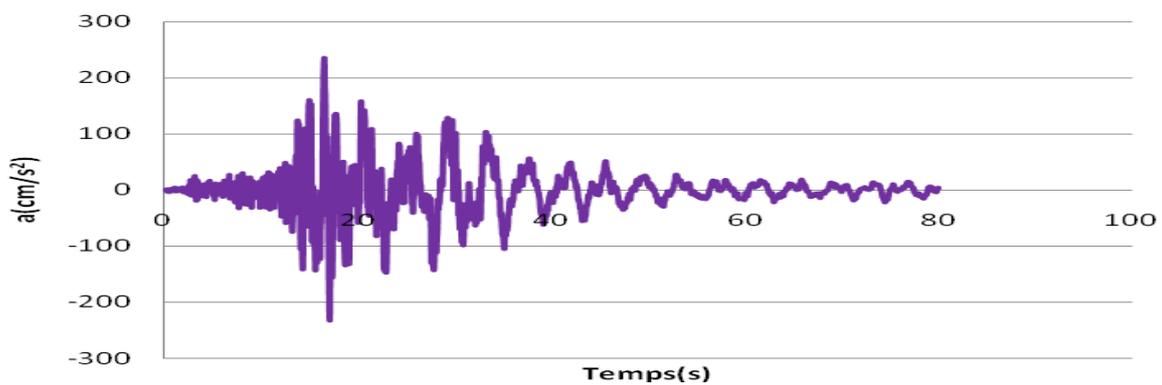


Fig.6. 24 : les accélérations de structure de 10 étages de dernier niveau sous l'effet de séisme de Landers (modèle linéaire).

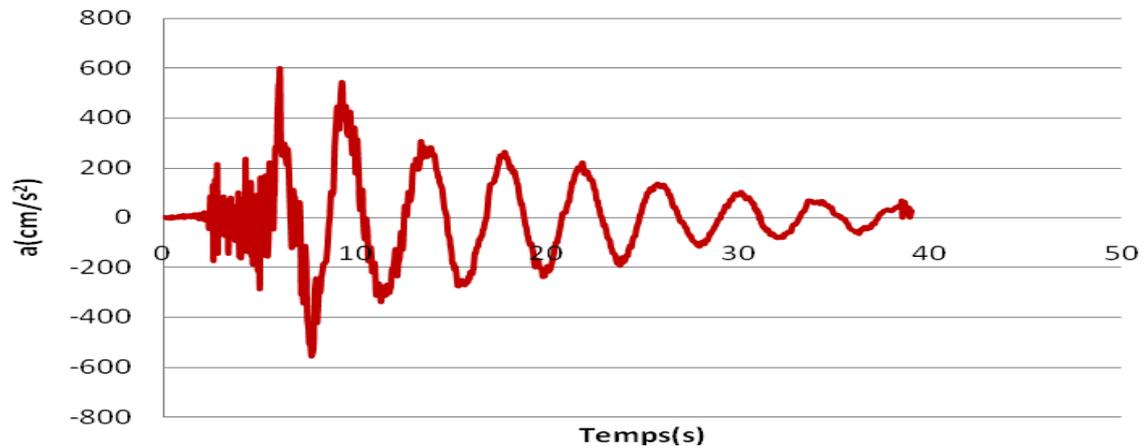


Fig.6. 25 : les accélérations de structure de 10 étages de dernier niveau sous l'effet de séisme de l'EL Centro (modèle linéaire).

➤ Les efforts des tranchants ;

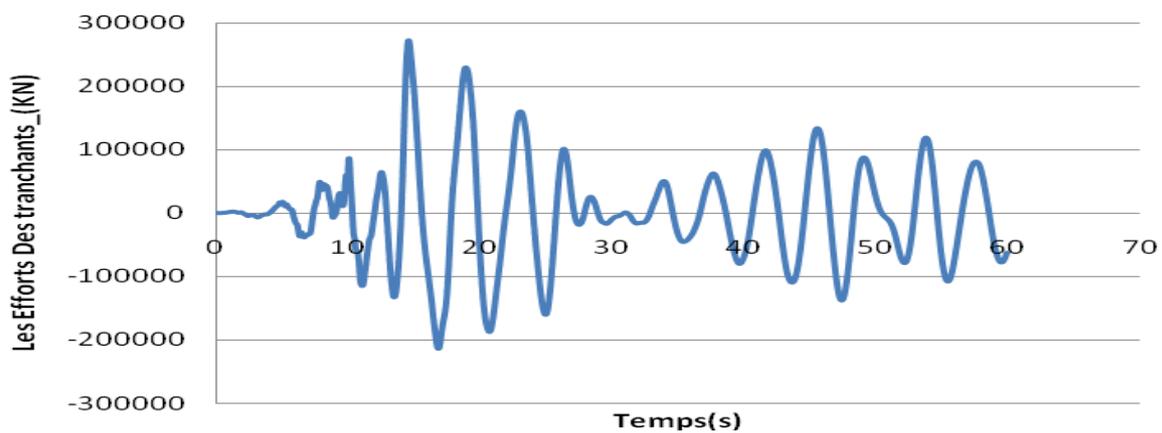


Fig.6.26 : les efforts des tranchants à la base de structure de 10étages sous l'effet de séisme de Northridge (modèle linéaire).

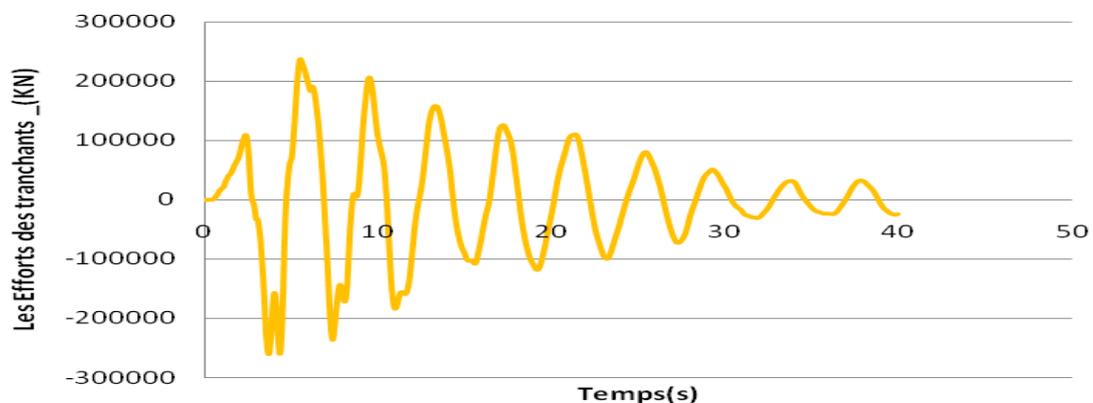


Fig.6.27 : les efforts des tranchants à la base de structure de 10étages sous l'effet de séisme de Loma Prieta (modèle linéaire).

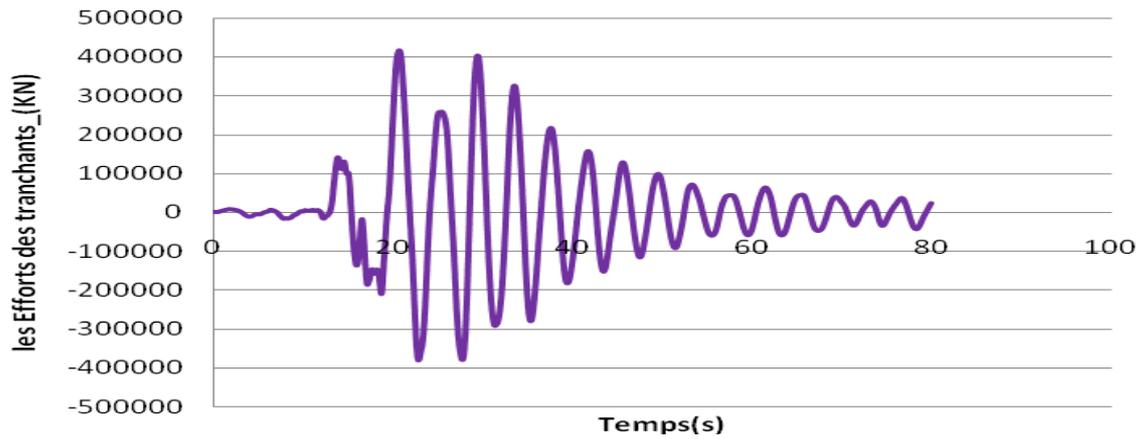


Fig.6.28 : les efforts des tranchants à la base de structure de 10étages sous l'effet de séisme de Landers (modèle linéaire).

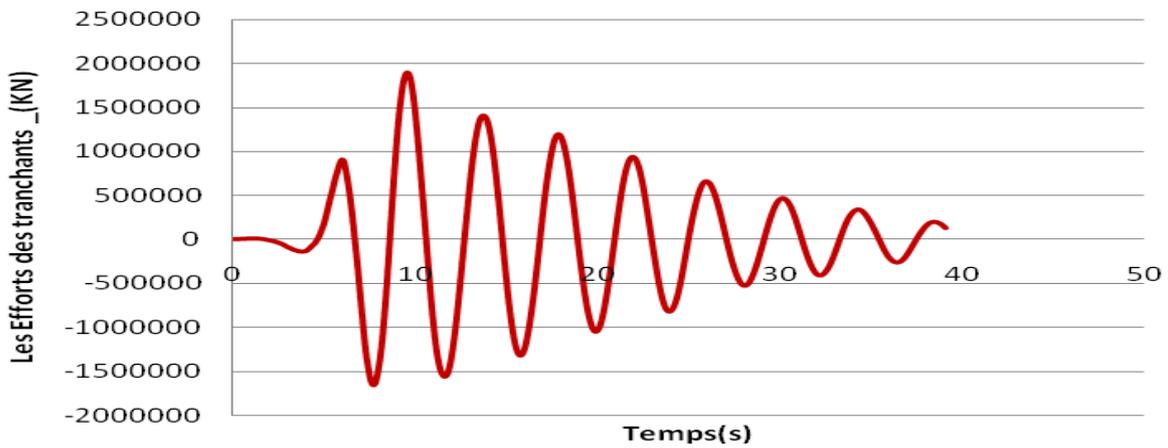


Fig.6.29 : les efforts des tranchants à la base de structure de 10étages sous l'effet de séisme de l'EL Centro (modèle linéaire).

▪ L'Analyse non linéaire :

Pour l'analyse non linéaire nous utiliserons les paramètres de modèle non linéaire d'isolateur calculés précédemment pour voir la réponse de la structure de 4 et 10 étages selon les différents enregistrements des accélérations.

- Structure n°1 (de 4 étages) :

À partir de l'analyse non linéaire par logiciel ETABS, la réponse de structure de 4 étages est illustrée comme suit ;

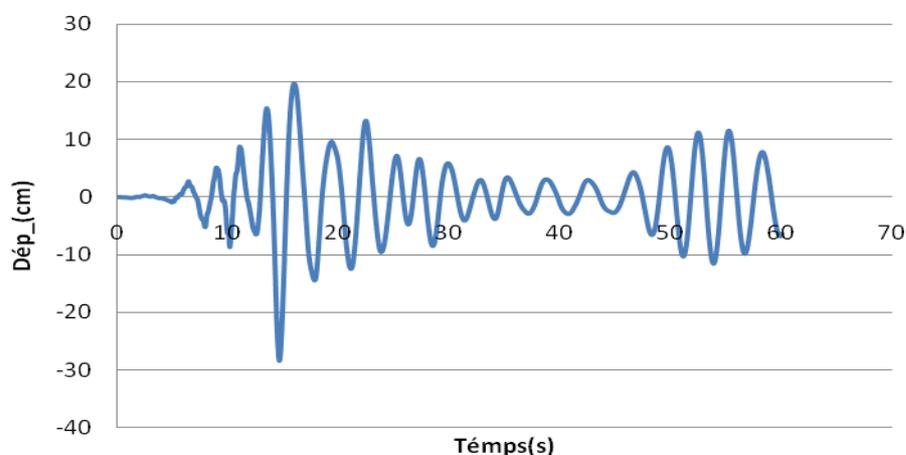
➤ Les déplacements

Fig.6.30 : les déplacements de structure de 4étages de dernier niveau sous l'effet de séisme Northridge (modèle non linéaire).

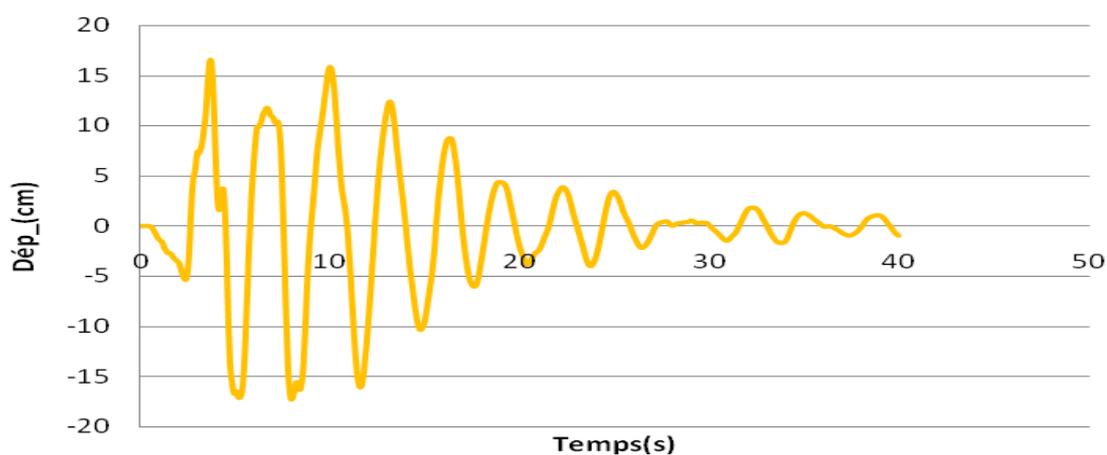


Fig.6.31 : les déplacements de structure de 4étages de dernier niveau sous l'effet de séisme Loma Prieta (modèle non linéaire).

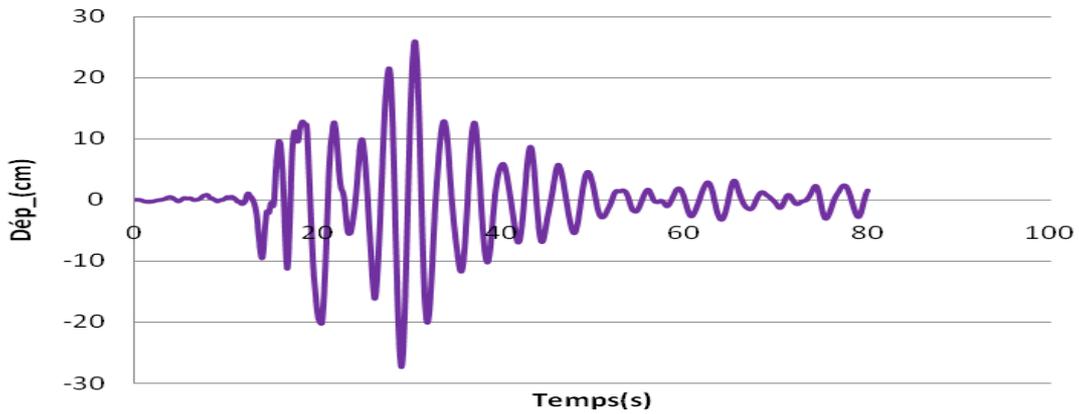


Fig.6.32 : les déplacements de structure de 4étages de dernier niveau sous l'effet de séisme Landers (modèle non linéaire).

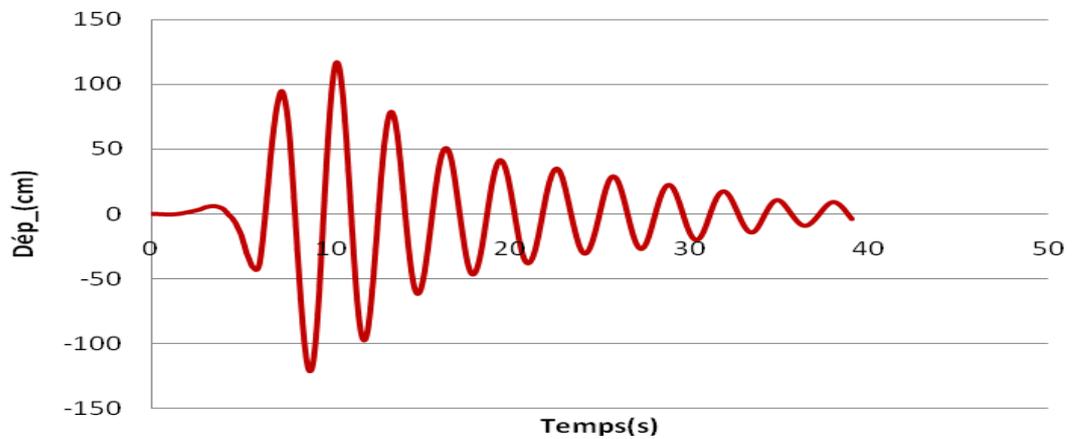


Fig.6.33 : les déplacements de structure de 4étages de dernier niveau sous l'effet de séisme d l'EL Centro (modèle non linéaire).

➤ L'accélération

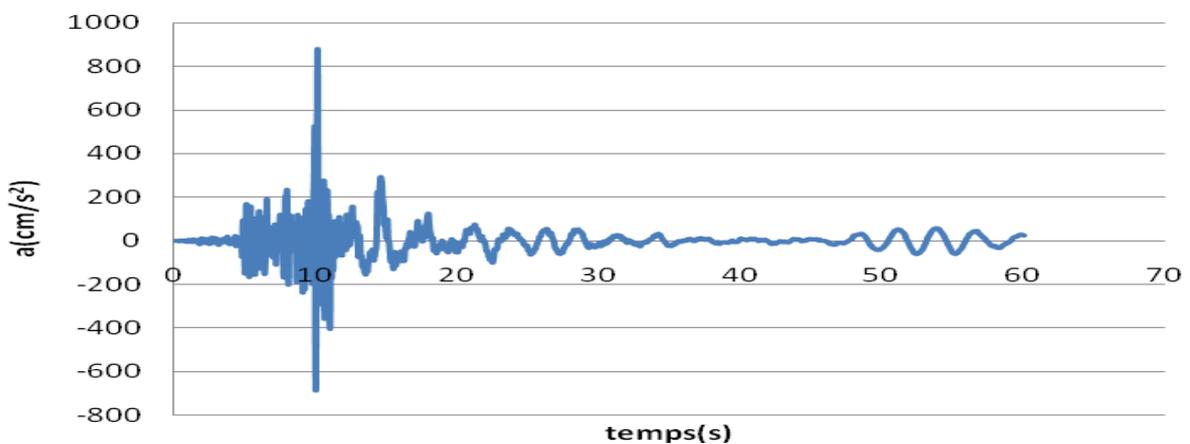


Fig.6.34 : les accélérations de structure de 4étages de dernier niveau sous l'effet de séisme Northridge (modèle non linéaire).

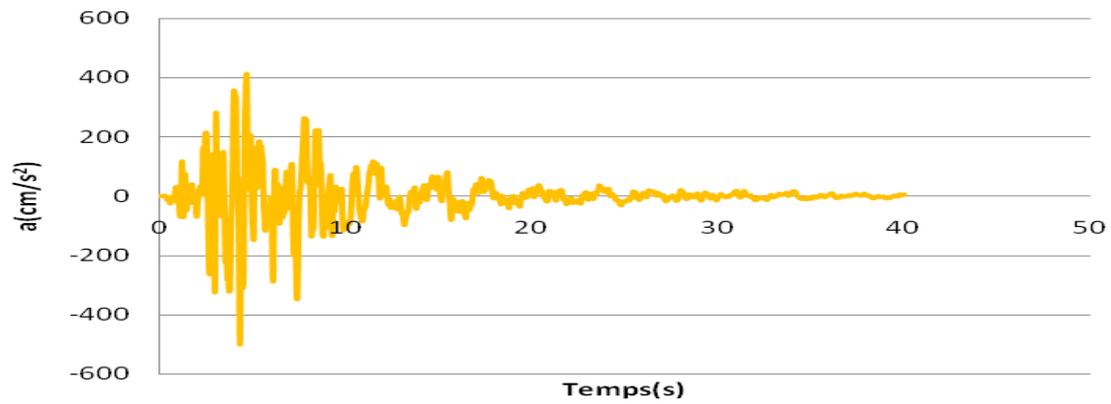


Fig.6.35 : les accélérations de structure de 4étages de dernier niveau sous l'effet de Loma Prieta (modèle non linéaire).

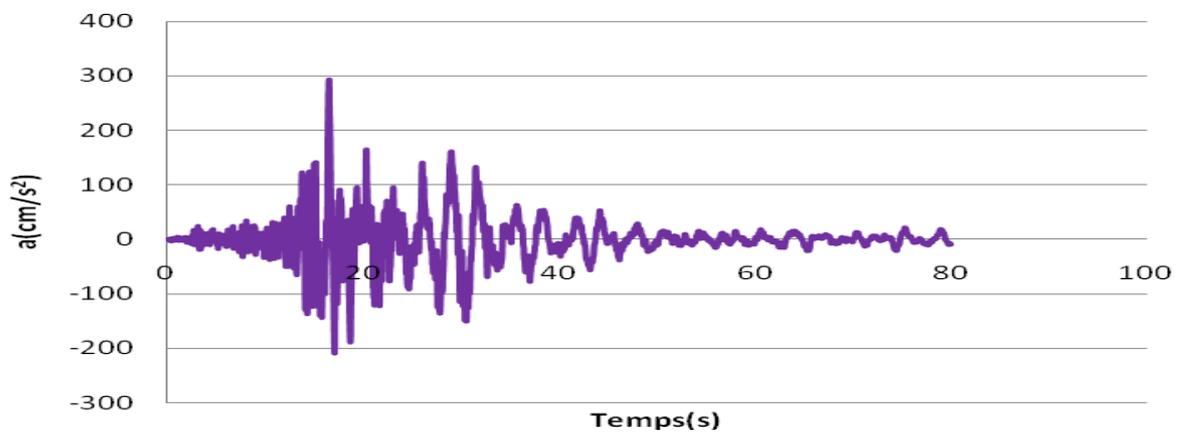


Fig.6.36 : les accélérations de structure de 4étages de dernier niveau sous l'effet de Landers (modèle non linéaire).

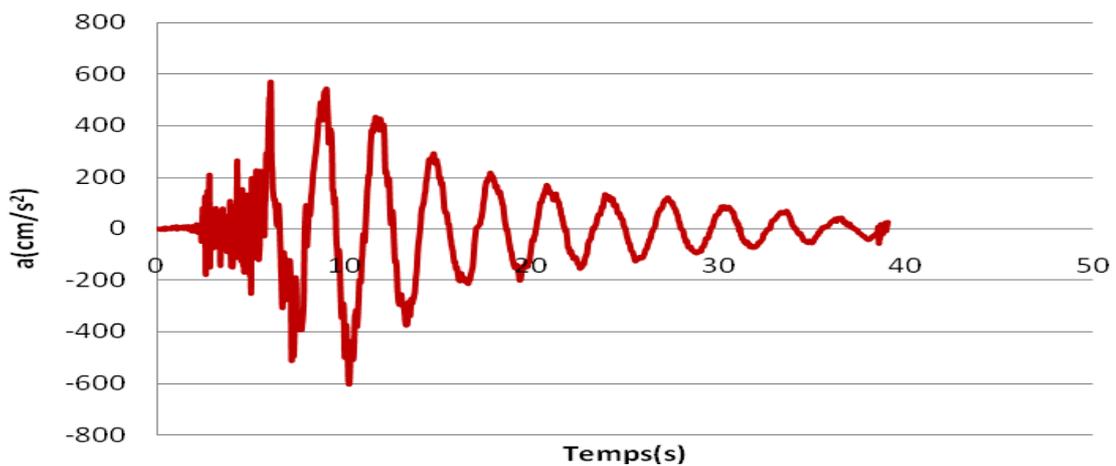


Fig.6.37 : les accélérations de structure de 4étages de dernier niveau sous l'effet de L'EL Centro (modèle non linéaire).

➤ Les efforts des tranchants ;

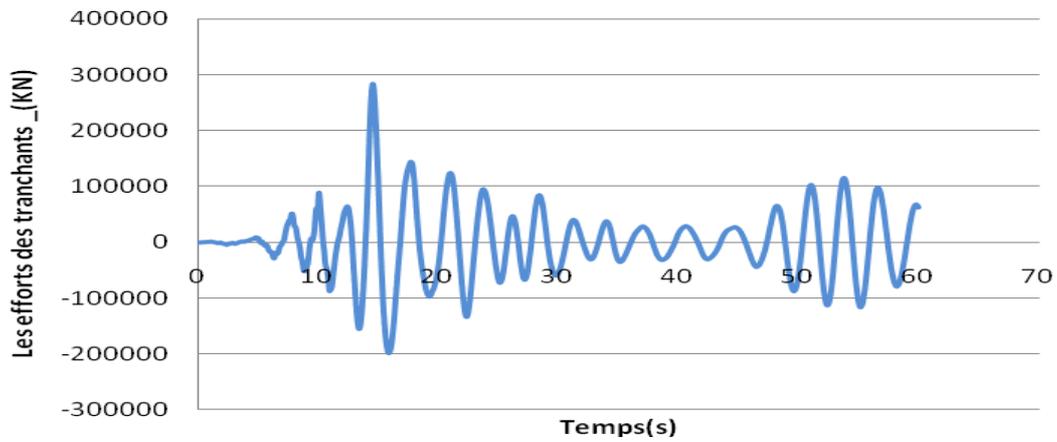


Fig.6.38 : les efforts des tranchants à la base de structure de 4étages sous l'effet de séisme Northridge (modèle non linéaire).

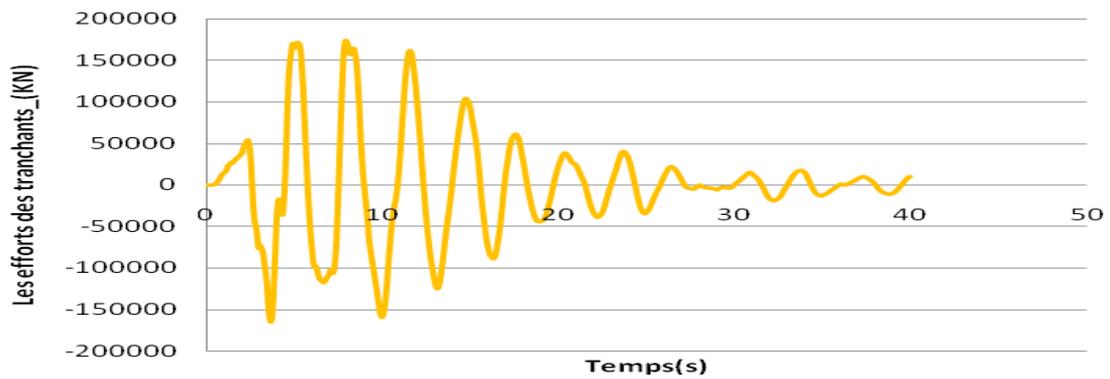


Fig.6.39 : les efforts des tranchants à la base de structure de 4étages sous l'effet de séisme Loma Prieta (modèle non linéaire).

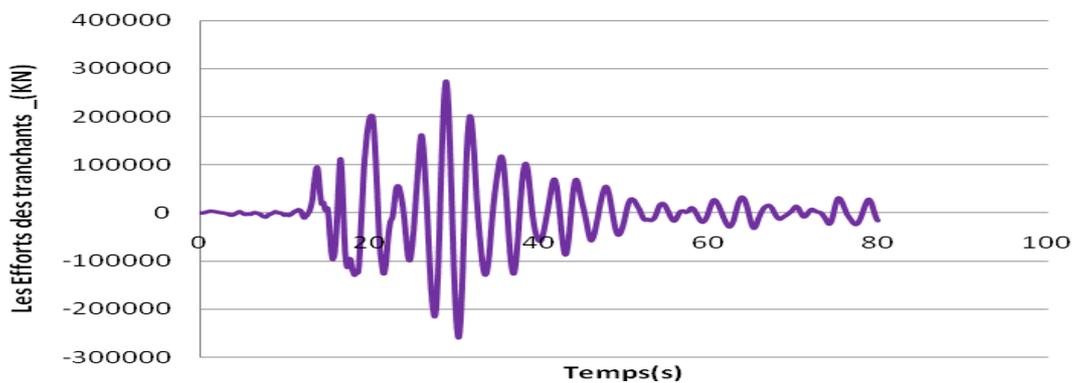


Fig.6.40 : les efforts des tranchants à la base de structure de 4étages sous l'effet de séisme de Landers (modèle non linéaire).

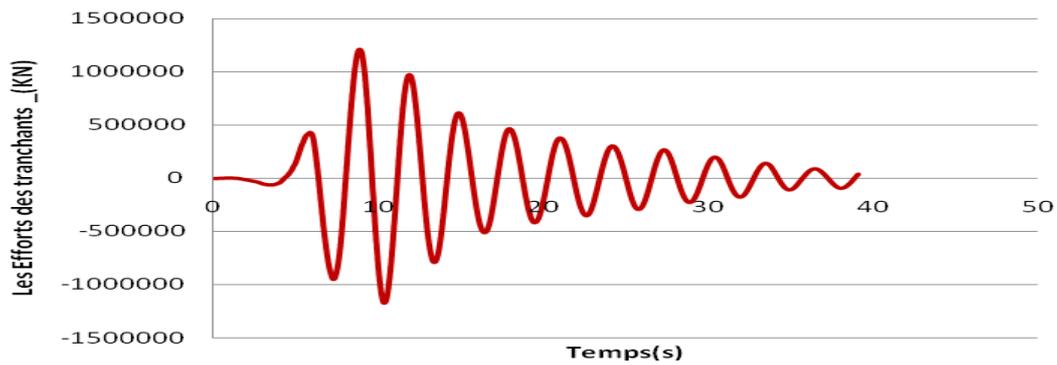


Fig.6.41 : les efforts des tranchants à la base de structure de 4étages sous l'effet de séisme de l'EL Centro (modèle non linéaire).

- Structure n°2(de 10 étages) :

À partir de l'analyse non linéaire par logiciel ETABS, la réponse de structure de 10 étages est illustrée comme suit ;

- Les déplacements

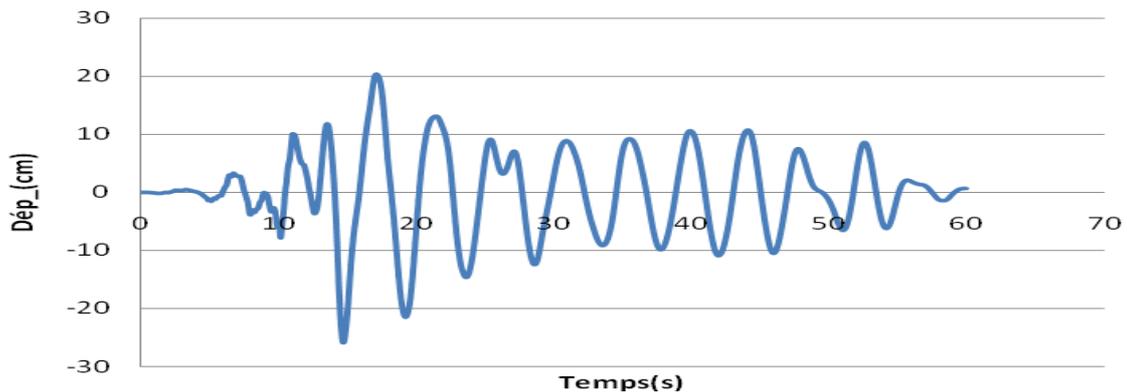


Fig.6.42 : les déplacements de structure de 10 étages de dernier niveau sous l'effet de séisme de Northridge (modèle non linéaire).

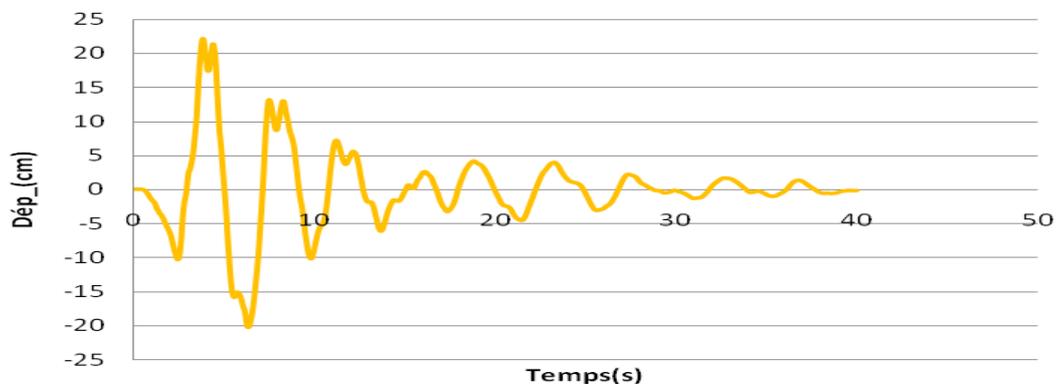


Fig.6.43 : les déplacements de structure de 10 étages de dernier niveau sous l'effet de séisme de Loma Prieta (modèle non linéaire).

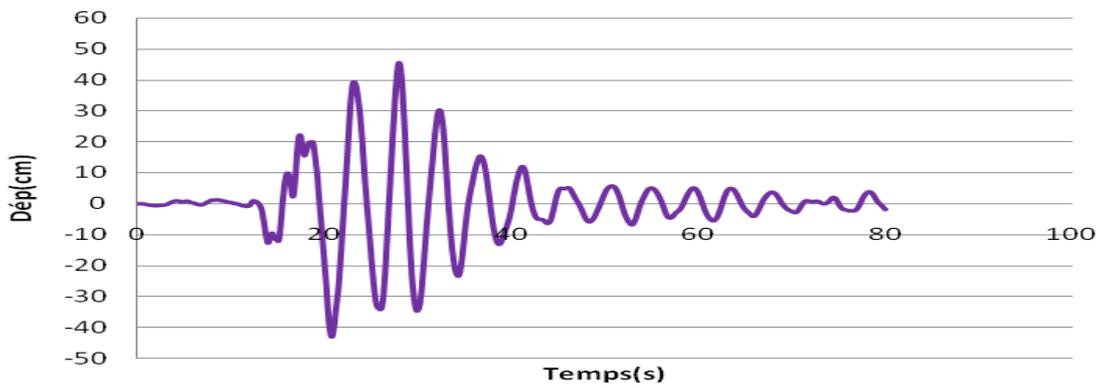


Fig.6.44 : les déplacements de structure de 10 étages de dernier niveau sous l'effet de séisme de Landers (modèle non linéaire).

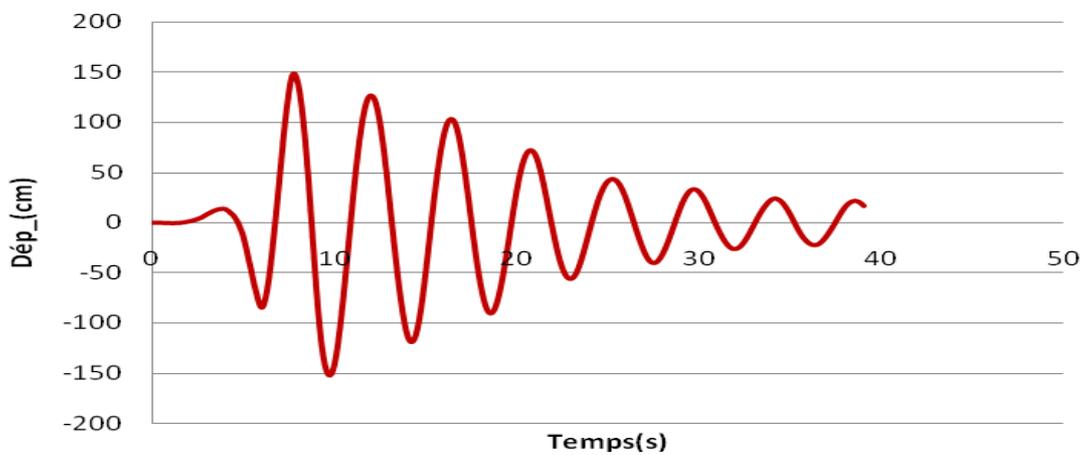


Fig.6.45 : les déplacements de structure de 10 étages de dernier niveau sous l'effet de séisme de l'EL Centro (modèle non linéaire).

➤ L'accélération

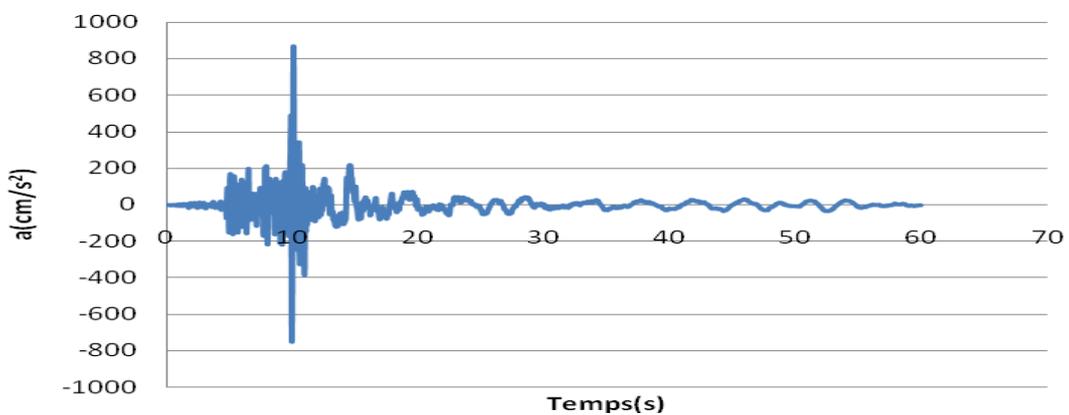


Fig.6. 46 : les accélérations de structure de 10 étages de dernier niveau sous l'effet de séisme de Northridge (modèle non linéaire).

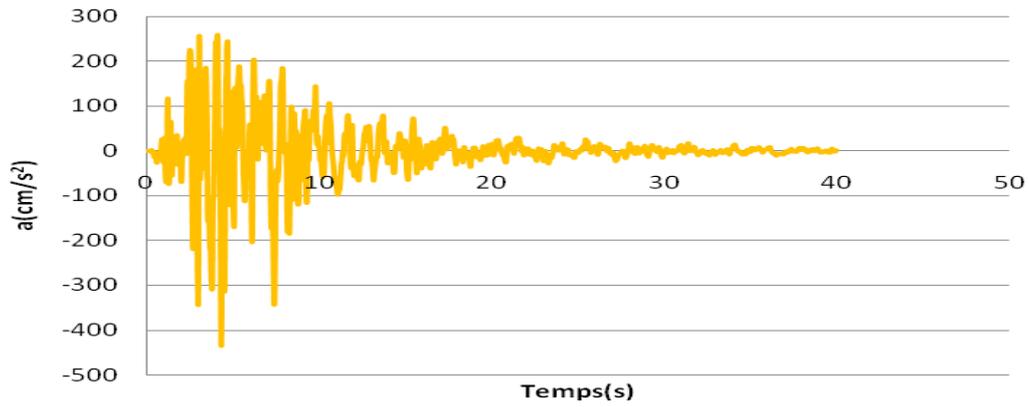


Fig.6. 47 : les accélérations de structure de 10 étages de dernier niveau sous l'effet de séisme de Loma Prieta (modèle non linéaire).

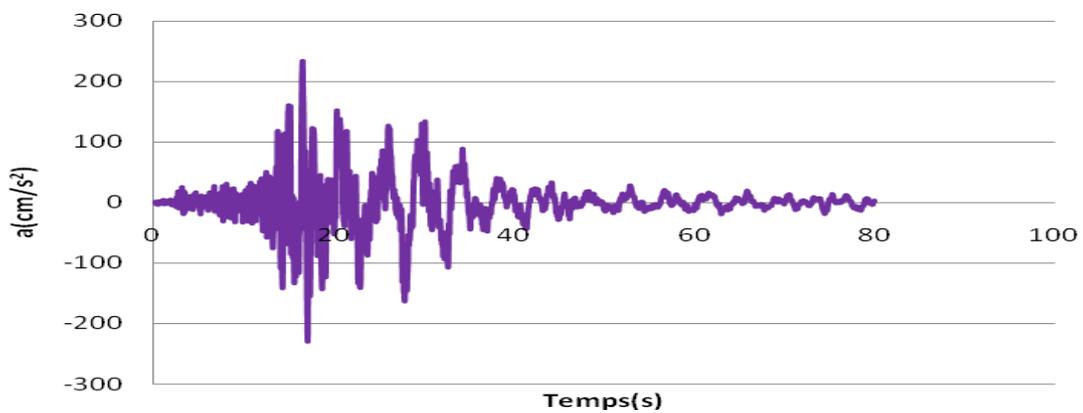


Fig.6. 48 : les accélérations de structure de 10 étages de dernier niveau sous l'effet de séisme de Landers (modèle non linéaire).

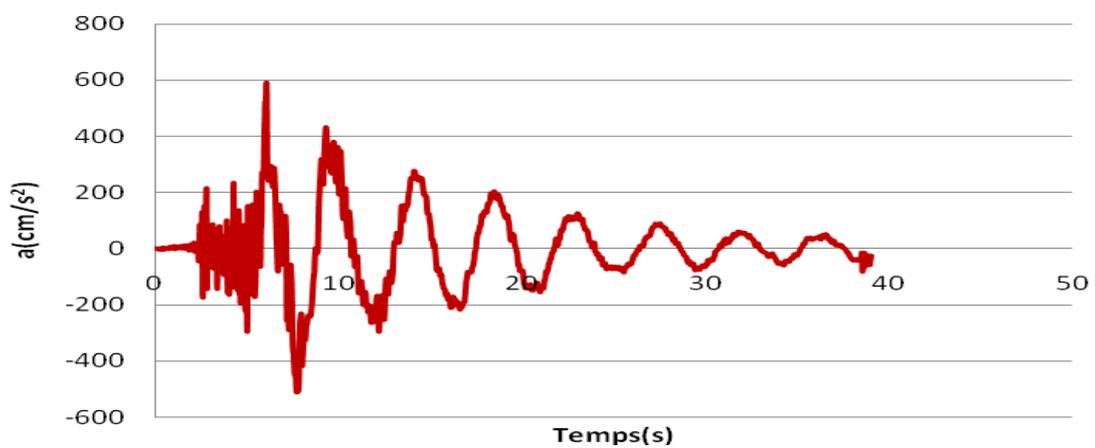


Fig.6. 49 : les accélérations de structure de 10 étages de dernier niveau sous l'effet de séisme de l'EL Centro. (Modèle non linéaire).

➤ Les efforts tranchants ;

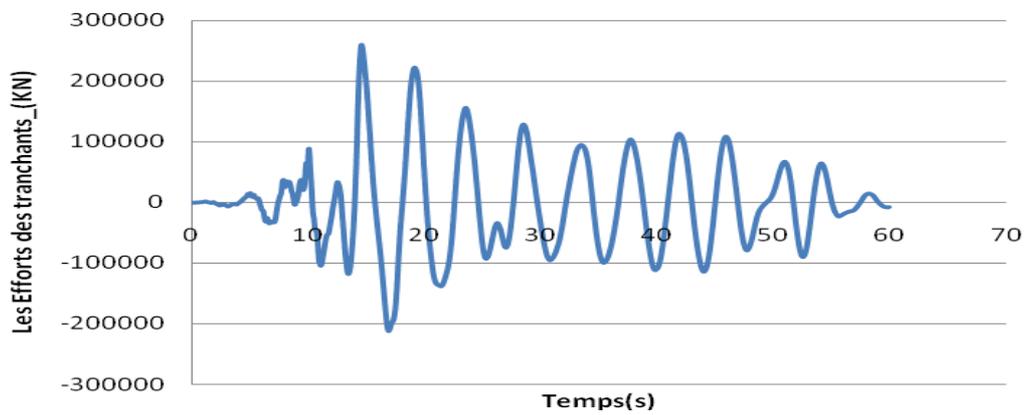


Fig.6.50 les efforts tranchants à la base de structure de 10étages sous l'effet de séisme de Northridge (modèle non linéaire).

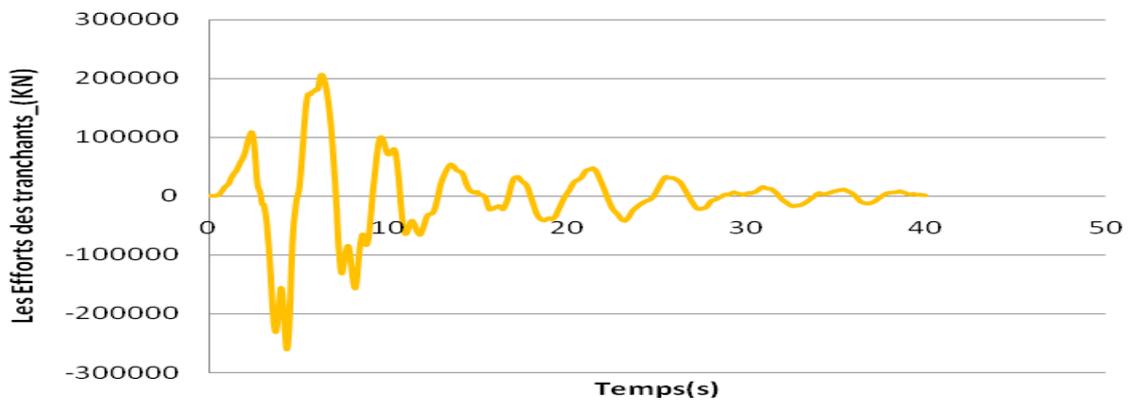


Fig.6.51 : les efforts des tranchants à la base de structure de 10étages sous l'effet de séisme de Loma Prieta (modèle non linéaire).

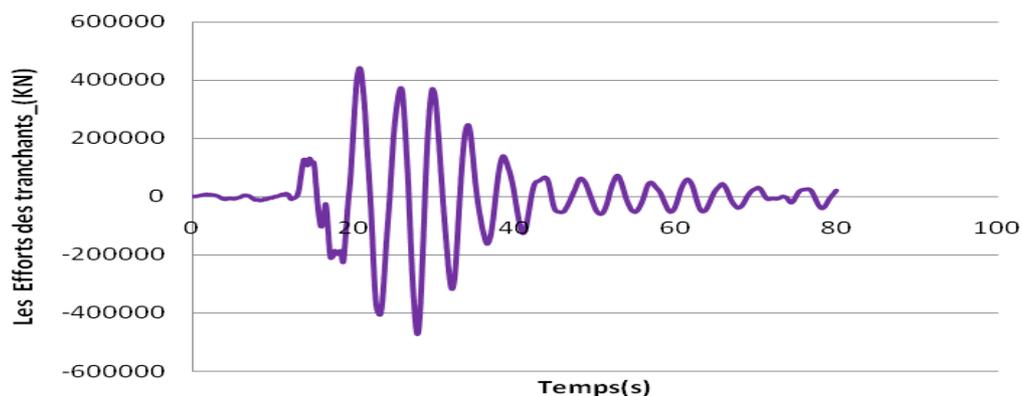


Fig.6.52 : les efforts des tranchants à la base de structure de 10étages sous l'effet de séisme de Landers (modèle non linéaire).

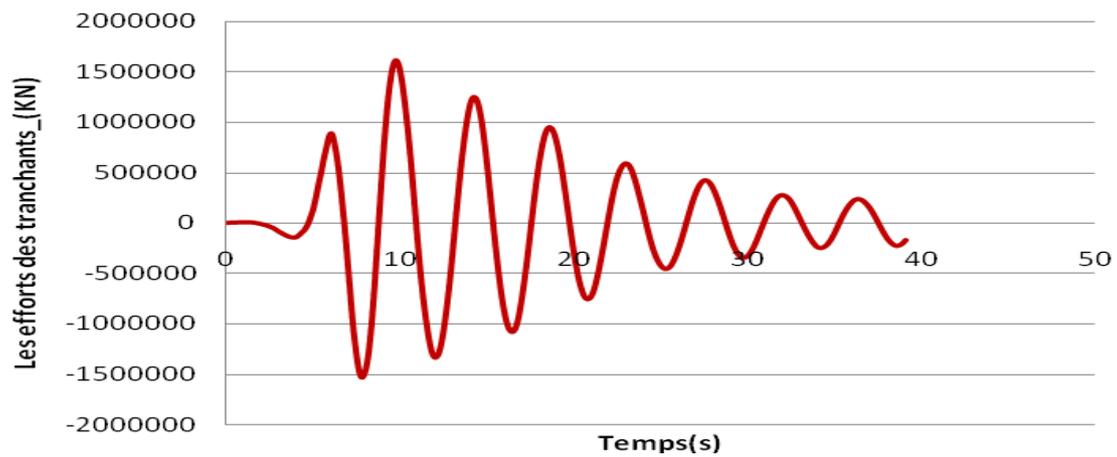


Fig.6.53 : les efforts des tranchants à la base de structure de 10étages sous l'effet de séisme de l'EL Centro (modèle non linéaire).

RESULTATS : PRESENTATION ET COMPARAISON

Dans ce chapitre, nous présentons les différents résultats d'analyse obtenus de la structure à base fixe, à savoir la fréquence et le mode propre afin de les utiliser dans l'analyse de la structure avec isolation à la base respectivement pour le modèle linéaire et le modèle non linéaire ; ainsi que la validation du modèle simplifié développé précédemment.

7.1. Résultats de l'analyse dynamique du modèle à base fixe :

7.1.1. Structure n°1 (de 4 étages) :

D'après les résultats des fréquences du premier et deuxième mode de la structure de 4 étages présentés dans le Tableau 7.1 et la figure 7.1. Nous constatons que l'erreur pour la première fréquence issue de la méthode de Rayleigh Ritz par rapport au logiciel ETABS est égale à 0.04%, et pour la deuxième fréquence l'erreur est de 0.42%. Donc les valeurs de fréquence obtenues par la méthode approchée sont acceptables pour la structure de 4 étages.

		Méthode de Rayleigh RITZ		Logiciel ETABS	
Fréquences		ω_1 (rad/sec)	ω_2 (rad/sec)	ω_1 (rad/sec)	ω_2 (rad/sec)
		8.5177	8.5645	8.5141	8.6004
Modes		ϕ_1	ϕ_2	ϕ_1	ϕ_2
Les niveaux	3	0.0310	-0.0314	0.0304	-0.0304
	2	0.0310	-0.0314	0.0260	-0.0260
	1	0.0206	-0.0209	0.0182	-0.0182
	RDC	0.0105	-0.0105	0.0081	-0.0082

Tableau 7.1 : Résultats d'analyse de structure à base fixe de 4 étages

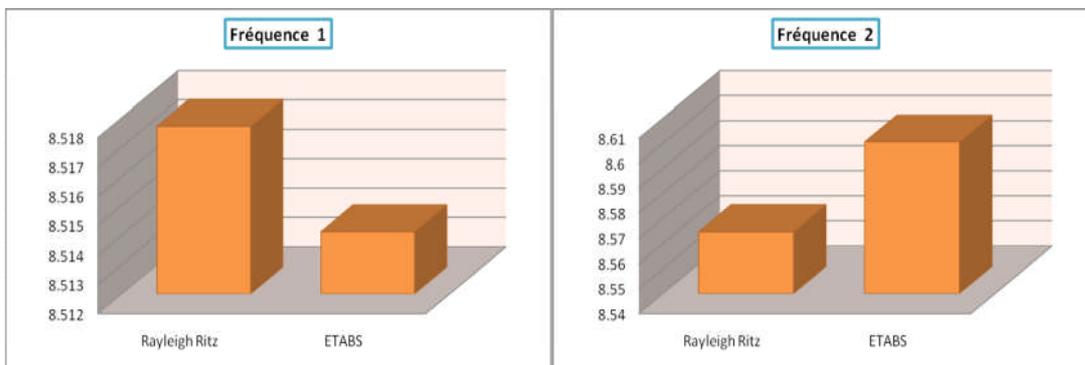


Fig.7.1 : Deux premières fréquences de structure à base fixe de 4étages

Les résultats illustrés ci-dessous dans le tableau7.1, et la figure7.2 présentent la comparaison entre les valeurs des deux modes obtenues par la méthode de Rayleigh Ritz et le logiciel ETABS pour les deux premiers modes de la structure de 4 étages

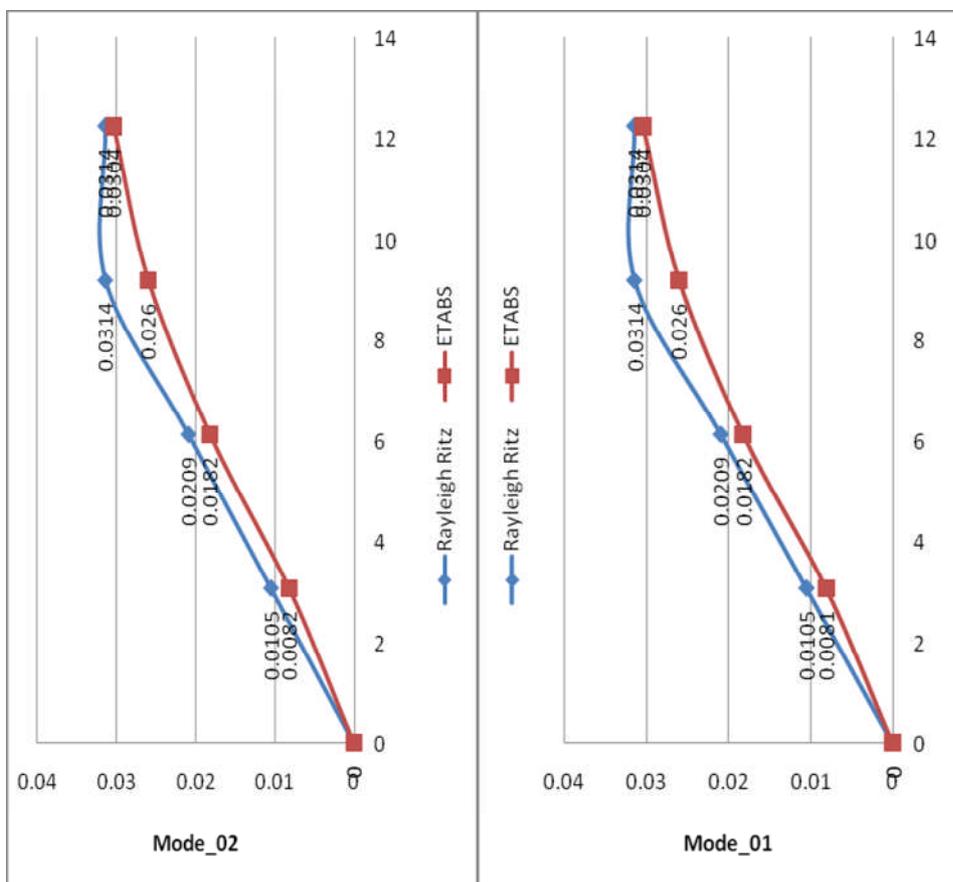


Fig.7.2 : Deux premières modes de structure à base fixe de 4 étages.

7.1.2. Structure n° 2(de 10 étages) :

D'après les résultats des fréquences du premier et deuxième mode de la structure de 10 étages représentés dans le Tableau 7.2 et la figure.7.3, nous remarquons que l'erreur pour la première fréquence obtenue par la méthode de Rayleigh Ritz par rapport à celle donnée par le logiciel ETABS est égale à 0.89%, et pour la deuxième fréquence l'erreur est égale à 7.5%.

		Méthode de Rayleigh RITZ		Logiciel ETABS	
Fréquences		ω_1 (rad/sec)	ω_2 (rad/sec)	ω_1 (rad/sec)	ω_2 (rad/sec)
		3.4346	3.7075	3.4653	3.4486
Modes		ϕ_1	ϕ_2	ϕ_1	ϕ_2
Les niveaux	9	0.0383	0.0383	0.0201	0.0202
	8	0.0383	0.0383	0.0195	0.0196
	7	0.0349	0.0349	0.0184	0.0185
	6	0.0314	0.0314	0.0170	0.0169
	5	0.0279	0.0279	0.0151	0.0151
	4	0.0244	0.0244	0.0129	0.0129
	3	0.0209	0.0209	0.0105	0.0104
	2	0.0174	0.0174	0.0078	0.0077
	1	0.0139	0.0139	0.0050	0.0049
	RDC	0.0070	0.0070	0.0021	0.0021

Tableau .7.2 : Résultats d'analyse de structure à base fixe de 10 étages

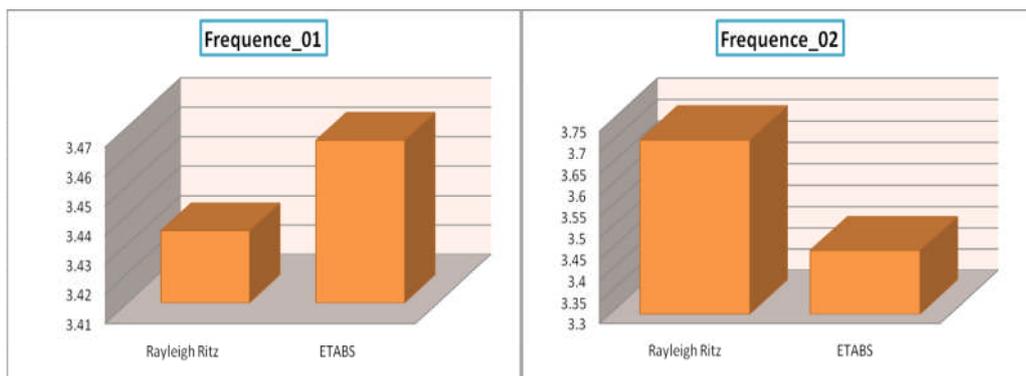


Fig.7. 3 : Deux premières fréquences de structure à base fixe de 10 étages

Les résultats illustrés dans le tableau 7.2 et le figure.7.4 présentent la comparaison entre les valeurs des deux modes entre la méthode de Rayleigh Ritz et le logiciel ETABS pour la structure à 10 étages.

- A partir de ce résultat obtenu pour la première fréquence (mode fondamentale) de la structure de 10 étages, on peut dire que : cette valeur est acceptable par rapport à celle obtenue par le logiciel ETABS.

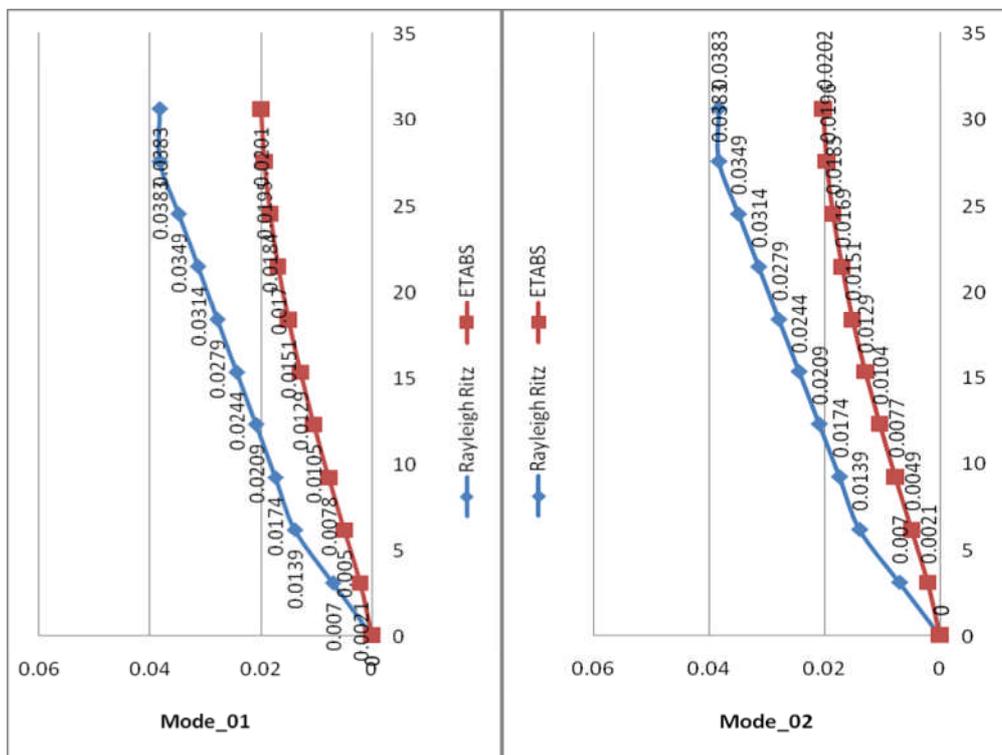


Fig.7.4 : Deux premières modes de structure à base fixe de 10 étages.

7.2. Résultats de l'analyse dynamique du modèle avec isolation parasismique :

À partir des fréquences obtenues par la méthode approchée de Rayleigh Ritz pour la structure à base fixe de 4 et de 10 étages pour déterminer le déplacement de conception selon le règlement de l'IBC2000. Nous remarquons ce qui suit :

- Dans les structure à base fixe et à base isolée de 4 étages avec respectivement une période $T_0 = 0.7376$ sec et $T_{isolée} = 2.5$ sec qui correspondent à un déplacement de conception $D_d = 0.207m$ est inférieur à celui du règlement de l'IBC 2000 équivalant à $0.30m$.
- Dans les structures à base fixe et à base isolée de 10 étages avec respectivement une période $T_0 = 1.8210$ sec et $T_{isolée} = 5.4630$ sec qui correspondent à un déplacement de conception $D_0 = 0.4525m$ est supérieur à celui préconisé par le règlement de l'IBC 2000 équivalant à $0.30m$. Dans ce cas nous somme dans l'obligation d'utiliser $T_{isolée} = 3.5$ sec car cette période se trouvant dans l'intervalle qui donne un déplacement de conception égale à $0.2899m$ inférieur au déplacement critique préconisé par le règlement.

Les résultats de ces paramètres dynamiques pour chacune des deux structures sont détaillés comme suit :

7.2.1. Structure de 4 et 10 étages (modèle linéaire) :

Dans le Tableau.7.3 nous présentons la réponse maximale de la structure de 4 et de 10 étages du modèle linéaire du système d'isolation parasismique en barreau de plomb LRB (Lead Rubber Bearing) sous les effets sismiques.

	Sollicitation sismique	Déplacement (cm)	Accélération (cm /s ²)	Effort tranchant (KN)
Structure de 4 étages	Northridge	30.894	888.002	357489.025
	Loma Prieta	18.464	489.055	215216.429
	Landers	26.128	311.6701	303052.997
	EL Centro	104.611	591.228	1214507.127
Structure de 10 étages	Northridge	25.044	867.228	270660.881
	Loma Prieta	21.605	420.776	260741.784
	Landers	37.891	235.776	416073.761
	EL Centro	164.762	598.871	1892644.261

Tableau 7.3 : Résultats d'analyse de structure avec isolation parasismique de 4 et de 10 étages.

D'après ces résultats et les figures ci-dessous nous tirons les remarques suivantes ;

La figure.7.5 illustre la comparaison des déplacements pour les derniers niveaux de structure de 4 et de 10 étages sous l'effet sismique de Northridge.

Le déplacement maximal de la structure de 4 étages est égale à 30.894 cm pour une durée (T=14.58 sec). Quant à la structure de 10 étages le déplacement maximale est égale à 25.044 cm pour une durée (T=14.68 sec).

On résulte que l'amplification de ce dernier est considérablement réduite tous les 60 secs (durée de sollicitation par rapport à la structure de 4 étages). Ceci implique la réduction des sollicitations sismiques sous l'effet du système d'isolation LRB (Lead Rubber Bearing).

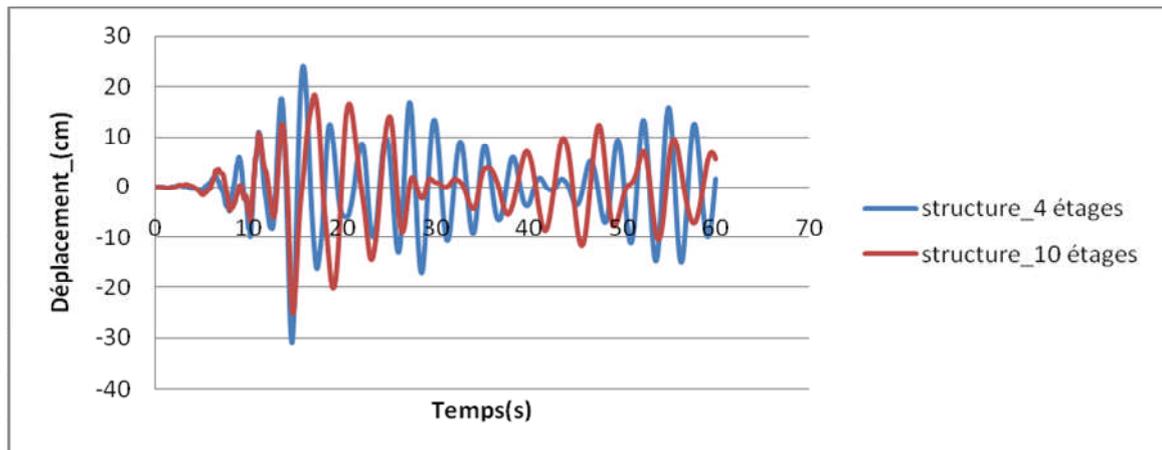


Fig.7.5 : Comparaison entre déplacement du dernier niveau de la structure de 4 et de 10 étages sous sollicitation sismique de Northridge (modèle linéaire).

La figure .7.6 représente la comparaison des accélérations du dernier niveau de la structure de 4 et 10 étages sous l'accélération du séisme de Northridge égale à 865.965 cm/s^2 . On observe que les accélérations des deux structures sont quasi égales durant l'intervalle des 10 premières secondes.

- L'accélération maximale de la structure de 4 étages est 888.002 cm/s^2 en ($T=10.12\text{sec}$) ;
- L'accélération maximale de la structure de 10 étages égale à 867.228 cm/s^2 en ($T=10.12\text{sec}$).

On résulte que l'allongement de la période donne un facteur d'amplification d'accélération faible de la superstructure pour les derniers niveaux des structures de 4 et 10 étages.

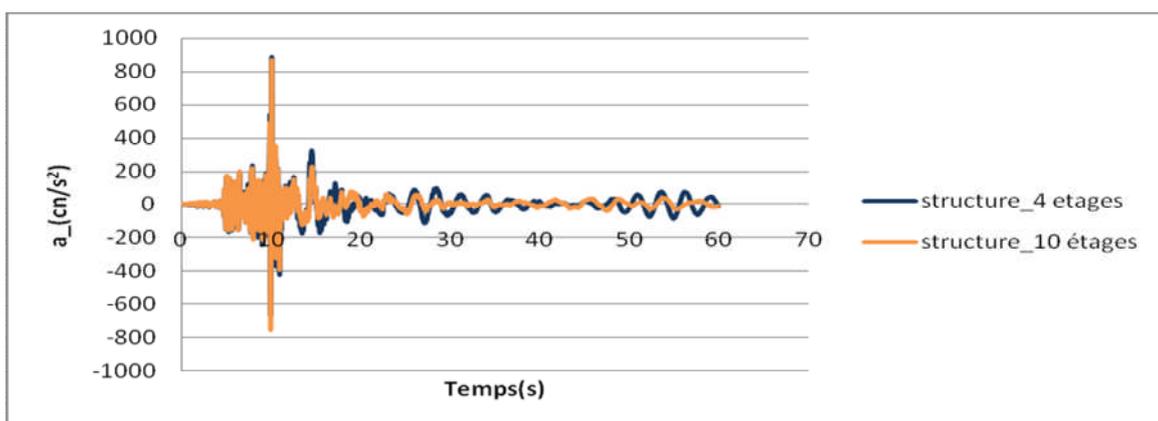


fig.7.6 : Comparaison entre les accélérations du dernier niveau de la structure de 4 et de 10 étages sous sollicitation sismique de Northridge (modèle linéaire).

La figure.7.7 montre une comparaison entre les efforts tranchants à la base de la structure de 4 et de 10 étages sous l'effet sismique de Northridge. Les remarques tirées de cette comparaison sont :

- Pour la structure à 4 étages, l'effort tranchant maximal et le déplacement maximal sont obtenus pour le même temps d'excitation.
- Pour la structure à 10 étages, le modèle linéaire d'isolateur a donné un effort tranchant maximal inférieur à celui obtenu pour la structure à 4 étages. Cela est une contradiction à la pratique ; (structure à base fixe, l'effort tranchant à la base augmente avec le nombre d'étages). La raison explique ce résultat est : pour la structure de 10 étages, le système d'isolation parasismique LRB travaille avec grande vitesse ce qui produit une grande dissipation d'énergie accompagnée d'une diminution des efforts tranchants jusqu'à la période de 30sec ; or les efforts tranchants sont presque nuls, et après cette période, le système d'isolation arrive à réguler les efforts dans les périodes restantes.

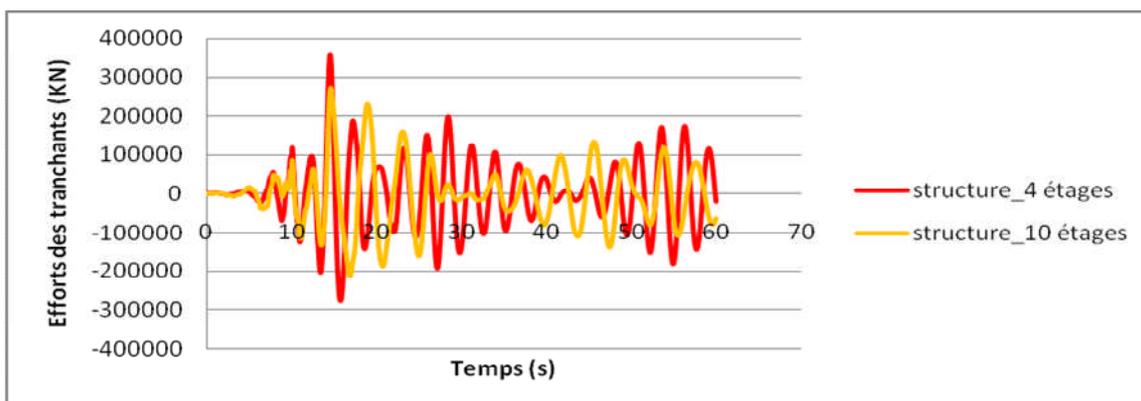


Fig.7.7 : Comparaison entre les efforts tranchants à la base de la structure de 4 et de 10 étages sous sollicitation sismique de Northridge (modèle linéaire).

La figure 7.8 ci-dessous montre une comparaison entre les déplacements de dernier niveau de la structure de 4 et de 10 étages sous l'effet sismique de l'enregistrement Loma Prieta.

Le déplacement maximale de la structure de 4 étages est égal à 18.464 cm pour une durée ($T=7.88\text{sec}$), pour la structure de 10 étages le déplacement maximale est égale à 21.605 pour une durée ($T=3.80\text{sec}$).

On résulte que sous une accélération de sol inférieure à celle de Northridge les paramètres de modèle linéaire d'isolateur obtenus de la structure de 10 étages, les déplacements sont amplifiés par rapport à ceux de la structure de 4 étages pendant toute la durée de sollicitation.

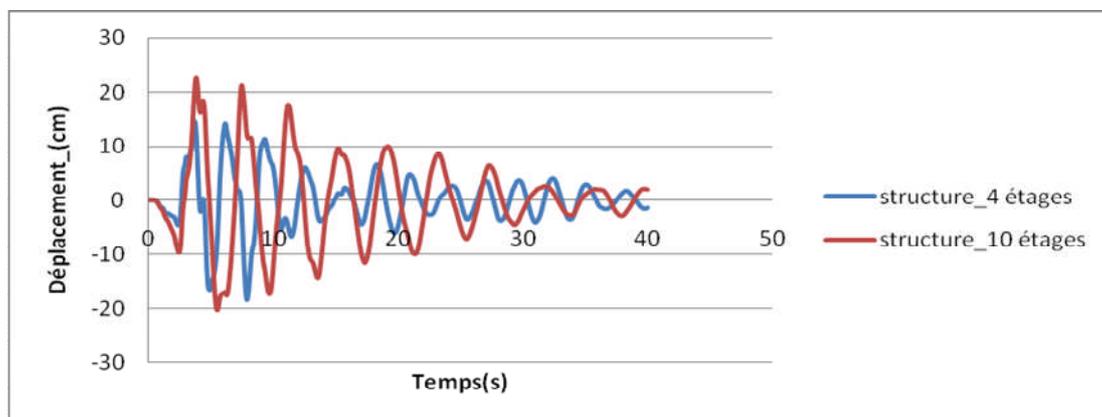


Fig7.8 : comparaison entre déplacement du dernier niveau de la structure de 4 et de 10 étages sous sollicitation sismique de Loma Prieta (modèle linéaire).

La figure .7.9 illustre une comparaison des accélérations des derniers niveaux de la structure de 4 et de 10 étages sous accélération de sol de séisme de Loma Prieta égal à 469.384 cm/s^2 .

- L'accélération maximale de la structure de 4 étages égale à 489.055 cm/s^2 pour une durée ($T=3.80 \text{ sec}$),
- L'accélération maximale de la structure de 10 est égale à 420.776 cm/s^2 pour une durée ($T=4.36 \text{ sec}$).

On remarque qu'avec les paramètres de modèle linéaire d'isolateur LRB (Lead Rubber Bearing) on a obtenu une diminution des accélérations de dernier niveau de la structure de 10 étages par rapport à l'autre.

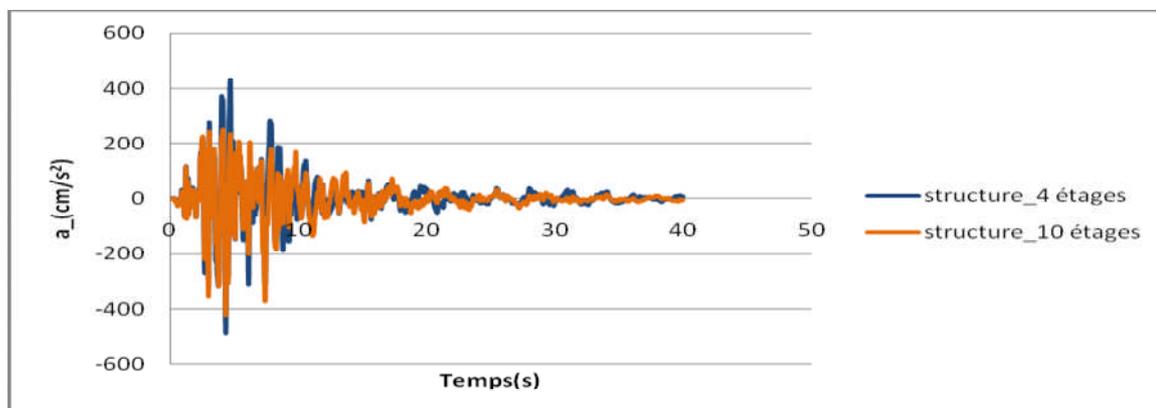


Fig.7.9 : comparaison entre accélération de dernier niveau de la structure de 4 et de 10 étages sous sollicitation sismique de Loma Prieta (modèle linéaire).

La figure 7.10 représente une comparaison des efforts tranchants à la base de la structure de 4 et de 10 étages sous l'effet sismique de Loma Prieta. Les remarques tirées de cette comparaison sont :

- Les efforts tranchants de dernier niveau de structure de 10 étages supérieur à ceux de 4 étages par ce que les efforts tranchants s'augmentent en parallèle avec les déplacements.
- La sollicitation exercée sur le système d'isolation parasismique LRB (Lead Rubber Bearing) produit une dissipation d'énergie moins à celle obtenue par l'enregistrement de Northridge, avec une diminution régulière de l'incrément des efforts tranchants pendant toute la durée de sollicitation.

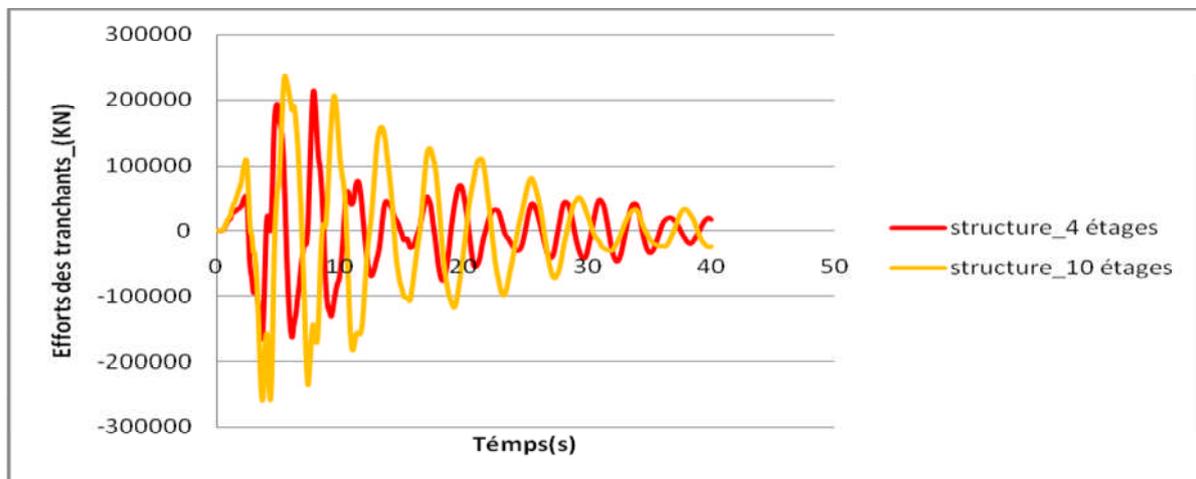


Fig.7.10 : comparaison entre les efforts des tranchants à la base de la structure de 4 et de 10 étages sous sollicitation sismique de Loma Prieta (modèle linéaire).

La figure 7.11 ci-dessous montre une comparaison des déplacements de la structure de 4 et de 10 étages sous sollicitation sismique de Landers.

Le déplacement maximal de première structure égale à 26.128 cm pour durée ($T=30.22\text{sec}$), et pour la deuxième structure le déplacement maximal égale à 37.891cm pour durée ($T=20.72\text{sec}$).

On résulte que pour une accélération de sol faible par rapport à l'accélération de Loma Prieta, la structure de 10 étages donne une amplification des déplacements en plus.

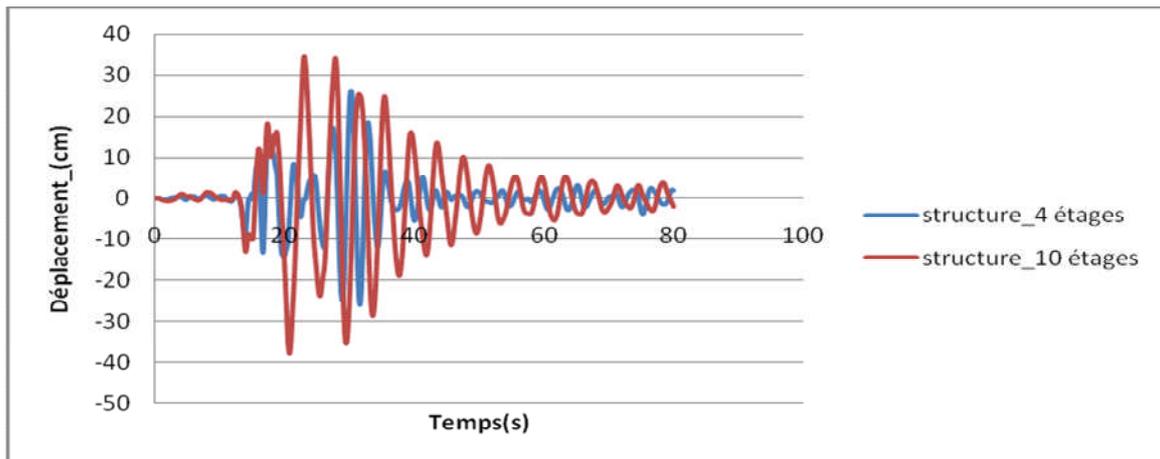


Fig.7.11 : comparaison déplacement dernier niveau de la structure de 4 et de 10 étages sous sollicitation sismique de Landers (modèle linéaire).

La figure .7.12 montre une comparaison des accélérations des derniers niveaux de la structure de 4 et de 10 étages sous accélération de sol de séisme de Landers égal à 240.016 cm/s^2 .

- L'accélération maximale de la structure de 4 étages égale à 311.6701 cm/s^2 pour une durée ($T=16.64 \text{ sec}$).
- L'accélération maximale de dernier niveau de structure de 10 étages égale à 235.776 cm/s^2 pour une durée ($T=4.36 \text{ sec}$).

On remarque que les paramètres de modèle linéaire pour l'isolateur LRB (Lead Rubber Bearing) ont donné une diminution de l'accélération de dernier niveau de la structure de 10 étages par rapport à l'autre.

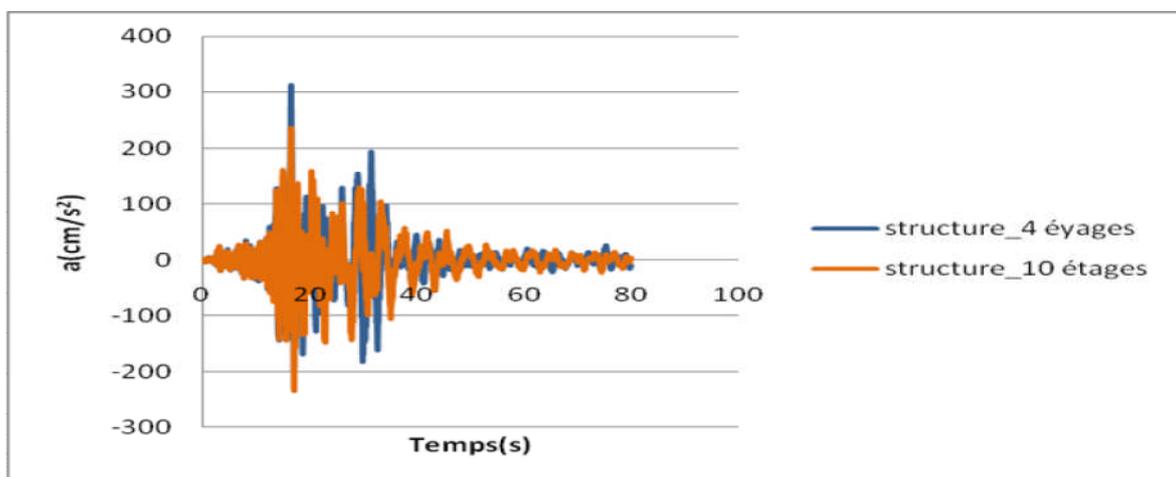


Fig.7.12 : comparaison des accélérations dernier niveau de la structure de 4 et de 10 étages sous sollicitation sismique de Landers (modèle linéaire).

La figure .7.13 illustre une comparaison entre les efforts des tranchants à la base de la structure de 4 et de 10 étages sous l'effet sismique de Landers. Les remarques tirées de cette comparaison sont :

- Pour la structure à 4 étages, l'effort tranchant maximal et le déplacement maximal sont obtenus pour le même temps d'excitation.
- Par ailleurs l'excitation dans système d'isolation parasismique LRB (Lead Rubber Bearing) produit une dissipation faible pour les premiers 10 seconds, avec augmentation rapide des efforts tranchants entre (10 et 30 sec), et après une durée de 30 sec , l'isolateur arrive à réguler l'incrément entre les efforts dans les périodes restantes.

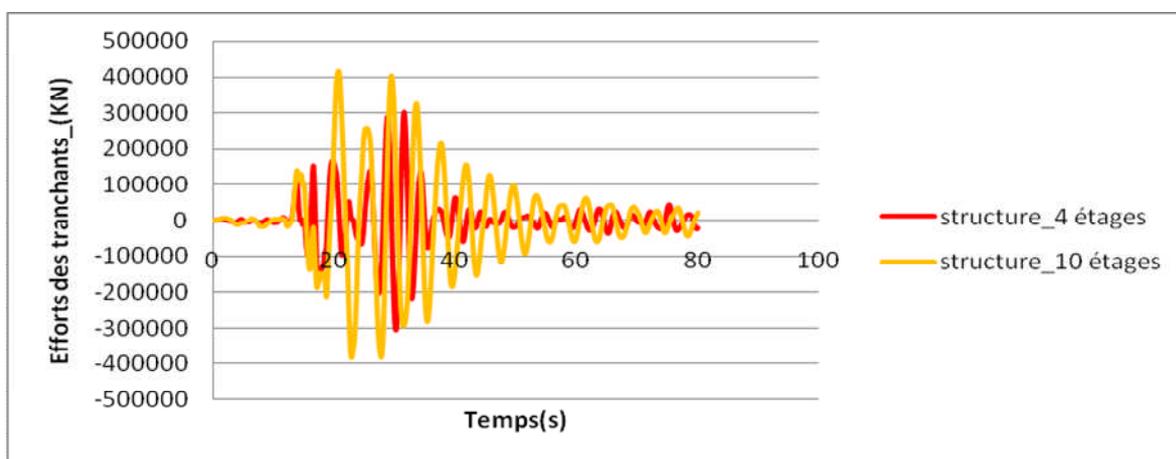


Fig.7.13 : comparaison des efforts des tranchants à la base de la structure de 4 et de 10 étages sous sollicitation sismique de Landers (modèle linéaire).

La figure 7.14 montre une comparaison entre les déplacements de dernier niveau de la structure de 4 et de 10 étages sous l'effet sismique de l'EL Centro.

Le déplacement maximal de structure de 4 étages est égal à 104.611cm pour une durée ($T=8.69\text{sec}$), et pour la structure de 10 étages le déplacement maximal est égal à 164.762 cm pour une durée ($T=9.54\text{sec}$).

On observe que les déplacements pour deux structure ont dépassé 1 mètre à la durée de sollicitation égale à 39,10 sec avec un pas (incrément) de temps 0.01 sec , ces valeurs sont faibles par rapport aux celles des autres sollicitations.

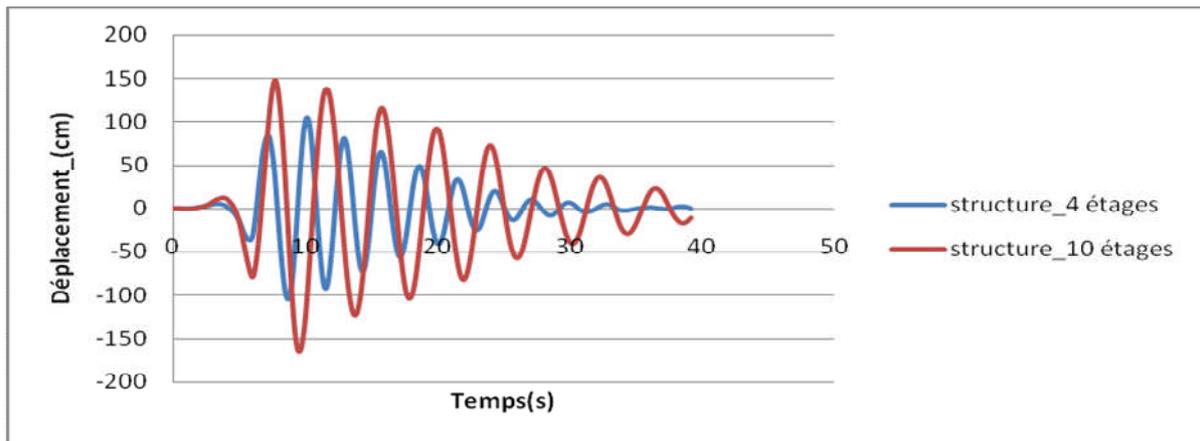


Fig.7.14 : comparaison déplacement dernier niveau de la structure de 4 et de 10 étages sous sollicitation sismique de l'ELCentro (modèle linéaire).

La figure.7.15 montre une comparaison des accélérations des derniers niveaux de la structure de 4 et de 10 étages sous accélération de sol de séisme de l'EL Centro égal à 428.016 cm/s^2 .

- L'accélération maximale de la structure de 4 étages égale à pour une dur 591.228 cm/s^2 en ($T=10.06 \text{ sec}$).
- L'accélération maximal de dernier niveau de la structure de 10 étages égale à 598.871 cm/s^2 pour une durée ($T=6.10 \text{ sec}$).

On remarque que le dernier niveau de la structure de 10 étages, ayant une légère amplification des accélérations par rapport à l'autre.

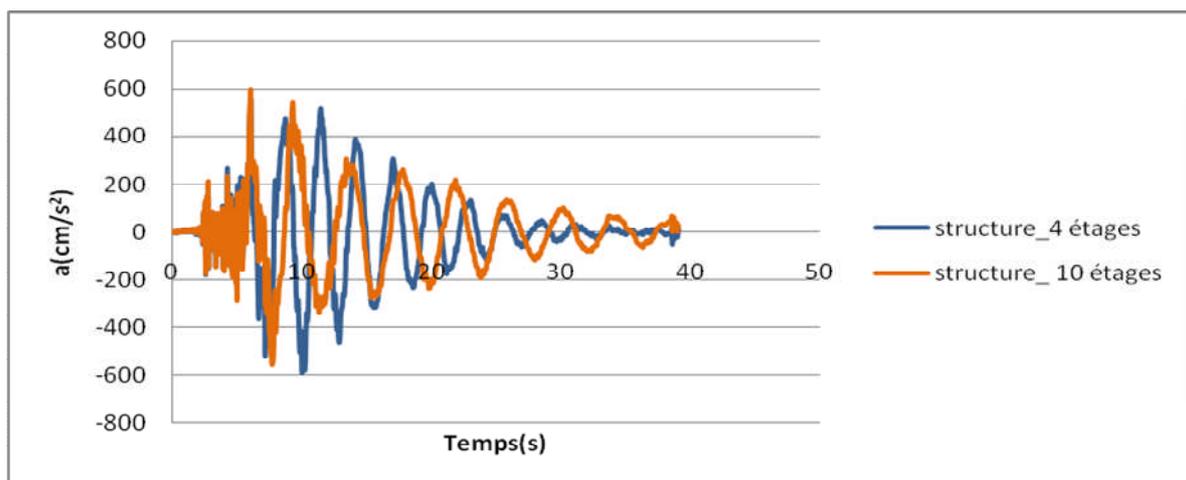


Fig.7.15 : comparaison les accélérations dernier niveau de la structure de 4 et de 10 étages sous sollicitation sismique de l'ELCentro (modèle linéaire).

La figure .7.16 montre une comparaison entre les efforts des tranchants à la base de la structure de 4 et de 10 étages sous l'effet sismique de L'EL Centro.

- On observe que le système d'isolation parasismique LRB (Lead Rubber Bearing) travaille avec une faible vitesse ce qui produit une dissipation d'énergie régulière accompagnée d'une diminution des efforts tranchants à partir de 10 sec jusqu'à la fin de la durée de sollicitation.

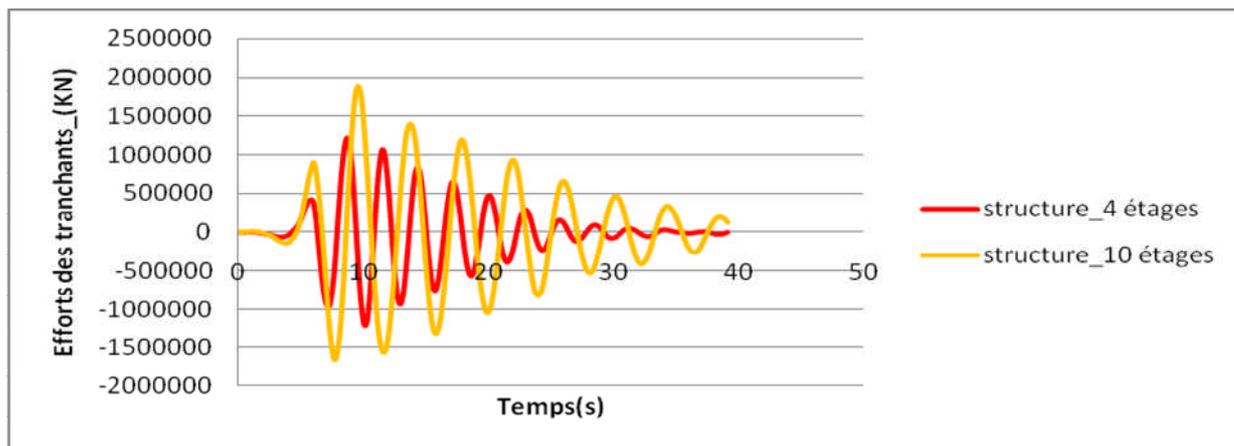


Fig.7.16 : comparaison entre les efforts tranchants à la base de la structure de 4 et de 10 étages sous sollicitation sismique de l'ELCentro (modèle linéaire).

7.2.2. Structure de 4 et 10 étages (comparaison entre le modèle linéaire et le modèle bilinéaire)

Les figures (7.17 et 7.18), illustrent une comparaison entre le modèle bilinéaire et le modèle linéaire en fonction des déplacements de dernier niveau de la structure de 4 et de 10 étages sous l'effet de séisme de Northridge, Loma Prieta, Landers et EL Centro.

On observe que le rapport des déplacements maximaux, entre les deux modèles, s'accroît par une valeur égal à 0.918, pour la structure de 4 étages dans l'exemple de séisme Northridge et par une valeur égal à 0.933, pour la structure de 10 étages dans l'exemple de séisme de l'EL Centro ; d'une part. Et d'autre part ce rapport se diminue par une valeur égal à 1.046, pour la structure de 4 étages dans l'exemple de séisme Landers et par une valeur égal à 1.025, pour la structure de 10 étages dans l'exemple de séisme de Loma Prieta, voir Tableau 7.4.

On conclut qu'on peut représenter le système d'isolation parasismique LRB (Lead Rubber Bearing) par l'un des deux modèles respectivement bilinéaire et linéaire parce que les déplacements obtenus des deux modèles sont presque identique ainsi que leurs allures d'allongement de la superstructure.

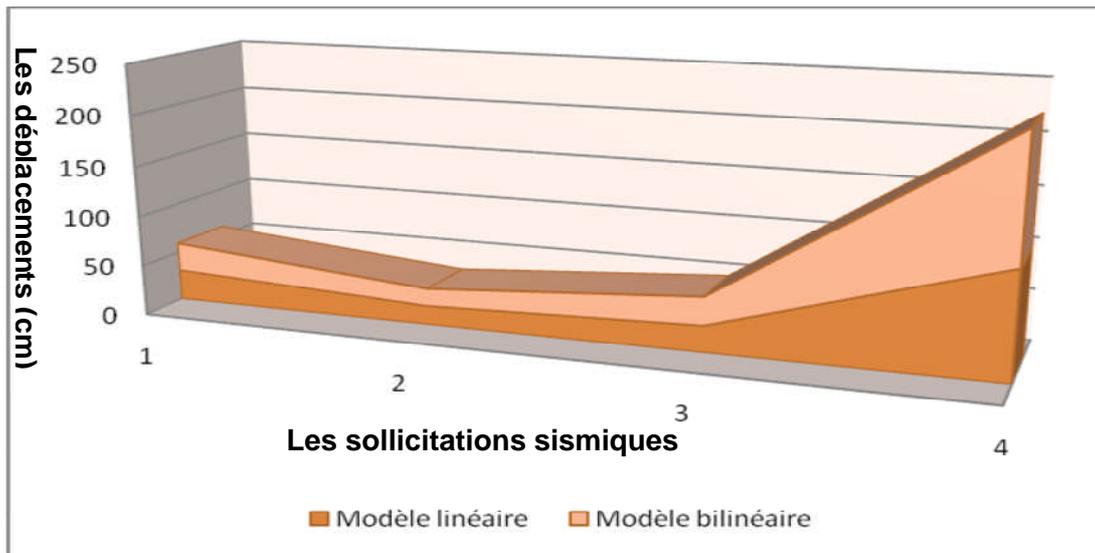


Fig.7.17 : comparaison entre le modèle linéaire et le modèle bilinéaire pour les déplacements de dernier niveau de la structure de 4 étages

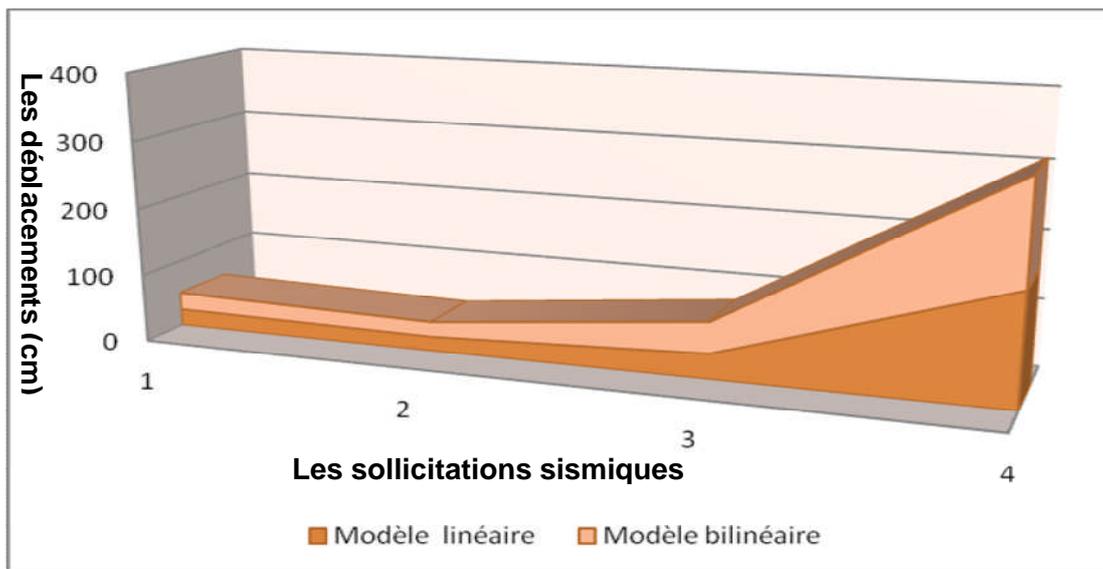


Fig.7.18 : comparaison entre le modèle linéaire et le modèle bilinéaire pour les déplacements de dernier niveau de la structure de 10 étages

	Sollicitations sismiques	Déplacements (cm)	Accélération (cm/s ²)	Efforts tranchants (KN)	Rapports entre le modèle non linéaire et le modèle linéaire		
					Dép	Acc	Eff. T
Structure de 4 étages	Northridge	28.372	685.415	283692.618	0.918	0.772	0.079
	Loma Prieta	17.364	500.848	174253.741	0.940	1.024	0.810
	Landers	27.326	294.026	273487.248	1.046	0.943	0.902
	EL Centro	121.213	602.832	1212142.646	1.159	1.020	0.998
Structure de 10 étages	Northridge	25.832	871.081	260488.7625	1.031	1.004	0.096
	Loma Prieta	22.151	436.259	261303.217	1.025	1.034	0.999
	Landers	45.633	233.327	473110.71	1.204	0.990	1.137
	EL Centro	152.059	591.041	1613307.829	0.933	0.987	0.085

Tableau.7.4 : Résultats d'analyse de structure avec isolation parasismique de 4 et de 10 étages (modèle non linéaire)

Les figures (7.19 et 7.20), représentent une comparaison entre le modèle bilinéaire et le modèle linéaire en fonction des accélérations de dernier niveau de la structure de 4 et de 10 étages sous l'effet de séisme de Northridge, Loma Prieta, Landers et EL Centro.

On observe que le rapport des accélérations maximales, entre les deux modèles, s'accroît par une valeur égal à 0.943, pour la structure de 4 étages dans l'exemple de séisme Landers et par une valeur égal à 0.987, pour la structure de 10 étages dans l'exemple de séisme de l'EL Centro ; d'une part. Et d'autre part ce rapport se diminue par une valeur égal à 1.024, pour la structure de 4 étages dans l'exemple de séisme Loma Prieta et par une valeur égal à 1.004, pour la structure de 10 étages dans l'exemple de séisme Northridge, voir Tableau 7.4.

On résulte que, d'après les rapports entre les valeurs produites par le modèle bilinéaire et le modèle linéaire d'isolateur parasismique LRB (Lead Rubber Bearing), ces deux modèles donnent à la superstructure les mêmes allures des amplifications des accélérations.

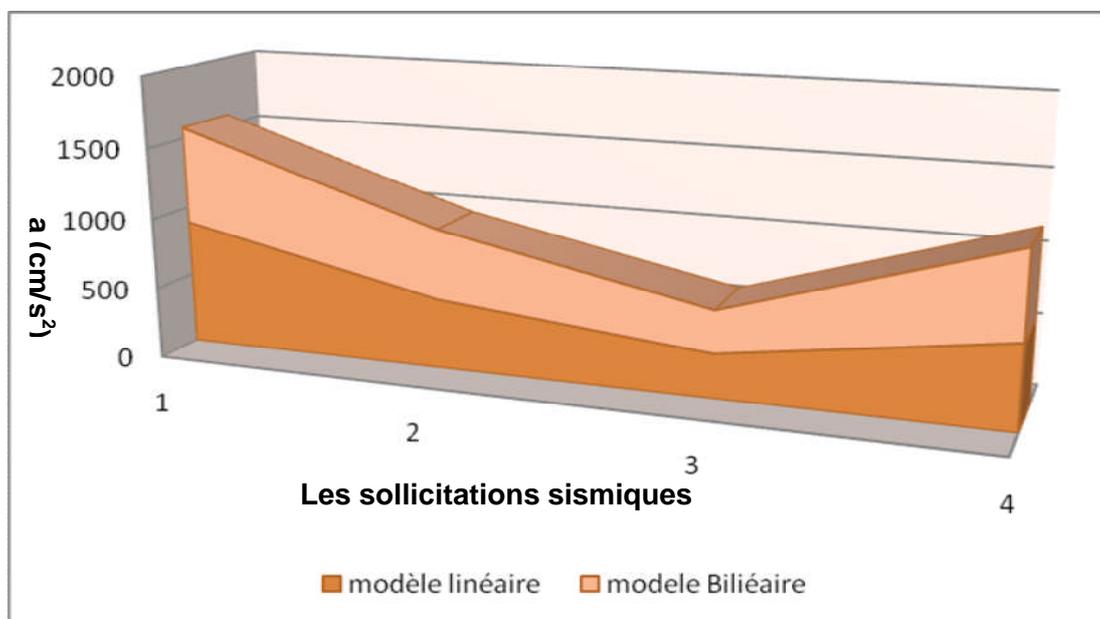


Fig.7.19 : comparaison entre le modèle linéaire et le modèle bilinéaire pour les accélérations de dernier niveau de la structure de 4 étages

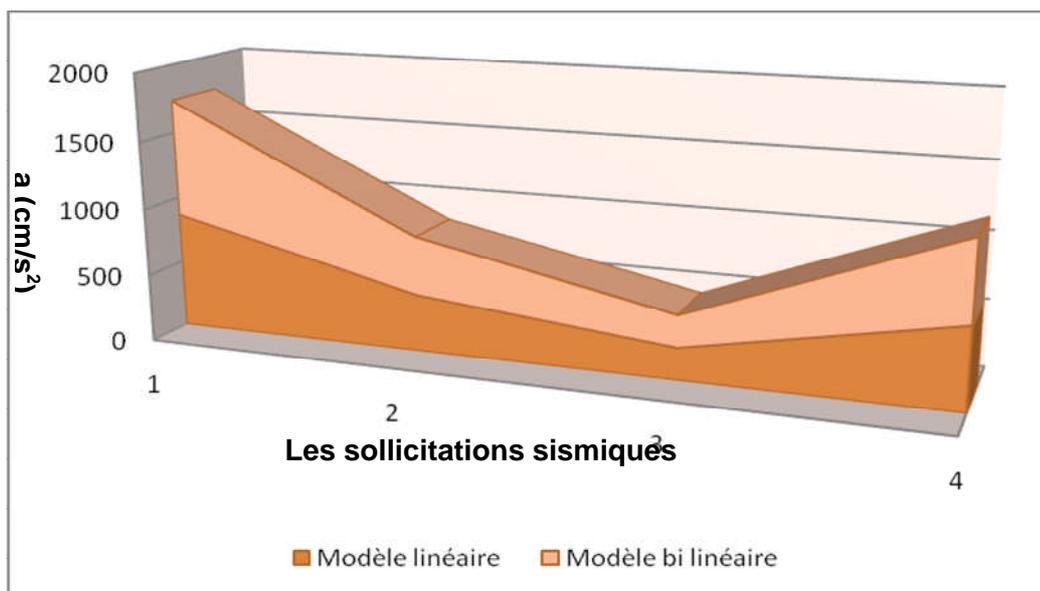


Fig.7.20 : comparaison entre le modèle linéaire et le modèle bilinéaire pour les accélérations de dernier niveau de la structure de 10 étages

Les figures (7.21 et 7.22), ces dessous montre une comparaison pour les deux modèles de système d'isolation parasismique en fonction des efforts tranchants à la base de la structure de 4 et de 10 étages sous l'effet de séisme de Northridge, Loma Prieta ,Landers et d'EL Centro.

On observe que le rapport des efforts tranchants maximaux, entre les deux modèles, s'accroît par une valeur égal à 0.810,, pour la structure de 4 étages dans l'exemple de séisme Loma Prieta et par une valeur égal à 0.096, pour la structure de 10 étages dans l'exemple de séisme de Northridge; d'une part. Et d'autre part ce rapport se diminue par une valeur égal à 1.137, pour la structure de 10 étages dans l'exemple de séisme Landers, voir Tableau 7.4.

On résulte que les allures des efforts tranchants, produits par les deux modèles respectivement bilinéaire et linéaire, sont identiques dans la superstructure pour les deux structures sous toutes les sollicitations sismiques.

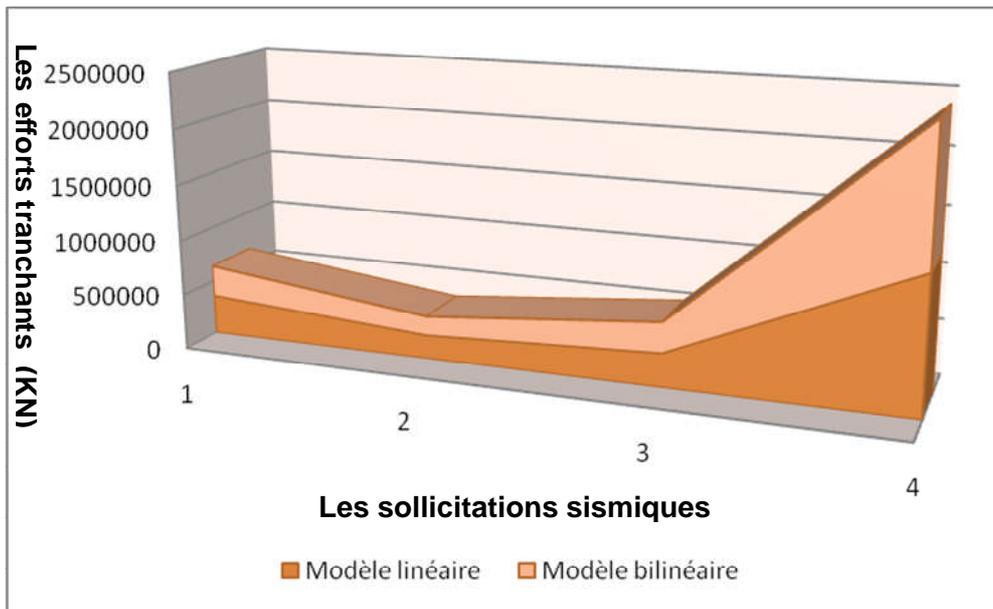


Fig.7.21 : comparaison entre le modèle linéaire et le modèle bilinéaire pour les efforts tranchants à la base de la structure de 4 étages

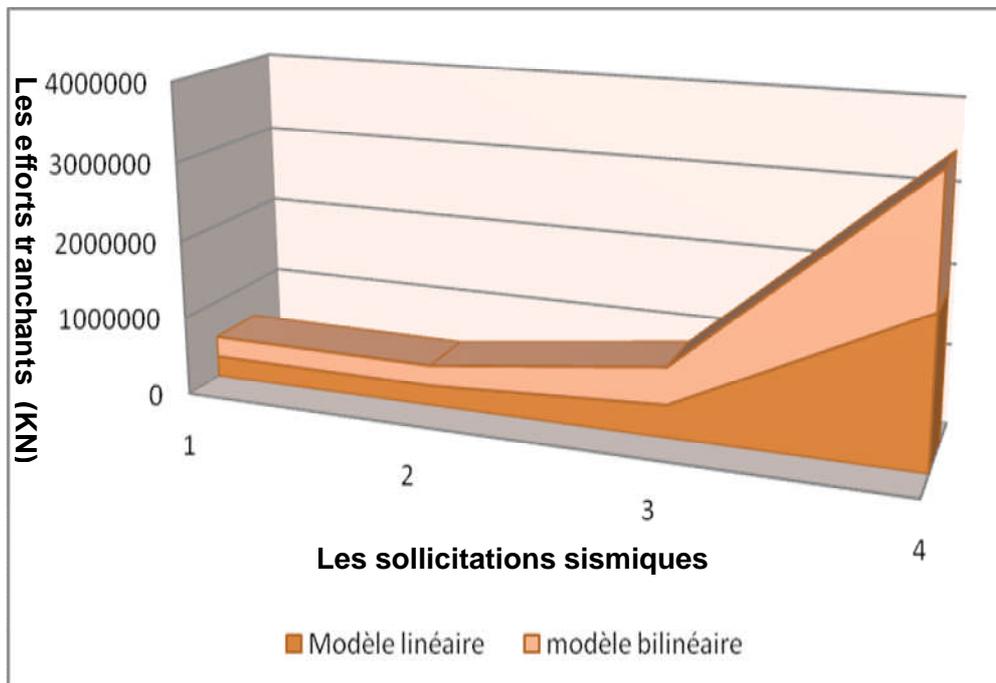


Fig.7.22 : comparaison entre le modèle linéaire et le modèle bilinéaire pour les efforts des tranchants à la base de la structure de 10 étages

Les résultats obtenus et les comparaisons effectuées sur les deux structures avec l'isolation parasismique par un modèle linéaire et non linéaire d'isolateur, nous permettent de déduire que ;

- Vu la diminution de l'influence d'isolateur parasismique en augmentant le nombre d'étages sous l'effet sismique de Northridge, on suggère de remplacer ce système par un autre ayant des propriétés mieux que celles du système LRB, ou bien opter de changer le système de contreventement de la structure de 10 étages par d'autres choix tel que des voiles.
- L'allongement de déplacement et la réduction de l'accélération de la superstructure sont en fonction des nombre d'étages sous les effets sismique de Loma Prieta, Landers et EL Centro.
- Les deux modèles respectivement linéaire et bilinéaire, ont la même allure de réponse sismique pour toutes les sollicitations sismiques bien que les incréments ne sont pas semblables, et que les valeurs de la réponse sismique pour les deux modèles ne sont pas identiques.
- Pour le séisme d'EL Centro caractérisé par une petite période ($T=39.1$ sec) et un pas de temps réduit (0.01 sec), l'isolateur parasismique LRB donne une meilleure réponse sismique pour la structure atteignant à 10 étages.

CONCLUSION GENERALE

Dans cette étude nous avons présenté un procédé simplifié d'analyse des structures avec systèmes d'isolation parasismique. Pour cela nous avons choisi le cas d'un bâtiment étagé avec isolateur parasismique à la base, et soumis à une sollicitation sismique afin d'étudier la réponse dynamique pendant une excitation sismique avec le comportement élastique linéaire de ce dernier. Par ailleurs une étude analytique et simulation d'isolateur parasismique respectivement par un modèle linéaire et non linéaire est achevé progressivement.

Pour atteindre l'objectif désigné de ce travail, nous avons exposé quelques définitions sur les différents systèmes d'isolation parasismique, à partir des constituants et des propriétés pour chaque type, ainsi les avantages et les inconvénients pour éclaircir quelques notions sur la conception parasismique qui est devenue à présent une technologie assez répandue et bien établie dans le monde. Par ailleurs au cours de cette étude, nous avons présenté le fonctionnement du système d'isolateur parasismique par la souplesse de la structure avec l'augmentation d'amortissement, dans le but d'allonger la période fondamentale, vis à vis de l'analyse des structures avec isolation parasismique. Nous avons introduit la possibilité d'utilisation d'un outil efficace pour l'étude des structures isolée avec la théorie linéaire simplifiée, en plus la présentation de la loi de comportement d'isolateur parasismique pour étudier la réponse de la structure isolée avec deux modèles respectivement linéaire et non linéaire

Pour se rapprocher de l'implémentation idéale du système de l'isolateur parasismique, nous avons utilisé les équations des modèles dynamiques avec des isolateurs parasismiques par les méthodes de résolution qui nous permettent de définir la réponse dynamique de la structure avec isolation parasismique de quelques modèles des systèmes d'isolation parasismique. En plus nous avons montré le développement des équations du mouvement qui régissent le comportement du système ainsi que les équations du mouvement de l'isolateur en tant que système linéaire et non linéaire. Aussi, nous avons utilisé quelques méthodes approchées pour trouver les fréquences et les modes propres d'une structure à base fixe avec estimation des erreurs produites pendant le calcul de ces paramètres dynamiques. Par ailleurs, la mise en équation des modèles dynamiques a conduit au développement de la résolution du système d'équations associées au modèle dynamique par des méthodes numériques, comme Range-Kutta.

Finalement, nous avons atteint les objectifs fixés auparavant concernant l'analyse de modèle simplifié par une méthodologie fiable, à partir de la période fondamentale de la structure à base fixe pour enfin l'utiliser dans le dimensionnement du système LRB (Lead Rubber Bearing) par l'algorithme développé par l'outil de calcul MATLAB. Les paramètres d'isolateur issus de la période fondamentale sont validés par le logiciel ETABS respectivement par l'analyse linéaire et non linéaire selon les différentes sollicitations sismiques.

Nous remarquons que le seul problème rencontré dans cette étude, c'est bien la limitation de code IBC2000 à une valeur donnée par le règlement concernant le déplacement de conception. Quant au choix de cette méthode approchée, on peut dire que : le modèle simplifié peut être utilisé pour la conception des ouvrages avec système d'isolation parasismique(LRB) à la base.

Aussi nous pouvons conclure que l'isolation parasismique de la base (LRB) (Lead Rubber Bearing) est une solution technique qui peut atténuer les accélérations importantes du mouvement de sol et les déplacements entre les étages.

Résumé :

L'isolation parasismique a émergé comme une alternative attrayante qui promet la réalisation d'économies à court et long terme.

L'utilisation d'un système d'isolation à la base pour la protection des constructions parasismiques est devenue à présent une technologie assez répandue et bien établie dans le monde. Le développement d'un procédé simplifié pour l'analyse des bâtiments avec système d'isolation parasismique fait l'objet de cette étude dans laquelle nous considérons la réponse sismique des bâtiments étagés dotés d'isolateur parasismiques.

L'analyse de la réponse du système est effectuée en admettant un comportement élastique linéaire du bâtiment et en simulant le système d'isolation par un modèle linéaire et un modèle non linéaire.

Mots clés : isolation parasismique, amortissement, modèle linéaire, modèle non linéaire, élastomère,

Abstract:

The seismic isolation has emerged as an attractive alternative that promises savings in the short and long term.

Using a system of base isolation for seismic protection of buildings is now becoming a widespread technology and well established in the world. The development of a simplified method for analysis of buildings with seismic isolation system is the subject of this study in which we consider the seismic response of buildings with stacked seismic isolators.

The analysis of the response of the system is done by assuming a linear elastic behavior of the building and simulating the insulation system by a linear model and a nonlinear model.

ملخص:

في الوقت الراهن ظهرت فكرة العوازل الزلزالية كبديل لإنجاز منشآت تتميز بأنها تبقى لأجل قصيرة و طويلة الأمد مع مراعاة في إنجازها الجانب الاقتصادي.

ولاستعمالات هذه المباني ذات نظام العزل الزلزالي في العالم على نطاق واسع في التكنولوجيا, قمنا في دراستنا هذه بوضع طريقة مبسطة لتحليل, تكون فيها المباني ذات طوابق ومجهز بعوازل زلزالية في قواعده و هذا تحت تأثير الفعل زلزالي.

و عملية التحليل تحت تأثير الفعل الزلزالي تتم بافتراض أن سلوك المبنى يكون ذا سلوك خطي مرن مع اعتبار نظام العزل الزلزالي يكون ممثل بواسطة نموذج خطي وآخر غير الخطي.

ANNEXES

➤ Algorithme développé par l'outil de calcul MATLAB .V.7.1 :

```

clc;
%-----
%Dimensionnement du système d'isolation à la base (LRB) selon IBC2000
%-----%-----
-----Les données:-----
% W=P(G+Q): la charge verticale en (KN)
%g:accélération de pesantaire en (m/s**2)
% Td: la période de conception de la structure isolée en (sec)
%betad: facteur d'amortissement
%Sd:coefficient de zone
%kcieff: coefficient d'amortissement effective en (%devisé sur 100)
%gamamax: la déformation angulaire maximale(%dévisé sur 100)
%fpy: la contrainte d'ecoulement en (KN/m**2)
%E: module d'élasticite en (KN/m**2)
%G: modulede cisaillement en (KN/m**2)
% k: facteur de modéficacion
%epsib: la déformation hrizontale à la rupture en (%devisé sur 100)
% Fy: la limite d'élasticite d'acier en (KN/m**2)
%Csup-Cinf:couverts haut et bas en (cm)
%-----
-----%1-Analyse:-----
%-----
W=1238.36;g=9.81;Td=3;Betad=1.2;Sd=0.4;Kcieff=0.1;%1%
gamamax=0.5;fpy=8820;%2%
E=4450;G=1060;k=0.57;epsib=5;%2-2-2%
Fy=274400;%2-2-10%
Csup=2.5;Cinf=2.5;%2-2-11%
%-----
%rgidité effctive :
Keff=(W/g)*(((2*pi)/Td)*((2*pi)/Td))
%Basé sur l'equation 14-79 du code IBC2000 ,Le déplacement DD est donné

```

```

%par:
DD=((g/(4*(pi*pi)))*Sd*Td)/Betad
if(DD<0.3)
  Qd=(pi/2)*Keff*Kcieff*DD
  %rgidité horizontale :
  Kdd=Keff-(Qd/DD)
  %-----
  %2-Dimensionnement :
  %-----
  %2-1 Dimensionnement du barreau :
  %section du barreau :
  Ap=Qd/fpy
  %Dimètre du barreau :
  dp=sqrt(4*Ap/pi)*100
  dp=round(dp)
  %2-2 Dimensionnement de la section de la couche de caoutchouc :
  %2-2-1 Hauteur total des couches :
  tr=DD/gamamax
  %-----
  %2-2-2 propriétés du coutchouc:(tableau 17.1EE handbook):
  %2-2-3 Choisir le facteur de forme S :
  s2=((400*G/E)-1)*(1/2)*(1/k)
  S=sqrt(s2)
  if(S<20)
    S=20
  else
    S=S
  end
  Ec=E*(1+(2*k*S*S))
  %-----
  %2-2-4 Section effective A0 de l'isolateur basée sur segmac sous
  % cas de chargement vertical :
  A0=(W/7840)
  %2-2-5 Section effective A1 de la condition de cisaillement :
  A1=(3*W*6*S)/(Ec*epsib)
  %2-2-6 Rigidité élastique Kr de l'isolateur :
  Kr=(Kdd/(1+12*(Ap/A0)))
  %2-2-7 Section effective Asf de couche individuelle basée sur
  % la condition de rupture(siail) :

```

```

Asf=((Kr*tr)/G)
dsf=sqrt(4*Asf/pi)*100
beta=(2/(cos(DD/dsf)))
Are=((dsf*dsf)*(beta-sin(beta)))/4
dsf=round(dsf)
beta=(2/(cos(DD/dsf)))
dsf=dsf/100;
%Section effective A2 :
A2=((dsf*dsf)*(beta-sin(beta)))/4
A=max(A0,A1);
A=max(A,A2)
%-----
%2-2-8 Dimensons des couches pour un isolateur circulaire:
%-----
d=2*dsf
A=(pi*d*d)/4
%2-2-9 Epaisseur de la couche (t) et nombre des couches(N) pour
%un isolateur circulaire :
t=(d*100)/(4*S)
t=round(t)
N=(tr*100)/t
N=round(N)
%2-2-10 Epaisseur de la plaque d'acier ts :
Fs=0.6*Fy
ts=(2*0.2*W)/(A*Fs)
ts=ts*1000;
ts=round(ts);
ts=ts/1000
%2-2-11 Hauteur total (h) de l'isolateur en admettant les couverts
% haut et bas=2.5cm :
h=(tr*100)+((N-1)*(ts*100))+(2*2.5)
h=round(h)
%-----
%2-3 Déformation de cisaillement et condition de stabilité:
%-----
%2-3-1 déformation de cisaillement :
gamascGQ=(6*S*W)/(Ec*A)
if(gamascGQ<=(epsib/3))
%2-3-2 condition de stabilite

```

```

        segmac=(W/A)
        if(segmac<=(G*S*d)/(2.5*tr/100))
            disp('ok')
        else%pour condition (segmac<=(G*S*d)/(2.5*tr/100))
            disp('ok1')
        end
    else%pour condition (gamascGQ<=(epsib/3))
        disp('ok2')
    end
else%pour condition (DD<0.3)
    disp('NOK3')
end

%-----

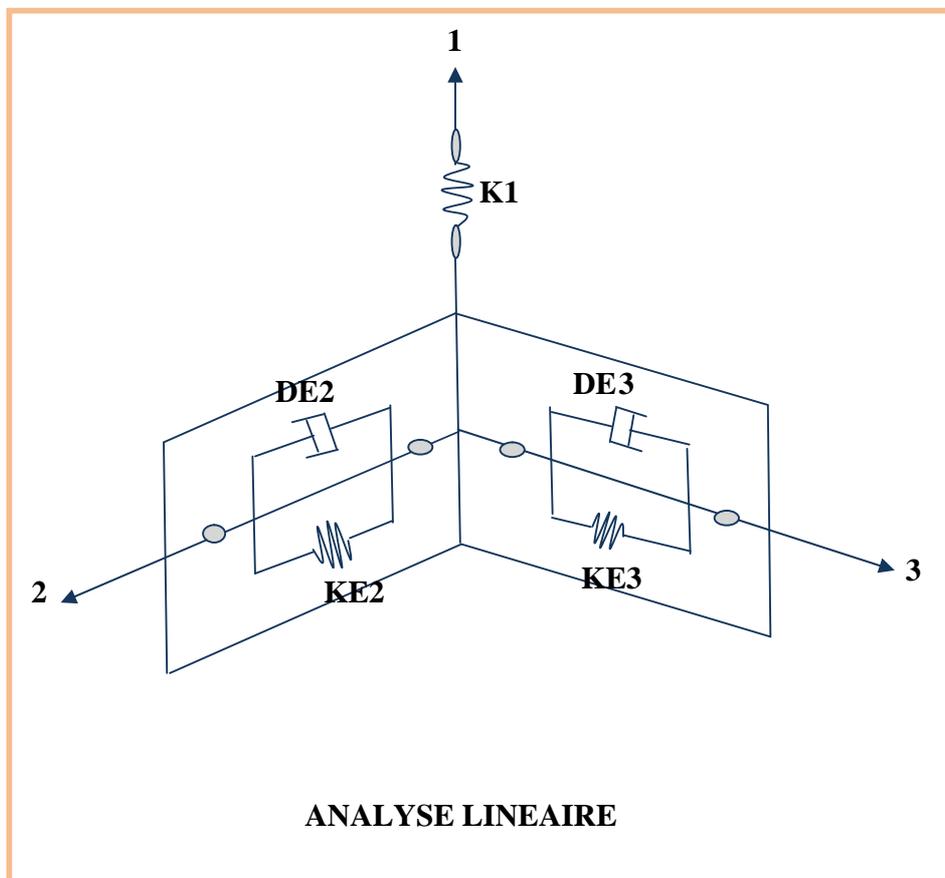
%-----Les Résultats-----
%%Keff: rigidité effective en (KN/m)
%DD: Le déplacement en (m)
%Qd: force caractéristique minimale d'écoulement en (KN)
%Kdd: rigidité horizontale de post d'écoulement (KN/m)
%Ap: section du barreau en (m**2)
%dp: Diamètre du barreau en(cm)
%tr: Hauteur total des couches en (m)
%S: facteur de forme
%Ec: module de compression en (KN/m**2)
%A0: Section effective en (m**2)
%A1: Section effective A1 de la condition de cisaillement en (m**2)
%kr: Rigidité élastique de l'isolateur en (KN/m**2)
%Asf: Section effective Asf de couche individuelle (m**2)
%dsf: diamètre de la section Asf en (cm)
%A2: Section effective en (m**2)
%t: Epaisseur de la couche en (cm)
%N: nombre des couches
%Fs: contrainte du plaque d'acier
%ts: épaisseur de la plaque d'acier (m)
%h: Hauteur total de l'isolateur en (cm)
%----->Fin-----

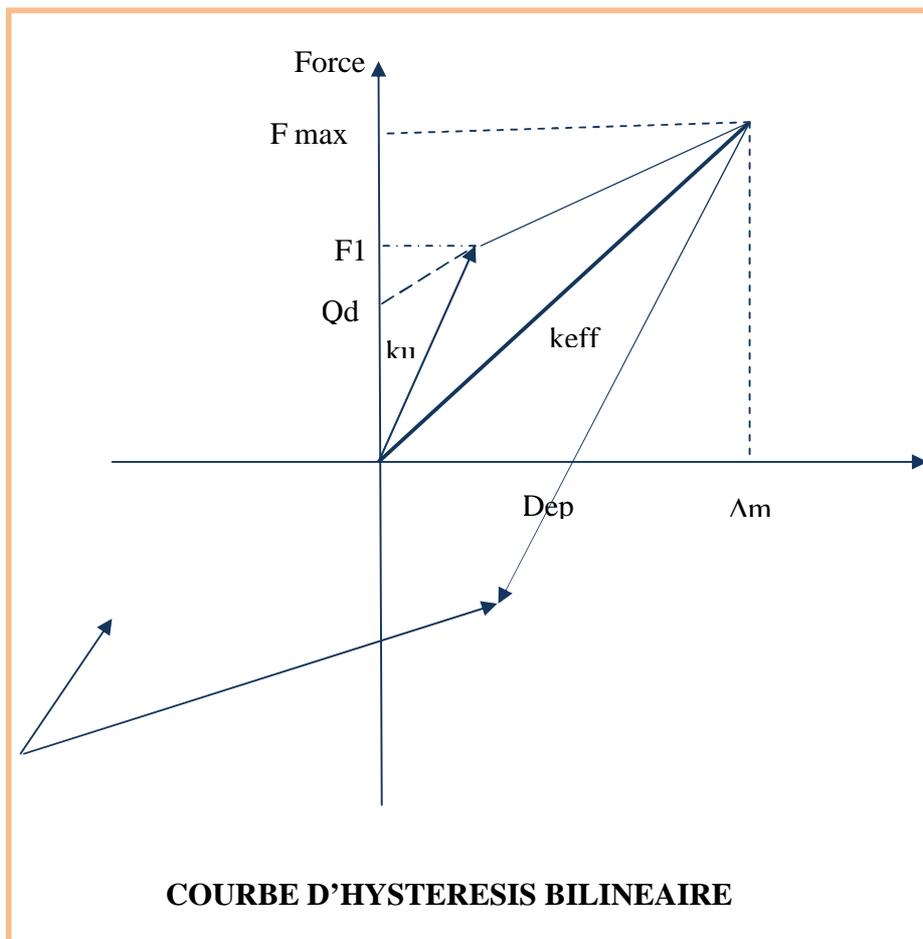
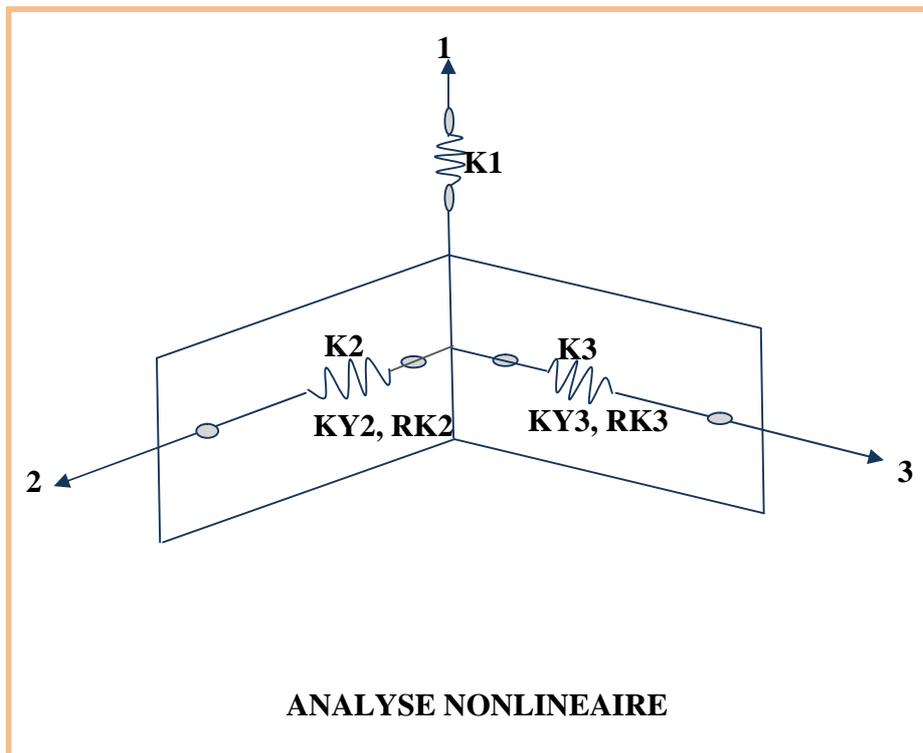
```

➤ **PARAMETRES DE L'ISOLATEUR DANS ETABS (Linéaire et non linéaire)**

$$k_1 = \frac{E_c A}{t_r} \quad ; \quad kE_2 = \frac{Q_d \left(1 - \frac{k_d}{k_u}\right)}{D_d} + k_u \frac{k_d}{k_u} \quad ; \quad kE_2 = kE_3 \quad ; \quad FY_2 = FY_3 = Q_d$$

$$RK_2 = \frac{K_d}{k_u} = \frac{K_d}{25k_r} \quad ; \quad RK_2 = RK_3 \quad ; \quad DE_2 = \frac{2Q_d (1 - RK_2) \left(D_d - \left(\frac{FY_2}{k_u} \right) \right)}{\pi kE_2 D_d^2}$$





➤ **Résultats d'analyse du Structure de 4 étages à base fixe :**

ETABS v9.0.0 File:STRU_ETAGE 4 Unit : KN-m

• MODAL PERIODS AND FREQUENCIES

MODE NUMBER	PERIOD (TIME)	FREQUENCY (CYCLES/TIME)	CIRCULAR FREQ (RADIAN/TIME)
Mode 1	0.73762	1.35570	8.51814
Mode 2	0.73018	1.36953	8.60501
Mode 3	0.51137	1.95552	12.28691
Mode 4	0.23933	4.17830	26.25304
Mode 5	0.23759	4.20898	26.44583
Mode 6	0.17564	5.69342	35.77281

• MODE SHAPES

STORY	DIAPHRAGM	MODE	UX	UY	UZ	RX
ETAGE03	D5	Mode 1	3.0405E-02	0.00000	0.00000	0.00000
ETAGE02	D4	Mode 1	2.5968E-02	0.00000	0.00000	0.00000
ETAGE01	D3	Mode 1	1.8154E-02	0.00000	0.00000	0.00000
RDC	D2	Mode 1	8.1378E-03	0.00000	0.00000	0.00000

➤ **Résultats d'analyse du Structure de 10 étages à base fixe :**

ETABS v9.0.0 File:STRU_ETAGE_E10 Unit : KN-m

MODAL PERIODS AND FREQUENCIES

MODE NUMBER	PERIOD (TIME)	FREQUENCY (CYCLES/TIME)	CIRCULAR FREQ (RADIAN/TIME)
Mode 1	1.82105	0.54913	3.45032
Mode 2	1.81223	0.55180	3.46709
Mode 3	1.20911	0.82705	5.19653
Mode 4	0.60033	1.66576	10.46626
Mode 5	0.59678	1.67566	10.52849
Mode 6	0.40427	2.47359	15.54201

•MODE SHAPES

STORY	DIAPHRAGM	MODE	UX	UY	UZ	RX
ETAGES_9	D10	Mode 1	2.0126E-02	0.00000	0.00000	0.00000
ETAGES_8	D9	Mode 1	1.9496E-02	0.00000	0.00000	0.00000
ETAGES_7	D8	Mode 1	1.8440E-02	0.00000	0.00000	0.00000
ETAGES_6	D7	Mode 1	1.6971E-02	0.00000	0.00000	0.00000
ETAGES_5	D6	Mode 1	1.5123E-02	0.00000	0.00000	0.00000
ETAGES_4	D5	Mode 1	1.2941E-02	0.00000	0.00000	0.00000
ETAGES_3	D4	Mode 1	1.0479E-02	0.00000	0.00000	0.00000
ETAGES_2	D3	Mode 1	7.7976E-03	0.00000	0.00000	0.00000
ETAGES_1	D2	Mode 1	4.9675E-03	0.00000	0.00000	0.00000
RDC	D1	Mode 1	2.1103E-03	0.00000	0.00000	0.00000

➤ Résultats d'analyse du Structure de 4 étages à base isolée (modèle linéaire) :

Le déplacement maximal est égal à 104.611 cm pour une durée (T=8.69sec) sous sollicitation sismique d'1 EL CENTRO (modèle linéaire)

DISPLACEMENTS AND DRIFTS AT POINT OBJECT 24

STORY	DISP-X	DISP-Y	DRIFT-X	DRIFT-Y
ETAGE03	-104.610994	0.000000	0.355360	0.000000
ETAGE02	-103.523591	0.000000	0.655215	0.000000
ETAGE01	-101.518632	0.000000	0.945592	0.000000
RDC	-98.625120	0.000000	1.059511	0.000000

➤ **Résultats d'analyse du Structure de 10 étages à base isolée (modèle linéaire) :**

Le déplacement maximal est égal à 164.762 cm pour une durée (T=9.54sec).de la structure de 10 étages sous sollicitation sismique d'l EL CENTRO

DISPLACEMENTS AND DRIFTS AT POINT OBJECT 12

STORY	DISP-X	DISP-Y	DRIFT-X	DRIFT-Y
ETAGES_9	-164.761615	0.000000	0.363314	0.000000
ETAGES_8	-163.649876	0.000000	0.584828	0.000000
ETAGES_7	-161.860302	0.000000	0.814841	0.000000
ETAGES_6	-159.366888	0.000000	1.044148	0.000000
ETAGES_5	-156.171796	0.000000	1.269539	0.000000
ETAGES_4	-152.287007	0.000000	1.487301	0.000000
ETAGES_3	-147.735867	0.000000	1.694313	0.000000
ETAGES_2	-142.551270	-0.000001	1.887305	0.000001
ETAGES_1	-136.776118	0.000001	2.046687	0.000000
RDC	-130.513256	0.000001	1.937616	0.000000

➤ **Résultats d'analyse du Structure de 10 étages à base isolée (modèle non linéaire) :**

Le déplacement maximal est égal à 115.407 cm pour une durée (T=8.71sec) sous sollicitation sismique d'l EL CENTRO

DISPLACEMENTS AND DRIFTS AT POINT OBJECT 24

STORY	DISP-X	DISP-Y	DRIFT-X	DRIFT-Y
ETAGE03	-115.407935	0.000000	0.330387	0.000000
ETAGE02	-114.396950	0.000000	0.627425	0.000000
ETAGE01	-112.477031	0.000000	0.883683	0.000000
RDC	-109.772962	0.000000	1.005628	0.000000

➤ **Résultats d'analyse du Structure de 10 étages à base isolée (modèle non linéaire) :**

Le déplacement maximal est égal à 152.059cm pour une durée (T=9.77sec) sous sollicitation sismique d'1 EL CENTRO

DISPLACEMENTS AND DRIFTS AT POINT OBJECT 19

STORY	DISP-X	DISP-Y	DRIFT-X	DRIFT-Y
ETAGES_9	-152.059437	0.000001	0.298228	0.000001
ETAGES_8	-151.146858	-0.000002	0.458172	0.000000
ETAGES_7	-149.744852	-0.000001	0.609371	0.000001
ETAGES_6	-147.880177	0.000001	0.778280	0.000000
ETAGES_5	-145.498642	0.000002	0.973385	0.000001
ETAGES_4	-142.520084	-0.000002	1.161908	0.000000
ETAGES_3	-138.964644	-0.000002	1.309796	0.000000
ETAGES_2	-134.956669	-0.000001	1.435351	0.000001
ETAGES_1	-130.564494	0.000002	1.594320	0.000001
RDC	-125.685875	-0.000002	1.615754	0.000001