

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

Université Mohamed Kheider – Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département : Génie Electrique
Réf :.....



جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم و التكنولوجيا
قسم: الهندسة الكهربائية
المرجع:.....

Mémoire présenté en vue de l'obtention
Du diplôme de
Magister en Electrotechnique

Option
Machines Electriques

Modélisation par les volumes finis d'un problème de contrôle non destructif de forme complexe

Présenté par :
Djamel Eddin ABDELLI

Soutenu publiquement le 30 Septembre 2014

Devant le jury composé de :

| | | | |
|-----------------------|------------|----------------------|------------|
| Salah Eddine ZOUZOU | Professeur | Université de Biskra | Président |
| Ahmed CHERIET | MCA | Université de Biskra | Rapporteur |
| Souri Mohamed MIMOUNE | Professeur | Université de Biskra | Examineur |
| Lotfi ALLOUI | MCA | Université de Biskra | Examineur |
| Samir BENSAID | MCA | Université de Bouira | Invité |

Remerciements

Le travail présenté dans ce mémoire a été effectué au sein du laboratoire de Génie Electrique de l'Université de Biskra LGEB.



J'adresse mes sincères remerciements à :

Monsieur **Salah Eddine ZOUZOU** professeur à l'université de Biskra pour avoir accepté de siéger dans mon jury et de l'avoir présidé.

Monsieur **Ahmed CHERIET** maître de conférences à l'université de Biskra, le directeur de la thèse pour son encadrement et sa grande disponibilité. Je lui témoigne ma gratitude pour l'entière confiance qu'il m'a toujours accordée pour mener ce travail ainsi que pour ses encouragements en fin de thèse.

Messieurs **Souri Mohamed MIMOUNE** professeur à l'université de Biskra, **Lotfi ALLOUI** maître de conférences à l'université de Biskra et **Samir BENSALIM** maître de conférences à l'université de Bouira pour avoir acceptés d'être membres dans mon jury et aussi de ses aides scientifiques qu'il trouve à travers cette thèse l'expression de ma reconnaissance.

J'adresse mes remerciements à tous ceux qui m'ont aidé et encouragé tout au long de ce travail, tant à l'intérieur du laboratoire qu'à l'extérieur, trop nombreux pour être cités de peur d'en oublier certains.

Dédicaces

A mes parents
A ma famille
A mes amis

Table des matières

| | |
|--|----|
| Introduction générale | 01 |
| Chapitre I. Généralités sur le CND-CF | 03 |
| I.1. Introduction | 04 |
| I.2. CND par courants de Foucault | 04 |
| I.2.1. Historique des courants de Foucault | 04 |
| I.2.2. Applications du CND-CF | 05 |
| I.2.3. Principe du CND-CF | 06 |
| I.2.4. Différents types des capteurs inductifs | 06 |
| I.2.4.1. Capteur absolu | 06 |
| I.2.4.2. Capteur double | 07 |
| I.2.4.3. Capteur différentiel | 07 |
| I.2.4.4. Capteur matriciel | 08 |
| I.2.5. Effet de peau | 08 |
| I.2.6. Plan d'impédance | 09 |
| I.3. Modélisation d'un problème de CND-CF | 11 |
| I.3.1. Equations de Maxwell | 12 |
| I.3.2. Lois constitutives | 12 |
| I.3.3. Conditions de Jauge | 13 |
| I.3.4. Hypothèses simplificatrices | 13 |
| I.3.5. Formulation en potentiel A du modèle magnétostatique | 14 |
| I.3.6. Formulation en potentiel A-V du modèle magnétodynamique | 15 |
| I.4. Méthodes numériques de discrétisation | 18 |
| I.5. Conclusion | 19 |

| | |
|---|----|
| Chapitre II. Mise en Œuvre de la MVF de CND-CF | 20 |
| II.1. Introduction | 21 |
| II.2. Discrétisation géométrique | 21 |
| II.2.1. Forme triangulaire | 21 |
| II.2.2. Forme prismatique | 21 |
| II.3. Discrétisation des formulations électromagnétique | 23 |
| II.3.1. Discrétisation de la formulation magnétodynamique axisymétrique | 23 |
| II.3.1.1. Calcul de l'intégral $-\oint_c \frac{1}{\mu} \nabla A \cdot d\mathbf{e}$ | 23 |
| II.3.1.2. Calcul de l'intégral $\iint_{S_\Delta} j\omega \sigma A ds$ | 25 |
| II.3.1.3. Calcul de l'intégral $\iint_{S_\Delta} J_s ds$ | 25 |
| II.3.2. Discrétisation 3D de la formulation magnétodynamique | 26 |
| II.3.2.1. Calcul de l'intégral $-\oint_s \frac{1}{\mu} \nabla A \cdot d\mathbf{s}$ | 26 |
| II.3.2.2. Calcul de l'intégral $\iiint_{\Omega} j\omega \sigma A d\Omega + \iiint_{\Omega} j\omega \sigma \nabla V d\Omega$ | 27 |
| II.3.2.3. Calcul de l'intégral $\iiint_{\Omega} J_s d\Omega$ | 28 |
| II.3.2.4. Calcul de l'intégral $\oint_s (-j\omega \sigma (A + \nabla V)) \cdot d\mathbf{s}$ | 29 |
| II.3.2.5. Construction du système algébrique final | 31 |
| II.4. Résolution numérique des systèmes d'équations algébriques | 32 |
| II.4.1. Méthodes directes | 32 |
| II.4.2. Méthodes itératives | 32 |
| II.5. Conclusion | 33 |
| Chapitre III. Caractérisation Electromagnétique et CDN.CF | 34 |
| III.1. Introduction | 35 |
| III.2. Description du problème | 35 |

| | |
|---|-----------|
| III.3. Mesure de la conductivité électrique | 36 |
| III.4. Identification de la perméabilité magnétique | 37 |
| III.4.1. Modèle direct | 37 |
| III. 4.2. Impédance normalisée | 40 |
| III.4.3. Stratégie de traitement du problème inverse | 41 |
| III.4.4. Identification de la perméabilité magnétique par inversion | 42 |
| III.5. Vérification des paramètres identifiés | 45 |
| III.6. Modélisation axisymétrique du CND-CF | 47 |
| III.7. Modélisation 3D du problème | 49 |
| III.7.1. Résultats de la modélisation 3D | 50 |
| III.7.2. Comparaison entre les résultats numériques 2D et 3D | 52 |
| III.8. Problème JSAEM#6 | 53 |
| III.8.1. Description du problème | 53 |
| III.8.2. Maillage | 53 |
| III.8.3. Résultats | 54 |
| III.9. Conclusion | 55 |
| Conclusion générale | 57 |
| Références bibliographiques | 59 |

Liste des figures

| | | |
|-------|---|----|
| I.1 | Jean Bernard Léon Foucault (1819-1868) | 04 |
| I.2 | Applications aéronautiques [1] | 05 |
| I.3 | Exemple d'applications du CND par courants de Foucault [1] | 05 |
| I.4 | Schématisation de détection d'une fissure par courants de Foucault | 06 |
| I.5 | Capteur absolu | 07 |
| I.6 | Capteur double | 07 |
| I.7 | Capteur différentiel | 08 |
| I.8 | Capteur matriciel | 08 |
| I.9 | Répartition des courants de Foucault dans une pièce en fonction de la profondeur z | 09 |
| I.10 | Mesure de la variation d'impédance du capteur | 10 |
| I.11 | Problème magnétodynamique type | 11 |
| I.12 | Schéma d'un plan de symétrie | 15 |
| II.1 | Schéma du maillage triangulaire | 21 |
| II.2 | Schéma du maillage prismatique | 22 |
| II.3 | Schéma des facettes de l'élément prismatique: a. facette triangulaire, b. facette rectangulaire | 22 |
| II.4 | Géométrie et maillage réalisés par GMSH | 23 |
| II.5 | Le terme $gradA$ entre de deux volumes élémentaires | 24 |
| II.6 | Création des nœuds fictifs | 27 |
| II.7 | Création d'un nœud fictif sur la facette f_i | 30 |
| III.1 | Mesure expérimentale de l'impédance du capteur par LCR 8105G | 35 |
| III.2 | Méthode de quatre points | 37 |
| III.3 | Montage de la technique quatre points réalisée au laboratoire LGEB | 37 |
| III.4 | Description du problème, (a) Tube d'Acier avec capteur encerclant, (b) Le capteur | 38 |

| | | |
|--------|--|----|
| | encerclant | |
| III.5 | Modèle géométrique du problème | 38 |
| III.6 | Maillage GMSH du problème (a) Domaine d'étude, (b) Tube, (c) Capteur | 39 |
| III.7 | Distribution du potentiel A à vide | 39 |
| III.8 | Vecteurs de l'induction magnétique à vide | 40 |
| III.9 | Algorithme d'inversion | 41 |
| III.10 | Evolution de la fonction coût en fonction des itérations inverses | 41 |
| III.11 | La perméabilité magnétique en fonction de la fréquence | 43 |
| III.12 | Potentiel vecteur magnétique en charge | 44 |
| III.13 | Vecteurs de l'induction magnétique en charge (avec tube) | 44 |
| III.14 | La variation de la résistance en fonction de la fréquence, R_c : calculée, R_m : mesurée | 45 |
| III.15 | La variation de la réactance en fonction de la fréquence, X_c : calculée, X_m : mesurée | 46 |
| III.16 | Erreur en fonction de la fréquence | 46 |
| III.17 | Modèle géométrique du problème avec défaut | 47 |
| III.18 | Maillage GMSH du problème avec défaut | 47 |
| III.19 | Vecteurs de l'induction magnétique avec défaut pour $f=10kHz$ | 48 |
| III.20 | Vecteurs de l'induction magnétique avec défaut pour $f=100kHz$ | 48 |
| III.21 | Modèle géométrique tridimensionnel du problème tube - capteur | 49 |
| III.22 | Maillage GMSH 3D du problème tube – capteur généré par GMSH | 49 |
| III.23 | Distribution du potentiel vecteur magnétique | 50 |
| III.24 | Variation de la résistance en fonction de la fréquence, R_c : calculée, R_m : mesurée | 51 |
| III.25 | Variation de la réactance en fonction de la fréquence, X_c : calculée, X_m : mesurée | 51 |
| III.26 | Comparaison entre les résultats numériques 2D et 3D relatifs aux variations de la résistance | 52 |
| III.27 | Comparaison entre les résultats numériques 2D et 3D relatifs aux variations de la réactance | 52 |
| III.28 | Description du problème JSAEM#6 | 53 |

| | | |
|--------|---|----|
| III.29 | Maillage 3D du problème JSAEM#6 | 54 |
| III.30 | Variation de la résistance en la présence de la fissure | 54 |
| III.31 | Variation de la réactance en la présence de la fissure | 55 |

Liste des symboles

Grandeurs électromagnétiques et potentiels

| | | |
|--------|---|----------|
| B | Induction magnétique | T |
| H | Champ magnétique | A/m |
| E | Champ électrique | V/m |
| J | Densité de courant | A/m^2 |
| A | Potentiel vecteur magnétique | Wb/m^2 |
| V | potentiel électrique | V |
| D | Induction électrique | C/m^2 |
| ρ | Densité volumique des charges électriques | C/m^3 |

Constantes et paramètres

| | | |
|---------------|--|-------------|
| μ_0 | Perméabilité magnétique du vide | H/m^2 |
| μ_r | Perméabilité magnétique relative du matériau | |
| μ | Perméabilité magnétique absolu du matériau | H/m^2 |
| ε | Permittivité électrique | F/m |
| σ | Conductivité électrique du matériau | S/m |
| ω | Pulsations des grandeurs électriques | rd/s |
| f | Fréquence des grandeurs électriques | Hz |
| δ | Epaisseur de peau | m |
| Z | Impédance | Ω |
| X | Réactance | Ω |
| R | Résistance électrique | Ω |
| X_N | Réactance normalisée | |
| R_N | Résistance normalisée | |
| S | Section | $m^2(mm^2)$ |
| c | Contour | m |

Notations mathématiques

| | |
|------------------|-------------------|
| ∇f | Gradient de f |
| $\nabla \cdot f$ | Divergence de f |

| | | |
|---------------------------------|--|---------|
| $\nabla \times f$ | Rotationnel de f | |
| x, y, z | Coordonnées cartésiennes | $m(mm)$ |
| e_x, e_y, e_z | Repère orthonormé absolu | |
| $\frac{\partial f}{\partial x}$ | Dérivée partielle de f par rapport à la variable x | |
| n | Vecteur normal | |

Liste des tableaux

| | | |
|-------|---|----|
| III.1 | Différents paramètres du problème | 36 |
| III.2 | Résultats de la méthode de quatre points | 36 |
| III.3 | Différentes valeurs de la perméabilité magnétique en fonction de la fréquence | 43 |
| III.4 | Variation de la résistance et la réactance en fonction de la fréquence | 45 |
| III.5 | Variation de la résistance et la réactance du capteur en la présence du défaut | 48 |
| III.6 | Variation de la résistance et la réactance du capteur en fonction de la fréquence | 50 |

Introduction générale

Introduction générale

Le contrôle non destructif par courants de Foucault CND-CF est une méthode très utilisée dans le domaine industriel. Elle peut fonctionner dans une chaîne de production, dans une installation sous l'opération, et au temps d'entretien. Cette popularité et cette diversité sont dues à un certain nombre de caractéristiques techniques comprenant la vitesse, la sensibilité élevée, et la possibilité de son exécution sur les structures complexes avec des sondes adaptables [11, 35, 36].

Le principe de fonctionnement du CND-CF est basé sur le phénomène de l'induction électromagnétique. Souvent, une bobine (capteur) est alimentée par une source de courant alternative et placée au-dessus d'une pièce à contrôler. Dans un premier temps, l'interaction du champ source avec la pièce conductrice produit des courants induits dans ce dernier [33, 34]. Ensuite, le champ inverse créé par les courants induits se superpose au champ source et par conséquent l'impédance du capteur est modifiée [12]. La distribution des courants de Foucault dans la pièce dépend de divers paramètres tels que sa forme géométrique, ses dimensions, sa conductivité électrique et sa perméabilité magnétique. La forme géométrique impose une adaptation de la forme du capteur. Les dimensions sont facilement accessibles par des mesures avec pied à coulisse. La conductivité électrique et la perméabilité magnétique sont deux paramètres électromagnétiques qui nécessitent généralement l'utilisation de méthodes de caractérisation pour les identifier. Parmi ces méthodes il existe des méthodes avec contact telles que les méthodes des quatre points à courant continu DCPD ou à courant alternatif ACPD [28, 29, 30] pour déterminer la conductivité électrique ou bien les méthodes sans contact appelé aussi méthodes électromagnétiques utilisées pour l'ensemble des paramètres électromagnétiques [6, 31, 32, 33, 34].

Notre étude porte sur un dispositif tube-capteur, le tube étant en Acier encercler par un capteur inductif réalisé au laboratoire LGEB. La technique de quatre points a été employée afin d'identifier la conductivité du matériau, tandis que une caractérisation électromagnétique a été procédée pour déterminer la perméabilité magnétique. Cette dernière est basée essentiellement sur la résolution d'un problème inverse qui consiste à résoudre le problème direct jusqu'à minimisation d'une fonction objective qui représente l'écart relatif entre les impédances calculée et mesurée du capteur encerclant. Le code de calcul ainsi développé utilise comme méthode de discrétisation la méthode des volumes finis [33, 34] associée au générateur de maillage GMSH [24]. L'algorithme d'inversion du problème direct est de type simplex (Nelder et Mead) [27].

Cette thèse est structurée sous forme de trois chapitres :

Dans le premier chapitre, nous présentons un état de l'art du contrôle non destructif par courant de Foucault. Nous abordons les différents aspects de la modélisation, un rappel sur les lois fondamentales de l'électromagnétisme issues des équations de Maxwell. Nous terminerons ce chapitre par les différentes méthodes numériques de discrétisation telle que la méthode des volumes finis qui fait l'objet de ce travail.

Le deuxième chapitre est consacré à la modélisation de notre système après la mise en œuvre bidimensionnelle et tridimensionnelle de la méthode des volumes finis. La forme discrétisée correspondante est implantée dans un algorithme selon un type de maillage généré par le mailleur GMSH triangulaire et prismatique. Les formulations en potentiels A et A-V ont été développées pour le calcul de différentes grandeurs électromagnétiques. La résolution numérique du système algébrique ainsi construit est effectuée par la méthode de Gauss Seidel.

Dans le troisième, on rapporte une description du système tube-capteur réalisé au sein du laboratoire LGEB. Nous identifions les paramètres physiques du matériau à savoir la conductivité électrique et la perméabilité magnétique. Pour le premier paramètre nous utilisons la méthode de quatre points. Avec le code de calcul développé sous l'environnement de Matlab et à l'aide d'un algorithme de type simplex, nous avons identifiée la perméabilité magnétique du matériau. Les résultats obtenus sont vérifiés par une modélisation du problème direct. Une dernière partie est consacrée à la modélisation 3D du problème.

Chapitre I

Généralités sur le CND-CF

I.1. Introduction

Nous commençons ce chapitre par un rappel sur le contrôle non destructif par courants de Foucault (CND-CF), ainsi que son principe de fonctionnement. Egalement, nous présentons les lois fondamentales de l'électromagnétisme et la formulation en potentiels A-V du modèle magnétodynamique. Nous exposons aussi les différentes méthodes numériques de discrétisation en particulier la méthode des volumes finis MVF.

I.2. CND par courants de Foucault

I.2.1. Historique des courants de Foucault

Le phénomène d'induction électromagnétique a été découvert par Faraday vers 1831 en cherchant à expliquer l'observation de François Arago en 1824 : les mouvements de l'aiguille d'une boussole sont freinés par la proximité d'une plaque de cuivre. Tout matériau conducteur placé dans un champ magnétique variable est le siège d'une force électromotrice (fem) d'induction. Cette fem donne naissance à des courants électriques appelés courants de Foucault selon le savant Jean Bernard Léon Foucault Fig.I.1, ou encore désignés dans le monde anglo-saxon par eddy-current (courants tourbillonnants).



Fig.I.1 Jean Bernard Léon Foucault (1819-1868)

I.2.2. Applications du CND-CF

Le CND-CF est utilisé pour vérifier l'intégrité des structures dans différents domaines industriels, par exemple l'aéronautique (Fig.I.2), le nucléaire, la métallurgie et le transport ferroviaire. Dans l'aéronautique, un des grands enjeux est de contrôler les lignes de rivets, pour détecter d'éventuels phénomènes de fissuration qui peuvent se créer en pied de rivet [1].



(a) Airbus A380 (Airbus).



(b) Lignes de rivetages sur un fuselage d'A400, (PAILLARD 2007).

Fig.I.2 Application aéronautique [1]

Les plateformes pétrolières nécessitent aussi des contrôles périodiques des tubes permettant le transport du pétrole vers la terre (Fig.I.3a), et dans le domaine ferroviaire, le contrôle des rails doit pouvoir assurer l'intégrité de la voie ferrée (Fig.I.3b).



(a) Contrôle de tubes dans les plateformes pétrolières (©Marc Wepierre).



(b) Contrôle de rails, (Rails).

Fig.I.3 Exemples d'application du CND par courants de Foucault [1]

I.2.3. Principe du CND-CF

Un courant d'excitation variable, soit harmonique soit pulsé, induit dans la pièce à contrôler les courants de Foucault s'opposant, d'après la loi de Lenz, au flux d'excitation (Fig.I.4). Si une fissure est présente dans la pièce, les courants de Foucault sont déviés.

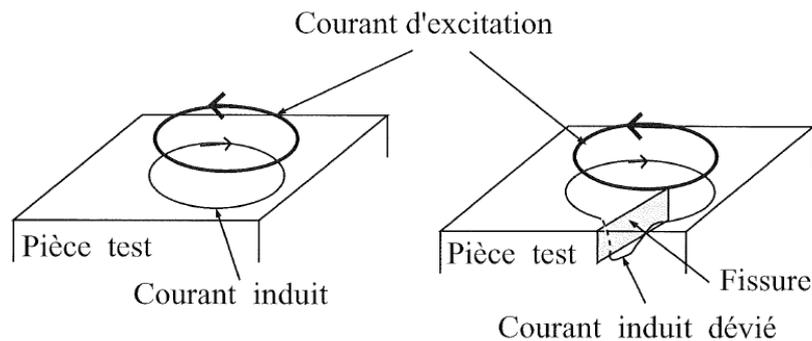


Fig.I.4 Schématisation de la détection d'une fissure par courants de Foucault

Le flux de réaction est alors modifié, modifiant ainsi l'induction à l'extérieur de la pièce. Soit à partir d'une pièce saine de référence, soit en déplaçant la bobine d'excitation, on peut alors mesurer cette variation d'induction. La mesure peut être locale ou bien par le flux à travers une bobine. Dans le cas d'un déplacement de la bobine, les variations en fonction de la position de la bobine constituent la signature de la fissure.

I.2.4. Différents types des capteurs inductifs

Il existe un grand nombre de façons de mettre en œuvre le bobinage afin de réaliser des capteurs à courants de Foucault [37].

I.2.4.1. Capteur absolu

C'est un capteur à double fonction, il est constitué d'une seule bobine émettrice - réceptrice qui crée le flux alternatif grâce au courant qui la parcourt et subit des variations d'impédance que l'on peut détecter en mesurant très finement son signal de sortie (Fig.I.5).

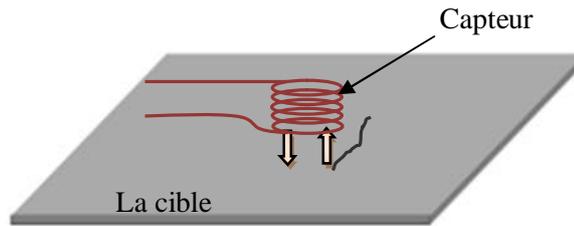


Fig.I.5 Capteur absolu.

I.2.4.2. Capteur double

C'est un capteur à fonctions séparées, il est constitué de deux bobines une excitatrice pour créer le flux et l'autre réceptrice pour le recueillir (Fig.I.6). Ce type de capteur est très utilisé pour les contrôles à basses fréquences ($f < 1kHz$).

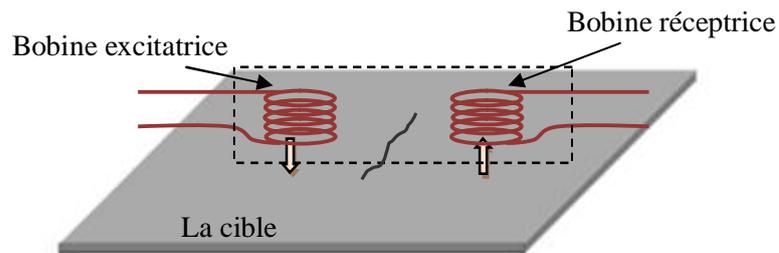


Fig. I.6. Capteur double.

I.2.4.3. Capteur différentiel

Un capteur en mode différentiel est une sonde destinée à accéder aux seules variations locales des caractéristiques du produit examiné, par différence permanente de deux mesures simultanées en deux zones voisines. Le capteur peut être constitué de deux enroulements identiques dont on mesure l'écart de l'impédance (Fig.I.7).

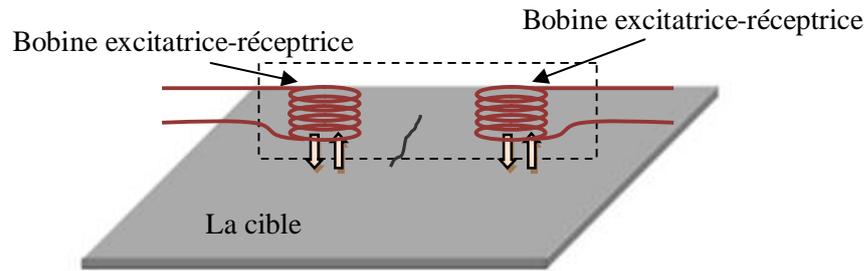


Fig.I.7 Capteur différentiel

I.2.4.4. Capteur matriciel

Le capteur matriciel peut être réalisé par assemblage d'un ensemble de bobines identiques qui fonctionnent d'une manière autonome (Fig.I.8).

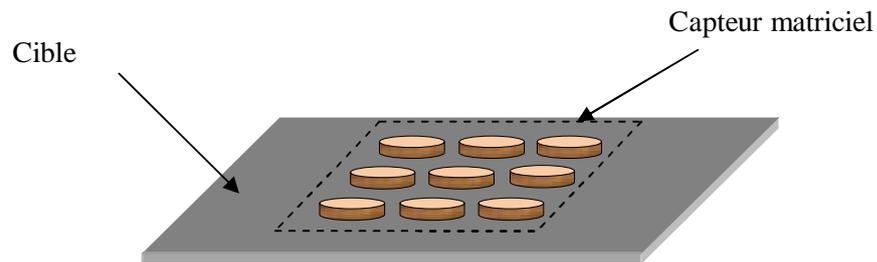


Fig.I.8 Capteur matriciel

I.2.5. Effet de peau

L'intensité des courants de Foucault dans un matériau conducteur caractérisé par une conductivité électrique σ et une perméabilité magnétique μ , diminue avec la profondeur (Fig.I.9). Cet effet est décrit par la profondeur de pénétration conventionnel δ , souvent nommée épaisseur de peau. En CND-CF, on peut détecter des défauts jusqu'à une profondeur de quelques δ . L'épaisseur de peau est donnée par :

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\sigma\mu}} \quad \text{I.1}$$

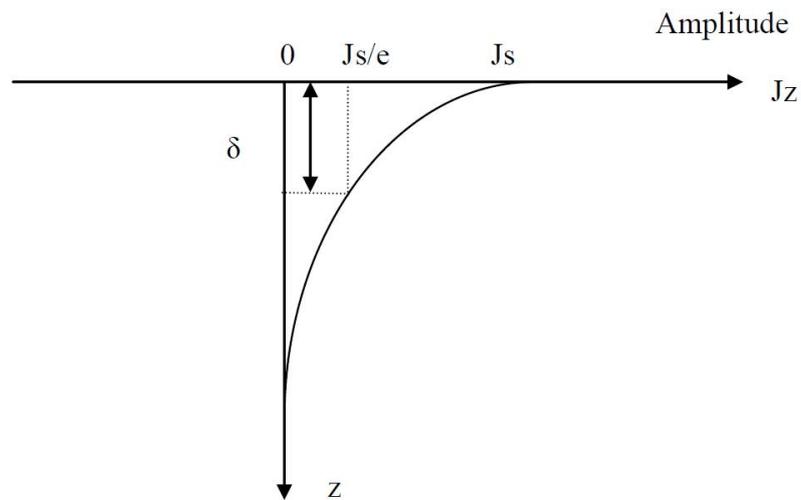


Fig.I.9 Répartition des courants de Foucault dans une pièce en fonction de la profondeur z

Si on considère une pièce plane d'épaisseur infinie, excitée par un courant extérieur de fréquence f (en Hz). Il est montré que 63% du courant circule dans l'épaisseur de peau. Le module de la densité de courants dans la pièce est [2]:

$$J(z) = J_s e^{-\frac{z}{\delta}} \quad \text{I.2}$$

Où z est la profondeur de la pièce, $J(z)$ est le module de la densité du courant à la profondeur z et J_s le module de la densité du courant à la surface de la pièce ($z = 0$). Nous pouvons constater que la densité du courant décroît de manière exponentielle dans la pièce (Fig.I.9).

I.2.6. Plan d'impédance

La présence d'un défaut produit la perturbation de la circulation des courants de Foucault dans la pièce (Fig.I.10), modifiant ainsi l'impédance du capteur inductif. La mesure de la variation d'impédance entre les deux états de la pièce (sain et fissuré) constitue le paramètre recherché :

$$\Delta Z = Z_0 - Z \quad \text{I.3}$$

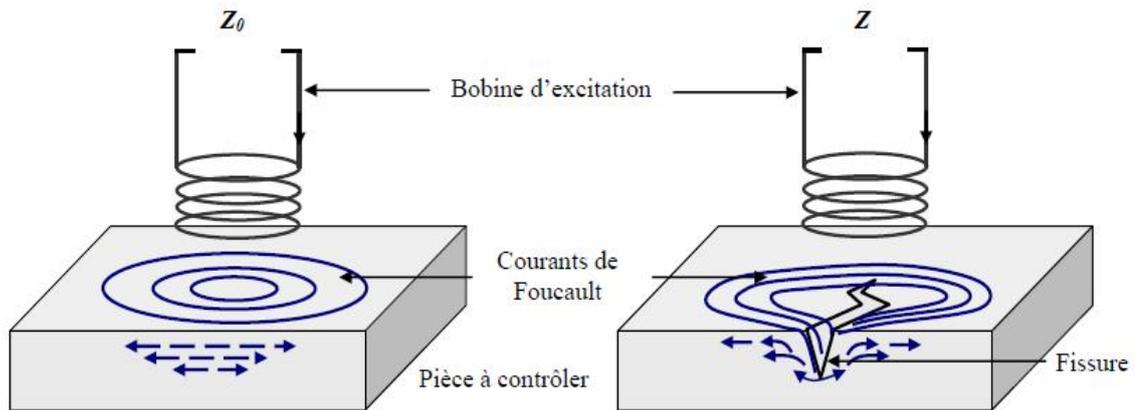


Fig.I.10 Mesure de la variation d'impédance du capteur

Il convient donc d'utiliser des circuits d'équilibrage appelés ponts de mesure dont le rôle est de mesurer la variation de l'impédance (écart entre la valeur de l'impédance apparente de la bobine en l'absence et en présence du défaut). La technologie des circuits électriques propose plusieurs ponts de mesure tels que le pont de Wheatstone, le pont de Maxwell,...etc.

Dans le cas général, un capteur inductif est donc caractérisé par deux grandeurs : la partie résistive (R) qui englobe les pertes par courants de Foucault dues à la pénétration du champ dans la cible et les pertes internes du bobinage d'excitation, et le terme inductif (X) qui représente la réactance du bobinage d'excitation liée à la topologie des lignes de champ magnétique émises par le palpeur :

$$Z = R + jX \quad \text{I.4}$$

Et pour ne conserver dans l'expression de l'impédance que les variations dues à la présence de la cible, on introduit la notion d'impédance normalisée Z_N qui se déduit de Z à l'aide de l'expression :

$$Z_N = R_N + jX_N = \frac{Z - R_0}{X_0} \quad \text{I.5}$$

Où:

$$Z_0 = R_0 + jX_0 \quad \text{I.6}$$

Z_0 est l'impédance à vide du capteur [2, 4, 5].

En procédant à cette normalisation, la mesure devient indépendante des caractéristiques propres de la bobine excitatrice (nombre de spires, pertes à vide). Elle dépend uniquement de la fréquence d'excitation f , de la géométrie du capteur, de la distance capteur/cible (lift - off) et des paramètres de la cible, à savoir sa géométrie, sa conductivité électrique σ et sa perméabilité magnétique μ . L'étude des variations de Z_N s'effectue dans le plan d'impédance normalisée en traçant X_N en fonction de R_N .

I.3. Modélisation d'un problème de CND-CF

Les dispositifs de CND-CF que nous envisageons pour la modélisation se caractérisent par le modèle magnétodynamique basse fréquence en régime quasi-stationnaire. Il s'agit de dispositifs constitués d'inducteurs filaires, de régions conductrices, de régions non conductrices magnétiques ou amagnétiques et de sources de courant. La modélisation de ces dispositifs peut être ramenée, dans le cas général, à un problème magnétodynamique type comme indiqué sur la Fig.I.11. L'ensemble de ce système forme le domaine de calcul Ω de frontière Γ .

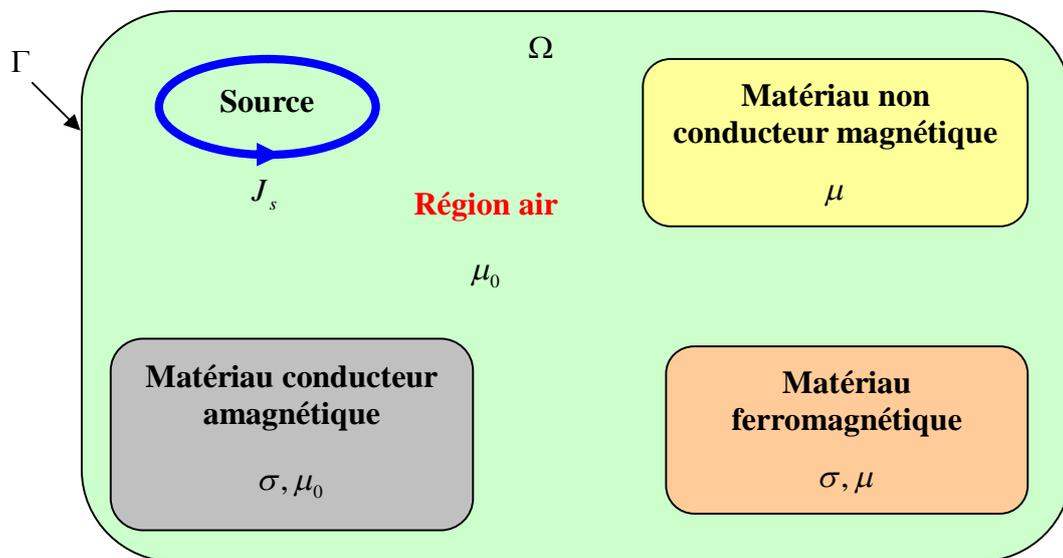


Fig.I.11 Problème magnétodynamique type

Pour décrire le comportement des grandeurs électromagnétiques dans le système à étudier, nous démarrons des quatre équations de Maxwell auxquelles nous associons les lois constitutives et les conditions de passage aux frontières.

I.3.1. Equations de Maxwell

Les équations de Maxwell constituent le modèle général de description du comportement et des interactions des champs électriques et magnétiques et de leurs sources respectives : charges et densités de courant, et traduisent l'interdépendance de ces quatre grandeurs :

$$\nabla \cdot D = \rho \quad \text{I.7}$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad \text{I.8}$$

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad \text{I.9}$$

$$\nabla \times H = J + \frac{\partial D}{\partial t} \quad \text{I.10}$$

Avec :

E : Champ électrique [V/m]

H : Champ magnétique [A/m]

B : Induction magnétique [T]

D : Induction électrique [C/m²]

J : Densité de courant [A/m²]

ρ : Densité volumique des charges électriques [C/m³]

I.3.2. Lois constitutives

Les quatre équations précédentes sont associées aux relations constitutives (lois de comportement) des matériaux :

$$B = \mu H + B_r \quad \text{I.11}$$

$$D = \varepsilon E \quad \text{I.12}$$

$$J = \sigma E \quad \text{I.13}$$

Où :

μ : Perméabilité magnétique [H/m]

σ : Conductivité électrique [S/m]

ε : Permittivité électrique [F/m]

B_r : Induction magnétique rémanente [T]

σ , μ et ε peuvent être soit des scalaires, modélisant le comportement de matériaux isotropes, soit des tenseurs qui permettent de tenir compte des effets d'anisotropie. La relation entre l'induction magnétique B et le champ magnétique H peut être non linéaire.

I.3.3. Conditions de Jauge

Pour assurer l'unicité de la solution du système (I.7 à I.13), il est nécessaire d'ajouter une condition dite « condition de Jauge » [6]. Dans les équations de Maxwell, les champs s'expriment soit à un gradient près (champ rotationnel), soit au rotationnel près (champ à divergence) ce qui justifie l'utilisation des jauges dans certaines formulations pour assurer l'unicité de la solution. Soient U et W deux champs de vecteurs, les conditions de jauge s'écrivent de façon générale par :

$$\nabla \cdot U = 0 \quad \text{Jauge de Coulomb} \quad \text{I.14}$$

$$\nabla \cdot U + k \frac{\partial u}{\partial t} = 0 \quad \text{Jauge de Lorentz} \quad \text{I.15}$$

$$U \cdot W = 0 \quad \text{Jauge adaptée pour les éléments d'arêtes} \quad \text{I.16}$$

I.3.4. Hypothèses simplificatrices

La plupart des travaux accomplis jusqu'à présent dans le domaine de calcul des champs et des courants de Foucault pour les systèmes électromagnétiques, sont fondés sur les hypothèses suivantes :

- Les problèmes de CND-CF sont relatifs au modèle magnétodynamique basse fréquence en régime quasi-stationnaire, et en conséquence le courant de déplacement est négligeable :

$$\frac{\partial D}{\partial t} = 0 \quad \text{I.17}$$

- Le courant d'alimentation est souvent supposé produit par un générateur de courant parfait et sa valeur doit être connue. Ainsi la quantité σE peut être décomposée en une partie imposée J_s (densité de courant source) et une partie due au champ électrique induit, pour laquelle on gardera la notation σE qui exprimera uniquement la densité des courants de Foucault :

$$J = J_s + \sigma E \quad \text{I.18}$$

- L'induction magnétique rémanente, peut être considérée comme nulle ($B_r=0$) dans le cas où le système ne contient pas d'aimant permanent.

Avec ces hypothèses, les équations à résoudre sont :

$$\nabla \cdot B = 0 \quad \text{I.19}$$

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad \text{I.20}$$

$$\nabla \times H = J_s + \sigma E \quad \text{I.21}$$

Et les relations constitutives deviennent :

$$J = J_s + \sigma E \quad \text{I.22}$$

$$B = \mu H \quad \text{I.23}$$

I.3.5. Formulation en potentiel A du modèle magnétostatique

De l'équation II.2, l'induction magnétique B peut être exprimée comme suit :

$$B = \nabla \times A \quad \text{I.24}$$

A est le potentiel vecteur magnétique. On combine les équations I.19, I.20 et I.24, en trouvant la formulation magnétostatique en potentiel A :

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times A \right) = J_s \quad \text{I.25}$$

Il y a nécessité à la connaissance des conditions aux limites relatives au domaine d'étude pour résoudre l'équation I.25. Deux conditions aux limites usuelles sont à imposer un potentiel nul sur la surface extérieure ou sa variation nulle sur un plan de symétrie. Soit :

$$A=0 \text{ sur } \Gamma \quad \text{I.26}$$

Cette dernière est dite condition de type Dirichlet. La présence d'un plan de symétrie, conduit à utiliser la condition aux limites dite condition de type Neumann :

$$\frac{\partial A}{\partial n} = 0 \text{ sur } \Gamma_s \quad \text{I.27}$$

Où Γ_s est le plan de symétrie de vecteur unitaire normal n (Fig.I.12).

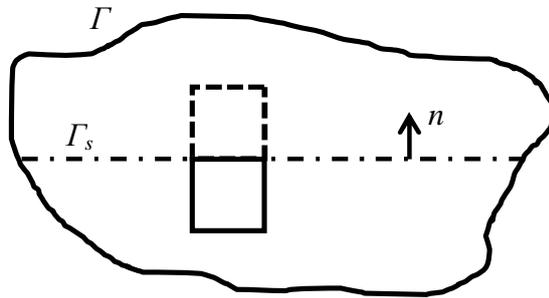


Fig.I.12 Schéma d'un plan de symétrie

En effet la connaissance des conditions aux limites n'est pas suffisante pour avoir la solution du problème. Si A est solution de I.25, alors il existe une infinité de solutions données par la forme:

$$A + \nabla\Phi \quad \text{I.28}$$

Où Φ est une grandeur scalaire quelconque. L'unicité du potentiel vecteur magnétique doit être assurée par l'utilisation d'une jauge. Dans la littérature, on trouve que la jauge de Coulomb est la plus utilisée [12, 20] :

$$\nabla \cdot A = 0 \quad \text{I.29}$$

L'introduction de la jauge de Coulomb dans la formulation I.25 assure l'unicité de la solution du potentiel vecteur magnétique et par conséquent conduit à une meilleure stabilité numérique [7, 20,21]. Il est recommandé d'introduire la jauge de Coulomb par pénalité à travers le terme $\nabla(\frac{1}{\mu}\nabla \cdot A)$ [22]. Dans ce cas, la formulation jaugée est donnée par l'équation :

$$\nabla \times (\frac{1}{\mu} \nabla \times A) - \nabla (\frac{1}{\mu} \nabla \cdot A) = J_s \quad \text{I.30}$$

Cette équation est appelée formulation en potentiel vecteur magnétique jaugée.

I.3.6. Formulation en potentiels A-V du modèle magnétodynamique

Avec les hypothèses simplificatrices, le modèle magnétodynamique issu des équations de Maxwell s'écrit :

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad \text{I.31}$$

$$\nabla \times H = J \quad \text{I.32}$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad \text{I.33}$$

Avec :

$$\nabla \cdot J = 0 \quad \text{I.34}$$

Et :

$$J = J_s + \sigma E \quad \text{I.35}$$

En reprenant l'équation I.24 et remplaçant dans l'équation I.31 on trouve :

$$\nabla \times E = -\frac{\partial(\nabla \times A)}{\partial t} \quad \text{I.36}$$

D'où :

$$\nabla \times \left(E + \frac{\partial A}{\partial t} \right) = 0 \quad \text{I.37}$$

A partir de la relation précédente, nous pouvons définir un potentiel scalaire électrique V par la relation :

$$E + \frac{\partial A}{\partial t} = -\nabla v \Leftrightarrow E = -\frac{\partial A}{\partial t} - \nabla v \quad \text{I.38}$$

Combinons les équations I.23, I.24, I.32, I.35 et I.38, on obtient :

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times A \right) + \sigma \left(\frac{\partial A}{\partial t} + \nabla v \right) = J_s \quad \text{I.39}$$

A cette équation, on ajoute :

$$\nabla \cdot J = \nabla \cdot \left(-\sigma \left(\frac{\partial A}{\partial t} + \nabla v \right) \right) = 0 \quad \text{I.40}$$

Si on considère le cas où les sources de courants sont parfaitement de forme sinusoïdale, alors on peut employer la représentation en régime harmonique de pulsation ω . En adoptant le changement de variable suivant [23] :

$$v = \frac{1}{j\omega} V \quad \text{I.41}$$

Le système s'écrit alors :

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times A \right) + j\omega \sigma (A + \nabla V) = J_s \quad \text{I.42}$$

$$\nabla \cdot (-j\omega \sigma (A + \nabla V)) = 0 \quad \text{I.43}$$

Avec $j^2 = -1$.

L'unicité du potentiel doit être assurée par l'utilisation d'une jauge. Dans la formulation A-V, la jauge de Coulomb semble être la plus efficace [12]. Cette jauge est généralement introduite par le terme de pénalité :

$$-\nabla \cdot \left(\frac{1}{\mu} \nabla A \right) \quad \text{I.44}$$

Donc, on obtient la formulation A-V jaugé :

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times A \right) - \nabla \cdot \left(\frac{1}{\mu} \nabla A \right) + j\omega \sigma (A + \nabla V) = J_s \quad \text{I.45}$$

$$\nabla \cdot (-j\omega \sigma (A + \nabla V)) = 0 \quad \text{I.46}$$

On peut aussi la réécrire, dans le cas bidimensionnel, sous la forme :

$$-\nabla \cdot \left(\frac{1}{\mu} \nabla A \right) + j\omega \sigma A = J_s \quad \text{I.47}$$

Et le cas tridimensionnel

$$-\nabla \cdot \left(\frac{1}{\mu} \nabla A \right) + j\omega \sigma (A + \nabla V) = J_s \quad \text{I.48}$$

$$\nabla \cdot (-j\omega \sigma (A + \nabla V)) = 0 \quad \text{I.49}$$

I.4. Méthodes numériques de discrétisation

Les méthodes numériques ont pour objectif de remplacer un problème continu défini avec un modèle mathématique souvent différentiel par un problème discret sous une forme algébrique. Dans les formulations issues de la physique de l'électrotechnique on peut citer les méthodes : différences finis (MDF), éléments finis (MEF), volumes finis (MVF) et les intégrales de frontières (MIF) qui sont de plus en plus utilisées. Historiquement, ce sont les différences finies qui ont été les premières méthodes utilisées, substituées après par les éléments finis vers les années 70. La méthode des différences finies est relativement simple de mise en œuvre, mais présente l'inconvénient d'avoir une faible qualité d'approximation des variables et l'incapacité de modéliser les géométries complexes [7]. Par ailleurs, elle exige un schéma de maillage très fin, qui peut ainsi se traduire par un coût de calcul prohibitif. Sans doute ce sont les éléments finis qui occupent une grande place dans les problèmes de modélisation. Contrairement à la MDF, les éléments finis s'adaptent bien aux géométries complexes; ainsi ils permettent d'améliorer considérablement la précision de calcul par la prise en compte de différents types de fonctions d'interpolations des variables. La diversité dans le choix de l'élément de maillage donne une flexibilité importante à la méthode.

La méthode des volumes finis qui fait l'objet de ce travail de thèse, commence à prendre place dans le domaine de la modélisation des problèmes d'électrotechnique. Originellement, la FVM était de manière extensive utilisée dans la résolution des problèmes de la dynamique de fluide [8,9]. Dès le début des années de quatre-vingts, elle a été dédiée pour la solution des équations de Maxwell, exactement dans le domaine de propagation des ondes [10,11]. En 2001, la FVM était présentée comme une nouvelle méthode d'investigation des problèmes de distribution des courants de Foucault du problème TEAM Workshop No.21 [12]. Ensuite, la FVM était utilisée pour construire un modèle 2D pour résoudre les problèmes magnétiques avec un fil fin comparé avec son profondeur de peau [13]. Récemment, la FVM a été appliquée pour la résolution des problèmes magnétostatiques non - linéaires en 3D [14]. Elle a été appliquée dans [18] pour le calcul des courants induits avec la formulation $T-\Phi$ où le maillage en éléments hexaédriques est considéré. Concernant les problèmes magnétostatiques, nous citons par exemple le travail de Zou dans [13] où un problème 2D dans le cas linéaire est résolu. Les résultats de calcul de l'induction magnétique en 3D dans un matériau saturé dans [14, 19], montrent l'efficacité de la MVF dans la résolution des problèmes magnétostatiques non linéaires.

1.5. Conclusion

Ce chapitre a concerné le principe de la technique du contrôle non destructif, les besoins industriels croissants qui ont provoqué le rapide développement de ce domaine de recherche. En particulier, nous avons présenté les courants de Foucault qui font l'objet de cette technique. Leur principe de fonctionnement, l'effet de peau qui en décrit la décroissance en fonction de la profondeur de la pièce, aussi les différentes méthodes numériques de discrétisation. Dans le chapitre suivant, nous allons modéliser les problèmes relatifs au contrôle non destructif par courants de Foucault avec la méthode des volumes finis.

Chapitre II

Mise en Œuvre de la MVF pour
les problèmes de CND-CF

II.1. Introduction

Dans ce chapitre nous allons tout d’abord présenter la discrétisation géométrique réalisée par le générateur de maillage GMSH. Ensuite, en passant par la discrétisation de la formulation magnétodynamique dans le cas axisymétrique et le cas tridimensionnel. Les méthodes numériques de résolution du système algébrique ainsi construit sont rappelées.

II.2. Discrétisation géométrique

La géométrie et le maillage sont développés à l’aide du mailleur GMSH. C’est un logiciel open source [24]. Il permet de réaliser des maillages bidimensionnels ainsi que tridimensionnels, pour cela on découpe le domaine d’étude en volumes élémentaires de taille réduite. Ces éléments dans le cas de 2D sont rectangulaires ou triangulaires, et dans le cas de 3D, soit de formes hexaédriques, tétraèdres ou des prismes. Nous limitons cette étude pour la forme triangulaire dans le cas 2D et prismatique dans le cas 3D.

II.2.1. Forme triangulaire

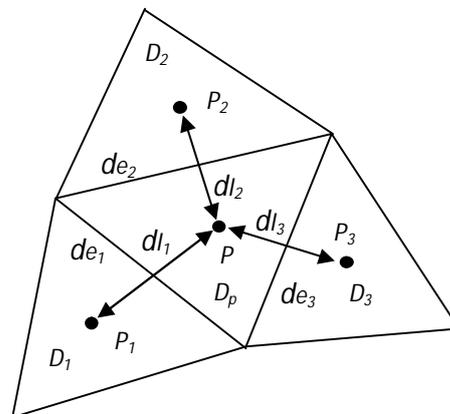


Fig.II.1 Schéma du maillage triangulaire

Le volume élémentaire D_p est caractérisé par : le nœud principal P , trois arêtes d_{e_1} , d_{e_2} et d_{e_3} , et trois volumes voisins D_1 , D_2 et D_3 (Fig.II.1).

II.2.2. Forme prismatique

Chaque élément (Fig.II.2) de volume D_p est caractérisé par cinq facettes f_i ($i=1 :5$), cinq voisins D_i ($i=1 :5$). La Fig.II.3 représente une projection 2D de l’élément prismatique D_p .

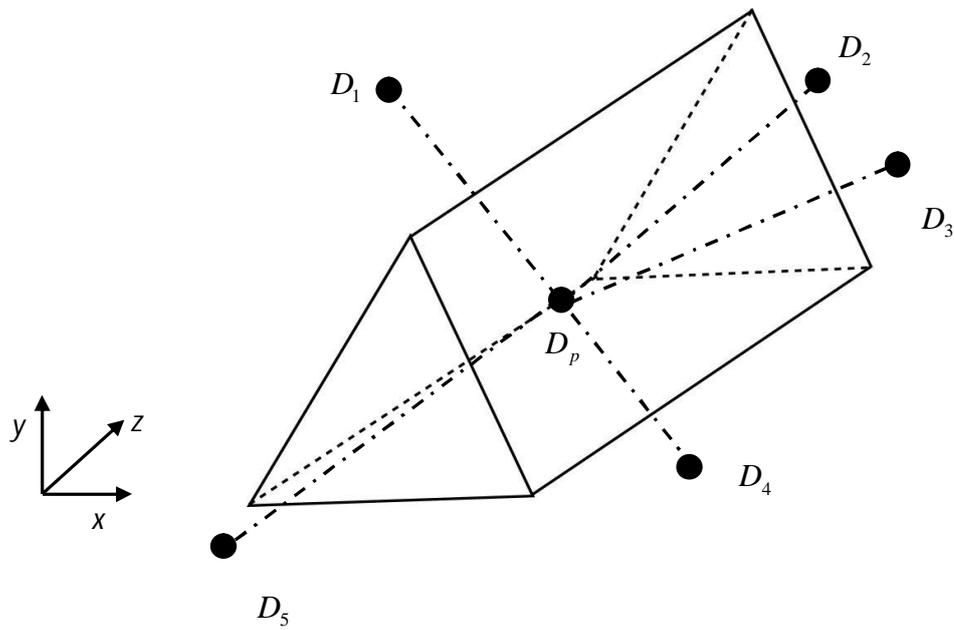


Fig.II.2 Schéma du maillage prismatique

Dans Fig.II.2, D_p , D_1 , D_2 , D_3 , D_4 et D_5 sont respectivement le volume principal et ses cinq voisins.

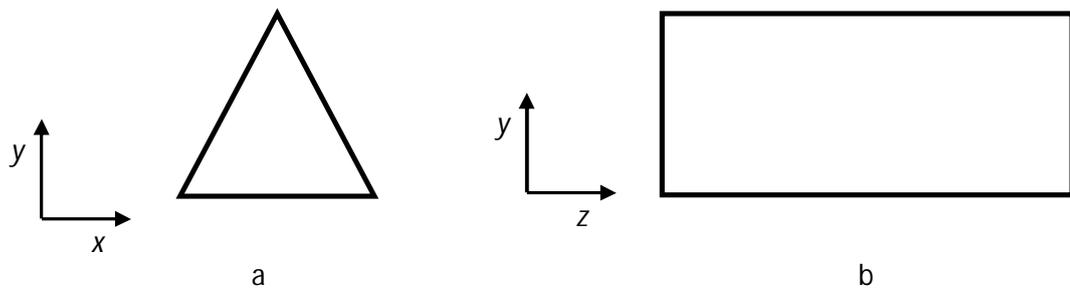


Fig.II.3 Schéma des facettes de l'élément prismatique: a. facette triangulaire, b. facette rectangulaire

On rappelle que la géométrie et le maillage sont réalisés par le mailleur GMSH. Pour notre part on s'intéresse à la forme prismatique, dont sa mise en œuvre est plus facile lorsqu'on utilise l'option « extrude » du mailleur GMSH. A titre d'illustration la Fig.II.4 représente la géométrie et le maillage d'un dispositif réalisé par GMSH.

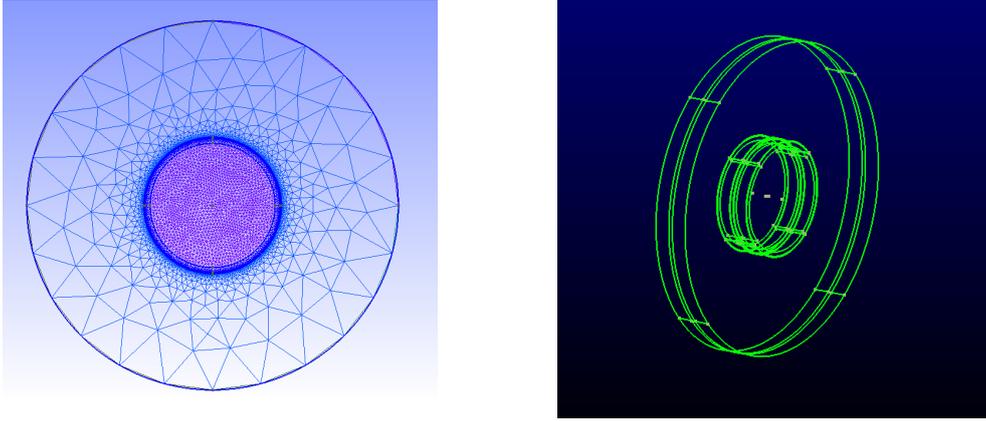


Fig.II.4 Géométrie et maillage réalisés par GMSH

II.3. Discrétisation des formulations électromagnétiques

II.3.1. Discrétisation de la formulation magnétodynamique axisymétrique

La mise en équations en volumes finis du modèle magnétodynamique consiste à intégrer l'équation I.47 dans le volume élémentaire D_p , ainsi elle s'écrit :

$$-\iint_{S_\Delta} \nabla \cdot \left(\frac{1}{\mu} \nabla A \right) ds + \iint_{S_\Delta} j\omega \sigma A ds = \iint_{S_\Delta} J_s ds \quad \text{II.1}$$

Telle que S_Δ est la surface du triangle. D'après le théorème de Green - Ostrogradsky on trouve :

$$-\iint_{S_\Delta} \nabla \cdot \left(\frac{1}{\mu} \nabla A \right) ds = -\oint_c \frac{1}{\mu} \nabla A \cdot de \quad \text{II.2}$$

Dans II.2, c est le contour de S_Δ et n est le vecteur normal. D'après la transformation adoptée, l'équation II.1 devient :

$$-\oint_c \frac{1}{\mu} \nabla A \cdot de + \iint_{S_\Delta} j\omega \sigma A ds = \iint_{S_\Delta} J_s ds \quad \text{II.3}$$

II.3.1.1. Calcul de l'intégral $-\oint_c \frac{1}{\mu} \nabla A \cdot de$

$$-\oint_c \frac{1}{\mu} \nabla A \cdot de = -\sum_{i=1}^3 \frac{1}{\mu} \nabla A \cdot de$$

$$\begin{aligned}
 &= \left(\frac{1}{\mu} \nabla A \cdot de \Big|_{de_1} + \frac{1}{\mu} \nabla A \cdot de \Big|_{de_2} + \frac{1}{\mu} \nabla A \cdot de \Big|_{de_3} \right) \\
 &= - \left(\frac{de_1}{\mu_1} \frac{A_1 - A_p}{dl_1 \sin(de_1, dl_1)} + \frac{de_2}{\mu_2} \frac{A_2 - A_p}{dl_2 \sin(de_2, dl_2)} + \frac{de_3}{\mu_3} \frac{A_3 - A_p}{dl_3 \sin(de_3, dl_3)} \right) \quad \text{II.4}
 \end{aligned}$$

La Fig.II.5 représente une projection de P_I pour le calcul du terme $\frac{1}{\mu} \nabla A \cdot de \Big|_{de_1}$. Tels que :

P : Nœud principal.

P_I : Nœud voisin.

P_I' : Nœud voisin fictif (projection de P_I).

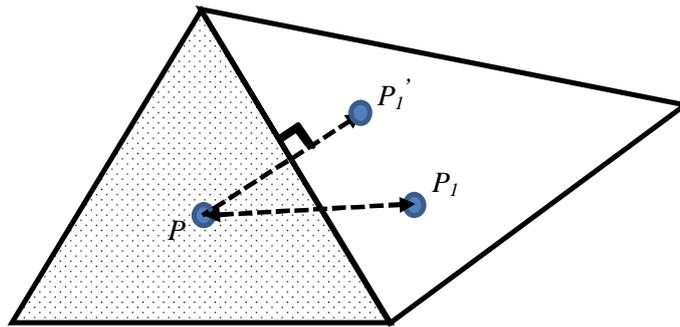


Fig.II.5 Le terme $gradA$ entre deux volumes élémentaires

On pose :

$$C_1 = \frac{de_1}{\mu_1} \frac{1}{dl_1 \sin(de_1, dl_1)} \quad \text{II.5}$$

Dans le cas général :

$$C_i = \frac{de_i}{\mu_i} \frac{1}{dl_i \sin(de_i, dl_i)} \quad \text{II.6}$$

Donc l'équation II.4 devient :

$$\begin{aligned}
 &= -\left(\sum_{i=1}^3 \frac{de_i}{\mu_i} \frac{A_i - A_p}{dl_i \sin(de_i, dl_i)}\right) \\
 &= -(C_1(A_1 - A_p) + C_2(A_2 - A_p) + C_3(A_3 - A_p)) \\
 &= A_p(C_1 + C_2 + C_3) - (C_1A_1 + C_2A_2 + C_3A_3) \quad \text{II.7}
 \end{aligned}$$

II.3.1.2. Calcul de l'intégral $\iint_{S_\Delta} jw\sigma A ds$

$$\iint_{S_\Delta} jw\sigma A ds = jw\sigma S_\Delta A_p \quad \text{II.8}$$

On pose :

$$C_4 = jw\sigma S_\Delta \quad \text{II.9}$$

Donc l'équation II.8 devient :

$$\iint_{S_\Delta} jw\sigma A ds = C_4 A_p \quad \text{II.10}$$

II.3.1.3. Calcul de l'intégral $\iint_{S_\Delta} J_s ds$

$$\iint_{S_\Delta} J_s ds = S_\Delta J_s \quad \text{II.11}$$

On pose :

$$C_s = S_\Delta J_s \quad \text{II.12}$$

Donc l'équation II.3 devient :

$$A_p(C_1 + C_2 + C_3) - (C_1A_1 + C_2A_2 + C_3A_3) + C_4A_p = C_s$$

$$A_p(C_1 + C_2 + C_3 + C_4) - (C_1A_1 + C_2A_2 + C_3A_3) = C_s \quad \text{II.13}$$

On pose :

$$C_p = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 \quad \text{II.14}$$

Alors on trouve l'équation algébrique finale :

$$A_p = \frac{1}{C_p} (C_1 A_1 + C_2 A_2 + C_3 A_3 + C_s) \quad \text{II.15}$$

II.3.2. Discrétisation de la formulation magnétodynamique 3D

Selon le theoreme de Green - Ostrogradsky les équations II.48, II.49 deviennent dans le cas 3D :

$$-\iiint_{\Omega} \nabla \cdot \left(\frac{1}{\mu} \nabla A \right) d\Omega = -\iint_s \frac{1}{\mu} \nabla A \cdot ds \quad \text{II.16}$$

$$\iiint_{\Omega} \nabla \cdot (-j\omega \sigma (A + \nabla V)) d\Omega = \iint_s (-j\omega \sigma (A + \nabla V)) \cdot ds \quad \text{II.17}$$

Avec les termes :

$$\iiint_{\Omega} (j\omega \sigma (A + \nabla V)) d\Omega = \iiint_{\Omega} j\omega \sigma A d\Omega + \iiint_{\Omega} j\omega \sigma \nabla V d\Omega \quad \text{II.18}$$

$$\iiint_{\Omega} J_s d\Omega \quad \text{II.19}$$

Par la suite on ne considere que la composante x .

II.3.2.1. Calcul de l'intégral $-\iint_s \frac{1}{\mu} \nabla A \cdot ds$

Soit :

$$\begin{aligned} -\iint_s \frac{1}{\mu} \nabla A_x \cdot ds \cdot n &= -\sum_{i=1}^5 \frac{1}{\mu_i} \nabla A_x \cdot ds_i \\ &= -\left(\frac{S_1}{\mu_1} \frac{A_{x1} - A_{xp}}{dl_1 \sin(de_1, dl_1)} + \frac{S_2}{\mu_2} \frac{A_{x2} - A_{xp}}{dl_2 \sin(de_2, dl_2)} + \frac{S_3}{\mu_3} \frac{A_{x3} - A_{xp}}{dl_1 \sin(de_3, dl_3)} \right. \\ &\quad \left. + \frac{S_4}{\mu_4} \frac{A_{x4} - A_{xp}}{dl_4 \sin(de_4, dl_4)} + \frac{S_5}{\mu_5} \frac{A_{x5} - A_{xp}}{dl_5 \sin(de_5, dl_5)} \right) \quad \text{II.20} \end{aligned}$$

On pose :

$$C_1 = \frac{S_1}{\mu_1} \frac{1}{dl_1 \sin(de_1, dl_1)} \quad \text{II.21}$$

Dans le cas général :

$$C_i = \frac{S_i}{\mu_i} \frac{1}{dl_i \sin(de_i, dl_i)} \quad \text{II.22}$$

Donc, le calcul de ce premier terme conduit à l'expression algébrique suivante :

$$-(C_1(A_{x1} - A_{xp}) + C_2(A_{x2} - A_{xp}) + C_3(A_{x3} - A_{xp}) + C_4(A_{x4} - A_{xp}) + C_5(A_{x5} - A_{xp})) = A_{xp}(C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + C_5) - (C_1A_{x1} + C_2A_{x2} + C_3A_{x3} + C_4A_{x4} + C_5A_{x5}) \quad \text{II.23}$$

II.3.2.2. Calcul de l'intégral $\iiint_{\Omega} j\omega \sigma A d\Omega + \iiint_{\Omega} j\omega \sigma \nabla V d\Omega$

$$\iiint_{\Omega} j\omega \sigma A d\Omega + \iiint_{\Omega} j\omega \sigma \nabla V d\Omega = j\omega \sigma_p A_{xp} D_p + j\omega \sigma_p \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right) \Big|_p D_p \quad \text{II.24}$$

σ_p est la conductivité électrique au nœud P . La dérivée du potentiel électrique V au nœud P peut être exprimée par :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial x} \right) \Big|_p = \frac{V_{x2} - V_{x1}}{dx} \quad \text{II.25}$$

Tels que P_{x2}, P_{x1} sont les nœuds fictifs créés selon les projections de la Fig.II.6. Avec $dx = dx_1 + dx_2$ est la distance entre ces deux nœuds fictifs.

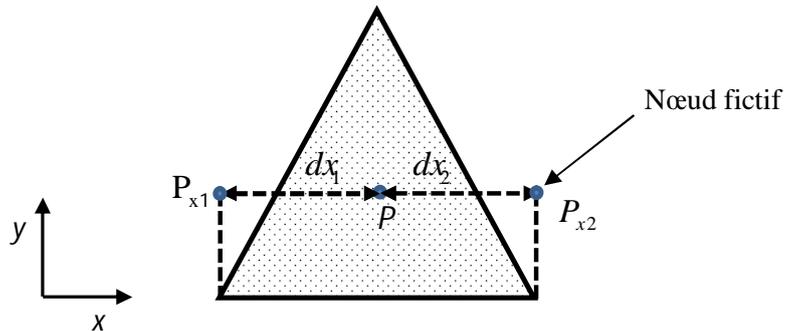


Fig. II.6 Création des nœuds fictifs

Donc on trouve :

$$j\omega \sigma_p D_p A_{xp} + j\omega \sigma_p D_p \frac{V_{x2} - V_{x1}}{dx} \quad \text{II.26}$$

On considère par la suite le terme :

$$C_6 = j\omega \sigma_p D_p \quad \text{II.27}$$

II.3.2.3. Calcul de l'intégral $\iiint_{\Omega} J_s d\Omega$

$$\begin{aligned} \iiint_{\Omega} J_s d\Omega &= J_s D_p \\ &= C_{xs} \end{aligned} \quad \text{II.28}$$

A partir du calcul précédent, on obtient :

$$\begin{aligned} A_{xp} (C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + C_5) - (C_1 A_{x1} + C_2 A_{x2} + C_3 A_{x3} + C_4 A_{x4} + C_5 A_{x5}) + \\ C_6 A_{xp} + C_6 \frac{V_{x2} - V_{x1}}{dx} = C_{xs} \end{aligned} \quad \text{II.29}$$

Soit :

$$\begin{aligned} A_{xp} (C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + C_5 + C_6) - (C_1 A_{x1} + C_2 A_{x2} + C_3 A_{x3} + C_4 A_{x4} + C_5 A_{x5}) + \\ C_6 \frac{V_{x2} - V_{x1}}{dx} = C_{xs} \end{aligned} \quad \text{II.30}$$

On pose :

$$C_p = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + C_5 + C_6 \quad \text{II.31}$$

D'où :

$$C_p A_{xp} = (C_1 A_{x1} + C_2 A_{x2} + C_3 A_{x3} + C_4 A_{x4} + C_5 A_{x5}) - C_6 \frac{V_{x2} - V_{x1}}{dx} + C_{xs} \quad \text{II.32}$$

Alors :

$$A_{xp} = \frac{1}{C_p} ((C_1 A_{x1} + C_2 A_{x2} + C_3 A_{x3} + C_4 A_{x4} + C_5 A_{x5}) - C_6 \frac{V_{x2} - V_{x1}}{dx} + C_{xs}) \quad \text{II.33}$$

Dans le cas général :

$$A_{xp} = \frac{1}{C_p} \left(\sum_{i=1}^5 C_i A_{xi} - C_6 \frac{V_{x2} - V_{x1}}{dx} + C_{xs} \right) \quad \text{II.34}$$

De même, on trouve les potentiels suivant y et z :

$$A_{yp} = \frac{1}{C_p} \left(\sum_{i=1}^5 C_i A_{yi} - C_6 \frac{V_{y2} - V_{y1}}{dy} + C_{ys} \right) \quad \text{II.35}$$

$$A_{zp} = \frac{1}{C_p} \left(\sum_{i=1}^5 C_i A_{zi} - C_6 \frac{V_{z2} - V_{z1}}{dz} + C_{zs} \right) \quad \text{II.36}$$

II.3.2.4. Calcul de l'intégral $\oiint_s (-j\omega \sigma (A + \nabla V)).ds$

$$\oiint_s (-j\omega \sigma (A + \nabla V)).ds = -\oiint_s j\omega \sigma A.ds - \oiint_s j\omega \sigma \nabla V.ds \quad \text{II.37}$$

- Le terme $-j\omega \oiint_s \sigma A.ds$:

$$\begin{aligned} -j\omega \oiint_s \sigma A.ds &= -\sum_{i=1}^5 \sigma_i A_i ds_i .n \\ &= -j\omega (\sigma_{f1} A_{f1} ds_{f1} .n|_{s1} + \sigma_{f2} A_{f2} ds_{f2} .n|_{s2} + \sigma_{f3} A_{f3} ds_{f3} .n|_{s3} + \sigma_{f4} A_{f4} ds_{f4} .n|_{s4} + \sigma_{f5} A_{f5} ds_{f5} .n|_{s5}) \end{aligned} \quad \text{II.38}$$

Avec :

$$A = A_x e_x + A_y e_y + A_z e_z \quad \text{II.39}$$

$$ds = ds.n \quad \text{II.40}$$

On prend :

$$A_{f1} ds_{f1} .n|_{s1} = S_1 \cos \theta_1 A_{xf1} + S_1 \cos \alpha_1 A_{yf1} + S_1 \cos \beta_1 A_{zf1} \quad \text{II.41}$$

Donc :

$$\sigma_{fi} A_{fi} ds_{fi} .n|_{si} = \sigma_{fi} S_i (\cos \theta_i A_{xfi} + \cos \alpha_i A_{yfi} + \cos \beta_i A_{zfi}) \quad \text{II.42}$$

Tel que A_{fi} est le potentiel vecteur magnétique au facette f_i . La Fig.II.7 représente un nœud fictif crée sur la facette f_1 . Tels que P , P_1 et P_{f1} sont respectivement le noeud principal, le noeud voisin et noeud fictif crée sur la facette f_1 .

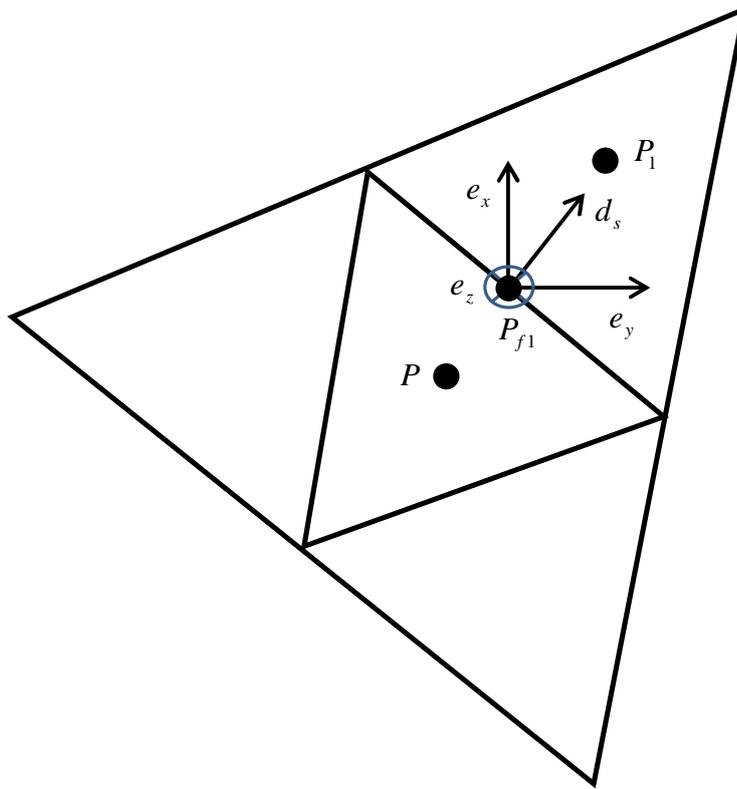


Fig.II.7 Création d'un nœud fictif sur la facette f_l

On exprime le potentiel A_{f_i} et la conductivité électrique σ_{f_i} aux facettes comme suit :

$$A_{nfi} = \frac{A_{np} + A_{ni}}{2} \quad \text{II.43}$$

$$\sigma_{f_i} = \frac{\sigma_p + \sigma_i}{2} \quad \text{II.44}$$

Avec $n=x,y,z$ et $i=1:5$.

On pose :

$$\begin{aligned} -j\omega \sum_{i=1}^5 \sigma_{f_i} A_{f_i} ds_{f_i} \cdot n &= -j\omega \sum_{i=1}^5 \sigma_{f_i} S_i (\cos \theta_i A_{xf_i} + \cos \alpha_i A_{yf_i} + \cos \beta_i A_{zf_i}) \\ &= \sum_{i=1}^5 G_i \end{aligned} \quad \text{II.45}$$

- Le terme $-\iiint_s j\omega\sigma\nabla V.ds$:

$$\begin{aligned}
 -j\omega\iiint_s \sigma\nabla V.ds = & -j\omega(\sigma_1 S_1 \frac{V_1 - V_p}{dl_1 \sin(dl_1, de_1)} + \sigma_2 S_2 \frac{V_2 - V_p}{dl_2 \sin(dl_2, de_2)} + \sigma_3 S_3 \frac{V_3 - V_p}{dl_3 \sin(dl_3, de_3)} + \\
 & \sigma_4 S_4 \frac{V_4 - V_p}{dl_4 \sin(dl_4, de_4)} + \sigma_5 S_5 \frac{V_5 - V_p}{dl_5 \sin(dl_5, de_5)})
 \end{aligned} \quad \text{II.46}$$

On pose :

$$B_1 = j\omega\sigma_1 S_1 \frac{1}{dl_1 \sin(dl_1, de_1)} \quad \text{II.47}$$

Soit, sous une forme générale :

$$B_i = j\omega\sigma_i S_i \frac{1}{dl_i \sin(dl_i, de_i)} \quad \text{II.48}$$

Avec $\sigma_i = \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_4 = \sigma_5$.

Donc le deuxième terme devient :

$$\begin{aligned}
 & B_1(V_1 - V_p) + B_2(V_2 - V_p) + B_3(V_3 - V_p) + B_4(V_4 - V_p) + B_5(V_5 - V_p) = \\
 & V_p(B_1 + B_2 + B_3 + B_4 + B_5) + (B_1V_1 + B_2V_2 + B_3V_3 + B_4V_4 + B_5V_5)
 \end{aligned} \quad \text{II.49}$$

On pose :

$$B_p = B_1 + B_2 + B_3 + B_4 + B_5 \quad \text{II.50}$$

Alors :

$$V_p = \frac{1}{B_p} \left(\sum_{i=1}^5 B_i V_i + \sum_{i=1}^5 G_i \right) \quad \text{II.51}$$

II.3.2.5. Construction du système algébrique final

Rappelons que les équations (II.34), (II.35), (II.36) et (II.51) sont développées pour le volume élémentaire D_p correspond au nœud principal P . On réécrit ces équations pour l'ensemble des éléments de maillage, ensuite nous les assemblons, nous obtenons le système d'équations suivant :

$$A_{xp} = \frac{1}{C_p} \left(\sum_{i=1}^5 C_i A_{xi} - C_6 \frac{V_{x2} - V_{x1}}{dx} + C_{xs} \right) \quad \text{II.52}$$

$$A_{yp} = \frac{1}{C_p} \left(\sum_{i=1}^5 C_i A_{yi} - C_6 \frac{V_{y2} - V_{y1}}{dy} + C_{ys} \right) \quad \text{II.53}$$

$$A_{zp} = \frac{1}{C_p} \left(\sum_{i=1}^5 C_i A_{zi} - C_6 \frac{V_{z2} - V_{z1}}{dz} + C_{zs} \right) \quad \text{II.54}$$

$$V_p = \frac{1}{B_p} \left(\sum_{i=1}^5 B_i V_i + \sum_{i=1}^5 G_i \right) \quad \text{II.55}$$

II.4. Résolution des systèmes d'équations algébriques

Pour la résolution des systèmes d'équations algébriques linéaires, il existe deux familles de méthodes : les méthodes directes et les méthodes itératives.

II.4.1. Méthodes directes

Ces méthodes sont applicables pour les systèmes linéaires de petite taille. Elles sont précises et exactes mais demandent beaucoup d'espace mémoire et temps de calcul. Parmi les méthodes directes nous citons : Méthode de Cramer, Gauss, Jordon, Crout,...etc.

II.4.2. Méthodes itératives

Ces méthodes sont mieux adaptées aux matrices creuses de grande taille. Parmi ces méthodes, nous citons :

- **Méthode de Jacobi**

Elle est basée sur la transformation du système $A.X = B$ en :

$$X_i^{k+1} = \frac{\left(b_i - \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j^k \right)}{a_{ii}}; (i \neq j); i = 1, \dots, n \quad \text{II.56}$$

On estime une valeur arbitraire initiale X_i^0 pour ($k = 0$), le calcul sera arrêté si :

$$\left| X_i^{(k+1)} - X_i^k \right| < \varepsilon \quad \text{ou} \quad \left(\left| X_i^{(k+1)} - X_i^k \right| / X_i^k \right) < \varepsilon \quad \text{II.57}$$

ϵ est la précision de calcul imposée par l'utilisateur.

- **Méthode de Gauss Seidel**

Cette méthode consiste à transformer le système $A.X = B$ en :

$$X_i^{k+1} = \frac{\left(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} X_j^{k+1} \right) - \sum_{j=i+1}^n a_{ij} X_j^k}{a_{ij}}; i = 1, \dots, n \quad \text{II.58}$$

En donnant aux inconnues X_i^k des valeurs arbitraires initiales X_i^0 pour ($k = 0$), le calcul sera arrêté si :

$$\left| X_i^{(k+1)} - X_i^k \right| < \epsilon \quad \text{ou} \quad \left(\left| X_i^{(k+1)} - X_i^k \right| / X_i^k \right) < \epsilon \quad \text{II.59}$$

ϵ : précision imposée par l'utilisateur.

- **Méthode de relaxation**

Pour améliorer la rapidité de la convergence dans les méthodes itératives, on utilise un facteur de relaxation λ [25, 26], tel que :

$$X_i^{(k+1)} = X_i^k + \lambda(X_i^{(k+1)} - X_i^k) \quad \text{II.60}$$

II.5. Conclusion

Dans ce chapitre la méthode des volumes finis a été mise en oeuvre pour la discrétisation du modèle magnétodynamique dans les deux cas axisymétrique et tridimensionnel. Les formulations adoptées sont celles en potentiel vecteur magnétique. Dans le chapitre suivant nous allons implanter ces formulations dans un code de calcul développé sous Matlab.

Chapitre III
Caractérisation Electromagnétique
et CND-CF

III.1. Introduction

Dans le chapitre précédent, la formulation du problème direct relative à la construction d'un modèle mathématique reliant les caractéristiques physiques et géométriques aux grandeurs électromagnétiques a été abordée. Dans un problème de caractérisation, les données physiques ne sont pas connues et constituent les paramètres recherchés. Ce chapitre est consacré à la résolution d'un problème inverse pour la caractérisation électromagnétique d'un tube d'Acier. Le problème traité est ainsi constitué du tube et d'un capteur inductif encerclant. Il s'agit de déterminer la perméabilité magnétique et la conductivité électrique du matériau.

III.2. Description du problème

Le problème est constitué d'un tube d'Acier de nuance X42 et d'un capteur inductif encerclant réalisé au sein du laboratoire LGEB (Fig.III.1). Les mesures expérimentales ont été effectuées, par un RLC-mètre de précision GWINSTEK LCR-8105G pour l'impédance du capteur et par le multimètre de précision HAMEG HM 8112-3 pour la méthode de quatre points.



Fig.III.1 Mesure expérimentale de l'impédance du capteur par LCR 8105G

Les différents paramètres du problème sont montrés dans le Tableau.III.1.

| Capteur encerclant, dimensions en mm | |
|--------------------------------------|-------------|
| Rayon extérieur ($r4$) | 111.1 |
| Rayon intérieur ($r3$) | 110 |
| Longueur (l) | 7.7 |
| Nombre de spires | 28 |
| Lift-off | 0.7 |
| Tube d'Acier, dimensions en mm | |
| Rayon extérieur ($r1$) | 109.3 |
| Rayon intérieur ($r2$) | 100.8 |
| Longueur | 1147.7 |
| Conductivité MS/m | 2.69 |
| Autre | |
| Fréquence (kHz) | 1 - 10.2 |

Tableau.III.1 Différents paramètres du problème

III.3. Mesure de la conductivité électrique

La conductivité électrique a été mesurée par la méthode quatre points [28, 29, 30] comme il est montré dans la Fig.III.2. On injecte un courant aux bornes des électrodes A et B et on mesure la différence du potentiel aux bornes des électrodes C et D . La Fig.III.3 représente une photo du système de quatre points réalisé au laboratoire LGEB. Le Tableau.III.2 représente les résultats obtenus par la méthode quatre points.

| I (A) | U (micro-V) | Résistivité ($\mu\Omega/m$) | Conductivité (MS/m) |
|---------|---------------|-------------------------------|-------------------------|
| 3 | 34 | 0.371 | 2.69 |

Tableau.III.2 Résultats de la méthode de quatre points

On injecte un courant continu de quelques ampères et on mesure la différence du potentiel avec le multimètre de de précision HAMEG HM 8112-3.

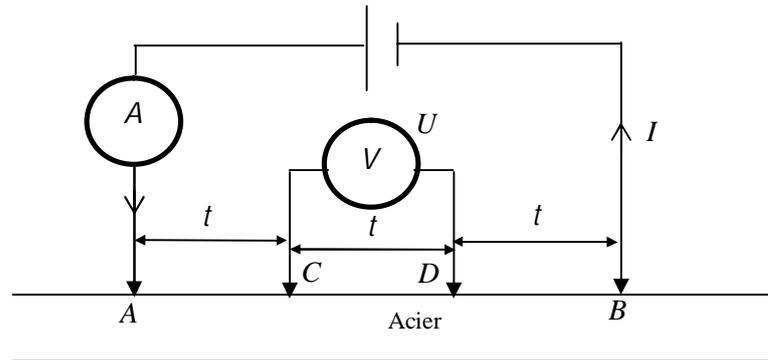


Fig.III.2 Méthode de quatre points

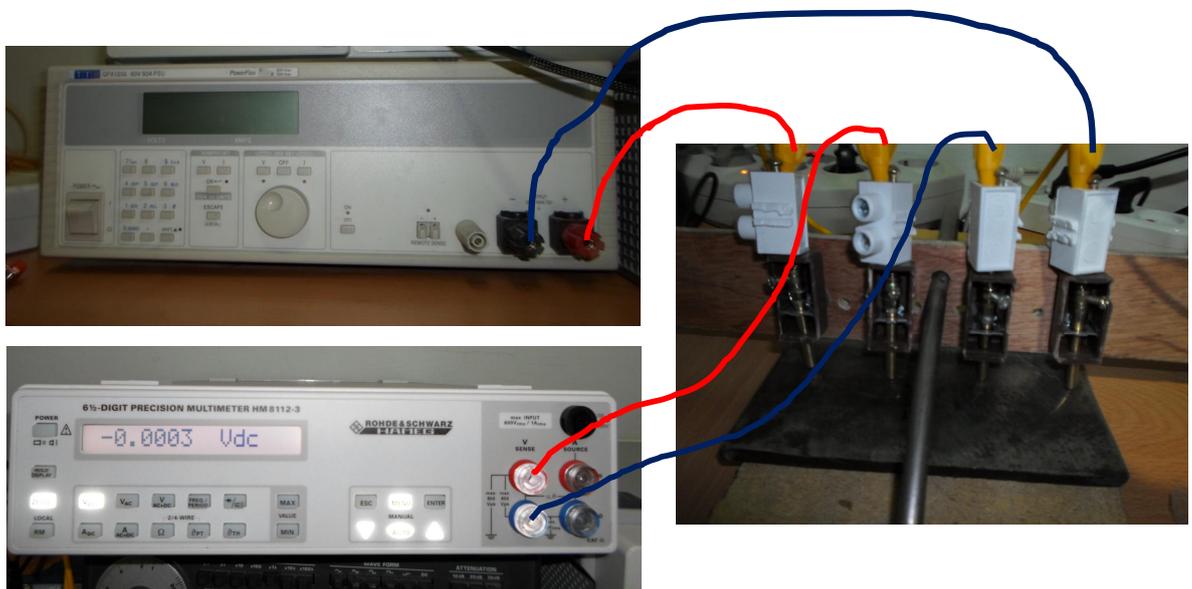


Fig.III.3. Montage de la technique quatre points réalisée au laboratoire LGEB

III.4. Identification de la perméabilité magnétique

Cette partie concerne l'identification de la perméabilité magnétique du matériau à partir de l'inversion du modèle direct axisymétrique déjà développé. L'algorithme de l'inversion est de type simplex (Nelder et Mead).

III.4.1. Modèle direct

Pour un tube sain, on peut considérer le système (pièce + bobine) comme un système axisymétrique et par conséquent une modélisation axisymétrique. La formulation électromagnétique adoptée est celle en potentiel vecteur magnétique. Pour déterminer le paramètre

recherché de la pièce, on utilise une bobine encerclante. Le problème traité est représenté dans la Fig.III.4.



Fig.III.4 Description du problème, (a) Tube d'Acier avec capteur encerclant, (b) Le capteur encerclant

Vu la symétrie qu'il présente, l'étude de tel dispositif peut être menée en axisymétrique (Fig.III.5). La modélisation est procédée par un solveur volume finis axisymétrique, basé sur la formulation en potentiel A et associée au logiciel de maillage GMSH. La résolution est effectuée par le code de calcul développé sous l'environnement MATLAB. La Fig.III.6 montre le maillage du modèle géométrique réalisé par GMSH.

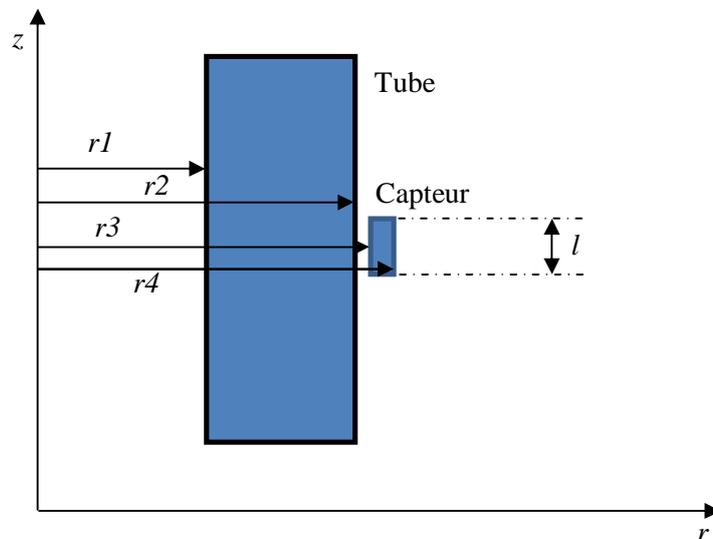


Fig.III.5 Modèle géométrique du problème

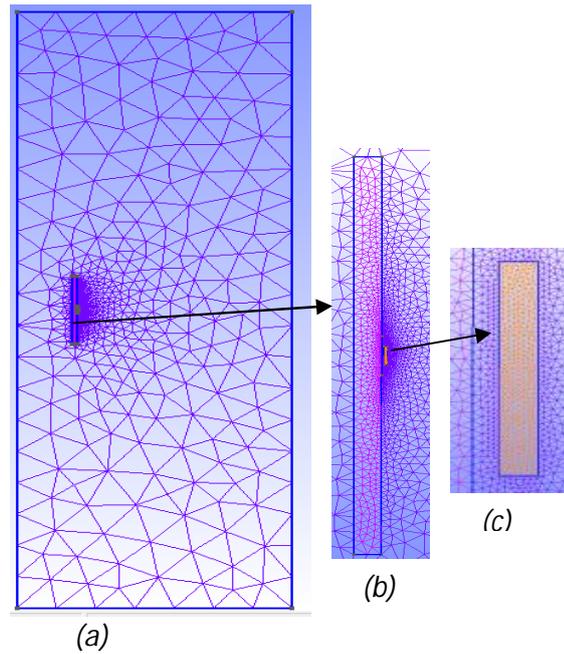


Fig.III.6 Maillage GMSH du problème
 (a) Domaine d'étude, (b) Tube, (c) Capteur

Les données du maillage sont exportées du GMSH vers Matlab afin de les exploitées par le solveur volume finis. Le potentiel vecteur magnétique à vide (sans tube d'Acier) est représenté dans la Fig.III.7. L'impédance du capteur peut être déduite une fois que le potentiel vecteur magnétique est calculé en tout point de l'espace.

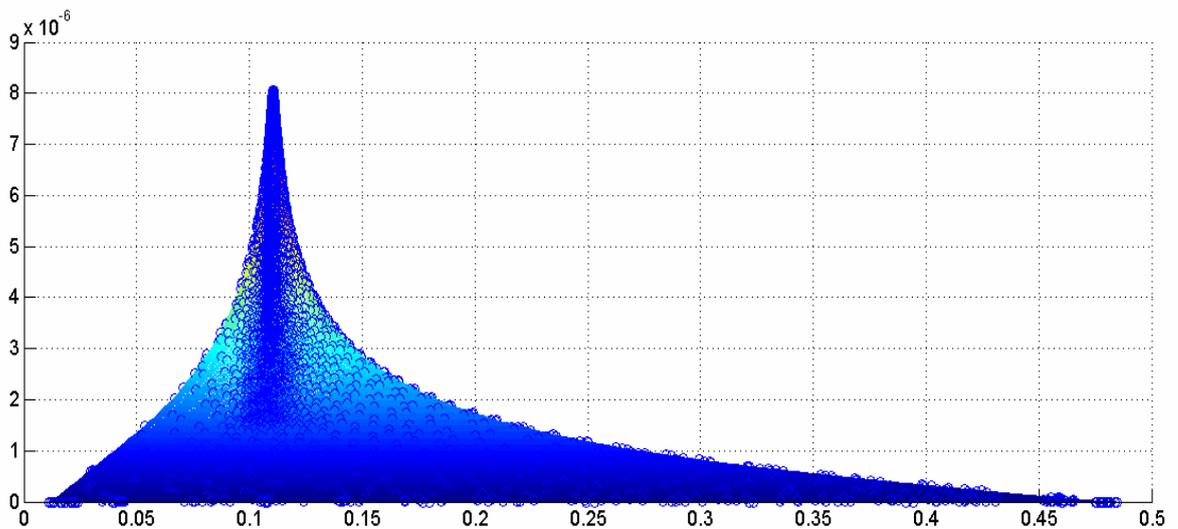


Fig.III.7 Distribution du potentiel A à vide

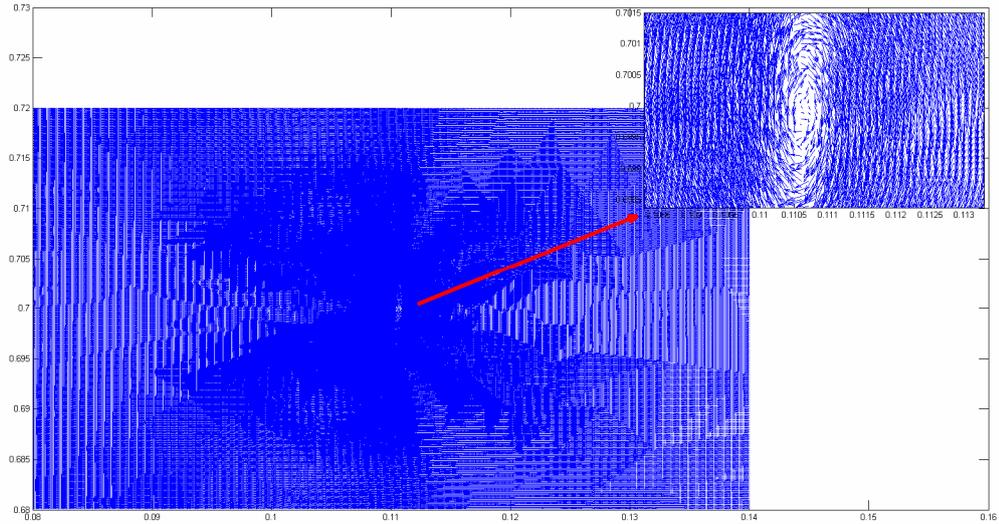


Fig.III.8 Vecteurs de l'induction magnétique à vide

La Fig.III.8 représente les vecteurs de l'induction magnétique.

III.4.2. Impédance normalisée

Rappelons que le capteur inductif est caractérisé par une impédance Z donnée par :

$$Z = R + jX \quad \text{III.1}$$

On obtient cette impédance par l'utilisation de l'équation suivante :

$$I^2 Z = j\omega \int_{\Omega_s} A \cdot J_s d\Omega_s \quad \text{III.2}$$

Où A est le potentiel vecteur magnétique, J_s est la densité du courant parcourant la bobine et Ω_s représente le volume occupé par la bobine. Pour ne conserver dans l'expression de l'impédance que les variations dues à la présence de la cible, on utilise l'impédance normalisée :

$$\begin{aligned} Z_N &= R_N + jX_N \\ &= \frac{Z - R_0}{X_0} \end{aligned} \quad \text{III.3}$$

Où :

$$Z_0 = R_0 + jX_0 \quad \text{III.4}$$

Z_0 Est l'impédance à vide du capteur. En procédant à cette normalisation, la mesure devient épendante uniquement de la fréquence d'excitation f , de la distance capteur/cible (lift-off) et des paramètres de la cible, à savoir sa géométrie, sa conductivité électrique σ et sa perméabilité magnétique μ .

III.4.3. Stratégie de traitement du problème inverse

L'objectif consiste à estimer les grandeurs caractéristiques du matériau non accessibles par la mesure directe. On ne dispose pour cela que des informations issues des acquisitions du capteur. Cette logique implique l'existence de deux grandes étapes pour la résolution de tout problème inverse :

- Construction et développement d'un modèle direct représentatif de la réalité physique.
- L'inversion des grandeurs observées en s'appuyant sur la résolution de ce modèle direct.

Dans le cas général, les méthodes inverses cherchent à déterminer des grandeurs difficilement mesurables à partir de grandeurs facilement observables. Le modèle direct a été inversé via un algorithme (Fig.III.9) utilisant une méthode d'optimisation de type simplex (Nelder et Mead) [27]. L'objectif ici, consiste à déterminer la perméabilité magnétique de la cible. Dans l'algorithme d'inversion, on commence par l'introduction des données géométriques, ensuite on propose une valeur initiale de la perméabilité magnétique, puis on itère l'équation (II.15) jusqu'à l'obtention de l'impédance calculée (Z_c), cette valeur est comparée avec celle mesurée (Z_m). La fonction objective $fval$, [4] est évaluée en fonction de Z_c et Z_m :

$$fval = \sqrt{\left(1 - \frac{R_{Nc}}{R_{Nm}}\right)^2 + \left(1 - \frac{X_{Nc}}{X_{Nm}}\right)^2} \quad \text{III.5}$$

Avec R_{Nc} et X_{Nc} sont respectivement les valeurs calculées de la résistance et de la réactance, à partir du modèle direct. R_{Nm} et X_{Nm} sont respectivement les valeurs mesurées de la résistance et de la réactance. Ces valeurs (calculées et mesurées) sont normalisées.

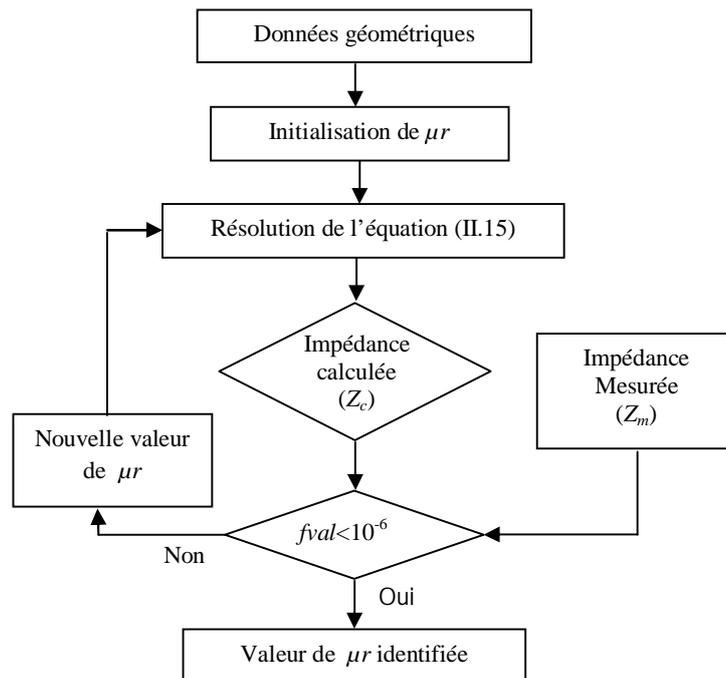


Fig.III.9 Algorithme d'inversion

III.4.4. Identification de la perméabilité magnétique par inversion

Dans cette identification, nous visons la détermination de la perméabilité magnétique du matériau de référence X42. Nous présentons sur la Fig.III.10 l'évolution de la fonction coût correspondante, à chaque itération inverse.

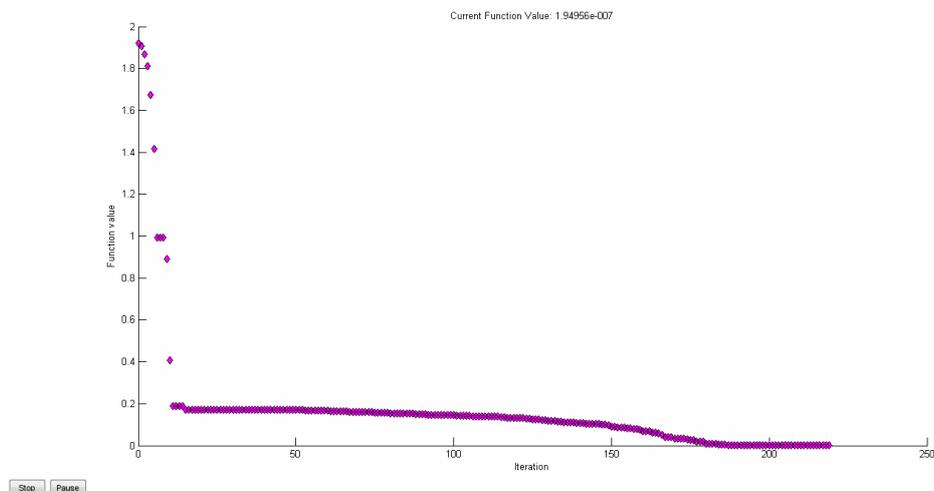


Fig.III.10 Evolution de la fonction coût en fonction des itérations inverses

Nous pouvons remarquer que la valeur de perméabilité se stabilise après 180 itérations inverses. Le Tableau.III.3 montre les résultats obtenus pour différentes fréquences d'excitation du capteur.

| $f (Hz)$ | Perméabilité magnétique relative |
|----------|----------------------------------|
| 1000 | 54 |
| 2000 | 53.5 |
| 5000 | 52 |
| 10200 | 46 |

Tableau.III.3 Différentes valeurs de la perméabilité magnétique en fonction de la fréquence

On remarque que la perméabilité magnétique se diminue avec l'augmentation de la fréquence (Fig.III.11).

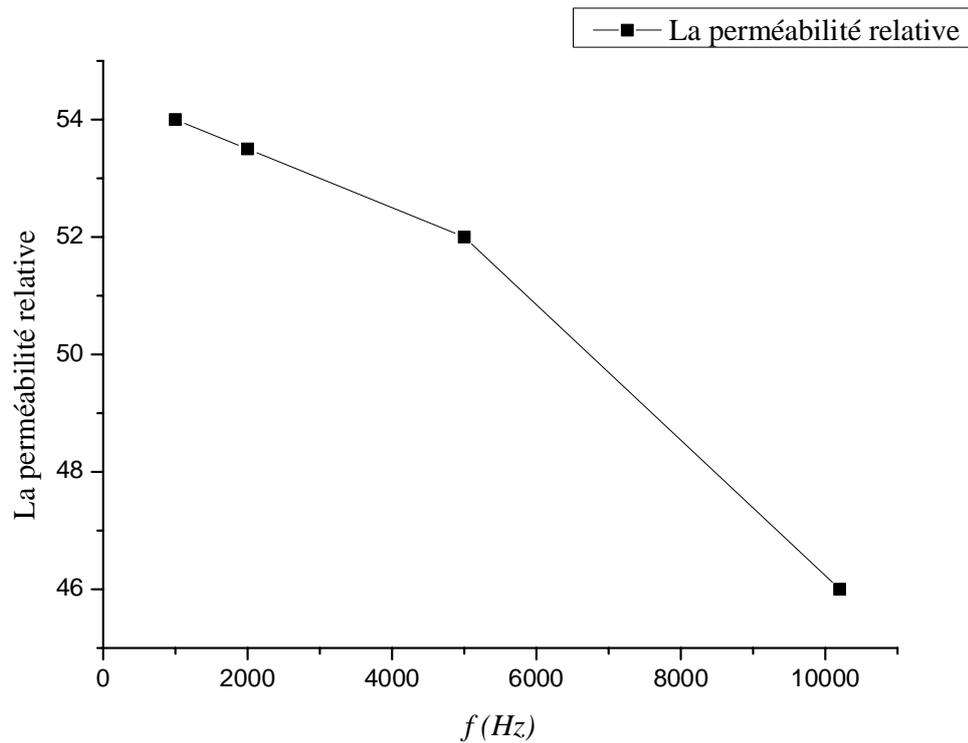


Fig.III.11 Perméabilité magnétique en fonction de la fréquence

La distribution du potentiel vecteur magnétique en charge est illustrée dans la Fig.III.12.

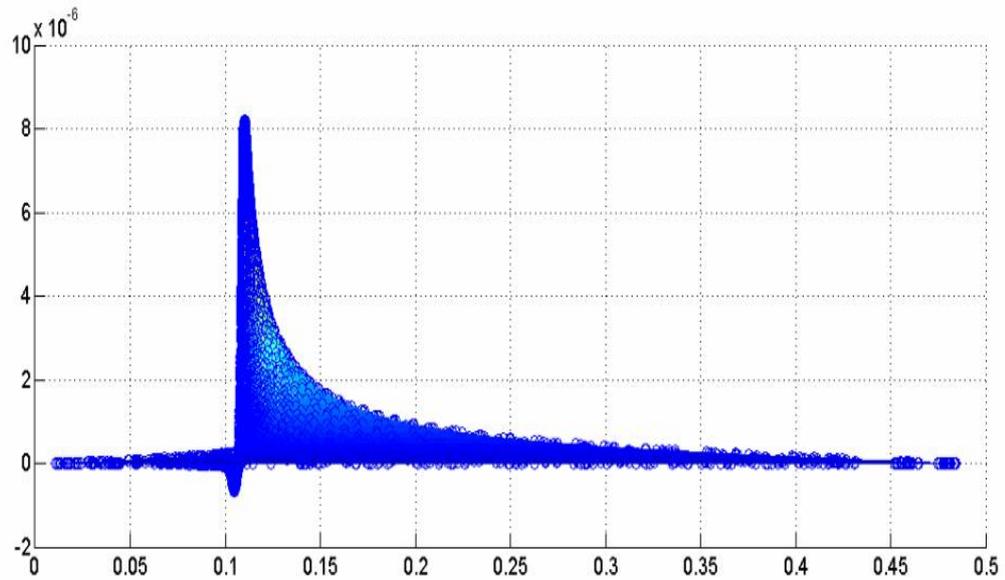


Fig.III.12 Potentiel vecteur magnétique en charge

La Fig.III.13, montre la canalisation de l'induction magnétique dans le matériau.

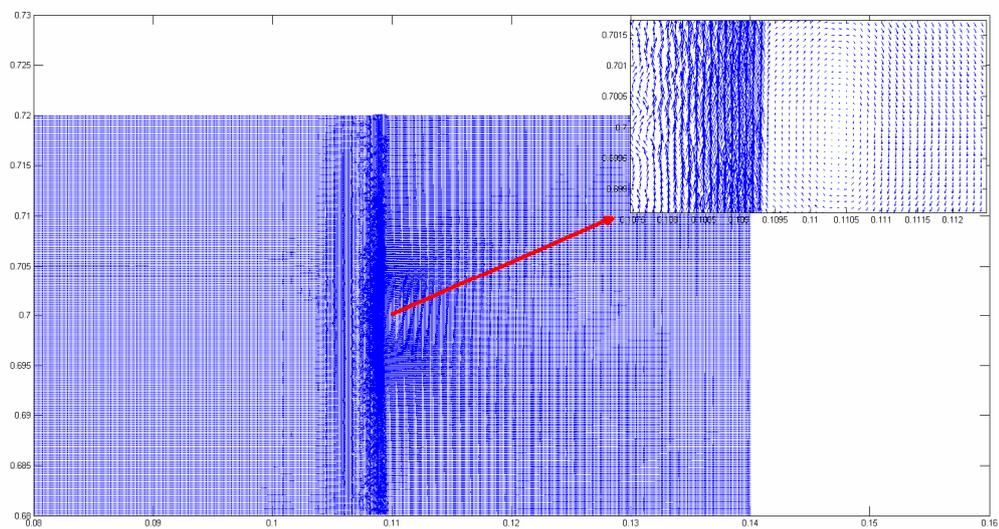


Fig.III.13 Vecteurs de l'induction magnétique en charge
(avec tube)

III.5. Vérification des paramètres identifiés

Afin de vérifier les paramètres identifiés (conductivité électrique et perméabilité magnétique), nous allons les introduire dans le modèle direct et par la suite procéder au calcul de la résistance et de la réactance du capteur en fonction de la fréquence. Le Tableau.III.4, montre les résultats numériques et expérimentaux relatifs aux variations de la résistance et la réactance du capteur.

| f (kHz) | Mesure | | Calcul | | Erreur (%) | |
|-----------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|------------|------------|
| | $\Delta R(\Omega)$ | $\Delta X(\Omega)$ | $\Delta R(\Omega)$ | $\Delta X(\Omega)$ | ΔX | ΔR |
| 1 | 1.33 | 0.51 | 0.87 | 0.43 | 34.75 | 16.10 |
| 2 | 2.27 | 0.12 | 1.69 | 0.06 | 25.67 | 48 |
| 5 | 4.58 | 3.19 | 3.86 | 2.75 | 15.59 | 13.90 |
| 10.2 | 7.74 | 10.28 | 7.20 | 9.48 | 6.96 | 7.74 |

Tableau.III.4 Variation de la résistance et de la réactance en fonction de la fréquence

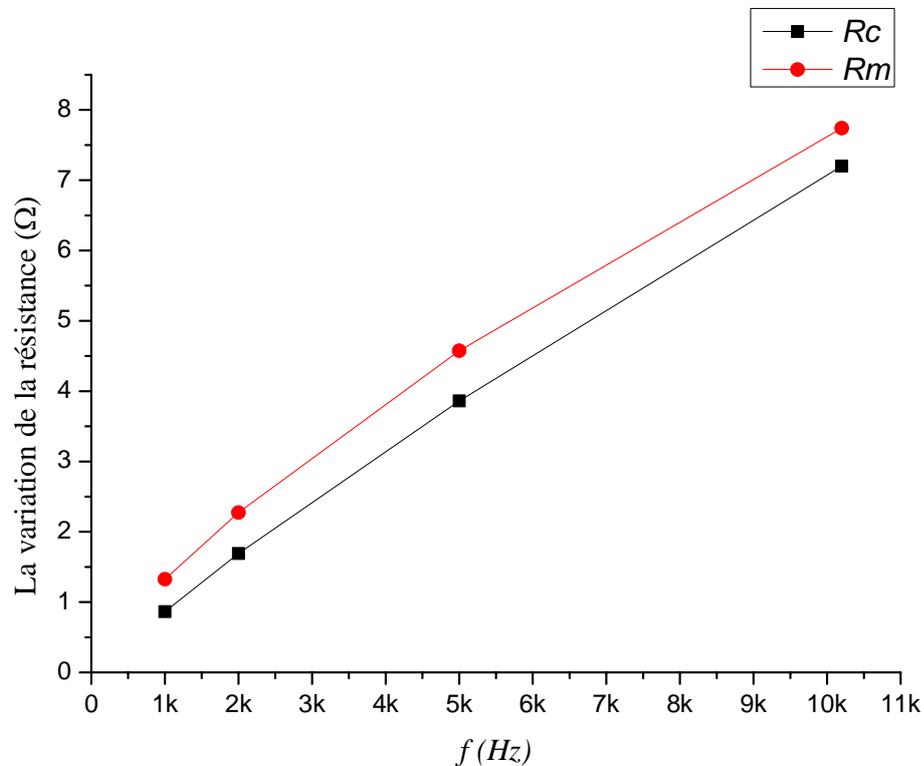


Fig.III.14 Variation de la résistance en fonction de la fréquence, R_c : calculée, R_m : mesurée

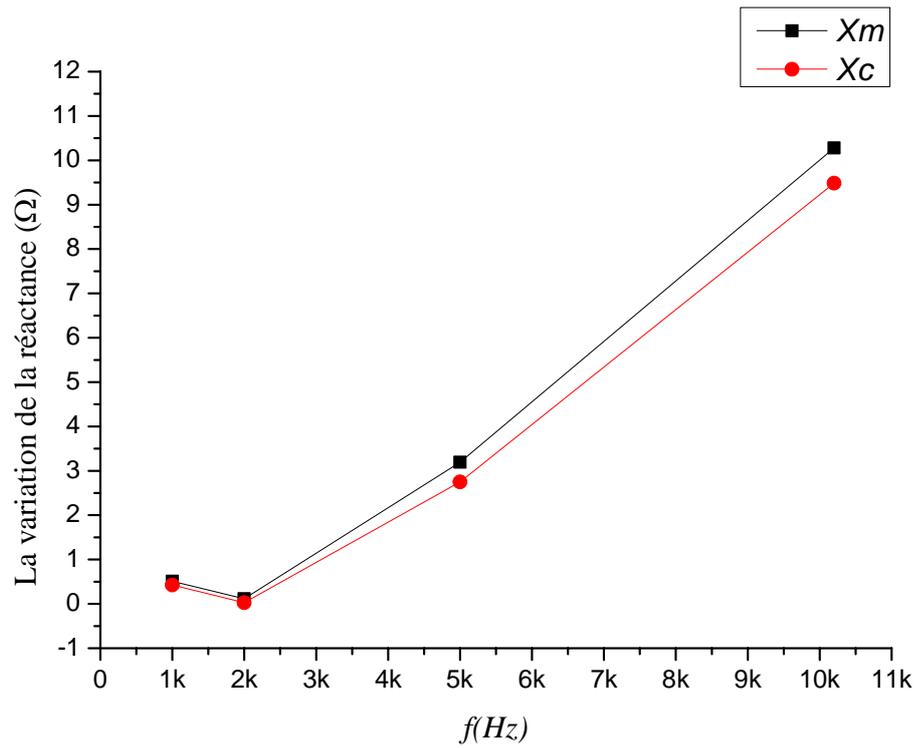


Fig.III.15 Variation de la réactance en fonction de la fréquence, X_c : calculée, X_m : mesurée

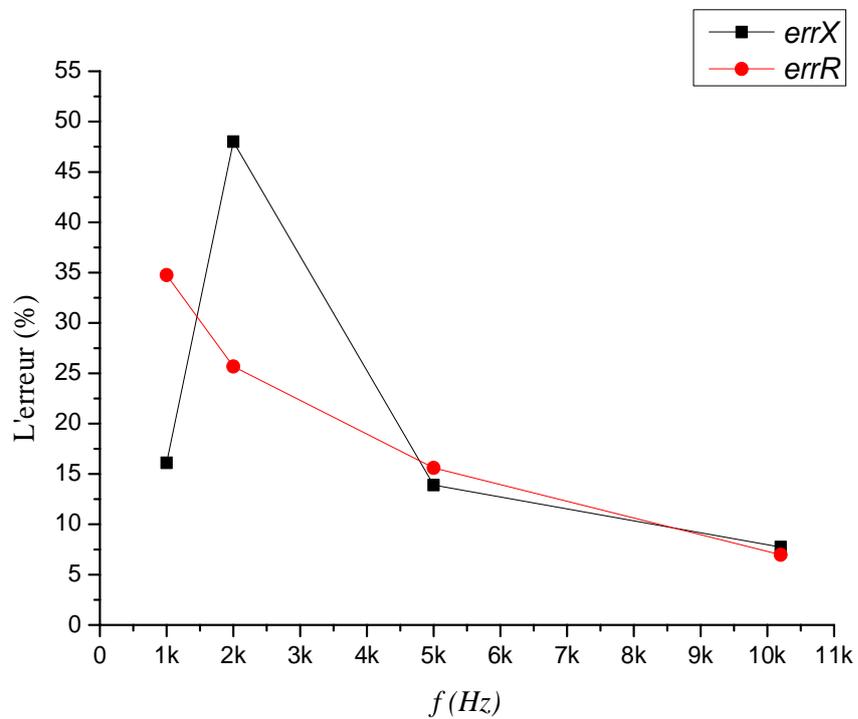


Fig.III.16 Erreur en fonction de la fréquence

Les figures Fig.14, Fig.15.et Fig.16 montrent un faible écart entre les résultats numériques et expérimentaux. On observe que l'erreur diminue avec l'augmentation de la fréquence.

III.6. Modélisation axisymétrique du CND-CF

Les figures Fig.III.17 et Fig.III.18 montrent respectivement, le modèle géométrique et le maillage GMSH du problème tube-capteur avec défaut. Le défaut étant d'épaisseur 0.8mm et de largeur (ld) de 0.6mm.

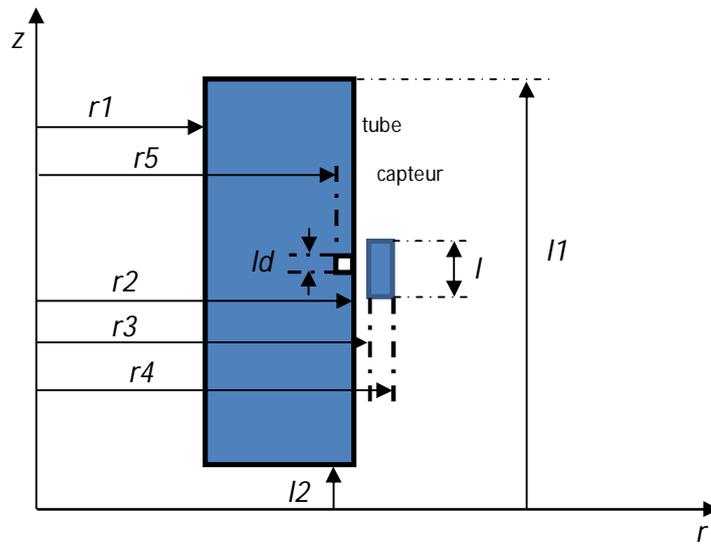


Fig.III.17 Modèle géométrique du problème avec défaut

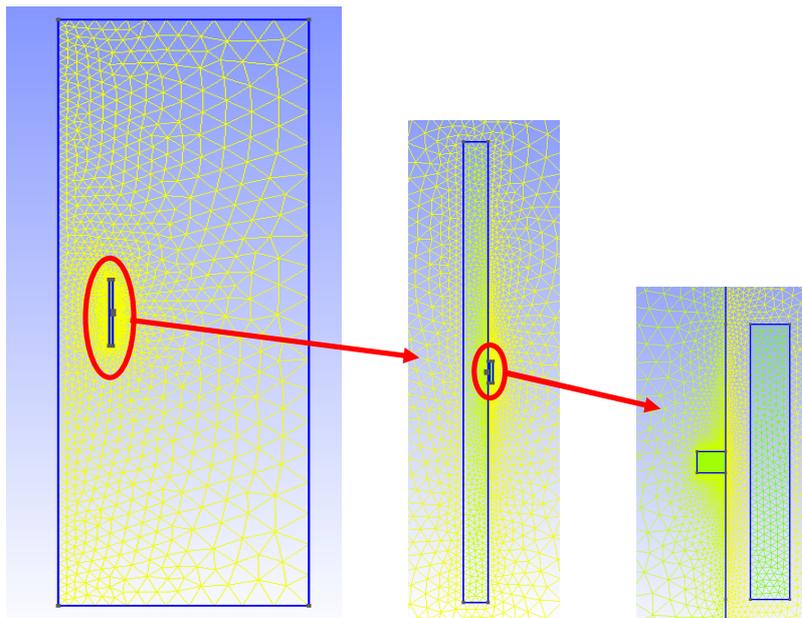


Fig.III.18 Maillage GMSH du problème avec défaut

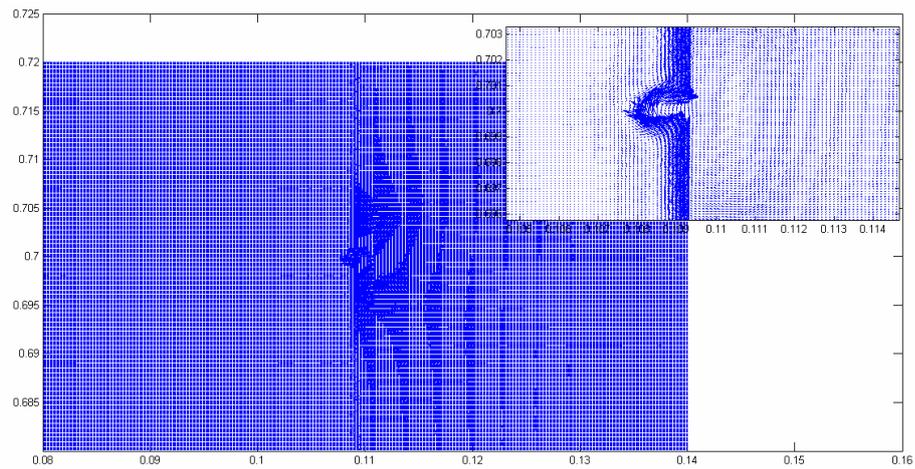


Fig.III.19 Vecteurs de l'induction magnétique avec défaut pour $f=10kHz$

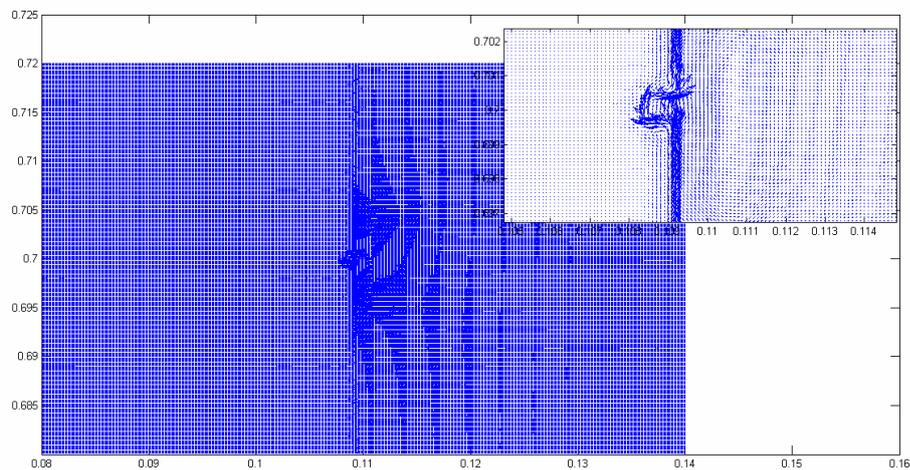


Fig.III.20 Vecteurs de l'induction magnétique avec défaut pour $f=100kHz$

Le Tableau III.5 montre les variations de la résistance et de la réactance du capteur en la présence du défaut.

| $f(kHz)$ | $\Delta R(\Omega)$ | $\Delta X(\Omega)$ |
|----------|--------------------|--------------------|
| 10.2 | 0.02 | 0.98 |
| 101.1 | 5.63 | 5.95 |

Tableau.III.5 Variation de la résistance et de la réactance du capteur en la présence du défaut

III.7. Modélisation 3D du problème

Dans le cas d'une modélisation tridimensionnelle avec un maillage fin, nous ne pouvons pas considérer tout le domaine, c'est-à-dire traitement du problème avec les conditions aux limites type Dirichlet. Par conséquent, nous avons considéré une partie du problème tube-captur avec utilisation des conditions aux limites type Neumann. Les figures Fig.III.21 et III.22 représentent respectivement le modèle géométrique adopté et le maillage GMSH du problème. Dans la Fig.III.21, r_1 , r_2 , r_3 et r_4 sont respectivement le rayon intérieur et le rayon extérieur du tube, le rayon intérieur et le rayon extérieur du capteur.

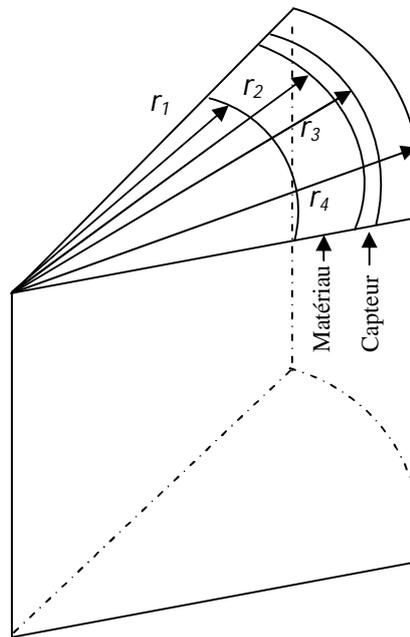


Fig.III.21 Modèle géométrique tridimensionnel du problème tube-captur

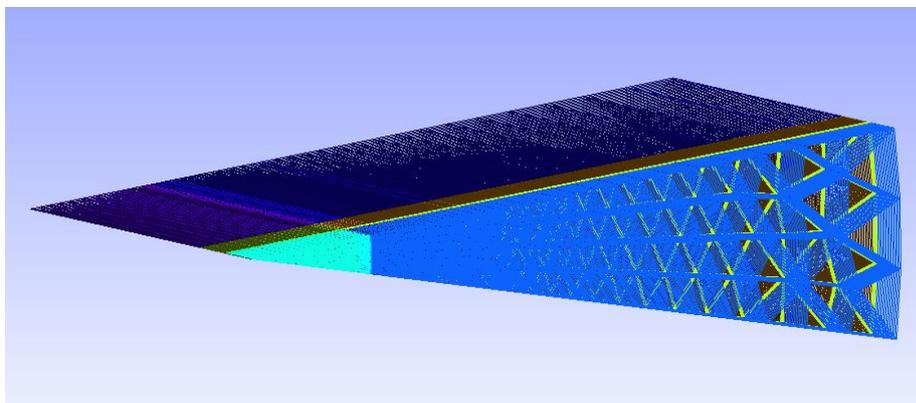


Fig.III.22 Maillage 3D du problème tube-captur généré par GMSH

A titre d'illustration la Fig.III.19 montre la distribution du potentiel vecteur magnétique.

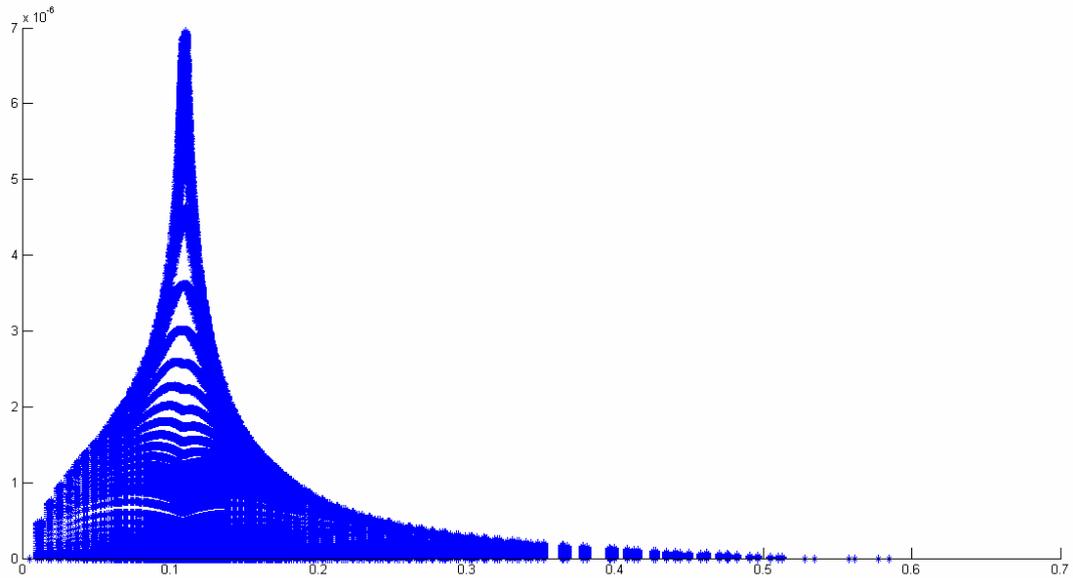


Fig.III.23 Distribution du potentiel vecteur magnétique

III.7.1. Résultats de la modélisation 3D

Le Tableau.III.6 montre les résultats numériques et expérimentaux relatifs aux variations de la résistance et la réactance du capteur. Tels que f , X_0 , R_0 , X_c , R_c , ΔR et ΔX sont respectivement la fréquence, la réactance et la résistance à vide, la réactance et résistance en charge, la variation de la résistance et la variation de la réactance.

| | f (Hz) | $X_0(\Omega)$ | $R_0(\Omega)$ | $X_c(\Omega)$ | $R_c(\Omega)$ | $\Delta R(\Omega)$ | $\Delta X(\Omega)$ |
|----------|----------|---------------|---------------|---------------|---------------|--------------------|--------------------|
| mesurée | 1000 | 3.17 | 1.88 | 3.68 | 3.21 | 1.33 | 0.51 |
| calculée | | 2.90 | 0 | 3.35 | 0.56 | 0.57 | 0.45 |
| mesurée | 2000 | 6.34 | 1.88 | 6.23 | 4.16 | 2.27 | 0.12 |
| calculée | | 5.93 | 0 | 6.08 | 1.209 | 1.21 | 0.15 |
| mesurée | 5000 | 15.85 | 1.89 | 12.66 | 6.47 | 4.58 | 3.19 |
| calculée | | 16.52 | 0 | 13.03 | 3.485 | 3.49 | 3.49 |

Tableau.III.6 Variation de la résistance et la réactance du capteur en fonction de la fréquence

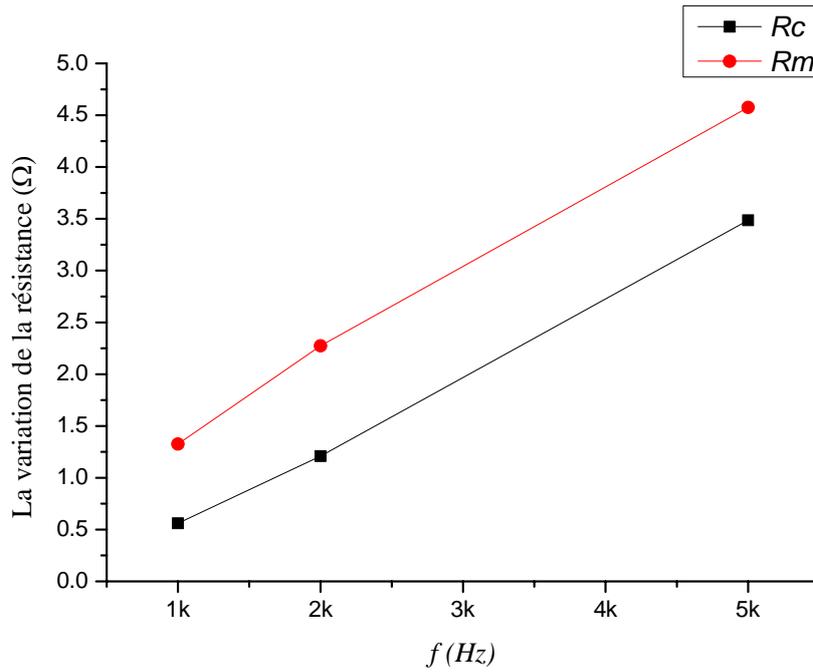


Fig.III.24 Variation de la résistance en fonction de la fréquence, R_c : calculée, R_m : mesurée

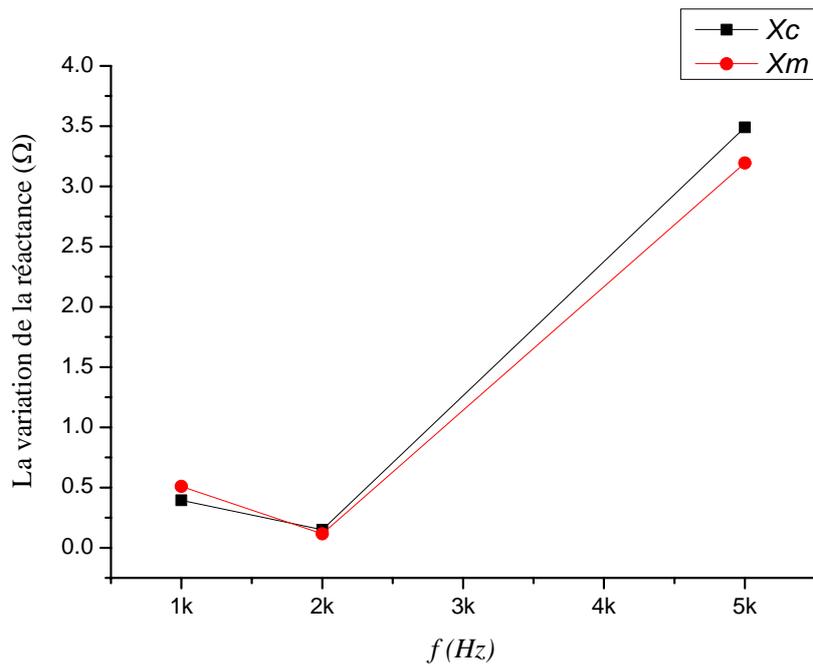


Fig.III.25 Variation de la réactance en fonction de la fréquence, X_c : calculée, X_m : mesurée

Les figures Fig.III.24 et Fig.III.25 représentent une comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux.

III.7.2. Comparaison entre les résultats numériques 2D et 3D

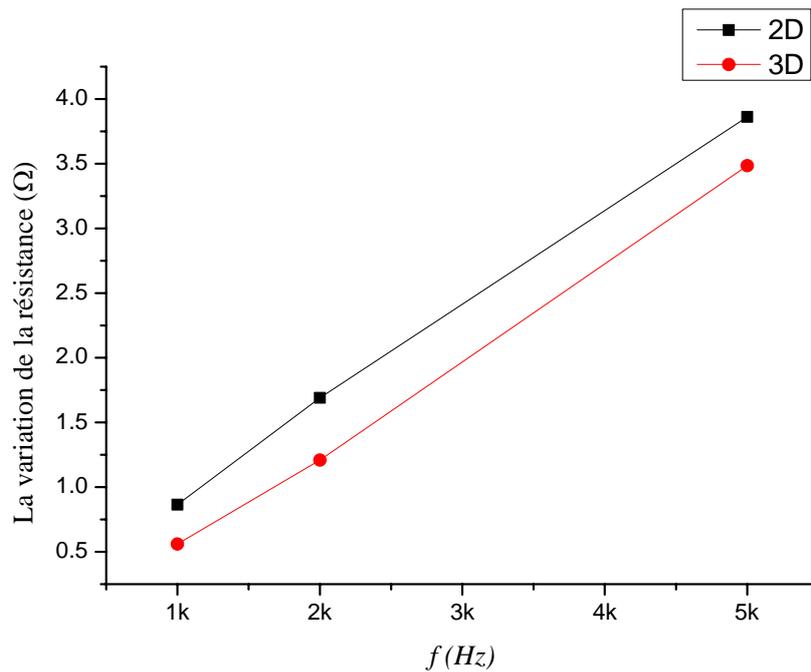


Fig.III.26 Comparaison entre les résultats numériques 2D et 3D relatifs aux variations de la résistance

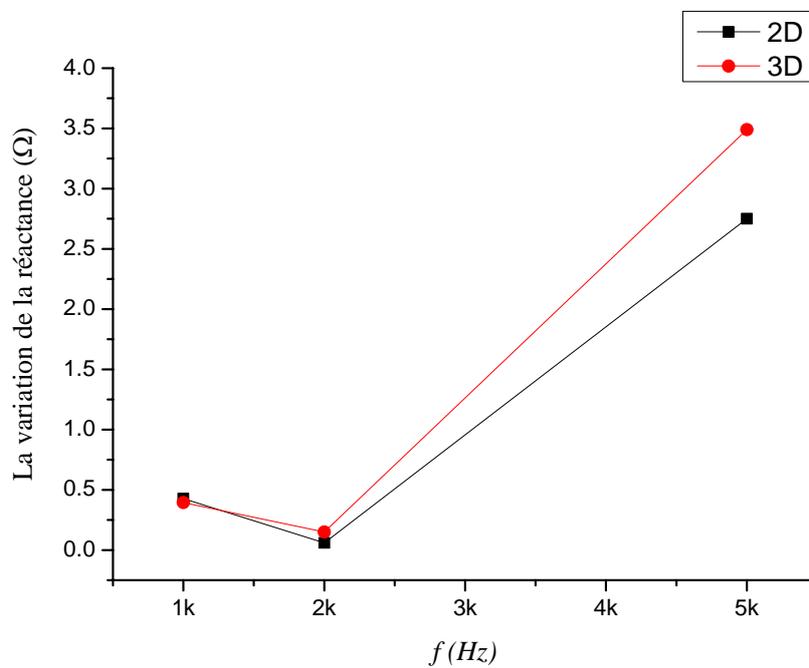


Fig.III.27 Comparaison entre les résultats numériques 2D et 3D relatifs aux variations de la réactance

On remarque que les variations de la résistance et de la réactance sont presque identiques dans les deux cas 2D et 3D (Fig.III.26, Fig.III.27).

III.8. Problème JSAEM#6

Ce problème fait l'objet d'un exemple test pour les applications de contrôle non destructif [16]. Il s'agit de calculer la variation de l'impédance de la bobine en la présence d'une fissure dans la plaque conductrice à inspecter. Dans un premier temps, on considère que la plaque est saine et on calcule la distribution des champs dans le domaine. Dans un deuxième temps, on introduit une fissure dans la plaque (Fig.III.28) et on refait le calcul.

III.8.1. Description du problème

Le problème JSAEM#6 consiste en une bobine placée au dessus d'une plaque conductrice à inspecter, avec un lift-off = 0.5mm. Les dimensions de la bobine et la plaque sont montrées sur la Fig.III.28. Dans cette figure, une fissure de longueur 10mm, largeur 0.22 mm et de profondeur de 0.75mm, est introduite dans la partie supérieure de la plaque. La bobine est constituée de 140 spires. Le courant d'excitation est $I = 8\text{mA}$ avec une fréquence $f = 150\text{kHz}$. La conductivité de la plaque est $\sigma = 10^6 \text{ S/m}$.

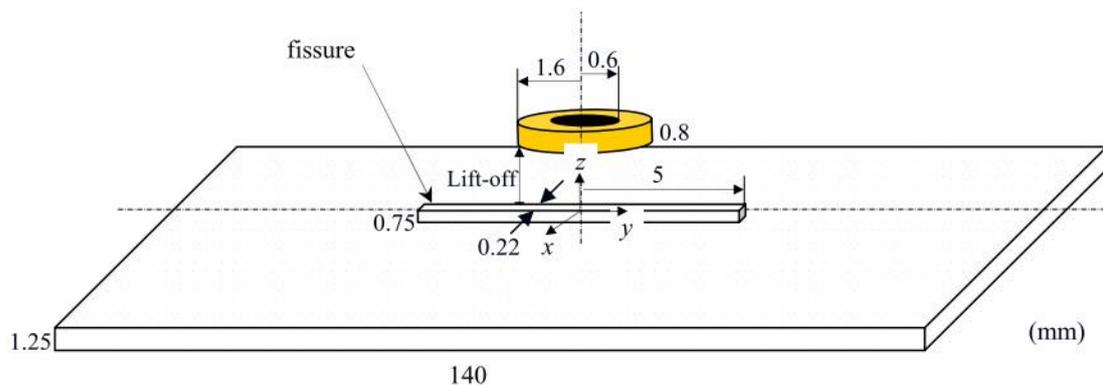


Fig.III.28. Description du problème JSAEM#6

III.8.2. Maillage

La Fig.III.29, montre le maillage tridimensionnel du dispositif JSAEM#6. Vu que notre mailleur utilise des éléments prismatiques.

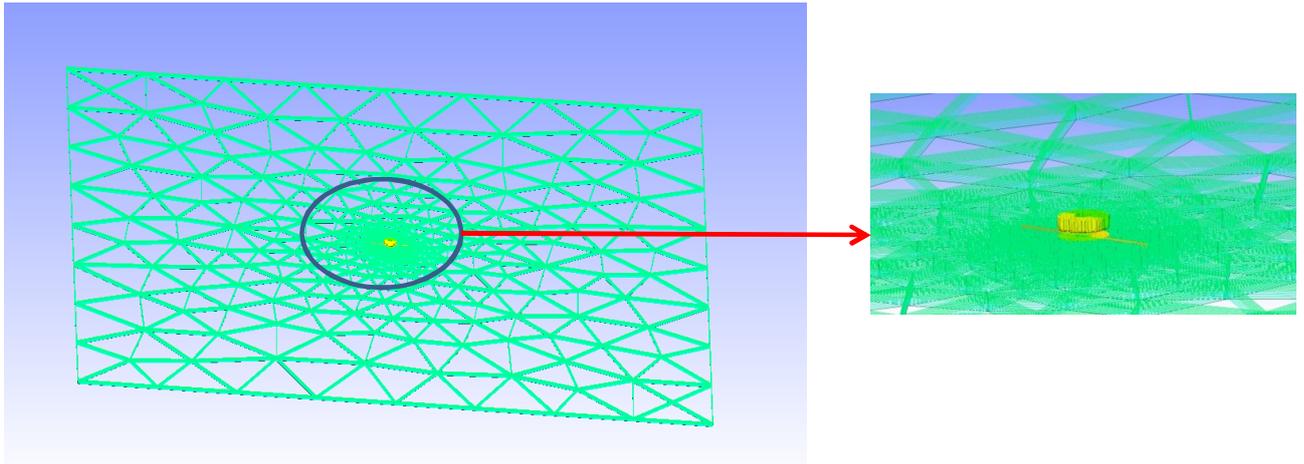


Fig.III.29. Maillage 3D du problème JSAEM#6

III.8.3. Résultats

Les résultats de la variation de la résistance et de la réactance pour des liff-off de 0.5mm sont montrés par les figures : Fig.III.30, Fig.III.31, A titre de comparaison, dans ces figures on montre les résultats calculés (code MVF3D) avec ceux-ci mesurés . Le déplacement de la bobine est opéré selon la direction y (0, 4 et 10mm).

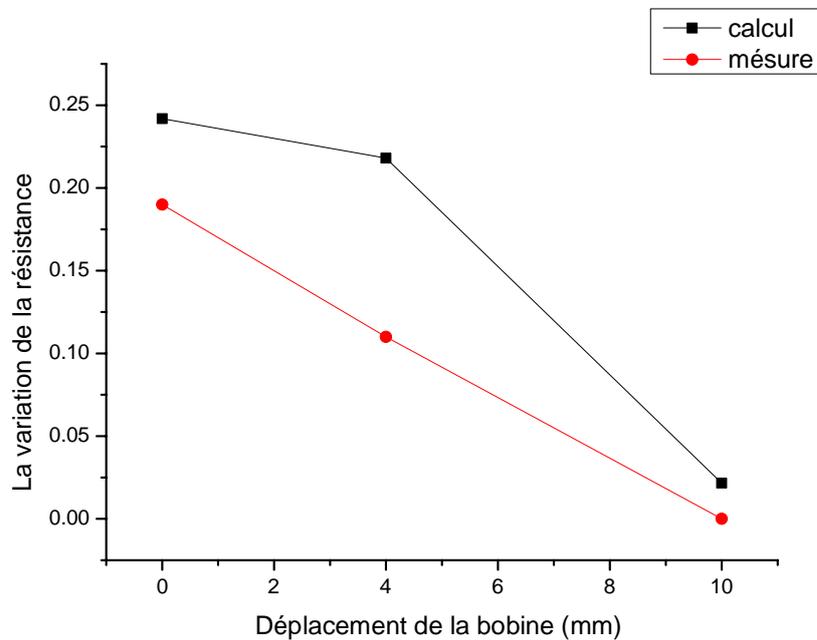


Fig.III.30. Variation de la résistance en la présence de la fissure

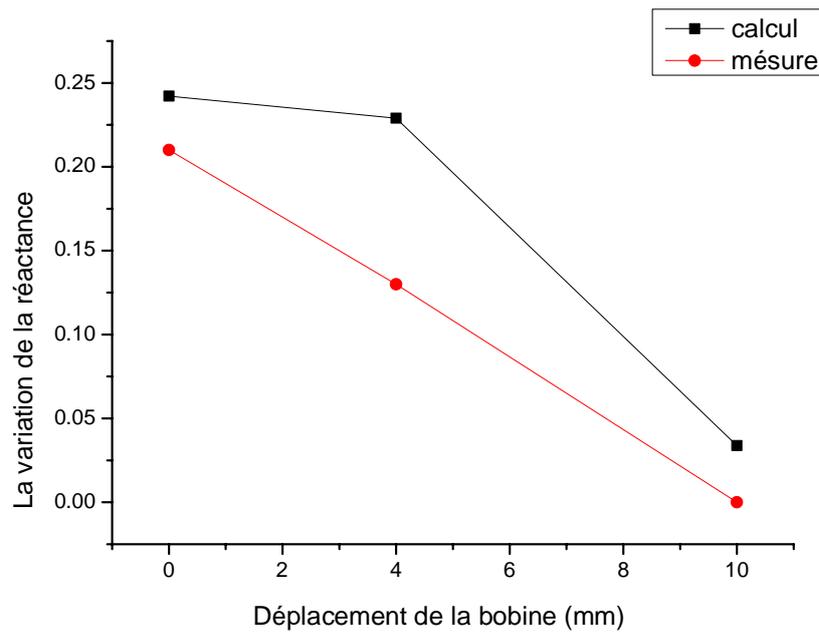


Fig.III.31. Variation de la réactance en la présence de la fissure

Le code de calcul MVF3D fournit des résultats presque identiques avec ceux-ci mesurés avec un écart observé.

III.9. Conclusion

Ce chapitre rapporte la caractérisation électromagnétique d'un tube d'Acier. Dans un premier temps la technique de quatre points à été utilisée afin de déterminer la conductivité électrique du matériau. Ensuite et dans l'objectif d'identifier la perméabilité magnétique du matériau, un algorithme d'inversion de type Simplex à été développé. Les paramètres identifiés sont vérifiés à l'aide d'un calcul basé sur le modèle direct permettant de comparer les résultats numériques et expérimentaux.

Conclusion générale

Conclusion générale

Le travail de cette thèse rentre dans le contexte de la caractérisation électromagnétique et le contrôle non destructif par courants de Foucault d'un tube d'Acier. Une caractérisation non destructive par courants de Foucault du matériau a été effectuée.

Cette contribution est structurée en deux parties, la première a été consacrée à la modélisation du système électromagnétique tube-capteur par la méthode des volumes finis dans les cas 2D et 3D. Nous avons utilisé une méthode simple et performante d'estimation des paramètres utiles basée une approche qui s'appuie sur la résolution d'un problème inverse. Un modèle en volumes finis 2D a été intégré dans un algorithme itératif de minimisation d'une fonction coût. L'algorithme utilisé est de type simplex. Les résultats montrent que la perméabilité magnétique diminue avec l'augmentation de la fréquence d'excitation du capteur. La conductivité électrique du matériau étant mesurée par la technique de quatre points.

La deuxième partie a été consacrée à la vérification des paramètres identifiés. Rappelons que nous avons trouvé les deux paramètres physiques dans la première partie de ce travail. En intégrant ces deux paramètres dans le code de calcul, nous avons trouvé presque les mêmes résultats de l'impédance du capteur entre les valeurs calculées et mesurées.

Le travail réalisé dans cette thèse nous a permis d'acquérir une base solide dans la mise en œuvre d'outils logiciels et matériels pour l'analyse des problèmes relatifs au contrôle non destructif par courants de Foucault. Les algorithmes mis en place et les méthodes utilisées sont suffisamment généraux pour pouvoir être réutilisés dans des études ultérieures.

Références bibliographiques

Références bibliographiques

- [1] PAILLARD, S. (2007), « Développement d'un modèle pour le contrôle non destructif par courants de Foucault de structures rivetées en aéronautique », thèse de doct., Université Paris-Sud 11.
- [2] CHOUA, Y. (2009), « Application de la méthode des éléments finis pour la modélisation de configurations de contrôle non destructif par courants de Foucault », thèse de doctorat., Université Paris-Sud 11, 2009.
- [3] Vuillerrmoz P.L., Les courants de Foucault : Principes, mesure et contrôle, AFNOR, 1994
- [4] L. Oukhellou, Paramétrisation et classification de Signaux en Contrôle Non Destructif : application à la reconnaissance des défauts de Rails par courants de Foucault, Thèse université de Paris-sud, France, 1997.
- [5] Yann LE BIHAN, Conception et caractérisation d'un dispositif à courants de Foucault pour l'évaluation non destructive de l'épaisseur de paroi d'aubes de turbines creuses, Thèse de doctorat, Ecole Normale supérieure de Cachan, 2000.
- [6] HELIFA, B. (2012), « Contribution a la simulation du cnd par courants de foucault en vue de la caractérisation des fissures débouchantes », thèse de doct., UNIVERSITE DE NANTES.
- [7] H. Mansir, "Contrôle non destructif : modélisation des phénomènes électromagnétiques caractérisation des défauts et optimisation des capteurs", Thèse de doctorat, Spécialité électrotechnique, Ecole centrale de Lyon, 1986.
- [8] H. K. Versteeg and W. Malalasekera, An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method, Prentice Hall, New York, NY, USA, 2nd edition, 2007.
- [9] R. Eymard, T. Gallouët, and R. Herbin, Finite Volume Methodes, vol. 7 of Handbook of Numerical Analysis, 2006, update version of 1997.

- [10] R. J. Leveque, “High resolution finite volumemethods on arbitrary grids via wave propagation,” *Journal of Computational Physics*, vol. 78, no. 1, pp. 36–63, 1988.
- [11] A. Cheriet, M. Feliachi, and S. M. Mimoune, “3D movement simulation technique in FVM method application to eddy current non destructive testing,” *The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, vol. 28, no. 1, pp. 77–84, 2009.
- [12] X. Yaoqin, L. Feng, and M. Xinshan, “Computation of eddy current problems by the finite volumemethod,” in *Proceedings of the 5th International Conference on Electrical Machines and Systems*, vol. 2, pp. 1117–1120, 2001.
- [13] J. Zou, Y. Q. Xie, J. S. Yuan et al., “Analysis of the thin plate eddy-current problem by finite volume method,” *IEEE Transactions onMagnetics*, vol. 40, no. 2, pp. 1370–1373, 2004.
- [14] A. Cheriet, A. Zaoui, M. Feliachi, and S. M. Mimoune, “3-D nonlinear magnetostatic field computation with finite volume method by means of M-B iteration,” in *Proceedings of the 5ème Conférence Européenne sur les Méthodes Numériques en Electromagnétisme (NUMELEC '06)*, Lille France, 2006, Proc., Art. 25.
- [15] A. Cheriet, “Modélisation tridimensionnelle des phénomènes électromagnétiques par la méthode des volumes finis avec la formulation en potentiel vecteur magnétique et en potentiel scalaire électrique”, *Thèse de magister, Spécialité électrotechnique, Option électricité industrielle, Université de Biskra*, 2001.
- [16] A. Cheriet, “Contribution A La Modelisation Tridimensionnelle Par La Methode Des Volumes Finis De Dispositifs Electromagnetiques,” *thèse de Doctorat, Université de Biskra* 2007.
- [17] X. Yaoqin, L. Feng and M. Xinshan, “Calculation of TEAM problem 21 by the finite volume method”, *IEEE'2002, International conference on communications circuits and systems*, Vol. 2, pp. 968-971, Jun. 2002.
- [18] J. Zou, J. S. Yuan et al., “Magnetic field analysis of iron-core reactor coils by the finite-volume method”, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 40, No. 2, pp. 814-817, Mar. 2004.

- [19] J. Fetzer, S. Kurz and G. Lehner, “Comparison of analytical and numerical integration techniques for the boundary integrals in the BEMFEM coupling considering TEAM workshop problem no. 13”, IEEE Trans. Magn., Vol. 33, No. 2, pp. 1227-1230, Mar. 1997.
- [20] J. L. Coulomb, “Finite element three dimensional magnetic field computation”, IEEE Trans. Magn., Vol. 17, No. 6, pp. 3241-3246, Nov. 1981.
- [21] K. Preis, I. Bardi, et al., “Numerical analysis of 3-D magnetostatic fields”, IEEE Trans. Magn., Vol. 27, No. 5, pp. 3798-3803, Sep. 1991.
- [22] S. Nath and W. Lord, “Three dimensional hybrid finite-boundary element model for eddy current NDE”, IEEE Trans. Magn., Vol. 29, No. 2, pp. 1853-1856, Mar. 1993.
- [23] P. J. Leonard, D. Rodger, “Finite element scheme for transient 3D eddy currents”, IEEE Trans. Magn., Vol. 24, No. 1, pp. 90-93, Sep. 1988.
- [24] Christophe Geuzaine, Meshing software, www.geuz.org/gmsh.
- [25] Yamina BELKHIRI, " Modélisation des phénomènes électromagnétiques et mécaniques couples par la méthode des volumes finis (CVM) ", mémoire de magister, Spécialité électrotechnique, Université de Batna, 2003.
- [26] Mohamed Lotfi KHENE, " Modélisation des phénomènes électromagnétiques dans les structures a géométries complexes par adaptation de la méthode des volumes finis", mémoire de magister, Spécialité électrotechnique, Université de Batna, 2006.
- [27] J. A. Nelder, R. Mead., “A simplex method for function minimization, The Computer Journal 1965, 7:308–13”.
- [28] V.S. Mironov, J.K. Kim, M. Park, S. Lim, W.K. Cho., “Comparison of electrical conductivity data obtained by four-electrode and four-point probe methods for graphite-based polymer composites”, Elsevier Polymer Testing 26 (2007) 547–555.
- [29] Nicola Bowler, Senior Member, IEEE, and Yongqiang Huang, Student Member, IEEE, “Model Based Characterization of Homogeneous Metal Plates by Four-Point Alternating Current Potential Drop Measurements”, IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, VOL. 41, NO. 6, JUNE 2005

- [30] Nicola Bowler, “Theory of four-point alternating current potential drop measurements on a metal half-space”, *JOURNAL OF PHYSICS D: APPLIED PHYSICS*. 39 (2006) 584–589.
- [31] A.Cheriet, M. Feliachi, A. Lakhdari, “Dynamic characteristic of eddy current-driven electromechanical device using FVM method”, *ELECTRIMACS 2011*, 6-8th June 2011, Cergy-pontoise, France.
- [32] S. Bensaid, D. Trichet, and J. Fouladgar, “Electrical Conductivity Identification of Composite Materials Using a 3-D Anisotropic Shell Element Model”, *IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS*, VOL. 45, NO. 3, MARCH 2009.
- [33] Abd Elhamid Mabrouk, Ahmed Cheriet, Mouloud Feliachi, “Fuzzy logic control of electrodynamic levitation devices coupled to dynamic finite volume method analysis”, *Applied Mathematical Modelling*, 37 (2013) 5951–5961.
- [34] Ala-Eddine Lakhdari, Ahmed Cheriet, Mouloud Feliachi, Yue Li, “Estimation of a Hidden Crack Position Using the FVM Skin Effect Analysis”, *ISEM 2011 15th International Symposium on Applied Electromagnetics and Mechanics 6-9 September 2011, Napoli, Italy*.
- [35] Bachir Maouche, Rezak Alkama, Mouloud Feliachi, “Semi-analytical calculation of the impedance of a differential sensor for eddy current non-destructive testing”, *NDT & E International*, Elsevier 42 (2009) 573– 580.
- [36] M’hemed Rachek, Mouloud Feliachi, “3-D movement simulation techniques using FE methods: Application to eddy current non-destructive testing”, *NDT & E International*, Elsevier, Volume 40, Issue 1, pp 35-42, January 2007.
- [37] Ala-Eddine Lakhdari, " Etude Et Modelisation De Capteurs En Cnd Par Courants De Foucault : Application A La Detection Des Fissures " mémoire de magister, Spécialité électrotechnique, Université de Biskra, 2011.

Résumé :

Ce travail de thèse relève de la caractérisation électromagnétique et le contrôle non destructif par courant de Foucault d'un tube d'acier en utilisant un capteur inductif encerclant réalisé au sein du laboratoire LGEB. Il s'agit de déterminer la conductivité électrique et la perméabilité magnétique du tube ensuite de l'inspecter. La méthode des volumes finis a été prise pour la discrétisation de la formulation électromagnétique relative au calcul des courants de Foucault, celle-ci a été considérée afin de modéliser le dispositif capteur - tube.

Mots clés : CND par courants de Foucault, Acier, expérimentation, inversion, MVF, GMSH, caractérisation.

ملخص:

عمل هته المذكورة يندرج في إطار تصوير الكهرومغناطيسية والمراقبة غير المدمرة بتيارات فوكو لأنبوب حديدي باستعمال لاقط حثي دائري أنجز في مخبر الهندسة الكهربائية LGEB. هذا يعني تحديد الناقلية الكهربائية والسماحية المغناطيسية للأنبوب وبعدها فحصه. أخذت طريقة الحجوم المنتهية لتجزئة الصيغة الكهرومغناطيسية المتعلقة بحساب تيارات فوكو والتي أعتبرت في النهاية كنموذج للنظام (لاقط-أنبوب).

الكلمات المفتاحية : المراقبة غير المدمرة بتيارات فوكو، الصلب، التجريب، العكس، طريقة الحجوم المنتهية ، GMSH، تصوير.

Abstract:

This work's thesis rises of the electromagnetic characterization and non-destructive testing by eddy current of a steel pipe with using an inductive sensor realized in LGEB laboratory. It concerns to determine the electrical conductivity and the magnetic permeability of the pipe then inspect it. The finite volume method was taken for the electromagnetic formulation discretization which relates to eddy current calculation, this one was considered for modeling the device (pipe-sensor).

Keywords: NDT by eddy current, steel, experimentation, inversion, MVF, GMSH, characterization.