

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la recherche Scientifique

UNIVERSITE MOHAMED KHIDER – BISKRA-  
Faculté des sciences et des Sciences de l'ingénieur  
Département d'Hydraulique

N° d'ordre :.....  
Série :.....

## **Mémoire de Magister en hydraulique**

*Option : Sciences hydrauliques*

Présenté par

Allia Zineb

Ingénieur d'état en hydraulique

### **THEME**

***prévision numérique du débit d'exhaure des  
fouilles protégées par un écran étanche et  
risque du renard***

**SOUTENU LE 23/ 04 / 2005**

**Devant le jury :**

<b>Président :</b>	<b>A. BOUMEKIK</b>	<b>Professeur</b>	<b>Univ.Constantine</b>
<b>Examineur :</b>	<b>M.T. BELARBI</b>	<b>Maître de conférence</b>	<b>Univ. Biskra</b>
<b>Examineur :</b>	<b>M. DEBABECHE</b>	<b>Maître de conférence</b>	<b>Univ. Biskra</b>
<b>Rapporteur :</b>	<b>N. BENMEBAREK</b>	<b>Maître de conférence</b>	<b>Univ. Biskra</b>
<b>Invité :</b>	<b>A. OUAMANE</b>	<b>Chargé de cour</b>	<b>Univ. Biskra</b>

# *Remerciements*

J'exprime mes sincères et profonds remerciements et reconnaissances à madame BENMEBAREK Naïma Maître de conférences à l'université de Biskra qui m'a encadrée durant ce travail et pour ses conseils et son suivi pour l'élaboration de ce travail. Qu'elle puisse trouver ici témoignage de ma profonde gratitude.

Je tiens à remercier également monsieur le Professeur BOUMEKIK Ahmed qui m'a fait l'honneur d'accepter la présidence de jury. Je tiens à lui exprimer ma plus profonde gratitude.

Je tiens aussi à remercier les membres de jury : Monsieur DEBABECHE Mahmoud et Monsieur BELARBI M.Tahar, Maîtres de Conférences pour l'intérêt qu'ils portent à ce travail en acceptant de le juger.

J'exprime également mes plus vifs remerciements à monsieur OUMANE Ahmed qui a accepté d'être invité à la soutenance;

Un remerciement spécial est adressé à Dr PHILIPPE MATHIEU, de l'INSA de Lyon, qui nous a offert gratuitement la clé du logiciel Eausol.

Je remercie aussi tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin pour l'élaboration de ce travail.

Enfin mes remerciements vont à l'ensemble du corps enseignant de l'institut d'Hydraulique à l'université de Biskra

# ABSTRACT

Urban development often requires the construction of excavations penetrating deeply under ground water table. The seepage flow forces during dewatering may have significant consequences on the site work advance and may influence the stability of the sheet piles where bulk heave or piping may occur. Although, the engineer find in literature several analytical relations and charts, using these methods, the comparison of results highlight the inaccuracy of certain relations and certain charts often with a very unclear definition of the applicability domain.

In particular, the intersection between these methods, at their boundaries is often bad in very useful zones for the practical applications. This study deals with the estimation of the pumping flow and the risk of bottom excavation instability using the software EAUSOL and the method of the fragments with the condition of lower pumping flow so that the level of the water can be considered constant.

**Key words:** deep excavation, seepage, numerical modelling, piping, stability.

## الملخص

غالبا ما تؤدي الأشغال الجوفية في المناطق الحضرية إلى حفر عميقة تمتد بعيدا في الطبقة المائية حيث تفريغها يؤثر سلبا على ميزانية المشروع كما يمكن أن يسبب التفريغ أيضا مشاكل عديدة أبرزها ظاهرة الثعلب يتوفر المهندس على عدة مخططات وعلاقات تحليلية ناجمة عن تجارب مخبرية يستعملها في الميدان يواجه صعوبات ناتجة عن ضيق مجال تطبيقها . تطور برمجة الطرق العددية في السنوات الأخيرة سمح لنا بدراسة معظم الحفر التي تواجهنا في التطبيق مع تحديد المجال ومقدار الخطأ بدقة . يهدف هذا العمل إلى التنبؤ بتدفق التفريغ و خطر عدم استقرار أرضية الحفرة باستعمال البرامجي EAUSOL في الحفر المحمية بأحجبة واقية كتيمة. تعتمد الحسابات العددية المستعملة على طريقة التجزئة بشرط أن يكون تدفق الضخ ضعيفا نوعا ما حتى لا يؤثر على مستوى مياه الطبقة المائية و يمكن اعتباره ثابتا.

الجزء الأول من هذا البحث يتطرق إلى تقييم تأثير العرض النسبي للحفر على الخصائص الهيدروليكية, و كذا تأثير الحاجز المغمور في التربة, و ذلك في وسط نهائي و نصف نهائي.

تحليل هذه النتائج سمح لنا باستخراج نتائج نظرية و كذا تطبيقية.

الجزء الثاني يتعلق بتحديد قيم الميل الهيدرو ليكي (ميل الخروج و المتوسط), هذا الأخير يرتكز على الملاحظات التجريبية التي تبين إن عدم استقرار الحفر يمكن أن يكون نتيجة صعود جزء من التربة أو الماء المحمل بالتربة.

نتائج عددية و منحنيات قد تم تقديمها و مناقشتها.

**الكلمات المفتاحية:** نمذجة رقمية, ظاهرة الثعلب, الحفر, الجريان, الحاجز.

# RESUME

Les observations effectuées sur les différents chantiers et modèles réduits ont mis en évidence l'effet des forces d'écoulement sur la stabilité du fond de fouille, avec le développement d'excavations pénétrant profondément sous le niveau de la nappe, ces forces peuvent avoir des conséquences importantes sur le déroulement du chantier. Face au problème de la mise hors d'eau d'une fouille, l'ingénieur dispose déjà de relations analytiques et des abaques, l'étude et la comparaison de ces résultats mettent en évidence l'imprécision de certaines relations et certains abaques avec une définition souvent très floue du domaine d'application. En particulier, les recoupements entre ces méthodes, à leurs frontières sont souvent mauvais dans des zones très utiles pour les applications pratiques. Ce travail vise l'estimation du débit d'exhaure et la prévision du danger de renard en utilisant le Logiciel EAUSOL en éléments finis et la méthode des fragments à condition que le débit de pompage soit faible pour que le niveau de la nappe puisse être considéré constant. De nombreuses simulations nous ont permis de proposer des abaques couvrant des cas rencontrés en pratique. La comparaison de nos résultats avec ceux de la partie bibliographique nous a permis de préciser le domaine d'application des différents abaques et formules utilisés couramment dans la pratique. Les abaques obtenus permettent l'estimation des pertes de charges hydrauliques causant le renard et les conditions d'apparition du soulèvement dans les batardeaux plans sans et avec fouille protégés par des écrans étanches dans les milieux fini et semi infini.

**Mots clés :** Modélisation numérique, Renard, fouille, écoulement, écran.

# INTRODUCTION GENERALE

Les observations effectuées sur les différents chantiers et modèles réduits ont mis en évidence l'effet des forces d'écoulement sur la stabilité du fond de fouille, lors de la mise hors d'eau des excavations. Avec le développement d'excavations pénétrant profondément sous le niveau de la nappe, ces forces, souvent ignorées ou mal prises en compte, peuvent avoir des conséquences importantes sur le déroulement du chantier. Le phénomène élémentaire provoquant le renard est bien connu et expliqué par la notion du gradient hydraulique critique. Par contre, l'application de cette notion au problème de l'écoulement autour d'un écran étanche est complexe, cet écoulement n'étant pas uniforme.

Le phénomène susceptible de se développer sous l'effet de l'écoulement autour du rideau de soutènement recouvre en fait deux mécanismes distincts :

 La boullance, phénomène de surface directement gouverné par le gradient critique de TERZAGHI.

 Le soulèvement généralisé est plus complexe et mal connu, concernant dans sa masse un prisme de sol devant la fiche, et susceptible de mettre en cause la stabilité de l'écran.

En pratique, le problème est encore compliqué par l'hétérogénéité marquée du sol vis à vis de la perméabilité.

Face au problème de la mise hors d'eau d'une fouille, l'ingénieur se trouve confronté à un triple problème :

- Ø Evaluer correctement les perméabilités des différentes couches du sol concernées à l'échelle des travaux envisagés
- Ø Calculer les débits d'exhaure en remplaçant le domaine réel, hétérogène et avec des conditions aux limites complexes par une représentation schématique accessible au calcul.
- Ø Estimer l'incertitude dont est entaché le résultat. Ce dernier point est important pour les problèmes d'écoulement dans la mesure où la marge d'incertitude y est généralement assez large.

Ø si la méthode de calcul est précise, la marge d'incertitude dépendra essentiellement de l'évaluation des perméabilités et de la pertinence de la schématisation du domaine réel et des conditions aux limites, c'est dans ce contexte que nous avons fixé pour objectif l'élaboration d'un « outil » de calcul précis du débit d'exhaure et des pertes de charge. Cet outil, composé d'abaques, doit rester de mise en œuvre très simple afin de permettre au praticien de tester rapidement ses diverses hypothèses sur les perméabilités, les conditions aux limites et schématisations du domaine d'écoulement. l'ensemble des résultats ainsi obtenus nous permettra de mieux apprécier l'incertitude touchant notre estimation du débit.

Nous avons partagé notre mémoire en deux parties :

La première partie est consacrée à la recherche bibliographique, elle comporte deux chapitres.

Dans le premier chapitre, nous rappelons un certain nombre de connaissances de base, nous aborderons l'eau dans le sol et l'écoulement de l'eau dans le sol ainsi que les techniques de résolution des problèmes d'écoulement en milieu poreux.

Une étude bibliographique concernant le calcul du renard à partir d'expérimentations sur modèles réduits et les travaux antérieurs sur la stabilité de l'écran font l'objet du deuxième chapitre.

Dans la deuxième partie, nous présentons dans le troisième chapitre une description du code numérique *EAUSOL*.

Le chapitre IV vise l'estimation du débit d'exhaure et la prévision du danger de renard en utilisant le Logiciel EAUSOL et la méthode des fragments à condition que le débit de pompage soit faible pour que le niveau de la nappe puisse être considéré constant. De nombreuses simulations nous ont permis de proposer des abaques couvrant des cas rencontrés en pratique. Nous avons essayé finalement de préciser le domaine d'application des différents abaques et formules utilisés couramment dans la pratique.

# CHAPITRE IV

## EXPERIMENTATION NUMÉRIQUE ET INTERPRÉTATION DES RESULTATS

### IV-1 INTRODUCTION

La conception des excavations profondes est souvent dominée par l'écoulement de l'eau autour des écrans de soutènement. L'infiltration d'eau vers le fond de fouille, liée à la mise hors d'eau, influe sur la stabilité globale de l'écran et la stabilité du fond de fouille où un soulèvement ou une boulangerie peuvent apparaître.

L'écoulement souterrain autour d'un rideau induit un écoulement sensiblement vertical devant la fiche descendant côté amont et ascendant côté aval.

L'étude et la comparaison des résultats des travaux antérieurs mettent en évidence :

- Û L'imprécision de certaines relations et certains abaques ;
- Û Une définition souvent très floue du domaine d'application.

En particulier, les recoupements entre ces méthodes, à leurs frontières sont souvent mauvais dans des zones très utiles pour les applications pratiques.

Ce chapitre présente le calcul numérique du débit d'exhaure, des pertes de charge et du gradient de sortie des fouilles protégées par un écran étanche. La modélisation est réalisée à l'aide du logiciel EAUSOL en éléments finis. Après la description du modèle numérique utilisé et des conditions aux limites, on présente les résultats obtenus sous forme de courbes et de tableaux suivis d'une interprétation et une discussion.

## IV-2 CAS ETUDIÉS

La multiplicité des cas que l'on peut rencontrer dans la pratique, suivant la géométrie de l'enceinte et l'anisotropie, ne permet pas de donner à ce problème une solution générale. Nous avons essayé d'adopter une démarche qui consiste à sélectionner quelques cas schématiques pouvant représenter correctement un grand nombre de cas réels.

On considère un écran étanche pénétrant d'une profondeur égale à  $f$  où  $f$  est la fiche du batardeau, dans un sol homogène anisotrope dans deux milieux semi infini et fini. Cet écran est soumis à une charge hydraulique  $H$  comme indiqué sur la figure IV.1.

Où :

$e$  : l'épaisseur du milieu ;

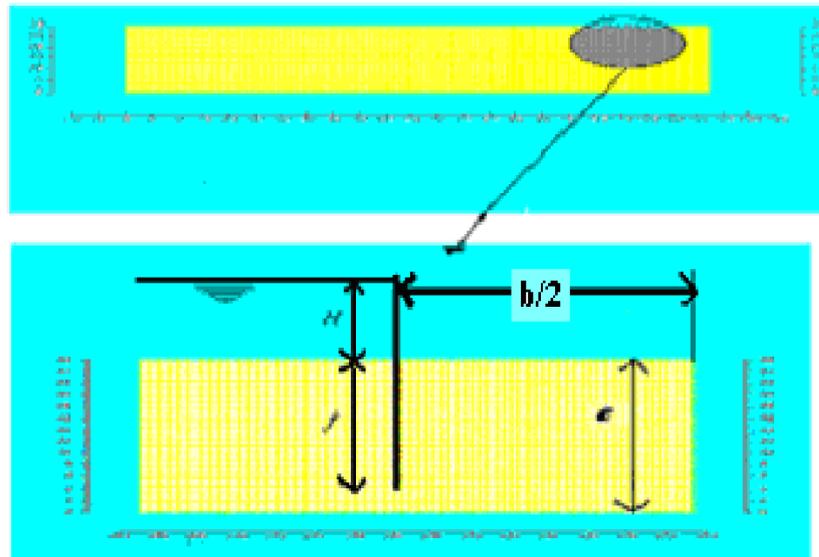
$e_1$  et  $e_2$  sont les épaisseurs du milieu dans les cotés amont et aval successivement ;

$H$  : la perte de charge totale ;

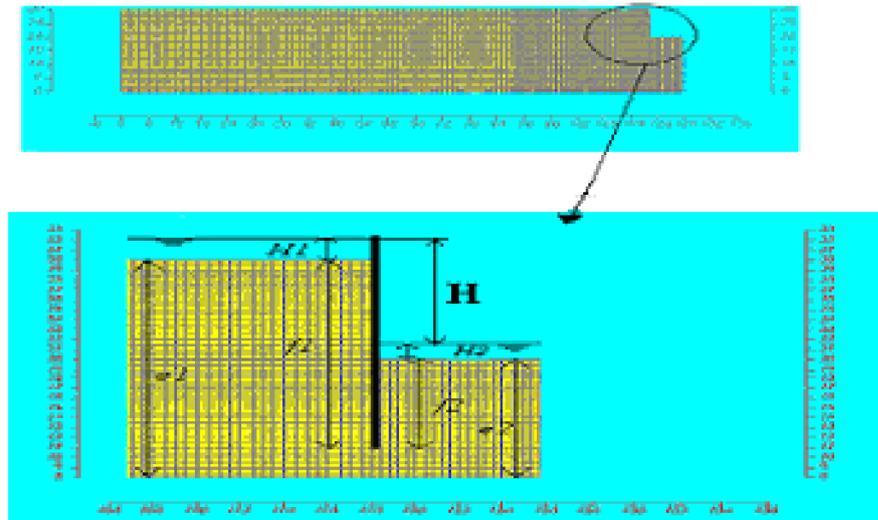
$f$  : la fiche de l'écran ;

$f_1$  et  $f_2$  : Les fiches dans les cotés amont et aval successivement ;

$b$  : la largeur de la fouille



a) Batardeau plan sans fouille



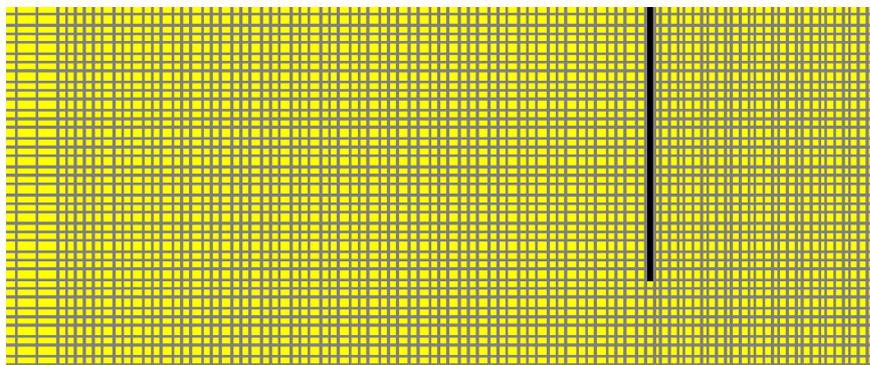
b) Batardeau plan avec fouille

**Figure IV.1** : Configurations étudiées

### IV-3 MAILLAGE ET CONDITIONS AUX LIMITES

A cause de la symétrie de l'écoulement, uniquement la moitié du massif de sol est considérée dans le calcul.

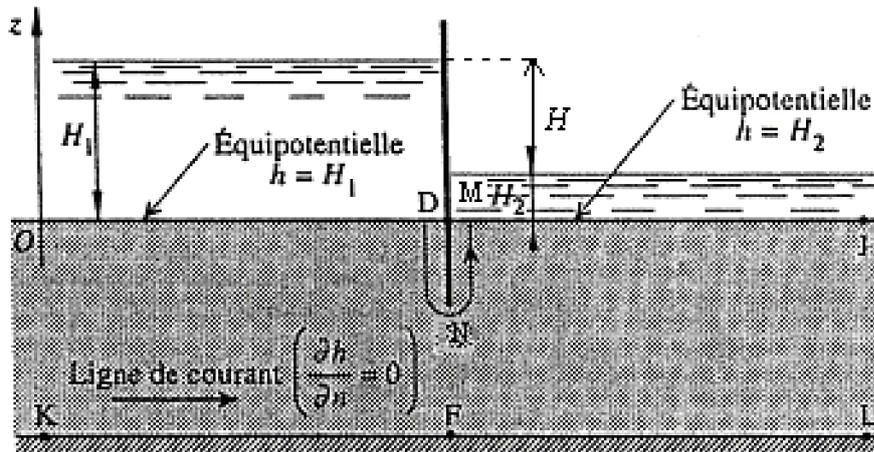
La figure IV.2 montre le maillage retenu pour notre étude, ce maillage est raffiné au voisinage de la paroi, il contient 10187 nœuds et 9954 éléments dans le cas d'un batardeau sans fouille, et 9347 nœuds et 9118 éléments dans le cas d'un batardeau avec fouille. Le maillage se fait d'une manière semi-automatique.

**Figure IV.2** : Maillage utilisé

La figure IV.3 présente Les conditions aux limites hydrauliques considérées dans le calcul.

Où :

OKFLI et DMN sont deux lignes de courant et OD et MI sont deux lignes équipotentiels de valeurs respectivement  $H_1$  et  $H_2$ , avec  $H$  est la perte de charge totale.



**Figure IV.3 :** Conditions aux limites hydrauliques

#### IV-4 DEBIT D'EXHAURE DES BATARDEAUX PLANS SANS FOUILLE

##### IV-4 -1 Débit d'exhaure des batardeaux plans sans fouille dans un milieu fini

Plusieurs auteurs ont étudié ce cas, ils ont proposé des méthodes de calcul reposant sur des relations analytiques et des abaques.

Dans ce contexte, on a étudié les débits d'exhaure par une méthode de calcul numérique basée sur le logiciel EAUSOL et la méthode des fragments

Cette méthode a été proposée par PAVLOVSKI (1956) et développée par HARR (1980), le principe est basé sur le fait que certaines lignes équipotentiels peuvent être assimilées à des droites verticales qui séparent le milieu en des zones appelées fragments.

Les conditions dans lesquelles on a travaillé :

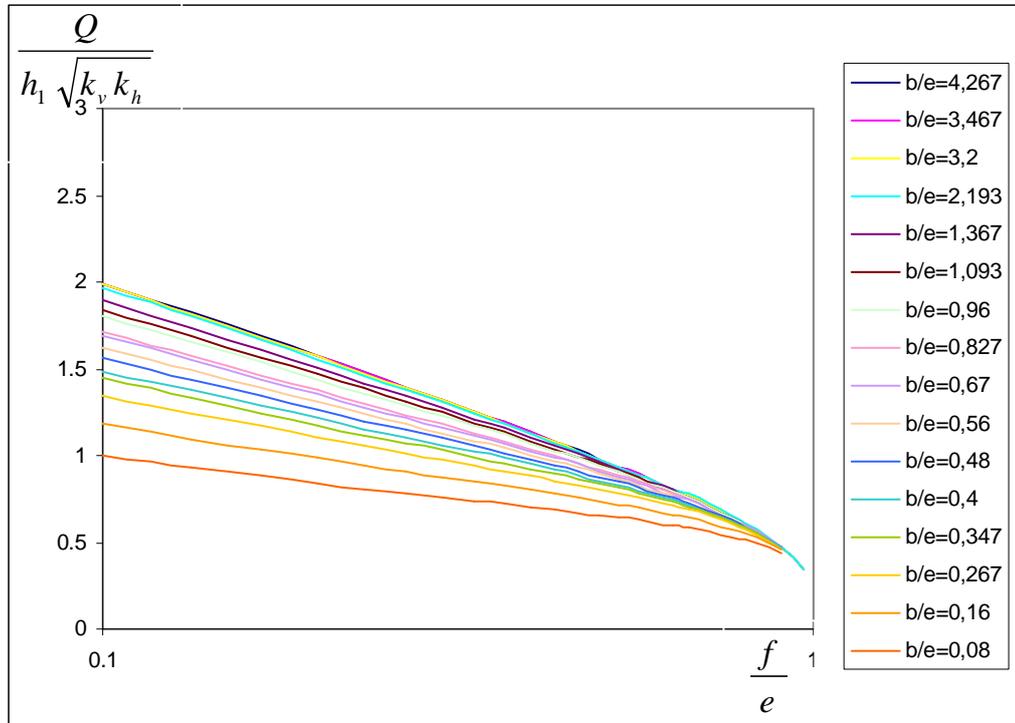
$$0.033 < \frac{f}{e} < 0.967 ;$$

$$0.067 < \frac{b}{e} \sqrt{\frac{k_v}{k_h}} < 4.267.$$

Les résultats obtenus par le logiciel **EAUSOL** sont résumés dans les figures 4, 5, 6, 7 sous forme de variation du débit en fonction de la fiche et de la largeur relative du batardeau.

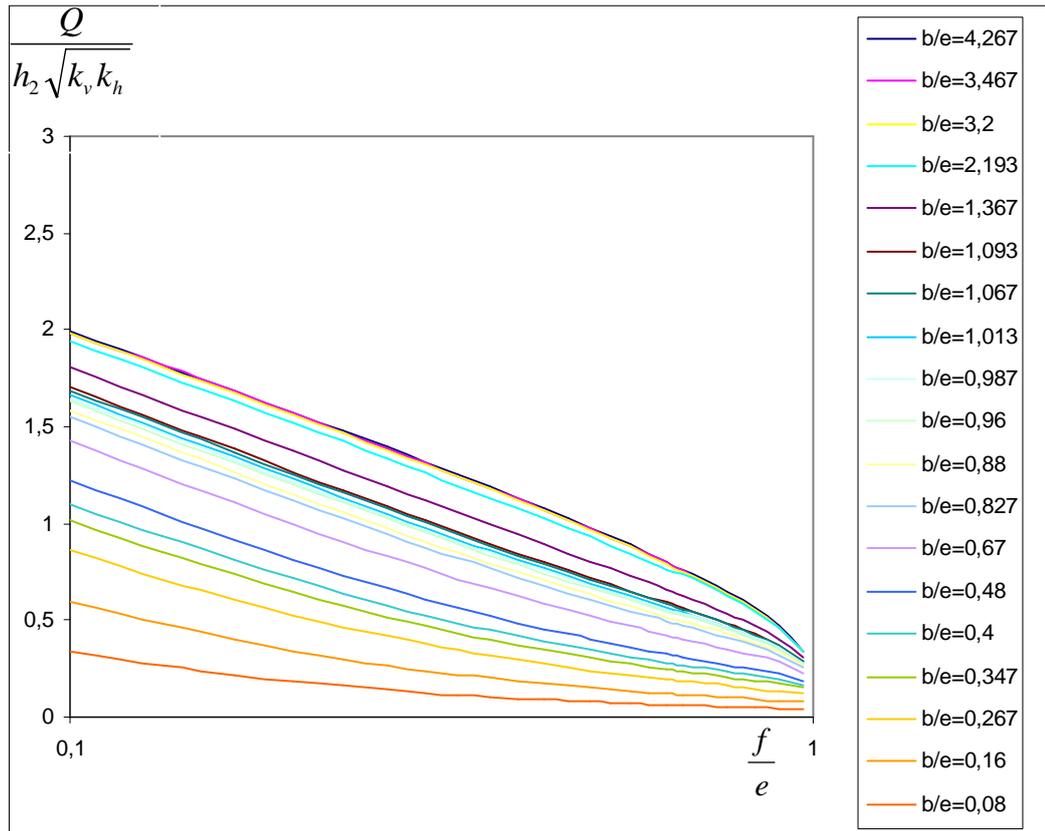
L'analyse de ces résultats nous permet de tirer quelques remarques :

- Ø Pour le coté amont le débit augmente avec l'augmentation de la largeur et la diminution de la fiche relative du batardeau (figure IV.4), dès que  $\frac{b}{e} \sqrt{\frac{k_v}{k_h}}$  est supérieure à 1 le débit reste constant quelle que soit  $\frac{f}{e}$ , ce qui fait que la largeur n'influe que peu sur le débit.



**Figure IV.4** : Variations du débit en fonction de  $\frac{f}{e}$  dans le coté amont

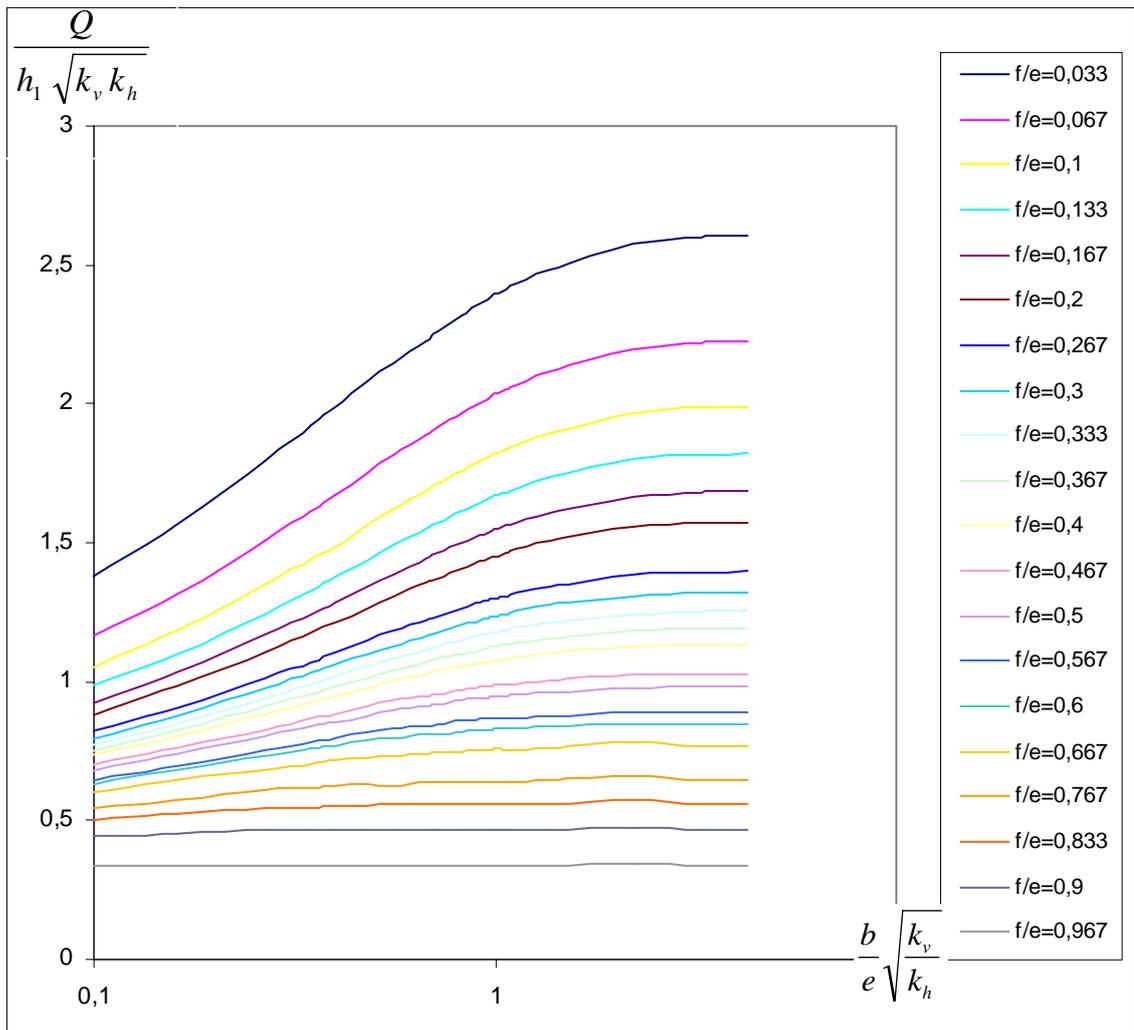
- ∅ Pour le coté aval, on constate que pour des valeurs de la largeur relative supérieures à 2.5 le débit reste constant quelle que soit  $\frac{f}{e}$ . (Figure IV.7) et (figure IV.5).
- ∅ Pour les batardeaux larges, la majorité du débit est concentrée au voisinage de l'écran et dépend de la perméabilité du sol.



**Figure IV. 5:** Variations du débit en fonction de  $\frac{f}{e}$  dans le coté aval

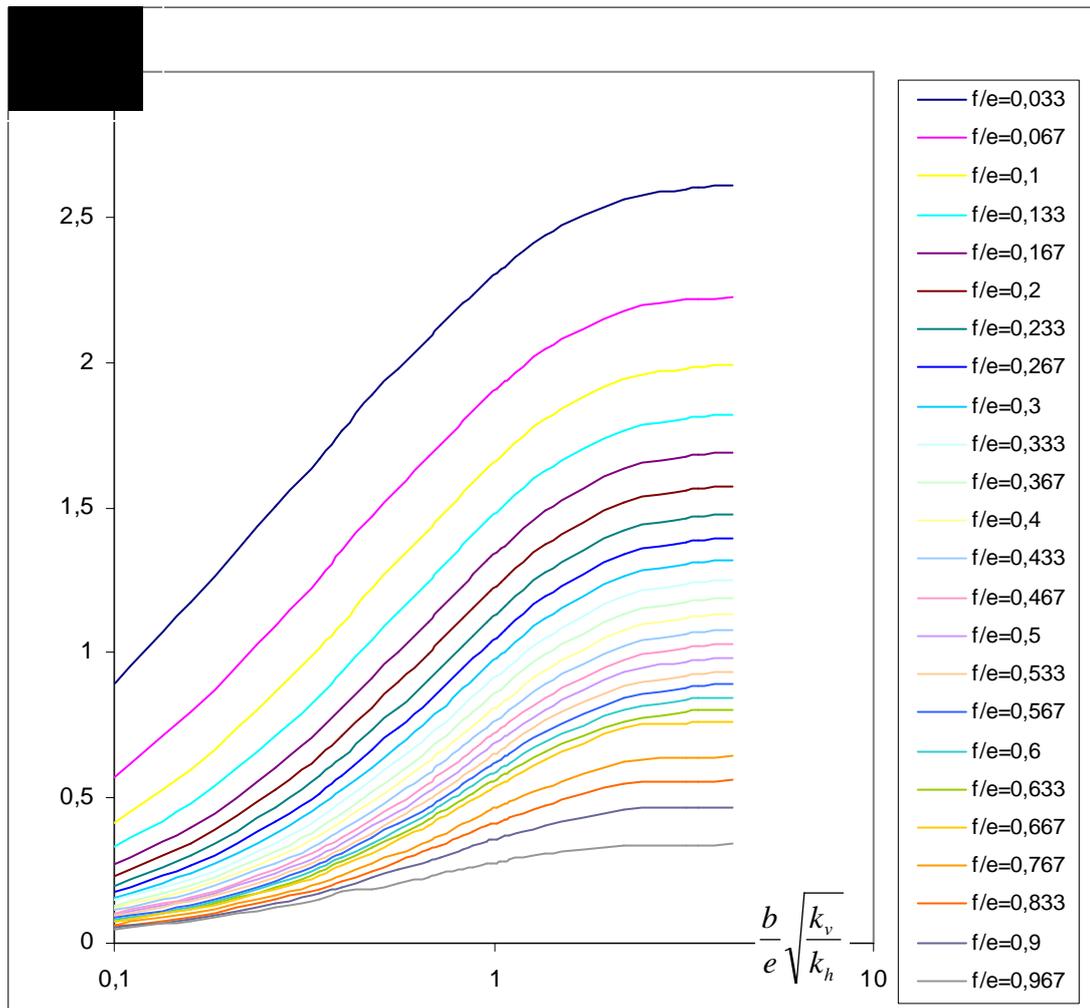
- ∅ Généralement on peut dire que pour des valeurs de  $\frac{f}{e}$  égales ou supérieures à 0.833

et quelle que soit  $\frac{b}{e} \sqrt{\frac{k_v}{k_h}}$  l'influence du coté aval sur le coté amont est faible voire nulle (Figure IV.6).



**Figure IV.6 :** Variations du débit en fonction de  $\frac{b}{e} \sqrt{\frac{k_v}{k_h}}$  dans le coté amont

Ø Pour les faibles valeurs de la largeur relative, les pertes de charges dues à l'écoulement sont très fortes et le débit dans ce cas dépend de la perméabilité verticale.



**Figure IV.7 :** Variations du débit en fonction de  $\frac{b}{e} \sqrt{\frac{k_v}{k_h}}$  dans le coté aval

Ø La figure IV.8 qui présente la variation de débit total en fonction de  $\frac{b}{e} \sqrt{\frac{k_v}{k_h}}$  montre

qu'à partir de  $\frac{b}{e} \sqrt{\frac{k_v}{k_h}} > 2.5$  le débit total reste constant quelles que soient les valeurs de  $\frac{f}{e}$  ;

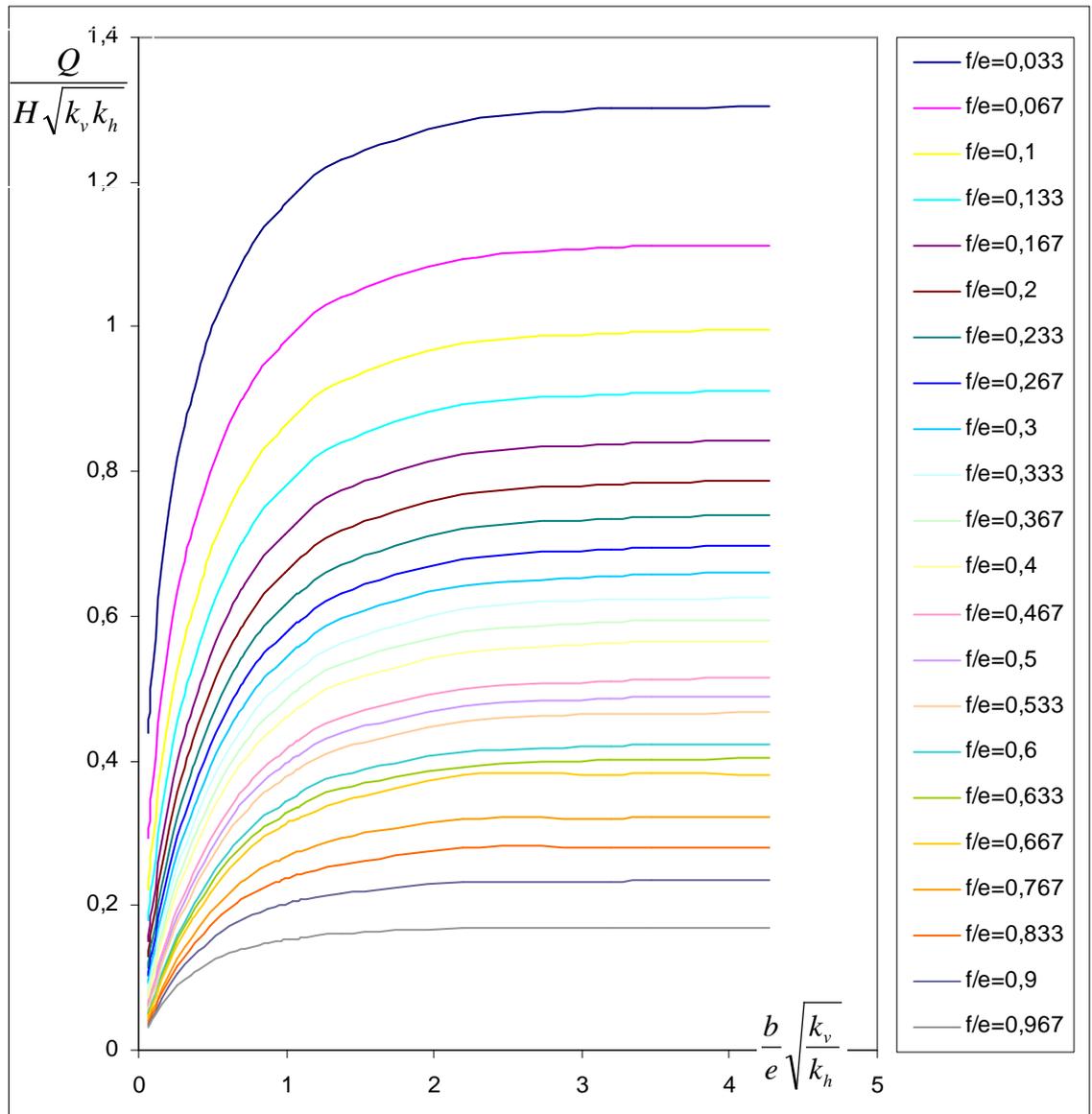
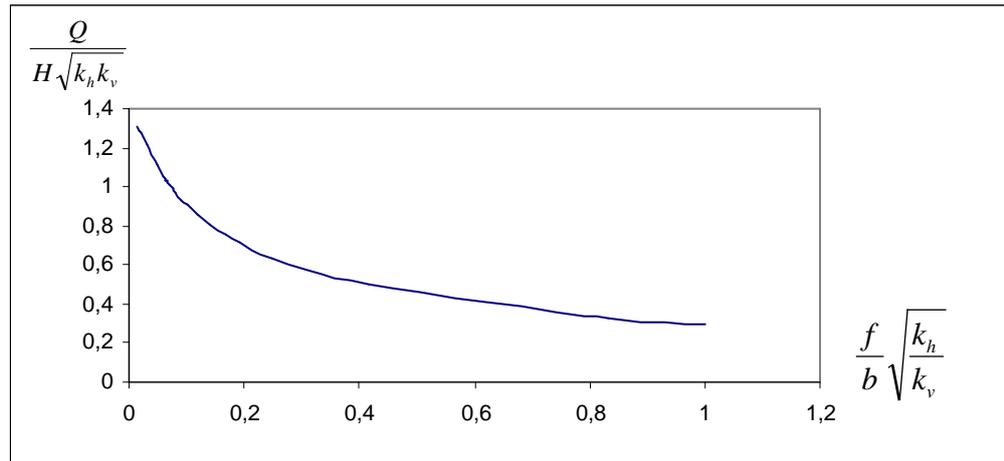


Figure IV.8 : Variations du débit total en fonction de  $\frac{b}{e} \sqrt{\frac{k_v}{k_h}}$

**IV-4-2 Débit d'exhaure des batardeaux plans sans fouille dans un milieu semi infini**

On remarque que lorsque les valeurs de  $\frac{f}{b} \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$  augmentent le débit diminue (figures IV.9), ce qui nous permet de dire que le débit ne dépend pas de l'épaisseur de la couche mais il dépend d'une part du rapport  $\frac{f}{b} \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$  et d'autre part de la perméabilité.



**Figure IV.9 :** Variations des débits en fonction de  $\frac{f}{b}\sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$  dans un milieu semi infini

#### IV-4-3 Comparaison avec les résultats existants

##### IV-4-3-1 milieu fini

KASTNER propose un abaque (voir figure II.11 page 47) pour les écrans fichés dans un milieu fini l'erreur, comparée à nos résultats, est comprise entre 0.16% et 2%. (Tableau IV.1)

**Tableau V.1 :** Comparaisons avec KASTNER

Pour  $\frac{f}{e}=0.5$

$\frac{b}{e}\sqrt{\frac{k_v}{k_h}}$	Le débit d'après EAUSOL	Le débit d'après KASTNER	ERREUR
4,267	0,49	5,00E-01	0,02
3,467	0,48862	4,90E-01	0,004
3,2	0,48675	4,80E-01	0,013
2,193	0,47635	4,70E-01	0,012
1,367	0,43834	4,40E-01	0,0045

Tableau V.1 : Comparaisons avec KASTNER (suite)

1,04	0,40294	4,02E-01	0,0023
0,987	0,3952	3,90E-01	0,013
0,96	0,39107	3,85E-01	0,015
0,88	0,37758	3,70E-01	0,018
0,827	0,36756	3,60E-01	0,02
0,72	0,34472	3,50E-01	0,015
0,67	0,3317	3,25E-01	0,02
0,56	0,30196	3,00E-01	0,006
0,48	0,27589	2,70E-01	0,021
0,4	0,24597	2,50E-01	0,016
0,347	0,22355	2,20E-01	0,017
0,267	0,18556	1,85E-01	0,005
0,16	0,12482	1,25E-01	0,0016
0,08	0,069143	7,00E-02	0,014

MANDEL propose deux relations :

$$\frac{f}{e} < 0.5$$

$$\frac{Q}{\sqrt{kv/khH}} = \frac{1}{\pi} \ln 2 \cot g \frac{\pi f}{4 e}$$

(IV.1)

$$\frac{f}{e} > 0.5$$

$$\frac{Q}{\sqrt{kv/khH}} = \frac{\pi}{4} \frac{1}{\ln 2 \cot g \left( \frac{\pi}{4} (1 - f/e) \right)}$$

Elles sont applicables pour les batardeaux larges, l'écart avec nos résultats est inférieur à 5.8%.

Pour les valeurs de  $\frac{f}{e}$  supérieures à 0.5, le domaine d'application des relations de MANDEL (IV.1) est valable avec  $\frac{b}{e} \sqrt{\frac{k_v}{k_h}} > 2.193$  (Tableau IV.2) c'est à dire pour les fouilles larges.

**Tableau V.2 :** Comparaisons avec MANDEL

$\frac{f}{e}$	Le débit d'après MANDEL	Le débit d'après EAUSOL	ERREUR
0,033	1,3036	1,3841537	0,058
0,067	1,1129	1,15839	0,04
0,1	0,99564	1,03049	0,03
0,133	0,91031	0,9391663	0,03
0,167	0,84295	0,865996	0,026
0,2	0,78714	0,8077684	0,012
0,3	0,66002	0,6753063	0,014
0,4	0,56625	0,57893835	0,022
0,5	0,49	0,5016191	0,02
0,53	0,46705	0,47767759	0,016
0,6	0,42366	0,43182491	0,018
0,633	0,40289	0,41112449	0,019
0,667	0,39022039	3,82E-01	0,02229609
0,833	0,288684	2,81E-01	0,0272755
0,967	0,180615	1,70E-01	0,05832849

CAMBFORT propose de calculer la perte de charge extérieure par la relation suivante :

$$\frac{h_2 k}{Q} = \left( 0.14 + \frac{0.8}{\cot g \frac{b}{e}} \right) \ln \left( \frac{e}{e-f} + \sqrt{\left( \frac{e}{e-f} \right)^2 - 1} \right) \quad \text{IV.2)}$$

Dans ce cas l'erreur atteint des valeurs importantes :

Ø Pour les valeurs de  $\frac{f}{e}$  comprises entre 0.2 et 0.333, et supérieures à 0.8, l'erreur est assez grande, elle dépasse 30% pour les fouilles étroites ;

Ø Pour les valeurs de  $\frac{f}{e}$  entre 0.4 et 0.8, l'erreur oscille entre 1.20% et 8.6%, on peut dire que la relation de CAMBFORT (IV.2) est valable dans cette gamme (Tableau IV.3).

**Tableaux IV.3 :** Comparaisons avec CAMBFORT

$$\blacktriangleright \frac{f}{e} = 0.2$$

$\frac{b}{e} \sqrt{\frac{k_v}{k_h}}$	La perte de charge d'après EAUSOL	La perte de charge d'après CAMBFORT	ERREUR
4,267	0,63521102	0,51067643	0,19605231
3,2	0,64128768	0,53438798	0,16669539
1,04	0,8054421	0,78587953	0,02428799
0,4	1,3956997	1,55435585	0,10207196
0,067	6,4502496	8,385794	0,2308123

$$\rightarrow \frac{f}{e} = 0.333$$

$\frac{b}{e} \sqrt{\frac{k_v}{k_h}}$	La perte de charge d'après EAUSOL	La perte de charge d'après CAMBFORT	ERREUR
4,267	0,7575528	0,70906596	0,06400457
3,2	0,76529056	0,7419891	0,03044786
1,04	1,00701557	1,091181	0,07713242
0,4	1,8930263	2,1581979	0,12286714
0,067	9,447729	11,6435398	0,18858619

$$\rightarrow \frac{f}{e} = 0.4$$

$\frac{b}{e} \sqrt{\frac{k_v}{k_h}}$	La perte de charge d'après EAUSOL	La perte de charge d'après CAMBFORT	ERREUR
4,267	0,88388521	0,8094	0,08427023
3,467	0,88809789	0,835	0,05978833
3,2	0,89412685	0,846	0,05382553
0,4	2,39408459	2,463	0,02798027
0,16	5,40729402	5,69	0,04968471
0,067	12,4488546	13,29	0,0632916

$$\rightarrow \frac{f}{e} = 0.433$$

$\frac{b}{e} \sqrt{\frac{k_v}{k_h}}$	La perte de charge d'après EAUSOL	La perte de charge d'après COMBFORT	ERREUR
4,267	0,92795165	0,8613	0,07182664
3,467	0,9324161	0,8886	0,046992
3,2	0,93878313	0,90124	0,03999127
0,4	2,56180842	2,621	0,02258359
0,16	5,82403525	6,058	0,03862079
0,067	13,4411817	14,14	0,04942138

$$\rightarrow \frac{f}{e} = 0.5$$

$\frac{b}{e} \sqrt{\frac{k_v}{k_h}}$	La perte de charge d'après EAUSOL	La perte de charge d'après COMBFORT	ERREUR
4,267	1,02142857	0,97027	0,05008531
3,467	1,02635995	1,0011	0,0246112
3,2	1,03441192	1,015	0,01876614
0,4	2,89669472	2,953	0,01906715
0,16	6,65758693	6,83	0,0252435
0,067	15,4540039	15,93	0,02988048

$$\rightarrow \frac{f}{e} = 0.667$$

$\frac{b}{e} \sqrt{\frac{k_v}{k_h}}$	La perte de charge d'après EAUSOL	La perte de charge d'après COMBFORT	ERREUR
4,267	1,314479	1,2987	0,012004
3,2	1,32451203	1,359	0,02537746
1,04	1,82757756	1,9985	0,08552536
0,4	3,75496115	3,9528	0,05005031
0,067	20,446469	21,3259	0,0412377

$$\rightarrow \frac{f}{e} = 0.833$$

$\frac{b}{e} \sqrt{\frac{k_v}{k_h}}$	La perte de charge d'après EAUSOL	La perte de charge d'après COMBFORT	ERREUR
4,267	1,7805634	1,82558	0,02465879
3,2	1,8004152	1,91035	0,05754694
1,04	3,567712	2,80939	0,21255135
0,4	6,704723	5,5566	0,17124093
0,067	25,475338	29,97785	0,15019463

$$\rightarrow \frac{f}{e} = 0.967$$

$\frac{B}{e} \sqrt{\frac{k_v}{k_h}}$	La perte de charge d'après EAUSOL	La perte de charge d'après COMBFORT	ERREUR
4,267	2,94273283	2,62746	0,10713607
3,2	2,9609532	2,74947	0,07142403
1,04	3,567712	4,04341	0,11764773
0,4	5,58196	7,99727	0,30201681
0,067	29,631324	43,1455	0,3132233

#### IV-4-3-2 milieu semi infini

SCHNEEBILI propose deux relations :

$$e) \sqrt{f^2 + b^2} \quad \frac{q}{kh} = \frac{2}{\pi} \ln \left[ \frac{b}{f} + \sqrt{\left(\frac{b}{f}\right)^2 + 1} \right]$$

(IV.3)

$$b) \sqrt{\frac{e^2}{f^2}} \quad \frac{q}{kh} = \frac{2}{\pi} \ln \left[ \frac{e}{f} + \sqrt{\left(\frac{e}{f}\right)^2 - 1} \right]$$

A partir des résultats théoriques concernant l'écoulement autour d'un écran fiché dans un milieu semi infini, on trouve que l'erreur est inférieure à 4% (tableau IV.4).

**Tableau IV.4 :** Comparaisons avec SCHNEEBILI

$\frac{f}{b} \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$	Le débit d'après SCHNEEBILI	Le débit d'après EAUSOL	ERREUR
10,4	0,7487	0,71396	0,035
8	0,6671	0,63773	0,04
4,8	0,5125598	0,49625	0,026
2,4	0,32355	0,33059	0,021
2	0,29333	0,29333	0

BRILLANT propose une relation applicable pour les batardeaux larges dans un milieu semi infini.

$$\frac{Q}{H \cdot \sqrt{K_v \cdot K_h}} = \frac{1}{\pi} \ln \frac{2b}{f} \quad (\text{IV.4})$$

L'erreur oscille entre 4% et 14% (tableau IV.5).

L'erreur diminue lorsque la valeur de  $\frac{f}{b} \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$  est supérieure à 0.067, c'est à dire que dans ce cas le domaine d'application est valable.

**Tableau IV.5 :** Comparaisons avec BRILLANT

$\frac{f}{b} \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$	Le débit d'après BRILLANT	Le débit d'après EAUSOL	ERREUR
0.0156	1,545	1,3113	0,14
0.0192	1,479	1,292	0,11
0.02222	1,43	1,2752	0,1
0.0609	1,11	1,2201	0,09
0.0676	1,078	1,1101	0,036

A partir des résultats expérimentaux obtenus par la méthode d'analogie électrique concernant l'écoulement autour d'un écran fiché dans un milieu semi infini KASTNER propose un abaque ( voir figure II.14 page50 ) qui nous a permis de faire la comparaison.

L'écart avec nos résultats ne dépasse pas 0.9% (tableau IV.6)

**Tableau IV.6:** Comparaisons avec KASTNER

$\frac{f}{b} \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$	Le débit d'après EAUSOL	Le débit d'après KASTNER	ERREUR
0,19	0,71396	0,72	0,00838889
0,25	0,63773	0,64	0,00354687
0,41	0,49625	0,495	0,00252525
0,83	0,33059	0,3298	0,00238967
1	0,29333	0.294	0,00227891

## IV-5 DEBIT D'EXHAURE DES BATARDEAUX PLANS AVEC FOUILLE

### IV-5-1 Débit d'exhaure des batardeaux plans avec fouille dans un milieu fini

Le problème qui se pose dans le cas des batardeaux avec fouille, c'est l'introduction d'un paramètre géométrique supplémentaire ( $e_2$ ). Dans ce cas il est évident de découper l'écoulement global en écoulements partiels, la méthode utilisée est aussi celle des fragments, vu sa simplicité et le large champ de ses applications.

Les conditions dans lesquelles on a travaillé :

$$0.367 < \frac{f_1}{e_1} < 0.967 ;$$

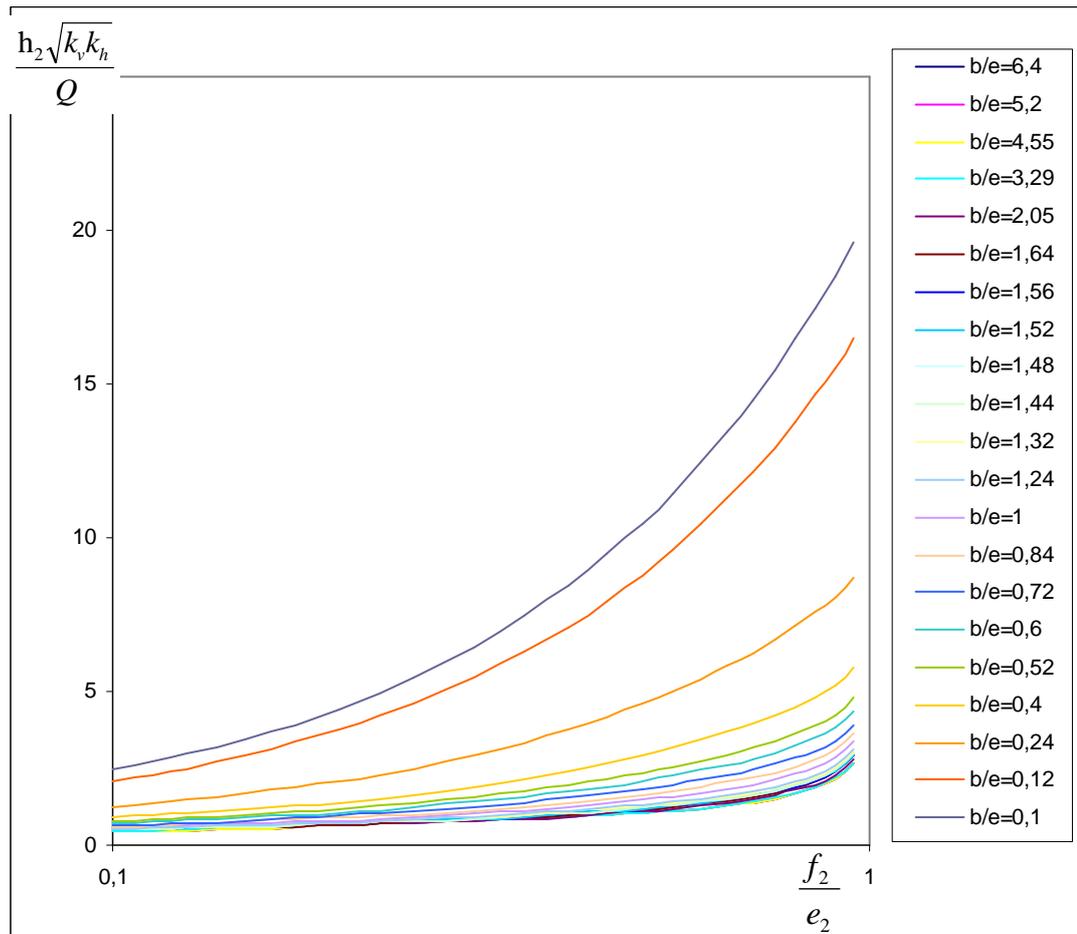
$$0.05 < \frac{f_2}{e_2} < 0.95 ;$$

$$0.05 < \frac{b}{e_2} \sqrt{\frac{k_v}{k_h}} < 6.4.$$

Ø Dans le coté aval on voit bien que la perte de charge augmente lorsque  $\frac{b}{e_2} \sqrt{\frac{k_v}{k_h}}$  diminue

et le  $\frac{f_2}{e_2}$  augmente, cela est dû généralement à la longueur du trajet d'écoulement autour

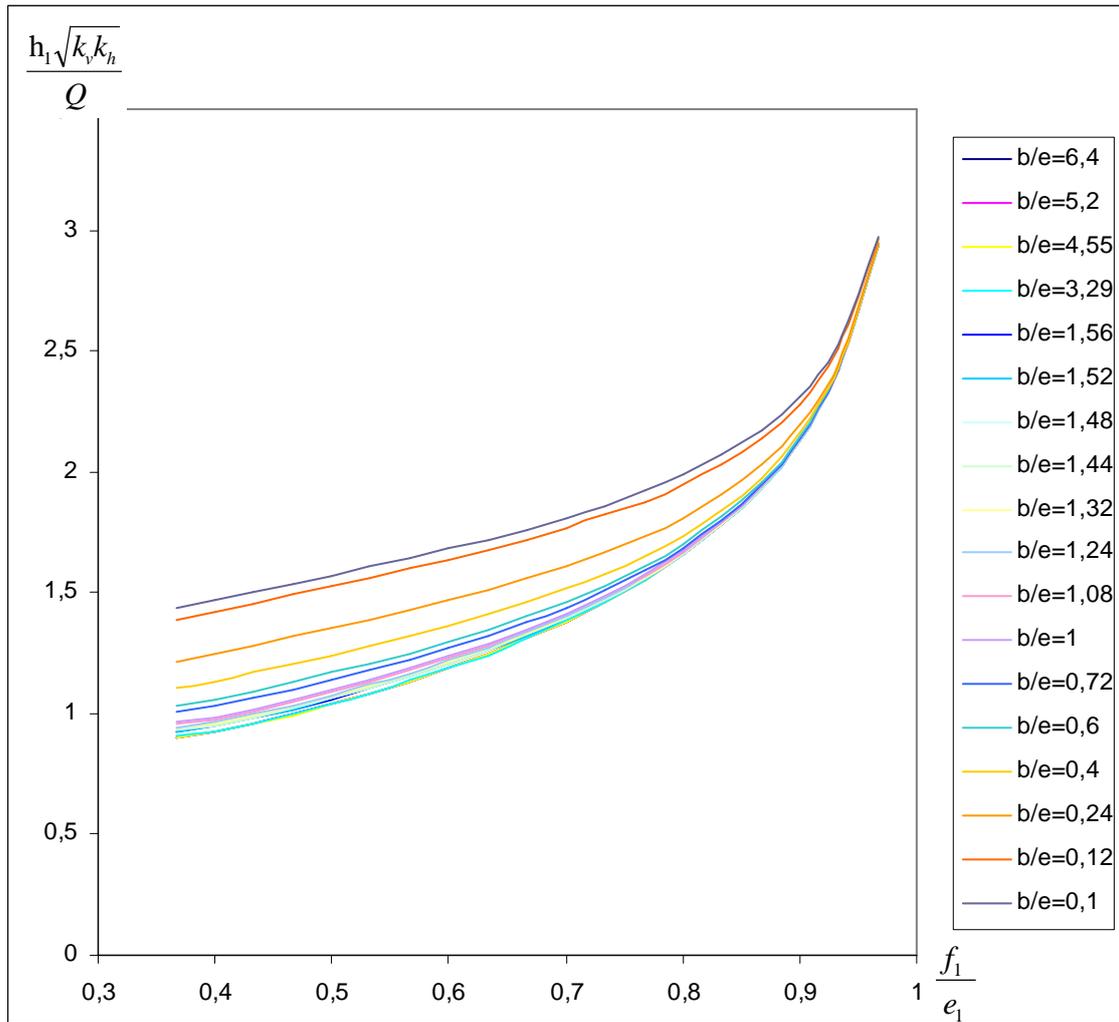
de l'écran (figure IV.10).



**Figure IV.10 :** Variations des pertes de charges en fonction de  $\frac{f_2}{e_2}$  dans le coté aval

Ø Dans le coté amont la perte de charge augmente avec l'augmentation de  $\frac{f_1}{e_1}$  c'est à dire

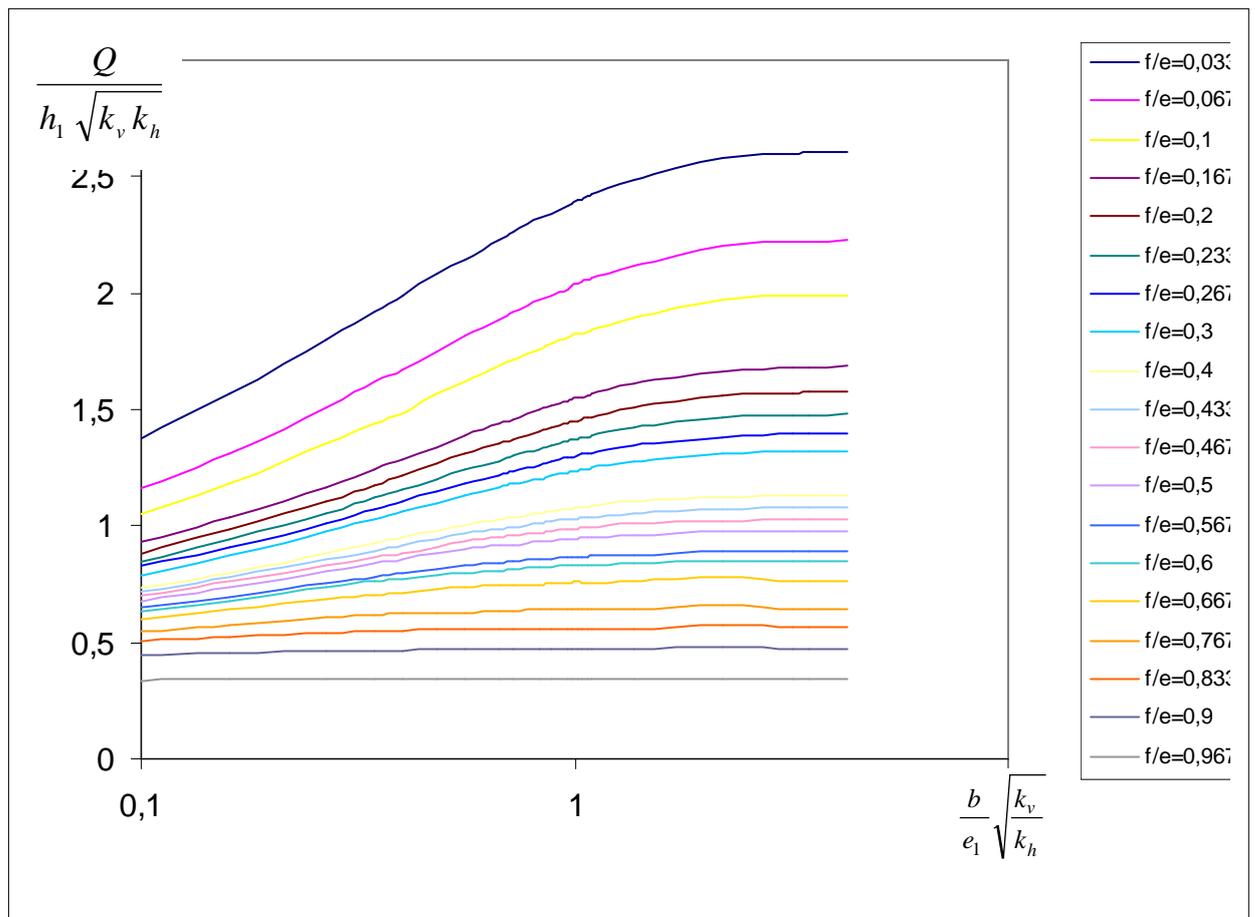
avec la longueur du trajet d'écoulement (figure IV.11), mais la perte de charge diminue avec la largeur de la fouille, et enfin elle se stabilise après une certaine valeur qui représente les fouilles larges dont les caractéristiques hydrauliques ne changent pas avec la largeur de la fouille.



**Figure IV.11 :** Variations des pertes de charges en fonction de  $\frac{f_1}{e_1}$  dans le coté amont

Ø Pour les valeurs des débits, on voit que pour les grandes valeurs de  $\frac{f_1}{e_1}$  et des valeurs du

$\frac{b}{e_1} \sqrt{\frac{k_v}{k_h}} > 1$  le débit devient quasi constant (figure IV.12).

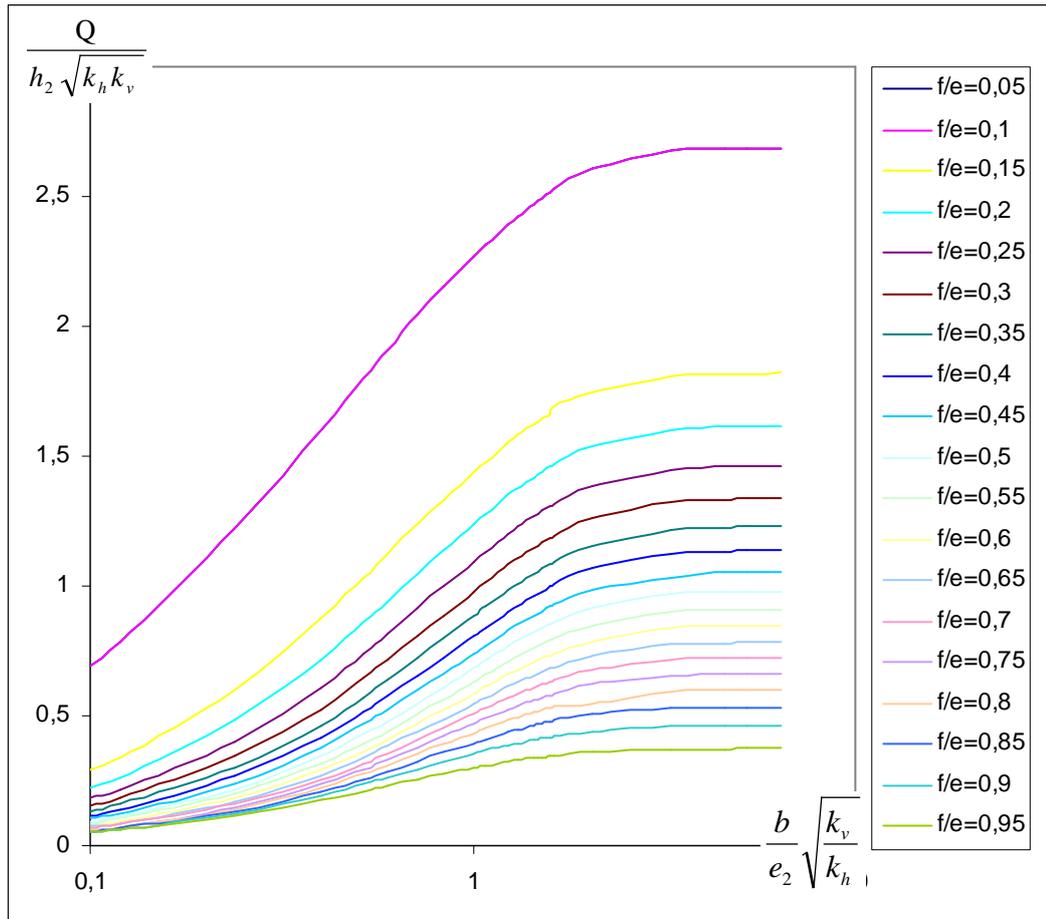


**Figure IV.12 :** Variations du débit en fonction de  $\frac{b}{e_1} \sqrt{\frac{k_v}{k_h}}$  dans le coté amont

Ø Pour les faibles valeurs de  $\frac{b}{e_2} \sqrt{\frac{k_v}{k_h}}$  et les fortes valeurs de  $\frac{f_2}{e_2}$ , le débit est faible, il

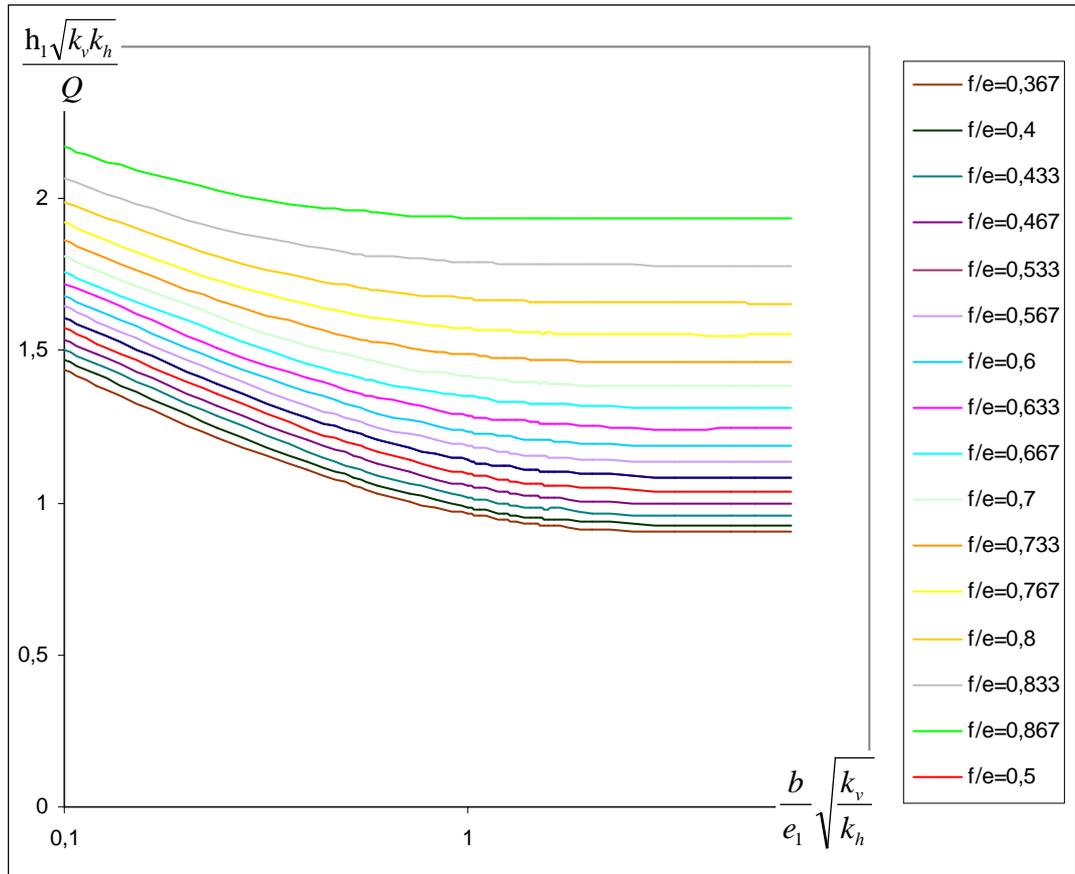
commence à augmenter jusqu'à la stabilité pour les valeurs de  $\frac{b}{e_2} \sqrt{\frac{k_v}{k_h}} > 2.5$  (figure

IV.13) quelle que soit  $\frac{f_2}{e_2}$ .



**Figure IV.13 :** variations du débit en fonction de  $\frac{b}{e_2} \sqrt{\frac{k_v}{k_h}}$  dans le coté aval

Ø Les courbes qui présentent la variation de la perte de charge en fonction de la largeur relative dans le coté amont, montrent que la perte de charge augmente lorsque  $\frac{b}{e_1} \sqrt{\frac{k_v}{k_h}}$  diminuent et  $\frac{f_1}{e_1}$  augmentent. La perte de charge devient constante pour une valeur de  $\frac{b}{e_1} \sqrt{\frac{k_v}{k_h}} > 1$  (figure IV.14).



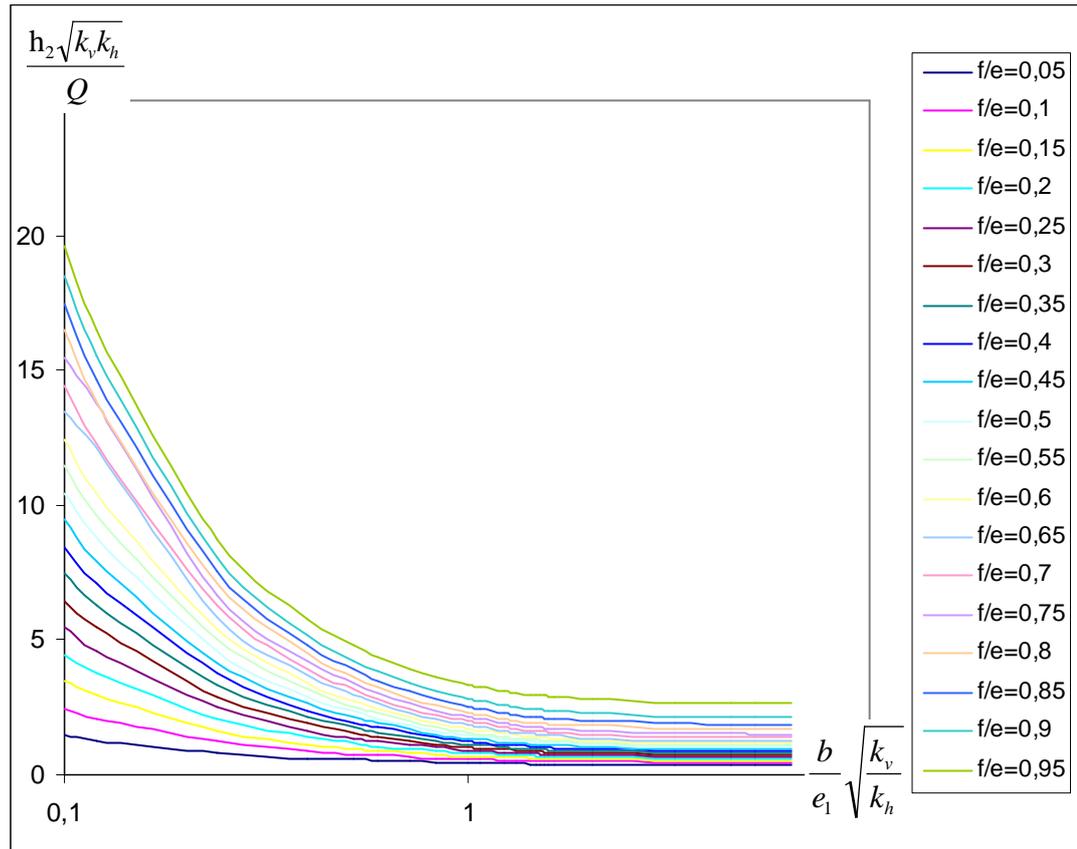
**Figure IV.14 :** variations des pertes de charges en fonction de  $\frac{b}{e_1} \sqrt{\frac{k_v}{k_h}}$  dans le coté amont

Ø La figure IV.15 présente la variation des pertes de charges en fonction de la largeur relative, la perte de charge augmente lorsque  $\frac{b}{e_2} \sqrt{\frac{k_v}{k_h}}$  diminue et  $\frac{f_2}{e_2}$  augmente, pour

une

valeur de  $\frac{b}{e_2} \sqrt{\frac{k_v}{k_h}} > 2.5$  la perte de charge devient quasi constante, ce qui représente les

fouilles larges.

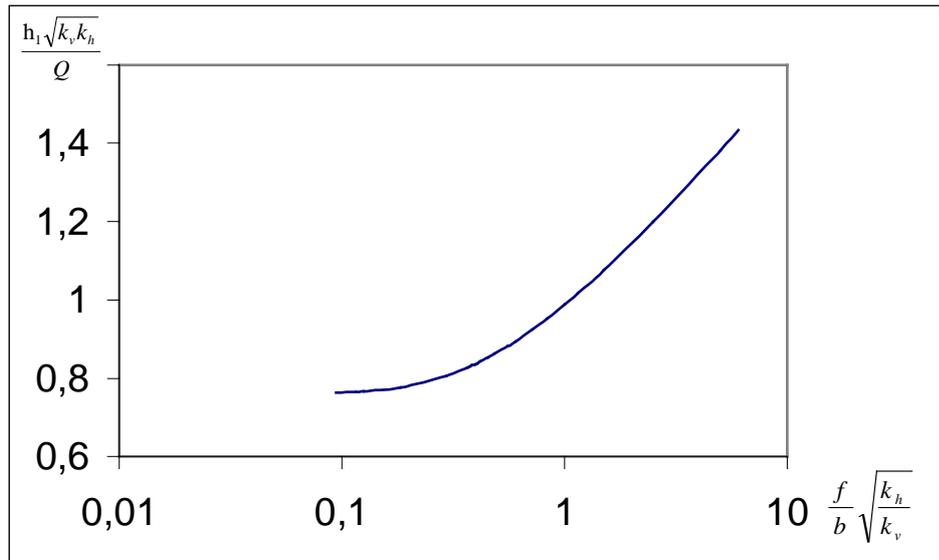


**Figure IV.15 :** variations des pertes de charges en fonction de  $\frac{b}{e_2} \sqrt{\frac{k_v}{k_h}}$  dans le coté aval

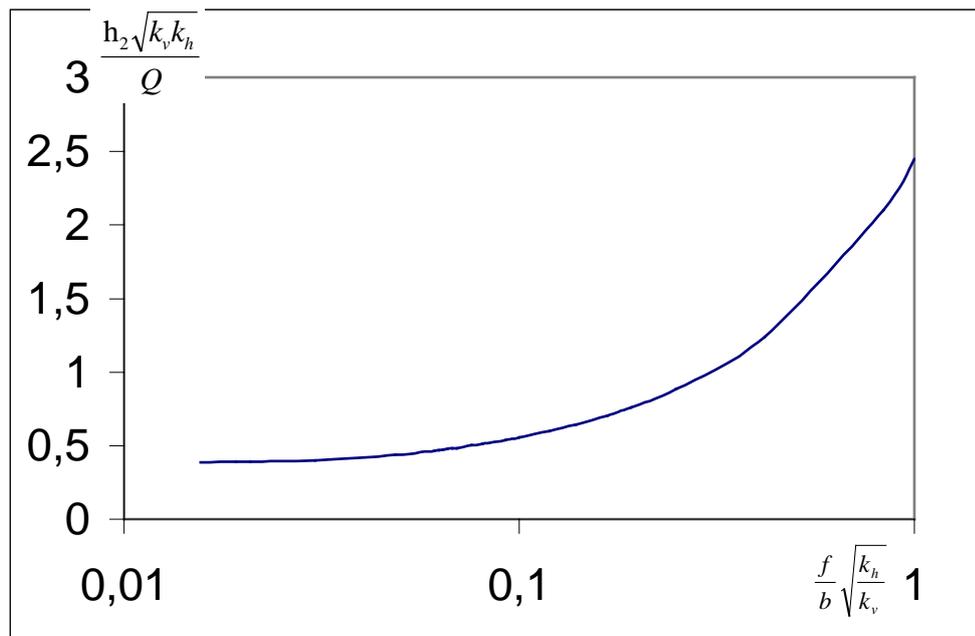
#### IV-5-2 Débit d'exhaures des batardeaux plans avec fouille dans un milieu semi infini

On dit qu'un milieu est semi infini si le milieu où le substratum n'influe pas sur les caractéristiques hydrauliques de la fouille tels que le débit, vitesse, pressions etc....

Les figures IV.16 et IV.17 présentent successivement les variations de la perte de charge en fonction de  $\frac{f}{b} \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$  dans les cotés amont et aval car l'épaisseur du milieu n'influe plus sur les caractéristiques hydrauliques.



**Figure IV.16 :** variations des pertes de charges en fonction de  $\frac{f}{b} \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$  dans le coté amont



**Figure IV.17:** variations des pertes de charges en fonction de  $\frac{f}{b} \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$  dans le coté aval

Les pertes de charges relatives augmentent avec la fiche relative. La perte de charge dans le coté aval est plus grande que celle dans le coté amont.

### IV-5-3 Comparaison avec les résultats existants

#### IV-5-3-1 milieu fini

MANDEL a proposé deux relations pour le calcul de la perte de charge partielle de chacun des deux écoulements :

$$\text{Si } \frac{f}{e} < 0.5 \quad \frac{H\sqrt{k_v k_h}}{Q} = \frac{\pi}{2 \ln \left( 2 \cot g \left( \frac{\pi f}{4e} \right) \right)} \quad (\text{IV.5})$$

$$\text{Si } \frac{f}{e} > 0.5 \quad \frac{H\sqrt{k_v k_h}}{Q} = \frac{2 \ln \left( 2 \cot g \left( \frac{\pi}{4} \left( 1 - \frac{f}{e} \right) \right) \right)}{\pi}$$

Ø Pour le coté amont (tableau IV.7.a), l'erreur oscille entre 2% et 8.5% car Mandel néglige l'effet de la largeur du batardeau sur ses résultats.

**Tableau IV.7.a :** Comparaisons avec MANDEL

$\frac{f_1}{e_1}$	La perte de charge d'après MANDEL	La perte de charge d'après EAUSOL	ERREUR
0.37	0,825975	0,90296908	0,08526769
0,4	0,863649	0,92490549	0,06623
0,433	0,9061257	0,9561957	0,05236375
0,47	0,9553551 9	0,99499677	0,03984092
0,5	0,9967722 5	1,03687628	0,03867774
0,53	1,04673	1,08430643	0,03465481
0,57	1,1083857	1,13366317	0,02229716

0,6	1,157876	1,18715228	0,02466093
0,63	1,21069	1,24728255	0,02933782
0,67	1,28736	1,31118473	0,01817039
0,7	1,3506126	1,38264863	0,02317004
0,8	1,615536	1,65636513	0,02464984
0,9	2,0609852 2	2,1319614	0,0332915
0,967	2,7683075	2,93836732	0,05787562

Ø Pour les valeurs de  $1.64 < \frac{b}{e_1} \sqrt{\frac{k_v}{k_h}} < 6.4$  la relation est applicable ;

Ø Pour la partie aval (tableau IV.7.b) l'erreur est comprise entre 0.007% et 6.8%.

**Tableau IV.7.b : Comparaisons avec MANDEL**

$\frac{f_2}{e_2}$	La perte de charge d'après MANDEL	La perte de charge d'après EAUSOL	ERREUR
0,05	0,3994466 5	0,37241098	0,067682798
0,1	0,4852048 4	0,47012541	0,031078475
0,15	0,5552211 6	0,5496243	0,010080419
0,2	0,6189893	0,61894771	6,71931E-05
0,25	0,6800781	0,68550957	0,007923256
0,3	0,740408	0,74884053	0,011260788

0,35	0,8012552 6	0,8142117	0,015912858
0,4	0,8636498	0,88105727	0,019757477
0,45	0,928513	0,94863743	0,021214039
0,5	0,9967722 6	1,02188419	0,024574141
0,55	1,0769910 5	1,09966489	0,020618861
0,65	1,248042	1,28019939	0,025119051
0,75	1,4704194	1,51430266	0,028979189
0,85	1,8010841	1,87172198	0,037739517
0,95	2,5034626	2,67992584	0,065846314

KASTNER a calculé la perte de charge dans le côté amont  $\rho_2$  par l'analogie électrique et  $\rho_1$  à partir de MANDEL.

On a travaillé sous les conditions suivantes :  $0.1 < \frac{b}{e_2} \sqrt{\frac{k_v}{k_h}} < 6.4$  et  $0.05 < \frac{f_2}{e_2} < 0.95$

Ces deux intervalles présentent deux gammes suffisamment larges que celles de KASTNER. Alors l'écart avec nos résultats (tableau IV.8) ne dépasse pas 2%.

Pour le cas de  $\frac{f_2}{e_2} = 0.5$ :

**Tableau IV.8 :** Comparaisons avec KASTNER

$\frac{b_1}{e_1} \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$	La perte de charge d'après EAUSOL	La perte de charge d'après KASTNER	ERREUR
5,2	1,0220988	1	0,02
4,55	1,0225044 4	1,02	0,002
3,29	1,0312177 7	1,03	0,001
2,05	1,0930081 2	1,09	0,003
1,64	1,1632820 5	1,16	0,003
1,6	1,1720212 7	1,17	0,002
1,56	1,1824451 4	1,18	0,002
1	1,4650416 6	1,455	0,007
0,84	1,6362709 2	1,64	0,002
0,72	1,8223416 9	1,83	0,004
0,6	2,0874023 4	2,1	0,006

#### IV-5-3-2 milieu semi infini

Le tableau IV.9 présente les valeurs des erreurs comparées avec CARDINAL et De CASENOV, on remarque que l'erreur augmente avec l'augmentation de  $\frac{f}{b} \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$  et atteint

Le maximum 16% pour une grande valeur de  $\frac{f}{b} \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$  qui est égale 9, pour les faibles valeurs de  $\frac{f}{b} \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$ , l'erreur maximale est de 6%.

On peut dire que l'abaque de CARDINAL et DECASENOV est valable pour les fouilles larges et les fiches courtes.

**Tableau IV.9 :** Comparaisons avec CARDINAL et DECASENOV

$\frac{f}{b} \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$	La perte de charge d'après EAUSOL	La perte de charge d'après cardinal	ERREUR
2,00E+00	1,6009	1,7	0,06
6,00E+00	1,7	2	0,006
1,00E+01	1,9122	2,17	0,11
9,00E+00	1,988	2,1	0,16

BRILLANT propose pour les fouilles larges en milieu semi infini la relation suivant :

$$\frac{Q}{kh} = \frac{1}{\ln 2 \frac{b}{f_2}} \quad (\text{IV.6})$$

Cette relation est applicable pour des faibles valeurs de  $\frac{f}{b} \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$ .

Û Pour des valeurs de  $\frac{f}{b} \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$  supérieurs a 0.075 et inférieur a 0.02 l'erreur dépasse

40%

Û Pour des valeurs de  $\frac{f}{b} \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$  entre 0.02-0.075 l'erreur est comprise entre 3% et 9%.

(Tableau IV.10)

Tableau IV.10: Comparaisons avec BRILLANT

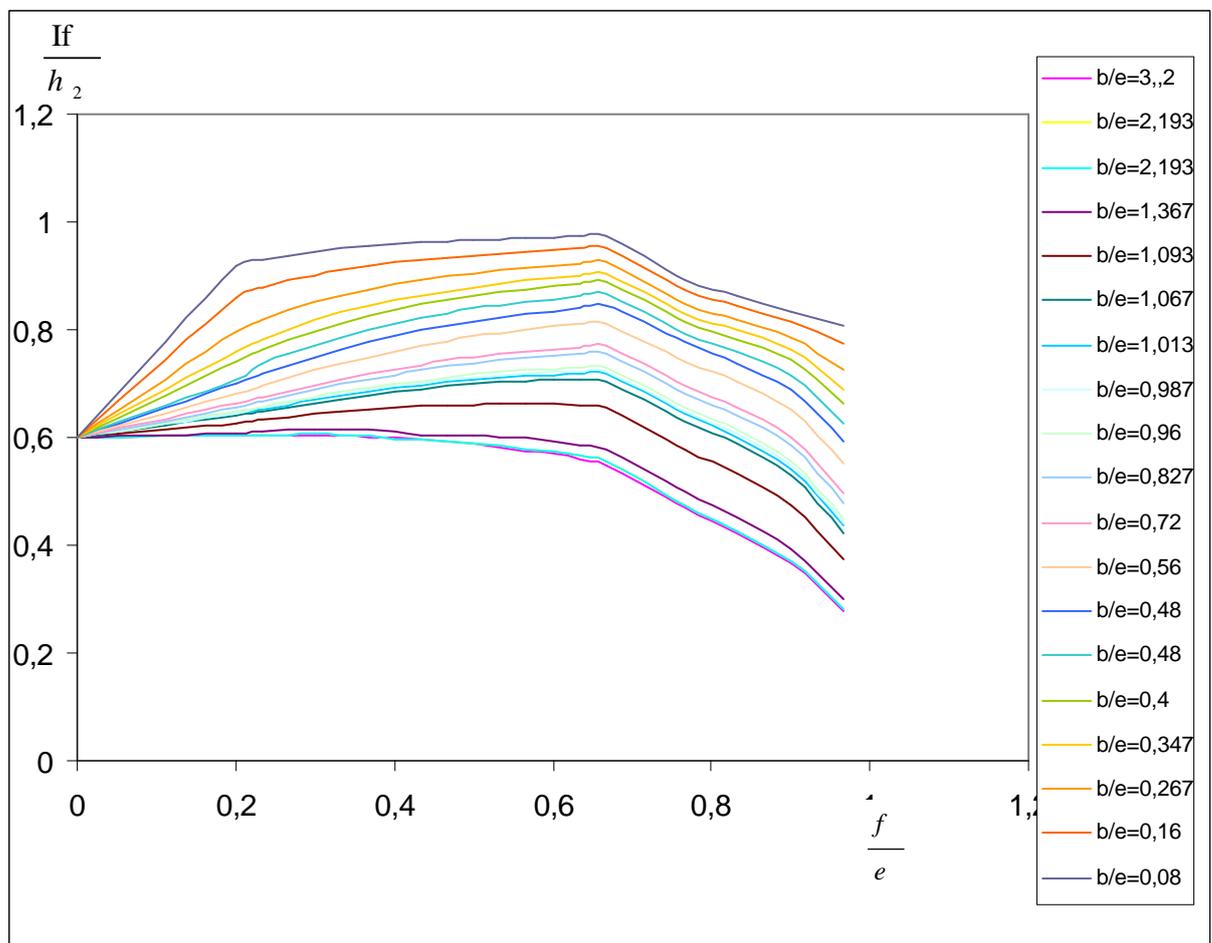
$\frac{f}{b} \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$	Le débit d'après BRILLANT	Le débit d'après EAUSOL	ERREUR
0,015625	0,64715178	0,76350372	0,15239211
0,0192307	0,67608435	0,76515597	0,11640976
0,02083333	0,68794051	0,76727972	0,10340325
0,03039514	0,75000839	0,77628959	0,0338549
0,04878049	0,84554708	0,80579977	0,0470078
0,06097561	0,89960301	0,82766469	0,07996674
0,0625	0,90601249	0,83036619	0,08349365
0,06410256	0,91267977	0,83326803	0,08700942
0,06578947	0,91962301	0,8357186	0,09123784
0,06944444	0,9268622	0,83904358	0,0947483
0,0757575	0,93441941	0,8426071	0,098256
0,08064516	0,95925781	0,85357269	0,11017385
0,09259259	0,97793612	0,86264921	0,11788798
0,1	1,02190478	0,8819934	0,13691234
0,11904762	1,04815775	0,8949422	0,14617604
0,13888889	1,11293099	0,92375411	0,16998078
0,16666667	1,1772521	0,9526241	0,19080704
0,16666667	1,26362896	0,98860732	0,2176443
0,19230769	1,3408456	1,01821221	0,24061934
0,25	1,51002081	1,07647059	0,2871154
0,41666667	2,00176472	1,20004873	0,4005046
0,83333333	3,58665006	1,38158124	0,61479899
1	4,53006243	1,43255922	0,68376612

## IV-6 GRADIENT DE SORTIE DANS LES BATARDEAUX PLANS SANS FOUILLE

### IV-6-1 Gradient de sortie dans les batardeaux plans sans fouille dans un milieu fini

La figure IV.18 présente les valeurs du gradient de sortie obtenues par le calcul numérique en fonction de la fiche relative du batardeau.

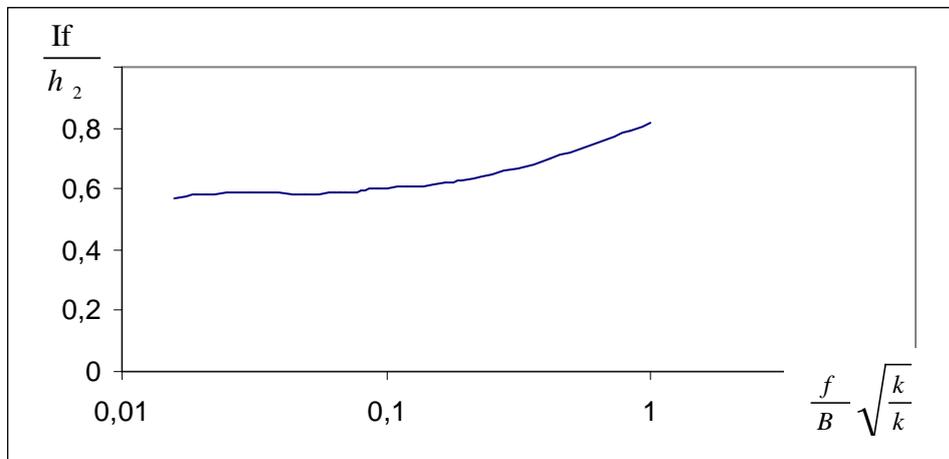
On remarque que l'influence de la largeur de la fouille devient négligeable dès que  $\frac{b}{e} \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$  atteint la valeur de 2.5, à partir de cette valeur une courbe unique représente les fouilles larges.



**Figure IV.18** : la variation du gradient de sortie en fonction de la fiche relative  $\frac{f}{e}$

#### IV-6-2 Gradient de sortie dans les batardeaux plans sans fouille dans un milieu semi infini

La figure IV.19 présente la variation du gradient de sortie en fonction de la fiche relative dans un milieu semi infini, en remarque que la courbe est constante pour des valeurs du gradient comprises entre 0.5 et 0.6 quelle que soit la valeur de la fiche relative qui représente les batardeaux larges, à partir de la valeur de  $\frac{f}{b} \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$  égale 0.1 les valeurs du gradient augmentent ce qui représente les batardeaux étroits.

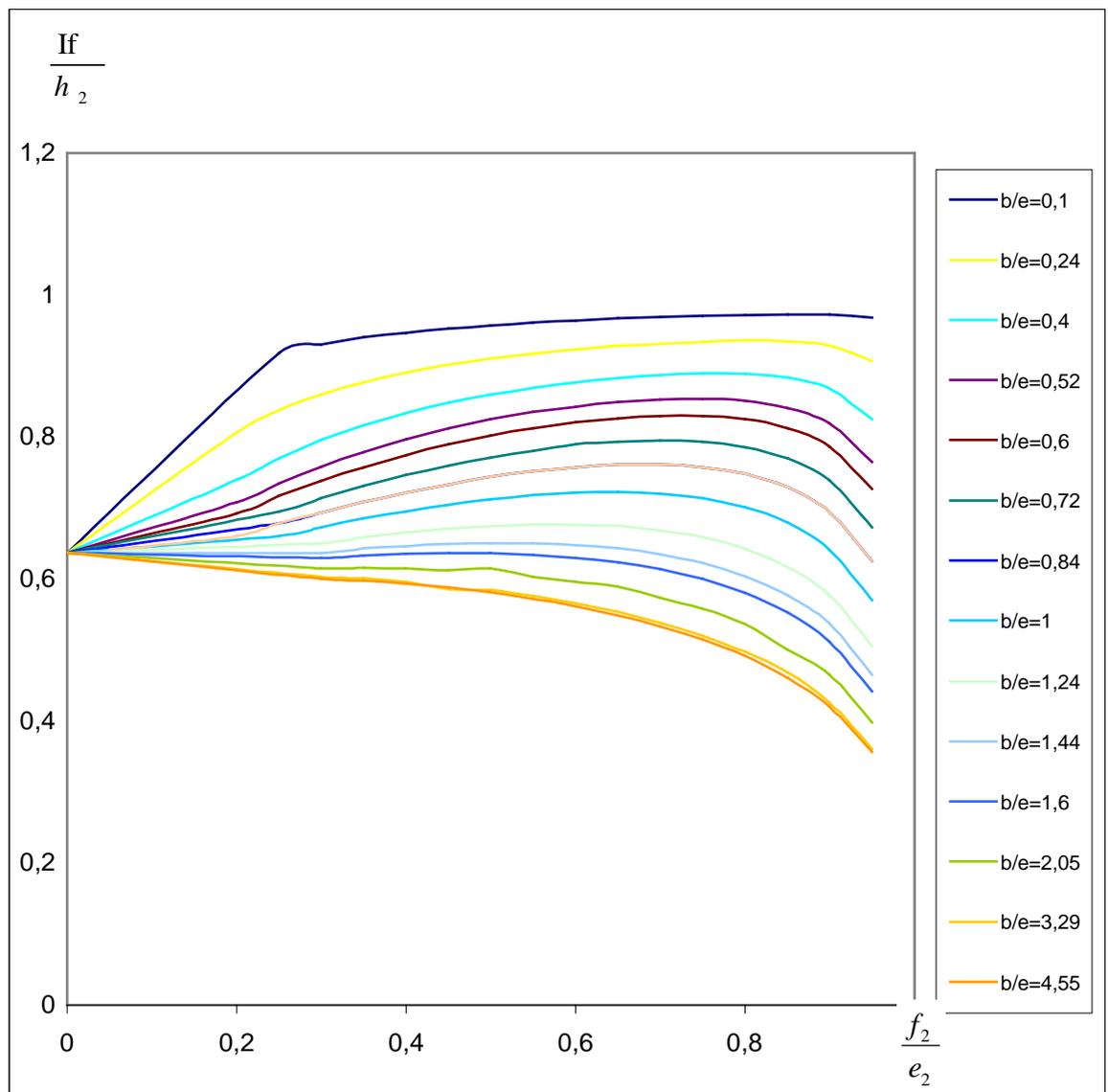


**Figure IV.19:** la variation du gradient de sortie en fonction de  $\frac{f}{B} \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$

### IV-7 GRADIENT DE SORTIE DANS LES BATARDEAUX PLANS AVEC FOUILLE

#### IV-7-1 gradient de sortie dans les batardeaux plans avec fouille dans un Milieu fini

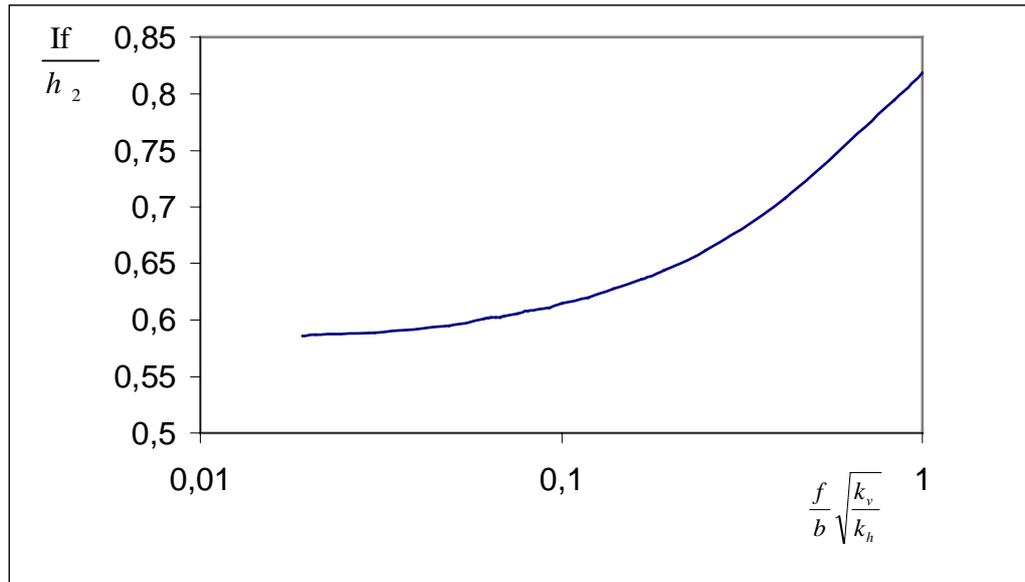
La figure IV.20 donne les valeurs du gradient hydraulique de sortie en fonction de la largeur relative de la fouille et la fiche relative, à partir des résultats obtenus numériquement, on constate que le gradient de sortie diminue avec l'augmentation de la largeur relative et la fiche relative, cela est dû à l'augmentation de la trajectoire d'écoulement, et on remarque aussi que la valeur du gradient reste constante pour les fouilles larges.



**Figure IV.20 :** la variation du gradient de sortie en fonction de la fiche relative  $\frac{f_2}{e_2}$

#### IV-7-2 gradient de sortie dans les batardeaux plans avec fouille dans un milieu semi infini

Dans la figure IV.21, il y a une légère stabilité puis une augmentation de la valeur du gradient.



**Figure IV.21:** la variation du gradient de sortie en fonction de  $\frac{f}{b} \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$

#### IV-8 CALCUL PRATIQUE DES GRADIENT MOYEN ET GRADIENT DE SORTIE

L'application de cette méthode de calcul du soulèvement en masse au cas de l'écran fiché dans des milieux fini et semi infini est facilitée par la connaissance précise du Champ de potentiel, sous forme d'abaques. Elle n'est plus difficile à mettre en œuvre dans le cas d'un batardeau quelconque.

A cause de la mise en œuvre lourde et l'hétérogénéité du milieu, on estime, comme KASTNER, la sécurité vis-à-vis du renard (au sens plus large) à partir de critères simples pouvant être calculés facilement. Ces critères sont le gradient de sortie  $i_e$  et le gradient moyen  $i_m$ . Le gradient de sortie indiquera le rabattement (lorsque  $i_e = i_c$ ) provoquant de manière certaine des désordres en fond de fouille. Le gradient moyen donnera, en association avec les résultats présentés dans les figures précédentes, une bonne indication de risque de soulèvement généralisé.

### IV-8-1 Calcul du gradient moyen

Si l'on définit  $h_2$  comme la perte de charge entre le pied de l'écran et le fond de fouille (figure IV.3) le gradient moyen est donné par la relation  $i_m = h_2 / f$ . Ainsi la détermination du gradient moyen se limite à la détermination de  $h_2$ .

La méthode de calcul proposée est la suivante:

- On calcule  $\rho_1$  et  $\rho_2$  à partir des figures IV.10, IV.11, IV.14, IV.15, IV.16, IV.17, selon le cas.
- On détermine le débit en fonction de la perte de charge totale  $H$ , de la perméabilité et de  $\rho_1$  et  $\rho_2$ .

$$\frac{Q}{H \cdot \sqrt{K_v \cdot K_h}} = \frac{1}{\rho_1 + \rho_2} \quad (\text{IV.7})$$

$$Q = \frac{H \sqrt{K_v \cdot K_h}}{\rho_1 + \rho_2} \quad (\text{IV.8})$$

- La perte de charge  $h_2$  est calculée en fonction du débit déterminé dans l'étape précédente et de  $\frac{h_2 \sqrt{k_v k_h}}{Q}$
- Le gradient moyen est donné par la relation  $i_m = h_2 / f$ .

### IV-8-2 Calcul du gradient de sortie

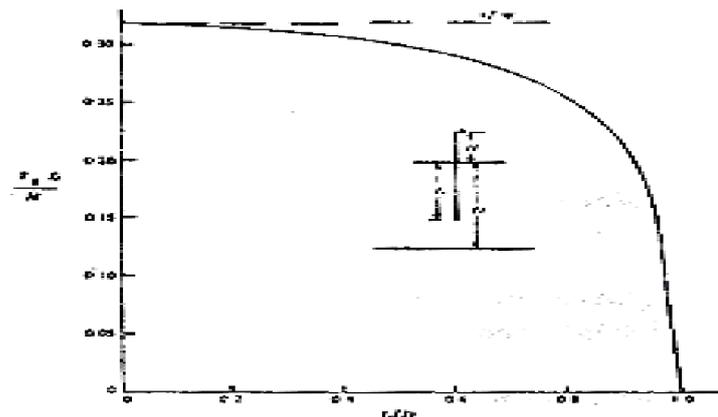
Divers autres (CRAY et NAIR, 1967, MCNAMEE, 1949 ; HARR 1962, KRIZEK, 1968 ; REDDY, 1971) ont proposé des abaques plus au moins complets pour le calcul du gradient de sortie. Ils considèrent tous l'écoulement global, ce qui conduit à exprimer  $i_e$  en fonction d'un nombre important de paramètre.

On propose, un calcul approché en reprenant l'hypothèse déjà adoptée pour le calcul de  $h_2$ , on a examiné la variation de la quantité sans dimensions  $i_e f/h_2$  en fonction de  $f_2/e_2$  et ce calcul a été réalisé pour les différents écoulements vers un batardeau quelconque.

Les courbes ont été extrapolées en tenant compte de la valeur théorique  $i_e f/h_2 = 2/\pi$  lorsque  $f/e$  tend vers zéro.

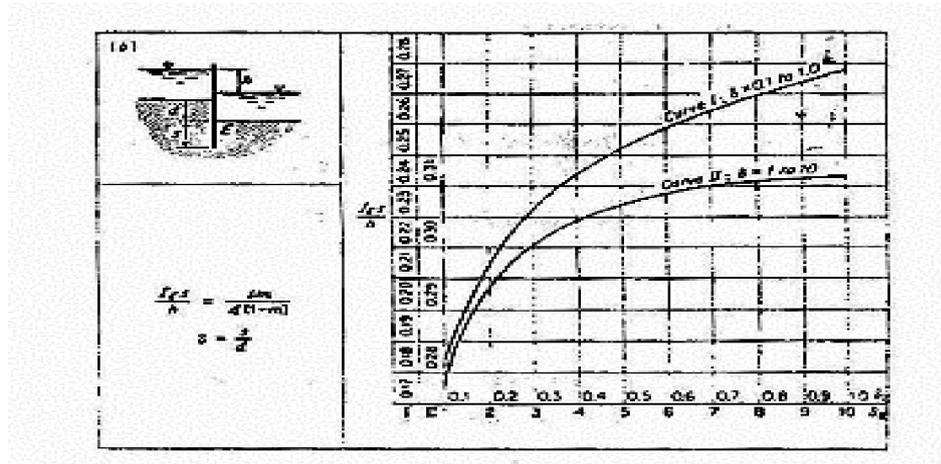
On note que le calcul n'est pas précis pour les faibles valeurs de  $f/e$ . On propose ainsi une méthode de calcul simple et rapide du gradient de sortie, comprenant deux étapes :

- On calcule d'une part la valeur du gradient de sortie adimensionnel  $i_e f/h_2$  à l'aide des abaques des figures IV.18, IV.19, IV.20, IV.21 selon le cas.
- On calcule ensuite  $h_2$  suivant le processus décrit au paragraphe précédent d'où la valeur de  $i_e$
- On complète ces abaques par ceux de KHOSLA et al (1954) (figure IV.22) et de GRAY et NAIR (1962) (figure IV.23), ces deux derniers sont très commodes dans le cas particulier des fiches faibles.



**Figure IV.22** : Ecran coupant une couche d'épaisseur limitée

(D'après GRAY et NAIRE, 1962)



**Figure IV.23** : Ecran dans une couche d'épaisseur infinie

(D'après KHOSLA et al, 1954)

Comme le gradient de sortie  $i_e$  contrôle la boulangerie. Il est donc impératif qu'il soit inférieur à la valeur critique  $i_e = \frac{\gamma'}{\gamma_w}$  soit :

$$i_e < (\gamma' / \gamma_w) / F \quad \text{(IV.9)}$$

Avec  $F$  coefficient de sécurité.  $F$  devra essentiellement « corriger » les effets de l'hétérogénéité qui peuvent affecter soit localement, soit globalement (milieu stratifié) le gradient de sortie.

#### IV-9 CONCLUSION

Le calcul numérique des variations du débit et des pertes de charges a été effectué à l'aide du logiciel EAUSOL.

L'analyse des présents résultats numériques comparés à ceux de plusieurs auteurs permet les conclusions suivantes :

Pour le cas d'un batardeau plan sans fouille:

- Les résultats de la simulation pour les batardeaux dans un milieu fini confirment les résultats publiés par KASTNER, l'erreur ne dépasse pas le 2%.
- La relation de CAMBFORT est applicable à condition que  $\frac{f}{e}$  appartienne à l'intervalle [0,4, 0,8], l'erreur est comprise entre 1 et 9% ;
- Pour MANDEL, le domaine d'application est valable pour les fouilles larges et les fiches courtes;
- Pour les batardeaux dans un milieu semi infini, l'écart de nos résultats avec ceux de KASTNER ne dépasse pas le 0,9% ;
- Les relations de SCHNEEBILI sont valables dans un milieu semi infini. L'erreur est inférieure à 4% ;
- Le domaine d'application de la relation de BRILLANT est valable dans un milieu semi infini lorsque  $\frac{f}{b} \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$  est supérieur à 0,067. L'erreur ne dépasse pas 14%;

Pour le cas d'un batardeau plan avec fouille:

- La relation de MANDEL est applicable pour des valeurs de  $1,64 < \frac{b}{e_1} \sqrt{\frac{k_v}{k_h}}$  (fouilles larges), l'erreur oscille entre 2% et 8% pour le coté amont et 0,007% et 6,6% pour le coté aval;
- L'écart de nos résultats avec ceux de KASTNER ne dépasse pas 2%;

- Pour CARDINAL et DE CASENOV et dans un milieu semi infini l'erreur augmente avec  $\frac{f}{b} \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$  et atteint 16%, pour les faibles valeurs de  $\frac{f}{b} \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$ , l'erreur ne dépasse pas 6% ;
- Les relations de BRILLANT sont applicables pour les faibles valeurs de, en effet pour les valeurs de  $\frac{f}{b} \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$  comprises entre 0.02 et 0.075, la relation est applicable et l'erreur atteinte oscille entre 3% et 9% ;

Pour les gradients hydrauliques

- Le gradient de sortie diminue avec l'augmentation de la largeur relative et la fiche relative, cela est dû à l'augmentation de la trajectoire d'écoulement ;
- La valeur du gradient de sortie reste constante pour les fouilles larges, ainsi une courbe unique représente Le gradient de sortie.

# CHPITRE I

## L'EAU DANS LE SOL

### I-1 INTRODUCTION

Du point de vue géotechnique, on définit un sol comme faisant partie des roches meubles d'une formation géologique superficielle résultant de l'altération des roches de l'écorce terrestre.

La présence de l'eau dans le sol joue un rôle très important, on s'intéresse à l'eau libre qui peut circuler entre les grains, cette eau saturant un massif de terrain construit une nappe souterraine, le plus souvent à surface libre ou parfois localisée entre deux formations imperméables c'est la nappe captive.

Une fois reconnue la présence d'eau dans un terrain, il faudra s'attacher aux problèmes qu'elle pose et qui se ramènent pratiquement tous, soit à son élimination (épuisement de fouille), soit à une réduction de sa charge (drainage). (CAMBFORT, 1980)

Le drainage et le rabattement provisoire ou définitif de la nappe phréatique, sont souvent indispensables pour la réalisation des ouvrages, et pour leur stabilité.

La connaissance théorique des lois de l'écoulement de l'eau dans le sol, comme celle de l'action mécanique qui en résulte, seront nécessaires au projeteur, elles lui permettront d'appréhender les principes physiques et mécaniques qui ne sont pas remis fondamentalement en cause par les résultats de la pratique, ainsi que de prévoir et d'expliquer le comportement particulier des massifs.

### I-2 LES TYPES D'EAU DANS LE SOL

L'eau qui se trouve dans les sols est soumise à plusieurs forces. Les molécules d'eau subissent d'abord une attraction réciproque constituant la cohésion de l'eau, et leur permettant de rester groupées entre elles.

Mais elles subissent aussi une attraction moléculaire de la part des substances étrangères au contact desquelles elles se trouvent, cette cohésion fixe la molécule d'eau aux parois.

De plus, l'eau dans le sol est soumise à l'influence de la pesanteur qui, suivant la grandeur des forces qui lui sont opposées par les attractions moléculaires, permettra ou ne permettra pas à l'eau de se mouvoir.

En fin, la tension de vapeur d'eau de l'atmosphère surmontant l'eau, provoquera des mouvements d'eau soit par évaporation, soit par condensation. Ainsi il y a lieu de distinguer différentes catégories d'eau dans un sol. (LAREAL.1975)

### **I-2-1 L'eau de constitution**

Qui fait partie de la constitution chimique des masses minérales présentes dans la phase solide du sol.

### **I-2-2 L'eau en phase vapeur**

D'une manière générale un sol non saturé a l'atmosphère de ses pores saturés en vapeur sauf si une circulation importante d'air est possible.

### **I-2-3 L'eau hygroscopique**

C'est de l'eau adhérant fortement par adsorption à la surface des particules du sol, elle est maintenue à la surface des particules par des forces d'attraction moléculaire. Elle provient de l'humidité de l'atmosphère en contact avec les particules et forme autour d'elles une pellicule adhésive dont l'épaisseur varie suivant la nature et la surface spécifique du minéral d'une part, la tension de vapeur d'autre part.

### **I-2-4 L'eau pelliculaire**

Entoure les particules de sol et leur eau hygroscopique. Elle est soumise à des forces d'attraction moléculaires de la part de la couche d'eau hygroscopique qui diminuent rapidement quand on s'éloigne de la particule. Le jeu des forces moléculaires entre particules voisines peut permettre à cette eau de se déplacer sous forme liquide.

Les eaux hygroscopique et pelliculaire sont en quelque sorte une eau liée dont les propriétés physiques sont bien différentes de celles de l'eau libre à la même température.

Elle a une forte viscosité, ne transmet pas les pressions hydrostatiques et ne se déplace pas sous l'effet de la pesanteur. Ses propriétés sont, de plus, fortement influencées par les cations présents dans l'eau libre et qui, attirés par l'eau liée, pénètrent en elle, et forment le complexe d'adsorption dont l'étude est fort instructive pour expliquer le comportement des sols argileux. On estime souvent à  $0.1\mu$  la distance à la surface de la particule à partir de laquelle les forces d'attraction moléculaire deviennent négligeables, la fraction hygroscopique ne peut être extraite que par un vide poussé ou par dessiccation. La fraction pelliculaire peut être extraite par centrifugation poussée.

Alors que la teneur en eau hygroscopique est très faible (de l'ordre de 0.2 à 0.5 %) pour des sables, elle peut atteindre pour les argiles, ayant une forte surface spécifique (montmorillonite), 15 à 20 %. De même la teneur en eau pelliculaire des sables ne sera que de quelques pourcents, alors que celle des argiles peut atteindre 40 à 45 % (LAREAL.1975).

### **I-2-5 L'eau capillaire**

Elle est retenue dans les pores du sol par les forces de capillarité dues à la tension superficielle qui se développe à l'interface eau-air. Elle est soumise à l'action de la pesanteur et elle transmet les pressions.

### **I-2-6 L'eau libre ou gravifique**

C'est celle qui obéit uniquement à la pesanteur, s'écoule dans le sol et peut être extraite par des techniques simples. Elle transmet la pression hydrostatique, et sous l'action de différences de pression, elle peut circuler librement

## **I-3 LOI DE DARCY**

DARCY (1856) a proposé, pour décrire les écoulements unidirectionnels, la relation suivante :

$$\frac{Q}{S} = k \frac{H_1 - H_2}{l} \quad (\text{I.1})$$

Où  $H_1$  et  $H_2$  sont les hauteurs piézométriques mesurées aux deux extrémités de l'échantillon (Figure I.1).

Il constate que le débit par unité d'aire  $Q$  est proportionnel à  $(H_1-H_2)$  et inversement proportionnel à la longueur  $l$  de l'écoulement, tant que  $(H_1-H_2)/l$  n'est pas trop fort. C'est cette relation qui a permis d'exprimer la loi de DARCY :

$$v = -ki \quad (\text{I.2})$$

Avec  $v$  : Vitesse de décharge (c'est le débit traversant une section unité) ;

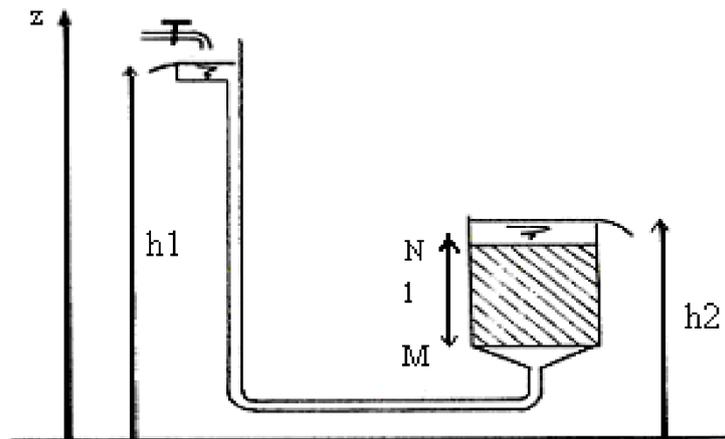
$i$  : Gradient hydraulique ou perte de charge par unité de longueur dans le sens de l'écoulement ;

$k$  : Coefficient de perméabilité du sol qui a la dimension d'une vitesse. Il caractérise à la fois le sol et le liquide filtrant.

Considérons un cylindre de sol de section  $S$  (figure I-1) et supposons qu'il se produise un écoulement de M vers N.

Soit  $Q$  le débit à travers la section  $S$ . Par définition, la vitesse de l'eau est

$$V = Q/S \quad (\text{I.3})$$



**Figure I.1** : L'expérience de DARCY

Il s'agit d'une vitesse apparente car, d'une part, l'eau ne circule que dans les pores et la section réelle disponible n'est que  $S.n$  ( $n$  : la porosité) ; d'autre part, les pores ne sont pas rectilignes et l'eau fait de nombreux détours, c'est ce qu'on appelle la tortuosité du milieu.

### I-3-1 La charge hydraulique

La charge hydraulique  $H$  conditionne l'énergie d'un point de la nappe d'eau. Comme l'eau se déplace du point à haute énergie vers le point à basse énergie, il est impératif de bien connaître  $H$ , si possible le champ de  $H$ . Au laboratoire, on mesure la pression généralement à l'aide de manomètres alors que sur le terrain on utilise des tubes piézométriques. Il est recommandé de mettre en place en un même endroit plusieurs piézomètres ouverts chacun à des profondeurs différentes. On peut aussi mesurer les charges hydrauliques correspondant à différentes profondeurs.

En hydrodynamique, la charge en M désigne la quantité :

$$h_1 = z_1 + \frac{u_1}{\gamma_w} + \frac{v_1^2}{2g} \quad (\text{I.4})$$

Elle s'exprime en mètre d'eau. Cette charge correspond à l'énergie totale d'une particule d'eau de masse unité :

$z_1$  : est l'altitude du point M par rapport à un plan horizontal de référence (énergie de position).

$u_1$  : est la pression de l'eau interstitielle en M ( $\frac{u_1}{\gamma_w}$  énergie de pression).

$v$  : la vitesse de l'eau.

Dans les sols, les vitesses sont faibles ( $\ll 10$  cm/s) et la quantité  $v^2/2g$  qui représente l'énergie cinétique est tout à fait négligeable, si bien que la formule (I-2) s'écrit :

$$h_1 = z_1 + \frac{u_1}{\gamma_w} \quad (\text{I.5})$$

D'après la théorème de Bernoulli :

- Si  $h_1 = h_2 = cte$  il n'y a pas d'écoulement, la nappe est en équilibre.
- Par contre, si  $h_1 > h_2$  il y a écoulement de M vers N et la perte de charge  $h_1 - h_2$  correspond à l'énergie perdue en frottement. La perte de charge est à la fois le moteur et la conséquence de l'écoulement.

On appelle gradient hydraulique la quantité

$$i = \frac{h_1 - h_2}{l} \quad (\text{I.6})$$

$l$  : distance MN.

La loi de DARCY qui régit les phénomènes d'écoulement dans les sols s'exprime par la formule :

$$v = k.i \quad (\text{I.7})$$

Cette loi peut être également écrite sous la forme:

$$\vec{V} = [k] \vec{i} = [k] \overrightarrow{grad h} \quad (\text{I.8})$$

#### I-4 COEFFICIENT DE PERMEABILITE K

La loi de DARCY pose donc la proportionnalité de la vitesse de décharge et du gradient hydraulique. Le coefficient de proportionnalité  $K$  a la dimension d'une vitesse, c'est le coefficient de perméabilité, il dépend à la fois du milieu poreux et du fluide. On l'exprime en général en m/s ou en cm/s. on trouvera ci-dessous (tableau I-1), une échelle approximative des valeurs de ce coefficient de perméabilité  $k$  suivant la nature des terrains.

**Tableau I.1 :** Ordre de grandeur du coefficient de perméabilité  
des sols en cm/s (d'après COSTET et al. 1983)

gravier.....	$10^{-1} \langle k \langle 10^{-2}$
sable.....	$10^{-3} \langle k \langle 10^{-1}$
limon et sable argileux.....	$10^{-7} \langle k \langle 10^{-3}$
argile.....	$10^{-11} \langle k \langle 10^{-7}$
Roches apparemment non fissurées.....	$10^{-10} \langle k \langle 10^{-8}$

On peut mettre ce coefficient sous la forme (COSTET et al. 1983)

$$k = \frac{\gamma}{\eta} \cdot K \quad (\text{I.9})$$

Dans cette formule  $\gamma$  et  $\eta$  sont respectivement le poids volumique et la viscosité du liquide et  $K$  est un coefficient qui dépend uniquement du milieu filtrant, sa dimension est celle d'une surface, dans la plupart des travaux de génie civil qui relèvent peu à peu de l'hydraulique souterraine, l'ingénieur est en présence d'un liquide bien connu, l'eau, le terme  $\frac{\gamma}{\eta}$  ne dépend pratiquement que de la température seule. On conçoit donc sans peine que, pour des raisons de commodité, les ingénieurs aient adopté le coefficient de perméabilité  $k$  malgré son caractère hybride. Par contre, lorsque la nature et les propriétés du fluide sont susceptibles de varier notablement, comme c'est le cas par exemple pour les roches pétrolifères, il est tout naturel de se servir du coefficient  $K$ .

#### I-4-1 Mesure au laboratoire du coefficient de perméabilité

Le coefficient de perméabilité d'un sol est une caractéristique intrinsèque au sol et qui dépend :

- de la granulométrie du sol et de sa nature ;

- de sa structure.

- Û Plus un sol est fin, plus les pores sont petits, et plus les frottements et donc les pertes de charges sont importants, donc plus le coefficient de perméabilité sera petit. On dit parfois par simplification que les argiles sont imperméables, en fait elles ont une perméabilité très faible.
- Û Plus un sol est dans un état de compacité élevé, plus la porosité est faible et l'espace dans lequel l'eau peut circuler réduit, donc moins le sol sera perméable.

Deux méthodes qui sont des applications directes de la loi de DARCY sont utilisées en laboratoire :

- 1- Mesure sous charge constante pour les sols très perméables.
- 2- Mesure sous charge variable pour les sols peu perméables.

#### I-4-1-1 Perméamètre à charge constante

Un perméamètre est composé d'une enceinte étanche dans laquelle est placé un échantillon de sol de section ( $S$ ) et de largeur  $l$ . Les deux extrémités de l'échantillon sont reliées à deux tubes par l'intermédiaire de pierres poreuses.

Dans le perméamètre à charge constante (figure I.2), on maintient à l'aide de trop-pleins la différence de charge ( $h$ ) entre les deux faces de l'échantillon constante et l'on mesure la quantité d'eau ( $Q$ ) qui est passée pendant un temps donné ( $t$ ).

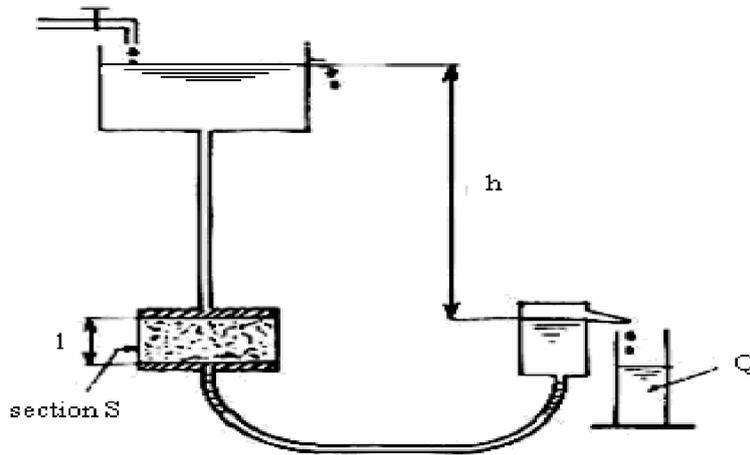
$$V = Q.\Delta t \quad \text{Sachant que } Q=v.s$$

D'après la loi de DARCY, on a

$$v = k.i = k \frac{h}{l}$$

$$V = k \frac{h}{l} .s.\Delta t$$

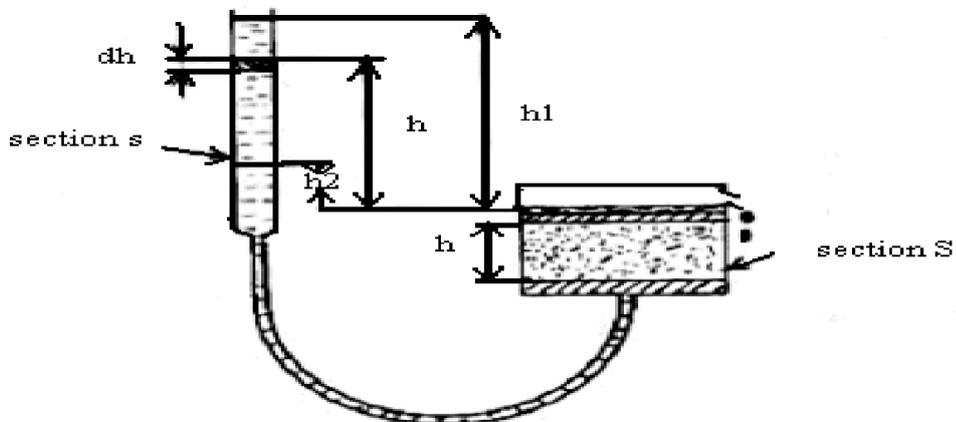
$$k = \frac{V.l}{s.h.\Delta t} \quad \text{(I.10)}$$



**Figure I.2 :** Perméamètre à charge constante

#### I-4-1-2 Perméamètre à charge variable

Dans le perméamètre à charge variable, le tube (1) (figure I.3) est rempli d'eau et l'on suit la baisse de son niveau en fonction du temps



**Figure I .3 :** Perméamètre à charge variable

Soit  $s$  la section de ce tube ;

Pendant un temps  $dt$  :

La quantité d'eau qui s'écoule est  $Q = -s dh$

Mais aussi  $Q = v.S.dt = k.i.S.dt.$

$$Q = k.h.S.dt/l$$

Soit, en égalant, les deux expressions de  $Q$

D'où

$k.dt = -sl/S.dh/h$  ; en intégrant entre deux instants on trouve

$$k = -s.l( l_n h_1 - l_n h_0 ) / S(t_1 - t_0)$$

$$k = 2.3 \frac{s.l}{S} \cdot \frac{\log \frac{h_0}{h_1}}{t_1 - t_0} \quad (\text{I.11})$$

$h_0$  : la différence de charge au temps  $t_0$

$h_1$  : la différence de charge au temps  $t_1$

#### 1-4-2 Perméabilité moyenne équivalente des terrains stratifiés

Dans le cas des terrains stratifiés, chaque couche a sa propre perméabilité qui influe sur la perméabilité d'ensemble du massif. Le terrain perméable d'épaisseur totale  $H$  et composé de  $(n)$  couches successives d'épaisseur  $(h_1, h_2, \dots, h_n)$  et de coefficient de perméabilité  $(k_1, k_2, \dots, k_n)$  respectivement (SCHNEEBELI.1978).

##### 1-4-2-1 Cas d'un écoulement horizontal

Dans ce cas le gradient hydraulique  $i$  est le même à la traversée de chaque couche est donc  $v_1 = k_1 i$ ,  $v_2 = k_2 i$  ...,  $v_n = k_n i$ . En considérant le débit qui traverse une tranche de sol de largeur  $(b)$  unité, on constate qu'il est égal à la somme des débits unitaires.

$$Q = q_1 + q_2 + \dots + q_n$$

$$vH = v_1 h_1 + \dots + v_n h_n$$

$$v = \frac{1}{H} (v_1 h_1 + \dots + v_n h_n)$$

$$v = \frac{i}{H} (k_1 h_1 + k_2 h_2 + \dots + k_n h_n)$$

Avec  $v$  : vitesse moyenne équivalente.

D'autre part  $v = K_H i$  où  $K_H$  : Coefficient de perméabilité équivalente du massif.

Donc :

$$K_H = \frac{1}{H} (k_1 h_1 + k_2 h_2 + \dots + k_n h_n) \quad (\text{I.12})$$

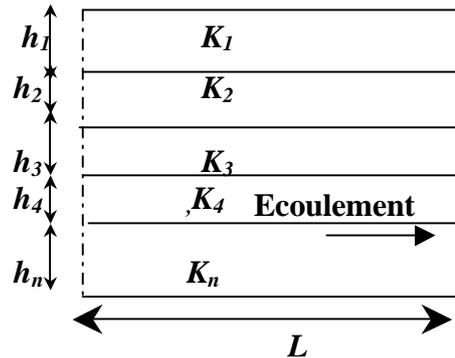


Figure I.4 : Ecoulement horizontal

#### 1-4-2-2 Cas d'un écoulement vertical

Par le principe de continuité, la vitesse de décharge est la même à la traversée des différentes couches, on a donc:

$$v = k_1 i_1 = k_2 i_2 = \dots = k_n i_n = k_v i$$

Le gradient hydraulique  $i$  est par ailleurs égal à :

$$i = \frac{h_1 + h_2 + \dots + h_n}{H}$$

Où  $h_1, h_2, \dots, h_n$  sont les pertes de charge à travers des différentes couches et  $H$  la perte de charge totale donc :

$$v = k_v i = k_v \frac{h_1 + h_2 + \dots + h_n}{H}$$

$$v = k_1 \frac{h_1}{H_1} = k_2 \frac{h_2}{H_2} = \dots = k_n \frac{h_n}{H_n} = \frac{h_1}{\frac{H_1}{k_1}} = \dots = \frac{h_1 + h_2 + \dots + h_n}{\frac{H_1}{k_1} + \frac{H_2}{k_2} + \dots + \frac{H_n}{k_n}}$$

et par conséquent

$$k_v = \frac{H}{\frac{H_1}{k_1} + \frac{H_2}{k_2} + \dots + \frac{H_n}{k_n}} \tag{I.13}$$

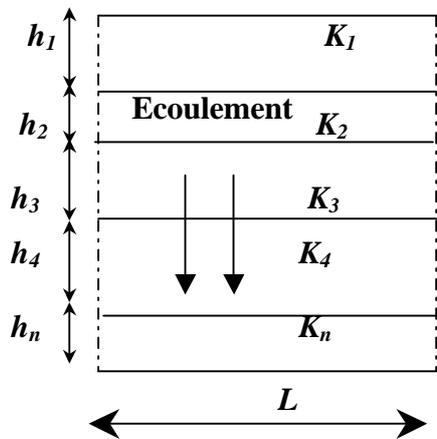


Figure I.5 : Ecoulement vertical

**I-5 DOMAINE DE VALIDITE DE LA LOI DE DARCY**

On s'est aperçu rapidement que la loi de DARCY n'était plus valable dans le domaine des vitesses élevées; quand on augmente la perte de charge dans un perméamètre jusqu'à des valeurs relativement élevées, on constate une déviation par rapport à la loi de DARCY (le débit croît moins rapidement), cette déviation se manifeste d'autant plus vite que la granulométrie du sol devient plus grossière.

LAREAL (1975) a cherché à expliquer les résultats empiriques de DARCY ainsi que les déviations à la loi de DARCY par des considérations d'hydraulique générale. La caractéristique essentielle des écoulements suivant la loi de DARCY, se retrouve dans les cas d'écoulements laminaires. Ainsi, en est-il de l'écoulement laminaire dans les tubes capillaires

ce qui a conduit à assimiler à un faisceau de tube de Poiseuille, le réseau très complexe des canaux interstitiels à travers lesquels filtre l'eau.

Cette analogie a permis d'établir la formule de KOZENY-CARMAN. Mais on doit conclure que l'écoulement de filtration à travers un sol est un cas particulier d'écoulement laminaire, et, en particulier on peut expliquer la déviation de la loi linéaire de filtration par l'apparition de la turbulence, en effet, dans un tube, l'écoulement d'un fluide visqueux devient turbulent au-delà d'une certaine valeur du nombre de REYNOLDS :

$$R = \frac{v \cdot d}{\frac{\eta}{\rho}} \quad (\text{I.14})$$

et qu'alors la loi des pertes de charges cesse brusquement d'être linéaire. Or, dans un sol, la loi de filtration s'écarte progressivement de la forme linéaire, et pour des nombres de REYNOLDS nettement faibles ( $1 < R < 10$ ) que ceux qui auraient correspondu à l'apparition de la turbulence.

Le nombre de REYNOLDS limite est mal défini. Cette limite serait comprise entre 1 et 10 suivant le milieu. Ces valeurs correspondent pour un sable de diamètre moyen des grains de 1mm à des vitesses critiques d'écoulement comprises entre  $10^{-3}$  et  $10^{-2}$  m/s.

La loi de DARCY est ainsi une bonne approximation tant que de fortes vitesses d'écoulement ne sont pas atteintes.

On notera que dans les sols très peu perméables et pour de faibles gradients hydrauliques qui conduisent à de très faibles vitesses de décharge. La loi de DARCY ne représente plus l'écoulement réel, à cause de la forte activité superficielle qui caractérise les particules de tels sols (argiles).

## I-6 GENERALISATION DE LA LOI DE DARCY

En réalité les écoulements dans un sol peuvent rarement être assimilés à des écoulements à une dimension, pour lesquels les différents « filets liquides » sont rectilignes et parallèles comme dans le perméamètre.

La loi de DARCY n'est en fait qu'une relation entre deux modules, module de la vitesse fictive et module du gradient hydraulique, les directions de l'écoulement ne jouent aucun rôle puisque la loi est définie pour un écoulement à une dimension.

Pour l'étude générale de l'écoulement dans un massif on est conduit à généraliser la loi de DARCY toujours dans l'hypothèse d'un régime permanent, et en raisonnant à l'échelle macroscopique.

### I-6-1 Vecteur vitesse de décharge

Ø Soit un écoulement quelconque à travers un élément du massif homogène.

Ø Soit une surface élémentaires ( $ds$ ) de normal  $\vec{n}$  traversée par un débit  $dQ$   
(Surface ABC de la Figure I.6).

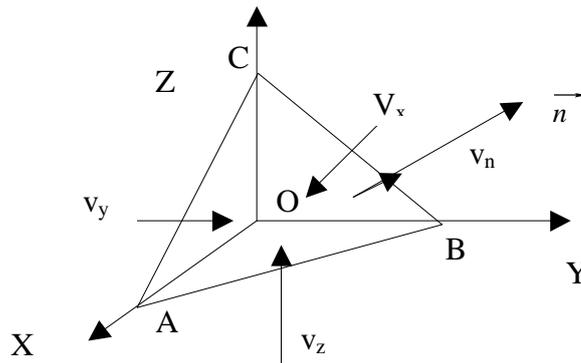


Figure I.6 : Vecteur vitesse de décharge

La vitesse de décharge suivant la normal  $\vec{n}$  est le débit traversant l'unité de surface perpendiculaire à cette normale :

$$V_n = \frac{dQ}{ds}, \quad V_n \text{ est positif si l'écoulement se fait suivant la direction de la normale.}$$

Si l'élément de massif est le tétraèdre élémentaire de la figure I.6, et si le fluide est incompressible, la somme des débits entrant par les faces OAB, OBC et OAC est égale au débit sortant par la face ABC.

$V_x$ ,  $V_y$ ,  $V_z$ , et  $V_n$  étant les vitesses respectives de décharge suivant les normales aux faces du tétraèdre  $\alpha, \beta, \delta$  étant les cosinus directeurs de la normale  $\vec{n}$  à la face ABC de section  $ds$  :

$$V_n = \alpha V_x + \beta V_y + \delta V_z$$

La forme de cette équation permet d'écrire que  $V_n$ ,  $V_x$ ,  $V_y$  et  $V_z$  sont les projections sur  $n$ , OX, OY et OZ d'un vecteur  $\vec{V}$ .

$\vec{V}$  est le vecteur vitesse de décharge, et le débit traversant l'unité de surface normale  $\vec{n}$  est donc :

$$V_n = \vec{V} \cdot \vec{n} \quad (\text{I.15})$$

### I-6-2 Ligne de courant

Tout élément de surface contenant le vecteur vitesse de décharge  $\vec{V}$  n'est traversé par aucun débit puisque dans ce cas  $V_n = \vec{V} \cdot \vec{n} = 0$  (figure I.7), ainsi toute surface de tels éléments est appelée surface de courant, elle contient les lignes de courant, lignes enveloppes de chaque vecteur vitesse de décharge.

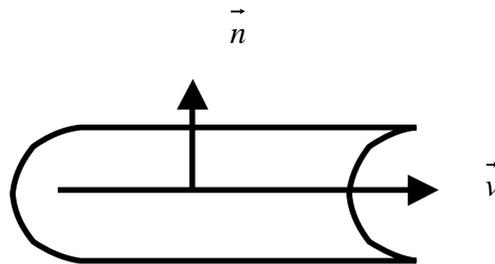


Figure I.7 : Ligne de courant

### I-6-3 Vecteur gradient de la charge hydraulique

Dans le cas général d'un écoulement permanent la fonction  $\varphi(x,y,z)$  définit le champ de la charge hydraulique  $\varphi = \varphi(x,y,z)$  est le champ d'un scalaire, c'est-à-dire d'un nombre, ses dérivées partielles  $\frac{\partial\varphi}{\partial x}, \frac{\partial\varphi}{\partial y}, \frac{\partial\varphi}{\partial z}$  sont les composantes d'un vecteur appelé vecteur gradient de la charge hydraulique,  $\overrightarrow{grad\varphi}$ .

### I-6-4 Surfaces équipotentiels

Les vecteurs  $\overrightarrow{grad\varphi}$  sont, en tout point, perpendiculaires aux surfaces d'égale charge hydraulique ou surfaces équipotentiels.

## I-7 GENERALISATION DE LA LOI DE DARCY DANS UN MILIEU HOMOGENE ET ISOTROPE EN REGIME PERMANENT

Elle consiste à admettre que la loi de DARCY, telle qu'elle résulte de l'expérience de DARCY et du perméamètre, est valable en tout point du massif et dans toutes les directions. Ainsi, notamment le long des 3 axes de coordonnées :

$$V_x = -k \frac{\partial\varphi}{\partial x}, \quad V_y = -k \frac{\partial\varphi}{\partial y}, \quad V_z = -k \frac{\partial\varphi}{\partial z} \quad \text{soit :}$$

$$\vec{V} = -k \overrightarrow{grad\varphi} \quad \text{(I.16)}$$

Le vecteur gradient de la charge et le vecteur vitesse sont colinéaires et de sens opposé.

### I-7-1 équation de continuité dans un massif homogène

Elle exprime que, l'excès de masse de fluide entrant ou sortant pendant l'unité de temps, d'un volume infiniment petit du massif perméable, est exactement égale à la variation de la masse de fluide occupant ce volume pendant l'unité de temps.

Soit :

$$\frac{\partial(\rho V_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho V_z)}{\partial z} = -\frac{\partial M}{\partial T}$$

Où  $M = \rho n$

$\rho$  : Valeur instantanée de la masse spécifique du fluide au point X, Y et Z

$n$  : porosité du massif.

En admettant que l'eau est incompressible et que le squelette solide du sol ne subit pas de variation de volume.

$\rho = \text{constante}$

$$\frac{\partial M}{\partial T} = 0$$

et l'équation de continuité s'écrit :

$$\text{div} \vec{V} = 0 \quad (\text{I.17})$$

### I-7-2 Equation de LAPLACE

La combinaison des expressions (I-20) et (I-21) permet d'écrire:

$$\Delta \phi(x, y, z) = 0 \quad (\text{L'équation de LAPLACE}) \quad (\text{I.18})$$

### REMARQUE

Dans un milieu isotrope ( $k=c^{te}$ ),  $k$  ne figurant pas dans l'équation de LAPLACE, la répartition des charges hydrauliques ne dépend pas du coefficient de perméabilité du sol, elle ne dépend que de la forme géométrique du domaine d'écoulement et des conditions aux limites.

## I-8 GENERALISATION DE LA LOI DE DARCY DANS UN MILIEU HOMOGENE ET ANISOTROPE EN REGIME PERMANENT

On considérera que le gradient de la charge hydraulique et la vitesse de décharge sont des vecteurs, mais qui ne sont pas colinéaires.

On pourra les déduire l'un de l'autre par un opérateur linéaire, le tenseur de perméabilité  $\overline{\overline{K}}$

$$\vec{V} = -\overline{\overline{K}} \text{grad}\phi \quad \text{Où}$$

$$\overline{\overline{K}} = \begin{vmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{yx} & K_{yy} & K_{yz} \\ K_{zx} & K_{zy} & K_{zz} \end{vmatrix}$$

Cas particulier :

Si OX, OY, OZ sont les directions principales de l'écoulement le tenseur de perméabilité est particulièrement simple

$$\overline{\overline{K}} = \begin{vmatrix} K_x & 0 & 0 \\ 0 & K_y & 0 \\ 0 & 0 & K_z \end{vmatrix}$$

La loi de DARCY s'écrira :

$$V_x = -k \frac{\partial \phi}{\partial x}$$

$$V_y = -k \frac{\partial \phi}{\partial y}$$

$$V_z = -k \frac{\partial \phi}{\partial z}$$

Soit, en raison de l'équation de continuité :

$$K_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + K_z \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{I.19})$$

Qui n'est plus une équation de LAPLACE, effectuons le changement de coordonnées suivant:

$$X = \sqrt{\frac{K}{K_x}} x$$

$$Y = \sqrt{\frac{K}{K_y}} y$$

$$Z = \sqrt{\frac{K}{K_z}} z$$

Donc

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial Z^2} = 0 \quad (\text{I.20})$$

Soit  $\Delta \phi(X, Y, Z) = 0$

L'étude de l'écoulement à travers un milieu anisotrope se ramène donc à l'étude d'une équation de LAPLACE, si l'on transforme au préalable cet écoulement par la transformation affine, on obtient un écoulement isotrope correspondant.

L'écoulement transformé, ainsi obtenu, sera un écoulement fictif se déduisant géométriquement de l'écoulement en milieu anisotrope considéré par la transformation, et s'effectuant en milieu isotrope de perméabilité «  $K$  ».

En des points correspondants, il y a entre les composantes des vitesses de l'écoulement réel et celles de l'écoulement isotrope correspondant ( $U, V, W$ ) les relations :

$$\begin{aligned} v_x &= \sqrt{\frac{K_x}{K}} U \\ v_y &= \sqrt{\frac{K_y}{K}} V \\ v_z &= \sqrt{\frac{K_z}{K}} W \end{aligned} \quad (\text{I.21})$$

Ce qui permettra d'établir la relation qui existe entre les débits traversant des surfaces correspondantes.

$$dQ = \sqrt{\frac{K_x K_y K_z}{K^3}} dQ'$$

En d'autres termes, le débit  $dQ'$  qui traverse le milieu isotrope correspond avec un coefficient de perméabilité  $K$  tel que :

$K^3 = K_x K_y K_z$  est le même que celui qui traverse le milieu anisotrope réel.

## I-9 METHODES DE RESOLUTION DE CES EQUATIONS

On peut alors utiliser diverses méthodes pour calculer les écoulements et les pressions interstitielles :

- Ü la méthode graphique;
- Ü la méthode analytique ;
- Ü la méthode de similitude ;
- Ü la méthode numérique.

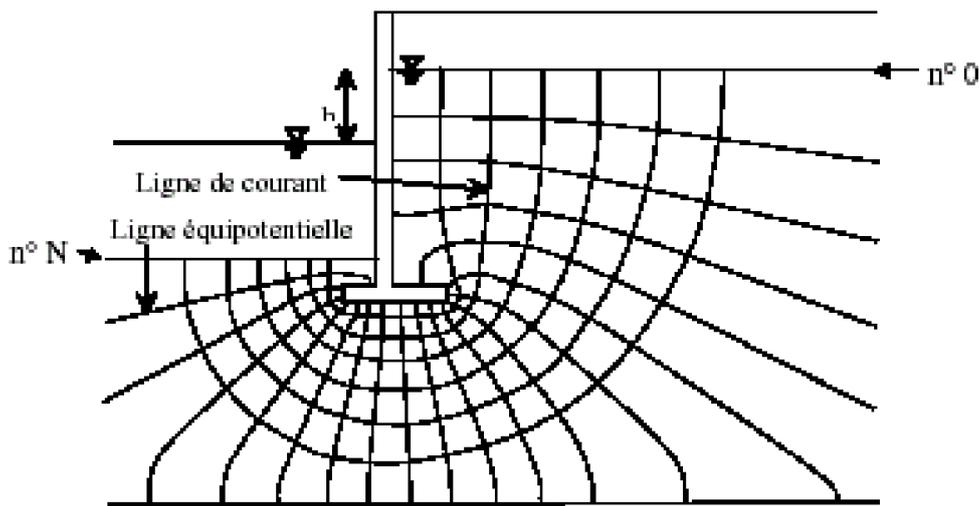
Nous nous contentons ici de rappeler brièvement le principe de ces différentes méthodes.

### I-9-1 Méthode graphique

#### I-9-1-1 Réseau d'écoulement

On peut représenter l'écoulement de l'eau dans l'aquifère par des surfaces équipotentielles et, perpendiculairement à elles, par des lignes de courant. En choisissant des sections parallèles aux lignes de courant, on peut représenter en deux dimensions l'écoulement net. On appelle ligne de courant la ligne idéale qui représente la trajectoire théorique d'une particule d'eau en mouvement dans un aquifère (assimilé à un niveau continu). Elle est tangente en tous points au vecteur vitesse et en milieu isotrope, orthogonale aux surfaces ou lignes équipotentielles. Cette méthode est fondée sur la construction graphique du réseau des lignes de courant et des équipotentielles. Dans ce réseau, les lignes de courant doivent être

perpendiculaires aux équipotentiels et former des sortes de carrés à bords curvilignes. Il faut également respecter les conditions aux limites, des conditions en cas de variation de la perméabilité, etc. Le principe de la méthode repose sur le fait que la perte de charge entre deux équipotentiels est constante et que le flux entre deux lignes de courant adjacentes est constant.



**Figure I.8 :** Exemple de réseau d'écoulement

Numérotions les équipotentiels de 0 à N à partir de celle dont la charge hydraulique est la plus élevée que l'on pose égale à zéro. La charge  $h'$  de l'équipotentielle de rang N est :

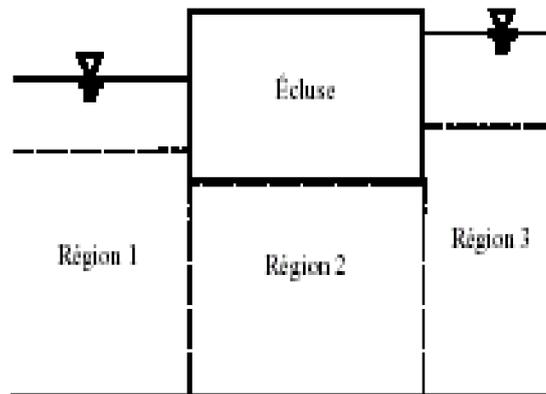
$$h' = -h \cdot \frac{N}{N}$$

Où :  $h$  est la dénivelée de l'eau. Par exemple, sur le dessin, la charge de l'équipotential n° 0 est 0 m et celle de l'équipotential n° N vaut  $-h$  (en m). L'écoulement se produit des équipotentiels les plus élevés aux équipotentiels les plus faibles.

#### I-9-1-2 La méthode des fragments

Cette méthode repose sur l'utilisation d'un certain nombre de fragments (9 types au total). On décompose le problème réel bidimensionnel en fragments appartenant à un type

connu. Cette méthode suppose qu'en certains endroits, l'équipotentielle est une ligne droite verticale (USACE, 1993).



**Figure I.9** Exemple de découpage en fragments (d'après USACE, 1993)

On écrit ensuite la conservation du flux ; la perte de charge à travers chaque segment est donnée par des formules analytiques en fonction du flux.

Notons que cette méthode permet aussi d'aborder les problèmes à surface libre.

D'après le document de l'US Army Corps of Engineers 1993, cette méthode a fait l'objet d'une comparaison avec les résultats d'un programme par éléments finis : les flux calculés sont dans une fourchette de 8% des valeurs obtenues par éléments finis et les pressions dans une fourchette de 38%.

### **I-9-2 Méthodes analytiques**

Elles ont pour but de donner une solution du problème sous forme littérale, avant la mise en chiffre, ce qui suppose que l'on sache intégrer analytiquement l'équation différentielle. Ceci est souvent impossible dès lors que les conditions aux limites sont compliquées.

### I-9-3 Méthodes de similitude

Dans cette méthode on peut y distinguer les modèles réduits et les modèles analogiques.

#### I-9-3-1 Modèles réduits

Cette méthode consiste à étudier l'écoulement de l'eau dans un milieu poreux, sur un domaine géométriquement réduit. Pour que le modèle soit représentatif, il faut respecter les lois de la similitude.

#### I-9-3-2 Modèle analogique

Ces modèles reposent sur le fait que les équations qui décrivent différents phénomènes physiques ont des formes identiques à celles qui décrivent les écoulements souterrains.

Une telle similitude formelle des équations fondamentales qui régissent deux phénomènes différents constitue une analogie (analogie électrique ou thermique ou l'analogie visqueuse (modèle de HELE SHAW)).

##### *a) Analogie électrique ou thermique*

L'étude du phénomène d'analogie se ramène directement à l'étude du phénomène réel par des rapports sans dimensions. Le tableau I-1 représente quelques phénomènes analogues.

Cette analogie entre le domaine hydraulique et les autres domaines (électrique, thermique) est basée essentiellement sur la similitude entre les équations qui régissent les trois domaines différents. Selon le tableau précédent d'analogie, on pourra donc étudier un écoulement souterrain à l'aide d'un modèle électrique ou thermique, par l'utilisation des rapports sans dimensions pour transformer les grandeurs hydrauliques.

**Tableau I.2 : Phénomènes analogues**

<b>Ecoulement souterrain</b>	<b>Conduction électrique</b>	<b>Conduction thermique</b>
Le vecteur vitesse $\vec{v} = -k \cdot \overrightarrow{\text{grad}} H$	Le vecteur de courant $\vec{i} = -\gamma \overrightarrow{\text{grad}} U$	Le vecteur de température $\vec{q} = -\lambda \cdot \overrightarrow{\text{grad}} T$
loi de Darcy	loi d'Ohm	loi de Fourier
H: la charge hydraulique	U: voltage (tension électrique)	T: température
K: la perméabilité	$\gamma$ : conductivité spécifique	$\lambda$ : conductivité thermique
$H=C^{\text{te}}$ : surface équipotentielle	$\gamma=C^{\text{te}}$ : surface équipotentielle	$T=C^{\text{te}}$ : surface isotherme
$\partial H/\partial n=0$ limite imperméable	$\partial U/\partial n=0$ limite isolante	$\partial T/\partial n=0$ limite isolante

**b) Analogie visqueuse**

Cette technique, applicable aux écoulements plans est basée sur la similitude des équations de l'écoulement en milieu poreux avec celles de l'écoulement d'un liquide entre deux plaques très rapprochées. Cette technique de mise en œuvre délicate n'est employée en fait que pour simuler les écoulements transitoires à surface libre pour lesquels elle s'applique également.

**I-9-4 Méthodes numériques**

Il s'agit des méthodes classiques des différences finies et surtout des éléments finis. Les éléments finis fournissent un outil pour résoudre des problèmes d'écoulement avec ou sans surface libre mettant en jeu des perméabilités isotropes ou anisotropes. Elles sont particulièrement utiles pour évaluer l'effet de drains et analyser des murs avec une géométrie compliquée de la fondation et du remblai.

Ces méthodes très puissantes nécessitent comme toujours des précautions d'emploi : la modélisation du problème, le choix des paramètres d'entrée, la validation nécessaire du programme informatique, l'examen critique des résultats obtenus.

## I-10 CONCLUSION

L'ingénieur, confronté à des problèmes d'eau dans les sols dispose maintenant d'un éventail de techniques de résolution lui permettant d'obtenir la solution théorique. Il pourra ainsi mieux prévoir les moyens à mettre en œuvre pour ces travaux, ainsi que l'influence de ceux-ci sur la nappe et le sol.

Cependant, ces techniques, si perfectionnées soient-elles, ne sont que des outils qui donnent la solution d'expressions mathématiques décrivant de manière approchée la réalité physique mais surtout, les résultats ne vaudront que ce que valent les hypothèses adoptées.

Les sols sont essentiellement hétérogènes et il est toujours très difficile d'en déterminer la perméabilité avec précision. Ainsi, la perméabilité horizontale peut être souvent obtenue de manière satisfaisante à l'aide des essais de pompage mais il est bien plus délicat d'obtenir des renseignements sûrs pour la perméabilité verticale. De, plus, ce choix des limites du domaine, et surtout des conditions à y appliquer est difficile. Ainsi, l'emploi de ces outils de résolution des équations des écoulements souterrains n'aura de sens que si le site étudié a fait l'objet d'une reconnaissance sérieuse.

Les résultats obtenus ne devront pas être appréciés en fonction de la précision de la méthode de résolution adoptée, en général largement suffisante, mais en fonction de l'incertitude souvent très grande liée aux paramètres du sol et aux conditions aux limites.

## CHAPITRE II

### TRAVAUX ANTÉRIEURS SUR LES DÉBITS D'EXHAURE DES FOUILLES ET PHÉNOMÈNE DE RENARD

#### II-1 INTRODUCTION

Les rabattements de nappe à l'abri d'une enceinte étanche sont particulièrement favorables à l'apparition du renard par l'écoulement vertical ascendant qu'ils induisent. Le terme renard couramment utilisé recouvre en fait deux phénomènes distincts. La boullance et le soulèvement généralisé, le second, accident brutal pouvant avoir des conséquences dramatiques, est heureusement assez rare car souvent précédé par la boullance. Celle-ci, phénomène de surface souvent localisé, apparaît plus fréquemment, parfois même sous l'effet d'écoulement naturel, ne mettant pas en cause brutalement la stabilité d'ensemble du fond de fouille, ces incidents n'en ont pas moins des conséquences parfois importantes pour le chantier lui-même (difficultés de circulation des engins, débits très importants pouvant conduire à l'arrêt du chantier, injections d'étanchement), comme pour son environnement (tassement dû à l'entraînement d'horizons de sable fin).

Le phénomène élémentaire provoquant le renard est bien connu et expliqué par la notion de gradient hydraulique critique. Par contre, l'application de cette notion au problème de l'écoulement autour d'un écran étanche est complexe, cet écoulement n'étant pas uniforme de plus, le frottement interne du sol s'oppose partiellement au soulèvement généralisé. En pratique, le problème est encore compliqué par l'hétérogénéité marquée du sol vis à vis de la perméabilité.

La conception des excavations profondes est souvent dominée par l'écoulement de l'eau autour des écrans de soutènement. L'infiltration d'eau vers le fond de fouille, liée à la mise

hors d'eau, influe sur la stabilité globale de l'écran et la stabilité du fond de fouille où un soulèvement ou une boullance peuvent apparaître.

La détermination du débit d'exhaure des batardeaux a été considérée par plusieurs chercheurs. Au début, des abaques de détermination du débit d'exhaure ont été présentés. Ces abaques sont basés sur des solutions numériques (McNamee 1949) ou des modèles physiques (Marsland 1953). Après, des solutions analytiques ont été publiées par plusieurs chercheurs. Le problème d'écoulement au contournement des batardeaux fichés dans un milieu fini ou semi-infini, a été développé par Harr (1962) et Davidenkoff (1965).

## II-2 L'APPROCHE EXPERIMENTALE DU PHENOMENE DE RENARD

C'est à TERZAGHI (1922) que l'on doit les premiers résultats importants concernant le soulèvement du sol sous l'effet d'un écoulement vertical ascendant. Ses essais ont mis en évidence deux processus différents conduisant au renard :

- La boullance qui est un phénomène de surface se manifestant souvent sous la forme ponctuelle d'éruptions de sable.
- Le soulèvement général et simultané du sol en masse.

Ces expérimentations ont permis à TERZAGHI d'introduire la notion du gradient critique tel que le poids des grains est annulé par les forces d'écoulement, expliquant ainsi le soulèvement du sol. BAZANT (1949) et SCHMIDBAUER (1950) ont examiné dans leur expérience le processus du déplacement des grains et du gonflement d'un massif de sable sous l'effet de gradients égaux ou supérieurs au gradient critique.

MARSLAND (1953) s'est intéressé plus spécifiquement au renard provoqué par l'écoulement autour des écrans étanches. Ses expériences ont été effectuées sur un modèle réduit de batardeau avec fiche et largeur variable. Il utilisait un sable de granulométrie uniforme, soit à l'état lâche ( $n = 0.42$ ) soit à l'état dense (0.37). Après avoir provoqué le renard dans son modèle, il compare la perte de charge totale critique  $H_c$  correspondante aux valeurs  $H_{c1}$  et  $H_{c2}$  tels que :

- Le gradient soit critique en fond de fouille contre le rideau  $H_{c1}$

➤ Le gradient moyen entre l'extrémité de la palplanche et le fond de fouille soit critique  $H_{c2}$ . Cette seconde valeur est toujours inférieure à  $H_{c1}$  dans les sols homogènes.

Lors de ses expériences sur sable lâche, MARSLAND constate que le renard se déclenche pour une valeur de  $H_c$  comprise entre  $H_{c1}$  et  $H_{c2}$ , généralement plus proche de  $H_{c2}$ . La rupture se traduit par un soulèvement simultané d'une masse de sol située devant la fiche.

Au contraire, dans les sables denses, le phénomène se déclenche en surface pour une perte de charge égale voire supérieur à  $H_{c1}$ . En fait, une observation plus fine indique qu'il se produit dans tous les cas un gonflement presque imperceptible en surface dès que  $H_{c1} = H_c$ . C'est donc par la boullance que se manifeste le renard dans les sables denses.

MARSLAND a également réalisé quelques expériences sur des sols sableux multicouches. Ces essais indiquent que la stratification provoque une diminution de la stabilité dans certains cas.

L'expérimentation de MARTIN (1971) montre que la notion de gradient critique, comme la loi de DARCY n'est applicable qu'à l'échelle macroscopique, c'est à dire en considérant des volumes incluant un nombre suffisant de grains. Il a examiné en particulier le cas de l'écoulement autour d'un cylindre partiellement enterré (figure II.1) Lorsque  $\frac{R}{d} > 1$  le gradient au point E est théoriquement infini. Dans ces conditions, le moindre écoulement devrait provoquer la boullance. En fait le renard n'apparaît pas avant que le gradient moyen, compté sur une distance correspondant à plusieurs grains, ne soit critique.

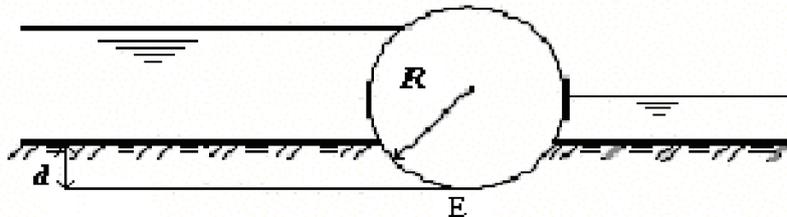
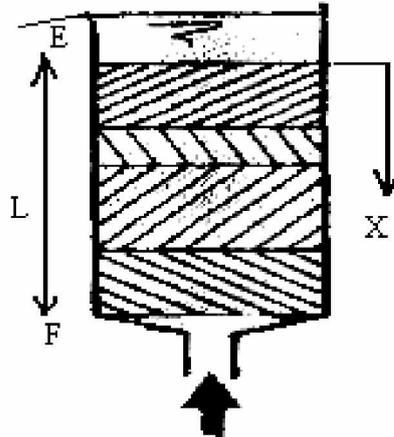


Figure II.1 : Expérience de MARTIN

En fin KALIN (1977) a soumis des échantillons de sols stratifiés à un écoulement vertical uniforme. Il montre que dans ce cas l'apparition du renard n'est déterminée ni par le gradient en fond de fouille ni par le gradient moyen compté sur toute la hauteur ( $i_m$ ), mais par la valeur maximale de  $i_m(x)$ , gradient moyen compté sur une distance  $x$  à partir de la surface du sol figure (II.2)



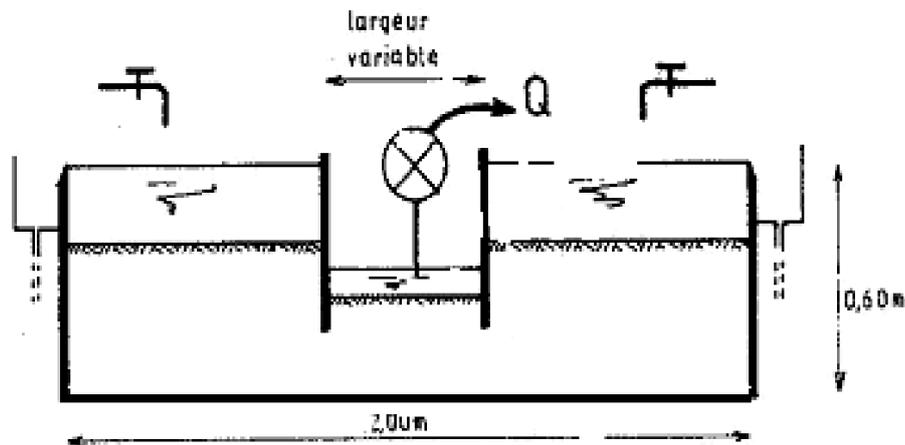
**Figure II.2 :** Principe de l'expérimentation de KALIN

Ce résultat met en évidence la difficulté de prévision du renard en vraie grandeur. Les sols naturels étant généralement stratifiés.

### II-3 ETUDE EXPERIMENTALE DU RENARD SUR MODELE REDUIT

Pour le problème précis du renard lié à l'écoulement autour d'un écran étanche, les résultats les plus intéressants sont ceux de MARSLAND (1953) qui montre bien l'influence de l'état de densité du sol sur le déclenchement de la rupture. Ainsi dans le sable dense, le renard apparaît lié à la valeur du gradient de sortie  $i_e$ , encore que certaines expériences aient fait apparaître une perte de charge supérieure à la valeur théorique ainsi déterminée. MARSLAND attribue cette différence au frottement du sol sur les parois du modèle. Pour les sables lâches, le critère contrôlant la rupture apparaît moins bien défini, MARSLAND parle d'un soulèvement généralisé, parfois d'une rupture en coin, ce qui contredirait le schéma de TERZAGHI.

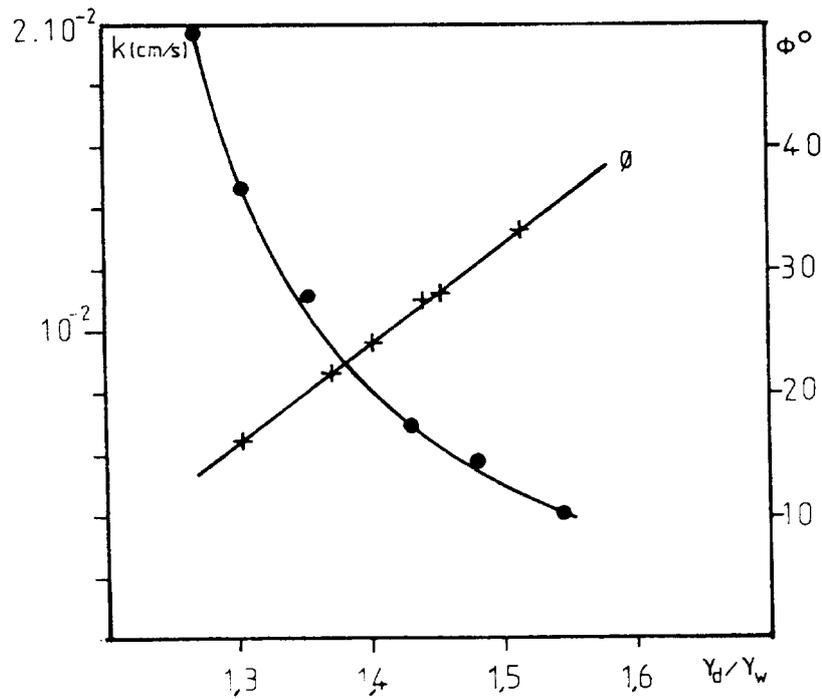
Afin de préciser ces résultats et de cerner l'influence de la densité (i.e de la résistance au cisaillement du sable) sur le critère de rupture, KASTNER (1982) a réalisé une série d'expériences en milieu homogène sur un modèle réduit de batardeau. Il est représenté schématiquement sur la figure (II.3) il s'agit d'une cuve de 2.00m x 0.60m x 0.60m dont les deux parois latérales sont constituées d'épaisses plaques de verre. Afin de réduire les frottements tout en permettant une bonne observation, les deux palplanches sont constituées de plaques de DURAL de 2cm d'épaisseur, leur position est réglable tant verticalement que latéralement. L'une des palplanches a été équipée de seize prises de pression situées à divers niveaux côté fouille et côté extérieur. Reliées à des piézomètres, ces prises permettent de connaître à chaque instant la répartition de la charge hydraulique le long de l'écran étanche. Le niveau d'eau extérieur au batardeau est maintenu constant à l'aide de déversoirs alors que le rabattement dans la fouille est obtenu par un système de pompage équipé d'un débitmètre. Le sable utilisé est une silice fine de granulométrie serrée ( $0.06\text{mm} < d < 0.32\text{mm}$ ).



**Figure II.3 :** Support expérimental

L'évolution de la perméabilité et de l'angle de frottement interne de ce sol en fonction de la densité sèche est donnée par les courbes de la figure II.4. La courbe  $K = f(\gamma_d/\gamma_w)$  peut être approchée par la relation  $K = 1,385 \cdot 10^{-2} e^{3.69}$  qui indique une variation plus rapide que celle admise classiquement (du type  $K = \frac{ce^3}{1+e}$ ).

Quant à l'angle de frottement interne, il varie linéairement avec la densité sèche sur l'intervalle étudié.



**Figure II.4 :** Variation de la perméabilité et de l'angle de frottement interne du sable utilisé avec sa densité.

KASTNER (1982) a réalisé une série d'essais avec un sable homogène, soit à l'état lâche obtenu par déversement du sable dans l'eau, soit à l'état dense obtenu par compactage plus au moins énergétique.

Les essais sur sable de densité moyenne à forte montrent qu'au moment de la rupture, il apparaît que le gradient de sortie  $i_e$  est assez nettement inférieur au gradient critique. Par contre, l'extrapolation des mesures faites avant la rupture conduit à une hauteur critique inférieure à la hauteur critique expérimentale.

Cela indique qu'il y a eu modification de l'écoulement au voisinage du fond de fouille. MARSLAND avait noté dans des expériences similaires un gonflement du sol en fond de fouille. Selon lui, l'allègement du sable qui en résulte aurait dû provoquer une accélération du renard contrariée par le frottement sur les parois de l'écran. En fait, l'évolution de la courbe piézométrique montre que ce gonflement, se traduit par une chute du gradient au voisinage de la surface du sol qui peut être attribuée à une forte augmentation locale de la perméabilité.

Ainsi ces mesures confirment que lorsque le gradient de sortie  $i_e$  atteint sa valeur critique  $i_c = \gamma' / \gamma_w$ , il y a bien un début de renard qui consiste en un léger gonflement du sol.

Sous l'effet de ce gonflement, la couche de sable superficielle voit sa perméabilité croître brutalement. Elle joue alors le rôle d'un tapis drainant qui retarde la propagation du soulèvement en profondeur. Le gradient moyen compté sur toute la fiche n'est alors égal qu'à 1.4.

Il se produit un soulèvement généralisé lorsque ce même gradient moyen atteint une valeur assez forte. Il semble donc que le soulèvement en masse dans le sable dense dépend de la valeur du gradient moyen qui doit être assez fort.

Les différents essais sur sable lâche ont conduit à des résultats très différents. Le soulèvement généralisé se produit alors que le gradient moyen est voisin de 1.3, valeur bien inférieure à celle constatée lors des essais sur sable dense.

L'analyse approfondie d'une belle série d'essais réalisés par SKEMPTON et BROGAN (1994) sur des sols granulaires au sujet des risques d'entraînement et les travaux de SHULER (1995) ont permis à MONNET (1998) de mettre en évidence. L'existence d'un gradient critique de renard. Ce gradient, est indépendant du gradient critique de TERZAGHI.

C'est la raison pour laquelle il est nécessaire d'imaginer un autre mécanisme de rupture qui ne soit pas en contradiction avec les conditions générales d'équilibres.

Il est certain que le critère de stabilité défini par le gradient critique de TERZAGHI est insuffisant et que sa validité est limitée au cas de sols qui tout à la fois, présentent une compacité suffisante et ne présentent pas de risque d'entraînements. Si des entraînements apparaissent, la compacité du sol va diminuer et sa perméabilité va augmenter. La valeur du gradient critique de TERZAGHI va diminuer légèrement, le diamètre efficace va augmenter légèrement et la perméabilité probablement beaucoup plus. Au total, la valeur de gradient critique d'apparition du renard va diminuer rapidement.

A partir de la valeur de 1, MONNET a pu définir un gradient de renard. En effet, pour un grain au sein d'un massif, sa force stabilisatrice reste la même que la boulangerie. En revanche la force déstabilisatrice va rester proportionnelle au diamètre du grain et à la vitesse de l'écoulement. C'est pourquoi on peut définir le gradient de renard comme une fonction du rapport de ces deux forces et il s'écrit :

$$i_e = 0.01 \left[ \frac{d_{15}^2}{k} \right] i_{ct} \quad (\text{II.1})$$

Avec :

$i_{ct}$  : gradient critique de TERZAGHI

$k$  : la perméabilité expérimentale du sol

Il sera donc possible de prévoir le comportement sous écoulement des sols qui ne sont pas sujets aux entraînements en plaçant leur point représentatif ( $d_{15}$  (mm),  $k$  (m/s)) sur le diagramme de stabilité (figure II.5)

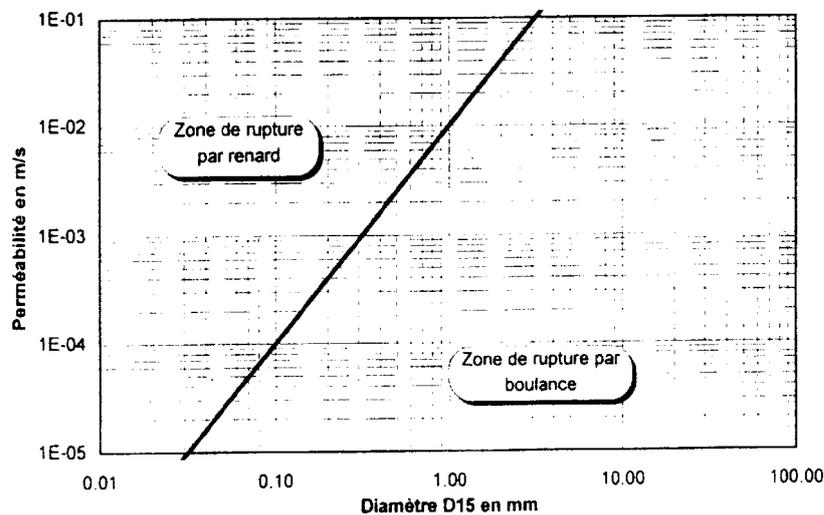


Figure II.5 : Diagramme de stabilité (d'après MONNET 1998)

1. Si le point représentatif se place à droite de la limite, la rupture sera obtenue par boulangerie, pour le gradient critique de TERZAGHI,  $i_{ct}$

2. Si le point représentatif se place à gauche de la limite, la rupture sera obtenue par renard lorsque le gradient atteindra la valeur  $i_R = 0.01 \left[ \frac{d_{15}^2}{k} \right] i_{ct}$

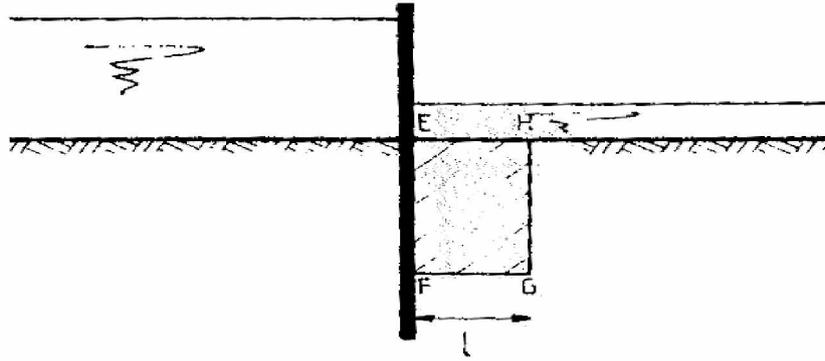
## II-4 LES METHODES DE CALCUL

### II-4-1 Méthodes de calcul négligeant le frottement

TERZAGHI (1922), a introduit la notion de gradient critique conduisant, pour un écoulement unidirectionnel vertical, au soulèvement en masse du sol. De nombreux auteurs ont adapté cette notion à l'écoulement autour d'un écran étanche : ils considèrent qu'il y aura renard si, en un point du fond de fouille, le gradient vertical atteint sa valeur critique. Il s'agit en fait d'un critère de boulangerie. En milieu homogène, le point de plus fort gradient est le point E au contact de la palplanche (figure II.6). MC NAMEE, (1949) GRAY et NAIR (1967) ont donné des abaques permettant le calcul du gradient en ce point appelé gradient de sortie pour certaines configurations de batardeaux. KRIZEK (1968) et REDDY (1971) ont calculé  $i_c$  dans le cas d'une palplanche inclinée : Cette solution s'applique au cas où la direction de la perméabilité principale du sol serait inclinée sur l'horizontale. L'écran étanche vertical apparaîtra incliné après application de la transformation géométrique classique qui permet de se ramener, pour le calcul, à un sol isotrope.

Cependant, il est vite apparu que cette notion de gradient de sortie est insuffisante, le renard pouvant se déclencher avant qu'il y ait boulangerie. BOUMGART et DAVIDENKOFF (1929) repris par DAVIDENKOFF (1954) ont calculé les forces d'écoulement s'exerçant sur le prisme de sol EFGH situé au contact de la fiche (figure II.6) négligeant le frottement du sol sur les faces EF et GH, ils montrent que le prisme le plus défavorable correspond à une largeur FG très faible.

Dans ces conditions, il y a renard lorsque le gradient moyen compté sur FG est critique. Pour les sols homogènes, le point F le plus défavorable est le pied de palplanche P.



**Figure II.6** : Schémas de soulèvement en masse de DAVIDENKOFÉ, BOUMGART et TERZAGHI

Sur la base de ses expériences, TERZAGHI (1943) propose que le prisme ait une largeur  $l$  égal à  $F/2$ , la charge hydraulique diminuant lorsque l'on va de F à G, cette règle de calcul conduit à des résultats plus favorables que la précédente. L'adoption de cette largeur  $l = F/2$  apparaît comme une prise en compte détournée du frottement sur les faces verticales du prisme.

MANDEL (1951) modifie le schéma de DAVIDENKOFF en s'inspirant des travaux de CAQUOT et KERISEL sur la force portante des fondations, négligeant les forces de frottement sur les faces verticales, il rajoute aux forces d'écoulement l'effet du sol situé coté extérieur (figure II.7) qui se traduit par la relation suivante :

$$\sigma'_1 < \sigma'_2 e^{\pi tg \phi} . tg^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) \quad (\text{II.2})$$

Où:

$\sigma'_1$  et  $\sigma'_2$  sont les contraintes effectives s'exerçant sur une facette horizontale de part et d'autre du pied de l'écran, et  $\phi$  le frottement interne du sol. Cette règle de calcul, négligeant d'une part le frottement du sol de part et d'autre du rideau au-dessus du pied de palplanche et d'autre part la variation rapide de la charge hydraulique en pied d'écran conduit à des résultats très pessimistes si on les compare aux données expérimentales.

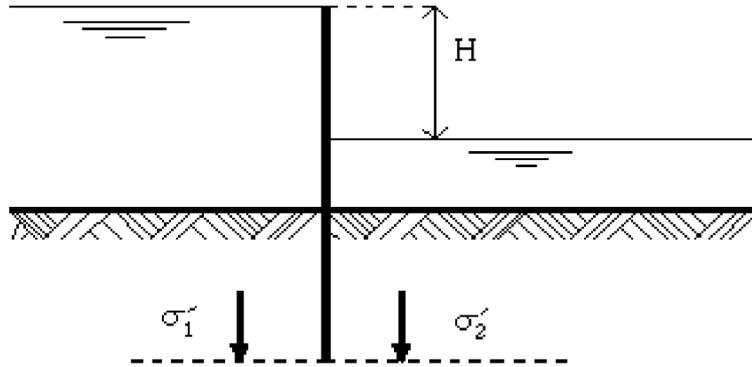


Figure II.7 : Schémas de calcul de MANDEL

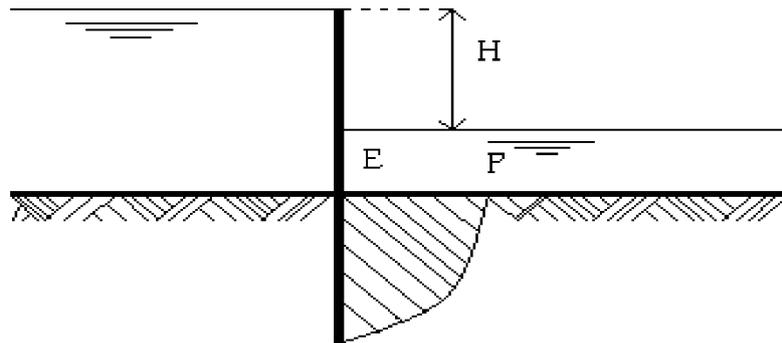
#### II-4-2 Méthodes de calcul considérant le frottement

BAZANT (1963) prend en compte le frottement en considérant une rupture circulaire se développant à partir du pied de l'écran sous l'effet des forces d'écoulement (figure II.8). Assimilant les lignes de courant à des ellipses, il a construit des abaques donnant la hauteur critique relative  $H_c/f$  en fonction du potentiel en pied d'écran  $H_p$  et de l'angle de frottement interne du sol. Notons qu'à leur limite, lorsque  $\phi = 0$ , ces abaques indiquent une perte de charge critique nulle, ce qui signifierait que le renard se déclenche dès qu'il y a écoulement.

Ce résultat est erroné de toute évidence, le renard ne pouvant se déclencher que lorsque les forces d'écoulement équilibrent le poids de l'élément de sol EIP (Figure II.8) (KASTNER 1982).

Sur la base de ses expérimentations et des observations antérieures, KASTNER (1982) a développé deux schémas de rupture qui se révèlent complémentaires :

- soulèvement d'un prisme rectangulaire
- soulèvement d'un prisme triangulaire



**Figure II.8 :** Schéma de rupture de BAZANT

## II-5 COMPARAISON DES ESSAIS ET DES DIFFERENTES METHODES DE CALCUL

HARR (1962) avec nombre d'autres auteurs américains, pense que le critère de dimensionnement le plus significatif est celui du gradient de sortie. Les essais de KASTNER (1982) confirment que ce critère doit être absolument respecté, son dépassement ayant toujours été accompagné de désordres :

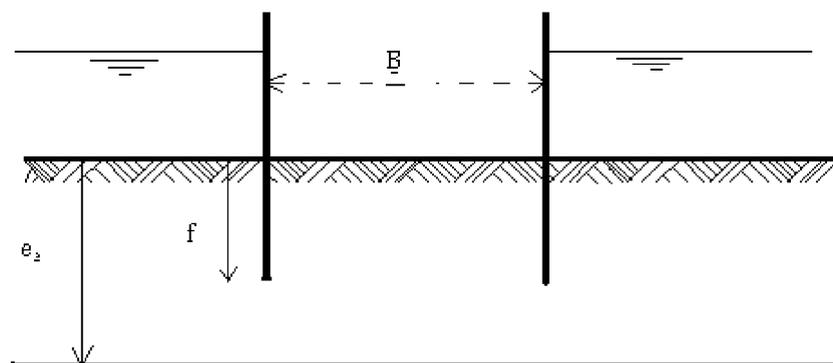
- Soit début de soulèvement du sable en masse.
- Soit gonflement du sol en fond de fouille mise en évidence par la modification de la courbe piézométrique. Dans le cas d'une fouille réelle, cela se traduirait par l'instabilité du fond de fouille et vraisemblablement par des entraînements de fines, le critère de TERZAGHI, bien que plus proche de la réalité, ne donne pas des résultats satisfaisants dans la mesure où il ne dépend que de facteurs géométriques alors que tous les résultats expérimentaux montrent l'influence de la densité du sol. Les résultats de BAZANT (1963) à l'inverse, dépendent du frottement interne du sol mais non de la géométrie du batardeau. Ils sous-estiment fortement la valeur du gradient moyen déclenchant le soulèvement en masse.

Aucun des critères examinés ne permet la prévision correcte du soulèvement généralisé. Cela s'explique si l'on remarque qu'un seul, prend en compte le frottement interne du sol et qu'aucun n'adopte le schéma de rupture en coin généralement observé, cela a conduit KASTNER (1982) à concevoir de nouveaux schémas de calcul prenant en compte le frottement du sol.

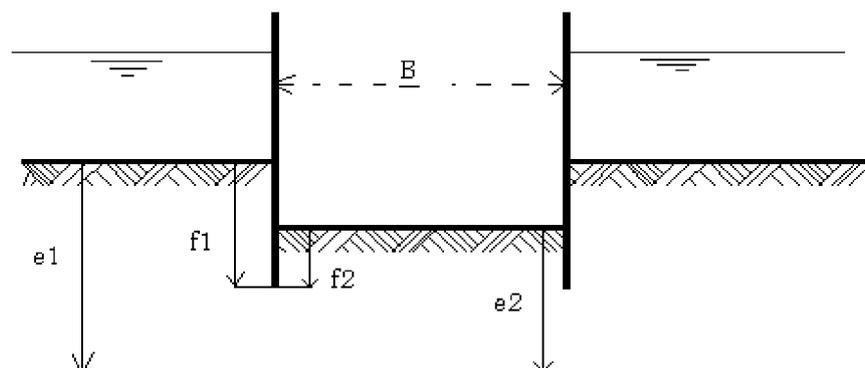
**II-6 ETUDE DE L'ÉCOULEMENT AUTOUR DES ÉCRANS ÉTANCHES**

La géométrie de l'enceinte, la forme de l'écran étanche (paroi mince, paroi moulée, rideaux d'injection épais), la stratigraphie du sol et le contraste de perméabilité entre les diverses couches, ne permet pas de donner à ce problème une solution générale. KASTNER et autres auteurs ont sélectionné quelques cas schématiques représentant un grand nombre de cas réels.

Les configurations étudiées et les conditions aux limites sont représentées sur les schémas de la figure II.9



a) Batardeau plan sans fouille.



b) Batardeau plan avec fouille –paramètres  $f_1$  . $e_2$  . $e_1$  . $B$

**Figure II .9** Configurations étudiées

Ce problème a été étudié par divers auteurs qui ont proposé des méthodes de calcul du débit reposant :

- Ø Soit sur des relations analytiques approchées (MANDEL, 1951 ; BRILLANT, 1975 ; SCHNEEBELI, 1966 ; CAMBEFORT, 1980) ;
- Ø Soit sur des abaques : (HARR, 1962 ; POLUBORINOVA KOCHINA, 1962 ; DAVIDENKOFF et FRANKE, 1965 ; VUEZ, 1969 ; CARDINAL et DECAZENOVE, 1971).

L'étude et la comparaison de ces résultats mettent en évidence :

- Û L'imprécision de certaines relations et certains abaques ;
- Û Une définition souvent très floue du domaine d'application.

En particulier, les recouvrements entre ces méthodes, à leurs frontières sont souvent mauvais dans des zones très utiles pour les applications pratiques.

### II-6-1 Notion de débit et perte de charge adimensionnelle

Dans le cas des sols homogènes et anisotropes que nous envisageons ici, l'étude de l'écoulement est effectuée dans le domaine isotrope équivalent obtenu par les transformations affines classiques (figure II.10).

$$X = x \sqrt{\frac{k}{k_h}} \quad \text{Où} \quad R = r \sqrt{\frac{k}{k_x}}$$

$$Y = y \sqrt{\frac{k}{k_v}}$$

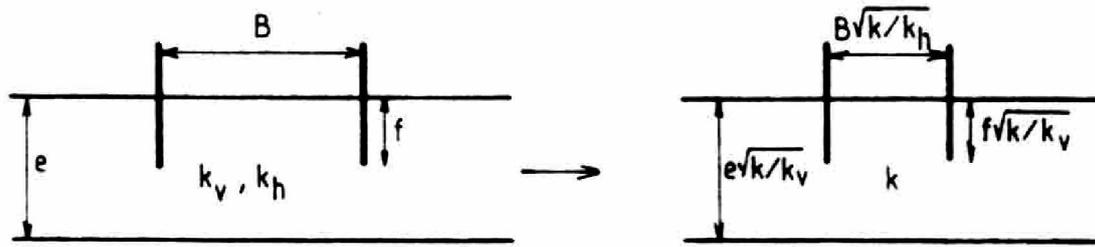


Figure II.10 : Domaine isotrope équivalent

Le débit contournant l'écran étanche est alors directement proportionnel à la perméabilité équivalente du milieu fictif ( $K = \sqrt{K_v K_h}$ ) et à la perte de charge totale H soit :

$$Q = \sqrt{K_v K_h} \cdot H \cdot \xi$$

Où  $\xi$  est un facteur qui ne dépend que de la géométrie du domaine d'écoulement et non de son échelle. Pour les écoulements en milieu homogène étudiés ici,  $\xi$  dépend des rapports géométriques adimensionnels tels que  $f/e$ ,  $b/e \sqrt{K_h/K_v}$ . Il est ainsi possible de définir des pertes de charge et des débits adimensionnels, qui ne dépendent que de facteurs géométriques adimensionnels afin de généraliser les résultats obtenus :

$$\rho = \frac{H \sqrt{k_v k_h}}{Q}$$

$$\bar{Q} = \frac{Q}{H \sqrt{k_v k_h}}$$

## II-6 -2 Débit d'exhaure des batardeaux plans sans fouille

### II-6-2-1 Débit d'exhaure des batardeaux plans sans fouille dans un milieu fini

Pour un écran unique fiché dans une couche d'épaisseur limitée, MANDEL (1939) propose deux relations dont il montre qu'elles donnent le débit avec une erreur inférieure à 3%

$$\frac{f}{e} < 0.5 \quad \frac{Q}{H\sqrt{K_v.K_h}} = \frac{1}{\pi} \ln 2 \cot g \frac{\pi f}{4 e}$$

(II.3)

$$\frac{f}{e} > 0.5 \quad \frac{Q}{H\sqrt{K_v.K_h}} = \frac{\pi}{4} \frac{1}{\ln 2 \cot g \left( \frac{\pi}{4} \left( 1 - \frac{f}{e} \right) \right)}$$

Partant de certaines simulations de KASTNER (1974), CAMBFORT (1980) propose comme DAVIDENKOFF de calculer séparément les pertes de charges extérieures  $H'$  et intérieur  $H''$ .  $H'$  peut être obtenue par les relations de MANDEL (II.3). Pour  $H''$ , il propose l'approximation suivante :

$$\frac{H'' K}{Q} = \left[ \left( 0.14 + \frac{0.8}{\arctg \left( \frac{b}{e} \right)} \right) \ln \left( \frac{e}{e-f} + \sqrt{\left( \frac{e}{e-f} \right)^2 - 1} \right) \right] \quad \text{(II.4)}$$

DAVIDENCOFF et FRANKE ont proposé un abaque basé sur le calcul des pertes de charges partielles et vérifié par quelques analogies électriques. Les résultats obtenus recourent les résultats de KASTNER mais couvrent un domaine plus réduit, insuffisant en pratique.

KASTNER (1982) a étudié systématiquement les débits d'exhaure sur deux modèles analogiques à réseau de résistances couvrant les domaines suivants.

**Réseau (a)**

$$5.10^{-2} < b/e \sqrt{K_h/K_v} < \infty$$

$$0,125 < \frac{f}{e} < 0,875.$$

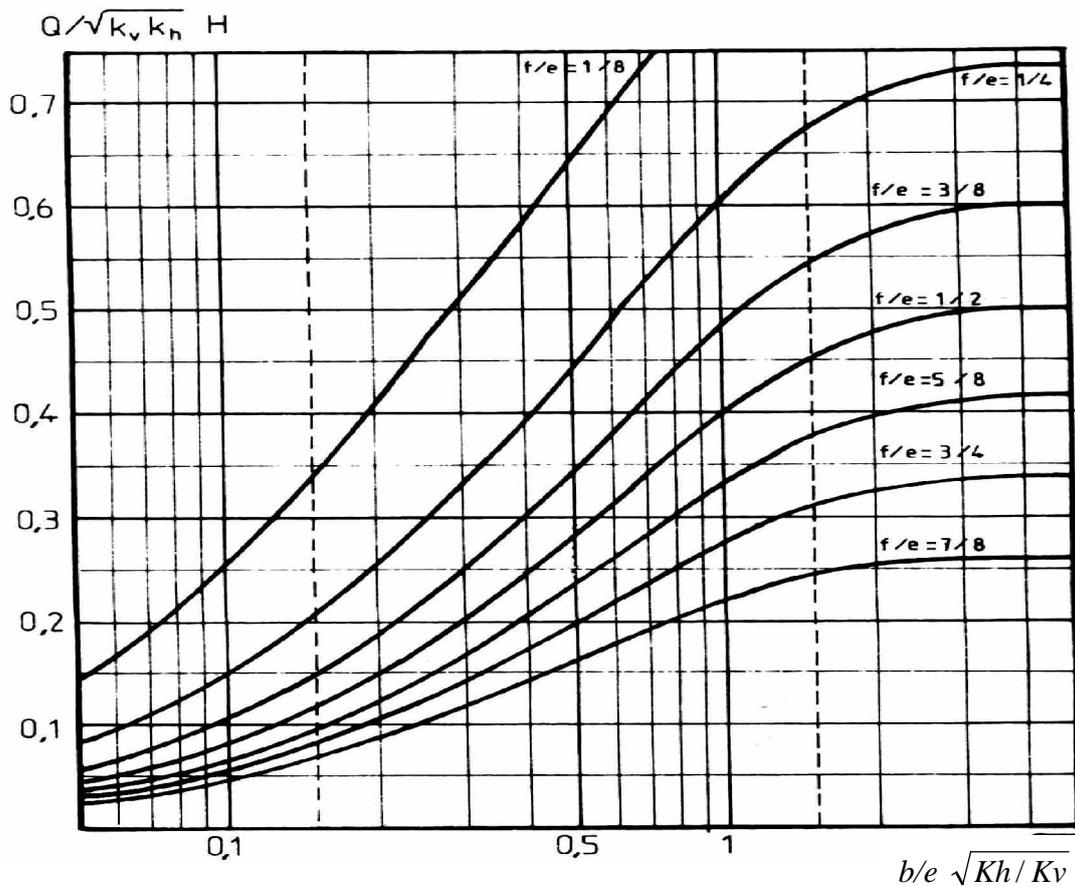
**Réseau (b)**

$$0,375 < b/e \sqrt{K_h/K_v} < 0,625$$

$$0,03 < \frac{f}{e} < 0,19.$$

Les deux réseaux ont été conçus avec un maillage permettant d'obtenir une précision d'environ 1% dans les cas les plus défavorables, confirmée par les résultats dans la zone de recouvrement des deux modèles et par comparaison avec des relations analytiques exactes dans quelques cas particuliers.

Les résultats de simulations de KASTNER sont résumés (figure II.11) sous forme de variation du débit en fonction de la fiche et de la largeur du batardeau.



**Figure II.11 :** Variation du débit en fonction de la largeur du batardeau dans un milieu fini  
(D'après KASTNER1982)

On considère que le batardeau est large et que le débit n'augmente plus avec sa largeur dès que le rapport  $\frac{b}{e} \sqrt{\frac{k_v}{k_n}}$  est supérieur à 3 (KASTNER 1982).

Lorsque le batardeau est très large, le flux d'eau reste concentré au voisinage de l'écran étanche, les trois quarts du débit débouchent dans la fouille dans une bande de largeur  $e\sqrt{\frac{k_v}{k_h}}$  (figure II.12), ce débit dépend alors à parts égales de la perméabilité verticale et horizontale.

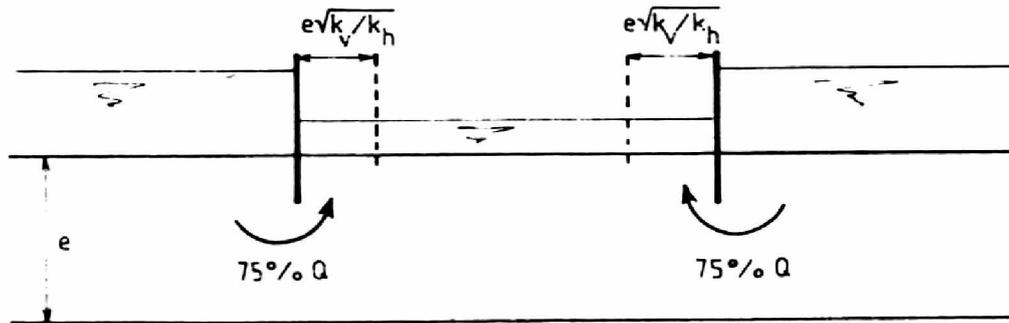


Figure II.12 : Batardeau large

Pour les batardeaux étroits, l'écoulement est quasi uniforme en fond de fouille dès que :

$$\begin{aligned} \text{Ø} \quad \frac{b}{e} \sqrt{\frac{k_v}{k_h}} < 1 & \quad \text{pour } \frac{f}{e} = 0.75 \quad (\text{fiche forte}) ; \\ \text{Ø} \quad \frac{b}{e} \sqrt{\frac{k_v}{k_h}} < 0.5 & \quad \text{pour } \frac{f}{e} = 0.25 \quad (\text{fiche faible}). \end{aligned}$$

Dans ce cas, les pertes de charge dues à l'écoulement vertical entre les écrans sont prépondérantes et le débit dépend plus de la perméabilité verticale que de la perméabilité horizontale.

Lorsque simultanément la fiche et la largeur relative sont faibles, le débit ne dépend pratiquement plus de l'épaisseur de la couche perméable mais uniquement du rapport, là encore, le débit dépend surtout de la perméabilité verticale (figure II.12).

De manière générale, les constatations de KASTNER (1982) indiquent l'importance de la perméabilité du sol le long du tracé de l'écran et plus particulièrement l'influence de la perméabilité verticale.

## II-6-2-2 Débit d'exhaure des batardeaux plans sans fouille dans un milieu semi infini

A partir des résultats théoriques concernant l'écoulement autour d'un écran unique fiché dans un milieu semi-infini, SCHNEEBLI (1966) a proposé les deux relations suivantes :

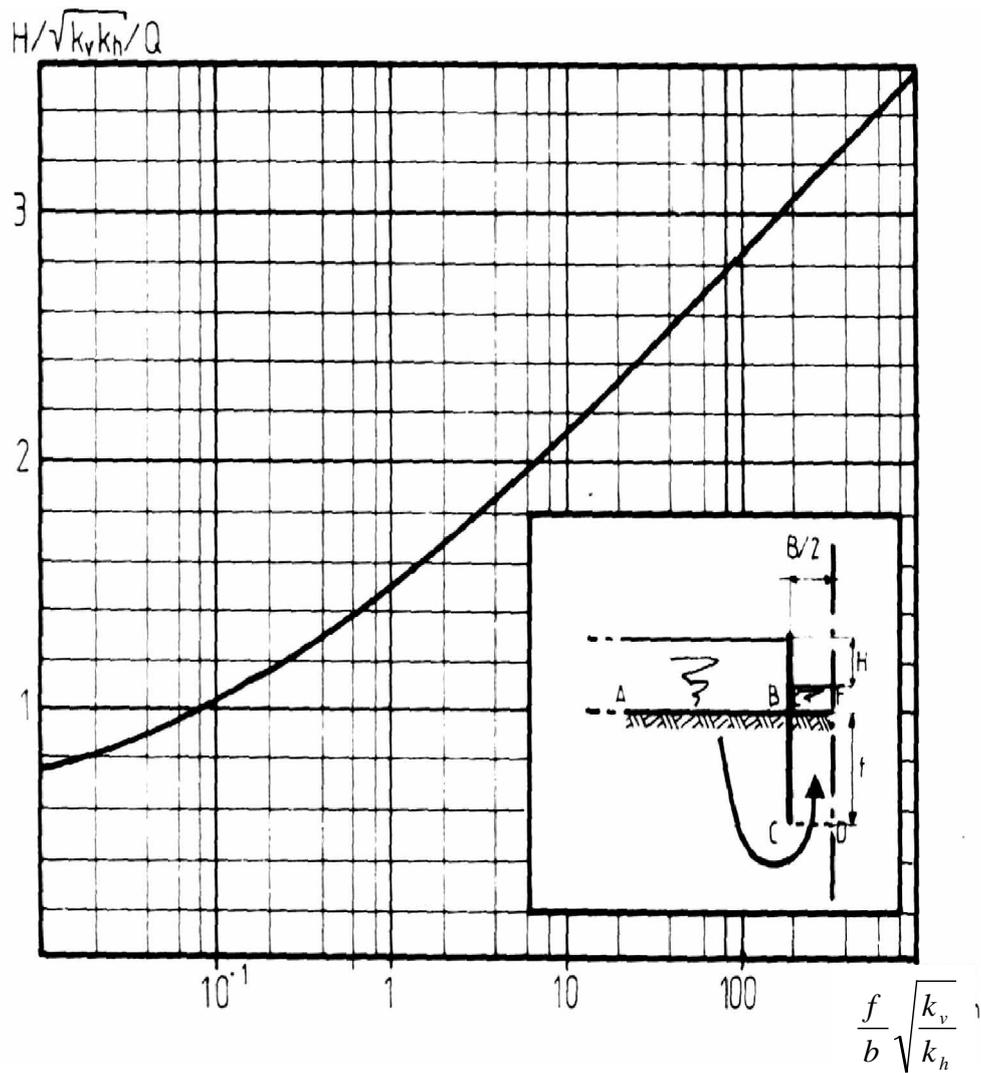
$$e) \sqrt{f^2 + b^2} \quad \frac{q}{KH} = \frac{2}{\pi} \ln \left[ \frac{b}{f} + \sqrt{\left(\frac{b}{f}\right)^2 + 1} \right] \quad (\text{II.5})$$

$$b) \sqrt{\frac{e^2}{f^2}} \quad \frac{q}{KH} = \frac{2}{\pi} \ln \left[ \frac{e}{f} + \sqrt{\left(\frac{e}{f}\right)^2 - 1} \right]$$

Pour les fouilles protégées par un écran fiché dans un milieu semi infini, ( $\frac{f}{e} \ll \frac{f}{b}$ ,  $\frac{f}{b}$  faible) BRILLANT (1975) a proposé la relation :

$$\frac{Q}{H \cdot \sqrt{K_v \cdot Kh}} = \frac{1}{\pi} \ln \frac{2b}{f} \quad (\text{II.6})$$

L'abaque de CARDINAL et DECAZENOVE, présenté figure II.13, s'applique théoriquement aux fouilles étroites dans un milieu semi infini.



**Figure II.13 :** Abaque de CARDINAL et DECAZENOVE

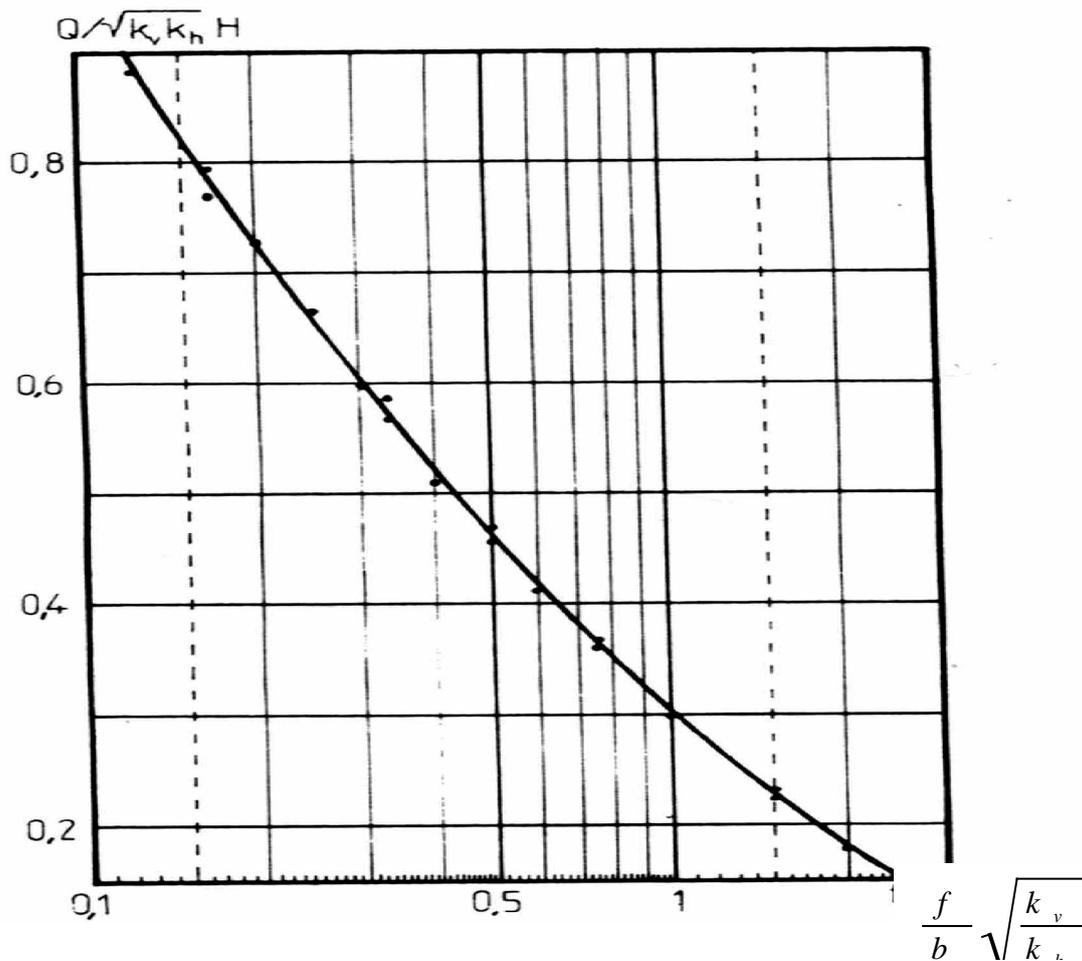
$$H = H_1 + H_2$$

$H_1$  : Perte de charge entre AB et CD (abaque)

$H_2$  : Perte de charge entre CD et EF

$$H_2 = \frac{2 Q}{K_v} \cdot \frac{f}{b}$$

Les résultats de simulations de KASTNER (1982) sont résumés (figue II.14) sous forme de la variation du débit en fonction de la fiche et de la largeur du batardeau.



**Figure II.14 :** Variation du débit en fonction de la fiche du batardeau dans un milieu semi infini (D'après KASTNER 1982).

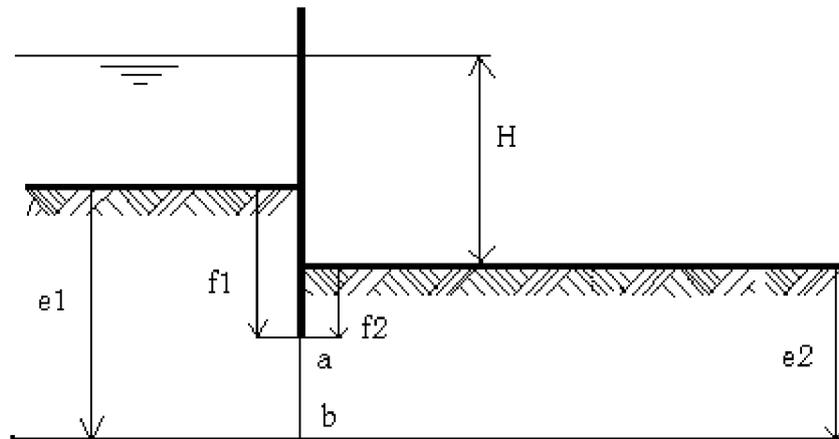
### II-6-3 Débit d'exhaure des batardeaux plans avec fouille

En raison de l'introduction d'un paramètre géométrique supplémentaire ( $e_2$ ) (figure II.9.b) ce problème ne conduit pas, en général, à des solutions simples.

Cependant l'abaque de CARDINAL et De CAZENOVE (figure II.13) est applicable aussi à ce cas pour peu que la fouille soit étroite.

Un groupe d'ingénieurs de NEYRPIC (1955) a étudié le problème dans le cas particulier des batardeaux très larges par la méthode des transformations conformes et a proposé un abaque donnant le débit en fonction de la fiche relative pour quelques valeurs du rapport  $e_1/e_2$ . DAVIDENKOFF et FRANKE (1965) proposent de découper l'écoulement global

complexe en écoulement partiel pour lesquels la perte de charge est susceptible d'évaluation simple, même approchée. KASTNER adopte ce principe pour compléter leurs résultats en particulier à partir de ses simulations analogiques. Il faut noter cependant que ce découpage n'est licite théoriquement que si la séparation entre les écoulements élémentaires est une ligne équipotentielle. Comme ce n'est pas généralement possible, les solutions obtenues ne sont qu'approchées mais l'erreur est négligeable lorsque la séparation est choisie convenablement.



**Figure II.15** : Batardeau de grande largeur

Pour lesatardeaux de grande largeur (figure II.15), On considère les deux écoulements séparés par le segment  $\overline{ab}$  qui prolonge la palplanche. La perte de charge partielle de chacun de ces écoulements est obtenue à partir des relations de MANDEL:

$$\text{Si } f < e/2 \quad \rho = \frac{H\sqrt{K_v K_h}}{Q} = \frac{\pi}{2\ln(2\cot g(\pi f/4e))}$$

(II.7)

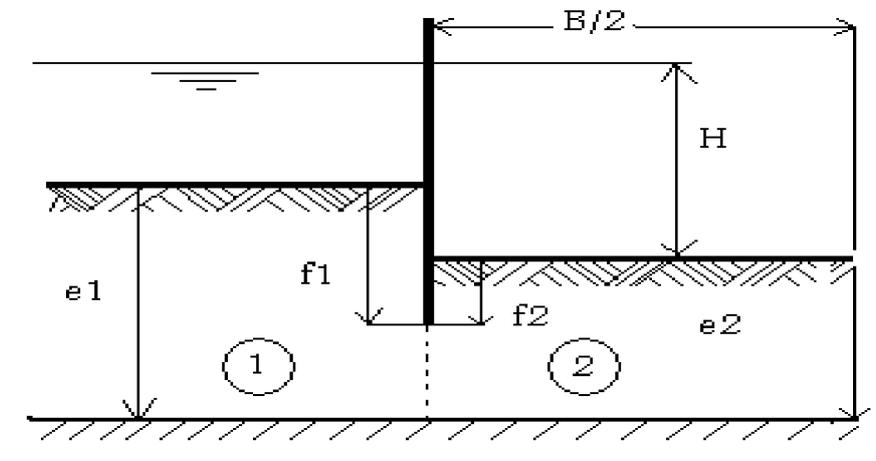
$$\text{Si } f > e/2 \quad \rho = \frac{H\sqrt{K_v K_h}}{Q} = \frac{2\ln 2 \cot g\left(\frac{\pi}{4}\left(1 - \frac{f}{e}\right)\right)}{\pi}$$

Le débit de l'écoulement global est alors donné par la relation :

$$\frac{Q}{H/\sqrt{K_v.Kh}} = \frac{1}{\rho_1 + \rho_2} \quad (\text{II.8})$$

Les résultats obtenus ainsi sont en très bonne concordance avec les résultats indiqués pour quelques cas par NEYRPIC, l'écart ne dépassant pas 2%. Ceci s'explique par le fait que le segment  $\overline{ab}$  reste proche d'une ligne équipotentielle.

En ce qui concerne les batardeaux de largeur finie (Figure II.16) ( $B/2 > 0,05$  et  $0,125 < f/e_2 < 0,875$ ). La perte de charge de l'écoulement (1) est donnée par MANDEL (II.7) pour l'écoulement (2), KASTNER a mesuré la perte de charge partielle par simulations analogiques. Cependant la comparaison du débit ainsi obtenu avec le résultat de simulation d'écoulement complet a révélé une concordance médiocre.



**Figure II.16 : Batardeau de largeur finie**

Ceci conduit à déterminer la perte de charge partielle  $H_2$  par différence avec celle de l'écoulement complet sans fouille (figure II.17)

Soit :  $\rho_2 = \rho - \rho_1$

Où  $\rho_1$  est obtenue par les relations de MANDEL et  $\rho$  par simulation analogique

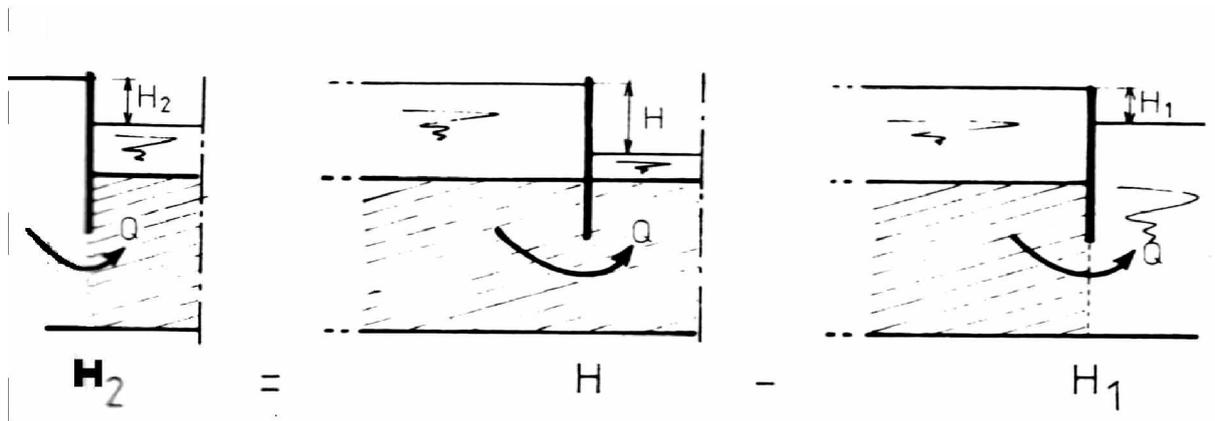


Figure II.17 : Ecoulement complet sans fouille

La valeur de la perte de charge calculée est transcrite sur les abaques de la figure II.18 (a, b).

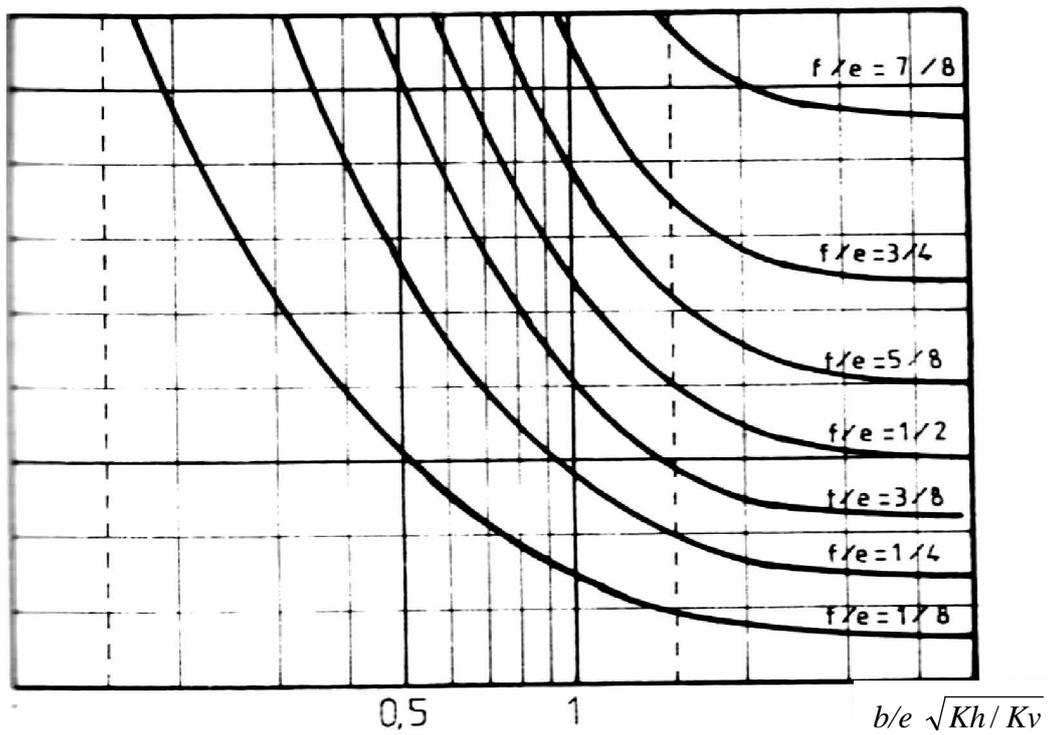
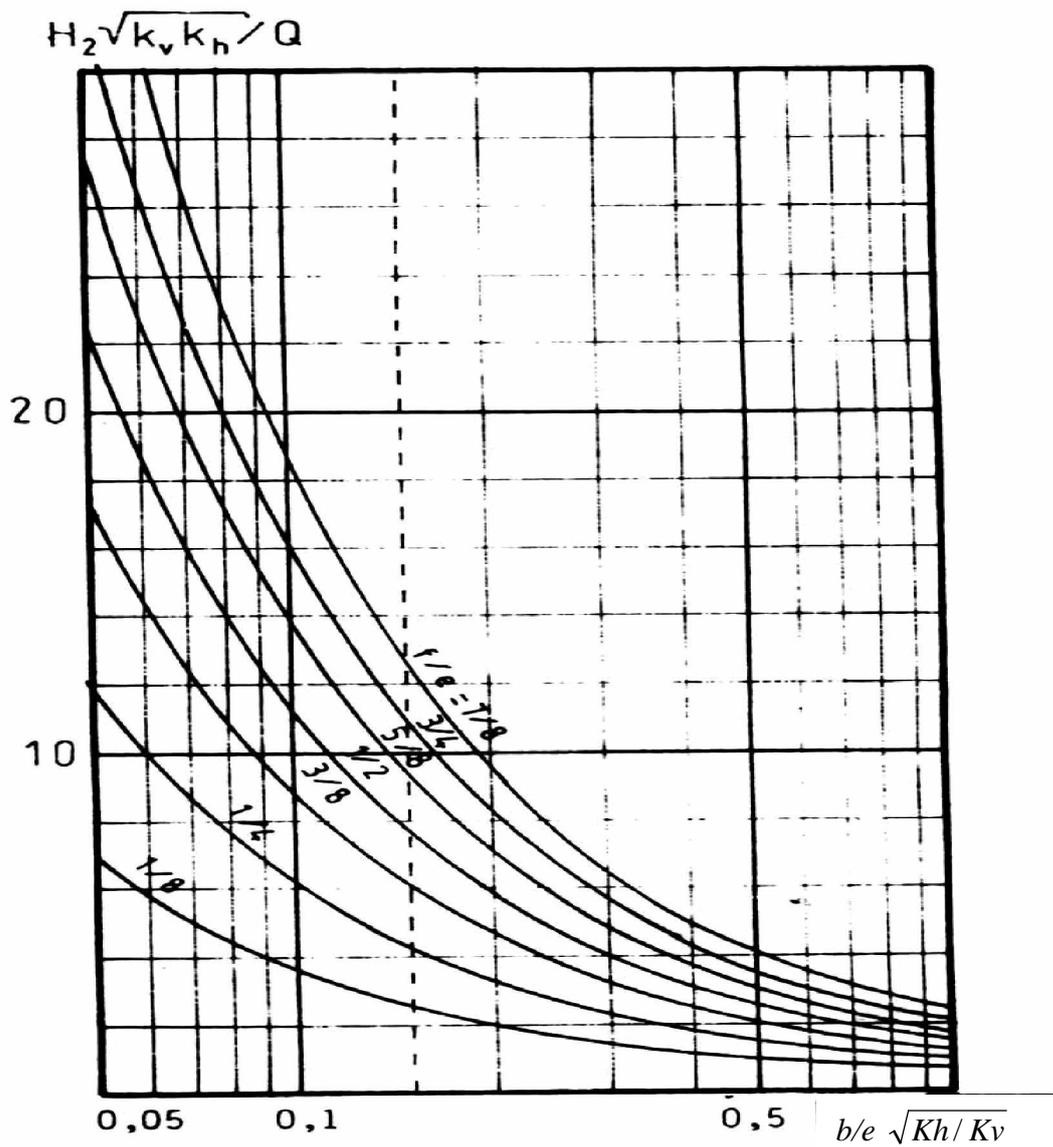
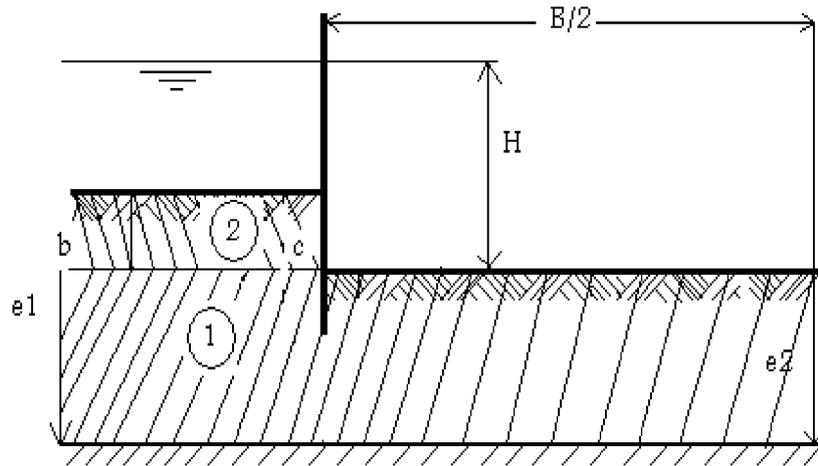


Figure II.18.a : Variation de la perte de charge en fonction de la largeur relative (D'après KASTNER 1982)



**Figure II.18.b :** Variation de la perte de charge en fonction de la largeur relative  
(D'après KASTNER 1982)

Pour la configuration des batardeaux a fiche relative faible ( $f_1/e_1 < 0.125$ ) KASTNER propose un découpage différent suivant une ligne horizontale  $\overline{bc}$  qui se développe du coté semi-infini (figure II.19)



**Figure II.19 :** Batardeau à fiche relative faible

La perte de charge dans la zone (1) est donnée, suivant la valeur de  $f/b$  par la relation de BRILLANT.

Des études antérieures (KASTNER 1974), ont permis d'établir que la perte de charge dans la zone (2) peut être approximée par la relation :

$$\rho_2 = \frac{2(e_1 - e_2)}{3e_2} \sqrt{k_h \cdot k_v} \quad (\text{II.9})$$

Cette solution acceptable pour  $e_1/e_2$  voisin de 2, devient très précise dès que  $e_2/e_1$  est inférieur à 4/3.

## II-7 CONCLUSION

L'étude sur modèle réduit du renard provoqué par l'écoulement autour d'un écran tanche a confirmé qu'il peut se présenter sous deux formes :

Ø La boullance, qui intervient dès que le gradient en fond de fouille atteint la valeur

$$\text{critique } i_c = \frac{\gamma'}{\gamma_w} ;$$

- ∅ Le soulèvement généralisé qui dépend non seulement du gradient moyen mais aussi de la résistance au cisaillement du sol et l'appui de la fiche. Les schémas de calcul proposés par KASTNER montrent bien que le soulèvement provoqué par l'écoulement ne puisse être séparé de l'effet de butée de la fiche.
- ∅ Il est certain que le critère de stabilité défini par le gradient critique de TERZAGUI est insuffisant et que sa validité est limitée au cas des sols qui, tout à la fois, présentent une compacité suffisante et ne représentent pas de risque d'entraînements. L'introduction par MONNET (1998) d'une seule hypothèse supplémentaire, l'existence d'un gradient critique de renard, permet de quantifier toutes les ruptures observées dans les essais de SKEMPTON et BROGAN (1994).

Sur la base des travaux antérieurs, deux critères apparaissent importants pour le déclenchement du renard :

- Le gradient de sortie  $i_e$  qui détermine à coup sûr l'apparition de la bouillie.
- Le gradient moyen qui permet d'estimer la butée disponible.

L'hétérogénéité importante des sols naturels pose le problème de la valeur à donner au coefficient de sécurité. Cette question, importante pour le praticien, pourrait être résolue par l'approche numérique du renard dans les sols stratifiés.

## CHAPITRE III

### LE CODE NUMERIQUE

#### III-1 INTRODUCTION

Un problème d'ingénierie est généralement représenté par un modèle mathématique: des équations aux dérivées partielles sur un domaine géométrique avec des conditions aux limites sur les frontières de ce domaine de plus, étant un problème continu, il possède une infinité de degrés de liberté pour pouvoir trouver une solution, l'ingénieur est donc amené à remplacer le système continu par un système discret équivalent ayant un nombre fini de degrés de liberté.

Actuellement deux méthodes numériques sont très répandues dans le domaine de construction. L'ingénieur a le choix entre la méthode des éléments finis (MEF) et la méthode des différences finies (M.D.F). Cette dernière est très attrayante par sa simplicité quand il s'agit des problèmes à géométrie régulière, elle est très difficile à généraliser aux limites quelconques. Récemment ce problème est résolu grâce à la programmation de la méthode de Wilkins.

Par contre la M.E.F s'adopte presque dans toutes les applications en ingénierie, elle consiste à remplacer un problème continu par un problème discret équivalent. Le domaine géométrique est subdivisé en sous domaine de géométrie simple (éléments) sur lesquels l'étude du problème peut se faire en une seule opération et les équations aux dérivées partielles sont remplacées par des équations algébriques.

La solution finale s'obtient en résolvant un système d'équations global formé en assemblant les équations algébriques obtenues sur tous les éléments constituant le domaine.

La méthode des éléments finis peut être utilisée pour la résolution des problèmes d'écoulement et particulièrement les infiltrations dans les milieux poreux car elle est utilisée quelle que soit la forme du domaine et l'hétérogénéité du matériau.

### III-2 ATTRIBUTS D'UN ELEMENT FINI

Un découpage, artificiel (par l'imagination) d'un milieu continu, en éléments finis permet, d'isoler un élément fini pour l'étudier et établir les caractéristiques. L'identification d'un élément fini comprend les points suivants :

**Géométrie** : un élément fini peut être un segment de droite ou de courbe, triangle ou quadrilatère (plan ou courbe), tétraèdre, prismes ou hexaèdre ("brique"). Les frontières entre éléments peuvent être respectivement des points, des segments de droite ou de courbe, des faces planes ou courbes.

**Matériau** : le matériau de l'élément est défini par une loi de comportement (loi de Hooke isotrope, ...etc.).

**Nœuds** : les nœuds définissent la géométrie et assurent la connexion des éléments les uns aux autres. Ils occupent les sommets, les extrémités, les milieux des arêtes et faces,...etc.

**Degrés de liberté** : la fonction d'approximation (en général le champ de déplacements ou champ de potentiels ) est exprimée en fonction des valeurs particulières qu'elles prennent aux nœuds, valeurs qui deviennent les inconnues nodales. L'union, par leurs degrés de liberté nodaux communs des différents éléments adjacents, permet de reconstituer la solution complète (assemblage) tout en veillant à respecter certaines règles, dites critères de convergence.

**Forces nodales** : à travers les nœuds transitent des forces associées aux degrés de liberté. Elles sont dues aux charges appliquées à l'élément (poids propre, charge uniforme, température ...etc.)

Ces paramètres d'identification permettent de construire les deux caractéristiques clés d'un élément fini qui sont sa matrice de rigidité et son vecteur force.

### III-3 MAILLAGE D'ELEMENTS FINIS DE MASSIF

Le maillage doit tenir compte des singularités de la géométrie de la structure (courbures et cassures) et des couches de sol hétérogènes. Mais un maillage doit être aussi un compromis entre la capacité de calcul disponible et la précision acceptable des résultats, il doit être construit en considérant les points suivants :

- ∅ Toutes les symétries (géométrie, conditions aux limites, chargement) doivent être utilisées afin de réduire la taille du système étudié ;
- ∅ Le maillage doit être suffisamment fin dans les zones les plus sollicitées (fortes variations des déplacements et des contraintes) ;
- ∅ La taille des éléments doit rester, dans la mesure du possible; tel que le rapport de la plus grande dimension de l'élément sur sa plus petite dimension soit proche de l'unité pour ne pas introduire des perturbations dans les calculs numériques (distorsion des éléments).
- ∅ Dans les zones moins sollicitées, des éléments de taille plus importante sont mis en place pour atteindre les frontières extérieures, cependant l'augmentation doit être progressive et régulière.

### III-4 UTILISATION DE LA METHODE DES ELEMENTS FINIS EN ECOULEMENT PERMANENT

#### III-4-1 Matrice d'écoulement

##### III-4-1-1 Détermination des termes de la matrice d'écoulement

### III-4-1-1-1 Formulation basée sur la fonction potentielle

Nous cherchons à résoudre l'équation de Laplace :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad \text{(III.1)}$$

Où  $\phi$  désigne le potentiel, dans le domaine D limité par la surface C composée de deux surfaces ( $C_\phi$  et  $C_d$ ) :

- Condition de Dirichlet :  $C_\phi$  où  $\phi$  est imposé

$$\phi = \phi_0 \text{ sur } C_\phi \quad \text{(III.2)}$$

- Condition de Neumann :  $C_d$  où le débit est imposé (souvent nul)

$$V_n = \frac{\partial \phi}{\partial n} = \frac{\partial \phi}{\partial x} l_x + \frac{\partial \phi}{\partial y} l_y = V_0 \text{ Sur } C_d \quad \text{(III.3)}$$

$V_0$  : est la vitesse du flux normal à la frontière  $C_d$

### III-4-1-1-2 Forme variationnelle

La résolution de l'équation différentielle III.1 équivaut à minimiser la fonctionnelle :

- Discrétiser le domaine D en E éléments finis chacun à p nœuds ;
- Choisir une interpolation convenable sur le champ de potentiel  $\phi^{(e)}$  dans l'élément comme :

$$\phi^{(e)}(x, y) = [N(x, y)] \phi^{(e)n} = \sum_{i=1}^p N_i(x, y) \phi_i^{(e)n} \quad \text{(III.4)}$$

- Mettre l'intégral des pondérations des résidus sur toute la région de l'élément égale à zéro en utilisant pour les coefficients de pondération les mêmes fonctions d'interpolation  $N_i$  :

$$\iint_{s^{(e)}} N_i \left[ \frac{\partial^2 \phi^{(e)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi^{(e)}}{\partial y^2} \right] ds = 0 \quad ; i=1, 2, 3, \dots, p \quad \text{(III.5)}$$

- L'utilisation de la dérivée seconde annule les termes de fonctions de forme, dans ce cas on utilise souvent le théorème de Green (intégration par partie). Ainsi on obtient:

$$\iint_{s^{(e)}} N_i \frac{\partial^2 \phi^{(e)}}{\partial x^2} ds = - \iint_{s^{(e)}} \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial \phi^{(e)}}{\partial x} ds + \int_{c^{(e)}} N_i \frac{\partial \phi^{(e)}}{\partial x} l_x dc \quad \text{(III.6)}$$

De la même manière, on obtient aussi :

$$\iint_{s^{(e)}} N_i \frac{\partial^2 \phi^{(e)}}{\partial y^2} ds = - \iint_{s^{(e)}} \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial \phi^{(e)}}{\partial y} ds + \int_{c^{(e)}} N_i \frac{\partial \phi^{(e)}}{\partial y} l_y dc \quad \text{(III.7)}$$

L'équation (III.5) Peut être exprimée par :

$$- \iint_{s^{(e)}} \left( \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial \phi^{(e)}}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial \phi^{(e)}}{\partial y} \right) ds + \int_{c^{(e)}} N_i \left( \frac{\partial \phi^{(e)}}{\partial x} l_x + \frac{\partial \phi^{(e)}}{\partial y} l_y \right) dc = 0 \quad \text{(III.8)}$$

$$i=1,2,\dots,p$$

L'intégral linéaire de l'équation (III.8) peut être réécrite comme :

$$\int_{c_\phi^{(e)} + c_d^{(e)}} N_i \left( \frac{\partial \phi^{(e)}}{\partial x} l_x + \frac{\partial \phi^{(e)}}{\partial y} l_y \right) dc = \int_{c_d^{(e)}} V_0 N_i dc_d \quad \text{(III.9)}$$

L'intégral sur  $C_\phi$  est égal à zéro

En utilisant les équations (III.4) et (III.9), l'équation (III.8) peut être exprimée sous forme matricielle :

$$[K]^e [\phi]^e = \{Q\}^e$$

$$[K]^e = \iint_{s^{(e)}} [T]^t [D][T] ds$$

et

$$\{Q\}^e = - \int_{c_d^{(e)}} V_0 [N]^t dc_d \quad \text{(III.10)}$$

$$[T] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \dots & \frac{\partial N_p}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \dots & \frac{\partial N_p}{\partial y} \end{bmatrix}; \quad \text{(III.11)}$$

$$[D] = \begin{bmatrix} K_x & 0 \\ 0 & K_y \end{bmatrix} \quad \text{(III.12)}$$

- Assemblage de la matrice élémentaire dans la matrice globale

$$[K] \{\phi\} = \{Q\} \quad \text{(III.13)}$$

- Introduire les conditions aux limites le long de  $C_\phi$  et résoudre l'équation

**III-5 ELEMENT QUADRILATERE Q4**

Le potentiel est approché par:

$$\Phi = N_1 \Phi_1 + N_2 \Phi_2 + N_3 \Phi_3 + N_4 \Phi_4 \quad (\text{III.14})$$

Les fonctions d'interpolations (formes) sont aussi utilisées comme des fonctions de la transformation géométrique de l'élément.

Les coordonnées  $x$  et  $y$  d'un point de l'élément réel s'écrivent en fonction de ces coordonnées nodales de la manière suivante:

$$X = N_1 x_1 + N_2 x_2 + N_3 x_3 + N_4 x_4 \quad (\text{III.15})$$

$$Y = N_1 y_1 + N_2 y_2 + N_3 y_3 + N_4 y_4$$

Les fonctions de forme en coordonnées locales pour un Q4 sont données par les expressions suivantes :

$$N_1 = 0.25 (1-\xi)(1-\eta)$$

$$N_2 = 0.25 (1-\xi)(1+\eta)$$

$$N_3 = 0.25 (1+\xi)(1+\eta)$$

$$N_4 = 0.25 (1+\xi)(1-\eta)$$

La transformation des dérivées entre le plan  $(x, y)$  et le plan  $(\zeta, \eta)$  se fait au moyen d'une matrice dite " Jacobienne " noté par  $[J]$ .

La transformation des dérivées est donnée par:

$$\frac{\partial N_i}{\partial \zeta} = \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \zeta} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \zeta} \quad (\text{III.16})$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial \eta} = \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \eta}$$

Que nous pouvons l'écrire sous forme matricielle comme suit:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \partial N_i / \partial \zeta \\ \partial N_i / \partial \eta \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \partial N_i / \partial x \cdot \partial x / \partial \zeta + \partial N_i / \partial y \cdot \partial y / \partial \zeta \\ \partial N_i / \partial x \cdot \partial x / \partial \eta + \partial N_i / \partial y \cdot \partial y / \partial \eta \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \partial x / \partial \zeta & \partial y / \partial \zeta \\ \partial x / \partial \eta & \partial y / \partial \eta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \partial N_i / \partial x \\ \partial N_i / \partial y \end{Bmatrix} \end{aligned} \tag{III.17}$$

Avec :

$$\begin{cases} X = N_1 x_1 + N_2 x_2 + N_3 x_3 + N_4 x_4 \\ Y = N_1 y_1 + N_2 y_2 + N_3 y_3 + N_4 y_4 \end{cases}$$

Donc:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \partial N_i / \partial \zeta \\ \partial N_i / \partial \eta \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} \sum_i^4 \partial N_i / \partial \zeta \cdot x_i & \sum_i^4 \partial N_i / \partial \zeta \cdot y_i \\ \sum_i^4 \partial N_i / \partial \eta \cdot x_i & \sum_i^4 \partial N_i / \partial \eta \cdot y_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \partial N_i / \partial x \\ \partial N_i / \partial y \end{Bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \partial N_1 / \partial \zeta & \partial N_2 / \partial \zeta & \partial N_3 / \partial \zeta & \partial N_4 / \partial \zeta \\ \partial N_1 / \partial \eta & \partial N_2 / \partial \eta & \partial N_3 / \partial \eta & \partial N_4 / \partial \eta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \partial N_i / \partial x \\ \partial N_i / \partial y \end{Bmatrix} \tag{II.18} \\ &= 1/4 \underbrace{\begin{bmatrix} -(1-\eta) & (1-\eta) & (1+\eta) & -(1+\eta) \\ -(1-\zeta) & -(1+\zeta) & (1+\zeta) & (1-\zeta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \end{bmatrix}}_{[J]} \begin{Bmatrix} \partial N_i / \partial x \\ \partial N_i / \partial y \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

Donc :

$$\begin{Bmatrix} \partial N_i / \partial \zeta \\ \partial N_i / \partial \eta \end{Bmatrix} = [J] \begin{Bmatrix} \partial N_i / \partial x \\ \partial N_i / \partial y \end{Bmatrix} \quad (\text{III.19})$$

D'où nous pouvons tirer :

$$\begin{Bmatrix} \partial N_i / \partial x \\ \partial N_i / \partial y \end{Bmatrix} = [J]^{-1} \begin{Bmatrix} \partial N_i / \partial \zeta \\ \partial N_i / \partial \eta \end{Bmatrix} = [T] \quad (\text{III.20})$$

Et par la suite pour un élément quadrilatère à quatre nœuds:

$$[T] = \begin{bmatrix} \partial N_1 / \partial x & \partial N_2 / \partial x & \partial N_3 / \partial x & \partial N_4 / \partial x \\ \partial N_1 / \partial y & \partial N_2 / \partial y & \partial N_3 / \partial y & \partial N_4 / \partial y \end{bmatrix} \quad (\text{III.21})$$

L'intégration de l'équation III.10 peut être évaluée numériquement à l'aide de la méthode de Gauss:

$$[K]^e = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} [T]^T [D] [T] \det [J] d\zeta d\eta \quad (\text{III.22})$$

$$[K]^e = \det [J(\zeta_i, \eta_j)] \sum_{i=1}^{ngp} \sum_{j=1}^{ngp} W_i W_j [T(\zeta_i, \eta_j)]^T [D] [T(\zeta_i, \eta_j)] \quad (\text{III.23})$$

### REMARQUE

Le nombre de points de Gauss nécessaire à l'intégration exacte peut être déterminé facilement pour cet élément, il est égal à 2 dans chaque direction.

### III-6 ELEMENT TRIANGULAIRE A TROIS NŒUDS

Les fonctions d'interpolations nodale (ou de forme) pour l'élément triangulaire s'écrivent

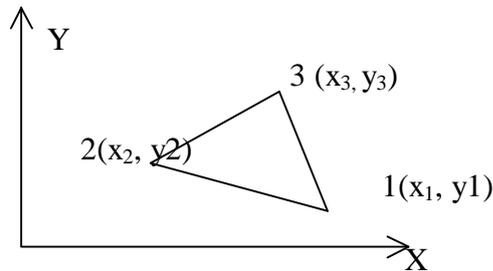


Figure III.1 : élément triangulaire

$$N_1(x, y) = \frac{1}{2A} [(y_3 - y_2)(x_2 - x) - (x_3 - x_2)(y_2 - y)]$$

$$N_2(x, y) = \frac{1}{2A} [(y_1 - y_3)(x_3 - x) - (x_1 - x_3)(y_3 - y)]$$

$$N_3(x, y) = \frac{1}{2A} [(y_2 - y_1)(x_1 - x) - (x_2 - x_1)(y_1 - y)]$$

$$2A = (y_1 - y_2)(x_3 - x_2) - (x_1 - x_2)(y_3 - y_2)$$

Ou d'une manière plus compacte:

$$N_1(x, y) = (m_{11} + m_{12}x + m_{13}y)$$

$$N_2(x, y) = (m_{21} + m_{22}x + m_{23}y)$$

$$N_3(x, y) = (m_{31} + m_{32}x + m_{33}y)$$

Avec:

$$m_{11} = (x_2y_3 - x_3y_2) / 2A, \quad m_{12} = (y_2 - y_3) / 2A, \quad m_{13} = (x_3 - x_2) / 2A$$

$$m_{21} = (x_3y_1 - x_1y_3) / 2A, \quad m_{22} = (y_3 - y_2) / 2A, \quad m_{23} = (x_1 - x_3) / 2A$$

$$m_{31} = (x_1y_2 - x_2y_1) / 2A, \quad m_{32} = (y_1 - y_2) / 2A, \quad m_{33} = (x_2 - x_1) / 2A$$

Nous pouvons approcher le potentiel comme suit:

$$\{\Phi\} = N_1\Phi_1 + N_2\Phi_2 + N_3\Phi_3 \dots \quad (\text{III.24})$$

$$\{\Phi\} = [N_1 + N_2 + N_3] \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \end{Bmatrix}$$

$$\{\Phi\} = [N] \{\Phi\}^e \dots \quad (\text{III.25})$$

$$[T] = \begin{bmatrix} \partial N_1 / \partial x & \partial N_2 / \partial x & N_3 / \partial x \\ \partial N_1 / \partial y & \partial N_2 / \partial y & \partial N_3 / \partial y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} m_{12} & m_{22} & m_{32} \\ m_{13} & m_{23} & m_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{III.26})$$

On remarque que la matrice [T] pour l'élément triangulaire est constante.

La matrice d'écoulement d'un élément s'écrit donc:

$$[K]^e = \iint [T]^T [K] [T] dx dy \quad (\text{III.27})$$

Avec:

[K] : la matrice d'écoulement (constante)

$$[K] = \begin{bmatrix} K_x & 0 \\ 0 & K_y \end{bmatrix}$$

Donc:

$$[K]^e = [T]^T [K] [T] \iint dx dy = A [T]^T [K] [T] \quad (\text{III.28})$$

A : aire de l'élément.

$$[K]^e = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ & K_{22} & K_{23} \\ \text{Symétrie} & & K_{33} \end{bmatrix} \quad \text{(III.30)}$$

$$= \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} K_x m_{12}^2 + K_y m_{13}^2 & K_x m_{12} m_{22} + K_y m_{13} m_{33} & K_x m_{12} m_{32} + K_y m_{13} m_{33} \\ & K_x m_{22}^2 + K_y m_{23}^2 & K_x m_{22} m_{32} + K_y m_{23} m_{33} \\ \text{Symétrie} & & K_x m_{32}^2 + K_y m_{33}^2 \end{bmatrix}$$

### III-7 MATRICE D'ÉCOULEMENT GLOBALE (ASSEMBLAGE)

Le nombre de degrés de liberté est égal au nombre de nœuds (un seul degré de liberté pour chaque nœud). Donc, la matrice d'écoulement globale  $[K]^G$  est d'ordre  $(N, N)$  avec  $N$  le nombre de degrés de liberté. Elle peut être stockée sous forme de matrice bande de dimension  $N*(IW+1)$  ( $W$  : demi-largeur de bande qui est égale à la différence maximale entre degrés de liberté de tous les éléments) ou sous forme de vecteur de taille  $N*(IW+1)$  ou de taille inférieure par la méthode ligne de ciel.

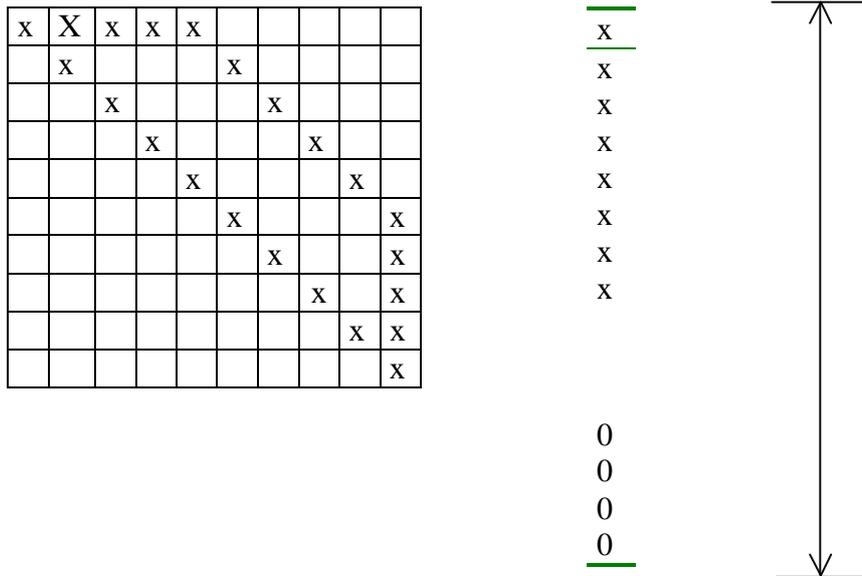


Figure III.2 : La matrice bande

Après l’assemblage de la matrice d’écoulement globale, le système d’équations peut être écrit sous la forme matricielle suivante :

$$[K]^G \{\Phi\} = \{Q\} \tag{III.31}$$

Avec:

$[K]^G$  : matrice de rigidité globale (N, N)

$\{\Phi\}$ : vecteur de potentiel

$\{Q\}$ : vecteur de débit (entrant / sortant)

**REMARQUE**

Pour calculer le débit dans une section, on fait la somme des débits nodaux des noeuds de cette section.

**III-8 CONDITIONS AUX LIMITES**

La matrice [K] et le vecteur {Q} définis dans l'opération d'assemblage ne tiennent pas compte des conditions aux limites associées aux variables [Φ]. En général, on cherche le vecteur {Φ} tel que:

$$\sum_{i=1}^{NN} K_{ij} \phi_i = Q_i$$

Avec  $[K] [\Phi] = Q_i \dots$  **(III.32)**

et  $\Phi_i = \Phi_i' \dots\dots\dots$  **(III.33)**

Où Φ<sub>i</sub> est la composante i du vecteur {Φ} dont la valeur est connue (Φ<sub>i</sub>').

La méthode choisie pour introduire les conditions aux limites est la méthode de pénalité qui consiste à représenter III.30 et III.31 par la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{1i} & K_{1n} \\ K_{i1} & K_{ii} & K_{in} \\ K_{n1} & K_{ni} & K_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi \\ \Phi \\ \Phi_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_i + R_i \\ Q_n \end{Bmatrix} \quad \textbf{(III.34)}$$

Avec  $R_i = G (\Phi_i' - \Phi_i)$  **(III.35)**

Soit:  $\Phi_i' - \Phi_i = R_i / G$  **(III.36)**

h<sub>i</sub> tend vers h<sub>i</sub>' quand G est relativement grand.

La relation (I.33) est représentée sous forme pénalisée et R<sub>i</sub> représente la force appliquée permettant de satisfaire la condition (I.35) et (I.36). G est appelé terme de pénalisation les n+1 relations (I.34) et (I.35) permettent d'obtenir les n inconnus {h<sub>i</sub>} et l'inconnu R<sub>i</sub>. Ces inconnues peuvent être obtenues de la façon suivante:

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{1i} & K_{1n} \\ K_{i1} & K_{ii} & K_{in} \\ K_{n1} & K_{ni} & K_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_i \\ \Phi_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_i + h_i' C \\ Q_n \end{Bmatrix}$$

Où  $G$  est relativement grand par rapport à  $K_{ii}$  (par exemple  $G=10^n K_{ii}$  avec  $n$  entre 4 et 10)

### III-9 PRESENTATION DU LOGICIEL EAUSOL

Le logiciel eausol utilise la méthode des éléments finis pour résoudre les équations différentielles de la charge hydraulique ( $h$ ) et de la fonction courant ( $\psi$ ).

Il faut donc créer un maillage d'éléments finis (quadrilatères à quatre nœuds ou triangles à trois nœuds).

Le maillage est semi-automatique :

- Les nœuds manquants seront générés à équidistances des nœuds effectivement donnés. Les éléments manquants seront générés par incrémentation de 1 de la valeur des nœuds du dernier élément effectivement donné.
- Pour minimiser la place mémoire nécessaire, il est conseillé de numéroter les nœuds dans la direction où il y a le moins de nœuds. Il faut également écrire les conditions aux limites à tous les nœuds
- Pour tous les nœuds intérieurs, (valeur par défaut de tous les nœuds) débit nul ( $q$ ) pour la fonction ( $h$ ) et perte de charge nulle ( $\Delta h$ ) pour ( $\psi$ ).

➡ Sur tous les nœuds des frontières extérieures au domaine d'écoulement, il faut préciser :

Soit le débit ( $q$ ), soit la valeur de  $h$  pour la fonction ( $h$ ), soit la perte de charge ( $\Delta h$ ),

soit la valeur de  $\psi$  pour la fonction ( $\psi$ ).

- On ne peut fixer à la fois  $h$  et  $q$  (c.-à-d.  $\Delta\psi$ ), ou bien  $\psi$  et  $\Delta h$ . Si on pouvait fixer l'un ou l'autre, il vaut mieux fixer la fonction ( $h$  ou  $\psi$ ) plutôt que sa variation ( $\Delta\psi$  ou  $\Delta h$ ).

En l'absence de dessins, une fenêtre *D.O.S* apparaît et des questions sont posées ; les réponses sont données à l'aide du clavier.

En mode graphique, pour dialoguer, seule la souris sera utilisée. Il faut d'abord cliquer n'importe où dans le dessin, alors un menu latéral apparaît à droite; la légende correspondante est tout en haut de la fenêtre. Il faut cliquer avec la souris sur la lettre choisie.

### III-10 CREATION DES FICHIERS DE DONNEES DU LOGICIEL EAUSOL

Le fichier des données est constitué de 18 groupes de données, (les groupes 14 à 17 ne sont nécessaires que dans le cas de recherche de surface libre). Le groupe 18 est utilisé pour la liaison avec le logiciel bishop.

Chaque groupe sera précédé d'un mot clé en début de ligne et éventuellement de lignes commentaires avant et après ce mot clé. Les lignes commentaires ne sont pas lues par le logiciel. Elles peuvent servir de repère d'arrêt de lecture. (Dans ce cas, elles sont obligatoires) les groupes de données peuvent être donnés dans n'importe quel ordre.

Toutes les données sont numériques à l'exception du titre qui, de ce fait n'admettra pas de lignes commentaires après le mot clé. (En fait, seuls les 5 premiers caractères du mot clé seront lus par le logiciel.

Les groupes utilisés dans notre étude sont les suivants:

**G r o u p e 1** Le titre (une ligne : 80 caractères maximum)

Mot clé : titre ou titres

**G r o u p e 2** Les paramètres généraux (une seule ligne)

- mot clé : catégorie ou catégories.
- kat nummat numnp numel icheck imp itrace nlig nxlig

q **valeur de kat**

Kat = catégorie de problème.

Kat = 1 problème à symétrie plane (x-z) sans recherche de surface libre.

Kat = 2 problème à axe de symétrie (r-z) sans recherche de surface libre.

Kat = 3 problème à symétrie plane (x-z) avec recherche de surface libre.

Kat = 4 problème à axe de symétrie (r-z) avec recherche de surface libre.

q **valeur de nummat**

Nummat = nombre de matériaux-sol hydrauliquement différents.

q **valeur de numnp**

Numnp = nombre total de nœuds du maillage.

q **valeur de numel**

Numel = nombre total d'éléments du maillage.

q **valeur de icheck**

Icheck = paramètre de contrôle d'exécution

Ø si icheck est négatif: pas d'exécution.

Ø si icheck est positif ou nul : exécution.

Ø si icheck est supérieur à zéro : création d'un fichier disque :

Icheck=-1 vérifications des données: Génération des données manquantes (dessin possible (écran et traceur)). Pas d'exécution.

Icheck=0 exécution du calcul. Pas de création du fichier '\*\*\*\*.pun' à utiliser en l'absence de recherche de surface libre.

Icheck=1 exécution du calcul. Fichier '\*\*\*\*\*.pun' crée si la précision demandée n'est pas atteinte.

Icheck=2 exécution du calcul. Fichier '\*\*\*\*\*.pun' crée en fin de calcul dans tous les cas.

Icheck=3 exécution du calcul. Fichier '\*\*\*\*\*.pun' crée à la fin de chaque itération.

### Valeur de imp

Le paramètre imp permet de déterminer l'option choisie pour l'impression du listing de sortie

- imp=-1 les données concernant le maillage ne sont pas imprimées. Les résultats intermédiaires (c a d. a chaque itération) ne sont pas imprimés ; seulement les résultats finaux. (c.-à-d. les coordonnées du nouveau maillage et les valeurs des fonctions calculées aux nœuds (charge hydraulique, pression interstitielle, débit, fonction courant...))

-imp=0 impression des données (y compris le maillage) et des résultats finaux. Pas de résultats intermédiaires à chaque itération.

-imp=1 impression des données et des résultats finaux. De plus, à chaque itération, seul l'erreur verticale maximale obtenue au niveau de la surface libre est imprimée. Pas d'autres résultats intermédiaires imprimés.

-imp=2 impression maximale : données et résultats finaux. De plus, pour chaque itération, tous les résultats intermédiaires sont imprimés; c.-à-d. débits aux nœuds à potentiel imposé, charge hydraulique à tous les nœuds (et fonction courant), coordonnées du nouveau maillage, erreurs verticales obtenues à tous les nœuds de la surface libre.....

-imp= 3 en plus de l'impression maximale précédente, seront imprimées pour chaque vecteur gradient et vitesse, la valeur trouvée à partir de la fonction ( $h$ ), la valeur trouvée à partir de la fonction ( $\psi$ ) et la valeur moyenne.

### q valeur de itrace

Ce paramètre permet de choisir l'option dessin choisie.

Itrace<0 pas de dessin du tout : calcul seul.

Itrace=0 pas de création de fichier dessin pour imprimante.

**Note** : il est toujours possible d'imprimer le dessin écran avec le driver Windows en cliquant dans le fichier, puis impression. (Barre horizontale supérieure) choisir l'option paysage dans propriétés pour avoir la taille maximum. Utiliser l'option c (couleur) du menu vertical à droite si vous voulez supprimer les couleurs de fond.

- Ø itrace>1 dessin sur traceur ou imprimante graphique en différé. Le programme eausol créera des fichiers appelés '\*\*\*. nn' le préfixe commun à tous les dessins sera choisi par l'utilisateur. Le suffixe sera un numéro incrémenté par le programme correspondant à l'ordre de création.
- Ø itrace=1 dessin sur imprimante graphique h.p.g.l. (paysage)
- Ø itrace=2 dessin sur imprimante graphique h.p.g.l. (portrait)
- Ø itrace=3 dessin sur imprimante graphique postscript (paysage)
- Ø itrace=4 dessin sur imprimante graphique postscript (portrait)

#### q valeur de nlig et nxlig

Si ces valeurs ne sont pas nuls, pas d'effet. Ces deux valeurs entières sont utilisées pour transférer les lignes d'équipression déterminés par le logiciel eausol vers le logiciel bishop.

Ø **Nlig** : est le nombre de lignes d'équipression à transférer.

Ø **nxlig** : est le nombre de sections verticales (abscisses x) qui décrivent ces lignes d'équipression.

#### **G r o u p e 3** Tenseur de perméabilité de chaque sol (une ligne par type de sol)

- mot clé : perméabilités ou perméabilité.

#### **Valeur de n perm1 (n) perm2 (n) ang (n)**

n = numéro du sol.

perm1 (n) = perméabilité principale numéro 1.

perm2 (n) = perméabilité principale numéro 2.

Ang (n) = angle que fait la direction de la perméabilité principale N° 1 avec l'axe des x.

**Note**

Pour représenter des éléments parfaitement étanches, le mieux serait de ne pas les mailler du tout. Cependant il est possible de leur donner une perméabilité très faible et négative, ce qui peut éviter de refaire le maillage. En effet une perméabilité rigoureusement nulle ne rendrait pas le calcul impossible.

Prendre par exemple une perméabilité 1000 fois plus petite que la plus faible des perméabilités des sols. La valeur négative est un artifice pour occulter les valeurs trouvées dans l'expression des résultats (numériques ou graphiques). En effet une très faible perméabilité dans un élément isolé provoque dans l'élément un gradient énorme pour un débit quasi nul.

**Group e 4** Information sur les nœuds, (une ligne par nœud effectivement décrit)

-mot clé : nœud ou nœuds

**Valeur de n**    **(n)**    **x (n)**    **y (n)**

n = numéro du nœud décrit.

X (n) = abscisse du nœud n.

Y (n) = ordonnée du nœud n.

L'axe des x est horizontal et dirigé de gauche à droite.

L'axe des y est vertical et dirigé vers le haut.

Les charges hydrauliques ont la même origine que les cotes y.

Le premier et le dernier nœud doivent être obligatoirement décrits. Les nœuds seront donnés en séquence.

Les nœuds non spécifiés sont générés à intervalles réguliers entre deux nœuds spécifiés avec un incrément de 1.

**Group e 5** Information sur les éléments (une ligne par élément effectivement décrit)

Mot clé : élément ou éléments

**Valeurs de n**  $kx(n,1)$   $kx(n,2)$   $kx(n,3)$   $kx(n,4)$

**N** : numéro de l'élément décrit.

**Kx (n, i)** : numéros des 4 nœuds définissant l'élément

(Pour les triangles, faire  $kx(n,4)=kx(n,3)$  ou bien  $kx(n,4)=0$ )

- les nœuds décrivant l'élément seront donnés obligatoirement dans le sens trigonométrique ;

- le premier et le dernier élément seront obligatoirement décrits ;

-les éléments seront donnés en séquence ;

-les éléments manquants seront générés par incrémentation de 1 des nœuds du dernier élément spécifié.

**G r o u p e 7** Nœuds (frontière) à potentiel hydraulique imposé.

Mot clé : potentiel ou potentiels

➤ Conditions aux limites de la fonction : h

On utilise principalement ce groupe pour décrire les surfaces équipotentiels frontière. (à charge hydraulique constante ) .

On indique d'abord le nombre d'équipotentiels qui seront décrites sur une première ligne, suivi éventuellement d'une ligne commentaire. Sur une autre ligne, on donne la valeur de la charge hydraulique avec la même unité de longueur que celle utilisée pour le maillage.

L'origine des charges:  $h$  et des cotes :  $y$  ou  $z$  est obligatoirement la même c.-à-d. que  $y$  ou  $z$  égal à zéro correspond à :  $h$  égal à zéro. Cette valeur peut être suivie d'une ligne commentaire. Puis, lignes suivantes, on donne les numéros des nœuds concernés et des incréments (toujours négativement), à raison de 10 valeurs environ par ligne.

**G r o u p e s 10, 11, 12**

Information sur les conditions aux limites (frontières) du domaine pour la fonction courant d'écoulement

**Note** : les groupes 11 et 12 sont exclusifs.

### III-11 DESCRIPTION DES NŒUDS DEFINISSANT LES NŒUDS DE LA SURFACE-FRONTIERE

Les nœuds de la surface frontière seront définis pour chaque frontière à raison de 10 numéros par ligne de données (environ). On débute une nouvelle ligne de données pour chaque frontière en la précédant d'une ligne titre ne commençant pas par un chiffre (exemple: ligne de courant inférieure). Deux possibilités de génération automatique:

➤  $n1 -n n2$  : Alors tous les nœuds compris entre les nœuds  $n1$  et  $n2$  seront générés avec un incrément égal à  $(n)$ . Dans ce cas  $(n2)$  doit être plus grand que  $(n1)$ .

Le signe  $(-)$  devant l'incrément  $(n)$  permet de distinguer un incrément d'un numéro de nœud. Les nœuds frontières  $(n1)$  et  $(n2)$  font toujours partie de la ligne décrite.

➤  $n1 -n -n n2$  : Si la valeur de l'incrément est répétée 2 fois, l'incrément sera décroissante.  $n2$  doit être plus petit que  $n1$ .

**G r o u p e 10** ligne de courant frontière à  $\psi$  constant

Mot clé : courant

*Paramètres généraux:*

**Nplc** = nombre de surfaces de courant frontière. Un minimum, deux en général (sauf vidange rapide) puis on donne les valeurs des nœuds (ou code de génération) de chaque surface de courant en mettant une ligne commentaire entre chaque surface.

La première surface de courant définie est la surface de courant frontière inférieure. le programme attribuera aux nœuds de cette frontière une valeur de la fonction-courant égale à zéro.

La deuxième surface de courant définie est la surface de courant frontière supérieure. le programme attribuera aux nœuds de cette frontière une valeur de la fonction-courant égale au débit total traversant tout le domaine.

(La fonction courant étant calculée après la charge hydraulique, le débit total a été calculé et la position de la surface libre est connue).

**III-12 CONCLUSION**

Nous avons choisi la méthode des éléments finis pour la résolution de l'équation de Laplace car la méthode des différences finies n'est plus compétitive en temps de calcul pour les simulations linéaires. Plusieurs pas de calcul sont nécessaires pour obtenir une solution élastique linéaire alors qu'en éléments finis un seul calcul permet d'obtenir la solution

## CONCLUSION GENERALE

Les excavations profondes pénètrent parfois profondément dans la nappe phréatique au sein d'aquifères de forte perméabilité nécessitant la mise en place de dispositifs de pompage provisoire ou définitif afin d'assurer la mise hors d'eau. L'exhaure de la fouille peut être de plus à l'origine d'incidents tels que le renard.

De nombreuses simulations effectuées avec le logiciel **EAUSOL** en éléments finis, nous ont permis de proposer un outil de calcul des écoulements au contournement des écrans étanches, il est constitué de méthodes de calcul approchées, à base d'abaques et de relations analytiques et couvre des cas rencontrés en pratique : batardeaux plans avec ou sans fouille protégée par un écran.

L'expérimentation numérique nous a permis de tirer les conclusions suivantes :

- Ø La perte de charge dépend de la profondeur relative de l'écran et de la largeur de la fouille ;
- Ø Le débit de fuite diminue avec la pénétration de la fiche dans le sol et le rétrécissement de la largeur de la fouille ;
- Ø Pour des écrans pénétrant profondément dans la nappe, le débit devient constant et indépendant de la largeur de la fouille;
- Ø On peut considérer que la fouille est large dans un milieu fini, si la largeur relative  $\frac{b}{e} \sqrt{\frac{k_v}{k_h}}$  est supérieure à 2.5. Dans ce cas le débit devient constant et indépendant de la largeur de la fouille;
- Ø Pour les batardeaux larges, la majorité du débit est concentrée au voisinage de l'écran et dépend de la perméabilité du sol;

- ∅ Pour les faibles valeurs de la largeur relative, les pertes de charges dues à l'écoulement sont très fortes et le débit dans ce cas dépend de la perméabilité verticale ;
- ∅ Pour le cas d'un batardeau plan avec ou sans fouille dans un milieu semi infini, on remarque que lorsque les valeurs de  $\frac{f}{b} \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$  augmentent le débit diminue, ce qui nous permet de dire que le débit ne dépend pas de l'épaisseur de la couche mais il dépend uniquement d'une part du rapport  $\frac{f}{b} \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$ , et d'autre part de la perméabilité ;
- ∅ Dans le cas d'un batardeau plan avec fouille, la perte de charge dans le coté aval est plus importante que dans le coté amont de l'écran ;
- ∅ On remarque que le gradient de sortie diminue avec l'augmentation de la largeur de la fouille et la fiche relative, cela est dû à l'augmentation de la trajectoire d'écoulement ;
- ∅ La valeur du gradient de sortie reste constante pour les fouilles larges en effet l'influence de la largeur relative sur les caractéristiques hydrauliques devient négligeable dès que  $\frac{b}{e} \sqrt{\frac{k_v}{k_h}}$  atteint la valeur de 2.5.
- ∅ Pour un batardeau plan avec ou sans fouille dans un milieu semi infini, les valeurs du gradient de sortie comprises entre 0.5 et 0.6 présentent les batardeaux larges, à partir de la valeur de  $\frac{f}{b} \sqrt{\frac{k_h}{k_v}} = 0.1$ , les valeurs du gradient augmentent ce qui représente les batardeaux étroits.
- ∅ la stabilité du fond de fouille augmente avec la profondeur de la fiche et l'élargissement des fouilles ;

La comparaison de nos résultats avec ceux de la partie bibliographique nous a permis de préciser le domaine d'application des différents abaques et formules utilisés couramment dans la pratique. Les abaques obtenus permettent l'estimation des pertes de charges hydrauliques causant le renard et les conditions d'apparition du soulèvement.

Une nouvelle étape pourrait être l'approche plus probabiliste de ces calculs. Un sol de perméabilité verticale et horizontale donnée est en fait constitué d'un certain nombre de strates de perméabilités différentes. L'étude, pour des sols types, de l'effet du nombre, de l'épaisseur et de la position de ces strates devrait permettre de compléter l'évaluation du débit par une fourchette de variation probable.

# SOMMAIRE

<b>INTRODUCTION GENERALE .....</b>	<b>01</b>
<b>PREMIERE PARTIE : L'ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE</b>	
<b>CHAPITRE I : L'EAU DANS LE SOL</b>	
<b>I.1 INTRODUCTION.....</b>	<b>04</b>
<b>I-2 LES TYPES D'EAU DANS LE SOL.....</b>	<b>04</b>
<b>I-2-1 L'eau de constitution.....</b>	<b>05</b>
<b>I-2-2 L'eau en phase vapeur .....</b>	<b>05</b>
<b>I-2-3 L'eau hygroscopique.....</b>	<b>05</b>
<b>I-2-4 L'eau pelliculaire.....</b>	<b>05</b>
<b>I-2-5 L'eau capillaire .....</b>	<b>06</b>
<b>I-2-6 L'eau libre ou gravifique.....</b>	<b>06</b>
<b>I-3 ECOULEMENT LINEAIRE. LOI DE DARCY.....</b>	<b>06</b>
<b>I-3-1 La charge hydraulique.....</b>	<b>08</b>
<b>I-4 COEFFICIENT DE PERMEABILITE K.....</b>	<b>09</b>
<b>I-4-1 Mesure au laboratoire du coefficient de perméabilité .....</b>	<b>10</b>
<b>I-4-1-1 Perméamètre à charge constante .....</b>	<b>11</b>
<b>I-4-1-2 Perméamètre à charge variable.....</b>	<b>12</b>
<b>1-4-2 Perméabilité moyenne équivalente des terrains stratifiés .....</b>	<b>13</b>
<b>1-4-2-1 Cas d'un écoulement horizontal.....</b>	<b>13</b>
<b>1-4-2-2 Cas d'un écoulement vertical.....</b>	<b>14</b>
<b>I.5 DOMAINE DE VALIDITE DE LA LOI DE DARCY.....</b>	<b>15</b>
<b>I.6 GENERALISATION DE LA LOI DE DARCY .....</b>	<b>16</b>
<b>I-6-1 Vecteur vitesse de décharge .....</b>	<b>17</b>
<b>I-6-2 Ligne de courant.....</b>	<b>18</b>
<b>I-6-3 Vecteur gradient de la charge hydraulique.....</b>	<b>19</b>
<b>I-6-4 Surfaces équipotentiels .....</b>	<b>19</b>
<b>I-7 GENERALISATION DE LA LOI DE DARCY DANS UN MILIEU HOMOGENE ET</b>	
<b>ISOTROPE EN REGIME PERMANENT .....</b>	<b>19</b>
<b>I-7-1 Equation de continuité dans un massif homogène.....</b>	<b>19</b>
<b>I-7-2 Equation de LAPLACE.....</b>	<b>20</b>
<b>I-8 GENERALISATION DE LA LOI DE DARCY DANS UN MILIEU HOMOGENE ET</b>	
<b>ANISOTROPE EN REGIME PERMANENT.....</b>	<b>21</b>
<b>I-9 METHODES DE RESOLUTION DE CES EQUATIONS.....</b>	<b>23</b>

# SOMMAIRE

<b>I-9-1 Méthode graphiques.....</b>	<b>23</b>
I-9-1-1 Réseau d'écoulement .....	23
I-9-1-2 La méthode des fragments.....	24
<b>I-9-2 Méthodes analytiques.....</b>	<b>25</b>
<b>I-9-3 Méthodes de similitude.....</b>	<b>26</b>
I-9-3-1 Modèles réduits.....	26
I-9-3-2 Modèle analogique.....	26
a) <i>Analogie électrique et thermique</i> .....	26
b) <i>Analogie visqueuse</i> .....	27
<b>I-9-4 Méthodes numériques.....</b>	<b>27</b>
<b>I-10 CONCLUSION.....</b>	<b>28</b>

## CHAPITRE II

### TRAVAUX ANTÉRIEURS SUR LES DEBITS D'EXHAURE DES FOUILLES ET PHÉNOMÈNE DE RENARD

<b>II-1 INTRODUCTION.....</b>	<b>29</b>
<b>II-2 L'APPROCHE EXPERIMENTALE DU PHENOMENE DE RENARD.....</b>	<b>30</b>
<b>II-3 ETUDE EXPERIMENTALE DU RENARD SUR MODELE REDUIT.....</b>	<b>32</b>
<b>II-4 LES METHODES DE CALCUL .....</b>	<b>37</b>
II-4-1 Méthodes de calcul négligeant le frottement .....	37
II-4-2 Méthodes de calcul considérant le frottement.....	39
<b>II.5 COMPARAISON DES ESSAIS ET DES DIFFERENTES METHODES DE CALCUL.....</b>	<b>40</b>
<b>II-6 ETUDE DE L'ECOULEMENT AUTOUR DES ECRANS ETANCHES.....</b>	<b>41</b>
II-6-1 Notion de débit et perte de charge adimensionnelle.....	42
II-6 -2 Débit d'exhaure des batardeaux plans sans fouille.....	43
II-6 -2-1 Débit d'exhaure des batardeaux plans sans fouille dans un milieu fini .....	43
II-6 - 2-2 Débit d'exhaure des batardeaux plans sans fouille dans un milieu semi infini.....	47
II-6-3 Débit d'exhaure des batardeaux plans avec fouille.....	49
<b>II-7 CONCLUSION.....</b>	<b>54</b>

# SOMMAIRE

## DEUXIEME PARTIES : ETUDE NUMERIQUE

### CHAPITRE III

#### LE CODE NUMERIQUE

III-1 INTRODUCTION.....	56
III-2 ATTRIBUTS D'UN ELEMENT FINI .....	57
III-3 MAILLAGE D'ELEMENTS FINIS DE MASSIF .....	58
III-4 UTILISATION DE LA METHODE DES ELEMENTS FINIS EN ECOULEMENT	
PERMANENT.....	58
III-4-1 Matrice d'écoulement.....	58
III-4-1-1 Détermination des termes de la matrice d'écoulement.....	58
III-4-1-1-1 Formulation basée sur la fonction potentielle.....	59
III-4-1-1-2 Forme variationnelle.....	59
III-5 ELEMENT QUADRILATERE Q4 .....	62
III-6 ELEMENT TRIANGULAIRE A TROIS NŒUDS .....	65
III-7 MATRICE D'ECOULEMENT GLOBALE (ASSEMBLAGE).....	67
III-8 CONDITIONS AUX LIMITES.....	69
III-9 PRESENTATION DU LOGICIEL EAUSOL.....	70
III-10 CREATION DES FICHIERS DONNES DU LOGICIEL EAUSOL.....	71
III-11 DESCRIPTION DES NŒUDS DEFINISSANT LES NŒUDS DE LA	
SURFACE- FRONTIERE.....	77
III-12 CONCLUSION.....	78

### CHAPITRE IV

#### EXPÉRIMENTATION NUMERIQUE ET INTERPRETATION DES RESULTATS

IV-1 INTRODUCTION.....	79
IV-2 CAS ETUDIES.....	80
IV-3 MAILLAGE ET CONDITIONS AUX LIMITES.....	81
IV-4 DEBIT D'EXHAURE DES BATARDEAUX PLANS SANS FOUILLE .....	82
IV-4 -1 Débit d'exhaure des batardeaux plans sans fouille dans un milieu fini.....	82

# SOMMAIRE

<b>IV-4-2 Débit d'exhaure des batardeaux plans sans fouille dans un milieu semi infini .....</b>	<b>87</b>
<b>IV-4-3 Comparaison avec les résultats existants .....</b>	<b>88</b>
IV-4-3-1 Milieu fini .....	88
IV-4-3-2 Milieu semi infini .....	95
<b>IV-5 DEBIT D'EXHAURE DES BATARDEAUX PLANS AVEC FOUILLE.....</b>	<b>98</b>
<b>IV-5-1 Débit d'exhaure des batardeaux plans avec fouille dans un milieu fini.....</b>	<b>98</b>
<b>IV-5-2 Débit d'exhaures des batardeaux plans avec fouille dans un milieu semi infini .....</b>	<b>104</b>
<b>IV-5-3 Comparaison avec les résultats existants.....</b>	<b>106</b>
IV-5-3-1 Milieu fini .....	106
IV-5-3-2 Milieu semi infini.....	109
<b>IV-6 GRADIENT DE SORTIE DANS LES BATARDEAUX PLANS SANS FOUILLE.....</b>	<b>112</b>
<b>IV-6-1 Gradient de sortie dans les batardeaux plans sans fouille dans un milieu fini.....</b>	<b>112</b>
<b>IV-6-2 Gradient de sortie dans les batardeaux plans sans fouille dans un milieu semi infini.....</b>	<b>113</b>
<b>IV-7 GRADIENT DE SORTIE DANS LES BATARDEAUX PLANS AVEC FOUILLE.....</b>	<b>113</b>
<b>IV-7-1 Gradient de sortie dans les batardeaux plans avec fouille dans un milieu fini.....</b>	<b>113</b>
<b>IV-7-2 Gradient de sortie dans les batardeaux plans avec fouille dans un milieu semi-infini.</b>	<b>114</b>
<b>IV-8 CALCUL PRATIQUE DE GRADIENT MOYEN ET GRADIENT DE SORTIE.....</b>	<b>115</b>
<b>IV-8-1 Calcul du gradient moyen .....</b>	<b>116</b>
<b>IV-8-2 Calcul du gradient de sortie.....</b>	<b>116</b>
<b>IV-9 CONCLUSION .....</b>	<b>118</b>
<b>CONCLUSION GENERALE.....</b>	<b>121</b>
<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....</b>	<b>124</b>