

Université Mohamed Khider – Biskra
Faculté des Sciences et de la technologie
Département : Génie Mécanique
Ref :



جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم و التكنولوجيا
قسم: الهندسة الميكانيكية
المرجع:

Thèse présentée en vue de l'obtention
du diplôme de
Doctorat LMD en Génie Mécanique

Spécialité : Matériaux et structures

**Etude Expérimentale et Numérique du Comportement des Plaques
Trouées en Matériaux Composites**

Présentée par :
Rabia BOUBEKER

Soutenue publiquement le 23 Mai 1016

Devant le jury composé de :

Pr. TATI Abdelouahab	Professeur	Président	Université de Biskra
Pr. HECINI Mabrouk	Professeur	Rapporteur	Université de Biskra
Pr. BRIOUA Mourad	Professeur	Examineur	Université de Batna 2
Dr. MANAA Rabah	Maitre de Conférences 'A'	Examineur	Université de Batna 2
Dr. DERFOUF Semch-Eddine	Maitre de Conférences 'A'	Examineur	Université de Biskra

إهداء

أهدي هذا العمل المتواضع
إلى جدي المجاهد عبد الرحمن بوبكر الله يرحمه
الذي كان لنا كل بمثابة الأب و المثال والنموذج الرائع في القدوة الحسنة
وكذلك إلى جدي الغالية خديجة الله يرحمها التي منحتنا الكثير...
والتي لم تخطئ علي يوماً بشئ.

Remerciements

Je remercie Dieu tout-puissant, que m'a donné l'ambition et m'a dirigé sur mon chemin.

*Je tiens à exprimer mes vifs remerciements à mon encadreur **Mr. Hecini Mabrouk**, Professeur au département de génie mécanique, Faculté de sciences et technologie, Université de Mohamed Khider-Biskra et Directeur du laboratoire de génie mécanique, pour son aide et ses orientations durant la réalisation de ce travail.*

*Je tiens à remercier Professeur **Tati Abdelouahab** qui ; malgré ses multiples occupations ; a accepté de présider le jury de ce mémoire. Mes vifs remerciements aussi pour Professeur **BRIOUA Mourad**, Docteur **MANAA Rabah** et Docteur **DERFOUF Semcheddine** d'avoir accepté d'examiner mon travail.*

*Je remercie également tous les membres du laboratoire de génie mécanique **LGM** des enseignants et des étudiants de mes collègues.*

*Et Je remercie également le propriétaire de la société de fabrication des bateaux de pêche à Annaba **ZIMOCHE salim** qui m'a donné aider dans la fabrication les panneaux en matériaux composite.*

*Enfin, je remercie en particulier ma famille (Hania, Meriaem, Samira, Ryad, Foufien, Aya, Mouhamed, Malak et Abed Errahman) et plus précisément ma mère **Tata** et mon père baba **Moustafa** qui m'ont encouragée tout au long de mes études.*

*Je n'oublie pas mes amies pour leur amitié et encourage **ISSASFA Ibrahim**, **RAHMAN hafide** et **BOUAKBA Moustafa**.*

Résumé

La présence des singularités géométriques dans les structures telles que les trous est une nécessité technologique pour des besoins mécaniques comme l'assemblage des pièces et les canalisations. Cette présence peut conduire à un affaiblissement de la structure en raison de l'augmentation locale de la contrainte. Ce phénomène, appelé concentration des contraintes, peut provoquer l'endommagement des structures métalliques ou composites et influe négativement sur leur sécurité. Dans cette ensemble d'études analytiques, numériques et expérimentales nous présentons l'effet de la présence des trous circulaire et elliptique sur le comportement mécanique des plaques en matériaux composites. Il s'agit de déterminer la distribution des contraintes autour et loin du trou sous les sollicitations de traction, compressions et cisaillement. L'étude est focalisée sur la détermination du facteur de concentration des contraintes qui est considéré comme un inducteur de l'augmentation locale de la contrainte due à la présence du trou. Une étude paramétrique a été menée pour mettre en évidence l'effet de quelques paramètres tels que la taille du trou, l'orientation des fibres, le rapport d'anisotropie, et le type de chargement sur le facteur de concentration des contraintes.

Mots-clés : Matériau composite, Comportement des plaques trouées, Distribution des contraintes, Facteur de concentration des contraintes (FCC).

Abstract

The existence of geometrical singularities like holes in substructures is a technological need for mechanical requirements such as assembly of parts and pipes. The presence of holes can lead to a weakening of the structure, as a consequence of the increase in the local stress. This phenomenon, known as stress concentration, causes damage to the metallic or composite structures and affects negatively their safety. In these analytical and numerical and experimental study outlines the effect of the presence of circular and elliptical hole on the mechanical behavior of isotropic and composite plates. This is to determine the stress distribution around and away from the hole under tensile stress, compression and shear. The study focused on determining the stress concentration factor, which is considered as an inducer of the local increase of the stress due to the presence of the hole. A parametric study was also undertaken to highlight the effect of some parameter such as hole size, fiber orientation, the anisotropy ratio, and loading type on the stress concentration factor.

Keys-words: Composite material, Behavior of the plates with holes, Stress distribution, Stress concentration factor (SCF).

ملخص

إن تواجد الأشكال الهندسية في الهياكل مثل الثقوب ضروري في التكنولوجيا لاحتياجات ميكانيكية مثل تجميع القطع وتوفير قنوات للتمرير. تواجد هذه الثقوب يسبب الضعف والهشاشة في بنايات الهياكل والذي يفسر زيادة الإجهادات الموضعية. هذه الظاهرة تعرف بظاهرة تكديس الإجهادات التي تسبب أضرار في بنايات المواد المركبة والمعدنية والتي تؤثر سلبا على سلامتها. في هذه الدراسة النظرية و العددية و التطبيقية نعرض تأثير تواجد نوعين من الثقوب الدائرية و الإهليلجية الشكل على السلوك الميكانيكي للصفائح المواد المركبة. هذا يستوجب إيجاد توزع الإجهادات حول الثقب وعلى بعد منه , تحت تأثير عدة أحمال مثل الشد والضغط و القص. وركزنا في هذه الدراسة على إيجاد معامل تركيز الإجهادات الذي يعتبر المعامل المحدد و الأساسي لإرتفاع الاجهادات الموضعية. وقد أجريت الدراسة لإظهار تأثير بعض العوامل مثل حجم الثقب, اتجاه الألياف, ونسبة التباين, و نوع تطبيق الحمل على هذا العامل.

الكلمات المفتاحية: المواد المركبة, سلوك الصفائح المثقوبة, توزع الإجهادات, معامل تكديس الإجهادات.

Table des matières

Remerciements	
Résumé	
Table des matières	
Liste des figures	
Liste des tableaux	
Liste des abréviations	
Principaux notations et symboles	
Introduction générale	1
 Chapitre I : Présentation générale des matériaux composites 	
I.1. Définition des matériaux composites.....	4
I.2. Avantage des matériaux composites.....	4
I.3. Les constituants d'un matériau composites.....	5
I.3.1. Les renforts.....	5
I.3.2. Les matrices.....	10
I.3.3. Les additifs.....	12
I.4. Architecture des matériaux composites.....	12
I.4.1. Stratifiés à base de tissus unidirectionnels.....	12
I.4.2. Les sandwich.....	13
I.5. Mise en œuvre des matériaux composites.....	14
I.5.1. Moulage par Bass compression.....	14
I.5.2. Moulage par compression.....	17
I.6. Domaine d'application des matériaux composites.....	21
I.6.1. Secteur aéronautique.....	21
I.6.2. Secteur Spatial.....	22
I.6.3. Les composites dans l'industrie automobile.....	22
I.6.4. Matériaux composites anticorrosion dans l'industrie.....	23
I.6.5. Le secteur des travaux publics et bâtiments.....	24
I.6.6. Secteur médical.....	24
I.6.7. Secteur énergie renouvelable.....	25
I.6.8. Secteur sport.....	25
I.6.9. Secteur d'électricité et d'électronique : supports de circuits imprimés.....	26
I.7. Le perçage des matériaux composites.....	28
I.7.1. Type du perçage des matériaux composites.....	28
I.7.2. Les outils de perçage des matériaux composites.....	31
I.7.3. Défauts du perçage des matériaux composites.....	34
I.7.4. Les conditions de coupe optimales choisie pour perçage les matériaux composites.....	35

Chapitre II : Comportement élastique des matériaux composites

II.1 Loi de Hooke généralisée.....	37
II.1.1 Matériaux monocliniques.....	38
II.1.2 Matériaux orthotropes.....	38
II.1.3 Matériaux isotropes.....	40
II.1.4 Matériaux isotropes transverses	40
II.1.5 Matériaux quasi isotropes transverses.....	41
II.1.6 Matériaux quasi isotropes.....	41
II.2 Caractéristiques mécaniques du mélange renfort-matrice.....	41
II.3 Comportement des monocouches.....	44
II.3.1 Comportement mécanique dans les directions d'orthotropes.....	44
II.3.2 Modules d'élasticité et coefficient de Poisson du pli tissu.....	45
II.3.3 Modules d'élasticité et coefficient de Poisson du pli renforcé avec des mats.....	46
II.3.4 Comportement mécanique dans des directions quelconques.....	46
II.3.5 Résistance à la rupture d'un pli UD dans une direction quelconque.....	48
II.4 Lois de comportement des stratifiées.....	48
II.4.1 Champ des déformations.....	49
II.4.2 Expression du champ des contraintes	51
II.4.3 Efforts généralisés.....	52
II.4.4 Equation du comportement mécanique d'un stratifié.....	54

Chapitre III : Formulation analytique du comportement des plaques trouées en matériaux composites

III.1. Etude du comportement des plaques trouées en matériaux isotrope.....	57
III.1.1 Etude du comportement des plaques munies d'un trou circulaire.....	57
III.1.2 Etude du comportement des plaques isotrope munies d'un trou elliptique.....	64
III.2 Etude du comportement des plaques trouées en matériaux composites.....	69
III.2.1 Etude du comportement des plaques composites munies d'un trou circulaire.....	70
III.2.2 Etude de comportement dans une plaque composite avec trou elliptique.....	83
III.2.3 Effet du chargement biaxial sur la variation du facteur de concentration des contraintes.....	89

Chapitre IV : Analyse analytique et numérique du comportement des plaques trouées en matériaux composites

IV.1 Etude du comportement des plaques isotropes munies de trou circulaire.....	93
IV.1.1 Modélisation par la méthode des éléments finis.....	93

IV.1.2. Distribution du facteur de concentration des contraintes au bord du trou.....	94
IV.1.3 Effet de la distance relative $\rho = r/R$ sur le facteur de concentration des contraintes.....	97
IV.1.4 Effet de la taille du trou sur le facteur de concentration des contraintes.....	99
IV.1.5 Effet du chargement biaxial sur le facteur de concentration des contraintes.....	99
IV.2. Etude du comportement des plaques isotropes munies du trou elliptique.....	101
IV.2.1 Effet de la taille du trou elliptique sur le facteur de concentration des contraintes pour une plaque isotrope finie.....	104
IV.2.2 Effet du changement biaxial sur le facteur de concentration des contraintes.....	107
IV.3. Etude du comportement des plaques en matériaux composites munies de trou circulaire.....	117
IV.3.1. Modélisation par la méthode des éléments finis.....	117
IV.3.2. Effet de l'orientation des fibres sur le facteur de concentration des contraintes (FCC).....	118
IV.3.3 Variation du facteur de concentration des contraintes dans la direction du chargement.....	120
IV.3.4. Distribution du facteur de concentration des contraintes au bord de trou.....	122
IV.3.5. Effet de chargement de cisaillement sur le facteur de concentration des contraintes....	124
IV.3.6. Effet du rapport d'anisotropie (E_1/E_2) sur le facteur de concentration des contraintes..	126
IV.3.7. Effet de la taille du trou circulaire sur le facteur de concentration des contraintes.....	129
IV.3.8. Effet du chargement biaxial sur le facteur de concentration des contraintes pour une plaque finie.....	130
IV.4. Etude du comportement des plaques en matériaux composites munie de trou elliptique.....	134
IV.4.1. Distribution du facteur de concentration des contraintes suivant les axes du trou elliptique.....	134
IV.4.2. Effet de l'orientation des fibres sur la distribution du facteur de concentration des contraintes.....	137
IV.4.3. Distribution du facteur de concentration des contraintes au bord du trou elliptique....	143

Chapitre V: Etude expérimentale du comportement des plaques trouées en matériaux composites

V.1 Fabrication des plaques en matériau composite polyester et fibre de verre.....	151
V.2 Fabrication des éprouvettes en matériaux composites.....	152
V.3. Détermination du taux de fibre.....	153
V.4 Essais mécaniques sur les éprouvettes en matériaux composites (traction).....	154
V.5. Etude du comportement mécanique des éprouvettes composites munies d'un trou circulaire....	157
V.5.1 Effet de la taille du trou circulaire sur la contrainte à la rupture des matériaux.....	157
V.5.2 Distance caractéristique d_0 (mm).....	159

V.5.3 Analyse du champ de déplacements et de déformations par la technique de corrélation des images numériques (DIC).....	162
V.6 Etude du comportement des plaques composites munies d'un trou elliptique.....	168
V.6.1. Effet de la taille de trou elliptique (a/b) sur la contrainte à la rupture des matériaux étudiés.....	168
V.6.2. Mesure du champ des déplacements et les déformations dans les plaques composites munies des trous elliptiques.....	171
Conclusion Générale et perspectives.....	176
Références bibliographiques.....	181
Annexes.....	185

Liste des figures

Chapitre I : Présentation générale des matériaux composites

Figure 1.1 : Différents types de renforts	5
Figure 1.2 : Bobine de fibre verre.....	6
Figure 1.3 : Bobine de fibre carbone.....	7
Figure 1.4 : Bobine de fibre d'aramide.....	8
Figure 1.5 : Tissu de mèches de carbone (A), tissu taffetas de verre (B) et rouleau de mat de verre (C)	9
Figure 1.6 : Différents types de matrices.....	10
Figure 1.7 : Constitution d'un stratifié.....	12
Figure 1.8 : Nid d'abeilles.....	13
Figure 1.9 : Matériaux sandwiches à âmes pleines.....	13
Figure 1.10 : Matériaux sandwiches à âmes creuses.....	13
Figure 1.11 : Principe de moulage au contact.....	15
Figure 1.12 : Principe du moulage par projection simultanée	16
Figure 1.13 : Principe du moulage sous vide.....	17
Figure 1.14 : Principe du moulage injection de résine.....	17
Figure 1.15 : Principe du moulage par compression à froid de résine.....	18
Figure 1.16 : Principe du Moulage par compression à chaud de résine	18
Figure 1.17: Principe du moulage par injection de mélange (résine renfort).....	19
Figure 1.18 : Principe de moulage par pultrusion.....	19
Figure 1.19 : Principe de fabrication d'un tuyau par centrifugation	20
Figure 1.20 : Principe du moulage par enroulement filamentaire	21
Figure 1.21 : Pièces composites sur l'avion Airbus-A380.....	22
Figure 1.22 : Présence des matériaux composites sandwiches dans les lanceurs	22
Figure 1.23 : Canalisation époxyde/verre et système de raccordement vissé	23
Figure 1.24: Renforcement des ouvrages en béton, vue intérieure d'un pont	24
Figure 1.25 : Application des matériaux composites dans le secteur médical.....	24
Figure 1.26 : Application des matériaux composites dans l'énergie éolienne	25
Figure 1.27 : Pièces de sports et loisirs en matériaux composites.....	26
Figure 1.28 : Répartitions les secteurs d'applications les matériaux composites.....	27
Figure 1.29 : Perçage par jet d'eau haute pression.....	30
Figure 1.30 : Perçage par laser.....	30
Figure 1.31 : Outils à aciers rapide.....	31
Figure 1.32 : Outils à carbures de tungstène.....	32

Figure 1.33 : Outils à nitrures de bore cubiques	32
Figure 1.34 : Types des Outils à diamant.....	33
Figure 1.35 : Autre type des forêts.....	34
Figure 1.36 : Micrographies faisant apparaître les différents défauts de perçage dans une plaque épaisse.....	35

Chapitre II : Comportement élastique des matériaux composites

Figure 2.1 : Représentation des trois plans de symétrie d'un matériau orthotrope.....	38
Figure 2.2 : Structure élémentaire d'un matériau composite unidirectionnel.....	42
Figure 2.3 : Cisaillement longitudinal d'une plaque unidirectionnelle.....	43
Figure 2.4 : Repère de monocouche (pli UD).....	44
Figure 2.5 : Couche d'un matériau orthotrope.....	47
Figure 2.6 : présentation des n couches du stratifié.....	49
Figure 2.7 : Schématisation des déformations dans le cas de la théorie classique des stratifiés.....	50

Chapitre III : Formulation analytique du comportement des plaques trouées en matériaux composites

Figure 3.1 : Traction d'une plaque isotrope élastique munie d'un trou circulaire.....	58
Figure 3.2 : Présentation schématique des différentes contraintes (contraintes tangentiel $\sigma_{\theta\theta}$, contrainte radial σ_r , contrainte de cisaillement $\sigma_{r\theta}$).....	59
Figure 3.3 : Plaque munie d'un trou elliptique et soumise à une sollicitation de traction d'intensité σ^∞ inclinée d'un angle β par rapport au grand axe de l'ellipse.....	64
Figure 3.4 : Cas d'une sollicitation perpendiculaire au grand axe de l'ellipse $\beta = \pi/2$	65
Figure 3.5 : Cas d'une sollicitation parallèle au grand axe de l'ellipse ($\beta = 0^0$).....	66
Figure 3.6 : Plaque orthotrope unidirectionnelle avec un trou circulaire.....	74
Figure 3.7: Plaque orthotrope avec un trou circulaire chargée transversalement par rapport à la direction des fibres.....	75
Figure 3.8: Plaque orthotrope chargée par une contrainte de cisaillement uniforme.....	75
Figure 3.9 : Plaque orthotrope chargée par une contrainte de cisaillement uniforme avec l'orientation des fibres parallèle.....	76
Figure 3.10 : Plaque orthotrope unidirectionnelle avec un trou circulaire.....	76
Figure 3.11 : Traction d'une plaque orthotrope élastique munie d'un trou circulaire.....	77
Figure 3.12 : Cisaillement d'une plaque orthotrope élastique munie d'un trou circulaire.....	80
Figure 3.13: Traction des plaques composites avec et sans trou.....	80
Figure 3.14 : Critères du point de contrainte "point stress"	82

Figure 3.15 : Critère "average stress" (contrainte moyenne)	83
Figure 3.16 : Traction d'une plaque composite avec un trou elliptique.....	84
Figure 3.17 : Traction d'une plaque composite trouée cas de la sollicitation parallèle au grand axe de l'ellipse ($\beta = 0^\circ$).....	85
Figure 3.18 : Plaque orthotrope avec trou circulaire soumise à un chargement biaxial.....	89

Chapitre IV : Analyse analytique et numérique du comportement des plaques trouées en matériaux composites.

Figure 4.1 : Plaque avec un trou circulaire centré soumise à la sollicitation de traction.....	92
Figure 4.2 : Plaque avec trou elliptique soumise à la sollicitation de traction orientée d'angle β par rapport au grand axe elliptique.....	92
Figure 4.3: Plaque avec trou circulaire soumise à un chargement biaxial.....	93
Figure 4.4: Géométrie de l'élément PLANE 183.....	94
Figure 4.5 : Modèle géométrique d'éléments finis de la plaque trouée.....	94
Figure 4.6 : Variation du FCC au bord du trou circulaire en traction.....	94
Figure 4.7 : Variation du FCC au bord du trou circulaire en compression.....	95
Figure 4.8 : Variation du FCC au bord du trou circulaire en cisaillement.....	95
Figure 4.9 : Distribution du FCC au bord du trou circulaire en sollicitation de traction.....	96
Figure 4.10 : Distribution du FCC au bord du trou circulaire en sollicitation de compression.....	96
Figure 4.11 : Distribution du FCC au bord du trou circulaire en sollicitation de cisaillement.....	96
Figure 4.12 : Variation du FCC en sollicitation de traction, pour ($\alpha = 0$) et ($\alpha = \pi/2$) en fonction de la distance relative $\rho = r/R$	97
Figure 4.13 : Variation du FCC en sollicitation de compression, pour ($\alpha = 0$) et ($\alpha = \pi/2$) en fonction de la distance relative $\rho = r/R$	98
Figure 4.14 : Variation du FCC en fonction du rapport de diamètre du trou sur la largeur de la plaque (D/W).....	99
Figure 3.15 : Variation du FCC en fonction du rapport biaxial ($\lambda = q/p$) pour les deux emplacements A et B.....	100
Figure 4.16 : Variation du FCC en fonction de l'angle de sollicitation de traction β pour le rapport elliptique $a/b = 2$	101
Figure 4.17 : Distribution du FCC pour un angle de sollicitation de traction $\beta = 0^\circ$ et un rapport elliptique $a/b = 2$	101
Figure 4.18 : Variation du FCC en fonction de l'angle de sollicitation de traction β pour le rapport elliptique $a/b = 3$	102
Figure 4.19 : Distribution du FCC pour un angle de sollicitation de traction $\beta = 30^\circ$ et un rapport elliptique $a/b = 3$	102

Figure 4.20 : Variation du FCC en fonction de l'angle de sollicitation de traction β pour le rapport elliptique $a/b = 4$	102
Figure 4.21 : Distribution du FCC pour un angle de sollicitation de traction $\beta = 45^\circ$ et un rapport elliptique $a/b = 4$	103
Figure 4.22 : Variation du FCC en fonction de l'angle de sollicitation de traction β pour le rapport elliptique $a/b = 5$	103
Figure 4.23 : Distribution du FCC pour un angle de sollicitation de traction $\beta = 60^\circ$ et un rapport elliptique $a/b=5$	103
Figure 4.24 : Variation du FCC en fonction de l'angle de sollicitation de traction β pour le rapport elliptique $a/b = 10$	104
Figure 4.25 : Distribution du FCC pour un angle de sollicitation de traction $\beta = 90^\circ$ et un rapport elliptique $a/b = 10$	104
Figure 4.26: Plaque isotrope de largeur finie avec un trou elliptique soumise à un chargement de traction ($\beta=\pi/2$).....	105
Figure 4.27 : Variation du FCC pour le rapport elliptique $a/b = 2$	105
Figure 4.28 : Variation du FCC pour le rapport elliptique $a/b = 3$	106
Figure 4.29 : Variation du FCC pour le rapport elliptique $a/b = 4$	106
Figure 4.30 : Variation du FCC pour le rapport elliptique $a/b = 5$	106
Figure 4.31: Variation du FCC pour le rapport elliptique $a/b = 10$	107
Figure 4.32: Plaque isotrope soumise au chargement biaxial avec un trou elliptique perpendiculaire à l'axe du chargement p ($\beta=\pi/2$).....	108
Figure 4.33: Variation du FCC en fonction du rapport biaxial $\lambda = q/p$ pour les deux emplacements A et B pour le rapport elliptique $a/b = 2$	108
Figure 4.34 : Variation du FCC en fonction du rapport biaxial $\lambda = q/p$ pour les deux emplacements A et B pour le rapport elliptique $a/b = 3$	109
Figure 4.35 : Variation du FCC en fonction du rapport biaxial $\lambda = q/p$ pour les deux emplacements A et B pour le rapport elliptique $a/b = 4$	109
Figure 4.36: Variation du FCC en fonction du rapport biaxial $\lambda = q/p$ pour les deux emplacements A et B pour le rapport elliptique $a/b = 5$	109
Figure 4.37: Variation du FCC en fonction du rapport biaxial $\lambda = q/p$ pour les deux emplacements A et B pour le rapport elliptique $a/b = 6$	110
Figure 4.38 : Variation du FCC en fonction du rapport biaxial $\lambda = q/p$ pour les deux emplacements A et B pour le rapport elliptique $a/b = 7$	110
Figure 4.39: Variation du FCC en fonction du rapport biaxial $\lambda = q/p$ pour les deux emplacements A et B pour le rapport elliptique $a/b = 8$	110
Figure 4.40 : Variation du FCC en fonction du rapport biaxial $\lambda = q/p$ pour les deux emplacements A et B pour le rapport elliptique $a/b = 9$	111

Figure 4.41: Variation du FCC en fonction du rapport biaxial $\lambda = q/p$ pour les deux emplacements A et B pour le rapport elliptique $a/b = 10$	111
Figure 4.42: Plaque isotrope soumise au chargement biaxial avec un trou elliptique parallèle à l'axe du chargement p ($\beta=0^\circ$).....	112
Figure 4.43 : Variation du FCC en fonction du rapport biaxial $\lambda = q/p$ pour les deux emplacements A et B avec un rapport elliptique $a/b=2$	112
Figure 4.44 : Variation du FCC en fonction du rapport biaxial $\lambda = q/p$ pour les deux emplacements A et B avec un le rapport elliptique $a/b=3$	113
Figure 4.45 : Variation du FCC en fonction du rapport biaxial $\lambda = q/p$ pour les deux emplacements A et B avec un rapport elliptique $a/b=4$	113
Figure 4.46: Variation du FCC en fonction du rapport biaxial $\lambda = q/p$ pour les deux emplacements A et B avec un rapport elliptique $a/b=5$	113
Figure 4.47: Variation du FCC en fonction du rapport biaxial $\lambda = q/p$ pour les deux emplacements A et B avec un rapport elliptique $a/b=6$	114
Figure 4.48 : Variation du FCC en fonction du rapport biaxial $\lambda = q/p$ pour les deux emplacements A et B avec un rapport elliptique $a/b=7$	114
Figure 4.49: Variation du FCC en fonction du rapport biaxial $\lambda = q/p$ pour les deux emplacements A et B avec un rapport elliptique $a/b = 8$	114
Figure 4.50 : Variation du FCC en fonction du rapport biaxial $\lambda = q/p$ pour les pour les deux emplacements A et B avec un rapport elliptique $a/b = 9$	115
Figure 4.51: Variation du FCC en fonction du rapport biaxial $\lambda = q/p$ pour les deux emplacements A et B avec un rapport elliptique $a/b = 10$	115
Figure 4.52 : Géométrie de l'élément (plane 82).....	117
Figure 4.53 : Modèle géométrique de l'élément finis de la plaque orthotrope trouée.....	118
Figure 5.54 : Variation du FCC en fonction d'orientation des fibres pour le matériau verre/époxyde.....	119
Figure 4.55 : Variation du FCC pour le matériau verre/époxyde en sollicitation de traction.....	120
Figure 4.56 : Variation du FCC pour le matériau Graphite/époxy en sollicitation de traction.....	121
Figure 4.57 : Variation du FCC pour le matériau Bore/époxy en sollicitation de traction.....	121
Figure 4.58 : Variation du FCC au bord du trou pour le matériau verre/époxyde en sollicitation de traction.....	122
Figure 4.59 : Variation du FCC au bord du trou pour le matériau Graphite/époxy en sollicitation de traction.....	122
Figure 4.60 : Variation du FCC au bord du trou pour le matériau Bore/époxy en sollicitation de traction.....	123
Figure 4.61: Distribution du FCC pour une orientation des fibres égale à 0° pour le matériau verre/époxyde en sollicitation de traction.....	123

Figure 4.62 : Distribution du FCC pour une orientation des fibres égale à 60° pour le matériau Graphite/époxy en sollicitation de traction.....	123
Figure 4.63 : Distribution du FCC pour une orientation des fibres égales à 90° pour le matériau Bore/époxy en sollicitation de traction.....	124
Figure 4.64 : Variation du FCC au bord du trou pour le matériau verre/époxyde en sollicitation de cisaillement.....	125
Figure 4.65 : Variation du FCC au bord du trou pour le matériau Graphite/époxy en sollicitation de cisaillement.....	125
Figure 4.66 : Variation du FCC au bord du trou pour le matériau Bore/epoxy en sollicitation de cisaillement.....	125
Figure 4.67 : Variation du FCC au bord du trou pour différentes valeurs de rapport d'anisotropie (E_1/E_2) pour le matériau verre/époxyde en sollicitation de traction. [Configuration de 0°].....	126
Figure 4.68 : Variation du FCC au bord du trou pour différentes valeurs du rapport d'anisotropie (E_1/E_2) pour le matériau verre/époxyde en sollicitation de traction. [Configuration de 90°].....	127
Figure 4.69 : Variation du FCC au bord du trou avec différentes valeurs du rapport d'anisotropie (E_1/E_2) de verre/époxyde en sollicitation de cisaillement pour l'orientation des fibres 0°	128
Figure 4.70 : Variation du FCC au bord du trou avec différentes valeurs du rapport d'anisotropie (E_1/E_2) de verre/époxyde en sollicitation de cisaillement pour l'orientation des fibres 30°	128
Figure 4.71 : Variation du FCC au bord du trou avec différentes valeurs du rapport d'anisotropie (E_1/E_2) de verre/époxyde en sollicitation de cisaillement pour l'orientation des fibres 45°	128
Figure 4.72 : Variation du FCC au bord du trou avec différentes valeurs du rapport d'anisotropie (E_1/E_2) de verre/époxyde en sollicitation de cisaillement pour l'orientation des fibres 60°	128
Figure 4.73 : Variation du FCC au bord du trou avec différentes valeurs du rapport d'anisotropie (E_1/E_2) de verre/époxyde en sollicitation de cisaillement pour l'orientation des fibres 90°	128
Figure 4.74 : Variation du FCC en fonction du rapport de diamètre de trou sur la largeur de la plaque (D/W) pour le matériau verre époxyde.....	130
Figure 4.75 : Plaque orthotrope avec trou circulaire soumise à un chargement biaxial.....	130
Figure 4.76 : Variation du FCC en fonction du rapport biaxial ($\lambda = q/p$) localisé au point A pour le matériau verre époxyde.....	131
Figure 4.77 : Variation du FCC en fonction du rapport biaxial ($\lambda = q/p$) localisé au point B pour le matériau verre époxyde.....	131
Figure 4.78 : Variation du FCC en fonction de la distance relative de la plaque ($\rho = y/R$) pour l'orientation des fibres 0° pour le matériau verre époxyde.....	132
Figure 4.79 : Variation du FCC en fonction de la distance relative de la plaque ($\rho = y/R$) pour l'orientation des fibres 30° pour le matériau verre époxyde.....	132
Figure 4.80 : Variation du FCC en fonction de la distance relative de la plaque ($\rho = y/R$) pour l'orientation des fibres 45° pour le matériau verre époxyde.....	133

Figure 4.81 : Variation du FCC en fonction de la distance relative de la plaque ($\rho = y/R$) pour l'orientation des fibres 60° pour le matériau verre époxyde.....	133
Figure 4.82 : Variation du FCC en fonction de la distance relative de la plaque ($\rho = y/R$) pour l'orientation des fibres 90° pour le matériau verre époxyde.....	133
Figure 4.83 : Distribution du FCC suivant le petit axe en sollicitation de traction parallèle au grand axe de l'ellipse pour différents rapports elliptiques (a/b).....	135
Figure 4.84: Distribution du FCC suivant le petit axe en sollicitation de traction perpendiculaire aux grand axe de l'ellipse pour différents rapports elliptiques (a/b).....	135
Figure 4.85: Distribution du FCC suivant le grand axe en sollicitation de traction parallèle aux grand axe de l'ellipse pour différents rapports elliptiques (a/b).....	136
Figure 4.86 : Distribution du FCC suivant le grand axe en sollicitation de traction perpendiculaire aux grand axe de l'ellipse pour différents rapports elliptiques (a/b).....	136
Figure 4.87: Variation du FCC suivant le petit axe en sollicitation de traction parallèle au grand axe de l'ellipse pour l'orientation des fibres égal à 0°	137
Figure 4.88 : Variation du FCC suivant le petit axe en sollicitation de traction parallèle au grand axe de l'ellipse pour l'orientation des fibres égal à 30°	137
Figure 4.89: Variation du FCC suivant le petit axe en sollicitation de traction parallèle au grand axe de l'ellipse pour l'orientation des fibres égal à 45°	137
Figure 4.90: Variation du FCC suivant le petit axe en sollicitation de traction parallèle au grand axe de l'ellipse pour l'orientation des fibres égal à 60°	137
Figure 4.91: Variation du FCC suivant le petit axe en sollicitation de traction parallèle au grand axe de l'ellipse pour l'orientation des fibres égal à 90°	138
Figure 4.92 : Variation du FCC suivant le petit axe en sollicitation de traction perpendiculaire au grand axe de l'ellipse pour l'orientation des fibres égal à 0°	138
Figure 4.93 : Variation du FCC suivant le petit axe en sollicitation de traction perpendiculaire au grand axe de l'ellipse pour l'orientation des fibres égal à 30°	138
Figure 4.94 : Variation du FCC suivant le petit axe en sollicitation de traction perpendiculaire au grand axe de l'ellipse pour l'orientation des fibres égal à 45°	138
Figure 4.95 : Variation du FCC suivant le petit axe en sollicitation de traction perpendiculaire au grand axe de l'ellipse pour l'orientation des fibres égal à 60°	138
Figure 4.96 : Variation du FCC suivant le petit axe en sollicitation de traction perpendiculaire au grand axe de l'ellipse pour l'orientation des fibres égal à 90°	139
Figure 4.97 : Distribution du FCC en sollicitation de traction parallèle aux grand axe de l'ellipse pour l'orientation des fibres égal à 0° et le rapport elliptique $a/b=2$	140
Figure 4.98 : Distribution du FCC en sollicitation de traction parallèle aux grand axe de l'ellipse pour l'orientation des fibres égal à 30° et le rapport elliptique $a/b=3$	140

Figure 4.99: Distribution du FCC en sollicitation de traction parallèle aux grand axe de l'ellipse pour l'orientation des fibres égal à 45° et le rapport elliptique $a/b=4$	140
Figure 4.100 : Distribution du FCC en sollicitation de traction parallèle aux grand axe de l'ellipse pour l'orientation des fibres égal à 60° et le rapport elliptique $a/b=5$	141
Figure4.101: Distribution du FCC en sollicitation de traction parallèle aux grand axe de l'ellipse pour l'orientation des fibres égal à 90° et le rapport elliptique $a/b=10$	141
Figure 4.102:Distribution du FCC en sollicitation de traction perpendiculaire aux grand axe de l'ellipse pour l'orientation des fibres égal à 90° et le rapport elliptique $a/b=2$	141
Figure 4.103 : Distribution du FCC en sollicitation de traction perpendiculaire aux grand axe de l'ellipse pour l'orientation des fibres égal à 60° et le rapport elliptique $a/b=3$	142
Figure 4.104 : Distribution du FCC en sollicitation de traction perpendiculaire aux grand axe de l'ellipse pour l'orientation des fibres égal à 45° et le rapport elliptique $a/b=4$	142
Figure 4.105 : Distribution du FCC en sollicitation de traction perpendiculaire aux grand axe de l'ellipse pour l'orientation des fibres égal à 30° et le rapport elliptique $a/b=5$	142
Figure 4.106 : Distribution du FCC en sollicitation de traction perpendiculaire aux grand axe de l'ellipse pour l'orientation des fibres égal à 0° et le rapport elliptique $a/b=10$	143
Figure 4.107 : Variation du FCC maximale en fonction de l'orientation des fibres pour la sollicitation de traction parallèle au grand axe du trou elliptique ($\beta=0^\circ$).....	143
Figure 4.108: Variation du FCC maximale en fonction de l'orientation des fibres pour la sollicitation de traction perpendiculaire au grand axe du trou elliptique ($\beta=\pi/2$).....	144
Figure 4.109 : Distribution du FCC pour le rapport elliptique $a/b=2$ et l'angle de la en sollicitation de traction $\beta^\circ=30^\circ$, pour l'orientation des fibres $\theta=0^\circ$	148
Figure 4.110 : Distribution du FCC pour le rapport elliptique $a/b=3$ et l'angle de la en sollicitation de traction $\beta^\circ=30^\circ$, pour l'orientation des fibres $\theta=30^\circ$	148
Figure 4.111 : Distribution du FCC pour le rapport elliptique $a/b=4$ et l'angle de la en sollicitation de traction $\beta^\circ=30^\circ$, pour l'orientation des fibres $\theta=45^\circ$	148
Figure 5.112 : Distribution du FCC pour le rapport elliptique $a/b=5$ et l'angle de la en sollicitation de traction $\beta^\circ=30^\circ$, pour l'orientation des fibres $\theta=60^\circ$	148
Figure 4.113: Distribution du FCC pour le rapport elliptique $a/b=10$ et l'angle de la en sollicitation de traction $\beta^\circ=30^\circ$, pour l'orientation des fibres $\theta=90^\circ$	148
Figure 4.114 : Distribution du FCC pour le rapport elliptique $a/b=2$ et l'angle de la en sollicitation de traction $\beta^\circ=45^\circ$, pour l'orientation des fibres $\theta=0^\circ$	149
Figure 4.115 : Distribution du FCC pour le rapport elliptique $a/b=3$ et l'angle de la en sollicitation de traction $\beta^\circ=45^\circ$, pour l'orientation des fibres $\theta=30^\circ$	149
Figure 4. 116: Distribution du FCC pour le rapport elliptique $a/b=4$ et l'angle de la en sollicitation de traction $\beta^\circ=45^\circ$, pour l'orientation des fibres $\theta=45^\circ$	149

Figure 4.117 : Distribution du FCC pour le rapport elliptique $a/b=5$ et l'angle de la en sollicitation de traction $\beta^\circ=45^\circ$, pour l'orientation des fibres $\theta=60^\circ$	149
Figure 4.118 : Distribution du FCC pour le rapport elliptique $a/b=10$ et l'angle de la en sollicitation de traction $\beta^\circ=45^\circ$, pour l'orientation des fibres $\theta=90^\circ$	149
Figure 4.119 : Distribution du FCC pour le rapport elliptique $a/b=2$ et l'angle de la en sollicitation de traction $\beta^\circ=60^\circ$, pour l'orientation des fibres $\theta=0^\circ$	150
Figure 4.120: Distribution du FCC pour le rapport elliptique $a/b=3$ et l'angle de la en sollicitation de traction $\beta^\circ=60^\circ$, pour l'orientation des fibres $\theta=30^\circ$	150
Figure 4.121: Distribution du FCC pour le rapport elliptique $a/b=4$ et l'angle de la en sollicitation de traction $\beta^\circ=60^\circ$, pour l'orientation des fibres $\theta=45^\circ$	150
Figure 4.122: Distribution du FCC pour le rapport elliptique $a/b=5$ et l'angle de la en sollicitation de traction $\beta^\circ=60^\circ$, pour l'orientation des fibres $\theta=60$	150
Figure 4.123: Distribution du FCC pour le rapport elliptique $a/b=10$ et l'angle de la en sollicitation de traction $\beta^\circ=60^\circ$, pour l'orientation des fibres $\theta=90$	150

Chapitre V: Etude expérimentale du comportement des plaques trouées en matériaux composites

Figure 5.1 : Renfort en fibre de verre type «E» 450 g/m^2 , et préparation des plaques composites par méthode de moulage par contact.....	151
Figure 5.2 : Plaques moulées par contact : polyester/tissu (A), polyester/mats (B).....	152
Figure 5.3 : Machine de coupe.....	152
Figure 5.4 : Eprouvettes droites de traction avec les talons.....	153
Figure 5.5 : Usinage des éprouvettes de traction polyester /mats par la fraiseuse à commande numérique.....	153
Figure 5.6 : Essai de traction.....	154
Figure 5.7 : Courbe de contrainte / déformation longitudinale et transversale du matériau polyester renforcé par le mats.....	155
Figure 5.8 : Courbe contrainte/déformation longitudinale et transversale de matériau polyester /tissu d'orientations de $[0/90]_{5s}$	155
Figure 5.9 : Courbe contrainte / déformation longitudinale et transversale de matériau polyester renforcé par tissu d'orientations de $[\pm 45^\circ]_{5s}$	156
Figure 5.10 : Eprouvettes trouées en matériaux composites.....	157
Figure 5.11 : Variation de la contrainte la rupture en fonction du rapport (D/W) pour le matériau polyester renforcé par mats.....	158
Figure 5.12 : Variation de la charge à la rupture en fonction du rapport (D/W) pour le matériau de polyester renforcé par tissu d'orientations de $[0/90]_{5s}$	158
Figure 5.13 : Variation de la contrainte à la rupture en fonction du rapport (D/W) pour le matériau de polyester renforcé par tissu d'orientations de $[\pm 45]_{5s}$	158
Figure 5.14 : Rupture par traction des éprouvettes trouées.....	159
Figure 5.15 : La variation de la distance caractéristique d_0 (mm) en fonction du rapport (D/W).....	161

Figure 5.16: Masure des déplacements et la déformation par la technique de corrélation des images numériques.....	163
Figure 5.17 : Distribution des déplacements $V(y)$ (A) et les déformations verticales e_{yy} (B) dans une plaque munie d'un trou circulaire centré de diamètre 7,5 mm pour le matériau Polyester /mats.....	163
Figure 5.18: Distribution des déplacements verticale $V(y)$ (A) et les déformations verticales e_{yy} (B) dans une plaque munie d'un trou circulaire centré de diamètre de 10 mm pour le matériau polyester /tissu d'orientation de $[0/90^\circ]$	164
Figure 5.19 : Distribution des déplacements $V(y)$ (A) et les déformations verticales e_{yy} (B) dans une plaque munie d'un trou circulaire centré de diamètre 10 mm pour le matériau Polyester /tissu d'orientation de $[\pm 45^\circ]$	164
Figure 5.20: Variation de FCC pour le matériau polyester/mats.....	165
Figure 5.21 : Variation de FCC pour le matériau polyester/tissu d'orientation de $[0^\circ/90^\circ]_{5s}$	165
Figure 5.22: Variation de FCC pour le matériau polyester/tissu d'orientation de $[\pm 45]_{5s}$	166
Figure 5.23 : Facteur de concentration des contraintes pour le matériau polyester/mats.....	167
Figure 5.24: Facteur de concentration des contraintes pour matériau polyester/tissu.....	167
Figure 5.25 : Facteur de concentration des contraintes pour le matériau polyester/tissu d'orientation $[\pm 45]_{5s}$	167
Figure 5.26 : Essai de traction sur les éprouvettes mouchetées munie d'un trou elliptique en matériau composite.....	168
Figure 5.27 : Variation de la contrainte à la rupture en fonction du rapport elliptique (a/b) pour le matériau polyester/ mats avec sollicitation parallèle au grand axe de l'ellipse ($\beta = 0^\circ$).....	169
Figure 5.28: Variation de la contrainte à la rupture en fonction du rapport elliptique (a/b) pour le matériau polyester/ mats avec sollicitation perpendiculaire au grand axe de l'ellipse ($\beta = \pi/2$).....	169
Figure 5.29 : Variation de la contrainte à la rupture en fonction du rapport elliptique (a/b) pour le pour le matériau polyester /tissu d'orientations $[0/90]_{5s}$, avec sollicitation parallèle au grand axe de l'ellipse ($\beta = 0^\circ$).....	169
Figure 5.30: Variation de la contrainte à la rupture en fonction du rapport elliptique (a/b) pour le matériau polyester / tissu d'orientations $[0/90]_{5s}$, avec sollicitation perpendiculaire au grand axe de l'ellipse ($\beta = \pi/2$).....	169
Figure 5.31 : Variation de la contrainte à la rupture en fonction du rapport elliptique (a/b) pour le matériau polyester/ tissu d'orientations $[\pm 45]_{5s}$, avec sollicitation parallèle au grand axe de l'ellipse ($\beta = 0^\circ$).....	169
Figure 5.32: Variation de la contrainte à la rupture en fonction du rapport elliptique (a/b) pour le matériau polyester/ tissu d'orientations $[\pm 45]_{5s}$, avec sollicitation perpendiculaire au grand axe de l'ellipse ($\beta = \pi/2$).....	169
Figure 5.33 : Rupture des éprouvettes munis des trous elliptiques de différentes tailles pour le matériau polyester/mats.....	170
Figure 5.34: Rupture des éprouvettes munis des trous elliptiques de différentes tailles pour le matériau polyester/tissu d'orientation de $[0/90^\circ]$	170
Figure 5.35: Rupture des éprouvettes munis des trous elliptiques de différentes tailles pour le matériau polyester/tissu d'orientation de $[\pm 45^\circ]$	170
Figure 5.36 :Déplacements $V(y)$ (A) et les déformations verticales e_{yy} pour le matériau polyester /mats dans le cas d'une sollicitation de traction parallèle au grand axe de l'ellipse ($\beta = 0^\circ$).....	171

Figure 5.37: Déplacements $V(y)$ (A) et les déformations verticales e_{yy} pour le matériau polyester /mats dans le cas d'une sollicitation de traction perpendiculaire au grand axe de l'ellipse ($\beta = \pi/2$).....	171
Figure 5.38 : Déplacements verticale $V(y)$ et les déformations verticales e_{yy} pour le matériau polyester /tissu d'orientation de $[0/90^\circ]$, dans le cas d'une sollicitation de traction perpendiculaire au grand axe de l'ellipse ($\beta = \pi/2$).....	172
Figure 5.39 : Déplacements verticale $V(y)$ (A) et les déformations verticales e_{yy} pour le matériau polyester /tissu d'orientation de $[0/90^\circ]$, dans le cas d'une sollicitation de traction parallèle au grand axe de l'ellipse ($\beta = 0^\circ$).....	172
Figure 5.40 : Déplacements verticale $V(y)$ (A) et les déformations verticales e_{yy} pour le matériau polyester /tissu d'orientation de $[\pm 45^\circ]$, dans le cas d'une sollicitation de traction parallèle au grand axe de l'ellipse ($\beta = 0^\circ$).....	173
Figure 5.41 : Déplacements verticale $V(y)$ (A) et les déformations verticales e_{yy} pour le matériau polyester /tissu d'orientation de $[\pm 45^\circ]$, dans le cas d'une sollicitation de traction perpendiculaire au grand axe de l'ellipse ($\beta = \pi/2$).....	173
Figure 5.42: Variation de FCC en fonction du rapport elliptique (a/b), dans le cas d'une sollicitation de traction parallèle au grand axe de l'ellipse ($\beta = 0^\circ$), pour le matériau polyester /mats.....	174
Figure 5.43 : Variation de FCC en fonction du rapport elliptique (a/b), dans le cas d'une sollicitation de traction perpendiculaire au grand axe de l'ellipse ($\beta = \pi/2$), pour le matériau polyester /mats.....	174
Figure 5.44: Variation de FCC en fonction du rapport elliptique (a/b), dans le cas d'une sollicitation de traction parallèle au grand axe de l'ellipse ($\beta = 0^\circ$). Pour le matériau polyester /tisse d'orientation de $[0/90]$	174
Figure 5.45: Variation de FCC en fonction du rapport elliptique (a/b), dans le cas d'une sollicitation de traction perpendiculaire au grand axe de l'ellipse ($\beta = \pi/2$). Pour le matériau polyester /tusse d'orientation de $[0/90]$	174
Figure 5.46: Variation de FCC en fonction du rapport elliptique (a/b), dans le cas d'une sollicitation de traction parallèle au grand axe de l'ellipse ($\beta = 0^\circ$), Pour le matériau polyester /tissu d'orientation de $[\pm 45]$	174
Figure 5.47 : Variation de FCC en fonction du rapport elliptique (a/b), dans le cas d'une sollicitation de traction perpendiculaire au grand axe de l'ellipse ($\beta = \pi/2$), Pour le matériau polyester /tissu d'orientation de $[\pm 45]$	174

Liste des tableaux

Chapitre I : Généralité des matériaux composites

Tableau 1.1 : Caractéristiques fibres de verre.....	6
Tableau 1.2 : Caractéristiques fibres de carbone.....	7
Tableau 1.3 : Caractéristiques fibres d'aramides.....	8
Tableau 1.4 : Caractéristiques des matrices therm durcissables.....	10
Tableau 1.5 : Caractéristiques des matrices thermoplastiques.....	11
Tableau 1.6 : Caractéristiques des quelques matériaux composites.....	14
Tableau 1.7 : Propriétés des matériaux composites par secteur.....	26
Tableau 1.8 : Conditions du perçage pour les outils PCD et revêtements diamant A2C.....	35
Tableau 1.9 : Paramètres de perçage des stratifiés pour les forets hélicoïdaux	36

Chapitre III : Formulation analytique du comportement des plaques trouées en matériaux composites

Tableau 3.1 : Facteur de concentration des contraintes pour des quelle que des singularités géométriques pour les plaques de la largeur finie.....	67
--	----

Chapitre IV : Analyse analytique et numérique du comportement des plaques trouées en matériaux composites

Tableau 4.1 : Caractéristiques mécaniques et géométriques de la plaque isotrope.....	93
Tableau 4.2: Valeur maximale et minimale du facteur de concentration des contraintes au bord du trou circulaire avec différents efforts de sollicitation.....	97
Tableau 4.3: Facteur de concentration de contrainte au bord et loin du trou circulaire pour la sollicitation de traction.....	98
Tableau 4.4 : Facteur de concentration de contrainte au bord et loin du trou circulaire pour la sollicitation de compression.....	98
Tableau 4.5: Variation du FCC en fonction du rapport biaxial ($\lambda = q / p$) localisé au bord de trou au point A et B pour les matériaux isotropes.....	100
Tableau 4.6 : Caractéristiques mécaniques des différents matériaux composites unidirectionnels....	118
Tableau 4.7 : Effet d'orientations des fibres sur les valeurs et l'emplacement du facteur de concentration des contraintes pour une plaque trouée du matériau verre/époxyde.....	119
Tableau 4.8 : Propriétés élastiques et les dimensions de la plaque orthotrope.....	129
Tableau 4.9: Facteur de concentration des contraintes en fonction de la distance relative $\rho = y/R$, pour différentes orientations des fibres pour le matériau verre époxyde.....	134

Tableau 4.10 :Variation du facteur de concentration des contraintes maximale en fonction de l'angle d'orientations des fibres avec différents rapports elliptiques (a/b) en sollicitation parallèle au grand axe du trou elliptique ($\beta=0^\circ$).....	144
Tableau 4.11: Variation du facteur de concentration des contraintes maximale en fonction de l'angle d'orientations des fibres avec différents rapports elliptiques (a/b) en sollicitation perpendiculaire au grand axe du trou elliptique ($\beta=\pi/2$).....	145
Tableau 4.12 : Variation du facteur de concentration des contraintes maximale en sollicitation de traction selon une direction faisant un angle $\beta= 30^\circ$ par rapport au grand axe de l'ellipse.....	146
Tableau 4.13 : Variation du facteur de concentration des contraintes maximale en sollicitation de traction selon une direction faisant un angle $\beta= 45^\circ$ par rapport au grand axe de l'ellipse.....	146
Tableau 4.14 : Variation du facteur de concentration des contraintes maximale en sollicitation de traction selon une direction faisant un angle $\beta= 60^\circ$ par rapport au grand axe de l'ellipse.....	147

Chapitre V : Etude expérimentale du comportement des plaques trouées en matériaux composites

Tableau 5.1 : Propriétés des matériaux fabriqués.....	152
Tableau 5.2 : Détermination de taux des fibres et de résine du matériau en polyester/mats.....	154
Tableau 5.3 : Détermination de taux des fibres et de résine du matériau en polyester/tissu.....	154
Tableau 5.4 : Caractéristiques mécaniques des matériaux utilisé.....	156
Tableau 5.5 : Contrainte à la rupture des éprouvettes trouées en polyester renforcé par mats.....	159
Tableau 5.6 : Contrainte à la rupture des éprouvettes trouées en polyester renforcé par tissu d'orientations $[0/90]_{5s}$	160
Tableau 5.7 : Contrainte à la rupture des éprouvettes trouées en polyester renforcé par tissu d'orientations $[\pm 45]_{5s}$	160
Tableau 5.8 : Distance caractéristique d_0 (mm) pour les deux matériaux étudiés.....	161

Liste des abréviations

FCC	F acteur du C oncentration des C ontraintes
EF	E léments F inis
UD	pli U ni D irectionnel
TD	T hermo d urcissable
TP	T hermo p lastique
PP	p oly p ropylène
PPS	p olysulfure de p hénylène
PA	P olyamide
PES	P olyéther-sulfone
PEI	P olyéther- i mide
PEEK	P olyéther-éther-cétone
Carbone HR	C arbone H aute R ésistance
Carbone HM	C arbone H aute M odule

Principaux notations et symboles

T_f	Température de fusion.
ρ	Masse volumique du matériau composite ou de pli unidirectionnel.
M_f, M_m	Tenseur de masse de renfort et de matrice respectivement.
V_f, V_m	Teneur en volume du renfort et de la matrice.
ρ_f, ρ_m	Masse volumiques du renfort et de la matrice.
E	Module d'élasticité d'un matériau isotrope.
E_f, E_m	Modules de Young des fibres et de matrice respectivement.
E_l	Modules d'élasticité dans le sens des fibres.
E_t	Module d'élasticité dans le sens travers des fibres.
E_{ft}	Module de Young dans le sens transversal des fibres (fibres anisotropes).
E_x, E_y	Modules d'élasticité selon x et y respectivement.
E_{mat}	Modules d'élasticité du pli renforcé par mats.
E_α	Module élasticité dans la direction définie d'angle α au bord de trou.
E_1/E_2	Rapport anisotrope.
ν	Coefficients de Poisson d'un matériau isotrope.
ν_f, ν_m	Coefficients de Poisson des fibres et de matrice respectivement.
ν_t	Coefficients de Poisson du pli unidirectionnel.
ν_{xy}	Coefficients de Poisson du matériau composite.
ν_{mat}	Coefficients de Poisson du pli renforcé par mats.
G	Module de coulomb (glissement) d'un matériau isotrope.
G_f, G_m	Module de coulomb (glissement) des fibres et de matrice respectivement.
G_{lt}	Module de coulomb (glissement) du pli unidirectionnel.
G_{flt}	Module de coulomb (glissement) de la fibre.
G_{mat}	Module de coulomb (glissement) du pli renforcé par mats.
G_{xy}	Module de coulomb (glissement) du matériau composite.
σ_t^R	Contrainte de ruptures en traction.
σ_c^R	Contrainte de ruptures en compression.
σ_{rupt}	Contrainte à la rupteur d'un pli unidirectionnel dans le sens des fibres.
σ_{xrupt}	Contrainte à la rupteur d'un pli unidirectionnel suivant la direction de x .
σ^{max}	Contrainte maximale.
σ^{nom}	Contrainte nominale.
σ^∞	Contrainte de sollicitation de traction pure.

σ_{rr}	Contrainte radiale dans plaque trouée.
σ_{aa}	Contrainte circulaire dans plaque trouée.
σ_{ra}	Contrainte de cisaillement tangentiel dans plaque trouée.
σ_{xx}	Contrainte normale suivant la direction x.
σ_{yy}	Contrainte normale suivant la direction y.
σ_{xy}	Contrainte de cisaillement.
σ_a	Contrainte circulaire au bord de trou.
σ_f, σ_0	Contrainte à la résistance de traction du plaque en matériau composite avec et sans trou respectivement.
σ_l	Contrainte normale dans le sens des fibres.
σ_t	Contrainte normale dans le travers des fibres.
σ_{lt}	Contrainte tangentielle.
p	Contrainte nominale appliquée suivant l'axe x.
q	Contrainte nominale appliquée suivant l'axe y.
λ	Rapport chargement biaxial ($\lambda = q/p$).
τ_l	Contrainte tangentielle dans le sens des fibres.
τ_f, τ_m	Contrainte tangentielle des fibres et de matrice respectivement.
u, v, w	Le champ des déplacements d'un stratifiée.
ε_t^R	La déformation à rupture.
ε_l	La déformation dans le sens des fibres.
ε_t	La déformation dans le travers des fibres.
γ_{lt}	Déformation angulaire du matériau composite.
ε_m	Déformations membrane.
ε_f	Déformations en flexion.
$E(M)$	Déformations en torsion.
k_x, k_y, k_{xy}	Courbures de la plaque sollicitée en flexion.
N_x, N_y, N_{xy}	Les efforts de membrane.
M_x, M_y, M_{xy}	Les moment de membrane.
α_f	Coefficient de dilatation thermique des fibres.
α_m	Coefficient de dilatation thermique de la matrice.
α_l	Coefficient de dilatation thermique dans le sens des fibres.
α_t	Coefficient de dilatation thermique dans le travers des fibres.
[C]	Matrice de rigidité.
[S]	Matrice de souplesse.
C_{ij}	Les éléments de la matrice de rigidité.

S_{ij}	Les éléments de la matrice de souplesse.
$[\sigma]$	Tenseur des contraintes.
$[\varepsilon]$	Tenseur des déformations.
σ_{ij}	Les éléments du tenseur des contraintes.
ε_{ij}	Les éléments du tenseur des déformations.
Q_{ijkl}	Les Coefficients du comportement élastiques.
$[A]$	Matrice du comportement membrane.
$[D]$	Matrice de du comportement de flexion.
$[B]$	Matrice aux termes de couplage entre les phénomènes de membrane et de flexion.
A_{ij}	Les éléments de la matrice.
B_{ij}	Les éléments de la matrice.
D_{ij}	Les éléments de la matrice.
n_1	Nombre de fils de chaîne par mètre.
n_2	Nombre de fils de trame par mètre.
θ (°)	Angle d'orientations des fibres.
α (°)	Angle de l'emplacement du facteur de concentration des contraintes au bord de trou circulaire ou elliptique.
β (°)	Angle de sollicitation de traction par rapport de grand axe elliptique a.
K_t^∞	Facteur de concentration des contraintes pour plaque infini de dimension par a rapport de diamètre de trou.
K_t	Facteur de concentration du contrainte pour plaque fini de dimension par a rapport de diamètre de trou.
K_A^{iso}, K_B^{iso}	Facteur de concentration des contraintes pour les matériaux isotropes au bord de trou au point A et B.
K_A^{Orth}, K_B^{Orth}	Facteur de concentration des contraintes pour les matériaux composites au bord de trou au point A et B.
H_A, H_B	Paramètre qui mesure l'effet de l'orthotrope localisé dans l'emplacement dans les pointes A et B au bord de trou.
R	Rayon de trou.
φ	Fonction d'Airy (fonction de contrainte).
$\psi, \phi, \psi_0, \phi_0$	Relations des contraintes de fonction d'Airy.
β_1, β_2	Constants réels positifs.
γ_1, γ_2	Valeurs varient entre -1 et 1.
r	Distance dans la plaque touée.
m_e	Paramètre elliptique.
a	Grande demis axes elliptique.

b	Petite demis axes elliptique.
D	Diamètre du trou.
W	La largeur de la plaque.
$\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$	Les racines de l'équation caractéristique de fonction de variable complexe donne par Lekhnitskii.
z_1, z_2	Nombres complexe.
m, n	Constant positifs dépendant les propriétés élastiques du matériau composites.
d_0, a_0	Distance caractéristique des matériaux composites.
μ_f, μ_m	μ_f et μ_m : fraction massique des fibres et de la matrice en (%).
σ_{∞}	L'état de contrainte loin de trou.

Introduction générale

L'usage des matériaux composites à matrice organique, en particulier les stratifiés, ne cesse de croître dans les domaines les plus variés. Les bonnes propriétés mécaniques spécifiques de ces matériaux permettent en effet un allègement des structures qui est très recherché dans les constructions mécaniques des moyens de transport.

L'opération de perçage des trous dans les structures composites est utile et nécessaire pour des besoins de la mécanique de construction comme l'assemblage des pièces et la canalisation ainsi que des besoins énergétiques comme l'évacuation de la chaleur dans les systèmes de refroidissement etc.... Cette présence de trous dans les structures composites provoque le phénomène de concentration des contraintes qui influe négativement sur leur comportement mécanique. Ce comportement est analysé par un facteur, dit facteur de concentration des contraintes (FCC), qui exprime la variation locale de la contrainte due à la présence du trou. Le champ des contraintes autour du trou est fonction de plusieurs paramètres tels que la taille et la forme géométrique du trou, l'orientation des fibres, le rapport d'anisotropie, et la nature de la charge appliquée.

Le but de notre travail est d'étudier analytiquement, numériquement et expérimentalement l'influence de la présence du trou circulaire et elliptique sur le comportement mécanique des plaques composites. La détermination analytique de la répartition des contraintes autour des trous sera effectuée en utilisant les approches proposées par Lekhnitskii (1968) et celle de Green-Zerna (1954). La solution numérique sera obtenue par la méthode des éléments finis en utilisant le logiciel ANSYS.

Dans cette étude, nous considérons l'état plan de contrainte, et les dimensions de la plaque suffisamment grands par rapport aux dimensions du trou circulaire et elliptique ainsi que l'homogénéité de l'état de contrainte loin du trou.

Ces études analytiques et numériques ont été précédées par une analyse du cas de la plaque isotrope trouée de manière circulaire et elliptique.

L'étude expérimentale de ce travail consiste en premier lieu à la détermination des caractéristiques mécaniques du matériau composite mis en œuvre par le procédé de moulage par contact. En deuxième lieu de cette étude, il était question de procéder au perçage de trous circulaire et elliptique sur les éprouvettes préparées et étudier influences de la présence de ces

trous sur le comportement mécaniques des éprouvettes. L'analyse des résultats a été effectué par la comparaison entre les trois modèles d'étude ceux analytique, numérique et expérimentale.

Nous avons divisé notre travail en cinq chapitres :

Le **premier chapitre** est une présentation bibliographique touchant des généralités sur les matériaux composites tels que ses différents constituants et leurs architectures ainsi que les différents procédés de mise en œuvre et les domaines d'application des matériaux composites. Et enfin on présente les différentes spécificités du perçage des matériaux composites.

Le **deuxième chapitre** sera consacré à la formulation décrivant le comportement mécanique des matériaux composites. Il s'agit de déterminer les termes de la matrice de rigidité de la monocouche en utilisant les lois de mélange. La loi de comportement du stratifié est ensuite établie sur la base de l'hypothèse de love-Kirchouff.

Nous nous intéressons essentiellement dans le **troisième chapitre** à présenter les formulations analytiques de la distribution du champ de contrainte autour et loin du trou circulaire et elliptique centré pour les plaques isotropes et composites. Différentes approches sont proposées pour analyser le comportement mécanique des plaques trouées en matériaux composites. Le facteur de concentration des contraintes est le paramètre utilisé pour analyse l'influence les paramètres les plus importants qui affectent le comportement des plaques avec trou circulaire et elliptique, tels que la taille du trou, l'orientation des fibres, la stratification des couches, le rapport d'anisotropie (E_1/E_2), et le type de chargement.

Le **quatrième chapitre** propose en premier lieu une analyse analytique et numérique de la variation de la concentration des contraintes dans les plaques isotropes munies d'un trou circulaire et elliptiques centré. Cette analyse étudie l'influence de quelques paramètres sur la variation de la valeur et l'emplacement du facteur de concentration des contraintes au bord du trou tels que la taille du trou et le chargement biaxial. Le logiciel ANSYS développé sur la base de la méthode des éléments finis est utilisé pour effectuer l'analyse numérique.

En deuxième lieu, ce chapitre présente une étude analytique par l'utilisation des solutions semi-empiriques et une étude numérique basé sur la méthode des éléments finis dans le but d'analyser le phénomène de concentration des contraintes autour des trous dans les plaques composites munies d'un trou circulaire et elliptique centrés. Il s'agit d'étudier l'effet

des principaux paramètres sur la variation de la valeur et l'emplacement du facteur de concentration des contraintes au bord et loin de trou comme l'orientation des fibres, la taille du trou, le type de chargement et le rapport anisotropie (E_1/E_2) tout en appliquant les différents types d'efforts de sollicitations (traction, compression, cisaillement).

Dans le **dernier chapitre** on présente une étude expérimentale sur les plaques composites munies d'un trou circulaire et elliptiques centré. Premièrement, les plaques en matériaux composites sont conçues par le procédé de moulage par contact. Des éprouvettes ont été préparées pour la caractérisation statique du matériau suivant des normes internationales ASTM et ISO. Une attention particulière a été donnée à l'opération de perçage des trous circulaires et elliptiques en respectant les conditions de coupes relatives aux matériaux composites. Les éprouvettes trouées obtenues ont été sollicitées par un effort de traction. Le champ de déplacement et la déformation autour du trou ont été analysés par la Technique de corrélation des images numériques dans le but d'étudier l'effet de la présence de trou sur le comportement mécanique des éprouvettes en matériaux composites.

Enfin une conclusion générale sur les principaux aspects abordés dans cette étude et les résultats obtenus ainsi que des perspectives proposées dans ce domaine viennent clôturer cette thèse.

Chapitre I : Présentation générale des matériaux composites.

Les matériaux composites sont de plus en plus utilisés dans divers domaines tels que l'aérospatial, ferroviaire, naval, automobile et de loisir. La nature de ces matériaux fait qu'ils ont une très grande adaptabilité à chaque domaine et il est possible de choisir pour chaque structure le meilleur compromis coût/poids/tenue mécanique. On a l'habitude de dire qu'en composite «le matériau ne préexiste pas à la structure» et chaque design nécessite donc aussi d'associer la méthode de fabrication la plus adaptée aux contraintes économiques [4].

I.1. Définition des matériaux composites.

La définition générale des matériaux composites est : « un matériau composite est constitué de l'assemblage d'au moins deux matériaux non miscibles (mais ayant une forte capacité d'adhésion) et de nature différente, se complétant et permettant d'obtenir un matériau dont les performances globales sont améliorées, vis-à-vis d'un besoin spécifique, par rapport à celles de ses constituants élémentaires ». Un matériau composite est constitué de différentes phases nommées « renforts » et « matrice ». Chacun des deux constituants joue un rôle particulier dans la tenue mécanique du matériau. La matrice assure quant à elle la cohésion entre les renforts de manière à recevoir toutes les sollicitations et répartir les efforts dans tout le matériau afin de protéger le renfort. Les renforts se présentent sous forme de fibres continues ou discontinues, leur rôle est d'assurer la fonction de résistance mécanique aux efforts, et confère à la matrice des propriétés qu'elle ne possède pas seule. L'arrangement des fibres, leur orientation permet de renforcer les propriétés mécaniques de la structure [1].

I.2. Avantage des matériaux composites.

- ✓ Réduire la masse des produits, ce qui entraîne une économie de carburant.
- ✓ Meilleures caractéristiques mécaniques et hautes rigidités spécifiques (E/ρ) résistances spécifiques (σ_r/ρ).
- ✓ Faible vieillissement sous l'action de réaction chimique.
- ✓ Insensibles aux produits chimiques comme les graisses, huiles, liquides hydrauliques, peintures, pétrole.
- ✓ Obtention de formes complexes (Réduction des coûts d'assemblages).

I.3. Les constituants du matériau composite.

Nous présentons les différents types des éléments constituant un matériau composite employés dans l'industrie. Pour un matériau composite plastique c'est l'association de deux constituants qui sont les renforts et les matrices.

Le renfort se présente sous forme de fibres continues ou discontinues qui a dont le rôle est d'assurer la résistance mécanique du matériau composite. La matrice assure la protection chimique et la répartis de la charge mécanique appliquée à la structure. Ces deux éléments constituant principaux reçoivent des additifs ou charges qui sont des produits qui peuvent être incorporés à la résine pour lui conférer des caractéristiques particulières ou en réduire le coût (catalyseur, durcisseur etc...) [2].

I.3.1. Les renforts.

Les renforts sont tous produit qui permet d'améliorer les propriétés de la matrice (mécanique, thermique, chimique...) et assurer des meilleures propriétés mécaniques du matériau composite à élaborer.

Les fibres sont disponibles sur le marché en fonction des coûts de revient recherchés pour la structure réalisée. Les renforts constitués de fibres se présentent sous les formes : linéique (fils, mèches), tissus surfaciques (tissus, mats), multidirectionnelle (tresse, tissus complexes, tissage tridirectionnel ou plus). Les différents classements des renforts sont indiqués sur la figure 1.1 [2].

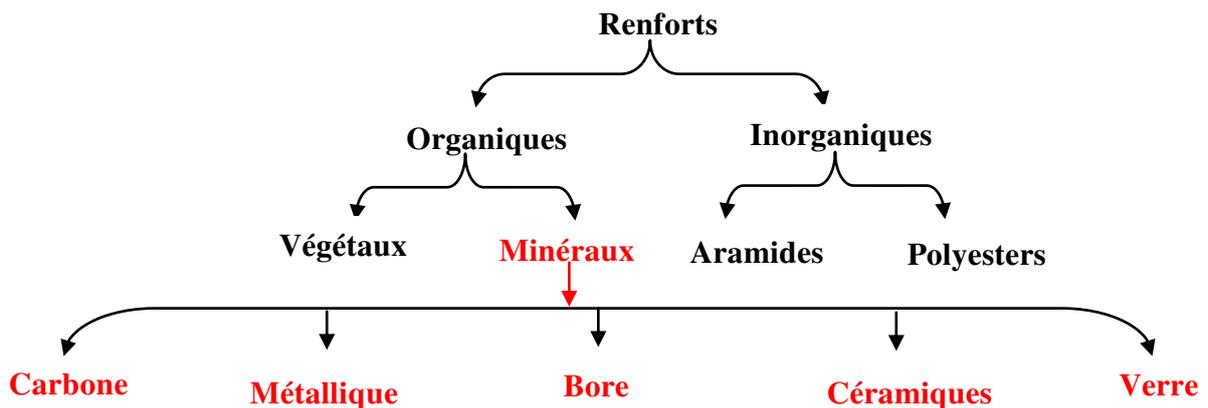


Figure 1.1 : Différents types de renforts.

I.3.1.1. Principaux renforts.

Fibres de verre.

Les fibres de verre ont un excellent rapport performance-prix. C'est les renforts les plus utilisés actuellement dans la construction de structures composites. On distingue trois types de fibres de verre [1] :

- ✓ Verre E : pour les composites à grande diffusion.
- ✓ Verre S : pour les applications d'électricité.
- ✓ Verre R : pour les composites à haute performance.

Avantages de la fibre de verre.

- ✓ Compatibilité avec les matrices organiques.
- ✓ Bonnes propriétés diélectriques.
- ✓ Faible coût.

Inconvénients de la fibre de verre.

- ✓ Faible module d'élasticité (par rapport aux fibres de carbone et l'aramide).
- ✓ Vieillissement au contact de l'eau.

Tableau 1.1 : Caractéristiques des fibres de verre [3].

Caractéristiques	Verre E	Verre R	Verre S
Caractéristique en traction :			
Résistance a la rupture (Mpa)	3400 à 3500	4400	4600
Module d'Young (Gpa)	73	86	87
Allongement a la rupture (%)	4.6 à 4.8	5.2	5.4
Masse volumique..... (g/cm ³)	2.54	2.55	2.54



Figure 1.2 : Bobine de fibre de verre.

Fibres de carbone [7].

C'est la fibre la plus utilisées dans les applications hautes performances. Elle est obtenue par carbonisation de la fibre de PAN (Polyacrylonitrile). Selon la température de combustion, on distingue deux types de fibres :

- ✓ fibres haute résistance (HR) : pour une combustion de 1000 à 1500 °C.
- ✓ fibres haut module (HM) : pour une température de combustion de 1800 à 2000 °C.

Avantages de la fibre de carbone.

- ✓ Bonnes propriétés mécaniques.
- ✓ Dilatation thermique très faible.
- ✓ Bonne tenue à l'humidité.
- ✓ Faible densité.

Inconvénients de la fibre de carbone.

- ✓ Prix très élevé.
- ✓ Fragilité au choc.
- ✓ Adhésion difficile avec les résines.



Figure 1.3 : Bobine de fibre carbone.

Tableau 1.2 : Caractéristiques des fibres de carbone [3].

Caractéristiques	HR		IM	HM	
	(1)	(2)		(1)	(2)
Caractéristique en traction :					
Résistance à la rupture (Mpa)	3000 à 3500	4000 à 4500	4700 à 7200 (3)	1800 à 2500	2000 à 4200 (3)
Module d'Young (Gpa)	220 à 240	275 à 300	350 à 500	350 à 500	350 à 500
Allongement à la rupture (%)	1.2 à 1.5	1.4 à 1.6	0.5 à 0.7	0.5 à 0.7	0.3 à 0.5
Masse volumique (g/cm ³)	1.75 à 1.8	1.75 à 1.8	1.7 à 1.8	1.8 à 1.95	1.8 à 1.95
HR : haut résistance.	(1) Qualité standard (1 ^{er} génération).				
IM : module intermédiaire.	(2) Qualité très performante commercialisée récemment (2* génération) ou en cours de développement.				
HM : haut module.	(3) En cours de développement.				

Fibres d'aramide

Les fibres d'aramide sont des fibres synthétiques à base de polyamide aromatiques dont les premières applications reviennent à l'année 1972. Ces fibres sont généralement développées pour renforcer les pneumatiques. Ils en existent deux types principaux :

- ✓ La fibre haute module Kevlar 49 et Twaron HM.

- ✓ La fibre standard Kevlar 29 et Twaron HM 50.

Les fibres d'aramide présentent la même particularité que les fibres de carbone. Elles ont un coefficient de dilatation linéique négative dans le sens axial [3].



Figure 1.4 : Bobine de fibre d'aramide.

Avantages de la fibre d'aramide

- ✓ Bonne résistance spécifique à la traction.
- ✓ Dilatation thermique nulle.
- ✓ Absorption des vibrations et des chocs.
- ✓ Bonne inertie chimique vis-à-vis des carburants.
- ✓ Faible densité.

Inconvénients de la fibre d'aramide

- ✓ Tenue limitée en compression.
- ✓ Reprise d'humidité importante.
- ✓ Prix élevé.
- ✓ Adhésion difficile avec les résines.

Tableau 1.3 : Caractéristiques des fibres d'aramides [3].

Caractéristiques	Haut module	standard
<i>Caractéristique en traction :</i>		
<i>Résistance à la rupture.....(Mpa)</i>	> 3000	> 2760
<i>Module d'Young.....(Gpa)</i>	120 à 130	60 à 70
<i>Allongement a la rupture.....(%)</i>	1,9 à 2,5	4 à 4,4
<i>Masse volumique.....(g/cm³)</i>	1,45	1,44

Fibres de céramiques

Les matériaux composites en céramique sont souvent constitués de renforts et de matrice en céramique. Les fibres sont fabriquées par dépôt chimique en phase vapeur sur un fils support. Ces fibres sont rencontrées dans des applications où la température est très élevée

entre 500 °C et 2000 °C. Ces matériaux sont utilisés notamment dans les parties chaudes des moteurs d'avion [2]. Les types de fibres céramiques sont :

- ✓ Les fibres de carbure de silicium.
- ✓ Les fibres de Bore.
- ✓ Les fibres de Bore carbure de silicium.

I.3.1.2. Présentation commerciale des fibres

Suivant l'utilisation des matériaux composites les renforts peuvent se présenter sous plusieurs formes.

I.3.1.2.1. Mats

Les mats sont des nappes de fils continus ou discontinus, disposés dans un plan sans aucune orientation préférentielle. Ils sont maintenus ensemble par un liant soluble ou non dans les résines, suivant la mise en œuvre. L'absence d'orientation préférentielle des fibres conduit à une isotropie des propriétés mécaniques du mat dans son plan. La différence entre les mats à fils coupés et les mats à fils continus se situe essentiellement au niveau de leur propriété de déformabilité [1].

I.3.1.2.2. Tissées

Les tissés sont des renforts qui se présentent sous la forme de tissus (cf. norme NF G 07-154). Ils sont généralement bidirectionnels, mais, pour certaines textures, elles peuvent être considérées comme des quasis unidirectionnels.

Un tissu comprend des fils de chaîne (suivant la direction d'enroulement sur son support) et des fils de trame disposés perpendiculairement.

Ainsi pour des applications particulières les catalogues des tisseurs proposent des tissus mixtes carbone-aramide ou carbone-verre, et même verre-cuivre. Les possibilités sont immenses et ne sont limitées que par les lois du marché [3].

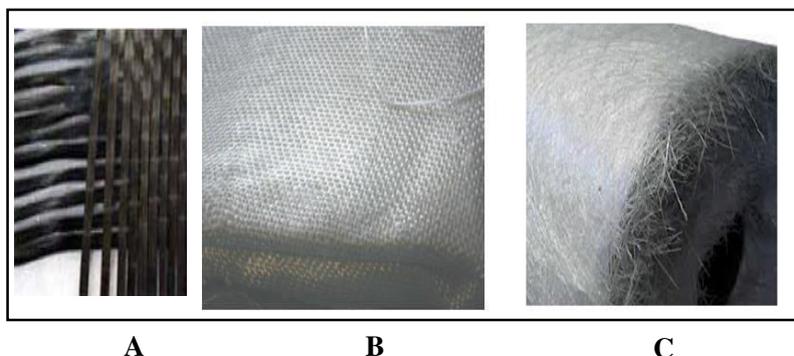


Figure 1.5 : Tissu de mèches de carbone (A), tissu taffetas de verre (B) et rouleau de mat de verre (C) [4].

I.3.2. Les matrices.

Le rôle de la matrice est de transmettre les efforts mécaniques aux fibres (résistance à la flexion ou à la compression) et d'assurer leurs protections chimiques et de donner la forme au produit réalisé [1]. On distingue différents types de matrice (figure 1.6) :

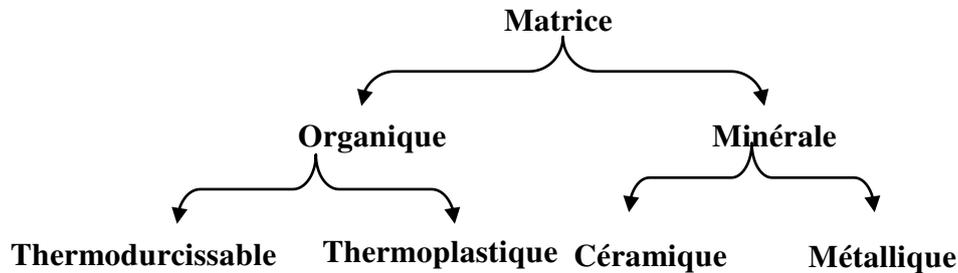


Figure 1.6 : Différents types de matrices.

I.3.2.1. Les matrices organiques.

I.3.2.1.1. Les matrices thermodurcissables.

Les résines thermodurcissables présentent et possèdent la propriété de passer de façon irréversible d'un état liquide à un état solide. Elles ont des caractéristiques mécaniques élevées et une masse volumique faible. Ces résines ne peuvent être mises en forme qu'une seule fois [4]. On distingue donc trois types de matrices thermodurcissables:

- ✓ Les résines polyesters.
- ✓ Les résines de condensation.
- ✓ Les résines époxydes.

Tableau 1.4 : Caractéristiques des matrices thermodurcissables [7].

Matrice Tp	Epoxyde	Phénolique	Polyester	Polycarbonate	Vinylester	Silicone
Masse volumiques (Kg /m ³)	1200	1300	1200	1200	1150	1100
Module d'élasticité longitudinal (MPa)	4500	3000	4000	2400	3300	2200
Module de cisaillement (MPa)	1600	1100	1400			
Coefficient de Poisson	0,4	0,4	0,4	0,35		0,5
Contrainte de rupture (traction) MPa	130	70	80	60	75	35
Allongement à rupture %	2	2,5	2,5		4	
Coefficient de dilatation thermique °C ⁻¹	11*10 ⁻⁵	1*10 ⁻⁵	8*10 ⁻⁵	6*10 ⁻⁵	5*10 ⁻⁵	

I.3.2.1.2. Les matrices thermoplastiques.

Les résines thermoplastiques présentent la propriété de passer de façon réversible de l'état solide à l'état pâteux. La mise en œuvre rapide est possible par thermoformage. Elles présentent la possibilité de soudage et de recyclage du fait de la réversibilité [4]. On cite les exemples suivantes :

- Polypropylène (**pp**).
- Polysulfure de phénylène (**PPS**)
- Polycarbonate polyamide (**PA**).
- Polyéther-sulfone (**PES**)
- Polyéther-imide (**PEI**)
- Polyéther-éther-cétone (**PEEK**)

Tableau 1.5 : Caractéristiques des matrices thermoplastiques [7].

Matrice Tp	PP	PPS	PA	PES	PEI	PEEK
Caractéristiques						
Masse volumiques (Kg /m³)	900	1300	1100	1350	1150	1300
Module d'élasticité longitudinal (Mpa)	1200	4000	2000	3000	3300	4000
Coefficient de Poisson	0,4	/	0,35	/	/	/
Coefficient de dilation thermique (C⁻¹)*10⁵	9	5	8	6	6	5
Contrainte de ruptures en traction (Mpa)	30	65	70	85	105	90
Allongement à la rupture (%)	20 à 400	100	200	60	60	50

I.3.2.2. Les matrices métalliques.

L'utilisation de ses matériaux composites à des températures supérieures à 300 °C, est surtout recherche pour l'utilisation industrielle et l'application dans les domaines aéronautiques et spatiales. Le cout de leur mise en œuvre est très élevée, en particulier l'aluminium et le titane [3].

I.3.2.3 Les matrices céramiques.

Les matériaux utilisés sont les carbures de silicium et de carbone. Ils sont utilisés pour la fabrication des pièces qui subissent des contraintes d'origine thermique et leur coût est très élevé [5].

I.3.3. Les additifs.

Les additifs se trouvent en faible quantité (quelques % et moins) et interviennent comme [1]:

- ✓ lubrifiants et agents de démoulage.
- ✓ pigments et colorants.
- ✓ agents anti-retrait.
- ✓ agents anti-ultraviolets.

I.4. Architecture des matériaux composites [1].

L'ensemble des procédés de mise en œuvre montre la prépondérance de la conception des pièces en matériaux composites :

- ✓ par surface : plaques, coques.
- ✓ par stratification de couches successives.

I.4.1. Les stratifiés à base de tissus unidirectionnels [1].

Les stratifiés à base de fils ou de tissus unidirectionnels constituent un type de stratifié de base auquel peut se ramener en théorie tout autre type de stratifié. Ces stratifiés sont constitués (figure 1.7) de couches de fils ou de tissus unidirectionnels, dont la direction est décalée dans chaque couche. On distingue différents types des stratifiés :

- ✓ Stratifiés symétriques.
- ✓ Stratifiés symétriques miroir.
- ✓ Séquences.
- ✓ Stratifiés hybrides.

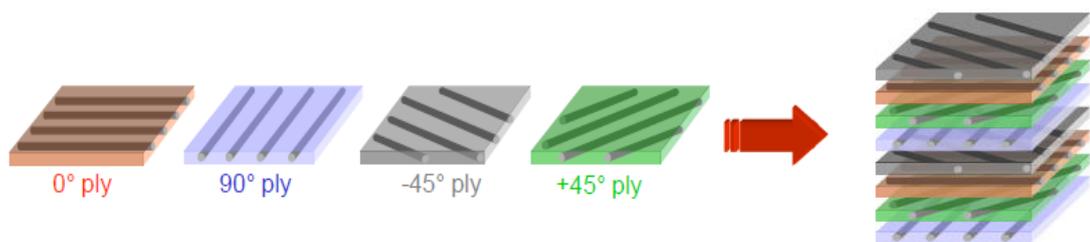


Figure 1.7 : Constitution d'un stratifié.

I.4.2. Les sandwich.

Selon Laurent Gornet [2] les structures composites subissant des sollicitations de type flexion ou torsion sont généralement construites en matériaux sandwichs. Une structure sandwich est composée d'une âme et de deux peaux en matériaux composites. L'assemblage est réalisé par collage à l'aide d'une résine compatible avec les matériaux en présence. Les âmes les plus utilisées sont de type nid d'abeilles, âme ondulée ou mousse. Les peaux sont

généralement constituées de structures stratifiées. Une âme nid d'abeilles est présentée sur la figure 1.8.

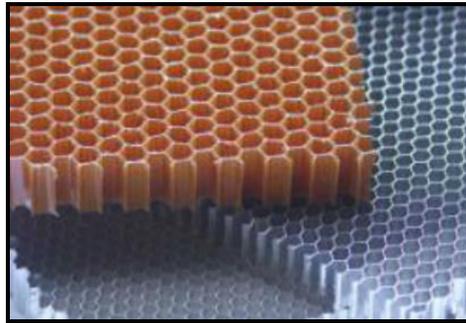


Figure 1.8 : Nid d'abeilles.

Ces structures ont une grande rigidité en flexion et en torsion. L'âme de la structure sandwich résiste principalement aux contraintes de cisaillement et de compression hors plan. Les peaux inférieures et supérieures supportent quant à elles les efforts dans leur plan. Les figures 1.9 et 1.10 présentent quelques types de sandwichs.

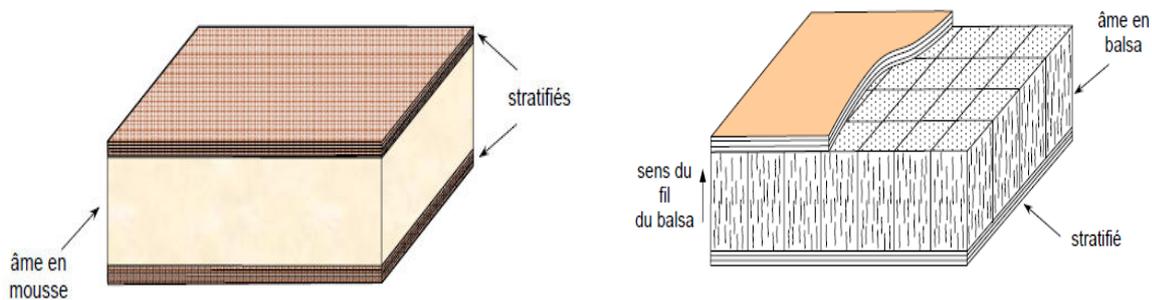


Figure 1.9 : Matériaux sandwichs à âmes pleines [1].

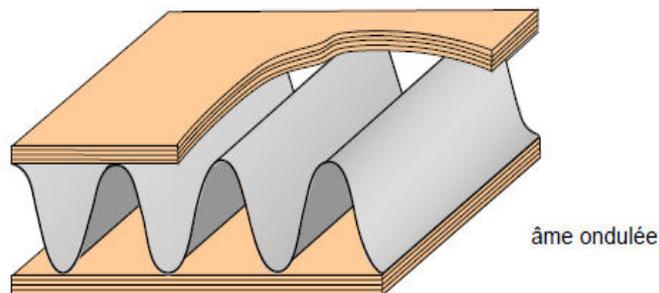


Figure 1.10 : Matériaux sandwichs à âmes creuses [1].

Tableau 1.6 : Caractéristiques de quelques matériaux composites [4].

Matériau	Carbone			Verre			Kevlar 49/époxy	Bore/époxy
	UD IM IM7/époxy	UD HM M50/époxy	Tissu taffetas M50/époxy	UD E/époxy	UD R/époxy	Tissu satin R/époxy		
Module								
$E_l (Gpa)$	160	225	65	45	52	26	72	200
$E_t (Gpa)$	10	7	65	12	13,8	26	5,5	18,5
$G_{lt} (Gpa)$	4,6	4,5	4,2	4,4	4,5	4,2	2,1	5,59
ν_{xy}	0,34	0,3	0,03	0,25	0,25	0,03	0,34	0,23
Fraction volumiques des fibres (%)	60	60	52	60	60	60	60	60
Densité	1,58	1,66	1,54	2	2	2	1,38	2
Résistance								
$\sigma_l^t (Mpa)$	2900	1080	870	1030	1380	500	1380	1300
$\sigma_t^t (Mpa)$	-1800	-830	-840	-550	-660	-350	-280	-2500
$\sigma_l^l (Mpa)$	60	45	85	41	41	500	41	61
$\sigma_t^l (Mpa)$	-250	-250	-800	-138	-138	-350	-138	-202
$\tau_{lt}^l (Mpa)$	110	60	100	55	55	70	55	67

I.5. Mise en œuvre des matériaux composites.

Le but de cette partie est de connaître les principes des différents processus de mise en œuvre des matériaux composites. La plupart des techniques de mise en œuvre consistent à élaborer des pièces en matériaux composites par couches successives comportant matrice et renfort. Cette technique générale appelée la *stratification*, conduit à l'élaboration de *stratifiés*, cela nous amènera ensuite à nous intéresser à l'architecture des matériaux composites [1]. Il existe de nombreuses méthodes et variantes de fabrication des matériaux composites.

I.5.1. Moulage à Basse pression.

I.5.1.1. Moulage au contact.

C'est un procédé manuel (figure 1.11) pour la réalisation des pièces à partir de résines thermodurcissables, à température ambiante et sans pression. Les renforts sont déposés sur le moule et imprégnés de résine liquide, accélérées et catalysées. Après durcissement de la résine, la pièce est démoulée. Ce procédé est utilisé pour les petites séries, de 1 à 1000 pièces/année et pour la construction de pièces de grandes dimensions ainsi que pour les revêtements sur des supports divers [7].

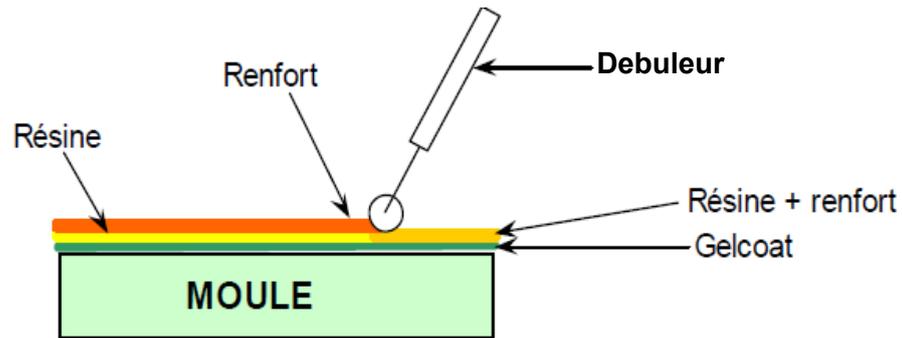


Figure 1.11 : Principe du moulage au contact [7].

Avantages

- ✓ Très larges possibilités de forme.
- ✓ Pas de limite dimensionnelle, Une surface lisse gelotée (aspect, tenue à la corrosion). Propriétés mécaniques moyennes à bonnes.
- ✓ Investissements spécifiques très faibles.
- ✓ Moules simples, peu onéreux, rapides à réaliser en interne.

Limites

- ✓ Une seule face lisse.
- ✓ Nécessité de finition (détourage, perçage...).
- ✓ Qualité tributaire de la main d'œuvre.
- ✓ Faible cadence de production par moule, espace de travail important.
- ✓ Conditions de travail médiocres.

I.5.1.2. Moulage par projection simultanée.

Le moulage est effectué par projection simultanée de fibres coupées et résine catalysée sur un moule (figure 1.12). L'équipement à projeter est constitué d'une machine à couper le stratifil et d'un pistolet projetant la résine et les fibres coupées, l'ensemble fonctionnant par air comprimé. La couche de fibres imprégnées de résine est ensuite compactée et débarrassée des bulles au rouleau cannelé [1].



Figure 1.12 : Principe du moulage par projection simultanée
(Source Okeanos-France : fabrication d'une piscine).

Avantages [7]

- ✓ Travail simplifié, suppression de la mise en forme obtenue directement par la projection
- ✓ Très larges possibilités de forme et des dimensions.
- ✓ Investissements très modérés.
- ✓ Moules simples, peu onéreux, rapides à réaliser en interne.

Limites [7]

- ✓ Propriétés mécaniques moyennes.
- ✓ Une seule face lisse.
- ✓ Qualité tributaire de la main d'œuvre.
- ✓ Conditions de travail très médiocres si absence d'agencements nécessaires.

I.5.1.3. Moulage sous vide.

Le moulage sous vide (figure 1.13) s'effectue entre moule et contre-moule rigide, semi-rigide ou souple suivant la technologie de la mise en œuvre. Le renfort sous forme de mat, tissu, ou préforme est placé à l'intérieur du moule ; la résine catalysée est versée sur le renfort. On utilise la pression qui s'exerce sur le moule lors de la mise sous vide pour répartir la résine et imprégner le renfort. La résine peut également être injectée par l'aspiration consécutive au vide [7].



Figure 1.13 : Principe du moulage sous vide (source Marine Innovation Service).

I.5.2. Moulage par compression.

I.5.2.1. Moulage par injection de résine.

Le moulage consiste à injecter de la résine sous pression et à imprégner un renfort placé à l'intérieur d'un ensemble moule et contre-moule très rigide et fermé (figure 1.14). L'alimentation automatique des résines élimine leur manipulation. La proportion de renfort peut être élevée, d'où l'obtention de pièces à caractéristiques mécaniques élevées. Ce procédé de moulage convient à la réalisation de pièces profondes et de formes compliquées [1].

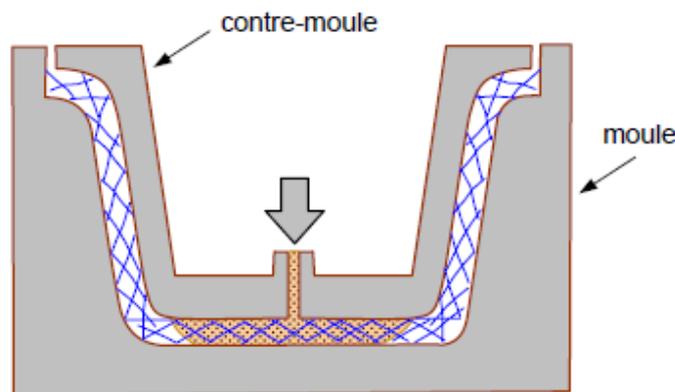


Figure 1.14 : Principe du moulage par injection de résine [1].

I.5.2.2. Moulage par compression à froid de résine.

Ce procédé (figure 1.15) convient pour les moyennes séries de productions (500 à 5000 unités). En utilisant une presse constituée d'un moule et contre-moule solide en matériaux composites à froid, le renfort (mat, mat de fils continus, liant basse solubilité) est posé sur la partie inférieure du moule et de la résine. La fermeture du moule sous pression (2 à 4 bars) entraîne la répartition de la résine dans l'empreinte et l'imprégnation du renfort. Le

durcissement de la résine est accéléré progressivement par l'élévation de température du moule due à l'exothermie de la réaction, ce qui permet un démoulage rapide [7].

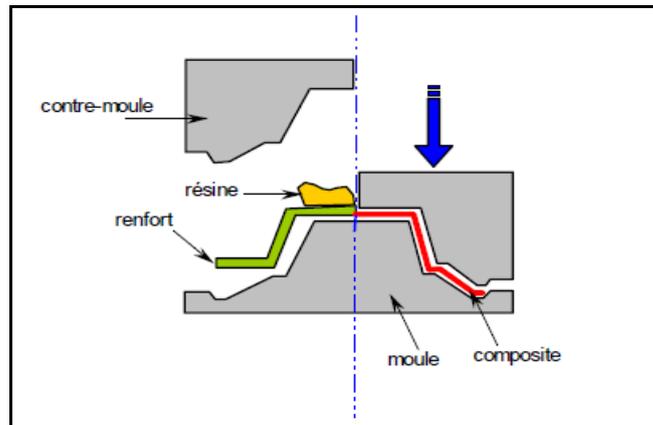


Figure 1.15 : Principe du moulage par compression à froid de résine [7].

I.5.2.3. Moulage par compression à chaud de résine.

Ce procédé (figure 1.16) est utilisé pour les grandes séries de production (15 à 30 pièces par heure). Dans ce procédé exige une presse hydraulique et un moule métallique chauffants à la température de l'ordre de 80 à 150 °C, et le renfort (mat à fils coupés, fils continus, par des tissus, préformes) La fermeture du moule sous pression (10 à 50 bars). Ce procédé de moulage permet d'obtenir des proportions importantes de renfort, et par conséquent des pièces de bonnes caractéristiques mécaniques. L'importance de la presse est en fonction des dimensions des pièces [1].

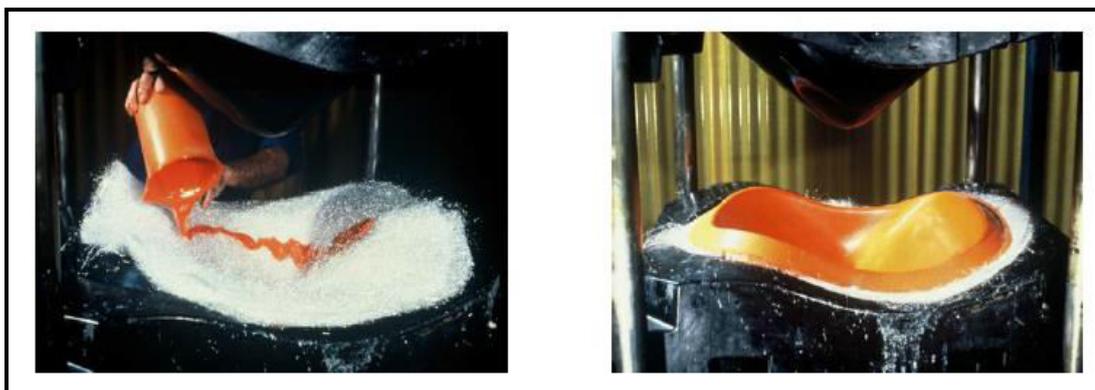


Figure1.16 : Principe du Moulage par compression à chaud de résine [7].

I.5.2.4. Moulage par injection de mélange (résine renfort).

Généralement cette technique (figure 1.17) est utilisée pour obtenir les matériaux du type « plastiques renforcés ». Elle est adaptée pour la production des pièces en très grandes séries. Dans ce procédé exige une malaxeur avec une masse à mouler constituée de résine, de charges et d'adjuvants divers, renfort (fibres courtes, sphères (billes), etc...). Le compound est

moulé à chaud (130 - 150 °C) par injection (principalement) entre moule et contre-moule en acier usiné. La pression de fermeture du moule est de (50 à 100 bars) [1].

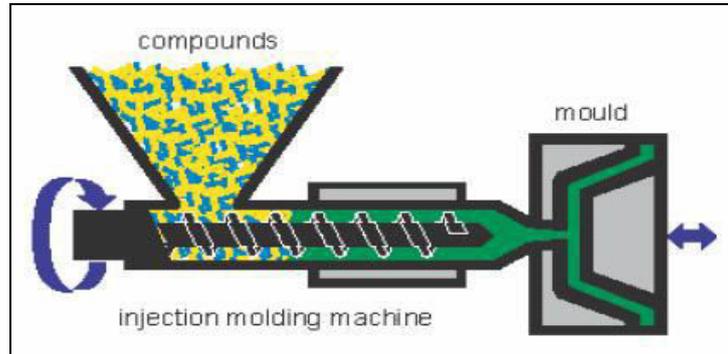


Figure 1.17 : Principe du moulage par injection de mélange (résine renfort).

I.5.2.5. Moulage par pultrusion.

Ce procédé (figure 1.18) assure une grande série de production (vitesse de défilement jusqu'à 20 m/h). Cette technique est destinée pour la fabrication des pièces de profilés de sections constantes. Ce procédé est utilisé dans le type des renforts (continus, rovings divers, des bondes de mats et tissus en bandes de largeurs appropriées) [7], et les résines de types (thermoplastiques et thermodurcissables). Il est possible d'obtenir des profils de caractéristiques mécaniques plus élevées [1].

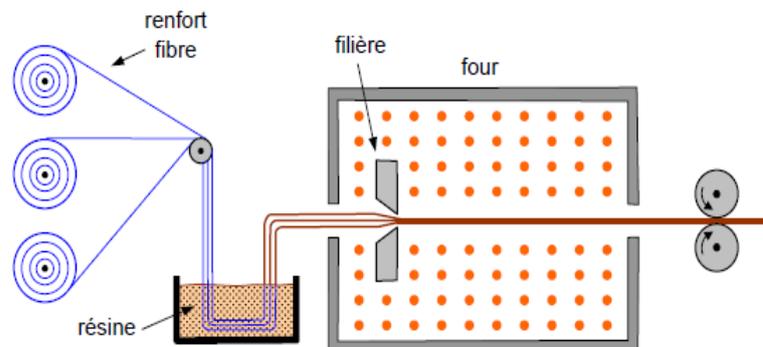


Figure 1.18 : Principe de moulage par pultrusion [1].

I.5.2.6. Moulage par centrifugation.

C'est un procédé de moulage (figure 1.19) limité aux enveloppes cylindriques. A l'intérieur d'un moule cylindrique en rotation à basse vitesse, on dépose des fils coupés à partir de roving (ou du mat), de la résine catalysée et accélérée et éventuellement des charges granulaires. Ensuite on augmente la vitesse de rotation du moule pour densifier et débuller la matière. Après durcissement de la résine, éventuellement accélérée par un apport thermique, on peut extraire très facilement la pièce du moule [7].

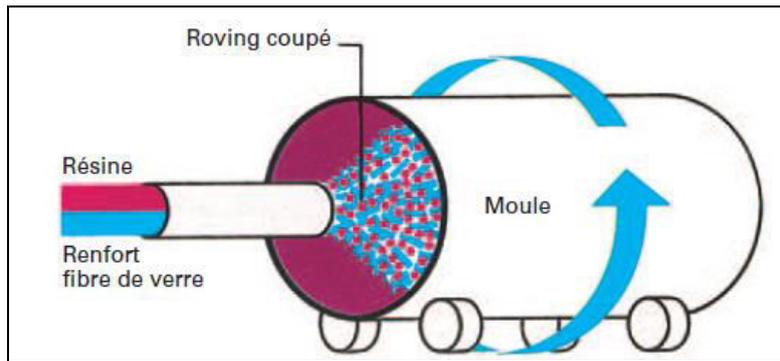


Figure 1.19 : Principe de fabrication d'un tuyau par centrifugation [9].

Avantages

- ✓ Aucune perte de matière.
- ✓ Deux faces parfaitement lisses.
- ✓ Matériau de très bonne qualité (pas de bulles d'air).

Limites

- ✓ Seulement les formes cylindriques.
- ✓ Pas de possibilité de variation d'épaisseur.
- ✓ Caractéristiques mécaniques moyennes perpendiculairement à la surface fabriquée.

I.5.2.7. Moulage par enroulement filamentaire (ou bobinage) [1].

Cette technique adaptée (figure 1.20) pour la fabrication des pièces de grandes dimensions aux formes cylindriques et sphériques avec des surfaces internes lisses et une résistance plus élevée. Le renfort au forme de fil continu, ruban, imprégné de résine catalysée est enroulé avec une légère tension, sur un mandrin cylindrique ou de révolution en rotation. Suivant les mouvements relatifs du mandrin et du système d'orientation des renforts, On distingue :

- ✓ L'enroulement circonférentiel.
- ✓ L'enroulement hélicoïdal.
- ✓ L'enroulement polaire.

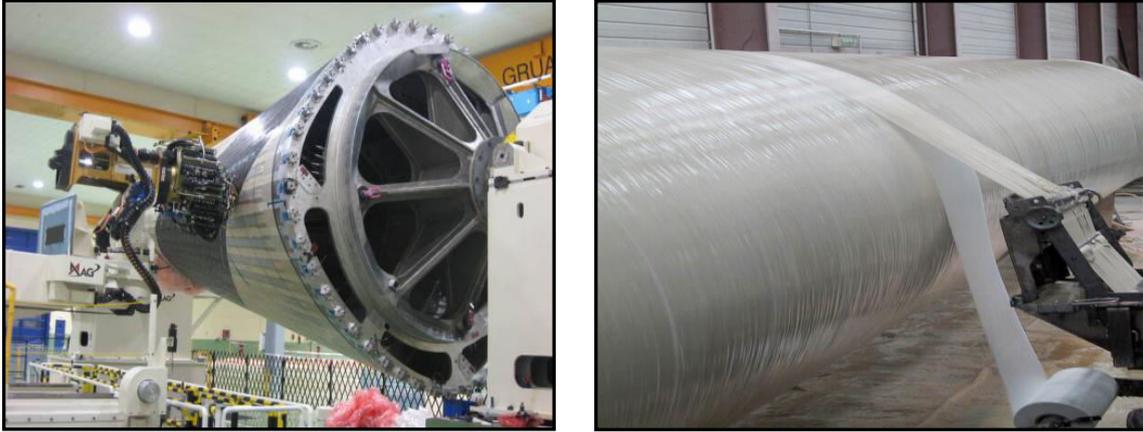


Figure 1.20 : Principe du moulage par enroulement filamentaire (source site CNES).

I.6. Domaine d'application des matériaux composites.

Les matériaux composites sont largement utilisés dans l'industrie, parce qu'ils présentent de bonnes caractéristiques telles la rigidité, la légèreté et la résistance à des contraintes d'origine mécanique et thermique.

I.6.1. Secteur aéronautique.

L'aéronautique fait office de pionnier dans l'utilisation des composites à hautes performances (à base de fibres de carbone, kevlar et verre) assemblés assez souvent par collage, avec des hautes performances et ceci depuis plusieurs dizaines d'années. Cette méthode d'assemblage a en effet été mise à profit et développée en raison de son efficacité, de la solidité des assemblages et de l'allègement des structures qu'elle procure. Ainsi, le secteur aéronautique est à l'origine de nombreuses innovations que ce soit pour la formulation de nouveaux adhésifs, le développement de procédés de mise en œuvre, de méthodes de test des assemblages collés ou des matériaux de construction (nids d'abeilles).

L'utilisation des matériaux composites dans la construction aéronautique a débuté vers 1970. Depuis, la proportion des pièces composites a rapidement progressé, en nombre et en importance, d'abord sur les avions militaires, puis sur les avions civils à partir du début des années 1980.

Le secteur aéronautique reste novateur dans ce domaine et doit être considéré comme une source de transfert de technologies vers les autres secteurs industriels, notamment l'automobile, la construction navale, l'armement, et la mécanique [11].

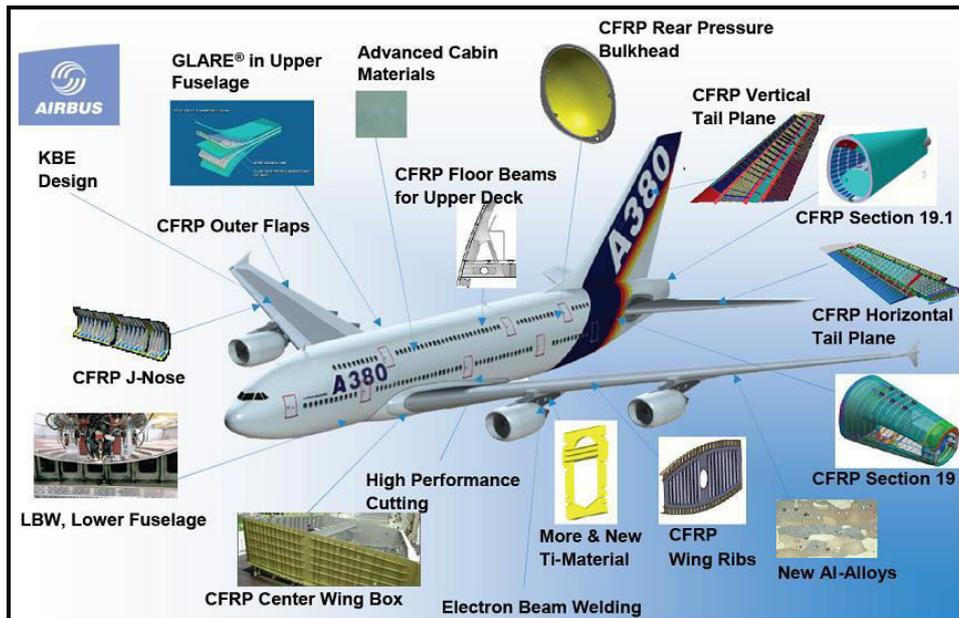


Figure 1.21 : Pièces composites sur l'avion Airbus-A380 (Source site AIRBUS).

I.6.2 Secteur Spatial.

Les matériaux composites sont utilisés dans l'industrie des satellites, des réservoirs militaires, tuyères, corps de rentrée d'atmosphère,... etc.



Figure 1.22 : Présence des matériaux composites sandwiches dans les lanceurs (Source site CNES).

I.6.3. Les composites dans l'industrie automobile [10].

Les matériaux composites sont apparus dans l'industrie automobile au milieu des années 1950. À cette époque, les matériaux et les procédés de transformation étaient peu nombreux : essentiellement des matrices polyesters thermodurcissables renforcées par des

fibres de verre courtes, mises en œuvre manuellement dans des moules ouverts ou fermés suivant le procédé SMC (Sheet Moulding Compound).

Les matrices peuvent être thermoplastiques (polypropylène, polyamide, polyuréthane,) ou thermodurcissables (polyester, vinylester, époxy, polydicyclopentadiène,...).

Les fibres de renforcement peuvent être en verre, aramide, carbone, thermoplastique, voire végétales, utilisées sous forme coupée court ou longue, continue, tissée, tressée, tricotée....

I.6.4. Matériaux composites anticorrosion dans l'industrie.

Les stratifiés à base de polyesters insaturés, de vinylesters, d'époxydes, de polymères thermoplastiques divers, grâce à leurs excellentes performances (physiques, mécaniques...) et à leur résistance chimique et à la corrosion sont utilisés dans toutes les industries où l'on a besoin de résister à l'eau, à la corrosion ainsi qu'aux nombreux produits chimiques utilisés.

- ✓ L'industrie automobile où les carrosseries doivent résister aux intempéries et à la corrosion.
- ✓ L'industrie mécanique où les matériaux doivent résister aux huiles et aux graisses, voire à d'autres fluides.
- ✓ L'industrie agroalimentaire où les matériaux doivent résister à certains produits agressifs, vinaigre, sauces, produits acides.
- ✓ La construction navale, où les matériaux doivent résister à l'eau de mer pendant de très longues durées [9].

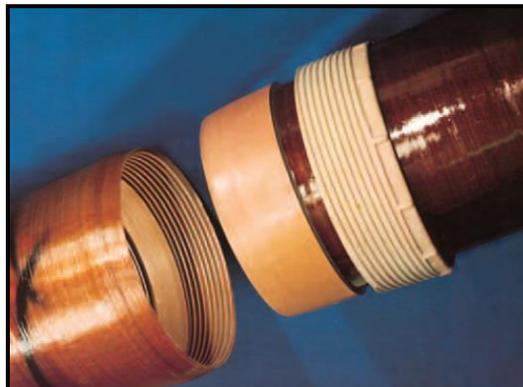


Figure 1.23: Canalisation époxyde/verre et système de raccordement vissé
(Source : sté Ciba-Geigy [9]).

I.6.5. Secteur des travaux publics et bâtiments.

Différentes technologies de réparation et de maintenance des ouvrages sont couramment utilisées depuis de nombreuses années. Le traitement du béton peut faire l'objet d'opérations de ragréage par application de couches de peinture ou de mortier hydraulique ou polymérique après traitement de la poutre dégradée. Les zones fissurées font l'objet d'injection de polymères. Les différentes techniques de renforcement structurel correspondent soit à la projection de béton fibré ou non fibré, soit au collage de tôles d'acier suivant le procédé l'Hermite, soit à l'application d'une précontrainte additionnelle par câbles métalliques ou composites [8].



Figure 1.24 : Renforcement des ouvrages en béton, vue intérieure d'un pont, (Source site planete-tp.com).

I.6.6. Secteur médical.

Les applications des composites dans le domaine médical et de sécurité sont très récentes et concernent plutôt les composites à hautes performances, à matrice époxy et fibres de carbone, ou à matrice thermoplastique et fibres longues de verre ou de carbone d'autre part [6].



Figure 1.25 : Application des matériaux composites dans le secteur médical.

I.6.7. Secteur de l'énergie renouvelable.

Etant donné que l'énergie éolienne participe durablement à la lutte contre la pollution atmosphérique, les gaz à effet de serre et les divers déchets industriels, l'intérêt pour le développement technologique d'éoliennes est de plus en plus puissantes et devient aujourd'hui une préoccupation majeure pour les constructeurs mondiaux.

Dans l'industrie moderne des pales d'éoliennes en matériaux composites à base de fibres occupent une place prépondérante (95 %) (figure 1.26). En effet, ces matériaux présentent des avantages attractifs résidants principalement dans les bonnes caractéristiques mécaniques en termes de rigidité et de résistance spécifiques [12].



Figure 1.26 : Application des matériaux composites dans l'énergie éolienne (source site planete-energies.com).

I.6.8. Secteur du sport.

Le domaine du sport utilise des composites de haute performance avec un taux de renforts de plus de 70 %. Les composites permettent d'augmenter sur mesure les performances, et la fiabilité des articles de sport. Les applications rencontrées concernent les raquettes de tennis et de squash, cannes à pêche, skis, planches à voiles, arcs, flèches, javelots, cadres de bicyclette, casques de protection, clubs de golf, avirons, surf,...etc [6].



Figure 1.27 : Pièces de sports et loisirs en matériaux composites.

1.6.9. Secteur d'électricité et d'électronique : Les matériaux composites sont utilisés dans les supports de circuits imprimés, Disjoncteurs, Isolant, Coffrets,...etc.

Tableau 1.7 : Propriétés des matériaux composites par secteur [5].

	Aéronautique	Automobile	Bâtiment	Construction industrielle	Industrie nautique	Médical	Electricité	Sports et loisirs
Durée de vie								
Rigidité			×		×	×	×	×
Résistance mécanique			×	×	×	×		×
Tenue à la fatigue	×				×			
Résistance à la corrosion	×	×	×		×	×	×	
Étanchéité			×	×				
Sécurité								
Tenue aux chocs		×			×	×		×
Tenue au feu	×		×	×			×	
Isolation thermique			×	×			×	
Isolation électrique				×				×
Amortissement Vibrations				×				×
Conception								
Intégration de fonction	×	×					×	
Formes complexes	×	×	×					×
Transparence ondes							×	
Electromagnétiques	×	×				×		×

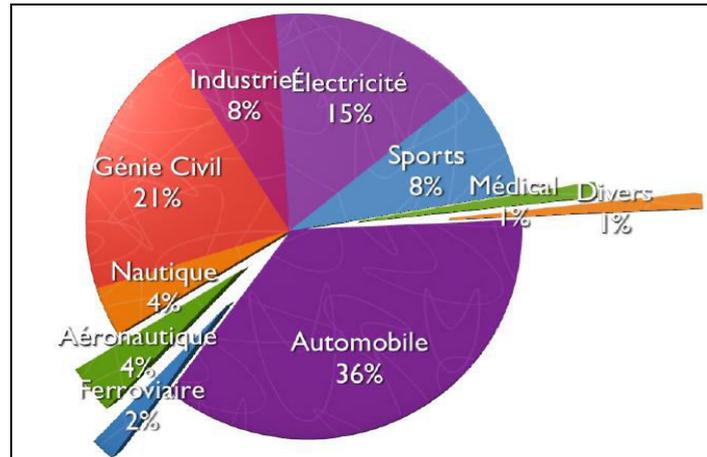


Figure 1.28 : Répartition des secteurs d'application des matériaux composites.

I.7. Perçage des matériaux composites.

L'usinage des matériaux composites dépend de l'étude de la qualification des défauts introduits par la coupe. Leur quantification est importante pour permettre aux concepteurs de structures de constituer ces matériaux et de diminuer les marges d'erreur et ainsi d'augmenter la qualité de leur production.

L'opération d'usinage en perçage est de loin la plus utilisée comme opération de parachèvement des structures en matériaux composites. Elle permet entre autres de réaliser des orifices nécessaires à l'assemblage des éléments, et le passage de câbles [13].

Les caractéristiques des matériaux composites qui influent sur l'opération de perçage sont les suivantes [18]:

Hétérogénéité : les matériaux composites sont constitués d'un polymère contenant un réseau de fibres en nappe, éventuellement tissées. Il faut donc usiner simultanément deux matières de natures différentes.

Anisotropie : dans le cas des composites à fibres orientées, on peut aussi avoir une structure anisotrope (comportement différent selon la direction envisagée), ce qui s'ajoute aux difficultés d'usinage.

Conductivité thermique : les matériaux composites sont des bois isolants thermiques sauf ceux chargés de particules métalliques ou renforcés par des fibres de carbone. La chaleur créée par l'opération d'usinage reste concentrée sur la zone usinée et peut entraîner une déformation thermique importante et un risque de dégradation thermique.

Usure des outils : la présence de fibres de verre engendre une usure très rapide des outils traditionnels (acier rapide). Les outils au carbure, voire diamantés, sont impératifs.

I.7.1. Type du perçage des matériaux composites.

I.7.1.1. Perçage par enlèvement de la matière.

Le perçage est l'un des plus vieux procédés d'usinage par enlèvement de matière, facile à utiliser mais difficile à maîtriser. Parmi les difficultés propres au perçage des composites, on peut citer :

- ✓ une évolution importante et progressive de la vitesse de coupe (V_c) selon la position sur l'arête de coupe.
- ✓ une évolution de la géométrie de l'outil avec le rayon.
- ✓ une coupe oblique tri-dimensionnelle.
- ✓ un usinage en espace confiné qui empêche l'évacuation des copeaux et de la chaleur générée dans la zone de coupe.

Cela met en valeur la problématique de la conception d'outils de perçage, pour lesquels un compromis doit être fait entre la rigidité du corps de l'outil et la nécessité d'évacuer les copeaux générés. Ainsi, la problématique de génération et d'évacuation des copeaux en perçage rend difficile la maîtrise et la fiabilité de l'opération de perçage. Une optimisation du procédé et de la qualité qu'il offre requiert la connaissance et la modélisation des mécanismes de coupe intervenant en perçage.

Cependant, le confinement de la zone de coupe constitue également une difficulté importante pour l'observation de la coupe, et des efforts et des températures générés. Ainsi, la température n'est accessible que par une mesure indirecte autour de la zone de coupe accompagnée d'une étude thermomécanique complexe. L'étude des efforts n'est possible qu'avec des mesures d'efforts globaux lors d'un perçage en pleine matière ou partiels lors de perçages de tubes ou sur avant-trous par exemple. La géométrie évolutive et les importantes variations de la vitesse de coupe le long de l'arête de coupe créent cette répartition inégale de l'effort axial où une partie importante est générée au centre de l'outil sur les premiers millimètres du rayon.

L'étude et la modélisation de la coupe en perçage est donc particulièrement complexe. Pour modéliser l'opération de perçage, une simplification est généralement faite en estimant que chaque portion d'arrêt de l'outil travaille en coupe orthogonale ou en coupe oblique [19].

I.7.1.2. Perçage par jet d'eau.

Ce procédé est relativement récent puisque les premiers brevets, déterminants pour développer l'emploi d'un jet fluide hyperbare pour découper la matière. Depuis, d'autres fournisseurs de pompes hyperbares sont apparus et des constructeurs d'installation complète se sont développés en parallèle. L'utilisation de cette technique dans des matériaux divers : alimentaire, bois, cartons, cuirs, textiles, métaux, plastiques, céramiques, etc.

Cette technique utilise l'action mécanique d'un jet fin du liquide à forte pression et à grande vitesse. Le matériau est découpé par dépassement de sa limite élastique. Industriellement, le procédé ne permet que la découpe et le perçage [14].



Figure 1.29 : Perçage par jet d'eau à haute pression (Source site usinnouvelle.com).

I.7.1.3. Perçage au laser.

Le principe du L.A.S.E.R. (*Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*) est la décharge d'électricité de quelques millions de volts qui active, entre deux électrodes, un mélange gazeux (dioxyde de carbone CO_2 par exemple) à une pression de plusieurs millibars. La focalisation du rayon donne un diamètre de foyer d'environ 0,1 à 0,3 mm, correspondant approximativement à l'épaisseur du trait de coupe. De manière générale, il y a les lasers à gaz carbonique (CO_2), à flux rapide, à flux lent ou à flux transversal. Les caractéristiques importantes du laser sont le mode, la puissance, la stabilité et la polarisation. Les variables les plus significatives sont la lentille de focalisation, la position focale, la vitesse et le gaz d'assistance. Une installation complète comprend la source laser, la structure de support, le système de déplacement du faisceau, l'armoire de contrôle, le dispositif d'aspiration des fumées, les écrans de protection [14].

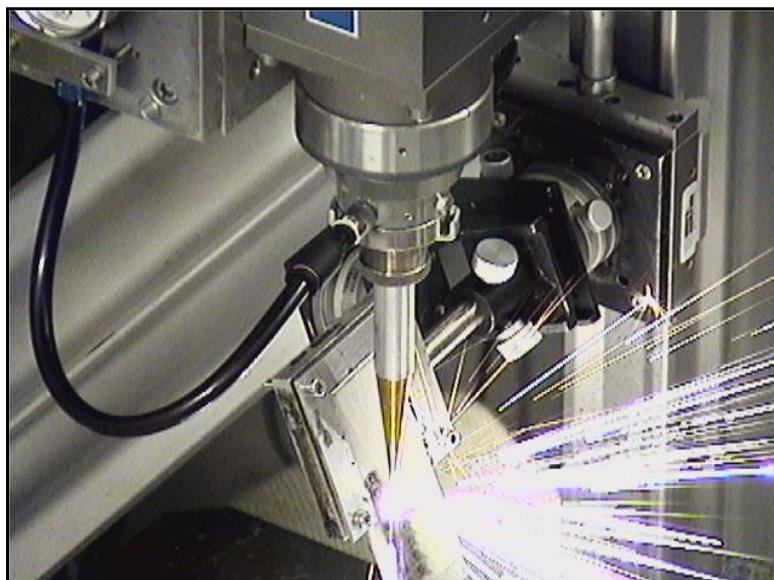


Figure 1.30 : Perçage par laser (Source site pimm.paris.ensam.fr).

Pour les risques liés à l'utilisation du laser, la norme NF C 43-801 ce établit la classification des lasers en cinq catégories correspondant à des classes de risques. Ceux utilisés pour la découpe sont de la classe 4. Il est recommandé de travailler en cabine fermée en repérant les zones susceptibles d'être atteint par le rayon [14].

I.7.2. Les outils de perçage des matériaux composites.

Le perçage des pièces en matériaux composites ont besoin d'un grand savoir-faire et de solutions d'outillage adaptées à ces matériaux.

On cherche que l'outil de perçage donne une bonne qualité de surface, et diminue la résistance mécanique du matériau, et plus peut apporter l'endommagement au voisinage de la zone usinée (arrachement des fibres, délaminage extérieur ou interne - séparation de couches). Il est nécessaire d'appliquer des techniques adaptées qu'on appelle (morphologie des outils).

Les outils doivent avoir une bonne résistance au frottement et à l'abrasion à l'interface copeau/face de coupe et à l'interface face de dépouille/surface usinée. Un échauffement important dans la pièce à usiner peut engendrer une dégradation thermique de la matrice, donc les outils doivent avoir une bonne dureté à haute température et permettre une bonne dissipation de la chaleur produite par frottement. La résistance de l'arête de coupe à l'usure par abrasion est une caractéristique très importante parce que la perte d'acuité peut entraîner des endommagements importants dans la pièce (arrachement, délaminage, etc.) [15].

Les matériaux d'outil existants utilisés industriellement sont présentés ci après par ordre croissant de dureté :

Outils à aciers rapides : Ils sont les moins chers à l'achat mais ils ont une durée de vie moins longue, surtout avec les matériaux renforcés de fibres de verre. Leur qualité de coupe est bonne au moyenne. L'acier rapide est un acier allié comportant du carbone, du chrome et du tungstène, parfois du molybdène, du vanadium et du cobalt [17].



Figure 1.31 : Outils à aciers rapide.

Outils à carbures de tungstène (WC) [15]: ces matériaux, issus de la technique des poudres avec un liant métallique, permettent, grâce aux grains de carbure et de tungstène, d'obtenir une dureté à chaud et une résistance à l'abrasion nettement supérieure aux aciers rapides. Pour améliorer encore leurs performances, ils peuvent être revêtus de dépôts ioniques obtenus essentiellement par procédés :

- ✓ PVD (Physical Vapor Deposition).
- ✓ CVD (Chemical Vapor Deposition) :

Une grande diversité de revêtements est déposable (TiN , $TiCN$, $TiAlN$, Al_2O_3 , etc.) avec un bon accrochage sur le substrat.



Figure 1.32 : Outils à carbures de tungstène (Source site fr.aliexpress.com)

Outils à nitrures de bore cubiques (CBN) [15]: Il se présente sous formes très variées :

- ✓ en dépôt électrolytique sur plaquettes en carbure de tungstène.
- ✓ en insert de CBN fritté et brasé sur la plaquette en carbure métallique.
- ✓ en insert directement fritté sur plaquette en carbure de tungstène.



Figure 1.33 : Outils à nitrures de bore cubiques (source site amazon.fr).

Outils à diamant : c'est le plus dur des matériaux, il se présente sous plusieurs formes :

- ✓ le diamant synthétique (ou naturel) en cristaux déposés sur un support métallique ou carbure avec un liant électrolytique (Ni).
- ✓ le diamant polycristallin (PCD) obtenu par frittage de grains de diamant synthétiques.

Le PCD est souvent lié, lors du frittage, à un support (une plaquette) à base de carbure de tungstène.

En conclusion, la majorité des travaux sur l'usinage des composites à matrice polymère avec renforcement fibreux en carbone recommandent l'emploi d'outils soit en WC soit en PCD. Le choix des outils PCD est souvent privilégié pour leur bien meilleure résistance à l'usure [15].



Figure 1.34 : Types des outils à diamant (source site acadia-ct.fr).

Suivant la géométrie d'outil il existe d'autres types de forêts pour les matériaux composites (figure 1.35).

- ✓ forêt cylindrique diamanté.
- ✓ forêt avec pointe de centrage (de principe similaire à la mèche à bois).

Il faut spécifiquement prévoir quelques essais préliminaires si le diamètre du perçage est très précis. À cause de l'échauffement au passage du forêt, le trou finalement obtenu pourrait avoir un diamètre inférieur après refroidissement de la pièce [17].

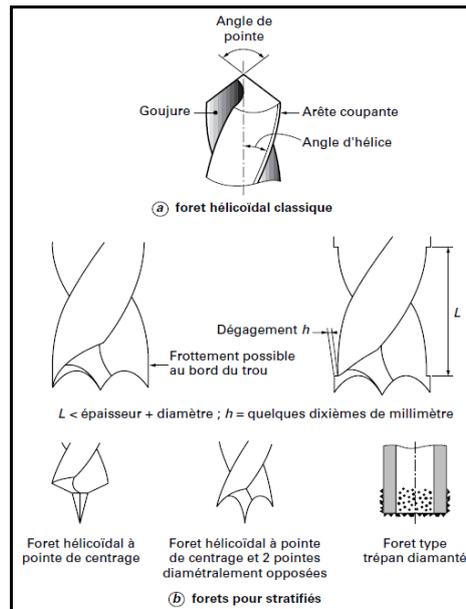


Figure 1.35 : Autre type de forêts [17].

I.7.3. Défauts de perçage des matériaux composites.

Aujourd'hui, une grande partie des trous percés dans les matériaux composites est réalisée à l'aide d'un foret hélicoïdal à deux lèvres. De nombreuses études ont été menées afin d'identifier les défauts créés dans le matériau composite lors du perçage avec foret hélicoïdal. D'autres géométries d'outils mieux adaptés à l'usinage des matériaux anisotropes sont constamment développées en donnant des résultats plus ou moins convaincants [16].

Les défauts inclus lors du perçage peuvent être dissociés en deux catégories :

- Caractéristiques géométriques du trou, valable quelle que soit la nature du matériau :

- ✓ circularité.
- ✓ diamètre : sur une série de trous.
- ✓ rugosité.

- Défauts liés à la structure des matériaux composites :

- ✓ défauts côté débouchant :
 - Pelûchement (cas des fibres aramide).
 - écaillage des arêtes (bris de la résine coté débouchant).
 - délaminage (décohésion des plis sur la surface libre).
- ✓ fissuration sur la paroi du trou.

De plus, les paramètres de mise en œuvre, la structure du matériau ainsi que la géométrie du foret influencent sur la nature des défauts générés lors de l'usinage [13].

- Dégradation thermique de la résine thermodurcissable (exp: époxy) localisée au paroi du trou a cause du frottement produit par des efforts de perçage.

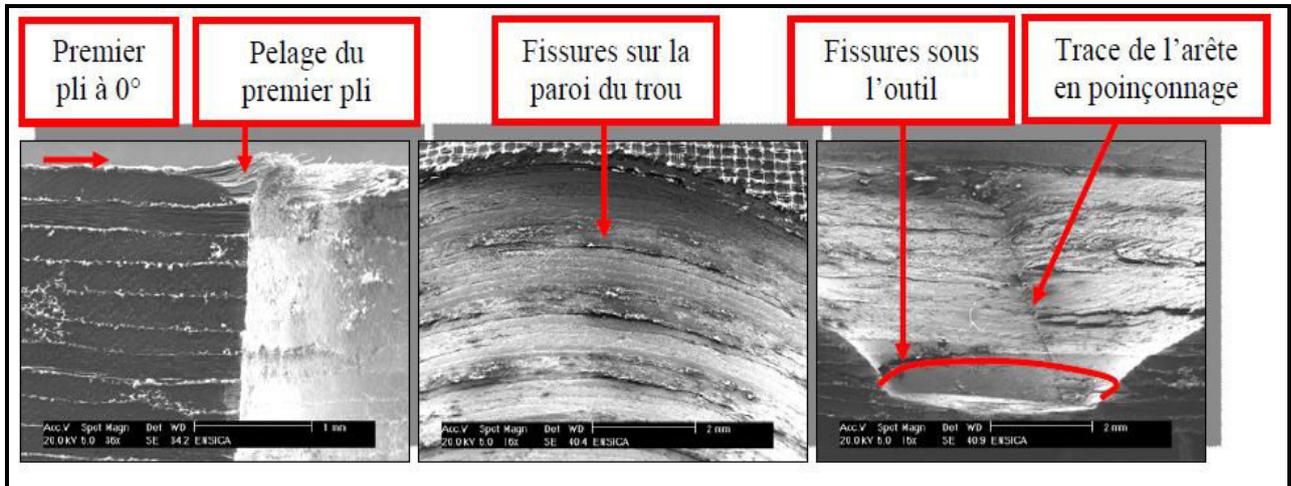


Figure 1.36 : Micrographies faisant apparaître les différents défauts de perçage dans une plaque épaisse [16].

I.7.4. Les conditions de perçage optimales.

La recherche des conditions optimales pour le perçage des matériaux composites a pour objectif de minimiser la rugosité de surface et les efforts de coupe tout en conservant une durée de vie de l'outil économiquement viable.

Les paramètres de perçage pour les outils PCD sont indiqués dans le tableau suivant :

Tableau 1.8. : Conditions de perçage pour les outils PCD et revêtements diamant A2C [20].

Matériau	Types de Revêtements A2C	Vitesses de Coupe (m/min)	Avance mm par dent
Carbone Carbone	C16H C16H PCD D1	45 à 150 250 à 350	0,04 0,04
Composite + Titane	PCD D3 ou C16H	40 ou 12	0,05 0,03
CFRP / Aluminium	C16H C16H ou PCD	45 200 à 300	0,03 0,05
Carbone T700	C16H ou PCD	300	0,05
Composite + Fibres de verre	C16H B15H PCD D3	200 à 300 70	0,05 0,03
CFRP CFRP / Aluminium CFRP / Titane Aluminium Titane Inox CFRP	C16H C16H C16H C16H C16H C16H C16H ou PCD D1	60 à 100 60 60 à 20 60 15 à 20 15 à 20 200 à 500	0,08 0,08 0,05 0,08 0,05 0,05 0,08

Un forêt en acier rapide peut convenir, mais la qualité est améliorée avec un forêt au carbure. Il est recommandé de maintenir l'arrière de la pièce et de ralentir l'avance avant de déboucher, afin d'éviter un délaminage des dernières couches. Pour le perçage des stratifiés tissés, la qualité de coupe et, notamment, l'absence de délaminage, est améliorée si le forêt comporte une pointe centrale de guidage et un bord de coupe réduit pour diminuer le frottement sur le bord du trou (figure 1.35) [17].

Les paramètres de perçage pour un forêts hélicoïdaux sont représentés dans le tableau 1.9.

Tableau .1.9 : Paramètres de perçage des stratifiés pour les forêts hélicoïdaux [17].

Paramètre	Unité	Verre-résine	Carbone-résine		Cellulosique
			Foret carbure	Trépan diamanté	
Angle de coupe	degré	8 à 10			4 à 8
Angle d'hélice	degré	25			10
Angle de pointe	degré	120	118		70 à 120
Avance	mm/tr	≤ 0,2	≤ 0,03	0,01 à 0,05	0,2 à 0,5
Vitesse de coupe	m/min	60 à 70	15 à 20	50 à 70	30 à 80

Pour obtenir une bonne qualité de surface percé et plus peuvent apporter moins l'endommagement au voisinage de la zone usinée dans les matériaux composites, Les constructeurs ou chercheurs doivent connaître plusieurs facteurs fondamentaux importants qui sont :

- Examiner les caractéristiques des composantes des matériaux composites (fibre et matrice), et l'orientation des fibres, stratification des couches... etc.
- Choix d'outil de perçage suivant le type du matériau et de la géométrie d'outil approprié (angle d'hélice, Angle de coupe...etc.).
- Choisir les bonnes conditions de perçage pour les matériaux usinées (l'avance, la vitesse de coupe...etc.).
- Enfin vous devez savoir si le processus de perçage doit être le refroidissement ou non, pour éviter la dégradation thermique de la résine et l'usure de l'outil du perçage.

Chapitre II : Comportement élastique des matériaux composites.

Pour un matériau donné, la loi de comportement consiste à déterminer la relation entre les contraintes et les déformations quand il est soumis à des sollicitations extérieures. Dans un milieu continu élastique l'état de contraintes, en un point dans un repère orthonormé (x, y, z) donné est entièrement définis par le tenseur des contraintes noté σ_{ij} . Les propriétés mécaniques de l'interface entre fibres et matrice sont très importantes dans la réalisation d'une structure composite. En effet, il ne doit avoir ni glissement ni séparation entre les différentes phases de la structure pour obtenir de bonnes caractéristiques mécaniques élastiques.

II.1 Loi de Hooke généralisée.

La relation d'élasticité linéaire peut s'écrire sous la forme suivante [24]:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.1)$$

Ou sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Dans cette loi, généralement appelée loi de Hooke généralisée, la matrice de rigidité \mathbf{C} est symétrique. Le comportement linéaire d'un matériau est donc décrit dans le cas général à l'aide de 21 coefficients indépendants. La matrice de flexibilité ou de souplesse S_{ij} , peut être écrite sous la forme inverse, suivante:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{S} \boldsymbol{\sigma} \quad (2.3)$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{14} & S_{24} & S_{34} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{15} & S_{25} & S_{35} & S_{45} & S_{55} & S_{56} \\ S_{16} & S_{26} & S_{36} & S_{46} & S_{56} & S_{66} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Avec

$$\mathbf{S} = \mathbf{C}^{-1} \quad (2.5)$$

Un matériau dépendant de 21 constantes indépendantes est dit un matériau anisotropie. C'est un matériau ne possédant aucune propriété de symétrie.

II.1.1 Matériaux monocliniques.

Si le matériau a un plan de symétrie, monoclinique, quelques constantes sont nulles et le comportement peut être décrit avec 13 constantes indépendantes [23] :

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & C_{36} \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & C_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{45} & C_{55} & 0 \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

II.1.2 Matériaux orthotropes.

Un milieu est dit orthotrope pour une propriété donnée si cette propriété est invariante par changement de direction obtenue par symétrie relative à deux plans orthogonaux. On remarque alors que la symétrie par rapport au troisième plan orthogonal est automatiquement acquise. Ce mode de comportement est relativement bien réalisé pour les composites unidirectionnels [26].

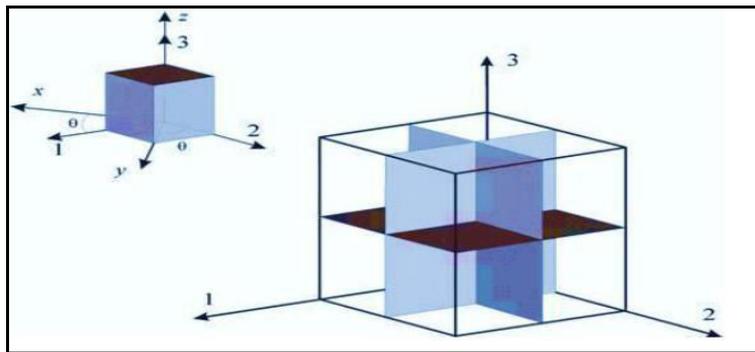


Figure 2.1 : Représentation des trois plans de symétrie d'un matériau orthotrope.

Les coefficients indépendants se réduit à 9. La loi de comportement s'écrit alors:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & sym & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Ou encore :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & S_{44} & 0 & 0 \\ & sym & & & S_{55} & 0 \\ & & & & & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

En introduisant les caractéristiques élastiques :

E_1, E_2, E_3 : Modules d'élasticité.

G_{12}, G_{13}, G_{23} : Modules de cisaillement.

$\nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}$: coefficients de contraction.

La relation (2.8) s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{11}} & \frac{-\nu_{21}}{E_{21}} & \frac{-\nu_{31}}{E_{31}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_{12}} & \frac{1}{E_{22}} & \frac{-\nu_{32}}{E_{23}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{13}}{E_{13}} & \frac{-\nu_{23}}{E_{23}} & \frac{1}{E_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{31}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

La symétrie de la matrice de souplesse [S] impose les relations suivantes :

- $\frac{\nu_{21}}{E_2} = \frac{\nu_{12}}{E_1}$,
- $\frac{\nu_{31}}{E_3} = \frac{\nu_{13}}{E_1}$,
- $\frac{\nu_{33}}{E_2} = \frac{\nu_{32}}{E_3}$,

II.1.3 Matériaux isotropes.

Dans ce cas toutes les directions et en tout point du matériau ont les mêmes propriétés mécaniques. Le nombre de coefficients indépendants se réduit à 2 coefficients et la loi de comportement s'écrit [1] :

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} & 0 & 0 \\ & sym & & & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} & 0 \\ & & & & & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

En terme de constantes techniques l'inverse de la relation (2.10) s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & \frac{1}{E} & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

$$\text{Avec : } G = \frac{E}{2(1+\nu)} ;$$

II.1.4 Matériaux isotropes transverses.

Un matériau isotrope transverse est un matériau orthotrope qui comporte un axe ou un plan d'isotropie. Les propriétés suivant l'axe 2 et 3 sont identiques, donc [31] :

- $C_{22} = C_{33}$
- $C_{12} = C_{13}$
- $C_{55} = C_{66}$
- $C_{44} = \frac{C_{22} - C_{33}}{2}$

Le nombre de coefficients indépendants se réduit à 5.

La loi de comportement s'écrit alors :

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{C_{22} - C_{33}}{2} & 0 & 0 \\ & sym & & & C_{66} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

II.1.5 Matériaux quasi isotropes transverses.

Le nombre de coefficients indépendants se réduit à 6 coefficients, et la loi de comportement s'écrit [31] :

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & C_{45} & 0 \\ & sym & & & C_{44} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

II.1.6 Matériaux quasi isotropes.

Le nombre de coefficients indépendants se réduit à 3 coefficients, la loi de comportement s'écrit [1] :

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & sym & & & C_{44} & 0 \\ & & & & & C_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

II.2 Caractéristiques mécaniques du mélange renfort-matrice [25] :

Les lois de mélange permettent de déterminer les caractéristiques d'un matériau composites en fonction de ces constituants (fibre et matrice) et leur teneur volumique.

Les caractéristiques mécaniques de ces constituants sont :

V_f, V_m : Teneur volumique des constituants (f : fibre, m : matrice).

E_f, E_m : Modules de Young.

G_f, G_m : Module de coulomb (glissement).

ν_f, ν_m : Coefficients de Poisson.

Teneur en volume et en masse du renfort et de la matrice

$$V_f = \frac{\text{Volume de renfort}}{\text{Volume totale}} \quad \text{et} \quad V_m = \frac{\text{Volume de la matrice}}{\text{Volume totale}}, \quad (2.15)$$

Avec

$$V_m = 1 - V_f \quad \text{et} \quad V_f = \frac{\frac{M_f}{\rho_f}}{\frac{M_f}{\rho_f} + \frac{M_m}{\rho_m}} \quad (2.16)$$

$$M_f = \frac{\text{masse de renfort}}{\text{masse totale}} \quad \text{et} \quad M_m = \frac{\text{masse de la matrice}}{\text{masse totale}}, \quad (2.17)$$

Avec

$$M_f = 1 - M_m \quad \text{et} \quad M_f = \frac{V_f \rho_f}{V_f \rho_f + V_m \rho_m}, \quad (2.18)$$

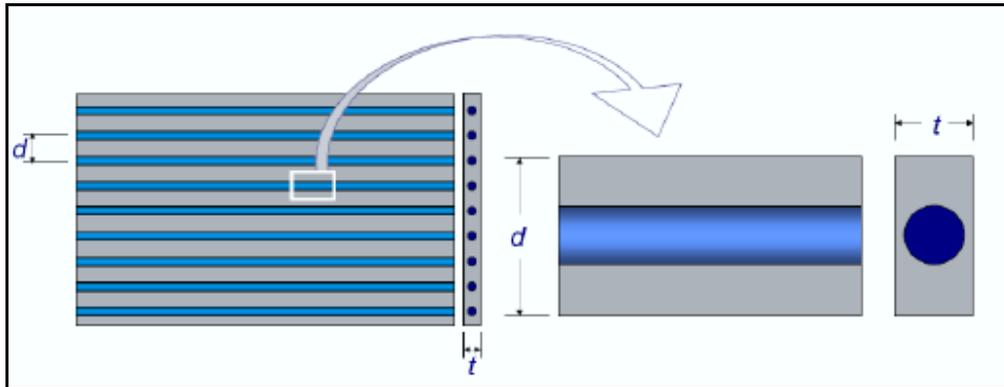


Figure 2.2 : Structure élémentaire d'un matériau composite unidirectionnel [1].

Module d'élasticité dans le sens des fibres

$$E_l = E_m V_m + E_f V_f \quad (2.19)$$

Module d'élasticité dans le sens transversal des fibres

$$E_t = E_m \left(\frac{1}{(1 - V_f) + \frac{E_m V_f}{E_{ft}}} \right) \quad (2.20)$$

E_{ft} : Module de Young dans le sens transversal des fibres (fibres anisotropes), mais dans la majorité des cas on utilise $E_{ft} \approx E_f$ donc :

$$E_t = \frac{E_m E_f}{E_f V_m + E_m V_f} \quad (2.21)$$

Coefficient de Poisson

Il caractérise la contraction dans le sens transverse t du pli lorsqu'on le sollicite en traction suivant le sens l .

$$\nu_{lt} = \nu_m V_m + \nu_f V_f \quad (2.22)$$

Module de glissement (Coulomb)

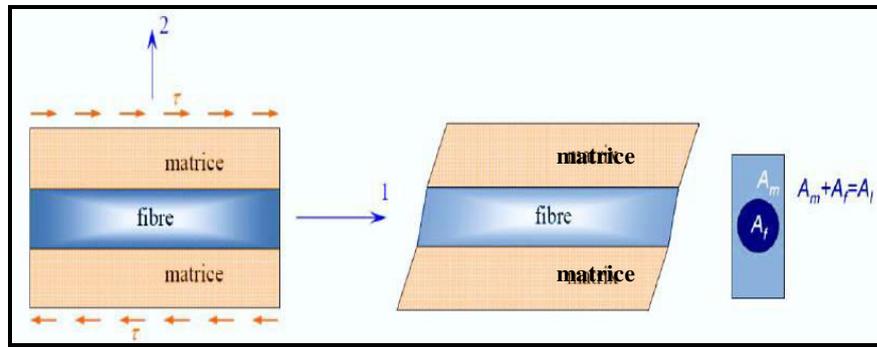


Figure 2.3 : Cisaillement longitudinal d'une plaque unidirectionnelle [1].

Dans l'état de équilibre élémentaire $\tau_l = \tau_m = \tau_f$,

On a :

$$\tau_m = G_m \varepsilon_6^m, \tau_f = G_f \varepsilon_6^f, \tau_l = G_{lt} \varepsilon_6$$

La compatibilité, en moyenne, de la déformation en cisaillement prescrit que ce soit :

$$V \varepsilon_6 = \varepsilon_6^f V_f + (1+V_f) \varepsilon_6^m \Rightarrow \frac{\tau_l}{G_{lt}} = \frac{\tau_f}{G_f} V_f + \frac{\tau_m}{G_m} (1-V_f),$$

$$\Rightarrow G_{lt} = \frac{G_m G_f}{V_m G_f + V_f G_m} \quad (2.23)$$

$\varepsilon_6^m, \varepsilon_6^f$: Déformation en cisaillement des constituants.

Résistance à la rupture d'un pli unidirectionnelle

Pour la sollicitation de traction suivant la direction longitudinale (l) la contrainte de rupture est :

$$\sigma_{lrup} = \sigma_{frup} V_f + \sigma_{mrup} V_m \quad (2.24)$$

$$\sigma_{lrup} = \sigma_{frup} \left(V_f + (1-V_f) \frac{E_m}{E_f} \right) \quad (2.25)$$

Coefficient de dilatation thermique

Les coefficients de dilatation thermique suivant la direction longitudinale (l) et transversale (t) sont donnés par [21] :

$$\alpha_l = \frac{\alpha_f E_f V_f + \alpha_m E_m V_m}{E_f V_f + E_m V_m} \quad (2.26)$$

$$\alpha_t = \alpha_m V_m + \alpha_f V_f + \frac{v_f E_m + v_m E_f}{\frac{E_m}{V_f} + \frac{E_f}{V_m}} (\alpha_f - \alpha_m) \quad (2.27)$$

II.3 Comportement des monocouches.

Pour étudier le comportement des stratifiées il est nécessaire de connaître le comportement d'un pli considéré comme une structure mince dans une repère quelconque (figure 2.4).

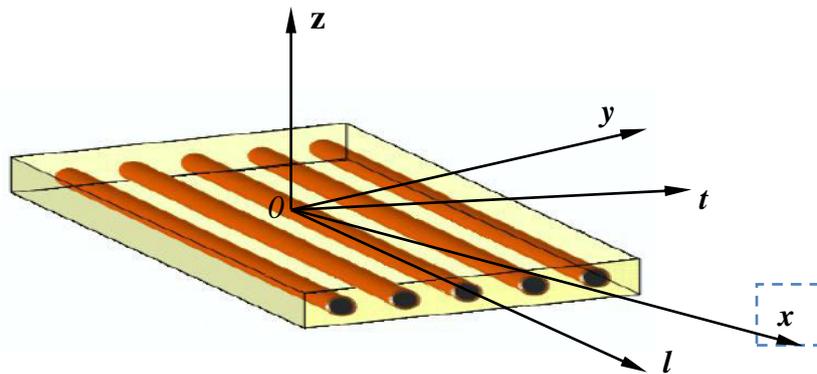


Figure 2.4 : Repères de monocouche (pli UD) [1].

II.3.1 Comportement mécanique dans les directions d'orthotropie.

Le matériau étant considéré isotrope transverse le problème d'élasticité se ramène à deux dimensions en contraintes planes. Donc les coefficients élastiques se réduisent à 4 constantes indépendantes (avec la notation : l = longitudinal ; t = transversal).

E_l : module de Young dans le sens des fibres.

E_t : module de Young dans le sens transverse des fibres.

G_{lt} : module de cisaillement.

ν_{lt} ou ν_{tl} : coefficient de Poisson.

Dans le repère local du pli, la relation de comportement s'écrit :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_l \\ \varepsilon_t \\ \gamma_{lt} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_l} & \frac{-\nu_{lt}}{E_t} & 0 \\ \frac{-\nu_{tl}}{E_l} & \frac{1}{E_t} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{lt}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_l \\ \sigma_t \\ \tau_{lt} \end{Bmatrix} \quad (2.28)$$

et inversement :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_l \\ \sigma_t \\ \tau_{lt} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_l \\ \varepsilon_t \\ \gamma_{lt} \end{Bmatrix} \quad (2.29)$$

Avec :

- $Q_{11} = \frac{E_l}{1 - \nu_{lt}\nu_{tl}}$,
- $Q_{12} = Q_{21} = \frac{\nu_{tl}E_l}{1 - \nu_{lt}\nu_{tl}} = \frac{\nu_{lt}E_t}{1 - \nu_{lt}\nu_{tl}}$,
- $Q_{22} = \frac{E_t}{1 - \nu_{lt}\nu_{tl}}$,
- $Q_{66} = G_{lt}$,

II.3.2 Modules d'élasticité et coefficient de Poisson du pli tissu.

Le pli est remplacé par un seul pli unidirectionnelle anisotrope qui aurait le même taux volumique V_f de renfort et d'épaisseur (h), (x) étant la chaîne et (y) celle de la trame, on a alors [22] :

$$E_x \approx KE_l + (1 - K)E_t \quad (2.30)$$

$$E_y \approx KE_t + (1 - K)E_l \quad (2.31)$$

$$G_{xy} = G_{lt} \quad (2.32)$$

$$\nu_{xy} \approx \frac{\nu_{lt}}{(K + (1 + K)\frac{E_l}{E_t})} \quad (2.33)$$

Avec

$$K = \frac{n_1}{n_1 + n_2} \quad (2.34)$$

n_1 : nombre de fils de chaîne par mètre.

n_2 : nombre de fils de trame par mètre.

II.3.3 Modules d'élasticité et coefficient de Poisson du pli renforcé avec des mats.

Les mats sont des renforts bidimensionnels à fibres coupées (longueurs compris entre 5 et 10 cm). Les mats sont isotropes dans leur plan (x, y) , ils peuvent donc être caractérisés par deux constantes élastiques seulement [21] :

$$E_{mat} \approx \frac{3}{8} E_l + \frac{5}{8} E_t \quad (2.35)$$

$$\nu_{mat} \approx 0,3$$

$$G_{mat} \approx \frac{E_{mat}}{2(1 + \nu_{mat})} \quad (2.36)$$

II.3.4 Comportement mécanique dans des directions quelconques.

Un pli étant caractérisé dans le repère (l, t) . Pour définir la loi de comportement dans un repère quelconque (x, y) obtenu par rotation d'un angle θ autour de l'axe z , on définit la matrice de changement de base $[T]$ (figure. 2.5) :

$$[T] = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & -2sc \\ s^2 & c^2 & 2sc \\ sc & -sc & c^2 - s^2 \end{bmatrix}, \quad [T]^{-1} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 2sc \\ s^2 & c^2 & -2sc \\ -sc & sc & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Avec $c = \cos \theta$; $s = \sin \theta$

Les vecteurs de contrainte et de déformation dans les deux repères sont liés par les relations suivantes:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} \sigma_l \\ \sigma_t \\ \sigma_{lt} \end{Bmatrix} \quad (2.38)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} \varepsilon_l \\ \varepsilon_t \\ \varepsilon_{lt} \end{Bmatrix} \quad (2.39)$$

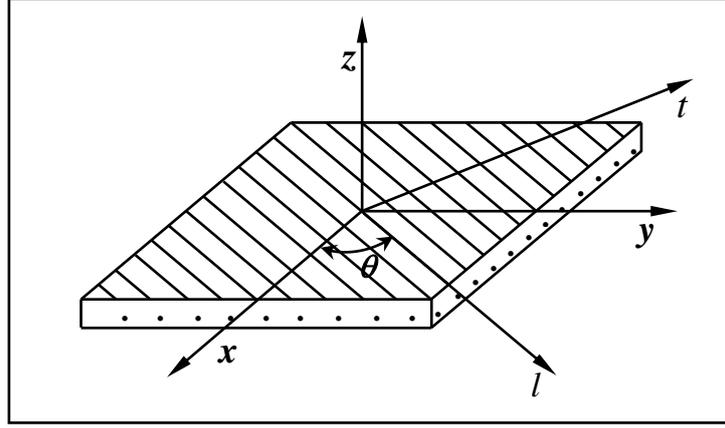


Figure 2.5 : Couche d'un matériau orthotrope.

Nous pouvons également montrer que les contraintes dans le repère (x, y, z) sont définies en fonction des déformations par [2] :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = [\bar{Q}] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.40)$$

Avec

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix}, \quad (2.41)$$

La matrice $[\bar{Q}]$ est donnée par :

$$[\bar{Q}] = [T]^{-1} [Q] [T], \quad (2.42)$$

Les composantes de la matrice de rigidité $[\bar{Q}]$ déduite après la transformation de base deviennent :

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11} &= c^4 Q_l + s^4 Q_t + 2c^2 s^2 (v_{tl} Q_l + 2G_{tl}) \\ \bar{Q}_{22} &= s^4 Q_l + c^4 Q_t + 2c^2 s^2 (v_{tl} Q_l + 2G_{tl}) \\ \bar{Q}_{66} &= c^2 s^2 (Q_l + Q_t - 2v_{tl} Q_l) + (c^2 - s^2) G_{tl} \\ \bar{Q}_{12} &= c^2 s^2 (Q_l + Q_t - 4G_{tl}) + (c^4 - s^4) v_{tl} Q_l \\ \bar{Q}_{16} &= -cs \{ c^2 Q_l + s^2 Q_t - (c^2 - s^2) (v_{tl} Q_l + 2G_{tl}) \} \\ \bar{Q}_{26} &= -cs \{ s^2 Q_l - c^2 Q_t + (c^2 - s^2) (v_{tl} Q_l + 2G_{tl}) \} \end{aligned} \quad (2.43)$$

Dans les quels :

$$Q_l = \frac{E_l}{(1 - v_{tl} v_{tl})} \quad ; \quad Q_t = \frac{E_t}{(1 - v_{tl} v_{tl})} \quad (2.44)$$

En injectant les définitions des modules d'élasticité, des coefficients de Poisson et le module de cisaillement plan dans l'expression des souplesses, on obtient les relations suivantes [22] :

$$\begin{aligned}
 E_x &= \frac{1}{\frac{c^4}{E_l} + \frac{s^4}{E_t} + c^2 s^2 \left(\frac{1}{G_{lt}} - 2 \frac{v_{lt}}{E_t} \right)} \\
 E_y &= \frac{1}{\frac{s^4}{E_l} + \frac{c^4}{E_t} + c^2 s^2 \left(\frac{1}{G_{lt}} - 2 \frac{v_{lt}}{E_t} \right)} \\
 G_{xy} &= \frac{1}{4c^2 s^2 \left(\frac{1}{E_l} + \frac{1}{E_t} + 2 \frac{v_{lt}}{E_t} \right)^2 + \left(\frac{c^2 - s^2}{G_{lt}} \right)} \\
 \frac{v_{yx}}{E_y} &= \frac{v_{lt}}{E_t} (c^4 + s^4) - c^2 s^2 \left(\frac{1}{E_l} + \frac{1}{E_t} - \frac{1}{G_{lt}} \right) \\
 \frac{\eta_{xy}}{G_{xy}} &= -2cs \left(\frac{c^2}{E_l} - \frac{s^2}{E_t} + (c^2 - s^2) \left(\frac{v_{lt}}{E_t} - \frac{1}{2G_{lt}} \right) \right) \\
 \frac{\mu_{xy}}{G_{xy}} &= -2cs \left(\frac{s^2}{E_l} - \frac{c^2}{E_t} - (c^2 - s^2) \left(\frac{v_{lt}}{E_t} - \frac{1}{2G_{lt}} \right) \right)
 \end{aligned} \tag{2.45}$$

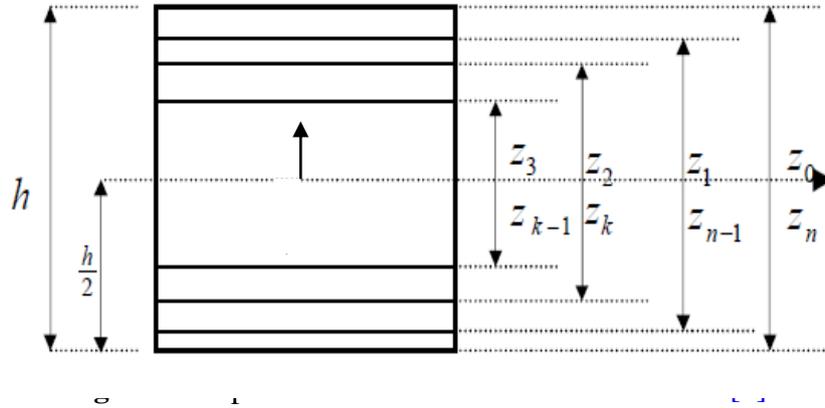
II.3.5 Résistance à la rupture d'un pli UD dans une direction quelconque.

La résistance à la rupture d'un pli unidirectionnelle dans une direction quelconque des fibres défini par l'angle θ est donnée par la relation suivante [21] :

$$\sigma_{xrupt} = \frac{1}{\sqrt{\frac{c^4}{\sigma_{lrupt}^2} + \frac{s^4}{\sigma_{trupt}^2} + \left(\frac{1}{\tau_{lrupt}^2} - \frac{1}{\sigma_{trupt}^2} \right) c^2 s^2}} \tag{2.46}$$

II.4 Lois de comportement des stratifiées.

Nous allons donner le schéma de comportement mécanique des plaques stratifiées, pour simplifier au mieux l'analyse de ses structures. Cette simplification consiste à ramener le problème initialement à trois dimensions (x, y, z) à un problème à deux dimensions (x, y). La théorie des stratifiées utilise les mêmes hypothèses que la théorie générale des plaques. L'hypothèse de base de la théorie générale des plaques réside dans l'expression des déplacements en tout point M d'une plaque, de coordonnées (x, y, z), sous la forme de polynômes en z , généralement limités au degré 3, et de coefficients dépendant de (x, y) [1].



II.4.1 Champ des déformations.

Une première hypothèse consiste à considérer un stratifié comme un matériau composé d'une superposition de couches parfaitement liées (figure 2.6) et en négliger l'effet de cisaillement transverse, et les déformations en cisaillement transverse γ_{xz} et γ_{yz} qui sont donc nulles. Les déformations et les déplacements et les rotations sont petits. Le matériau présente donc un comportement élastique et les rotations dans le plan moyen sont définis par (figure 2.7) :

$$\begin{cases} \theta_x = -\frac{\partial w_0}{\partial y} \\ \theta_y = -\frac{\partial w_0}{\partial x} \end{cases} \quad (2.47)$$

Le champ des déplacements s'écrit alors :

$$\begin{cases} u(x, y, z) = u_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial x}(x, y) \\ v(x, y, z) = v_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial y}(x, y) \\ w(x, y, z) = w_0(x, y) \end{cases} \quad (2.48)$$

Avec
$$\begin{cases} u = u_0 - z\theta_y \\ v = v_0 - z\theta_x \end{cases}$$

u_0 et v_0 : sont les déplacements membranaires de la feuille moyenne.

w_0 : est le déplacement hors plan de la feuille moyenne de la plaque.

La déformée de la normale au plan moyen (O, x, y) est alors un segment de droite normal à la déformée du plan moyen. L'ensemble des notations, utilisées dans le cas du schéma de la théorie classique des stratifiés, est schématisé sur la figure (2.7) [2].

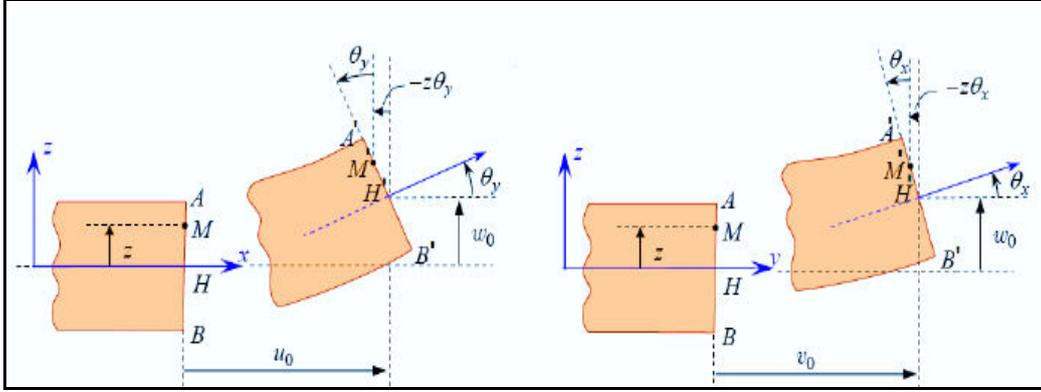


Figure 2.7 : Schématisation des déformations dans le cas de la théorie classique des stratifiés [1].

II.4.1.1 Expression du champ des déformations.

Le champ des déformations s'écrit, en tenant compte des expressions (2.48) [2] :

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}, & \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) - 2z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y}, \\
 \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial v_0}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2}, & \gamma_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \\
 \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial w_0}{\partial z} = 0, & \gamma_{yz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = 0
 \end{aligned} \tag{2.49}$$

Ce champ des déformations en un point M de coordonnées (x, y, z) est la superposition des déformations en membrane et les des déformations en flexion et torsion (courbure).

$$\varepsilon(M) = \varepsilon_m(M) + \varepsilon_f(M) \tag{2.50}$$

Avec $\varepsilon_m(M)$ les déformations en membrane s'expriment exclusivement en fonction des déplacements (u_0, v_0) dans le plan (O, x, y) des points de ce plan est définir par :

$$\varepsilon_m(M) = \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{bmatrix}, \tag{2.51}$$

Et $\varepsilon_f(M)$ les déformations en flexion et torsion peuvent en fonction des angles de rotation de la déformée du plan moyen et de la cote z du point M est défini par,

$$\varepsilon_f(M) = \begin{bmatrix} \varepsilon_x^f \\ \varepsilon_y^f \\ \gamma_{xy}^f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -z \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -2z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{bmatrix}, \quad (2.52)$$

Les déformations en flexion et torsion peuvent être exprimées en fonction d'une nouvelle fonction $K(x, y)$ tel que :

$$\varepsilon_f(M) = z K(x, y), \quad (2.53)$$

Avec

$$K(x, y) = \begin{bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{bmatrix}, \quad (2.54)$$

K_x, K_y, K_{xy} : sont les courbures de la plaque en flexion.

Les déformations en un point M s'écrivent alors :

$$\varepsilon(M) = \varepsilon(x, y, z) = \varepsilon_m(x, y) + zK(x, y). \quad (2.55)$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{bmatrix}, \quad (2.56)$$

II.4.2 Expression du champ des contraintes :

Les relations suivantes donnent les contraintes dans une couche k dans un repère quelconque (x, y, z) [2] :

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \bar{Q}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix}, \quad (2.57)$$

Avec

$$\bar{Q}_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \quad (2.58)$$

Où \bar{Q}_k est la matrice de rigidité réduite de la couche k . En tenant compte de (2.56) et (2.57), les contraintes dans une couche k s'expriment suivant :

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_K = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \varepsilon_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \mathbf{K}_x \\ \mathbf{K}_y \\ \mathbf{K}_{xy} \end{bmatrix}, \quad (2.59)$$

ou

$$\sigma_k(M) = \sigma_k(x, y, z) = \bar{Q}_k \varepsilon_m(x, y) + z \bar{Q}_k \mathbf{K}(x, y), \quad (2.60)$$

Le vecteur $\sigma_k(M)$ représente le vecteur des contraintes dans la couche k ($h_{k-1} \leq z \leq h_k$). La matrice de rigidité réduite \bar{Q}_k varie d'une couche à l'autre, il en résulte donc une discontinuité du champ des contraintes entre couches successives.

II.4.3 Efforts généralisés.

II.4.3.1 Efforts de membrane.

Dans le cadre de la théorie classique des stratifiés, l'expression des résultantes en membrane s'écrit [24] :

$$N(x, y) = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \sigma_k(x, y, z) dz = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} [\bar{Q}_k \varepsilon_m(x, y) + z \bar{Q}_k \mathbf{K}(x, y)] dz, \quad (2.61)$$

En considérant les caractéristiques mécaniques et les déformations sont constantes suivant l'épaisseur d'une même couche, on peut écrire :

$$N(x, y) = \sum_{k=1}^n \left[\bar{Q}_k \varepsilon_m(x, y) \int_{h_{k-1}}^{h_k} dz + \bar{Q}_k \mathbf{K}(x, y) \int_{h_{k-1}}^{h_k} z dz \right] \quad (2.62)$$

En intégrant dans l'épaisseur, on trouve :

$$N(x, y) = \left[\sum_{k=1}^n (h_k - h_{k-1}) \bar{Q}_k \right] \varepsilon_m(x, y) + \frac{1}{2} \left[\sum_{k=1}^n (h_k^2 - h_{k-1}^2) \bar{Q}_k \right] \mathbf{K}(x, y), \quad (2.63)$$

L'expression précédente de l'effort de membrane peut finalement s'écrire sous la forme :

$$N(x, y) = A \varepsilon_m(x, y) + B \mathbf{K}(x, y), \quad (2.64)$$

Avec

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (h_k - h_{k-1}), \quad (2.65)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (h_k^2 - h_{k-1}^2), \quad (2.66)$$

A : matrice de membrane.

B : matrice de couplage.

L'expression développée des résultantes en membrane s'écrit donc :

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \varepsilon_{xy}^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{bmatrix}, \quad (2.67)$$

Ces équations montrent que dans le cas d'un stratifié, les résultantes en membrane (N_x , N_y , N_{xy}) ne sont pas seulement fonctions des déformations en membrane ($\varepsilon_x^0, \varepsilon_y^0, \varepsilon_{xy}^0$) (comme dans le cas de plaques homogènes), mais sont également fonctions des courbures en flexion et en torsion (K_x, K_y, K_{xy}).

II.4.3.2 Efforts de flexion et torsion.

Les moments de flexion et de torsion exercés sur un stratifié sont définis par [24] :

$$M_f(x, y) = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} z \sigma_k(x, y, z) dz = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} [z \bar{Q}_k \varepsilon_m(x, y) + z^2 \bar{Q}_k K(x, y)] dz, \quad (2.68)$$

Ce qui conduit à :

$$M_f(x, y) = \left[\frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (h_k^2 - h_{k-1}^2) \bar{Q}_k \right] \varepsilon_m(x, y) + \frac{1}{3} \left[\sum_{k=1}^n (h_k^3 - h_{k-1}^3) \bar{Q}_k \right] K(x, y), \quad (2.69)$$

Le vecteur des moments de flexion et de torsion s'écrit donc sous la forme :

$$M_f(x, y) = B_{ij} \varepsilon_m(x, y) + D_{ij} K(x, y), \quad (2.70)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (h_k^3 - h_{k-1}^3), \quad (2.71)$$

avec

D : matrice de courbure.

L'expression développée des moments s'écrit sous la forme :

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \varepsilon_{xy}^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{bmatrix}, \quad (2.72)$$

Les moments de flexion et de torsion sont fonctions des courbures en flexion et en torsion, et aussi sont fonctions des déformations en membrane.

II.4.4 Equation du comportement mécanique d'un stratifié.

II.4.4.1 Équation constitutive.

L'équation constitutive d'une plaque stratifiée exprime les résultantes et les moments en fonction des déformations en membrane et des courbures. Elle s'obtient en regroupant les expressions (2.67) et (2.72) suivant une seule écriture matricielle sous la forme suivante [31] :

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.73)$$

Cette équation constitutive peut également être écrite sous la forme contractée suivant :

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_m \\ K \end{bmatrix} \quad (2.74)$$

Les termes des matrices introduites A , B et D sont donnés par les expressions (2.65), (2.66) et (2.71). Ils peuvent être également exprimés, en introduisant l'épaisseur e_k et la cote z_k du centre de la couche k , sous la forme :

$$A_{ij} = \sum_{K=1}^n (\bar{Q}_{ij})_p e_k, \quad (2.75)$$

$$B_{ij} = \sum_{K=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k e_k z_k, \quad (2.76)$$

$$D_{ij} = \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k \left(e_k z_k^2 + \frac{e_k^3}{12} \right) \quad (2.77)$$

II.4.4.2 Equation constitutive des stratifiée particuliers.

La matrice intervenant dans l'expression (2.73) est la matrice de rigidité du stratifié, décrivant son comportement élastique macroscopique en un point. La matrice A est la matrice de rigidité en membrane, D la matrice de rigidité en flexion et B la matrice de couplage membrane-flexion-torsion. Il résulte de la structure en couches de matériaux des caractéristiques mécaniques différentes. Le couplage est nul ($B=0$), seulement dans le cas où le stratifié est symétrique. La symétrie implique une symétrie des propriétés des couches, de leurs cotes et de leurs orientations. Le couplage traction-cisaillement provient des termes A_{16}

et A_{26} . Le couplage membrane-flexion résulte des termes B_{11} , B_{12} et B_{22} , alors que le couplage membrane-torsion résulte des termes B_{16} et B_{26} . Enfin, le couplage flexion-torsion résulte des coefficients D_{16} et D_{26} [1].

II.4.4.2.a Matrice de rigidité de stratifié symétrique.

Un stratifié est symétrique si le plan moyen est un plan de symétrie. Deux couches symétriques ont [1] :

- ✓ La même matrice de rigidité réduite $[\bar{Q}_{ij}]_k$.
- ✓ La même épaisseur h_k .

Il en résulte que les coefficients B_{ij} de la matrice de rigidité du stratifié sont *nuls*. L'équation constitutive est de la forme suivante:

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & 0 & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & 0 & 0 & 0 \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ 0 & 0 & 0 & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ 0 & 0 & 0 & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{pmatrix} \quad (2.78)$$

II.4.4.2.b Matrice de rigidité de stratifié équilibré.

Les structures stratifiées équilibrées comportent le même nombre de plis dans chacune des directions θ et $-\theta$. Il y a alors découplage entre les déformations de tension et les déformations de cisaillement plan [2]. Dans ce cas l'équation constitutive s'écrit :

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & 0 & 0 & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & 0 & 0 & 0 & B_{26} \\ 0 & 0 & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ 0 & 0 & B_{16} & D_{11} & D_{12} & 0 \\ 0 & 0 & B_{26} & D_{12} & D_{22} & 0 \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{pmatrix} \quad (2.79)$$

II.4.4.2.c Matrice de rigidité de stratifié quasi-isotrope.

La matrice de rigidité réduite d'une couche quasi-isotrope est donnée par la relation (2.14). L'équation constitutive d'un stratifié à couches quasi-isotropes s'écrit donc :

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & 0 & 0 & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & 0 & 0 & 0 & B_{26} \\ 0 & 0 & \frac{A_{11} - A_{12}}{2} & B_{16} & B_{26} & 0 \\ 0 & 0 & B_{16} & D_{11} & D_{12} & 0 \\ 0 & 0 & B_{26} & D_{12} & D_{22} & 0 \\ B_{16} & B_{26} & 0 & 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.80)$$

Chapitre III : Formulation analytique du comportement des plaques trouées en matériaux composites.

L'assemblage d'éléments composites sur une structure nécessite souvent la réalisation de trous destinés à recevoir des boulons ou des rivets ou pour le passage des câbles électriques et téléphoniques. Pour différentes raisons pratiques, la présence d'un trou conduit à un affaiblissement de la structure en raison de la sur-contrainte locale appelée concentration des contraintes.

L'orientation des fibres des couches et leur caractère orthotrope rajoutent de nouveaux paramètres qui influent sur la distribution des contraintes autour du trou. Le facteur de concentration des contraintes ne sera plus constant ou fonction seulement des dimensions géométriques mais aussi fonction des caractéristiques mécaniques du matériau.

Dans cette étude, nous allons présenter une étude théorique visant l'analyse de la concentration des contraintes autour d'un trou circulaire et elliptique dans une plaque en matériau isotrope dans le premier cas puis une plaque en matériau composite pour le deuxième cas d'étude.

III.1. Etude du comportement des plaques trouée en matériau isotrope.

L'étude théorique des plaques trouées en matériaux isotropes est considérée comme une étude préliminaire de l'étude du matériau composite. Le but étant de montrer la différence entre les deux comportements des matériaux isotropes et composites. Plusieurs travaux de recherche ont traité le cas des plaques isotropes rectangulaires munies de trou circulaire et sollicitées en traction simple par [27] et [28], [29], [30]...

Ces études analytiques comparées à d'autres numériques présentent des résultats similaires. En effet, elles indiquent que les contraintes ne sont pas homogènes au voisinage du trou et que ce champ de contrainte peut être considéré homogène loin du trou. Le facteur de concentration de contrainte (FCC) est défini par le rapport de la contrainte maximale σ^{\max} et la contrainte nominale loin du trou σ^{∞} (figure 3.1).

III.1.1 Etude du comportement des plaques munies d'un trou circulaire.

Le but de cette partie est de présenter l'effet de la présence du trou circulaire sur le comportement mécanique des plaques trouées en matériaux isotropes avec la sollicitation de

traction et de compression pure. Afin d'analyser le phénomène de concentration des contraintes par la détermination de la distribution du facteur de concentration des contraintes autour et loin du trou circulaire on applique la théorie d'élasticité plane et on utilise les contraintes d'Airy.

Soit une plaque munie d'un trou circulaire centrée de rayon R et soumise à ces deux extrémités à un état de traction simple (figure 3.1). L'axe du trou est e_3 et la direction de la traction est e_1 . Les dimensions de la plaque sont supposées suffisamment grandes par rapport au rayon du trou et les forces volumiques sont négligeables. On considère l'hypothèse de l'état de contraintes planes.

L'état de contrainte loin du trou n'est pas affecté par la présence du trou et peut donc être assimilé à l'état homogène suivant :

$$\underline{\underline{\sigma}}^\infty = \sigma^\infty e_1 \otimes e_1 \quad (3.1)$$

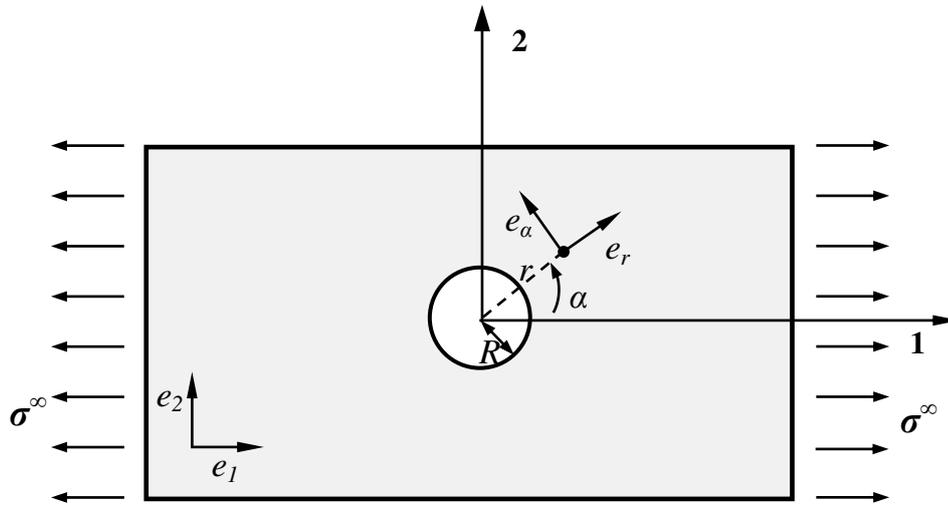


Figure 3.1 : Traction d'une plaque isotrope élastique munie d'un trou circulaire.

Un système de coordonnées polaire (θ, r, α) est adopté, θ étant le centre du trou, l'angle α étant mesuré par rapport l'axe e_1 [27].

III.1.1.1. Champ des contraintes loin du trou.

En substituant $e_1 = \cos \alpha e_r - \sin \alpha e_\alpha$ dans l'état de contrainte (3.1) on déduit la relation suivante :

$$\underline{\underline{\sigma}}^\infty = \frac{\sigma^\infty}{2} \left\{ \begin{array}{l} (1 + \cos 2\alpha) e_r \otimes e_r + (1 - \cos 2\alpha) e_\alpha \otimes e_\alpha - \sin 2\alpha \\ (e_\alpha \otimes e_\alpha + e_r \otimes e_r) \end{array} \right\} \quad (3.2)$$

⊗ : Produit tensoriel

Soit :

$$\begin{cases} \sigma_{rr}^{\infty} = \frac{\sigma^{\infty}}{2}(1 + \cos(2\alpha)) \\ \sigma_{\alpha\alpha}^{\infty} = \frac{\sigma^{\infty}}{2}(1 - \cos(2\alpha)) \\ \sigma_{r\alpha}^{\infty} = -\frac{\sigma^{\infty}}{2}\sin(2\alpha) \end{cases} \quad (3.3)$$

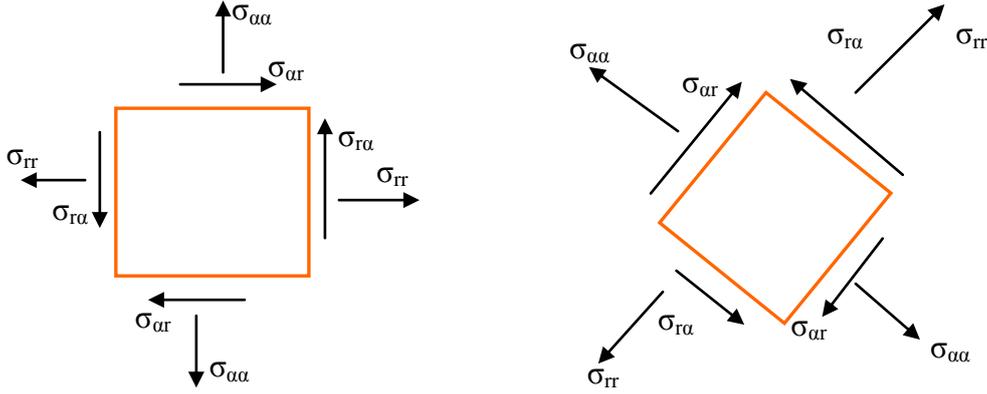


Figure 3.2 : Présentation schématique des différentes contraintes (contraintes tangentielle $\sigma_{\alpha\alpha}$, contrainte radiale σ_{rr} , contrainte de cisaillement $\sigma_{r\alpha}$).

III.1.1.2 Champ des contraintes.

On considère que les forces de volume sont nulles, Pour déterminer les fonctions σ_{rr} , $\sigma_{\alpha\alpha}$, $\sigma_{r\alpha}$, on cherche la fonction $\varphi(r, \alpha)$ dite la fonction d'Airy tel que [28] :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} \right) \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \alpha^2} \right) = 0 \quad (3.4)$$

et le champ des contraintes est donné par :

$$\begin{cases} \sigma_{rr} = \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \alpha^2} \\ \sigma_{\alpha\alpha} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} \\ \sigma_{r\alpha} = -\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \alpha} \right) \end{cases} \quad (3.5)$$

La solution générale de cette équation différentielle (3.4) est donnée par :

$$\varphi(r, \alpha) = A \log r + B r^2 \log r + C r^2 + (A_2 r^2 + B_2 r^4 + \frac{C_2}{r^2} + D_2) \cos 2\alpha \quad (3.6)$$

Où $A, B, C, A_2, B_2, C_2, D_2$ sont des constantes à déterminer on considérant les conditions aux limites.

L'expression générale du champ de contraintes sera donc :

$$\begin{cases} \sigma_{rr} = \frac{A}{r^2} + 2B \log r + B + 2C - \left(2A_2 + \frac{6C_2}{r^4} + \frac{4D_2}{r^2} \right) \cos(2\alpha) \\ \sigma_{\alpha\alpha} = -\frac{A}{r^2} + 2B \log r + 3B + 2C + \left(2A_2 + 12B_2 r^2 + \frac{6C_2}{r^4} \right) \cos(2\alpha) \\ \sigma_{r\alpha} = \left(A_2 + 3B_2 r^2 - \frac{3C_2}{r^4} - \frac{D_2}{r^2} \right) 2 \sin(2\alpha) \end{cases} \quad (3.7)$$

Loin du trou, lorsque r est grand, le champ précédent prend la forme :

$$\begin{cases} \sigma_{rr}^{\infty} = 2B \log r + B + 2C - 2A_2 \cos(2\alpha) \\ \sigma_{\alpha\alpha}^{\infty} = 2B \log r + 3B + 2C + (2A_2 + 12B_2 r^2) \cos(2\alpha) \\ \sigma_{r\alpha}^{\infty} = 2 \sin(2\alpha) (A_2 + 3B_2 r^2) \end{cases} \quad (3.8)$$

L'identification entre ce champ et celui de la traction simple (3.2) et (3.3) permet de déterminer les constantes suivantes : $B = 0$, $C = \frac{\sigma^{\infty}}{4}$, $A_2 = -\frac{\sigma^{\infty}}{4}$, $B_2 = 0$,

En remplaçant les constantes dans l'équation (3.7) on obtient :

$$\begin{cases} \sigma_{rr} = \frac{A}{r^2} + \frac{\sigma^{\infty}}{2} + \left(\frac{\sigma^{\infty}}{2} - \frac{6C_2}{r^4} - \frac{4D_2}{r^2} \right) \cos(2\alpha) \\ \sigma_{\alpha\alpha} = -\frac{A}{r^2} + \frac{\sigma^{\infty}}{2} + \left(-\frac{\sigma^{\infty}}{2} - \frac{6C_2}{r^4} \right) \cos(2\alpha) \\ \sigma_{r\alpha} = 2 \sin 2\alpha \left(-\frac{\sigma^{\infty}}{4} - \frac{3C_2}{r^4} - \frac{D_2}{r^2} \right) \end{cases} \quad (3.9)$$

Après prise en compte des conditions à la frontière :

$$\begin{cases} \sigma_{rr}(r=R) = \frac{A}{R^2} + \frac{\sigma^{\infty}}{2} + \left(\frac{\sigma^{\infty}}{2} - \frac{6C_2}{R^4} - \frac{4D_2}{R^2} \right) \cos(2\alpha) = 0 \\ \sigma_{r\alpha}(r=R) = \left(-\frac{\sigma^{\infty}}{4} - \frac{3C_2}{R^4} - \frac{4D_2}{R^2} \right) 2 \sin(2\alpha) = 0 \end{cases} \quad (3.10)$$

On obtient : $D_2 = \frac{\sigma^{\infty}}{2} R^2$, $A = -R^2 \frac{\sigma^{\infty}}{2}$, $C_2 = -R^4 \frac{\sigma^{\infty}}{4}$

Finalement le champ de contraintes identifiées est :

$$\begin{cases} \sigma_{rr} = \frac{\sigma^\infty}{2} \left(1 - \frac{R^2}{r^2}\right) + \frac{\sigma^\infty}{2} \left(1 + \frac{3R^4}{r^4} - \frac{4R^2}{r^2}\right) \cos(2\alpha) \\ \sigma_{\alpha\alpha} = \frac{\sigma^\infty}{2} \left(1 + \frac{R^2}{r^2}\right) - \frac{\sigma^\infty}{2} \left(1 + \frac{3R^4}{r^4}\right) \cos(2\alpha) \\ \sigma_{r\alpha} = -\frac{\sigma^\infty}{4} \left(1 - \frac{3R^4}{r^4} + \frac{2R^2}{r^2}\right) \sin(2\alpha) \end{cases} \quad (3.11)$$

La fonction de contraintes sera donc :

$$\varphi(r, \alpha) = -\frac{\sigma^\infty}{2} R^2 \log r + \frac{\sigma^\infty}{4} r^2 + \frac{\sigma^\infty}{4} \left(-r^2 + 2R^2 - \frac{R^4}{r^2}\right) \cos(2\alpha) \quad (3.12)$$

Le champ des contraintes trouvé indique que les contraintes ne sont pas homogènes au voisinage du trou et que ce champ de contraintes peut être considéré homogène que loin du trou de la plaque trouée en sollicitation de traction à ces extrémités.

La décroissance rapide en $1/r^2$ du champ de contraintes assure que ces hétérogénéités se développent seulement au voisinage du trou [28].

III.1.1.3 Facteur de concentration des contraintes (FCC).

Soit K_t le facteur de concentration de contrainte défini par le rapport de la contrainte maximale et la contrainte nominale σ^∞ appliquée loin du trou.

$$K_t = \frac{\sigma^{\max}}{\sigma^\infty} \quad (3.13)$$

$$\text{En particulier, au bord du trou } (r = R) : \begin{cases} \sigma_{rr}(r = R) = 0 \\ \sigma_{\alpha\alpha}(r = R, \alpha) = \sigma^\infty (1 - 2 \cos(2\alpha)) \\ \sigma_{r\alpha}(r = R, \alpha) = 0 \end{cases} \quad (3.14)$$

Dans ce cas le FCC sera donné par :

$$K_t = \frac{\sigma_{\alpha\alpha}(r = R)}{\sigma^\infty} = 1 - 2 \cos(2\alpha) \quad (3.15)$$

On distingue alors deux situations :

- ✓ **Situation de traction** : la contrainte $\sigma_{\alpha\alpha}$ est maximale dans l'emplacement au bord du trou en $\alpha = \pm \pi/2$ et vaut trois fois la contrainte appliquée. Le facteur de concentration de contraintes vaut donc 3 et la contrainte $\sigma_{\alpha\alpha}$ est minimale dans l'emplacement au bord du trou en $\alpha = 0$ et $\alpha = \pi$ où elle vaut $-\sigma^\infty$.

- ✓ **Situation de compression** : la contrainte $\sigma_{\alpha\alpha}$ est maximale dans l'emplacement au bord du trou en $\theta=0$ et $\alpha = \pi$ et vaut $|\sigma^\infty|$, et le facteur de concentration de contrainte prend la valeur 1.

III.1.1.4 Déformations et les déplacements.

Le champ de déformation bidimensionnel peut être déduit du champ des contraintes. On peut trouver alors les déplacements u_r et u_α qui lui sont associés.

Les déformations sont liées aux contraintes par les lois de l'élasticité linéaire isotrope.

$$\begin{cases} \varepsilon_{rr} = \frac{1}{E}(\sigma_{rr} - \nu\sigma_{\alpha\alpha}) \\ \varepsilon_{\alpha\alpha} = \frac{1}{E}(\sigma_{\alpha\alpha} - \nu\sigma_{rr}) \\ \varepsilon_{zz} = -\frac{1}{E}(\sigma_{rr} + \sigma_{\alpha\alpha}) \\ \varepsilon_{r\alpha} = \frac{1+\nu}{E}\sigma_{r\alpha} \end{cases} \quad (3.16)$$

où E est le module de Young et ν le Coefficient de Poisson du matériau.

En substituant les relations (3.11) dans les expressions précédentes on obtient les déformations suivantes :

$$\begin{cases} E\varepsilon_{rr} = \frac{\sigma^\infty}{2} \left(1 - \nu + (1 + \nu) \left(1 + \frac{3R^4}{r^4} \right) \cos 2\alpha - \frac{R^2}{r^2} \right) - \frac{4R^2}{r^2} \cos 2\alpha \\ E\varepsilon_{\alpha\alpha} = \frac{\sigma^\infty}{2} \left(1 - \nu + (1 + \nu) \left(\frac{R^2}{r^2} - \left(1 + \frac{3R^4}{r^4} \right) \cos 2\alpha \right) + \nu \frac{4R^2}{r^2} \cos 2\alpha \right) \\ E\varepsilon_{zz} = -\nu\sigma^\infty \left(1 - \frac{2R^2}{r^2} \cos 2\alpha \right) \\ E\varepsilon_{r\alpha} = -(1 + \nu) \frac{\sigma^\infty}{2} \left(1 - \frac{3R^4}{r^4} + \frac{2R^2}{r^2} \right) \sin 2\alpha \end{cases} \quad (3.17)$$

Les déplacements radial u_r et circonférentiel u_α sont déterminés par l'intégration du champ des déformations :

$$\begin{cases} \varepsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r} \\ \varepsilon_{\alpha\alpha} = \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\alpha}{\partial \alpha} \\ 2\varepsilon_{r\alpha} = \frac{\partial u_\alpha}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \alpha} - \frac{u_\alpha}{r} \end{cases} \quad (3.18)$$

$$\begin{cases} Eu_r = \frac{\sigma^\infty}{2} \left((1-\nu)r + (1+\nu) \left(\frac{R^2}{r} + \left(r + \frac{R^4}{r^3} \right) \cos 2\alpha \right) + \frac{4R^2}{r^2} \cos 2\alpha \right) + f(\alpha) \\ Eu_\alpha = -\frac{\sigma^\infty}{2} \left((1+\nu) \left(1 + \frac{3R^4}{r^4} \right) r + (1-\nu) \frac{2R^2}{r} \right) \sin 2\alpha - \int_0^\alpha f(\alpha) d\alpha + g(r) \end{cases} \quad (3.19)$$

$f(\alpha)$ et $g(r)$ sont des fonctions d'intégration.

La détermination des fonctions $f(\alpha)$ et $g(r)$ nécessite la substitution de la 3^{ème} relation l'expression (3.18), ce qui fournit une équation différentielle comportant les fonctions inconnues :

$$f'(\alpha) + rg'(r) + \int_0^\alpha f(\alpha) d(\alpha) - g(r) = 0 \quad (3.20)$$

La relation (3.20) est satisfaite par le couple de fonctions $f(\alpha) = 0$, $g(r) = 0$

Le champ de déplacements sera donc [27] :

$$\begin{cases} u_r = \frac{\sigma^\infty}{2E} \left((1-\nu)r + (1+\nu) \left(\frac{R^2}{r} + \left(r + \frac{R^4}{r^3} \right) \cos 2\alpha \right) + \frac{4R^2}{r^2} \cos 2\alpha \right) \\ u_\alpha = -\frac{\sigma^\infty}{2E} \left((1+\nu) \left(1 + \frac{R^4}{r^4} \right) + (1-\nu) \frac{2R^2}{r} \right) \sin 2\alpha \end{cases} \quad (2.21)$$

L'équation de la déformée du trou initialement circulaire, en fonction de la charge appliquée, dans le repère de coordonnées cartésiennes (e_1, e_2) , peut être déterminée en utilisant les expressions des déplacements u_r et u_α au bord du trou :

$$\begin{cases} u_r(r=R) = \frac{\sigma^\infty}{E} R(1 + 2 \cos 2\alpha) \\ u_\alpha(r=R) = -\frac{\sigma^\infty}{E} 2R \sin 2\alpha \end{cases} \quad (3.22)$$

Dans la base (e_1, e_2) le vecteur de déplacement est exprimé par l'expression suivante :

$$\begin{aligned} u &= u_r e_r + u_\alpha e_\alpha \\ &= (u_r \cos \alpha - u_\alpha \sin \alpha) e_1 + (u_r \sin \alpha + u_\alpha \cos \alpha) e_2 \\ &= \frac{\sigma^\infty}{E} 3R \cos \alpha e_1 - \frac{\sigma^\infty}{E} R \sin \alpha e_2 \end{aligned} \quad (3.23)$$

La position finale (x_1, x_2) des points au bord du trou s'exprime donc en fonction de leur position initiale (X_1, X_2) par :

$$\begin{cases} x_1 = X_1 \left(1 + 3 \frac{\sigma^\infty}{E} \right) \\ x_2 = X_2 \left(1 - \frac{\sigma^\infty}{E} \right) \end{cases} \quad (2.24)$$

Initialement l'équation de bord de trou sous forme de cercle est :

$$X_1^2 + X_2^2 = R^2 \quad (2.25)$$

Sera après déformation celle d'un ellipse dont le grand axe a la direction de la traction et d'équation :

$$\frac{x_1^2}{(1 + \frac{3\sigma^\infty}{E})^2} + \frac{x_2^2}{(1 - \frac{\sigma^\infty}{E})^2} = R^2 \quad (3.26)$$

On remarque que la forme du trou après déformation dépend du module de Young du matériau mais pas du coefficient de Poisson. L'aire du trou déformé est celle de l'ellipse et elle vaut :

$$\text{Aire} = \pi R^2 (1 + \frac{3\sigma^\infty}{E}) (1 - \frac{\sigma^\infty}{E}) \cong \pi (1 + 2\frac{\sigma^\infty}{E}) R^2 \quad (3.27)$$

Puisque $\sigma^\infty/E \ll 1$ la variation relative de l'aire est donc :

$$\frac{\Delta S}{S_0} = 2\frac{\sigma^\infty}{E} \quad (3.28)$$

III.1.2 Etude du comportement des plaques isotrope munies d'un trou elliptique.

Soit une plaque de dimensions supposées suffisamment grandes par rapport aux dimensions du trou, munie d'un trou de section elliptique caractérisée par les dimensions paramétriques a (demi grand axe elliptique) et b (demi petit axe elliptique) $0 < b < a$, (figure.3.3). La plaque est soumise à ces deux extrémités à un état de traction pure σ^∞ selon une direction faisant un angle β avec l'axe 1 confondu avec le demi grand axe de l'ellipse [27].

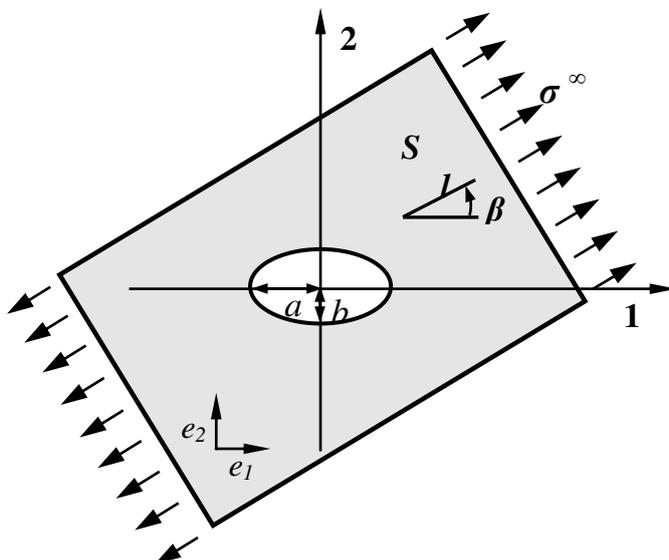


Figure 3.3 : *Plaque munie d'un trou elliptique et soumise à une sollicitation de traction d'intensité σ^∞ inclinée d'un angle β par rapport au grand axe de l'ellipse.*

III.1.2.1 Contrainte au bord du trou elliptique.

La position initiale des points du bord du trou elliptique dans la base (e_1, e_2) est :

$$\begin{cases} X_1 = a \cos \alpha \\ X_2 = b \sin \alpha \end{cases} \quad (3.29)$$

On admettra la contrainte $\bar{\sigma}$ au bord de l'ellipse en un point (X_1, X_2) caractérisé par l'angle α est donné par la relation suivante [27] :

$$\bar{\sigma} = \sigma^\infty \frac{1 - m_e^2 + 2m_e \cos 2\beta - 2 \cos 2(\alpha - \beta)}{1 - 2m_e \cos 2\alpha + m_e^2} \quad (3.30)$$

Où $m_e = \frac{a-b}{a+b}$: Paramètre de l'ellipse $0 \leq m_e \leq 1$.

On considère dans un premier cas la sollicitation de traction perpendiculaire au grand axe de l'ellipse suivant la direction de l'axe 2 ($\beta = \pi/2$). On analysera la variation du facteur de concentration des contraintes K_t^∞ , défini par le rapport de la contrainte maximale et la contrainte nominale σ^∞ appliquée loin du trou (Eq.3.13) en fonction du paramètre de m_e puis en fonction du paramètre b/a .

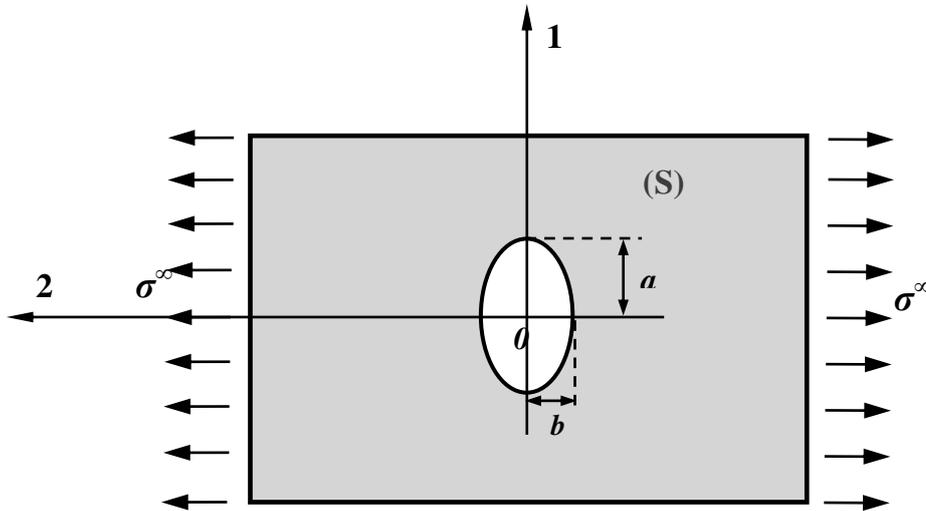


Figure 3.4 : Cas d'une sollicitation perpendiculaire au grand axe de l'ellipse $\beta = \pi/2$.

On remplaçant β par $\pi/2$ dans l'équation (3.30) on trouve :

$$\bar{\sigma} = \sigma^\infty \frac{1 - m_e^2 - 2m_e + 2 \cos 2\alpha}{1 - 2m_e \cos 2\alpha + m_e^2} \quad (3.31)$$

Les contraintes maximale, et minimale au bord du trou seront donc :

$$\bar{\sigma}^{\max} = \bar{\sigma}(\alpha = 0) = \frac{3 + m_e}{1 - m_e} \sigma^\infty = \left(1 + 2 \frac{a}{b}\right) \sigma^\infty \quad (3.32)$$

$$\bar{\sigma}^{\min} = \bar{\sigma}(\alpha = \frac{\pi}{2}) = -\sigma^\infty \quad (3.33)$$

La contrainte est donc maximale au bord du trou dans l'emplacement ($\alpha = 0, \pi$), et minimale dans l'emplacement ($\alpha = \pi/2, 3\pi/2$). Donc le facteur de concentration de contrainte vaut :

$$K_t^\infty = \frac{\sigma_t^{\max}}{\sigma^\infty} = \frac{3 + m_e}{1 - m_e} = 1 + 2 \frac{a}{b} \quad (3.34)$$

Dans ce deuxième cas on considéré la direction de la sollicitation de traction parallèle au grand axe de l'ellipse suivant la direction de l'axe 1 ($\beta = 0$). En remplaçant $\beta = 0$ dans l'équation (3.30) on obtient :

$$\bar{\sigma} = \sigma^\infty \frac{1 - m_e^2 + 2m_e - 2 \cos 2\alpha}{1 - 2m_e \cos 2\alpha + m_e^2} \quad (3.35)$$

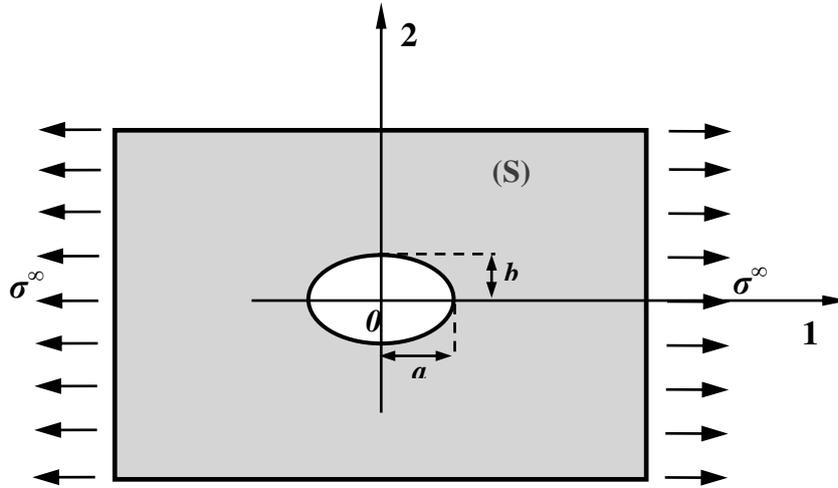


Figure 3.5 : Cas d'une sollicitation parallèle au grand axe de l'ellipse ($\beta = 0^0$).

Les contraintes maximale et minimale au bord de trou elliptique seront alors :

$$\begin{cases} \bar{\sigma}^{\min} = \bar{\sigma}(\alpha = 0) = -\sigma^\infty \\ \bar{\sigma}^{\max} = \bar{\sigma}(\alpha = \frac{\pi}{2}) = \frac{3 - m_e}{1 + m_e} \sigma^\infty = \left(1 + \frac{2b}{a}\right) \sigma^\infty \end{cases} \quad (3.36)$$

La contrainte maximale se trouve au bord du trou en position ($\alpha = \pi/2, 3\pi/2$), et sa valeur minimale en position ($\alpha = 0, \pi$).

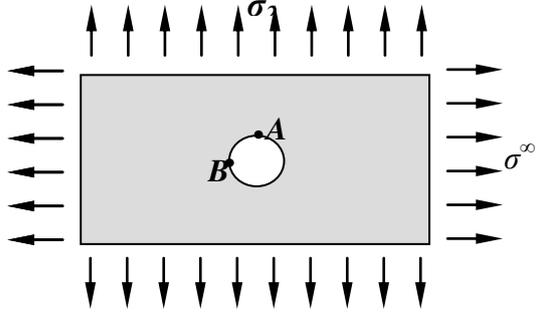
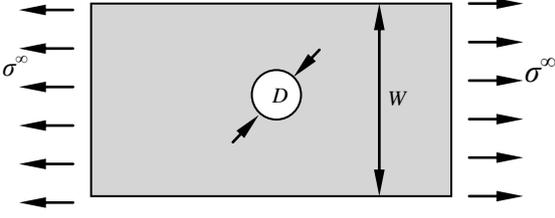
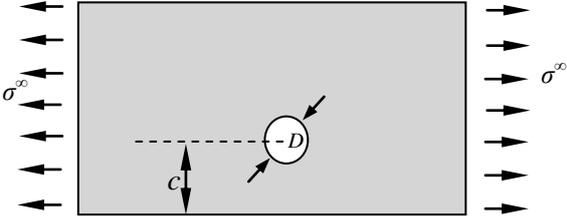
Le facteur de concentration de contrainte vaut donc :

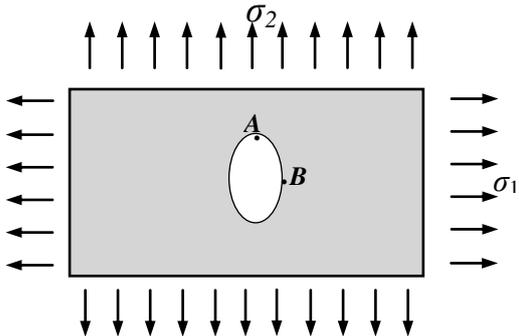
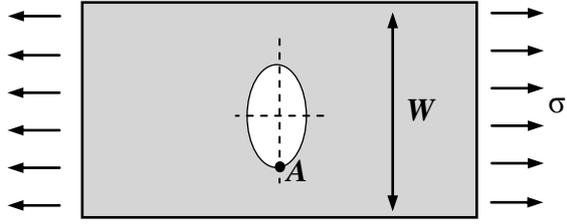
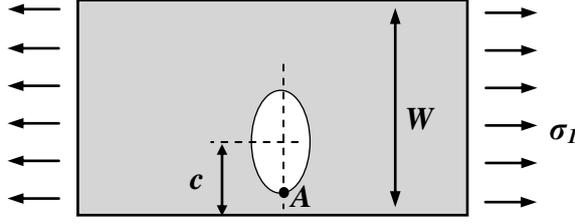
$$K_t^\infty = \frac{3 - m_e}{1 + m_e} = \left(1 + \frac{2b}{a}\right) \quad (3.37)$$

Pour $0 \leq m_e \leq 1$, contrairement à l'expression (3.34) pour la traction selon l'axe 2, le facteur de concentration des contraintes dans ce deuxième cas se trouve dans l'emplacement de $\alpha = \pi/2$ est moins sévère et reste inférieur à 3.

La situation la plus pénalisante est donc celle d'une plaque sollicitée perpendiculairement au grand axe de l'ellipse [27]. Ce qui correspond à une concentration de contrainte très sévère.

Tableau 3.1 : Facteur de concentration des contraintes pour quelques cas de singularités géométriques pour les plaques de la largeur finie [29].

Figures	Facteur de concentration de contrainte (FCC)
(a) 	<p style="text-align: center;"><u>Contrainte Biaxiale</u></p> $\sigma_A = 3 - \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \text{ pour } -1 \leq \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \leq 1$ <p style="text-align: center;"><i>pour $\sigma_2 = \sigma_1, \sigma_A = \sigma_B = 2\sigma_1$ ou $K_t = 2$</i></p> $\sigma_A = -\sigma_B = 4\sigma_1 \text{ ou } K_t = 4$
(b) 	$\sigma_{\max} = \sigma_A = K_t \sigma_{nom}, \sigma_{nom} = \frac{\sigma^\infty}{t(D-d)}$ $K_t = 3.00 - 3.14 \left(\frac{D}{W}\right) + 3.667 \left(\frac{D}{W}\right)^2 - 1.527 \left(\frac{D}{W}\right)^3$ <p style="text-align: center;"><i>pour $0 \leq D/L \leq 1$</i></p>
(c) 	<p style="text-align: center;"><u>Traction uniaxiale</u></p> $K_t = 3.00 - 3.14 \left(\frac{D}{2c}\right) + 3.667 \left(\frac{D}{2c}\right)^2 - 1.527 \left(\frac{D}{2c}\right)^3$

<p>(d)</p> 	<p>1. <u>Plaque infinie traction uniaxiale</u></p> <p>Pour $0 \leq a/b \leq 10$</p> $K_t = 1 + \frac{2b}{b} = 1 + 2\sqrt{\frac{a}{r}} \quad \text{et} \quad r = \sqrt{\frac{a^2}{b}}$ <p>2. <u>Traction Biaxiale</u></p> <p>En point A Pour $-1 \leq \sigma_2 / \sigma_1 \leq 1$ et $0.25 \leq \sigma_2 / \sigma_1 \leq 4$ et $K_t = 1 + \frac{2a}{b} - \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$</p> <p>En point B $K_t = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \left(1 + \frac{2b}{a}\right) - 1$ Pour $\sigma_1 = \sigma_2$</p> <p>En point A $K_t = \frac{2a}{b}$</p> <p>En point B $K_t = \frac{2b}{a}$</p>
<p>(e)</p> 	<p><u>Plaque finie de la largeur et traction uniaxiale au point A</u></p> $K_t = C_1 + C_2 \frac{2a}{b} + C_3 \left(\frac{2a}{b}\right)^2 + C_4 \left(\frac{2a}{b}\right)^3$ <p>Pour $1.0 \leq a/b \leq 8.0$</p> $C_1 = 1.109 - 0.188\sqrt{a/b} + 2.086a/b$ $C_2 = -0.486 - 0.213\sqrt{a/b} + 2.588a/b$ $C_3 = 3.816 - 5.510\sqrt{a/b} + 4.638a/b$ $C_4 = -2.438 + 5.485\sqrt{a/b} - 4.12a/b$
<p>(f)</p> 	<p><u>Plaque finie de la largeur et traction uniaxiale au point A</u></p> $K_t = C_1 + C_2 \frac{2a}{b} + C_3 \left(\frac{a}{c}\right)^2 + C_4 \left(\frac{a}{c}\right)^3$ <p>Pour $1.0 \leq a/b \leq 8.0$ et $0 \leq a/c \leq 1$</p> $C_1 = 1.109 - 0.188\sqrt{a/b} + 2.086a/b$ $C_2 = -0.486 - 0.213\sqrt{a/b} + 2.588a/b$ $C_3 = 3.816 - 5.510\sqrt{a/b} + 4.638a/b$ $C_4 = -2.438 + 5.485\sqrt{a/b} - 4.12a/b$

III.2 Etude du comportement des plaques trouées en matériaux composites.

Plusieurs travaux de recherche s'accordent sur l'inexistence de la solution analytique dans le cas des plaques trouées en matériaux composites et ils présentent ainsi des formules approchées ou empiriques des distributions du facteur de concentration des contraintes au bord et loin du trou circulaire et elliptique [31], [33-34] et [37].

Tan S.C. et al [32] a étudié le problème de concentration des contraintes des plaques de largeur finie pour les matériaux isotropes et orthotropes munis d'un trou circulaire et elliptique, afin de déterminer des solutions analytiques approchées du facteur de correction de la largeur finie (FWC) dans la solution de la plaque infinie. Il a montré que l'augmentation du rapport (diamètre du trou / largeur de la plaque) fait augmenter le facteur de concentration des contraintes.

Les travaux de **H. Murat Arslan** [35] et [36] étudient l'influence des paramètres de l'orientation des fibres et le rapport d'anisotropie (E_1/E_2) sur la variation du facteur de concentration des contraintes autour du trou en utilisant les solutions analytiques de Green-Zerna, pour les cas de sollicitations de traction et de cisaillement.

Whitney, J.M. et **Nuismer, R.J.**, [38] et [42] proposent une méthode semi-empirique employée pour déterminer la contrainte à la rupture des plaques stratifiées trouées afin de calculer les distances caractéristiques du matériau d_0 et a_0 .

Kaltakci et al [44] ont étudié la concentration des contraintes dans les plaques stratifiées trouées en utilisant les solutions approchées analytiques de **Green Zerna**. Cette étude consiste à présenter l'effet de l'orientation des fibres des couches sur la variation du facteur de concentration des contraintes au bord du trou circulaire.

Les travaux de **Sharma, D.S** et al, **Yao Weixing** et al [43], [46] et [47] se basent sur la résolution des équations de la méthode de variable complexe de Lekhnitskii dans le but de déterminer le champ des contraintes au bord des différentes singularités géométriques et de déterminer l'effet du chargement biaxial sur le comportement des plaques trouées.

Lotfi Toubal et al [54], [55] présentent une étude des plaques composites trouées avec la comparaison entre les différentes méthodes de calcul analytique et numériques par la modélisation par éléments finis et par le calcul du champ de déformation obtenu par le système ESPI "electronic speckle pattern interferometer".

Les travaux de **B.Vieille** et al [56], ceux **Catherine Bewerse** et al [59] et ceux de **Sourya D** et al [61] étudient le problème de la concentration des contraintes dans les plaques

trouées en matériaux composites par l'utilisation de l'approche expérimentale de la corrélation des images numériques pour le calcul du champ de déformation et le calcul numérique se fait par la méthode des éléments finis.

Cette étude présente les théories proposées par **lekhmitskii** et par **Green Zerna** pour la détermination du facteur de concentration des contraintes (FCC) dans le cas des plaques trouées en matériaux composites. Ceci sera suivie par l'analyse de l'influence de certaines paramètres sur le FCC dans les plaques munies d'un trou circulaire et elliptique, tels que :

1. *La taille du trou.*
2. *L'orientation des fibres.*
3. *Le rapport d'anisotropie (E_1/E_2).*
4. *Le chargement biaxial λ (q/p).*

III.2.1 Etude du comportement des plaques composites munies d'un trou circulaire.

III.2.1.1.Fonction d'Airy

La détermination de la distribution du champ de contrainte en élasticité plane peut être ramenée à la recherche d'une fonction d'Airy, notée ϕ telle que en l'absence des forces volumiques, les contraintes sont données par :

$$\sigma_{xx} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}, \sigma_{yy} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}, \sigma_{xy} = -\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} \quad (3.38)$$

En substituant le rapport de (contrainte-déformation plane) d'un matériau orthotrope et en utilisant les équations de compatibilité et en exprimant les composantes des contraintes dans le terme de la fonction d'Airy on obtient [33] :

$$Q_{22} \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} - 2Q_{26} \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^3 \partial y} + (2Q_{12} + Q_{66}) \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^2 \partial y^2} - 2Q_{16} \frac{\partial^4 \phi}{\partial x \partial y^3} + Q_{11} \frac{\partial^4 \phi}{\partial y^4} = 0 \quad (3.39)$$

III.2.1.2 Fonction de variable complexe.

La résolution de l'équation (3.39) peut être exprimée sous la forme d'une fonction de la forme : $F(x + \mu y)$ (3.40)

Les valeurs de μ sont données par l'équation suivante :

$$Q_{11}\mu^4 - 2Q_{16}\mu^3 + (2Q_{12} + Q_{66})\mu^2 - 2Q_{26}\mu + Q_{22} = 0 \quad (3.41)$$

Dans le cas d'un stratifié équilibré, l'équation caractéristique (3.41) se réduit à :

$$Q_{11}\mu^4 + (2Q_{12} + Q_{66})\mu^2 + Q_{22} = 0 \quad (3.42)$$

et dans le d'un stratifié symétrique, l'équation caractéristique (3.41) devient :

$$Q_{11}\mu^4 + (2Q_{12} + Q_{66})\mu^2 + Q_{11} = 0 \quad (3.43)$$

Lekhnitskii et al [33] a prouvé par des considérations énergétiques que cette équation avait seulement des racines complexes. Les racines sont conjuguées deux à deux et peuvent s'écrire sous la forme : $\mu_1 = a + ib$, $\mu_2 = c + id$, $\mu_3 = \bar{\mu}_1$, $\mu_4 = \bar{\mu}_2$.

Le problème consiste donc à trouver deux fonctions $F_1(x+\mu_1 y)$ et $F_2(x+\mu_2 y)$ telle que :

$$\varphi = 2 \operatorname{Re} [F_1(x + \mu_1 y) + F_2(x + \mu_2 y)] \quad (3.44)$$

Avec : $z_1 = x + \mu_1 y$, $z_2 = x + \mu_2 y$

D'après les équations (3.38) et (3.44) les relations entre les contraintes en fonction de F_1 et F_2 s'écrivent :

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = 2 \operatorname{Re} [\mu_1^2 F_1'' + \mu_2^2 F_2''] \\ \sigma_{yy} = 2 \operatorname{Re} [F_1'' + F_2''] \\ \sigma_{xy} = -2 \operatorname{Re} [\mu_1 F_1'' + \mu_2 F_2''] \end{cases} \quad (3.45)$$

Avec $F_1'' = \frac{d^2 F_1}{dz_1^2}$ et $F_2'' = \frac{d^2 F_2}{dz_2^2}$,

Comme pour les matériaux isotropes, au lieu de chercher les fonctions $F_1(z_1)$ et $F_2(z_2)$ nous utilisons les fonctions $\phi(z_1)$ et $\psi(z_2)$ telles que :

$$\begin{cases} \phi(z_1) = F_1(z_1) \\ \psi(z_2) = F_2(z_2) \end{cases} \quad (3.46)$$

et $F_1'(z_1) = \frac{dF_1}{dz_1}$, $F_2'(z_2) = \frac{dF_2}{dz_2}$, $\phi'(z_1) = \frac{d\phi(z_1)}{dz_1}$, $\psi'(z_2) = \frac{d\psi(z_2)}{dz_2}$

Les relations entre les contraintes et les fonctions ϕ et ψ s'écrivent donc :

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= 2 \operatorname{Re} [\mu_1^2 \phi' + \mu_2^2 \psi'] \\ \sigma_{yy} &= 2 \operatorname{Re} [\phi' + \psi'] \\ \sigma_{xy} &= -2 \operatorname{Re} [\mu_1 \phi' + \mu_2 \psi'] \end{aligned} \quad (3.47)$$

Le problème revient finalement à trouver deux fonctions $\phi(z_1)$ et $\psi(z_2)$. Le champ de contrainte obtenu à partir de ces fonctions (3.47) vérifie les équations d'équilibre et de compatibilité. C'est donc les conditions aux limites qui permettent de déterminer ϕ et ψ [31].

Le champ de déplacement, sans mouvement rigide du corps, peut être déterminé à partir de l'équation suivante :

$$\begin{cases} u = 2 \operatorname{Re} [p_1 \phi_1(z_1) + p_2 \psi] \\ v = 2 \operatorname{Re} [q_1 \phi_1(z_1) + q_2 \phi_2 \psi] \end{cases} \quad (3.48)$$

Avec : $p_j = Q_{11} \mu_j^2 + Q_{12} - Q_{16} \mu_j$ et $q_j = Q_{12} \mu_j + \frac{Q_{22}}{\mu_j} - Q_{26}$ pour $(j = 1, 2)$

Dans le cas des matériaux isotropes, les racines μ_1 et μ_2 seraient égales à $i = \sqrt{-1}$ et les fonctions des contraintes (fonctions Airy) peuvent alors être décrites en utilisant le nombre complexe \bar{z} [43].

$$\varphi = 2 \operatorname{Re} [F_1(z_1) + \bar{z}_1 F_2(z_1)] \quad (3.49)$$

En remplacement les constantes élastiques dans l'équation (3.42), elle prend la forme de l'équation caractéristique suivante :

$$\mu^4 + \left(\frac{E_1}{G_{12}} - 2\nu_{12} \right) \mu^2 + \frac{E_1}{E_2} = 0 \quad (3.50)$$

En utilisant la méthode de collocation de frontière [43], les principales racines de l'équation caractéristique (3.50) peuvent être données par les expressions suivantes :

$$\begin{cases} \mu_1 = \frac{i}{2} \left[\sqrt{\frac{E_1}{G_{12}} - 2\nu_{12} + 2\sqrt{\frac{E_1}{E_2}}} + \sqrt{\frac{E_1}{G_{12}} - 2\nu_{12} - 2\sqrt{\frac{E_1}{E_2}}} \right] \\ \mu_2 = \frac{i}{2} \left[\sqrt{\frac{E_1}{G_{12}} - 2\nu_{12} + 2\sqrt{\frac{E_1}{E_2}}} - \sqrt{\frac{E_1}{G_{12}} - 2\nu_{12} - 2\sqrt{\frac{E_1}{E_2}}} \right] \end{cases} \quad (3.51)$$

Il y a trois cas possibles du paramètre g défini par :

$$g = \sqrt{\frac{E_1}{G_{12}} - 2\nu_{12} - 2\sqrt{\frac{E_1}{E_2}}} \quad (3.52)$$

- ✓ Pour $g > 0$: Les racines seront inégales et purement imaginaires.
- ✓ Pour $g = 0$: Les deux racines seront égales à i (pour les matériaux isotropes).
- ✓ Pour $g < 0$: Les racines obéiront à l'équation suivante $\mu_2 = -\bar{\mu}_1$.

III.2.1.3 Théorie de Green et Zerna.

Cette approche théorique est proposée par **Green et Zerna** [34] pour déterminer la répartition des contraintes autour du trou circulaire dans une plaque composite. Pour un stratifié équilibré l'équation caractéristique à résoudre est la suivante :

$$Q_{22} \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} + (Q_{66} + 2Q_{12}) \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^2 \partial y^2} + Q_{11} \frac{\partial^4 \varphi}{\partial y^4} = 0 \quad (3.53)$$

Où φ est la fonction de contrainte d'Airy et Q_{11} , Q_{22} , Q_{12} , et Q_{66} sont les coefficients de rigidité définis dans l'équation (3.39). L'équation (3.53) peut s'écrire sous la forme :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \beta_1 \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \beta_2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \varphi = 0 \quad (3.54)$$

$$\text{Où : } \beta_1 \cdot \beta_2 = \frac{Q_{11}}{Q_{22}}, \quad \beta_1 + \beta_2 = \frac{Q_{66} + 2Q_{12}}{Q_{22}} \quad (3.55)$$

β_1, β_2 : sont des constantes réels positives.

Pour une plaque qui contient un trou circulaire l'expression de φ peut être écrite sous la forme [34] :

$$\varphi = \varphi_0 + A_0 \log r_1 + B_0 \log r_2 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{A_{2n} \cos 2n\alpha_1}{(1 + \gamma_1)^{2n} r_1^{2n}} + \frac{B_{2n} \cos 2n\alpha_2}{(1 + \gamma_2)^{2n} r_2^{2n}} \right) \quad (3.56)$$

Où φ_0 est la fonction de contrainte définie comme suit :

$$\varphi_0 = \frac{1}{2} \sigma_1 y^2 = \frac{1}{4} \sigma_1 r^2 (1 - \cos 2\alpha) \quad (3.57)$$

A_0, B_0, A_{2n} , et $B_{2n} \dots$, Sont des constantes liées aux conditions aux limites, γ_1 et γ_2 sont définis comme :

$$\gamma_1 = \frac{\sqrt{\beta_1} - 1}{\sqrt{\beta_1} + 1}, \quad \gamma_2 = \frac{\sqrt{\beta_2} - 1}{\sqrt{\beta_2} + 1} \quad (3.58)$$

Les valeurs de γ_1 et γ_2 varient entre -1 et 1.

III.2.1.3.1 Cas de la plaque soumise à la traction ou à la compression.

Pour une plaque infinie soumise à ses extrémités à la sollicitation de contrainte de traction ou compression pure σ^∞ uniforme suivant la direction parallèle à la direction des fibres (figure.3.6), la contrainte tangentielle au bord du trou est définie par [36] :

$$\sigma_\alpha = \frac{(1 + \gamma_1)(1 + \gamma_2)(1 + \gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_1\gamma_2 - 2 \cos 2\alpha)}{(1 + \gamma_1^2 - 2\gamma_1 \cos 2\alpha)(1 + \gamma_2^2 - 2\gamma_2 \cos 2\alpha)} \sigma^\infty \quad (3.59)$$

α (°) : Angle de l'emplacement de contrainte tangentielle au voisinage du trou.

Les expressions de γ_1 et γ_2 sont déterminées en utilisant (3.55) et (3.58) [36] :

$$\gamma_1 = \frac{\sqrt{\left[\left(\frac{E_2}{2G_{12}} - \nu_{21}\right) + \sqrt{\left[\left(\frac{E_2}{2G_{12}} - \nu_{21}\right)^2 - \frac{E_2}{E_1}\right]}\right]} - 1}{\sqrt{\left[\left(\frac{E_2}{2G_{12}} - \nu_{21}\right) + \sqrt{\left[\left(\frac{E_2}{2G_{12}} - \nu_{21}\right)^2 - \frac{E_2}{E_1}\right]}\right]} + 1} \quad (3.60)$$

$$\gamma_2 = \frac{\sqrt{\left[\left(\frac{E_2}{2G_{12}} - \nu_{21}\right) - \sqrt{\left[\left(\frac{E_2}{2G_{12}} - \nu_{21}\right)^2 - \frac{E_2}{E_1}\right]}\right]} - 1}{\sqrt{\left[\left(\frac{E_2}{2G_{12}} - \nu_{21}\right) - \sqrt{\left[\left(\frac{E_2}{2G_{12}} - \nu_{21}\right)^2 - \frac{E_2}{E_1}\right]}\right]} + 1} \quad (3.61)$$

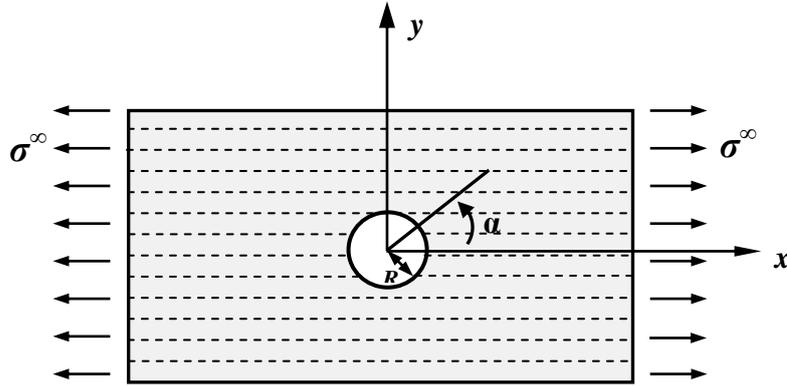


Figure 3.6 : Plaque orthotrope unidirectionnelle avec un trou circulaire.

Le champ des contraintes autour du trou de la plaque est donné par :

$$\begin{cases} \sigma_x = \sigma_\alpha \sin^2 \alpha \\ \sigma_y = \sigma_\alpha \cos^2 \alpha \\ \sigma_{xy} = -\sigma_\alpha \sin \alpha \cos \alpha \end{cases} \quad (3.62)$$

Dans le cas d'une plaque chargée avec une contrainte de traction ou de compression σ^∞ dans la direction transversale de la direction des fibres (figure 3.7) la contrainte tangentielle σ_α au voisinage du trou est donnée par :

$$\sigma_\alpha = \frac{(1 - \gamma_1)(1 - \gamma_2)(1 - \gamma_1 - \gamma_2 - \gamma_1\gamma_2 - 2 \cos 2\alpha)}{(1 + \gamma_1^2 + 2\gamma_1 \cos 2\alpha)(1 + \gamma_2^2 - 2\gamma_2 \cos 2\alpha)} \sigma^\infty \quad (3.63)$$

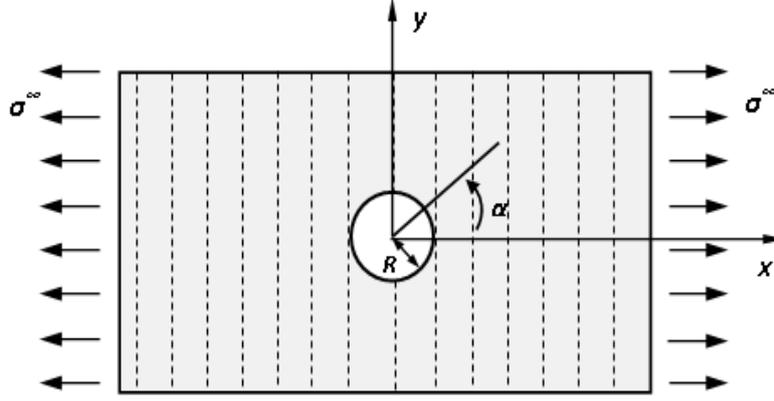


Figure 3.7 : Plaque orthotrope avec un trou circulaire chargée transversalement par rapport à la direction des fibres.

III.2.1.3.2 Cas de la plaque soumise à la contrainte de cisaillement.

Pour une plaque orthotrope soumise à un effort de cisaillement uniforme \mathbf{S} (figure 3.8) la contrainte tangentielle au voisinage du trou est donnée par l'expression suivante :

$$\sigma_{\alpha} = \frac{SK_{\alpha}}{\{1 + \gamma_1^2 - 2\gamma_1 \cos 2(\alpha - \theta)\} \{1 + \gamma_2^2 - 2\gamma_2 \cos 2(\alpha - \theta)\}} \quad (3.64)$$

$$\text{Avec : } K_{\alpha} = \left[\begin{array}{l} \sin 2\alpha \left(\begin{array}{l} (1 + \gamma_1)(1 + \gamma_2) \{1 + \gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_1\gamma_2 + 2 \cos 2(\alpha - \theta)\} \\ -(1 - \gamma_1)(1 - \gamma_2) \{1 + \gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_1\gamma_2 + 2 \cos 2(\alpha - \theta)\} \end{array} \right) \\ + 4(\gamma_1\gamma_2 - 1) \sin 2(\alpha - \theta) \cos 2\theta \end{array} \right] \quad (3.65)$$

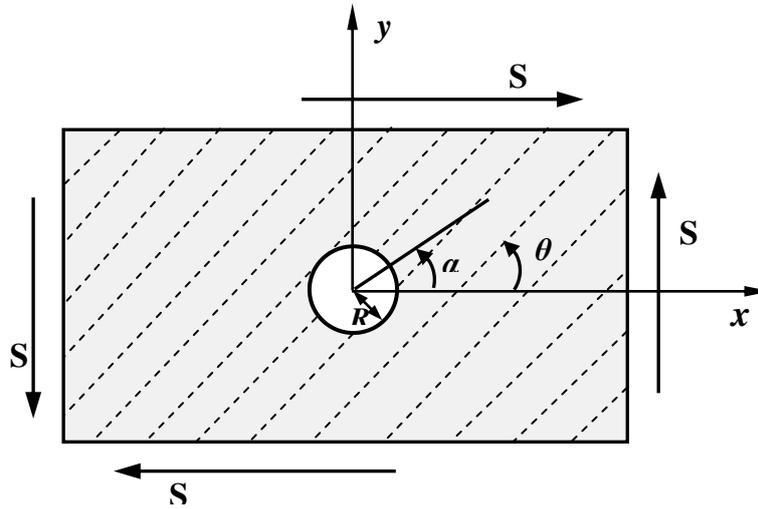


Figure 3.8 : Plaque orthotrope chargée par une contrainte de cisaillement uniforme.

Pour le cas d'orientation des fibres parallèles à l'axe x (figure 3.9). La distribution de la contrainte autour du trou est donnée par l'expression suivante :

$$\sigma_{\alpha} = \frac{4(\gamma_1\gamma_2 - 1) \sin 2\alpha}{(1 + \gamma_1^2 - 2\gamma_1 \cos 2\alpha)(1 + \gamma_2^2 - 2\gamma_2 \cos 2\alpha)} S \quad (3.66)$$

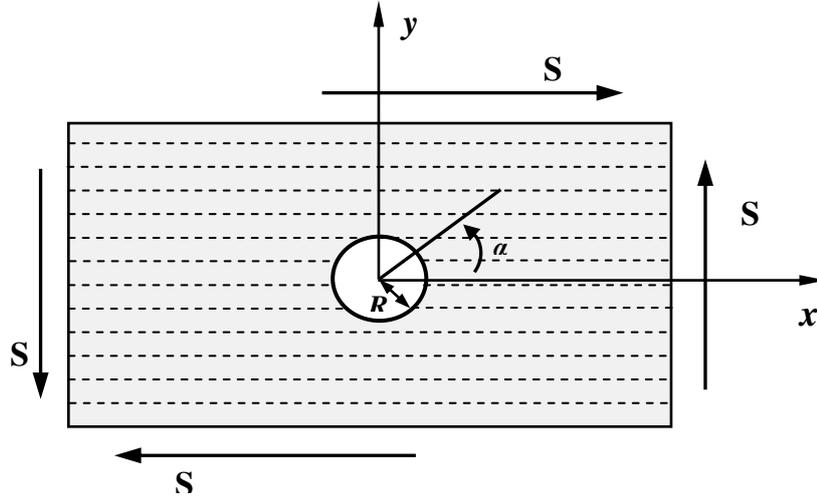


Figure 3.9 : Plaque orthotrope chargée par une contrainte de cisaillement.

III.2.1.3.3. Cas d'une plaque sollicitée en traction dans une direction quelconque par rapport à la direction des fibres ($0 < \theta < 2\pi$).

La distribution des contraintes autour du trou dans les plaques anisotropes (figure 3.10) peut être trouvée pour déterminer par la superposition des équations (3.59), (3.63) et (3.66). L'expression finale écrit sous la forme [36] :

$$\sigma_{\alpha} = \frac{N_1 + N_2 + N_3}{(1 + \gamma_1^2 - 2\gamma_1 \cos 2(\alpha - \theta))(1 + \gamma_2^2 - 2\gamma_2 \cos 2(\alpha - \theta))} \sigma^{\infty} \quad (3.67)$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} N_1 = (1 + \gamma_1)(1 + \gamma_2)(1 + \gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_1\gamma_2 - 2 \cos 2(\alpha - \theta)) \\ N_2 = -4[\gamma_1 + \gamma_2 - (1 + \gamma_1\gamma_2) \cos 2(\alpha - \theta) \sin^2 \alpha] \\ N_3 = -4(\gamma_1\gamma_2 - 1) \sin 2(\alpha - \theta) \sin \alpha \cos \alpha \end{cases} \quad (3.68)$$

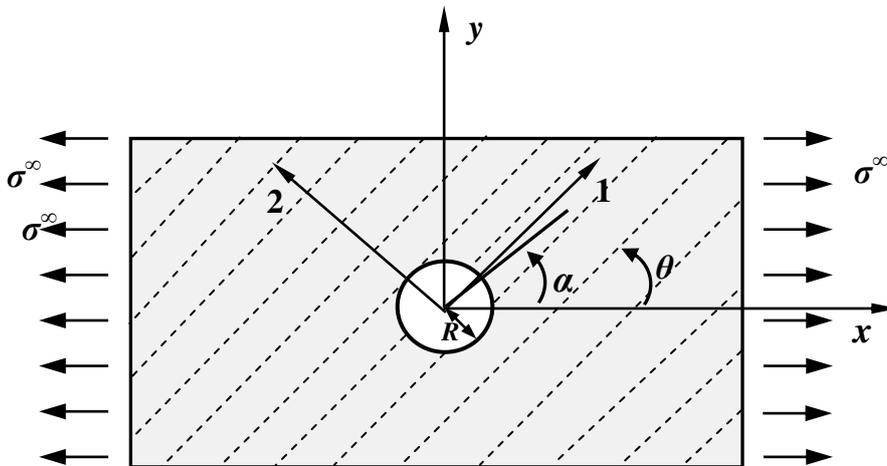


Figure 3.10 : Plaque orthotrope unidirectionnelle avec un trou circulaire.

Pour le cas des matériaux isotropes, la contrainte tangentielle au bord du trou est déduite en remplacement $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$.

III.2.1.4 La théorie de Lekhnitskii.

La théorie de **Lekhnitskii** [33] est choisie pour analyser la distribution des contraintes dans une plaque orthotrope, contenant un trou circulaire de rayon R soumise à la traction uniaxiale de contrainte nominale σ^∞ , et agissant sous un angle β par rapport à l'axe élastique principal de la plaque.

Les dimensions de la plaque sont supposées suffisamment grandes par rapport au rayon du trou (figure 3.11). Les forces de volume sont négligeables, et l'hypothèse d'un état plan de contrainte est considérée dans ce cas.

Dans cet état la contrainte loin du trou ne sera pas affectée par la présence du trou et peut donc être assimilé à un état homogène.

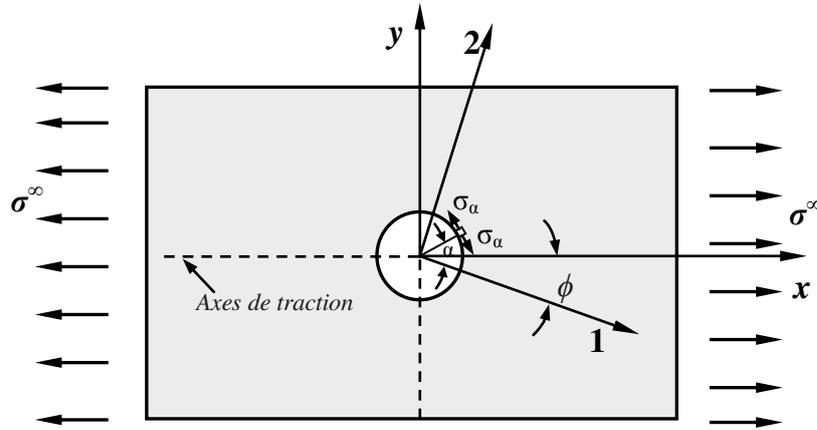


Figure 3.11 : Traction d'une plaque orthotrope élastique munie d'un trou circulaire.

Selon la théorie Lekhnitskii [33], le facteur de concentration des contraintes peut être exprimé par la formule suivante :

$$K_t^\infty = \frac{\sigma_\alpha}{\sigma^\infty} = \frac{E_\alpha}{E_1} \left\{ \begin{aligned} &[-\cos^2 \phi + (m+n)\sin^2 \phi]m\cos^2 \alpha + [(1+n)\cos^2 \phi - m\sin^2 \phi] \\ &\sin^2 \alpha - n(1+m+n)\sin \phi \cos \phi \sin \alpha \cos \alpha \end{aligned} \right\} \quad (3.69)$$

E_α : module d'élasticité dans la direction définie par l'angle α (figure. 3.11) donnée par la relation suivante :

$$\frac{E_\alpha}{E_1} = 1 / \left[\sin^4 \alpha + \frac{E_1}{E_2} \cos^4 \alpha + \frac{1}{4} \left(\frac{E_1}{G_{12}} - 2\nu_{12} \right) \sin^2 2\alpha \right] \quad (3.70)$$

ϕ : Angle d'application de l'effort de traction par rapport l'axe élastique principale.

α : Angle d'emplacement du facteur de concentration des contraintes.

Les valeurs de m et n sont définies par :

$$m = -\mu_1\mu_2 = \sqrt{\frac{E_x}{E_y}} \quad (3.71)$$

$$n = -i(\mu_1 + \mu_2) = \sqrt{2\left(\sqrt{\frac{E_x}{E_y}} - \nu_{xy}\right) + \frac{E_x}{G_{xy}}} \quad (3.72)$$

Les caractéristiques élastiques $\{E_x, E_y, G_{xy}, \nu_{xy}, \nu_{yx}\}$ dans le repère de référence (x, y) sont liées aux caractéristiques d'élasticités matérielles $\{E_1, E_2, G_{12}, \nu_{12}, \nu_{21}\}$ par les équations :

$$\begin{cases} E_x = E_1 / \left[\cos^4 \theta + \frac{E_1}{E_2} \sin^4 \theta + \frac{1}{4} \left(\frac{E_1}{G_{12}} - 2\nu_{12} \right) \sin^2 2\theta \right] \\ E_y = E_1 / \left[\sin^4 \theta + \frac{E_1}{E_2} \cos^4 \theta + \frac{1}{4} \left(\frac{E_1}{G_{12}} - 2\nu_{12} \right) \sin^2 2\theta \right] \\ G_{xy} = E_1 / \left[1 + 2\nu_{12} + \frac{E_1}{E_2} - \left(1 + 2\nu_{12} + \frac{E_1}{E_2} - \frac{E_1}{G_{12}} \right) \cos^2 2\theta \right] \\ \nu_{xy} = \frac{E_x}{E_1} \left[\nu_{12} - \frac{1}{4} \left(1 + 2\nu_{12} + \frac{E_1}{E_2} - \frac{E_1}{G_{12}} \right) \sin^2 2\theta \right] \\ \nu_{yx} = \frac{E_y}{E_1} \left[\nu_{12} - \frac{1}{4} \left(1 + 2\nu_{12} + \frac{E_1}{E_2} - \frac{E_1}{G_{12}} \right) \sin^2 2\theta \right] \end{cases} \quad (3.73)$$

Dans le cas de l'application de la contrainte de traction suivant la direction principale 1 ($\phi=0$). Le facteur de concentration des contraintes est exprimé par :

$$K_t^\infty = \frac{E_\alpha}{E_1} [-m \cos^2 \alpha + (1+n) \sin^2 \alpha] \quad (3.74)$$

Le facteur de concentration des contraintes K_t^∞ minimal à la frontière du trou ($x = R$) dans l'emplacement de $\alpha = 0$, et π est donné par :

$$K_t^\infty = -\frac{1}{m}, \quad (3.75)$$

Dans les emplacements $\alpha = \pi/2$, et $3\pi/2$, le facteur de concentration des contraintes est maximal est exprimé par la relation suivante :

$$K_t^\infty = 1 + n, \quad (3.76)$$

La forme du trou circulaire, se transforme en forme elliptique dont le grand axe a' et le petit axe b' sont donnés par les expressions suivantes :

$$\begin{cases} a' = R \left[1 + \frac{\sigma^\infty}{E_1} (1+n) \right] \\ b' = R \left[1 - \frac{\sigma^\infty}{\sqrt{E_1 E_2}} \right] \end{cases} \quad (3.77)$$

III.2.1.4.1 Cas de la plaque soumise à l'effort de compression pure.

Pour une plaque soumise à un effort de compression pure parallèle aux axes principale d'élasticité ($\phi=0^\circ$), le facteur de concentration de contraintes autour du trou est donné par la relation [33] :

$$K_t^\infty = \frac{E_\alpha}{E} \{ m[1 - \nu_{21}(m+n)] \cos^2 \alpha - (1 - \nu_{21}m + n) \sin^2 \alpha \} \quad (3.78)$$

Pour les matériaux isotropes :

$$K_t^\infty = -[1 + \nu - 2(1 - \nu) \cos 2\alpha] \quad (3.79)$$

III.2.1.4.2 Cas de la plaque soumise à la contrainte de cisaillement.

Pour une plaque orthotrope soumise à un effort de cisaillement (figure 3.12), la distribution du facteur de concentration des contraintes au voisinage du trou est donnée par la formule suivante [33] :

$$K_t^\infty = \frac{E_\alpha}{2E_1} (1 + m + n) \{ -n \cos 2\phi \sin 2\alpha + [(1 + m) \cos 2\alpha + m - 1] \sin 2\phi \} \quad (3.80)$$

Dans le cas où la direction des l'efforts de cisaillement est parallèle aux axes principaux d'élasticité ($\phi=0^\circ$) :

$$K_t^\alpha = \frac{E_\alpha}{2E_1} (1 + m + n) n \sin 2\alpha \quad (3.81)$$

Pour le cas des matériaux isotropes ($\phi=0^\circ$) :

$$K_t^\infty = -4 \sin 2\alpha \quad (3.82)$$

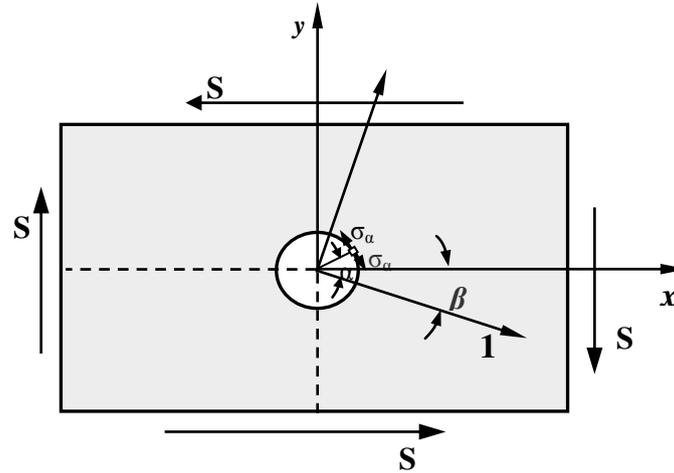


Figure 3.12 : Cisaillement d'une plaque orthotrope élastique munie d'un trou circulaire.

III.2.1.5 Critères de rupture dans les plaques trouées en matériaux composites.

Soit une plaque infinie réalisée par la superposition des couches de fibres unidirectionnelle ayant des orientations différentes, de telle façon que la symétrie miroir soit assurée (figure.3.13). La contrainte uniforme σ^∞ est appliqués dans la frontière de la plaque suivant l'axe x .

La méthode semi-empirique proposée par Whitney et al [38, 42] est employée pour déterminer la contrainte à la rupture de la plaque trouée et pour calculer les longueurs caractéristiques d_0 et a_0 .

La contrainte tangentielle σ_y dans la direction de l'axe y devant le trou peut être rapprochée en fonction des coordonnées d'un point sur l'axe des abscisses x par la formule suivante :

$$\sigma_y(x,0) = \frac{\sigma^\infty}{2} \left\{ 2 + \left(\frac{R}{x}\right)^2 + 3\left(\frac{R}{x}\right)^4 - (1+n-3) \left[5\left(\frac{R}{x}\right)^6 - 7\left(\frac{R}{x}\right)^8 \right] \right\} \quad (3.83)$$

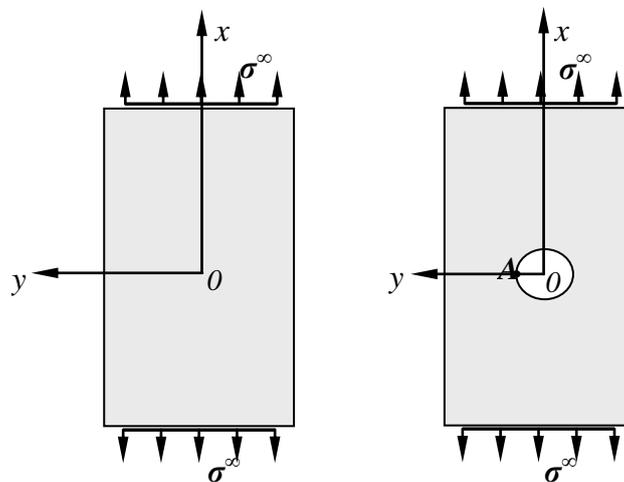


Figure 3.13 : Traction des plaques composites avec et sans trou.

À la frontière du trou ($x = R$) dans l'emplacement $\alpha = \pi/2$, les équations (3.72) et (3.83) donnent le facteur de concentration des contraintes K_t^∞ .

$$K_{\pi/2} = \frac{\sigma_y(R,0)}{\sigma^\infty} = 1+n \quad (3.84)$$

III.2.1.5.1 Critères du point de contrainte "point stress".

Pour calculer la limite de rupture d'une plaque en matériau orthotrope trouée on applique les formules du critère du point de contrainte pour la distance caractéristique d_0 [38] (figure 3.14).

Soient σ_f et σ_0 les résistances de traction du matériau pour une plaque avec et sans trou respectivement [31] :

$$\sigma_y(x) \Big|_{x=R+d_0} = \sigma_0 \quad (3.85)$$

En utilisant l'équation (3.83) et (3.85), le critère du point de contrainte s'écrit :

$$\frac{\sigma_f}{\sigma_0} = \left[\frac{2}{\left\{ 2 + \xi_1^2 + 3\xi_1^4 - (1+n-3)(5\xi_1^6 - 7\xi_1^8) \right\}} \right] \quad (3.86)$$

Avec : $\xi_1 = \frac{R}{R+d_0}$

Pour les matériaux isotropes ($n=2$), le critère du point de contrainte s'écrit :

$$\frac{\sigma_f}{\sigma_0} = \left[\frac{2}{\left(2 + \xi_1^2 + 3\xi_1^4 \right)} \right]; \quad (3.87)$$

Pour une plaque de dimensions finie le critère du point de contrainte peut être écrit comme suit [40] :

$$\frac{\sigma_f}{\sigma_0} = \left[\frac{2}{\left\{ 2 + \xi_1^2 + 3\xi_1^4 - (1+n-3)(5\xi_1^6 - 7\xi_1^8) \right\}} \right] \frac{3(1-R/W)}{2+(1-2R/W)^3} \quad (3.88)$$

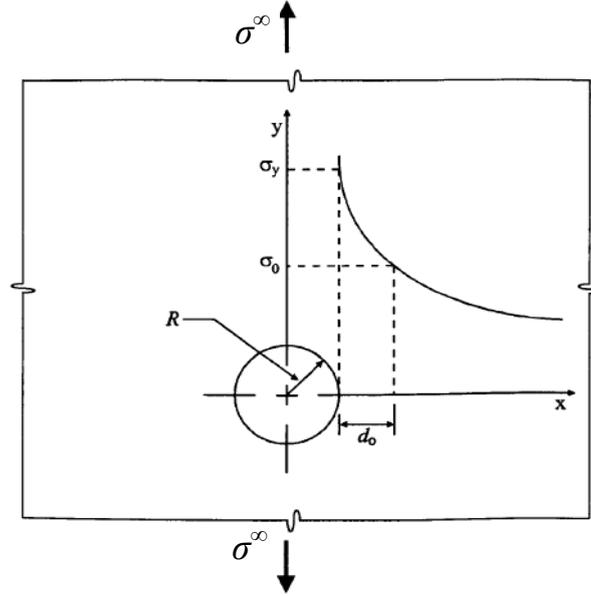


Figure 3.14 : Critères du point de contrainte "point stress" de Whitney et al [38].

III.2.1.5.2 Critère de la contrainte moyenne "average stress".

Le deuxième critère évoquant la contrainte est le critère de la contrainte moyenne supposée se produire quand la valeur moyenne de $\sigma_y(x, 0)$ est au-dessus d'une certaine petite distance fixe a_0 en avant de la frontière qui atteint d'abord la résistance à la traction du matériau (sans trou) nettement (figure 3.15) [42]:

$$\frac{1}{a_0} \int_R^{R+a_0} \sigma_y(x,0) dx = \sigma_0 \quad (3.89)$$

En utilisant l'équation (3.83) et (3.89) on peut écrire :

$$\frac{\sigma_f}{\sigma_0} = \frac{2(1-\xi_2)}{\left\{2-\xi_2^2-\xi_2^4 + [(1+n)-3](\xi_2^6-\xi_2^8)\right\}} \quad (3.90)$$

$$\text{où : } \xi_2 = \frac{R}{R+a_0} \quad (3.91)$$

Dans le cas des plaques isotropes ($n=2$) le critère s'écrit :

$$\frac{\sigma_f}{\sigma_0} = \frac{2(1-\xi_2)}{(2-\xi_2^2-\xi_2^4)} \quad (3.92)$$

Pour un grand trou (c'est-à-dire $\xi > 1$), l'équation (3.90) est réduite à l'équation suivante :

$$K_{\pi/2} \Big|_{\xi_2 \rightarrow 0} = K_{\pi/2} = 1+n \quad (3.93)$$

Pour le cas des plaques sans trou (c'est-à-dire $\xi_2 \rightarrow 0$), l'équation (3.93) donne : $K_{\pi/2}^{(2)}|_{\xi_2 \rightarrow 0} = 1$

Pour la plaque de largeur finie, le critère de contrainte moyenne peut être écrit comme suit [40] :

$$\frac{\sigma_f}{\sigma_0} = \frac{2(1 - \xi_2)}{\left\{2 - \xi_2^2 - \xi_2^4 + [(1+n) - 3](\xi_2^6 - \xi_2^8)\right\}} \times \frac{3(1 - R/W)}{2 + (1 - 2R/W)^3} \quad (3.94)$$

Les valeurs de la distance caractéristique d_0 et a_0 sont déterminées au moyen de la courbe obtenue des données expérimentales des essais de traction des éprouvettes rectangulaires munies de trous de différentes tailles [39].

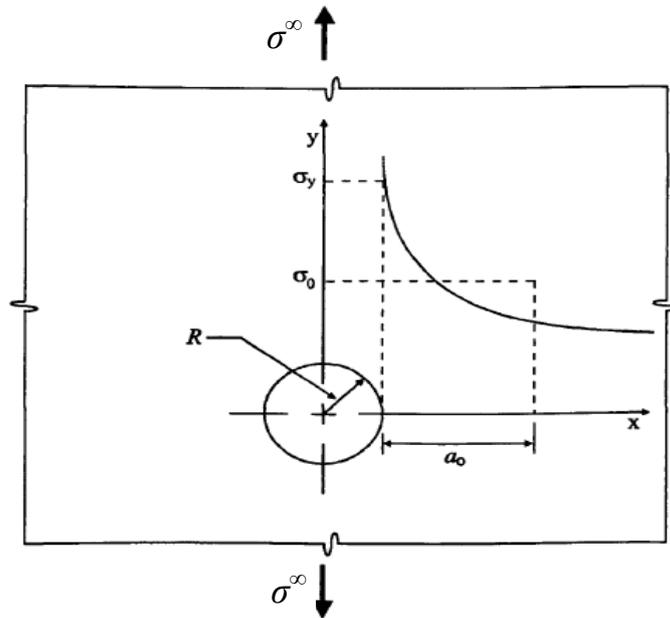


Figure 3.15 : Critère de la contrainte moyenne " average stress" de Whitney et al [38].

III.2.2 Etude de comportement dans une plaque composite avec trou elliptique.

L'étude théorique de la distribution des contraintes au bord et loin du trou elliptique centré dans une plaque orthotrope élastique infinie est basée sur la méthode des fonctions de la variable complexe proposée par Savin [37] et Lekhnitskii [33].

Soit une plaque en matériau composites dont la matrice de souplesse est exprimée dans le repère $(0, x, y, z)$. Cette plaque est percée en son centre d'un trou elliptique d'équation (figure 3.21) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Cette plaque est soumise à une sollicitation de traction simple d'intensité σ^∞ par unité de surface, dans la direction \vec{l} faisant un angle β avec l'axe x . Ce problème est traité dans le cas de l'hypothèse des contraintes planes.

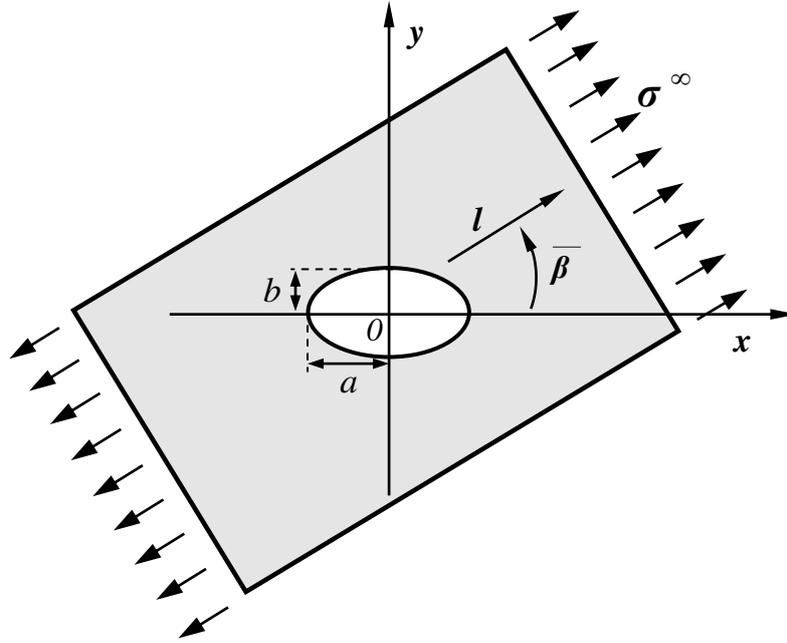


Figure 3.16 : Traction d'une plaque composite avec un trou elliptique.

III.2.2.1 Distribution des contraintes autour du trou.

Le problème consiste à trouver deux fonctions z_1, z_2 telle que [31] :

$$\begin{cases} z_1 = w_1(n) = \frac{a + i\mu_1 b}{2} \eta_1 + \frac{a - i\mu_1 b}{2} \frac{1}{\eta_1} \\ z_2 = w_2(n) = \frac{a + i\mu_2 b}{2} \eta_2 + \frac{a - i\mu_2 b}{2} \frac{1}{\eta_2} \end{cases} \quad (3.95)$$

$$\text{Où : } \begin{cases} \eta_1 = \frac{z_1 - \sqrt{z_1^2 - (a^2 + \mu_1^2 b^2)}}{a + i\mu_1 b} = \frac{a - i\mu_1 b}{z_1 + \sqrt{z_1^2 - (a^2 + \mu_1^2 b^2)}} \\ \eta_2 = \frac{z_2 - \sqrt{z_2^2 - (a^2 + \mu_2^2 b^2)}}{a + i\mu_2 b} = \frac{a - i\mu_2 b}{z_2 + \sqrt{z_2^2 - (a^2 + \mu_2^2 b^2)}} \end{cases} \quad (3.96)$$

Les fonctions $\phi_0(z_1), \psi_0(z_2)$ sont données par les relations :

$$\begin{cases} \phi_0(z_1) = -\frac{i\sigma^\infty (a - i\mu_1 b)}{4(\mu_1 - \mu_2)} \left[\frac{b(\mu_2 \sin 2\alpha + 2 \cos^2 \alpha) + ia(2\mu_2 \sin^2 \alpha + \sin 2\alpha)}{z_1 + \sqrt{z_1^2 - (a^2 + \mu_1^2 b^2)}} \right] \\ \psi_0(z_2) = \frac{i\sigma^\infty (a - i\mu_2 b)}{4(\mu_1 - \mu_2)} \left[\frac{6(\mu_1 \sin 2\alpha + 2 \cos^2 \alpha) + ia(2\mu_1 \sin^2 \alpha + \sin 2\alpha)}{z_2 + \sqrt{z_2^2 - (a^2 + \mu_2^2 b^2)}} \right] \end{cases} \quad (3.97)$$

Dans ce cas nous considérons que la sollicitation de traction soit parallèle au grand axe de l'ellipse ($\beta = 0^\circ$). Le champ des contraintes est obtenu en utilisant les formules (3.45) [31].

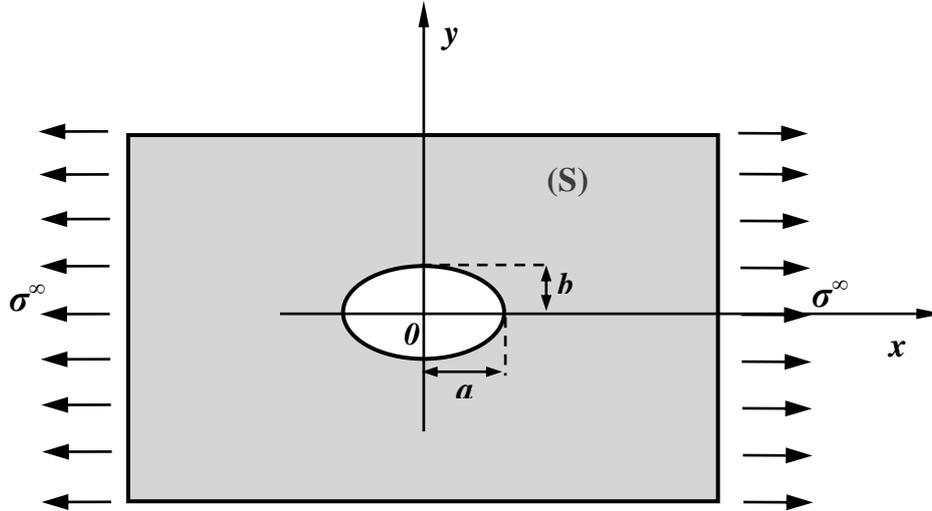


Figure 3.17 : Traction d'une plaque composite trouée suivant l'axe parallèle au grand axe de l'ellipse ($\beta = 0^0$).

Suivant l'axe y ($x=0$).

$$\sigma_{xx} = \sigma^\infty \left[1 + \frac{b}{\beta_1 - \beta_2} \left[\frac{\beta_1^2}{a - \beta_1 b} \left(1 - \frac{\beta_1 y}{\sqrt{a^2 + \beta_1^2 (y^2 - b^2)}} \right) - \frac{\beta_2^2}{a - \beta_2 b} \left(1 - \frac{\beta_2 y}{\sqrt{a^2 + \beta_2^2 (y^2 - b^2)}} \right) \right] \right] \quad (3.98)$$

Suivant l'axe x ($y=0$).

$$\sigma_{yy} = -\frac{\sigma^\infty b}{\beta_1 - \beta_2} \left[\frac{1}{a - \beta_1 b} \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 - a^2 + \beta_1^2 b^2}} \right) - \frac{1}{a - \beta_2 b} \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 - a^2 + \beta_2^2 b^2}} \right) \right] \quad (3.99)$$

Les contraintes au bord du trou sont données par :

$$\begin{cases} \sigma_{xx}(x=0, y=b) = \sigma^\infty \left[1 + (\beta_1 + \beta_2) \frac{b}{a} \right] \\ \sigma_{yy}(x=a, y=0) = -\sigma^\infty \frac{1}{\beta_1 \beta_2} \end{cases} \quad (3.100)$$

Pour le cas des matériaux isotropes $\beta_1 = \beta_2 = 1$, l'équation (3.100) donne les mêmes résultats que les équations (3.36) :

$$\begin{cases} \sigma_{xx}(x=0, y=b) = \sigma^\infty \left[1 + 2 \frac{b}{a} \right] \\ \sigma_{yy}(x=a, y=0) = -\sigma^\infty \end{cases}$$

Dans le cas des matériaux orthotropes la résolution de l'équation caractéristique (3.42) donne les racines μ_1^2 , μ_2^2 :

$$\mu_1^2 = \frac{-(2Q_{12} + Q_{66}) + \sqrt{(2Q_{12} + Q_{66})^2 - 4Q_{22}Q_{11}}}{2Q_{11}} \quad (3.101)$$

$$\mu_2^2 = \frac{-(2Q_{12} + Q_{66}) - \sqrt{(2Q_{12} + Q_{66})^2 - 4Q_{22}Q_{11}}}{2Q_{11}} \quad (3.102)$$

Pour les matériaux fibreux généralement le terme $[(2Q_{12} + Q_{66})^2 - 4Q_{22}Q_{11}]$ est positif. Les paramètres μ_1^2 , μ_2^2 sont alors négatifs et les racines de l'équation (3.42) sont imaginaires pures, d'où :

$$\beta_1 + \beta_2 = \sqrt{\frac{2Q_{12} + Q_{66}}{Q_{11}} + 2\sqrt{\frac{Q_{22}}{Q_{11}}}} = \sqrt{2\left(\sqrt{\frac{E_x}{E_y}} - \nu_{xy}\right) + \frac{E_x}{G_{xy}}} \quad (3.103)$$

$$\beta_1 - \beta_2 = \sqrt{\frac{Q_{22}}{Q_{11}}} = \sqrt{\frac{E_x}{E_y}} \quad (3.104)$$

Donc les contraintes au bord du trou seront de la forme suivante :

$$\begin{cases} \sigma_{xx}(x=0, y=b) = \sigma^\infty \left[1 + \left(\sqrt{2\left(\sqrt{\frac{E_x}{E_y}} - \nu_{xy}\right) + \frac{E_x}{G_{xy}}} \right) \frac{b}{a} \right] \\ \sigma_{yy}(x=a, y=0) = -\sigma^\infty \sqrt{\frac{E_x}{E_y}} \end{cases} \quad (3.105)$$

Le facteur de concentration des contraintes se présente alors sous la forme :

$$K_t^\infty = \left[1 + \left(\sqrt{2\left(\sqrt{\frac{E_x}{E_y}} - \nu_{xy}\right) + \frac{E_x}{G_{xy}}} \right) \frac{b}{a} \right] = \left(1 + n \frac{b}{a} \right) \quad (3.106)$$

Lekhnitskii [33] a donné l'expression de la distribution des contraintes autour du trou elliptique pour la direction de traction suivant l'axe x ($\phi = 0$) (figure 3.17). Dans l'emplacement au bord du trou en position $\alpha = 0$ et $\alpha = \pi$ le facteur de concentration des contraintes est donné par la formule :

$$K_t^\infty = \frac{a^2}{l^2} \sin^2 \alpha + \frac{b}{l^2} \operatorname{Re} \left\{ \frac{e^{-i\alpha}}{\left((a \sin \alpha - \mu_1 b \cos \alpha)(a \sin \alpha - \mu_2 b \cos \alpha) \right)} \left[\begin{array}{l} (\mu_1 + \mu_2) a^3 \sin^3 \alpha + \\ (2 - \mu_1 \mu_2) a^2 b \sin^2 \alpha \cos \alpha + \\ b^3 \cos^3 \alpha \end{array} \right] \right\} \quad (3.107)$$

$$\text{Avec : } l^2 = a^2 \sin^2 \alpha + b^2 \cos^2 \alpha \quad (3.108)$$

III.2.2.2 Effet de la taille du trou sur le facteur de concentration des contraintes pour une plaque finie.

La plupart des analyses des plaques trouées considèrent des plaques de dimensions infinies car la distribution des contraintes peut être déterminée sur la base des lois de l'élasticité linéaire. Pratiquement, les plaques ont des dimensions finies, ceci nécessite l'adaptation des solutions de la plaque infinie pour ce genre de plaques utilisées dans la pratique.

Pour une plaque de dimensions finie, le facteur de concentration des contraintes peut être déterminé en introduisant un facteur de correction, dit facteur de correction de la largeur finie (FWC) dans la solution de la plaque infinie [32].

Ainsi la distribution des contraintes autour du trou peut être déduite de celle de la plaque infinie trouée via le facteur de concentration des contraintes déterminé en fonction de ce facteur de correction. Pour les plaques rectangulaires orthotropes munies d'un trou elliptique on considère pour la suite la solution proposée par **Tan (1988)** décrivant la relation entre les facteurs de concentration des contraintes de la plaque finie et la plaque infinie [32].

III.2.2.2.a Effet de la taille du trou pour le rapport elliptique $0 < b/a < 1$.

Pour les plaques stratifiées avec un trou elliptique centré avec un rapport elliptique b/a compris entre 0 et 1, le rapport entre le facteur de concentration des contraintes de la plaque fini K_t^∞ et celui de la plaque fini K_t peut être exprimé en fonction du rapport a/W par [32] :

$$\frac{K_t^\infty}{K_t} = \frac{(b/a)^2}{(1-(b/a)^2)^2} + \frac{(1-2(b/a))}{(1-(b/a))^2} \sqrt{1+((b/a)^2-1)\left(\frac{2a}{W}\right)^2} - \frac{(b/a)^2}{(1-(b/a))} \left(\frac{2a}{W}\right)^2 \times \left(\left[1+((b/a)^2-1)\left(\frac{2a}{W}\right)^2 \right]^{-5/2} - \left[\left(\frac{2a}{W}\right)^2 \left[1+((b/a)^2-1)\left(\frac{2a}{W}\right)^2 \right]^{-7/2} \right] \right) \quad (3.109)$$

Où W est la largeur de la plaque.

Dans le cas du trou circulaire ($b/a=1$) de diamètre D et après l'application de règle de L'Hospital deux fois *w.r.t.* λ l'expression (3.109) devient :

$$\frac{K_t^\infty}{K_t} = \frac{1}{2} \left[2 - \left(\frac{D}{W}\right)^2 - \left(\frac{D}{W}\right)^4 \right] + \frac{1}{2} \left(\frac{D}{W}\right)^6 (K_t^\infty - 3) \left[1 - \left(\frac{D}{W}\right)^2 \right] \quad (3.110)$$

Pour les matériaux isotropes on substitue $K_t^\infty = 1 + \frac{2a}{b}$ dans l'équation (3.109) et on obtient la formule suivante :

$$\frac{K_t^\infty}{K_t} = \frac{(b/a)^2}{(1-(b/a))^2} + \frac{(1-2(b/a))}{(1-(b/a))^2} \sqrt{1+((b/a)^2-1)\left(\frac{2a}{W}\right)^2} - \frac{(b/a)^2}{(1-(b/a))\left(\frac{2a}{W}\right)^2} \left[1+((b/a)^2-1)\left(\frac{2a}{W}\right)^2\right]^{-1/2} \quad (3.111)$$

Pour le cas du trou circulaire ($b/a = 1$) et $K_t^\infty = 3$ (matériaux isotropes) l'équation (3.111) devient :

$$\frac{K_t^\infty}{K_t} = \frac{1}{2} \left[2 - \left(\frac{D}{W}\right)^2 - \left(\frac{D}{W}\right)^4 \right] \quad (3.112)$$

III.2.2.2.b Effet de la taille du trou pour le rapport elliptique $a/b < 4$.

Pour les plaques stratifiées avec un trou elliptique centré de rapport elliptique $a/b < 4$, Tan [32] a développé une formulation permettant d'exprimer le rapport K_t^∞/K_t en fonction du rapport a/W :

$$\begin{aligned} \frac{K_t^\infty}{K_t} = & \frac{(b/a)^2}{(1-(b/a))^2} + \frac{(1-2(b/a))}{(1-(b/a))^2} \sqrt{1+((b/a)^2-1)\left(\frac{2a}{W}M\right)^2} - \frac{(b/a)^2}{(1-(b/a))\left(\frac{2a}{W}M\right)^2} \left[1+((b/a)^2-1)\left(\frac{2a}{W}M\right)^2\right]^{-1/2} + \\ & \left(\frac{(b/a)^7}{2} \left(\frac{2a}{W}M\right)^6 \left(K_t^\infty - 1 - \frac{2}{(b/a)}\right) \left[\left[1+((b/a)^2-1)\left(\frac{2a}{W}M\right)^2\right]^{-5/2} - \left(\frac{2a}{W}M\right)^2 \left[1+((b/a)^2-1)\left(\frac{2a}{W}M\right)^2\right]^{-7/2} \right] \right) \end{aligned} \quad (3.113)$$

M : Facteur de correction de la largeur finie (FWC), qui dépend de la géométrie de l'échantillon et qui est donné par la formule suivante :

$$M^2 = \frac{\sqrt{1-8\left[\frac{3(1-2a/W)}{2+(1-2a/W)^2}-1\right]}-1}{2(2a/W)^2} \quad (3.114)$$

Pour $b/a=1$, (trou circulaire) l'équation (3.113) devient :

$$\frac{K_t^\infty}{K_t} = \frac{3(1-D/W)}{2+(1-D/W)^3} + \frac{1}{2} \left(\frac{D}{W}M\right)^6 (K_t^\infty - 3) \left[1 - \left(\frac{D}{W}M\right)^2\right] \quad (3.115)$$

Pour les matériaux isotropes et en substituant $K_t^\infty = 1 + \frac{2a}{b}$ dans l'équation (3.113) on obtient la formulation suivante :

$$\frac{K_t^\infty}{K_t} = \frac{(b/a)^2}{(1-(b/a))^2} + \frac{(1-2(b/a))}{(1-(b/a))^2} \sqrt{1+((b/a)^2-1)\left(\frac{2a}{W}M\right)^2} - \frac{(b/a)^2}{(1-(b/a))\left(\frac{2a}{W}M\right)^2} \left[1+((b/a)^2-1)\left(\frac{2a}{W}M\right)^2\right]^{-1/2} \quad (3.116)$$

Pour $(b/a)=1$ (trou circulaire) et $K_t^\infty = 3$ pour les matériaux isotropes les équations (3.115) et (3.116) donnent [32] :

$$K_t = 3 \left[\frac{2 + (1 - D/W)^3}{3(1 - D/W)} \right] \quad (3.117)$$

III.2.3 Effet du chargement biaxial sur la variation du facteur de concentration des contraintes.

L'étude de la concentration des contraintes au bord du trou circulaire pour une plaque orthotrope est fortement influencée par le rapport de biaxialité. La plaque est soumise à des charges biaxiales p et q (figure 3.18). Dans le plan les dimensions de la plaque sont très grandes par rapport au diamètre du trou, et le matériau est supposé homogène, élastique [41].

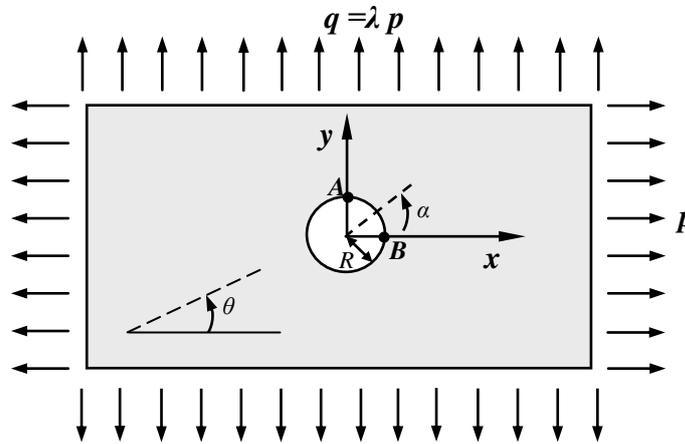


Figure 3.18 : Plaque orthotrope avec trou circulaire soumise à un chargement biaxial.

p : contrainte nominale appliquée suivant l'axe x .

q : contrainte nominale appliquée suivant l'axe y .

λ : rapport biaxial ($\lambda = q/p$).

Les facteurs de concentration des contraintes à la frontière du trou au point A en fonction des charges biaxiales p et q pour les plaques isotropes et orthotropes sont donnés respectivement par Lekhnitskii *et al* [41] :

$$K_A^{iso} = 3 - \lambda \quad (3.118)$$

$$K_A^{orth} = 1 + n - \lambda m \quad (3.119)$$

Où m et n sont définis dans les relations (3.71) et (3.72).

L'équation approchée sous la forme d'un polynôme pour la distribution approximative de la contrainte normale suivant l'axe y sous chargement biaxial est donnée par la relation développée par (Soutis et Filiou) [41] :

$$\frac{\sigma_{xx}^{orth}(0, y)}{p} \cong 1 + \frac{(\lambda + 1)}{2} \left(\frac{R}{y}\right)^2 + \frac{3(1 - \lambda)}{2} \left(\frac{R}{y}\right)^4 - (3 - \lambda) \frac{[H_A - 1]}{2} \left[5 \left(\frac{R}{y}\right)^6 - 7 \left(\frac{R}{y}\right)^8 \right] \quad (3.120)$$

Où H_A est un paramètre qui mesure l'effet de l'orthotropie localisé au point A (figure 3.18) défini par :

$$H_A = \frac{K_A^{orth}}{K_A^{iso}} \quad (3.121)$$

La contrainte normale suivant l'axe x est exprimée par [41] :

$$\frac{\sigma_{yy}^{orth}(x, 0)}{p} \cong \lambda + \frac{(\lambda + 1)}{2} \left(\frac{R}{x}\right)^2 + \frac{3(1 - \lambda)}{2} \left(\frac{R}{x}\right)^4 - (3 - \lambda) \frac{[H_B - 1]}{2} \left[5 \left(\frac{R}{x}\right)^6 - 7 \left(\frac{R}{x}\right)^8 \right] \quad (3.122)$$

Où H_B est un paramètre qui mesure l'effet de l'orthotropie localisée au point B (figure 3.18) définit par :

$$H_B = \frac{K_B^{orth}}{K_B^{iso}} \quad (3.123)$$

$$\text{avec } K_B^{iso} = 3\lambda - 1, \quad (3.124)$$

$$K_B^{orth} = \frac{1}{k} [-1 + \lambda(k + n)], \quad (3.125)$$

Dans le cas de $\lambda=1$, le facteur de concentration des contraintes autour du trou circulaire peut être exprime en fonction de l'angle α par [33] :

$$K_t^\infty = \frac{E_\alpha}{E_1} [-m + m(m + n)\cos^2 \alpha + (1 + n)\sin^2 \alpha] \quad (3.126)$$

Dans le cas de $\lambda=1$ pour les matériaux isotropes le facteur de concentration des contraintes est égal à 2 [33].

Selon Savin [37] et dans le cas des matériaux isotropes la distribution des contraintes normales en fonction du rapport biaxial suivant les directions x et y est donnée par les relations suivantes :

$$\frac{\sigma_{xx}}{p} = 1 + \frac{(1 - \lambda)}{2} (3\rho^4 - 2\rho^2) \cos 4\alpha + \frac{(\lambda + 3)}{2} \rho^2 \cos 2\alpha. \quad (3.127)$$

$$\frac{\sigma_{yy}}{p} = \lambda - \frac{(1 - \lambda)}{2} (3\rho^4 - 2\rho^2) \cos 4\alpha + \frac{(3\lambda - 1)}{2} \rho^2 \cos 2\alpha. \quad (3.128)$$

Avec : $\rho(r) = \frac{R}{r}$, et $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Chapitre IV : Analyse analytique et numérique du comportement des plaques trouées en matériaux composites.

Dans cette analyse analytique et numérique nous allons montrer l'effet de la présence des trous de forme circulaire et elliptique sur le comportement mécanique des plaques à partir de la distribution des contraintes autour et loin du trou. En a appliqué à la frontière de la plaque différentes types d'efforts de sollicitation (traction-compression-cisaillement) pour les deux types de matériaux composites et isotropes.

Nous introduisons ce chapitre par une étude paramétrique préliminaire basée sur le calcul analytique et numérique du facteur de concentration des contraintes dans les plaques isotropes tel que l'effet de la taille du trou et le type de chargement. Pour le cas du trou elliptique l'influence du rapport elliptique (a/b) a été présentée pour différentes angles de sollicitations β .

Dans ce chapitre une étude localisée sur l'analyse de la variation du facteur de concentration des contraintes au bord et loin d'un trou de forme circulaire et elliptique dans les plaques composites est ensuite présentée. C'est une étude paramétrique qui montre l'influence des propriétés mécaniques des matériaux composites à partir de l'orientation des fibres et du rapport anisotrope (E_1/E_2) sur le facteur de concentration des contraintes. Une autre étude paramétrique a été entamée et qui montre l'influence de la géométrie du trou à partir de la taille et de l'orientation du grand axe elliptique par rapport à la direction de la traction caractérisée par l'angle β sur le facteur de concentration des contraintes.

On utilise la solution analytique d'après les théories proposées par Lekhnitskii [33], de Green-Zarna [34], et Savin [37], et le calcul numérique est réalisé par le logiciel d'élément finis ANSYS [45].

Les résultats obtenus viendront confirmer une bonne coïncidence entre les valeurs analytiques et numériques obtenu par la méthode des éléments finis.

Le facteur de concentration des contraintes sera déterminé pour les divers matériaux composites utilisé dans cette étude. Les plaques stratifiées sont composées de plis unidirectionnels à fibres longues et à matrice thermodurcissable époxyde.

Dans cette étude nous avons utilisé des paramètres les plus fréquents dans l'étude du comportement des plaques trouées en matériaux composites. Celle-ci est basée sur le calcul analytique et numérique de concentration des contraintes au bord et loin du trou circulaire (figure 4.1) et elliptique (figure 4.2) sous sollicitation de traction, compression et cisaillement. Cette étude paramétrique a été menée pour mettre en évidence l'effet des paramètres suivants :

- ✓ L'orientation des fibres θ .
- ✓ Les différents efforts de sollicitations (traction, compression, cisaillement).
- ✓ La taille du trou.
- ✓ Le rapport d'anisotropie (E_1/E_2).
- ✓ Le chargement biaxial (figure 4.3).
- ✓ Le rapport elliptique (a/b) (dans le cas du trou elliptique) (figure 4.2).
- ✓ L'angle de sollicitation de traction par rapport au grand axe de l'ellipse β .

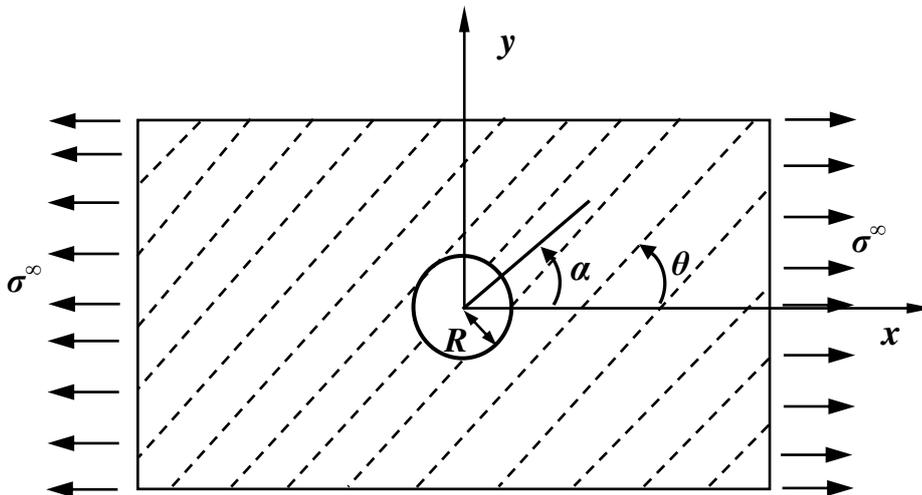


Figure 4.1 : Plaque avec un trou circulaire centré soumise à la sollicitation de traction.

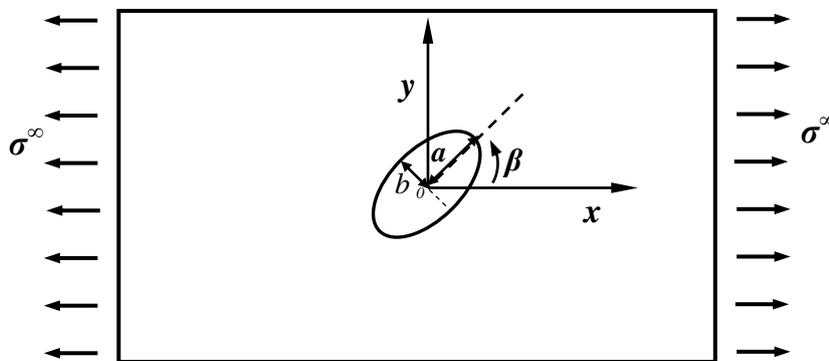


Figure 4.2: Plaque avec trou elliptique soumise à la sollicitation de traction orientée d'angle β par rapport au grand axe elliptique.

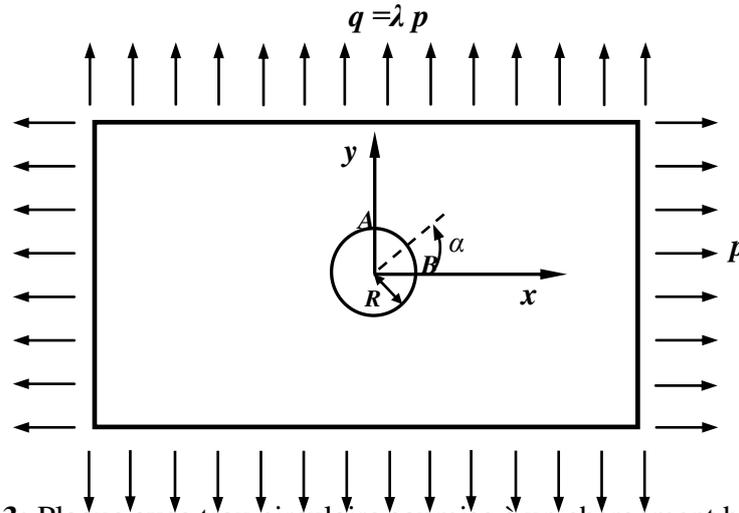


Figure 4.3: Plaque avec trou circulaire soumise à un chargement biaxial.

IV.1 Etude du comportement des plaques isotropes munies de trou circulaire.

En premier lieu nous présenterons l'effet de la présence du trou circulaire sur la distribution du facteur de concentration des contraintes en sollicitations de traction, de compression et de cisaillement appliquée à la frontière de la plaque isotrope. Les propriétés mécaniques et géométriques du matériau sont celles présentées au tableau 4.1.

Tableau 4.1 : Caractéristiques mécaniques et géométriques de la plaque isotrope.

E (Mpa)	Coefficient de Poisson ν	Rayon (mm)	Longueur (mm)	Largeur (mm)	Epaisseur (mm)
210000	0,3	2,5	300	100	1

Les résultats analytiques sont donnés par les formules (3.15) et (3.67) de l'approche analytique de Green Zerna [34].

IV.1.1 Modélisation par la méthode des éléments finis.

Le logiciel de calcul des structures par la méthode des éléments finis ANSYS [45] a été utilisé pour analyser le problème de concentration des contraintes dans la plaque isotrope munie d'un trou. En raison du double symétrie, un quart de la plaque a été considéré. La géométrie considérée est maillée par l'élément PLANE 183 de forme rectangulaire 2D (figure 4.4). Cet élément possède huit nœuds à six degrés de liberté (trois translations et trois rotations). D'après l'étude de la convergence, la taille de l'élément est adaptée à 1 mm, les

conditions aux limites et les charges appliquées sont assimilées à celle d'un test de traction et de compression pure.

L'analyse permet de déterminer le champ des contraintes dans la plaque à partir du champ des déformations déduit du champ de déplacement calculé. La valeur du facteur de concentration des contraintes est déterminée directement en divisant le champ des contraintes obtenu par la contrainte nominale σ^∞ [45].

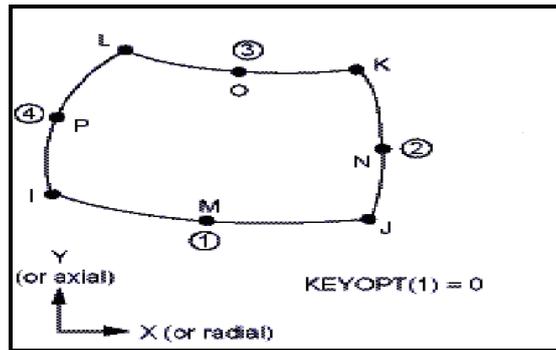


Figure 4.4: Géométrie de l'élément PLANE 183 [45].

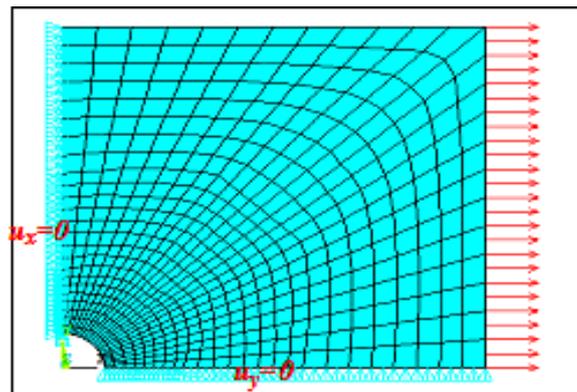


Figure 4.5 : Modèle géométrique d'éléments finis de la plaque trouée.

IV.1.2. Distribution du facteur de concentration des contraintes au bord du trou.

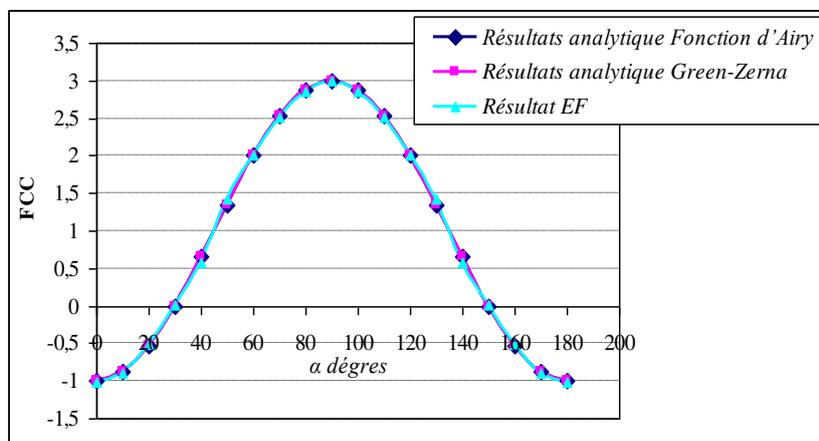


Figure 4.6 : Variation du FCC au bord du trou circulaire en traction.

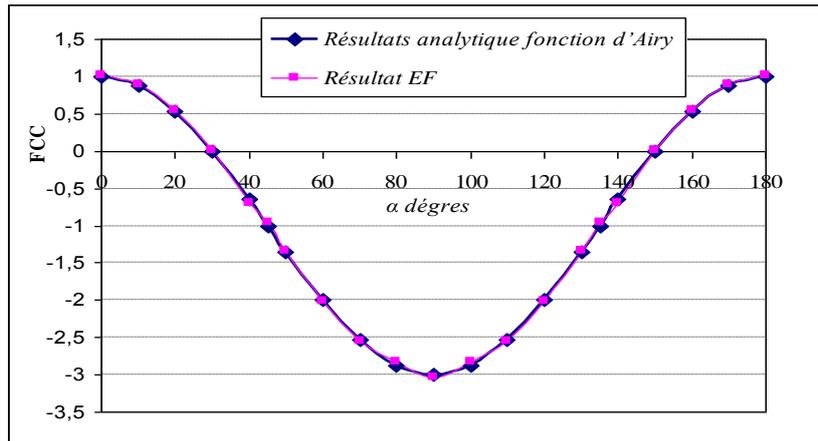


Figure 4.7 : Variation du FCC au bord du trou circulaire en compression.

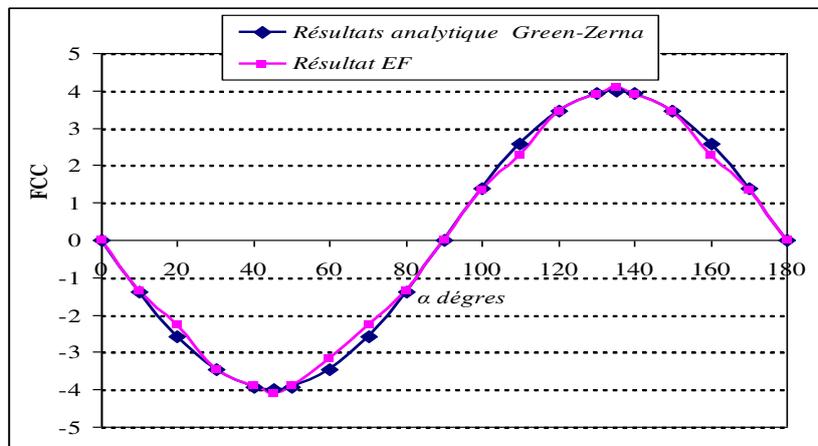


Figure 4.8 : Variation du FCC au bord du trou circulaire en cisaillement.

Les graphes des figures 4.6, 4.7 et 4.8 présentent la variation du facteur de concentration des contraintes au bord d'un trou circulaire réalisé sur une plaque isotrope. L'analyse montre que la valeur maximale et minimale du facteur de concentration des contraintes et son emplacement par rapport au bord du trou pour les trois sollicitations sont donnés par :

- ✓ En traction la valeur maximale du facteur de concentration des contraintes est égale à 3 et se trouve dans l'emplacement au bord du trou à l'angle $\alpha = 90^\circ$, tandis que la valeur minimale est égale à -1, dans l'emplacement à 0° et 180° .
- ✓ En compression la valeur maximale du facteur de concentration des contraintes est égale à 1 dans l'emplacement de 0° et 180° alors que la valeur minimale est égale à -3, dans l'emplacement à $\alpha=90^\circ$.
- ✓ En appliquant l'effort de cisaillement, la valeur maximale du facteur de concentration de contrainte est alors égale à 4 dans l'emplacement de $\alpha = 135^\circ$ est minimale dans l'emplacement de $\alpha=45^\circ$, il vaut alors -4.

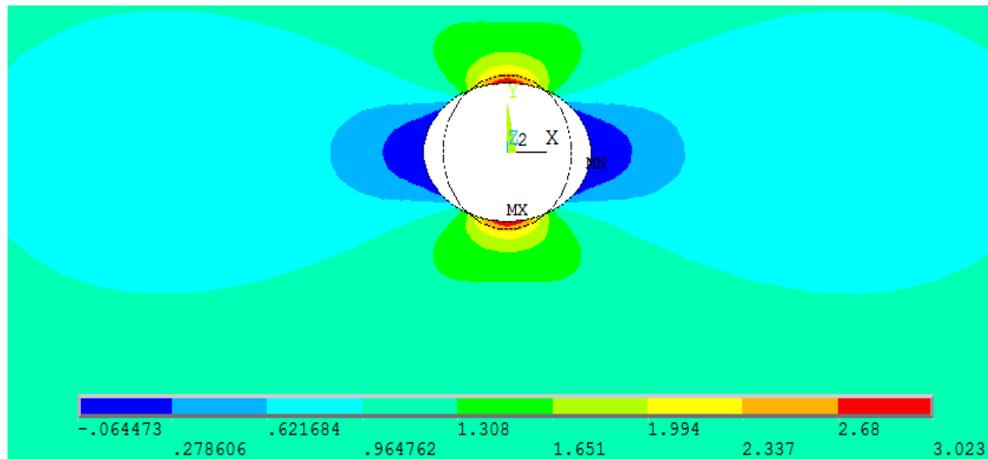


Figure 4.9 : Distribution du FCC au bord du trou circulaire en sollicitation de traction.

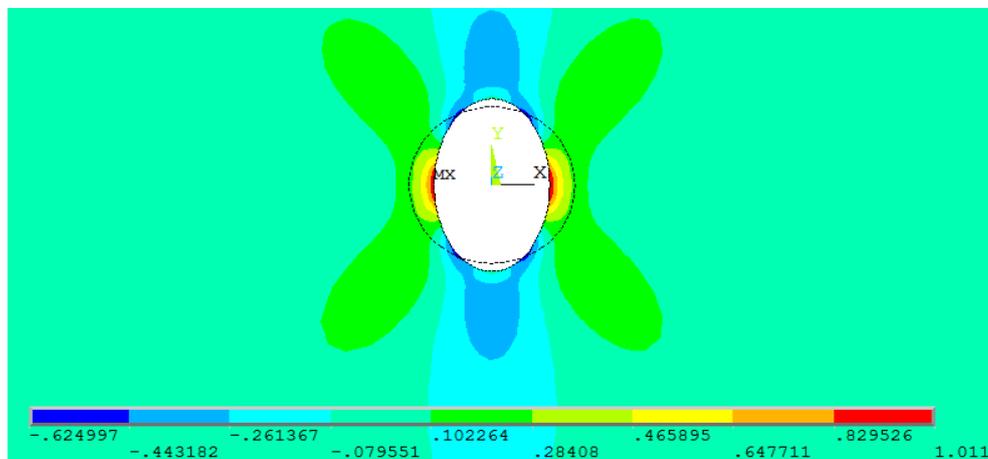


Figure 4.10 : Distribution du FCC au bord du trou circulaire en sollicitation de compression.

Le facteur de concentration des contraintes est nul dans la direction faisant 30° avec la direction de la sollicitation dans le cas de la traction et la compression, tandis qu'il est nul dans l'emplacement de $0, 45^\circ$ et 180° dans le cas de sollicitation de cisaillement.

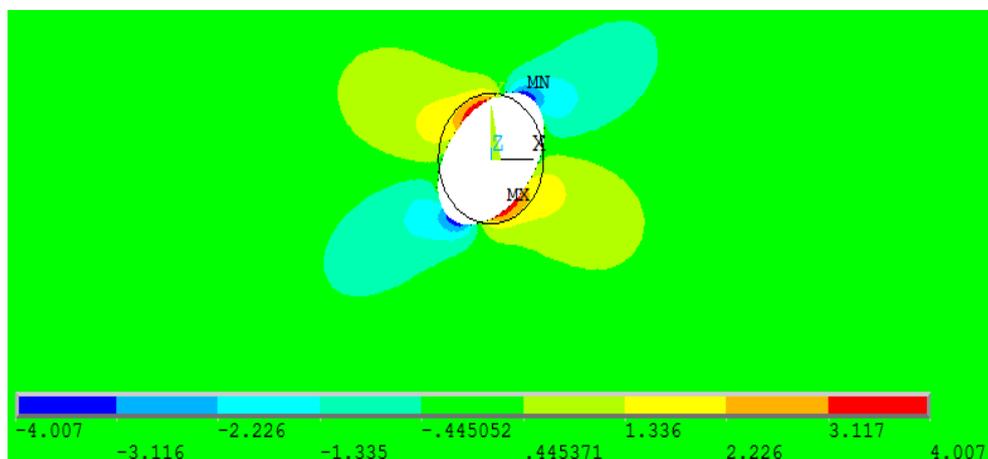


Figure 4.11 : Distribution du FCC au bord du trou circulaire en sollicitation de cisaillement.

Les résultats du facteur de concentration des contraintes obtenus sont présentés dans le tableau suivant :

Tableau 4.2: Valeur maximale et minimale du facteur de concentration des contraintes au bord du trou circulaire avec différents efforts de sollicitation.

Traction				Compression				Cisaillement			
Max FCC		Min FCC		Max FCC		Min FCC		Max FCC		Min FCC	
Analytique	MEF	Analytique	MEF	Analytique	MEF	Analytique	MEF	Analytique	MEF	Analytique	MEF
3,001	3,023	-1,002	-1,012	1,001	1,011	-3,003	-3,028	4,003	4,097	-4,001	-4,097

IV.1.3 Effet de la distance relative $\rho = r/R$ sur le facteur de concentration des contraintes.

Les figures 4.12 et 4.13 représentent la variation du facteur de concentration des contraintes en fonction de la distance relative ($\rho = r/R$), en utilisant la solution analytique de l'équation (3.11) pour $\alpha = 0^\circ$ et $\alpha = \pi/2$ et la solution numérique obtenue par la méthode des éléments finis avec les sollicitations de traction et de compression pure respectivement.

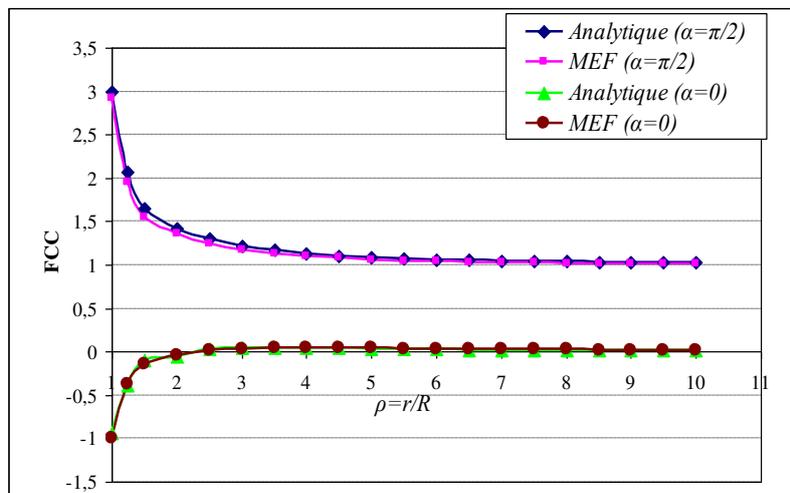


Figure 4.12 : Variation du FCC en sollicitation de traction, pour ($\alpha = 0$) et ($\alpha = \pi/2$) en fonction de la distance relative $\rho = r/R$.

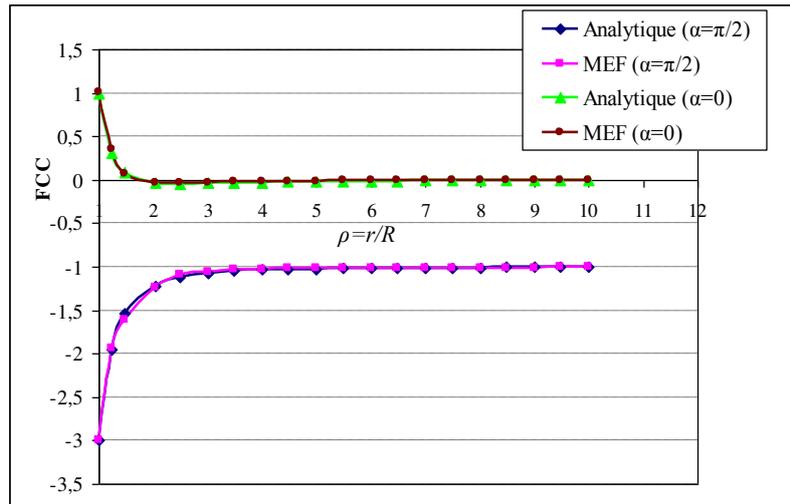


Figure 4.13 : Variation du FCC en sollicitation de compression, pour ($\alpha = 0$) et ($\alpha = \pi/2$) en fonction de la distance relative $\rho = r/R$.

Les résultats montrent bien la concentration des contraintes provoquée par la présence du trou. L'effet de ce trou déminue en s'éloignant de son bord pour s'annuler complètement loin du trou.

Les valeurs principales du facteur de concentration des contraintes dans l'emplacement ($\alpha = 0$) et ($\alpha = \pi/2$) au bord et loin du trou sont représentées dans les tableaux (4.3) et (4.4).

Tableau 4.3: Facteur de concentration de contrainte au bord et loin du trou circulaire pour la sollicitation de traction.

L'emplacement α (°)	bord de trou ($r = R$)		Loin de trou $r > 6 R$	
	Résultat Analytique	Résultat MEF	Résultat Analytique	Résultat MEF
$\pi/2$	3,001	3,023	1,001	0,981
$0-\pi$	-1,001	-1,012	0,001	0,021

Tableau 4.4 : Facteur de concentration de contrainte au bord et loin du trou circulaire pour la sollicitation de compression.

L'emplacement	bord de trou ($r = R$)		Loin de trou $r > 6 R$	
	Résultat Analytique	Résultat MEF	Résultat Analytique	Résultat MEF
$\pi/2$	-3,003	-3,028	-1,000	-0,991
$0-\pi$	1,001	1,011	0,001	0,002

IV.1.4 Effet de la taille du trou sur le facteur de concentration des contraintes.

La figure 4.14 présente l'évolution du facteur de concentration des contraintes en fonction de la variation du diamètre du trou d'une plaque isotropes. Les résultats analytiques sont obtenus par l'équation 3.117. On remarque que lorsqu'on augmente le rapport du diamètre du trou par rapport à la largeur de la plaque (D/W) le facteur de concentration des contraintes augmente. Cette augmentation est lente pour un rapport (D/W) compris entre les valeurs 0,05 et 0,80 et il se rapproche de la valeur 3. Elle est plus rapide dans la gamme de rapports (D/W) entre 0,8 et 0,99.

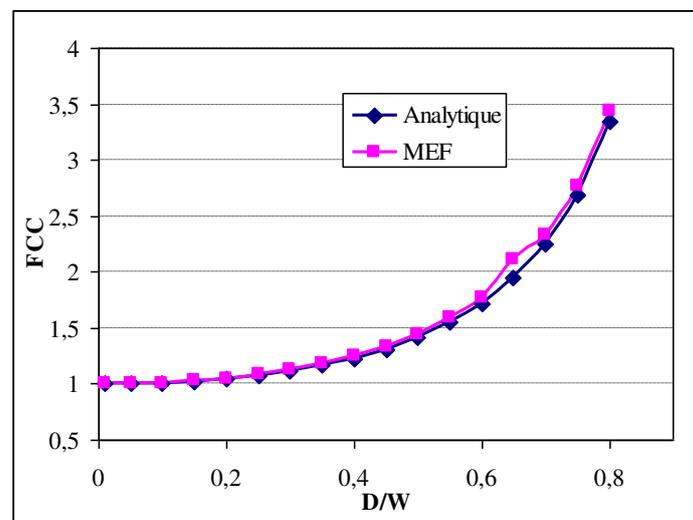


Figure 4.14 : Variation du FCC en fonction du rapport de diamètre du trou sur la largeur de la plaque (D/W).

L'étude a montré que pour supposer que la plaque en matériau isotrope est de dimensions infinies par rapport au diamètre de trou, il faut que le rapport du diamètre de trou sur la largeur de la plaque (D/W) ne dépasse pas la valeur de 0,75. Au de là de cette valeur la plaque est supposée de dimensions finis par rapport au diamètre du trou.

IV.1.5 Effet du chargement biaxial sur le facteur de concentration des contraintes.

Le tableau (4.5) et la figure 3.15 représentent les valeurs du FCC en fonction du rapport biaxial ($\lambda = q/p$) en deux points de l'emplacement au bord du trou, le point A ($\alpha = \pi/2$) et B ($\alpha = 0^\circ$) désignés dans la figure (4.2). Les résultats analytiques sont obtenus en utilisant l'expression 3.127 et 3.128 dans chapitre III.

Dans l'emplacement au point **A**, on remarque l'évolution du facteur de concentration des contraintes en fonction de l'augmentation du rapport biaxial λ (q/p) jusqu'à la valeur 2,5. Il décroît après jusqu'à la valeur de -7 en passant par la valeur nulle pour $\lambda=3$.

Dans l'emplacement du point **B**, on remarque que les valeurs du facteur de concentration des contraintes augmentent avec l'augmentation du rapport biaxial ($\lambda = q/p$) de la valeur 0,5 jusqu'à la valeur 29 pour le rapport biaxial ($\lambda = q/p$) égale à 10.

Cette analyse montre que lorsque les deux sollicitations sont égaux, la valeur du facteur de concentration des contraintes vaut 2 dans tout le bord du trou de la plaque.

Tableau 4.5: Variation du FCC en fonction du rapport biaxial ($\lambda = q/p$) localisé au bord de trou au point A et B pour les matériaux isotropes.

λ (q/p)	Emplacement au point A		Emplacement au point B	
	Analytique	EF	Analytique	Résultats EF
0	-1,001	-1,015	3,001	3,019
0,5	2,500	2,501	0,500	0,5021
1	2,000	2,006	2,001	2,006
2	1,000	1,007	5,001	5,023
3	0,000	-0,003	8,001	8,042
4	-1,001	-1,005	11,001	11,061
5	-2,001	-2,007	14,001	14,044
6	-3,001	-3,009	17,001	17,098
7	-4,001	-4,011	20,001	20,117
8	-5,001	-5,013	23,001	23,136
9	-6,001	-6,015	25,002	25,155
10	-7,001	-7,016	29,002	29,174

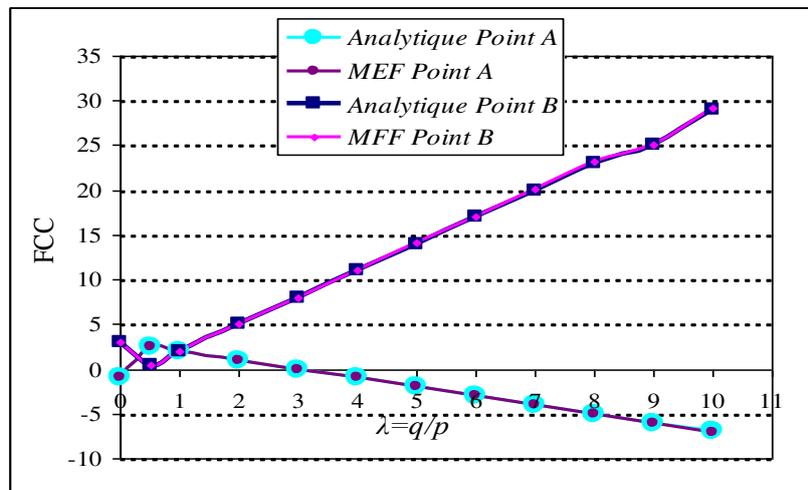


Figure 3.15 : Variation du FCC en fonction du rapport biaxial ($\lambda = q/p$) pour les deux emplacements A et B.

IV.2. Etude du comportement des plaques isotropes munies du trou elliptique.

Dans cette étude nous allons déterminer la distribution du facteur de concentration des contraintes au bord du trou elliptique centré dans une plaque en matériau isotrope soumise à la traction uniaxiale de contrainte σ^∞ suivant la direction faisant angle β par rapport au grand axe de l'ellipse (figure 4.2).

Les résultats analytiques seront obtenus par l'équation (3.30) présenté dans le chapitre III. Le calcul de la valeur maximale et minimale du facteur de concentration des contraintes est effectué pour différentes valeurs de l'angle β incrémentée de 5° chaque fois. Cette opération est effectuée pour différentes valeurs de rapport elliptique $a/b = 2, 3, 4, 5, 10$. Ensuite on fait une comparaison entre les résultats analytiques et numériques obtenues par la méthode des éléments finis.

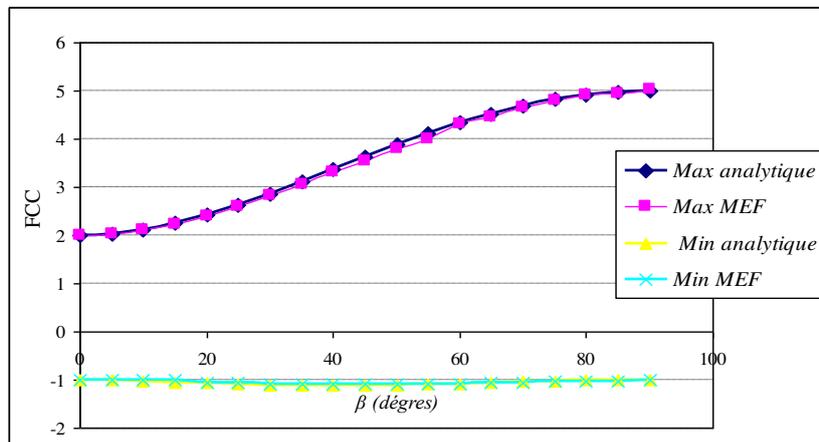


Figure 4.16 : Variation du FCC en fonction de l'angle de sollicitation de traction β pour le rapport elliptique $a/b = 2$.

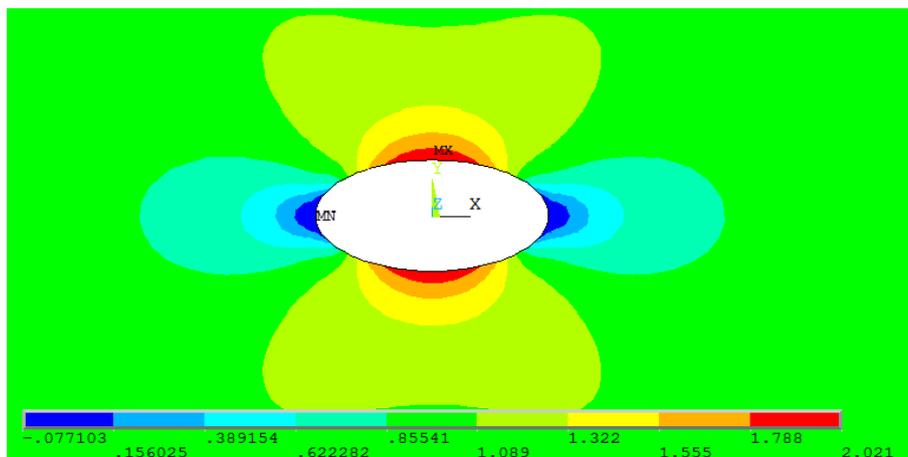


Figure 4.17 : Distribution du FCC pour un angle de sollicitation de traction $\beta = 0^\circ$ et un rapport elliptique $a/b = 2$.

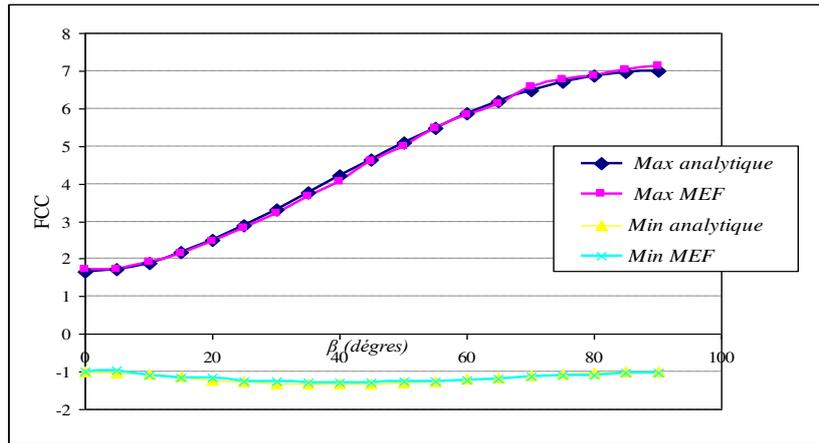


Figure 4.18 : Variation du FCC en fonction de l'angle de sollicitation de traction β pour le rapport elliptique $a/b = 3$.

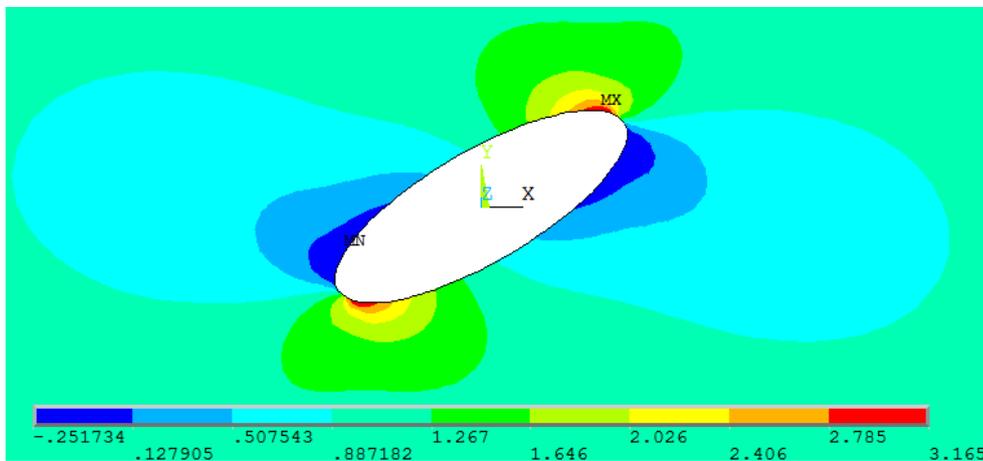


Figure 4.19 : Distribution du FCC pour un angle de sollicitation de traction $\beta = 30^\circ$ et un rapport elliptique $a/b = 3$.

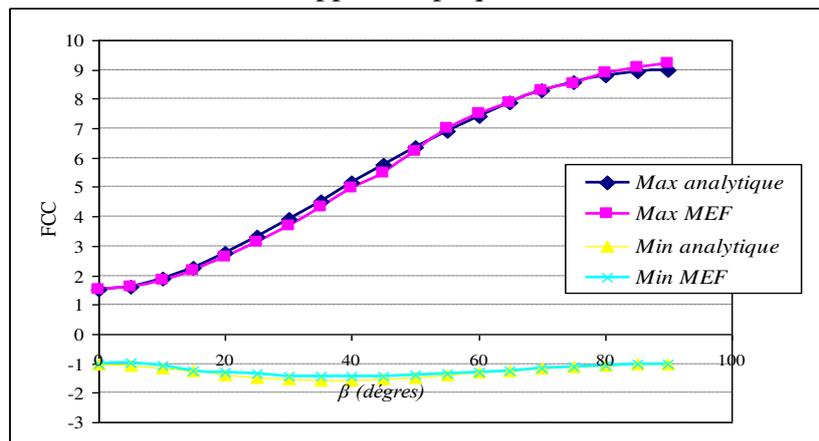


Figure 4.20 : Variation du FCC en fonction de l'angle de sollicitation de traction β pour le rapport elliptique $a/b = 4$.

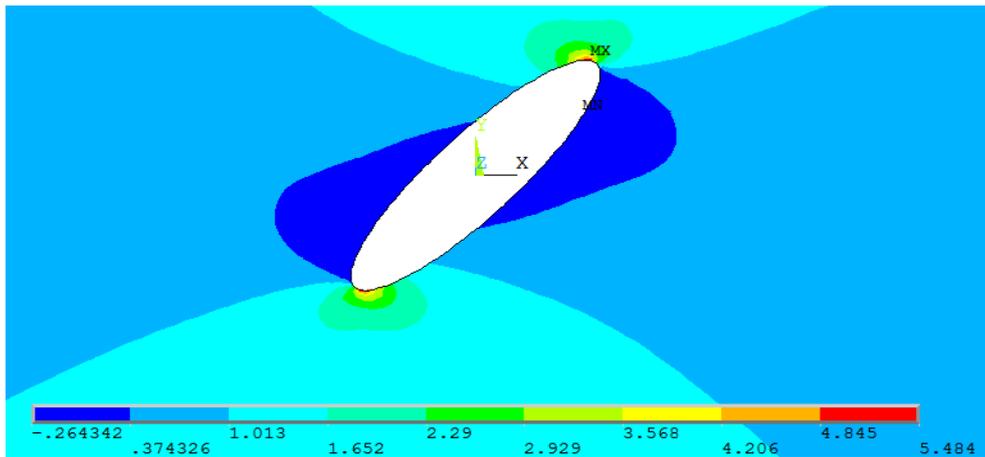


Figure 4.21 : Distribution du FCC pour un angle de sollicitation de traction $\beta = 45^\circ$ et un rapport elliptique $a/b = 4$.

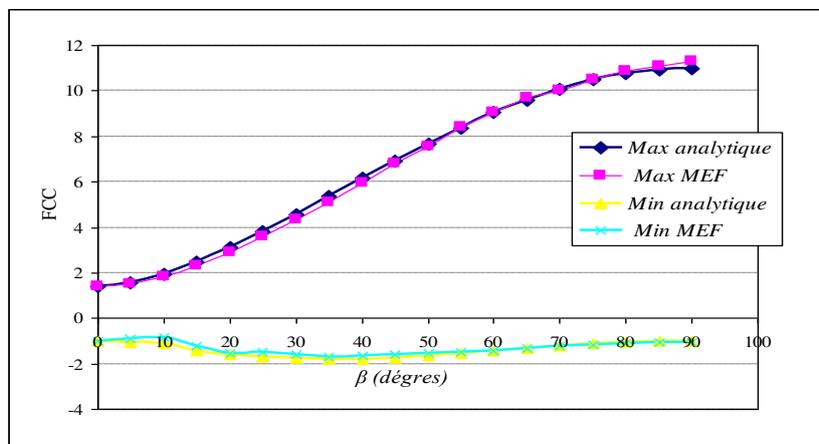


Figure 4.22 : Variation du FCC en fonction de l'angle de sollicitation de traction β pour le rapport elliptique $a/b = 5$.

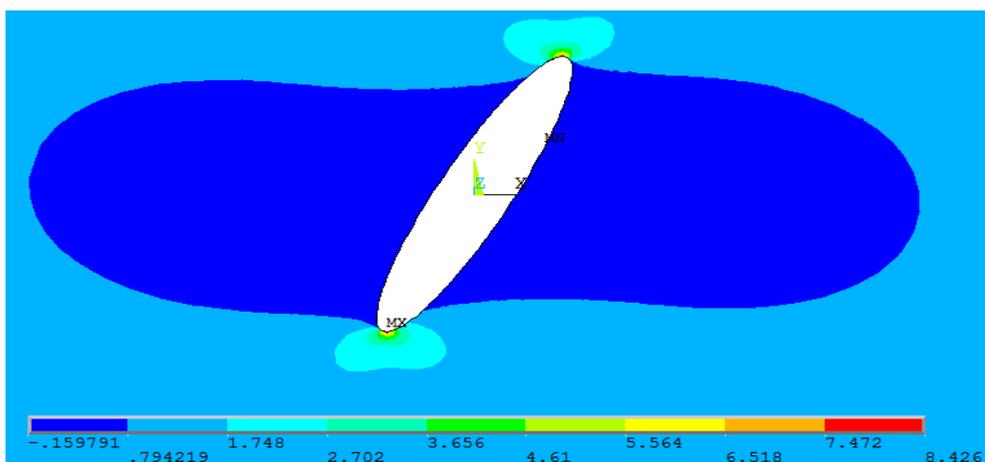


Figure 4.23 : Distribution du FCC pour un angle de sollicitation de traction $\beta = 60^\circ$ et un rapport elliptique $a/b=5$.

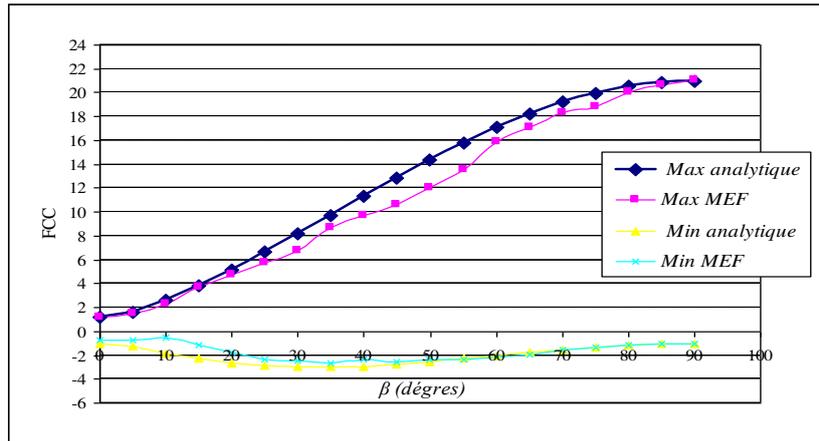


Figure 4.24 : Variation du FCC en fonction de l'angle de sollicitation de traction β pour le rapport elliptique $a/b = 10$.

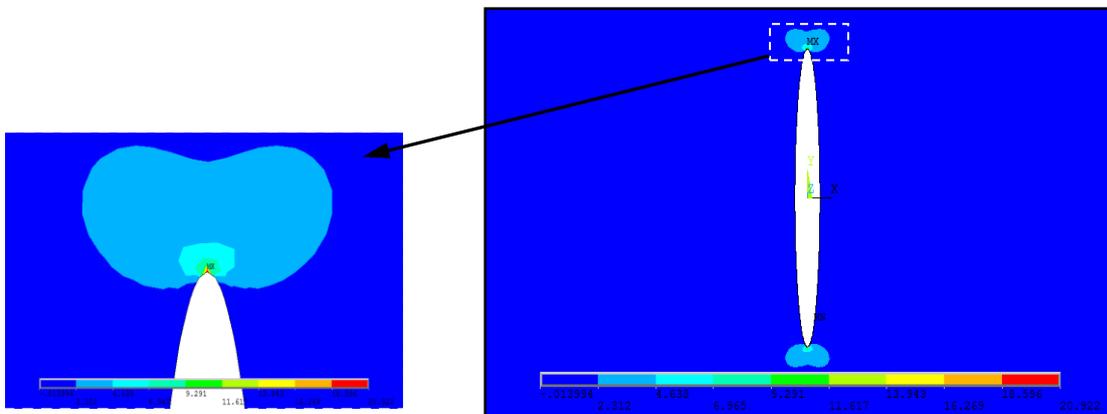


Figure 4.25 : Distribution du FCC pour un angle de sollicitation de traction $\beta = 90^\circ$ et un rapport elliptique $a/b = 10$.

Cette étude montre que dans le cas d'une sollicitation perpendiculaire au grand axe de l'ellipse ($\beta = \pi/2$), et lorsque le rapport elliptique (a/b) augmente le facteur de concentration de contrainte augmente aussi. Alors que dans le cas d'une sollicitation parallèle au grand axe de l'ellipse ($\beta = 0^\circ$), on remarque que lorsque le rapport d'elliptique (a/b) augmente le facteur de concentration des contraintes diminue.

Les figures 4.16 à 4.24 montrent que l'augmentation de l'angle β entre 0 et $\pi/2$ fait accroître le facteur de concentration des contraintes.

IV.2.1 Effet de la taille du trou elliptique sur le facteur de concentration des contraintes pour une plaque isotrope finie.

Le comportement des plaques isotropes munies des trous elliptiques est différent par rapport aux plaques avec des trous circulaires. La plupart des plaques testées sont des plaques

trouées à dimensions finies. Le cas des travaux de la référence [32] ont traité la distribution des contraintes dans les plaques isotropes munies de trous elliptiques. La solution analytique donnée par l'expression (3.116) est utilisée dans cette analyse dans le but de présenter l'effet de la taille du trou elliptique par rapport à la largeur finie de la plaque avec différent valeur du rapport elliptique (a/b). Les résultats analytiques obtenus seront comparés avec ceux obtenus par la méthode des éléments finis.

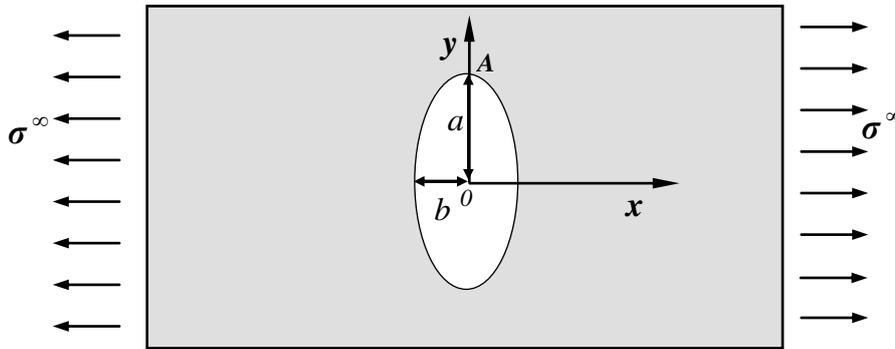


Figure 4.26: Plaque isotrope de largeur finie avec un trou elliptique soumise à un chargement de traction ($\beta=\pi/2$).

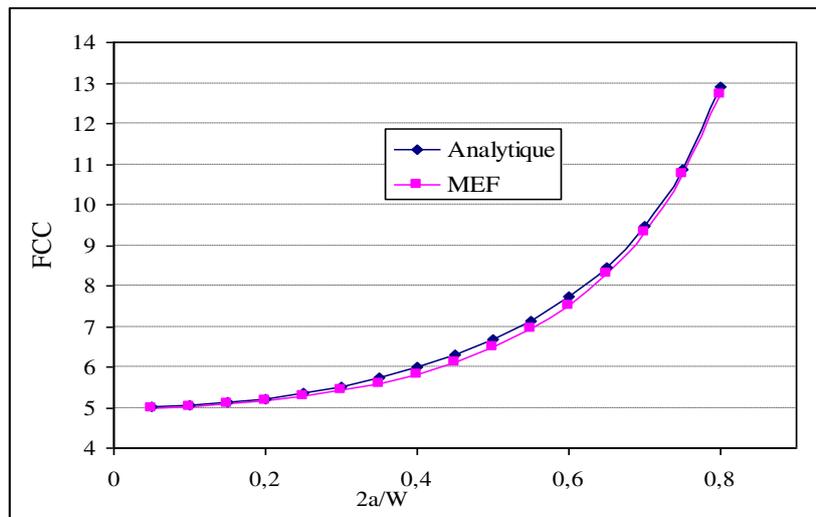


Figure 4.27 : Variation du FCC pour le rapport elliptique $a/b = 2$.

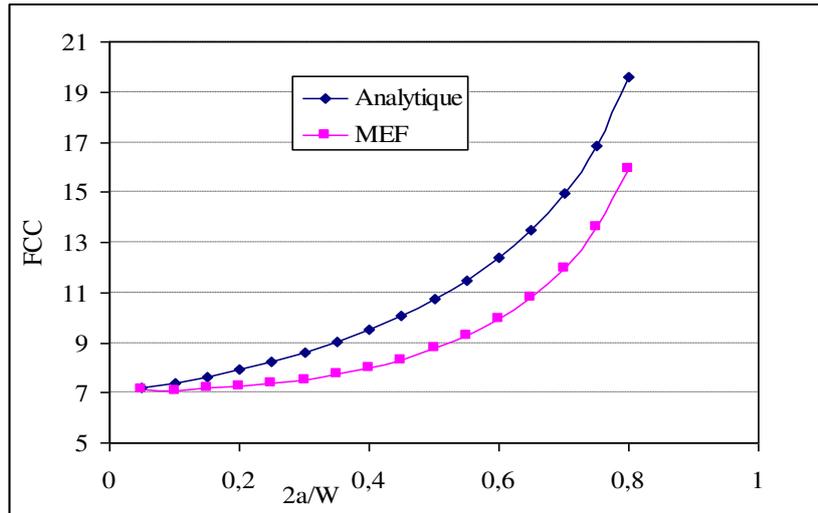


Figure 4.28 : Variation du FCC pour le rapport elliptique $a/b = 3$.

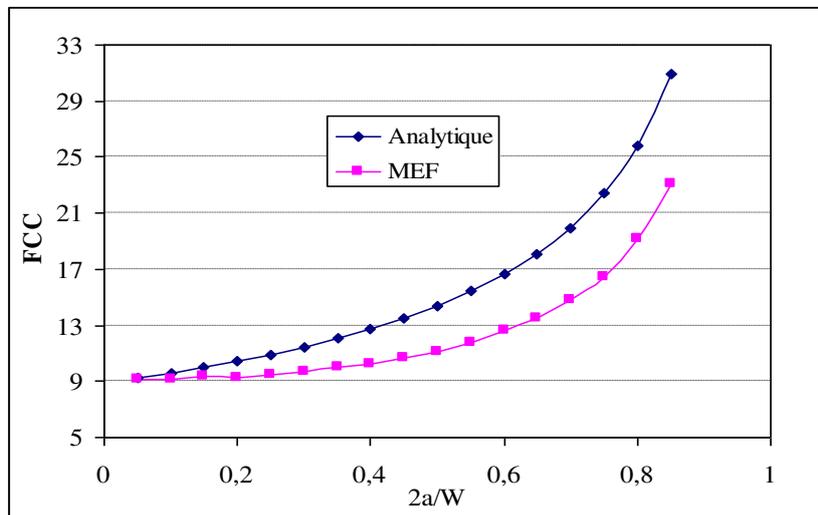


Figure 4.29 : Variation du FCC pour le rapport elliptique $a/b = 4$.

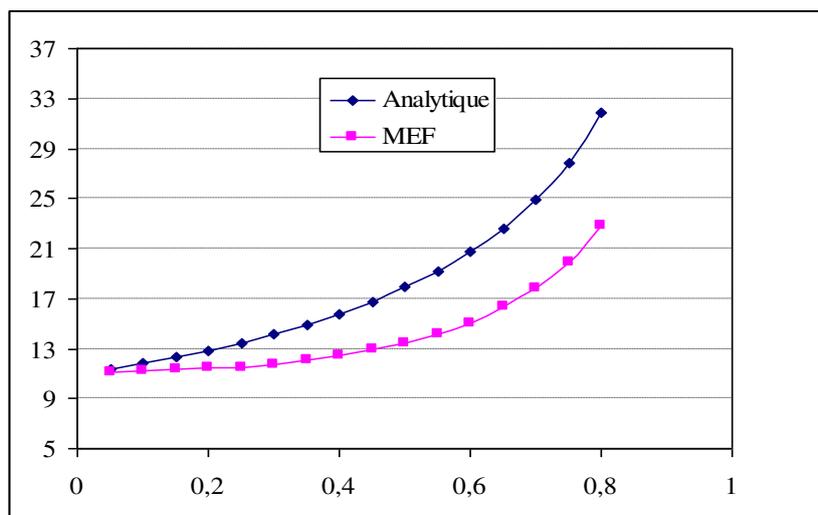


Figure 4.30 : Variation du FCC pour le rapport elliptique $a/b = 5$.

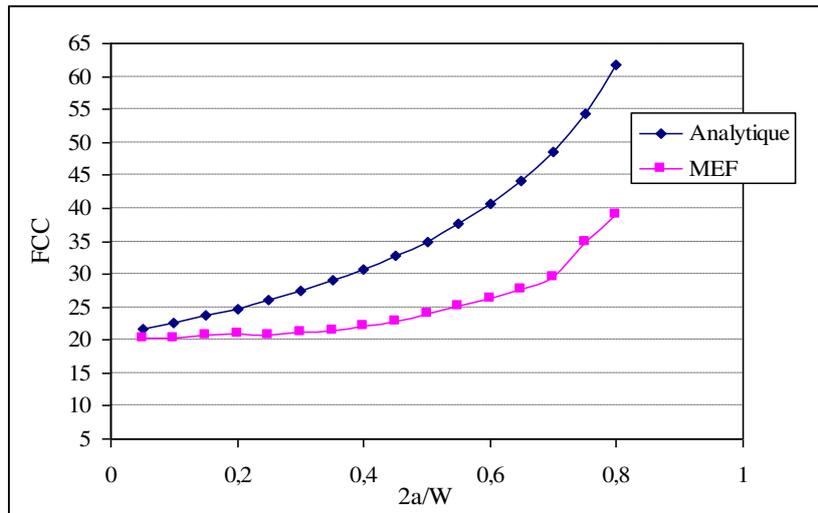


Figure 4.31: Variation du FCC pour le rapport elliptique $a/b = 10$.

Les graphes des figures de 4.27 à 4.31 montrent que dans tous les cas chaque fois que le rapport elliptique a/b augmente, le facteur de concentration des contraintes augmente aussi. Cette variation va aussi dans le même sens que le rapport $(2a/W)$. Cette augmentation est lente pour un rapport $(2a/W)$ compris entre les valeurs 0,05 et 0,7, et plus rapide pour la gamme de rapports $(2a/W)$ entre 0,7 et 0,99.

Cette analyse a aussi montré que pour supposer la plaque de dimensions infinie par rapport aux axes de l'ellipse il faut que le rapport du grand axe elliptique sur la largeur de la plaque $(2a/W)$ ne dépasse pas la valeur de 0,7.

IV.2.2 Effet du changement biaxial sur le facteur de concentration des contraintes.

Dans cette analyse nous allons étudier l'influence du chargement biaxial ($\lambda=q/p$) sur le facteur de concentration des contraintes dans les deux emplacements principaux au bord du trou elliptiques **A** et **B** (figure 4.32).

Une étude paramétrique sur le facteur de concentration des contraintes va être menée en utilisant les différents rapports elliptiques (a/b) et des différents rapports biaxiaux $\lambda=q/p$ pour deux angles de direction de sollicitation de traction (β°) qui sont parallèles et perpendiculaire par rapport au grand axe elliptique. Les résultats sont obtenus par la méthode des éléments finis (ANSYS).

IV.2.2.1 Cas du grand axe elliptique perpendiculaire à l'axe de chargement p .

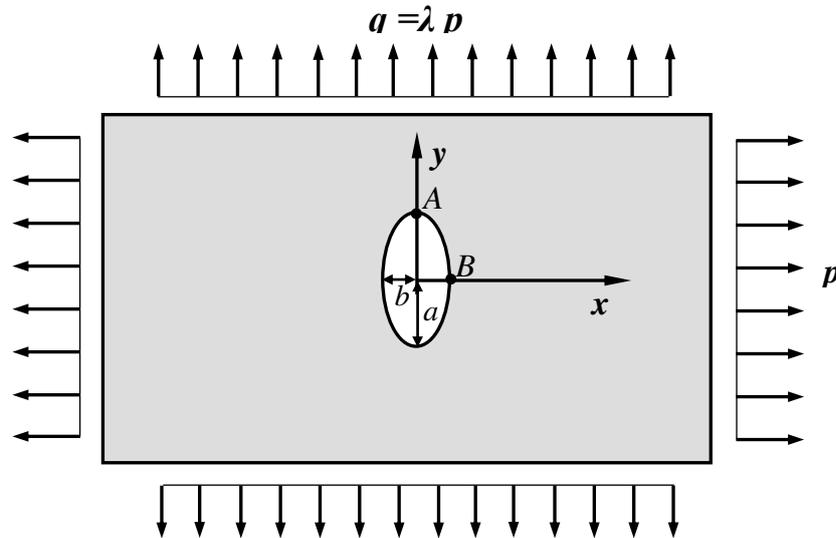


Figure 4.32: Plaque isotrope soumise au chargement biaxial avec un trou elliptique perpendiculaire à l'axe du chargement p ($\beta=\pi/2$).

Les figures 4.33 à 4.41 présentent la variation du facteur de concentration des contraintes en fonction du rapport biaxial ($\lambda=q/p$) dans les deux positions A et B pour plusieurs valeur du rapport a/b des axes elliptiques.

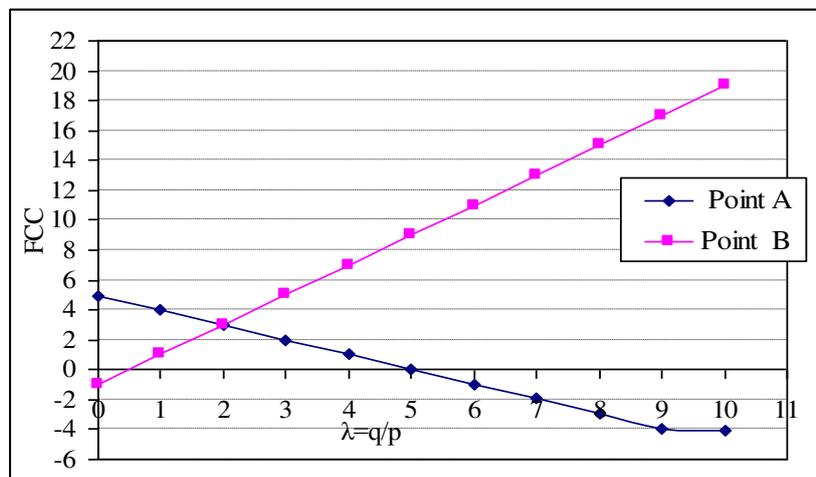


Figure 4.33: Variation du FCC en fonction du rapport biaxial $\lambda = q/p$ pour les deux emplacements A et B pour le rapport elliptique $a/b = 2$.

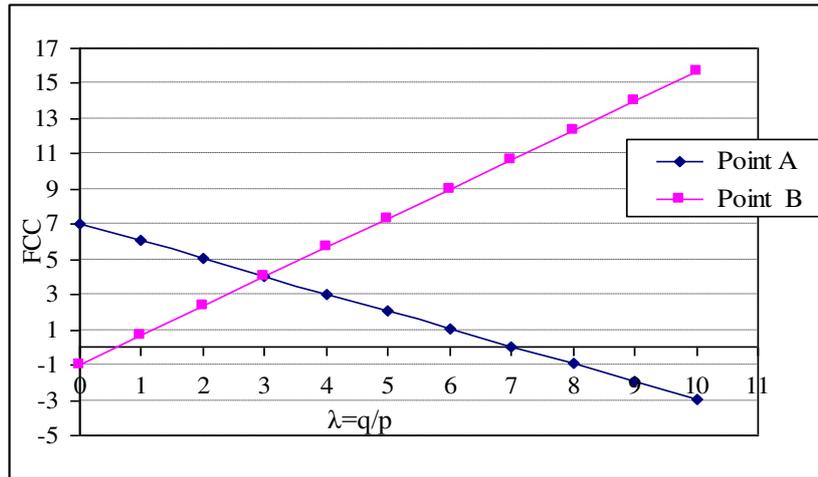


Figure 4.34 : Variation du FCC en fonction du rapport biaxial $\lambda = q/p$ pour les deux emplacements A et B pour le rapport elliptique $a/b = 3$.

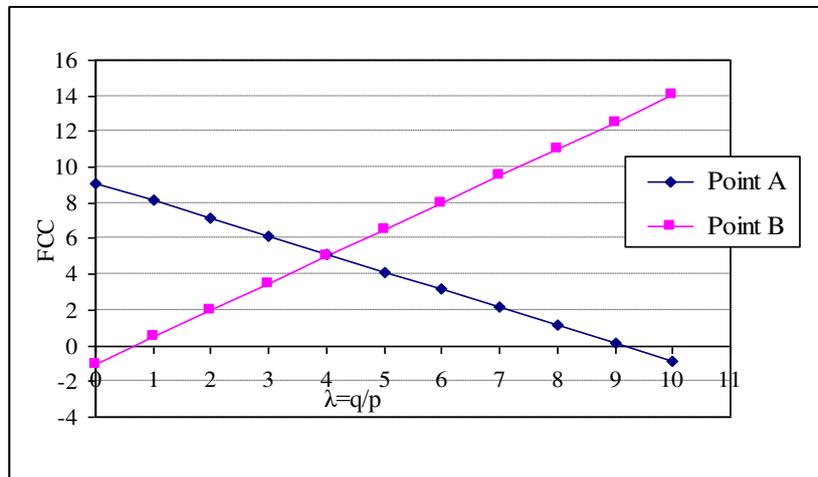


Figure 4.35 : Variation du FCC en fonction du rapport biaxial $\lambda = q/p$ pour les deux emplacements A et B pour le rapport elliptique $a/b = 4$.

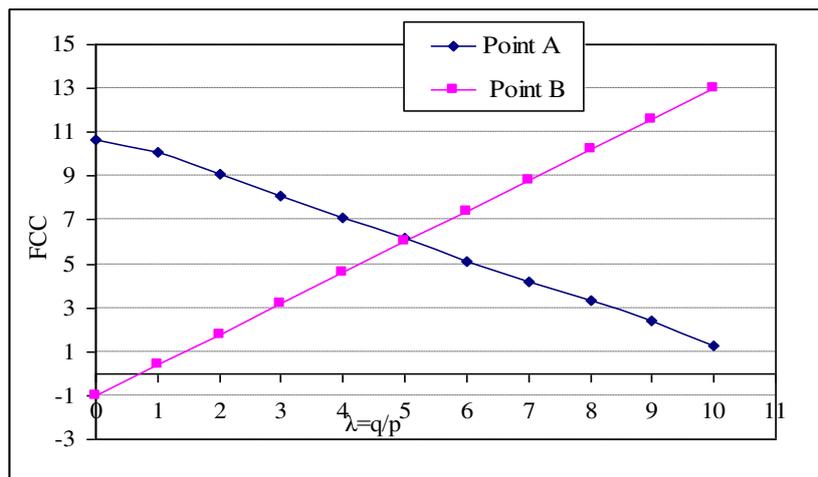


Figure 4.36: Variation du FCC en fonction du rapport biaxial $\lambda = q/p$ pour les deux emplacements A et B pour le rapport elliptique $a/b = 5$.

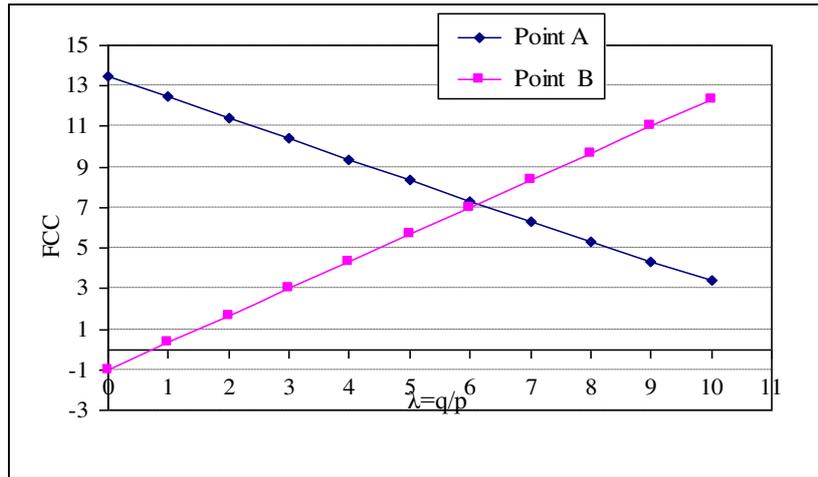


Figure 4.37: Variation du FCC en fonction du rapport biaxial $\lambda = q/p$ pour les deux emplacements A et B pour le rapport elliptique $a/b = 6$.

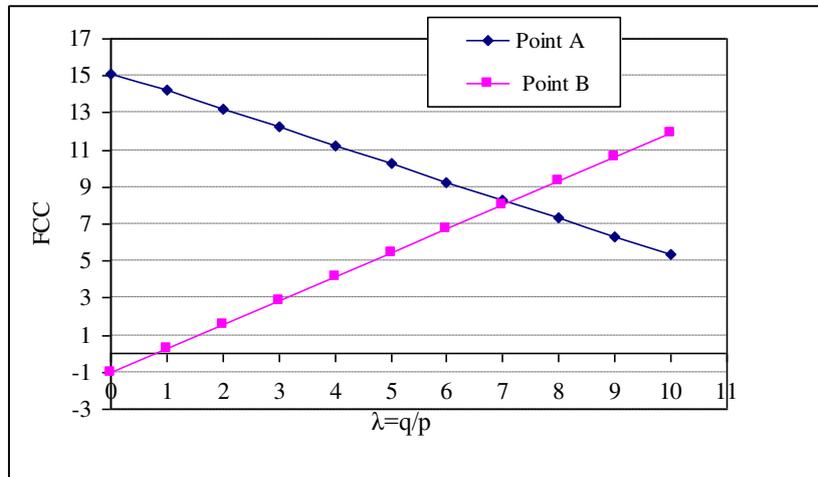


Figure 4.38 : Variation du FCC en fonction du rapport biaxial $\lambda = q/p$ pour les deux emplacements A et B pour le rapport elliptique $a/b = 7$.

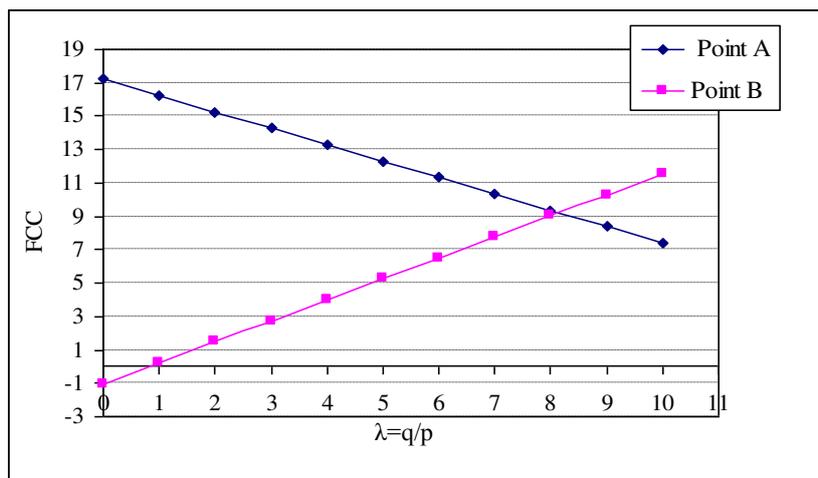


Figure 4.39: Variation du FCC en fonction du rapport biaxial $\lambda = q/p$ pour les deux emplacements A et B pour le rapport elliptique $a/b = 8$.

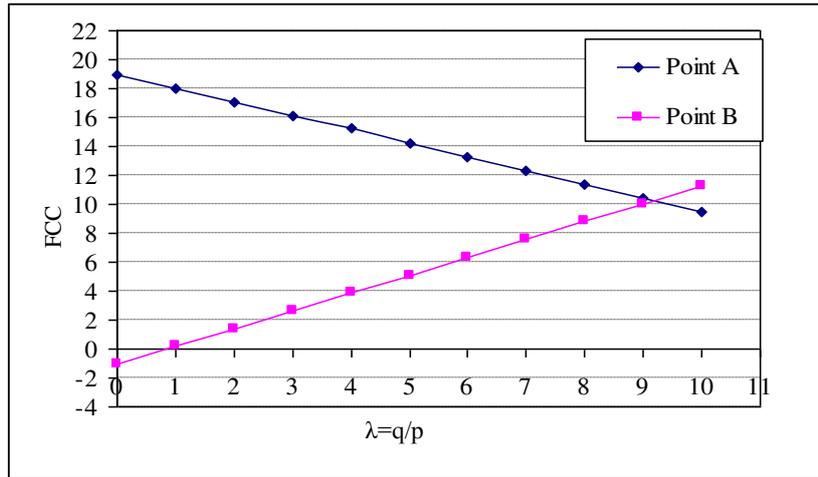


Figure 4.40 : Variation du FCC en fonction du rapport biaxial $\lambda = q/p$ pour les deux emplacements A et B pour le rapport elliptique $a/b = 9$.

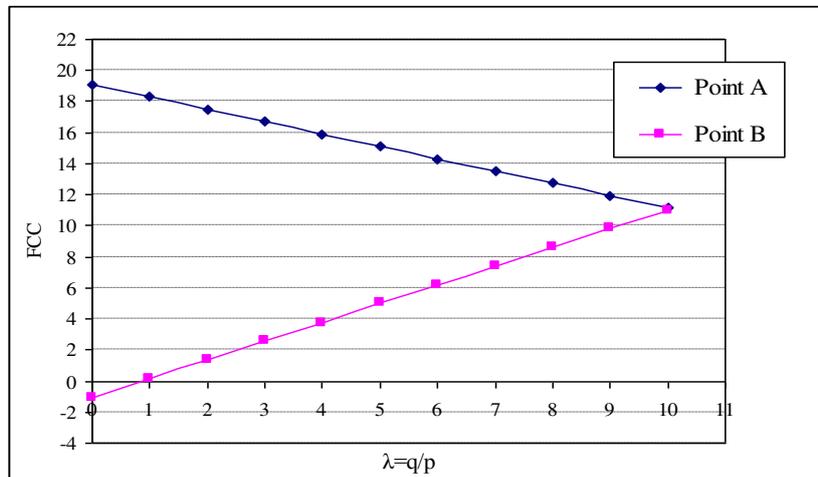


Figure 4.41: Variation du FCC en fonction du rapport biaxial $\lambda = q/p$ pour les deux emplacements A et B pour le rapport elliptique $a/b = 10$.

L'analyse des figures de 4.33 à 4.41 montre qu'à l'emplacement A au bord du trou elliptique lorsqu'on augmente le rapport de chargement biaxial ($\lambda=q/p$) le facteur de concentration des contraintes décroît, alors qu'à la position du point B le facteur de concentration des contraintes augmente.

L'intersection des courbes montre que lorsque le rapport biaxial $\lambda=q/p$ est égal au rapport elliptique (a/b) les valeurs du facteur de concentration des contraintes dans les deux emplacements A et B sont égales.

L'analyse montre que pour la valeur du rapport de chargement biaxial $\lambda=q/p$ est égale au rapport elliptique (a/b), le facteur de concentration des contraintes est égale au rapport elliptique (a/b) plus la valeur de (01) $FCC=\lambda+1$.

IV.2.2.2 Cas du grand axe elliptique parallèle à l'axe du chargement p .

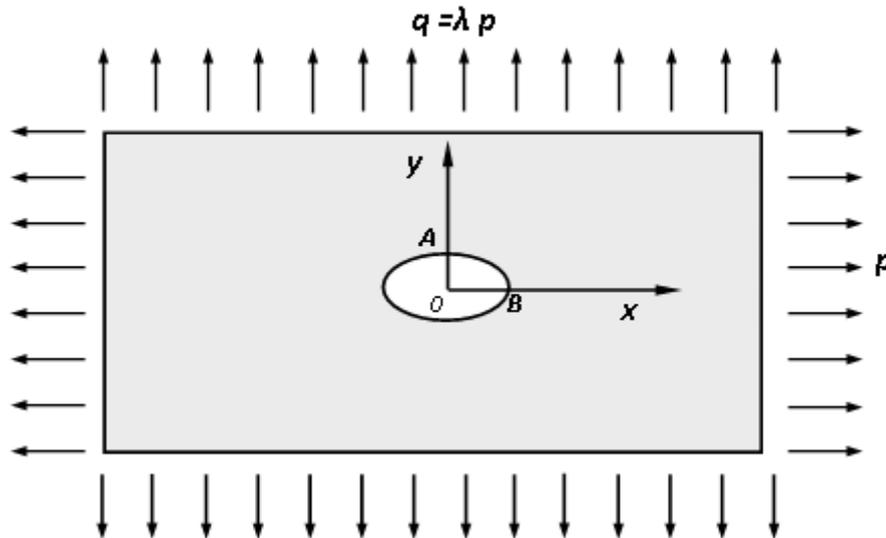


Figure 4.42: Plaque isotrope soumise au chargement biaxial avec un trou elliptique parallèle à l'axe du chargement p ($\beta=0^\circ$).

Les figures 4.43 à 4.51, montrent que dans l'emplacement du point A (figure 3.42) lorsqu'on augmente le rapport de chargement biaxial $\lambda = q/p$ le facteur de concentration des contraintes décroît d'une manière lente, tandis que dans l'emplacement du point B lorsque on augmente le rapport de chargement biaxial $\lambda = q/p$ ce facteur augmente plus rapidement.

Les valeurs maximales du facteur de concentration des contraintes se trouvent dans l'emplacement du point B pour le cas du grand axe elliptique parallèle à l'axe de chargement p . Alors que les valeurs minimales du facteur de concentration des contraintes se trouvent dans l'emplacement du point A.

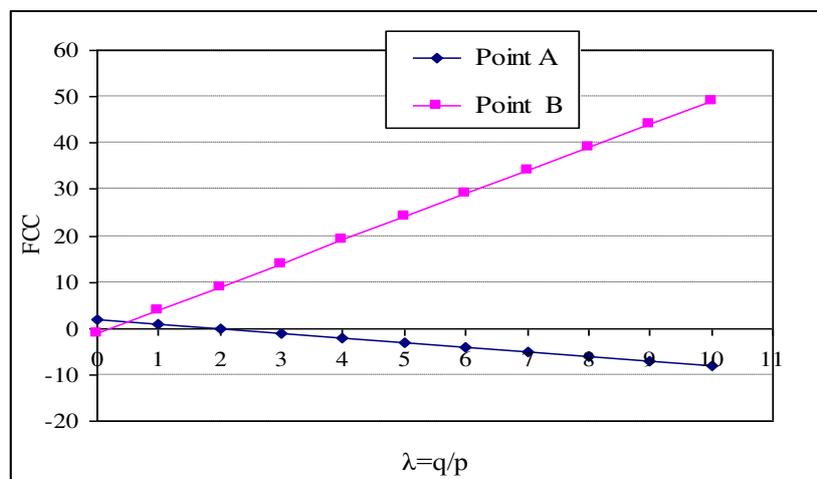


Figure 4.43 : Variation du FCC en fonction du rapport biaxial $\lambda = q/p$ pour les deux emplacements A et B avec un rapport elliptique $a/b=2$.

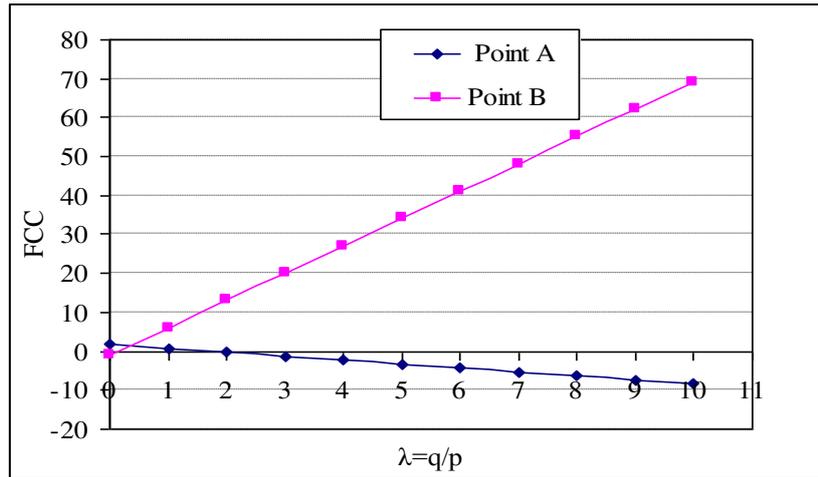


Figure 4.44 : Variation du FCC en fonction du rapport biaxial $\lambda = q/p$ pour les deux emplacements A et B avec un le rapport elliptique $a/b=3$.

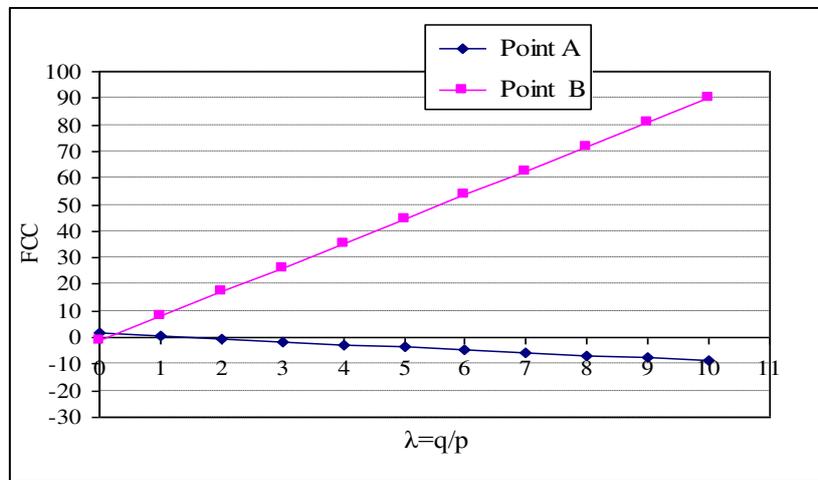


Figure 4.45 : Variation du FCC en fonction du rapport biaxial $\lambda = q/p$ pour les deux emplacements A et B avec un rapport elliptique $a/b=4$.

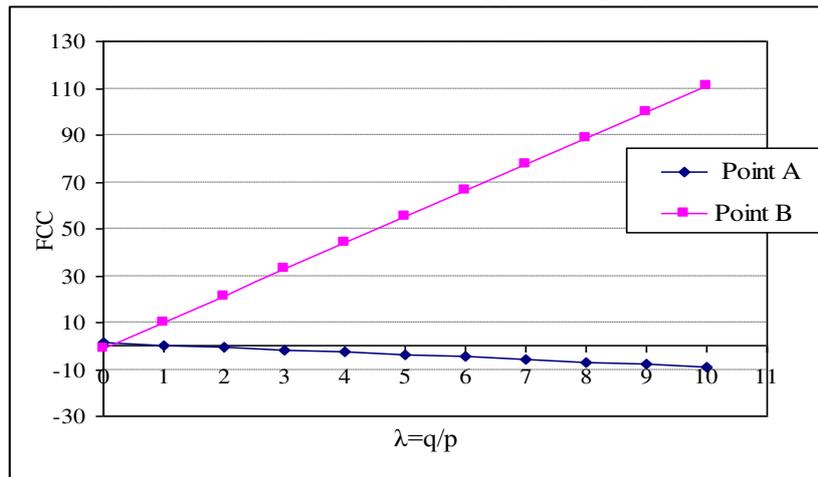


Figure 4.46: Variation du FCC en fonction du rapport biaxial $\lambda = q/p$ pour les deux emplacements A et B avec un rapport elliptique $a/b=5$.

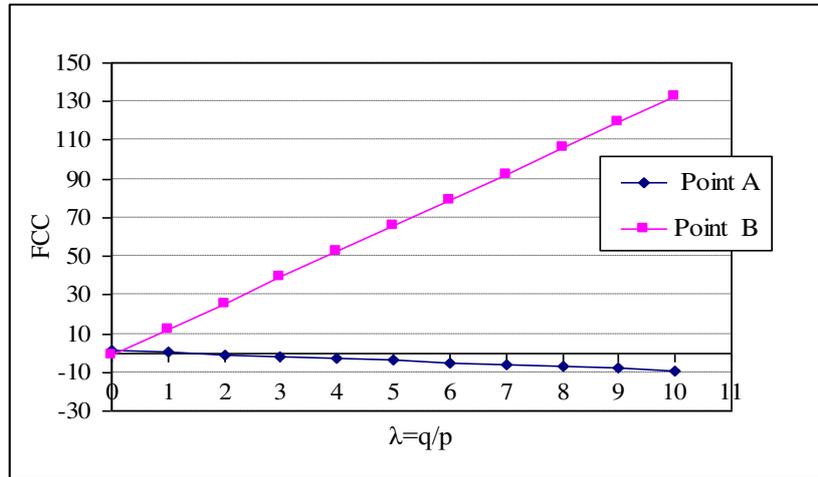


Figure 4.47: Variation du FCC en fonction du rapport biaxial $\lambda = q/p$ pour les deux emplacements A et B avec un rapport elliptique $a/b=6$.

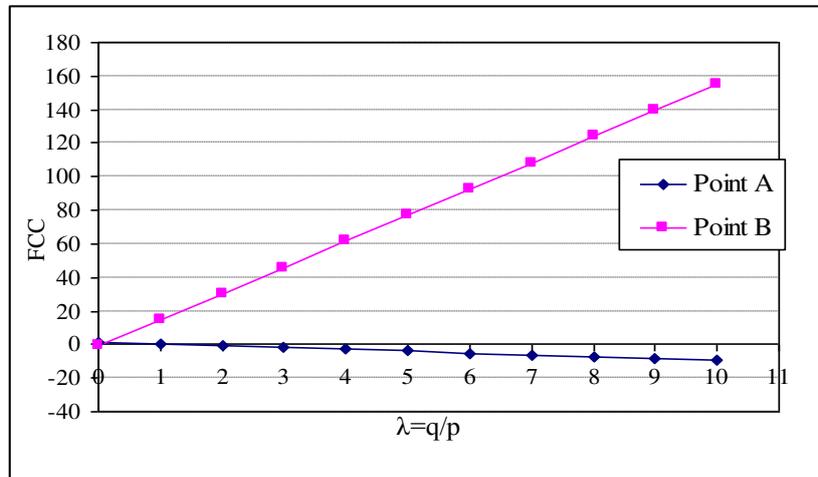


Figure 4.48 : Variation du FCC en fonction du rapport biaxial $\lambda = q/p$ pour les deux emplacements A et B avec un rapport elliptique $a/b=7$.

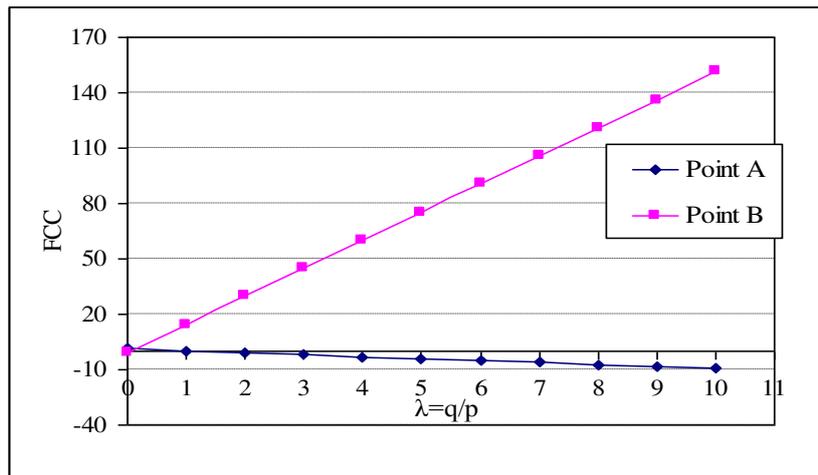


Figure 4.49: Variation du FCC en fonction du rapport biaxial $\lambda = q/p$ pour les deux emplacements A et B avec un rapport elliptique $a/b = 8$.

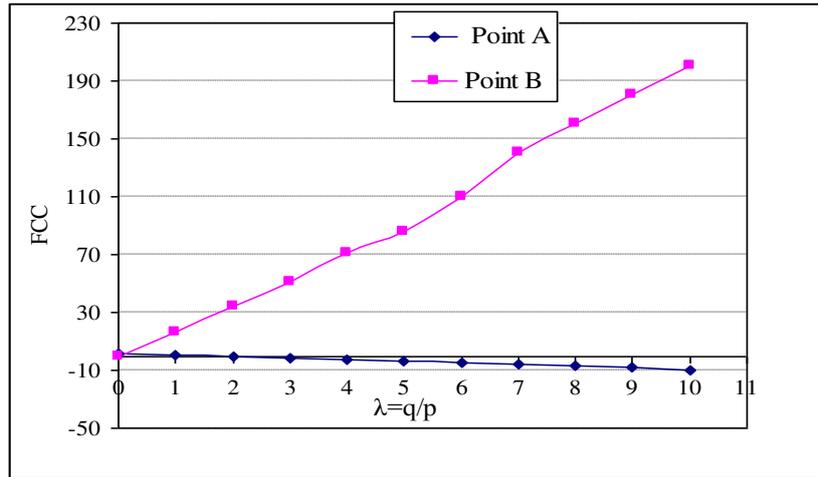


Figure 4.50 : Variation du FCC en fonction du rapport biaxial $\lambda = q/p$ pour les deux emplacements A et B avec un rapport elliptique $a/b = 9$.

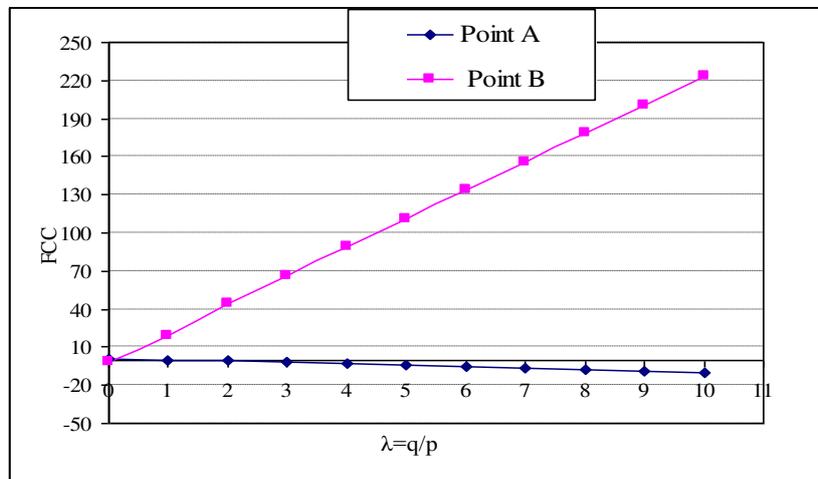


Figure 4.51: Variation du FCC en fonction du rapport biaxial $\lambda = q/p$ pour les deux emplacements A et B avec un rapport elliptique $a/b = 10$.

En fin de cette analyse des plaques isotropes trouées on peut dresser les conclusions suivantes :

Pour les trous circulaires

- ✓ Dans le cas de la sollicitation de traction le facteur de concentration de contrainte est égal à 3. Il est localisé au bord du trou dans l'emplacement d'angle $\pi/2$ par rapport à la direction de la sollicitation. Ce facteur est indépendants des propriétés élastiques du matériau.
- ✓ Dans le cas de la sollicitation de compression le facteur de concentration de contrainte est égal à 1 et il est localisé au bord du trou dans l'emplacement de 0° et 180° par rapport à la direction de la sollicitation.
- ✓ Dans le cas de la sollicitation de cisaillement le facteur de concentration de contrainte est égal à 4 et il est localisé au bord du trou dans l'emplacement de 45° et 135° par rapport à la direction de la sollicitation.

- ✓ L'influence du diamètre du trou sur la valeur du facteur de concentration des contraintes est significative dans l'intervalle du rapport du diamètre du trou par rapport à la largeur de la plaque (D/W) compris entre 0,75 et 0,9. L'étude montre que lorsqu'on augmente le diamètre du trou le facteur de concentration des contraintes (FCC) augmente aussi. Au dessous de ses valeurs de facteur de concentration des contraintes pratiquement constant.

- **Pour les trous elliptiques**

- ✓ Pour le cas d'une sollicitation de traction perpendiculaire au grand axe de l'ellipse ($\beta = \pi/2$), lorsque le rapport elliptique (a/b) augmente le facteur de concentration de contrainte augmente aussi.
- ✓ Dans le cas d'une sollicitation de traction parallèle au grand axe de l'ellipse ($\beta = 0^\circ$), lorsque le rapport d'elliptique (a/b) augmente le facteur de concentration de contrainte décroît.
- ✓ On remarque aussi que lorsqu'on augmente la valeur de l'angle de l'orientation de la charge (β) dans l'intervalle $[0, \pi/2]$ le facteur de concentration de contrainte augmente.
- ✓ En augmentant le rapport du diamètre du trou par rapport à la largeur de la plaque (D/W) le facteur de concentration des contraintes augmente. Cette augmentation est lente pour un rapport (D/W) compris entre les valeurs 0,05 et 0,7 et puis elle devient plus rapide pour la gamme de rapports (D/W) entre 0,7 et 0,99.

IV.3. Etude du comportement des plaques en matériaux composites munies de trou circulaire.

L'étude du comportement des plaques en matériaux composites munies d'un trou circulaire centré est focalisée sur la détermination du facteur de concentration des contraintes qui est considérée comme un inducteur de l'augmentation locale de la contrainte due à la présence de trou.

IV.3.1. Modélisation par la méthode des éléments finis.

Les fonctionnalités du logiciel ANSYS relatives au calcul des structures en matériaux composites par la méthode des éléments finis ont été utilisées pour déterminer la distribution des contraintes dans la plaque munies d'un trou circulaire ou elliptique. La géométrie de la plaque considérée est maillée par l'élément plane 82 à deux dimensions, soit rectangulaire avec huit nœuds ou triangulaire avec six nœuds avec quatre degrés de liberté par nœud (deux translations et deux rotations) (figure 4.52). D'après l'étude de la convergence à maillage, la taille de l'élément adaptée est de 0,25 mm. Les conditions aux limites et les charges appliquées sont celle d'un test de traction ou de compression pure [45].

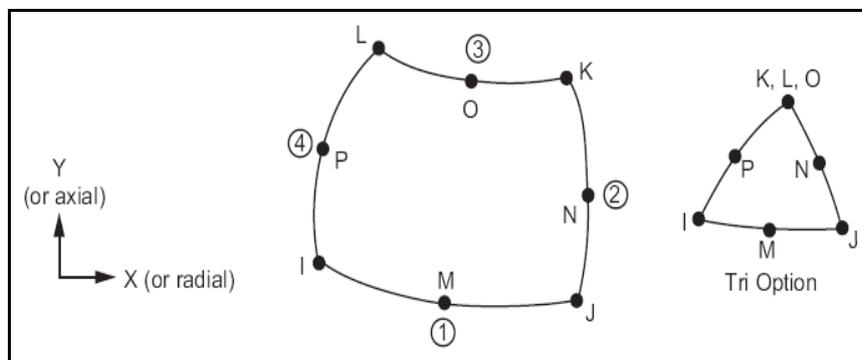


Figure 4.52 : Géométrie de l'élément (plane 82) [45].

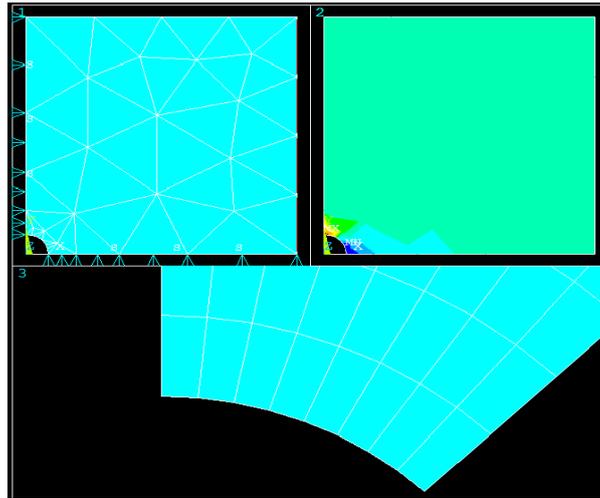


Figure 4.53 : Modèle géométrique de l'élément finis de la plaque orthotrope trouée.

IV.3.2. Effet de l'orientation des fibres sur le facteur de concentration des contraintes (FCC).

Dans la présente analyse des plaques composites orthotropes munies d'un trou circulaire est une étude comparative des valeurs du facteur de concentration des contraintes (FCC), obtenus par les modèles de la théorie de Lekhnitskii (1968) et celle de Green-Zerna (1954) ainsi que du modèle d'éléments finis. Le cas de la traction pure sera considéré pour différents angles d'orientation des fibres. L'orientation des fibres est un paramètre important qui influe sur la variation des propriétés mécaniques globales des matériaux composites. D'après les théories précédentes la variation de ce paramètre dans les plaques trouées affecte le facteur de concentration des contraintes (FCC) et sur l'emplacement de sa valeur maximale. Trois différents types des matériaux composites dont les caractéristiques mécaniques sont indiqués dans le tableau 4.6 sont testés.

Le résultat du tableau 4.7 représente la variation du facteur de concentration des contraintes en fonction de l'angle d'orientations des fibres θ ($^\circ$). On utilise l'approche de la théorie de Lekhnitskii (1968) et Green-Zerna (1954) ainsi que celle du modèle d'éléments finis.

Tableau 4.6 : Caractéristiques mécaniques des différents matériaux composites unidirectionnels.

Matériau	E_1 (Gpa)	E_2 (Gpa)	G_{12} (Gpa)	ν_{12}	ν_{21}
Verre/époxyde [1]	46	10	4,7	0,31	0,067
Graphite/époxyde [46]	125	9,9	5,5	0,28	0,022
Bore/époxyde [47]	282,8	23,8	10,35	0,27	0,023

Tableau 4.7 : Effet d'orientations des fibres sur les valeurs et l'emplacement du facteur de concentration des contraintes pour une plaque trouée du matériau verre/époxyde.

Angle (θ°)	Théorie de Lekhnitskii		Théorie de Green- Zerna		Modèle d'éléments finis	
	FCC	Angle (α°)	FCC	Angle (α°)	FCC	Angle (α°)
0	4,668	90	4,668	90	4,659	90
5	4,567	90	4,646	93	4,564	90
10	4,307	90	4,580	97	4,318	90
15	3,981	90	4,472	100	4,011	90
20	3,661	90	4,325	103	3,696	90
25	3,379	90	4,144	107	3,420	90
30	3,149	90	3,935	110	3,186	90
35	2,968	90	3,704	112	3,012	90
40	2,834	90	3,461	115	2,877	90
45	2,742	90	3,213	117	2,773	90
50	2,684	90	2,972	118	2,721	90
55	2,655	90	2,756	117	2,689	90
60	2,647	90	2,605	107	2,667	90
65	2,654	90	2,591	93	2,672	90
70	2,669	90	2,622	90	2,690	90
75	2,685	90	2,657	89	2,703	90
80	2,699	90	2,685	89	2,714	90
85	2,707	90	2,704	89	2,721	90
90	2,711	90	2,711	90	2,714	90

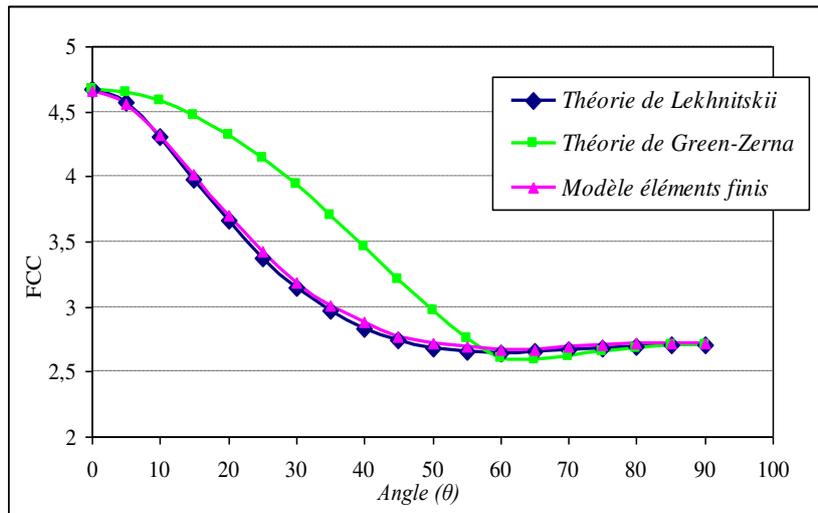


Figure 5.54 : Variation du FCC en fonction d'orientation des fibres pour le matériau verre/époxyde.

D'après la courbe de la figure 4.54 on remarque que les valeurs maximales du facteur de concentration des contraintes, se trouvent dans l'emplacement de l'angle 90° au bord du trou.

Les deux formulations de Lekhnitskii (3.69) et de Green-Zarna (3.67) ont été utilisées pour déterminer la distribution du facteur de concentration des contraintes au bord du trou circulaire pour les plaques orthotropes. La méthode analytique de la théorie de Lekhnitskii a

été ensuite adoptée car leurs résultats pour toutes les orientations des fibres sont pratiquement proches à ceux obtenus par la méthode des éléments finis (ANSYS). Tandis que les résultats obtenus par la méthode de Green-Zarna ne sont proches de ceux obtenus par la méthode des éléments finis (ANSYS) que pour les orientations des fibres de ($\theta = 0^\circ$) et ($\theta = 90^\circ$).

IV.3.3 Variation du facteur de concentration des contraintes dans la direction du chargement.

Les plaques en matériaux composites munies d'un trou circulaire sont soumises à un chargement de traction (figure 4.1). Les graphes des figures 4.55 à 4.57 présentent la variation du facteur de concentration des contraintes dans la direction du chargement uniaxiale de la plaque orthotrope munie de trou circulaire de diamètre 5 mm. Les différentes courbes correspondent à différentes orientations des fibres θ (0° , 30° , 45° , 60° et 90°). On utilise les caractéristiques d'élasticité matérielle des matériaux orthotropes indiquées dans le tableau 4.1.

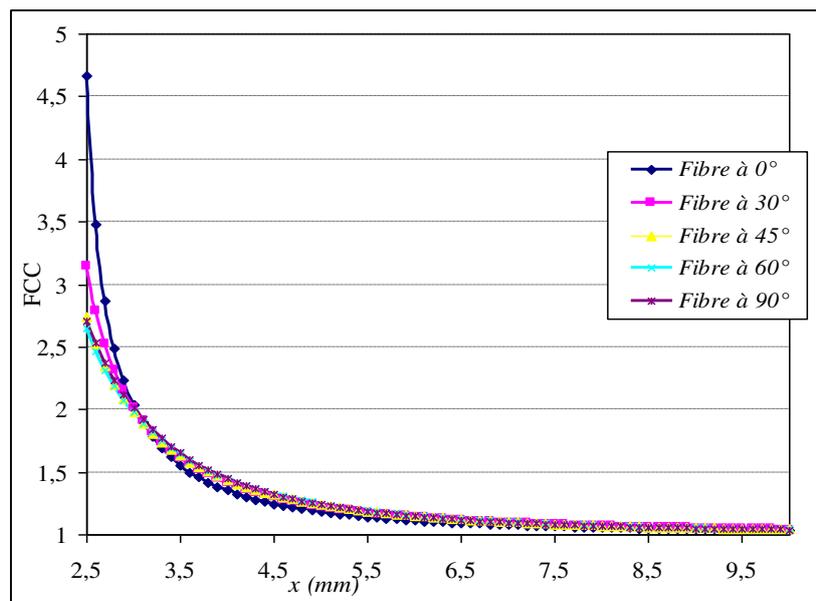


Figure 4.55 : Variation du FCC pour le matériau verre/époxyde en sollicitation de traction.

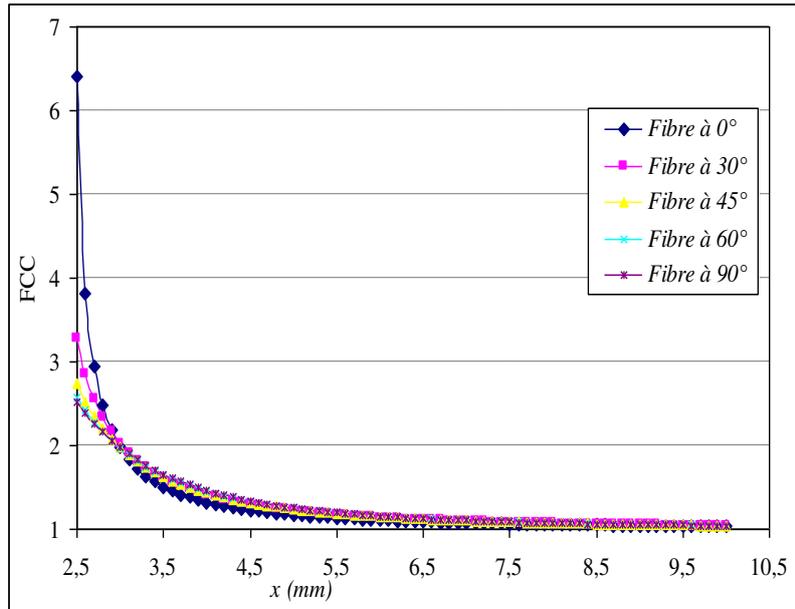


Figure 4.56 : Variation du FCC pour le matériau Graphite/époxy en sollicitation de traction.

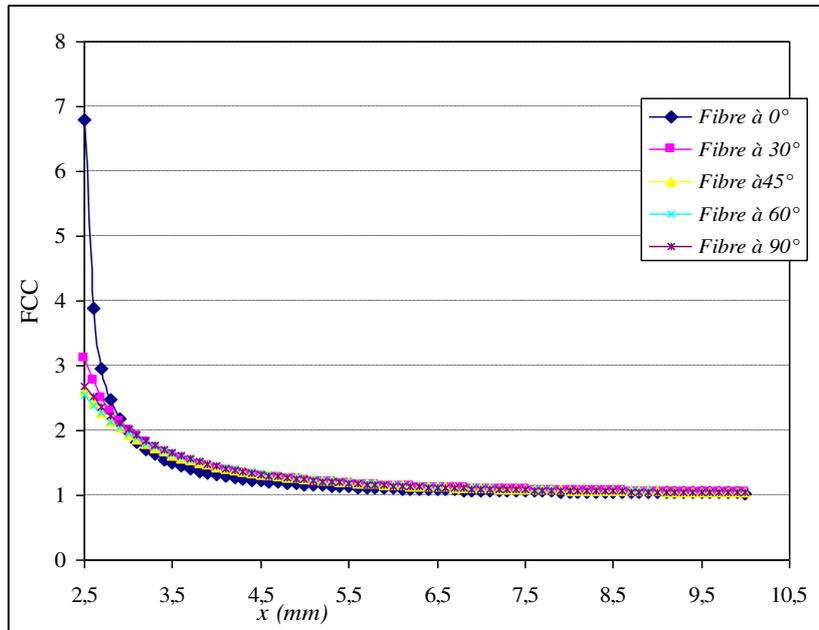


Figure 4.57 : Variation du FCC pour le matériau Bore/époxy en sollicitation de traction.

D'après les courbes des figures précédentes on remarque que pour les différents cas d'orientation des fibres la valeur du facteur de concentration des contraintes décroît le long de l'axe de chargement et atteint la valeur de 01. Cette diminution est plus rapide pour l'orientation des fibres à 0° par rapport aux autres cas d'orientation des fibres. Pour l'orientation des fibres à 45° , 60° et 90° la variation du facteur de concentration des contraintes est similaire, les résultats obtenus par les formules semi-empiriques et les résultats numériques sont presque identiques.

IV.3.4. Distribution du facteur de concentration des contraintes au bord de trou

Les courbes des figures 4.58, 4.59 et 4.60 représentent la variation du facteur de concentration des contraintes au bord du trou de la plaque en matériaux orthotropes soumise à la traction uniaxiale, pour les orientations des fibres $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ et 90° . Cette étude permet de montrer l'effet de l'orientation des fibres sur la valeur du facteur de concentration des contraintes pour différent emplacement au bord du trou circulaire. Les figures 4.61, 4.62 et 4.63 représentant les résultats numériques obtenus par la méthode des éléments finis de la distribution du facteur de concentration des contraintes au bord du trou. Les résultats obtenus par les formules analytiques et les résultats numériques sont aussi presque identiques.

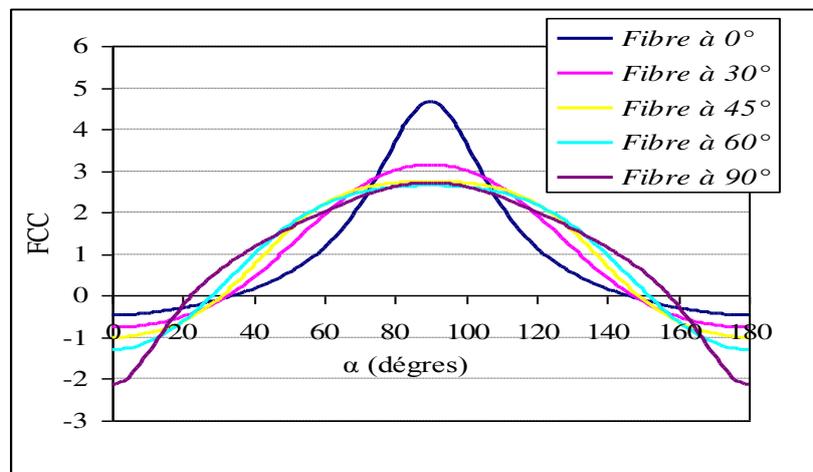


Figure 4.58 : Variation du FCC au bord du trou pour le matériau verre/époxyde en sollicitation de traction.

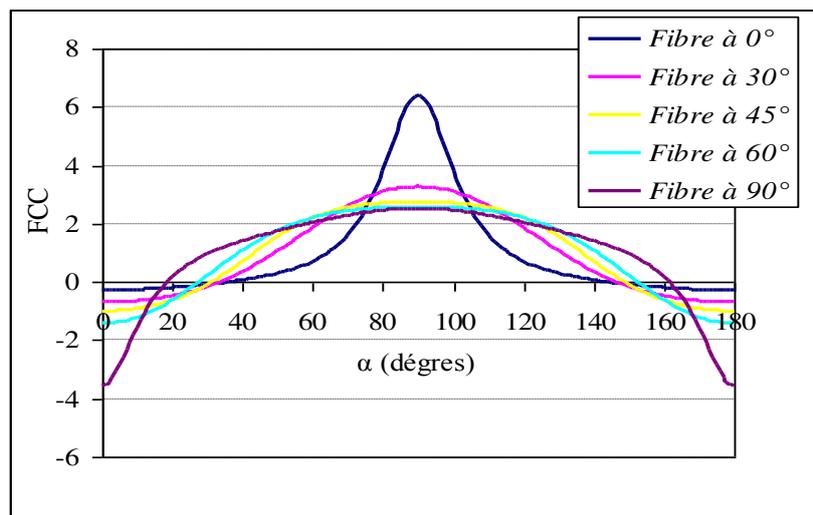


Figure 4.59 : Variation du FCC au bord du trou pour le matériau Graphite/époxy en sollicitation de traction.

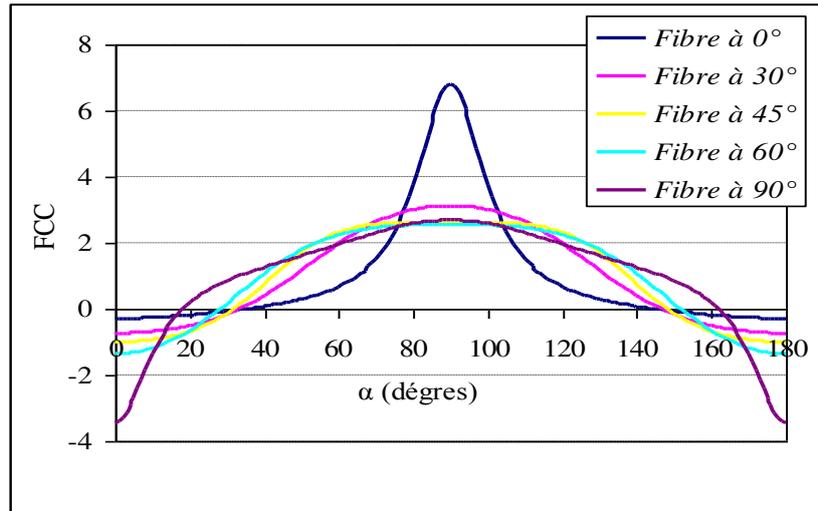


Figure 4.60 : Variation du FCC au bord du trou pour le matériau Bore/époxy en sollicitation de traction.

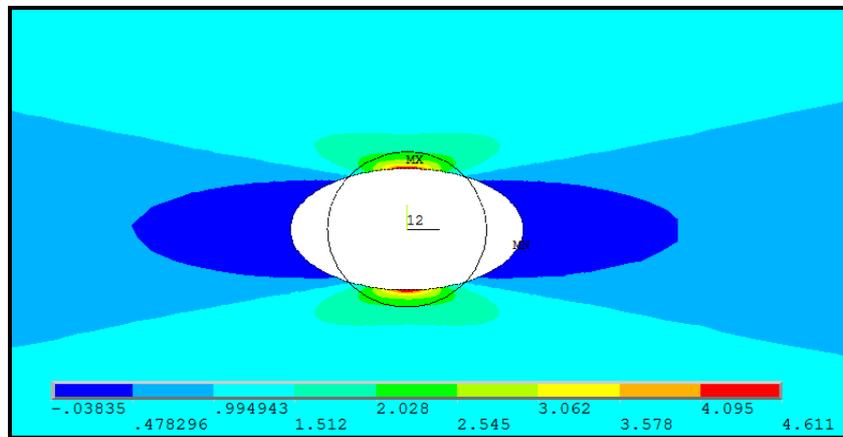


Figure 4.61: Distribution du FCC pour une orientation des fibres égale à 0° pour le matériau verre/époxyde en sollicitation de traction.

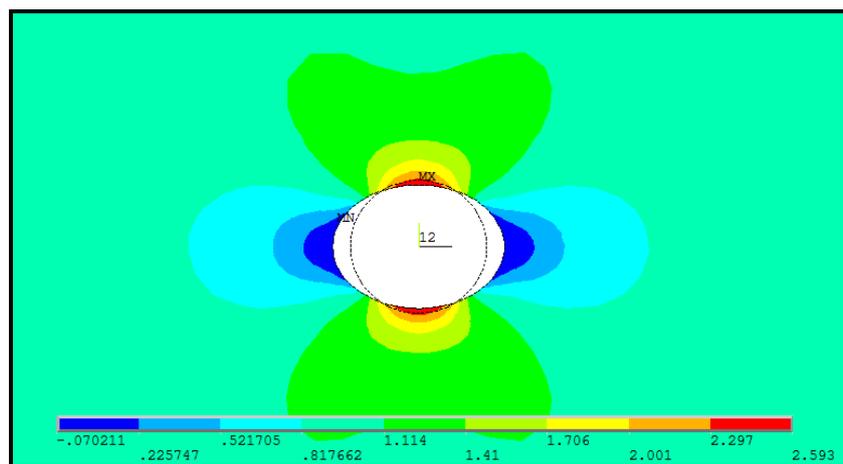


Figure 4.62 : Distribution du FCC pour une orientation des fibres égale à 60° pour le matériau Graphite/époxy en sollicitation de traction.

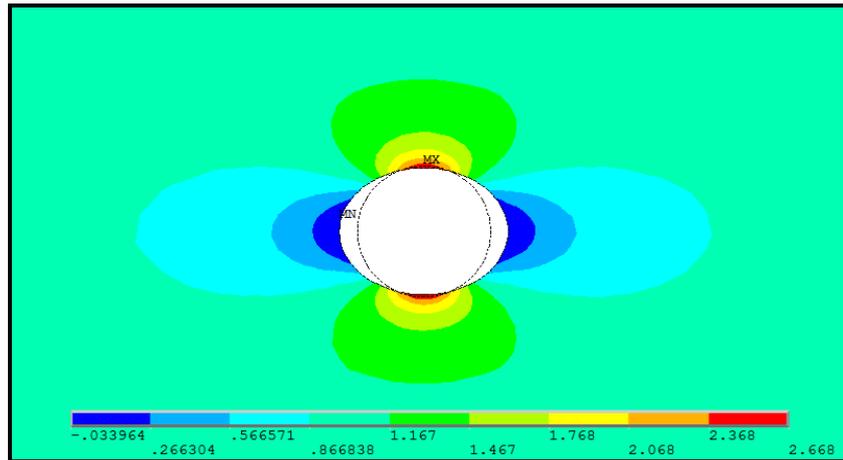


Figure 4.63: Distribution du FCC pour une orientation des fibres égales à 90° pour le matériau Bore/époxy en sollicitation de traction.

On remarque que pour les différents matériaux étudiés, la valeur maximale du facteur de concentration des contraintes est localisée dans la plaque dont l'orientation des fibres est de 0° , tandis que la valeur minimale se trouve dans la plaque à 90° . Les plaques d'orientation des fibres égales à 45° , 60° et 90° présentent des valeurs du facteur de concentration des contraintes maximales très proches. On remarque aussi que pour les différents matériaux étudiés la valeur maximale du facteur de concentration des contraintes au bord du trou est localisée dans l'emplacement $\alpha=90^\circ$. Tandis que la valeur minimale est localisé dans la position de $\alpha=0^\circ$ et $\alpha=180^\circ$. La carte de distribution du facteur de concentration des contraintes autour du trou est bien présentée dans les figures 4.61, 5.62 et 4.63 pour les différents matériaux et l'orientation des fibres. On remarque bien la double symétrie des résultats et la localisation des valeurs maximale et minimale du facteur de concentration des contraintes dans la direction de la charge appliquée.

IV.3.5. Effet de chargement de cisaillement sur le facteur de concentration des contraintes.

Les courbes des figures 4.64 à 4.66 représentent la variation du facteur de concentration des contraintes au bord du trou des plaques orthotropes soumise au chargement de cisaillement, pour les différentes orientations des fibres. Les figures montrent l'effet de l'orientation des fibres sur la valeur du facteur de concentration des contraintes au bord du trou circulaire pour les différents emplacements.

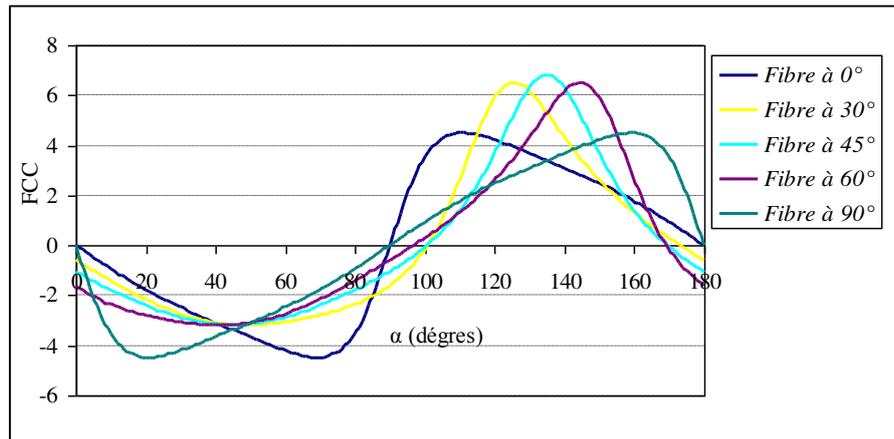


Figure 4.64 : Variation du FCC au bord du trou pour le matériau verre/époxyde en sollicitation de cisaillement.

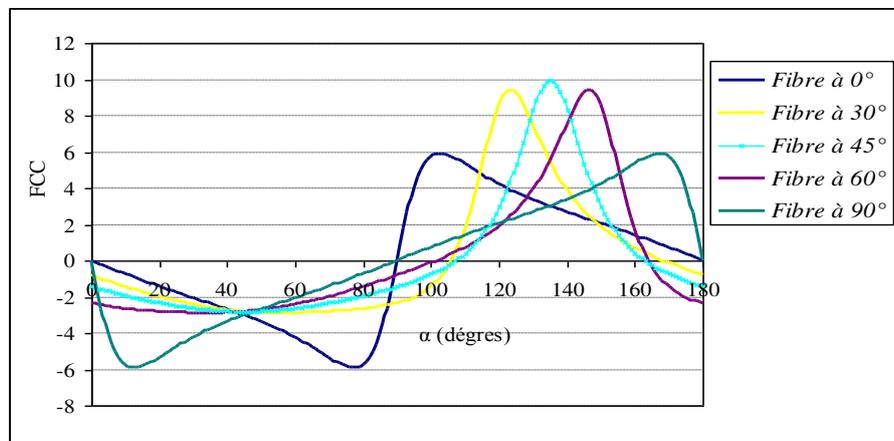


Figure 4.65 : Variation du FCC au bord du trou pour le matériau Graphite/époxy en sollicitation de cisaillement.

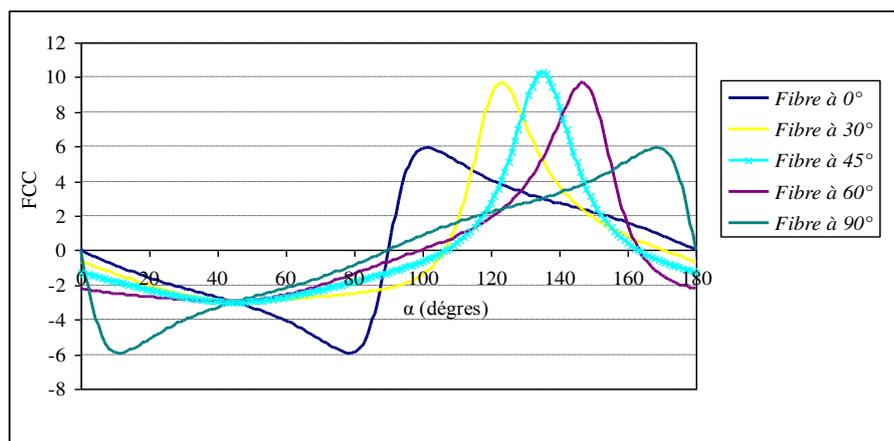


Figure 4.66 : Variation du FCC au bord du trou pour le matériau Bore/epoxy en sollicitation de cisaillement.

D'après les graphes des figures de 4.64 à 4.66 nous obtenons les résultats suivants :

Pour les différents matériaux orthotropes la valeur maximale du facteur de concentration des contraintes est localisée dans la plaque dont l'orientation des fibres est à 45°. Tandis que la valeur minimale se trouve dans les plaques à 0° et 90°. On remarque aussi que l'emplacement

de la valeur maximale du facteur de concentrations des contraintes varie en fonction de l'orientation des fibres contrairement au cas de la plaque soumise à la traction.

On remarque que pour l'orientation des fibres 30° et 60° les valeurs de facteur du concentration des contraintes sont égales. On remarque aussi que l'emplacement de la valeur minimale du facteur de concentration des contraintes est localisé dans l'intervalle de l'angle α entre 0° et 90° et la valeur maximale entre 90° et 180° .

IV.3.6. Effet du rapport d'anisotropie (E_1/E_2) sur le facteur de concentration des contraintes.

Le rapport d'anisotropie (E_1/E_2) (rapport du module d'élasticité dans la direction longitudinale par rapport à la direction transversale) a une grande influence sur le comportement mécanique des plaques en matériaux composites. Il affecte les valeurs du facteur de concentration des contraintes dans le cas des plaques contenant des singularités géométriques telles que les trous. Dans ce qui suit nous analyseront deux configurations [0° et 90°] des plaques soumises à la traction uniaxiale et au cisaillement avec différents rapports d'anisotropie (E_1/E_2).

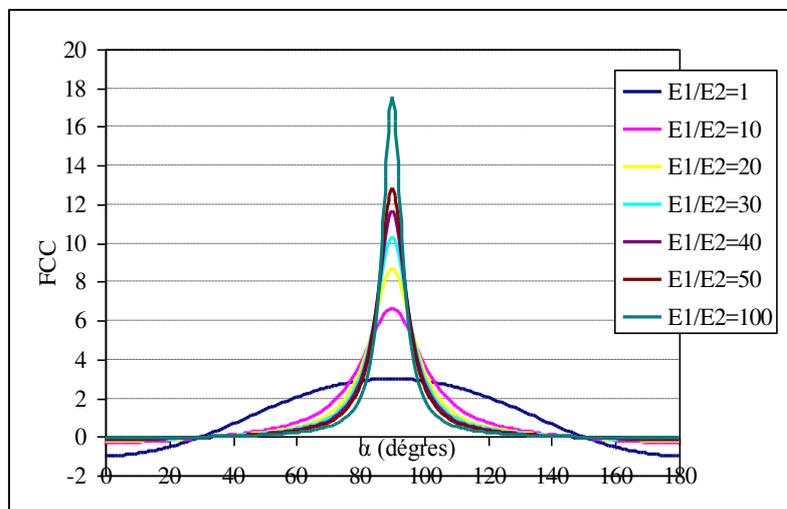


Figure 4.67 : Variation du FCC au bord du trou pour différentes valeurs de rapport d'anisotropie (E_1/E_2) pour le matériau verre/époxyde en sollicitation de traction. [Configuration de 0°].

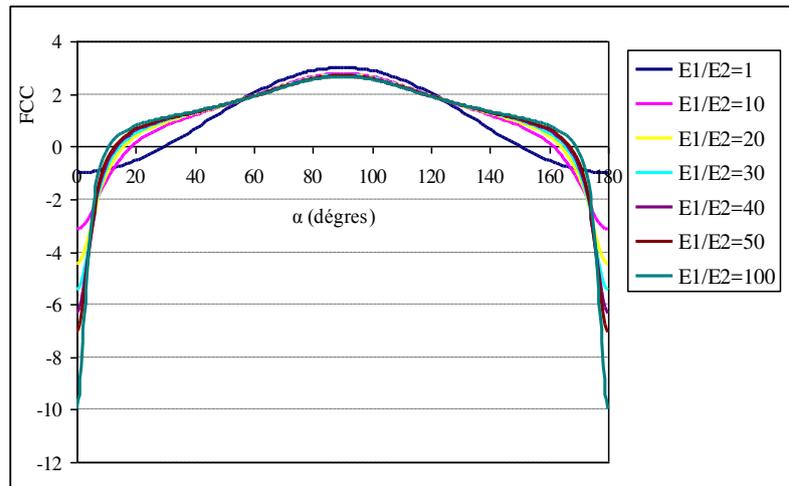


Figure 4.68 : Variation du FCC au bord du trou pour différentes valeurs du rapport d'anisotropie (E_1/E_2) pour le matériau verre/époxyde en sollicitation de traction. [Configuration de 90°].

Les courbes des figures 4.67 et 4.68 présentent l'effet de la variation du rapport anisotropie E_1/E_2 sur la variation du facteur de concentration des contraintes au bord du trou pour les deux configurations 0° et 90° . Pour la configuration de 0° , l'analyse montre que l'augmentation du rapport d'anisotropie E_1/E_2 fait accroître le facteur de concentration des contraintes. Il est maximal dans l'emplacement de $\alpha = 90^\circ$ et minimal au point correspondant à $\alpha = 0^\circ$ et $\alpha = 180^\circ$ pour le rapport anisotrope $E_1/E_2 = 1$. Pour la configuration de 90° , la figure montrent que l'augmentation du rapport E_1/E_2 fait décroître le facteur de concentration des contraintes. Il est maximal dans l'emplacement de $\alpha = 90^\circ$ pour le rapport $E_1/E_2 = 1$, et minimal dans l'emplacement de $\alpha = 0^\circ$ et $\alpha = 180^\circ$, pour le rapport d'anisotropie $E_1/E_2 = 100$.

Dans le cas du chargement de cisaillements la variation du facteur de concentration des contraintes au bord du trou pour différents rapports anisotropie E_1/E_2 est présentée sur les graphes des figures 4.69 à 4.73 pour le matériau verre/époxyde.

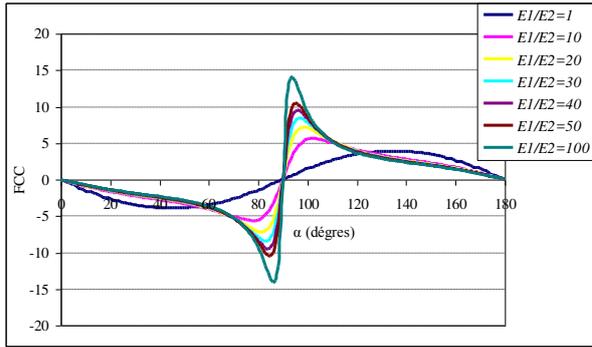


Figure 4.69 : Variation du FCC au bord du trou avec différentes valeurs du rapport d'anisotropie (E_1/E_2) de verre/époxyde en sollicitation de cisaillement pour l'orientation des fibres 0° .

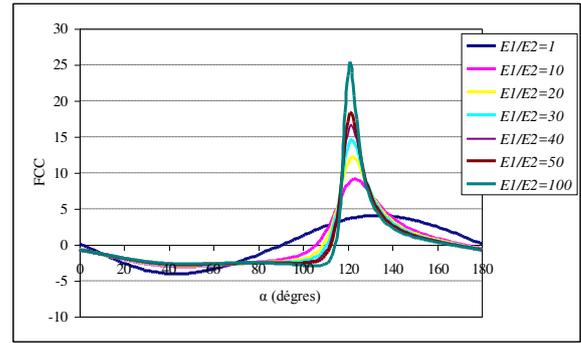


Figure 4.70 : Variation du FCC au bord du trou avec différentes valeurs du rapport d'anisotropie (E_1/E_2) de verre/époxyde en sollicitation de cisaillement pour l'orientation des fibres 30° .

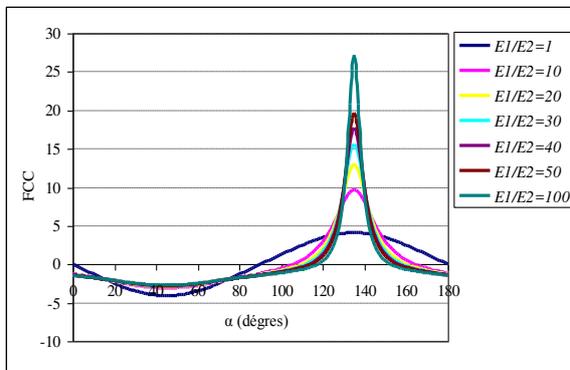


Figure 4.71 : Variation du FCC au bord du trou avec différentes valeurs du rapport d'anisotropie (E_1/E_2) de verre/époxyde en sollicitation de cisaillement pour l'orientation des fibres 45° .

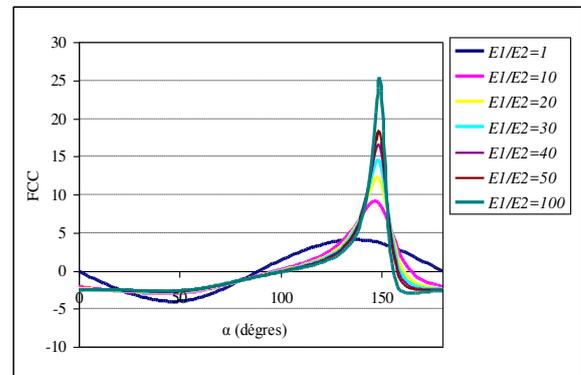


Figure 4.72 : Variation du FCC au bord du trou avec différentes valeurs du rapport d'anisotropie (E_1/E_2) de verre/époxyde en sollicitation de cisaillement pour l'orientation des fibres 60° .

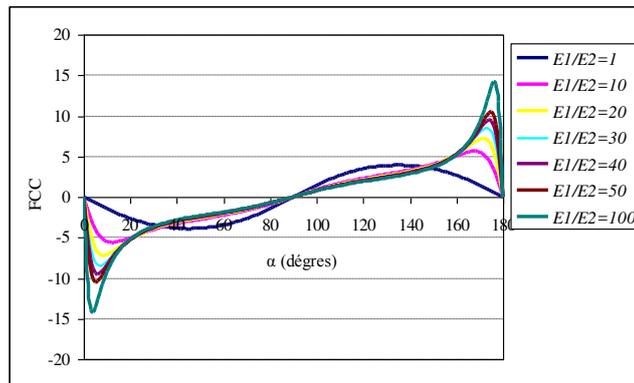


Figure 4.73 : Variation du FCC au bord du trou avec différentes valeurs du rapport d'anisotropie (E_1/E_2) de verre/époxyde en sollicitation de cisaillement pour l'orientation des fibres 90° .

D'après les courbes des figures 4.69 à 4.73 on remarque que pour les différentes orientations des fibres l'augmentation du rapport d'anisotropie E_1/E_2 fait accroître la valeur maximale du facteur de concentration des contraintes. Il est maximal pour l'orientation des fibres 45° dans l'emplacement $\alpha = 135^\circ$. Tandis qu'il est minimal pour l'orientation des fibres 0° et 90° .

Pour l'orientation des fibres 30° et 60° , on obtient les mêmes valeurs maximales du facteur de concentration des contraintes mais dans l'emplacement d'angle α sont différentes.

IV.3.7. Effet de la taille du trou circulaire sur le facteur de concentration des contraintes.

Le but de cette analyse à d'étudier l'influence du rapport du diamètre du trou D (mm) par rapport à la largeur de la plaque (W) sur la valeur maximale du facteur de concentration des contraintes des plaques trouées orthotropes soumises à la traction. L'étude est effectuée pour trois angles d'orientations des fibres. Les résultats analytiques sont déterminés par la formule (3.115) de Tan [32].

Tableau 4.8 : Propriétés élastiques et les dimensions de la plaque orthotrope [1].

Matériau	E_1 (Gpa)	E_2 (Gpa)	G_{12} (Gpa)	ν_{12}	L (mm)	W (mm)	D (mm)
Verre époxyde	46	10	4,7	0,31	500	100	10

La courbe de la figure 4.74 représente l'évolution du facteur de concentration des contraintes en fonction de la variation du rapport D/W pour l'orientation des fibres 0° , 45° et 90° et pour le matériau verre époxyde. On remarque que lorsqu'on augmente le rapport (D/W) du diamètre du trou par rapport à la largeur de la plaque le facteur de concentration des contraintes augmente. Cette augmentation est lente pour un rapport compris entre les valeurs 0,01 et 0,5, est plus rapide pour la gamme de rapport (D/W) entre 0,6 et 0,8.

Cette analyse a aussi montré que l'évolution du facteur de concentration des contraintes en fonction du diamètre du trou est importante pour l'orientation des fibres de 90° par rapport à l'orientation des fibres de 0° et 45° .

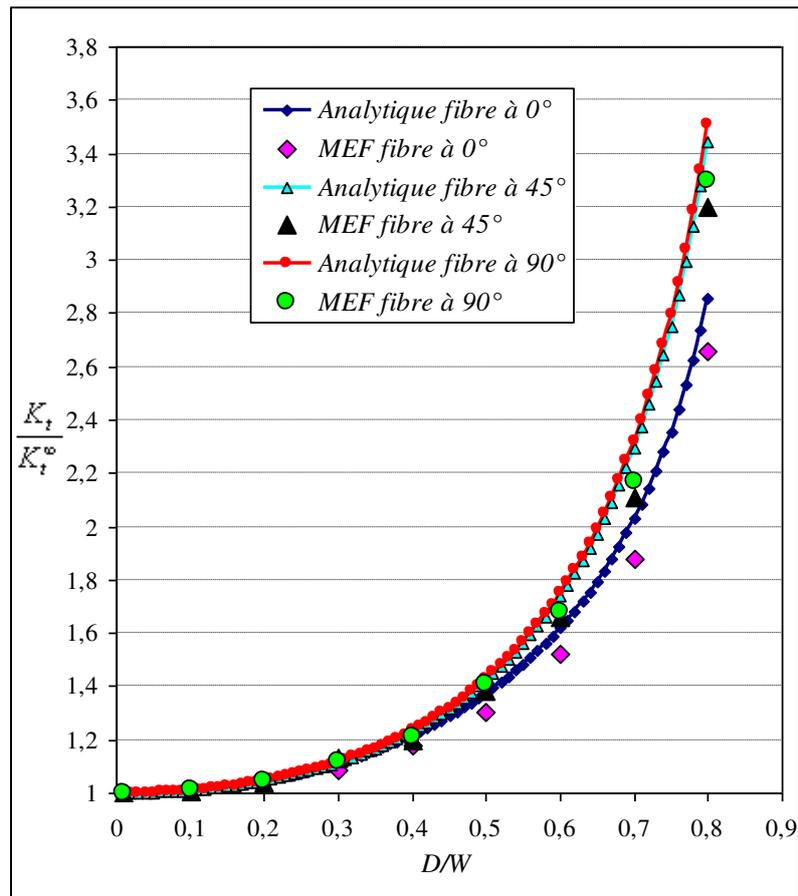


Figure 4.74 : Variation du FCC en fonction du rapport de diamètre de trou sur la largeur de la plaque (D/W) pour le matériau verre époxyde.

IV.3.8. Effet du chargement biaxial sur le facteur de concentration des contraintes pour une plaque finie.

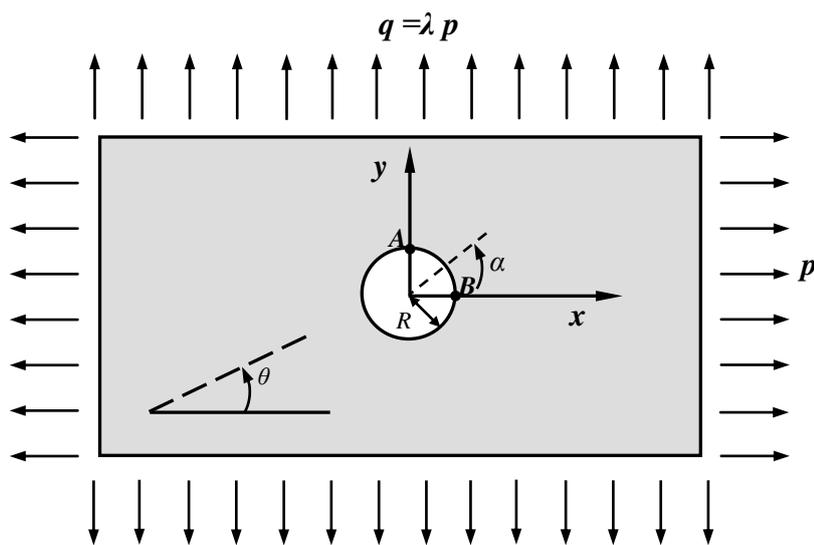


Figure 4.75 : Plaque orthotrope avec trou circulaire soumise à un chargement biaxial.

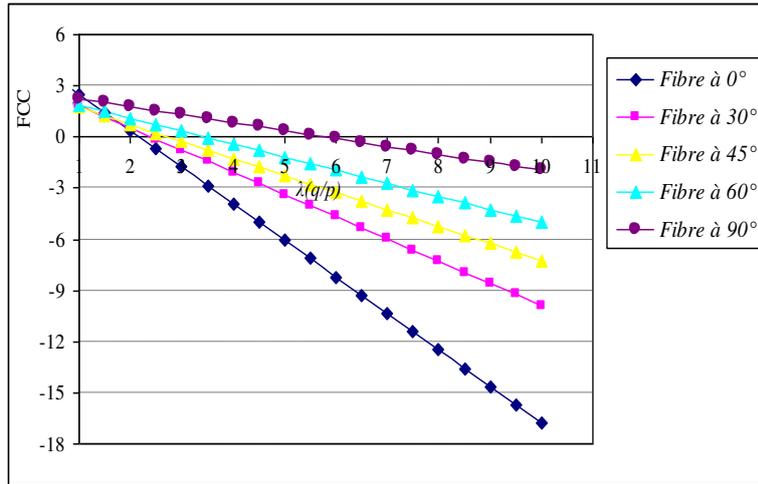


Figure 4.76 : Variation du FCC en fonction du rapport biaxial ($\lambda = q/p$) localisé au point A pour le matériau verre époxyde.

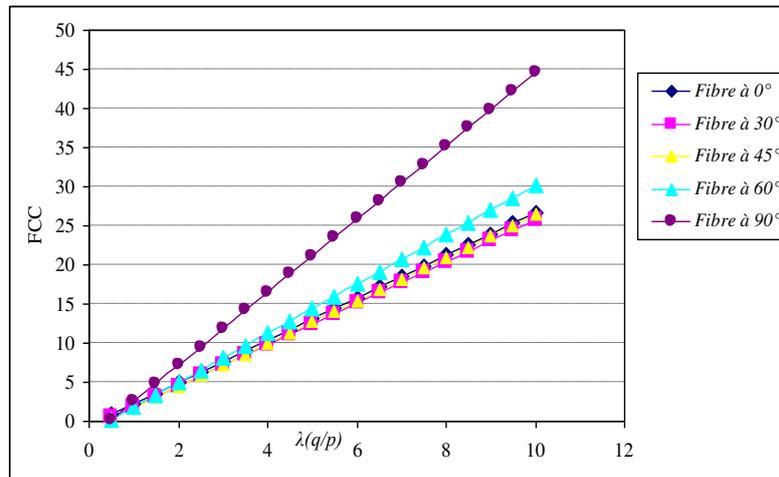


Figure 4.77 : Variation du FCC en fonction du rapport biaxial ($\lambda = q/p$) localisé au point B pour le matériau verre époxyde.

Les graphes des figures de 4.76 et 4.77 représentent la variation du facteur de concentration des contraintes en fonction du rapport de contrainte biaxial ($\lambda = q/p$) pour différentes orientations des fibres. On remarque que :

Au point A (figure 4.76) : lorsqu'on augmente le rapport biaxial ($\lambda = q/p$) le facteur de concentration des contraintes diminue. Cette diminution est plus importante pour l'orientation des fibres de 0° par rapport à l'orientation des fibres de 30° , 45° , 60° et 90° .

Au point B (figure 4.77) : l'analyse montre que lorsqu'on augmente le rapport biaxial ($\lambda = q/p$) le facteur de concentration des contraintes augmente. Cette augmentation est plus importante pour l'orientation des fibres de 90° par rapport aux autres orientations des fibres.

On remarque aussi que les valeurs du facteur de concentration des contraintes en fonction du rapport biaxial ($\lambda = q/p$) pour l'orientation des fibres 0° , 30° et 45° sont proches.

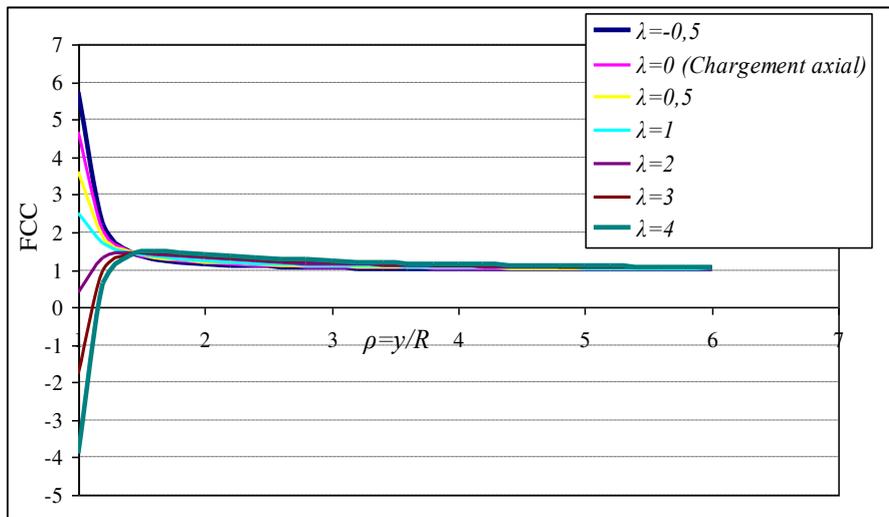


Figure 4.78 : Variation du FCC en fonction de la distance relative de la plaque ($\rho = y/R$) pour l'orientation des fibres 0° pour le matériau verre époxyde.

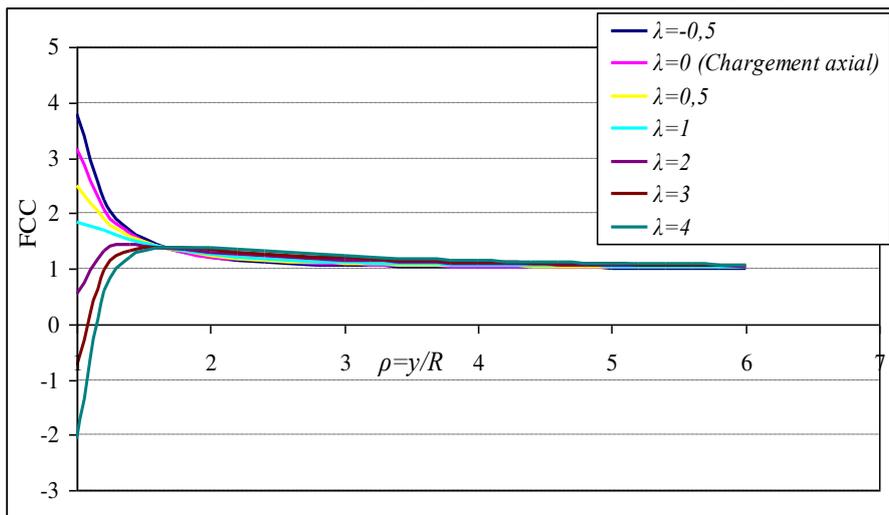


Figure 4.79 : Variation du FCC en fonction de la distance relative de la plaque ($\rho = y/R$) pour l'orientation des fibres 30° pour le matériau verre époxyde.

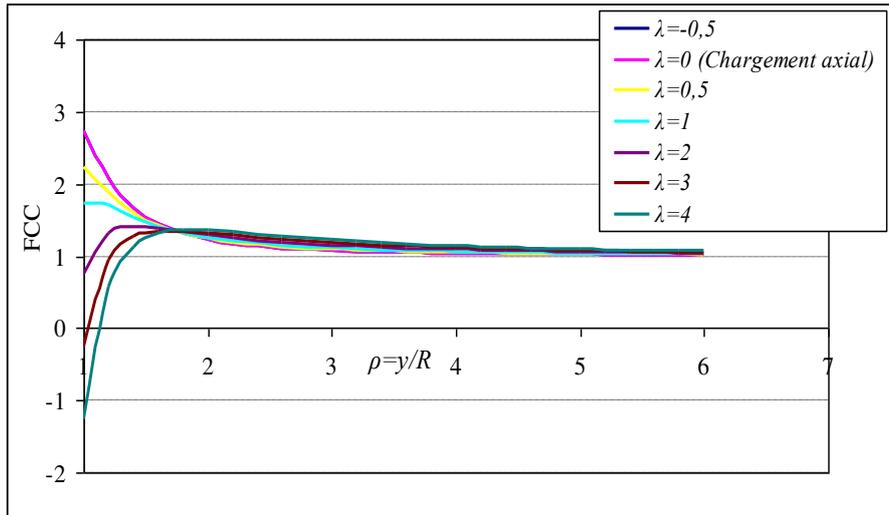


Figure 4.80 : Variation du FCC en fonction de la distance relative de la plaque ($\rho = y/R$) pour l'orientation des fibres 45° pour le matériau verre époxyde.

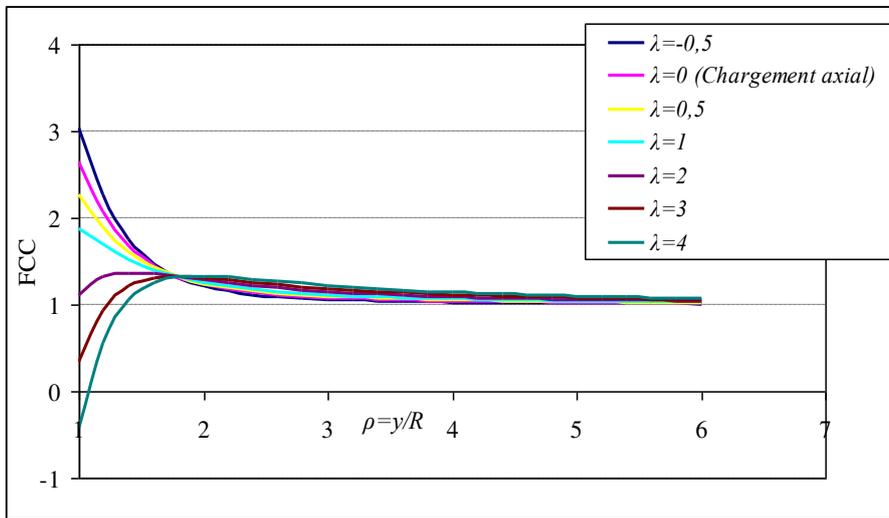


Figure 4.81 : Variation du FCC en fonction de la distance relative de la plaque ($\rho = y/R$) pour l'orientation des fibres 60° pour le matériau verre époxyde.

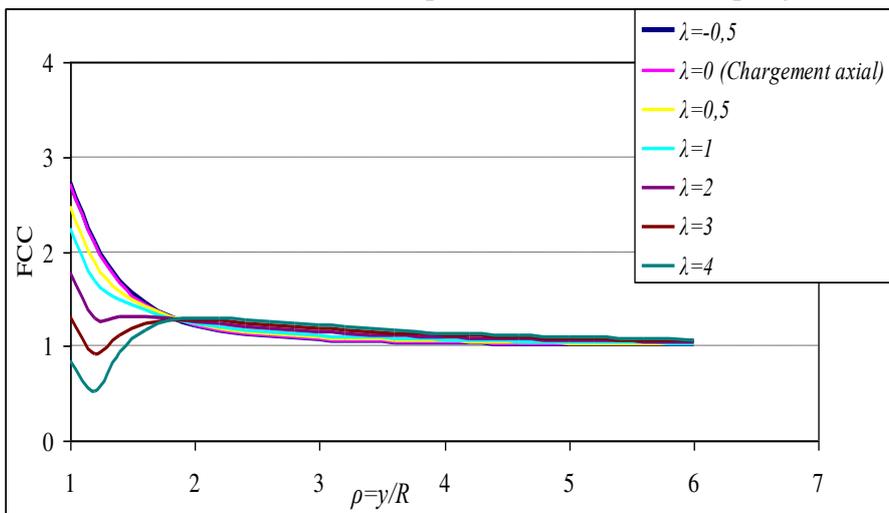


Figure 4.82 : Variation du FCC en fonction de la distance relative de la plaque ($\rho = y/R$) pour l'orientation des fibres 90° pour le matériau verre époxyde.

Les figures de 4.78 à 4.82 représentent la variation du facteur de concentration des contraintes en fonction de la distance relative ($\rho = y/R$) de plaque orthotrope de matériau verre époxyde A avec différentes valeurs du rapport biaxial ($\lambda = q/p$). On remarque que pour les cinq cas de l'orientation des fibres, le facteur de concentration des contraintes varie fortement en fonction de la distance relative $\rho = y/R$ puis converge vers une valeur constante à partir d'une certaine valeur de $\rho = y/R$. En allant de l'orientation des fibres de 0° 30° , 45° puis 60° et enfin 90° , le point de convergence s'éloigne du bord de trou et la valeur du facteur de concentration des contraintes diminue (tableau 4.9).

Tableau 4.9: Facteur de concentration des contraintes en fonction de la distance relative $\rho = y/R$, pour différentes orientations des fibres pour le matériau verre époxyde.

Orientation des fibres θ ($^\circ$)	$\rho = y/R$	FCC
0	1,401	1,461
30	1,606	1,390
45	1,705	1,360
60	1,802	1,310
90	1,904	1,271

IV.4. Etude du comportement des plaques en matériaux composites munies de trou elliptique.

L'étude du comportement des plaques en matériaux composites munies d'un trou elliptique centré s'intéresse à la détermination de la distribution du facteur de concentration des contraintes au bord et loin du trou (figure 4.2). Il s'agit d'analyser quelques paramètres qui ont l'influence sur la variation des contraintes autour du trou, telle que l'orientation des fibres, le rapport elliptique (a/b), la taille du trou et la direction du chargement par rapport aux axes de l'ellipse.

IV.4.1. Distribution du facteur de concentration des contraintes suivant les axes du trou elliptique.

Nous avons utilisé les caractéristiques élastiques du matériau verre/époxyde indique sur le tableau 4.6. L'analyse porte sur la variation du facteur de concentration des contraintes sur le petit axe et le grand axe de l'ellipse pour différentes valeur du rapport elliptique a/b . Les

deux cas de directions de sollicitation de traction perpendiculaire et parallèle au grand axe de l'elliptiques sont considéré dans cette étude.

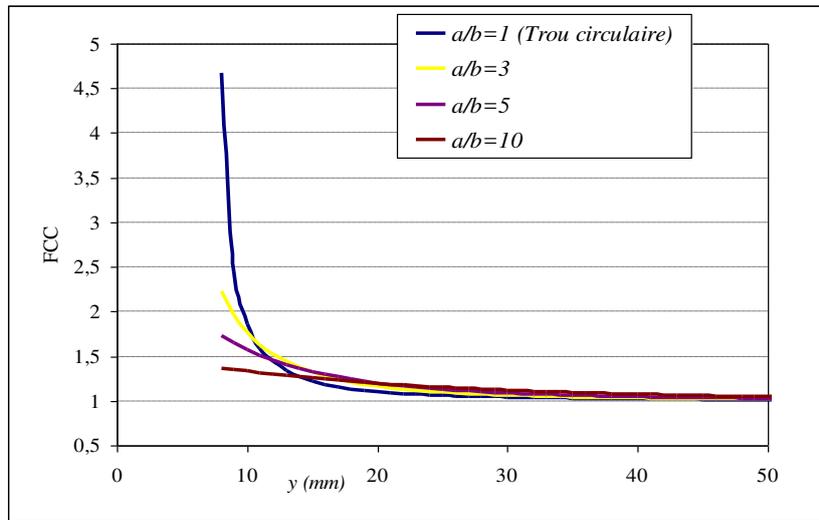


Figure 4.83 : Distribution du FCC suivant le petit axe en sollicitation de traction parallèle au grand axe de l'ellipse pour différents rapports elliptiques (a/b).

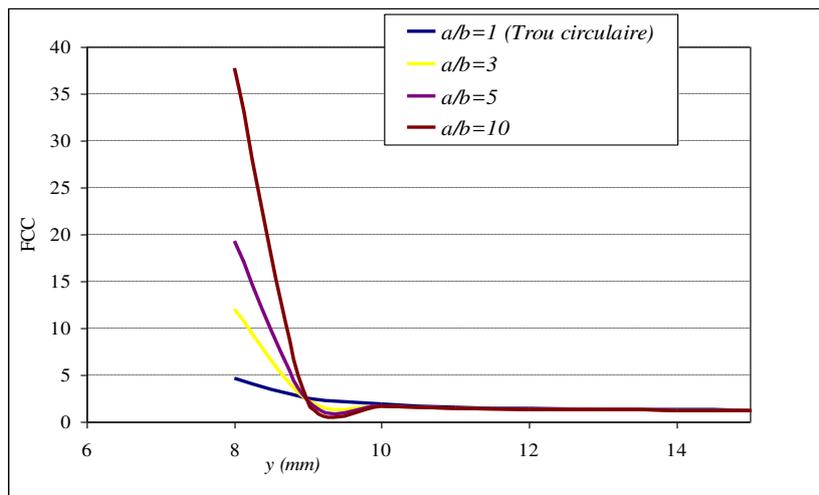


Figure 4.84: Distribution du FCC suivant le petit axe en sollicitation de traction perpendiculaire aux grand axe de l'ellipse pour différents rapports elliptiques (a/b).

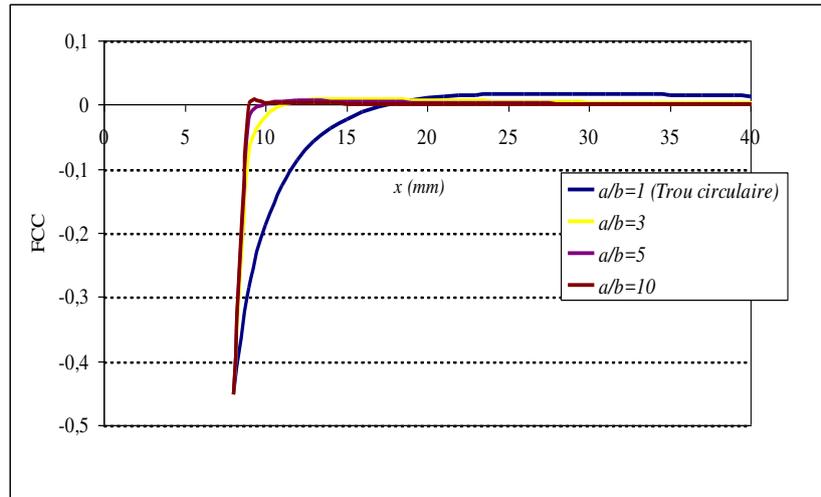


Figure 4.85: Distribution du FCC suivant le grand axe en sollicitation de traction parallèle aux grand axe de l'ellipse pour différents rapports elliptiques (a/b).

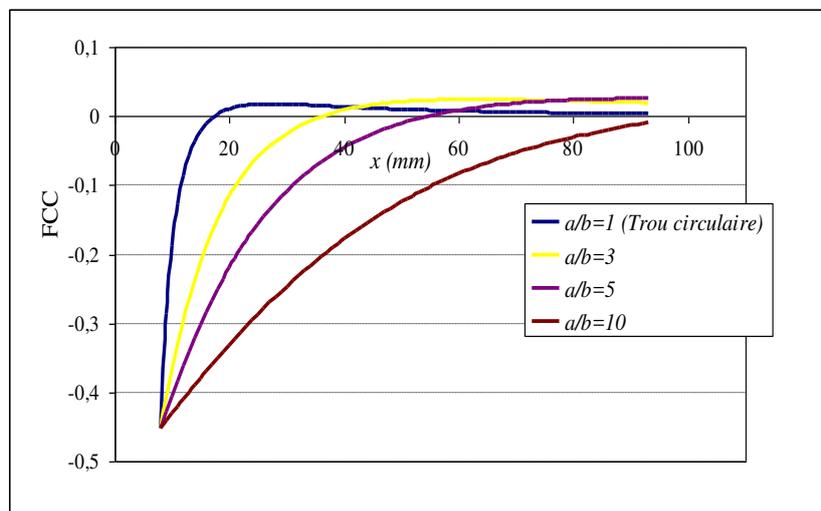


Figure 4.86 : Distribution du FCC suivant le grand axe en sollicitation de traction perpendiculaire aux grand axe de l'ellipse pour différents rapports elliptiques (a/b).

D'après les courbes des figures 5.83 à 5.86 qui représentent la distribution du facteur de concentration des contraintes le long des axes de symétrie du trou elliptique, on peut constater :

- ✓ Pour la distribution du facteur de concentrations des contraintes suivant le grand axe : Le cas d'une sollicitation parallèle avec le grand axe de l'ellipse ($\beta = 0^\circ$) (figure 4.83), lorsqu'on augmente le rapport elliptique (a/b) le facteur de concentration de contraint décroît. Pour le cas d'une sollicitation perpendiculaire au grand axe de l'ellipse ($\beta = \pi/2$) (figure 4.84), nous remarquons que lorsqu'on augmente le rapport elliptique (a/b) le facteur de concentration de contrainte augmente aussi.

- ✓ Pour la distribution du facteur de concentrations des contraintes suivant le petit axe, la valeur du facteur de concentration de contrainte au bord du trou elliptique est localisée dans l'emplacement d'angle ($\alpha = 0^0$) dans tous les cas étudiés égale à -0,45 et loin du trou égal à des valeurs proche à 0.

IV.4.2. Effet de l'orientation des fibres sur la distribution du facteur de concentration des contraintes.

Cette analyse montre l'effet de l'orientation des fibres sur le facteur de concentration des contraintes pour le matériau verre/époxyde. On a choisis les valeurs de l'angle d'orientations des fibres : 0^0 , 30^0 , 45^0 , 60^0 , 90^0 . Les valeurs du rapport elliptique sont $a/b=2$, 3, 4,5 et 10, dans les deux cas de directions de traction, perpendiculaire ($\beta= \pi/2$) et parallèle ($\beta=0^0$) au grand axe du trou elliptique.

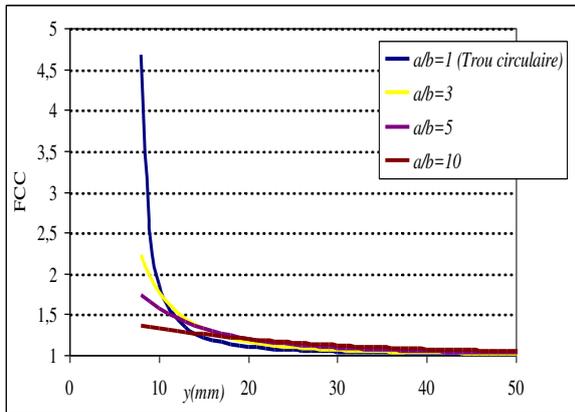


Figure 4.87: Variation du FCC suivant le petit axe en sollicitation de traction parallèle au grand axe de l'ellipse pour l'orientation des fibres égal à 0^0 .

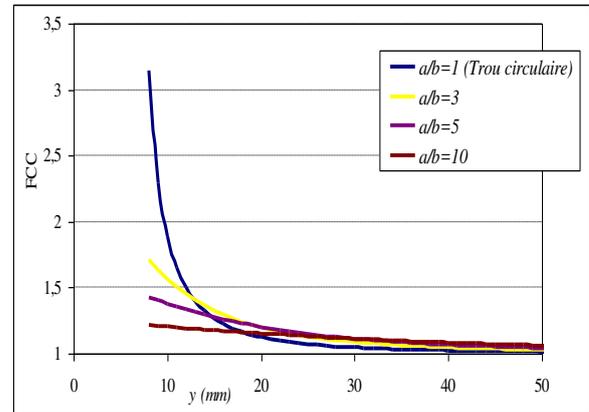


Figure 4.88 : Variation du FCC suivant le petit axe en sollicitation de traction parallèle au grand axe de l'ellipse pour l'orientation des fibres égal à 30^0 .

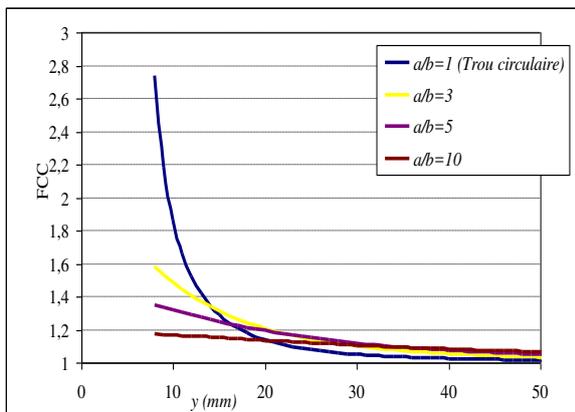


Figure 4.89: Variation du FCC suivant le petit axe en sollicitation de traction parallèle au grand axe de l'ellipse pour l'orientation des fibres égal à 45^0 .

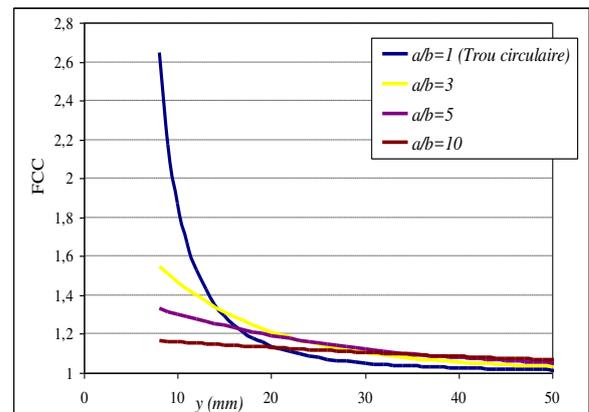


Figure 4.90: Variation du FCC suivant le petit axe en sollicitation de traction parallèle au grand axe de l'ellipse pour l'orientation des fibres égal à 60^0 .

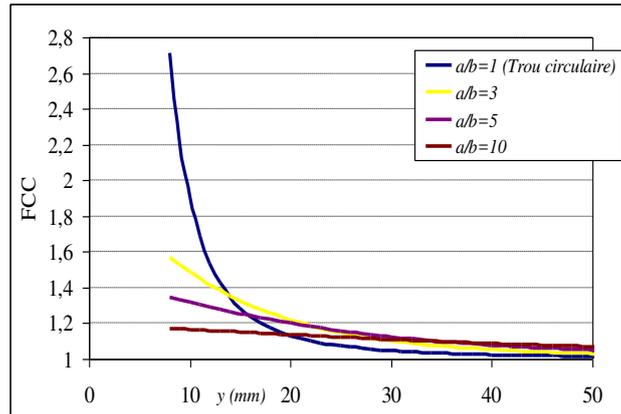


Figure 4.91 : Variation du FCC suivant le petit axe en sollicitation de traction parallèle au grand axe de l'ellipse pour l'orientation des fibres égal à 90° .

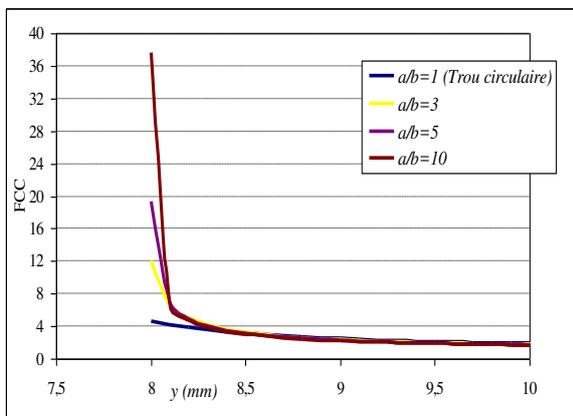


Figure 4.92 : Variation du FCC suivant le petit axe en sollicitation de traction perpendiculaire au grand axe de l'ellipse pour l'orientation des fibres égal à 0° .

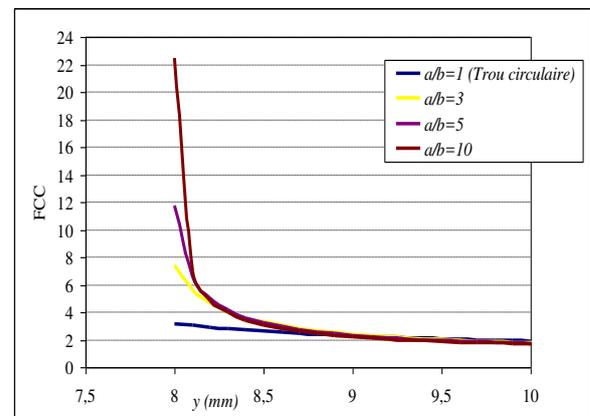


Figure 4.93 : Variation du FCC suivant le petit axe en sollicitation de traction perpendiculaire au grand axe de l'ellipse pour l'orientation des fibres égal à 30° .

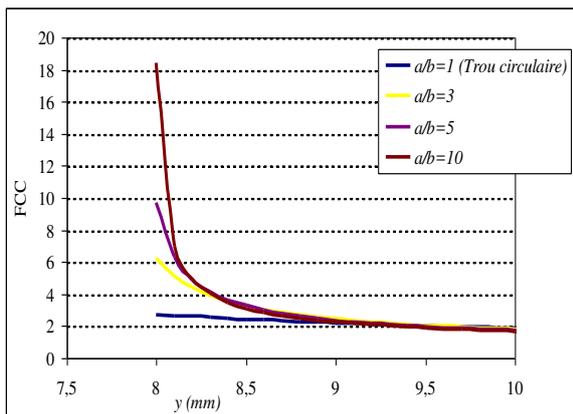


Figure 4.94 : Variation du FCC suivant le petit axe en sollicitation de traction perpendiculaire au grand axe de l'ellipse pour l'orientation des fibres égal à 45° .

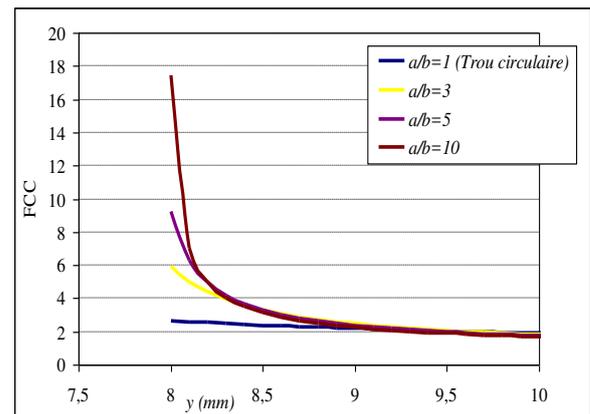


Figure 4.95 : Variation du FCC suivant le petit axe en sollicitation de traction perpendiculaire au grand axe de l'ellipse pour l'orientation des fibres égal à 60° .

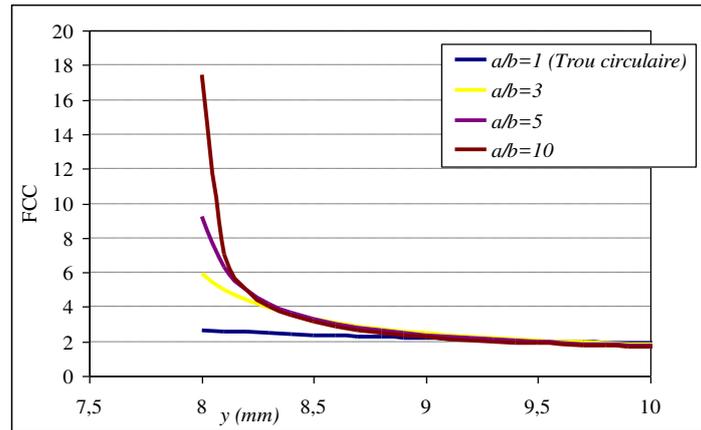


Figure 4.96 : Variation du FCC suivant le petit axe en sollicitation de traction perpendiculaire au grand axe de l'ellipse pour l'orientation des fibres égal à 90° .

Les courbes des figures de 4.87 à 4.96 représentent la variation du facteur de concentration des contraintes le long du petit axe de l'ellipse pour différentes valeurs de rapport elliptique a/b . Les figures de 4.87 à 4.91 montrent le cas de la sollicitation de traction parallèle au grand axe de l'ellipse tandis que les figures de 4.92 à 4.96 traitent le cas de la sollicitation perpendiculaire au grand axe de l'ellipse.

D'après les graphes des figures 4.87 à 4.96, on remarque que le paramètre d'orientation des fibres influence fortement sur la variation du facteur de concentration des contraintes le long du petit axe. Nous remarquons que pour les différents cas d'orientation des fibres la valeur du facteur de concentration des contraintes décroît le long du petit axe et atteint la même valeur un (01) pour les deux cas de sollicitation. Cette diminution est plus rapide pour l'orientation des fibres de 0° et 30° par rapport aux autres cas d'orientation des fibres. Nous remarquons aussi que dans le cas de la sollicitation de traction parallèle au grand axe de l'ellipse ($\beta = 0^\circ$) la décroissance du facteur de concentration des contraintes pour le rapport d'ellipse $a/b=2$ est plus rapide par rapport aux autres valeurs (a/b). Tandis que dans le cas de la sollicitation de traction perpendiculaire au grand axe de l'ellipse ($\beta = \pi/2$) la décroissance du facteur de concentrations des contraintes pour le rapport $a/b=10$ est plus rapide par rapport aux valeurs autres (a/b).

Les figures 4.97 à 4.106 représentent la distribution du FCC autour du trou elliptique pour le chargement parallèle et perpendiculaire au grand axe de l'ellipse. Ces résultats obtenus par la méthode des éléments finis (ANSYS) concernent les différents cas d'angle d'orientations des fibres et quelques cas du rapport elliptique a/b .

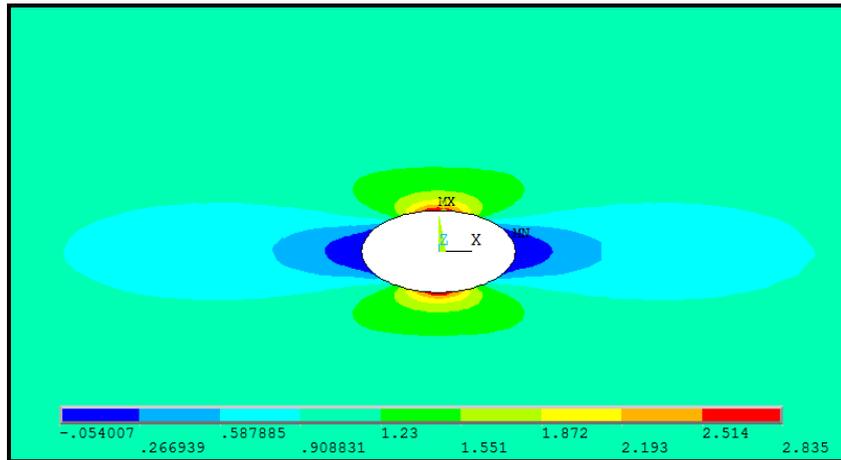


Figure 4.97 : Distribution du FCC en sollicitation de traction parallèle aux grand axe de l'ellipse pour l'orientation des fibres égal à 0° et le rapport elliptique $a/b=2$.

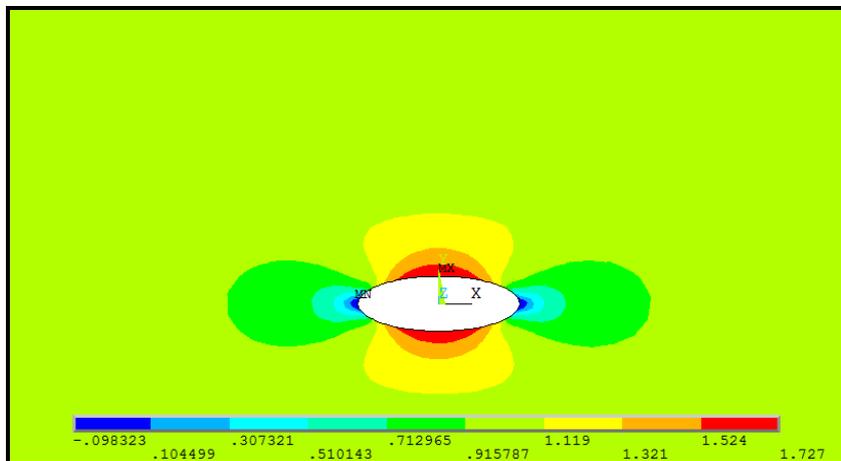


Figure 4.98 : Distribution du FCC en sollicitation de traction parallèle aux grand axe de l'ellipse pour l'orientation des fibres égal à 30° et le rapport elliptique $a/b=3$.

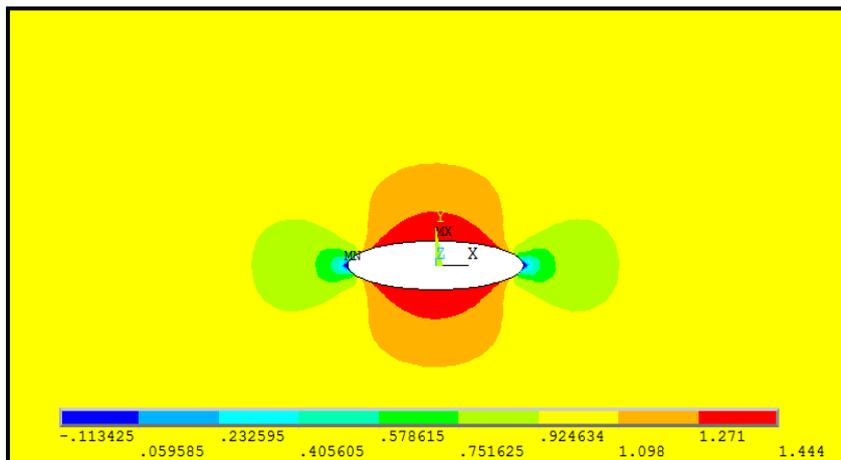


Figure 4.99: Distribution du FCC en sollicitation de traction parallèle aux grand axe de l'ellipse pour l'orientation des fibres égal à 45° et le rapport elliptique $a/b=4$.

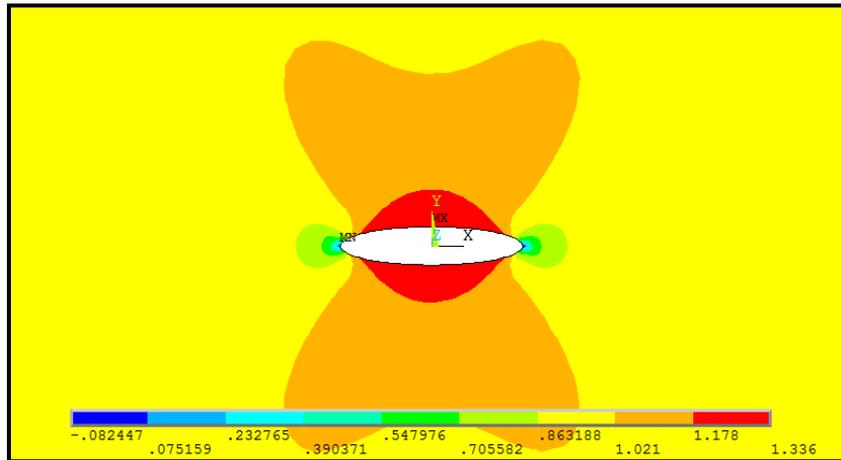


Figure 4.100 : Distribution du FCC en sollicitation de traction parallèle aux grand axe de l'ellipse pour l'orientation des fibres égal à 60° et le rapport elliptique $a/b=5$.

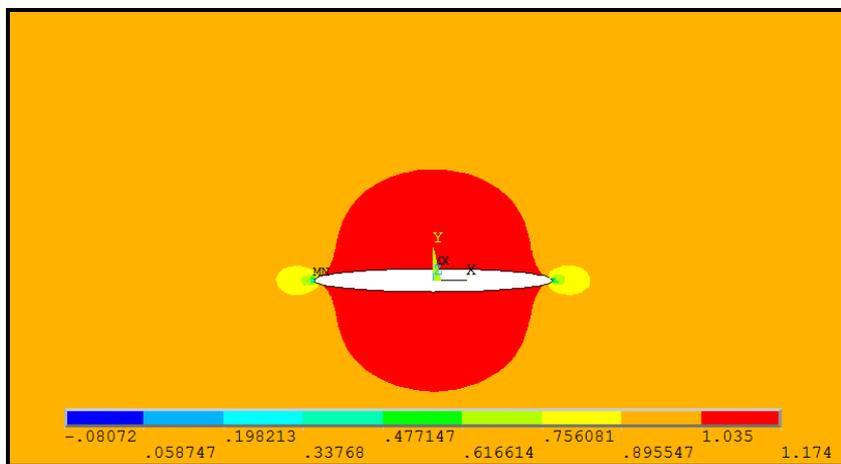


Figure 4.101: Distribution du FCC en sollicitation de traction parallèle aux grand axe de l'ellipse pour l'orientation des fibres égal à 90° et le rapport elliptique $a/b=10$.

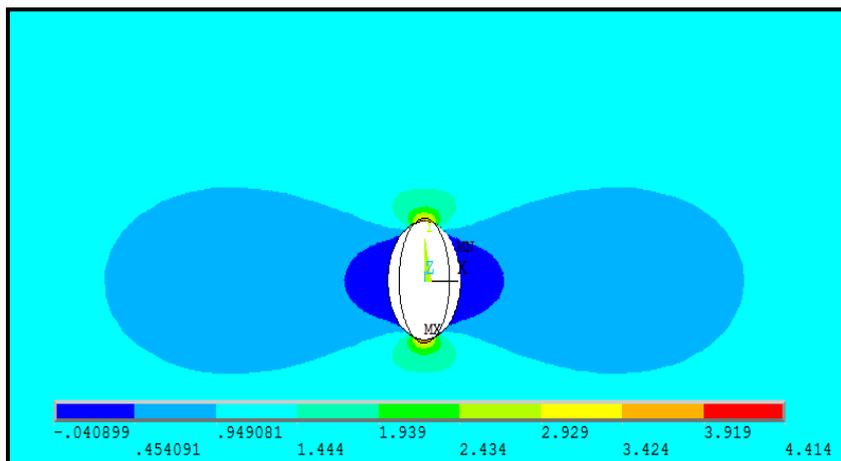


Figure 4.102: Distribution du FCC en sollicitation de traction perpendiculaire aux grand axe de l'ellipse pour l'orientation des fibres égal à 90° et le rapport elliptique $a/b=2$.

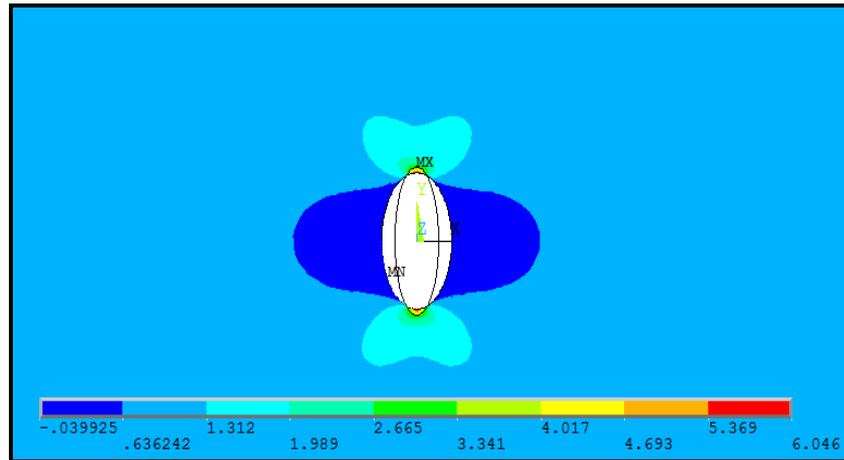


Figure 4.103 : Distribution du FCC en sollicitation de traction perpendiculaire aux grand axe de l'ellipse pour l'orientation des fibres égal à 60° et le rapport elliptique $a/b=3$.

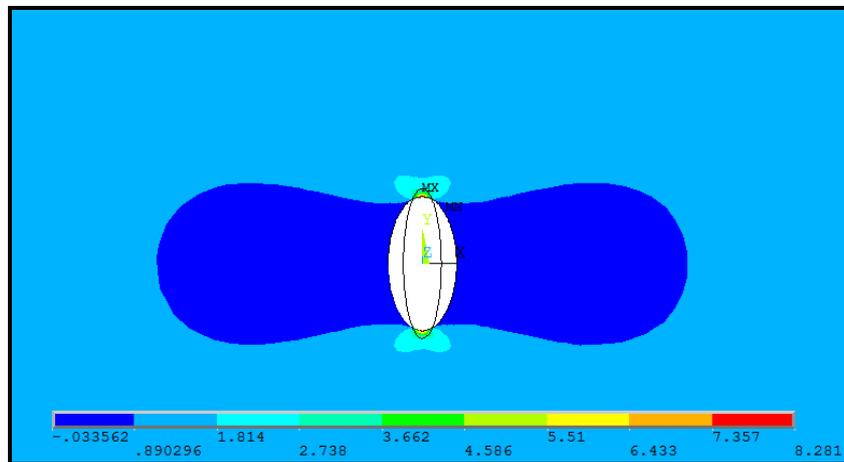


Figure 4.104 : Distribution du FCC en sollicitation de traction perpendiculaire aux grand axe de l'ellipse pour l'orientation des fibres égal à 45° et le rapport elliptique $a/b=4$.

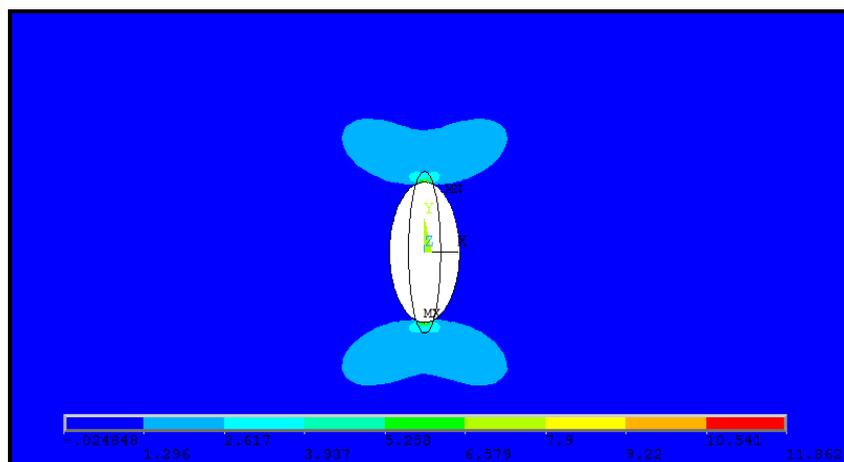


Figure 4.105 : Distribution du FCC en sollicitation de traction perpendiculaire aux grand axe de l'ellipse pour l'orientation des fibres égal à 30° et le rapport elliptique $a/b=5$.

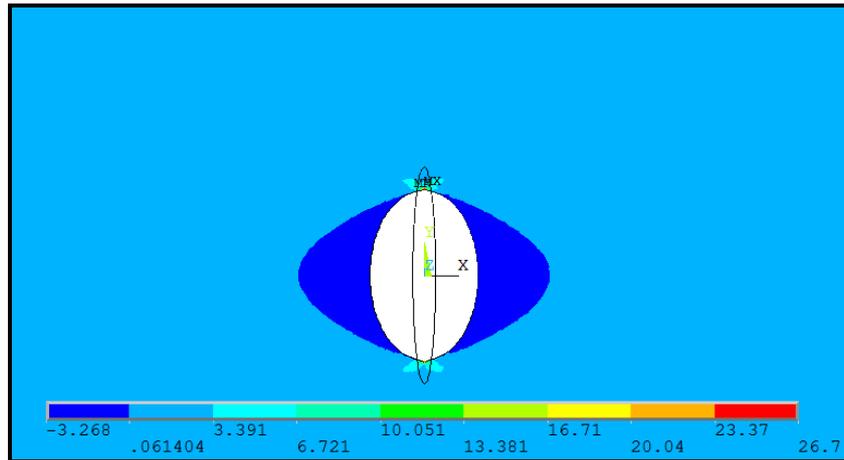


Figure 4.106 : Distribution du FCC en sollicitation de traction perpendiculaire aux grand axe de l'ellipse pour l'orientation des fibres égal à 0° et le rapport elliptique $a/b=10$.

IV.4.3. Distribution du facteur de concentration des contraintes au bord du trou elliptique.

Le but de cette étude est de déterminer la valeur et l'emplacement du facteur de concentration des contraintes maximale et minimale au bord du trou elliptique en fonction du rapport elliptiques et les différentes orientations des fibres. Les résultats sont obtenus par la formule (3.106) [31] et la méthode des éléments finis (ANSYS).

Nous avons utilise les caractéristiques élastiques du matériau verre/époxyde (tableau 4.6).

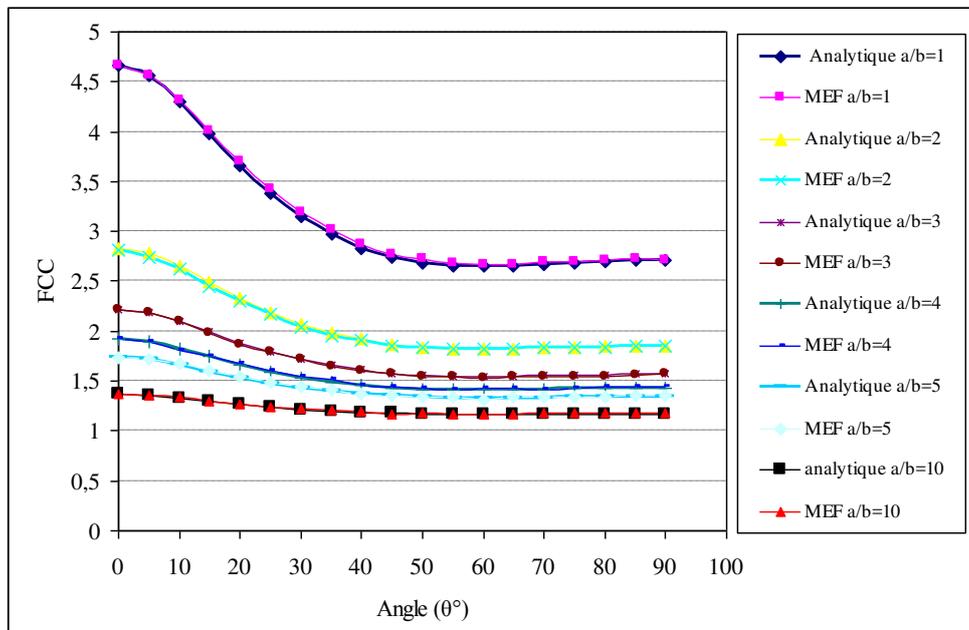


Figure 4.107 : Variation du FCC maximale en fonction de l'orientation des fibres pour la sollicitation de traction parallèle au grand axe du trou elliptique ($\beta=0^\circ$).

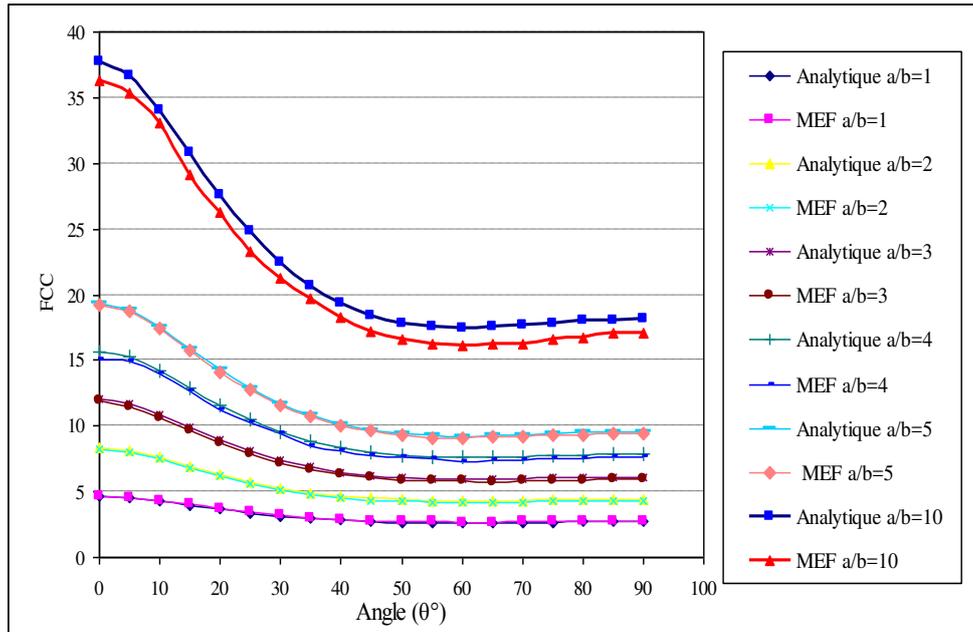


Figure 4.108: Variation du FCC maximale en fonction de l'orientation des fibres pour la sollicitation de traction perpendiculaire au grand axe du trou elliptique ($\beta=\pi/2$).

Tableau 4.10 : Variation du facteur de concentration des contraintes maximale en fonction de l'angle d'orientations des fibres avec différents rapports elliptiques (a/b) en sollicitation parallèle au grand axe du trou elliptique ($\beta=0^\circ$).

Angle (0°)	a/b=1 (Trou circulaire)		a/b=2		a/b=3		a/b=4		a/b=5		a/b=10	
	Résultats Eq.3.116	Résultat EF	Résultat Eq.3.116	Résultat s EF	Résultat Eq.3.116	Résultat EF	Résultat Eq.3.116	Résultat s EF	Résultats Eq.3.116	Résultat s EF	Résultat Eq.3.116	Résultat s EF
0	4,668	4,659	2,834	2,810	2,223	2,221	1,917	1,921	1,734	1,746	1,367	1,375
5	4,566	4,564	2,783	2,741	2,189	2,181	1,892	1,912	1,713	1,725	1,356	1,361
10	4,307	4,318	2,653	2,624	2,102	2,101	1,827	1,811	1,661	1,670	1,330	1,341
15	3,981	4,011	2,490	2,454	1,994	1,980	1,745	1,750	1,596	1,602	1,298	1,301
20	3,660	3,696	2,330	2,37	1,887	1,870	1,665	1,670	1,532	1,542	1,266	1,270
25	3,379	3,420	2,189	2,171	1,793	1,788	1,595	1,611	1,476	1,481	1,238	1,244
30	3,148	3,186	2,074	2,042	1,716	1,715	1,537	1,550	1,429	1,438	1,215	1,220
35	2,968	3,012	1,984	1,951	1,656	1,652	1,492	1,510	1,394	1,411	1,197	1,211
40	2,834	2,877	1,917	1,916	1,611	1,608	1,459	1,460	1,367	1,371	1,183	1,192
45	2,742	2,773	1,871	1,855	1,581	1,571	1,435	1,441	1,348	1,352	1,174	1,169
50	2,684	2,721	1,842	1,830	1,561	1,550	1,421	1,430	1,336	1,345	1,168	1,175
55	2,655	2,689	1,827	1,823	1,552	1,540	1,414	1,420	1,331	1,341	1,165	1,171
60	2,647	2,667	1,824	1,821	1,549	1,531	1,412	1,420	1,329	1,316	1,165	1,172
65	2,654	2,672	1,827	1,838	1,551	1,540	1,414	1,421	1,330	1,342	1,165	1,173
70	2,669	2,690	1,834	1,835	1,556	1,545	1,417	1,420	1,334	1,343	1,167	1,174
75	2,685	2,703	1,843	1,831	1,562	1,550	1,421	1,441	1,337	1,335	1,168	1,176
80	2,699	2,714	1,849	1,842	1,566	1,551	1,425	1,441	1,339	1,346	1,169	1,178
85	2,707	2,721	1,854	1,851	1,569	1,560	1,427	1,441	1,341	1,350	1,170	1,181
90	2,710	2,714	1,855	1,850	1,570	1,568	1,428	1,440	1,342	1,353	1,171	1,181

Tableau 4.11: Variation du facteur de concentration des contraintes maximale en fonction de l'angle d'orientations des fibres avec différents rapports elliptiques (a/b) en sollicitation perpendiculaire au grand axe du trou elliptique ($\beta=\pi/2$).

Angle (θ°)	a/b=1 (Trou circulaire)		a/b=2		a/b=3		a/b=4		a/b=5		a/b=10	
	Résultats Eq.3.116	Résultat EF	Résultat Eq.3.116	Résultat EF	Résultat Eq.3.116	Résultat EF	Résultat Eq.3.116	Résultat EF	Résultats Eq.3.116	Résultats EF	Résultat Eq.3.116	Résultats EF
0	4,668	4,659	8,337	8,220	12,005	11,960	15,671	15,001	19,340	19,221	37,683	36,251
5	4,566	4,564	8,133	8,020	11,701	11,411	15,270	14,900	18,831	18,720	36,662	35,312
10	4,307	4,318	7,614	7,501	10,921	10,601	14,230	14,001	17,531	17,414	34,068	33,051
15	3,981	4,011	6,962	6,811	9,943	9,641	12,921	12,600	15,92	15,711	30,808	29,120
20	3,659	3,696	6,321	6,150	8,979	8,731	11,641	11,201	14,34	14,112	27,599	26,254
25	3,378	3,421	5,758	5,571	8,136	7,940	10,521	10,302	12,890	12,780	24,787	23,254
30	3,148	3,186	5,296	5,131	7,444	7,221	9,593	9,453	11,740	11,637	22,481	21,315
35	2,968	3,012	4,936	4,780	6,904	6,711	8,872	8,463	10,841	10,736	20,680	19,688
40	2,834	2,877	4,669	4,540	6,503	6,311	8,338	8,155	10,177	10,061	19,344	18,226
45	2,742	2,773	4,484	4,350	6,225	6,080	7,967	7,765	9,7097	9,689	18,417	17,233
50	2,684	2,721	4,368	4,250	6,052	5,890	7,736	7,616	9,421	9,333	17,841	16,542
55	2,655	2,689	4,311	4,201	5,964	5,840	7,620	7,553	9,274	9,128	17,548	16,182
60	2,647	2,667	4,294	4,180	5,942	5,822	7,589	7,234	9,236	9,111	17,472	16,152
65	2,654	2,672	4,308	4,190	5,962	5,790	7,616	7,411	9,270	9,141	17,540	16,181
70	2,669	2,691	4,337	4,220	6,006	5,850	7,675	7,430	9,343	9,222	17,686	16,221
75	2,685	2,703	4,374	4,240	6,055	5,850	7,740	7,499	9,425	9,324	17,850	16,545
80	2,699	2,714	4,398	4,280	6,096	5,891	7,795	7,540	9,494	9,365	17,988	16,666
85	2,707	2,721	4,415	4,311	6,122	5,980	7,830	7,601	9,537	9,424	18,074	17,055
90	2,710	2,714	4,421	4,330	6,131	6,001	7,842	7,6111	9,552	9,432	18,103	17,111

Les résultats des courbes des figures 4.107 et 4.108 déduites des tableaux 4.10 et 4.11 représentent respectivement la variation du facteur de concentration des contraintes maximal en fonction de l'angle d'orientations des fibres pour les deux sollicitations de traction parallèle et perpendiculaire au grand axe de l'ellipse.

Tous les cas étudiés montrent que la valeur maximale du facteur de concentration des contraintes est localisée dans la plaque dont l'orientation des fibres est à 0° et la valeur minimale se trouve dans la plaque d'orientation 60° . Pour le cas de la traction parallèle au grand axe de l'ellipse ($\beta=0^\circ$) nous remarquons que dans les différents cas d'orientation des fibres lorsqu'on on augmente le rapport elliptique (a/b) le facteur de concentration des contraintes maximale croit. Pour le cas de la traction perpendiculaire au grand axe de l'ellipse ($\beta=\pi/2$) nous remarquons que dans les différents cas d'orientation des fibres lorsqu'on augmente le rapport elliptique (a/b) le facteur de concentration des contraintes augmente aussi. Les résultats obtenus par les formules semi empiriques et les résultats obtenus par éléments finis sont très proches.

Les tableaux 4.12, 4.13 et 4.14 présentent les cas de la direction de sollicitation de traction inclinée d'angles β de 30° , 45° et 60° par rapport au grand axe du trou elliptique. Cet

analyse a pour but de montrer l'effet de l'angle β sur la valeur et l'emplacement du facteur de concentration des contraintes maximale au bord du trou elliptique et pour le matériau verre/époxyde.

Tableau 4.12 : Variation du facteur de concentration des contraintes maximale en sollicitation de traction selon une direction faisant un angle $\beta=30^\circ$ par rapport au grand axe de l'ellipse.

Angle (0°)	a/b=1 (Trou circulaire)	a/b=2	a/b=3	a/b=4	a/b=5	a/b=10
0	4,659	4,045	4,410	5,035	5,323	9,425
5	4,564	3,979	4,341	4,973	5,284	9,296
10	4,318	3,871	4,214	4,708	5,429	8,951
15	4,011	4,543	4,988	5,744	5,985	10,72
20	3,696	3,367	3,741	4,331	4,873	7,982
25	3,421	3,167	3,545	4,087	4,712	7,498
30	3,186	2,989	3,364	3,864	4,561	7,064
35	3,012	2,841	3,208	3,671	4,626	6,695
40	2,877	2,737	3,114	3,619	4,239	6,396
45	2,773	2,653	3,025	3,513	4,109	6,196
50	2,721	2,592	2,957	3,392	4,141	6,003
55	2,689	2,555	2,912	3,359	4,087	5,895
60	2,667	2,542	2,874	3,326	4,047	5,834
65	2,672	2,522	2,841	3,291	4,021	5,808
70	2,691	2,538	2,863	3,309	3,939	5,804
75	2,703	2,531	2,839	3,226	3,985	5,811
80	2,714	2,547	2,842	3,208	3,973	5,821
85	2,721	2,540	2,844	3,211	3,965	5,828
90	2,714	2,541	2,844	3,211	3,962	5,831

Tableau 4.13 : Variation du facteur de concentration des contraintes maximale en sollicitation de traction selon une direction faisant un angle $\beta=45^\circ$ par rapport au grand axe de l'ellipse.

Angle (0°)	a/b=1 (Trou circulaire)	a/b=2	a/b=3	a/b=4	a/b=5	a/b=10
0	4,659	5,209	6,450	7,709	8,738	10,801
5	4,564	5,129	6,361	7,616	8,631	10,709
10	4,318	4,942	6,073	7,271	8,967	10,455
15	4,011	5,941	7,438	8,628	9,941	12,325
20	3,696	4,322	5,425	6,681	7,505	9,668
25	3,421	4,079	5,085	6,343	7,352	9,231
30	3,186	3,769	4,746	6,018	6,667	8,811
35	3,012	3,573	4,475	5,744	6,314	8,427
40	2,877	3,433	4,258	5,517	6,022	8,094
45	2,773	3,325	4,108	5,338	5,795	7,820
50	2,721	3,246	4,039	5,204	5,629	7,611
55	2,689	3,195	3,976	5,122	5,521	7,458
60	2,667	3,169	3,991	4,855	6,066	7,356
65	2,672	3,151	3,873	5,017	5,422	7,293
70	2,691	3,146	3,875	4,997	5,409	7,255
75	2,703	3,146	3,885	4,986	5,406	7,232
80	2,714	3,145	3,895	4,979	5,405	7,216
85	2,721	3,192	3,969	4,864	5,883	7,207
90	2,714	3,147	3,904	4,973	5,404	7,203

Tableau 4.14 : Variation du facteur de concentration des contraintes maximale en sollicitation de traction selon une direction faisant un angle $\beta = 60^\circ$ par rapport au grand axe de l'ellipse.

Angle (θ°)	a/b=1 (Trou circulaire)	a/b=2	a/b=3	a/b=4	a/b=5	a/b=10
0	4,659	6,102	8,275	09,404	7,921	13,607
5	4,564	6,228	7,941	10,172	9,297	13,502
10	4,318	5,994	7,666	10,240	10,273	13,231
15	4,011	7,023	9,554	10,812	10,631	14,772
20	3,696	5,188	7,082	8,113	7,233	12,535
25	3,420	4,832	6,528	8,386	9,877	12,228
30	3,186	4,568	6,243	7,191	6,675	11,971
35	3,012	4,315	5,899	6,792	6,417	11,753
40	2,877	4,111	5,618	6,456	6,199	11,568
45	2,773	3,958	5,401	6,194	6,120	11,404
50	2,721	3,853	5,247	6,004	6,048	11,254
55	2,689	3,790	5,148	5,881	5,984	11,115
60	2,667	3,761	4,991	6,425	7,453	10,989
65	2,672	3,750	5,069	5,776	5,881	10,875
70	2,690	3,753	5,065	5,766	5,841	10,778
75	2,703	3,761	5,068	5,767	5,809	10,697
80	2,714	3,792	5,074	5,771	5,786	10,635
85	2,721	3,799	5,077	5,772	7,488	10,596
90	2,714	3,774	5,078	5,772	5,767	10,583

Les figures 4.109 à 4.123 représentent quelques résultats graphiques de la distribution du facteur de concentration des contraintes obtenus par la méthode des éléments finies (ANSYS).

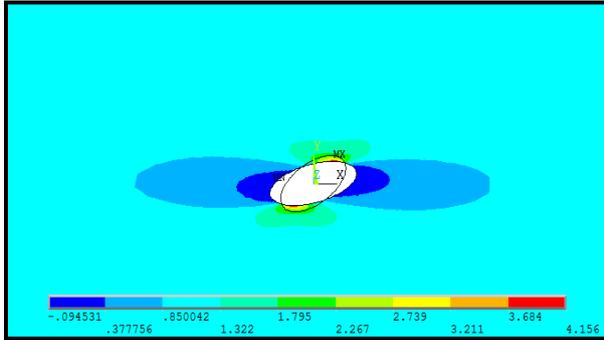


Figure 4.109 : Distribution du FCC pour le rapport elliptique $a/b=2$ et l'angle de la sollicitation de traction $\beta=30^\circ$, pour l'orientation des fibres $\theta=0^\circ$.

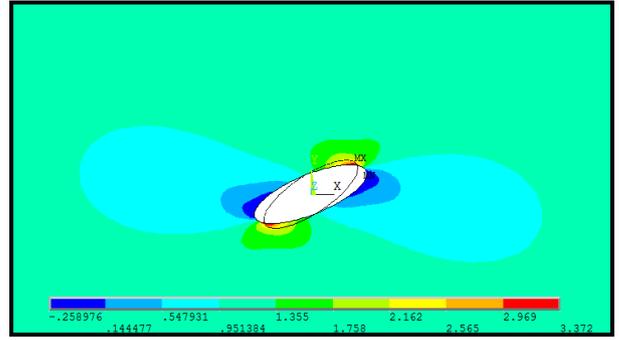


Figure 4.110 : Distribution du FCC pour le rapport elliptique $a/b=3$ et l'angle de la sollicitation de traction $\beta=30^\circ$, pour l'orientation des fibres $\theta=30^\circ$.

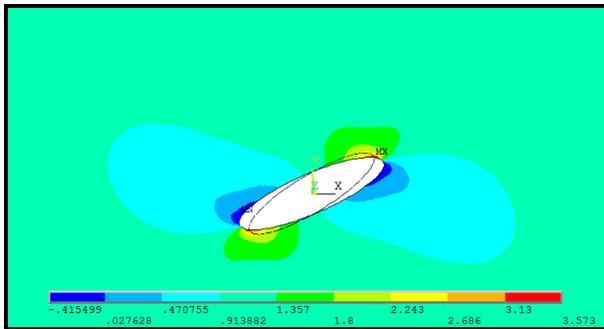


Figure 4.111 : Distribution du FCC pour le rapport elliptique $a/b=4$ et l'angle de la sollicitation de traction $\beta=30^\circ$, pour l'orientation des fibres $\theta=45^\circ$.

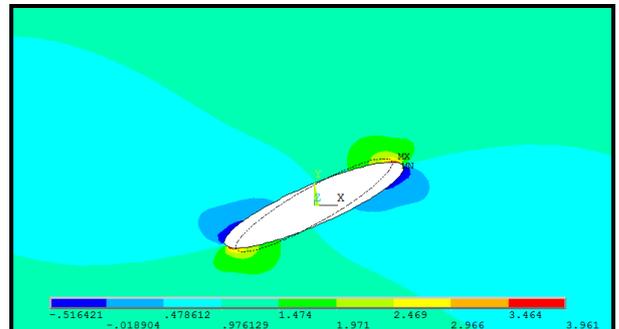


Figure 5.112 : Distribution du FCC pour le rapport elliptique $a/b=5$ et l'angle de la sollicitation de traction $\beta=30^\circ$, pour l'orientation des fibres $\theta=60^\circ$.



Figure 4.113: Distribution du FCC pour le rapport elliptique $a/b=10$ et l'angle de la sollicitation de traction $\beta=30^\circ$, pour l'orientation des fibres $\theta=90^\circ$.

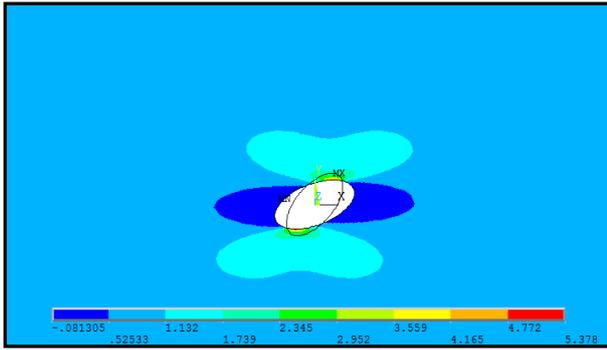


Figure 4.114 : Distribution du FCC pour le rapport elliptique $a/b=2$ et l'angle de la sollicitation de traction $\beta^\circ=45^\circ$, pour l'orientation des fibres $\theta=0^\circ$.

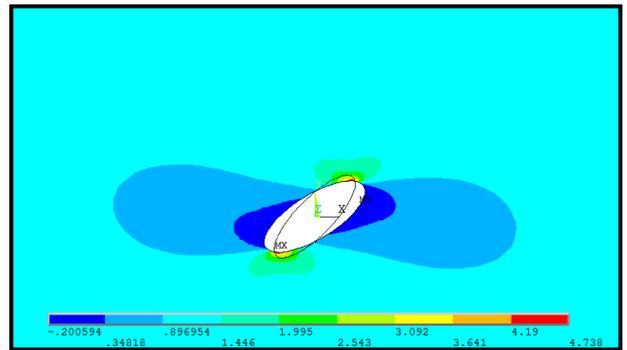


Figure 4.115 : Distribution du FCC pour le rapport elliptique $a/b=3$ et l'angle de la sollicitation de traction $\beta^\circ=45^\circ$, pour l'orientation des fibres $\theta=30^\circ$.

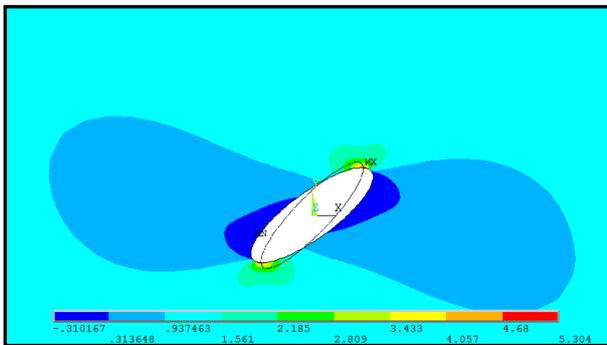


Figure 4.116: Distribution du FCC pour le rapport elliptique $a/b=4$ et l'angle de la sollicitation de traction $\beta^\circ=45^\circ$, pour l'orientation des fibres $\theta=45^\circ$.

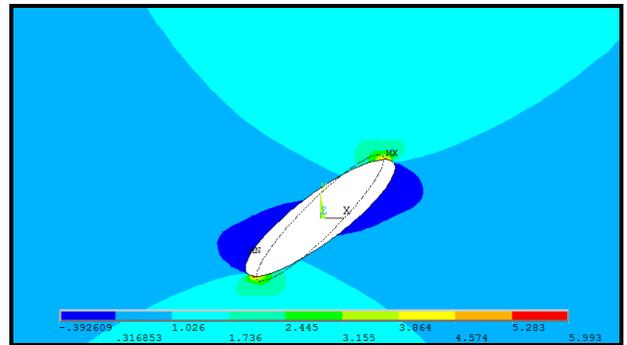


Figure 4.117 : Distribution du FCC pour le rapport elliptique $a/b=5$ et l'angle de la sollicitation de traction $\beta^\circ=45^\circ$, pour l'orientation des fibres $\theta=60^\circ$.

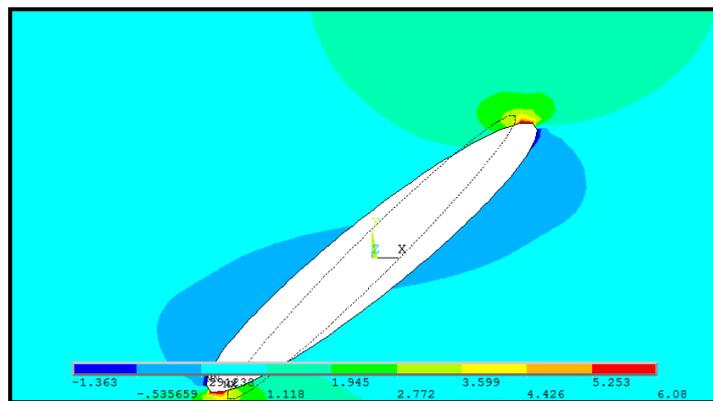


Figure 4.118 : Distribution du FCC pour le rapport elliptique $a/b=10$ et l'angle de la sollicitation de traction $\beta^\circ=45^\circ$, pour l'orientation des fibres $\theta=90^\circ$.

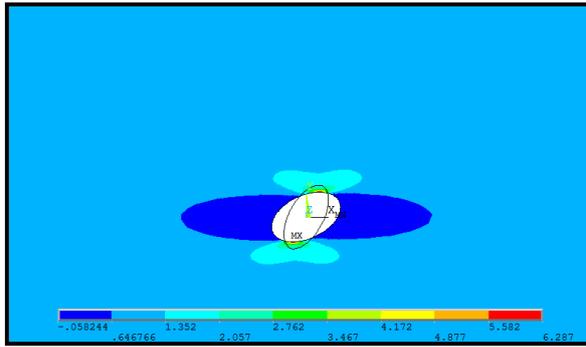


Figure 4.119 : Distribution du FCC pour le rapport elliptique $a/b=2$ et l'angle de la sollicitation de traction $\beta=60^\circ$, pour l'orientation des fibres $\theta=0^\circ$.

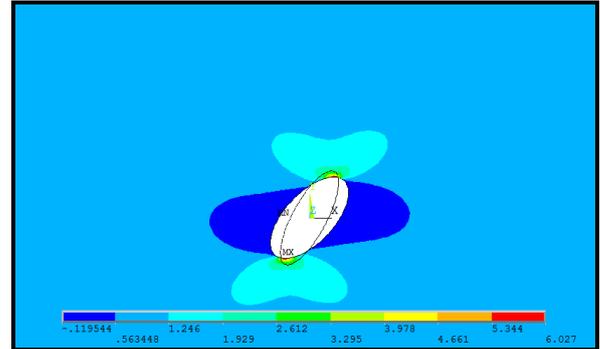


Figure 4.120: Distribution du FCC pour le rapport elliptique $a/b=3$ et l'angle de la sollicitation de traction $\beta=60^\circ$, pour l'orientation des fibres $\theta=30^\circ$.

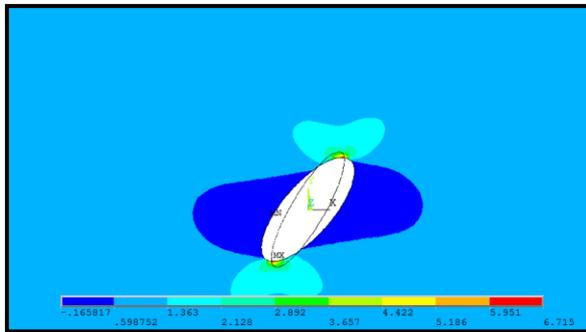


Figure 4.121: Distribution du FCC pour le rapport elliptique $a/b=4$ et l'angle de la sollicitation de traction $\beta=60^\circ$, pour l'orientation des fibres $\theta=45^\circ$.

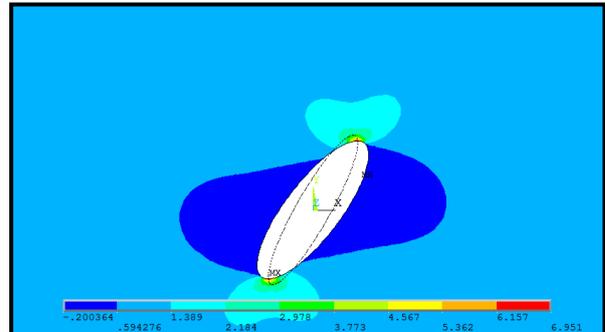


Figure 4.122: Distribution du FCC pour le rapport elliptique $a/b=5$ et l'angle de la sollicitation de traction $\beta=60^\circ$, pour l'orientation des fibres $\theta=60^\circ$.

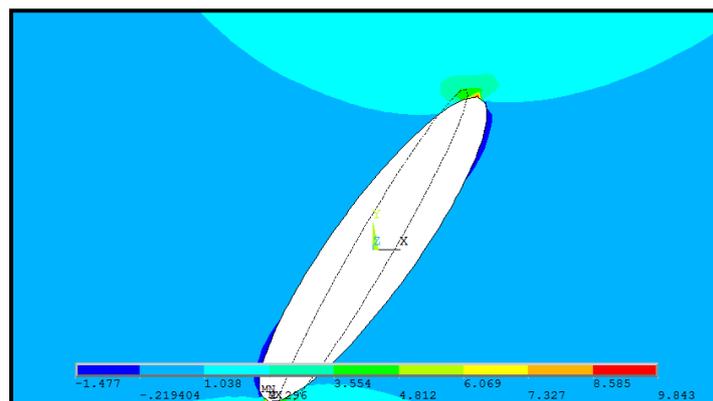


Figure 4.123: Distribution du FCC pour le rapport elliptique $a/b=10$ et l'angle de la sollicitation de traction $\beta=60^\circ$, pour l'orientation des fibres $\theta=90^\circ$.

Chapitre V: Etude expérimentale du comportement des plaques trouées en matériaux composites.

Cette étude expérimentale consiste à mettre en évidence l'influence de la présence des trous circulaires et elliptiques sur le comportement mécanique des plaques composites préparées par le procédé de moulage par contact. On propose une étude paramétrique, permettant de déterminer l'influence de la taille du trou circulaire et elliptique et les différents types de l'orientation des fibres sur la distribution des contraintes au bord et loin du trou centré. Cette étude sera étalée sur les étapes suivantes :

- ✓ Préparation des éprouvettes de traction en matériau composite selon les normes ASTM D3039 et ISO 527 pour effectuer des essais de caractérisation statique.
- ✓ Opération de perçage des trous circulaires et elliptiques au centre des plaques composites.
- ✓ Les essais mécaniques sur les éprouvettes composites munies des trous circulaires et elliptiques et déterminer leurs comportements élastiques à l'aide de la technique de corrélation des images numériques.

V.1 Fabrication des plaques en matériau composite polyester et fibres de verre.

Les plaques en matériaux composites sont fabriquées par le procédé de moulage par contact à la température ambiante. Le matériau est constitué d'une matrice de polyester renforcée par des fibres de verre type «E». Ce type de matériau est généralement utilisé dans la fabrication de bateaux de pêche. La résine de référence industrielle «PRE-63» est préparée préalablement par malaxage avec 2% de catalyseur et 0,006 % accélérateur [48]. On utilise cinq plis de renfort de deux types différents: mats et tissu à 450 g/m². Le taux des fibres est choisi, selon les normes ISO 1268-2, entre le pourcentage de 30 % et 45 %.



Figure 5.1 : Renfort en fibres de verre type «E» 450 g /m², et préparation des plaques composites par le procédé de moulage par contact.

On applique une cire sur une plaque rigide pour faciliter le démoulage de la plaque puis on étale une première couche de résine par l'utilisation de rouleau. Les plis sont posés l'un après l'autre, chaque pli est soigneusement imprégné de résine à l'aide d'un rouleau et un d'ébulleur (figure 5.2).

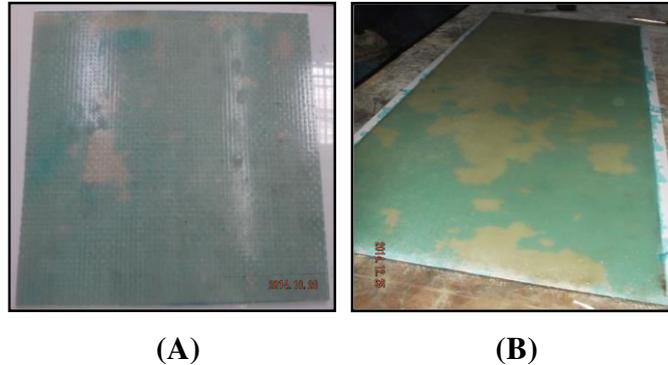


Figure 5.2 : Plaques moulées par contact : polyester/tissu (A), polyester/mats (B).

Tableau 5.1 : Propriétés des matériaux fabriqués.

Matériau	L'orientation	Nombre des couches	Epaisseur (mm)	Taux de fibres (%)	Taux de résine (%)
Matériau A (polyester avec tissu)	tissage $[0/90]_{5s}$ tissage $[\pm 45]_{5s}$	5 couches	2,5	50	50
Matériau B (polyester avec Mats)	fibre coute aléatoire	5 couches	4	50	50

V.2 Fabrication des éprouvettes en matériaux composites.

Selon les normes ASTM 5045, il est recommandé d'utiliser le disque en diamant pour découper les plaques en résine renforcée des fibres de verre. On procède au découpage pour préparer les éprouvettes en forme droite avec leur talon pour l'essai de traction et les éprouvettes droites courtes pour l'essai de cisaillement. Nous allons utiliser une machine de coupe (figure 5.3) avec les conditions de

coupes suivantes :

- ✓ Disque en diamant.
- ✓ Avance manuelle lente.
- ✓ Vitesse de coupe 3000 tr/min.
- ✓ Sans lubrification.



Figure 5.3 : Machine de coupe.

Les éprouvettes en polyester renforcé par le tissu de verre sont fabriquées en forme droite suivant la norme ASTM D3039 (figure 5.4) [49].

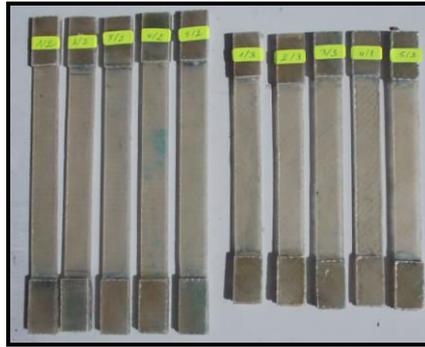


Figure 5.4 : Eprouvettes droites de traction avec les talons.

Les éprouvettes en polyester renforcés par les mats sont découpées suivant les dimensions requises par les normes ISO 527 et NF T 51-001, à l'aide de fraiseuse à commande numérique (figure 5.5).

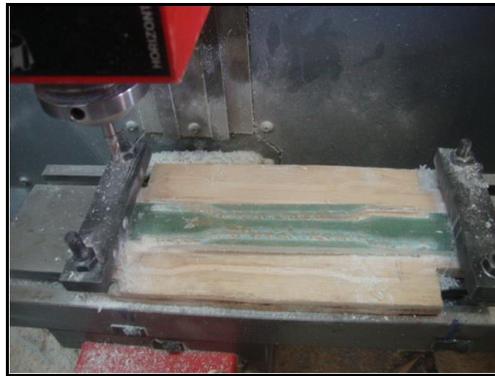


Figure 5.5 : Usinage des éprouvettes de traction polyester /mats par la fraiseuse à commande numérique.

V.3. Détermination du taux de fibres.

La calcination est une technique utilisée dans le but de déterminer le pourcentage de fibres de verre dans le matériau composite étudié. Nous découpons plusieurs échantillons dans l'éprouvette après l'essai de traction. L'échantillon est pesé à l'aide d'une balance digitale de 0,0001 g de précision. Ensuite l'échantillon est chauffé dans un four pendant 2 heures à une température typique de 700°C, jusqu' à ce que la résine soit totalement calcinée. Le résidu de fibres obtenues est refroidi puis pesé.

Les taux de fibres de verre et de résine sont donnés par les formules suivantes :

$$\mu_f = \frac{B}{A} \times 100 \% \quad (5.1)$$

et
$$\mu_m = 100 - \mu_f \quad (5.2)$$

A : poids de l'échantillon en (g) avant la calcination.

B : poids des fibres (g) obtenus après la calcination.

μ_f et μ_m : fraction massique des fibres et de la matrice en (%).

Tableau 5.2 : Détermination du taux des fibres et de résine du matériau en polyester/mats.

N°	A (g)	B (g)	μ_m %	μ_r %
1	0,8940	0,3329	62,76	37,23
2	0,8435	0,3122	62,98	37,01
3	0,7577	0,3017	60,18	39,81
4	0,8373	0,3036	63,74	36,26
5	0,9327	0,2915	68,74	31,25
Moyenne			63,68	36,31

Tableau 5.3 : Détermination du taux des fibres et de résine du matériau en polyester/tissu.

N°	A (g)	B (g)	μ_m %	μ_r %
1	1,2760	0,5253	58,83	41,17
2	1,1867	0,4756	60,00	40,00
3	1,3287	0,5285	60,22	39,78
4	1,3394	0,5495	58,97	41,03
Moyenne			59,51	40,50

V.4 Essais mécaniques sur les éprouvettes en matériaux composites (traction)

Les essais de traction sont effectués à l'aide d'une machine de traction universelle INSTRON 5969 de charge maximale égale à 50 KN. Elle est constituée d'un système de traction, un système de mesure des allongements, et un système de mesures des efforts engendrés. La machine est équipée d'un système de caméra (l'extensomètre à vidéo [51]) permettant la mesure et l'enregistrement des déformations longitudinale et transversale. Les enchantions sont introduites dans les mâchoires hydrauliques de la machine permettant un ajustement de la pression exercée par les pinces sur l'éprouvette. La vitesse de déplacement de la mâchoire de la machine est réglée pour les matériaux composites à 0,01 mm/s [50]. La machine d'essai est reliée à un ordinateur permettant le calcul direct de la contrainte appliquée en fonction des dimensions de l'éprouvette préalablement enregistrées.



Figure 5.6 : Essai de traction.

Le test de traction est effectué sur 05 éprouvettes préparées à partir d'une plaque constituée de 05 couches. Les figures 5.7 et 5.8 présentent la relation entre la contrainte de traction et la déformation longitudinale et transversale pour le matériau polyester renforcé par le mats et le matériau polyester renforcé par tissu d'orientation de $[0/90]_{5s}$ respectivement. On remarque pour les deux cas que l'augmentation de la contrainte en fonction de la déformation est linéaire jusqu'à la rupture au niveau de la contrainte maximale.

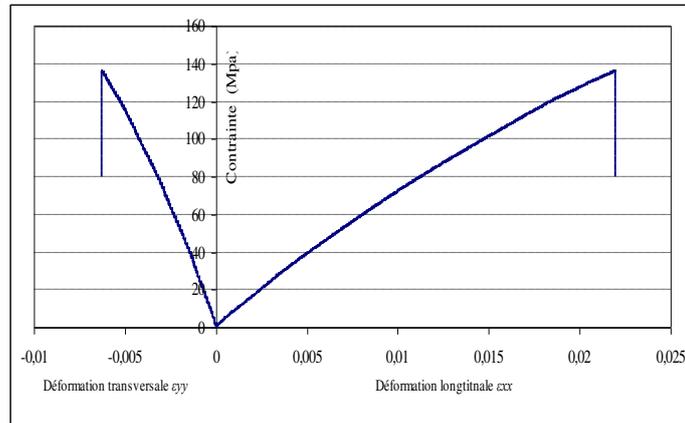


Figure 5.7 : Courbe de contrainte / déformation longitudinale et transversale du matériau polyester renforcé par le mats.

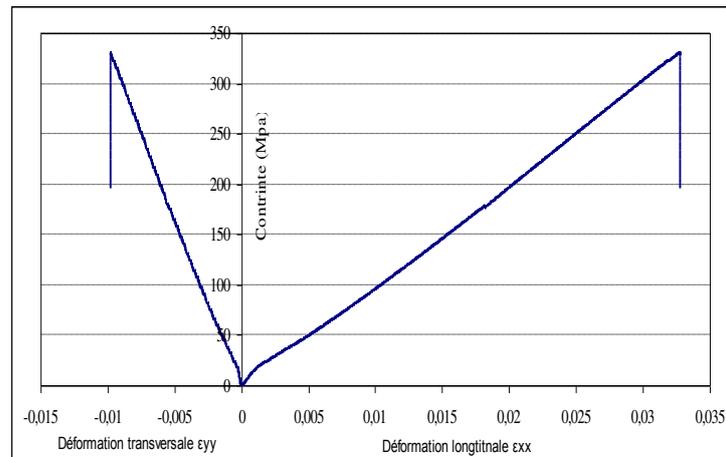


Figure 5.8 : Courbe contrainte/déformation longitudinale et transversale de matériau polyester /tissu d'orientations de $[0/90]_{5s}$.

La figure 5.9 présente la relation entre la contrainte et la déformation pour le matériau composite de 05 couches renforcé par le tissu d'orientation de $\pm 45^\circ$. On remarque que la variation de la contrainte en fonction de la déformation est linéaire jusqu'à 40 Mpa, puis devient non linéaire jusqu'à la rupture au niveau de la contrainte maximale qui vaut 102,585 Mpa.

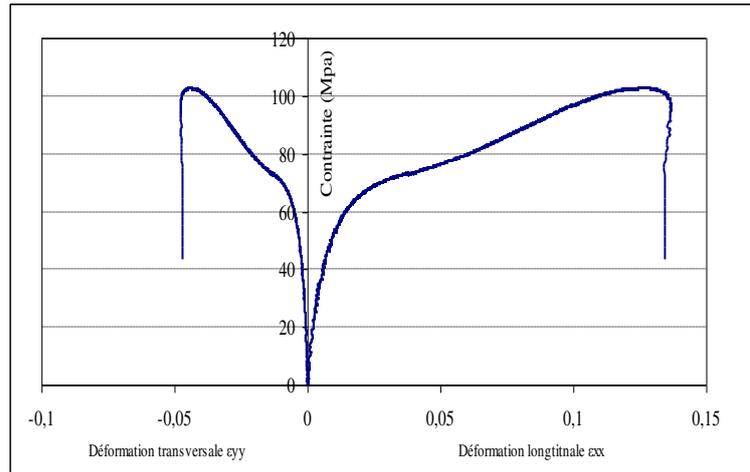


Figure 5.9 : Courbe contrainte / déformation longitudinale et transversale de matériau polyester renforcé par tissu d'orientations de $[\pm 45^\circ]_{5s}$.

Les propriétés mécaniques des matériaux composites sont généralement calculées de la manière suivante :

- ✓ La contrainte axiale σ_x dans l'éprouvette est obtenue en divisant la force axiale mesurée par l'aire de la section utile de l'éprouvette au début de l'essai.
- ✓ La contrainte à la rupture σ_{rup} est habituellement identifiée comme étant la contrainte maximale enregistrée durant tout l'essai.
- ✓ Le module élastique longitudinal E_x est défini comme la pente de la partie droite de la zone élastique de la courbe contrainte-déformation longitudinale ϵ_{xx} .
- ✓ Le module élastique transversal E_y est calculé par la pente de la partie droite de la zone élastique de la courbe contrainte-déformation transversales ϵ_{yy} .
- ✓ Le coefficient de Poisson ν_{xy} est calculé par la moyenne des déformations transversales ϵ_{yy} sur la moyenne des déformations longitudinales ϵ_{xx} dans la zone élastique des la courbes

de traction
$$\nu_{xy} = -\frac{\epsilon_{yy}}{\epsilon_{xx}}$$

- ✓ Le module de cisaillement G_{xy} de l'éprouvette est défini comme la pente de la partie droite de la zone élastique de la courbe contrainte-déformation longitudinale ϵ_{xx} des éprouvettes avec l'orientation à $\pm 45^\circ$.

Tableau 5.4 : Caractéristiques mécaniques des matériaux utilisés.

Matériau	Contrainte à la rupture σ_{rup} (N/mm ²)	Déformation à la rupture ϵ (%)	E_x (Gpa)	E_y (Gpa)	G_{xy} (Gpa)	ν_{xy}
polyester renforcé de mats	145,59	2,194	6,0145	5,9501	2,3371	0,28
polyester renforcé de tissu	325,33	3,276	10,142	9,8812	2,358	0,29

V.5. Etude du comportement mécanique des éprouvettes composites munies d'un trou circulaire.

L'obtention des trous circulaires dans les plaques en matériaux composites est réalisée par enlèvement de la matière grâce à un outil de coupe (forêt). D'après les travaux de [52] on utilise les conditions de perçage pour le forêt classique suivant :

- L'appui lors du perçage doit être un appui plan constitué d'une planche en bois.
- La vitesse de rotation du forêt de perçages retenue est de 300 tr/min alors que l'avance retenue est 5 mm/min.

Cet opération nous a permis d'obtenir des éprouvettes trouées avec des différents rapports de diamètre sur la largeur de la plaque (D/W) de 0,1 à 0,8 (figures 5.10).

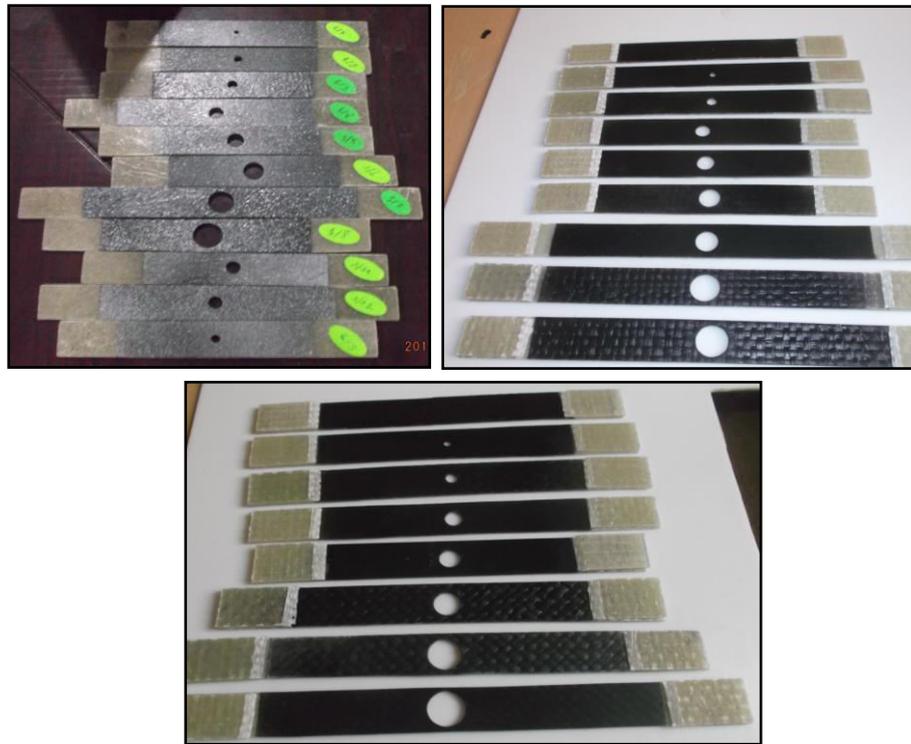


Figure 5.10 : Eprouvettes trouées en matériaux composites.

V.5.1 Effet de la taille du trou circulaire sur la contrainte à la rupture des matériaux.

Cette analyse a pour but de présenter l'influence de la variation du diamètre de trou sur le comportement mécanique du matériau étudié. On fait un essai de traction sur les deux types de matériaux préparés avec des différents rapports de diamètre sur la largeur de la plaque (D/W). Le premier essai sur les éprouvettes est celui de la plaque sans trou. Le résultat obtenu est présenté dans les graphes des figures suivantes :

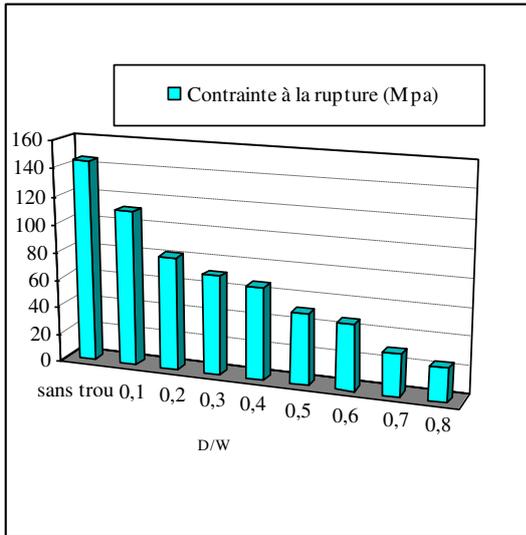


Figure 5.11 : Variation de la contrainte à la rupture en fonction du rapport (D/W) pour le matériau polyester renforcé par mats.

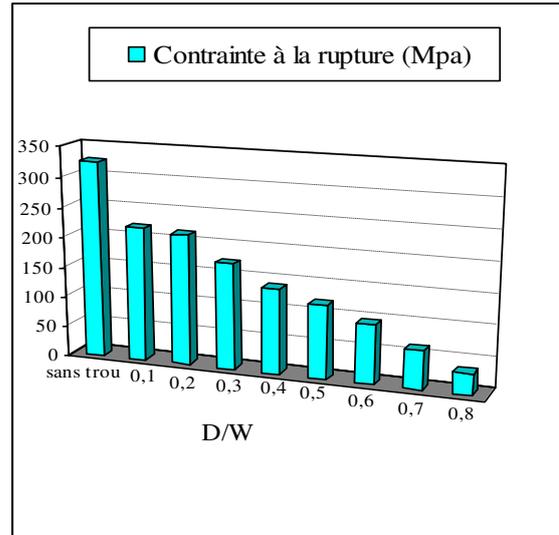


Figure 5.12 : Variation de la contrainte à la rupture en fonction du rapport (D/W) pour le matériau de polyester renforcé par tissu d'orientations de $[0/90]_{5s}$.

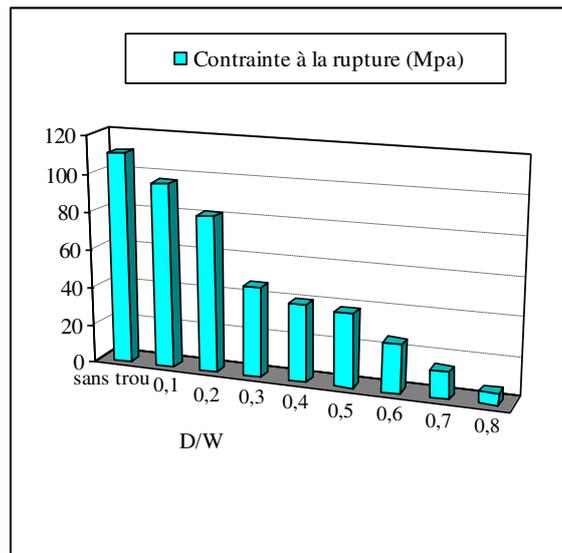


Figure 5.13 : Variation de la contrainte à la rupture en fonction du rapport (D/W) pour le matériau de polyester renforcé par tissu d'orientations de $[\pm 45]_{5s}$.

Les figures 5.11 à 5.13 représentent la variation de la contrainte à la rupture en fonction de la variation du diamètre du trou. On remarque que lorsqu'on augmente le rapport du diamètre du trou par rapport à la largeur de la plaque (D/W) la contrainte à la rupture diminue. Cette diminution est plus importante pour le matériau polyester renforcé par tissu par rapport au matériau polyester renforcé par mats. On remarque aussi que la diminution de la contrainte à la rupture pour le matériau polyester renforcé par tissu d'orientation de $[0/90]_{5s}$ est plus importante par rapport au matériau polyester renforcé par tissu d'orientation de $[\pm 45]_{5s}$.

V.5.2 Distance caractéristique d_0 (mm).

Le rapport du diamètre sur la largeur de la plaque (D/W) est entre 0,1 à 0,8. La figure 5.14 représente les échantillons qui sont cassés en deux parties après le test de traction. Les tableaux 5.5, 5.6 et 5.7 présentent la mesure des contraintes à la rupture avec et sans trou respectivement σ_f et σ_0 . Ce sont la moyenne de trois essais de traction.

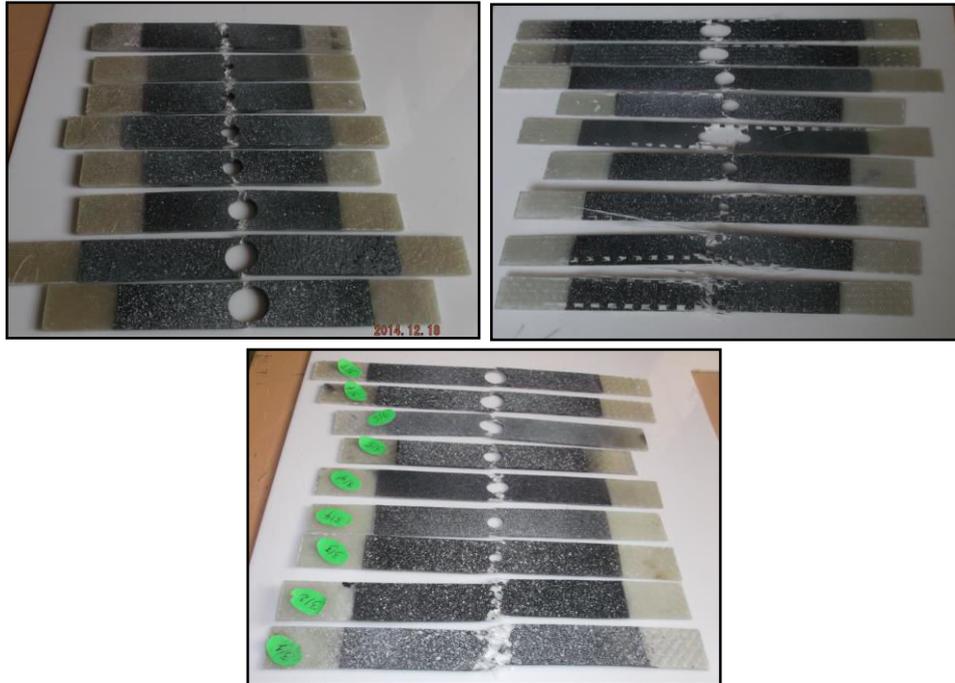


Figure 5.14 : Rupture par traction des éprouvettes trouées.

Tableau 5.5 : Contrainte à la rupture des éprouvettes trouées en polyester renforcé par mats.

D/W	σ_f	σ_0	σ_f/σ_0
0,1	111,79452	145,59	0,7679
0,2	81,62054	145,59	0,5606
0,3	71,52718	145,59	0,4913
0,4	66,35412	145,59	0,4558
0,5	51,25629	145,59	0,3521
0,6	47,42209	145,59	0,3257
0,7	30,33106	145,59	0,2083
0,8	24,28513	145,59	0,1668

Tableau 5.6 : Contrainte à la rupture des éprouvettes trouées en polyester renforcé par tissu d'orientations $[0/90]_{5s}$.

D/W	σ_f	σ_0	σ_f/σ_0
0,1	221,68254	325,33	0,6814
0,2	215,92409	325,33	0,6637
0,3	175,15309	325,33	0,5384
0,4	141,66565	325,33	0,4355
0,5	121,5548	325,33	0,3736
0,6	98,19932	325,33	0,3018
0,7	63,97916	325,33	0,1967
0,8	35,16815	325,33	0,1081

Tableau 5.7 : Contrainte à la rupture des éprouvettes trouées en polyester renforcé par tissu d'orientations $[\pm 45]_{5s}$.

D/W	σ_f	σ_0	σ_f/σ_0
0,1	96,49006	110,60	0.8724
0,2	81,54894	110,60	0.7373
0,3	46,86893	110,60	0.4238
0,4	40,37656	110,60	0.3651
0,5	38,70452	110,60	0.3500
0,6	25,49911	110,60	0.2306
0,7	14,12677	110,60	0.1277
0,8	06,18877	110,60	0.0560

Le modèle mathématique de Nuismer et Whitney [41-37] est employé pour calculer le critère de point de contrainte dans les plaques orthotropes munies des trous circulaires soumis à la charge de traction σ^∞ . La distance caractéristique (d_0) au bord du trou correspond au pointe où la contrainte atteint la contrainte à la rupture de la même plaque sans trou.

$$\sigma_y(x,0)\Big|_{x=R+d_0} = \sigma_0 \quad (5.3)$$

Pour déterminer la distance caractéristique d_0 ont utilisé l'équation de critère de point de contrainte définit par les expressions (3.83) et (3.86) de chapitre III.

Le graphe de la figure 5.15 représente la variation de la distance caractéristique d_0 (mm) en fonction du rapport de diamètre du trou sur la largeur de la plaque (D/W) pour les deux matériaux étudiés.

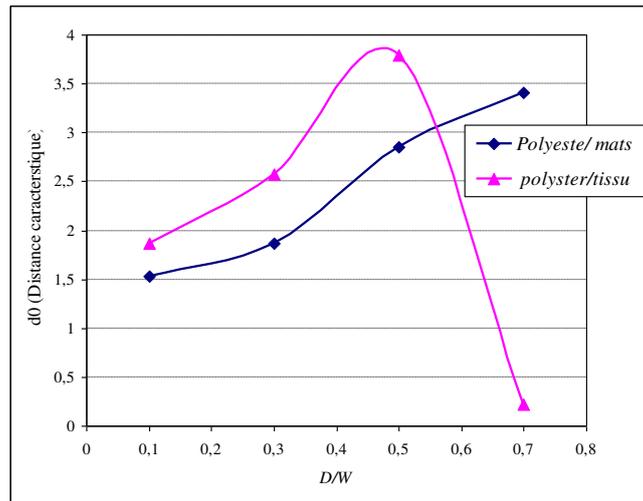


Figure 5.15 : Variation de la distance caractéristique d_0 (mm) en fonction du rapport (D/W).

Pour le matériau polyester/mats on remarque que lorsqu'on augmente le rapport du diamètre du trou par rapport à la largeur de la plaque (D/W) la distance caractéristique d_0 (mm) augmente aussi. Pour le matériau polyester/tissu on remarque que lorsqu'on augmente le rapport du diamètre du trou par rapport à la largeur de la plaque (D/W) la distance caractéristique d_0 (mm) augmente mais après la valeur du rapport de (D/W) égale 0,6 la valeur de la distance caractéristique d_0 (mm) décroît.

Tableau 5.8 : Distance caractéristique d_0 (mm) pour les deux matériaux étudiés.

Matériau	Polyester/mats	Polyester/tissu
Distance caractéristique d_0 (mm) (Moyenne)	2,415	2,113

V.5.3 Analyse du champ de déplacements et de déformations par la technique de corrélation des images numériques (DIC).

La technique de corrélation des images numériques (DIC) est une technique développée pour analyser les déplacements et les déformations sur une surface. Cette technique utilise un appareil-photo numérique CCD, qui capture le noir et le blanc de la surface de l'éprouvette de manière aléatoires afin de créer un modèle, variant pendant l'essai. Celui-ci est crée sur l'objet étudié pendant son chargement et les images acquises pendant l'essai sont comparées avec image de référence.

L'avantage de cette technique est d'offrir la possibilité d'effectuer les mesures dans toute la surface contrairement dans le cas des mesures conventionnelles (les gauges) elles s'effectuent en un seul point [57-58-59-60].

V.5.3.1 Mesure des déplacements et des déformations des éprouvettes trouées soumises à la traction.

Dans l'exemple, qui suit nous allons choisir une éprouvette en matériau polyester/mats de dimensions : $200 \times 25 \times 4,9$ mm et de diamètre du trou 7,5 mm. Cet exemple sera appliqué sur toutes les éprouvettes pour différent diamètre de trou sur la largeur de la plaque (D/W) entre la gamme de 0,1 et 0,8, pour les deux types de matériaux préparés.

La caméra LCD est placée dans l'axe de la normale à la face de l'éprouvette trouée. On effectue la mise en place et le réglage de la netteté en cadrant au plus près du mouchetis au noir et blanc au voisinage du trou on effectue, l'acquisition d'une image de référence juste avant de lancer l'essai de traction. Ensuite, à chaque temporisation de l'essai, on effectue une acquisition de l'image de l'éprouvette déformée. On réalise ainsi un vidéo jusqu' à la rupture de l'éprouvette.

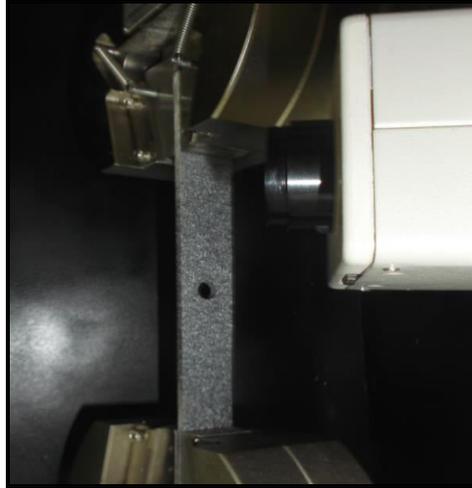
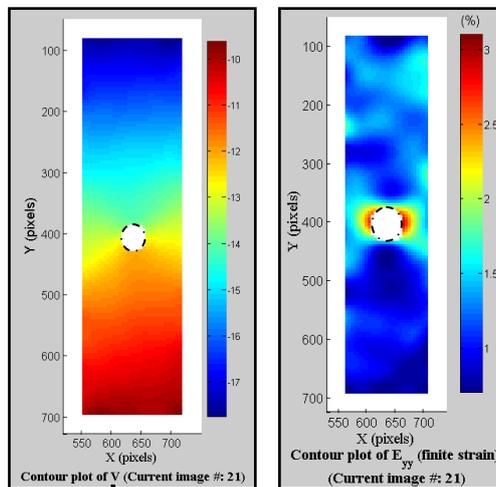


Figure 5.16: Mesure des déplacements et des déformations par la technique de corrélation des images numériques.



A

B

Figure 5.17 : Distribution des déplacements $V(y)$ (**A**) et les déformations verticales ϵ_{yy} (**B**) dans une plaque munie d'un trou circulaire centré de diamètre 7,5 mm pour le matériau polyester /mats.

On remarque que la déformation normale ϵ_{yy} loin du trou est approximativement égale à 1,25 %, alors que la déformation aux bords horizontaux du trou ϵ_{yy} est approximativement égale 3,1 %.

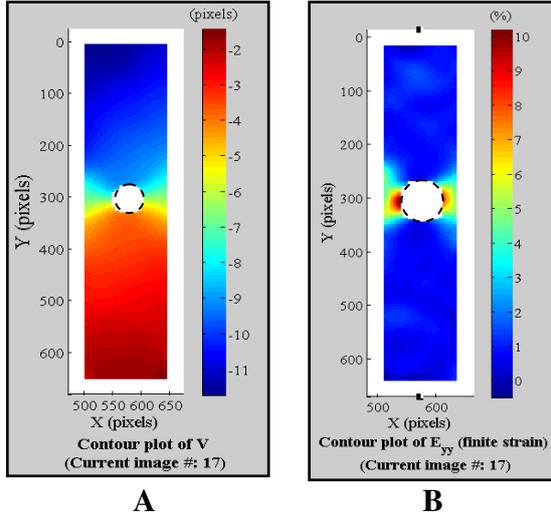


Figure 5.18: Distribution des déplacements verticale V (y) (A) et les déformations verticales e_{yy} (B) dans une plaque munie d'un trou circulaire centré de diamètre de 10 mm pour le matériau polyester /tissu d'orientation de $[0/90^\circ]$.

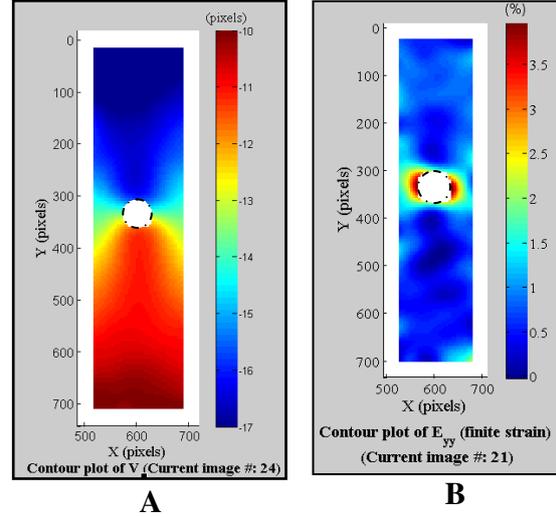


Figure 5.19 : Distribution des déplacements V (y) (A) et les déformations verticales e_{yy} (B) dans une plaque munie d'un trou circulaire centré de diamètre 10 mm pour le matériau Polyester /tissu d'orientation de $[\pm 45^\circ]$.

Pour le matériau Polyester /tissu d'orientation $[0/90]$, la déformation normale e_{yy} loin du trou est approximativement égale à 0,5 %, alors que cette la déformation aux bords horizontaux du trou est approximativement égale à 3,5 % pour le matériau d'orientation $[\pm 45]$. On remarque que la déformation normale e_{yy} loin du trou pour le matériau polyester /mats, est approximativement égale à 1%, alors que cette déformation aux bords horizontaux du trou est approximativement égale à 10 %.

V.5.3.2 Variation du FCC sur la largeur de l'éprouvette.

En faisant l'hypothèse d'un état de contrainte plane, la distribution de la contrainte suivant la largeur de l'éprouvette peut être donnée par l'expression (3.83) (chapitre III). Expérimentalement cette contrainte peut être calculée à partir du champ des déformations (e_{11} , e_{22}) en utilisant l'expression suivante [54-55] :

$$\sigma_{11} = \left(\frac{E_1 e_{11}}{(1 - \nu_{12}^2)(E_2 / E_1)} + \frac{\nu_{12} E_2 e_{22}}{(1 - \nu_{12}^2)(E_2 / E_1)} \right) \quad (5.4)$$

Le facteur de concentration des contraintes est donné par la formule suivante :

$$K_t = \frac{\left(\frac{E_1 e_{11}}{(1 - \nu_{12}^2)(E_2 / E_1)} + \frac{\nu_{12} E_2 e_{22}}{(1 - \nu_{12}^2)(E_2 / E_1)} \right)_{\text{au bord de trou}}}{\left(\frac{E_1 e_{11}}{(1 - \nu_{12}^2)(E_2 / E_1)} + \frac{\nu_{12} E_2 e_{22}}{(1 - \nu_{12}^2)(E_2 / E_1)} \right)_{\text{Loin de trou}}} \quad (5.5)$$

Cette analyse consiste à effectuer une comparaison entre le facteur de concentration des contraintes calculée analytiquement, et expérimentement à partir du champ de déformation mesuré par DIC et numériquement par la modèle d'éléments finis (ANSYS).

Les figures 5.20, 5.21 et 5.22 représentent la variation du facteur de concentration des contraintes en fonction de la distance x du bord du trou le long de l'axe perpendiculaire au chargement des plaques des matériaux polyester/mats et polyester/tissus pour les deux orientations $[0^\circ/90^\circ]$ et $[\pm 45]$. On remarque que le facteur de concentration des contraintes décroît le long de l'axe de chargement et atteint la valeur de un. Les résultats obtenus par les formules analytiques et les résultats numériques et expérimentaux par la technique de corrélation des images numériques (**DIC**) sont très proche.

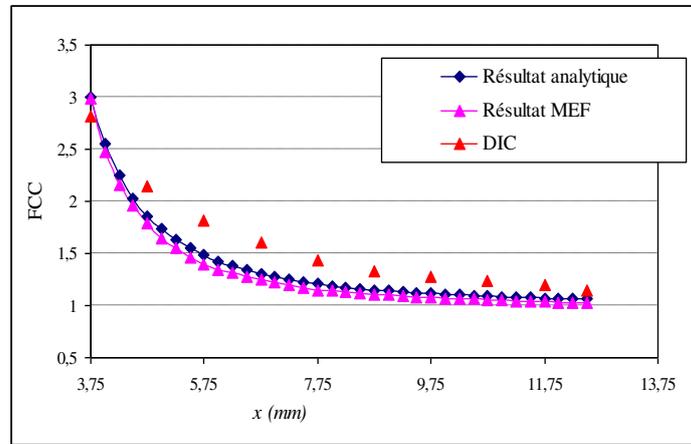


Figure 5.20: Variation de FCC pour le matériau polyester/mats.

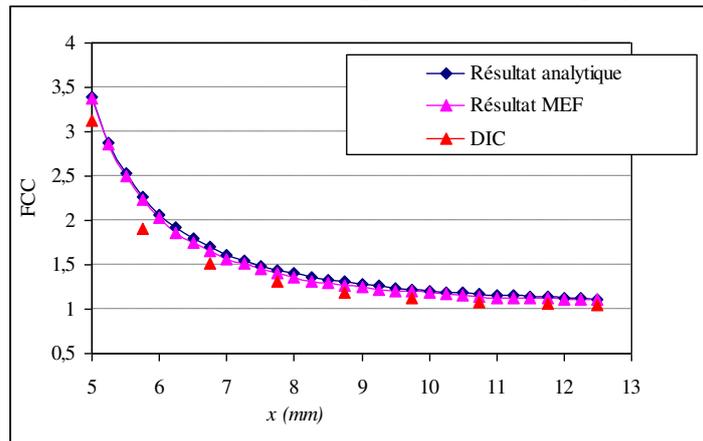


Figure 5.21 : Variation de FCC pour le matériau polyester/tissu d'orientation de $[0^\circ/90^\circ]_{5s}$.

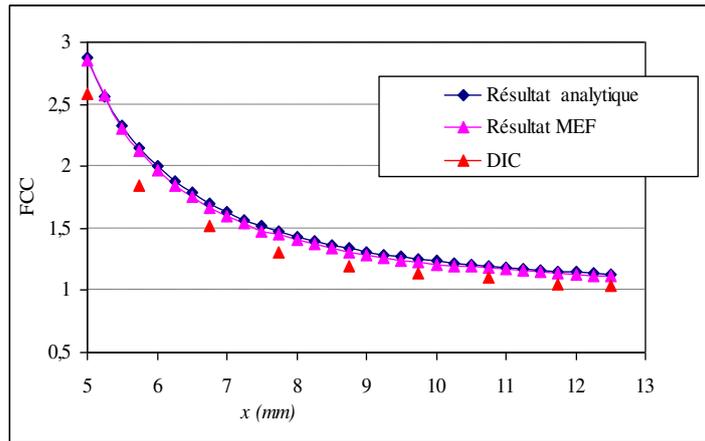


Figure 5.22: Variation de FCC pour le matériau polyester/tissu d'orientation de $[\pm 45]_{5s}$.

Le facteur de concentration des contraintes pour le matériau polyester/mats est proche de la valeur trois qui correspond à la valeur du FCC des matériaux isotropes. L'étude montre aussi que les valeurs maximales du facteur de concentration des contraintes, dans le cas de la traction, se trouvent dans l'emplacement d'angle 90° . Cette remarque confirme les résultats analytiques et les résultats de la méthode des éléments finis (ANSYS).

V.5.3.3 Effet de la taille du trou sur le facteur de concentration des contraintes.

Les figures 5.23, 5.24, et 5.25 représentent l'évolution du facteur de concentration des contraintes en fonction de la variation du diamètre du trou pour les matériaux polyester/mats et polyester/tissus pour les deux orientations $[0^\circ/90^\circ]_{5s}$ et $[\pm 45]_{5s}$. On remarque que la valeur du facteur de concentration des contraintes augmente en fonction de l'augmentation du rapport du diamètre du trou par rapport à la largeur de la plaque (D/W). Les résultats obtenus par les formules analytiques et les résultats numériques et expérimentaux par DIC sont presque identiques.

La concordance entre les résultats obtenus par les formules analytiques, les résultats numériques (MEF) et expérimentaux par la technique de corrélation des images numériques (DIC) est satisfaisante.

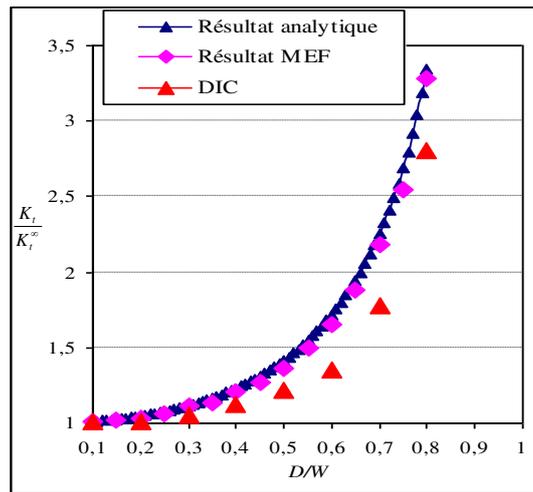


Figure 5.23 : Evolution de facteur du concentration des contraintes pour le matériau polyester/mats.

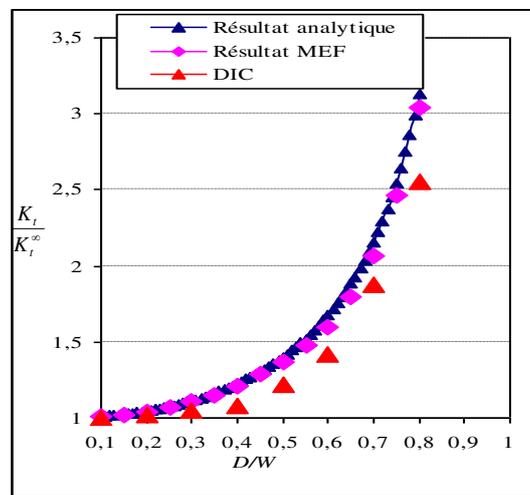


Figure 5.24: Evolution de facteur du concentration des contraintes pour matériau polyester/tissu d'orientation $[0-90]_{5s}$.

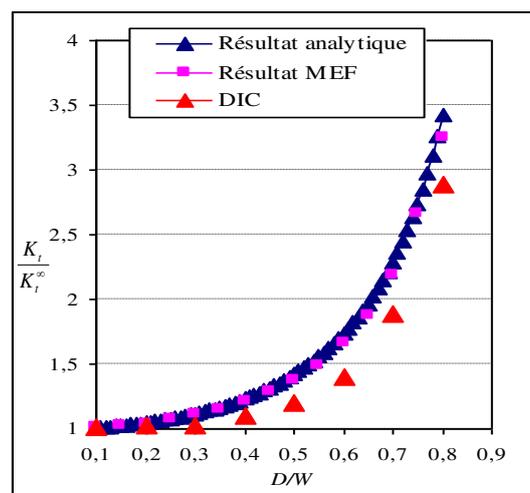


Figure 5.25 : Evolution de facteur du concentration des contraintes pour le matériau polyester/tissu d'orientation $[\pm 45]_{5s}$.

V.6 Etude du comportement des plaques composites munies d'un trou elliptique.

Dans cette analyse expérimentale nous allons présenter l'influence de la présence des trous sous formes elliptiques sur le comportement mécanique des plaques en matériaux composites. Il s'agit de déterminer la distribution des déformations et les contraintes autour et loin du trou elliptique à l'aide de la technique de corrélation des images numériques [53]. Une étude paramétrique est effectuée pour la détermination de l'influence du rapport elliptique (a/b) pour les deux directions de sollicitation de la traction, perpendiculaires et parallèles par rapport au grand axe elliptique a sur le comportement mécanique des éprouvettes (figure 4.2), Deux types de matériaux sont considérés dans cette étude le polyester/mats et le polyester/tissu.



Figure 5.26 : Essai de traction sur les éprouvettes en matériau composite munies d'un trou elliptique.

V.6.1. Effet du rapport elliptique (a/b) sur la contrainte à la rupture des matériaux étudiés.

Cette analyse a pour but de montrer l'influence de la variation de la taille du trou exprimée par le rapport elliptique (a/b) sur la contrainte à la rupture des plaques trouées en matériaux composites. On procède à au essai de traction sur les deux types de matériaux préparés avec des différents rapports elliptiques (a/b) suivant les deux directions de sollicitation de traction parallèles, et perpendiculaires au grand axe de l'ellipse a . Les résultats expérimentaux sont présentés dans les graphes des figures 5.27 à 5.32.

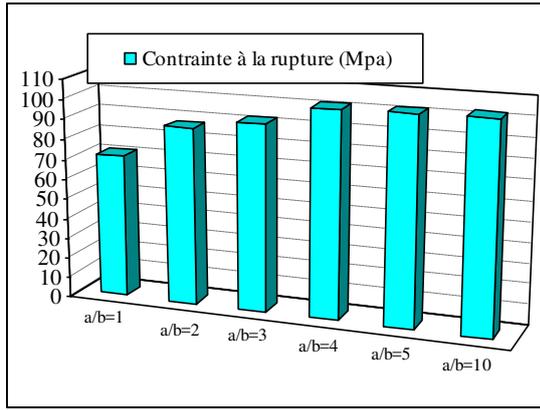


Figure 5.27 : Variation de la contrainte à la rupture en fonction du rapport elliptique (a/b) pour le matériau polyester/ mats avec sollicitation parallèle au grand axe de l'ellipse ($\beta = 0^\circ$).

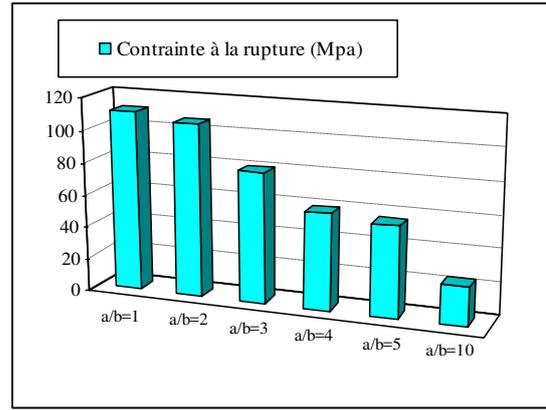


Figure 5.28: Variation de la contrainte à la rupture en fonction du rapport elliptique (a/b) pour le matériau polyester/ mats avec sollicitation perpendiculaire au grand axe de l'ellipse ($\beta = \pi/2$).

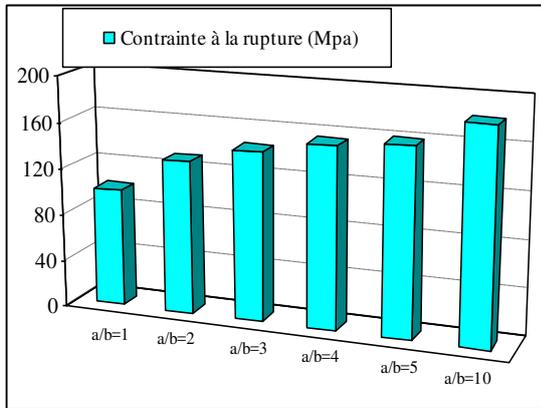


Figure 5.29 : Variation de la contrainte à la rupture en fonction du rapport elliptique (a/b) pour le matériau polyester /tissu d'orientations $[0/90]_{5s}$, avec sollicitation parallèle au grand axe de l'ellipse ($\beta = 0^\circ$).

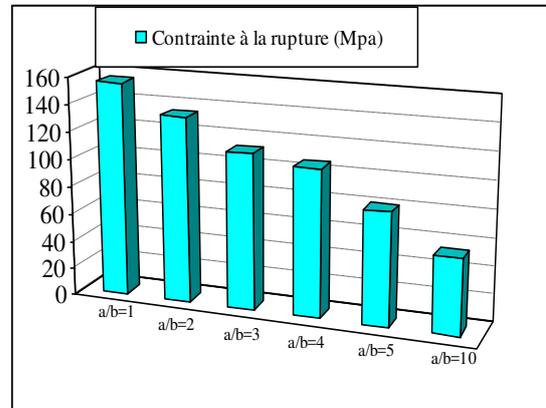


Figure 5.30: Variation de la contrainte à la rupture en fonction du rapport elliptique (a/b) pour le matériau polyester / tissu d'orientations $[0/90]_{5s}$, avec sollicitation perpendiculaire au grand axe de l'ellipse ($\beta = \pi/2$).

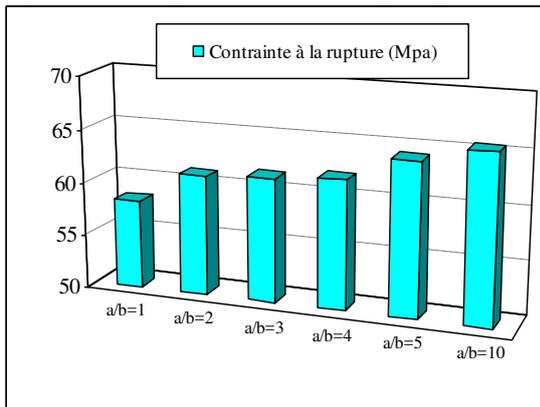


Figure 5.31 : Variation de la contrainte à la rupture en fonction du rapport elliptique (a/b) pour le matériau polyester/ tissu d'orientations $[\pm 45]_{5s}$, avec sollicitation parallèle au grand axe de l'ellipse ($\beta = 0^\circ$).

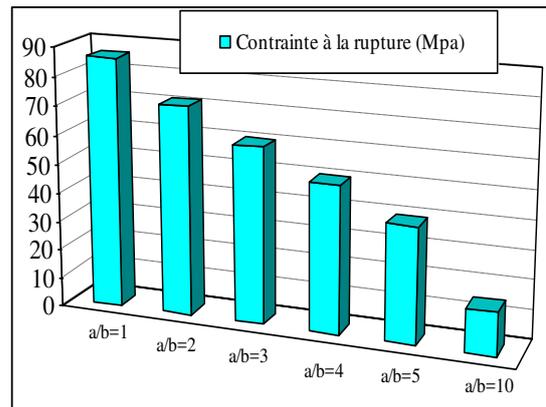


Figure 5.32: Variation de la contrainte à la rupture en fonction du rapport elliptique (a/b) pour le matériau polyester/ tissu d'orientations $[\pm 45]_{5s}$, avec sollicitation perpendiculaire au grand axe de l'ellipse ($\beta = \pi/2$).

Les courbes des figures 5.27 à 5.32 montrent que pour tous les cas étudiés de la direction de la sollicitation de traction parallèle au grand axe de l'ellipse ($\beta = 0^\circ$) l'augmentation du rapport elliptique (a/b) fait augmenter la contrainte à la rupture du matériau. En contrairement dans le cas de la sollicitation de traction perpendiculaire au grand axe de l'ellipse ($\beta = \pi/2$), la contrainte à la rupture diminue quand le rapport d'elliptique (a/b) augmente.

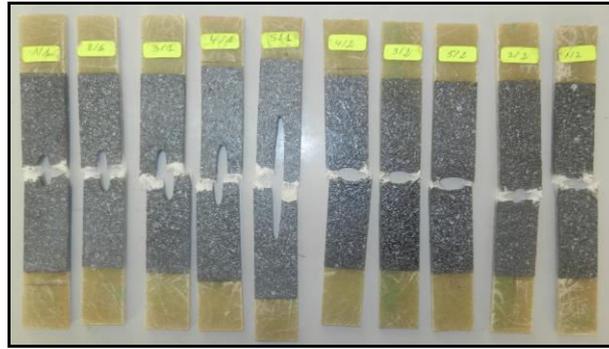


Figure 5.33 : Rupture des éprouvettes munies de trous elliptique de différentes tailles pour le matériau polyester/mats.

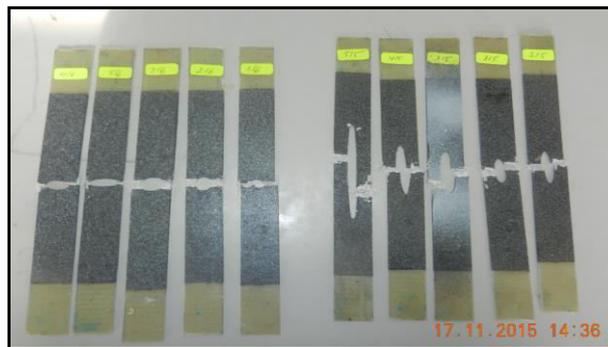


Figure 5.34: Rupture des éprouvettes munies de trous elliptique de différentes tailles pour le matériau polyester/tissu d'orientation de $[0/90^\circ]$.

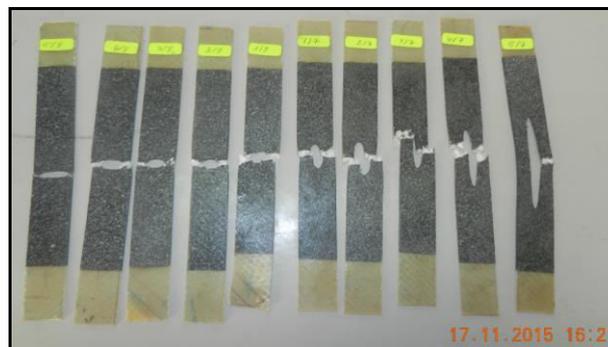


Figure 5.35: Rupture des éprouvettes munies de trous elliptique de différentes tailles pour le matériau polyester/tissu d'orientation de $[\pm 45^\circ]$.

V.6.2 Mesure du champ des déplacements et les déformations dans les plaques composites munies de trous elliptiques.

De la même façon pour le trou circulaire, on va déterminer les déplacements et les déformations, par l'analyse des images effectuées sur des éprouvettes munies de trous elliptiques centrés avec des différents rapports elliptiques (a/b), pour les deux directions de traction perpendiculaire et parallèle par rapport au grand axe elliptique a . Les résultats de traitement des images obtenues est présentés dans les figures 5.36 à 5.41.

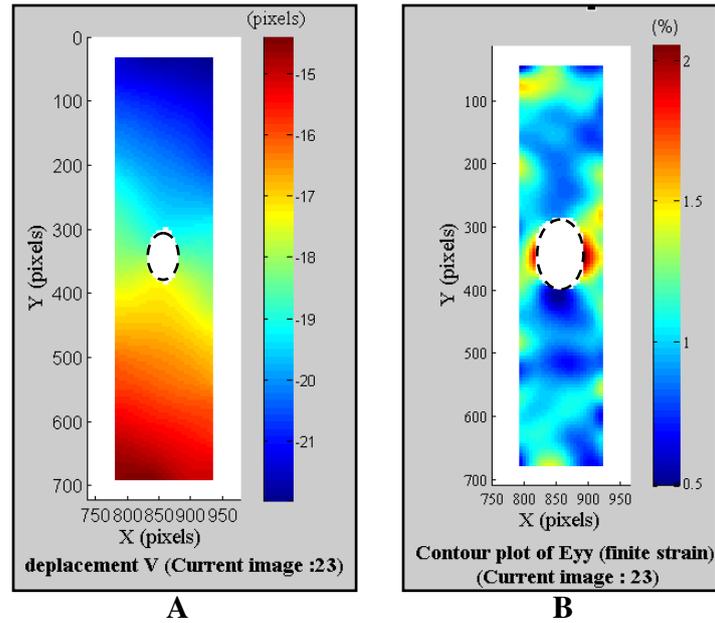


Figure 5.36 : Déplacements V (y) (A) et les déformations verticales e_{yy} pour le matériau polyester /mats dans le cas d'une sollicitation de traction parallèle au grand axe de l'ellipse ($\beta = 0^\circ$).

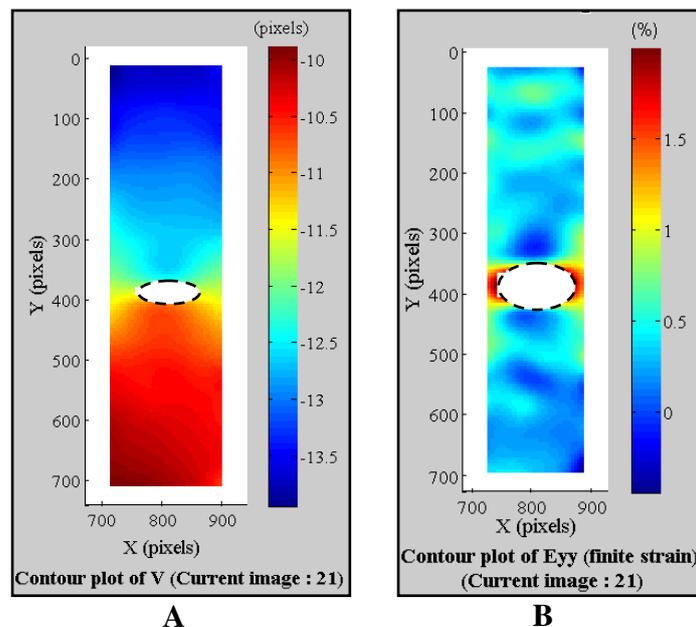


Figure 5.37: Déplacements V (y) (A) et les déformations verticales e_{yy} pour le matériau polyester /mats dans le cas d'une sollicitation de traction perpendiculaire au grand axe de l'ellipse ($\beta = \pi/2$).

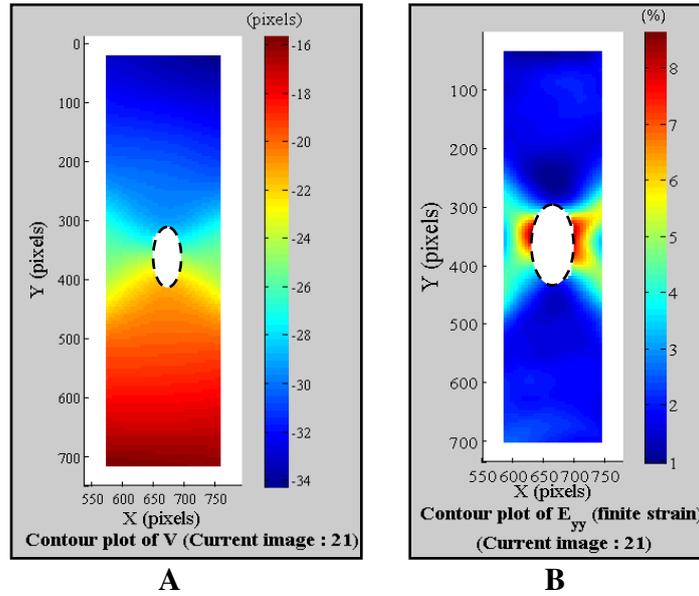


Figure 5.38 : Déplacements verticale $V(y)$ et les déformations verticales e_{yy} pour le matériau polyester /tissu d'orientation de $[0/90^\circ]$, dans le cas d'une sollicitation de traction perpendiculaire au grand axe de l'ellipse ($\beta = \pi/2$).

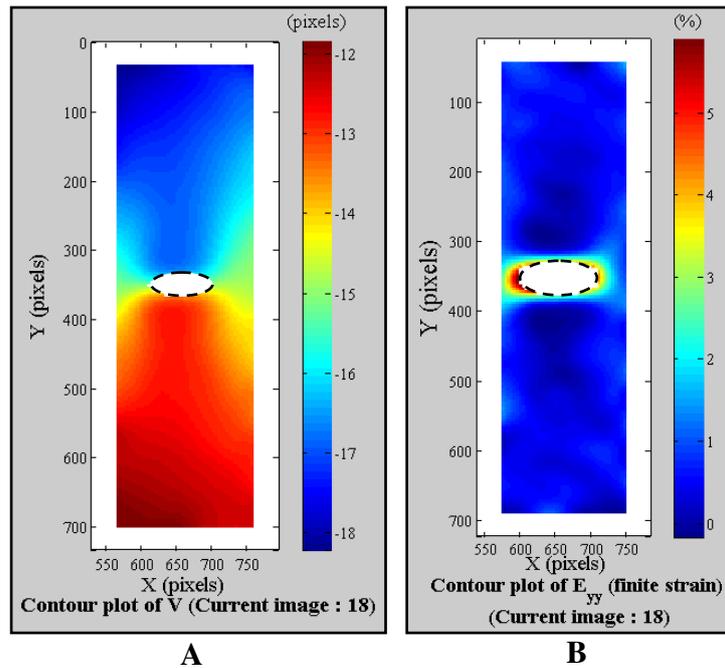


Figure 5.39 : Déplacements verticale $V(y)$ (A) et les déformations verticales e_{yy} pour le matériau polyester /tissu d'orientation de $[0/90^\circ]$, dans le cas d'une sollicitation de traction parallèle au grand axe de l'ellipse ($\beta = 0^\circ$).

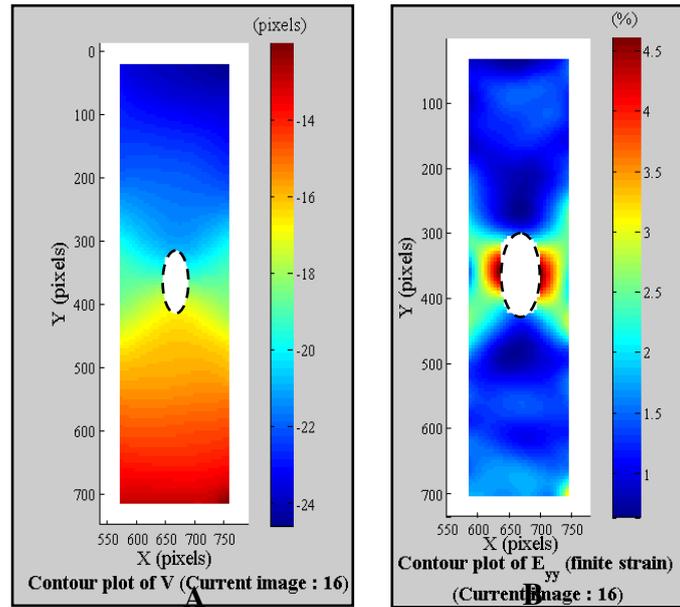


Figure 5.40 : Déplacements verticale $V(y)$ (A) et les déformations verticales e_{yy} pour le matériau polyester /tissu d'orientation de $[\pm 45^\circ]$, dans le cas d'une sollicitation de traction parallèle au grand axe de l'ellipse ($\beta = 0^\circ$).

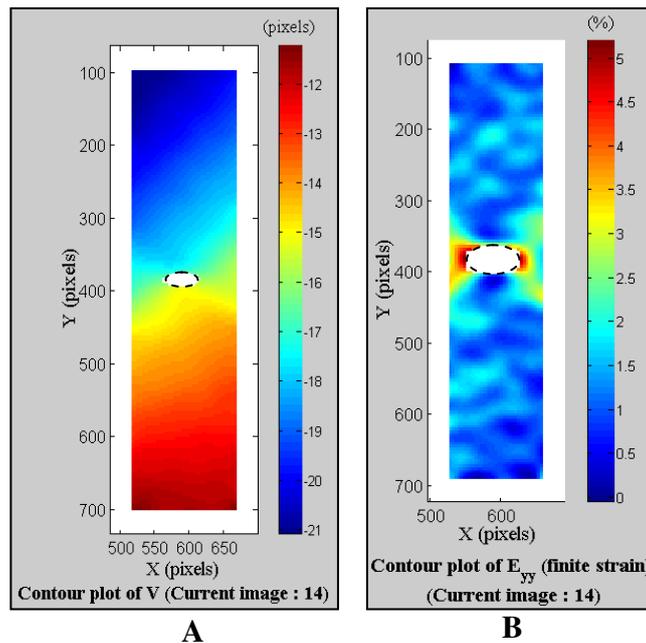


Figure 5.41 : Déplacements verticale $V(y)$ (A) et les déformations verticales e_{yy} pour le matériau polyester /tissu d'orientation de $[\pm 45^\circ]$, dans le cas d'une sollicitation de traction perpendiculaire au grand axe de l'ellipse ($\beta = \pi/2$).

Les résultats expérimentaux du facteur de concentration des contraintes sont calculés à partir de la mesure du champ de déformation (e_{11} , e_{22}) au bord du trou en utilisant l'expression (5.5) [61]. La comparaison des ces résultats avec ceux obtenus par la théorie de Savin [37] et par la méthode des éléments finis sont présentés sur les figures de 5.42 à 5.47.

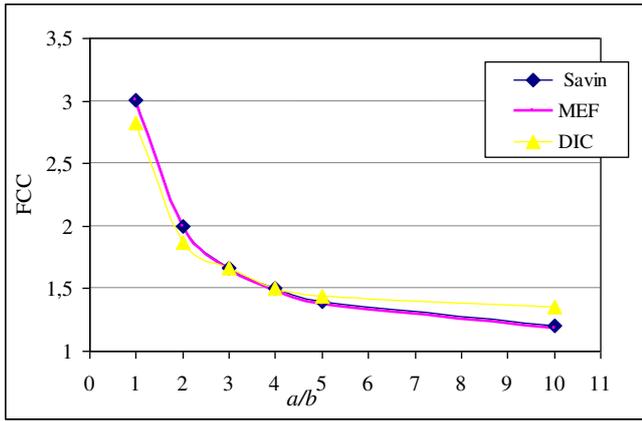


Figure 5.42: Variation de FCC en fonction du rapport elliptique (a/b), dans le cas d'une sollicitation de traction parallèle au grand axe de l'ellipse ($\beta = 0^\circ$), pour le matériau polyester /mats.

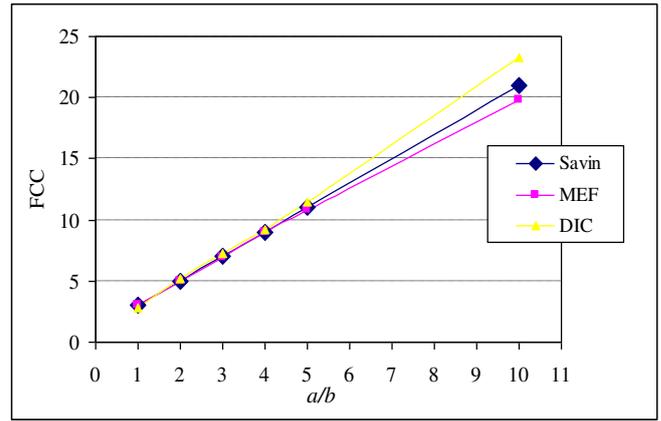


Figure 5.43 : Variation de FCC en fonction du rapport elliptique (a/b), dans le cas d'une sollicitation de traction perpendiculaire au grand axe de l'ellipse ($\beta = \pi/2$), pour le matériau polyester /mats.

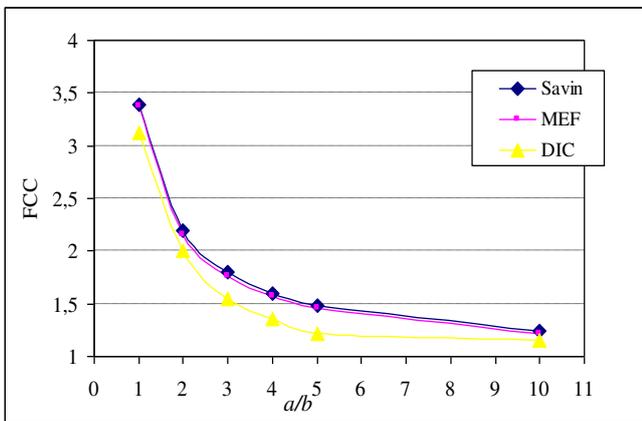


Figure 5.44: Variation de FCC en fonction du rapport elliptique (a/b), dans le cas d'une sollicitation de traction parallèle au grand axe de l'ellipse ($\beta = 0^\circ$). Pour le matériau polyester / tissu d'orientation de $[0/90]$.

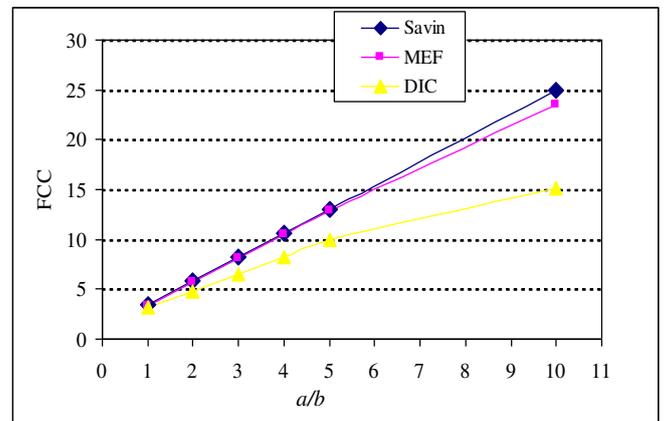


Figure 5.45: Variation de FCC en fonction du rapport elliptique (a/b), dans le cas d'une sollicitation de traction perpendiculaire au grand axe de l'ellipse ($\beta = \pi/2$). Pour le matériau polyester / tissu d'orientation de $[0/90]$.

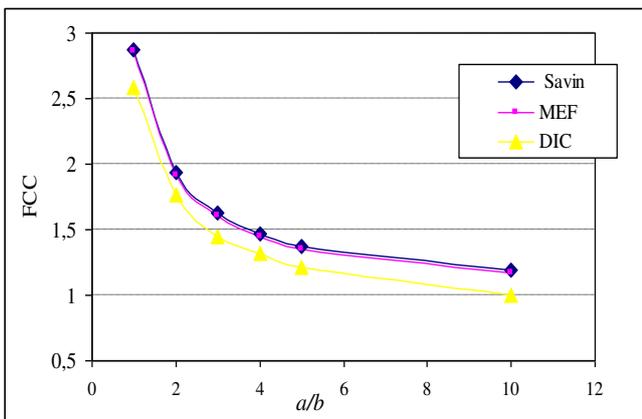


Figure 5.46: Variation de FCC en fonction du rapport elliptique (a/b), dans le cas d'une sollicitation de traction parallèle au grand axe de l'ellipse ($\beta = 0^\circ$), Pour le matériau polyester / tissu d'orientation de $[\pm 45]$.

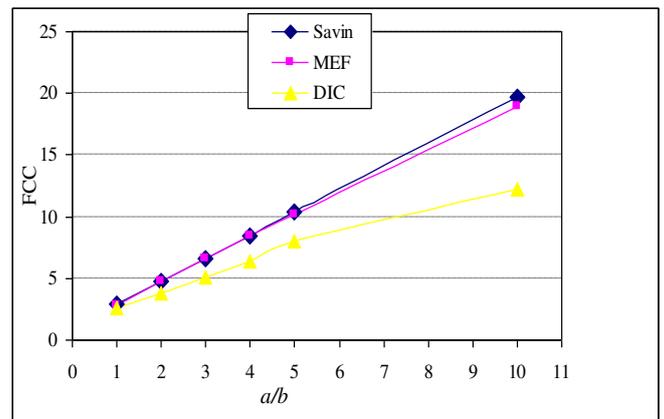


Figure 5.47 : Variation de FCC en fonction du rapport elliptique (a/b), dans le cas d'une sollicitation de traction perpendiculaire au grand axe de l'ellipse ($\beta = \pi/2$), Pour le matériau polyester / tissu d'orientation de $[\pm 45]$.

Les courbes des figures 5.42 à 5.47 représentent la variation de la valeur maximale du facteur de concentration des contraintes au bord du trou, pour tous les types des matériaux étudiés. On remarque que dans le cas d'une sollicitation de traction parallèle au grand axe de l'ellipse ($\beta=0^\circ$) lorsqu'on augmente le rapport elliptique (a/b) le facteur de concentration des contraintes diminue. Tandis que pour le cas d'une sollicitation de traction perpendiculaire au grand axe de l'ellipse ($\beta = \pi/2$) quand le rapport elliptique (a/b) augmente le facteur de concentration des contraintes augmente aussi.

Conclusion Générale et perspectives.

L'étude menée dans le cadre de cette thèse avait comme principal objectif l'analyse de l'influence de la présence des singularités géométriques telles que les trous de formes circulaires et elliptiques sur le comportement mécanique des structures composites. L'étude consistait à la détermination des valeurs et des emplacements du facteur de concentration des contraintes (FCC) qui est considérées comme un inducteur de l'augmentation locale de la contrainte due à la présence du trou circulaire et elliptique. En effet, présence des singularités géométriques dans les structures composites peut conduire à un phénomène dangereux appelé phénomène de la concentration des contraintes, qui provoque un affaiblissement de la structure et influe négativement sur sa sécurité et peut conduire à son endommagement.

Dans un premier temps, une étude bibliographique a été menée sur les types et les différents procédés de mise en œuvre des matériaux composites, et les domaines de leur application technique et domestique. Ensuite quelques techniques de perçage des matériaux

composites ont été présentées. Cette recherche bibliographique comporte aussi une étude théorique du comportement élastique des matériaux composites, où on présente les caractéristiques mécaniques du pli unidirectionnel et celles d'un composite selon la théorie de stratification. Cette étude est achevée par la présentation détaillée de deux approches analytiques destinée à l'analyse du comportement mécanique des plaques composites munies d'un trou circulaire et elliptique qui sont l'approche de Lekhniskii celle de Green-Zerna.

L'introduction de l'étude analytique et numérique a porté sur l'influence de la présence des trous de forme circulaire et elliptique sur le comportement mécanique des plaques isotropes. Il s'agit d'appliquer à la frontière de la plaque différents types d'efforts de sollicitation (traction-compressions-cisaillement), puis analyser la distribution des contraintes autour et loin du trou. Cette analyse a permis d'entamer une étude paramétrique du facteur de concentration des contraintes dans ces plaques isotropes.

Les effets suivants sont pris en compte par cette étude paramétrique :

- L'effet de la taille des trous circulaire et elliptique.
- L'effet de chargement bi-axial.
- L'effet de l'orientation de la sollicitation de traction par rapport à la direction du grand axe elliptique.

L'analyse de la variation du facteur de concentration des contraintes au bord et loin du trou de forme circulaire et elliptique dans les plaques composites a porté sur trois type de matériaux a savoir, verre/époxyde [1], Graphite/époxyde [46], Bore/époxyde [47]. Cet analyse a pour but de montrer l'effet de ces trous sur la variation du facteur de concentration des contraintes.

Les paramètres suivants sont pris en compte dans cette étude :

- L'effet de l'orientation des fibres θ .
- L'effet de la taille des trous circulaires et elliptiques.
- L'effet du rapport d'anisotropie (E_1/E_2).
- L'effet du chargement bi-axial.
- L'effet de l'orientation de la sollicitation de traction par rapport à la direction du grand axe elliptique.

A partir de l'étude analytique et numérique, nous avons obtenu les résultats suivants :

Pour les plaques orthotropes munies d'un trou circulaire :

- L'étude a montre que la valeur du facteur de concentration des contraintes peut être différente de celle enregistrée pour les plaques isotropes qui vaut 3.
- Les deux théories de Lekhnitskii et de Green-Zarna ont été utilisées pour déterminer la distribution du facteur de concentration des contraintes au bord du trou circulaire pour les plaques orthotrope. La méthode analytique de la théorie de Lekhnitskii a été ensuite adoptée car les résultats pour toutes les orientations des fibres sont pratiquement proches à ceux obtenus par la méthode des éléments finis (ANSYS). Tandis que les résultats obtenus par la méthode de Green-Zarna ne sont proches de ceux obtenus par la méthode des éléments finis (ANSYS) que pour les orientations des fibres dont l'angle est égal à $\theta = 0^\circ$ et $\theta = 90^\circ$.
- L'effet de l'orientation des fibres sur la valeur du facteur de concentration des contraintes est bien montré. Il atteint la valeur maximale lorsque l'orientation des fibres est parallèle à la direction de la traction pour ($\theta = 0^\circ$), tandis qu'il devient minimal pour l'orientation des fibres perpendiculaires à la direction de traction pour ($\theta = 90^\circ$). Dans le cas de la sollicitation de compression les valeurs maximales du facteur de concentration des contraintes se trouvent dans l'emplacement de la position de l'angle α compris entre 0° et 180° .

- La variation du diamètre du trou à une influence sur la valeur du facteur de concentration des contraintes dans l'intervalle du rapport du diamètre du trou par rapport à la largeur de la plaque D/W compris entre 0,6 et 0,9. L'étude montre que, lorsqu'on augmente le diamètre du trou le facteur de concentration des contraintes augmente. Cette augmentation est importante pour l'orientation des fibres dont l'angle est égale à 90° par rapport aux autres orientations des fibres dont l'angle est égale à 0° et 45° .

- L'analyse montre que pour supposé que la plaque composites trouées est infini de dimension par a rapport au diamètre de trou le rapport de diamètre de trou sur la largeur de la plaque (D/W) est inferieur à la valeur 0,5.

- L'analyse montre aussi que lorsqu'on augmente le rapport de chargement bi-axial ($\lambda = q/p$) le facteur de concentration des contraintes diminue. Cette diminution est plus importante pour l'orientation des fibres dont l'angle est égale à 0° par rapport aux cas d'orientation des fibres dont l'angle est égale à 45° et 90° . L'étude montre aussi que l'augmentation du rapport d'anisotropie E_1/E_2 fait accroître le facteur de concentration des contraintes pour l'orientation des fibres dont l'angle est égale à 0° , et décroît pour l'orientation des fibres dont l'angle est égal à 90° .

- Les valeurs maximales du facteur de concentration des contraintes sont localisées dans l'emplacement de $\alpha = 90^\circ$, et les valeurs minimales dans l'emplacement de $\alpha = 0^\circ$ et $\alpha = 180^\circ$ au bord du trou.

- L'étude montre que pour des plaques orthotropes trouées soumise à la traction ou à la compression uni-axiale, l'emplacement des valeurs maximales et minimales du facteur de concentration des contraintes ne dépend pas de l'angle d'orientation des fibres.

L'analyse analytique et numérique des plaques orthotropes munies d'un trou elliptique nous a permis de dresser les remarques suivantes :

- Pour le cas d'une sollicitation perpendiculaire au grand axe de l'ellipse ($\beta = \pi/2$), lorsque le rapport elliptique (a/b) augmente le facteur de concentration du contrainte augmente aussi. Tandis que pour le cas d'une sollicitation parallèle au grand axe de l'ellipse ($\beta = 0^\circ$), lorsque le rapport d'elliptique (a/b) augmente le facteur de concentration de contraint décroît.

- La valeur maximale du facteur de concentration des contraintes est localisée dans la plaque dont l'orientation des fibres est de 0° et la valeur minimale se trouve dans la plaque orthotrope d'orientation 60° .

Les résultats obtenus montrent une bonne similarité entre les valeurs analytiques, numériques et ceux obtenus par la méthode des éléments finis.

Une étude expérimentale à été menée sur des plaques en matériaux composites munies de trous circulaire et elliptique. Les plaques en polyester/verre tissu et polyester/verre mats ont été préparés par le procédé de moulage par contact.

Les essais de caractérisation mécanique des éprouvettes composites ont été réalisés par traction suivant les normes ASTM D3039. Les éprouvettes trouées sont de formes rectangulaires et percées au centre par des forêts classiques en respectant les conditions de coupes relatives aux matériaux composites.

Durant l'opération de perçage les problèmes suivants ont été rencontrés:

- ✓ L'arrachement les fibres.
- ✓ L'excentricité du trajectoire du forêt.
- ✓ Dégradation thermique de la résine par l'usure de l'outil.
- ✓ Délaminage situé en sortie de trou.

Des essais mécaniques sur les éprouvettes composites trouées ont été effectués à fin de déterminer leurs comportements élastiques affectés par la présence du trou. Les déplacements ont été mesurés à l'aide de la technique de corrélation des images numériques traités par un programme de MATLAB.

A partir de cette étude, nous avons obtenu les résultats suivants :

Pour le trou circulaire dans le matériau polyester/mats on a remarqué que lorsqu'on augmente le rapport du diamètre du trou par rapport à la largeur de la plaque (D/W) la distance caractéristique d_0 (mm) de critère de rupture augmente aussi. Et pour le matériau polyester/tissu on a remarqué que lorsqu'on augmente le rapport du diamètre du trou par rapport à la largeur de la plaque (D/W) la distance caractéristique d_0 (mm) augmente mais à partir du rapport de (D/W) égale 0,6, la valeur de la distance caractéristique d_0 (mm) décroît. Les valeurs du facteur de concentration des contraintes augmente en fonction de l'augmentation du rapport du diamètre du trou par rapport à la largeur de la plaque (D/W).

Pour le trou elliptique on a remarqué que dans le cas d'une sollicitation de traction parallèle au grand axe de l'ellipse ($\beta=0^\circ$) lorsque on augmente le rapport elliptique (a/b) le facteur de concentration des contraintes est diminuée. Tandis que pour le cas d'une sollicitation de traction perpendiculaire au grand axe de l'ellipse ($\beta = \pi/2$) lorsque on augmente le rapport elliptique (a/b) le facteur de concentration des contraintes augmente aussi. Les résultats

obtenus par les formules analytiques et les résultats numériques et expérimentaux s'accordent d'une manière satisfaisante.

Les travaux de recherche entamés dans le cadre d'une thèse de doctorat ne peut pas cerner les multiples phénomènes relatifs à la présence des trous dans les plaques en matériaux composites, ainsi nous pouvons proposer pour la continuation de cette étude les perspectives suivantes:

- Faire une étude du comportement des plaques composites avec plusieurs trous circulaires et elliptiques.
- Faire une étude du comportement des plaques composites munies d'autres formes de singularité géométrique telles que : carrée, triangulaire, rectangulaire...etc.
- Utilisation d'autres techniques d'analyse expérimentale comme la technique de corrélation des images numériques 3D et la photo élasticité.
- Etudier l'effet de la température sur le comportement des plaques trouées en matériaux composites.
- Etudier le comportement des plaques bio-composites munies de singularités géométriques.

Références Bibliographiques

- [1] Berthelot J-M., “Matériaux composites”, Editions Eyrolles, 2010.
- [2] Laurent Gornet., “Généralité sur les matériaux composites”, ECN, Centre Nantes, 2011.
- [3] Jean-Claude RIGAL., André NEGRIER, “Présentation des matériaux composites”, plastiques et composites, Technique de l’ingénieur, 1991.
- [4] Bruno CASTANIE., et al, “Structure en matériaux composites stratifiés”, Institut Clément Ader, Technique de l’ingénieur, 2013.
- [5] Laarej Merad, “Etude par spectroscopie raman et modélisation d’une résine composite RTM ”, Thèse de doctorat, Université Abou Bakr BELKAID de Tlemcen, 2010.
- [6] Samir GHORAB., “Comportement viscoélastiques des matériaux orthotropes”, Mémoire de magister, département de génie mécanique, Université Mentouri Constantine., 2005.
- [7] “Glossaire Matériaux Composites”, CARMA –Actualisation octobre 2006.
- [8] Patrice HAMELIN, “Renforcement des ouvrages d’art par matériaux composites”, plastiques et composites, Technique de l’ingénieur, 2002.
- [9] Philippe COGNARD, “Application des matériaux composites anticorrosion dans L’industrie”, résistance à la corrosion et au vieillissement, Technique de l’ingénieur, 2005.
- [10] Nicola PICCIRELLI., Alain GIOCOSA, “Les composites dans l’industrie automobile”, Transport et technologie, Technique de l’ingénieur, 2011.
- [11] Philippe COGNARD, “Collage des composites : constructions aérospatiale, Automobile et ferroviaire”, Technologie avancées et système de transport, Paris, 2004.
- [12] Brahim ATTAF, “Eco-conception et développement des pales d’éoliennes en Matériaux composites”, Revue des Energies Renouvelables Bou Ismail Tipaza, 2010.
- [13] P. GUEGAN., F. LE MAITRE., J.C. HAMANN, “Contribution a l’usinage des matériaux composites”, La construction navale en composites , Ecole centrale, Paris, décembre 1992.
- [14] Driss Bendjabllah., “Analyse des plaques composites Carbone/Epoxyde sous l’effet des efforts de perçage”, Mémoire de Magistère, Université Mentouri Constantine, 2009.
- [15] Daniel Iliescu., “Approches expérimentale et numérique de l’usinage a sec des composites carbone/époxy”, Thèse de doctorat, l’École Nationale Supérieure d’Arts et Métiers, Paris, France, 2008.
- [16] Pierre RAHME., “Contribution à l’Etude de l’Effet des Procédés de Perçage Alésage sur l’Apparition du Délaminage dans les Structures Composites Epaissees”, Thèse de doctorats, Université Toulouse III – Paul Sabatier, France, 2008.

-
- [17] Alain Dessarthe, “Usinage des composites a matrice polymère”, Usinage des matériaux non métalliques, Technique de l’ingénieur, 1999.
- [18] Alain Dessarthe, “Usinage des composites” procède spécifiques aux composites, Technique de l’ingénieur ,1997.
- [19] M. John Le Dref, “Contribution a la Modélisation du perçage assisté par vibration et a l’étude de son impact sur la qualité d’alésage. Application aux empilages multi-matériaux ”. Thèse de doctorats, Université de Toulouse. France, 2014.
- [20] Doucement technique “Condition de coupe pour l’usage des matériaux composites” Technologie, 2012.
- [21] Daniel Gay., “Matériaux composites”, Hermes, 4ème édition, 1997.
- [22] S. Drapier, “Mécanique des Composites Hautes Performances”, Centre Science des Matériaux et des Structures & LCG UMR CNRS 5146, Version 2, 2013.
- [23] P. Vannucci, “Matériaux composites structuraux méthodes d’analyse et de conception”, Master DSME, Université de Versailles et Saint-Quentin-en-Yvelines. Ed. EDP, Science, France, 2007.
- [24] J. Molimard., “Mécanique des Matériaux composites”, EMSE, Version 2, 2004.
- [25] C. Berdin., “ Elasticité linéaire anisotrope matériaux composites ”, Ed. EDP, Science, 2004-2005.
- [26] KOLLAR, L. P., SPRINGER, G. “Mechanics of Composite Structures”, Cambridge University Press. 2003.
- [27] Samuel Forest., Michel Amestoy et al, “Mécanique des milieux continus”, Ecole des mines, Paris, 2009-2010.
- [28] Laurent BAILLET “Concentration de contraintes autour d’un trou circulaire Fonction d’Airy” Elasticité /UFR Mécanique / UJF Grenoble.
- [29] Walter D. Pilkey., Deborah F. Pilkey “Stress Concentration factors”,3eme édition TA417.6.P43, 2007.
- [30] Chevalier L., Eddhahak A., Maalej Y., “Concentration de contraintes : différentes Techniques de mesures”. (Première partie), Revue *Technologie*, n°133, 2004.
- [31] Laroze S., Barran J.J. (1983), Mécanique des structures. Tome 4 : “Calcul des structures en matériaux composites”. Eyroues, Masson.
- [32] Tan S.C., “Finite-width correction factors for anisotropic plate containing a central opening”. *Journal of Composite Materials*, vol. 22, p. 1080-1097, 1988.
- [33] Lekhnitskii, S. G., “Anisotropic Plates”, Translated from the 2nd Russian edition bay .S.W. Tsai and T. Cheron, Gordon, Breach Science Publishers Inc .N4, 1968.

-
- [34] A. E. Green and W. Zerna, "Theoretical Elasticity", London, U. K: Clarendon Press, 1954.
- [35] H. Murat Arslan, "Effect of anisotropy on laminated composite plates containing circular holes", *Indian Journal of Engineering & Materials Sciences*, Vol. 12, pp. 207-213, June 2005.
- [36] H. Murat Arslan, "Stress concentration in fibre reinforced composite plates containing circular holes subjected to shear stress", *Kuwait j.Sci.Eng.*34 (1B) pp.1-18, 2007.
- [37] Savin, G.N, "Stress distribution around Holes", NASA Technical translation, NASA TT F-607, 1961.
- [38] Whitney, J.M. and Nuismer, R.J., "Stress fracture criteria for laminated composites containing stress concentrations", *Journal of Composite Materials*, pp 253-265, 1974.
- [39] William L. Ko, "Stress concentration around a small circular hole in the HIMAT Composites plate", NASA Technical Memorandum 86038, 1985.
- [40] W. J. Hwang, Y. T. Park, W. Hwang "Strength of fibre reinforced meal laminates with a circular Hole", *Metals and Materials International*, Vol. 11, No. 3 , pp. 197-204, 2005.
- [41] Soutis C., Filiou., "Stress distributions around holes in composite laminates subjected to biaxial loading", *Applied composites Materials*, 5:365–378, 1998.
- [42] Nuismer, R.J., and Whitney, J.M. "Uniaxial failure of composite laminates containing stress concentrations". *Fracture Mechanics of composites*, ASTM ATP 593, pp 117-142, 1975.
- [43] Sharma, D.S, "Stress Concentration around circular/elliptical/triangular cutouts in infinite composite plate", In: *Proceedings of the world Congress on Engineering*. London, 2011.
- [44] Kaltakci, M.Y, "Stress concentrations and failure criteria in anisotropic plates with circular holes subjected to tension or compression". *Computers & structures*, 61 (1): p. 67-78, 1996.
- [45] ANSYS Help System. "Analysis guide and theory", Reference, version 12.1. 2014.
- [46] Yao Weixing., Yu Xinlu, "Stress concentration factor for an orthotropic finite-width plate containing elliptical edge notches", *Composites Science and Technology*, 41 (1991) 47-53.
- [47] V.G. Ukadgaonker, D.K.N. Rao, "A general solution for stresses around holes in symmetric laminates under inplane loading", *Composite Structures* 49, 339-354, 2000.
- [48] N. Belloul., "Procédé de fabrication de structure en composites en composites verre/polyester", Thèse de magister en polymères et composites de l'université de Boumerdes, 2007.
- [49] ASTM. D3039-00, "Standard test method for tensile properties of polymer matrix composite materials", 15-3, 2000.

-
- [50] Lévesque Martin, “L’essai de traction des matériaux composites unidirectionnels à fibres continues”, Thèse de doctorat, Université de Montréal, 2000.
- [51] Doucement technique de instron, www.INSTRON 5969.com.
- [52] Walid Tria, Bachir cheboubi, “ Etude de l’influence d’un trou dans les plaques en matériaux composites ”, Mémoire de fin d’étude, université de Mohamed khider de Biskra, 72 p. 2011.
- [53] E. M. C. Jones, “Documentation for Matlab-based DIC code”, Université of Illinois, USA, version 1 - 130814 EJ, 2013.
- [54] Lotfi Toubal, Moussa Karama, Bernard Lorrain “Identification des Critères de rupture d’un composite carbone-époxy en présence d’une singularité”, *Ecole Nationale d’Ingénieurs de Tarbes*. France, 2004.
- [55] Lotfi Toubal, Moussa Karama, Bernard Lorrain “Stress concentration in a circular hole in composite plate”, *Composite Structures*, 68, 31–36.2005.
- [56] B. Vieille . Aucher, L. Taleb, “over stress accommodation in notched woven-ply thermoplastic laminates at high-temperature: Numerical modeling and validation by Digital Image Correlation”, *Composites: Part B* 45 p290–302. 2013.
- [57] Rommel Cintrón. Victor Saouma, “Strain Measurements with the Digital Image Correlation System Vic-2D”, Department of Civil Environmental and Architectural Engineering University of Colorado UCB 428, 2008.
- [58] Stephen Hall “Full-field displacement/strain measurements and Digital Image Correlation – principles and methods”, Division of Solid Mechanics, Lund University, Sweden & European Spallation Source, Lund, Sweden. 2007.
- [59] Catherine Bewerse, Keith R. Gall, Gavin J. McFarland, Pingping Zhu , L. Catherine digital Brinson “Local and global strains and strain ratios in shape memory alloys using image correlation”, *Materials Science & Engineering A* 568 p134–142, 2013.
- [60] Storu Yoneyama, Go Murasawa, “Digital Image Correlation”, *Experimental mechanics*, Depatement of mechanical engineering, Aoyama Gakuim and Yamagata University, Japan,
- [61] Sourya D. Pandita, Kazuaki Nishiyabu, Ignaas Verpoest, “Strain concentrations in woven fabric composites with holes”, *Composite Structures*, 59361–368, 2003.

Annexe A

Sous MATLAB version 2012Rb à aide de l'application «Matlab_based DIC_code_version_1_130814_EJ».

Nous allons présenter l'utilisation de l'application «Matlab_based_DIC_code_Version_1_130814_EJ» à l'aide de MATLAB pour et mesurer le champ des déplacements et les déformations dans le but de déterminer le champ de contrainte dans les plaques trouées en matériau composite préparé [53].

Dans la vidéo de traction des éprouvettes trouées, nous allons prendre des images en format "tif" dans la temporisation de 5 secondes, et en prend en même temps les caractéristiques de chaque image déformée comme la (déformation-contraint) de traction dans la zone élastique du matériau à l'aide des résultats de la machine de traction enregistré.

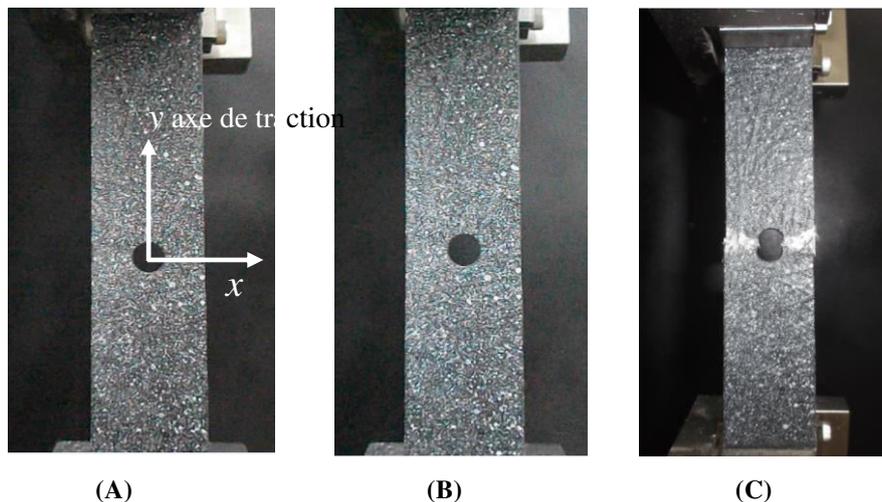


Figure A.1: Eprouvette trouée en traction type polyester/ mats.

Les figures A, B et C représentent l'état des éprouvettes trouées en traction type polyester/mats, initialement le trou a la forme circulaire (A), est allongé par l'effort de traction suivant l'axe y de traction (B), la rupture de plaque dans la zone de présence de trou suivant la direction perpendiculaire de la direction de l'axe y de traction (C).

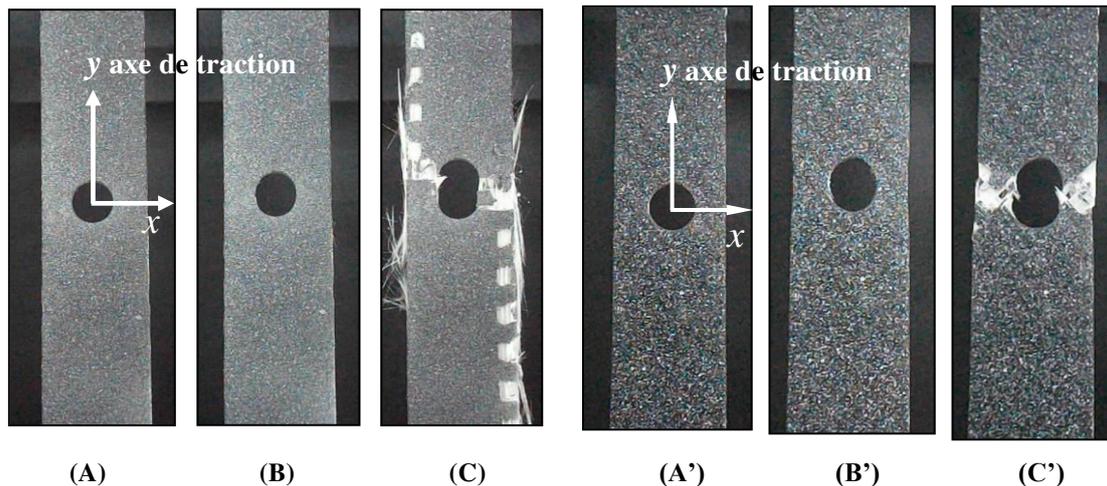


Figure A.2: Présentation de l'état des éprouvettes trouées type polyester /tissu en traction, d'orientations de $[0/90]_{5s}$ pour les figures (A) (B) et (C), et l'orientation $[\pm 45]_{5s}$ pour les figures (A') (B') et (C').

Les images A et A', B et B', C et C' représentent l'état des éprouvettes trouées en traction avec diamètre de trou de 10 mm type polyester/tissu, le trou initialement circulaire (A) et (A'), pour de matériau d'orientation $[0/90]_{5s}$ le trou est allongé dans l'effort appliqué 7,1416 KN suivant l'axe y de traction (Image N°22) (B), Et pour l'orientation de $[\pm 45]_{5s}$ le trou est allongé dans l'effort appliqué dans le temps de 2,49 minuit 1,982 KN suivant l'axe y de traction image N°17) (B').

Et la rupture de la plaque dans la zone de présence de trou suivant la direction perpendiculaire de la direction de l'axe de traction (C) et (C'), la direction de la rupture est suivant la direction des fibres qui montre que la rupture de la matrice polyester est avant de la rupture des fibres de verre.

Les ensembles des images présent par la vidéo de traction de chaque essai enregistrées dans l'application de corrélation des images «Matlab_based_DIC_code_Version_1_130814_EJ» et lancer la lecture de l'application munies des images de plaques trou déformé à l'aide de MATLAB version 2012 Rb après les étapes suivantes [53] :

Étape 1 : Image Setup Ecrire "image_setup_GUI" dans la fenêtre de commande de Windows et pose *Entré* choisir le format de image .tif, et placer le saut de l'image 1 afin de corrélérer toutes les images.

Étape 2 : Correlate images GUI Ecrire "Correlate_images_GUI" dans la fenêtre de commande de Windows et posse *Entre*

Dans le tableau en choisir en parallèle la première image comme image de référence, et définir la zone de coloration (figure A3. A) choisir une échelle de calcul en unité de pixel et cliquer sur "Keep this grid" (figure A3. B).

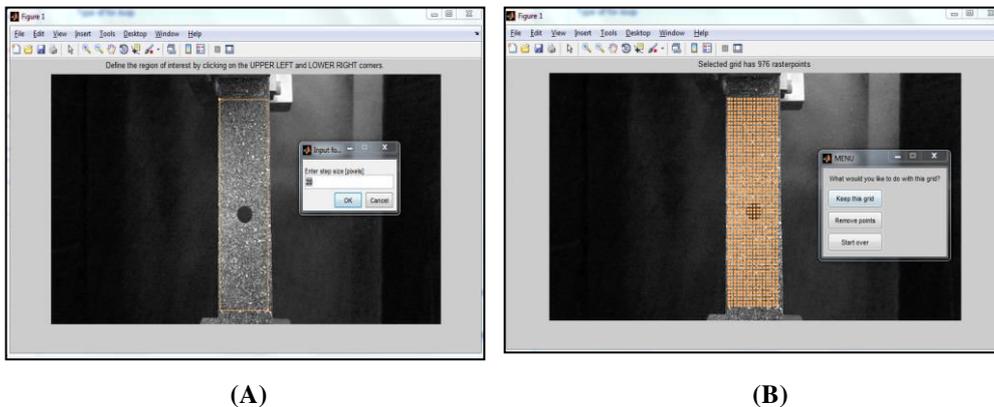


Figure A.3: Grille clairsemée défini sur la normale d'image (échelle 10 pixels).

Étape 3 : delete data GUI Ecrire "*delete_data_GUI*" dans la fenêtre de commande de Windows et posé *Entré*. Choisisse "Grid Points" dans le tableau de *Delete Data*, et cliquée dans dessus des coins gauches et inférieurs supérieurs de la région que tu souhaites supprimer au besoin, dans ce cas la région de forme de trou circulaire (figure A.4). Et enfin cliquer sur *delete Data* et *Done /Quit* dans le tableau delete Data.

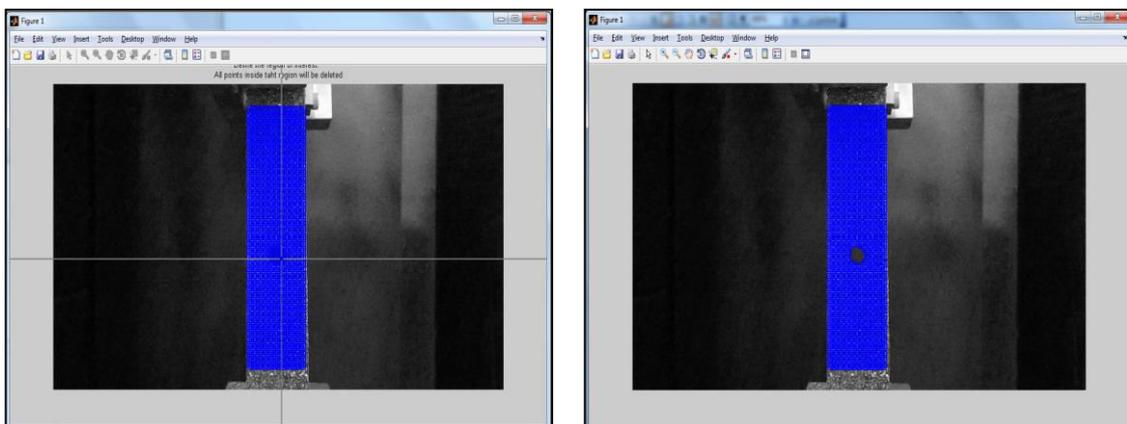


Figure A.4: Suppression de tous les points de grille de région du trou circulaire.

Étape 4 : Compute data GUI

Ecrire "*Compute_data_GUI*" dans la fenêtre de commande de Windows et posse *Entre* et remplir le tableau de *Compute_data_GUI* et choisir le type d'élément :

- Linéaire (4-node).
- Quadratique (9-node).
- Cubique (16-node).

Etape 5 : Visualize data GUI Ecrire " *visualize_data_GUI* " dans la fenêtre de commande de Windows et posse *Entre*. Puis déterminer les résultats du champ de déformation et le déplacement de chaque image corrélée du tableau de la figure A.5.

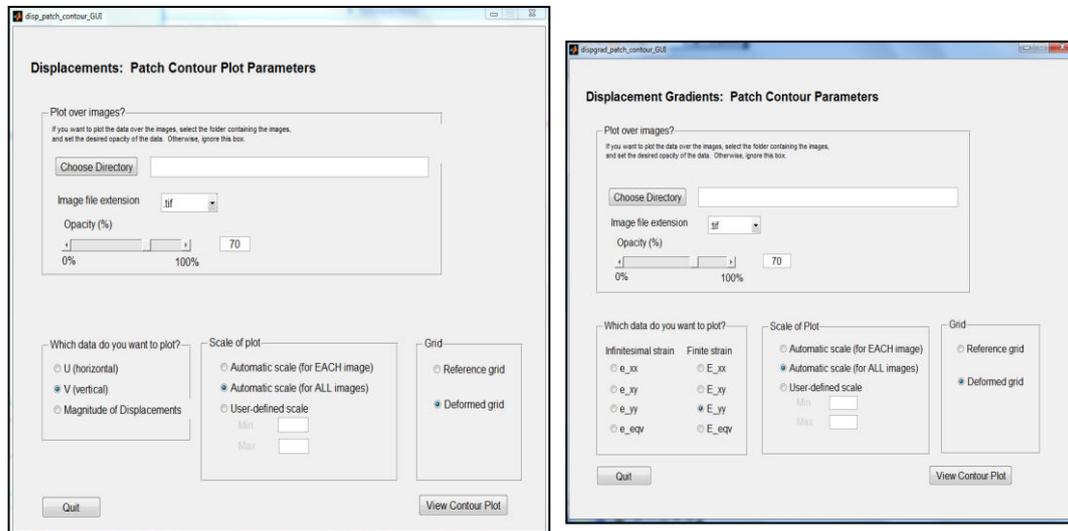


Figure A.5: Tableaux des résultats de champ de déplacements et déformations.

Annexe B

Publications et communication

- **Publications internationales**

1. Boubeker R., Hecini M. (2015). Analyse de la concentration des contraintes dans les plaques orthotropes munies d'un trou circulaire. *Revue des composites et des matériaux avancés*, vol. 25, n° 1-2015, p. 47-68.
2. Boubeker R., Hecini M. (2015). Etude analytique et numérique de la concentration des contraintes dans les plaques composites avec trou circulaire. *Revue des composites et des matériaux avancés*, vol. 25, n°3-4/2015, p. 1-20.

- **Communications internationales**

3. Boubeker R., Hecini M. (2014). Etude de la distribution des contraintes autour et loin du trou circulaire et elliptique en sollicitation de traction pure dans les plaques orthotropes. 3ème Séminaire International sur les Technologies Mécaniques Avancées STEMA, 08 et 09 Novembre 2014. Université de Tlemcen.
4. Boubeker R., Hecini M. (2014). Etude de la concentration des contraintes dans les plaques orthotropes avec un trou circulaire et elliptique. Conférence Internationale de Mécanique et Matériaux ICMM14. 16-17 November 2014, Université de Sétif.
5. Boubeker R., Hecini M. (2014). Etude analytique et numérique de la concentration des contraintes dans les plaques isotropes et orthotropes avec un trou circulaire. 3^{ème} Conférence Internationale sur les matériaux et les structures composites. CIMSC'14 02/12/2014 Université d'Oran.

- **Communications nationales**

6. Boubeker R., Hecini M. (2013). Etude expérimentale et numérique du comportement des plaques trouées en matériaux composites. JEGM. 29/04/2014. Université de Biskra.
7. Boubeker R., Hecini M. (2014). Etude de concentration des contraintes dans les plaques isotrope et orthotrope avec trou circulaire et elliptique. CNMI. 24/04/2014. Université d'Eloued.
8. Boubeker R., Hecini M. (2014). Etude expérimentale et numérique du comportement des plaques trouées en matériaux composites. JEMGM-II'2014. 23/04/2014. Université de Biskra.
9. Boubeker R., Hecini M. (2014). Effet de la présence de trou circulaire sur le comportement mécanique des structures orthotropes 3^{ème} CNMI 09/12/2014. Université de Mostaganem.
10. Boubeker R., Hecini M. (2015) Effet de la préséance de la singularité géométrique sur le comportement mécanique des structures en matériaux composites. JENM'2015. 31/03/2015 Université d'Ouargla.
11. Boubeker R., Hecini M. (2015). Caractérisation d'un matériau composite composé par matrice polyester renforcé par tissu 450 g/m² en fibre de verre. CMEME2015. 08/09/2015. Université de Biskra.