الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية République Algérienne Démocratique et Populaire وزارة التعليم العالي و البحث العلمي Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Mohamed Khider - Biskra Faculté des sciences et de la technologie Département : Génie mécanique Réf :.....



جامعة محمد خيضر بسكرة كلية العلوم و التكنولوجيا قسم: الهندسة الميكانيكية

المرجع:

Mémoire présenté en vue de l'obtention Du diplôme de

## Magister GENIE MECANIQUE

Spécialité : Dynamique et contrôle des structures et des systèmes

## Etude de l'influence de la direction d'usinage sur

## le comportement dynamique du processus de fraisage

Présenté par :

## Saci Rebai

Soutenu publiquement le : 29-11-2015

### Devant le jury composé de :

Pr. Boumerzoug Zakaria	Professeur	Président	Université de Biskra
Pr. Hecini Mabrouk	Professeur	Examinateur	Université de Biskra
Dr. Derfouf Chemseddine	M.C. (A)	Examinateur	Université de Biskra
Pr. Amrane Mohamed Nadir	Professeur	Rapporteur	Université de Biskra

# Dédicaces

Je dédie ce modeste travail à :

Ma mère

Mon père

Mon épouse

Mes enfants : Takoua selsabile, Douaa Nour El Houda, Mohamed yasser

# Remerciements

Je tiens en premier à remercier vivement Dieu pour tous les bienfaits et l'aide qui nous apporte afin d'atteindre les buts visés.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude et à remercier très chaleureusement mon directeur de mémoire AMRANE Mohamed Nadir, professeur à l'Université Mohamed Khider- Biskra pour les efforts et les conseils précieux et judicieux, qu'il n'a cessé de me prodiguer tout le long de ce modeste travail.

Je remercie Monsieur BOUMERZOUG Zakaria, professeur à l'Université Mohamed Khider- Biskra, pour m'avoir fait l'honneur d'accepter de présider mon jury de mémoire. Je lui exprime toute ma reconnaissance pour le temps et l'intérêt qu'il a porté à ce travail.

Je remercie Messieurs: Pr. HECINI Mabrouk et Dr. DERFOUF Chemseddine, professeurs à l'Université Mohamed Khider- Biskra pour avoir accepté de faire partie du jury de mon mémoire en tant qu'examinateurs. Je leur exprime toute ma reconnaissance pour le temps et l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail.

Je tiens également à remercier Dr. ASSAS Mekki de l'université de Batna, pour la proposition du thème de ce travail et je lui souhaite la guérison in châa ALLAH.

Je remercie ma femme qui m'a encouragé pour l'avancement de ce travail.

Je remercie en particulier mon excellente élevé Imane Bouzid (futur médecin in châa ALLAH) pour sa volonté et son courage.

Je remercie aussi M<sup>me</sup> Taws lâchi, Khaled Madjdoub, Abir Fadene pour leurs encouragements.

## **TABLE DES MATIERES**

ملخص	iv
RÉSUMÉ	v
ABSTRACT	vi
LISTE DES FIGURES	vii
LISTE DES TABLEAUX	xi
NOMENCLATURE	xii
INTRODUCTION GÉNÉRALE	1
	_

## <u>Chapitre I</u> ETAT DE L'ART SUR LE COMPORTEMENT DYNAMIQUE DU FRAISAGE

I.1. Introduction	4
I.2. Vibrations en usinage	4
I.2.1. Vibrations libres amorties	5
I.2.2. Vibrations Forcées	5
I.2.3. Vibrations auto-entretenues (broutement)	6
I.2.3.1. Broutement d'origine régénératif	7
I.2.3.2. Broutement d'origine non-régénératif	9
I.2.3.3. Phénomène de couplage des modes	10
I.2.3.4. Talonnage	10
I.2.3.5. Les interactions à l'interface outil-copeau	12
I.3. Moyens de mesure des vibrations	12
I.4. Moyens de prédiction des vibrations	14
I.5. Prédiction analytiques et semi-analytiques	15
I.5.1. Travaux d'Altintas et Budak	15
I.5.1.1. Méthodologie d'obtention des lobes de stabilité	19
I.5.2. Méthodes appliquées à la coupe fortement discontinue	21
I.5.3. Bilan des méthodes analytiques consacrées à l'étude de la stabilité de la coupe	23
I.6. Méthode de la semi-discrétisation	23
I.7. Etude du broutement en fraisage par la simulation numérique	26
I.7.1. Modèles d'effort de Kline et Devor	27
I.7.2. Simulations de Smith et Tlusty	28
I.7.3. Simulations de Balachandran et Zhao	30
I.7.4. Simulations de Grégoire Peigne (Grégoire, 2003)	31
I.8. Tentatives de réductions des vibrations régénératives	31
I.8.1. Approche mécanistique	32
I.8.2. Vitesse de rotation optimale	33
I.8.3. Outils de coupe spéciaux	33
I.8.4. Variation de la vitesse de broche	34
I.9. Conclusion	36

## <u>Chapitre II</u> MODELISATION DE LA DIRECTION D'USINAGE EN FRAISAGE HEMISPHERIQUE

II.1. Introduction	39
II.2. Description du fraisage	39
II.3. Géométrie des outils de fraisage	40
II.4. Mouvement de coupe et d'avance	41
II.5. Vitesse de coupe	42
II.6. Vitesse d'avance et vitesse de rotation	42
II.7. Epaisseur du copeau et l'avance par dent	42
II.8. Angle d'entré et angle de sortie de la fraise	43
II.9. Modèle d'effort de coupe	45
II.10. Comparaison de la Simulation des efforts de coupe pour le fraisage périphérique	47
II.11. Commentaires de la validation du fraisage périphérique	49
II.12. Représentation des efforts de coupe en domaine temporel	49
II.13. Modélisation de l'épaisseur du copeau en régime dynamique	51
II.14. Etude la stabilité et la dynamique de fraisage périphérique	52
II.15. Reformulation des séries de Fourier en problème de valeur propre	60
II.16. Simulation temporel de fraisage hémisphérique avec l'angle d'hélice	62
II.17. Simulation des efforts de coupe pour le fraisage hémisphérique	65
II.18. Comparaison par simulation (Budak et Altintas)	66
II.19. Commentaires de la validation du fraisage hémisphérique	69
II.20. Conclusion	70

## <u>Chapitre III</u> etude de la dynamique du processus de fraisage par un outil HEMISPHERIQUE

DETERMINATION DE L'EFFORT DE COUPE MINIMAL	73
III.1. Introduction	73
III.2. Fraisage en régime dynamique	73
III.2.1. Mise en équations du système d'usinage en régime dynamique	74
III.2.2. Résolution des équations du mouvement	74
III.3. Stabilité du fraisage	75
III.4. Paramètres de coupe utilisée dans la simulation	76
III.5. Influence de la direction d'usinage sur l'effort de coupe	78
III.5.1. Direction d'usinage du fraisage en opposition	78
III.5.1.1. Direction d'usinage: $\phi_s = 0^\circ$ et $\phi_e = 30^\circ$	78
III.5.1.2. Direction d'usinage: $\phi_s = 0^\circ$ et $\phi_e = 45^\circ$	79
III.5.1.3. Direction d'usinage: $\phi_s = 0^\circ$ et $\phi_e = 60^\circ$	79
III.5.1.4. Direction d'usinage: $\phi_s = 0^\circ$ et $\phi_e = 90^\circ$	80
III.5.1.5. Direction d'usinage: $\phi_s = 0^\circ$ et $\phi_e = 120^\circ$	80
III.5.1.6. Direction d'usinage: $\phi_s = 0^\circ$ et $\phi_e = 150^\circ$	81
III.5.2. Direction d'usinage du fraisage en avalant	81
III.5.2.1. Direction d'usinage: $\phi_s = 30^{\circ} \text{et } \phi_e = 180^{\circ} \dots$	81
III.5.2.2. Direction d'usinage: $\phi_s = 45^{\circ}$ et $\phi_e = 180^{\circ}$	82

III.5.2.3. Direction d'usinage: $\phi_s = 60^\circ \text{et } \phi_e = 180^\circ$	83
III.5.2.4. Direction d'usinage: $\phi_s = 90^\circ \text{et } \phi_e = 180^\circ$	83
III.5.2.5. Direction d'usinage: $\phi_s = 120^\circ \text{et } \phi_e = 180^\circ$	84
III.5.2.6. Direction d'usinage: $\phi_s = 150^\circ \text{et } \phi_e = 180^\circ$	85
III.6. Lobes de stabilité du fraisage	85
III.6.1. Construction des lobes de stabilité	87
III.7. Influence de la direction d'usinage sur les lobes de stabilité	87
III.7.1. Fraisage en opposition	87
III.7.2. Fraisage en avalant	89
III.8. Choix de la direction d'usinage	90
III.8.1. Direction d'usinage du fraisage en opposition	90
III.8.2. Direction d'usinage du fraisage en avalant	91
III.9. Influence des conditions de coupe sur l'effort de coupe en fonction de la direction	91
III.9.1. Influence de profondeur de coupe axiale	92
III.9.2. Influence de l'avance par dent.	93
III.9.3. Influence du nombre de dents de la fraise	94
III.9.4. Influence de l'angle de l'hélice de la fraise	96
III.9.5. Influence du diamètre de la fraise	97
ETUDE DE LA STABILITE DU SYSTEME D'USINAGE	98
III.10. Influence des conditions de coupe sur la stabilité de la coupe	98
III.10.1. Influence des coefficients spécifiques de coupe	98
III.10.2. Influence des paramètres dynamiques sur la stabilité de la coupe	101
III.10.3. Influence du nombre de dents	103
III.11. L'influence de la direction d'usinage $(0^{\circ} - 30^{\circ})$ en régime dynamique	105
III.11.1. Efforts de coupe et déplacements en régime dynamique	105
III.11.2. Influence de la profondeur de passe axiale	107
III.11.3. Influence de la vitesse de rotation de la broche de la fraise	109
III.11.4. Influence de l'avance par dent	112
III.11.5. Influence du nombre de dents de la fraise	114
III.11.6. Influence de l'angle de l'hélice de la fraise	117
ETUDE DU NIVEAU SONORE LORS DU FRAISAGE	119
III.12. Définition du Diagramme de Bode	119
III.12.1. Définition d'un filtre	120
III.12.2. Fonction de transfert.	120
III.12.3. Les décibels	122
III.12.4. Bande passante à 3 dB	122
III.12.5. Détermination modale	123
III.12.6. Calcul de la magnitude	126
III.12.7. Magnitude de la réponse dynamique	127
III.13. Conclusion.	130
CONCLUSION ET PERSPECTIVES	132
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	134

### ملخص

إن معرفة قوى القطع واتجاه القطع بفضل نموذج توقعي هو أمر بالغ الأهمية لاختيار قوة الماكنة، أدوات القطع، تحسين شروط القطع، مراقبة ظهور الاهتزازات ومستوى الضجيج الحاصل. وهذا يسمح لنا بالتقليل من التجارب المكلفة والتي تحتاج إلى وقت طويل وتسمح أيضا، بتحديد أحسن شكل لأداة القطع في حدود قوى القطع المسموح بها.

الهدف الرئيسي من هذه الدراسة هو توقع تأثير زاوية اتجاه القطع والزاوية اللولبية، الخطوة لكل سن، قطر الأداة، العمق المحوري والعمق القطري على تغيرات قوى القطع للأداة.

النتائج المحصل عليها حققت من خلال دراسة تجريبية قام بها كل من سميث وشميتز من جهة والتينتاس وبيداك من جهة أخرى، تحصلنا على توافق إلى حد كبير مقارنة بنتائج المحاكاة والنتائج المحصل عليها عن طريق الدراسة التجريبية. كما يمكننا القول ان إسهام هذا العمل يتمثل في اقتراح طريقة تربط اتجاه التشغيل بزاوية محددة.

**الكلمات المفتاحية:** اتجاه القطع، قوى القطع، التفريز النصف كروي، مستوى الضجيج.

## Résumé

La connaissance des efforts de coupe et la direction de coupe à la faveur d'un modèle prédictif est largement intéressante pour: le choix de la puissance d'une machine-outil, des outils coupants, l'optimisation des conditions de coupe et la vérification de l'apparition des vibrations ainsi que le niveau sonore lors de l'usinage. Cela permet de réduire le nombre d'essais et de déterminer la géométrie favorable d'outils selon les efforts de coupe limites.

L'objectif de ce travail est l'étude de l'influence des directions de coupe et les angles de coupe et d'hélice, l'avance par dent du rayon de la fraise et la profondeur de passe axiale et radiale sur les variations des efforts de coupe pour le cas du fraisage hémisphérique.

Nos résultats de simulation sont validés par comparaison avec une étude expérimentale effectuée par Schmitz et Smith ainsi que par Altintas et Budak. On a abouti une bonne concordance entre les deux résultats. La contribution de ce travail est de proposer une méthode liant une direction de fonctionnement à un angle spécifique.

Mots clé: direction d'usinage, force de coupe, fraisage hémisphérique, mesures en décibel.

## Abstract

The knowledge of the cutting force and the cutting way and their predictive model is a very important subject matter to choose a machine power tool, cutting tools, optimizing cutting conditions, and control the vibrations occurrence and its acoustic level.

This could also allow us to decrease the number of expensive tests, this determines the best geometry tool in accordance with the cutting forces limit level. The objective of this work is to study the effects of the rate and helix angles, the tool radius, and the axial and radial depths of cut on the cutting forces variations.

The results are validated with the experimental study obtained respectively by (Schmitz, Smith) and (Altintas, Budak). A reasonable agreement is found. The contribution in this work is to propose a technical link between operating directions with a specific angle.

Key words: cutting direction, cutting forces hemispherical milling, noise measurement.

## **LISTE DES FIGURES**

## <u>Chapitre I</u>

Figure I.1:	Trois familles de vibrations présentées en usinage: libres, forcées et auto	E
Figure I.2:	Photo d'une passe d'usinage prise pour mettre en évidence les instabilités temporaires de l'usinage à l'entrée de la pièce (à droite) et à la sortie	5
	de la pièce (à gauche)	6
Figure I.3:	Conséquences des vibrations auto-entretenues sur une surface usinée	7
Figure I.4:	Déphasage lors de la régénération de surface dans le cas d'une opération	
E' 16		8
Figure 1.5:	Effet relative à la différence de phase sur l'épaisseur du copeau (marques	_
	dents successive)	8
Figure 1.6:	Regeneration des vibrations en broutement	9
Figure I. /:	Phenomene de couplage des modes de vibration	10
Figure I.8:	Phénomène de talonnage de l'outil	11
Figure 1.9:	Effet du talonnage sur la limite de stabilité	11
Figure I.10:	Résultats expérimentaux de Knight sur la stabilité de la coupe	12
Figure I.11:	Dynamomètre, accéléromètre et microphone [Kistler et Brüel&Kjoer]	13
Figure I.12:	Méthodes développées pour la modélisation dynamique de l'usinage	15
Figure I.13:	Modèle dynamique de fraisage proposé par Altintas et Budak	16
Figure I.14:	Choix de la vitesse de rotation en fonction de la profondeur de passe: (a)	
	stabilité, (b) graphique de fc en fonction de N	20
Figure I.15:	Diagramme des lobes de stabilité pour un système à plusieurs modes	21
Figure I.16:	Allure des lobes de stabilité suivant la discontinuité de la coupe	22
Figure I.17:	Evolution des valeurs propres de $\phi$ pour $ae = 0.05.D$	26
Figure I.18:	Enlèvement de matière suivant le modèle de l'outil effaceur	27
Figure I.19:	Décomposition de l'outil en outils élémentaire	28
Figure I.20:	Modèle dynamique de la coupe en fraisage de Smith et Tlusty	29
Figure I.21:	Illustration des PTP diagrammes ; usinage en opposition avec une fraise 10	
E' 100	dents, (Simulation de Smith et Tlusty)	30
Figure 1.22:	sur la frontière des zones de broutement	31
Figure I.23:	Porte-outil actif en tournage	32
Figure I.24:	Optimisation de la vitesse de rotation avec les lobes de stabilité	33
Figure I.25:	Outils de coupe spéciaux	34
Figure I.26:	Suppression des vibrations par variation de la vitesse de broche	36

## <u>Chapitre II</u>

Figure II.1:	Machine de fraisage à broche vertical	40
Figure II.2:	Géométries des outils et opérations de fraisage	41
Figure II.3:	Fraises à plaquettes et fraises monobloc	41
Figure II.4:	Mouvements de coupe et d'avance	42

Figure II.5:	Epaisseur instantanée du copeau	43
Figure II.6:	Angle de rotation de l'outil	43
Figure II.7:	Variation d'épaisseur du copeau pour les deux modes de fraisage $(a = r)$	44
Figure II.8:	Géométrie de l'angle d'entrée et de sortie des deux modes de fraisage	44
Figure II.9:	Géométrie des forces de coupe de fraisage	45
Figure II.10:	Projection des composantes de forces de coupe normales et tangentielles suivant les directions x et y	46
Figure II.11:	Simulations des forces de coupe du fraisage en opposition	48
Figure II.12:	Simulation des forces de coupe du fraisage en avalant	48
Figure II.13:	Simulation des forces de coupe. N=4 dents, b=2mm, $f_t=0.1$ mm/dent,	
	$K_t = 1800 \text{ N/mm}^2 \text{ K}_r = 540 \text{ N/mm}^2$ , (a) fraisage en opposition	
	(b) fraisage en avalant	48
Figure II.14:	Simulation temporelle des forces de coupe de fraisage en opposition	50
Figure II.15:	Simulation temporelle des forces de coupe de fraisage en avalant	50
Figure II.16:	Spectre de fréquence de la force résultante pour le fraisage en avalant	51
Figure II.17:	Géométrie du calcul d'épaisseur du copeau instantané pour le fraisage	52
Figure II.18:	L'analyse de stabilité de série de Fourier	53
Figure II.19:	Géométrie et composantes des forces de coupe de fraisage hémisphérique	63
Figure II.20:	Géométrie de la largeur du copeau db	64
Figure II.21:	Représentation des forces de coupe du fraisage en opposition en fonction rotation par la fraise hémisphérique	68
Figure II.22:	Représentation temporelle des forces de coupe du fraisage en opposition hémisphérique	68
Figure II.23:	Représentation des forces de coupe du fraisage en opposition par Altintas	68
Figure II.24:	Représentation temporelle des forces de coupe du fraisage en opposition et Budak	68
Figure II.25:	Représentation des forces de coupe du fraisage en avalant en fonction de de l'angle de rotation par la fraise hémisphérique	69
Figure II.26:	Représentation temporelle des forces de coupe du fraisage en avalant par la fraise hémisphérique	69
Figure II.27:	Représentation des forces de coupe du fraisage en avalant par Altintas et Budak	69
Figure II.28:	Représentation temporelle des forces de coupe du fraisage en avalant par et Budak	69

## <u>Chapitre III</u>

Figure III.1:	Evolution schématique du déplacement	76
Figure III.2:	Schéma représentant les paramètres de coupe pour le fraisage	77
Figure III.3:	Effort de coupe dynamique pour le fraisage en opposition avec l'angle de	
	direction ( $\phi_s = 0$ et $\phi_e = 30$ )	78
Figure III.4:	Effort de coupe dynamique pour le fraisage en opposition avec l'angle de	
	direction ( $\phi_s = 0^\circ \text{et } \phi_e = 45^\circ$ )	79
Figure III.5:	Effort de coupe dynamique pour le fraisage en opposition avec l'angle de	
	direction ( $\phi_s = 0^\circ \text{et } \phi_e = 60^\circ$ )	79
Figure III.6:	Effort de coupe dynamique pour le fraisage en opposition avec l'angle de	
	direction $(\phi_s = 0^\circ \text{et } \phi_e = 90^\circ)$	80

Figure III.7:	Effort de coupe dynamique pour le fraisage en opposition avec l'angle de	
	direction ( $\phi_s = 0^\circ \text{et } \phi_e = 120^\circ$ )	80
Figure III.8:	Effort de coupe dynamique pour le fraisage en opposition avec l'angle de	
	direction ( $\phi_s = 0^\circ \text{et } \phi_e = 150^\circ$ )	81
Figure III.9:	Effort de coupe dynamique pour le fraisage en avalant avec l'angle de	
	direction ( $\phi_s = 30^\circ \text{et } \phi_e = 180^\circ$ )	82
Figure III.10:	Effort de coupe dynamique pour le fraisage en avalant avec l'angle de	
	direction ( $\phi_s = 45^\circ$ et $\phi_e = 180^\circ$ )	82
Figure III.11:	Effort de coupe dynamique pour le fraisage en avalant avec l'angle de	
	direction ( $\phi_s = 60^\circ \text{et } \phi_e = 180^\circ$ )	83
Figure III.12:	Effort de coupe dynamique pour le fraisage en avalant avec l'angle de	
	direction ( $\phi_{\rm s} = 90^{\circ}$ et $\phi_{\rm s} = 180^{\circ}$ )	83
Figure III.13:	Effort de coupe dynamique pour le fraisage en avalant avec l'angle de	
0	direction ( $\phi_a = 120^\circ \text{et } \phi_a = 180^\circ$ )	84
Figure III.14:	Effort de coupe dynamique pour le fraisage en avalant avec l'angle de	•
C	direction ( $\phi_{-} = 150^{\circ}$ et $\phi_{-} = 180^{\circ}$ )	85
Figure III.15:	Diagramme de lobes de stabilité	86
Figure III.16:	Diagramme des lobes de stabilité des directions d'usinage pour le fraisage	00
8	en opposition	88
Figure III.17:	Diagramme des lobes de stabilité des directions d'usinage pour le fraisage	00
	en avalant	89
Figure III 18.	Effort de coupe et les lobes de stabilité pour la direction d'usinage préféré	05
1 19010 111.10.	$(\phi_{1} - 0)$ et $\phi_{2} - 30^{\circ}$ ) en opposition	۹N
Figure III 19.	$(\Psi_s = 0 \text{ ct } \Psi_e = 30 \text{ ) en opposition}$	50
1 19010 111.17.	$(d_{\rm c} = 150^{\circ})$ et $d_{\rm c} = 180^{\circ})$ en avalant	01
Figure III 20.	$(\psi_s = 150 \text{ ct} \psi_e = 160)$ for avalant	51
1 iguie 111.20.	Enore de coupe avec differences valeurs de la profondeur de coupe axiale $(d_{1} - 0)$ et $d_{2} - 20^{\circ}$ $d_{3} - 150^{\circ}$ et $d_{3} - 180^{\circ}$ )	02
Figure III 21.	$(\psi_s - 0)$ et $\psi_e - 50$ , $\psi_s - 150$ et $\psi_e - 100$ )	92
1 iguie 111.21.	$(d_{1} - 0)$ of $d_{2} - 20^{\circ}$ $d_{3} - 150^{\circ}$ of $d_{3} - 180^{\circ}$	04
Figure III 22.	$(\Psi_s - 0)$ et $\Psi_e - 30$ , $\Psi_s - 130$ et $\Psi_e - 100$ J	94
1 iguie 111.22.	$(d_{1} - 0)$ of $d_{2} - 20^{\circ}$ , $d_{3} - 150^{\circ}$ of $d_{3} - 190^{\circ}$	05
Figure III 23.	$(\Psi_s - 0)$ el $\Psi_e - 50$ , $\Psi_s - 150$ el $\Psi_e - 100$ J	32
rigure m.25.	$(d_{1} - 0^{\circ})$ $(d_{2} - 20^{\circ})$ $(d_{2} - 150^{\circ})$	07
Figure III 24.	$(\Psi_s - 0) \in \Psi_e - 50$ , $\Psi_s - 150 \in \Psi_e - 160$ )	97
riguie III.24.	Enorit de coupe avec differences valeurs du diametre de routin $(h = 0^{\circ} \text{st} h = 20^{\circ} \text{st} = 150^{\circ} \text{st} h = 100^{\circ})$	00
Figure III 25.	$(\phi_s = 0 \text{ el } \phi_e = 50, \phi_s = 150 \text{ el } \phi_e = 160)$	98
Figure III.23.	$(1 - 0)^{\circ} + 20^{\circ} + 150^{\circ} + 100^{\circ}$	400
Eigura III 26.	$(\phi_s = 0 \text{ et } \phi_e = 30, \phi_s = 150 \text{ et } \phi_e = 180)$	100
Figure III.20:	influence des parametres dynamiques sur les lobes de stabilité $100^{\circ}$	
E:	traisage ( $\phi_s = 0$ et $\phi_e = 30$ , $\phi_s = 150$ et $\phi_e = 180$ )	102
Figure III.27:	Influence du nombre de dents sur les lobes de stabilite	
Eigung III 20	$(\phi_s = 0 \text{ et } \phi_e = 30, \phi_s = 150 \text{ et } \phi_e = 180)$	104
Figure 111.28:	Reponse dynamique pour le fraisage en opposition( $\phi_s = 0$ et $\phi_e = 30$ )	105
Figure III.29:	Réponse dynamique pour le fraisage en avalant ( $\phi_s = 50$ et $\phi_e = 180$ )	106
Figure III.30:	Réponses dynamique pour le traisage en opposition avec différentes	
	profondeur axiale (b), $\Omega = 9000 \text{ tr/min}$	107
Figure III.31:	Réponses dynamique pour le fraisage en avalant avec différentes valeurs	

Figure III 32.	profondeur axiale (b), $\Omega = 9000$ tr/min	108
1 iguie 111.52.	de rotation de la broche $(0)$ h = 8 mm	110
Figure III 33.	Réponses dynamique pour le fraisage en avalant avec différentes valeurs	110
1 iguie 111.55.	de rotation de la broche $(0)$ h – 8mm	111
Figure III 34.	Réponses dynamique pour le fraisage en opposition avec différentes par	111
i iguie iii.5 i.	dent (f) $N = 1$ dent $\Omega = 15000$ tr/min h = 5mm	112
Figure III 35.	Rénonses dynamique pour le fraisage en avalant avec différentes valeurs	112
1 iguie 111.55.	dent (f) $N = 1$ dent $\Omega = 15000$ tr/min $h = 5$ mm	11/
Figure III 36.	Rénonses dynamique pour le fraisage en opposition avec différentes dents	114
rigure m.so.	(N) $Q = 15000 \text{ tr/min h} = 5 \text{ mm}$	115
Figure III 37.	$(N_t), M = 15000 \text{ u}/\text{HIII}, D = 5\text{HIII}$	112
rigure m.s/.	dente(N) $Q = 15000 \text{ tr}/\text{min}$ h = 5mm	110
Figure III 38.	Dénomos dynamicus nour la fraisage en enposition avec différente valeure.	110
Figure III.38.	Reponses dynamique pour le traisage en opposition avec unterents valeurs d'hélica(u) $N = 1$ dont $Q = 15000 \text{ tr}/\text{min}$ h = 5mm	110
Eigura III 20.	d hence $(\gamma)$ , $N_t = 1$ dent, $\Omega = 15000$ tr/min, $D = 51000$ tr/min, $D = 5000$ tr/min, $D = 50000$ tr/min, $D = 50000$ tr/min, $D = 5000$ tr/min, $D = 50000$ tr/	118
Figure III.39.	Reponses dynamique pour le traisage en avaiant avec differents valeurs de $1/1$ (1) (1) (1) (1) (1) (1) (1) (1) (1) (1)	440
Eigura III 40.	I hence( $\gamma$ ), N <sub>t</sub> = 1 dent, $M = 15000$ tr/min, $D = 5mm$	119
Figure III.40.	l'agramme de Bode du mire passe-bas passif d'ordre 1. En pointmes	420
E:	Approximation linearre	120
Figure III.41:	Mesure par un oscilloscope, les amplitudes des signaux d'entrée et de	
E'	dephasage	120
Figure 111.42:	Systeme discret a deux degres de liberte	121
Figure III.43:	Mesure du gain en puissance	123
Figure III.44:	Fréquences et amplitudes pour deux degrés de liberté	124
Figure III.45:	Magnitude de la réponse dynamique du système lors de l'usinage avec les	
	du tableau III.4 (Altintas et Budak) l'angle $\phi_s = 0^{\circ}$ et $\phi_e = 90^{\circ}$	128
Figure III.46:	Magnitude de la réponse dynamique du système lors de l'usinage avec les	
	du tableau III 3.4 (Altintas et Budak) l'angle $\phi_s = 0$ et $\phi_e = 90$	128
Figure III.47:	Magnitude de la réponse dynamique du système lors de l'usinage avec les	
	tableau III.4 (Schmitz et Smith) l'angle $\phi_s = 0$ et $\phi_e = 30^{\circ}$	129
Figure III.48:	Comparaison des gains entre des directions choisies et la direction	
	$\phi_s = 0$ et $\phi_e = 30^\circ$	129
Figure III.49:	Echelle des niveaux sonores: graves-médiums-aigus	130

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau I.1: Comparatif des techniques de mesure pour la compréhension du broutement	14
Tableau II.1: Paramètres dynamiques Schmitz et Smith	65
Tableau II.2: Paramètres de coupe Altintas et Budak	67
Tableau II.3: Paramètres dynamiques Altintas et Budak	67
Tableau III.1: Différentes directions d'usinage pour les deux modes de fraisage	77
Tableau III.2: Paramètres dynamiques Schmitz et Smith	77
Tableau III.3: Coefficient spécifique de coupe selon les données Altintas, Budak et Smith	99
Tableau III.4: Paramètres dynamiques Smith, Altintas et Budak	101

## NOMENCLATURE

a <sub>p</sub>	Profondeur de coupe axiale.
h	Epaisseur du copeau.
$\alpha_{ii}$	Coefficients dynamiques d'efforts de fraisage.
เบ้า	Matrice des déplacements.
[M]	Matrice de masse.
[K]	Matrice de raideur.
[C]	Matrice d'amortissement.
K <sub>t</sub>	Rigidité tangentielle.
τ	Période de passage des dents.
$g(\varphi_i)$	Fonction de communication.
r	Déplacements.
Λ	Valeurs propres du système.
a <sub>n lim</sub>	Profondeur de passe maximale correspond à la limite de stabilité.
N N	Vitesse de rotation.
[Φ]	Matrice de transition de Floquet.
Sm	Valeur movenne de la vitesse de rotation.
α	Rapport d'amplitude.
f	Fréquence du signal.
Ω	Vitesse de rotation de la broche de la fraise.
V <sub>c</sub>	Vitesse de coupe.
Va	Vitesse d'avance de la table.
f <sub>t</sub>	Avance par dent.
Ňt	Nombre de dents de la fraise.
φ	Angle de rotation d'outil.
ŕ	Taux d'avance linéaire.
, Ф <sub>е</sub>	Angle de sortie.
$\phi_{s}$	Angle d'entrée.
f <sub>dent</sub>	Fréquence de passage fondamental de dent.
K <sub>t</sub>	Force spécifique tangentielle.
$K_n$	Force spécifique normale.
$\omega_c$	Fréquences de broutement.
[I]	Matrice unitaire.
b <sub>lim</sub>	Profondeur de coupe axiale critique.
dz	Largeur des tranches axiales le long de l'axe d'outil.
γ	Angle d'hélice.
db	Largeur du copeau pour chaque tranche.
Ks	Force spécifique.
β	Angle de force.
ε	Phase (en rad) entre les vibrations courantes et précédentes d'outil.
fc	Fréquence de broutement.
ω	Pulsations.
k <sub>a</sub>	Valeur de la rigidité modale.
G <sub>B</sub>	Gain en decibel.

А	Valeur de la crête.
[K <sub>q</sub> ]	Matrice de rigidité modale.
$F_x(t)$ et $F_y(t)$	Composantes de la force de coupe en fraisage selon les axes (Ox) et (Oy).
$(k_x)et(k_v)$	Coefficients d'amortissement selon les axes (Ox) et (Oy).
$(c_x)et(c_y)$	Raideurs ou rigidités de l'outil de coupe selon (Ox) et (Oy).

### **INTRODUCTION GENERALE**

Parmi les procédés de fabrication de pièces mécanique, l'enlèvement de matière par outil coupant (usinage) a su garder une place prédominante. L'évolution des machines, des outils coupants et des logiciels CFAO a permis un accroissement des performances, rendant ce procédé toujours plus compétitif par des gains de productivité et de qualité sans cesse accrus. L'usinage à Grande Vitesse a ainsi fait son apparition au sein des ateliers de fabrication, et permet maintenant de réaliser des opérations jusque-là irréalisables à des conditions économiques acceptables. Cependant, l'utilisation de vitesses de rotation élevées entraîne des problèmes vibratoires de la coupe.

Les fréquences de dent sont proches des premiers modes propres du système usinant qui désigne l'ensemble outil, porte-outil, broche, pièce. Apparaît alors le phénomène de vibrations auto-entretenues qui engendre de fortes dégradations de la qualité de la surface usinée. Ces vibrations peuvent également entraîner une usure prématurée des outils et des broches et aussi influe sur l'état de surface de la pièce à usiner.

Pour cela les travaux de recherche dans ce domaine sont faits pour avoir la bonne stabilité d'usinage cette dernière est régie par de nombreux paramètres ; propriétés dynamiques de l'outil, de la pièce, paramètres de coupe, géométrie de l'outil, direction d'usinage ... et la mise au point de modèle prédictif reste complexe.

L'objectif de ce mémoire est d'apporter une contribution dans le domaine de l'usinage sur les opérations de fraisage hémisphérique dans le but d'améliorer les performances dynamiques en se basant sur l'influence de la direction d'usinage pour avoir une bonne stabilité et un bon état de surface.

Mais, comment obtenir un bon état du comportement de la pièce usinée et optimiser l'angle de direction d'usinage de façon à assurer une bonne dynamique de coupe ?

Pour répondre à cette problématique, nous structurons ce travail en trois chapitres et baserons sur les travaux de Schmitz et Smith [1] et les travaux d'Altintas et Budak [2], [3], Budak [4], [5], [6].

Dans un premier chapitre on a présenté l'état de l'art du comportement dynamique du fraisage, dans lequel nous avons discuté et défini le phénomène des vibrations, selon les différents modèles présentés dans la littérature.

1

On a consacré le deuxième chapitre à la modélisation des efforts de coupe selon des directions d'usinage pour le fraisage hémisphérique, et nous avons présenté des résultats de - simulation pour de différents paramètres de coupe, En régime dynamique, et à la résolution des équations du mouvement de la fraise, pour avoir la possibilité de définir les forces de coupe et la direction (angle d'entrée et sortie) de la fraise lors de l'opération de l'usinage.

Le troisième chapitre est consacré à la simulation des directions de la fraise et les forces de coupe dans le domaine temporel et les lobes de stabilité pour de différents paramètres de coupe, pour le cas du fraisage hémisphérique. On a aussi étudié l'influence de différents paramètres sur la stabilité du fraisage hémisphérique en régime dynamique et faire une projection sur le niveau sonore lors du fraisage, pour deux modes de fraisage : en opposition et en avalant. Enfin, nous proposons une conclusion rappelant les points forts de ce travail et proposant des perspectives.

Chapitre I

# ETAT DE L'ART SUR LE COMPORTEMENT DYNAMIQUE DU FRAISAGE

### **Chapitre I**

## ETAT DE L'ART SUR LE COMPORTEMENT DYNAMIQUE DU FRAISAGE

### I.1. Introduction

L'usinage à grande vitesse est maitrisé dans la plupart des domaines, tels que l'industrie des moules, celle de l'automobile et en aéronautique, depuis plusieurs années, il a permis de diminuer les temps et les coûts de production. Afin d'optimiser l'usinage, des méthodes aidant aux choix des paramètres de coupe ont été développées (chois du couple outil matière COM). Ce dernier permet de choisir les paramètres optimaux concernant l'usinage d'un matériau avec un outil donné.

L'usinage de formes plus complexes et le développement de l'usinage à grande vitesse ont conduit à se préoccuper de l'aspect dynamique de l'usinage. Ainsi, certains logiciels de simulations ont permis de résoudre les problèmes de vibrations notamment liés aux opérations d'ébauche et à l'usinage des pièces rigides usinées à l'aide d'outils flexibles. Cependant ces logiciels d'optimisation des paramètres de coupe atteignent leurs limites lorsqu'il s'agit de l'usinage de finition des voiles minces. Il n'y a donc à l'heure actuelle aucun moyen de prédire le comportement vibratoire de ce genre d'opération d'usinage.

Dans ce chapitre nous allons présenter quelques problèmes qui apparaissent lors de la coupe, ainsi que quelques broutements qui ont été à la base de la modélisation de la coupe dans le cas du fraisage.

### I.2. Vibrations en usinage

Les problèmes de vibrations en usinage, sont apparus dès le début du XXe siècle. Selon Vincent Moreau [3], Frederick W. Taylor en 1907 évoquait le broutement en usinage comme l'un des problèmes les plus délicats à traiter.

Au cours du XXe siècle, il a été constaté que trois types de vibrations sont présents dans le cas d'une opération d'usinage: les vibrations libres, les vibrations forcées et les vibrations auto-entretenues. Ces trois familles sont représentées sur la figure (I.1).



*Figure I.1: Trois familles de vibrations présentées en usinage: libres, forcées et autoentretenues [4].* 

### I.2.1. Vibrations libres amorties

Elles correspondent à la réponse vibratoire naturelle de tout système mécanique après une brève excitation: un impact. Dans le cas de l'usinage, que ce soit en fraisage ou en tournage, elles sont généralement utilisées pour la caractérisation du système.

### I.2.2. Vibrations Forcées

Les vibrations forcées sont la réponse vibratoire d'un système mécanique à une excitation périodique. Pour ce qui est de l'usinage, c'est par exemple la réponse du système lors d'une opération ou la coupe est interrompue (discontinue).

Le fraisage est la principale opération d'usinage où la coupe est interrompue. En effet, l'outil est sollicité de manière périodique par les efforts de coupe appliqués sur les dents. Les dents passant alternativement dans la matière, les efforts de coupes varient et vont générer des vibrations forcées. Dans la mesure du possible, il est recommandé d'avoir une coupe la plus continue possible pour limiter l'impact de ce type de vibration. L'influence de la continuité de la coupe, en utilisant des fraises avec un angle d'hélice important ou en jouant sur l'immersion radiale, l'avance par dent ou la profondeur de passe de la fraise [3].

Ce type de vibrations peut également apparaître dans le cas du tournage d'une pièce non cylindrique. Dans ce cas, la variation de la profondeur de passe au cours d'une révolution, entraînera comme dans le cas du fraisage, des variations d'effort et donc excitera l'outil en vibrations forcées.

On introduit d'autres sources possibles de vibrations forcées comme:

- Des hétérogénéités matière.
- Des irrégularités géométriques de la pièce.
- Des effets de faux-rond et de balourds.

- Une usure excessive ou la casse d'une des dents dans le cas du fraisage. Cependant elles restent secondaires par rapport à l'irrégularité de la coupe, mais ne doivent pas être oubliées dans certaines circonstances comme par exemple:
- Un outil tournant à très grande vitesse en fraisage.
- Une pièce déformée par le serrage des mors en tournage [5].

Ces vibrations ont un impact relativement faible sur l'état de surface car elles ont la même fréquence que le passage des dents. Par conséquent, à chaque tour d'outil, l'enlèvement de matière est identique ce qui n'implique pas d'irrégularités lors de l'usinage.

Cependant lors de l'entrée ou de la sortie de l'outil dans la matière, lorsque le régime permanent n'est pas encore établi, la combinaison des vibrations libres (dues à l'impact de l'outil dans la matière) et des vibrations forcées (dues à la rotation de l'outil) entraîne la plupart du temps des broutements et des bruits désagréables [6] (Figure I.2).



*Figure I.2:* Photo d'une passe d'usinage prise pour mettre en évidence les instabilités temporaires de l'usinage à l'entrée de la pièce (à droite) et à la sortie de la pièce (à gauche) [4].

### I.2.3. Vibrations auto-entretenues (broutement)

Les vibrations auto-entretenues ont pour source le passage d'un régime de coupe stable à un régime de coupe instable. C'est à dire quand le système usinant se met à vibrer à une fréquence différente de la fréquence de passage des dents et le régime dynamique de la coupe est différent du régime dynamique de l'outil. Elles sont la cause du phénomène appelé broutement ou "chatter".

Ce phénomène est très préjudiciable car il entraîne généralement:

- Un très mauvais état de surface de la pièce finie (Figure I.3).
- Une baisse de la durée de vie de l'outil en accélérant l'usure ou dans des cas extrêmes en entraînant la casse de l'outil.

- Un bruit très désagréable lors de l'usinage.
- Une usure prématurée de la broche de la machine.





(a) Sans vibrations auto-entretenues
 (b) Avec vibrations auto-entretenues
 *Figure I.3: Conséquences des vibrations auto-entretenues sur une surface usinée* [7].

Dans le but de comprendre les phénomènes aboutissant à l'apparition du broutement et de développer les méthodes de prédiction, Zhao et Balachandran [8] évoquent les sources reconnues de ces vibrations auto-entretenues et les classent en deux catégories: elles peuvent être d'origines régénératives et non-régénératives.

### I.2.3.1. Broutement d'origine régénératif

Le broutement régénératif, doit son origine dans la régénération de la surface précédemment usinée. Dans le cas d'un usinage par enlèvement de matière, l'outil pré-usiné la surface de la passe précédente. Cette surface a été générée en présence de vibrations forcées. Ces vibrations engendrent une surface aux ondulations régulières.

Dans le cas de l'apparition de broutement, les fréquences de passage de dent et de vibrations d'outil n'étant pas les mêmes, un déphasage va apparaître entre la surface usinée à la passe (n) et à la passe (n - 1). Ce déphasage illustré sur la figure (I.4), implique une variation de l'épaisseur de copeau, donc des efforts de coupe et finalement du comportement de l'outil [3].

La variation des efforts de coupe provoque alors un mouvement vibratoire de l'outil, impliquant une première ondulation de la surface usinée. Lorsque la dent suivante repasse sur cette surface ondulée, l'épaisseur nominale de copeau est variable. Cette nouvelle variation de l'effort de coupe va de nouveau entraîner un mouvement vibratoire de l'outil, impliquant une nouvelle surface ondulée (figure I.4). Ce phénomène est la source des vibrations auto entretenues.



*Figure I.4:* Déphasage lors de la régénération de surface dans le cas d'une opération d'enlèvement de matière [9].

Le mouvement vibratoire actuel est directement influencé par l'historique de l'usinage. Un des paramètres à la source du phénomène est donc le temps entre deux passages de dent et ce temps de retard a un effet direct sur le déphasage entre les ondulations. Il est notamment un des éléments clefs pour la modélisation des vibrations auto entretenues [4].



*Figure I.5:* Effet relative à la différence de phase sur l'épaisseur du copeau (marques laissées par deux dents successives) [10].

En pratique, il y a deux évolutions possibles pour l'amplitude des vibrations. Si le déphasage entre l'ondulation de la surface précédente et le mouvement actuel de l'outil est faible, la section de copeau varie peu au cours de l'usinage (figure I.5). Dans ce cas, le système subit d'avantage des vibrations forcées, ayant en pratique peu de conséquences sur la surface usinée. C'est notamment ce régime de coupe qui est souvent choisi pour limiter les conséquences des vibrations auto-entretenues. En fraisage, les vibrations forcées et auto entretenues sont difficiles à séparer [4].

Au contraire, si le déphasage est assez grand et si l'amortissement ou la rigidité de la structure sont insuffisants, la variation de la section de copeau apporte suffisamment d'énergie pour amplifier le mouvement au cours de l'usinage. En pratique, ces vibrations instables sont stabilisées par des non-linéarités, par exemple lorsque l'outil sort de la matière (hors coupe) et limite ainsi l'apport d'énergie. De plus, la sortie de la matière implique généralement une forte dégradation de la surface usinée (figure I.6).



Figure I.6: Régénération des vibrations en broutement [11].

### I.2.3.2. Broutement d'origine non-régénératif

Le broutement d'origine non-régénératif a plusieurs causes possibles:

- Les non-linéarités apparaissant lors d'un usinage très instable. Dans certains cas, l'outil aura tendance à sortir de la matière lorsque les vibrations sont trop importantes. Ceci entraîne un comportement non-linéaire du système pièce - outil.
- Le couplage des modes des vibrations : chacun des axes de l'outil ou de la machine possède des modes de vibrations qui peuvent s'influencer.

• D'autres phénomènes non-linéaires dus à la coupe de la matière comme: le talonnage entre l'outil et la pièce ou les effets thermomécaniques liés à la formation du copeau.

### I.2.3.3. Phénomène de couplage des modes

Tlusty et Polacek expliquaient également les vibrations auto-entretenues par le phénomène de couplage des modes. Ce phénomène intervient lorsqu'il y a couplage entre deux modes propres orthogonaux de l'outil. Il en résulte un mouvement relatif elliptique entre la pièce et l'outil qui engendre une variation de l'épaisseur de copeau, et donc une variation de l'effort de coupe.

Cette variation d'effort entretient ainsi le mouvement de l'outil (figure I.7). Tlusty et al montrent que ce phénomène intervient en même temps que la régénération de la surface, et amplifie celle-ci. Le couplage des modes n'intervient plus avec un système à un degré de liberté [8].



Figure 1.7: Phénomène de couplage des modes de vibration [8].

### I.2.3.4. Talonnage

Le talonnage, étudié pour la première fois par Albrecht, joue un rôle prépondérant dans le comportement dynamique du système usinant. Il apparaît lorsque la face de dépouille de l'outil entre en contact avec la surface usinée et vient frotter sur celle-ci (figure I.8). Keg a étudié le phénomène de stabilité à faible vitesse et montre qu'il existe un autre effort de coupe en fonction de la vitesse de pénétration de l'outil dans la matière et de l'amortissement de la coupe.

Il conclut que cet amortissement ne peut découler que du phénomène de talonnage, et qu'il est la cause principale de la stabilité de la coupe à ces vitesses (figure I.9) [9].



Figure I.8: Phénomène de talonnage de l'outil [11].

Tlusty a expliqué le rôle du talonnage à faible vitesse de la façon suivante. La fréquence de vibration de la pièce ou de l'outil est souvent très proche de l'un de ses modes propres à faible vitesse, la période de dent est beaucoup plus importante que la période des vibrations. Il apparaît donc un nombre élevé de longueurs d'ondes entières entre deux passages de dent. La pente de la surface à usiner est assez importante pour qu'il y ait interaction entre cette surface et la surface de dépouille de l'outil (figure I.8) [9].



Figure I.9: Effet du talonnage sur la limite de stabilité [9].

### I.2.3.5. Les interactions à l'interface outil-copeau

Ce phénomène est généralement plus complexe que la transformation plastique prépondérante dans le mécanisme de cisaillement. Il est dominé par la friction pour laquelle aucune expression explicite n'existe et il est de plus affecté par l'usure de l'outil (Trigger et al. [22] et Cook [22]). Le problème de l'interface outil-copeau a été étudié par le biais des méthodes analytiques et expérimentales (Oxley [23]).

Il est basé sur l'hypothèse d'une répartition uniforme des contraintes (Lee et al. [23], Hill et al. [25]) et approché de manière équivalente par une force sur la face de coupe dirigée dans la direction de l'angle moyen de frottement (Albrecht [26] et Shaw [27]). Le frottement du copeau sur la face de coupe croit avec la diminution de la vitesse d'écoulement de la matière et son effet s'oppose ainsi à celui du talonnage puisqu'il a tendance à diminuer la stabilité de la coupe à basse vitesse. Ce phénomène est particulièrement mis en évidence dans les expérimentations de Knight [28], (figure I.10).



Figure I.10: Résultats expérimentaux de Knight sur la stabilité de la coupe [6].

### I.3. Moyens de mesure des vibrations

Plusieurs types de grandeurs peuvent être mesurés en usinage, nous présentons également les principaux capteurs associés par le Fruit de nombreux travaux, les efforts de coupe sont parmi les paramètres les plus importants pour un usinage. Ils sont essentiellement mesurés par des dynamomètres utilisant l'effet piézoélectrique (figure I.11). Ce type de capteur est limité par sa bande passante (de l'ordre du KHz), ce qui le rend peu adapté à l'usinage grand vitesse.

De plus, les mesures sont souvent perturbées par la contribution dynamique de la platine en réponse aux vibrations régénératives. L'utilisation d'une donnée comme la puissance consommée par la coupe ou encore le courant nécessaire au pilotage de broche à paliers magnétiques actifs, permet aussi une estimation des efforts de coupe. Mais là encore, les données sont extrêmement bruitées ou les efforts en jeu sont faibles. Cette mesure indirecte des vibrations est peu intéressante [7].

La mesure directe des vibrations est majoritairement effectuée par des accéléromètres (figure I.11). Ce moyen de mesure nécessite un contact physique, ce qui le rend délicat à utiliser en usinage, notamment pour les vibrations d'outil. De plus, la masse apportée peut modifier significativement les caractéristiques dynamiques de la pièce étudiée.



Figure I.11: Dynamomètre, accéléromètre et microphone [Kistler et Brüel & Kjoer] [7].

Les moyens de mesure sans contact sont ainsi beaucoup utilisés en usinage. Le son diffusé par les vibrations constitue une information riche permettant de connaître précisément les fréquences excitées. La mesure acoustique s'effectue à distance à l'aide d'un microphone (figure I.11). Bien que simple, ce moyen de mesure est souvent inutilisable en atelier de production, car le niveau sonore est beaucoup trop important pour séparer les contributions extérieures (bruit ambiant, etc.). Les capteurs laser constituent une alternative efficace pour la mesure des vibrations dans un contexte de fabrication. Il est alors possible d'effectuer des mesures sans contact, mais en ciblant la zone à mesurer. Ces mesures sont tout de même compatibles avec une lubrification par micro pulvérisation.

Enfin, le moyen le plus utilisé pour qualifier la qualité d'un usinage est la rugosité de la surface usinée. Cette mesure s'effectue après usinage par un rugosimètre. L'utilisation de critère de rugosité permet ainsi simplement de vérifier si la pièce est vibrée. Ce moyen de mesure indirect des vibrations est le plus important pour l'industriel, car il conditionne la qualité de la surface usinée. Il faut toujours garder cela à l'esprit quand on parle, par exemple, de vibrations stables ou instables [7].

Le tableau (I.1) synthétise les principales techniques pratiquées pour relever les vibrations en usinage. Elle liste les principaux avantages et inconvénients vis-à-vis de la compréhension des vibrations d'usinage.

Moyens utilisé	Points forts	Limitations	Informations vibratoires
Microphone	Simplicité Coût Sans contact	Sensibilité au bruit Dépollution du signal requise Interprétation	Nos ciblés (Décibels) (Hz)
Platine d'effort	Mesure de l'effort de coupe	Résonnance de la platine Insensible aux efforts faibles	Nos ciblés (Newtons) (Hz)
Puissance	Simplicité Coût Sans contact	Ciblage des phénomènes	Nos ciblés (Watts) (Hz)
Accéléromètre	Etanchéité Sensibilité Accessibilité Suivi d'usinage multi axe	Choix du point d'application Ajout de mesure Saturation Intégration du signal	Ponctuelle (m.sec <sup>-2</sup> ) (m) en absolu (Hz)
Vélocimétre laser	Sans contact Distance de mesure Peu sensible au bruit	Choix du point de mesure Incompatible si lubrification Interruption du faisceau Intégration du signal	Ponctuelle (m.sec) (m) en absolu (Hz)
Capteur de déplacement	Sans contact Mesure de la statique Plage de mesure	Choix du point d'application Instrumentation, encombrement Déplacement limité Sensibilité au passage des copeaux	Ponctuelle (m) en relatif (Hz)

**Tableau I.1:** Comparatif des techniques de mesure pour la compréhension du broutement

[12].

### I.4. Moyens de prédiction des vibrations

Ehmann (1997) fait un état des lieux de la modélisation dynamique de l'usinage et dégage trois méthodes visibles sur la figure (I.12).



Figure I.12: Méthodes développées pour la modélisation dynamique de l'usinage [3].

De ces trois méthodes, seules les approches analytiques et numériques (ou dites temporelles) sont effectivement utilisées dans la modélisation des vibrations lors d'une opération d'usinage. L'approche expérimentale, telle qu'expliquée ici, est soit plus en amont de ces méthodes dans le but de fournir les données d'entrée (les coefficients de coupe dynamiques) nécessaires à l'utilisation de ces modèles. Soit plus en aval dans le cas où l'instrumentation de la machine à une fonction de surveillance.

### I.5. Prédiction analytiques et semi-analytiques

### I.5.1. Travaux d'Altintas et Budak

En 1995, Altintas et Budak [4] étendent au fraisage la modélisation du broutement faite par Tobias. Ils étudient une opération de fraisage de profil d'une pièce rigide par un outil flexible qui est modélisé dans chacune des directions du plan de coupe par un système masse-ressort-amortisseur, (figure I.13). Le système est infiniment rigide suivant l'axe de rotation et les déplacements x et y de l'outil suivant les directions X et Y sont régis par les équations suivantes:

$$m_{x}\ddot{x}_{x} + c_{x}\dot{x}_{x} + K_{x}x = F_{cx} m_{y}\ddot{y}_{y} + c_{y}\dot{y}_{y} + K_{y}y = F_{cy}$$
(I.1)

Où  $F_{cx}$  et  $F_{cy}$  sont les composantes de l'effort de coupe suivant les axes X et Y respectivement. L'effort de coupe exercé sur chaque dent est modélisé par une composante radiale  $dF_{rj}$  et une composante tangentielle  $dF_{ij}$  toutes deux linéairement dépendantes: de la profondeur de passe  $a_p$  de l'épaisseur de copeau h et des coefficients spécifiques de coupe  $K_t$  et  $K_r$ :

$$\begin{cases} dF_{ij} = K_t a_P h(\phi_j) \\ dF_{rj} = K_r dF_{tj} \end{cases}$$
(I.2)



Figure I.13: Modèle dynamique de fraisage proposé par Altintas et Budak [4].

L'épaisseur du copeau instantanée h, qui correspond à la distance entre l'arête de coupe et la surface usinée mesurée suivant la direction radiale, est la somme d'une composante statique dépendant de la position angulaire  $\phi_j$  de la dent et de l'avance par dent  $f_t$  et d'une composante dynamique en fonction de l'actuelle flexion radiale de l'outil  $v_j(t)$  et de sa déflexion au précédent passage de la dent:

$$h(t) = \left(f_t \frac{\sin(\phi_j)}{I} + \left(v_j(t) - v_j(t-\tau)\right)\right)$$
(I.3)

Composante statique Composante dynamique

Où:  $\tau$  est la période de passage entre deux dents successives et la déflexion  $v_j$  instantanée de l'outil dépend de la position de ce dernier par rapport à la pièce [9]:

$$v_j(t) = x(t)\sin(\phi_j) + y(t)\cos(\phi_j)$$
(I.4)

On peut écrire aussi l'équation (I.3) sous la forme suivante:

$$h(t) = f_t \sin(\phi_j) + (v_{j,0} - v_j)$$
(I.5)

 $v_{j,0}$ : Position radiale de la dent précédente.

 $v_i$ : Position radiale de la dent actuellement en coupe.

En projetant les efforts tangentiels et radiaux suivant les directions *x* et *y*, nous obtenons:

$$\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \alpha_P K_t \begin{bmatrix} \alpha_{xx} & \alpha_{xy} \\ \alpha_{yx} & \alpha_{yy} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix}$$
(I. 6)

Avec: $\Delta x = x_0 - x$  et  $\Delta y = y_0 - y$ , sont appelés les composantes dynamiques de l'épaisseur du copeau dans les directions *x* et *y*.

Les coefficients  $\alpha_{ij}$  sont appelés coefficients dynamiques d'efforts de fraisage. Ils sont représentatifs de l'orientation des efforts de coupe sur chaque dent, en fonction de la position angulaire de celle-ci et des coefficients spécifiques de coupe. Ces coefficients dynamiques d'efforts de coupe en fraisage sont en fonction du temps, étant donné que la position angulaire de chaque dent dépend elle-même du temps. L'équation (I.6) devient sous forme matricielle:

$$\{F(t)\} = \frac{1}{2}a_P K_t[A(t)]\{\Delta(t)\}$$
(I.7)

En remplaçant les efforts de coupe de l'expression (I.1) par leur expression (I.7), on obtient l'équation caractéristique d'un système de fraisage dynamique:

$$M\ddot{U} + C\dot{U}KU = \frac{1}{2}a_P K_t[A(t)]\{\Delta(t)\}$$
(I.8)

Avec:

• *U*: la matrice des déplacements.

• *M*: la matrice de masse.

• *K*: la matrice de raideur.

• *C*: la matrice d'amortissement.

L'équation de la dynamique de ce système à deux degrés de libertés, est donc de la forme:

$$M \ddot{U}(t) + C \dot{U}(t) + K U(t) = F(t)$$
(I.9)

L'équation de l'effort de coupe s'écrit de la forme suivante [13]:

$$F(t) = a_p K_t A(t) (X(t) - X(t - \tau))$$
(I.10)

Avec:

 $a_p$ : Profondeur de coupe axiale.

*K*<sub>t</sub>: Rigidité tangentielle.

$$A(t) = \begin{bmatrix} a_{xx}(t) & a_{xy}(t) \\ a_{yx}(t) & a_{yy}(t) \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} \sum_{j=0}^{z-1} -g_j [\sin(2\varphi_j) + K_r (1 - \cos(2\varphi_j))] & \sum_{j=0}^{z-1} -g_j [(1 + \cos(2\varphi_j) + K_r \sin(2\varphi_j))] \\ \sum_{j=0}^{z-1} g_j [(1 - \cos(2\varphi_j) - K_r \sin(2\varphi_j))] & \sum_{j=0}^{z-1} g_j [\sin(2\varphi_j) + K_r (1 + \cos(2\varphi_j))] \end{bmatrix} (I.11)$$

 $\tau = \frac{60}{ZN}$ : Période de passage des deux dents successives.

$$g(\varphi_j) = \begin{cases} 0 & \text{si la dent est hors coupe.} \\ 1 & \text{si la dent est en coupe.} \end{cases}$$

Afin de construire les lobes de stabilité, il faut passer du domaine temporel au domaine fréquentiel. L'équation de transfert  $\phi(i\omega)$  est alors donnée par:

$$[\phi(i\omega)] = \begin{bmatrix} \phi_{xx}(i\omega) & \phi_{xy}(i\omega) \\ \phi_{yx}(i\omega) & \phi_{yy}(i\omega) \end{bmatrix}$$
(I.12)

Les vibrations sont des sources de déplacement *r*, ces déplacements sont présentés par les équations suivantes:

$$\{r\} = \{x(t) \ y(t)\}^T \ ; \ \{r_0\} = \{x(t-\tau) \ y(t-\tau)\}^T$$
(I.13)

Ces déplacements s'écrivent dans le domaine fréquentiel sous la forme suivante:

$$\{r_0(i\omega_c)\} = e^{-i\omega_c\tau}\{r(i\omega_c)\} \ et\ \{r\ (i\omega_c)\} = [\phi(i\omega_c)]\{F\}e^{i\omega_c\tau}$$
(I.14)

 $\omega_c T$ : Le retard de phase entre les vibrations de passage de deux dents successives.

L'équation de l'effort de coupe (I.9) s'écrit donc:

$$\{F(t)\}e^{i\omega_{c}t} = \frac{1}{2}a_{p}K_{t}\left[1 - e^{i\omega_{c}\tau}\right][A_{0}][\phi(i\omega_{c})]\{F\}e^{i\omega_{c}t}$$
(I.15)

Où  $[A_0]$  est le premier terme de la décomposition en série de Fourier de [A(t)] En annulant la partie réelle des racines de l'équation caractéristique de (I.15), on obtient la limite de stabilité de la coupe:

$$det\left[I\right] - \frac{1}{2}a_p K_t \left[1 - e^{i\omega_c \tau}\right] \left[A_0\right] \left[\underbrace{\phi(i\omega_c)}_{\phi_0(i\omega_c)}\right] = 0$$
(I.16)

La valeur propre est déterminée par:

$$\Lambda = \frac{Z}{4\pi} a_p K_t \left[ 1 - e^{i\omega_c \tau} \right] \tag{I.17}$$

Avec Z nombre des dents

On peut résoudre cette équation, pour chaque valeur de fréquence  $\omega_c$ , en se plaçant dans le repère où les degrés de liberté sont dans les directions d'avance (x) et normale à l'avance (y). Alors,  $\phi_{xy} = \phi_{yx} = 0$ .

L'équation caractéristique devient alors:

$$a_0\Lambda^2 + a_1\Lambda + 1 = 0 \implies \Lambda = -\frac{1}{2a_0} \left( a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_0} \right) = \Lambda_R + i\Lambda_I \tag{I.18}$$

Avec:

$$\begin{cases} a_0 = \phi_{xx}(i\omega_c) \phi_{yy}(i\omega_c) (\alpha_{xx}\alpha_{yy} - \alpha_{xy}\alpha_{yx}) \\ a_1 = \alpha_{xx}\phi_{xx}(i\omega_c)\alpha_{xx}\phi_{yy}(i\omega_c) \end{cases}$$
(I.19)

La valeur  $a_{p,\text{lim}}$  (profondeur de passe maximale correspond à la limite de stabilité) est obtenue en remplaçant l'expression de l'équation (I.19) dans l'équation (I.18):

$$a_{plim} = -\frac{2\pi}{ZK_t} \left[ \frac{\Lambda_R (1 - \cos\omega_c \tau) + \Lambda_I \sin\omega_c \tau}{(1 - \cos\omega_c \tau)} + i \frac{\Lambda_I (1 - \cos\omega_c \tau) + \Lambda_R \sin\omega_c \tau}{(1 - \cos\omega_c \tau)} \right]$$
(I.20)

Comme  $a_{p,\lim}$  doit être réel positif, il faut donc annuler la partie imaginaire, ce qui donne:

$$a_{plim} = -\frac{2\pi}{ZK_t} \Lambda_R (1 + \kappa^2) \text{ avec,} \qquad \kappa = \frac{\Lambda_R}{\Lambda_I} = \frac{\sin\omega_c T}{(1 - \cos\omega_c T)}$$
(I.21)

La valeur de la vitesse de rotation concordant est déterminée à partir de la phase  $\psi$  de lavaleur propre  $\Lambda$ :

$$\kappa = \tan \psi = \tan \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\omega_c \tau}{2}\right) \tag{I.22}$$

D'où: 
$$\psi = \frac{\pi}{2} - \frac{\omega_c \tau}{2} + k\pi$$
 (I.23)

De plus: 
$$\omega_c \tau = \varepsilon + 2k\pi$$
 (I. 24)

Nous obtenons donc:

$$N = \frac{60 \,\omega_c}{Z\big((2k+1)\pi - 2\psi\big)} \tag{I.25}$$

#### I.5.1.1. Méthodologie d'obtention des lobes de stabilité

Les lobes de stabilité sont construits suivant les étapes suivantes:

- 1- choisir une fréquence  $\omega_c$  proche d'une fréquence de mode propre dominant.
- 2- résoudre l'équation (I.16).

3- calculer la profondeur de passe limité correspondante.

4- déterminer ensuite les vitesses de rotation (N) associées en faisant varier,  $k = \{1, 2, 3, ..., n\}$ .

k: le nombre d'ondulations complètes entre le passage de deux dents successives.

5- refaire les étapes avec une autre fréquence  $\omega_c$ .

### a) Choix d'une vitesse de rotation pour une profondeur de passe donnée

Une autre représentation peut être utilisée à partir de la figure des lobes de stabilité. Elle consiste à tracer de la courbe de fréquence en fonction de la fréquence de rotation (Figure I.14).

$$N = \frac{60f_c}{Zk} \tag{I.26}$$

Cette courbe permet d'estimer la vitesse de rotation stable pour chaque valeur de profondeur de passe. L'objectif est de réduire la fréquence de broutement à un multiple de la fréquence de passage des dents (2ft, 3ft, 4ft,). Tenons l'exemple du point *a*, de la zone

d'instabilité, si la fréquence de rotation de la broche est choisie de telle manière que fc = 2ft, alors la coupe devrait être stable. Plusieurs répétitions pour choisir la vitesse sont souvent essentielles. Cette manière est très utilisée dans le cas du système mono-mode [14].



*Figure I.14:* Choix de la vitesse de rotation en fonction de la profondeur de passe : (a) Lobes de stabilité, (b) graphique de fc en fonction de N (Naterwalla, 2001) [14].

#### b) Limite de la méthode

Cette méthode analytique a été déclinée par Y. Altintas à toutes les géométries de fraises, notamment pour les fraises boules [29], [30]. Le problème majeur pour effectuer le passage vers les fraises hémisphériques est la détermination des efforts de coupes. Plusieurs études ont été menées pour les modéliser [31], [32].

Cette méthode est plus adaptée au fraisage d'ébauche. En effet, en fraisage de finition plusieurs difficultés mettent en échec cette méthode. La première est due à la forte discontinuité de l'usinage lors des faibles engagements radiaux. La méthode analytique est basée sur la décomposition en série de Fourier des termes périodiques de l'équation de la dynamique A(t) (I.10) (les coefficients des efforts de coupe). La pertinence des résultats lors de la prédiction des lobes de stabilité dépend de la forme des efforts de coupe et du nombre de termes de la décomposition en série de Fourier pris en compte. F. Lapujoulade [33] a mis en évidence cette problématique. L'hypothèse visant à prendre uniquement la moyenne A<sub>0</sub> de la décomposition en série du terme périodique, ne suffit plus.

Altintas et al (1999) ont étudié les outils ayant des angles différents entre les dents. Dans leur résolution, ils ont employé différentes valeurs de phases dans l'équation (I.17).
Cette particularité de déphasage a permis de donner une plus grande stabilité de la coupe avec ces fraises. La figure (I.15) montre les zones de stabilité d'un outil ravageuse.

Cette méthode de déphasage est utilisée dans des logiciels commerciaux, tel que Cutpro, Milsim, qui prennent en compte des conditions de coupe. Ces logiciels sont couplés à un système d'analyse modale utilisé pour donner la fonction de transfert de l'outil. Les valeurs propres de l'analyse modale sont enregistrées dans ces logiciels afin de les utiliser dans le traçage des lobes. Le logiciel construit les lobes de stabilité en superposant l'ensemble des lobes obtenus à chaque mode propre, comme c'est indiqué dans la figure (I.15) [14].



*Figure I.15:* Diagramme des lobes de stabilité pour un système à plusieurs modes (Manufacturing Automation Laboratories Inc) [14].

#### I.5.2. Méthodes appliquées à la coupe fortement discontinue

A l'inverse d'Altintas, Davis& al (2000) (2002) ont développé une méthode spécifiquement dédiée à la coupe discontinue. Cette méthode repose sur l'hypothèse que le temps de coupe sur un tour est infiniment court. L'idée est alors d'utiliser la solution analytique du régime vibratoire de l'outil en dehors de la matière et de la coupler à une solution approchée du régime vibratoire en coupe afin de construire un modèle linéaire de la coupe discontinue aisé à résoudre.

Les auteurs montrent qu'avec la réduction du taux de coupe, les lobes tendent à se scinder en deux, en faisant apparaître de nouvelles zones stables, (Figure I.16). La comparaison de leur méthode avec la simulation numérique confirme l'aptitude de cette méthode pour l'étude d'opérations d'usinage avec un très faible engagement radial. L'existence de ces lobes au faible engagement radial a été particulièrement bien mise en évidence par les expérimentations de Mann (2002) [14].



Figure I.16: Allure des lobes de stabilité suivant la discontinuité de la coupe [14].

D'autres chercheurs ont œuvré à augmenter la polyvalence des méthodes analytiques ont travaillant sur la détermination de la stabilité de systèmes non-linéaires. Leur approche est plutôt de type semi-analytique car elle fait appel à des méthodes numériques itératives pour résoudre les équations de la coupe.

L'approche analytique a aussi été employée pour étudier les effets du phénomène gyroscopique. D'après Tian et al (2001) ce phénomène provoque une baisse de la limite de stabilité aux grandes vitesses de rotation [16].

#### I.5.3. Bilan des méthodes analytiques consacrées à l'étude de la stabilité de la coupe

Les approches analytiques présentent l'avantage de déterminer la stabilité dans l'espace des paramètres de coupe. Cependant elles pêchent par le manque de réalisme des hypothèses de coupe faites: loi d'effort linéaire et modes propres découplés. D'autre part, elles sont inadaptées aux géométries d'outils complexes ou avec défauts et elles n'apportent aucune information sur les régimes transitoires. De ce fait, l'intérêt de ces méthodes réside principalement dans l'apport de connaissances théoriques sur le problème de broutement plus que dans une aide pertinente aux choix des conditions de coupe.

D'autre part les modélisations utilisées reposent sur une hypothèse de calcul de l'épaisseur du copeau qui est très forte puisqu'il est supposé que la période de passage des dents est constante. Or cette hypothèse n'est plus vérifiée dès que l'usinage est instable, puisque l'instabilité se manifeste justement par un déphasage du mouvement entre deux passages successifs des dents. Cette dernière remarque soulève donc certaines interrogations quant à l'aptitude des méthodes analytiques à prédire la stabilité de la coupe de certaines opérations de fraisage [14].

Les erreurs introduites par une telle hypothèse ont été relevées par Dekelbab (1995). A partir de considérations purement géométriques, il a mis en évidence que le fait de ne pas prendre en compte les déplacements dynamiques suivant la direction tangentielle à la dent provoque un déphasage entre la trajectoire réelle de la dent et sa trajectoire modélisée.

Ce déphasage se répercute sur la détection de la coupe qui peut être avancée ou retardée et sur le calcul de la section de copeau [14].

Cependant, à notre connaissance, la validité de cette hypothèse pour l'étude de l'instabilité de la coupe n'a pas fait l'objet d'études approfondies, malgré son emploi dans toutes les méthodes analytiques et de nombreuses de simulations de la dynamique de la coupe.

#### I.6. Méthode de la semi-discrétisation

La méthode de semi-discrétisation appuyée sur la discrétisation des valeurs retardées de l'équation de la dynamique a été introduite par Insperger (2004), l'application de ce principe au fraisage est expliquée par Hartung (2006) et Gradišek (2004) [14].

L'équation de la dynamique tenue en compte reste la même par rapport à la méthode de résolution analytique.

 $M \ddot{X}(t) + C \dot{X}(t) + K X(t) = a_p K_t A(t) (X(t) - X(t - T)) = F(t)$ Avec:
(I.27)

$$A(t) = \begin{bmatrix} a_{xx}(t) & a_{xy}(t) \\ a_{yx}(t) & a_{yy}(t) \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \sum_{j=0}^{z-1} -g_j [\sin(2\phi_j) + K_r(1 - \cos(2\phi_j))] & \sum_{j=0}^{z-1} -g_j [(1 + \cos(2\phi_j) + K_r \sin(2\phi_j))] \\ \sum_{j=0}^{z-1} g_j [(1 - \cos(2\phi_j) - K_r \sin(2\phi_j))] & \sum_{j=0}^{z-1} g_j [\sin(2\phi_j) + K_r(1 + \cos(2\phi_j))] \end{bmatrix}$$
(I.28)

Où:  $g_i$  la fonction de communication,  $\phi_i$  l'angle de rotation de l'arrête par rapport à l'axe Y et  $K_r$  constante sans dimension.

Par la suite pour simplifier l'écriture, nous poserons:

(...)

$$Q(t) = -a_p K_t A(t) \tag{I.29}$$

C'est la méthode de résolution qui diffère de la méthode analytique.

Le but de la semi-discrétisation consiste à discrétiser le terme retardé de l'équation qui est ici X(t - T). L'objectif est de transformer le système d'équation différentielle retardée non autonome, équation (I.28), en une série d'équations différentielles autonomes dont les solutions sont connues [15].

Dans un premier temps, il faut construire un intervalle de division temporel. Ainsi, on choisit un pas de temps de discrétisation  $\Delta t = \tau/m$ , avec m un entier qui représentera la finesse de la discrétisation.

La semi-discrétisation du système s'effectue en approximant le terme retardé et le coefficient de coupe périodique. Nous obtenons ainsi:

•  $\Delta t = [t_i, t_{i+1}]$ : pas d' échantionnage

• 
$$X(t-\tau) \approx \frac{1}{2} (X(t_{i-m+1} + X_{i-m}))$$

• 
$$Q(t) \approx Q(t_i) = Q_i$$

L'équation (I.30) ainsi discrétisée devient:

$$M\ddot{X}(t) + C\dot{X}(t) + (K + Q_i)X(t) = \frac{Q_i}{2}(X(t_{i-m+1} + X_{i-m}))$$
(I.30)

La transformation de Cauchy permet d'écrire l'équation sous la forme:

$$\dot{u}(t) = R_i u(t) + G_i(u_{i-m+1} + u_{i-m}) \quad \text{où} \qquad (t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \end{pmatrix}$$
(I.31)

$$R_{i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\omega_{n}^{2} - \frac{\omega h_{xxi}}{mt} & -\frac{\omega h_{xyi}}{mt} & -2\xi\omega_{n} & 0 \\ -\frac{\omega h_{yxi}}{mt} & -\omega_{n}^{2} - \frac{\omega h_{yyi}}{mt} & 0 & -2\xi\omega_{n} \end{bmatrix}$$
(I.32)  
$$G_{i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\omega h_{xxi}}{mt} & \frac{\omega h_{xyi}}{mt} & 0 \\ \frac{\omega h_{yxi}}{mt} & \frac{\omega h_{yyi}}{mt} & 0 \\ \frac{\omega h_{yxi}}{mt} & \frac{\omega h_{yyi}}{mt} & 0 \end{bmatrix}$$
(I.33)

(*Ri* et *Gi* correspondent respectivement aux matrices *Ai* et *Bi* dans (Insperger et al. 2004)) Pour la condition initiale u(ti) = ui, la solution de l'équation est de la forme:

$$u(t) = e^{\omega_i(t-t_i)} \left( u_i + R_i^{-1} G_i(u_{i-m+1} + u_{i-m}) \right) - R_i^{-1} G_i(u_{i-m+1} + u_{i-m})$$
(I.34)

En substituant 
$$t = t_{i+1}$$
 et  $u(t_{i+1}) = u_{i+1}$ , nous obtenons alors:  
 $u_{i+1} = e^{\omega_i \Delta t} u_i + (e^{\omega_i \Delta t} + I) R_i^{-1} G_i (u_{i-m+1} + u_{i-m}) P_i u_i$   
 $+ L_i (u_{i-m+1} + u_{i-m})$  (I.35)

Afin d'avoir la relation entre les i<sup>ème</sup> et les i<sup>ème+1</sup> terme, l'équation (I.35), devient:  $v_{i+1} = Z_i v_i$  (I.36)

Avec :
$$v_i = \begin{cases} u_i \\ u_{i-1} \\ \vdots \\ u_{i-m} \end{cases}$$
 et  $Z_i = \begin{bmatrix} P_i & 0 & \dots & 0 & L_i & L_i \\ I & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & \ddots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & I & 0 \end{bmatrix}$ 

La matrice de transition  $\Phi$  de Floquet sur la période T est obtenue en couplant les solutions de m périodes de temps successives:

$$\Phi = Z_{m-1} Z_{m-2} \dots Z_1 Z_0 \tag{I.37}$$

La stabilité du système est déterminée sur une période T, par la valeur du module des valeurs propres de D. Le système est stable si tous leurs modules sont inférieurs à 1. Il existe deux types d'instabilité: le broutement quasi-périodique, et le broutement périodique qui est représenté en vert sur la figure (I.17). Ces deux états se distinguent d'un point de vue mathématique par l'évolution du module des valeurs propres de la matrice de transitions pour une vitesse de rotation donnée [15].



*Figure I.17:* Evolution des valeurs propres de  $\phi$  pour ae = 0.05.D [15].

#### I.7. Etude du broutement en fraisage par la simulation numérique

La simulation numérique a été appliquée au fraisage en vue de pallier les lacunes des méthodes analytiques. Dans ce contexte, la coupe est embarquée à un niveau macroscopique. A ce niveau, les interactions fines entre la pièce et l'outil au niveau de l'arrête de coupe sont exprimées par des lois de coupe simplifiées, tel que celles présentées dans la précédente partie, qui intègrent les déformations de l'ensemble des composants de la cellule élémentaire d'usinage sous l'effet des efforts de coupe.

La figure (I.18) montre que l'enlèvement de matière se fait alors suivant le modèle d'un outil « Effaceur de matière (Erasing phase) » (Marty, et al. 2000), qui définit le volume enlevé pendant un intervalle de temps comme étant l'intersection du volume initial de la pièce avec le volume balayé par les dents de l'outil au cours de cet intervalle de temps [16].



Figure I.18: Enlèvement de matière suivant le modèle de l'outil effaceur [16]

Une des toutes premières simulations numériques de la coupe, en modélisant le phénomène de régénération de la surface, fut réalisée par Tlusty et Ismail en 1981. Le but principal de cette modélisation et de mieux affiner les résultats obtenus par voie analytique et de pouvoir analyser l'impact de certains non linéarités de la coupe.

Ces non linéarités peuvent être que ce soit la perte de contact entre l'outil et la pièce suite à des vibrations ou bien une modification de l'orientation ou de la valeur de force de coupe effectuée dans un tour. Pour cela, Tlusty et Ismail ont utilisé une simulation dans le domaine temporel, en considérant les opérations de tournage et de fraisage. Ces travaux ont montré entre autres l'existence du phénomène de couplage des modes [14].

L'évolution informatique a conduit à la reprise des travaux d'étude du fraisage qui ont été confronté aux problèmes de manque de puissance de calculateur à l'époque. Cette modélisation est présentée ci-dessous telle qu'elle est développée par Kline et Devor en 1980.

#### I.7.1. Modèles d'effort de Kline et Devor

Pour des fins simplificatrices l'étude des géométries d'outil complexe est effectuée par la superposition (somme) d'outils de géométrie simple. La figure (I.19) montre une fraise présentant un angle d'hélice formé, le long de son axe Z d'une superposition d'un ensemble d'outil de hauteur élémentaire dz. La fine taille de ces outils élémentaires permet de négliger l'angle d'hélice de l'outil initial. Il est à noter que chaque outil élémentaire possède un angle et rayon différent. En adoptant la notion d'outils élémentaires exerçant des efforts de coupe élémentaire ( $F_{ci}$ ), nous pouvons écrire que l'effort de coupe totale ( $F_c$ ) est égal à la somme géométrique des différents efforts élémentaires [17].

$$F_c = \sum_i F_{ci} \tag{I.38}$$

Cette modélisation a été reprise dans de nombreuses recherches ultérieures [18], [19], [20]:



Figure I.19: Décomposition de l'outil en outils élémentaire [17].

#### I.7.2. Simulations de Smith et Tlusty

Le fraisage de profil d'une pièce supposé rigide a été simulé par Smith [20]. Cette simulation suppose un outil flexible dans le plan perpendiculaire à l'axe de la broche. Le système de modélisation utilisé pour décrire le comportement dynamique de l'outil suivant deux directions perpendiculaires au plan de coupe est de type masse-ressort-amortisseur.

La géométrie de l'outil est comparable à celle d'un outil parfait dont les dents sont réparties uniformément et ne possèdent pas d'angle d'hélice. La figure (I.20) décrit l'usinage ainsi défini. En supposant les modes découplés deux à deux, les équations de la dynamique sont projetées dans la base modale. Ainsi chaque composante  $x_i$  du vecteur modal de position X vérifie la relation suivante:

$$m_i \dot{x}_i + c_i \dot{x}_i + K_i x_i = F_i \tag{I.39}$$

Avec:

- $m_i$ : Masse modale du  $i^{\acute{e}me}$  mode.
- $c_i$ : Amortissement modale du  $i^{\acute{e}me}$  mode.
- $K_i$ : Raideur modale du  $i^{\acute{e}me}$  mode.

```
• F_i: L ai<sup>éme</sup> composante de la projection du vecteur d'effort de coupe F_c dans la base modale.
```

Ces efforts de coupe  $F_c$  sont vus comme la somme d'une force tangentielle et d'une force radiale exercées par la pièce sur l'outil. Ces efforts de coupe sont exprimés linéairement

en fonction de la section de copeau : produit de la profondeur de passe axiale  $(a_P)$  et de l'épaisseur (h), et des coefficients spécifiques de coupe  $K_t$  et  $K_r$  [16]:

$$\begin{cases} F_t = K_t a_P h\\ F_r = K_r F_t \end{cases}$$
(I. 40)



Figure I.20: Modèle dynamique de la coupe en fraisage de Smith et Tlusty [20].

Pour aborder le problème de la modélisation de la coupe, Smith et Tlusty [20] ont supposé que chaque dent se déplace du même angle fixe; ainsi chaque dent va occuper la même place que celle antérieure. Cette simplification, permet d'éviter les problèmes de représentation des surfaces usinées. L'épaisseur instantanée de copeau h peut être décrite par un terme cinématique correspondant au mouvement de consigne de chaque dent et un terme dynamique égal à la différence entre la déflexion radiale maximale actueller de l'outil et sa déflexion antérieure maximale  $r_0$  lors d'un précédent passage de dent:

$$h = f_t \sin(\phi) + r - r_0 \tag{I.41}$$

La difficulté du calcul des efforts de coupe ainsi modélisés réside dans la détermination de l'épaisseur du copeau (non déformé) h, qui est fonction non seulement de la position de l'outil par rapport à la pièce, mais aussi du profil de la surface usinée. Cette difficulté a été levée en assimilant la surface usinée au droit de la position d'une dent à la position occupée par la précédente dent, lorsque cette dernière avait la même position angulaire. De ce fait, cette simplification permet de s'affranchir du problème de représentation de la surface usinée.

Enfin, la géométrie de la pièce brute est définie par un angle d'entrée et un angle de sortie tous les deux constants. Le calcul des efforts s'effectue dès qu'une dent est dans ce secteur. Il est à noter que cette représentation du brut ne permet pas d'étudier les phases transitoires où les conditions de coupe sont changeantes, comme l'entrée de l'outil dans la matière. L'intégration de l'équation dynamique se fait ensuite en utilisant un schéma d'intégration explicite d'Euler. Le découpage du temps est déterminé par la fréquence propre la plus élevée du système modal et le pas de temps étant choisi comme le 1/10 de l'inverse de cette fréquence.

Smith et Tlusty présentent leurs résultats obtenus avec un système n'ayant qu'un seul mode dans chacune des deux directions. A travers la simulation numérique il est possible de reconstruire les diagrammes des lobes de stabilité. Enfin de compte il est possible d'identifier les limites des paramètres de coupe (vitesse de rotation de la broche et profondeur axiale) et recalculer à chaque nouveau paramètre, les déplacements et les efforts de coupe. Ces efforts de coupe et ces déplacements tirés des zones stables permettent de tracer un "diagramme crête à crête (PTP : peak to peak diagram)". Ces diagrammes permettent d'identifier les zones de stabilité, (figure I.21).



*Figure I.21:* Illustration des PTP diagrammes: usinage en opposition avec une fraise 10 dents, (Simulation de Smith et Tlusty [20]).

#### I.7.3. Simulations de Balachandran et Zhao

La loi d'effort de coupe dynamique qui se base sur l'hypothèse de décomposition, proposée par Balachandran et Zaho [18], [19] est considérée comme étant la loi la plus perfectionnée dans la simulation des cartes de stabilité lors des opérations de fraisage. La modélisation proposée se base sur un découpage de l'outil initial en outils élémentaires. Les auteurs considèrent aussi les effets du phénomène de coupe oblique et aussi bien son amortissement propre.

Ces auteurs ont étudié l'effet du nombre antérieur des périodes de passage de chaque dent pris en compte pour le calcul de l'épaisseur de coupeau. La figure (I.22) montre que l'étude d'un passage d'une seule dent présidente ne suffit pas. La convergence de la limite est satisfaisante dès que l'étude de passage de dent présidente dépasse deux dents.



*Figure I.22:* Incidence du nombre de précédent passage de dents pris en compte dans la simulation sur la frontière des zones de broutement [18].

Ces auteurs montrent que la seule augmentation de l'angle d'hélice, en laissant invariant l'autre coefficient, génère une réduction de la zone de stabilité. En étudiant la vitesse d'avance Zhao[18], constate une faible influence de ce paramètre sur le broutement.

#### I.7.4. Simulations de Grégoire Peigne (Grégoire, 2003)

Grégoire a montré que, lors d'une opération de fraisage, la qualité de la coupe dépend du:

- Phénomène du broutement.
- Phénomènes de vibrations forcées causées par la périodicité de la coupe.

Pour la simulation, des conditions favorables d'usinage, Grégoire a développé une modélisation dynamique à l'échelle macroscopique en intégrant l'ensemble des comportements de M-O-P, ce qui a permis d'améliorer la précision de calcul et d'étudier la surface à l'échelle de rugosité [16].

#### I.8. Tentatives de réductions des vibrations régénératives

Globalement, l'objectif commun de toutes les études sur la dynamique en usinage est la réduction des vibrations régénératives. Beaucoup de solutions spécifiques ont été

31

développées, notamment dans le milieu industriel. Dans cette partie, nous présentons ces différentes approches, dont on peut dissocier deux grandes familles:

- L'approche « mécanistique », dont l'objectif est de limiter les déplacements.
- L'approche « dynamique », permettant de limiter la régénération de la surface.

Dans un premier temps, nous présentons l'approche mécanistique. Dans un second temps, nous développons les approches dynamiques, visant à réduire l'effet régénératif [21].

#### I.8.1. Approche mécanistique

L'approche mécanistique a pour objectif de limiter l'amplitude des vibrations, qu'elles soient régénératives ou forcées. Cette approche est largement utilisée dans le domaine industriel, car sa mise en œuvre ne nécessite pas des connaissances spécifiques sur les phénomènes à la source des vibrations. Cette approche passe par une réduction des efforts de coupe, par la réduction de l'engagement de l'outil, par l'utilisation de stratégies d'usinage spécifiques (de type UGV) limitant les efforts.

Il est aussi possible d'augmenter la rigidité en utilisant des porte-outils spéciaux (outils frétés), des machines très rigides. L'utilisation de montages d'usinage assurant un maintien statique ou dynamique de la pièce est également efficace.

Enfin, l'ajout d'amortissement permet de réduire également l'amplitude des vibrations. Ce l'ajout peut se faire par une réduction des vitesses de coupe. L'utilisation d'amortisseur permet également de limiter les vibrations, cependant les études s'attachent uniquement à montrer la faisabilité de la solution.

Il est également possible d'ajouter un élément actif dans l'amortisseur (figure I.23). Actuellement, la commande de l'actionneur à effet piézoélectrique n'est pas couplée avec les déplacements réellement mesurés. Leur action se limite alors à un ajout d'amortissement plus qu'à un contrôle actif des vibrations [21].



Figure I.23: Porte-outil actif en tournage [21].

Pour conclure, ces différentes solutions se focalisent sur la réduction des vibrations sans s'attaquer à la source du problème. Les approches présentées par la suite visent la limitation du phénomène de régénération de la surface.

#### I.8.2. Vitesse de rotation optimale

Cette première solution découle de l'utilisation directe des lobes de stabilité. L'idée est de choisir les conditions de coupe (profondeur de passe et vitesse de rotation) assurant la stabilité de l'usinage avec un débit de copeau important. Dans certains cas, il n'est pas facile de connaître précisément le tracé des lobes de stabilité. La sélection de conditions de coupe optimales s'effectue après plusieurs itérations.

La mesure de la fréquence de broutement pour chaque essai permet de modifier les conditions de coupe afin de remonter dans les lobes. Cette approche est uniquement possible en UGV lorsque les lobes sont bien dissociés. Pour améliorer l'utilisation des lobes, il est possible de modifier la longueur de l'outil et ainsi sa fréquence propre. Les lobes se décalent et rendent accessibles des zones optimales. Cette solution de tool turning permet alors de réaliser des usinages stables.

Cette approche garantit des usinages stables (sans vibration régénérative), mais ne réduit pas les vibrations forcées, c'est là son principal inconvénient [21].



Figure I.24: Optimisation de la vitesse de rotation avec les lobes de stabilité [21].

#### I.8.3. Outils de coupe spéciaux

Une autre technique permettant de limiter l'effet régénératif consiste à utiliser des outils de coupe spéciaux. Un décalage de la position angulaire entre les différentes dents permet de modifier le temps entre deux coups de dent (figure I.25). De cette façon, la régularité de la coupe est modifiée, et la régénération de la surface en est perturbée.

Cette solution, connue depuis longtemps, a mis du temps à se développer, car le choix du décalage angulaire entre les dents est difficile. A la suite des travaux de Yusuf Altintas, une méthode de calcul d'une répartition efficace des dents a vu le jour [3].

Par contre, la modélisation nécessite de connaître la fréquence de broutement. Cette méthode validée expérimentalement a démontré son efficacité, notamment dans le cas des parois minces [5], [6].

Des auteurs ont également travaillé sur des outils à angle d'hélice variable. Cette solution est très efficace sur les ordres élevés des lobes, zone où les plages de vitesses optimales sont très réduites. Récemment, des auteurs ont combiné ces deux solutions dans des outils à pas et angle d'hélice variables [21].

Les essais d'usinage ont montré les gains obtenus, mais sur certains usinages la limite de stabilité est vingt fois plus importante que celle prévue par les simulations. Les auteurs soupçonnent, entre autres, la non-linéarité apportée par le talonnage.



Figure I.25: Outils de coupe spéciaux [21].

Malgré les avantages indéniables de cette méthode, elle est actuellement peu utilisée en industrie, car elle engendre une augmentation importante du nombre d'outils, peu compatible avec les objectifs de rationalisation des références outil. En effet, un outil à pas variable est efficace uniquement pour une fréquence de broutement, associée à une opération donnée.

#### I.8.4. Variation de la vitesse de broche

Cette méthode consiste à faire varier sinusoïdalement la vitesse de broche autour d'une valeur moyenne, avec une amplitude et une fréquence données. Cette variation

(I.42)

harmonique de la vitesse de rotation va ainsi perturber le phénomène de régénération de la surface en générant une fréquence de dent variable. Il s'agit d'appliquer à la broche une consigne de vitesse de la forme.

 $S(t) = S_m[1 + \alpha \sin(2\pi f_s t)]$ 

Où  $S_m$  est la valeur moyenne de la vitesse de rotation,  $\alpha$  le rapport d'amplitude,  $f_s$  la fréquence du signal.

Cette technique de réduction des vibrations a été initiée au début des années 70 par Stoferle et al. Et largement étudiée par la suite. Cependant, elle n'a pas encore trouvé sa place dans le milieu industriel, car elle souffre de nombreux points faibles. La difficulté majeure est la détermination de la fréquence d'oscillation  $f_s$  et du rapport d'amplitude  $\alpha$ . Il n'y a pas de méthode systématique permettant de déterminer ces paramètres. Ils dépendent du comportement dynamique du système, et sont limités par le temps de réponse du système de pilotage de la broche, et de sa précision.

Le système de pilotage se comporte comme un filtre passe-bas, limitant ainsi la fréquence de variation de la consigne  $f_s$ . La broche ne peut suivre une consigne de vitesse dont la fréquence excède une certaine valeur. Le rapport d'amplitude  $\alpha$  est limité par les caractéristiques du système de pilotage, et ne doit donc pas dépasser une certaine valeur. L'usinage à vitesse de rotation variable peut également faire apparaître des vibrations plus importantes qu'à vitesse constante dans le cas où les paramètres ne sont pas soigneusement déterminés, ce qui implique une parfaite connaissance de la dynamique du système usinant et du système de pilotage de la broche. Al-Regib et Yilmaz et al. Proposent d'appliquer à la broche une variation de vitesse aléatoire et multi-niveaux (figure I.26) de la forme:

$$S(t) = S_m[1 + \alpha M(t, z)]$$
 (I.43)

Où  $S_m$  est la valeur moyenne de la vitesse de rotation,  $\alpha$  le rapport d'amplitude maximum autorisé par les caractéristiques de la broche, et M(t, z) le terme aléatoire paramétré par z, le pas de temps uniforme. Cette technique permet, par rapport à une variation sinusoïdale de la vitesse, d'éviter la mise au point des paramètres. Les auteurs montrent que de bons résultats sont obtenus grâce à cette méthode.



Figure I.26: Suppression des vibrations par variation de la vitesse de broche [9].

#### I.9. Conclusion

Les travaux sur la dynamique de la coupe en fraisage font ressortir deux problématiques majeures qui sont l'étude du broutement et la caractérisation de la géométrie de la surface usinée en régime vibratoire de coupe. Ce découplage ne découle pas d'une différence de nature des problèmes, puisqu'ils reposent tous deux sur les mêmes mécanismes de coupe, mais reflète les différentes optiques de ces approches.

Ainsi, les études sur le broutement voient ce phénomène comme la manifestation néfaste des vibrations provoquées par le mécanisme de régénération de la surface et par conséquent elles cherchent à déterminer l'ensemble des conditions de coupe sans broutement pour lesquelles la coupe est supposée satisfaisante. La nécessité de balayer l'espace des paramètres de coupe oblige à avoir une modélisation suffisamment simplifiée de la direction d'usinage, supportable par les méthodes analytiques ou permettant de faibles temps de calculs en simulation numérique.

Or le choix de conditions d'usinage sans broutement ne garantit pas une surface optimale car cette dernière peut être affectée par les vibrations forcées (dont les amplitudes sont maximales aux conditions de coupe les plus stables) et par la persistance de leurs régimes transitoires. La quantification de ces effets requiert alors d'intégrer à la simulation numérique une modélisation suffisamment fine de la coupe où apparaît la surface usinée.

Les simplifications proposées pour réduire les temps de calculs entraînent une approximation de calcul de la direction d'usinage et l'épaisseur de copeau et par conséquent des efforts de coupe qui introduit une incertitude dans les résultats de simulation. De plus nous avons présenté les moyens de mesures et de prédiction des vibrations Travaux d'Altintas et Budak [3], [4], [5], [6], ainsi que les Tentatives de réductions des vibrations régénératives.

Notre étude consiste à modéliser la direction d'usinage dans le cas de fraisage, en prenant comme cas d'application le fraisage hémisphérique, (en opposition et en avalant) et pour cette raison on s'est basé sur les travaux de Tony L. Schmitz. Kevin S. Smith [1] et qui ont développé une méthode de modélisation de la coupe par les angles d'entrée et sortie de l'outil du fraisage.

Chapitre II

# MODELISATION DE LA DIRECTION D'USINAGE EN FRAISAGE HEMISPHERIQUE

## **Chapitre II**

# MODELISATION DE LA DIRECTION D'USINAGE EN FRAISAGE HEMISPHERIQUE

#### **II.1. Introduction**

Dans ce chapitre, nous allons appliquer la connaissance de la dynamique de point d'outil à partir de l'analyse modale pour prévoir le broutement régénérateur. Nous développerons aussi des expressions de force, discuterons la régénération extérieure, présentons les équations de forces suivant les trois directions, et terminerons par temps.

Nous proposons également d'étudier la géométrie de la fraise hémisphérique ainsi que les différents angles de coupe et leurs relations. Nous appliquerons ensuite l'approche de la série de Fourier pour calculer les forces de coupe afin de développer un nouveau modèle de direction d'usinage (Angle d'entré et angle de sortie de la fraise).

#### **II.2.** Description du fraisage

En fraisage, un outil tournant avec des arêtes de coupe définies est déplacé relativement en une pièce afin d'enlever la matière et obtenir la géométrie et les dimensions désirées. L'outil est typiquement monté sur un support qui est attaché à son axe. L'axe de l'outil fournit la vitesse, la puissance et le couple de rotation. Des axes multiples sont alors utilisés, relativement à la pièce pour manipuler l'outil-porte d'outil - la broche.

Au minimum, trois axes linéaires sont généralement arrangés dans une position perpendiculaire ; ces mouvements linéaires sont traditionnellement x, y, et z qui indique l'axe d'outil. Cependant, les fraiseuses sont généralement disponibles avec les axes de rotations additionnelles pour fournir des possibilités d'usinage pour les pièces non-prismatiques [1].

Dans ce cas-ci, les degrés de rotation de la liberté sont typiquement notés A, B, et C, ils indiquent des rotations respectivement autour des axes x, y, et z. Les fraiseuses peuvent être manuelles ou à commande numérique. La figure (II.1) montre une représentation d'une fraiseuse à trois axes. Une configuration verticale de la broche est montrée, les géométries de la broche horizontale sont également disponibles. Ces dernières sont souvent, dans des applications de fraisage à grande vitesse.



Figure II.1: Machine de fraisage à broche verticale [1].

#### II.3. Géométrie des outils de fraisage

Les outils de coupe et les porte-outils sont disponibles pour plusieurs opérations qui sont engendrées en fonction des applications spécifiques, telles que le fraisage de profil, le fraisage hémisphérique et le fraisage de surfaçage. Les outils peuvent être classés par catégorie selon leur géométrie libre, y compris les géométries carrées boulées et rayonnées. Les outils carrés ont une forme cylindrique avec un petit rayon d'extrémité de sorte que le profil est rectangulaire [1].

Les outils boulés sont hémisphériques à leur extrémité libre pour permettre le contournement des cavités internes vers l'externe (dispositifs non-prismatiques tridimensionnelles). Les outils avec une géométrie rayonnée ont de plus grands rayons d'extrémité que les outils carrés, mais ne sont pas entièrement hémisphériques. Semblables aux outils boulés, ils sont également aptes pour contourner (figure II.2).



Figure II.2: Géométries des outils et opérations de fraisage [1].

Il existe plusieurs manières de classer les fraises. On se base généralement sur les critères de construction (monoblocs, brasés, indexés ou à plaquettes rapportées) (figure II.3), et l'entité d'usinage à réaliser (rainure, profil quelconque) [35].



Figure II.3: Fraises à plaquettes et Les fraises monobloc [35].

### II.4. Mouvement de coupe et d'avance

Dans une opération de fraisage il y a deux mouvements (figure II.4).

- Mouvement de rotation de la fraise (mouvement de coupe *Mc*) qui est un mouvement rapide entrainé par la broche de la fraise.
- Mouvement de déplacement de la pièce qui est fixée sur la table de la machine (mouvement d'avance *Ma*) qui est un mouvement lent et uniforme.



Figure II.4: Mouvements de coupe et d'avance [4].

#### II.5. Vitesse de coupe

La relation entre la vitesse de coupe  $V_c(m/min)$  et la vitesse de rotation de la broche  $\Omega(tour/min)$  est donnée par la relation suivante:

$$V_c = \Omega \, \frac{D}{2} \tag{II. 1}$$

D: Diamètre de l'outil.

#### II.6. Vitesse d'avance et vitesse de rotation

La relation entre la vitesse d'avance de la table et la vitesse de rotation de la fraise est donnée par la relation suivante [4]:

$$V_a = \Omega f_t N_t \tag{II.2}$$

Avec:

 $\Omega$ : Vvitesse de rotation de la broche de la fraise [tr/min].

 $f_t$ : Avance par dent [mm].

 $N_t$ : Nombre de dents de la fraise.

#### II.7. Epaisseur du copeau et l'avance par dent

L'épaisseur du copeau est l'épaisseur radiale entre la surface précédente usinée et la position actuelle d'une dent de la fraise en cas de coupe. Elle est en fonction de la position angulaire de cette dent, cette épaisseur de copeau est donnée par la relation suivante [36] (figure II.5):

$$h(\phi) = f_t \sin(\phi) \tag{II.3}$$



Figure II.5: Epaisseur instantanée du copeau [4].

Où  $\phi$  est l'angle de rotation de l'outil, (figure II.6).



Figure II.6: Angle de rotation de l'outil [1].

L'avance par dent  $f_t$  est décrite en termes de l'avance linéaire (f), la vitesse de rotation de la broche  $(\Omega)$  et le nombre de dent  $N_t$ , dans l'équation (II.4).

Les unités typiques pour ces variables sont mm/dent pour l'avance par dent, tour/min pour la vitesse de rotation de la broche, mm/min pour le taux d'avance linéaire et dent/rev pour le nombre de dents.

$$f_t = \frac{f}{\Omega N_t} \tag{II.4}$$

#### II.8. Angle d'entrée et angle de sortie de la fraise

L'équation (II.3), montre que l'épaisseur du copeau dans le fraisage varie périodiquement, même en l'absence des vibrations d'outil ou de la pièce. Ce dernier est égal à zéro quand  $\phi = 0$  et 180 deg (égale au  $f_t$ ) quand  $\phi = 90$  deg. La figure (II.7) montre cette

variation pour les deux cas de fraisage. L'épaisseur du copeau augmente lors du fraisage en opposition et diminue lors du fraisage en avalant [1].



*Figure II.7:* Variation d'épaisseur du copeau pour les deux modes de fraisage (a = r)[1].

Dans les deux cas, l'angledet égal à zéro pour  $180 < \phi < 360$  deg, parce qu'aucun usinage ne se produit entre ces angles. Pour le fraisage en opposition dont l'angle d'entrée  $\phi_s = 0$ , et l'angle de sortie  $\phi_e$  dépend de la profondeur de coupe radiale *a*, et du rayon d'outil *r*:

$$\phi_e = \cos^{-1}\left(\frac{r-a}{r}\right) \deg \tag{II.5}$$

Pour le fraisage en avalant, l'angle de sortie  $\phi_e = 180$  deg est semblable au fraisage en opposition, l'angle d'entrée est écrit en fonction de la profondeur de coupe radiale et du rayon d'outil. Voir l'équation (II.6) et la figure (II.8).

$$\phi_s = 180 - \theta = 180 - \cos^{-1}\left(\frac{r-a}{r}\right) \deg$$
 (II. 6)



Figure II.8: Géométrie de l'angle d'entrée et de sortie des deux modes de fraisage [1].

#### II.9. Modèle d'effort de coupe

Supposons que l'outil et la pièce sont rigides; c'est-à-dire, qu'il n'existe qu'une seule géométrie pour la détermination de la force de coupe [1].

Nous pouvons exprimer la force de coupe sur n'importe quelle arête de coupe en fonction de la section du copeau et la force spécifique:

$$F = K_s A = K_s bh \tag{II.7}$$

Les composantes normales et tangentielles peuvent être écrites comme dans l'équation (II.8) et (II.9), et démontrées par la figure (II.9):

$$F_n = \cos(\beta) F = \cos(\beta) K_s bh = K_n bh$$
(II.8)

 $F_t = \sin(\beta) F = \sin(\beta) K_s bh = K_t bh$ (II.9)



Figure II.9: Géométrie des forces de coupe de fraisage [1].

Cette figure montre la force de coupe exercée sur une dent simple, où la force est décrite dans un repère de coordonnées lié à l'outil. Pour la mesure, cependant, il est généralement plus commode d'exprimer la force en repère fixe. Par exemple, la pièce peut être montée sur un dynamomètre de force de coupe, les composantes de forces sont suivant les directions x, y, et z définies pendant l'usinage, sont montrées sur la figure (II.10).

Pour décrire analytiquement ces forces, nous devons projeter les composantes normales et tangentielles suivant les directions x et y avec l'angle de rotation de l'outil  $\phi$ . En nous basant sur notre utilisation des dents droites de l'outil, nous pouvons négliger la composante de la direction z [1].

$$F_x = F_t \cos(\phi) + F_n \sin(\phi) \tag{II.10}$$

$$F_{y} = F_{t} sin(\phi) - F_{n} cos(\phi) \tag{II.11}$$



*Figure II.10:* Projection des composantes de forces de coupe normales et tangentielles suivant les directions x et y [1].

Nous pouvons maintenant remplacer les composantes de force tangentielles et normales dans les équations (II.10) et (II.11). Ceci revient à dire que:

$$F_x = k_t b f_t sin(\phi) cos(\phi) + k_n b f_t sin(\phi) sin(\phi)$$
(II.12)

$$F_{y} = k_{t} b f_{t} sin(\phi) sin(\phi) - k_{n} b f_{t} sin(\phi) cos(\phi)$$
(II. 13)

Nous avons également remplacé l'épaisseur instantanée du copeau par l'expression donnée par l'équation (II.3). Ces forces sont clairement périodiques avec  $\phi$ , mais nous devons considérer également la géométrie de coupe dans les calculs finaux de forces. Comme l'outil tourne, nous aurons un changement de force sur chaque dent.

En outre, l'orientation de force (direction) sur cette dent varie pendant la rotation d'outil. Par conséquent, les forces produites par une dent simple, comme vue avec la pièce ou la machine-outil, varient périodiquement avec la rotation de l'outil. En outre, toutes les forces changent pendant que les dents additionnelles engagent ou partent de la coupe.

#### II.10. Comparaison de la Simulation des efforts de coupe pour le fraisage périphérique

On représente les résultats de simulation pour le cas de fraisage périphérique pour deux modes d'usinage: fraisage en opposition et fraisage en avalant. On considère un outil de fraisage d'immersion radial de 50%, et on utilise un outil avec quatre dents; (figure II.7. a). La profondeur de coupe radiale est de 50% du diamètre de l'outil ou la moitié de son rayon puisque c'est une opération de fraisage en opposition  $\phi_s = 0$  et l'angle de sortie est:

$$\phi_e = \cos^{-1}\left(\frac{r-r}{r}\right) = \cos^{-1}(0) = 90 \deg$$
 (II. 14)

Par conséquent, chacune des quatre dents, équidistant à intervalles de 90 degrés autour de la périphérie d'outil de coupe, est engagée dans la coupe. Pour cette gamme de 90 degrés, les composantes de force dans le plan x/y fixé peuvent être décrites par l'équation (II.12) et (II.13). Plus d'une représentation sont montrées dans la figure (II.11). Les forces de coupe suivant les directions x et y, où la force résultante.

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$
(II. 15)

Est également incluse. D'après les données de Schmitz et Smith [1], et pour la simulation, on a choisi les paramètres suivants:

$$k_t = 750 \ N/mm^2$$
,  $k_n = 250 \ N/mm^2$ ,  $K_s = 791 \ N/mm^2$ ,  $\beta = 71.6 \ deg$ .

Ces valeurs seraient raisonnables pour un alliage d'aluminium.

$$b = 5 mm, f_t = 0.1 mm/dent.$$

Nous remarquons que cette dent 1 est engagée entre 0 et 90 degrés (assurant un angle d'entrée de  $\phi = 0$  quand la dent 1 est verticale). Puisque l'épaisseur du copeau augmente à mesure que l'angle de rotation de l'outil augmente lors du fraisage en opposition, les niveaux de force s'accroissent. A 90 degrés, les forces chutent à zéro jusqu'à ce que la dent 2 s'engage à la coupe et à  $\phi = 90$  degrés. Elle est engagée jusqu'à 180 degrés quand la force chute encore à zéro et ainsi de suite pour une rotation complète (toutes les quatre dents).

Pour la comparaison, la figure (II.7.b) montre la géométrie de coupe de fraisage en avalant pour l'immersion radial de 50%, la figure (II.12) montre le profil de force de coupe correspondant à une rotation simple. Tous les paramètres restent les mêmes, sauf que l'angle d'entrée est:

$$\phi_s = 180 - \cos^{-1}\left(\frac{r-r}{r}\right) = 180 - \cos^{-1}(0) = 90 \text{ deg}$$
 (II. 16)

L'angle de sortie  $\phi_e = 180$  degrés. On remarque que la dent 4 s'engage dans la coupe, le niveau de force produit est maximum à 0 degré et puis diminue avec l'épaisseur du copeau à un angle de 90 degrés; cette tendance de réduction de force explique pourquoi le fraisage en avalant est souvent choisi pour des passages de finition quand la surface finie est la plus critique. Ensuite, lorsque ces passages de finition ont atteints  $\phi = 90$  degrés, la force est encore égale zéro jusqu'à ce que la dent 1 engage à la coupe à 180 degrés et le cycle se répète. Notons que la force de direction x est négative (agissant vers la droite) [1].





*Figure II.13:* Simulation des forces de coupe. Nt=4 dents, b=2mm,  $f_t = 0.1mm/dent$ ,  $K_t = 1800 N/mm^2$ ,  $K_r = 540 \frac{N}{mm^2}$ , (a) fraisage en opposition, (b) fraisage en avalant [37].

#### II.11. Commentaires de la comparaison du fraisage périphérique

La validation par simulation détaillée ci-après présente le cas d'une fraise cylindrique de diamètre D = 19mm, utilisée dans cette simulation. Le modèle d'effort de coupe est celui qui a été mis en place dans les parties précédentes.

La fraise considérée est une fraise à quatre dents ce qui nous a permis de l'utiliser pour les validations des cas à deux et quatre dents.

L'effort enregistré a ensuite été dupliqué d'abord avec un décalage de  $\pi/2$  et le principe de superposition a été appliqué pour calculer un effort de coupe qui est la résultante des deux forces (Fx, Fy). Dans cette approche, nous formulons l'hypothèse qu'il n'y a pas d'interaction entre les dents de l'outil.

Les figures (II.11), (II.12) et (II.13) montrent que l'effort enregistré par notre simulation correspond à l'effort de coupe calculé par Altintas, et en ce sens, il valide l'étude menée pour le cas des fraises à trois dents: les amplitudes mesurées sont de l'ordre de grandeur des amplitudes calculées et la distribution valeurs positives - valeurs négatives est bien celle attendue.

Les courbes de l'effort mesuré présentent quand même des irrégularités importantes autour des valeurs minimales. Cela peut s'expliquer par la particularité des composantes *Ft* et *Fn* présentée sur le modèle de la figure (II.9) pour laquelle la profondeur de passe diminue sur l'intervalle  $[0, \pi/2]$  et aboutit à un arrêt de coupe en  $\phi = \pi/2$  or, la position de l'effort mini est 1,41 rad ce qui correspond à une position voisinée de  $\pi/2 = 1,57$  rad.

En conclusion, les figures (II.11), (II.12) et (II.13) montrent que La comparaison des trois figures nous donne les mêmes résultats pour une direction d'usinage donnée, la meilleure représentation est obtenue avec le pas de temps le plus grand. Le profil est identique en forme et en amplitude. Ce résultat est dû à l'utilisation d'un rapport entier entre la période des efforts et le pas de temps.

#### **II.12.** Représentation des efforts de coupe dans le domaine temporel

Comme conclusion finale pour cette simulation, nous discutons la fréquence des signaux de la force de coupe. Comme vu par les figures (II.11) et (II.12), les forces pendant ces coupes partielles d'immersion (fraisage en opposition et en avalant) ressemblent à des impulsions périodiques.

Pour déterminer le spectre résultant de fréquence, nous convertissons d'abord l'abscisse en temps (s), plutôt que l'angle de dent (degré). Cette conversion exige que la vitesse de rotation,  $\Omega$  (t/min) soit:

$$t = \frac{\phi.60}{\Omega.360}(s)$$
(II.17)

Les figures (II.14) (fraisage en opposition) et (II.15) (fraisage en avalant) montrent les forces de coupe en fonction du temps résultant pour une vitesse de rotation de 7500 t/min. On remarque que chaque passage de dent (intervalle angulaire de 90 degrés pour l'outil avec quatre dents) exige 0.002 s.



La transformée de Fourier peut être appliquée pour déterminer le contenu de fréquence. Puisque le signal de domaine temporel est une succession des crêtes d'impulsion harmonique, on remarque que le contenu de fréquence n'est pas seulement la fréquence de passage de dent:

$$f_{dent} = \frac{\Omega . N_t}{60} (Hz) \tag{II.18}$$

Nous nous référons à  $f_{dent}$  comme fréquence de passage fondamental de dent ou la première harmonique,  $2f_{dent}$  comme deuxième harmonique, et ainsi de suite.

A partir des figures (II.14,II.15), nous avons vu que la période de dent était 0.002 ceci correspond à une fréquence de:  $\frac{1}{0.002} = 500 Hz$ .

Qui nous donne le résultat obtenu à partir de l'équation (II.18):

$$f_{dent} = \frac{7500.4}{60} = 500 \, Hz.$$

Le spectre de fréquence de la force de coupe résultante est montré dans la figure (II.16), et on remarque des crêtes à 500 *hertz*, 1000 *hertz*, 1500 *hertz*, et des harmoniques d'ordre plus supérieur.



Figure II.16: Spectre de fréquence de la force résultante pour le fraisage en avalant.

#### II.13. Modélisation de l'épaisseur du copeau en régime dynamique

Comme mentionné, l'épaisseur du copeau est mesurée le long de la normale de la surface, mais la normale de la surface est une fonction de l'angle de rotation de l'outil  $\phi$ .

La projection de l'épaisseur instantanée du copeau le long de la surface normale est caractérisée par l'équation (II.3) en l'absence des vibrations d'outil.

Cependant, si nous permettons à l'outil de subir des vibrations dans les directions x, y dues à l'application de la force de coupe de l'outil non rigide, l'équation d'épaisseur du copeau doit être modifiée. D'abord, nous pouvons projeter les vibrations suivant x, y sur la surface normale n, selon:

$$n = x \sin(\phi) - y \cos(\phi) \tag{II.19}$$

Notons que, la direction positive pour *n* est hors de la coupe. Puisque  $\phi$  varie avec le temps:

$$\phi = \Omega . 2\pi \frac{180}{\pi} \frac{1}{60} t = 6.\Omega t \deg$$
(II. 20)

Où  $\Omega$  est donné par le tour/min et t (s), la direction de *n* est également une fonction de temps. L'épaisseur instantanée du copeau pour fraiser peut alors être écrite comme:

$$h(t) = f_t \sin(\phi) + n(t - \tau) - n(t)$$
 (II.21)

Où  $f_t \sin(\phi)$  remplace l'épaisseur moyenne du copeau,  $\tau$  est la période de la dent en secondes. Le terme  $n(t - \tau)$  représente les contributions des vibrations le long de la normale de la surface par la dent précédente.

$$\tau = \frac{60}{\Omega N_t} \tag{II.22}$$

La géométrie d'équation (II.21) montrée par la figure (II.17), de plus les grandes vibrations (plus positives) sont plus près de l'augmentation d'épaisseur du copeau de dent précédente parce que moins de matière à enlever qu'à commander.

De plus les grandes vibrations par la dent courante, mènent au copeau diminué par la même logique de l'épaisseur. Si les vibrations d'une dent à la prochaine sont égales, l'équation (II.19) est réduite à l'équation (II.19).



Figure II.17: Géométrie du calcul d'épaisseur instantané du copeau pour le fraisage [1].

#### II.14. Etude de la stabilité et la dynamique de fraisage périphérique

Altintas et Budak emploient une technique alternative pour transformer les équations de fraisage dynamiques en temps invariable, mais le système d'immersion radial est dépendant. Comme à Tlusty, ils rapprochent les forces de coupe dépendantes du temps par une valeur moyenne, mais ils utilisent une approche différente pour identifier ce moyen. Comme l'angle moyen de la dent dans la coupe, les coefficients variables de temps des équations de fraisage dynamiques, dépendent de l'orientation angulaire de l'outil [4].

Nous présenterons d'abord une brève application de cette approche et réarrangerons ensuite les équations analytiques de stabilité. Le développement des équations dépendant du temps de la force de coupe. La différence primaire est que la direction positive de x est prise pour être dans la direction de l'avance. La projection des vibrations de x et y sur la normale de la surface donne l'équation suivante (figure II.18) [1]:

 $n(\phi_j) = -x \sin(\phi) - y \cos(\phi)$ (II.23)



Figure II.18: Analyse de stabilité de série de Fourier [1].

L'équation d'épaisseur instantanée du copeau pour la dent *j* devient:

$$h(\phi_j) = (f_t \sin(\phi_j) + n_{j-1} - n_j) g(\phi_j)$$
(II.24)

Là où la fonction de communication,  $g(\phi_j)$  est égale à 1, quand  $j^{th}$  dent est engagée dans la coupe (c.-à-d: entre les angles d'entrée et de sortie de coupe) et zéro autrement; voir l'équation (II.25). En outre,  $n_{j-1}$  indique la vibration de la direction normale de la dent précédente et  $n_j$  est la vibration courante de la dent.

$$g(\phi_j) = \begin{cases} 1, & quand \quad \phi_s \le \phi_j \le \phi_e \\ 0, & quand \quad \phi_s < \phi_s, \phi_j > \phi_e \end{cases}$$
(II. 25)

Si les contributions variables de x et y sont substituées dans l'équation (II.24) et le composant nominal  $(f_t \sin(\phi_j))$  est négligé (parce que nous sommes intéressés par la stabilité linéaire), l'épaisseur du copeau est dépendante de l'angle de rotation de l'outil et la direction normale peut être écrite suivant les données de l'équation (II.28).

$$h(\phi_j) = \left( \left( -x_{j-1}\sin(\phi_j) - y_{j-1}\cos(\phi_j) \right) - \left( -x_j\sin(\phi_j) - y_j\cos(\phi_j) \right) \right) \cdot g(\phi_j) \quad (\text{II. 26})$$

$$h(\phi_j) = ((x_j - x_{j-1})\sin(\phi_j) + (y_j - y_{j-1})\cos(\phi_j)) \cdot g(\phi_j)$$
(II. 27)

$$h(\phi_j) = (\Delta x . \sin(\phi_j) + \Delta y . \cos(\phi_j)). g(\phi_j)$$
(II. 28)

Les composantes de forces tangentielles et normales (radiales) sont alors écrites en fonction de l'épaisseur du copeau:

$$F_{t,j} = K_t bh(\phi_j) \quad et \quad F_{n,j} = K_n F_{t,j} = K_n K_t bh(\phi_j) \tag{II.29}$$

Où  $K_t$  est égal à la force spécifique tangentielle définie précédemment, la relation entre  $(K_t, K_n)$  et  $K_s$  est définie selon la figure (II.18):

$$F_{j} = K_{s}bh(\phi_{j}), F_{j} = \sqrt{F_{t,j}^{2} + F_{n,j}^{2}} = \sqrt{K_{t,j}^{2} + K_{n}^{2}K_{t}^{2}} bh(\phi_{j}) = K_{t}\sqrt{1 + K_{n}^{2}}bh(\phi_{j})$$
(II. 30)

De sorte que 
$$K_s = K_t \sqrt{1 + K_n^2}$$
 (II. 31)

En outre, 
$$\tan(\beta) = \frac{F_{t,j}}{F_{n,j}} = \frac{K_t bh(\phi_j)}{K_n K_t bh(\phi_j)} = \frac{1}{K_n}$$
(II. 32)

Les projections des composantes des forces tangentielles et normales par un repère de coordonnées fixes (x et y) sont:

$$F_{x,j} = -F_{t,j}\cos(\phi_j) - F_{n,j}\sin(\phi_j) et \ F_{y,j} = F_{t,j}\sin(\phi_j) - F_{n,j}\cos(\phi_j)$$
(II.33)

Substitution dans la composante  $F_{x,j}$  donne l'équation (II.35).

$$F_{x,j} = \left( \left( -k_t b (\Delta x. \sin(\phi_j) + \Delta y. \cos(\phi_j)) g(\phi_j) \right) \cos(\phi_j) - \left( K_n K_t b (\Delta x. \sin(\phi_j) + \Delta y. \cos(\phi_j)) g(\phi_j) \right) \sin(\phi_j)) \right)$$
(II. 34)

$$F_{x,j} = -K_t bg(\phi_j) ((\Delta x . \sin(\phi_j) + \Delta y . \cos(\phi_j))\cos(\phi_j) + K_n (\Delta x . \sin(\phi_j) + \Delta y . \cos(\phi_j))\sin(\phi_j))$$
(II.35)

$$F_{x,j} = -K_t bg(\phi_j) \left( \Delta x \left( \sin(\phi_j) \cos(\phi_j) + K_n \sin^2(\phi_j) \right) + \Delta y \left( \cos^2(\phi_j) + K_n \sin(\phi_j) \cos(\phi_j) \right) \right)$$
(II. 36)

De même, la composante  $F_{y,j}$  est exprimée par les termes de la figure (II.18).

$$F_{y,j} = \left( \left( K_t b(\Delta x.\sin(\phi_j) + \Delta y.\cos(\phi_j))g(\phi_j) \right) \sin(\phi_j) - \left( K_n K_t b(\Delta x.\sin(\phi_j) + \Delta y.\cos(\phi_j))g(\phi_j) \right) \cos(\phi_j) \right)$$
(II. 37)

$$F_{y,j} = K_t bg(\phi_j) \left( (\Delta x . \sin(\phi_j) + \Delta y . \cos(\phi_j) \sin(\phi_j) - K_n (\Delta x . \sin(\phi_j) + \Delta y . \cos(\phi_j)) \cos(\phi_j) \right)$$
(II. 38)

$$F_{y,j} = K_t bg(\phi_j) (\Delta x (sin^2(\phi_j) - K_n cos(\phi_j) sin(\phi_j)) + \Delta y (cos(\phi_j) sin(\phi_j)) - K_n cos^2 (\phi_j)))$$
(II. 39)

Substitution des identités trigonométriques,  $\sin(\phi)\cos(\phi) = \frac{\sin(2\phi)}{2}$ ,  $\sin^2(\phi) = \frac{1-\cos(2\phi)}{2}$ , et  $\cos^2(\phi) = \frac{1+\cos(2\phi)}{2}$  dans les équations (II.35) et (II.39):  $F_{x,j} = -\frac{1}{2}K_t bg(\phi_j) \left(\Delta x \left(\sin(2\phi_j) + K_n(1-\cos(2\phi_j))\right) + \Delta y \left(1+\cos(2\phi_j) + K_n\sin(2\phi_j)\right)\right)$  (II.40)

$$F_{y;j} = \frac{1}{2} K_t bg(\phi_j) \left( \Delta x \left( \left( 1 - \cos(2\phi_j) \right) - K_n \sin(2\phi_j) \right) + \Delta y \left( \sin(2\phi_j) - K_n (1 + \cos(2\phi_j)) \right) \right)$$
(II.41)

Les expressions de la force sont accomplies en incluant l'addition au-dessus de toutes les dents de sorte que les contributions (potentiellement) des dents multiples dans la coupe soient considérées:

$$F_x = \sum_{j=1}^{N_t} F_{x,j}$$
 et  $F_y = \sum_{j=1}^{N_t} F_{y,j}$  (II. 42)

Les expressions de forces de direction x et y sont arrangées sous la forme de matrice pour obtenir:

$$\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix} = \frac{1}{2} bK_t \begin{bmatrix} a_{xx} & a_{xy} \\ a_{yx} & a_{yy} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix} = \frac{1}{2} bK_t [A](\Delta).$$
(II. 43)

Où les entrées de la matrice de l'individu [*A*], désignées sous le nom des coefficients de forces dynamiques directionnelles variables en fonction de temps [4], sont:

$$a_{x,x} = \sum_{j=1}^{N_t} -g(\phi_j) \left( \sin(2\phi_j) + K_n (1 - \cos(2\phi_j)) \right)$$
(II.44)

$$a_{x,y} = \sum_{j=1}^{N_t} -g(\phi_j)(1 + \cos(2\phi_j) + K_n \sin(2\phi_j))$$
(II.45)

$$a_{y,x} = \sum_{j=1}^{N_t} g(\phi_j) (1 - \cos(2\phi_j) - K_n \sin(2\phi_j))$$
(II. 46)

$$a_{y,y} = \sum_{j=1}^{N_t} g(\phi_j) \left( \sin(2\phi_j) - K_n (1 + \cos(2\phi_j)) \right)$$
(II. 47)

Ces expressions sont périodiques avec l'engagement de dent:

$$\phi_p = \frac{2\pi}{N_t} (\text{rad}) \tag{II.48}$$

Elles sont également périodiques au temps au cours de la période de dent:

$$\tau = \frac{60}{\Omega N_t} (s) \tag{II.49}$$

Où  $\Omega$  est exprimé en tour/min. Par conséquent, la matrice [*A*]est écrite en fonction de  $\phi$  dans l'équation (II.43), d'une manière équivalente à une fonction de temps:

$$t = \frac{\phi \ 60}{\Omega 2\pi} \tag{II.50}$$

Afin d'éliminer le facteur de temps de la matrice[A], il faut d'abord l'écrire par la série de Fourier:

$$[A(t)] = \sum_{r=-\infty}^{\infty} [A_r] e^{ir\omega_{dent}t}$$
(II. 51)

Ou 
$$\omega_{tooth} = 2\pi f_{dent} \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)$$
 (II.52)

Et les coefficients de Fourier sont:

$$[A_r] = \frac{1}{N_t \tau} \int_0^{N_t \tau} [A(t)] e^{-ir\omega_{dent}t} dt$$
(II.53)

Et puis seulement r = 0 la limite est maintenue. [A(t)] représenté bien l'utilisation des harmoniques multiples de  $\omega_{dent}$ , plaçant r = 0, et mène à l'invariance désirée du temps parce que la limite exponentielle devient ( $e^0 = 1$ ).

L'équation (II.54) avec r = 0, ou  $[A_0]$  présenté explicitement en fonction de  $\phi$ . En modifiant les limites d'intégration pour que  $\phi_s$  et  $\phi_e$  en (*rad*), la fonction de substitution est effectivement enlevée puisqu'elle est égale à un 1 dans ses limites et à zéro autrement.
$$[A_0] = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} [A(\phi)] \, d\phi = \frac{1}{2\pi} \int_{\phi_s}^{\phi_e} [A(\phi)] \, d(\phi) = \frac{N_t}{2\pi} \begin{bmatrix} \alpha_{xx} & \alpha_{xy} \\ \alpha_{yx} & \alpha_{yy} \end{bmatrix}$$
(II. 54)

Le terme  $\alpha$ , doit être intégré entre  $\phi_s$  et  $\phi_e$  pour obtenir les valeurs scalaires finales. Noter que la limite  $N_t$  est présentée dans l'équation finale. L'expression (II.54), est due aux additions  $\sum_{j=1}^{N_t} \dots, \alpha$  dans les limites d'équation (II.43).

$$\alpha_{xx} = \frac{1}{2} \left( \cos(2\phi) - 2K_n \phi + K_n \sin(2\phi) \right|_{\phi_s}^{\phi_e}$$
(II. 55)

$$\alpha_{xy} = \frac{1}{2} \left( -\sin(2\phi) - 2\phi + K_n \cos(2\phi) \right|_{\phi_s}^{\phi_e}$$
(II.56)

$$\alpha_{yx} = \frac{1}{2} \left( -\sin(2\phi) + 2\phi + K_n \cos(2\phi) \right|_{\phi_s}^{\phi_e}$$
(II. 57)

$$\alpha_{yy} = \frac{1}{2} (-\cos(2\phi) - 2K_n\phi - K_n\sin(2\phi)\Big|_{\phi_s}^{\phi_e}$$
(II.58)

L'analyse de stabilité commence, en égalisant les vibrations dans le domaine fréquentiel suivant les directions x et y (les indices inférieurs indiquent la dent courante) avec le produit de la matrice de fonction de réponse en fréquence et la représentation des forces de coupe en domaine fréquentiel.

$$\begin{pmatrix} X_j \\ Y_j \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} FRF_{xx}FRF_{xy} \\ FRF_{yx}FRF_{yy} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix} e^{i\omega_c t} = \begin{bmatrix} FRF_{xx} & 0 \\ 0 & FRF_{yy} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix} e^{i\omega_c t}$$
(II. 59)

D'après l'équation (II.59), les fonctions de transfert transversal ( $FRF_{xy}$ , représentant la mesure suivant la direction x avec excitation suivant la direction y) sont placées égales à zéro parce que les directions x et y sont orthogonales. En outre, la notation  $\omega_c$  indique des fréquences de broutement en (rad/s). Les vibrations d'une période de dent (noté par: j-1) sont présentées par:

$$\begin{pmatrix} X_{j-1} \\ Y_{j-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_j \\ Y_j \end{pmatrix} e^{-i\omega_c \tau} = \begin{bmatrix} FRF_{xx} & 0 \\ 0 & FRF_{yy} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix} e^{i\omega_c t}$$
(II. 60)

Où  $e^{-i\omega_c\tau}$  représente le retard d'une période de dent. La différence prise entre les équations (II.60) et (II.61) donne:

$$\binom{X_j}{Y_j} - \binom{X_{j-1}}{Y_{j-1}} = \left(1 - e^{-i\omega_c \tau}\right) \begin{bmatrix} FRF_{\chi\chi} & 0\\ 0 & FRF_{\chiy} \end{bmatrix} \binom{F_{\chi}}{F_{\chi}} e^{i\omega_c t}$$
(II. 61)

Le côté gauche de l'équation (II.61) peut être écrit:

$$\binom{X_j}{Y_j} - \binom{X_{j-1}}{Y_{j-1}} = \binom{\Delta X}{\Delta Y}$$
(II. 62)

Ce qui permet la substitution dans la représentation du domaine fréquentiel de l'équation (II.43), l'équation de la dynamique de fraisage'' selon [4]:

$$\binom{F_x}{F_y} e^{i\omega_c t} = \frac{1}{2} b K_t [A_0] \left(1 - e^{-i\omega_c \tau}\right) \begin{bmatrix} FRF_{xx} & 0\\ 0 & FRF_{yy} \end{bmatrix} \binom{F_x}{F_y} e^{i\omega_c t}$$
(II. 63)

Réarrangement d'équation (II.63) donne:

$$\binom{F_x}{F_y}e^{i\omega_c t}\left([I] - \frac{1}{2}bK_t\left(1 - e^{i\omega_c \tau}\right)[A_0] \begin{bmatrix} FRF_{xx} & 0\\ 0 & FRF_{yy} \end{bmatrix} \right) = 0$$
(II. 64)

Ce qui a une solution non triviale seulement si:

$$det\left([I] - \frac{1}{2}bK_t\left(1 - e^{i\omega_c\tau}\right)[A_0] \begin{bmatrix} FRF_{xx} & 0\\ 0 & FRF_{yy} \end{bmatrix} \right) = 0 \text{ Où } [I] = \begin{bmatrix} 1 & 0\\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(II. 65)

Est la matrice unitaire 2 × 2: C'est l'équation caractéristique du système dynamique de fraisage [4]. L'extension de l'équation (II.66) donne:

$$[A_0][FRF] = \frac{N_t}{2\pi} \begin{bmatrix} \alpha_{xx} \alpha_{xy} \\ \alpha_{yx} \alpha_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} FRF_{xx} & 0 \\ 0 & FRF_{yy} \end{bmatrix} = \frac{N_t}{2\pi} \begin{bmatrix} \alpha_{xx} FRF_{xx} \alpha_{xy} FRF_{yy} \\ \alpha_{yx} FRF_{xx} \alpha_{yy} FRF_{yy} \end{bmatrix} = \frac{N_t}{2\pi} [FRF_{or}] (\text{II. 66})$$

Une nouvelle variable  $\Lambda$ , est définie par:

$$\Lambda = \frac{N_t}{2\pi} \left( -\frac{1}{2} b K_t (1 - e^{-i\omega_c \tau}) \right) = -\frac{N_t}{4\pi} b K_t (1 - e^{i\omega_c \tau})$$
(II. 67)

De sorte que l'équation caractéristique puisse être réécrite comme montrée dans l'équation (II.67), ce qui inclut le nouveau FRF orienté,  $FRF_{or}$  de l'équation (II.67):

$$det([I] + \Lambda[FRF_{or}]) = 0 \tag{II.68}$$

Le calcul du déterminant:

$$det = \begin{bmatrix} 1 + \Lambda \alpha_{xx} FRF_{xx} & \Lambda \alpha_{xy} FRF_{yy} \\ \Lambda \alpha_{yx} FRF_{xx} & 1 + \Lambda \alpha_{yy} FRF_{yy} \end{bmatrix} = 0$$
(II. 69)

Donne une expression qui est quadratique  $\Lambda$ :

$$(1 + \Lambda \alpha_{xx} FRF_{xx}) (1 + \Lambda \alpha_{yy} FRF_{yy}) - \Lambda^2 (\alpha_{xy} FRF_{yy}) (\alpha_{yx} FRF_{xx}) = 0$$
(II.70)

Cette équation dépendante de fréquence est réécrite par:

$$a_1\Lambda^2 + a_2\Lambda + 1 = 0 \tag{II.71}$$

Où

$$a_0 = FRF_{xx}FRF_{yy}(\alpha_{xx}\alpha_{yy} - \alpha_{xy}\alpha_{yx})$$
(II.72)

$$a_1 = \alpha_{xx} FRF_{xx} + \alpha_{yy} FRF_{yy} \tag{II.73}$$

Les deux racines sont les valeurs propres,  $\Lambda_1$  et  $\Lambda_2$  dusystème. Ces valeurs propres complexes peuvent être déterminées en utilisant l'équation quadratique:

$$\Lambda = -\frac{1}{2a_0} \left( a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_0} \right) \tag{II.74}$$

À noter que, ces valeurs propres sont une fonction  $\omega_c$  en raison de la dépendance des directions x et y FRFs. A chaque fréquence potentielle de broutement, la valeur minimale  $b_{lim}$  choisi (des deux valeurs propres disponibles) établit la limite de largeur du copeau.

En substituant la valeur propre se forme décomplexe:

$$\Lambda = \Lambda_{Re} + i\Lambda_{Im} \text{ et } e^{-i\omega_c \tau} = (\cos\omega_c \tau - i\sin\omega_c \tau)$$
(II.75)

Dans l'équation (II.67), donne la profondeur de coupe axiale critique à la fréquence de broutement  $\omega_c$  [24].

$$\Lambda_{Re} + i\Lambda_{Im} = -\frac{N_t}{4\pi} bK_t \left( 1 - \left( \cos \omega_c \tau - i \sin \omega_c \tau \right) \right)$$
(II. 76)

L'équation (II.76) est résolue pour *b* pour obtenir la profondeur de coupe axiale critique ou la limite  $b_{lim}$ :

$$b_{lim} = -(\Lambda_{Re} + i\Lambda_{Im})\frac{4\pi}{N_t K_t} \frac{1}{(1 - \cos\omega_c \tau + i\sin\omega_c \tau)}$$
(II. 77)

Réorganiser l'équation (II.77) donne l'équation (II.80):

$$b_{lim} = -(\Lambda_{Re} + i\Lambda_{Im}) \frac{4\pi}{N_t K_t} \frac{(1 - \cos\omega_c \tau - i\sin\omega_c \tau)}{(1 - (\cos\omega_c \tau)^2 + (\sin\omega_c \tau)^2)}$$
(II.78)

$$b_{lim} = -\frac{4\pi}{N_t K_t} \frac{(\Lambda_{Re} + i\Lambda_{Im})(1 - \cos\omega_c \tau - i\sin\omega_c \tau)}{(2 - 2\cos\omega_c \tau)}$$
(II.79)

$$b_{lim} = -\frac{2\pi}{N_t K_t} \left( \frac{\left(\Lambda_{Re} (1 - \cos \omega_c \tau) + \Lambda_{Im} \sin \omega_c \tau\right)}{(1 - \cos \omega_c \tau)} + \frac{1}{N_t K_t} \left( \frac{\left(\Lambda_{Im} (1 - \cos \omega_c \tau) - \Lambda_{Re} \sin \omega_c \tau\right)}{(1 - \cos \omega_c \tau)} \right) \right)$$
(II. 80)

Ensuite, il est reconnu que, parce que  $b_{lim}$  doit être une valeur réelle, la partie imaginaire de l'expression finale dans l'équation (II.80) doit être égal à zéro, ce qui donne:

$$(\Lambda_{Im}(1 - \cos\omega_c \tau) - \Lambda_{Re}\sin\omega_c \tau) = 0$$
(II.81)

A partir de cette égalisation, la nouvelle variable  $\kappa$  est définie [35]:

$$\kappa = \frac{\Lambda_{Im}}{\Lambda_{Re}} = \frac{\sin \omega_c \tau}{1 - \cos \omega_c \tau} \tag{II.82}$$

L'équation (II.80) est réécrite pour obtenir l'expression finale de la profondeur de coupe axiale à la limite de stabilité [35]:

$$b_{lim} = -\frac{2\pi}{N_t K_t} \frac{(\Lambda_{Re}(1 - \cos\omega_c \tau) + \Lambda_{Im} \sin\omega_c \tau)}{(1 - \cos\omega_c \tau)}$$
(II.83)

$$b_{lim} = -\frac{2\pi}{N_t K_t} \left( \Lambda_{Re} + \frac{(\Lambda_{Im} \sin \omega_c \tau)}{(1 - \cos \omega_c \tau)} \right)$$
(II.84)

$$b_{lim} = -\frac{2\pi}{N_{\rm t}K_{\rm t}}\Lambda_{\rm Re} \left(1 + \frac{\Lambda_{\rm Im}}{\Lambda_{\rm Re}} \frac{\sin\omega_{\rm c}\tau}{(1 - \cos\omega_{\rm c}\tau)}\right) = -\frac{2\pi}{N_{\rm t}K_{\rm t}}\Lambda_{\rm Re}(1 + \kappa^2) \tag{II.85}$$

Les vitesses des rotations dépendantes correspondantes des fréquences sont déterminées par le déphasage dans les ondulations extérieures entre les passages de dents successives:

$$\epsilon = \pi - 2\psi \text{ (rad)} \tag{II.86}$$

Où

$$\psi = \tan^{-1}(\kappa)(\mathrm{rad}) \tag{II.87}$$

Les périodes de passage des dents sont exprimées par:

$$\tau = \frac{1}{\omega_c} (\epsilon + j. 2\pi)(s) \psi = \tan^{-1}(\kappa) (\text{rad})$$
(II. 88)  
Où  $j = 1, 2, ...$ 

Se rapporte au nombre de nombre entier des ondes entre les dents. L'incrémentation (*j*) mène aux différents lobes.En conclusion, les vitesses de rotation sont obtenues à partir:

$$\Omega = \frac{60}{N_t \tau} (t/min) \tag{II.89}$$

#### II.15. Reformulation des séries de Fourier en problème de valeur propre

Nous allons réécrire le problème aux valeurs propres comme indiqué dans l'équation (II.65):

$$det([I] + \Lambda[\overline{\Phi}(i\omega_c)]) = 0 \tag{II.90}$$

Au format plus traditionnel. Cette formulation est:

$$det([\overline{\Phi}(i\omega_c)] - \lambda[I]) = 0 \tag{II.91}$$

Où les nouvelles valeurs propres complexes sont donc:

$$\lambda = \lambda_{Re} + i\lambda_{Im} = \frac{4\pi}{N_t} \frac{1}{bK_t(1 - e^{-i\omega_c \tau})}$$
(II. 92)

Nous déterminerons la limite de stabilité correspondant en résolvant cette expression pour uneb, en rationalisant le résultat, puis en remplaçant  $e^{-i\omega_c\tau}$  en utilisant l'identité d'Euler [1]:

$$e^{-i\omega_c\tau} = (\cos\omega_c\tau - i\sin\omega_c\tau)$$
(II.93)

$$\tilde{b}_{lim} = \frac{4\pi}{N_t K_t (\lambda_{Re} + i\lambda_{Im})(1 - e^{-i\omega_c \tau})}$$
(II.94)

$$\tilde{b}_{lim} = \frac{4\pi (\lambda_{Re} - i\lambda_{Im})}{N_t K_t (\lambda_{Re} + i\lambda_{Im}) (\lambda_{Re} - i\lambda_{Im}) (1 - e^{-i\omega_c \tau})}$$
(II. 95)

$$\tilde{b}_{lim} = \frac{4\pi(\lambda_{Re} - i\lambda_{Im})}{N_t K_t (\lambda_{Re}^2 + \lambda_{Im}^2)(1 - \cos(\omega_c \tau) + i\sin(\omega_c \tau))}$$
(II. 96)

Après la substitution d'identité d'Euler, nous rationaliserons encore pour obtenir l'équation (II.99):

$$\tilde{b}_{lim} = \frac{4\pi(\lambda_{Re} - i\lambda_{Im})(1 + \cos(\omega_{c}\tau) - i\sin(\omega_{c}\tau))}{N_{t}K_{t}(\lambda_{Re}^{2} + \lambda_{Im}^{2})(1 - \cos(\omega_{c}\tau) + i\sin(\omega_{c}\tau))(1 - \cos(\omega_{c}\tau) - i\sin(\omega_{c}\tau))} \quad (\text{II. 97})$$

$$\tilde{b}_{lim} = \frac{4\pi (\lambda_{Re} - i\lambda_{Im})(1 + \cos(\omega_c \tau) - i\sin(\omega_c \tau))}{N_t K_t (\lambda_{Re}^2 + \lambda_{Im}^2)(2 - 2\cos(\omega_c \tau))}$$
(II.98)

$$\tilde{b}_{lim} = \frac{2\pi}{N_t K_t (\lambda_{Re}^2 + \lambda_{Im}^2)} \frac{\binom{(\lambda_{Re} (1 - \cos(\omega_c \tau)) + \lambda_{Im} \sin(\omega_c \tau)) +}{i(\lambda_{Im} (1 - \cos(\omega_c \tau)) - \lambda_{Re} \sin(\omega_c \tau))}}{(1 - \cos(\omega_c \tau))}$$
(II. 99)

Parce qu'un  $\tilde{b}_{lim}$  doit être en valeur réelle, la partie imaginaire de la partie entre parenthèses dans la dernière ligne de l'équation (II. 99), elle doit être égal à zéro:

$$\lambda_{Im}(1 - \cos(\omega_{c}\tau)) - \lambda_{Re}\sin(\omega_{c}\tau) = 0$$
(II. 100)

Ceci donne:

$$\frac{\lambda_{Im}}{\lambda_{Re}} = \frac{\sin(\omega_c \tau)}{1 - \cos(\omega_c \tau)} = \tilde{\kappa}$$
(II. 101)

Substitution dans l'équation (II. 99) rendre l'équation (II. 104):

$$\tilde{b}_{lim} = \frac{2\pi}{N_t K_t (\lambda_{Re}^2 + \lambda_{Im}^2)} \left( \frac{\lambda_{Re} (1 - \cos(\omega_c \tau))}{(1 - \cos(\omega_c \tau))} + \frac{\lambda_{Im} \sin(\omega_c \tau)}{(1 - \cos(\omega_c \tau))} \right)$$
(II. 102)

$$\tilde{b}_{lim} = \frac{2\pi}{N_t K_t (\lambda_{Re}^2 + \lambda_{Im}^2)} (\lambda_{Re} + \lambda_{Im} \tilde{\kappa})$$
(II. 103)

$$\tilde{b}_{lim} = \frac{2\pi}{N_t K_t (\lambda_{Re}^2 + \lambda_{Im}^2)} \lambda_{Re} \left( 1 + \frac{\lambda_{Im}}{\lambda_{Re}} \tilde{\kappa} \right) = \frac{2\pi}{N_t K_t (\lambda_{Re}^2 + \lambda_{Im}^2)} \lambda_{Re} (1 + \tilde{\kappa}^2)$$
(II. 104)

La limite de stabilité révisée correspondant est:

$$\tilde{b}_{lim} = \frac{2\pi}{N_t K_t (\lambda_{Re}^2 + \lambda_{Im}^2)} \lambda_{Re} (1 + \tilde{\kappa}^2)$$
(II. 105)

Les deux valeurs propres complexes,  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ , sont déterminées en utilisant la fonction MATLAB appel  $\overline{\Phi}(i\omega_c)$ , où  $\overline{\Phi}(i\omega_c)$  la FRF orientée est définie dans l'équation (II. 63). Les équations de vitesse de broche sont également modifiées pour être:

$$\tilde{\psi} = \tan^{-1} \tilde{\kappa} \text{ (rad)} \tag{II. 106}$$

$$\tilde{\epsilon} = \pi - 2\tilde{\psi} \text{ (rad)}, \quad \tilde{\tau} = \frac{1}{\omega_c} (\tilde{\epsilon} + 2k\pi)$$
 (II. 107)

$$\widetilde{\Omega} = \frac{60}{N_t \widetilde{\tau}} (rpm) \tag{II.108}$$

Le diagramme de lobe de stabilité résultera du tracé  $\tilde{\Omega}$  par rapport aux deux valeurs de  $\tilde{b}_{lim}$  pour chaque fréquence de broutement (le minimum à chaque vitesse de rotation est sélectionnée pour définir la limite de stabilité). Notez que dans cette analyse les fréquences de broutement valides ne sont pas limitées à ceux correspondant à des valeurs réelles négatives de la  $\overline{\Phi}(i\omega_c)$ . Au lieu de cela, la gamme de fréquences de  $\overline{\Phi}(i\omega_c)$  est appliquée [1].

#### II.16. Simulation temporel de fraisage hémisphérique avec l'angle d'hélice

La géométrie et les variables de simulation de fraisage hémisphérique sont montrés par la figure (II.19), où nous calculons la composante de force de direction z bien que nous maintenions notre hypothèse de dynamique rigide de direction z. Comme montré la largeur des tranches axiales le long de l'axe d'outil est dz.

Cette valeur choisie pour assurer que l'angle instantané de l'outil coïncide avec un des  $\phi$  prédéfini, où  $\gamma$  est l'angle d'hélice global [1].



*Figure II.19:* Géométrie et composantes des forces de coupe de fraisage hémisphérique [1].

La nouvelle variable k, est identifiée dans la figure (II.19). Ceci représente l'angle entre l'axe d'outil et la normale de surface de boule pour la tranche axiale courante est calculé par l'équation (II.110), où (*j*) est la tranche axiale et *r* le rayon, Il est employé d'abord pour projeter l'épaisseur du copeau du plan x-y sur la direction de la surface normale d'outil, et pour projeter les composantes de la force tangentielle, normale et axiale sur les directions de coordonnées x-y-z [38].

$$\dot{\kappa} = \cos^{-1}\left(1 - \frac{j \cdot dz}{r}\right) = \cos^{-1}\left(1 - \frac{2j \cdot dz}{d}\right)$$
(II. 110)

L'épaisseur instantanée du copeau est déterminée par:

1) l'épaisseur nominale du copeau, qui dépend de l'avance par dent et l'angle de la dent.

2) les vibrations suivant les directions x et y de la dent précédente.

3) les vibrations de x et y de la dent courante projetées suivant la direction radiale.

Cependant, l'épaisseur dans le plan x-y doit alors être projetée sur la direction normale.

$$h(t) = \left(f_t \sin(\phi) + n(t-\tau) - n(t)\right)\sin(\kappa) \tag{II.111}$$

$$n = x \sin(\phi) - y \cos(\phi) \tag{II.112}$$

En plus de calculer l'épaisseur du copeau, la largeur du copeau pour chaque tranche, *db*, doit être également déterminée. Tandis que c'était simplement la largeur de chaque axe

discrétisé en tranches, c'est la longueur d'arc de la tranche courante coupée de la surface de boule. La situation est définie par la figure (II.20), où la longueur d'arc est le produit du rayon et de l'angle  $\theta$ .Voir l'équation (II.89). L'angle  $\theta$  est, alternativement, la différence entre k et  $\dot{\theta}$ ,

 $\theta = \kappa' - \dot{\theta}$ , l'angle  $\dot{\theta}$  est défini par l'équation (II.114):

$$db = r \ \theta \tag{II. 113}$$

$$\hat{\theta} = \cos^{-1}\left(\frac{r - dz(j-1)}{r}\right) = \cos^{-1}\left(1 - \frac{dz(j-1)}{r}\right)$$

$$= \cos^{-1}\left(1 - \frac{2dz(j-1)}{d}\right)$$
(II. 114)



Figure II.20: Géométrie de la largeur du copeau db [1].

Une fois que l'épaisseur et la largeur du copeau sont déterminées, les composantes de force de coupe suivant les directions tangentielles, normales, et axiales sont déterminées pour chaque tranche axiale. Noter qu'un nouveau coefficient de force de coupe,  $k_a$  est défini par l'équation (II. 117) a le même effet que  $k_n$  et  $k_t$ , pour rapporter la force à la surface du copeau, et exprimé en N/mm<sup>2</sup>.

$$F_t = k_t h db \tag{II. 115}$$

$$F_n = k_n h db \tag{II. 116}$$

$$F_a = k_a h db \tag{II. 117}$$

Suivant les paramètres de la figure (II.19), la projection de ces composantes sur le repère des coordonnées fixées x-y-z dépend de tous les deux angles de rotation de l'outil instantané  $\phi$  et l'angle d'immersion axialek, pour la dent et la tranche choisies. Les relations des forces de coupe peuvent être écrites sous forme de matrice dans l'équation (II.118) où  $\phi_a$  est l'angle de dent courante [1].

$$\begin{cases} F_x \\ F_y \\ F_z \end{cases} = \begin{bmatrix} \cos(\phi_a) & \sin(\phi_a)\sin(\kappa) & -\sin(\phi_a)\cos(\kappa) \\ \sin(\phi_a) & -\cos(\phi_a)\sin(\kappa) & \cos(\phi_a)\cos(\kappa) \\ 0 & -\cos(\kappa) & -\sin(\kappa) \end{bmatrix} \begin{cases} F_t \\ F_n \\ F_a \end{cases}$$
(II. 118)

Dans l'équation (II.119)  $\kappa$  est placé à 90 degrés. Les projections de forces suivant x et y sont identiques à la simulation d'outil cylindrique hélicoïdale et la composante de z égale à la force axiale.

$$\begin{cases} F_x \\ F_y \\ F_z \end{cases} = \begin{bmatrix} \cos(\phi_a) & \sin(\phi_a) & 0\\ \sin(\phi_a) & -\cos(\phi_a) & 0\\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{cases} F_t \\ F_n \\ F_a \end{cases}$$
(II. 119)

#### II.17. Simulation des efforts de coupe pour le fraisage hémisphérique

Nous considérons un fraisage d'immersion radial de 50% pour fraisage en opposition avec un angle d'entrée zéro et un angle de sortie de 90 degrés et fraisage en avalant avec un angle d'entrée de 90 degrés et un angle de sortie de 180 degrés avec une profondeur axiale de 5 mm (qui est moins que le rayon d'outil de 9.5 mm).

Les réponses dynamiques suivant les deux directions sont identiques et présentées dans le tableau de Schmitz et Smith par les paramètres suivant:

Direction	$\boldsymbol{f}_{\boldsymbol{n}}(Hz)$	ζ(%)	$k(N.m^{-1})$
x	800	5	$2 * 10^7$
	1000	3	$1.5 * 10^7$
V	800	5	$2 * 10^7$
1	1000	3	$1.5 * 10^7$

Tableau II.1: Paramètres dynamiques Schmitz et Smith [1].

La matière de la pièce est un alliage d'aluminium et on suppose que les coefficients de forces de coupe pour l'outil hémisphérique à quatre dents de diamètre 19 mm sont: La force spécifique,  $K_s = 600 \text{ N/mm}^2$  Chapitre II

L'angle de force  $\beta = 60$  degrés, les coefficients correspondants de force de coupe sont:  $k_t = 520 \text{ N/mm}^2$ ,  $k_n = 300 \text{ N/mm}^2$ .

Le coefficient axial  $k_a = k_n$ .

L'avance par dent est 0.15 mm/dent.

La profondeur de coupe axiale b = 5mm.

L'angle d'hélice 45 degrés.

La vitesse de rotation  $\Omega = 15000 tour/min$ .

Les résultats des forces de coupe suivant les directions x, y et z sont montrés respectivement dans les figues (II.21a, II.22).On observe des différences dans chacune des trois directions. Cela est dû à la variation de l'angle normal de surface de boule et aux projections correspondantes des composantes normales et axiales selon l'équation (II.118).La force résultante est:

$$F = F_x^2 + F_y^2 + F_z^2 \tag{II. 120}$$

#### **II.18.** Comparaison par simulation (Budak et Altintas)

Dans cette partie nous proposons d'appliquer notre modélisation de la coupe dynamique à la coupe oblique pour deux modes de fraisage hémisphérique. Elle confronte notre simulation à la simulation de Budak et Altintas sur une opération d'usinage simple dont les caractéristiques mécaniques et géométriques sont connues au mieux. Cette validation a pour but d'évaluer l'aptitude des modèles et à prédire la stabilité de la coupe et la qualité de la surface usinée.

Ainsi les variations importantes de l'amortissement de la structure, qui est un paramètre important de la stabilité de la coupe, nous ont empêchés de reconstruire les lobes de stabilité. Et pour bien approcher les résultats de notre simulation et celle de Budak et Altintas nous avons pris les Paramètres de coupe qui sont dans les tableaux (II.2 et II.3) [39].

<b>Fraisage en opposition</b> (50% d'immersion)		
Coefficient de force de coupe tangentielle	$K_t = 999  N/mm^2$	
Coefficient de force de coupe normale	$K_n = 122.87 \ N/mm^2$	
Coefficient de force de coupe axiale	$K_a = 481.51 \ N/mm^2$	
Nombre des dents	$N_t = 4 \ dents$	
Diamètre de l'outil	D = 19.05  mm	
Angle d'hélice	$\gamma = 30^{\circ}$	
Angle de coupe	$\alpha = 12^{\circ}$	
Vitesse de rotation	$\Omega = 1575 \ tour/min$	
Avance par dent	$f_t = 0.05 \ mm/dent$	
Profondeur de coupe axiale	b = 5.08 mm	
Direction d'usinage	$\phi_s = 0^\circ  et  \phi_e = 90^\circ$	

Tableau II.2: Paramètres de coupe Altintas et Budak [39].

Direction	$f_n(Hz)$	ζ(%)	$\boldsymbol{k}(N.m^{-1})$
Х	260	4	2.26 * 10 <sup>8</sup>
	389	12	$5.54 * 10^7$
Y	150	10	2.13 * 10 <sup>8</sup>
1	348	10	2.14 * 10 <sup>7</sup>

Tableau II.3: Paramètres dynamiques Altintas et Budak [39].

• Fraisage en opposition



• Fraisage en avalant



#### II.19. Commentaires de la comparaison du fraisage hémisphérique

Une validation par simulation a été effectuée pour la fraise hémisphérique de diamètre D = 19.05 mm. Avec les Paramètres de coupe:

$$K_t = 999 \frac{N}{mm^2}, K_n = 122.87 N/mm^2, K_a = 481.51 N/mm^2, N_t = 4 dents,$$

 $\gamma = 30^{\circ}, \alpha = 12^{\circ}, \ \Omega = 1575 \frac{tour}{min}, \ f_t = 0.05 \frac{mm}{dent}, \ b = 5.08 \ mm.$ 

La comparaison entre les forces de coupe simulée et celle d'Altintas et Budak peut alors être faite. Les coefficients du modèle utilisé sont: La courbe de l'effort simulé s'applique bien à l'effort d'Altintas et Budak.

Les courbes précédentes représentent les composantes des forces de coupe en fonction du temps (avec la position de la fraise qui est suivant l'axe z). Dans les figures (II.21 jusqu'à II.28), nous distinguons plusieurs zones pour l'effort de coupe, que nous allons détailler.

- La première zone, et comme indiqué sur les figures, les forces Fx, Fy et Fz sont nuls (pas de contact entre l'outil et la pièce).
- La deuxième zone, montrent qu'on a une augmentation des efforts de coupe Fx, Fy et Fz dans cette zone, parce que l'outil commence à usiner la matière et on n'a pas encore un engagement total de l'outil dans la matière.
- La troisième zone, on a l'enveloppe des efforts de coupe qui est constante (car *b* est constant).
- La quatrième zone, l'outil se trouve à la limite de la matière, c'est la raison pour laquelle les trois composantes de la force de coupe diminuent jusqu'à atteindre zéro où l'outil quitte complètement la matière.
- La cinquième zone, l'outil quitte complètement la matière et comme indiqué sur les figures, les forces Fx, Fy et Fz sont nuls (pas de contact entre l'outil et la pièce).

Nous pouvons donc valider là aussi le modèle de l'effort de coupe, en conclusion de cette validation et d'après les figures précédentes, les efforts de coupe sont semblables en forme et en amplitude ce qui nous montre que les paramètres de coupe que nous avons pris sont valables.

#### **II.20.** Conclusion

Dans cette partie nous avons l'approche de série de Fourier pour calculer l'effort de coupe en fraisage avec un outil hémisphérique. Et pour cela nous avons vu dans un premier temps le mécanisme de fraisage et les différents mouvements (mouvements de coupe et d'avance) et les types d'opérations de fraisage (fraisage en opposition et en avalant) et aussi les paramètres de coupe (avance par dent, vitesse de coupe, etc.).

Dans un deuxième temps nous avons présenté un modèle prédictif des efforts de coupe de Tony L. Schmitz l Kevin S. Smith [1] qui est basé sur la discrétisation de l'outil en plusieurs tranches élémentaires de la fraise selon son axe principal. Pour exprimer la géométrie de la fraise, chaque tranche est considérée comme des actions de coupe oblique d'un nombre d'outils uniquement égal au nombre de dents de la fraise. Dans ce modèle, on suppose que les efforts de coupe appliqués sur l'outil de fraisage sont la somme des efforts de coupe appliqués sur tous les segments de dents pour chaque tranche, et par sommation des efforts de coupe pour la totalité des tranches; on obtient les efforts de coupe de fraisage pour chaque position donnée de la fraise.

La formation de copeau est obtenue à partir d'un processus de la coupe oblique caractérisée par la section de copeau non déformé et les angles locaux de coupe. Cette méthode prévoit exactement la distribution de force de coupe sur les hélices hélicoïdales de l'outil hémisphérique à chaque instant. Ainsi, les valeurs de l'épaisseur de copeau peuvent être calculées pour n'importe quelle direction d'usinage.

En dernier lieu, nous avons donné quelques résultats de simulation des efforts de coupe pour le fraisage hémisphérique pour des différents paramètres de coupe.

# **Chapitre III**

# ETUDE DE LA DYNAMIQUE DU PROCESSUS DE FRAISAGE PAR UN OUTIL HEMISPHERIQUE

DETERMINATION DE L'EFFORT DE COUPE MINIMAL
ETUDE DE LA STABILITE DU SYSTEME D'USINAGE

- ETUDE DU NIVEAU SONORE LORS DU FRAISAGE

# **Chapitre III**

# ETUDE DE LA DYNAMIQUE DU PROCESSUS DE FRAISAGE PAR UN OUTIL HEMISPHERIQUE

#### > DETERMINATION DE L'EFFORT DE COUPE MINIMAL

#### **III.1. Introduction**

L'opération de fraisage est une opération d'usinage fondamentale dans l'industrie pour la production des pièces mécaniques. La productivité et la précision géométrique de la pièce fabriquée diminuent à cause des vibrations dues à la discontinuité du contact outil pièce et à la variation de la passe radiale provoquée par le choix de la direction d'usinage (angle d'entrée et angle de sortie).

Pour l'importance du procédé du fraisage en fabrication mécanique, il est nécessaire de perfectionner le procédé d'usinage pour diminuer le coût de la fabrication et améliorer la qualité de la surface des pièces obtenues. Ce perfectionnement exige les industrielles d'utiliser: des moyens, des équipements, des bancs d'essais et aussi de s'investir en temps; ce qui est très couteux. Pour éviter tout cela, il est très utile de prédire le comportement vibratoire de l'outil avant l'usinage des pièces. Cette prédiction du comportement vibratoire du système usinant est représentée par des simulations en utilisant des logiciels industriels et des programmes spécialement développés pour chaque opération d'usinage.

On présente dans cette partie de l'étude les résultats de la simulation pour les directions d'usinage et les forces de coupe pour le cas du fraisage hémisphérique pour les deux modes, en régime dynamique. En utilisant le logiciel de simulation, on présente aussi les résultats de simulation pour différentes conditions de coupe et différentes caractéristiques dynamiques du système pièce-outil, et en fin on fait une simulation pour déterminer les lobes de stabilité et le niveau sonore lors du fraisage.

### III.2. Fraisage en régime dynamique

La complexité de la simulation d'une opération de fraisage dépend principalement de la géométrie de l'outil et de l'effet de la génération de la surface en cours d'usinage. Le développement d'un modèle dynamique du fraisage a pour but de traiter les résultats de simulation de la réponse dynamique de l'usinage et de l'effort de coupe engendré par ces déplacements pour des différents paramètres de coupe.

#### III.2.1. Mise en équations du système d'usinage en régime dynamique

Pour l'étude du comportement dynamique du système outil-pièce, on l'a modélisé par un système: masse, ressort et amortisseur dans les deux directions orthogonales (Ox) et (Oy). Les équations de mouvement sont données par:

$$\begin{cases} m_x \ddot{x} + c_x \dot{x} + k_x x = F_x(t) \\ m_y \ddot{y} + c_y \dot{y} + k_y y = F_y(t) \end{cases}$$
(III. 1)

L'écriture matricielle donne:

$$\begin{bmatrix} m_x & 0\\ 0 & m_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}\\ \ddot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_x & 0\\ 0 & c_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}\\ \dot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_x & 0\\ 0 & k_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x\\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_x(t)\\ F_y(t) \end{bmatrix}$$
(III. 2)

Avec:

- $F_x(t)$  et  $F_y(t)$ : composantes de la force de coupe en fraisage selon les axes (Ox) et (Oy).
- $(m_x) et(m_y)$ : masses généralisées.
- $(c_x) et(c_y)$ : coefficients d'amortissement respectivement selon les axes (Ox) et (Oy).
- $(k_x) et (k_y)$ : raideurs ou rigidités de l'outil de coupe respectivement selon (Ox) et (Oy).

#### III.2.2. Résolution des équations de mouvement

La prédiction des vibrations de l'outil de coupe pour une opération de fraisage nous impose la résolution des équations différentielles, qui représentent les équations de mouvement de la fraise en régime dynamique pour les deux configurations du fraisage: en avalant et en opposition. Cependant, dès que le système commence à avoir des excitations par les forces de coupe en fraisage, ces équations différentielles ne peuvent pas être intégrées, car ces forces de coupe ne sont pas exprimées par une forme analytique simple.

En plus, pendant le fraisage et à cause des vibrations de la fraise, l'épaisseur du copeau peut avoir des valeurs inférieures à zéro et on la prend égale à zéro; ce qui explique la sortie du segment de dent de la matière et une épaisseur inférieure à zéro n'a aucun sens physique et donc le système est non linéaire. Par conséquent, on fait appel aux méthodes numériques pour résoudre ces équations différentielles.

Dans une méthode numérique, la variable continue du temps (t) est remplacée par une variable discrète  $(t_i)$  et les équations différentielles sont résolues progressivement avec des incréments du temps  $(dt = \Delta t)$  en démarrant par des conditions initiales connues.

La solution est approximative, mais avec des incréments de temps suffisamment petits on obtient une solution d'exactitude acceptable [4].

La majorité des simulations disponibles sur le broutement « en usinage » utilisent les méthodes d'Euler, pour la résolution des équations différentielles et pour cela on peut faire la réécriture de l'équation (III.1) qui rapporte des expressions pour les accélérations de direction X et Y dans le temps actuel:

$$\ddot{x} = \frac{F_x(t) - c_x \dot{x} - k_x x}{m_x} \quad et \quad \ddot{y} = \frac{F_y(t) - c_y \dot{y} - k_y y}{m_y}$$
(III.3)

Lorsque les vitesses  $\dot{x}$  et  $\dot{y}$  et les positions x et y, à partir du pas de temps précédent sont utilisées (valeurs initiales sont égales à zéro pour commencer la simulation), les nouvelles vitesses et positions sont alors déterminées par intégration numérique (Euler) [1]:

$$\dot{x} = \dot{x} + \ddot{x}.dt, \qquad \dot{y} = \dot{y} + \ddot{y}.dt \tag{III.4}$$

$$x = x + \dot{x}.\,dt\,,\qquad y = y + \dot{y}.\,dt \tag{III.5}$$

Où les vitesses sur le côté droit des signes égaux dans l'équation (III.3) sont retenues à partir du pas de temps précédent, les nouvelles vitesses sont appliquées pour déterminer les nouveaux déplacements dans l'équation (III.4). Encore une fois, les déplacements sur le côté droit de l'équation (III.5) sont ceux du pas de temps précédent. Comme mentionné précédemment, plusieurs degrés de liberté dans chaque direction peuvent être adaptés en additionnant les différentes contributions modales, vu que les caractéristiques dynamiques de la machine dans un sens modal, facilitent le calcul.

#### III.3. Stabilité du fraisage

Pour le fraisage en régime dynamique, selon Edouard, après dissipation du régime transitoire, le système oscille à faible amplitude autour d'une position d'équilibre (Figure III.1a). Dans les cas instables, l'amplitude du déplacement augmente au cours du temps (Figure III.1-b) et n'est limitée que par l'apparition de non-linéarité dans le système (lorsque l'outil sort de la matière, l'effort de coupe devient nul, il n'y a donc plus d'excitation sur le système).



Figure III .1: Evolution schématique du déplacement [4].

# III.4. Paramètres de coupe utilisés dans la simulation

Dans toutes les simulations on a utilisé les paramètres de coupes suivants:

$N_t = 4$	Nombre de dents.
D = 19	Diamètre de la fraise hémisphérique, (mm)
$\gamma = 45^{\circ}$	Angle d'hélice, (deg).
$\Omega = 15000$	Nombre de rotation de la broche, (tr /min).
$b = 5.10^{-3}$	Profondeur de coupe axiale, (mm).
$Ks = 600.10^6$	Force spécifique, (N/m <sup>2</sup> ).
$\beta = 60^{\circ}$	Angle de force, (deg).
$f_t = 0.15$	Avance par dent, (mm/dent).

Fraisage en opposition		Fraisage en avalant	
$\phi_s$ deg	$\phi_e$ deg	$\phi_s$ deg	$\phi_e$ deg
0	30	30	180
0	45	45	180
0	60	60	180
0	90	90	180
0	120	120	180
0	150	150	180

Différentes directions d'usinage proposées pour les deux modes de fraisage.

Tableau III.1: Différentes directions d'usinage pour les deux modes de fraisage.

Direction	$f_n(Hz)$	<b>ζ</b> (%)	$k(N.m^{-1})$
X	800	5	$2 * 10^7$
	1000	3	$1.5 * 10^7$
Y	800	5	2 * 10 <sup>7</sup>
	1000	3	$1.5 * 10^7$

Tableau III.2: Paramètres dynamiques Schmitz et Smith [1].



Figure III.2: Schéma représentant les paramètres de coupe pour le fraisage [1].

#### III.5. Influence de la direction d'usinage sur l'effort de coupe

Notre but dans cette partie est d'étudier l'influence des différentes directions d'usinage du fraisage hémisphérique sur les forces de coupe, afin de choisir les directions d'usinage préféré de coupe.

#### III.5.1. Direction d'usinage du fraisage en opposition



III.5.1.1. Direction d'usinage:  $\phi_s = 0^\circ$  et  $\phi_e = 30^\circ$ 

Sur la figure (III.3), on présente les forces de coupe en fonction de l'angle de rotation, ainsi que les forces de coupe en domaine temporel pour le cas du fraisage en opposition. On constate que les signaux des forces de coupe pour une fraise à 4 dents suivent la même allure, ce qui est tout à fait logique. Lorsque l'outil s'engage dans la matière, sa direction commence d'un angle zéro pour atteindre un angle maximum  $\phi_e = 30^\circ$ , et on obtient la même allure pour les deux composantes de l'effort de coupe suivant les directions x et y.

On remarque aussi que la composante Fx est la plus importante en amplitude que Fy, ce qui s'explique par le taux d'enlèvement de matière selon la direction (x) plus important que celui selon (y).



III.5.1.2. Direction d'usinage:  $\phi_s = 0^{\circ}$  et  $\phi_e = 45^{\circ}$ 

La figure (III.4) nous montre l'effort de coupe dynamique pour une direction d'usinage ( $\phi_s = 0^\circ$  et  $\phi_e = 45^\circ$ ). Pour le cas de fraisage en opposition, on remarque que la croissance de l'angle de direction conduit à l'agrandissement de l'effort de coupe dans les trois directions x, y, z, et les périodes entre les dents de la fraise diminuent.



III.5.1.3. Direction d'usinage:  $\phi_s = 0^{\circ}$  et  $\phi_e = 60^{\circ}$ 

On peut déterminer à partir de la figure (III.5) que la direction d'usinage augmente, les forces de coupe augmentent aussi suivant les trois directions, et la période entre la première dent et la deuxième diminue automatiquement. Ce qui nous permet de dire que les vibrations amorties vont augmenter. Puisque l'épaisseur de copeau augmente à mesure que l'angle de

coupe augmente dans le fraisage en opposition, les niveaux des forces se développent à 60 degrés, les forces se laissent tomber à zéro jusqu'à ce que la dent 2 engage dans la coupe.



D'après la figure précédeante qui nous montre l'augmentation absolue de l'effort de coupe (les efforts de coupes commencent par une valeur supérieureà zéro) ,dans ce cas- là on peut déterminer que l'épaisseur du copeau dans le fraisage varie périodiquement suivant la direction d'usinage choisie, même en l'absence des vibrations d'outil ou de la pièce. Elle est zéro quant  $\phi = 0$  degré et maximum quand  $\phi = 90$  degrés. La figure (III .6) montre cette variation . L'épaisseur ducopeau augmente pendant le fraisage en opposition.



III.5.1.5. Direction d'usinage:  $\phi_s = 0^\circ$  et  $\phi_e = 120^\circ$ 

Dans ce cas de direction d'usinage où il y a l'immersion radiale de la fraise augmentée, il est possible que plus d'une dent soit engagée à un moment donné dans la coupe. Cette situation nous montre que les forces de coupe de la figure (III.7) pour le cas du fraisage en opposition, ne chutent jamais à zéro car l'angle de direction d'usinage augmente et les vibrations vont augmenter aussi (plusieurs dents coupent la matière en même temps).





C'est le cas de la direction d'usinage ( $\phi_s = 0^\circ$  et  $\phi_e = 150^\circ$ ) où il y a plus de dents sur la coupe. Il est plus d'une dent qui soit engagée à un moment donné dans la coupe. Cette situation nous montre que les forces de coupe augmentent vers une valeur très supérieure pour le cas du fraisage en opposition, et ne chutent jamais à zéro, figure (III.8).

#### III.5.2. Direction d'usinage du fraisage en avalant

# III.5.2.1. Direction d'usinage: $\phi_s = 30^\circ$ et $\phi_e = 180^\circ$

Pour le cas du fraisage en avalant et pour la direction: ( $\phi_s = 30^\circ$  et  $\phi_e = 180^\circ$ ) on remarque que les efforts de coupe commencent avec des valeurs supérieures à zéro (figure III.9); ce qui provoque des vibrations importantes au début de chaque attaque de la matière par les dents de la fraise.



III.5.2.2. Direction d'usinage:  $\phi_s = 45^{\circ}$  et  $\phi_e = 180^{\circ}$ 



Suivant cette direction d'usinage ( $\phi_s = 45^\circ$  et  $\phi_e = 180^\circ$ ) du fraisage en avalant on remarque que les efforts de coupe ont des valeurs aussi supérieures à zéro suivant les trois directions (figure III.10); car l'épaisseur du copeau commence par un maximum et termine par un minimum (fraisage en avalant).



III.5.2.3. Direction d'usinage:  $\phi_s = 60^{\circ}$  et  $\phi_e = 180^{\circ}$ 

Pour cette direction ( $\phi_s = 60^\circ$  et  $\phi_e = 180^\circ$ ) les efforts de coupe commencent à prolonger à zéro suivant les trois directions (figure III.11); ce qui provoque des vibrations réduitesa la fin de chaque attaque de la matière par les dents de la fraise.

On peut dire que la diminution des valeurs de directioninfluent surles valeurs des forces de coupe de la fraise et influent aussi sur la stabilité d'usinage pour le fraisage en avalant.



III.5.2.4. Direction d'usinage:  $\phi_s = 90^{\circ}$  et  $\phi_e = 180^{\circ}$ 

La figure (III.12) montre que si on diminue l'angle de directionde la coupe, le processus d'usinage devient stable. On remarque qu'à chaque fois l'angle de direction diminue , les efforts de coupe diminuent aussi et se prolongent vers l'annulation, parce que l'epaisseur du copeau se diminue avec le temps pendant la coupe de la matière.

La diminution des directions de coupe réduit l'instabilité de l'usinage; et ceci s'explique par l'augmentation d'amortissement des vibrations.



III.5.2.5. Direction d'usinage:  $\phi_s = 120^{\circ}$  et  $\phi_e = 180^{\circ}$ 

Pour ce cas de direction ( $\phi_s = 120^\circ$  et  $\phi_e = 180^\circ$ ), la figure (III.13) montre que si on réduit la direction, le processus d'usinage sera stable. Suivant cette direction on peut dire,que l'effort de coupe commence par une valeur supérieure à zéro et revient au point zéro avec un commencement de périodes entre dents.

En conclusion, pour le fraisage en avalant, on peut dire que la réduction de l'angle de direction augmente la stabilité d'usinage pour les cas du fraisage en opposition et en avalant; et ceci s'explique par la diminution de la déflexion de l'outil qui conduit à la diminution de la section du copeau.



III.5.2.6. Direction d'usinage:  $\phi_s = 150^{\circ}$  et  $\phi_e = 180^{\circ}$ 

D'après la figure (III.14), la direction ( $\phi_s = 150^\circ$  et  $\phi_e = 180^\circ$ ) nous montrerons que les valeurs des efforts de coupe diminuent pour les cas du fraisage en avalant.avec un commencement de périodes entre dents assez grand,ce qui permet une bonne stabilité d'usinage avec une amélioration de la qualité des surfaces obtenues par ce processus de fraisage.

En conclusion, nous pouvons dire que cette direction du fraisage en avalantest notre choix pour construire les lobes de stabilité.

#### III.6. Lobes de stabilité du fraisage

Selon le système de rétroaction, ou *b* est la largeur du copeau, et  $\Omega$  la vitesse de rotation, l'opération de rotation sera stable et montre le broutement (la coupe instable), qui cause des vibrations et des forces importantes et mène aux pièces des surfaces mal finies, dans l'usinage stable, les vibrations diminuent de révolution en révolution dans l'usinage instable, les vibrations se développent de révolution en révolution. Les vibrations peuvent devenir assez grandes quand l'outil perd le contact avec la pièce. Les vibrations dans la coupe instable peuvent être au moins aussi grandes à cause de l'épaisseur du copeau, cette dernière cause des grandes vibrations qui peuvent endommager la machine, des relations pour ce comportement sont fournies dans l'équation (III.1) à (III.3) [1].

$$b_{lim} = \frac{-1}{2K_s \cos(\beta) Re[FRF]}$$
(III.6)

$$\frac{f_c}{\Omega} = N + \frac{\varepsilon}{2\pi} \tag{III.7}$$

$$\varepsilon = 2\pi - 2\tan^{-1} \left( \frac{Re[FRF]}{Im[FRF]} \right)$$
(III. 8)

Dans ces équations, les  $b_{lim}$  est la largeur limitée du copeau pour éviter le broutement,  $f_c$  et la fréquence de broutement (si elle se produit), N est le nombre du nombre entier d'empreinte de vibrations laisser sur la surface d'une pièce en une rotation,  $\frac{\varepsilon}{2\pi}$  est n'importe quelle fraction additionnelle d'une empreinte, où  $\varepsilon$  est la phase (en rad) entre les vibrations courantes et précédentes d'outil.

A noter cela pour l'uniformité d'unités dans l'équation (III.7), si le  $f_c$  est exprimé en *hertz*, puis  $\Omega$  est spécifié sur la figure (III.15) expositions de rev/s. Un lobe de stabilité doit-il un diagramme où  $\Omega$  est l'ensemble de  $b_{lim}$  des courbes (N = 0, 1, 2,) séparer l'espace dans deux régions. Une partie ( $\Omega$ ,  $b_{lim}$ ) qui semble être la frontière collective, indique le comportement instable, alors que n'importe quelle paire au-dessous de la frontière est présumée être stable. Nous discuterons plus tard la base du rapport.



Figure III .15: Diagramme de lobes de stabilité [1].

Les équations (III.6) et (III.7), sont appliquées pour construire ce diagramme. Nous baserons cette discussion sur l'équation de la force normale et la représentation du vecteur des battements d'outil dans le plan complexe. Chaque opération d'usinage a une image comme celle montrée dans la figure (III.15). Si nous choisissons les conditions de coupe au hasard, ou au moins sans considérer le diagramme applicable de lobe de stabilité, alors nous choisissons parfois la coupe stable et parfois pas [1].

# III.6.1. Construction des lobes de stabilité

Pour obtenir les lobes de stabilité il faut suivre les étapes suivantes:

- Choisir une fréquence au voisinage de la fréquence dominante.
- Calculer la fonction de transfert.
- Calculer la profondeur de passe axiale  $b_{lim}$  donnée par l'équation (II. 105).
- Calculer les différentes vitesses de rotation  $\Omega$  données par l'équation (II. 108).
- Réitération de l'opération avec une autre fréquence.

# III.7. Influence de la direction d'usinage sur les lobes de stabilité

Dans cette partie nous allons étudier l'influence des différentes directions d'usinage du fraisage hémisphérique des deux modes (en opposition, en avalant) sur les lobes de stabilité, afin de choisir la direction préférée là où il y a un usinage stable (les zones de stabilité sont supérieures aux zones de l'instabilité).



## **III.7.1.** Fraisage en opposition

Chapitre III Etude de la dynamique du processus de fraisage par un outil hémisphérique



D'après la figure (III.16) on constate que la direction d'usinage a une grande influence sur les lobes de stabilité ce qui nous montre que les zones de stabilité sont supérieures aux zones de l'instabilité et l'usinage devient stable quant on applique un angle de direction mini dans le fraisage en opposition, la direction ( $\phi_s = 0^\circ$  et  $\phi_e = 30^\circ$ ) nous donne un bon résultat de stabilité d'usinage.



#### III.7.2. Fraisage en avalant

La figure (III.17) montre que la direction d'usinage a une grande influence sur les lobes de stabilité ce qui nous montre que aussi les zones de stabilité sont supérieures aux zones de l'instabilité et l'usinage devient stable quant on applique un angle de direction mini dans le fraisage en avalant, la direction ( $\phi_s = 150^\circ$  et  $\phi_e = 180^\circ$ ) nous donne un bon résultat de stabilité d'usinage (moins de vibrations). l'analogie entre les deux modes d'usinage nous montre aussi que l'usinage en opposition donne la bonne stabilité, est mieux que l'usinage en avalant (bon états de surface de la pièce à usiner).

#### III.8. Choix de la direction d'usinage

D'après les résultats de la simulation des diagrammes des efforts de coupe et des lobes de stabilité on peut dire qu'on est arrivé à déduire que, la direction minimale donne un bon resultatd'usinage (bons états de surface, bonne stabilité) pour les deux modes d'usinageenopposition et en avalant, on peut conclure que les directions (en opposition  $\phi_s = 0^\circ$  et  $\phi_e = 30^\circ$  et en avalant  $\phi_s = 150^\circ$  et  $\phi_e = 180^\circ$ ) sont les directions d'usinage préférées.





La figure (III.18) nous montre qu'à chaque fois qu'on réduit l'angle de direction d'usinage, les valeurs des efforts de coupe de la fraise seréduisent pour le cas de fraisage en opposition, ce qui nous donne une bonne stabilité d'usinage et un bon état de surface de la pièce à usiner.





D'après la figure (III.19), nous pouvons dire que la diminution de l'angle de direction d'usinage de la fraise réduit les efforts de coupe; ce qui permet l'amélioration de la qualité des surfaces obtenues par cette direction d'usinage et aussi la dminution des vibrations pendant l'usinage. D'après les résultats qu'on a obtenu, et particulièrement par les diagrammes des lobes de stabilité des deux modes de fraisage, on peut confirmer que l'usinage en opposition nous donne les meilleurs résultats d'usinage.

#### III.9. Influence des conditions de coupe sur l'effort de coupe en fonction de la direction

Dans ce cas-là, nous étudierons l'influence des paramètres de coupe et la géométrie de la fraise sur les efforts de coupe, pour le cas de la direction d'usinage préférée choisie par une fraise hémisphérique à quatre dents.



#### **III.9.1. Influence de la profondeur de coupe axiale**
Avec les mêmes conditions de coupe, nous avons choisi trois profondeurs de passe axiales pour le cas du fraisage en opposition et en avalant, la figure (III.20) montre qu'avec la profondeur de coupe axiale (b = 3mm), les efforts de coupe sont réduits, par contre, si on augmente cette valeur, nous remarquons l'augmentation des efforts de coupe (b = 5mm et b=12mm) ceci s'explique par l'augmentation de la section de coupe.

Comme conclusion, nous pouvons dire que la profondeur de passe axiale est un facteur qui influe sur la direction d'usinage de la fraise et sur les efforts de coupe, et nous pouvons dire aussi que,ce facteur influe sur la stabilité du système usinant.



#### III.9.2. Influence de l'avance par dent



La figure (III.21) montre les forces de coupe pour le fraisage en opposition et en avalant pour des valeurs différentes d'avance par dents ( $f_t$ ). Ces forces de coupe augmentent avec l'augmentation de l'avance par dent. Cet accroissement explique l'augmentation de la section de coupe dont dépend la force de coupe. Pour ces différentes valeurs d'avance par dent, on trouve que les forces de coupe (Fx) ont toujours des valeurs plus importantes que les forces de coupe (Fy) (déplacement de la matière suivant l'axe x).

En conclusion, nous pouvons dire que les valeurs d'avance par dent influent sur la stabilité d'usinage pour les deux modes de fraisage ; et influent aussi sur la direction d'usinage et les valeurs des forces de coupe de la fraise.

#### III.9.3. Influence du nombre de dents de la fraise

La figure (III.22) montre l'influence des nombres de dents de la fraise sur les efforts de coupe appliqués sur l'outil de fraisage.



On remarque qu'à chaque fois qu'on augmente le nombre de dents de la fraise, les efforts de coupe tendent vers une forme d'allure plus stable, ce qui explique aussi la réduction du temps entre deux attaques de la matière par deux dents successives ; mais le processus d'usinage ne sera pas stable pour les deux cas du fraisage en opposition et en avalant.

En conclusion, nous pouvons dire que pour les mêmes paramètres de coupe, l'augmentation du nombre de dents de la fraise peut causer l'instabilité de l'usinage.







La figure (III.23) montre l'influence de l'angle d'hélice sur les efforts de coupe appliqués sur l'outil de fraisage pendant l'usinage. Si on augmente l'angle d'hélice, on provoque un retard dans les courbes et ceci s'explique par l'inclinaison de la dent car plus on augmente l'angle de l'hélice, plus la sortie totale de la dent de la matière nécessite un temps plus important par rapport à une dent avec un angle droit. On remarque aussi la diminution des valeurs des efforts de coupe donc la réduction de l'impact d'attaque de la dent de la fraise sur la matière de la pièce usinée.

III.9.5. Influence du diamètre de la fraise





La figure (III.24) montre que l'amplitude des trois composantes de l'effort de coupe (Fx,Fy, Fz ) augmente avec l'augmentation du diamètre de la fraise, ce qui s'explique par le fait qu'on enlève plus de matière avec une fraise de diamètre plus grand.

#### ETUDE DE LA STABILITE DU SYSTEME D'USINAGE

### III.10. Influence des conditions de coupe sur la stabilité de la coupe

Notre but dans cette partie est d'étudier l'influence des différents paramètres de coupe sur la stabilité du processus de fraisage hémisphérique, afin de choisir les conditions de coupe convenables.

### III.10.1. Influence des coefficients spécifiques de coupe

On représente les résultats de simulation lorsqu'on fait varier les valeurs des coefficients spécifiques de coupe  $(K_t, k_r, k_a)$ . Les résultats de la figure suivante sont obtenus

en utilisant les données du Tableau (III.3) avec les directions préférés et les deux modes d'usinage (en opposition et en avalant).

Coefficient De coupe spécifique	Schmitz et Smith [1] Alliage d'aluminium	<b>Altintas</b> [34] Alliage de Titanium	<b>Budak et Ozturk</b> [4] Alliage de Titanium	
$K_t[N/mm^2]$	520	1800	2052.686	
$k_r$	0.577	0.16	0.407	
k <sub>a</sub>	0.577	0.45	0.100	

Tableau III.3: Coefficient spécifique de coupe selon les données Altintas, Budak et Smith.





La Figure (III.25) nous montre une comparaison de l'influence des coefficients spécifiques de coupe qui sont données par le tableau (III.3). Les simulations ont été réalisées avec la même direction d'usinage et les mêmes paramètres de coupe et par les deux modes d'usinage en opposition et en avalant.

D'après les résultats de la simulation des lobes de stabilités (figure III.25), on constate que l'usinage devient plus stable, lorsqu'on usine avec l'alliage d'aluminium ceci nous donne les zones de stabilité qui sont supérieures aux zones d'instabilité, on peut dire aussi que les coefficients de coupe ont une grande importance pour l'usinage et on peut constater que la matière d'usinage a une grande intervention dans la stabilité de la coupe.

# III.10.2. Influence des paramètres dynamiques sur la stabilité de la coupe

Dans ce cas, on prend une direction préférée et on fait varier les paramètres de coupe dynamiques pour déterminer leurs influences sur la stabilité de la coupe.

Paramètres dynamiques	Direction	$f_n(Hz)$	ζ(%)	$k(N.m^{-1})$
Schmitz et Smith [1]	Х	800	5	2 * 10 <sup>7</sup>
		1000	3	$1.5 * 10^7$
	Y	800	5	2 * 10 <sup>7</sup>
		1000	3	$1.5 * 10^7$
Altintas et Budak [4]	Х	260	4	2.26 * 10 <sup>8</sup>
		389	12	$5.54 * 10^7$
	Y	150	10	$2.13 * 10^8$
		348	10	$2.14 * 10^7$
Schmitz et Smith [1]	Х	800	1	$5 * 10^{6}$
		900	2	9 * 10 <sup>6</sup>
	Y	800	1	5 * 10 <sup>6</sup>
		900	2	9 * 10 <sup>6</sup>

Tableau III.4: Paramètres dynamiques Smith, Altintas et Budak.





ي الآ 6

2

x 10<sup>4</sup>

1.5

 $\Omega$  (rpm)

0

0.5

1.5

Ω (rpm)

2

x 10<sup>4</sup>

5

0.5

La stabilité d'une machine-outil en usinage du fraisage est une spécification très importante dont dépend la possibilité d'accomplir l'enlèvement de matière dans des domaines favorables de conditions opératoires (vitesses de rotation de broche et de déplacement de la pièce, profondeur de passe), de puissance, de précision et d'état de surface pour la pièce usinée.

Figure III.26: Influence des paramètres dynamiques sur les lobes de stabilité  $(\phi_{s} = 0^{\circ} et \phi_{e} = 30^{\circ}, \phi_{s} = 150^{\circ} et \phi_{e} = 180^{\circ})$ 

Les courbes de la Figure (III.26) représentent l'évolution de l'influence des différents paramètres dynamiques pris en compte dans cette comparaison, Elles sont obtenues lors de la simulation avec différentes valeurs des paramètres dynamiques fixées (Tableau III.4).

Le domaine stable de fonctionnement se trouve compris entre la limite inférieure des lobes et les limites inférieures et supérieures de la vitesse de rotation de la broche et dans ce cas les résultats obtenus par Schmitz et Smith sont les résultats qui nous donnent la bonne stabilité d'usinage c'est-à-dire moins de vibration et un bon état de surface.

Nous pouvons constater que les courbes de stabilité ne sont pas réalistes d'un point de vue technologique. Cependant ces résultats confirment que l'évolution de la stabilité est inversement proportionnelle à la masse du système broche / porte fraise, en considérant le domaine stable de fonctionnement.

## III.10.3. Influence du nombre de dents

Dans cette partie on garde tous les paramètres de la coupe du tableau (III.4) et on fait varier le nombre de dents.





La Figure (III.27) présente l'influence de nombre de dent sur les lobes de stabilité, pour le fraisage en opposition et le fraisage en avalant, on remarque que pour le cas de fraisage stable et si on augmente le nombre de dents de la fraise, on gardent les mêmes paramètres de coupe et le processus d'usinage devient instable.

On détermine aussi qu'à chaque fois qu'on augmente le nombre de dents de la fraise, les valeurs des forces de coupe augmentent aussi; mais le processus d'usinage ne sera pas stable pour les deux cas du fraisage en opposition et en avalant.

En conclusion, et selon Budak [5], nous pouvons dire que pour les mêmes paramètres de coupe, l'augmentation du nombre de dents de la fraise peut causer l'instabilité de l'usinage

# III.11. L'influence de la direction d'usinage (0° - 30°) en régime dynamique

## III .11.1. Efforts de coupe et déplacements en régime dynamique

Sur la figure (III.28), on présente les déplacements x(t) et y(t) en fonction du temps, ainsi que les forces temporelles Fx(t) et Fy(t) pour le cas du fraisage en opposition. On constate que les signaux des forces de coupe pour une fraise à quatre dents suivent la même allure que les déplacements, ce qui est tout à fait logique. Lorsque l'outil s'engage dans la matière, son déplacement commence du zéro pour atteindre un maximum d'amplitude, puis il régresse jusqu'à la sortie de la matière où il prend une valeur nulle à la fin des vibrations amorties.



Et on obtient la même allure pour les deux composantes de l'effort de coupe. On remarque aussi que la composante Fx(t) est la plus importante en amplitude que Fy(t), ce qui s'explique par le taux d'enlèvement de matière selon (x) plus important que celui selon (y).

Sur la figure (III.29), on présente les déplacements x(t) et y(t) ainsi que les forces temporelles Fx(t) et Fy(t) en fonction du temps pour le cas du fraisage en avalant.



Pour le cas du fraisage en avalant, on remarque que les efforts de coupe commencent avec des valeurs supérieures à zéro ; ce qui provoque des vibrations importantes au début de chaque attaque de la matière par la dent de la fraise; et puisque les efforts à chaque fois évoluent jusqu'à leurs annulations, on remarque que les vibrations libres amorties sont très faibles.

# III.11.2. Influence de la profondeur de passe axiale



## 1<sup>er</sup> cas : fraisage en opposition

Pour le cas du fraisage en opposition, la figure (III.30) montre qu'avec la profondeur de coupe axiale (b = 5mm), l'opération du fraisage est stable, par contre, si on augmente cette valeur, il commence à être instable puis il devient carrément instable (le cas de (b =13mm) et (b = 20mm)).

### 2 ème cas: fraisage en avalant

La figure (III.31) nous montre la réponse dynamique pour le cas du fraisage en avalant, donc nous avons les mêmes remarques que celles du fraisage en opposition, le fraisage est stable pour une valeur de profondeur de coupe axiale (b = 5mm), puis pour des valeurs supérieures, le fraisage devient instable.





Comme conclusion, nous pouvons dire que la profondeur de passe axiale est une valeur qui influe sur les valeurs des déplacements de la fraise et sur les efforts de coupe, et nous pouvons dire aussi que cette valeur influe sur la stabilité du système usinant, et cela s'explique par le passage de la zone stable à la zone instable des lobes de stabilité pour une même vitesse de rotation de la broche de la fraise. Nous remarquons aussi que pour des cas stables de fraisage, les déplacements de la fraise dans le cas du fraisage en opposition, sont inferieurs par rapport au fraisage en avalant, donc le fraisage en opposition donne des qualités de surfaces et de meilleures percées et il est conseillé de l'utiliser pour le travail de finition, par contre, le fraisage en avalant, il vaut mieux l'utiliser pour les travaux d'ébauche généralement.

# III.11.3. Influence de la vitesse de rotation de la broche de la fraise



# 1<sup>er</sup> cas : fraisage en opposition



Pour le fraisage en opposition, les figures (III.32-a et III.32-b) montrent qu'avec ces conditions de coupe et avec une vitesse de rotation de la broche  $\Omega = 6000 \ tr/min$  après un régime transitoire; les forces de coupe et les déplacements de la fraise se stabilisentavec le temps, et donc nous sommes dans un régime d'usinage stable.

Avec une vitesse de rotation de la broche de la fraise  $\Omega = 10000 \ tr/min$  (figures III.32-c et III.32-d), les forces de coupe et les déplacements de la fraise augmentent et tendent vers l'excitation, et donc nous sommes dans un début d'un régime d'usinage instable.

Avec une vitesse de rotation de la broche de la fraise  $\Omega = 15000 \text{ tr/min}$  (figures III.32-e et III.32-f), les forces de coupe et les déplacements de la fraise atteignent des valeurs maximales, et donc nous sommes dans un régime d'usinage instable: car avec cette vitesse de

rotation de la broche et cette profondeur de passe axiale, nous avons dépassé les limites de stabilité d'usinage.



# 2ème cas: fraisage en avalant



Pour le fraisage en avalant, les figures (III.33-a et III.33-b) montrent qu'avec ces paramètres de coupe et une vitesse de rotation de la broche  $\Omega = 6000 \ tr/min$ , le processus d'usinage est stable.

Mais avec une vitesse de rotation de la broche  $\Omega = 10000 \ tr/min$  (figures III.33- c et III.33- d), le processus d'usinage est légèrement stable ; car avec cette vitesse de rotation de la broche de la fraise et avec cette profondeur de passe axiale, nous avons dépassé les limites de stabilité d'usinage.

On remarque aussi qu'avec une vitesse de rotation de la broche  $\Omega = 15000 tr/min$  (figures III.33-e et III.33-f), qui correspond à l'une des fréquences propres de la machine-outil, le processus du fraisage n'est pas stable et le système tend vers l'excitation ;

En conclusion, et pour le cas du fraisage hémisphérique, nous pouvons dire que la vitesse de rotation de la broche de la fraise influe sur la stabilité d'usinage pour les deux cas du fraisage en opposition et en avalant

# III.11.4. Influence de l'avance par dent

# 1er cas : fraisage en opposition

La figure (III.34) nous montre la réponse dynamique pour différentes valeurs de l'avance par dent  $(f_t)$ . Pour le cas de fraisage en opposition, on remarque que l'augmentation de l'avance par dent conduit à l'augmentation des valeurs des déplacements de la fraise ainsi les efforts de coupe, mais le fraisage reste stable. On remarque clairement que les graphes des déplacements et des efforts de coupe gardent les mêmes formes d'allures mais avec une augmentation de l'amplitude.





2<sup>ème</sup> cas : fraisage en avalant





Pour le fraisage en avalant, on peut dire aussi que si on augmente la valeur de l'avance par dent, les déplacements de la fraise et les efforts de coupe augmentent aussi et les graphes gardent les mêmes formes d'allures mais les amplitudes augmentent et l'opération du fraisage reste stable (Figure III.35).

En conclusion, les valeurs d'avance par dent n'influent pas sur la stabilité d'usinage pour les deux types de fraisage ; mais elles influent sur les valeurs des forces de coupe et des déplacements de la fraise dans la matière de la pièce usinée.

### III.11.5. Influence du nombre de dents de la fraise

## 1<sup>er</sup> cas : fraisage en opposition

La Figure (III.36) explique la réponse dynamique pour le fraisage en opposition, on remarque que pour le cas de fraisage stable et si on augmente le nombre de dents de la fraise on garde les mêmes paramètres de coupe et le processus d'usinage devient instable.





# 2ème cas : fraisage en avalant

Les figures (III.36 et III.37) expliquent, qu'à chaque fois qu'on augmente le nombre de dents de la fraise, les valeurs des forces de coupe et des déplacements de la fraise augmentent aussi ; mais le processus d'usinage ne sera pas stable pour les deux cas du fraisage en opposition et en avalant.

En conclusion, et selon Budak [6], nous pouvons dire que pour les mêmes paramètres de coupe, l'augmentation du nombre de dents de la fraise peut causer l'instabilité de l'usinage.

## III.11.6. Influence de l'angle de l'hélice de la fraise



## 1<sup>er</sup> cas : fraisage en opposition



2ème cas : fraisage en avalant





Les figures (III.38 et III.39) déterminent, qu'à chaque fois qu'on augmente l'angle de l'hélice de la fraise, les valeurs des efforts de coupe et des déplacements de la fraise diminuent pour les deux modes de fraisage.

En conclusion, l'augmentation de l'angle de l'hélice de la fraise réduit les efforts de coupe et les déplacements lors du fraisage hémisphérique ; ce qui permet l'amélioration de la qualité des surfaces obtenues par ce processus de fraisage.

#### ETUDE DU NIVEAU SONORE LORS DU FRAISAGE

#### III.12. Définition du diagramme de Bode

Un diagramme de Bode est un moyen de représenter le comportement fréquentiel d'un système. Il permet une résolution graphique simplifiée, en particulier pour l'étude de la fonction de transfert d'un système asservi. Il est utilisé afin de visualiser rapidement la marge de gain, la marge de phase, le gain continu, la bande passante, le rejet des perturbations et la stabilité des systèmes. Son nom vient de l'inventeur de ce diagramme, Hendrik Wade Bode.

Le diagramme de Bode d'un système de réponse fréquentielle FRF est ainsi une représentation graphique composée de deux tracés:

- le gain (amplitude) en décibels (dB). Sa valeur est calculée à partir de 20log10(|FRF|).
- la phase en degré, donnée par arg(FRF).

L'échelle des pulsations est logarithmique et est exprimée en rad/s. L'échelle logarithmique permet un tracé très lisible, car composé majoritairement de tronçons linéaires [40].



*Figure III.40:* Diagramme de Bode du filtre passe-bas passif d'ordre 1. En pointillés rouges, l'approximation linéaire. [40].

### III.12.1. Définition d'un filtre

Un filtre est un dispositif permettant de laisser passer certaines bandes de fréquences, dites bandes passantes, et d'atténuer toutes les autres bandes de fréquences, dites fréquences coupées.



*Figure III.41: Mesure par un oscilloscope, les amplitudes des signaux d'entrée et de sortie, et leur déphasage [41].* 

#### **III.12.2.** Fonction de transfert

Pour obtenir la Fonction de transfert (FRF) il faut appliquer les étapes d'analyse modale nécessaires directes et croisées dans les coordonnées locales dans un modèle du système. Cette approche exige que la masse, l'amortissement et la matrices raideurs soient connus. Cependant, ce ne sont pas le cas des assemblages arbitraires pour les porte-outils. Notre tâche actuelle est généralement de mesurer les FRF pour le système d'intérêt et ensuite de définir un modèle en effectuant un ajustement modal de la mesure donnée.



Figure III.42: Système discret à deux degrés de liberté [1].

Nous allons utiliser les paramètres des deux degrés de liberté localisée masse-ressortamortisseur (modèle représenté sur la figure (III.42), qui imposera des forces harmoniques externes à coordonnées $x_1$  et  $x_2$  dans le cas général. Cependant, notre analyse se limite à des systèmes linéaires, on peut appliquer le principe de superposition: on considère les forces séparément, puis on additionne les contributions individuelles. Et enfin on peut déterminer les équations du mouvement sous forme de la matrice de ce système par:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ f_2 \end{bmatrix}$$
(III. 9)

$$(-\omega^{2}[M] + i\omega[C] + [K])\{X\}e^{i\omega t} = \{F\}e^{i\omega t}, \quad x_{1,2} = X_{1,2}e^{i\omega t}$$
(III. 10)

Nous avons deux méthodes que nous pouvons utiliser pour déterminer l'état d'équilibre forcé et la réponse de la vibration de ce système. La première est l'analyse modale, ce qui exige l'amortissement proportionnel, et la deuxième, inversion des matrices complexes, qui n'impose aucune restriction sur la nature de l'amortissement du système.

$$[C] = \alpha[M] + \beta[M] \tag{III.11}$$

$$([M]s2 + [K]{X}est = \{0\}$$
(III. 12)

$$|[M]s^2 + [K]| = 0 \tag{III. 13}$$

$$s_j^2 = -\omega_{nj}^2 j = 1 a 2$$
 de degré de liberté

$$\psi_1 = \begin{cases} \frac{X_1}{X_2} (s_1^2) \\ 1 \end{cases} \text{ et } \psi_2 = \begin{cases} \frac{X_1}{X_2} (s_2^2) \\ 1 \end{cases}$$
(III. 14)

$$[P] = [\psi_1 \ \psi_2] \tag{III.15}$$

$$\begin{bmatrix} M_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{q1} & 0 \\ 0 & m_{q2} \end{bmatrix}$$
(III. 16)

$$\begin{bmatrix} C_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{q1} & 0 \\ 0 & C_{q2} \end{bmatrix} et \begin{bmatrix} K_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{q1} & 0 \\ 0 & K_{q2} \end{bmatrix}$$
(III. 17)

Nous devons aussi transformer le vecteur de la force locale en coordonnées modales:

$$\{R\} = \begin{cases} R_1 \\ R_2 \end{cases} = [P]^T \{F\} = \begin{bmatrix} \frac{X_1}{X_2} s_1^2 & 1 \\ \frac{X_1}{X_2} s_2^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{cases} 0 \\ f_2 \end{cases} = \begin{bmatrix} P_1 & 1 \\ P_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{cases} 0 \\ f_2 \end{cases} = \begin{cases} f_2 \\ f_2 \end{cases}$$
(III. 18)

## III.12.3. Les décibels

Le Bel (B) est une unité de mesure logarithmique du rapport de deux puissances:

$$G_B = \log_{10}\left(\frac{P_1}{P_2}\right) \tag{III. 19}$$

$$G_B = \log_{10}\left(\frac{P_1}{P_2}\right) = \log_{10}(G^2) = 2.\log_{10}\left(\frac{U_1}{U_2}\right)$$
(III. 20)

En décibel (dixième de Bel), on a:

$$G_{dB} = 10. G_B \Rightarrow G_{dB} = 20. \log_{10} \left(\frac{U_1}{U_2}\right) \tag{III. 21}$$

### III.12.4. Bande passante à 3 dB

Les fonctions de transferts dépendent généralement de la pulsation  $\omega$ . On définit la bande passante à 3 dB, par l'ensemble des pulsations { $\omega$ }.



Figure III.43: Mesure du gain en puissance [47].

\* {
$$\omega$$
} tel que  $\frac{P_1(\omega)}{P_2(\omega)} \ge \frac{1}{2} \left(\frac{P_1}{P_2}\right)_{max} \Rightarrow G_B(\omega) \ge \log_{10} \left(\frac{1}{2} G_{max}^2\right)$   
 $\Rightarrow G_B(\omega) \ge \log_{10} \left(\frac{1}{2}\right) + 2 \log_{10} (G_{max}) \Rightarrow G_B(\omega) \ge -0.3 + G_B^{max}$ 
(III. 21)

$$\Rightarrow G_{dB}(\omega) \ge G_{dB}^{max} - 3$$

ou de façon équivalente { $\omega$ } tel que ( $\omega$ )<sup>2</sup>  $\ge \frac{1}{2}G_{max}^2$ 

$$\Rightarrow \quad G(\omega) \ge \frac{1}{\sqrt{2}} G_{max} \tag{III. 22}$$

#### **III.12.5.** Détermination modale

Notre méthode d'ajustement sera une méthode (peak-picking) où nous utilisons les parties réelles et imaginaires des FRF du système pour identifier les paramètres modaux. Une approche qui fonctionne bien à condition que le système modes ne soit pas rapproché. Cependant, même si les deux modes modélisés sont relativement proches de la fréquence, nous pouvons encore obtenir un ajustement modal raisonnable.

Pour démontrer les étapes d'ajustement, tenir compte de la FRF directe (Figure III.42). Cette FRF a clairement deux modes dans la bande passante de mesure. Pour déterminer les paramètres modaux qui forment les matrices modales, nous devons identifier trois fréquences et une valeur maximale pour chaque mode. [Notez que nous avons automatiquement pris un amortissement proportionnel à l'utilisation de cette approche. De plus, s'il y avait trois modes dominants que nous voudrions modéliser, nous obtiendrons les matrices modales 3× 3 et ainsi de suite.] Les fréquences repérées de 1 et 2 [1].



*Figure III.44: Fréquences et amplitudes pourdeux degrés de liberté[1].* 

Le long de l'axe des fréquences horizontales dans la partie imaginaire de la FRF directe (Figure III.42) correspond aux pics minimums imaginaires respectivement, les deux fréquences propres,  $\omega_{n1}$  et  $\omega_{n2}$ . La différence entre les fréquences de 4 et 3, marquée le long de l'axe de fréquence de la partie réelle de la FRF directe, est utilisée pour déterminer le coefficient d'amortissement modal pour le premier mode  $\xi_{q1}$ :

Les équations modales du mouvement sont:

$$m_{q1}\ddot{q}_1 + c_{q1}\dot{q}_1 + k_{q1}q_1 = R_1 \tag{III.23}$$

$$m_{q2}\ddot{q}_2 + c_{q2}\dot{q}_2 + k_{q2}q_2 = R_2 \tag{III.24}$$

Les FRF complexes correspondant (réponses de l'état d'équilibre dans le domaine fréquentiel) et que nous transformons en coordonnées locales sont:

$$\{X\} = \begin{cases} X_1 \\ X_2 \end{cases} = [P]\{Q\} = \begin{bmatrix} P_1 P_2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{cases} Q_1 \\ Q_2 \end{cases} \text{ de sorte que } [X_1] = P_1 Q_1 + P_2 Q_2 \tag{III. 25}$$

$$X_2 = Q_1 + Q_2 (III.26)$$

$$\frac{X_2}{F_2} = \frac{P_1 Q_1 + P_2 Q_2}{F_2} = P_1 \frac{Q_1}{F_2} + P_2 \frac{Q_2}{F_2} = P_1 \frac{Q_1}{R_1} + P_2 \frac{Q_2}{R_2}$$
(III. 27)

$$R_1 = R_2 = F_2 (III. 28)$$

La FRF directe, qui signifie que la mesure est effectuée à l'emplacement d'entrée de la force.

$$\frac{X_2}{F_2} = \frac{Q_1 + Q_2}{F_2} = \frac{Q_1}{F_2} + \frac{Q_2}{F_2} = \frac{Q_1}{R_1} + \frac{Q_2}{R_2}$$
(III. 29)

Où

$$r_{1,2} = \frac{\omega}{\omega_{n1,2}} \quad et \qquad \xi_{q1,2} = \frac{c_{q1,2}}{\sqrt[2]{k_{q1,2}m_{q1,2}}} \tag{III.30}$$

$$\frac{Q_1}{R_1} = \frac{1}{k_{q1}} \left( \frac{(1 - r_1^2) - i(2\xi_{q1}r_1)}{(1 - r_1^2)^2 + (2\xi_{q1}r_1)^2} \right)$$
(III. 31)

Et

$$\frac{Q_2}{R_2} = \frac{1}{k_{q2}} \left( \frac{(1 - r_2^2) - i(2\xi_{q2}r_2)}{(1 - r_2^2)^2 + (2\xi_{q2}r_2)^2} \right)$$
(III. 32)

De la figureIII.42On peut déterminer:

$$\omega_4 - \omega_3 = \omega_{n1} \left( 1 + \xi_{q1} \right) - \left( 1 - \xi_{q1} \right) = 2\xi_{q1} \omega_{n1} \, et \, \xi_{q1} = \frac{\omega_4 - \omega_3}{2\omega_{n1}} \tag{III.33}$$

De même, la différence entre les fréquences 6 et 5 est utilisée pour déterminer  $\xi_{q2}$ :

$$\xi_{q2=\frac{\omega_6-\omega_5}{2\omega_{n2}}} \tag{III.34}$$

La valeur (Négative) de la crête, A, identifié le long de l'axe vertical de la partie imaginaire de la FRF directe est ensuite utilisée pour trouver la valeur de la rigidité modale  $k_{q1}$ :

$$A = \frac{-1}{2k_{q1}\xi_{q1}}et \ k_{q1} = \frac{-1}{2\xi_{q1}A}$$
(III.35)

De même, la valeur de la crête B est utilisée pour déterminer  $k_{q2}$ :

$$k_{q2} = \frac{-1}{2\xi_{q2}B}$$
(III. 36)

A ce stade, nous pouvons directement remplir la matrice de rigidité modale:

$$\begin{bmatrix} K_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{q1} & 0\\ 0 & k_{q2} \end{bmatrix}$$
(III. 37)

Cependant, nous devons calculer la masse modale et la valeur de l'amortissement supplémentaire. Nous déterminons les masses modales en utilisant les fréquences naturelles et les valeurs de la rigidité modales:

$$\omega_{n1} = \sqrt{\frac{k_{q1}}{m_{q1}}} , car \quad m_{q1} = \frac{k_{q1}}{\omega_{n1}^2} et \quad m_{q1} = \frac{k_{q2}}{\omega_{n2}^2}$$
(III.38)

Les coefficients modaux d'amortissement sont calculés en utilisant, les valeurs de la rigidité, et les masses d'amortissement:

$$\xi_{q1} = \frac{c_{q1}}{2\sqrt{k_{q1}m_{q1}}} \ car \ c_{q1} = 2\xi_{q1}\sqrt{k_{q1}m_{q1}} \quad et \ c_{q2} = 2\xi_{q2}\sqrt{k_{q2}m_{q2}}$$
(III. 39)

Nous pouvons maintenant écrire les matrices modales restantes:

$$\begin{bmatrix} M_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{q1} & 0\\ 0 & m_{q2} \end{bmatrix}$$
(III. 40)

$$\begin{bmatrix} C_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{q1} & 0\\ 0 & C_{q2} \end{bmatrix}$$
(III. 41)

#### III.12.6. Calcul de la magnitude

Nous allons donc considérer seulement la solution de l'état d'équilibre ici. Parce que la réaction de déplacement a la même fréquence que la fonction, on peut supposer:

$$x = Xe^{i\omega t} \tag{III.42}$$

La vitesse et l'accélération peuvent être écrites comme suit:

$$\dot{x} = i\omega X e^{i\omega t} et \ \ddot{x} = -\omega^2 X e^{i\omega t} \tag{III.43}$$

Donc:

$$(-\omega^2 m + i\omega c + k)Xe^{i\omega t} = fe^{i\omega t}$$
(III. 44)

La fonction de transfert de terme se réfère à la situation théorique où toutes les fréquences vont de  $(-\infty + \infty)$  et  $\xi \omega_n$  combinaisons sont incluses:

$$\frac{X}{F} = \frac{1}{-m\omega^2 + ic\omega + k} \tag{III.45}$$

Il y'a deux façons principales pour représenter la fonction complexe indiquées dans l'équation.(III. 37). La première consiste à séparer la fonction dans sa grandeur et les

composantes de la phase et la deuxième est d'exprimer la fonction en utilisant ses vraies et ses imaginaires parties, l'amplitude dépendant de la fréquence et de la phase sont écrites comme suit:

$$\left|\frac{X}{F}\right| = \frac{1}{K} \sqrt{\frac{1}{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right)^2 + \left(2\xi \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}} \tag{III.46}$$

$$\Phi = \tan^{-1} \left( \frac{im \frac{X}{F}}{Re \frac{X}{F}} \right) = \tan^{-1} \left( \frac{-2\xi \frac{\omega}{\omega_n}}{1 - (\frac{\omega}{\omega_n})^2} \right)$$
(III. 47)

$$Re \left(\frac{X}{F}\right) = \frac{1}{K} \left(\frac{1 - r^2}{(1 - r^2)^2 + (2\xi r)^2}\right)$$
(III. 48)

$$Im\left(\frac{X}{F}\right) = \frac{1}{K} \left(\frac{-2\xi r}{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2}\right)$$
(III. 49)

Les courbes " réelles " et " imaginaires " ne sont pas des termes qui impliquent " existant " ou " inexistant ". Au contraire, elles sont mathématiquement les conditions relatives à la procédure de la solution. Il peut être plus intuitifde penser à ces termes de la façon suivante.Comme nous l'avons mentionné précédemment, nous pouvons considérer la force d'entrée comme étant sinusoïdale . Le déplacement qui en résulte est donc également sinusoïdale avec la même fréquence.

Si l'entrée est une force de cosinus, alors la "partie réelle " du mouvement résultantes est la partie qui est également un cosinus. La "partie imaginaire " du mouvement résultante est la partie qui est une condition sinuse. La combinaison de cosinus et sinus des parties du mouvement, décrit à la fois la taille (grandeur) de la requête résultante et le déphasage par rapport à la force.

### III.12.7. Magnitude de la réponse dynamique

L'échelle logarithmique, voir les figures (III.45,III.46,III.47), est souvent utilisée pour informations d'affichage couvrant un large éventail dans un seul graphique. Les niveaux des fréquences acoustiques en acoustique varient sur une vaste gamme d'un chuchotement à l'oreille, le bruit de l'usinage, par exemple. Les mathématiques de l'acoustique et des vibrations mécaniques sont similaires et, pour cette raison, de nombreux manuels utilisent les échelles logarithmiques de l'acoustique pour montrer des concepts similaires à des vibrations mécaniques. Dans notre cas, l'accent est mis sur la mécanique et les vibrations.

Parfois l'expérience appelle le « contenu harmonique » une forme d'onde reproduite. Le contenu harmonique est un dispositif d'affichage de l'amplitude de la forme d'onde en fonction de la fréquence. Cela est parfois appelé le spectre de fréquence et il vous permet de visualiser la forme d'onde en fonction de sa teneur en fréquence, voir les figures (III.46,III.47,III.48), les données dans le domaine fréquentiel), à noter que l'ampleur est tracée en dB, mais si vous souhaitez sélectionner la gamme de fréquences, vous devez passer un vecteur de fréquences de la fonction de bon augure.

Le vecteur de fréquences doit être formé en utilisant les logs pace, fonction pour obtenir une échelle logarithmique. La fonction logs pace accepte des puissances de 10 pour déterminer cette gamme, ainsi qu'un certain nombre de points. Il y' a aussi la question de Hz. rad / s. Pour construire une gamme de fréquence.




*Figure III.48:* Comparaison des gains entre des directions choisies et la direction privilégiée l'angle ( $\phi_s = 0^\circ et \phi_e = 30^\circ$ ).

L'analogie par simulation détaillée ci-après présente le niveau sonore d'un usinage par une direction préférée de facteurs dynamique utilisée dans cette simulation. La direction est cela qui a été mis en place dans les parties précédentes et ses coefficients dynamique sont :

 $fn1 = 800 \text{ Hz}, fn2 = 1000 \text{ Hz}, zetaq1 = 0.05\%, zetaq2 = 0.03\%, kq1 = 2e7Nm^{-1}, kq2 = 1.5e7$  $Nm^{-1}$ .

La représentation d'un son d'usinage de fraisage s'exprime en (dB) (Figure III.49). Ces valeurs correspondent le nombre de vibrations (ou d'oscillations) par seconde effectué par l'onde acoustique. Plus un son est haut, plus il est aigu. L'oreille humaine perçoit des sons dont la fréquence varie entre 16 et 20000 *hertz*. Afin de faire correspondre aux mieux les mesures, des courbes de pondérations ont été créées. Ces pondérations vont permettre de tenir compte approximativement de la variation de la sensibilité de l'oreille en fonction de la fréquence.

L'analogie pour les 3 courbes (Figure III.48) nous montre que le niveau sonore est élevé pendant l'usinage et progressivement ce qui s'unifie l'attaque de la pièce par la fraiseuse avec une direction choisie est aussi progressif. Le spectre est la représentation des niveaux en fonction de la fréquence. Le bruit est la superposition de sons de niveaux et de fréquences différents. Le niveau de bruit, exprimé en dB pour chaque fréquence, représente le spectre du bruit.

## Chapitre III Etude de la dynamique du processus de fraisage par un outil hémisphérique

De manière conventionnelle, les échelles en bandes d'octaves et en tiers d'octaves de fréquences s'utilisent pour représenter le spectre d'un bruit. Finalement nous pouvons dire que, la réponse en décibel est un outil pour voir la progression du taux d'usinage. Et nous pouvons dire aussi [41]:

- Lorsque la période est longue, la fréquence est basse, produisant un son grave.
- Lorsque la période est moyenne, la fréquence est moyenne, produisant un son médium.
- Lorsque la période est courte, la fréquence est élevée, produisant un son aigu.



Figure III .49: Echelle des niveaux sonores: graves-médiums-aigus [41].

#### **III.13.** Conclusion

Dans cette partie de notre étude, en utilisant le logiciel avec tous les développements que nous avons faits, nous avons prédit le comportement dynamique de la fraise lors de l'opération du fraisage hémisphérique, pour différents paramètres de coupe et directions d'usinage. Ces prédictions sont représentées sous forme de courbes temporelles de simulation, qui nous ont donné les résultats des forces de coupe et des déplacements en régime dynamique.

Et nous avons traduit cette prédiction par une simulation de la fonction FRF qui nous a donné des résultats acceptables dans notre étude. Grâce à ces résultats nous sommes arrivés à tirer les conclusions suivantes pour le cas du fraisage hémisphérique:

- L'augmentation de la profondeur axiale réduit la stabilité de l'usinage.
- La vitesse de rotation de la broche influe sur la stabilité d'usinage; si elle correspond à une des fréquences propres de la machine-outil : les déplacements de la fraise peuvent atteindre des valeurs maximales où l'usinage devient instable.
- Le choix de la vitesse de rotation de la broche qui correspond à une profondeur de passe axiale au-dessus des lobes de stabilité qui caractérisent ce processus de fraisage, conduit à un usinage instable.
- Le fraisage en opposition génère des surfaces de meilleure qualité que le fraisage en avalant.
- L'augmentation du nombre de dents de la fraise peut conduire aussi à un usinage instable.
- L'augmentation de l'angle de l'hélice de la fraise réduit les vibrations de l'usinage et rend l'usinage plus stable.
- L'augmentation des paramètres dynamiques augmente le bruit d'usinage.

## **CONCLUSION ET PERSPECTIVES**

Dans le cadre de ce travail, nous avons présenté une synthèse des travaux de recherche sur les directions d'usinage et plus particulièrement lors des opérations du fraisage hémisphérique. Ces travaux nous ont permis de poser et d'étudier l'influence de la direction d'usinage pour le cas du fraisage hémisphérique.

Pour exprimer la géométrie de la fraise, le modèle de force de coupe de Schmitz et Smith[1], qui est basé sur la discrétisation de l'outil en plusieurs tranches d'épaisseurs égales le long de l'axe de la fraise, nous a permis de prédire et de simuler les forces de coupe, selon deux directions pour le cas du fraisage hémisphérique en régimes statique et dynamique, en utilisant différents paramètres de coupe.

Nous avons utilisé l'approche de série de Fourier pour calculer l'effort de coupe les lobes de stabilité en fraisage avec un outil hémisphérique. Cette méthode prévoit exactement la distribution de force de coupe sur les hélices hélicoïdales de l'outil hémisphérique à chaque instant. Ainsi, les valeurs de l'épaisseur de copeau peuvent être calculées pour n'importe quelle direction d'usinage.

Grace à la méthode d'intégration numérique d'Euler, nous avons pu résoudre ces équations du mouvement, qui sont des équations différentielles ordinaires du second ordre. Nous avons choisi cette méthode numérique, car elle nous donne une simplification de calcul et une précision pour la détermination instantanée du comportement de la fraise.

A partir de cette modélisation, l'utilisation du logiciel de simulation nous a permis de faire la simulation des forces de coupe et des directions de la fraise, lors de l'opération du fraisage hémisphériques. La simulation nous a donné la possibilité de prédire et de voir l'influence de chaque paramètre de coupe sur le comportement dynamique de la fraise dans le domaine temporel, sous forme de graphes qui représentent les efforts instantanés de coupe de la fraise.

Comme nous l'avons fait remarquer, on pourrait additionner tous les diagrammes de Bode des termes élémentaires pour obtenir le diagramme de la fonction de transfert. Cependant, lorsque cette fonction de transfert est compliquée, il est plus facile de prendre en compte les contributions de chaque terme au fur et à mesure en faisant croître la pulsation  $\omega$ 

Grâce à ces résultats nous sommes arrivés à tirer les conclusions suivantes pour le cas du fraisage hémisphérique:

132

- L'accroissance de la direction d'usinage réduit la stabilité de l'usinage.
- L'augmentation de la profondeur axiale réduit la stabilité de l'usinage.
- L'augmentation du nombre de dents de la fraise peut conduire aussi à un usinage instable.
- L'augmentation de l'angle de l'hélice de la fraise réduit les vibrations de l'usinage et rend l'usinage plus stable.
- ✤ L'augmentation de l'avance par dent conduit à l'augmentation des efforts de coupe.
- L'effort de coupe augmente avec l'augmentation du diamètre de la fraise.
- L'augmentation de la vitesse de rotation de la broche peut être causée par l'instabilité d'usinage.

Comme perspectives et puisque ce travail est consacré à l'étude de la direction d'usinage en fraisage hémisphérique, nous avons donc la possibilité de poursuivre ce travail par:

- La validation expérimentale (mesure des forces de coupe par dynamomètre).
- L'exploration d'autres méthodes numériques, pour raffiner les résultats de simulation obtenus par la méthode d'intégration numérique d'Euler comme la méthode de Runge-Kutta.
- L'étude aussi de la direction d'usinage pour le cas de l'outil rigide et de la pièce flexible.
- L'étude de la configuration réelle d'un système usinant vibratoire selon que l'outil et la pièce sont tous les deux flexibles (couplage des modes vibratoires).
- La continuation de l'étude de la direction pour les autres opérations du Fraisage, en utilisant des différentes formes géométriques de fraises utilisées dans l'industrie.
- L'obtention des lobes de stabilité par d'autres méthodes.
- Le calcul de la direction dans le cas de la flexibilité de la pièce et de l'outil (effet de couplage des modes).
- La Construction des diagrammes de Bode de toutes les directions pour obtenir les magnitudes de leurs réponses respectives.

## **REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES**

[1] Tony L. Schmitz l Kevin S. Smith. «Machining Dynamics Frequency Response to Improved Productivity» Springer, 2009.

[2] Altintas, Y. and E. Budak «Analytical prediction of stability lobes in milling » CIRP Annals - Manufacturing Technology 44(1): 357-362, 1995.

[3] Y. Altintas, S. Engin, E. Budak « Analytical stability prediction and design of variable pitch cutters, » Transactions of the ASME, Journal of Manufacturing Science and Engineering, 121, p. 173-178, 1999.

[4] E. Budak « An analytical design method for milling cutters with non-constant pitch to increase stability, part I: theory, Transactions of the ASME, Journal of Manufacturing Science and Engineering, 125, p. 29-34, 2003.

[5] E. Budak « An analytical design method for milling cutters with non-constant pitch to increase stability, part II: application» Transactions of the ASME, Journal of Manufacturing Science and Engineering, 125, p. 35-38, 2003.

[6] Segreti M. « Vibrations en coupe orthogonale. Modélisation, étude de stabilité et validation expérimentale ». Thèse de doctorat de mécanique, université de Metz. France 2002.

[7] Altintas, Y. « Analytical Prediction of Three Dimensional Chatter Stability in Milling», JSME International Journal, Series C, Vol. 44, No. 3, pp.717-72, 2001.

[8] M. x. Zhao et B. Balachandran. «Dynamics and stability of milling process».

[9] V. Thevenot. « Contribution à la maîtrise des phénomènes vibratoires en usinage de parois minces : Application à l'usinage de pales aéronautiques ». Thèse de doctorat de L'Institut National Polytechnique de Toulouse, France 2005.

[10] Ronald Faassen, « Chatter prediction and control for high-speed milling: Modelling and experiments ». Technische Université Eindhoven, Pays-Bas.2007.

[11] Marek Balasinski, cours MEC 4530 - Fabrication mécanique avancée, école polytechnique Montréal. http://www.cours.polymtl.ca/mec4530Québec Canada.

[12] T. Wehbe. « Étude des vibrations de pièce mince durant l'usinage par stéréo corrélation d'images ». Doctorat de L'Institut National Polytechnique de Toulouse, France 2010.

[13] Lelan, J.V. « Etude de méthode simplifiées pour la simulation de l'usinage à l'échelle macroscopique. » thèse doctorat. L'Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Metiers, France 2007.

[14] Hédi Yengui « Modélisation du comportement dynamique non linéaire d'un système machine – outil – pièce lors d'une opération de fraisage ». Thèse doctorat. L'écolecentrale des arts et manufactures, Paris-France- 2011.

[15] N. Corduan. « Etude des phénomènes vibratoires en fraisage de finition de plaques minces : Application aux aubages de turbines aéronautiques ». Thèse de doctorat de l'Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, France- 2006.

[16] Peigne G. « Étude et simulation des effets dynamiques de la coupe sur la stabilité de la coupe et la qualité géométrique de la surface usinée : application au fraisage de profil », Thèse de doctorat de l'INP de Grenoble, France- 2003.

[17] Devoir, R.E, W.A Kline, et W. J Zdeblick. «A mechanistic Model for the for System in End Milling with Application to Machining Airframe Structures». Proceedings of eighth North American Manufacturing Research conference: USA, 8, pp 297-303. 1980.

[18] Balachandran, B, et M.X Zhao. «A Mechanics Based Model for Study of Dynamics of Milling Operation». mecanica, 35: 89-109; 2000.

[19] Zhao, M.X, et B Balachandran. «Dynamics and stability of milling process». International Journal of Solids and Structures, pp 2233-2248, vol 38 (2001).

[20] Smith, S, et J Tlusty. «Efficient Simulation Programs for Chatter in Milling». Annals of *the CIRP*, 42-1, pp 463-466, 1993.

[21] Sébastien Séguy. « De l'adaptation à la variation continue de la vitesse de broche afin de contrôler le broutement en fraisage de parois minces: modélisations et études expérimentales ». Thèse de doctorat de l'université de Toulouse, France-2008.

[22] Cook N.H., « Tool Wear and Tool Life », ASME Journal of Engineering for Industry, 95, 931-938, 1973.

[23] Oxley P.L.B., « The Mechanics of Machining, Halsted Press », 1989.

[24] Lee E.H. Shaeffer B.W., « Theory of Plasticity Applied to Problems of Machining », ASME Journal of Applied Mechanics, 18-4, 405-413, 1951.

[25] Hill R., Lee E.H., Tupper S.J. « A Method of Numerical Analysis of plastic Strain and its Application to the Compression of a Ductile Material between rough Plates », ASME Journal of Applied Mechanics, 46-52, 1951.

[26] Albrecht P., « Dynamics of the Metal Cutting Process », ASME Journal of Engineering for Industry, 87, 429-441, 1965.

[27] Shaw M.C., « Metal Cutting Principles», Oxford Science Publications, Clarendon Press, Oxford, Angleterre-1984.

[28] Knight W.A., « Some Observations on the Vibratory Metal Cutting Process Employing High Speed Photography » International Journal of Mach. Tools Des. Res, 12, 201-220, 1972.
[29] Y. Altintas, P.Lee, «Mechanics and dynamics of ball end milling» transaction of ASME, Vol. 120, pp. 684-692, nov. 1998.

[**30**] Y. Altintas, E. Shamoto, P.Lee, E. Budak, «Analytical prediction of stability lobes in ballend milling», transaction of the ASME, Vol. 121, pp. 586-591, Nov. 1999.

[**31**] P.Lee, Y. Altintas, «Prediction of ball-end milling forces from orthogonal cutting data», international journal of machine tools manufacture, Vol. 36, pp. 1029-1072, 1996.

[32] A.L. Mantle, D.K. Aspinwall. «Cutting force evaluation when high speed milling a gamma titanium aluminide intermetallic alloy».

[**33**] F. Lapujoulade, T. Mabrouki, K. Raïssi, « Prédiction du comportement vibratoire du fraisage latéral de finition des pièces à parois minces », Mécanique & industries, 2002.

[34] SébastienSéguy. « De l'adaptation à la variation continue de la vitesse de broche afin de contrôler le broutement en fraisage de parois minces : modélisations et études expérimentales ». Thèse de doctorat de l'université de Toulouse, France 2008.

[**35**] P. Koshya, R.C. Dewesa, « High speed end milling of hardened AISI D2 tool steel (58 HRC) »Journal of Materials Processing Technology 127 (2002) 266–273.

[**36**] H.Z. Li, W.B. Zhang, X.P. Li. «Modelling of cutting forces in helical end milling using a predictive machining theory», Department of Mechanical and Production Engineering, The National University of Singapore-Asia, 10 Kent Ridge Crescent, Singapore 119260, Singapore, 2000.

**[37]** Altintas, Y « Manufacturing Automation: metal cutting mechanics, machine tool vibrations, and CNC design», Cambridge, Cambridge University Press, Grande-Bretagne.2000.

[**38**] Altintas, Y. and Lee, P., 1996, «A General Mechanics and Dynamics Model for Helical End Mills», Annals of the CIRP, 45/1: 59–64.

[**39**] Budak, E «Mechanics and dynamics of milling thin walled structures "doctor of philosophy in the faculty of graduate studies department of mechanical engineering; The University of British Columbia 1994.

[40] Dr. Ph. Mullhaupt, Résume : Bode/Nyquist « Introduction à la commande des systèmes dynamiques ».

[41] Hendrik WadeBode« Physiqueappliqué ».

[42] Fiche de cours, Bode.odt M. Aime.Année : 2010-2011.

#### <u>ملخصه</u>

إن معرفة قوى القطع واتجاه القطع بفضل نموذج توقعي هو أمر بالغ الأهمية لاختيار قوة الماكينة، أدوات القطع، تحسين شروط القطع، مراقبة ظهور الاهتزازات ومستوى الضجيج الحاصل. وهذا يسمح لنا بالتقليل من التجارب المكلفة والتي تحتاج إلى وقت طويل، وتسمح أيضا، بتحديد أحسن شكل لأداة القطع في حدود قوى القطع المسموح بها.

الهدف الرئيسي من هذه الدراسة هو توقع تأثير زاوية اتجاه القطع والزاوية اللولبية، الخطوة لكل سن، قطر الأداة، العمق المحوري والعمق القطري على تغيرات قوى القطع للأداة.

النتائج المحصل عليها حققت من خلال دراسة تجريبية قام بها كل من سميث وشميتز من جهة والتينتاس وبيداك من جهة أخرى، تحصلنا على توافق إلى حد كبير مقارنة بنتائج المحاكاة والنتائج المحصل عليها عن طريق الدراسة التجريبية. كما يمكننا القول ان إسهام هذا العمل يتمثل في اقتراح طريقة تربط اتجاه التشغيل بزاوية محددة.

الكلمات المفتاحية: اتجاه القطع، قوى القطع، التفريز النصف كروي، مستوى الضجيج.

# <u>Résumé</u>

La connaissance des efforts de coupe et la direction de coupe à la faveur d'un modèle prédictif est largement intéressante pour : le choix de la puissance d'une machine-outil, des outils coupants, l'optimisation des conditions de coupe et la vérification de l'apparition des vibrations ainsi que le niveau sonore lors de l'usinage. Cela permet de réduire le nombre d'essais et de déterminer la géométrie favorable d'outils selon les efforts de coupe limites.

L'objectif de ce travail est l'étude de l'influence des directions de coupe et les angles de coupe et d'hélice, l'avance par dent du rayon de la fraise et la profondeur de passe axiale et radiale sur les variations des efforts de coupe pour le cas du fraisage hémisphérique.

Nos résultats de simulation sont validés par comparaison avec une étude expérimentale effectuée par Schmitz et Smith ainsi que par Altintas et Budak. On aboutit une bonne concordance entre les deux résultats. La contribution de ce travail est de proposer une méthode liant une direction de fonctionnement à un angle spécifique.

Mots clé: direction d'usinage, force de coupe, fraisage hémisphérique, mesures en décibel.

## <u>Abstract</u>

The knowledge of the cutting force and the cutting way and their predictive model is a very important subject matter to choose a machine power tool, cutting tools, optimizing cutting conditions, and control the vibrations occurrence and its acoustic level.

This could also allow us to decrease the number of expensive tests, this determines the best geometry tool in accordance with the cutting forces limit level. The objective of this work is to study the effects of the rake and helix angles, the tool radius, and the axial and radial depths of cut on the cutting forces variations.

The results are validated with the experimental study obtained respectively by (Schmitz, Smith) and (Altintas, Budak). A reasonable agreement is found. The contribution in this work is to propose a technical link between operating directions with a specific angle.

Key words: cutting direction, cutting forces hemispherical milling, noise measurement.