

مذكرة ماستر

ميدان علوم المادة

فرع فيزياء

تخصص فيزياء مواد

رقم: أدخل رقم تسلسل المذكرة

إعداد الطالبة:

نورالهدى سعدية

يوم: 18/06/2023

دراسة الهندسة غير تبديلية لهزاز توافقي لشرودينجر في فضاء منحني

لجنة المناقشة:

رئيس	أ. مح ب	جامعة محمد خيضر بسكرة	عليان أبيدير
مقرر	أ. د.	جامعة محمد خيضر بسكرة	فالق مختار
مناقش	أ. مح ب	جامعة محمد خيضر بسكرة	بن صالح نجوى

شكر وعرافان



بسم الله الرحمن الرحيم

نحمد الله عز وجل الذي وفقنا في اتمام هذا البحث العلمي

فالحمد لله كثيرا

واتقدم بالشكر والتقدير الى أستاذي الفاضل /الأستاذ الدكتور فالح مختار الذي تفضل بإشرافه

على هذا البحث ولكل ما قدمه من دعم وتوجيه وإرشاد فله أسمى عبارات التقدير والثناء

واتقدم بجزيل الشكر والتقدير للأستاذ لخضر صك الذي كان سندا لي في اعداد هذا العمل

الإهداء :



الحمد لله وكفى والصلاة على الحبيب المصطفى وأهله ومن وفى

اما بعد:

الحمد لله الذي وفقنا لتثمين هذه الخطوة في مسيرتنا الدراسية

بمذكرتنا هذه ثمرة الجهد النجاح بفضلته تعالى مهداة الى لوالدين

الكريمين "خضر و فطيمة" حفظهما الله وادامهما نورا لدربي

لعائتي الكريمة التي ساندتني ولاتزال إخوتي وأخواتي الأعزاء.



الفهرس

- شكر وعرفان
الإهداء:
الفهرس
مقدمة عامة: 1.....
الفصل الأول: عموميات حول معادلة شرودنجر وطريقة نيكيفوروف-يوفاروف (NU)
1-1. مقدمة:5
1-2. معادلة شرودنجر في ميكانيك الكم6
1-2-I. تعريف:6
1-2-II. معادلة شرودنجر في الإحداثيات القطبية:7
1-2-III. طريقة نيكيفوروف يوفاروف:8
الفصل الثاني: دراسة الهزاز التوافقي في فضاء مضاد دي ستر (Anti de-Sitter Space)
1-II. مقدمة:13
2. حل معادلة شرودنجر في فضاء مضاد ديسيتير Ads14
2-II. تأثير التشوه AdS على طاقة المدارات الفرعية d, p, s 20
الفصل الثالث: تأثير تشوهات الفضاء غير التبديلي (Non commutative) على الهزاز التوافقي
1-III. الفضاء غير تبديلي:25

26 2-III معادلة شرودينجر في الفضاء الغير تبديلي NC

31 3-III تأثير التشوه غير التبديلي NC على طاقة المدارات الفرعية s, p, d

الفصل الرابع: دراسة معادلة شرودينجر المشوهة في الفضاء غير التبديلي (NC)

والفضاء المشوه (Ads)

1-IV. حل معادلة شرودينجر في الفضاء المشوه (Ads) والفضاء غير التبديلي (NC):

36

2-IV. تأثير التشوه لفضاء مضاد ديسيتير AdS والفضاء غير التبديلي NC على طاقة

39 المدارات الفرعية s, p, d

43 الخاتمة العامة:

45 قائمة المراجع:

..... ملخص

مقدمة عامة

مقدمة عامة:

ظهرت النظرية الكمية في القرن العشرين وحدثت ثورة كبيرة. وأصبحت تُعرف فيزياء ما قبل النظرية الكمية الآن بالنظرية الكلاسيكية. وتشمل هذه النظرية الكلاسيكية الميكانيكا النيوتونية ونظرية ماكسويل للموجات الكهرومغناطيسية. ولقد كانتا أهم نظريتين في الفيزياء حتى منتصف القرن التاسع عشر. وقد نجحتا بصورة رائعة في تفسير الظواهر الفيزيائية، حتى أن بعض الفيزيائيين كانوا يعتقدون بأن النظريتين غير مؤهلتين من حيث المبدأ لتفسير جميع الظواهر الطبيعية في الكون. هذا ما أدى إلى صعوبة فهم ديناميكا الأجسام المشحونة كهربائياً. وفي الفترة من عام 1905م إلى 1916م قدم أينشتاين نظرية النسبية الخاصة التي قدم فيها مفهوم جديد للمكان والزمان. وتعتبر هذه النظرية تتويجاً لأعظم إنجازات الفيزياء الكلاسيكية. في أثناء الفترة التي توج فيها أينشتاين النظرية النسبية تراكمت الأدلة العلمية عن الظواهر الذرية والتي أدت إلى زعزعت الأسس التي بنيت عليها الفيزياء الكلاسيكية، وعند الحديث عن الثورة الكمية نجد أن أينشتاين نفسه هو الذي لعب دوراً ريادياً في ذلك وآخرين مثل بلانك وبوهر ودبروقلي و خاصة شرودنجر و هايزنبرج. وفي محاولة لفهم الفيزيائيون طبيعة الذرة ومكوناتها الأساسية وكيفية تفاعلها مع الإشعاع الكهرومغناطيسي وجدوا عجز الفيزياء الكلاسيكية في تفسير ذلك. لقد كان بلانك وأينشتاين أول من ادخلوا مفاهيم الكم على أنها حزم منفصلة من الطاقة تعرف بالفوتونات. وقد كان بوهر أول من اقترح نموذجاً كمياً للذرة رافضاً فيه الوصف الكهرومغناطيسي الكلاسيكي في أن الأجسام المشحونة المتسارعة تشع موجات كهرومغناطيسية واستبدالها بالنموذج الكمي. حيث لا يحدث إشعاع للجسم إلا إذا انتقل من مدار إلى آخر. كما سنرى، أن هذا النموذج قد نجح في تفسير العديد من خطوط الطيف الذرية لذرة الهيدروجين والذرات المشابهة له وعلى أية حال، لقد كان هذا النجاح محدوداً بسبب أنه مستمد من مزيج من أفكار كلاسيكية وأخرى كمية متعارضة معها. وتأخر ظهور نظرية كمية تعتمد على المفاهيم الكمية فحسب قبل ظهور فرضية ثورية جديدة ومن ثم فهمها. لقد كانت تلك الفرضية هي الطبيعة الموجية للجسيمات التي قدمها العالم الفرنسي لويس دبروجلي والذي استخدمها شرودنجر لدراسة حركة الجسيمات في معادلاته المعروفة بمعادلة شرودنجر والتي تعتبر البديل الكمي لقانون نيوتن الثاني الكلاسيكي. ومن جهة أخرى توج العالم الإنجليزي ديراك تلك الجهودات بمزج ميكانيكا الكم مع النسبية الخاصة فيما يُعرف اليوم بنظرية الكم الكهروديناميكية، وتعتبر هذه النظرية أكثر النظريات نجاحاً في الوقت الحالي. [1]

مقدمة عامة

تمديدا لنظرية المجال الكمومي إلى الزمكان المنحني الذي يمكن إعتبره أول تقريب للجاذبية الكمية. فقد جذبت العديد من الدراسات اهتماما كبيرا نظرا لوجود دوافع قوية لامتصاص اللانهاية الكامنة في نظريات المجال القياسية. في مثل هذه الحالة من الزمكان المنحني، نتعامل مع هيكل مضطرب من قبل مجال الجاذبية. هذه التعديلات يمكن العثور عليها أيضا في نموذج سنايدر Snyder حيث القياسات في ميكانيك الكم الغير تبادلية يمكن أن يحكمها مبدأ عدم اليقين المعمم (GUP) [2]، حيث يعترف هذا النموذج بمقياس طول أساسي من المفترض أن يكون من رتبة طول بلانك، وهذا يعادل الحد الأدنى من عدم اليقين في قياس الموضع [3-5]. نظرا لوجود العديد من الحجج التي تبين أن الجاذبية الكمية تتطوي أيضا على حد أدنى من الطول القابل للقياس وفق بلانك [Planck]، فإن قدرا كبيرا من الجهود تم تخصيصها لتمديد دراسة ميكانيكا الكم إلى الزمكان المنحني عبر مبدأ عدم اليقين الممتد (EUP) [6].

خلال السنوات القليلة الماضية تم دراسة نظريات الفضاء غير التبادلي على نطاق واسع (للمراجعة، انظر المرجع. [7]). ترتبط نظريات المجال غير التبادلي بدمج نظرية M، [8] ونظرية الأوتار، [9] وتأثير هول الكمي. [10] يمكن تحقيق تضمين اللاتبادلية في نظرية المجال الكمومي بإحدى طريقتين مختلفتين: عبر جداء Moyal على مساحة الوظائف العادية، أو عن طريق تحديد نظرية المجال على مساحة مشغل الإحداثيات التي هي في جوهرها غير تبادلية [11]. تم وصف التكافؤ بين الطريقتين بشكل جيد في المرجع. [12].

يمكن الحصول على نظرة بسيطة حول دور الفضاء المدروس في نظرية المجال من خلال دراسة جسيم واحد، مما أدى إلى الاهتمام بدراسة ميكانيكا الكم غير التبادلية (NCQM). [13-19] في هذه الدراسات، تم التفصيل في دراسة الانظمة ثنائية الأبعاد وعلاقتها بمشكلة لاندو Landau.

كما ثبت أن معادلة حركة الهزاز التوافقي في الفضاء غير التبادلي تشبه معادلة الجسيم في مجال مغناطيسي ثابت وفي أدنى مستويات لاندو [20].

قمنا بتقسيم هذا البحث إلى:

الفصل الأول: سنقوم بذكر المفاهيم الأساسية لمعادلة شرودينجر بالإضافة إلى وضع الطريقة الحسابية نيكيفوروف-يوفاروف N.U، وهي طريقة رياضية مستخدمة لحل المعادلات التفاضلية من الدرجة الثانية

مقدمة عامة

من النوع الفوق الهندسي (Hyper Geometric)، والتي أظهرت مؤخرا نجاحا كبيرا في المعالجة التحليلية للعديد من مشاكل الكم النسبي والغير نسبي.

الفصل الثاني: سنقوم بحل معادلة شرودينجر لهزاز توافقي تحت تأثير حقل مغناطيسي خارجي في فضاء ضد ديستر باستعمال طريقة نيكيفوروف-يوفاروف N.U، من أجل الحصول المتمثلة في طيف الطاقة ودالة الموجة.

الفصل الثالث: سنقوم بحل معادلة شرودينجر في الفضاء غير التبديلي باستعمال طريقة نيكيفوروف-يوفاروف N.U، ومن ثم إيجاد حلول النظام المدروس على غرار طيف الطاقة ودالة الموجة المرفقة له.

الفصل الرابع: سنقوم بحل معادلة شرودينجر في الفضاء لهزاز توافقي داخل حقل مغناطيسي خارجي في فضاء غير تبديلي وفضاء ضد ديستر من أجل الحصول على عبارة طيف الطاقة ودالة الموجة للنظام باستعمال طريقة نيكيفوروف-يوفاروف N.U.

الفصل الأول:

عموميات حول معادلة

شرودينجر وطريقة

نيكيفوروف-يوفاروف (NU)

1-1. مقدمة:

ميكانيك الكم هي إطار نظري يصف فيزياء العالم المجهرى، حيث تدرس الأنظمة المتناهية الصغر ذات الأبعاد الذرية التي لم تتمكن الفيزياء التقليدية من تفسيرها.

فميكانيك الكم هي مجموعة من المبادئ العلمية التي تفسر سلوك المادة وتفاعلاتها مع الطاقة على مقاس الذرات والجسيمات دون الذرية حيث صممت هذه النظرية بين عامين (1925م و1930م) على يد نيلزبور (Niels Bohr)، لويس دي بروجلي (Broglie De Luis)، فيرنر هايزنبرغ (Werner Heisenberg)، إروين شرودينجر (Erwin Schrodinger)... وآخرون

يمكن فهم خصائص الموجة للجسيمات في ميكانيك الكم باستخدام معادلة شرودينجر [21]، إذ أن معادلة شرودينجر جد مهمة لحل مشكلة الأنظمة المجهرية مثل الذرات [22]، سنذكر بمبدأ الارتباب لهايزنبرغ قبل التطرق لمعادلة شرودينجر.

في عام 1927 صاغ العالم الألماني فيرنر هايزنبرغ مبدأ الارتباب أو عدم التأكد. والذي ينص على أنه لا يمكن تحديد خاصيتين مقاستين من خواص جملة كمومية إلا ضمن حدود معينة من الدقة، ومعنى هذا الكلام أنه لا يمكن قياس إحداثيات الجسم وزخمه في نفس اللحظة.

ترجم هذا المفهوم في صيغة تكتب بالشكل:

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{h}{2} \quad (1.I)$$

إذ كانت اللادقة في تحديد موضع الجسيم هي Δx وفي زخمه هي Δp حيث نذكر أيضا علاقة الاستبدال في الحالة العادية لميكانيكا الكم:

$$[X_i, X_j] = 0 = [P_i, P_j]; [X_i, P_j] = i\hbar\delta_{ij} \quad (2.I)$$

الهدف من هذا الفصل:

تقديم لمحة على معادلة شرودينجر وكمون الهزاز التوافقي وشرح طريقة (تيكيفوروف بوفاروف) من أجل تسهيل حسابات الفصول القادمة.

1-2. معادلة شرودنجر في ميكانيك الكم

1-2-I. تعريف:

معادلة شرودنجر جد مهمة لدراسة الذرات والجزيئات ومع ذلك فإن عدد الأنظمة التي توجد لها حلول تحليلية بواسطة معادلة شرودنجر محدود للغاية [23]، وهي مقسمة إلى معادلة شرودنجر متعلقة بالزمن ومعادلة شرودنجر المستقرة. وموضوع دراستنا حول الحالة المستقرة في شكلها العام وتكتب:

$$H\Psi = E\Psi \quad (3.I)$$

حيث يمثل كل من E و Ψ على الترتيب الطاقة ودالة الموجة للجسيم، حيث تعطى في الإحداثيات الكارتيزية $\Psi(\vec{r}) = \Psi(x, y, z)$ أما H فيمثل الطاقة الكلية، والمعرف في الفيزياء الكمية بالمؤثر الهاميلتوني ويكتب:

$$H = T + V(\vec{r}) \quad (4.I)$$

معادلة شرودنجر التي تتأثر فقط بالكُمون (V) والموضع (r) هي معادلة شرودنجر الثابت [22]. أغلب الكُمونات التي يتم استخدامها هي كُمونات مركزية. تعرف بدالة متغير المسافة r بين الجسيم ونقطة المرجع $V(\vec{r}) = V(r)$.

تعطى الطاقة الحركية T لجسيم كتلته m له زخم P بالعلاقة:

$$T = \frac{p^2}{2m} \quad (5.I)$$

لتصبح الهاميلوتينية (4.I)

$$H = \frac{p^2}{2m} + V(r) \quad (6.I)$$

في فيزياء الكمي. الزخم أيضا عبارة عن مؤثر كمي يكتب بالشكل:

$$\hat{P} = -i\hbar\vec{\nabla}$$

\hbar هو ثابت بلانك المختزل، المؤثر نبلا $\vec{\nabla}$ المعرف في الإحداثيات الكارتيزية بـ $(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z})$:

يمكن كتابة مؤثر الطاقة (الهاملتونية) H لجسيم كتلته m يتحرك تحت تأثير الطاقة الكامنة المركزية اختيارية $V(r)$ على النحو :

$$\hat{H} \rightarrow \left(\frac{-\hbar^2}{2m} \vec{\nabla}^2 + V(r) \right) \quad (7.I)$$

بعد التعويض في المعادلة (3.I):

$$\left[\frac{-\hbar^2}{2m} \Delta + V(r) \right] \Psi(\vec{r}) = E\Psi(\vec{r}) \quad (8.I)$$

حيث المؤثر لابلاسيان Δ هو مربع المؤثر نابلا ∇ :

$$\Delta = \vec{\nabla}^2 = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \quad (9.I)$$

I-2-2. معادلة شرودنجر في الإحداثيات القطبية:

من المعروف أن الحل الدقيق لمعادلة شرودنجر ومعادلات الموجة النسبية لبعض الإمكانات الفيزيائية مهما جدا في العديد من مجالات الفيزياء والكيمياء نظرا لاحتوائهما على جميع المعلومات اللازمة للنظام الكمومي.

لحل هذه المعادلة التفاضلية يستخدم التمثيل الإحداثيات القطبية لها علاقة بالإحداثيات الديكارتية مثل:

$$\begin{cases} x = \rho \cos \theta \\ y = \rho \sin \theta \\ x^2 + y^2 = \rho^2 \end{cases} \quad (10.I)$$

بالإضافة إلى المؤثر لابلاسيان وهو مكتوب بالشكل التالي:

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \quad (11.I)$$

• الزخم الزاوي:

في الميكانيك الكلاسيكي الزخم الزاوي أو كمية الحركة الزاوية لجسيم له كتلة m ، الزخم \vec{p} وشعاع الموضع \vec{r} يتحرك دائريا حول محور ما يكتب بالعلاقة:

$$\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{p} \quad (12.I)$$

يكون الزخم الزاوي في ميكانيكا الكم التي تعالج الأنظمة الذرية وما دونها قيمة كمومية. فيمكن أن تكون قيمته عددا صحيحا مضروب في ثابت بلانك المخفض، ويزداد بمقدار أعداد صحيحة. يعبر عنه في الحسابات الرياضية في ميكانيكا الكم بمؤثر الزخم الزاوي:

$$\vec{L} = -i\hbar(\vec{r} \wedge \vec{\nabla}) \quad (13.I)$$

حيث تعطى مركباته في الإحداثيات القطبية بالشكل:

$$L_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi} \quad (14.I)$$

I-2-3. طريقة نيكيفوروف يوفاروف:

تعتمد طريقة نيكيفوروف يوفاروف اساسا على تقليل المعادلة التفاضلية الخطية من الدرجة الثانية إلى معادلة من النوع الهندسي المفرط المعمم، توفر هذه الطريقة حلولا من حيث الوظائف المتعامدة الخاصة بالإضافة الى القيم الذاتية المقابلة في ميكانيكا الكم النسبية وغير النسبية، يمكن حل المعادلة ذات الكمونات الحقيقية او المعقدة من خلال هذه الطريقة.[24]

ويمكن اعادة كتابة هذه المعادلة على النحو التالي:

$$\Psi''(s) + \frac{\tilde{\tau}(s)}{\sigma(s)} \Psi'(s) + \frac{\tilde{\sigma}(s)}{\sigma^2(s)} \Psi(s) = 0 \quad (15.I)$$

حيث $\sigma(s)$ و $\tilde{\sigma}(s)$ هما كثيرا حدود من الدرجة الثانية على الأكثر، $\tilde{\tau}(s)$ كثير الحدود من الدرجة الأولى و $\Psi(s)$ هي دالة فوق هندسية[25]، نستخدم فصل المتغيرات مع التحويل التالي:

$$\Psi(s) = \phi(s)y_n(s) \quad (16.I)$$

يتم اختصار المعادلة الى النموذج التالي:

$$y_n''(s) + y_n'(s) \left(2 \frac{\phi'(s)}{\phi(s)} + \frac{\tilde{\tau}(s)}{\sigma(s)} \right) + y_n(s) \left(\frac{\phi''(s)}{\phi(s)} + \frac{\phi'(s)}{\phi(s)} \frac{\tilde{\tau}(s)}{\sigma(s)} + \frac{\tilde{\sigma}(s)}{\sigma^2(s)} \right) = 0 \quad (17.I)$$

معامل $y_n(s)$ يؤخذ مع الصيغة $\tau(s)/\sigma(s)$ ، حيث $\tau(s)$ كثير حدود من الدرجة الأولى على الأكثر:

$$2 \frac{\phi'(s)}{\phi(s)} + \frac{\tilde{\tau}(s)}{\sigma(s)} = \frac{\tau(s)}{\sigma(s)} \quad (18.I)$$

وهكذا يتم الحصول على الشكل الاكثر انتظاما على النحو التالي:

$$\frac{\phi'(s)}{\phi(s)} = \frac{\tau(s)}{\sigma(s)} \quad (19.I)$$

بتحديد $\pi(s)$:

$$\pi(s) = \frac{1}{2} (\tau(s) - \tilde{\tau}(s)) \quad (20.I)$$

المعامل الجديد $\pi(s)$ هو كثير حدود من الدرجة الأولى على الأكثر، من المعادلة نحصل على:

$$\tau(s) = \tilde{\tau}(s) + 2\pi(s) \quad (21.I)$$

يتم ترتيب مصطلح: $\phi''(s)/\phi(s)$ الذي يظهر في معامل $y(s)$ في المعادلة 16 على النحو التالي:

$$\frac{\phi''(s)}{\phi(s)} = \left(\frac{\phi'(s)}{\phi(s)} \right)' + \left(\frac{\phi'(s)}{\phi(s)} \right)^2 \quad (22.I)$$

في هذه الحالة، يمكن تحويل (s) الى شكل اكثر ملاءمة عند استخدام المساواة التالية:

$$\begin{aligned} \frac{\phi''(s)}{\phi(s)} + \frac{\phi'(s)}{\phi(s)} \frac{\tilde{\tau}(s)}{\sigma(s)} + \frac{\tilde{\sigma}(s)}{\sigma^2(s)} & \quad (23.I) \\ & = \left(\frac{\pi(s)}{\sigma(s)} \right)' + \left(\frac{\pi(s)}{\sigma(s)} \right)^2 + \frac{\pi(s)\tilde{\tau}(s)}{\sigma(s)\sigma(s)} + \frac{\tilde{\sigma}(s)}{\sigma^2(s)} \\ & = \frac{\bar{\sigma}(s)}{\sigma^2(s)} \end{aligned}$$

بتعويض المعادلة (16.I) في المعادلة (22.I) نجد:

$$y_n''(s) + \frac{\pi(s)}{\sigma(s)} y_n'(s) + \frac{\bar{\sigma}(s)}{\sigma^2(s)} y_n(s) = 0 \quad (24.I)$$

يمكن اختزال هذه المعادلة الى معادلة من النوع الهندسي الفائق:

$$\sigma(s)y_n''(s) + \pi(s)y_n'(s) + \lambda y_n(s) = 0 \quad (25.I)$$

$$\bar{\sigma}(s) = \lambda \sigma(s) \quad (26.I)$$

حيث λ ثابت

لتحديد كثير الحدود $\pi(s)$ نجري مقارنة بسيطة بين المعادلة (25.1) و المعادلة، (22.1) حيث يتم الحصول على المعادلة التربيعية $\pi(s)$ إلى النحو:

$$\pi(s)^2 + \pi(s)[\tilde{\tau}(s) - \sigma'(s)] + \tilde{\sigma}(s) - k\sigma(s) = 0 \quad (27.I)$$

مع:

$$k = \Lambda_n - \pi'(s) \quad (28.I)$$

بحل المعادلة التربيعية ل $\pi(s)$ باستخدام المعادلة (23.1) يوجد

$$\pi(s) = \left(\frac{\sigma'(s) - \tilde{\tau}(s)}{2} \right) \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma'(s) - \tilde{\tau}(s)}{2} \right)^2 - \tilde{\sigma}(s) + k\sigma(s)} \quad (29.I)$$

يمكن استخدام قيم k لحساب القيم الذاتية للطاقة [26]، باستخدام المعادلة التالية:

$$\Lambda_n = k + \pi'(s) = -n\tau'(s) - \frac{n - (n - 1)}{2} \sigma''(s) \quad n = 0, 1, 2 \dots \quad (30.I)$$

تعطى حلول الجزء الأول من دالة الموجة $\Psi(s)$ من خلال علاقة رودريغز (Rodrigues)

$$y_n(s) = \frac{B_n}{\rho(s)} \left(\frac{d}{ds} \right)^n [\sigma^n(s) \rho(s)], \quad n = 0, 1, 2 \quad (31.I)$$

حيث:

$$\rho(s) = \frac{1}{\sigma(s)} \exp \left(\int \frac{\tau(s)}{\sigma(s)} ds \right) \quad (32.I)$$

من خلال المعادلة (19-I) نتحصل على:

$$\phi(s) = \exp \left(\int \frac{\pi(s)}{\sigma(s)} ds \right) \quad (33.I)$$

الفصل الثاني:

دراسة الهزاز التوافقي في

فضاء مضاد دي

سيتر (Anti de-Sitter

Space)

1-II. تعريف:

يتم تعريف الزمكان دي سيدر de-Sitter بأنه كون فارغ ليس به مادة، ولكن له ثابت كوني موجب لديه إنحناء إيجابي. يتسبب في توسيع المساحة بمعدل متزايد، أي أنه يتسارع. لديه سلوك الزمكان المتميز وغير العادي، الزمكان ضد-دي سيدر أو دي سيدر المضاد anti-de-sitter فضاء لا يحتوي على مادة. ومن ناحية أخرى الزمكان AdS هو عكس الزمكان dS له ثابت كوني سالب، والذي ينتج عنه إنحناء سلبي للزمكان. سيؤدي هذا إلى تباطؤ عالم AdS الآخذ في الاتساع [27].

يعرف جبر Heisenberg في الفضاء المشوه من خلال علاقة التبديل التالية [28][29]:

$$[X_i, X_j] = 0, [P_i, P_j] = i\hbar\lambda\epsilon_{ijk}L_k, [X_i, P_j] = i\hbar(\delta_{ij} - \lambda X_i X_j) \quad (1.II)$$

L_k هي مكونات الزخم الزاوي المعتادة ويتم التعبير عنها على النحو التالي:

$$L_k = \epsilon_{ijk}X_i P_j \quad (2.II)$$

تتبع هذه المكونات جبر الزخم المعتاد.

$$[L_i, P_j] = i\hbar\epsilon_{ijk}P_k [L_i, X_j] = i\hbar\epsilon_{ijk}X_k [L_i, L_j] = i\hbar\epsilon_{ijk}L_k \quad (3.II)$$

يؤدي جبر التحول المشوه لـ (1) AdS إلى علاقات عدم التحديد المعدلة لـ Heisenberg:

$$\Delta X_i \Delta P_i \geq \frac{\hbar}{2} (1 - \lambda(\Delta X_i)^2) \quad (4.II)$$

حيث اخترنا الحالات التي تتوافق مع: $0X_i =$

$$(\Delta P_i)_{\min} = \hbar\sqrt{\lambda} \quad (5.II)$$

كما أنه يولد حدًا أدنى لعدم التحديد في الزخم. للبساطة، إذا افترضنا عدم التحديد المتساوي في جميع الاتجاهات $X_i = X$ ، فإننا نحصل على:

$$X_i = \frac{x_i}{\sqrt{1 - \lambda r^2}} \quad (6.II)$$

$$P_i = -i\hbar\sqrt{1 - \lambda r^2} \partial x_i \quad (7.II)$$

II. 2. حل معادلة شرودينجر في فضاء مضاد دي سيتر Ads

$$\left[\frac{\pi^2}{2m} + V(r) \right] \Psi(r) = E\Psi(r) \quad (8.II)$$

حيث V هو الكمون ويكتب بالشكل:

$$V(r) = \frac{1}{2} m\omega^2 r^2 \quad (9.II)$$

لما نضع:

$$\pi^2 = (\vec{P} - e\vec{A})^2 \quad (10.II)$$

وبتحليل العبارة

$$\vec{A} = \frac{1}{2} \vec{B} \times \vec{r} = \frac{B}{2} (-y, x, 0) \quad (11.II)$$

وبإدخال التشوه:

$$(\pi_D^2 + m^2 \omega^2 r_D^2) \Psi(r) = 2mE\Psi(r) \quad (12.II)$$

نضع

$$\vec{\pi}_D = \pi_{xD}\vec{i} + \pi_{yD}\vec{j} \quad (13.II)$$

حيث

$$\pi_{xD} = \left(\sqrt{1 - \lambda r^2} p_x + \frac{eB}{2} \frac{y}{\sqrt{1 - \lambda r^2}} \right) \quad (14.II)$$

$$\pi_{yD} = \left(\sqrt{1 - \lambda r^2} p_y - \frac{eB}{2} \frac{x}{\sqrt{1 - \lambda r^2}} \right) \quad (15.II)$$

بالحساب نجد:

$$\pi^2_{xD} = (1 - \lambda r^2)p_x^2 + \left(\frac{eB}{2}\right)^2 \frac{y^2}{1 - \lambda r^2} + eByp_x + i\hbar\lambda xp_x + \frac{eB}{2} \left(i\hbar \frac{\lambda yx}{1 - \lambda r^2}\right) \quad (16.II)$$

$$\pi^2_{yD} = (1 - \lambda r^2)p_y^2 + \left(\frac{eB}{2}\right)^2 \frac{x^2}{1 - \lambda r^2} - eBxp_y + i\hbar y\lambda p_y - \frac{eB}{2} \left(i\hbar \frac{\lambda xy}{1 - \lambda r^2}\right) \quad (17.II)$$

وبجمع المعادلتين (16.II) و(17.II) نتحصل على:

$$\pi^2_D = \left[(1 - \lambda r^2)p^2 + \frac{e^2 B^2}{4} \frac{r^2}{1 - \lambda r^2} + i\hbar\lambda(\vec{r} \cdot \vec{p}) - eBL_z \right] \quad (18. II)$$

يلزمنا حساب الحد:

$$r_D = \frac{r}{\sqrt{1 - \lambda r^2}} = \frac{x}{\sqrt{1 - \lambda r^2}} \vec{i} + \frac{y}{\sqrt{1 - \lambda r^2}} \vec{j} \quad (19.II)$$

والذي ينتج عنه

$$r_D^2 = \frac{x^2}{1 - \lambda r^2} + \frac{y^2}{1 - \lambda r^2} = \frac{r^2}{1 - \lambda r^2} \quad (20.II)$$

بتعويض عبارتي (18. II) و (19. II) في (8. II) نجد:

$$\left[(1 - \lambda r^2)p^2 + \eta \frac{r^2}{1 - \lambda r^2} + i\hbar\lambda(\vec{r} \cdot \vec{p}) - eBL_z - 2mE \right] \Psi(r) = 0 \quad (21.II)$$

تعريف العوامل:

$$\eta = \left(m^2 \omega^2 + \frac{e^2 B^2}{4} \right) \quad (22.II)$$

لحل المعادلة أعلاه (21. II) نقوم بفصل المتغيرات حيث نضع $\Psi(r, \varphi) = \exp(i\ell\varphi)R(r)$

والاحداثيات القطبية نحصل على:

$$\left[\left(\sqrt{1 - \lambda r^2} \frac{d}{dr} \right)^2 + \frac{1 - \lambda r^2}{r^2} \frac{d}{dr} - \frac{l^2(1 - \lambda r^2)}{r^2} - \frac{\eta r^2}{\hbar^2(1 - \lambda r^2)} + \frac{2mE + eB\hbar l}{\hbar^2} \right] R(r) = 0 \quad (23.II)$$

ومن أجل حل هذا النظام نستخدم التحويل التالي:

$$R(\rho) = \rho^\mu g(\rho) \text{ و } \rho = \sqrt{1 - \lambda r^2} \quad (24.II)$$

حيث

$$\begin{aligned} \lambda r^2 &= 1 - \rho^2 \\ r &= \frac{1}{\lambda} \sqrt{1 - \rho^2} \end{aligned} \quad (25.II)$$

ومنه

$$\frac{d}{dr} = \frac{d\rho}{d\rho} \frac{d}{dr} = \frac{d\rho}{dr} \frac{d}{d\rho} = \frac{-\sqrt{\lambda} \sqrt{1 - \rho^2}}{\rho} \frac{d}{d\rho} \quad (26.II)$$

بالتعويض في (23. II) نتحصل على (27. II):

$$\lambda \left(\sqrt{1 - \rho^2} \frac{d}{d\rho} \right)^2 \pm \lambda \rho \frac{d}{d\rho} - \frac{\lambda \rho^2 \rho^2}{1 - \rho^2} - \frac{\eta}{\lambda \hbar^2} \cdot \frac{1 - \rho^2}{\rho^2} + \varepsilon) R(\rho) = 0 \quad (27.II)$$

وبحساب المشتق الأول والثاني:

المشتق 1:

$$\frac{dR}{d\rho} = \mu \rho^{\mu-1} g(\rho) + \rho^\mu \frac{dg(\rho)}{d\rho} = \rho^\mu \left(\frac{dg(\rho)}{d\rho} + \frac{\mu}{\rho} g(\rho) \right) \quad (28.II)$$

المشتق الثاني

$$\frac{d^2 R}{d\rho^2} = \rho^\mu \left(\frac{d^2}{d\rho^2} + \frac{2\mu}{\rho} \frac{d}{d\rho} + \frac{\mu^2 - \mu}{\rho^2} \right) g(\rho) \quad (29.II)$$

بالتعويض (27.II) نجد:

$$\left[(1 - \rho^2) \frac{d^2}{d\rho^2} + 2 \left(\frac{\mu}{\rho} - (\mu + 1)\rho \right) \frac{d}{d\rho} - \frac{l^2 \rho^2}{(1 - \rho^2)} + \frac{\varepsilon}{\lambda} - 2\mu \right] g(\rho) = 0 \quad (30.II)$$

حيث اخترنا المعامل μ الذي يستلزم العلاقة:

$$\mu(\mu - 1) - \frac{\eta}{\lambda^2 \hbar^2} = 0 \quad (31.II)$$

وحل هذه المعادلة يعطى

$$\mu = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{\eta}{\lambda^2 \hbar^2}} \quad (32.II)$$

من المعادلة (30. II) نلاحظ ان $g(\rho)$ تشترط بان تكون غير فردية عند $\rho = \pm 1$ وكذلك بالنسبة ل $R(\rho)$ ومنه نختار الحل الموجب

$$\mu = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{\eta}{\lambda^2 \hbar^2}} \quad (33.II)$$

نلاحظ ان المعادلة (30. II) تحوي ثلاث قيم فردية $\rho = 0, 1, -1$ ولتحويلها الى شكل معادلة تفاضلية معروفة بحل كثير حدود نستعمل تغيير المتغير التالي $s = 2\rho^2 - 1$

حيث:

$$s = 2\rho^2 - 1 \Rightarrow ds = 4\rho d\rho \quad (34.II)$$

المشتق 1:

$$\frac{d}{d\rho} = \frac{ds}{d\rho} \frac{d}{ds} = \frac{ds}{ds} \frac{d}{ds} = 4\rho \frac{d}{ds} \quad (35.II)$$

المشتق 2:

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{d\rho^2} &= \frac{d}{d\rho} \left(\frac{d}{d\rho} \right) = \frac{d}{d\rho} \left(4\rho \frac{d}{ds} \right) = 4 \frac{d}{ds} + 4\rho \frac{d}{d\rho} \frac{d}{ds} \\ &= 16\rho^2 \frac{d^2}{ds^2} + 4 \frac{d}{ds} \end{aligned} \quad (36.II)$$

بالتعويض المشتقات في (30. II) نجد

$$\left[\frac{d^2}{ds^2} + \frac{\left(\mu - \frac{1}{2}\right) - \left(\mu + \frac{3}{2}\right)s}{1 - s^2} \frac{d}{ds} - \frac{(l^2 + \epsilon)s^2 + 2l^2s - (\epsilon - l^2)}{4(1 - s^2)^2} \right] g(s) = 0 \quad (37.II)$$

$$\epsilon = \frac{2mE + eB\hbar l}{\lambda \hbar^2} - 2\mu \quad \text{حيث}$$

بمقارنة المعادلة (36. II) مع المعادلة (15.I)، يمكننا استخدام طريقة NU باستخدام كثير الحدود التالية:

$$\begin{aligned}\sigma(s) &= 1 - s^2, \quad \tilde{\sigma}(s) = \frac{1}{4}[-(l^2 + \epsilon)s^2 - 2l^2s + (\epsilon - l^2)] \\ \tilde{\tau}(s) &= \left(\mu - \frac{1}{2}\right) - \left(\mu + \frac{3}{2}\right)s.\end{aligned}\quad (38.II)$$

بالتعويض في المعادلة (27. I) نحصل على:

$$\begin{aligned}\pi(s) &= \frac{\left(\mu - \frac{1}{2}\right)(s - 1)}{2} \pm \left[\frac{1}{2} \left(\left(\mu - \frac{1}{2}\right)^2 + l^2 - (4k - \epsilon) \right) s^2 \right. \\ &\quad \left. - \left(\left(\mu - \frac{1}{2}\right)^2 - l^2 \right) s + \frac{1}{2} \left(\left(\mu - \frac{1}{2}\right)^2 + l^2 + (4k - \epsilon) \right) \right]^{\frac{1}{2}}\end{aligned}\quad (39.II)$$

يتم تحديد المعامل k كما ذكر في الفصل السابق ونحصل على قيمتين:

$$k_1 = \frac{\epsilon}{4} + \frac{l}{2} \left(\mu - \frac{1}{2} \right) \quad \text{و} \quad k_2 = \frac{\epsilon}{4} - \frac{l}{2} \left(\mu - \frac{1}{2} \right) \quad (40.II)$$

بالنسبة لـ $\pi(s)$ ، نحصل على الحلول التالية:

$$\pi(s) = \begin{cases} \pi_{1,3} = \frac{1}{2} [(2\mu \mp l + 1)s - (2\mu \pm l - 1)] \\ \pi_{2,4} = \pm \frac{l}{2} (s + 1) \end{cases} \quad (41.II)$$

حيث π_1 و π_2 يتعلقان بـ k_1 و π_3 و π_4 يتعلقان بـ k_2

في هذه الحالة نجد:

$$\tau(s) = - \left(\mu + \frac{3}{2} + l \right) s + \left(\mu - \frac{1}{2} - l \right) \quad (42.II)$$

من المعادلتين (28.I) و (30.I)، نحصل على:

$$\Lambda_n = k_2 - \frac{l}{2} = n \left(n + \mu + l + \frac{1}{2} \right), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (43.II)$$

بالتالي، نجد عبارة الطاقة الذاتية للنظام على النحو التالي:

$$-E_{n,l}^\lambda = \hbar (2n + l + 1) \sqrt{\omega^2 + \tilde{\omega}^2 + \frac{\hbar^2 \lambda^2}{4m^2}} + \frac{\lambda \hbar^2}{2m} (4n(n + l + 1) + 2l + 1) \hbar \tilde{\omega} l \quad (44.II)$$

$$\tilde{\omega} = \frac{eB}{2m} \text{ حيث وضعنا}$$

من المعادلة أعلاه يمكننا رسم تغيرات قيم الطاقة E كدالة للعدد الكمي الرئيسي n بأخذ قيم مختلفة لمعامل التشوه λ حيث نستعمل وحدات Hartree ($e^2 = \frac{1}{137}$ و $\omega = \hbar = m = B = 1$)

من خلال العبارة أعلاه نلاحظ أن طيف الطاقة يحتوي على عبارة الطاقة للهزاز التوافقي تحت تأثير حقل مغناطيسي خارجي، ومصطلح التصحيح الذي يتناسب مع معامل التشوه λ ومصطلح إضافي يتناسب مع n^2 الذي يزداد بزيادة معامل التشوه وبالتالي فهو يعادل طاقة جسيم كمي غير نسبي محجوز داخل بئر كمومي حدوده $\pm \frac{\pi}{2\sqrt{\lambda}}$. ويمكن اختبار عبارة الطاقة كما يلي:

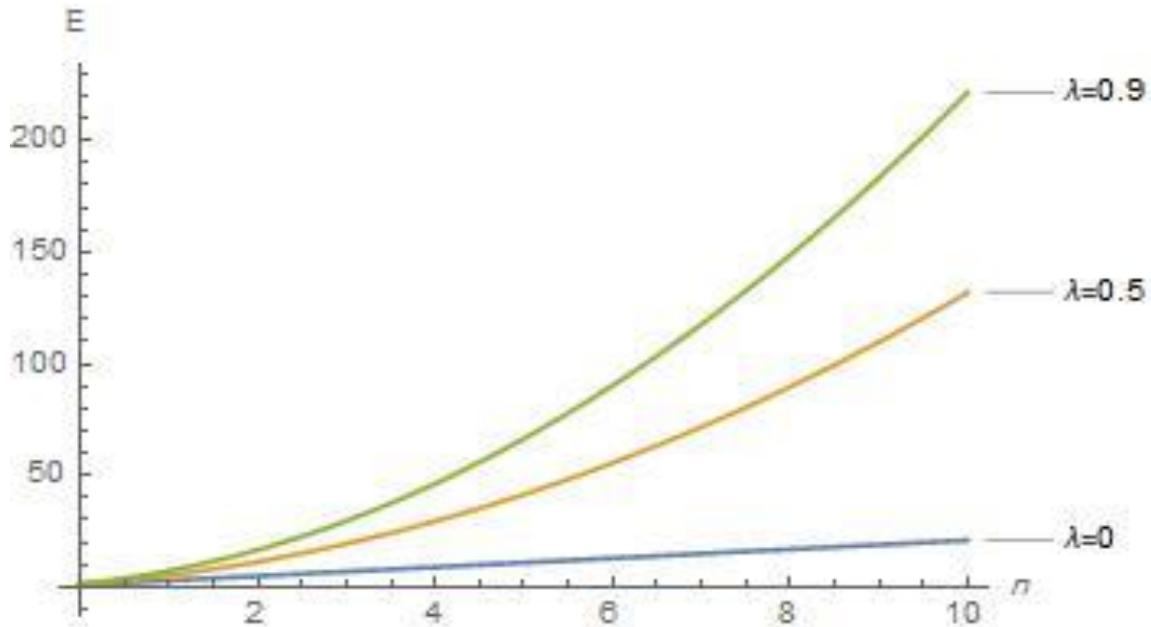
- لما نضع $\lambda = 0$ فنحصل على عبارة طيف الطاقة في الفضاء المعتاد

$$E_{n,l}^{\lambda=0} = \hbar \left[(2n + l + 1) \sqrt{\omega^2 + \tilde{\omega}^2} - \tilde{\omega} l \right] \quad (45.II)$$

- كما يمكن وضع $\lambda = 0$ و $B = 0$ نحصل على عبارة طيف الطاقة لمعادلة شرودينجر للهزاز التوافقي بالشكل

$$E_{n,l} = \hbar (2n + l + 1) \omega \quad (46.II)$$

يمكننا ان نلاحظ هنا انه بزيادة قيم معامل التشوه يقابله تزايد في قيم الطاقة حيث تمثل الحالة $\lambda = 0$ الحالة المعتادة أي من دون تشوه وهي الحالة الأساسية للنظام في وجود حقل مغناطيسي خارجي.

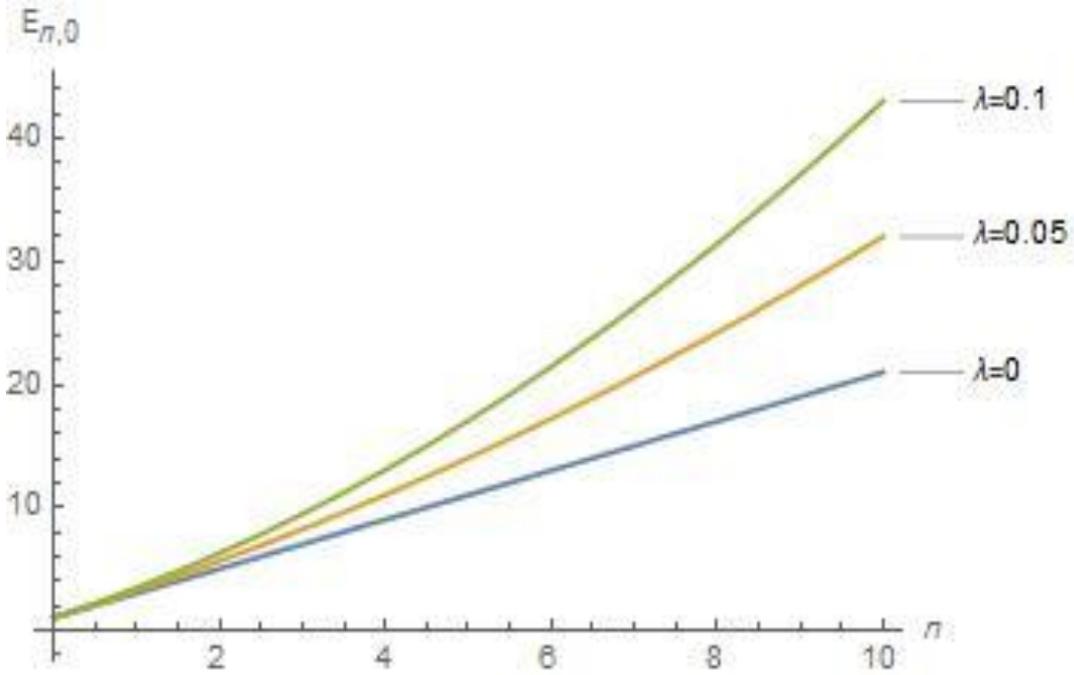


الشكل II. 1: تغيرات قيم الطاقة $E_{n,0}$ بدلالة العدد الكمي الرئيسي n لعدة قيم مختلفة لمعامل التشوه λ

II-3. تأثير التشوه AdS على طاقة المدارات الفرعية s, p, d

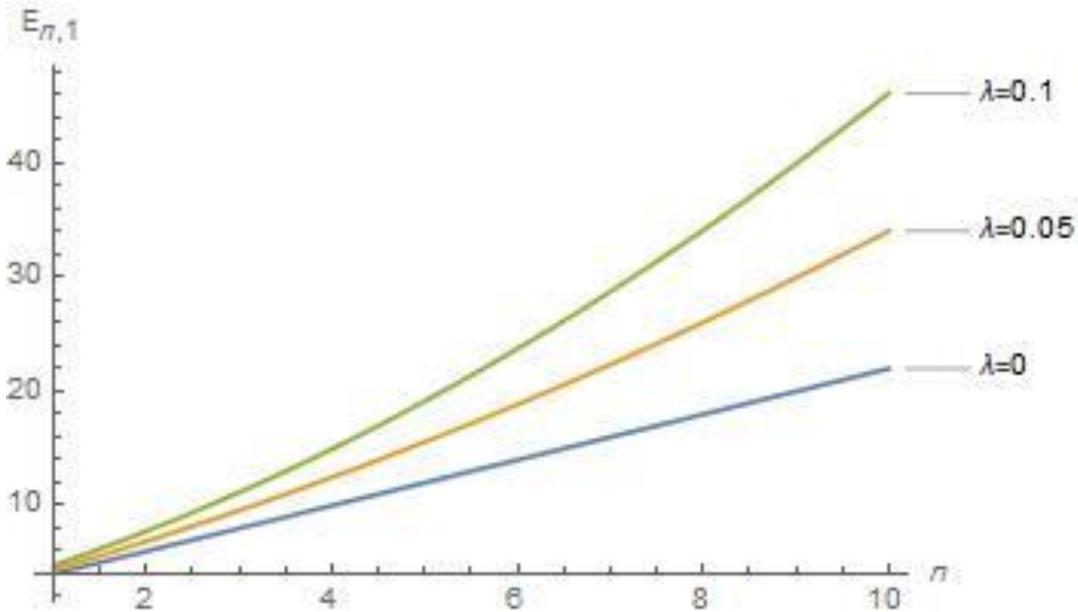
لندرس الآن تأثير معامل التشوه λ على المدارات الفرعية الثلاث الأولى s, p, d ونلاحظ تأثيره في AdS حيث نبين في المنحنيات التالية مدى تأثير التشوه على قيم طاقات المدارات الفرعية مقارنة مع قيمة طاقة المدار في الحالة العادية $\lambda = 0$. فمثلا عند المدار s ونفس الملاحظة في الشكلين (3-4)، هناك زيادة في قيم الطاقة للمدار الفرعي تناسبا مع كل زيادة في قيمة معامل التشوه λ بالنسبة للفضاء AdS ما يفسر أن التشوه يمس المدارات الفرعية بنفس التأثير الذي تتأثر به المدارات الرئيسية.

1- المدار الفرعي s



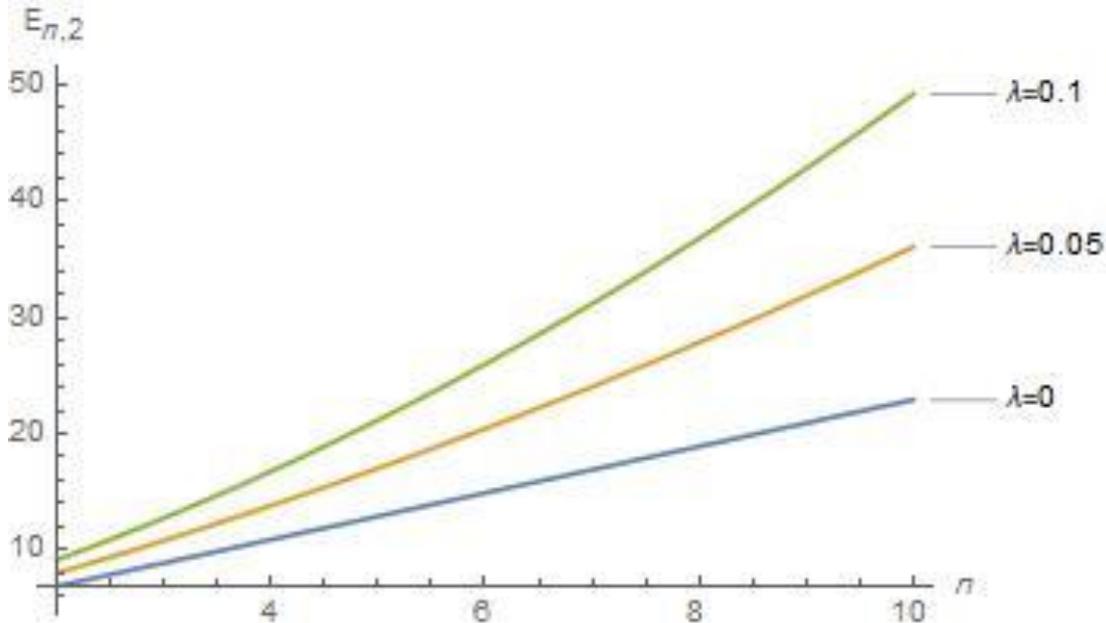
الشكل II-2 قيم طاقات المدارات الفرعية $E_{n,0}(AdS)$ لعدة قيم للتشوه λ

2- المدار الفرعي p



الشكل II-3 قيم طاقات المدارات الفرعية $E_{n,1}(AdS)$ لعدة قيم للتشوه λ

3-المدار الفرعي d



الشكل 4-II قيم طاقات المدارات الفرعية $E_{n,2}(AdS)$ لعدة قيم للتشوه λ

ووفقًا لشكل $\sigma(s)$ المعادلة (38 .II) ، تعطينا العلاقة رودريغيز (31 .I) الجزء: $y(s)$

$$y_n(s) = \frac{C_n}{\rho(s)} \frac{d^n}{ds^n} [(1-s^2)^n \rho(s)] \quad (47.II)$$

حيث تكون $\rho(s) = (1+s)^{(\mu-\frac{1}{2})} (1-s)^l$. نرى أن المعادلة (47) تمثل متعددات جاكوبي:

$$y_n(s) \equiv P_n^{(l, \mu-1/2)}(s) \quad (48.II)$$

لذلك، يمكن كتابة $f(s)$ بالصيغة التالية:

$$f(s) = C_n (1-s)^{\frac{l}{2}} P_n^{(l, \mu-1/2)}(s) \quad (49.II)$$

بالنسبة للمتغيرات r و φ ، يمكننا الآن كتابة الشكل العام للدالة الموجية Ψ على النحو التالي:

$$\Psi(r, \varphi) = C_n 2^{\frac{l}{2}} e^{il\varphi} (1-\lambda r^2)^{\frac{\mu}{2}} (\lambda r^2)^{\frac{l}{2}} P_n^{(l, \mu-\frac{1}{2})}(1-2\lambda r^2) \quad (50.II)$$

حيث C_n يعرف بثابت الاستنظام.

حيث تعطى قيمة μ في المعادلة (33. II) ونحصل على الثابت C_n باستخدام شرط الاستنظام في دالة الموجة

$$\int_0^{1/\sqrt{\lambda}} \frac{2^{l+1} \pi r dr}{(1 - \lambda r^2)^{1/2}} R^*(r) R(r) = 1 \quad (51.II)$$

وعلاقة التعامد لكثير جاكوبي.

$$\int_{-1}^1 dy (1-y)^a (1+y)^b \left[P_n^{(a,b)}(y) \right]^2 = \frac{2^{a+b+1} \Gamma(a+n+1) \Gamma(b+n+1)}{n! (a+b+1+2n) \Gamma(a+b+n+1)} \quad (52.II)$$

لذلك نحصل على قيمة الثابت:

$$C_n = \sqrt{\frac{\lambda n! \left(2n + \mu + l + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(n + \mu + l + \frac{1}{2}\right)}{2^l \pi \Gamma\left(n + \mu + \frac{1}{2}\right) \Gamma(n + l + 1)}} \quad (53.II)$$

الفصل الثالث:

تأثير تشوهات الفضاء غير

التبديلي (Non

commutative) على

الهزاز التوافقي

III-1. الفضاء غير تبادلي:

من أجل معالجة بعض مسائل الكم المشوهة في الفيزياء النظرية، نعتبر أن الهندسة غير التبادلية هي هندسة حيث أحداثيات الزمان والمكان لا ينتقلان والذي يمثل الشكل العام للمبادلات.

$$[\hat{x}_i, \hat{x}_j] \neq 0 \text{ و } [\hat{p}_i, \hat{p}_j] \neq 0 \quad (1.III)$$

والجبر غير التبادلي مقدم بشكل عام من العلاقات التالية:

$$\begin{aligned} [\hat{x}_i, \hat{x}_j] &= i\theta_{ij} \\ [\hat{p}_i, \hat{p}_j] &= i\sigma_{ij} \\ [\hat{x}_i, \hat{p}_j] &= i\hbar\delta_{ij} \end{aligned} \quad (2.III)$$

الموترات θ_{ij} و σ_{ij} هي معاملات حقيقية غير متماثلة والتي تعتمد على العوامل x و p

$$[\hat{x}^\mu, \hat{y}^\nu] = i\theta^{\mu\nu} \quad (3.III)$$

حيث يرمز $\theta^{\mu\nu}$ إلى موتر متناظر ويلعب نفس دور ثابت \hbar في ميكانيكا الكم المألوفة، للحفاظ على احادية النظرية وهو شرط أساسي في كل نظرية فيزيائية لا تعارض مبدأ السببية، ونختار $\theta^{0\nu} = 0$ ، مما يعني أن الزمن يبقى كمعامل وأن عدم التبدل يؤثر فقط على المؤثرات الفضائية فقط دون الزمنية، في حالتنا هذه، يعطى جداء أي دالتين مكافئا لجداء مويال (Moyal) التالي:

$$(f * g)(x) = \exp \left[\frac{i}{2} \theta_{ab} \partial x_a \partial y_b \right] f(x)g(y) \Big|_{x=y} \quad (4.III)$$

حيث f و g دالتان كيفيتان ويفترض أنهما قابلتان للتفاضل بلا حدود.

يمكن التعبير عن مؤثري الانتقال والزخم في هذا النموذج حسب المراجع:

$$x_i \rightarrow x_i - \frac{1}{2\hbar} \theta_{ij} p_j, p_j \rightarrow p_j, i = \overline{1,3} \quad (5.III)$$

نختار في دراستنا هذه موثرا $\theta^{\mu\nu}$ ثابتا ونختار المعلم بحيث يكون لدينا:

$$\theta_{ij} = \varepsilon_{ijk} \theta_k \text{ و } \theta_3 = \theta \quad (6.III)$$

يمكننا عندها إعادة كتابة التحويل (5.III) إلى الشكل المكثف التالي

$$\theta_{12} = -\theta_{21} = \theta_3 = \theta, \vec{r} \rightarrow \vec{r} + \frac{\vec{\theta} \times \vec{p}}{2\hbar} \quad (7.III)$$

III-2. معادلة شرودينجر في الفضاء غير تبادلي NC

نكتب معادلة شرودينجر

$$\left[\frac{\vec{\pi}_D^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega^2 \vec{r}_D^2 \right] \psi(r) = E \psi(r) \quad (8.III)$$

بتحليل العبارة نجد ما يلي:

$$\begin{aligned} \vec{\pi}_D^2 = & \left[\left(p_x + \frac{eB}{2} y + \frac{eB}{4\hbar} \theta p_x \right) \right. \\ & \cdot \left(p_x + \frac{eB}{2} y + \frac{eB\theta}{4\hbar} p_x \right) + \left(p_y - \frac{eB}{2} x + \frac{eB\theta}{4\hbar} p_y \right) \\ & \left. \cdot \left(p_y - \frac{eB}{2} x + \frac{eB\theta}{4\hbar} p_y \right) \right] \end{aligned} \quad (9.III)$$

يمكننا كتابة:

$$\vec{\pi}_{Dx} = \left(p_x + \frac{eB}{2} y + \frac{eB\theta}{4\hbar} p_x \right) \vec{i} \quad (10.III)$$

$$\vec{\pi}_{Dy} = \left(p_y - \frac{eB}{2} x + \frac{eB\theta}{4\hbar} p_y \right) \vec{j} \quad (11.III)$$

ومنه بحساب الحد π_{Dx}^2 نجد:

$$\begin{aligned} \pi_{Dx}^2 = & \left(p_x^2 + \frac{eB}{2} p_x y + \frac{eB\theta}{4\hbar} p_x^2 + \frac{eB}{2} y p_x \right. \\ & + \frac{e^2 B^2}{4} y^2 + \frac{e^2 B^2 \theta}{8\hbar} y p_x + \frac{eB\theta}{4\hbar} p_x^2 + \frac{e^2 B^2 \theta}{8\hbar} p_x y \\ & \left. + \frac{e^2 B^2 \theta^2}{16\hbar^2} p_x^2 \right) \end{aligned} \quad (12.III)$$

وبحساب الحد π_{Dy}^2 نتحصل على ما يلي:

$$\begin{aligned} \pi_{Dy}^2 = & \left(p_y^2 - \frac{eB}{2} p_y x + \frac{eB\theta}{4\hbar} p_y^2 - \frac{eB}{2} x p_y + \frac{e^2 \beta^2}{4} x^2 \right. \\ & - \frac{e^2 B^2 \theta}{8\hbar} x p_y + \frac{eB\theta}{4\hbar} p_x^2 - \frac{e^2 B^2 \theta}{8\hbar} p_y x \\ & \left. + \frac{e^2 B^2 \theta^2}{16\hbar} p_y^2 \right) \end{aligned} \quad (13.III)$$

بالتبسيط وجمع العبارتين (12.III) و(13.III) نجد:

$$\begin{aligned} \bar{\pi}_D^2 = & \left((p_x^2 + p_y^2) + \left(\frac{eB\theta}{2\hbar} \right) (p_x^2 + p_y^2) + \left(\frac{e^2 B^2 \theta^2}{16\hbar^2} \right) (p_x^2 + p_y^2) \right. \\ & \left. + \left(\frac{e^2 B^2}{4} (x^2 + y^2) \right) + \frac{eB}{2} (y p_x - x p_y) \right) \end{aligned} \quad (14.III)$$

$$\begin{aligned} & + \frac{eB}{2} (p_x y - p_y x) + \frac{e^2 B^2 \theta}{8\hbar} (y p_x - x p_y) + \frac{e^2 B^2 \theta}{8\hbar} \\ & (p_x y - p_y x) \\ \bar{\pi}_D^2 = & \left(1 + \frac{eB\theta}{2\hbar} + \frac{e^2 B^2 \theta^2}{16\hbar^2} \right) p^2 + \frac{e^2 B^2}{4} r^2 - eB L_z - \frac{e^2 B^2 \theta}{4\hbar^2} L_z \end{aligned} \quad (15.III)$$

كما يلزمنا حساب الحد:

$$V(r) = \frac{1}{2} m \omega^2 r^2 \quad (16.III)$$

$$V_D(\vec{r}) = \frac{1}{2} m \omega^2 \left(\vec{r} + \frac{\vec{\theta} \times \vec{p}}{2\hbar} \right)^2 \quad (17.III)$$

$$\left(\vec{r} + \frac{\vec{\theta} \times \vec{p}}{2\hbar} \right)^2 = \left[\left(x - \frac{\theta p_y}{2\hbar} \right) \vec{i} + \left(y + \frac{\theta p_x}{2\hbar} \right) \vec{j} \right]^2 \quad (18.III)$$

بحسابات بسيطة و تبسيط نجد:

$$\left(x - \frac{\theta p_y}{2\hbar} \right) \cdot \left(x - \frac{\theta p_y}{2\hbar} \right) = x^2 - \frac{\theta}{2\hbar} x p_y - \frac{\theta p_y}{2\hbar} x + \frac{\theta^2 p_y^2}{4\hbar^2} \quad (19.III)$$

أيضا:

$$\left(y + \frac{\theta p_x}{2\hbar}\right) \cdot \left(y + \frac{\theta p_x}{2\hbar}\right) = y^2 + \frac{\theta y p_x}{2\hbar} + \frac{\theta p_x}{2\hbar} y + \frac{\theta^2 p_x^2}{4\hbar^2} \quad (20.III)$$

نجمع (19.III) و(20.III) نحصل:

$$r^2 = (x^2 + y^2) - \frac{\theta}{2\hbar}(x p_y - y p_x) - \frac{\theta}{2\hbar}(p_y x - p_x y) + \frac{\theta^2}{4\hbar^2}(p_x^2 + p_y^2) \quad (21.III)$$

بالتبسيط نجد:

$$r^2 = r^2 - \frac{\theta}{\hbar} L_z + \frac{\theta^2}{4\hbar} p^2 \quad (22.III)$$

بالتعويض كل من (15.III) و(22.III) في معادلة (8.III) نجد:

$$\left[\left(1 + \frac{eB\theta}{2\hbar} + \frac{e^2 B^2 \theta^2}{16\hbar^2} + \frac{m^2 \omega^2 \theta^2}{4\hbar^2} \right) p^2 + \left(m^2 \omega^2 + \frac{e^2 B^2}{4} \right) r^2 - \left(eB + \frac{e^2 B^2 \theta}{4\hbar} + \frac{m^2 \omega^2 \theta}{\hbar} \right) L_z - 2mE \right] \Psi(r) = 0 \quad (23.III)$$

بعد كتابة المعادلة أعلاه في الاحداثيات القطبية وباستعمال:

$$\psi(r, \rho) = \exp(i l \rho) R(r) \quad (24.III)$$

تصبح المعادلة (23.III)

$$\left[\left(\frac{d}{dr} \right)^2 + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} - \frac{l^2}{r^2} - \frac{\eta r^2}{\hbar^2} + \varepsilon \right] R(r) = 0 \quad (25.III)$$

حيث:

$$\eta = \frac{1}{M} \left(m^2 \omega^2 + \frac{e^2 B^2}{4} \right); M = \left(1 + \frac{eB\theta}{2\hbar} + \frac{e^2 B^2 \theta^2}{16\hbar^2} + \frac{m^2 \omega^2 \theta}{4\hbar} \right) \quad (26.III)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{M} \left(\frac{2mE}{\hbar^2} + \frac{l}{\hbar} \left(eB + \frac{e^2 B^2 \theta}{4\hbar} + \frac{m^2 \omega^2 \theta}{\hbar} \right) \right)$$

بوضع التحويل التالي:

$$R(r) = \frac{1}{\sqrt{r}} f(r) \quad (27.III)$$

حيث المشتق الاول

$$\frac{\partial R}{\partial r} = \frac{1}{\sqrt{r}} \left(\frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{2r} \right) f(r) \quad (28.III)$$

والمشتق الثاني

$$\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} = \frac{1}{\sqrt{r}} \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{3}{4r^2} \right) f(r) \quad (29.III)$$

بتعويض كل من (28.III) و (29.III) في (25.III) نحصل على ما يلي:

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} - \frac{l^2 - \frac{1}{4}}{r^2} - \frac{r^2}{a^4} + \varepsilon \right] f(r) = 0 \quad (30.III)$$

بوضع العامل $a^4 = \frac{\hbar^2}{\eta^2}$ ونقترح تغيير المتغير:

$$z = \frac{r^2}{a^2} \Rightarrow r^2 = za^2 \quad (31.III)$$

بالاشتقاق نجد:

$$\frac{\partial}{\partial r} f(r) = \frac{2}{a^2} r \quad (32.III)$$

$$\frac{\partial^2}{(\partial r^2)} f(r) = \frac{2}{a^2} \left(2z \frac{d^2}{dz^2} + \frac{d}{dz} \right) f(r) \quad (33.III)$$

بتعويض العبارتين (32. III) (33. III) في المعادلة (33. III) نحصل على:

$$\frac{d^2}{dz^2} + \frac{1}{2z} \frac{d}{dz} + \frac{1}{(2z)^2} \left(-z^2 + a^2 \varepsilon z + \left(\frac{1}{4} - l^2 \right) \right) f(z) = 0 \quad (34. III)$$

بمقارنة المعادلة اعلاه بالمعادلة (15. III) نستنتج مايلي

$$\sigma(z) = 2z, \tilde{\tau} = 1; \tilde{\tau} = -z^2 + a^2 \varepsilon z + \left(\frac{1}{4} - l^2 \right) \quad (35. III)$$

وبحساب الحد

$$\Rightarrow \pi(z) = \frac{1}{2} \pm \sqrt{z^2 + 2k - a^2 \varepsilon} z + l^2 \quad (36. III)$$

حسب الشرط السابق المشار اليه في منهجية طريقة (U - N) يجب ان يكون مميز الجذر التربيعي

معدوما لانه على الاكثر , كثير حدود من الدرجة الاولى , من خلال ذلك يمكن تحديد قيم k

$$k_1 = l + \frac{a^2}{2} \varepsilon; k_2 = -l + \frac{a^2}{2} \varepsilon \quad (37. III)$$

بالتعويض في المعادلة (36. III) نتحصل على الحلول الاربعة الممكنة

$$\begin{aligned} \pi_1 &= \frac{1}{2} + \sqrt{z^2 + (2lz + l^2)} \\ \pi_2 &= \frac{1}{2} - \sqrt{z^2 + (2lz + l^2)} \\ \pi_3 &= \frac{1}{2} + \sqrt{z^2 + (2lz - l^2)} \\ \pi_4 &= \frac{1}{2} - \sqrt{z^2 + (2lz - l^2)} \end{aligned} \quad (38. III)$$

من اجل π_4 و k_2 نجد

$$E_{nl}^{\theta} = \hbar(2n + l + 1) \sqrt{M(\omega^2 + \tilde{\omega}^2)} - \hbar \left(\tilde{\omega} + \frac{m\theta}{2} (\tilde{\omega}^2 + \omega^2) \right) \quad (39. III)$$

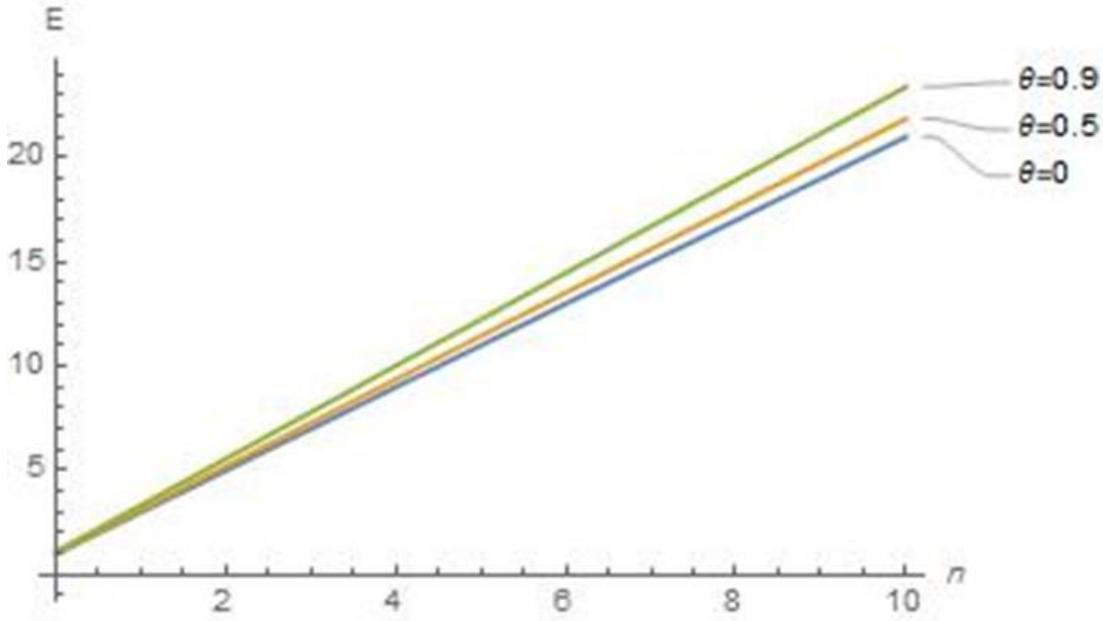
من المعادلة اعلاه يمكننا رسم تغيرات قيم الطاقة E كدالة للعدد الكمي الرئيسي n باخذ قيم مختلفة

لمعامل التشوه θ حيث استعملنا وحدات Hartree

يمكننا ان نلاحظ هنا انه بزيادة قيم معامل التشوه يقابله تزايد في قيم الطاقة وتكون زيادة خطية

و كذلك متقاربة كما تمثل الحالة $\theta = 0$ الحالة المعتادة أي من دون تشوه وهي الحالة الأساسية للنظام

في وجود حقل مغناطيسي خارجي.



الشكل III_1 : تغيرات قيم الطاقة $E_{n,0}$ لعدة قيم مختلفة لمعامل n بدلالة العدد الكمي الرئيسي θ التشوه

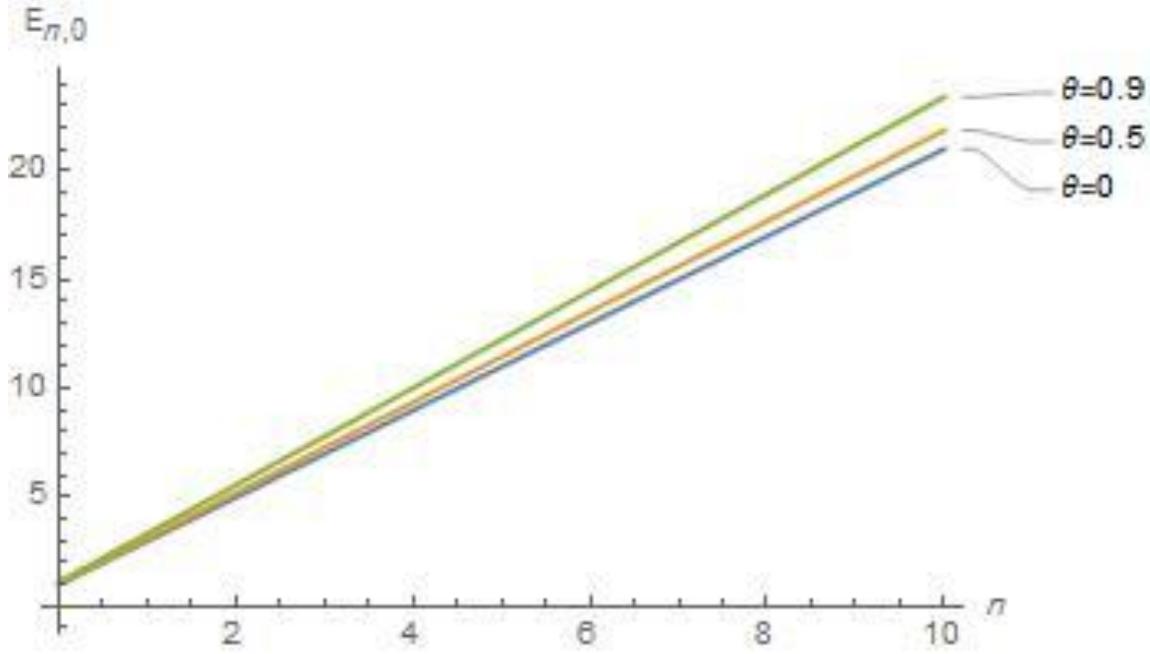
نلاحظ أن عبارة الطاقة تتعلق بمعامل التشوه θ للفضاء غير التبادلي وهذا التصحيح المضاعف يكافئ تلك التصحيحات الصادرة من تفاعل النظام مع الحقل المغناطيسي وهذا وجدنا أنه تأثير الفضاء غير تبادلي قادر على عكس تأثير زيمان في وجود نقطة حرجة للحقل المغناطيسي، كما يمكن اثبات أنه لما نضع النهاية $\theta \rightarrow 0$ نتحصل على عبارة الطاقة لمعادلة شرودينجر في الفضاء التبادلي:

$$E = \hbar \left[(2n + l + 1) \sqrt{\omega^2 + \tilde{\omega}^2} - \tilde{\omega} l \right] \quad (42.III)$$

III-3. تأثير التشوه غير التبادلي NC على طاقة المدارات الفرعية s , p , d

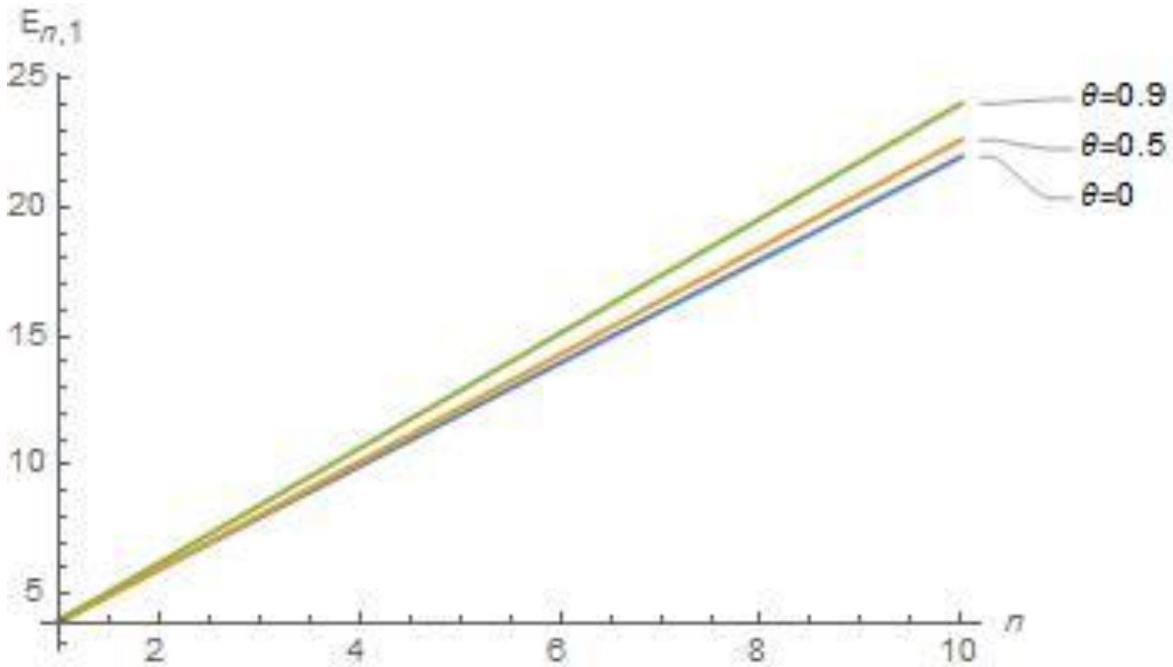
في هذه الفقرة سوف نتناول تأثير معامل التشوه θ على المدارات الفرعية الثلاث الأولى s , p , d ونلاحظ تأثيره في NC حيث نوضح في المنحنيات التالية مدى تأثير التشوه على قيم طاقات المدارات الفرعية مقارنة مع قيمة طاقة المدار في الحالة العادية $\theta = 0$. فمثلا عند المدار s ونفس ملاحظة في الشكلين (3-4)، هناك زيادة طفيفة في قيم الطاقة للمدار الفرعي تناسبا مع كل زيادة في قيمة معامل التشوه θ . ما يفسر أن التشوه يمس المدارات الفرعية بنفس التأثير الذي تتأثر به المدارات الرئيسية.

المدار الفرعي s



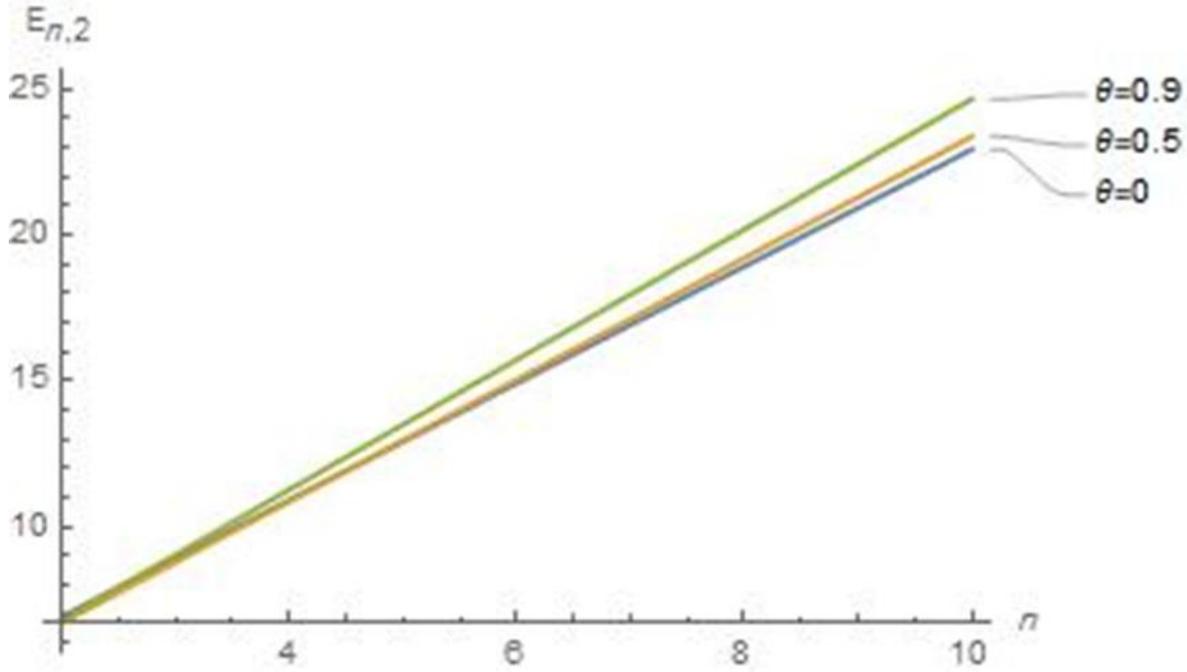
الشكل III-2 قيم طاقات المدارات الفرعية $E_{n,0}(NC)$ لعدة قيم للتشوه θ

المدار الفرعي p



الشكل III-3 قيم طاقات المدارات الفرعية $E_{n,1}(NC)$ لعدة قيم للتشوه θ

3- المدار الفرعي d



الشكل III-4 قيم طاقات المدارات الفرعية $E_{n,2}(NC)$ لعدة قيم للتشوه θ

من خلال هذه الدراسة . نحاول ايجاد دالة الموجة حيث نبدا بحساب $\phi(z)$ من خلال تعويض كثير الحدود $\pi(z)$ و $\sigma(z)$ في العلاقة (31.I) وحساب التكامل نجد:

$$\phi(z) = z^{(1/4-l/2)} \exp\left(-\frac{1}{2}z\right) \quad (43.III)$$

حل كثير حدود الدالة فوق هندسية $Y_n(z)$ يعتمد على تحديد الدالة $\rho(z)$ نطبق العلاقة (31.I) نجد:

$$\rho(z) = \frac{1}{2z} \exp \int \frac{-2z - 2l + 2}{2z} dz \quad (44.III)$$

بحساب التكامل بالتجزئة نجد:

$$\rho(z) = \frac{1}{2} (z^{-1} \cdot \exp(-z)) \quad (45.III)$$

بالتعويض في علاقة رودريغز (Rodrigues) نتحصل على الدالة الذاتية $Y_n(z)$ بالشكل التالي:

$$Y_n(z) = 2Bz^l \cdot \exp(z) \frac{d^n}{dz^n} \left[(2z)^n \frac{1}{2} z \exp(z) \right] \quad (46.III)$$

بعد التبسيط:

$$Y_n(z) = 2^n B z^l \cdot \exp(z) \frac{d^n}{dz^n} (z^{n+l} \exp(z)) \quad (47.III)$$

مع اعتبار $z = -1$ و $x = z$ و $Y_n(z) = L_n^j(x)$ نتحصل:

$$Y_n(z) = 2^n B L_n^{-l}(z) \quad (48.III)$$

بعد تعويض العبارتين (48.III) و (45.III) في (24.III) نتحصل على الدالة فوق الهندسية $\Psi(z)$

بالصيغة التالية:

$$\Psi(z, \varphi) = C z^{1/4-l/2} \exp\left(\frac{z}{2}\right) L_n^{-l} \exp(il\varphi) \quad (49.III)$$

حسب الاستبدال $r^2 = a^2 z$ تكتب عبارة دالة الموجة بالشكل التالي:

$$\Psi(\vec{r}, \varphi) = C \left(\frac{r^2}{a^2}\right)^{\frac{1}{4}-\frac{l}{2}} \exp\left(\frac{r^2}{2a^2}\right) L_n^{-l} \exp(il\varphi) \quad (50.III)$$

الفصل الرابع:

دراسة معادلة شرودينجر

المشوهة في الفضاء غير

التبديلي (NC) والفضاء

المشوه (Ads)

1-IV. حل معادلة شرودينجر في الفضاء المشوه (Ads) والفضاء غير التبادلي (NC):

نعرف معادلة شرودينجر لهزاز توافقي تحت تأثير حقل مغناطيسي خارجي بالشكل التالي:

$$\left[\frac{(P - eA)^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega^2 r^2 \right] \psi(r) = E \psi(r) \quad (1.IV)$$

باستعمال جبر الفضاء غير التبادلي والمشوه نكتب الحد $(P - eA)^2$ بالشكل المفصل كما يلي

$$\begin{aligned} (P - eA)^2 = & \left[\left(\sqrt{1 - \lambda r^2} \vec{p}_x + \frac{eB}{2} \frac{y}{\sqrt{1 - \lambda r^2}} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{eB\theta}{4\hbar} \sqrt{1 - \lambda r^2} \vec{p}_x \right) \vec{i} \cdot \left(\sqrt{1 - \lambda r^2} \vec{p}_x + \frac{eB}{2} \frac{y}{\sqrt{1 - \lambda r^2}} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{eB\theta}{4\hbar} \sqrt{1 - \lambda r^2} \vec{p}_x \right) \vec{i} \right] \\ & + \left[\left(\sqrt{1 - \lambda r^2} \vec{p}_y - \frac{eB}{2} \frac{x}{\sqrt{1 - \lambda r^2}} + \frac{eB\theta}{4\hbar} \sqrt{1 - \lambda r^2} \vec{p}_y \right) \vec{j} \right. \\ & \left. \cdot \left(\sqrt{1 - \lambda r^2} \vec{p}_y - \frac{eB}{2} \frac{x}{\sqrt{1 - \lambda r^2}} + \frac{eB\theta}{4\hbar} \sqrt{1 - \lambda r^2} \vec{p}_y \right) \vec{j} \right] \end{aligned} \quad (2.IV)$$

كما يمكننا كتابته بالعبارة التالية لتسهيل الحساب :

$$(P - eA)^2 = P_x^2 + P_y^2 + \left(\frac{eB}{2} \right)^2 (x^2 + y^2) + \left(\frac{eB}{2} \right) (yP_x - xP_y + P_x y - P_y x) \quad (3.IV)$$

بحساب الحدود التالية

$$P_x^2 + P_y^2 = (1 - \lambda^2 r^2) p^2 + i\hbar \lambda (r \cdot p) \quad (4.IV)$$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 = & \frac{\theta^2}{4\hbar^2} (1 - \lambda r^2) p^2 + \frac{\theta}{\hbar} (yP_x - xP_y) + \frac{r^2}{1 - \lambda r^2} \\ & + \frac{\lambda \theta^2}{4\hbar^2} i\hbar (r \cdot p) \end{aligned} \quad (5.IV)$$

$$yP_x - xP_y = \frac{\theta}{2\hbar} (1 - \lambda r^2) p^2 + (yP_x - xP_y) + i\hbar \frac{\theta \lambda}{2\hbar} (\vec{r} \cdot \vec{p}) \quad (6.IV)$$

$$P_x y - P_y x = \frac{\theta}{2\hbar} (1 - \lambda r^2) p^2 + (yP_x - xP_y) + i\hbar \frac{\theta \lambda}{2\hbar} \quad (7.IV)$$

بعد كتابة العلاقات 4.IV، 5.IV، 6.IV و 7.IV في المعادلة (3.IV)

$$\left[\left(1 + \frac{e^2 B^2 \theta^2}{16 \hbar^2} + \frac{e B \theta}{2 \hbar} + \frac{m^2 \omega^2 \theta^2}{4 \hbar^2} \right) \left((1 - \lambda r^2) p^2 + i \hbar \lambda (\vec{r} \cdot \vec{p}) \right) + \left(m^2 \omega^2 + \frac{e^2 B^2}{4} \right) \frac{r^2}{1 - \lambda r^2} - \left(e B + \frac{e^2 B^2 \theta}{4 \hbar} + \frac{m^2 \omega^2 \theta}{\hbar} \right) L_z - 2mE \right] \psi(r) = 0 \quad (8.IV)$$

لحل المعادلة أعلاه (8.IV) نقوم بفصل المتغيرات حيث نضع $\Psi(r, \varphi) = \exp(i l \varphi) R(r)$ والاحداثيات القطبية نحصل على:

$$\left[\left(\sqrt{1 - \lambda r^2} \frac{d}{dr} \right)^2 + \frac{1 - \lambda r^2}{r^2} \frac{d}{dr} - \frac{l^2 (1 - \lambda r^2)}{r^2} - \frac{\eta r^2}{\hbar^2 (1 - \lambda r^2)} + \varepsilon \right] R(r) = 0 \quad (9.IV)$$

حيث:

$$\eta = \frac{1}{M} \left(m^2 \omega^2 + \frac{e^2 B^2}{4} \right) \quad (10.IV)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{M} \left[\frac{2mE}{\hbar^2} + \frac{\beta}{\hbar} \right] \quad (11.IV)$$

$$\beta = eB + \frac{e^2 B^2 \theta}{4 \hbar} + \frac{m^2 \omega^2 \theta}{\hbar} \quad (12.IV)$$

$$M = 1 + \frac{e^2 B^2 \theta^2}{16 \hbar^2} + \frac{e B \theta}{2 \hbar} + \frac{m^2 \omega^2 \theta^2}{4 \hbar^2} \quad (13.IV)$$

باستعمال التحويل التالي:

$$R(\rho) = \rho^\mu g(\rho) \quad \text{و} \quad \rho = \sqrt{1 - \lambda r^2} \quad (14.IV)$$

وبالاعتماد على الفصل الثاني بنفس الخطوات نحصل على

$$\Rightarrow \left[(1 - \rho^2) \frac{d^2}{d\rho^2} + 2 \left(\frac{\mu}{\rho} - (\mu + 1) \rho \right) \frac{d}{d\rho} - \frac{l^2 \rho^2}{1 - \rho^2} + \frac{\varepsilon}{\lambda} - 2\mu \right] \quad (15.IV)$$

ثم نضع: $S = 2\varphi^2 - 1$

$$\left[\frac{d^2}{ds^2} + \frac{\left(\mu - \frac{1}{2}\right) - \left(\mu + \frac{3}{2}\right)}{1 - s^2} \frac{d}{ds} - \frac{(l^2 + \epsilon)s^2 + 2l^2 - [\epsilon - l^2]}{4(1 - s^2)} \right] g(s) = 0 \quad (16.IV)$$

حيث تعرف:

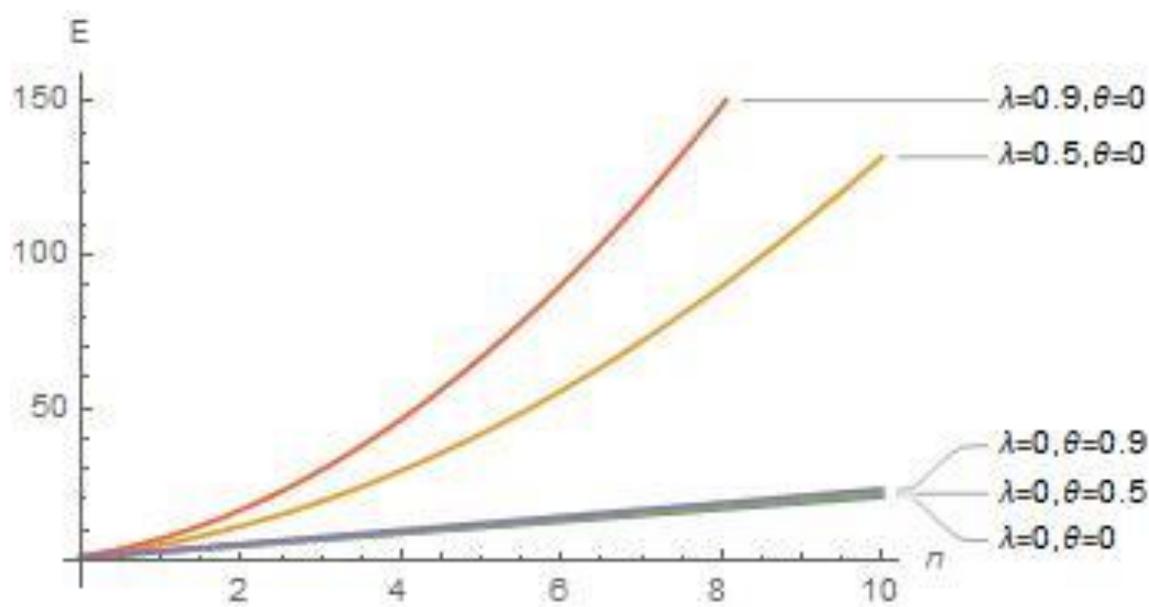
$$\epsilon = \frac{\mathcal{E}}{\lambda} - 2\mu \quad (17.IV)$$

وبنفس الطريقة باستعمال طريقة NU حسب نتائج الفصل الثاني نتحصل على طيف الطاقة للنظام كالتالي:

$$E_{n,l}^{\lambda,\theta} = \hbar (2n + l + 1) \sqrt{M \left(\tilde{\omega}^2 + \omega^2 + \left(\frac{\hbar\lambda}{2m} \right)^2 M \right)} \quad (18.IV)$$

$$+ M \frac{\lambda\hbar^2}{2m} (4n(n + l + 1) + 2l + 1) - \hbar \left(\tilde{\omega} + \frac{m\theta}{2} (\tilde{\omega}^2 + \omega^2) \right)$$

من المعادلة أعلاه يمكننا رسم تغيرات قيم الطاقة E كدالة للعدد الكمي الرئيسي n باخذ قيم مختلفة لمعاملي التشوه θ و λ حيث استعملنا وحدات $Hartree$



الشكل 1.VI: تغيرات قيم الطاقة $E_{n,0}$ بدلالة العدد الكمي الرئيسي n لعدة قيم مختلفة لمعاملي

التشوه θ و λ

يمكننا ان نلاحظ هنا انه بزيادة قيم معامل التشوه يقابله تزايد في قيم الطاقة و كذلك متقاربة في حالة الفضاء غير التبديلي غير ان قيم الطاقات في الفضاء مضاد ديسيتر تكون اكبر مقارنة بالطاقات في الفضاء غير التبديلي ومن هنا يمكننا ان نستخلص بان مساهمة AdS تكون اكبر من مساهمة NC كونها تتعلق بالحد n^2 .

من خلال المعادلة أعلاه يتبين أن طيف الطاقة لمعادلة شرودينجر لهزاز توافقي تحت تأثير حقل مغناطيسي خارجي وفي وجود تشوهين، فضاء غير التبديلي والفضاء ضد ديستر يتعلق بالتشوهين θ و λ ، وبالتالي تتضح تصحيحات إضافة إلى التصحيحات المعتادة للفضاء العادي، هناك تصحيحات تتعلق بطرف الهزاز التوافقي ومصطلح إضافي يتعلق بـ n^2 والذي يترجم على أن الجسم محصور في بئر كمومي لا نهائي حدوده $\pm \frac{\pi}{2\sqrt{\lambda}}$ ، ومن هنا يمكننا التحقق من العبارة كما يلي:

-لما نضع $\theta = 0$ ، أي يبقى تشوه فضاء ضد ديستر فإننا نتحصل على طيف الطاقة رقم (44.II) من الفصل الثاني.

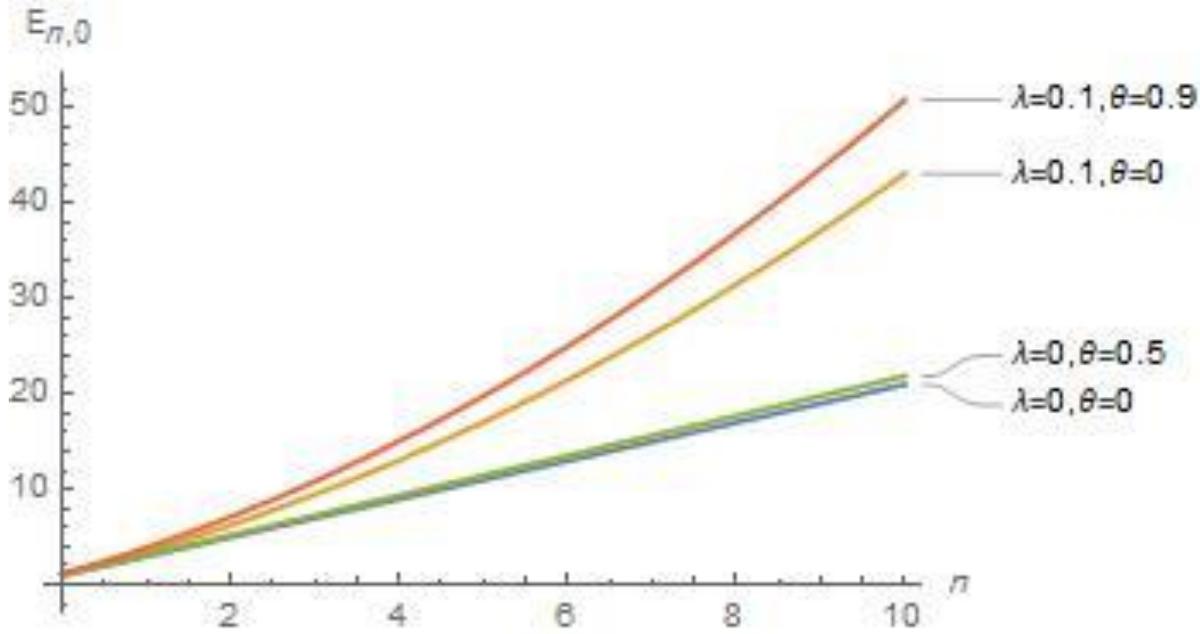
-لما $\lambda \rightarrow 0$ ، أي تحت تأثير فضاء غير التبديلي ومنه نجد طيف الطاقة رقم (39.III) من الفصل الثالث.

2-IV. تأثير التشوه لفضاء مضاد ديسيتر AdS والفضاء غير التبديلي NC على طاقة

المدارات الفرعية d, p, s

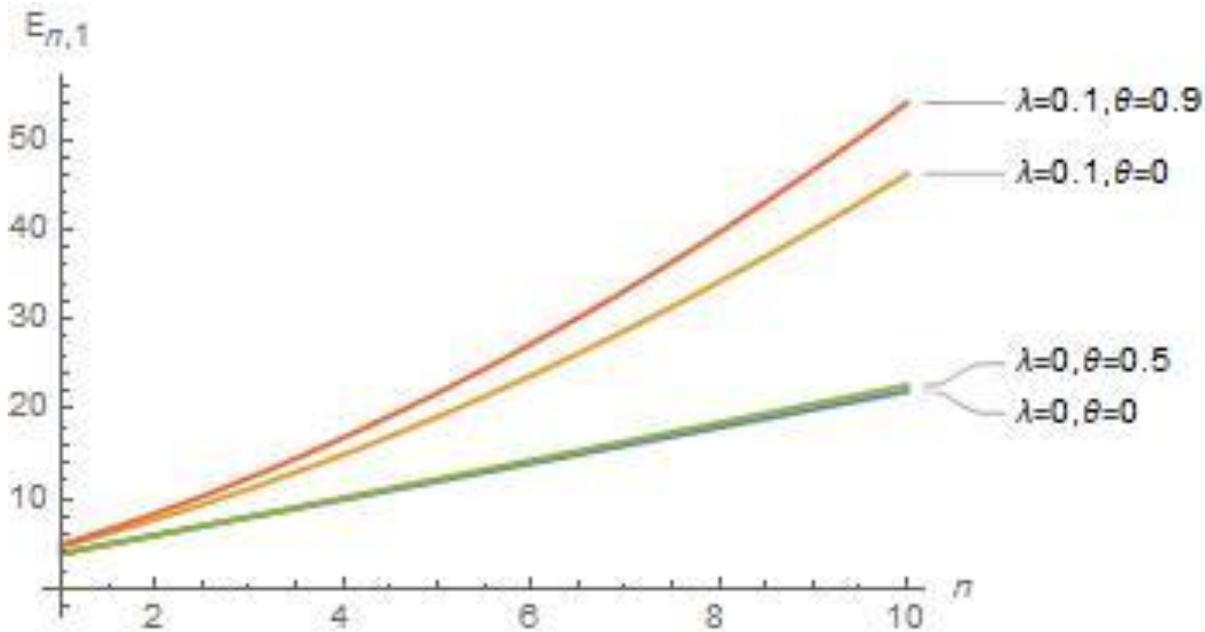
يمكننا دراسة تأثير معاملي التشوه θ و λ على المدارات الفرعية الثلاث الأولى s, p, d ونلاحظ تأثيرهما في NC و AdS حيث نظهر في المنحنيات التالية مدى تأثير التشوهين على قيم طاقات المدارات الفرعية مقارنة مع قيمة طاقة المدار في الحالة العادية $\theta = 0, \lambda = 0$. فنلاحظ في الاشكال المرفقة ادناه ان هناك زيادة في قيم الطاقة للمدار الفرعي تناسبا مع كل زيادة في قيمة معاملي التشوه λ و θ . ما يفسر أن التشوه يمس المدارات الفرعية بنفس التأثير الذي تتأثر به المدارات الرئيسية. كما يتبين ان الزيادة في تشوه الفضاء AdS تكون كبيرة مقارنة بالزيادة في الفضاء NC .

1- المدار الفرعي s



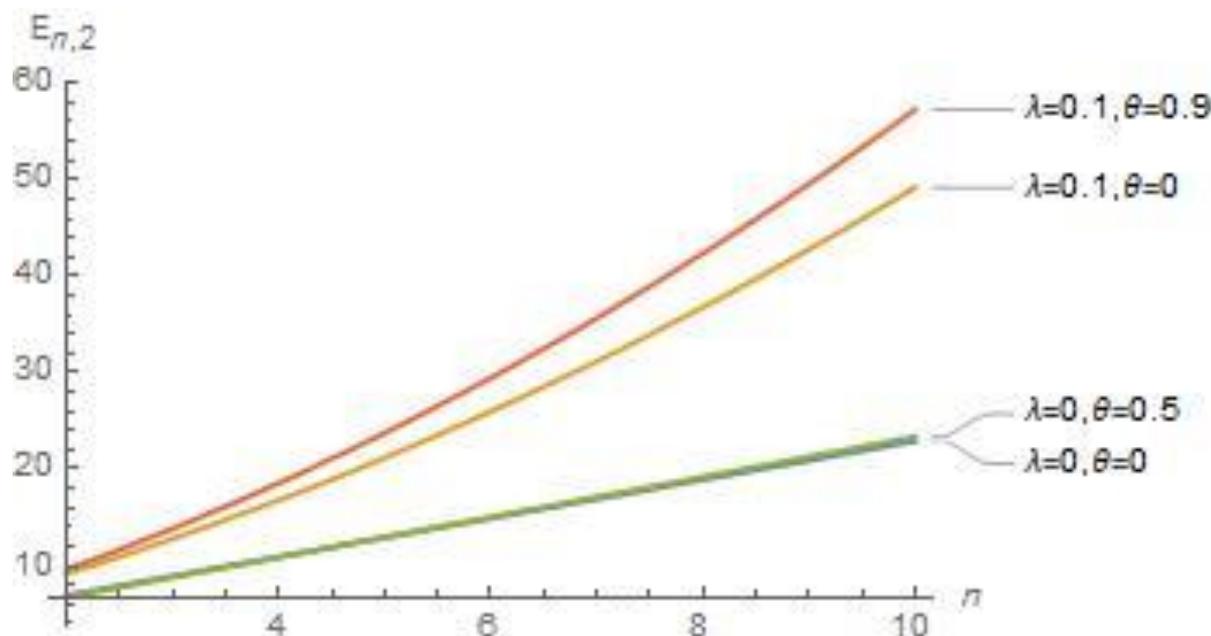
الشكل VI. 2 : قيم طاقات المدارات الفرعية $E_{n,0}(NC, AdS)$ لعدة قيم للتشوه θ, λ

2- المدار الفرعي p



الشكل VI. 3: قيم طاقات المدارات الفرعية $E_{n,1}(NC, AdS)$ لعدة قيم للتشوه θ, λ

3- المدار الفرعي d



الشكل VI. 4 : قيم طاقات المدارات الفرعية $E_{n,2}(NC, AdS)$ لعدة قيم للتشوه λ, θ

ومن اجل إيجاد دالة الموجة نتبع نفس المنهجية لطريقة NU المتبعة في الفصل الثاني ونتحصل على

$$\psi(r, \varphi)$$

$$\psi(r, \varphi) = C_n 2^{\frac{1}{2}} e^{il\varphi} (1 - \lambda r^2)^{\frac{\mu}{2}} (\lambda r^2)^{\frac{1}{2}} p_n(l, \mu - 1/2) (1 - 2\lambda r^2) \quad (19.IV)$$

حيث وضعنا:

$$\mu = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{\eta}{\hbar^2 \lambda^2}} \quad (20.IV)$$

$$\eta = \frac{1}{M} \left(\frac{e^2 B^2}{4} + m^2 \omega^2 \right) \quad (21.IV)$$

$$M = 1 + \frac{eB\theta}{2\hbar} + \frac{e^2 B^2 \theta}{16\hbar^2} + \frac{m^2 \omega^2 \theta}{4\hbar^2} \quad (22.IV)$$

الخاتمة العامة

الخاتمة العامة:

في هذه المذكرة. قمنا بحل معادلة شرودنجر المشوهة لهزاز توافقي تحت تأثير حقل مغناطيسي خارجي في مجال الميكانيك الكمية غير النسبية باستعمال الطريقة الرياضية نيكيفوروف-يوفاروف NU حيث قدمنا :

في الفصل الأول تذكرنا عاما حول معادلة شرودنجر العادية ومنهجية الطريقة المستعملة NU

في الفصل الثاني قمنا بحل معادلة شرودنجر ثنائية البعد لهزاز توافقي في وجود حقل مغناطيسي خارجي في فضاء مضاد دي سيتر AdS باستعمال جبر مبدأ الإرتياب الممتد EUP وطريقة NU و تحصلنا على عبارتي طيف الطاقة ودالة الموجة الجديدتين المشوهتين. حيث وجدنا أن دالة الموجة يعبر عنه بكثيرات الحدود لجاكوبي $Jacobi$ في فضاء مضاد دي سيتر AdS كما توصلنا إلى كتابة عبارة طيف الطاقة المشوه والذي يحوي حدود تصحيحية بالإضافة الى الحدود المعتادة ولاحظنا وجود حد يتناسب طرديا مع n^2 الذي يزداد بزيادة معامل التشوه والذي يمكن ان يفسر لنا ظاهرة الحجز الكمي من خلال مقارنته بطاقة جسيم كمي غير نسبي محجوز داخل بئر كمومي حدوده $\pm \frac{\pi}{2\sqrt{\lambda}}$. كما استنتجنا ان بزيادة معامل التشوه للفضاء المدروس تكون قيم الطاقات عالية.

في الفصل الثالث قمنا بحل نفس النظام في الفضاء غير التبديلي بطريقة نيكيفوروف يوفاروف. حيث تحصلنا على عبارتي الطاقة ودالة الموجة المشوهتين وعبرنا عن هذه الأخيرة على شكل كثير حدود لاجير $Laguerre$ ولاحظنا ان عبارة الطاقة تتعلق بمعامل التشوه θ للفضاء غير التبديلي وهذا التصحيح يكافئ تلك التصحيحات الصادرة من تفاعل النظام مع الحقل المغناطيسي.

في الفصل الرابع درسنا نفس المعادلة في وجود الفضائين معا أي الفضاء غير التبديلي والفضاء مضاد دي سيتر حيث عبرنا عن دالة الموجة المشوهة بكثير حدود جاكوبي وبالنسبة لطيف الطاقة تتضح تصحيحات إضافية إلى التصحيحات المعتادة للفضاء العادي، هناك تصحيحات تتعلق بطرف الهزاز التوافقي ومصطلح إضافي يتعلق بـ n^2 والذي يترجم على أن الجسيم محصور في بئر كمومي لا نهائي. كما قمنا بمقارنة بيانية لمدى تأثر النظام بالفضائين في عبارة الطاقة ووجدنا ان تأثير فضاء مضاد دي سيتر أكبر مقارنة بتأثير الفضاء غير التبديلي.

قائمة المراجع

قائمة المراجع:

- [1] B.T. Brahim, Quantum mechanics, Al Roched Edition,2005.
- [2] H.S. Snyder, Quantized space–time, Phys. Rev.71, 38–41, 1947.
- [3] A. Kempf, Uncertainty relation in quantum mechanics with quantum group symmetry. J. Math. Phys. 35, 4483–4496, 1994.
- [4] A. Kempf, G. Mangano, R.B. Mann, Hilbert space representation of the minimal length uncertainty relation. Phys. Rev. D 52, 1108–1118, 1995.
- [5] R. Vilela Mendes, The geometry of noncommutative space–time. Int. J. Theor. Phys. 56, 259–269, 2017.
- [6] W.S. Chung, The new type of extended uncertainty principle and some applications in deformed quantum mechanics. Int. J. Theor. Phys 58, 2575– 2591, 2019.
- [7] M.R. Douglas and N.A. Nekrasov, Rev. Mod. Phys. 73 (2001) 977.
- [8] A. Connes, M.R. Douglas, and A. Schwarz, Journal of High Energy Physics 9802 (1998) 003.
- [9] N. Seiberg and E. Witten, Journal of High Energy Physics 9909 (1999) 032.
- [10] L. Susskind, hep–th/0101029.
- [11] M. Chaichian, A. Demichev, and P. Presnajder, Nucl. Phys. B 567 (2000) 360.
- [12] L. Alvarez–Gaume and S.R. Wadia, Phys. Lett. B 501 (2001) 319.
- [13] L. Mezincescu, hep–th/0007046. [8] V.P. Nair, Phys. Lett. B 505 (2001) 249
- [14] M. Chaichian, et al., Phys. Rev. Lett. 86 (2001) 2716.

- [15] J. Gamboa, M. Loewe, and J.C. Rojas, Phys. Rev. D 64 (2001) 067901.
- [16] S. Belluchi, et al., Phys. Lett. B 522 (2001) 345.
- [17] C. Acatrinei, Journal of High Energy Physics 0109 (2001) 007.
- [18] J. Gamboa, et al., Int. J. Mod. Phys. A 17 (2002) 2555.
- [19] J. Gamboa, et al., Mod. Phys. Lett. A 16 (2001) 2075.
- [20] B. Mirza and M. Mohadesi, Commun. Theor. Phys. 42 (2004) 664
- [21] McMahon. D, Quantum Mechanics Demystified, (United States of America: The McGraw–Hill Companies, Inc) 13, 2006.
- [22] Bransden. B. H and Joachain C. J, Physics of Atoms and Molecules, (United States of America: John Wiley & Sons, Inc) 128, 1995.
- [23] Moumni, Mustafa, and Mokhtar Falek. "Schrödinger equation for non-pure dipole potential in 2D systems." *Journal of Mathematical Physics* 57.7 (2016): 072104
- [24] .A.F. Nikiforov, V.B. Uvarov, Special Functions of Mathematical Physics, Birkhauser, Basel, 1988.
- [25] H. Egrifes, D. Demirhan, F. Buyukkiliç, Exact solutions of the Schrödinger equation for two “deformed” hyperbolic molecular potentials, Phys. Scripta 59, 195–198, 1999.
- [26] B. Gönül and K. Köksal, A search on the Nikiforov–Uvarov formalism, Turkey, 2006.
- [27] Bob. Klauber, Simplified Guide to de Sitter and Anti–de Sitter Spaces (Minor Revision), May 2, 2018.
- [28] S. Mignemi Class. Quantum Grav. 29 (2012) 215019.
- [29] M.M.Stetsko, J. Math. Phys. 56 (2015) 012101.

ملخص

في هذه العمل، قمنا بدراسة نظام الهزاز التوافقي تحت تأثير حقل مغناطيسي خارجي ومنتظم في إطار ميكانيك الكم غير النسبي والمشوهة بوجود تشوهات الفضاء غير التبديلية NC ومبدأ اللاتيين لهايزميرغ الممتد EUP. أولاً قدمنا تذكير عام لمعادلة شرودنجر والطريقة المستعملة، ثانياً قمنا بحل معادلة شرودنجر لهذا النظام في كلتا حالتى التشوه واستخلصنا منها عبارتي طيف الطاقة ودالة الموجة. أخيراً أدخلنا كلتا التشوهين وقمنا بنفس الدراسة لنجد نتائج مغايرة للحالات السابقة.

الكلمات المفتاحية: معادلة شرودنجر، الهندسة غير التبديلية، التشوه ضد دي ستر، طريقة نيكيفوروف-يوفاروف

Abstract

In this work, we study the harmonic oscillator system under the influence of an external and uniform magnetic field in the framework of non-relativistic deformed quantum mechanics by the presence of non-commutational space deformations NC and the extended Heisenberg uncertainty principle EUP. Firstly, we presented a general reminder of the Schrödinger equation and the method used. Secondly, we solved the Schrödinger equation for this system in both cases of deformation, and extracted from it the terms energy spectrum and wave function. Finally, we inserted both deformations and carried out the same study to find different results from the previous cases.

Keywords: Schrödinger equation, NonCommutative geometry, Deformation (anti) de Setter Nikiforov-Uvarov method

Résumé

Dans ce travail, nous étudions le système oscillateur harmonique sous l'influence d'un champ magnétique externe et uniforme dans le cadre de la mécanique quantique déformée non relativiste par la présence de déformations spatiales non-commutationnelles NC et le principe d'incertitude d'Heisenberg étendu EUP. Dans un premier temps, nous avons présenté un rappel général de l'équation de Schrödinger et de la méthode utilisée. Dans un second temps, nous avons résolu l'équation de Schrödinger pour ce système dans les deux cas de déformation, et en avons extrait les termes spectre d'énergie et fonction d'onde. Enfin, nous avons inséré les deux déformations et réalisé la même étude pour trouver des résultats différents des cas précédents.

Mots clés : équation de Schrödinger, La géométrie noncommutative, Déformation (anti) de Setter Méthode Nikiforov-Uvarov.