



Université Mohamed Khider de Biskra
Faculté Des Sciences Et De La Technologie
Département de génie mécanique

MÉMOIRE DE MASTER

Domaine : Sciences et Techniques

Filière : Génie Mécanique

Spécialité : Energétique

Réf. : Entrez la référence du document

Présenté et soutenu par :

Benghezala Yasmina

Le : jeudi 13 juin 2024

Détermination de la longueur d'établissement d'un écoulement laminaire entre deux plans parallèles de largeur infinie

Jury :

Mr	MOUMMI Abdelhafid	Pr	Université de Biskra	Président
Mr	MAHBOUB Chawki	MCB	Université de Biskra	Rapporteur
Mr	GUERBAAI Salah	MCA	Université de Biskra	Examineur

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Dieu Tout-Puissant et mes parents pour leur soutien indéfectible. Je souhaite exprimer ma profonde gratitude envers mon encadreur docteur **Mahboub Chawki** pour avoir suggéré ce sujet et m'avoir enseigné les bases de la programmation à l'aide avec MATLAB, ce qui a enrichi mes connaissances. Je remercie également mes enseignants pour leurs précieux enseignements. Enfin, je tiens à exprimer ma sincère reconnaissance envers les membres du jury d' avoir accepté d'évaluer ce modeste travail.

Dédicace

Celui qui a dit "**Je suis à la hauteur**" a atteint son objectif.

Le voyage n'a pas été court et il ne devait pas l'être.

Le rêve n'était pas proche et le chemin n'était pas pavé de facilités, mais je l'ai fait et je l'ai atteint.

Louange à Dieu, amour, gratitude et reconnaissance,

grâce à qui aujourd'hui je regarde un rêve longtemps attendu devenu une réalité dont je suis fière. À mon ange pur et ma force après Dieu, ma première et éternelle soutien "**ma mère**".

je te dédie cette réussite qui, sans tes sacrifices, n'aurait pas existé. Je suis reconnaissante que

Dieu t'ait choisie pour moi parmi les êtres humains comme la meilleure des soutiens et des compensations. À celui qui m'a soutenu sans limites et donné sans contrepartie "**mon père**".

à ceux qui ont cru en mes capacités et m'ont rappelé ma force, se tenant derrière moi comme une ombre "**mes sœurs et mon frère**".

Et j'adresse mes salutations et ma profonde gratitude à Monsieur "**Saad Agti**" pour son soutien et son aide.

A mes chers professeurs : **Chawki Mahboub, Abdelhafid Moumni et Salah Guerbaai...**

A mes amis (**Wassila , Chams ,**) et tous mes amis de l'université de Biskra.

ملخص

الهدف من هذه الدراسة هو حساب مقدار طول الاستقرار الديناميكي لجريان صفائحي بين سطحين متوازيين ذوا عرض لا متناهي. بعد تحديد المعادلات الرياضية و الشروط الحدية استخدمنا طريقة الحجم المتناهية لتحويل معادلات Navier-Stokes إلى مجموعة معادلات جبرية، ثم قمنا بكتابة برنامج بواسطة MatLab لحل هاته الأخيرة و تحصلنا على النتائج من أجل عدد Reynolds محصور بين 0,001 و 2300. من خلال هذه الدراسة العددية اقترحنا نموذجاً رياضياً لحساب طول الاستقرار الديناميكي، حيث لاحظنا وجود توافق جيد مع نتائج الدراسات السابقة.

الكلمات المفتاحية: قناة بين سطحين متوازيين، طول الاستقرار الديناميكي، جريان صفائحي، دراسة عددية، طريقة الأحجام المتناهية.

Résumé

L'objectif de cette étude est de déterminer la longueur d'établissement dynamique d'un écoulement laminaire entre deux plans parallèles de largeur infinie. Après avoir identifié les équations mathématiques et les conditions aux limites, nous avons utilisé la méthode des volumes finis pour transformer les équations de Navier-Stokes en un ensemble d'équations algébriques. Nous avons ensuite développé un programme sous MatLab pour résoudre ce dernier et obtenu des résultats pour un nombre de Reynolds entre 0,001 et 2300. A partir de cette simulation numérique, nous avons proposé un modèle mathématique pour calculer la longueur d'établissement dynamique, dont nous avons constaté qu'il existe un bon accord avec les résultats des études antérieures.

Mots clés : Canal entre deux plans parallèles, longueur d'établissement dynamique, écoulement laminaire, étude numérique, méthode des volumes finis.

Summary

The objective of this study is to determine the dynamic entrance length of a laminar flow between two parallel plates of infinite width. After identifying the mathematical equations and boundary conditions, we used the finite volume method to transform the Navier-Stokes equations into a set of algebraic equations. We then developed a program in MatLab to solve the latter and obtained results for Reynolds number between 0.001 and 2300. From this numerical simulation, we established a mathematical model to calculate the dynamic entrance length, which we found to have good agreement with the results of previous studies.

Keywords: Channel between two parallel plates, dynamic entrance length, laminar flow, numerical study, finite volume method.

Table des matières

Remerciements	I
Dédicaces	II
Résumé	III
Table des matières	IV
Liste des figures	VII
Liste des tableaux.....	VIII
Nomenclature.....	IX
Introduction générale	1
Chapitre I : Etude bibliographique	
I.1.Introduction.....	3
I.2. Types d'écoulements.....	3
I.2.1. Ecoulements permanents ou stationnaires.....	3
I.2.2. Ecoulements instationnaires.....	3
I.2.3. Fluide compressible.....	3
I.2.4. Fluide incompressible.....	3
I.3. Les Types des fluides.....	3
I.3.1. Fluide idéal ou non-visqueux	3
I.3.2. Fluide réel ou visqueux	4
I.4. Fluide non newtonien	4
I.5. Fluide newtonien.....	4
I.6. Frottement.....	5
I.6.1. Types de frottement.....	5
I.6.2. Coefficients de frottement.....	5
I.7. Propriétés des fluides.....	6

Table des matières

I.7.1. Masse volumique	6
I.7.2. Viscosité cinématique.....	6
I.7.3. Viscosité dynamique	6
I.8. Régimes d'écoulements.....	7
I.8.1. Régime laminaire ($Re < 2000$).....	7
I.8.2. Régime transitoire ($2000 < Re < 3000$).....	7
I.8.3. Régime turbulent ($Re > 3000$).....	7
I.8.4. Nombre de Reynolds.....	8
I.9. Equations de mouvement.....	8
I.9.1. Equation de continuité.....	8
I.9.2. Equation de Navier-Stokes.....	8
I.10. Couche limite dynamique.....	9
I.10.1. Epaisseur caractéristique de la couche limite dynamique.....	9
a) Epaisseur de la couche limite δ	9
b) Epaisseur de déplacement (δ_1 ou δ^*).....	10
c) Epaisseur de quantité de mouvement (δ_2 ou θ).....	10
I.11. Établissement dynamique et longueur d'établissement.....	10
I.11.1. Ecoulement établi.....	10
I.11.1.1. Profil de vitesse en régime laminaire établi.....	11
I.11.1.2. Profil de vitesse en régime turbulent établi.....	11
I.11.2. Ecoulement non-établi.....	13
I.11.3. Longueur d'établissement dans les écoulements internes.....	13
I.11.4. Corrélations de la longueur d'établissement.....	13
I.12. Quelques travaux antérieurs sur la longueur d'établissement.....	13
I.13. Conclusion.....	15

Chapitre II : Simulation numérique

II.1. Introduction.....16

II.2. Description du problème et hypotheses.....16

II.3. Formulations mathématiques.....17

II.4. Maillage.....18

II.5. Discrétisation avec la méthode des volumes finis.....19

II.6. Conditions aux limites.....21

II.7. Détermination de la longueur d'établissement.....23

II.8. Algorithme de résolution numérique.....23

II.9. Conclusion.....24

Chapitre III : Résultats et Discussion

III.1. Introduction.....25

III.2. Profiles de vitesse.....25

III.3. Longueur d'établissement29

III.4. Validation avec des corrélations dans la littérature.....31

III.5. Conclusion.....33

Conclusion Générale.....34

Références bibliographiques.....35

List des figures

Figure	Intitulé	Page
I.1	Force d'interaction au niveau d'une surface élémentaire d'un fluide parfait	4
I.2	Types des régimes d'écoulements (A) Laminaire, (B) transitoire, (C) Turbulent	7
I.3	Développement d'une couche limite dynamique sur une plaque plane	9
I.4	Epaisseur de la couche limite	10
I.5	Epaisseur de déplacement	10
I.6	Écoulement en développement en régime laminaire entre deux plans parallèles	11
I.7	Écoulement en développement en régime turbulent entre deux plans parallèles	12
II.1	Géométrie et conditions aux limites de l'écoulement	16
II.2	Maillage décalé	19
III.1	profiles de vitesse pour $Re = 0.001$	25
III.2	profiles de vitesse pour $Re = 0.01$	26
III.3	profiles de vitesse pour $Re = 50$	26
III.4	profiles de vitesse pour $Re = 140$	26
III.5	profiles de vitesse pour $Re = 300$	27
III.6	profiles de vitesse pour $Re = 850$	27
III.7	profiles de vitesse pour $Re = 1000$	28
III.8	profiles de vitesse pour $Re = 1600$	28
III.9	profiles de vitesse pour $Re = 2000$	28
III.10	profiles de vitesse pour $Re = 2300$	29
III.11	Variation de longueur d'établissement en fonction de Reynolds	31

List de tableau

Tableau III.1.....	30
Tableau III.2.....	32

Nomenclature

Lettres latines :

D_h : Diamètre hydraulique	[m]
e : Distance entre deux plaque	[m]
F : Force de glissement entre les couches	[N]
L : Longueur caractéristique de l'écoulement	[m]
C_f : Coefficients de frottement	
L_e : Longueur établissement	[m]
Re : Nombre de Reynolds	[/]
Re_{D_h} : Nombre de Reynolds	[/]
\bar{u} : Vitesse moyenne	[m/s]
u_{max} : Vitesse maximale	[m/s]
U : Vitesse adimensionnelle horizontale	[/]
V : Vitesse adimensionnelle verticale	[/]
u, v : Composantes du champ de vitesse	[m/s]
Δz : Distance entre deux couches voisines	[m]
ΔV : Ecart de vitesse entre deux couches	[m/s]
x, y : Coordonnées cartésiennes	[m]
X, Y : Coordonnées adimensionnelle	[/]
m : Masse du fluide	[kg]
S : Surface de contact entre deux couches	[m ²]

Nomenclature

U_e : Vitesse de l'écoulement extérieur	[m/s]
V : Volume du fluide	[m ³]
Lettres grecques :	
ρ : Masse volumique du fluide	[kg/m ³]
τ_p : Contrainte de cisaillement à la paroi	[N/m ²]
δ : Epaisseur de la couche limite	[m]
δ_1 : Epaisseur de déplacement	[m]
δ_2 : Epaisseur de quantité de mouvement	[m]
ψ : Fonction de courant	[/]
Ψ : Fonction de courant adimensionnelle	[/]
ν : Viscosité cinématique du fluide	[m ² /s]
μ : Viscosité dynamique	[kg/m.s]
u_τ : Vitesse de frottement	[m/s]
ω : Vorticité	[s ⁻¹]
Ω : Vorticité adimensionnelle	[/]

Introduction Générale

Introduction Générale

L'étude des écoulements des fluides à travers les conduites et les canalisations permet de comprendre profondément les phénomènes de transport de quantité de mouvement, d'énergie et de masse, et par conséquent de maîtriser le fonctionnement, la planification et l'implantation des systèmes énergétiques tels que les réseaux de distribution des liquides et des gaz, les échangeurs de la chaleur, les systèmes de propulsion...etc.

Lorsqu'on entame une étude théorique de ces systèmes, on a tendance à utiliser des modèles aussi simples que possible sans perdre, bien évidemment, les détails clés ; cela nous permet de gagner en temps et en coût. L'une des hypothèses permettant de simplifier une modélisation est « l'établissement dynamique de l'écoulement », cette phrase signifie que l'écoulement est unidirectionnel et sa vitesse ne varie pas dans la direction associée.

Dans ce travail, on s'intéresse à déterminer la longueur d'établissement d'un écoulement laminaire entre deux plans parallèles depuis l'entrée du canal, de telle sorte qu'à partir de cette longueur le profil de la vitesse ne change pas dans la direction de l'écoulement. Il s'agit d'une étude de simulation numérique qui va être réalisée et exécutée sous Matlab.

Pour atteindre cet objectif, le présent travail a été traité en trois principaux chapitres :

- Etude bibliographique consacrée à quelques définitions fondamentales en mécanique des fluides, à travers laquelle on a présenté les types d'écoulement de fluides, leurs propriétés physiques, les régimes d'écoulement ainsi que les équations et les lois fondamentales, enfin on a cité quelques travaux antérieurs en relation avec le thème abordé, à savoir la détermination de la longueur d'établissement d'un écoulement ;
- Description de la géométrie du problème envisagé avec les hypothèses simplificatrices et formulation mathématique, dont l'objectif est d'entamer par la suite une simulation numérique, et développer éventuellement un programme sous Matlab. Dont la résolution des équations de Naviers Stokes spécifiques à la configuration étudiée, par la méthode des volumes finis a permis d'obtenir des résultats numériques, tels que la distribution de la vitesse, de la vorticité et la fonction de courant pour différentes valeurs du nombre de Reynolds ;

Introduction Générale

- Discussions et interprétations des résultats numériques.

Enfin, une conclusion qui récapitule l'objectif de cette étude, avec les principaux résultats et perspectives sur ce travail.

Chapitre I :
Etude bibliographique

I.1.Introduction :

Cette étude bibliographique est consacrée à quelques définitions fondamentales en mécanique des fluides, à travers laquelle on présente les types d'écoulement de fluides, leurs propriétés physiques, les régimes d'écoulement, les équations et les lois fondamentales ; ensuite on va fournir un aperçu général de quelques travaux antérieurs qui ont rapport avec notre thème, à savoir la détermination de la longueur d'établissement d'un écoulement laminaire entre deux plans parallèles.

I.2. Types d'écoulements

I.2.1. Ecoulements permanents ou stationnaires :

Un régime d'écoulement permanent est un régime qui ne dépend pas du temps, autrement dit, tous les grandeurs caractéristiques de cet écoulement, telles que la pression, vitesse, masse volumique, viscosité, ...etc., ne varient pas en fonction du temps ($\frac{\partial}{\partial t} = 0$)[1].

I.2.2. Ecoulements instationnaires :

On dit un écoulement non stationnaire ou bien instationnaire, si les variables décrivant le mouvement du fluide dépendent du temps [2].

I.2.3. Fluide compressible :

Un fluide est dit compressible, si son volume change sous l'effet de la variation de la pression extérieure.

I.2.4. Fluide incompressible :

Un fluide est dit incompressible, si la pression extérieure n'a aucun effet sur son volume ($\rho = \text{cste}$).

I.3. Les Types des fluides

I.3.1. Fluide idéal ou non-visqueux :

Soit un volume de fluide délimité par une surface fermée S. Considérons une force d'interaction d Fau niveau de la surface élémentaire dS de normale n entre le fluide et le milieu extérieur, la force d'interaction dF peut être décomposée en deux composantes :

- Une composante dF_N normale à dS.

- Une composante dF_T tangentielle à dS .

En mécanique des fluides, un fluide est dit idéal s'il est possible de décrire son mouvement sans prendre en compte les effets de frottement, c'est à dire quand la composante tangentielle dF_T est nulle. Autrement dit, la force dF est normale à l'élément de surface dS [3].

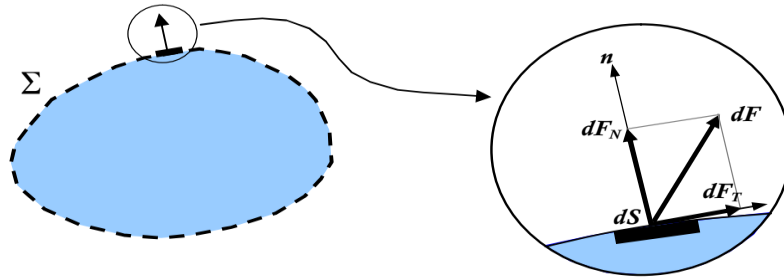


Figure. I.1 : Force d'interaction au niveau d'une surface élémentaire d'un fluide parfait [4]

I.3.2. Fluide réel ou visqueux :

A l'inverse d'un fluide idéal, qui n'est qu'un modèle simplifiant les calculs, quasiment inexistant dans la nature, dans un fluide réel les forces tangentielles de frottement interne qui s'opposent au glissement relatif des couches fluides sont prises en considération.

Ce phénomène de frottement visqueux apparaît lors du mouvement du fluide. C'est seulement au repos, que le fluide réel se comporte comme un fluide idéal et on suppose que les forces de contact sont perpendiculaires aux éléments de surface sur lesquels elles s'exercent. La statique des fluides réels se confond avec celle des fluides idéaux [5].

I.4. Fluide non newtonien :

Un fluide est dit non newtonien lorsque le tenseur des contraintes visqueuses n'est pas une fonction linéaire du tenseur des déformations. Autrement dit, lorsque sa vitesse de déformation (ou taux de cisaillement) n'est pas directement proportionnelle à la force qu'on lui applique. En rhéologie et de manière simple, un fluide non newtonien correspond à un fluide dont la viscosité η dépend du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$. Concrètement lorsqu'on soumet un tel matériau à une contrainte de cisaillement, la réponse de ce fluide n'est pas proportionnelle, ce qui serait le cas pour un fluide newtonien [6].

I.5. Fluide newtonien :

Un fluide est dit newtonien lorsque le tenseur des contraintes visqueuses est une fonction linéaire du tenseur des déformations. Le facteur de proportionnalité se nomme viscosité dynamique et

celle-ci est indépendante du taux de cisaillement. Pour la plupart des fluides usuels dans des conditions standards, ce modèle est très satisfaisant. Les fluides newtoniens obéissent donc à la loi suivante [6] :

$$\tau_p = \mu \frac{du}{dy} \quad (I.1)$$

Où :

τ_p : Contrainte de cisaillement à la paroi (N/m²)

μ : Viscosité dynamique (kg/m.s)

I.6. Frottement :

Le frottement est un phénomène qui se produit à la surface de deux corps en contact et en interaction ou en mouvement l'un par rapport à l'autre. Il provient des interactions entre les aspérités microscopiques existant à la surface des corps en contact. Généralement, il engendre une résistance au mouvement, provoquant la création de contraintes mécaniques superficielles et la dissipation de chaleur, ce qui entraîne l'usure plus ou moins rapide des corps en contact et par conséquent la modification de leurs surfaces [7].

I.6.1.Types de frottement :

Le coefficient de frottement, noté f, est une grandeur exprimant l'intensité de l'interaction entre deux corps en contact. Lorsque deux corps sont en contact, mais pas en mouvement relatif, le frottement est dit statique. Le coefficient de frottement est alors caractéristique de l'état des surfaces en interaction, mais pratiquement indépendant de l'aire de la surface de contact entre les deux solides lorsque les deux corps sont mis en mouvement, le frottement est dit cinétique.

I.6.2. Coefficients de frottement :

Pour définir un coefficient sans dimensions caractérisant le frottement à la paroi, on divise la contrainte à la paroi par la pression dynamique dans l'écoulement libre, on définit ainsi le coefficient de frottement[8] :

$$C_f = \frac{\tau_p}{\frac{\rho U_e^2}{2}} \quad (I.2)$$

Avec :

C_f : coefficients de frottement

U_e : vitesse de l'écoulement extérieur

I.7. Propriétés des fluides

I.7.1. Masse volumique :

La masse volumique d'un fluide, désignée par ρ , est la masse de l'unité de volume de ce fluide. Les fluides sont caractérisés par leurs masses volumiques, dont l'unité de mesure est exprimée en kg/m^3 [9].

$$\rho = \frac{\text{masse}}{\text{volum}} = \frac{m}{V} \quad (\text{I.3})$$

Avec :

m: masse du fluide (kg)

V : volume du fluide (m^3)

I.7.2. Viscosité cinématique :

Etant désigné par le rapport de la viscosité dynamique par la masse volumique du fluide. L'unité de la viscosité cinématique est le m^2/s [9].

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (\text{I.4})$$

I.7.3. Viscosité dynamique :

Considérons deux couches de fluide adjacentes distantes de Δz , durant leur mouvement relatif, apparaît une force de frottement F qui s'exerce à la surface de séparation de ces deux couches qui s'oppose au glissement d'une couche sur l'autre. Cette force de frottement est proportionnelle à la différence de vitesse des couches ΔV , à leur surface S et inversement proportionnelle à Δz , le facteur de proportionnalité désigné par μ est le coefficient de viscosité dynamique du fluide, dont l'unité de la viscosité dynamique est (kg/m.s), exprimé par la relation suivant [7] :

$$F = S\mu \frac{\Delta v}{\Delta z} \quad (\text{I.5})$$

Où :

F : force de glissement entre les couches (N)

S : surface de contact entre deux couches (m^2)

ΔV : écart de vitesse entre deux couches (m/s)

Δz : distance entre deux couches voisines (m)

I.8. Régimes d'écoulements

I.8.1. Régime laminaire ($Re < 2000$)

Le régime d'écoulement laminaire est un écoulement stratifié, sans brassage de particules et sans pulsations de vitesse. La forme des filets fluides est déterminée uniquement par la forme du conduit, toutes les lignes de courant sont rectilignes et parallèles à l'axe de ce conduit. La pression et la vitesse régnant en un point donné sont constantes dans le temps, l'écoulement est dit permanent tant que la pression initiale est invariable [10].

I.8.2. Régime transitoire ($2000 < Re < 3000$)

Dit aussi un régime d'écoulement intermédiaire, dans lequel l'écoulement est plus ou moins rectiligne, avec un peu de mélange et apparitions de petits tourbillons qui s'intensifient en fonction de la vitesse d'écoulement et dont les ondulations s'amplifient au fur et à mesure qu'on se déplace vers l'aval avec formation d'une zone de mélange [11].

I.8.3. Régime turbulent ($Re > 3000$)

Le régime turbulent est un écoulement qui se caractérise par le fait que les lignes de courant sont instables et irrégulières, sous l'effet du mouvement irrégulier des particules du fluide. L'écoulement est chaotique, présentant des tourbillons et une forte instabilité. Le fluide se mélange, la vitesse élevée et la faible viscosité créent une trajectoire aléatoire avec des variations spatiales et temporelles en continu, se manifestant par des tourbillons provoquant des pulsations de vitesse et de pression [10].

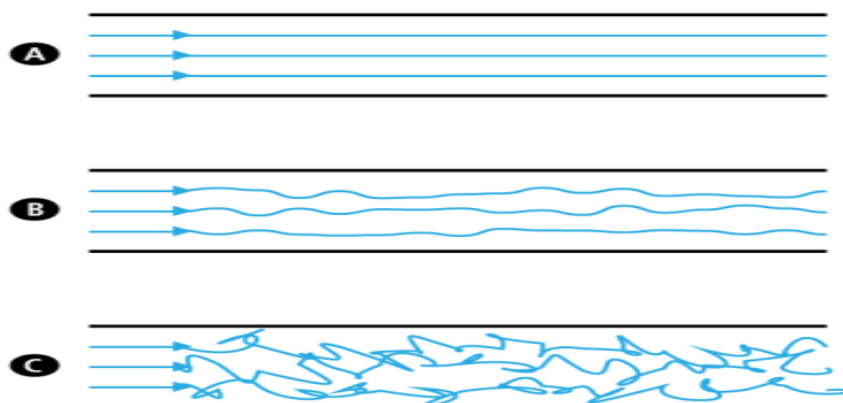


Figure I.2 : Types des régimes d'écoulements
(A) Laminaire, (B) transitoire, (C) Turbulent [12]

I.8.4. Nombre de Reynolds :

Le passage d'un écoulement laminaire à un écoulement turbulent dépend, entre autres, de la géométrie, la rugosité de surface, la vitesse d'écoulement et du type de fluide. Après de nombreuses expériences dans les années 1880, Osborne Reynolds a découvert que le régime d'écoulement dépend principalement du rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses dans le fluide. Ce rapport est appelé le nombre de Reynolds qui s'exprime par [13]:

$$Re_L = \frac{VL}{\nu} = \frac{\rho VL}{\mu} \quad (I.6)$$

Où :

V : vitesse de fluide (m/s)

L : longueur caractéristique de l'écoulement(m)

ν :viscosité cinématique en (m²/s)

I.9.Equations de mouvement

I.9.1. Equation de continuité :

Cette équation exprime la conservation de la masse contenue dans le volume de contrôle, appelée également équation de continuité qui s'écrit dans les coordonnées cartésiennes sous la forme différentielle suivante [14] :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = 0 \quad (I.7)$$

Si l'écoulement est permanent incompressible et bidimensionnel dans le plan (x,y), cette équation se réduit à :

$$\text{div}(\vec{v}) = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (I.8)$$

I.9.2. Equation de Navier-Stokes :

Les équations de Navier-Stokes sont un ensemble d'équation aux dérivées partielles décrivant la conservation de la quantité de mouvement d'un fluide newtonien (deuxième loi de Newton appliquée au mouvement des fluides). Ces équations sont fondamentales en dynamique des fluides [15] :

$$\rho \frac{D\vec{q}}{Dt} = \rho \vec{f} - \vec{\nabla} p + \mu \Delta \vec{q} + \frac{\mu}{3} \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{q}) \quad (I.9)$$

Dans le cas d'un écoulement permanent incompressible et bidimensionnel dans le plan (x,y), cette équation s'écrit comme suit :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (\text{I.11})$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (\text{I.12})$$

I.10. Couche limite dynamique :

Les phénomènes réels associés aux écoulements de fluides tels que la dissipation d'énergie, les forces de traînée et de portance sur une aile d'avion sont liés à la viscosité des fluides en mouvement. Comme les forces de frottement visqueux sont résistives au mouvement, la viscosité peut être définie comme la tendance du fluide de résister à l'écoulement [16], ce phénomène se traduit par formation et développement d'une couche limite dynamique d'épaisseur δ dans laquelle les particules de fluides ont une vitesse $\leq 0,99.U_e$ (U_e étant la vitesse de l'écoulement extérieur juste au-dessus de la couche limite Figure (I.3).

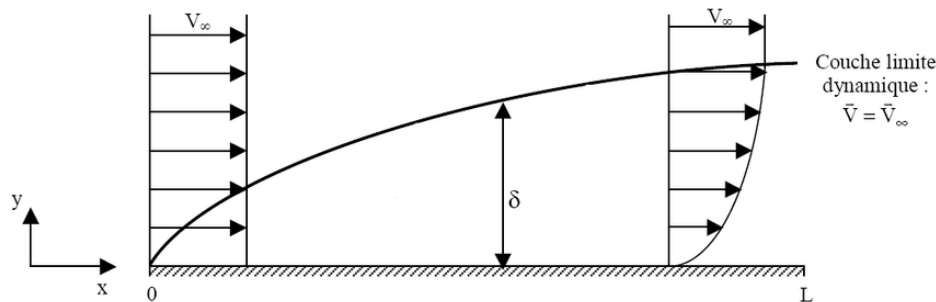


Figure I.3: Développement d'une couche limite dynamique sur une plaque plane [17]

I.10.1. Epaisseur caractéristique de la couche limite dynamique

a) Epaisseur de la couche limite δ :

C'est une valeur suivant le sens « oy » pour laquelle la vitesse $U(x,y)$ tend asymptotiquement vers la vitesse de l'écoulement extérieur $U_e(x)$ avec une précision donnée[18], exprimée par :

$$U(x, \delta(x)) = 0.99 U_e(x) \quad (\text{I.13})$$

Où :

δ : épaisseur de la couche limite

U_e : vitesse de l'écoulement extérieur

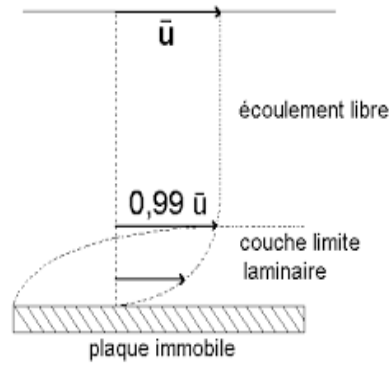


Figure I.4: Epaisseur de la couche limite [19]

b) Epaisseur de déplacement (δ_1 ou δ^*) :

L'épaisseur de déplacement δ_1 mesure la distance de déplacement de la ligne de courant entre un fluide visqueux et le fluide potentiel [20] :

$$\delta_1 = \int_0^\infty \left(1 - \frac{U}{U_e}\right) dy \quad (I.14)$$

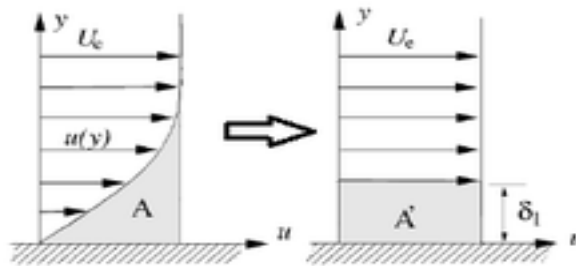


Figure I.5 : Epaisseur de déplacement [21]

c) Epaisseur de quantité de mouvement (δ_2 ou θ) :

L'épaisseur δ_2 caractérise le déficit du flux de quantité de mouvement par unité de largeur induit par les effets de cisaillement dans la couche limite. Cette épaisseur est donnée par la relation suivante [22] :

$$\delta_2 = \int_0^\infty \frac{U}{U_e} \left(1 - \frac{U}{U_e}\right) dy \quad (I.15)$$

I.11.Établissement dynamique et longueur d'établissement

I.11.1. Ecoulement établi :

Un écoulement établi est un écoulement où le profil de vitesse reste identique le long de l'axe de conduite, on dit qu'un écoulement est établi si en tout point matériel désigné par $M(x,y)$ on a $\left(\frac{\partial U}{\partial x} = 0\right)$ où x étant la direction générale de l'écoulement et y la direction perpendiculaire. Cette

hypothèse signifie que la composante de vitesse U ne dépend que de y , autrement il y a invariance des profils de vitesse le long de l'écoulement.

I.11.1.1. Profil de vitesse en régime laminaire établi :

Dans un écoulement laminaire incompressible et permanent Figure (I.7), l'hypothèse d'établissement dynamique permis d'adopter des simplifications considérables des équations de Navier-Stokes de sorte qu'on obtient une solution analytique de ces équations complexes.

La résolution de ces équations aboutit au profil de vitesse parabolique de Poiseuille[23] défini par l'équation (I.16). Ce profil vérifie les conditions aux limites, dont la vitesse est nulle à proximité de la paroi de la plaque, puis elle augmente progressivement pour atteindre une valeur maximale à l'axe de symétrie.

$$U(y) = U_{max}(1 - 4 \frac{y^2}{e^2}) \quad (I.16)$$

Avec :

e : distance entre deux plaque(m)

U_{max} :vitesse maximale de l'écoulement (m/s)

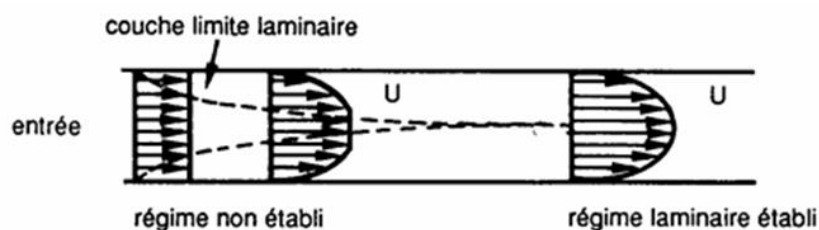


Figure I.6: Ecoulement en développement en régime laminaire entre deux plans parallèles [24]

I.11.1.2. Profil de vitesse en régime turbulent établi :

Le profil de vitesse est souvent en forme d'une distribution parabolique modifiée. Pour les écoulements dans un espace entre deux plans parallèles, la vitesse maximale se produit généralement au centre de cet espace, diminue progressivement en s'approchant des parois [25].

Le profil de vitesse dépend des conditions aux limites, de la viscosité du fluide et des caractéristiques géométriques du conduit. D'autre part, il existe une autre approximation très utile, qui est la loi de la paroi, dont elle est valable pour la région qu'on appelle "couche interne" et qui se compose de trois zones [26] :

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + c \quad (I.17)$$

Avec : $u^+ = \frac{u}{u_\tau}$; $y^+ = \frac{y u_\tau}{\nu}$ et $u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_p}{\rho}}$

u_τ : Vitesse de frottement.

ν : Viscosité cinématique (m²/s).

Dans une couche limite bidimensionnelle turbulente, la zone extérieure lie la zone intérieure à l'écoulement principal [26].

$$\frac{U-U_\infty}{U_\tau} = \frac{1}{K} \ln \frac{y}{\delta} \quad (\text{I.18})$$

Avec δ : étant l'épaisseur de couche limite.

Dont la valeur de la constante K dite de Von Karman est de l'ordre 0.41 et celle de la constante C d'intégration est à peu près égale à 5.

La loi pariétale de la dynamique de la sous-couche visqueuse est exprimée par la relation suivante [26] :

$$U^+ = y^+ \quad (\text{I.19})$$

D'autre part, une approximation empirique très utile pour le profil de vitesse moyenné d'un écoulement turbulent dite la loi de puissance (1/7) a été proposée par Prandtl [27]:

$$\bar{U} = U_{max} \left(\frac{Y}{H} \right)^{\frac{1}{7}} \quad (\text{I.20})$$

Où :

\bar{U} : Vitesse moyenne (m/s)

U_{max} : Vitesse maximale (m/s)

H : Hauteur du canal (m)

Y: Distance à partir de la paroi du canal (m)

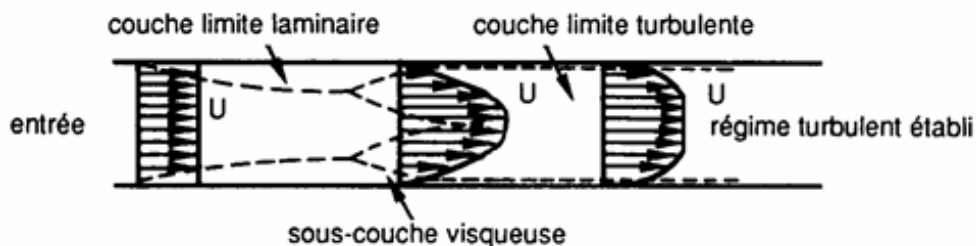


Figure.I.7 : Ecoulement en développement en régime turbulent entre deux plans parallèles [24]

I.11.2. Ecoulement non-établi :

Il correspond au régime avant que l'écoulement soit établi, la vitesse évolue le long de la plaque et l'écoulement est donc non-établi. Il faut un certain parcours pour que les caractéristiques cinématiques n'évoluent plus d'une section droite à l'autre, ce parcours s'appelle "longueur d'établissement de l'écoulement" [28]

I.11.3. Longueur d'établissement dans les écoulements internes :

Elle correspond à la distance nécessaire pour que le profil de vitesse d'un fluide atteigne un état stable et uniforme à l'intérieur d'un espace délimité par deux surfaces planes parallèles qui ne se croisent jamais. Cette mesure est importante pour garantir que l'écoulement du fluide entre ces plans demeure régulier sur toute la distance.

I.11.4. Corrélations de la longueur d'établissement :

La zone d'établissement du régime dynamique s'observe aussi bien en régime laminaire qu'en turbulent, mais sa structure n'est pas la même dans les deux cas. [26]

- En régime laminaire (Fig. I.6), la couche limite laminaire s'épaissit régulièrement jusqu'à occuper l'ensemble de la veine fluide. Dans le noyau central, le fluide est l'objet d'une accélération qui compense le freinage subi dans la zone de couche limite. Le calcul sera donc ici plus complexe que dans les écoulements externes puisque la vitesse U hors de la couche limite dépend à la fois de la distance x à l'entrée et de la distance à la paroi. La longueur d'établissement « Le » est donnée approximativement par l'expression :

$$\frac{Le_{lam}}{H} = 0.044Re + 0.631 \quad (I.21)$$

- En régime turbulent, la couche limite est d'abord laminaire, puis se subdivise comme sur une plaque plane en couche limite turbulente et sous-couche visqueuse. Dans le noyau central une accélération du fluide est observée (Fig. I.7). La longueur d'établissement avec une canalisation est exprimée par la relation suivante [29] :

$$\frac{Le_{tur}}{H} = 0.026Re_L^{0.2} \quad (I.22)$$

I.12. Quelques travaux antérieurs sur la longueur d'établissement :

Craya et al [30], ont examiné les problèmes des écoulements turbulents dans les conduites en considérant deux caractères fondamentaux des écoulements à frottement turbulent non isotrope

et non homogène, en considérant la structure des très gros tourbillons, la distribution de probabilité des fluctuations de vitesse, en particulier, l'isotropie locale des petits tourbillons, l'influence de la viscosité dans la région centrale des conduites, structure du film visqueux et enfin l'établissement de l'écoulement le long de la conduite. Les mesures sont effectuées dans un tunnel de section rectangulaire constante (largeur $2D = 0.180$ m, hauteur $2H = 2.400$ m) pour deux valeurs du nombre de Reynolds $\frac{u_m D}{\nu} = 57000, 230\ 000$ respectivement et pour différentes distances, telles que $40 < \frac{x_1}{D} < 120$

F. Durst et al. [31], ils ont effectué une simulation numérique afin d'établir les coefficients C_1 et C_0 pour l'équation générale des écoulements laminaires pulsés et oscillants à plein développement dans les tuyaux et les canaux. L'évaluation de ces coefficients est exprimée à $Re \rightarrow \infty$ pour $C_1 = 0.0567$ et $Re \rightarrow 0$ pour $C_0 = 0.619$, En fin de compte, des études numériques et analytiques sur la longueur de développement des écoulements laminaires dans les conduites et les canaux ont été réalisées. Dans ce travail, les auteurs ont effectué une simulation numérique pour établir les coefficients C_1 et C_0 pour l'équation générale des écoulements laminaires dans les canaux pulsants et oscillants pleinement développés, dont les coefficients sont exprimée par $Re \rightarrow \infty$ pour $C'_1 = 0.044$ et $Re \rightarrow 0$ pour $C'_0 = 0.631$.

Joshi et Vinoth [32], ont réalisé une simulation numérique sus des écoulements laminaires dans des conduites et canaux conçu par les auteurs, dont l'intérêt est de comprendre l'effet des conditions d'entrée, à savoir l'entrée plate et l'entrée en tube de courant, sur les longueurs d'entrée, afin d'étudier le développement de l'écoulement dans les emplacements radiaux/transversaux. Les résultats de simulation montrent que les longueurs d'entrée hydrodynamiques à l'entrée en tube de courant sont significativement inférieures aux longueurs d'entrée plate pour les nombres de Reynolds faibles. De plus, les résultats de l'étude (écoulement newtonien sans aucun glissement) ainsi que les résultats de la littérature (écoulement non-newtonien sans aucun glissement) ont montré que pour de nombreuses situations d'écoulement, le développement le plus lent de la vitesse axiale dans l'emplacement transversal se produit très près de la paroi. Pour les cas susmentionnés, les critères de longueur d'entrée existants (longueur d'entrée en ligne médiane ainsi que la longueur d'entrée globale) ne sont pas appropriés pour définir la longueur d'entrée. Ils ont proposé par conséquent un nouveau critère de la longueur d'entrée basé sur l'épaisseur de déplacement qui est une mesure intégrale du profil de vitesse, tout en adoptant une nouvelle corrélation de la longueur d'entrée.

Ferreira et al [33], ont présenté une investigation numérique détaillée sur la longueur d'établissement « Le » dans un écoulement laminaire d'un fluide newtonien dans des micro

canaux de section rectangulaire avec différents rapports d'aspect "AR", vue l'intérêt technologique des écoulements micro-fluidiques pour des nombres de Reynolds de l'ordre de grandeur unitaire voir inférieur, qui correspondent à des écoulements rampants. Des estimations précises de la longueur d'établissement pour $Re \leq 0$ sont importantes pour la conception des micro-systèmes, à des nombres de Reynolds aussi bas, dans lesquels les forces inertielles sont moins dominantes que les forces visqueuses, les caractéristiques de l'écoulement deviennent différentes de celles à l'échelle macroscopique où Re est généralement plus grand. Un choix judicieux de raffinement de maillage et des méthodes numériques adéquates ont permis d'obtenir des résultats précis et une corrélation générale pour l'estimation de Le , valable dans les plages $0 \leq Re \leq 2000$ et $0,1 \leq AR \leq 1$, couvrant ainsi les applications en macro et micro fluidique.

Chidamoio et al[34], ont étudié numériquement l'effet du rapport longueur/diamètre hydraulique $(\frac{L_e}{D_h})$ d'un tuyau sur le développement du régime d'écoulement biphasé air-eau. La vitesse axiale le long de la bulle de Taylor et la longueur d'établissement hydrodynamique nécessaire pour établir un profil parabolique (écoulement établi) ont été examinées de manière critique. La distribution excentrique de la vitesse axiale sur la bulle de Taylor est observée dans tous les rapports de longueur/diamètre hydraulique. La vitesse axiale dans le film liquide en amont de la bulle de Taylor est représentée par une fonction de loi de puissance, avec un exposant $n=1.6$ pour $\frac{L_e}{D_h} = 3.833$ et $n=7.5$ pour $\frac{L_e}{D_h} = 7.1666$. Malgré une diminution de l'exposant lorsque le rapport augmente, le profil parabolique n'a pas pu être atteint. Ils suggèrent en effet que des recherches plus approfondies sur le rapport $\frac{L_e}{D_h}$ tenant compte d'autres variables qui sont susceptibles d'avoir une influence sur le profil parabolique doivent être menées.

I.13. Conclusion :

Dans ce chapitre consacré à l'état d'art, on a essayé en premier lieu d'exposer quelques rappels et définitions en mécanique des fluides, aux équations fondamentales régissant le mouvement des fluides newtoniens et sur lesquelles s'effectuera la simulation numérique du présent travail, en deuxième lieu, aux caractéristiques cinématiques des écoulements établis qui vont nous permettre de choisir le critère à partir duquel nous allons déterminer la longueur d'établissement, enfin à quelques travaux fournissant des corrélations de la longueur d'établissement serviront de références pour la validation de notre modèle.

Chapitre II :
Simulation numérique

II.1. Introduction :

Dans ce chapitre nous allons décrire la géométrie du problème envisagé et les hypothèses simplificatrices, puis établir la formulation mathématique dont l'objectif est d'entamer par la suite une simulation numérique. Les différentes étapes de cette dernière seront présentées en détails afin de permettre la reproduction du travail. Sur la base des résultats numériques obtenus, nous déterminerons éventuellement la longueur d'établissement de l'écoulement en utilisant une condition sur la vitesse axiale, tirée du profil analytique de Poiseuille.

II.2. Description du problème et hypothèses :

Dans cette étude on s'est intéressé à un écoulement non-établi (en développement) caractérisé par une distorsion continue et progressive du profil de vitesse causée par le développement d'une couche limite le long du canal formé par deux plans parallèles. En raison de la nature axisymétrique de l'écoulement, on va entamer une simulation sur la moitié du domaine physique, cela nous permet de gagner en temps de calcul. Les hypothèses imposées pour le problème en question sont les suivantes :

- Le fluide est newtonien $\mu = \text{const}$;
- L'écoulement est laminaire, permanent $\partial/\partial t = 0$ et incompressible $\rho = \text{const}$;
- L'écoulement est bidimensionnel $\partial/\partial z = 0$;

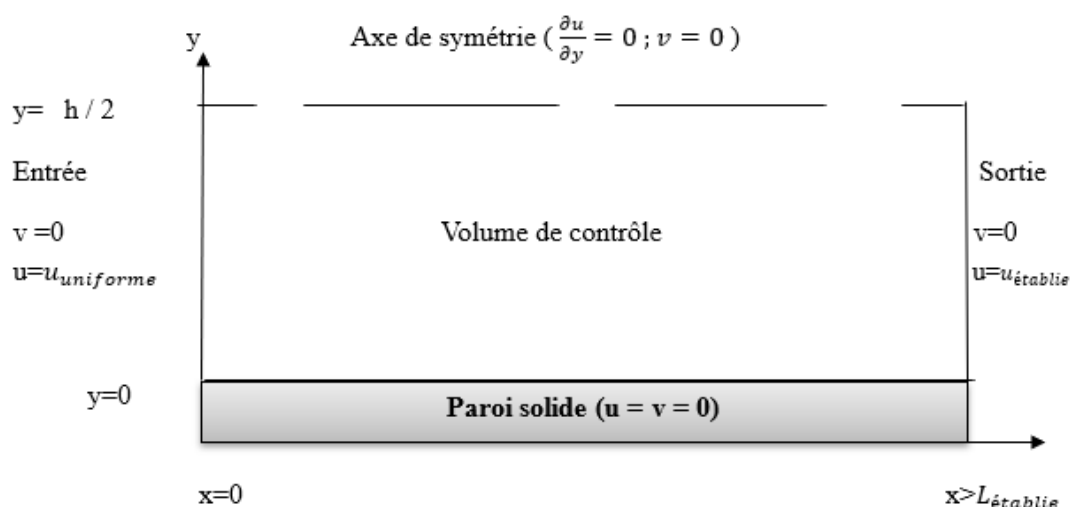


Figure II.1: Géométrie et conditions aux limites de l'écoulement

II.3. Formulations mathématiques :

En partant des équations de Navier-Stokes (I.11) et (I.12) dont la forme sous variables primitives s'écrit :

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II.1})$$

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II.2})$$

Avec l'équation de continuité (I.8) :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.3})$$

Pour éviter l'utilisation des algorithmes de couplage pression-vitesse, il sera plus commode d'éliminer la pression des deux premières équations en dérivant la première par rapport à y et la deuxième par rapport à x puis soustrayant l'une de l'autre. On obtient par la suite la formulation de vorticité-fonction de courant :

$$u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \nu \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II.4})$$

Sachant que la vorticité est définie dans le plan (x, y) telle que :

$$\omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (\text{II.5})$$

En introduisant la fonction de courant définie par les équations de Cauchy- Riemann, telle que :

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad \text{et} \quad v = - \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (\text{II.6})$$

Etant donné que ces équations vérifient automatiquement l'équation de continuité, la substitution par (II.6) dans l'expression de vorticité (II.5) donne :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\omega \quad (\text{II.7})$$

Pour gagner en précision, la technique de raffinement de maillage près des parois solides est utilisée, dont les coordonnées du domaine de calcul $(\xi(x), \eta(y))$ sont liées aux coordonnées du domaines physique (x, y) par [35]:

$$\xi = 1 - \frac{\ln\left(\frac{\beta+1-\frac{x}{L}}{\beta-1+\frac{x}{L}}\right)}{\ln\left(\frac{\beta+1}{\beta-1}\right)} \quad \text{et} \quad \eta = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{\ln\left(\frac{\beta+2\frac{y}{H}-1}{\beta-2\frac{y}{H}+1}\right)}{\ln\left(\frac{\beta+1}{\beta-1}\right)} \quad (\text{II.8})$$

Généralement, pour simplifier la représentation paramétrique du problème physique, il est préférable de réécrire les équations caractéristiques sous une forme adimensionnelle, en introduisant les nouvelles variables adimensionnelles suivantes :

$$X = \frac{x}{D_h} \quad Y = \frac{y}{D_h} \quad U = \frac{u}{\bar{u}} \quad V = \frac{v}{\bar{u}} \quad \Omega = \frac{\omega D_h}{\bar{u}} \quad \Psi = \frac{\psi D_h}{\bar{u}}$$

Par conséquent, les équations précédentes sont réécrites respectivement sous formes adimensionnelles suivantes :

$$U \left(\frac{\partial \xi}{\partial X} \right) \left(\frac{\partial \Omega}{\partial \xi} \right) + V \left(\frac{\partial \eta}{\partial Y} \right) \left(\frac{\partial \Omega}{\partial \eta} \right) = \frac{1}{Re_{D_h}} \left\{ \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial X^2} \right) \left(\frac{\partial \Omega}{\partial \xi} \right) + \left(\frac{\partial \xi}{\partial X} \right)^2 \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial \xi^2} \right) \dots \right. \\ \left. + \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial Y^2} \right) \left(\frac{\partial \Omega}{\partial \eta} \right) + \left(\frac{\partial \eta}{\partial Y} \right)^2 \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial \eta^2} \right) \right\} \quad (\text{II.9})$$

$$U = \left(\frac{\partial \eta}{\partial Y} \right) \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \right) \quad V = - \left(\frac{\partial \xi}{\partial X} \right) \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \right) \quad (\text{II.10})$$

$$\left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial X^2} \right) \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \right) + \left(\frac{\partial \xi}{\partial X} \right)^2 \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial Y^2} \right) \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \right) + \left(\frac{\partial \eta}{\partial Y} \right)^2 \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \eta^2} \right) = -\Omega \quad (\text{II.11})$$

II.4. Maillage :

Le maillage consisté à subdiviser le domaine d'étude en grilles longitudinales et transversales dont l'intersection représente un nœud, où sont définies les variables Ψ et Ω , alors que les composantes U et V du vecteur vitesse sont définies au milieu des segments (respectivement verticales et horizontales) reliant deux nœuds adjacents. Un élément de volume de contrôle est défini autour de chaque nœud. Par conséquence, les équations (II.9) et (II.10) sont intégrées sur le volume de contrôle associé aux nœuds de maillage, et les équations de Cauchy-Riemann (II.11) sont intégrées sur les volumes de contrôle associés aux composantes de vitesse.

Le volume de contrôle de la composante longitudinale U est décalé suivant la direction Y par rapport à un nœud principal, celui de la composante transversale V est décalé suivant la direction de X . Ce type de maillage est dit "maillage décalé" (Figure II-2).

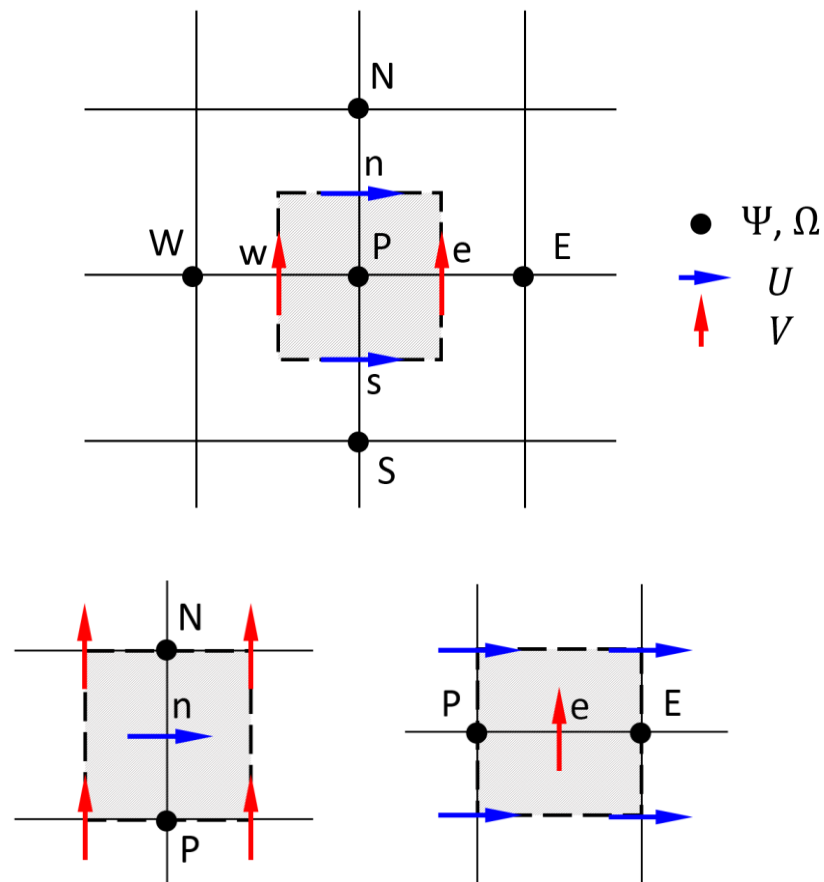


Figure II.2 : Maillage décalé

II.5. Discrétisation avec la méthode des volumes finis :

La méthode des volumes finis est une version spéciale de la méthode des résidus pondérés où la fonction de projection égale à l'unité [36]. Cette méthode consiste à subdiviser le domaine d'étude en volumes élémentaires, de telle sorte que chaque volume entoure un nœud principal \mathbf{P} de quatre interfaces (e,w,s,n). Chaque nœud principal \mathbf{P} est limité par des nœuds (E,W,S,N) ; puis la discrétisation (ou l'approximation) de chaque terme par dans l'équation intégrée avec le schéma convenable de différences finies, dont l'équation approximée peut s'exprimer après arrangement sous la forme matricielle $[A]\{x\} = [B]$. Finalement, le système d'équations algébriques qui en résulte peut-être résolu numériquement avec une méthode itérative. Il est important de noter que les équations de transport doivent s'écrire sous la forme dite « conservative » avant qu'elles soient intégrées.

La discrétisation de la forme conservative de l'équation (II.9) se fait en l'intégrant sur le volume de contrôle de la variable Ω , telle que :

$$\int_s^n \int_w^e \left(\frac{\partial \xi}{\partial X} \right) \frac{\partial(U\Omega)}{\partial \xi} d\xi d\eta + \int_s^n \int_w^e \left(\frac{\partial \eta}{\partial Y} \right) \frac{\partial(V\Omega)}{\partial \eta} d\xi d\eta = \frac{1}{Re_{D_h}} \int_s^n \int_w^e \left\{ \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial X^2} \right) \left(\frac{\partial \Omega}{\partial \xi} \right) + \left(\frac{\partial \xi}{\partial X} \right)^2 \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial \xi^2} \right) \dots \right. \\ \left. + \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial Y^2} \right) \left(\frac{\partial \Omega}{\partial \eta} \right) + \left(\frac{\partial \eta}{\partial Y} \right)^2 \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial \eta^2} \right) \right\} d\xi d\eta \quad (II.12)$$

Le réarrangement de cette équation donne :

$$a_P \Omega_P = a_E \Omega_E + a_W \Omega_W + a_N \Omega_N + a_S \Omega_S \quad (II.13)$$

Ou bien, en utilisant l'écriture indicielle, cette équation peut s'écrire comme suit :

$$a_{P_{ij}} \Omega_{ij} = a_{E_{ij}} \Omega_{i+1j} + a_{W_{ij}} \Omega_{i-1j} + a_{N_{ij}} \Omega_{ij+1} + a_{S_{ij}} \Omega_{ij-1} \quad (II.14)$$

Les coefficients de cette équation s'écrivent avec le schéma « loi de puissance » comme suit :

$$a_E = D_e \left[0, \left(1 - 0.1 \left| \frac{F_e}{D_e} \right| \right)^5 \right] + [-F_e, 0] + \frac{1}{2Re_{D_h} \Delta \xi} \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial X^2} \right)_P$$

$$a_W = D_w \left[0, \left(1 - 0.1 \left| \frac{F_w}{D_w} \right| \right)^5 \right] + [F_w, 0] - \frac{1}{2Re_{D_h} \Delta \xi} \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial X^2} \right)_P$$

$$a_N = D_n \left[0, \left(1 - 0.1 \left| \frac{F_n}{D_n} \right| \right)^5 \right] + [-F_n, 0] + \frac{1}{2Re_{D_h} \Delta \eta} \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial Y^2} \right)_P$$

$$a_S = D_s \left[0, \left(1 - 0.1 \left| \frac{F_s}{D_s} \right| \right)^5 \right] + [F_s, 0] - \frac{1}{2Re_{D_h} \Delta \eta} \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial Y^2} \right)_P$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + F_e - F_w + F_n - F_s$$

Ces coefficients contiennent une combinaison entre les flux convectifs F et diffusifs D aux interfaces des volumes de contrôle. Les flux de F et de D pour chaque interface e, w, n et s du volume de contrôle sont donnés par les relations suivantes :

$$F_e = \frac{U_e}{\Delta \xi} \left(\frac{\partial \xi}{\partial X} \right)_P \quad F_w = \frac{U_w}{\Delta \xi} \left(\frac{\partial \xi}{\partial X} \right)_P \quad F_n = \frac{V_n}{\Delta \eta} \left(\frac{\partial \eta}{\partial Y} \right)_P \quad F_s = \frac{V_s}{\Delta \eta} \left(\frac{\partial \eta}{\partial Y} \right)_P$$

$$D_e = D_w = \frac{1}{Re_{D_h} \Delta \xi^2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial X} \right)_P^2 \quad D_n = D_s = \frac{1}{Re_{D_h} \Delta \eta^2} \left(\frac{\partial \eta}{\partial Y} \right)_P^2$$

De même que précédemment, la discrétisation de l'équation (II.11) se fait en l'intégrant sur le volume de contrôle de la variable Ψ :

$$\int_S^n \int_w^e \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial X^2} \right) \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \right) d\xi d\eta + \int_S^n \int_w^e \left(\frac{\partial \xi}{\partial X} \right)^2 \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} \right) d\xi d\eta + \int_S^n \int_w^e \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial Y^2} \right) \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \right) d\xi d\eta \dots$$

$$+ \int_S^n \int_w^e \left(\frac{\partial \eta}{\partial Y} \right)^2 \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \eta^2} \right) d\xi d\eta = - \int_S^n \int_w^e \Omega d\xi d\eta \quad (\text{II.15})$$

Après avoir approximé les intégrales de l'équation (II.15) et l'avoir ordonné, elle peut s'écrire sous la forme indicielle suivante :

$$a_P \Psi_{ij} = a_E \Psi_{i+1j} + a_W \Psi_{i-1j} + a_N \Psi_{ij+1} + a_S \Psi_{ij-1} + \Omega_{ij} \quad (\text{II.16})$$

Avec :

$$a_E = \frac{1}{\Delta \xi^2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial X} \right)_P^2 + \frac{1}{2\Delta \xi} \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial X^2} \right)_P \quad a_W = \frac{1}{\Delta \xi^2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial X} \right)_P^2 - \frac{1}{2\Delta \xi} \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial X^2} \right)_P$$

$$a_N = \frac{1}{\Delta \eta^2} \left(\frac{\partial \eta}{\partial Y} \right)_P^2 + \frac{1}{2\Delta \eta} \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial Y^2} \right)_P \quad a_S = \frac{1}{\Delta \eta^2} \left(\frac{\partial \eta}{\partial Y} \right)_P^2 - \frac{1}{2\Delta \eta} \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial Y^2} \right)_P$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S$$

Les composantes du vecteur vitesse sont calculées à partir des expressions suivantes :

$$U_{ij} = \left(\frac{\partial \eta}{\partial Y} \right)_j \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \right)_{ij} = \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial \eta}{\partial Y} \right)_j + \left(\frac{\partial \eta}{\partial Y} \right)_{j+1} \right) \frac{\Psi_{ij+1} - \Psi_{ij}}{\Delta \eta} \quad (\text{II.17})$$

$$V_{ij} = - \left(\frac{\partial \xi}{\partial X} \right)_i \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \right)_{ij} = - \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial \xi}{\partial X} \right)_i + \left(\frac{\partial \xi}{\partial X} \right)_{i+1} \right) \frac{\Psi_{i+1j} - \Psi_{ij}}{\Delta \xi} \quad (\text{II.18})$$

II.6. Conditions aux limites :

A l'entrée du canal la vitesse U est uniforme et la vitesse V est nulle, donc à partir des relations de Cauchy-Riemann, on peut déduire l'expression de la fonction de courant à cette position :

$$\Psi_{entrée} = Y \quad \text{ou bien} \quad \Psi_{1j} = Y_j \quad (\text{II.19})$$

Dans cette même position, et à partir de l'expression de la vorticité, nous avons :

$$\Omega_{entrée} = - \left(\frac{\partial \xi}{\partial X} \right)^2 \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} \right) \quad \text{ou bien} \quad \Omega_{1j} = - \left(\frac{\partial \xi}{\partial X} \right)_1^2 \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} \right)_{1j} \quad (\text{II.20})$$

La dérivée seconde de la fonction de courant Ψ dans l'expression (II.20) peut s'exprimer à l'aide du développement en série de Taylor au voisinage de $X = 0$ (nœuds $i = 1$) telle que :

$$\Psi_{2j} \approx \Psi_{1j} + \frac{\Delta\xi}{1!} \underbrace{\left(\frac{\partial\Psi}{\partial\xi}\right)_{1j}}_{-\left(\frac{\partial\xi}{\partial X}\right)_1^{-1} V_{1j}=0} + \frac{\Delta\xi^2}{2!} \left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial\xi^2}\right)_{1j} \quad (\text{II.21})$$

D'où :

$$\left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial\xi^2}\right)_{1j} = 2 \left(\frac{\Psi_{2j}-\Psi_{1j}}{\Delta\xi^2}\right) \quad (\text{II.22})$$

Ce qui conduit à la condition :

$$\Omega_{1j} = -2 \left(\frac{\partial\xi}{\partial X}\right)_1^2 \left(\frac{\Psi_{2j}-\Psi_{1j}}{\Delta\xi^2}\right) \quad (\text{II.23})$$

Sur la paroi solide du canal, on a $U = V = 0$; et en remplaçant par $Y = 0$ dans la condition (II.19) on aura :

$$\Psi_{paroi} = 0 \quad \text{ou bien} \quad \Psi_{i1} = 0 \quad (\text{II.24})$$

Quant à la vorticité sur la paroi du canal, son expression se réduit à :

$$\Omega_{paroi} = -\left(\frac{\partial\eta}{\partial Y}\right)^2 \left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial\eta^2}\right) \quad \text{ou bien} \quad \Omega_{i1} = -\left(\frac{\partial\eta}{\partial Y}\right)_1^2 \left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial\eta^2}\right)_{i1} \quad (\text{II.25})$$

Le développement en série de Taylor est à nouveau utilisé pour exprimer la dérivée seconde de la fonction de courant Ψ dans l'expression (II.25) au voisinage de $Y = 0$ (nœud $j = 1$), telle que :

$$\Psi_{i2} \approx \Psi_{i1} + \frac{\Delta\eta}{1!} \underbrace{\left(\frac{\partial\Psi}{\partial\eta}\right)_{i1}}_{\left(\frac{\partial\eta}{\partial Y}\right)_1^{-1} U_{i1}=0} + \frac{\Delta\eta^2}{2!} \left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial\eta^2}\right)_{i1} \quad (\text{II.26})$$

D'où :

$$\left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial\eta^2}\right)_{i1} = 2 \left(\frac{\Psi_{i2}-\Psi_{i1}}{\Delta\eta^2}\right) \quad (\text{II.27})$$

Donc, il vient :

$$\Omega_{i1} = -2 \left(\frac{\partial\eta}{\partial Y}\right)_1^2 \left(\frac{\Psi_{i2}-\Psi_{i1}}{\Delta\eta^2}\right) \quad (\text{II.28})$$

Sur l'axe de symétrie, on a $\partial U/\partial Y = 0$ et $V = 0$; en remplaçant par $Y = \frac{1}{4}$ dans la condition (II.19) on obtient :

$$\Psi_{axe} = \frac{1}{4} \quad \text{ou bien} \quad \Psi_{iM} = \frac{1}{4} \quad (\text{II.29})$$

$$\Omega_{axe} = 0 \quad \text{ou bien} \quad \Omega_{iM} = 0 \quad (\text{II.30})$$

La sortie du canal se trouve à une distance suffisamment grande par rapport à la longueur d'établissement ; on utilise dans cette limite une interpolation polynomiale de Lagrange de second degré passant par les nœuds $N - 1$, $N - 2$ et $N - 3$, telle que :

$$\Psi_N = L_{N-1}\Psi_{N-1} + L_{N-2}\Psi_{N-2} + L_{N-3}\Psi_{N-3} \quad (\text{II.31})$$

$$\Omega_N = L_{N-1}\Omega_{N-1} + L_{N-2}\Omega_{N-2} + L_{N-3}\Omega_{N-3} \quad (\text{II.32})$$

Sachant que :

$$L_{N-k} = \prod_{n=1, n \neq k}^3 \frac{X_N - X_{N-n}}{X_{N-k} - X_{N-n}} \quad (\text{II.33})$$

II.7. Détermination de la longueur d'établissement :

A partir des caractéristiques cinématiques du profil de vitesse en régime établi, on peut choisir critère qui peut servir de condition d'établissement. L'une de ces caractéristiques souvent utilisées est bien la vitesse longitudinale à l'axe de symétrie qui est égale à 1.5 pour le régime établi entre deux plans parallèles. Donc, la longueur d'établissement est obtenue en calculant l'erreur relative ε entre cette valeur analytique (exacte) et la vitesse calculée (approximative) à l'axe de symétrie en chaque position X le long du canal. La position à partir de laquelle cette erreur est inférieure ou égale à 0.01 représente la longueur d'établissement correspondant au nombre de Reynolds choisi pour la simulation. L'erreur relative est définie par :

$$\varepsilon = \left| \frac{U_{i,M}-1.5}{1.5} \right| \quad (\text{II.34})$$

II.8. Algorithme de résolution numérique :

L'algorithme de résolution itérative peut être résumé dans les points suivants selon l'ordre d'exécution :

1. Déclaration des données et estimations initiales ;
2. Calcule de Ψ à partir de l'équation(II.16) ;
3. Calcule du champ de vitesse U et V à partir des relations(II.17) et (II.18) ;
4. Calcule de Ω à partir de l'équation(II.14) ;
5. Répète les étapes 2 et 4 jusqu'à la convergence de la solution ;
6. Calcule de ε à partir de l'expression (II.34) à la position i (en commençant par $i = 1$) ;
7. Répète l'étape 6 en mettant $i = i + 1$, jusqu'à la vérification de la condition $\varepsilon \leq 0.01$.
8. Afficher la longueur d'établissement $L_e/D_h = X_i$.

II.9. Conclusion :

Après avoir établi la formulation mathématique du problème sur laquelle on a appliqué la méthode des volumes finis, un code de calcul itératif a été développé sous Matlab. Ce code va nous permettre d'obtenir la distribution de la vitesse, de la vorticité et de la fonction de courant dans le domaine physique pour différentes valeurs du nombre de Reynolds. Des caractéristiques cinématiques et dynamique de l'écoulement peuvent être également déduite à partir des résultats numériques, à savoir, les épaisseurs de la couche limite, le facteur de frottement, les pertes de charge régulières...etc.

Chapitre III :

Résultats et discussion

III.1. Introduction :

Dans ce chapitre, nous allons présenter les résultats de la simulation numérique d'un écoulement entre deux plans parallèles pour des nombres de Reynolds allant de 0.001 (écoulement rampant) jusqu'à 2300 (limite du régime laminaire). En vue d'obtenir des résultats faibles et précis, et d'assurer une indépendance du choix du nombre de nœuds, on a adopté un raffinement de maillage avec $\beta = 1.05$ (voir équation II.8). L'évolution du champ de vitesse le long de la conduite est illustrée par les profils de la vitesse longitudinale et transversale dans les sections $X = 0; \frac{1}{4} \frac{L_e}{D_h}; \frac{1}{2} \frac{L_e}{D_h}; \frac{3}{4} \frac{L_e}{D_h}; \frac{L_e}{D_h}$. La longueur d'établissement de l'écoulement en question a été déterminé dont la vitesse axiale de l'écoulement sert de critère d'établissement. Eventuellement, des corrélations de cette longueur ont été établies.

III.2. Profils de vitesse :

Les figures (III.1) - (III.10) montrent que les profils de vitesses longitudinale et transversale à une position donnée (relative à la longueur d'établissement) sont pratiquement identiques et indépendants du nombre de Reynolds .

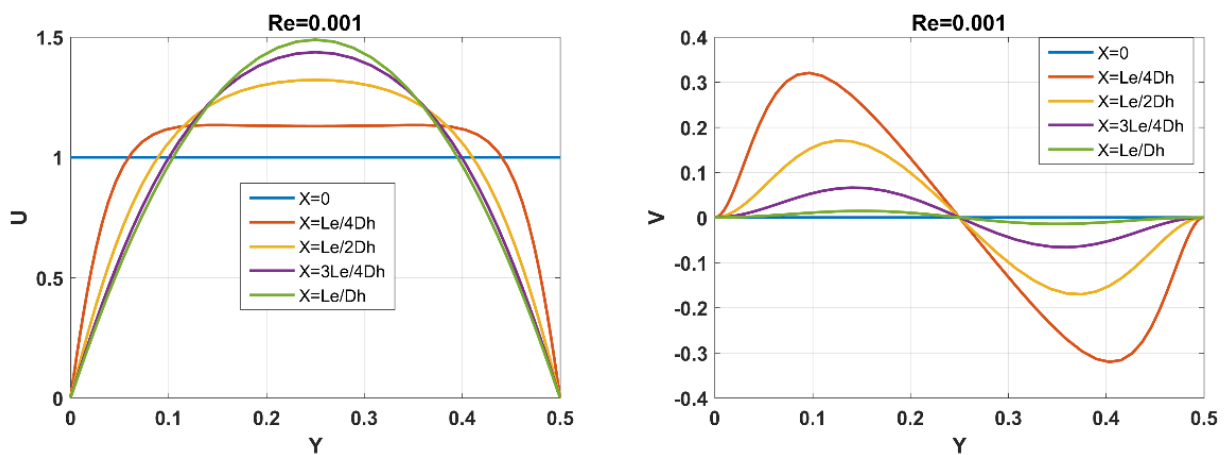


Figure III.1: Profils de vitesse pour Re = 0.001

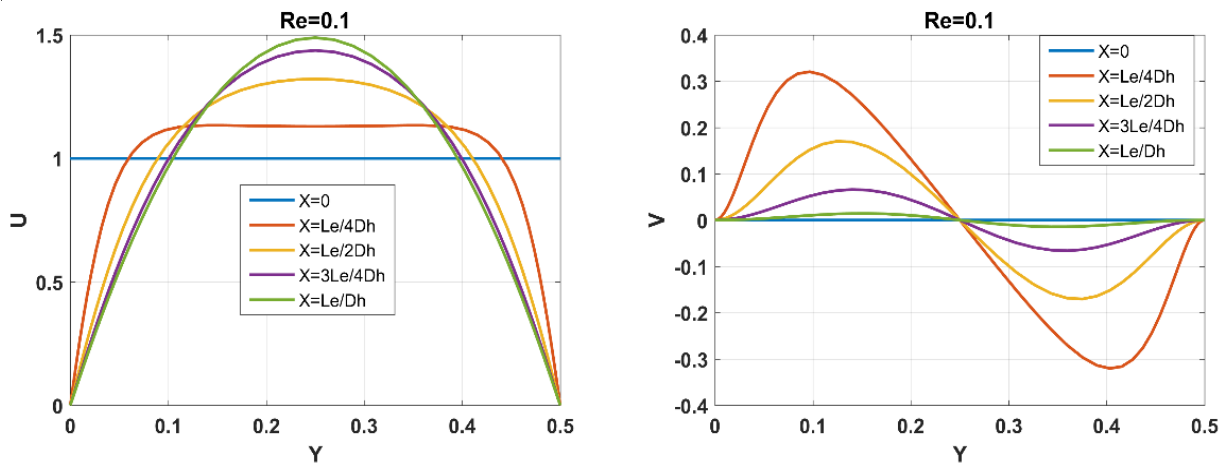


Figure III.2: Profils de vitesse pour $Re = 0.01$

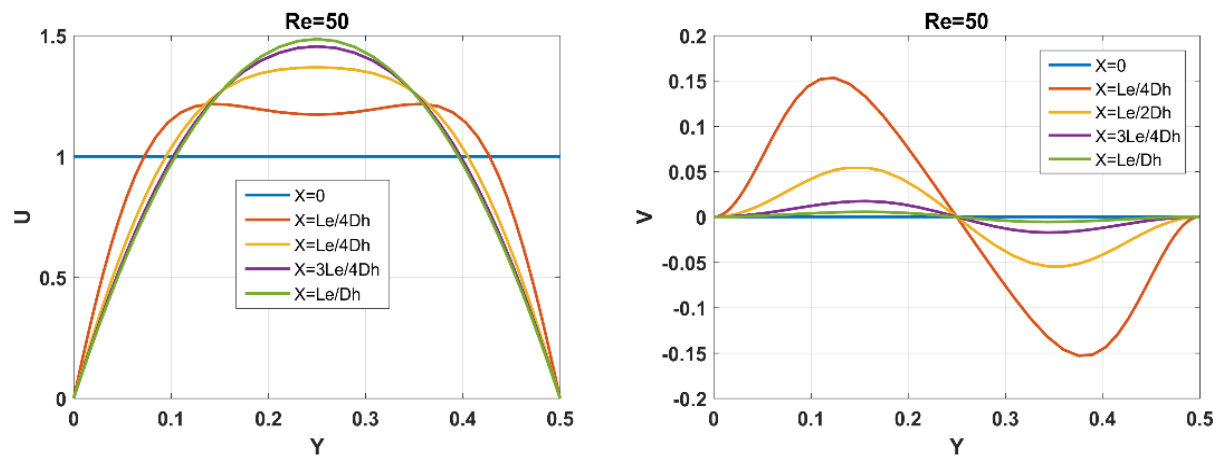


Figure III.3: Profils de vitesse pour $Re = 50$

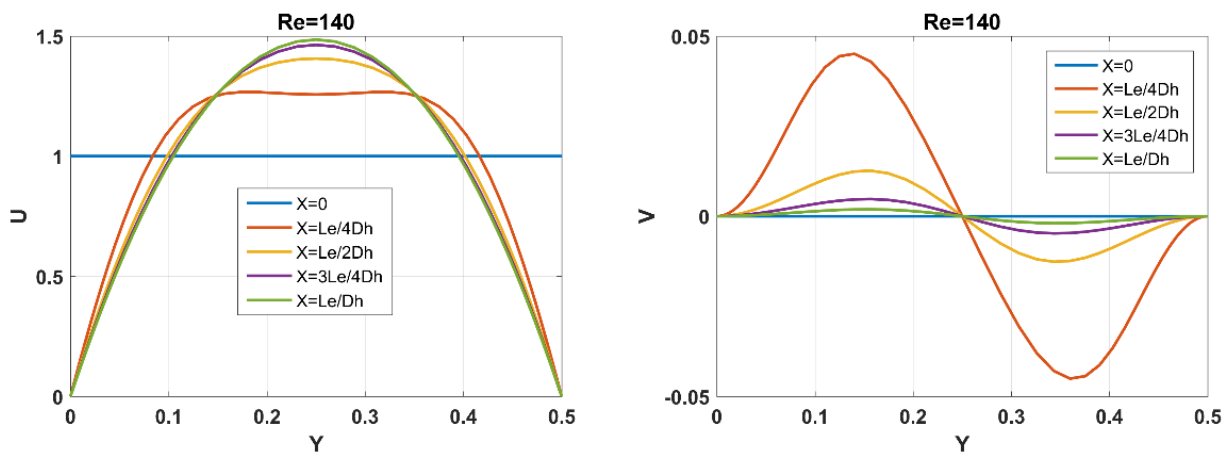


Figure III.4: Profils de vitesse pour $Re = 140$

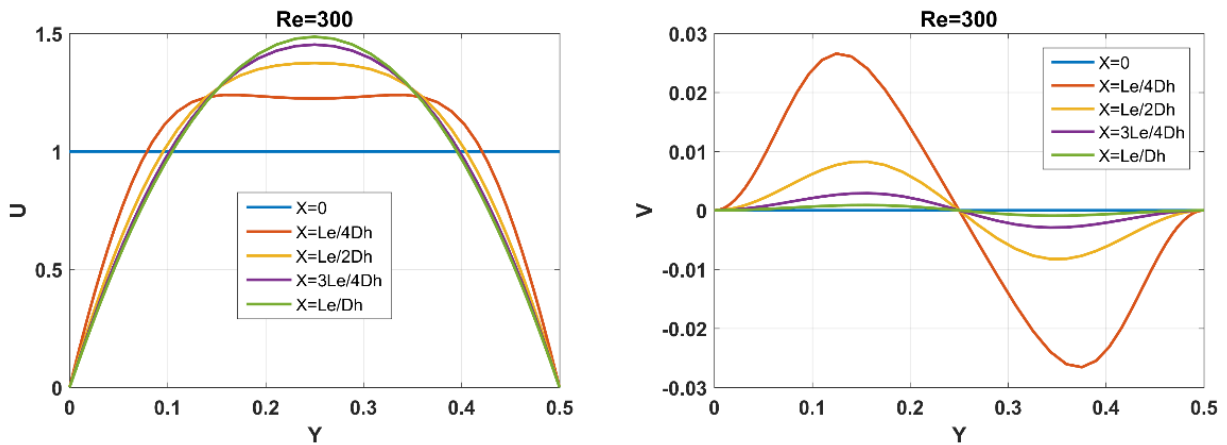


Figure III.5: Profils de vitesse pour $Re = 300$

Le profil de la vitesse longitudinale U à l'entrée est uniforme, puis il subit une distorsion continue tout au long de la conduite ; dont les particules de fluide au voisinage des parois décélèrent à cause du frottement pariétale, et par conséquent les particules de fluide dans la zone centrale de l'écoulement s'accélèrent dû au principe de continuité. Donc, plus on s'éloigne de l'entrée, plus le profil de vitesse devient déformé, jusqu'à atteindre la longueur d'établissement $X = \frac{Le}{Dh}$, au-delà de laquelle le profil de vitesse devient complètement développé qui correspond à une allure parabolique.

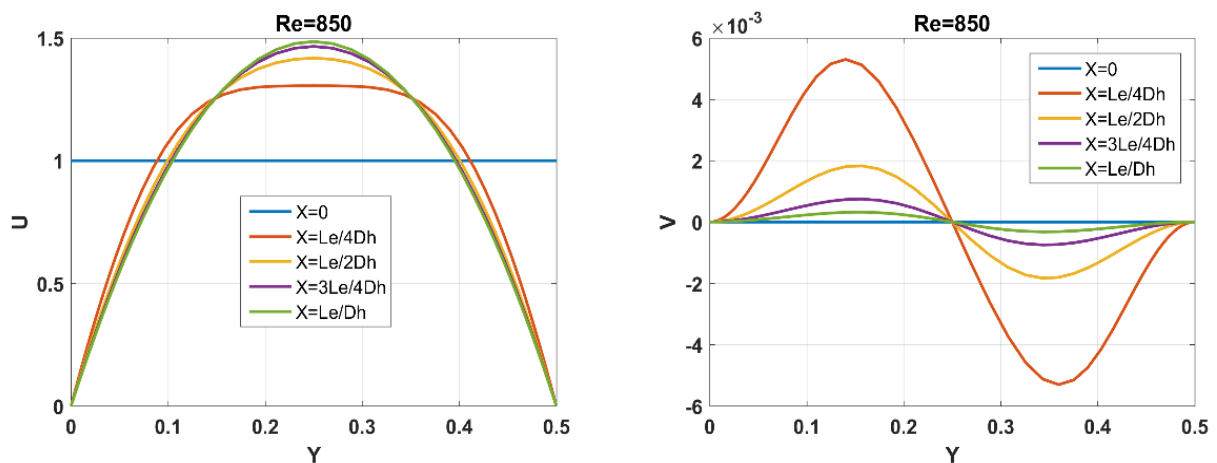


Figure III.6: Profils de vitesse pour $Re = 850$

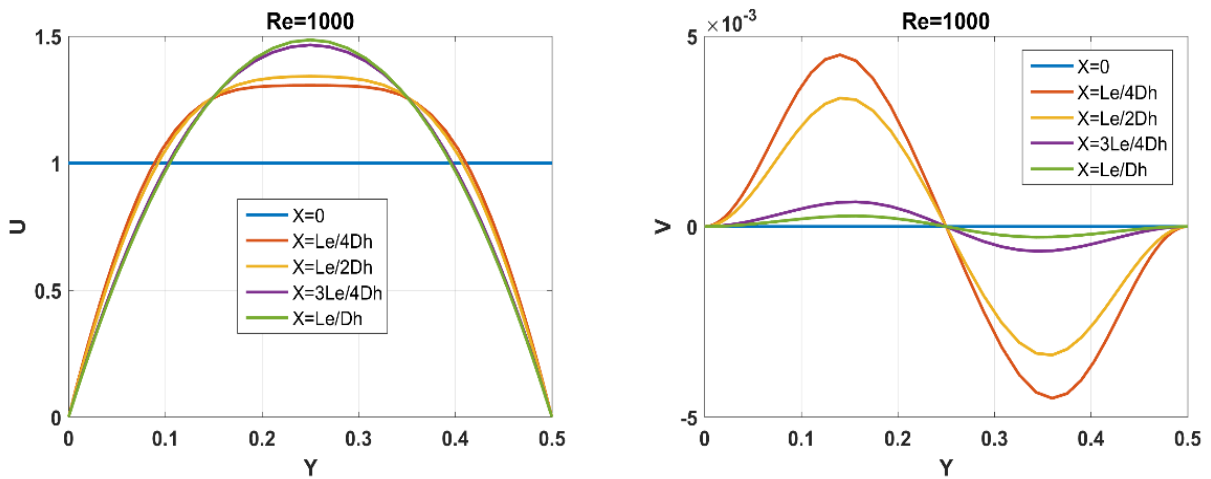


Figure III.7: Profils de vitesse pour $Re = 1000$

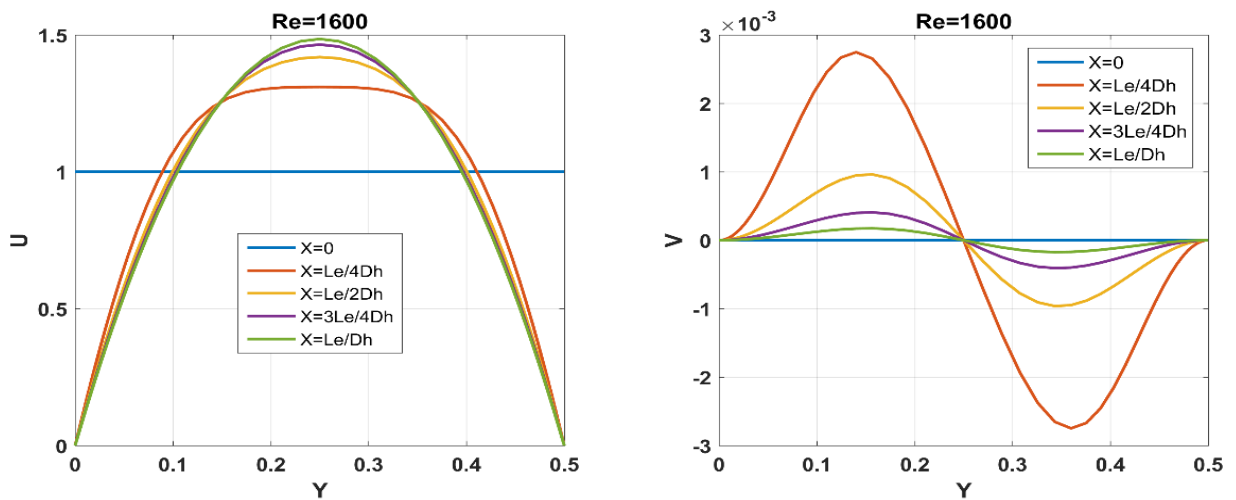


Figure III.8: Profils de vitesse pour $Re = 1600$

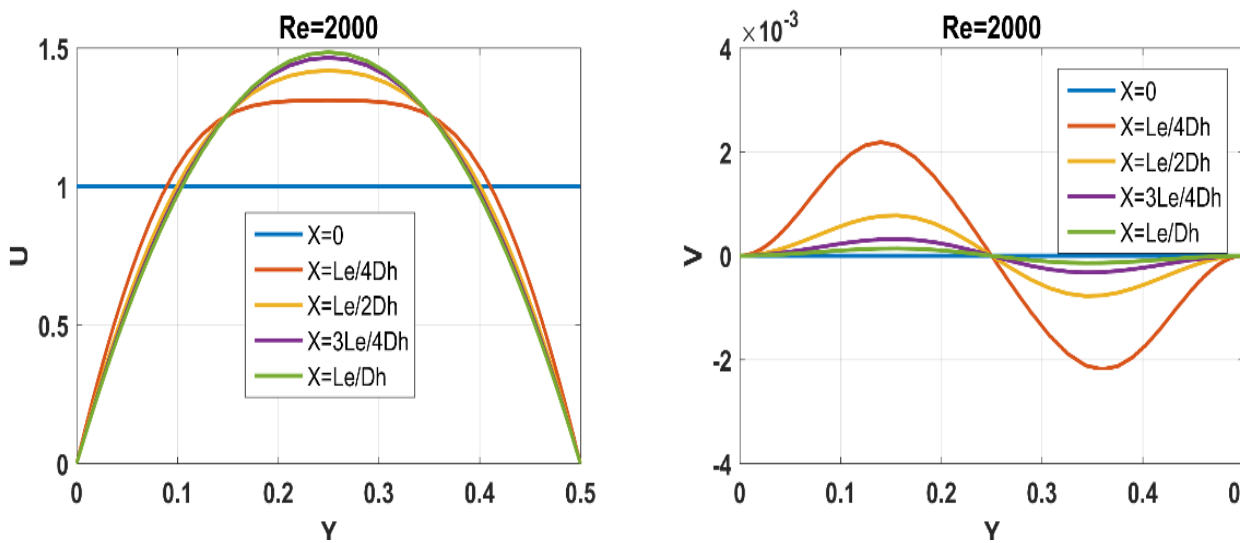


Figure III.9: Profils de vitesse pour $Re = 2000$

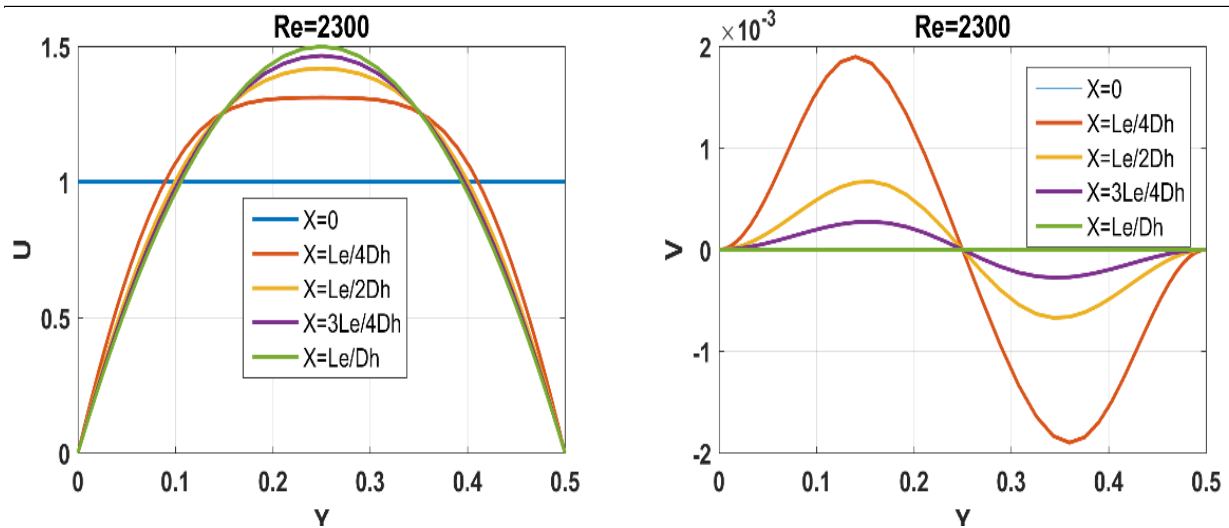


Figure III.10: Profils de vitesse pour $Re = 2300$

La vitesse transversale V à l'entrée est nulle, puis son profil subit également une distorsion sauf aux parois de la conduite dû à la condition d'adhérence, et sur l'axe de la conduite en raison de la symétrie. Etant donné qu'une certaine quantité de fluide s'échappe de la couche limite vers la zone centrale de l'écoulement où le frottement est nul, on obtient des vitesses positives dans le demi-domaine inférieur ($0 < y < h/2$) et des vitesses négatives dans le demi-domaine supérieur ($h/2 < y < h$). Eventuellement, la vitesse transversale diminue progressivement jusqu'à devenir nulle à partir de la position correspondante à la longueur d'établissement $X = \frac{L_e}{D_h}$.

III.3. Longueur d'établissement :

Comme il a été indiqué auparavant, la longueur d'établissement dynamique n'est en fonction que du nombre de Reynolds. En se basant sur l'approche analytique suggérant que la diffusion axiale est négligeable devant celle transversale (ce qui est juste pour $Re \gg 1$), on peut démontrer que la relation entre la longueur d'établissement et le nombre de Reynolds est linéaire, ce qui a été largement adopté dans plusieurs travaux antérieurs [31]. D'autre part, les travaux numériques qui ont résolu les équations de Navier-Stokes sans simplification, ont trouvé que la longueur d'établissement est en effet linéairement proportionnelle au nombre de Reynolds lorsqu'il est relativement élevé, cependant, cette longueur est indépendante du nombre de Reynolds pour les écoulements rampants ($Re \ll 1$) ; donc pour regrouper les deux comportements dans une seule relation, ils ont proposé une corrélation non-linéaire [32].

Dans ce mémoire, nous avons présenté nos résultats numériques sous les deux corrélations précitées à l'aide du logiciel OriginPro8, pour que le lecteur puisse utiliser celle qui lui semble la plus adéquate, à savoir :

Chapitre III : Résultats et discussion

$$\frac{L_e}{D_h} = 0.011Re_{D_h} + 0.2329 \quad (\text{III.1})$$

$$\frac{L_e}{D_h} = \left[0.2884^{1.123} + (0.01103Re_{D_h})^{1.123} \right]^{\frac{1}{1.123}} \quad (\text{III.2})$$

Les erreurs relatives produites par ces deux corrélations sont respectivement 28.86 % et 16.31 %. L'erreur produite par la corrélation linéaire peut être réduite d'avantage si on utilise seulement les résultats correspondant aux nombres de Reynolds relativement élevés ($Re > 10$, intervalle plus intéressant dans la pratique) comme le montre la figure (III.11).

Tableau III. 1 : Comparaison entre les résultats numériques et les corrélations (III.1) et (III.2)

Re_{D_h}	L_e/D_h		
	Résultats numériques	Equation (III.1)	Equation (III.2)
0.001	0.3274	0.2329	0.2884
0.01	0.3274	0.2330	0.2884
0.1	0.3274	0.2340	0.2889
1	0.3274	0.2439	0.2950
10	0.3479	0.3429	0.3742
30	0.4955	0.5629	0.5742
50	0.6734	0.7829	0.7833
75	0.9594	1.0579	1.0494
100	1.2434	1.3329	1.3183
150	1.8183	1.8829	1.8601
200	2.3725	2.4329	2.4049
300	3.5188	3.5329	3.4986
400	4.6137	4.6329	4.5952
500	5.7204	5.7329	5.6933
750	8.4897	8.4829	8.4422
1000	11.2338	11.2329	11.1939
1250	14.0154	13.9829	13.9470
1500	16.7668	16.7329	16.7010
1750	19.4711	19.4829	19.4556
2000	22.1632	22.2329	22.2106
2300	25.5310	25.5329	25.5170

La figure (III.11) montre la variation de la longueur d'établissement en fonction de Reynolds, dont on peut constater que dans l'intervalle du nombre de Reynolds entre 0,001 et 10, la

longueur d'établissement est presque invariable, puis elle augmente quasi linéairement lorsque le nombre de Reynolds augmente.

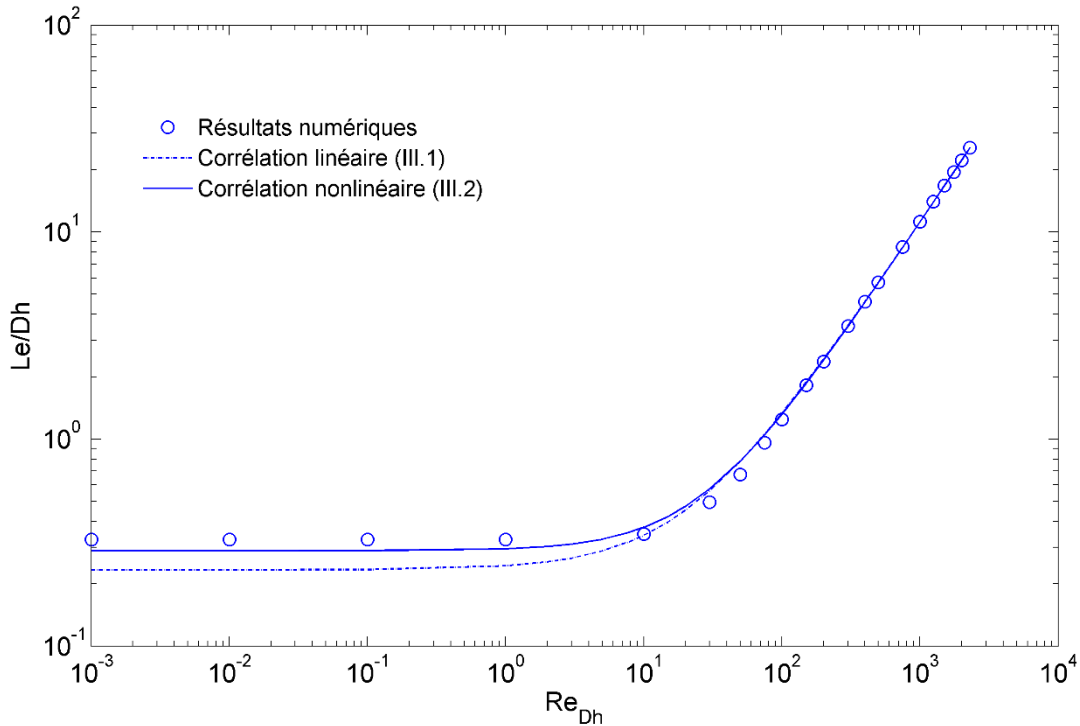


Figure.III.11 : Variation de longueur d'établissement en fonction de Reynolds

III.4. Validation avec des corrélations dans la littérature :

Dans ce qui suit, on va entamer une comparaison entre les résultats obtenus par la présente investigation et ceux rencontrés dans la littérature [31-32]. Mais tout d'abord, il est important de signaler que la longueur de référence dans la littérature est H et non pas $D_h = 2H$ (d'après la définition du diamètre hydraulique) dans le rapport de la longueur d'établissement et également dans l'expression du nombre de Reynolds. Et cela peut conduire à une extrapolation involontaire et incorrecte en dehors de l'intervalle laminaire. Par conséquent, en vue de réaliser une étude comparative fiable, on doit apporter des modifications sur les corrélations des références [31-32], telles que :

$$\frac{L_e}{H} = 2 \frac{L_e}{D_h} \quad \text{et} \quad Re_H = \frac{1}{2} Re_{D_h}$$

Ce qui conduit aux expressions suivantes :

Chapitre III : Résultats et discussion

$$\frac{L_e}{D_h} = 0.3125 + 0.011Re_{D_h} \quad (\text{Atkinson et al.}) \quad (\text{III.3})$$

$$\frac{L_e}{D_h} = \left[0.3155^{1.6} + (0.01105Re_{D_h})^{1.6} \right]^{\frac{1}{1.6}} \quad (\text{Durst et al.}) \quad (\text{III.4})$$

$$\frac{L_e}{D_h} = \left[0.177^{2.2} + (0.0108Re_{D_h})^{2.2} \right]^{\frac{1}{2.2}} \quad (\text{Joshi et Vinoth}) \quad (\text{III.5})$$

$$\frac{L_e}{D_h} = -0.0545 + 0.0108Re_{D_h} + 0.2315e^{-0.04Re_{D_h}} \quad (\text{Joshi et Vinoth}) \quad (\text{III.6})$$

Tableau III.2: Comparaison entre le présent travail et les travaux antérieurs

Re_{D_h}	L_e/D_h				
	Atkinson et al. Eqn. (III.3)	Durst et al. Eqn. (III.4)	Joshi et Vinoth Eqn. (III.5)	Joshi et Vinoth Eqn. (III.6)	Présent travail
0.001	0.3125	0.3155	0.1770	0.1770	0.3274
0.01	0.3126	0.3155	0.1770	0.1770	0.3274
0.1	0.3136	0.3155	0.1770	0.1772	0.3274
1	0.3235	0.3164	0.1772	0.1787	0.3274
10	0.4225	0.3511	0.2020	0.2087	0.3479
30	0.6425	0.4990	0.3605	0.3392	0.4955
50	0.8625	0.6842	0.5606	0.5168	0.6734
75	1.1375	0.9352	0.8228	0.7670	0.9594
100	1.4125	1.1957	1.0891	1.0297	1.2434
150	1.9625	1.7294	1.6256	1.5661	1.8183
200	2.5125	2.2708	2.1640	2.1056	2.3725
300	3.6125	3.3629	3.2425	3.1855	3.5188
400	4.7125	4.4603	4.3217	4.2655	4.6137
500	5.8125	5.5603	5.4013	5.3455	5.7204
750	8.5625	8.3152	8.1008	8.0455	8.4897
1000	11.3125	11.0733	10.8006	10.7455	11.2338
1250	14.0625	13.8329	13.5004	13.4455	14.0154
1500	16.8125	16.5933	16.2004	16.1455	16.7668
1750	19.5625	19.3542	18.9003	18.8455	19.4711
2000	22.3125	22.1154	21.6003	21.5455	22.1632
2300	25.6125	25.4292	24.8402	24.7855	25.5310

Le tableau (III.2) ci-dessus montre que les résultats sont globalement en bon accord, et dont les résultats numériques de cette étude se situent généralement entre ceux issus de la corrélation

d'Atkinson et al. et de la corrélation de Durst et al. Par rapport à ceux-ci, les résultats issus de Joshi et Vinoth sont légèrement inférieurs pour les nombres de Reynolds relativement élevés, et ils dépassent à peine la moitié pour les nombres de Reynolds faibles.

III.5. Conclusion :

Dans ce dernier chapitre, nous avons présenté nos résultats en termes de profils de vitesse et de longueur d'établissement pour différentes valeurs du nombre de Reynolds. Nous avons proposé par la suite des corrélations reliant les deux derniers paramètres et également effectué une comparaison de nos résultats avec ceux obtenus par d'autres chercheurs. L'analyse et la comparaison des différents travaux montrent la bonne conduite de notre méthodologie durant la réalisation de ce travail.

Conclusion Générale

Conclusion Générale

L'objectif de ce travail est de déterminer la longueur d'établissement dynamique entre deux plans parallèles avec une largeur infinie, en régime d'écoulement laminaire. Pour atteindre cet objectif, on a traité cette problématique en trois principaux chapitres. Après avoir mentionné quelques généralités et notions fondamentales sur les types d'écoulement des fluides, leurs propriétés physiques et les régimes d'écoulement, on a présenté un bref exposé sur quelques travaux antérieurs qui se sont intéressés à la longueur d'établissement dans les conduites. Ensuite, on a mis en équation le problème en question, puis on a appliqué la méthode des volumes finis pour le résoudre et finalement développé un code de calcul en utilisant Matlab. En vue d'obtenir une bonne précision on a utilisé un maillage raffiné près des parois solides et près de l'entrée de la conduite.

Les résultats obtenus étaient tout d'abord sous forme de courbes qui montrent l'évolution des profils de vitesses dans cinq positions différentes le long de la conduite et pour différentes valeurs de Reynolds comprises entre 0,001 et 2300.

L'étude a abouti à deux modèles mathématiques pour calculer la longueur d'établissement dynamique rapporté au diamètre hydraulique L_e/D_h , et qui sont décrites par les équations (III.1) et (III.2) montrant une concordance acceptable avec les résultats numériques obtenus telle que montrée par la figure (III.11). Pour la validation des résultats, on a effectué une comparaison avec des travaux similaires, dont les plus importants sont de Atkinson et al. [32], Durst et al. [31] et Joshi et Vinoth [32].

Comme perspective, on suggère d'approfondir cette étude théorique en s'intéressant aux écoulements turbulents entre deux plans parallèles, car ce régime d'écoulement est le plus rencontré, soit dans la nature ou encore dans l'industrie.

Références bibliographiques

Références bibliographiques

- [1] S.Bessoltane, I.Saidi, Simulation numérique d'un écoulement à travers un élargissement brusque, mémoire de master, Université de Mostaganem, 2020.
- [2] B.Guelailia, S. Merebet, Simulation numérique d'un écoulement laminaire autour d'un cylindre avec rainure, mémoire de master, Université de Tiaret, 2019.
- [3] M. Aguerri, Mécanique des Fluides Théorie et Applications, Polycopié de Cours destiné aux étudiants de 2^{ième} année Licence, Université de Tiaret, 2015.
- [4] K. Djafour. A. Ait Moussa, Modélisation de la turbulence : cas de l'écoulement sur plaque plane, Mémoire de master, Université Tizi-Ouzou, 2019.
- [5] I.Baaisa, Evaluation du coefficient de transfert convectif « h » entre une surface plane et un fluide en écoulement liquides et gaz, mémoire de master, Université de Biskra, 2019.
- [6] B.Ounadi, Simulation numérique d'un écoulement dans un canal de compresseur mono -étage, Université Tizi-Ouzou, 2011.
- [7] M. Berbas, Couche limite dynamique sur une surface plane, contrôle de l'épaisseur et de frottement pariétal, mémoire de master, Université de Biskra, 2020.
- [8] R.Ouziaux, J.Perrier, Mécanique des fluides Appliquées, Edition Dunod, Paris, 1998.
- [9] S.Youcefi, Mécaniques des Fluides I, Cours et Applications, Université d'Oran, 2017.
- [10] B.Baymond, Manuel du Mécanicien et du thermicien, 1977.
- [11] S.Candel, M.Barrère, Mécanique des fluides, polycopies de cours, Université de Lille, France, 2001.
- [12] https://tech-alim.univ-lille.fr/intro_gia/co/ch03_01.html, site web, consulté en Décembre 2023.
- [13] R. Comolet, J.C. Bonnin, Mécanique expérimentale des fluides, Edition Masson, 1986.
- [14] J.C Vittoz., K.Appert, L.Muschiatti, Solution numérique d'une équation de continuité, Travail publier au centre de recherche en physique des plasma, Ecole polytechnique de Lausanne, Suisse, 1980.

Références bibliographiques

- [15] S.Klaleche, A.Madjour, Simulation numérique de la convection forcée entre deux disques en présence d'un nano-fluide, Mémoire de Master, Université de Tizi-Ouzou, 2015.
- [16] C.Mahboub, Etude des phénomènes de transfert thermique dans les échangeurs de la chaleur destinés aux applications solaires, Thèse de doctorat, Université de Biskra, 2016.
- [17] <https://researchgate.net/publication/> Intensification des échanges thermiques convectifs par micro-structuration de l'interface, site web consulté en Décembre 2023
- [18] C.Mahboub, Mécanique des fluides approfondi, cours de master I, option énergétique, Université de Biskra, 2019.
- [19] <https://orgue-bernard.blog4ever.com/les-couches-limites>, site web consulté le 07/12/2023.
- [20] T.Messai Mécanique des fluides, cours de couches limites, Université de Bouira , 2020.
- [21] https://fr.wikipedia.org/wiki/Couche_limite, site web consulté en décembre 2023.
- [22] G.Bellakhal, cours de mécanique des fluides, Ecole nationale d'ingénieurs de Tunis, 2016.
- [23] B.Higgins, Physics and Engineering, University of California, Davis, 2022.
- [24] <https://images.app.goo.gl/UsjJhBWQBjKJ2Jsc8>, site web consulté en Janvier 2024.
- [25] L.Hassinet, Etude de L'écoulement Laminaire dans un mini canal par La méthode des volumes finis, Thèse de doctorat, Université de Batna 2, 2008.
- [26] B.R.Musons Wade W. Huebsch, Fundamentals of Fluids Mechanics, Munson edition, 1940.
- [27] S.Amjad, Représentation du profil de vitesse pour des écoulements turbulents pleinement développés dans des tuyaux, une loi de puissance modifiée. Fluids, 6(10) 369-375, 2021.
- [28] A. Hada, K.Ghuerfi, Réduction de frottement dans une couche limite au moyen des Riblets, Mémoire de Master, Université d'El-Oued, 2017.
- [29] J.Padet, Fluides en écoulement méthodes et modèles, Edition Masson, 1991.
- [30] G.Compte-Bellot,A, Craya, Ecoulement turbulent entre deux parois parallèles, édité par le service de documentation scientifique et technique de l'armement, Paris, 1965.

Références bibliographiques

- [31] F. Durst, S Ray, B Ünsal, OA Bayoumi, The Development Lengths of Laminar Pipe, J. Fluids Eng, 127(6), 1154-1160, 2005.
- [32] Y.Joshi, ,B.R. Vinoth (February 14, 2018). Entry Lengths of Laminar Pipe and Channel Flows." ASME. J. Fluids Eng, 140(6), 061203, 2018.
- [33] G.Ferreira , A.Sucena, L. L. Ferrás F.T. Pinho, and A. M. Afonso, Hydrodynamic entrance length for laminar flow in microchannels with Rectangular cross section, Fluids, 6(7), 240, 2021.
- [34] J.Chidamoio, F.Akanji, L.Rafati, R. Effect of length-to diameter ratio on axial velocity and hydrodynamic entrance length in air-water two-phase flow in vertical pipes, Journal of Oil, Gas and Petrochemical Sciences, 1(1), 18-24, 2017.
- [35] A.Klaus,T.Steve, Computational fluid dynamics volume I, A publication of engineering education system,4edition,Wichita,Kansas,67208-1078,USA.
- [36] L. Madaoui, M. Messaoudi, Etude numérique de transfert de chaleur d'un écoulement de fluide dans un canal cylindrique, Mémoire de master, Université de Ouargla, 2019.