



Université Mohamed Khider de Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Mécanique

MÉMOIRE DE MASTER

Domaine : Sciences et Techniques

Filière : Génie Mécanique

Spécialité : Energétique

Réf. : Entrez la référence du document

Présenté et soutenu par :

Guerraiche Ikram

Le : mardi 11 juin 2024

Etude hydrodynamique et thermique d'un écoulement d'un fluide dans une cavité avec un corps chauffé à l'intérieur

Jury :

Dr	Guerbaai Salah	MCA	Université de Biskra	président
Dr	Aliouali Abdelwahed	MCA	Université de Biskra	Rapporteur
Dr	Zellouf Miloud	MCA	Université de Biskra	Examineur

Année universitaire : 2024



Remerciement

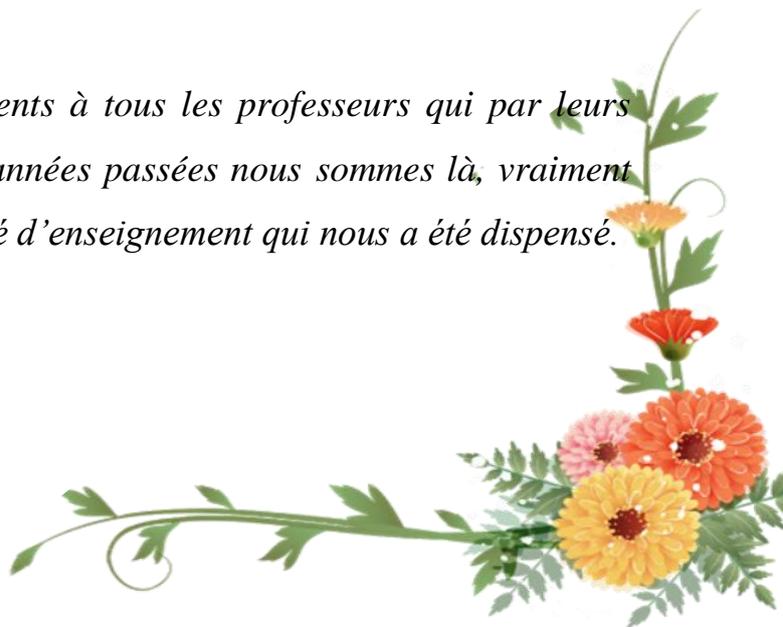
*Je tiens tout d'abord à remercier **Dieu** le tout puissant et miséricordieux, qui m'a donné la force et la patience d'accomplir ce travail.*

*J'adresse mes remerciements les plus sincères à mon encadreur **ALI OU ALI Abd El Wahed** pour m'avoir fait confiance, Je tiens également à vous exprimer ma profonde reconnaissance et ma gratitude pour ses conseils.*

*Je exprime mon profonde gratitude et respectueuse reconnaissance à mon Monsieur **GUERBAAI Salah** pour son encadrement, conseils et sacrifices afin de donner le meilleur et pour son suivi durant la période de préparation de notre mémoire d'afin d'étude. Ses conseils ont été inestimables et ont contribué à ma réussite, c'est un professeur en or.*

*Je tiens à exprimer mes sincères remerciements aux membres du jury **Salah GUERBAAI** et **ZELLOUF Miloud** qui m'ai fait l'honneur d'accepter de jurer mon travail.*

J'adresse mon sincère remerciements à tous les professeurs qui par leurs conseils et leurs efforts durant tous les années passées nous sommes là, vraiment un grand remerciement pour leurs qualité d'enseignement qui nous a été dispensé.





Dédicace



En témoignage d'amour et d'affection, je dédie ce modeste travail avec une grande fierté à tous ceux qui me sont chers :

** Mon très cher père qui peut être fier et trouver ici le résultat de longues années de sacrifices et de privations pour m'aider à avancer dans la vie.*

** Ma très chère mère qui a œuvré pour ma réussite, de par son amour, son soutien, tous les sacrifices consentis et ses précieux conseils, pour toute son assistance et sa présence dans ma vie.*

« Que Dieu vous protège et que la réussite soit toujours à ma portée pour que je suis puisse vous combler de bonheur ».

** À mes chers frères **Achref, Isslem, Oussama et ihsen**, je prie pour la réussite d'Isslem et Oussama au BAC et BEM.*

** À mes sœurs **Hidaya, Assma et Takouwa** que j'aime beaucoup puisse Dieu leur donne santé, bonheur et réussite.*

** À mon cher grand-père, j'aurais aimé que tu me félicites pour l'obtention de mon diplôme, car je m'intéressais à mon domaine d'études. Mais comme le destin l'a voulu, que Dieu ait pitié de vous et vous accorde le paradis.*

** À ma grand-mère bien-aimée, que Dieu te protège et prolonge ta vie, un morceau de mon cœur.*

** À toute ma famille **Guerraiche**.*

** À mes chères amies : **Chaima, Baya Takija, Maroua, Sofia**.*



Résumé:

Le problème de la convection mixte dans une cavité avec paroi mobile en présence d'un bloc chauffé est formulé et étudié numériquement. Différents emplacements concentriques du bloc chauffé ont été pris en compte. Les équations différentielles de conservation de la masse, de quantité de mouvement et de l'énergie, traduisant le phénomène physique, ont été intégrées et discrétisées en utilisant la méthode des volumes finis. Les paramètres de contrôle du problème que ça soit géométrique ou physique sont la position du bloc, le nombre de Reynolds, le nombre de Grashof et le nombre de Richardson. Pour ce faire, nous avons choisi d'étudier trois cas de d'emplacement du bloc chauffé. Nous avons analysé l'influence des propriétés thermo-physiques sur la variation des grandeurs thermiques (champs des températures, nombre de Nusselt) et sur les grandeurs dynamiques (champs de vitesses).

Mots clés:

Cavité à paroi mobile, convection mixte, bloc chauffé, méthode des volumes finis.

Abstract:

The problem of mixed convection in lid driven cavity in the presence of a heated block is formulated and studied numerically. Different concentric locations of the heated block have been considered. The differential equations of conservation of mass, momentum and energy, translating the physical phenomenon, have been integrated and discretized using the finite volume method. The control parameters of the problem, whether geometric or physical, are the position of the block, the Reynolds number, the Grashof number and the Richardson number. To do this, we chose to study three cases of heated block location. We analyzed the influence of thermo-physical properties on the flow (velocity fields) and heat transfer (temperature fields, Nusselt number).

Keyword:

Lid driven cavity, mixed convection, heated block, finite volume method.

الملخص:

تمت صياغة مشكلة الحمل الحراري المختلط في تجويف بجدار متحرك في وجود كتلة ساخنة متخذة عدة مواقع حسب كل حالة في وسط التجويف ودراستها عددياً. تم تكامل المعادلات التفاضلية لحفظ الكتلة وكمية الحركة والطاقة، التي تترجم الظاهرة الفيزيائية، وتمت كتابتها على الشكل الجبري باستخدام طريقة الأحجام المحدودة. تتمثل المعلمات التي تتحكم في المسألة، سواء كانت هندسية أو فيزيائية، في موضع الكتلة، وعدد رينولدز، وعدد غراشوف وعدد ريتشاردسون. للقيام بذلك،

اخترنا دراسة ثلاث حالات لموقع الكتلة الساخنة. قمنا بتحليل تأثير الخواص الفيزيائية- الحرارية على تباين الكميات الحرارية (مجال درجة الحرارة، عدد نوسيلت) وعلى الأبعاد الديناميكية (مجال السرعة).

الكلمات المفتاحية :

تجويف بغطاء متحرك، الحمل الحراري المختلط، حاجز مسخن، طريقة الأحجام المحدودة.

TABLE DES MATIERE

Remerciement
Dédicaces
Résumé
Table des matière..... I
Nomenclature.....IV
Liste des figures.....VII
Liste des tableaux.....IX
Introduction générale..... 1

Chapitre I : Généralités et revue bibliographique

I.1. Introduction.....3
I.2. Généralité sur le transfert de chaleur3
 I.2.1. Modes du transfert de chaleur:3
 I.2.1.1. Transfert de Chaleur par Conduction3
 I.2.1.2. Transfert de chaleur par convection4
 I.2.1.3. Le transfert thermique par rayonnement5
I.3. Notion sur les écoulements dans les cavités5
 I.3.1. Modèles d'écoulement dans les cavités6
 I.3.1.1. Écoulement laminaire6
 I.3.1.2. Écoulement tourbillonnaire6
 I.3.1.3. Écoulement oscillant.....6
 I.3.1.4. Écoulement chaotique.....6
 I.3.1.5. Écoulement stationnaire6
I.4. Recherche bibliographique6

Chapitre II: Formulation mathématique

II.1. Position du problème 18
II.2. Hypothèse simplificatrices 18
II.3. Equations gouvernantes 18

II.4. Formulation mathématique 19

II.5. Equations gouvernantes adimensionnelles 20

II.6. Conditions aux limites 20

II.7. Signification des nombres adimensionnels 21

 II.7.1. Le nombre de Grashof 21

 II.7.2. Le nombre de Prandtl 22

 II.7.3. Le nombre de Reynolds 22

 II.7.4. Nombre de Richardson 22

II.8. Le nombre de Nusselt 23

II.9. Evaluation de la fonction de courant 23

Chapitre III: Méthode de résolution numérique

III.1. Introduction..... 25

III.2. Rappels de la méthode des volumes finis 25

III.3. Maillage 26

III.4. Forme générale de l'équation de transport 27

III.5. La discrétisation 28

III.6. Les schémas de discrétisation 30

 III.6.1. Les coefficients diffusif D et convectif F pour chaque interface 31

III.7. Algorithme SIMPLE 32

Chapitre IV: Résultats et discussions

IV.1. Validation 38

IV.2. Les résultats et discussions 40

 IV.2.1. Le premier cas « Position centrale du bloc » : 40

 IV.2.2. Le deuxième cas « Le bloc est proche de la paroi verticale gauche de la cavité » 43

 IV.2.3. Le troisième cas « le bloc est proche de la paroi verticale droite de la cavité » 45

Conclusion générale	45
Références bibliographiques	46

NOMENCLATURE :

Symboles :

Symboles	Désignation	Unité
B	La hauteur du bloc chauffé	M
C_p	Chaleur spécifique du fluide à pression constante	$J.Kg^{-1}.K^{-1}$
G	Accélération de pesanteur	$m.s^{-2}$
Gr	Nombre de Grashof.	/
H	Hauteur de la cavité	M
h	Coefficient de transfert de chaleur par convection	$w.m^{-2}.K^{-1}$
k	La conductivité thermique	$w.K^{-1}.m^{-1}$
L	Largeur de la cavité	M
Nu	Nombre de Nusselt.	/
Nu_{moy}	Nombre de Nusselt moyen	/
p	Pression dimensionnelle	Pa
P	Pression adimensionnelle	/
P'	La valeur estimée de pression	Pa
P^*	La valeur corrigée de pression	Pa
Pr	Nombre de Prandlt	/
Re	Nombre de Reynolds	/
Ri	Nombre de Richardson	/
S_\emptyset	Terme source	/
T	Température dimensionnelle	K
T_c	Température de la paroi chaude	K
T_0	Température de la paroi froide	K
u_0	Vitesse de déplacement de la paroi	$m.s^{-1}$
u, v	Composantes du vecteur vitesse dimensionnelle	$m.s^{-1}$
U, V	Composantes adimensionnelles du vecteur vitesse	/
u', v'	Les valeurs corrigées de la vitesse	$m.s^{-1}$
u^*, v^*	Les valeurs estimées de la vitesse	$m.s^{-1}$
x, y	Les coordonnées cartésiennes	M

X, Y Les coordonnées cartésiennes adimensionnelles /

Symboles Grecs :

A	Diffusivité thermique	$m^2 \cdot s^{-1}$
B	Coefficient de dilatation thermique a pression constante	K^{-1}
γ	Viscosité cinématique	$m^2 \cdot s^{-1}$
μ	Viscosité dynamique	$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$
ρ	Masse volumique	$kg \cdot m^{-3}$
ϕ	Flux de chaleur transmis par conduction	W
Γ	Coefficient de diffusion	$m^2 \cdot s^{-1}$
σ	Constante de Stefan-Boltzmann	$W \cdot m^{-2} \cdot k^{-4}$

LISTE DES FIGURES

Chapitre I : Généralités et revue bibliographique

Figure I.1 Schéma du transfert de chaleur convectif.....	4
Figure I.2 Modèle géométrique étudié par John M. House et al 1990.....	7
Figure I.3 Modèle géométrique étudié par S.Z. Shuja et al 2009.....	8
Figure I.4 Modèle géométrique étudié par V. Sivakumar et al 2010.....	8
Figure I.5 Modèle géométrique étudié par Md. Mustafizur Rahman et al 2011.....	9
Figure I. 6 Schéma du problème étudié par Khudheyer S et al 2011.....	9
Figure I.7 Configuration d'un cas d'emplacement du cylindre chauffé dans la cavité Ali J. Chamkha et al 2011.....	10
Figure I.8 Géométrie étudiée par Akand W. Islam et al 2012.....	10
Figure I.9 Modèle physique étudié par Noura BEN MANSOUR et al 2015.....	11
Figure I.10 Domaine physique étudié par Zoubair Boulahia et R. Sehaqui 2016.....	12
Figure I.11 Domaine physique étudié par Zoubair Boulahia et R. Sehaqui 2016.....	12
Figure I.12 Configuration schématique du problème étudié par Khalil Khanafer et al 2017.....	13
Figure I.13 Modèle physique étudié par Ameer Ahamad Nandalur et al 2018.....	14
Figure I.14 Modèle physique étudié par A. S. Dogonchi et al 2019.....	14
Figure I.15 Modèle physique étudié par Tahar Tayebi et al 2020.....	15
Figure I.16 Schéma de l'enceinte cavitaire étudiée par Asma Ouahouah et al 2020.....	16
Figure I.17 Schéma de la configuration étudiée par Yang Zhang et al 2023.....	16

Chapitre II Formulation mathématique

Figure II.1 Schéma représentant les cas traités et les conditions aux limites.....	18
--	----

Chapitre III : Méthode de résolution numérique

Figure III.1 Volume de contrôle bidimensionnel.....	26
Figure III.2 Schéma représentant le maillage décalé vers la droite et vers le haut.....	27

Figure III.3 L'algorithme simple.....36

Chapitre IV : Résultats et discussions

Figure IV.1 Les lignes de courant pour différentes valeurs du nombre de Ri et pour $Re = 10^3$. 38

Figure IV.2 Les Isothermes pour différentes valeurs du nombre de Ri et pour $Re = 10^3$39

Figure IV.3 Profil de vitesse U pour différents nombres de Richardson.39

Figure IV.4 Profil de vitesse V pour différents nombres de Reynolds40

Figure IV.5. Les lignes de courant et les isothermes de 1^{re} cas pour différent nombre de Richardson.....41

Figure IV.6 Profil de vitesse U et V de 1^{re} cas pour différents nombres de Richardson42

Figure IV.7 Evolution du Nusselt locale sur les parois du bloc chauffé de 1^{er} cas pour différent valeurs des nombres de Richardson.42

Figure IV.8 Evolution du Nusselt moyen sur les parois du bloc chauffé de 1^{er} cas pour différent valeurs des nombres de Richardson.42

Figure IV.9 Les lignes de courant et les isothermes du 2^{ème} cas pour différent nombre de Richardson.....43

Figure IV.10 Profil de vitesse U et V de 2^{ème} cas pour différents nombres de Richardson44

Figure IV.11 Evolution du Nusselt locale sur les parois du bloc chauffé de 2^{ème} cas pour différent valeurs des nombres de Richardson.45

Figure IV.12 Evolution du Nusselt moyen sur les parois du bloc chauffé de 2^{ème} cas pour différent valeurs des nombres de Richardson.45

Figure IV.13 Les lignes de courant et les isothermes de 3^{ème} cas pour différent nombre de Richardson.....46

Figure IV.14 Profil de vitesse U et V de 3^{ème} cas pour différents nombres de Richardson ...47

Figure IV.15 Evolution du Nusselt locale sur les parois du bloc chauffé de 3^{ème} cas pour différent valeurs des nombres de Richardson.47

Figure IV.16 Evolution du Nusselt moyen sur les parois du bloc chauffé de 3^{ème} cas pour différent valeurs des nombres de Richardson.....47

LISTE DES TABLEAUX

Tableau II-1 Conditions aux limites sous formes adimensionnelles.....21

Tableau III-1 Les différents termes de l'équation de transport.28

Tableau III-2 Les coefficients a_E , a_w , a_n et a_s pour différents schémas.31

Introduction générale



Introduction générale :

L'étude des écoulements des fluides et le transfert thermique dans les enceintes ont attiré l'attention de plusieurs chercheurs en raison de sa grande importance dans le domaine de l'industrie et des technologies. Le transfert se manifeste sous diverses formes (rayonnement, conduction et convection), cette dernière est la plus visée dans certains domaines bien spécifiés tels que le refroidissement des processeurs et des composantes électroniques, les radiateurs et les échangeurs de chaleurs, etc...

La convection est une mode de transport d'énergie par l'action combinée de la conduction, de l'accumulation de l'énergie et du mouvement du milieu. La convection est le mécanisme le plus important de transfert d'énergie entre une surface solide et un fluide. De nombreuses études sur l'écoulement et le transfert de chaleur dans des cavités à frontière mobile impliquant diverses combinaisons de configurations de cavité, divers fluides et gradients de température imposés ont été fréquemment publiées dans la littérature. Dans les applications d'ingénierie, les géométries qui apparaissent sont cependant plus compliquées qu'une simple enceinte remplie d'un fluide convectif. La configuration géométrique d'intérêt réside dans la présence de corps confiné dans l'enceinte à des différentes positions.

Le présent document s'organise en plusieurs chapitres présentés dans la suite :

Le premier chapitre est consacré à la revue bibliographique couvrant différentes études analytiques et numérique du transfert de chaleur dans les cavités en présence des corps à l'intérieur. Le deuxième chapitre est réservé à la formulation théorique du problème, les équations de conservation sous forme dimensionnelle et adimensionnelle ainsi que les conditions aux limites pour chaque cas sont présentées. Le choix de la méthode et la procédure de résolution dont le parcours passe par le maillage, la discrétisation et l'utilisation de l'algorithme de SIMPLE pour le couplage pression-vitesse et l'utilisation de la méthode TDMA pour la résolution des systèmes tri-diagonaux sont résumés dans le troisième chapitre.

Le dernier chapitre est réservé à la validation du code de calcul et les principaux résultats numériques de cette étude paramétrique.

Enfin nous avons terminé ce travail par une conclusion générale qui résume les principaux résultats obtenus et les perspectives à venir que nous espérons réaliser ultérieurement.

Chapitre I :
Généralités et revue
bibliographique



I.1. Introduction :

Ce chapitre sera consacré à la présentation des généralités sur les différents modes de transferts de chaleur ainsi qu'à des notions sur l'écoulement dans les cavités. Par la suite, une recherche bibliographique sur les principaux travaux antérieurs qui ont porté sur l'étude des transferts convectifs dans les enceintes, et plus particulièrement dans les cavités avec présence des corps à l'intérieur.

I.2. Généralité sur le transfert de chaleur :

Le transfert de chaleur est le processus par lequel l'énergie thermique se déplace d'un corps à un autre ou d'une zone à une autre au sein d'un même corps. Il existe trois principaux modes de transfert de chaleur : la conduction, la convection et le rayonnement.

I.2.1. Modes du transfert de chaleur:

I.2.1.1. Transfert de Chaleur par Conduction :

La conduction est le mode de transfert de chaleur qui se produit au sein d'un matériau solide opaque, sans déplacement de matière. Ce phénomène est provoqué par une différence de température entre les différentes parties du matériau. La chaleur se propage alors par contact direct entre les particules du solide, les plus chaudes cédant leur énergie aux plus froides.

- **La loi de Fourier:**

Selon la loi de Fourier, la théorie de la conduction repose sur le fait que le flux de chaleur à travers un matériau est directement proportionnel au gradient de température dans ce matériau.

$$\vec{\phi} = -k \cdot S \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(T) \quad (\text{I.1})$$

Ou en termes algébriques :

$$\phi = -k \cdot S \cdot \frac{dT}{dx} \quad (\text{I.2})$$

Avec :

Le signe moins (-) provient d'une convention qui rend positif un flux de chaleur s'écoulant du chaud vers le froid dans le sens d'un gradient négatif.

I.2.1.2. Transfert de chaleur par convection :

La convection correspond à la transmission de chaleur entre un solide et un fluide (liquide ou gaz) lors du mouvement du fluide. L'énergie est transportée donc grâce au mouvement du fluide lui-même. La loi de Newton gouverne ce phénomène, selon laquelle le flux de chaleur est proportionnel à la différence de température entre la surface du solide et le fluide.

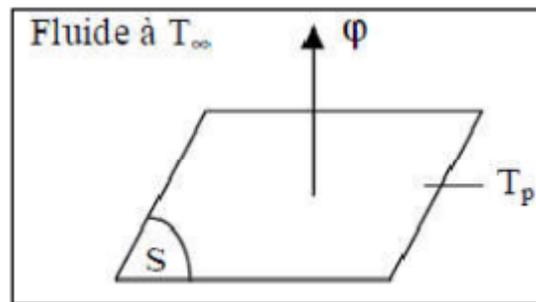


Figure I.1 Schéma du transfert de chaleur convectif [24].

$$\phi = h \cdot S(T_p - T_\infty) \quad (I.3)$$

Avec :

T_p : Température de la surface du solide (K).

T_∞ : Température du fluide (K).

Remarque :

La valeur du coefficient de transfert de chaleur par convection dépend de plusieurs facteurs, notamment la nature du fluide, sa température, sa vitesse et les caractéristiques géométriques de la surface solide en contact avec le fluide. En d'autres termes, h est influencé par des paramètres tels que la conductivité thermique du fluide, la viscosité, la densité, la rugosité de la surface, et l'angle d'incidence sur la surface de contact. Ces facteurs interagissent pour déterminer l'efficacité avec laquelle la chaleur est transférée entre la surface solide et le fluide environnant.

Trois types de convection sont distingués : la convection forcée, la convection naturelle (ou libre) et la convection mixte.

- **La convection forcée** : La convection forcée est le type de convection qui est provoquée par une force extérieure, comme un ventilateur ou une pompe. Cette force fait circuler le fluide, ce qui augmente le transfert de chaleur.
- **La convection naturelle (libre)** : est le type de convection qui se produit sans intervention extérieure. Elle est due aux différences de densité du fluide causées par les variations de température. Le fluide chaud, moins dense, monte, tandis que le fluide froid, plus dense, descend. Ce mouvement crée des courants de convection qui transportent la chaleur.
- **La convection mixte** : est le type de convection qui combine la convection naturelle et la convection forcée. Elle se produit souvent lorsque la convection naturelle est importante mais qu'elle est également influencée par une force extérieure.

I.2.1.3. Le transfert thermique par rayonnement :

Le rayonnement thermique se réfère au transfert de chaleur par le biais d'ondes électromagnétiques, comme la lumière visible ou les rayons infrarouges. Contrairement à la conduction et à la convection, le rayonnement ne nécessite pas de milieu matériel pour se propager.

- **La loi de Stefan-Boltzmann** : il énoncée en 1879, établit que la puissance totale émise par un corps noir est directement proportionnelle à la quatrième puissance de sa température absolue. Elle est représentée par l'équation suivante :

$$\Phi_N = \sigma \cdot S \cdot T^4 \quad (\text{I.4})$$

L'émitance pour un corps gris la loi de Boltzman s'écrit:

$$\Phi_{NN} = \varepsilon \cdot \Phi_N = \varepsilon \cdot \sigma \cdot S \cdot T^4 \quad (\text{I.5})$$

ε est l'émitance.

I.3. Notion sur les écoulements dans les cavités :

L'écoulement dans les cavités fait référence au mouvement d'un fluide à l'intérieur d'un espace confiné, tel qu'une cavité, une enceinte ou une chambre de forme irrégulière. Il est influencé par plusieurs facteurs, notamment la géométrie de la cavité, la vitesse du fluide, l'écart de températures entre les parois chaude et froide, les dimensions de la cavité (la géométrie de la

cavité) et l'angle d'inclinaison de la paroi chaude par rapport à l'horizontale. Ces caractéristiques peuvent conduire à des types d'écoulements variés tels que l'écoulement laminaire, tourbillonnaire, oscillant, chaotique ou encore stationnaire.

I.3.1. Modèles d'écoulement dans les cavités :

I.3.1.1. Écoulement laminaire :

Lorsque le fluide s'écoule de manière régulière et sans turbulences significatives à l'intérieur de la cavité. Cet écoulement est caractérisé par des lignes de courant fluides et des interactions douces avec les parois de la cavité.

I.3.1.2. Écoulement tourbillonnaire :

Des tourbillons peuvent se former à l'intérieur de la cavité, générant des structures tourbillonnaires complexes. Ces tourbillons peuvent être causés par des instabilités hydrodynamiques et des variations de pression à l'intérieur de la cavité.

I.3.1.3. Écoulement oscillant :

Certains types de cavités peuvent induire des oscillations périodiques du fluide à l'intérieur, généralement en réponse à des conditions d'entrée spécifiques ou à des interactions instationnaires avec les parois de la cavité.

I.3.1.4. Écoulement chaotique :

Dans les cavités de formes complexes, l'écoulement du fluide peut devenir chaotique, avec des trajectoires imprévisibles et une sensibilité aux conditions initiales. Ce type d'écoulement peut être difficile à modéliser et à prédire.

I.3.1.5. Écoulement stationnaire :

Lorsque le fluide à l'intérieur de la cavité maintient des trajectoires et des comportements relativement constants, sans changements significatifs dans le temps.

I.4. Recherche bibliographique :

L'écoulement des fluides et le transfert de chaleur dans une cavité entraînée par un couvercle impliquant diverses combinaisons de géométries de cavité, divers fluides et gradients de température imposés ont été fréquemment étudiés. **John M. House et al 1990 [1]** ont étudié numériquement l'influence de la présence d'un corps conducteur centré dans une cavité sur le

transfert de chaleur par convection naturelle (Figure I.2). L'analyse révèle que les processus d'écoulement du fluide et de transfert de chaleur sont régis par les nombres de Rayleigh et de Prandtl, le rapport de forme et le rapport entre la conductivité thermique du corps et celle du fluide. Les résultats sont présentés sous forme de lignes de courant, d'isothermes et de la variation du nombre de Nusselt. Le transfert de chaleur à travers l'enceinte, peut être amélioré par le corps ayant un rapport de conductivité thermique inférieur à l'unité. De plus, il atteint un minimum à mesure que la taille du corps augmente.

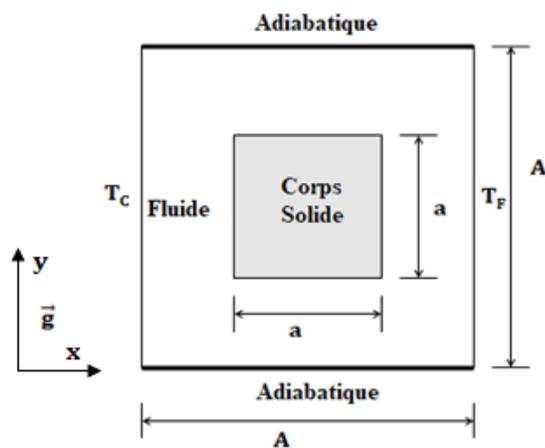


Figure I.2 Modèle géométrique étudié par John M. House et al 1990 [1]

S.Z. Shuja et al 2009 [2] ont mené une étude sur le transfert de chaleur dû à l'écoulement à travers deux blocs poreux situés dans une cavité carrée (Figure I.3). Les effets du flux de chaleur et de la porosité sur la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur dans la cavité sont examinés. Les simulations ont été réalisées avec l'utilisation de quatre flux de chaleur et trois porosités différentes. Les résultats de l'étude montrent que l'augmentation de la porosité des blocs améliore les échanges thermiques. L'augmentation de la porosité permet au fluide de pénétrer à travers les blocs poreux et de se mélanger avec le courant de convection en aval des blocs. De plus, l'augmentation du transfert de chaleur influe sur la structure de l'écoulement, avec une pression thermodynamique et un courant de convection naturelle devenant importants dans la cavité.

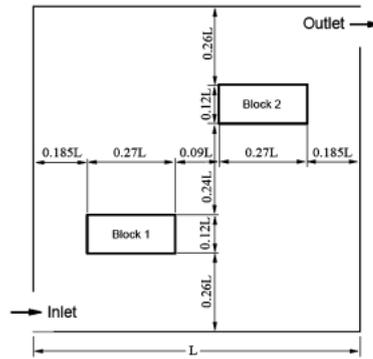


Figure I.3. Modèle géométrique étudié par S.Z. Shuja et al 2009 [2]

V. Sivakumar et al 2010 [3] ont effectué des travaux numériques et une analyse du transfert de chaleur par convection mixte dans des cavités dont une paroi est mobile, ceci pour différentes longueurs de la partie chauffante et à différents emplacements de celle-ci (Figure I.4). La paroi de gauche est soit chauffée entièrement ou partiellement à une température plus élevée, tandis que la paroi de droite est maintenue à une température plus froide. Trois longueurs différentes de la partie chauffante et trois emplacements différents de celle-ci sont utilisés dans les calculs. Alors que les parties restantes de la paroi gauche ainsi que les parois supérieure et inférieure de la cavité sont considérées adiabatiques. La résolution numérique est basée sur la méthode des volumes finis. Les résultats montrent que le taux de transfert de chaleur est amélioré lorsque la partie chauffante est réduite et son emplacement se trouve au milieu ou au sommet de la paroi chaude de la cavité.

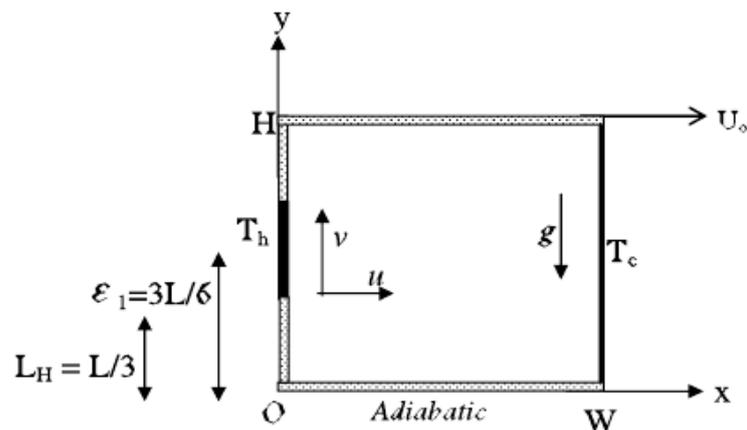


Figure I.4. Modèle géométrique étudié par V. Sivakumar et al 2010 [3].

Une analyse numérique de la convection mixte magnétohydrodynamique et du chauffage joule dans une cavité à paroi mobile avec un bloc carré conducteur a été présentée par Md. Mustafizur Rahman et al (2011) [4], (Figure I.5). Les résultats ont montré que la structure de

l'écoulement et la distribution de température dépendent fortement du paramètre magnétique, du paramètre de chauffage par effet Joule et de la taille du bloc interne dans la région de convection mixte pure.

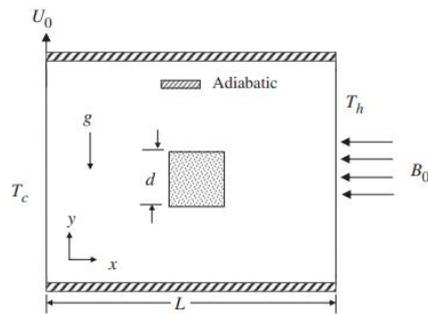


Figure I.5 Modèle géométrique étudié par Md. Mustafizur Rahman et al (2011) [4].

Khudheyer S et al 2011 [5] ont présenté une étude numérique concernant la convection naturelle laminaire à l'intérieur d'une cavité rectangulaire, contenant deux obstacles cylindriques (Figure I.6). Pour la résolution numérique ils utilisent le système de coordonnées curvilignes. Les équations aux dérivées partielles régissant le problème sont formulées avec les variables de fonction de courant et de vorticité. Les équations de vorticité et d'énergie sont résolues avec l'utilisation du schéma de différences alternatives (ADI) tandis que l'équation de la fonction du courant est résolue par une méthode itérative. La cavité étant chauffée différemment. L'analyse des résultats montre que les champs de vitesses de l'écoulement du fluide et de température dépendent significativement de la distance entre les obstacles sur toute la plage considérée des valeurs du nombre de Rayleigh.

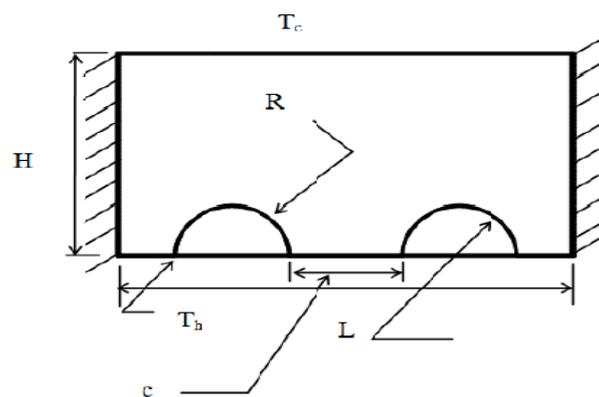


Figure I.6 Schéma du problème étudié par Khudheyer S et al [5].

Une étude numérique de la convection mixte bidimensionnelle dans une cavité remplie d'air comprenant un cylindre solide chauffé à température (T_h), situé au centre de la cavité a été

réalisée par **Ali J. Chamkha et al 2011 [6]**. La Figure I.7 présente la configuration d'un cas d'emplacement du cylindre chauffé dans la cavité. L'effet des différents paramètres tels que: positions de sortie, nombre de Richardson, nombre de Reynolds, emplacements et rapports de forme du cylindre et le champ de température est analysé. Les résultats trouvés montrent que le nombre de Nusselt moyen le long de la surface chauffée augmente avec les valeurs croissantes des nombres de Reynolds et de Richardson. Une corrélation empirique est développée en pour la détermination du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Reynolds et du nombre de Richardson.

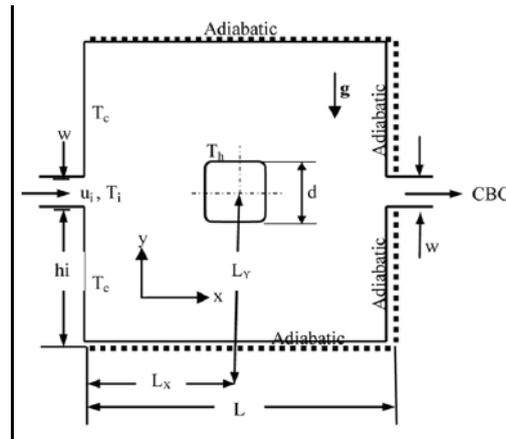


Figure I.7 Configuration d'un cas d'emplacement du cylindre chauffé dans la cavité Ali J. Chamkha et al 2011 [6].

Akand W. Islam et al 2012 [7] ont mené une étude considérant le système présenté sur la Figure I.8, il s'agit d'une cavité carrée comprenant une paroi entraînée et une source chaude à l'intérieur sous forme d'un carré.

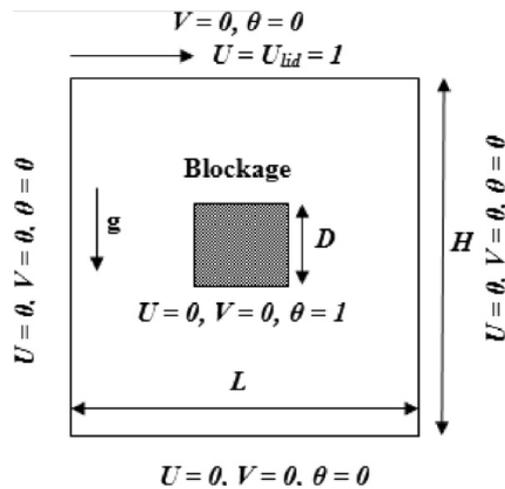


Figure I.8 Géométrie étudiée par Akand W. Islam et al 2012 [7].

Cette étude numérique a été menée à l'aide du code commercial CFD ANSYS FLUENT. Les calculs ont pris en compte différentes tailles du corps carré. L'analyse des résultats révèle que, quelle que soit la taille du carré placé n'importe où dans la cavité, le nombre de Nusselt moyen ne change pas de manière significative avec l'augmentation du nombre de Richardson jusqu'à l'approche de la valeur 1. Par contre au delà le nombre de Nusselt moyen augmente rapidement avec le nombre de Richardson. Le meilleur transfert de chaleur est obtenu lorsque le carré est placé aux environs du coin supérieur gauche et inférieur droit de la cavité.

La convection mixte tridimensionnelle en régime permanent dans une cavité cubique dont une paroi est entraînée et chauffée par le bas a été étudiée numériquement par les auteurs **Noura BEN MANSOUR et al 2015 [8]** (Figure I.9). Les équations gouvernantes exprimées sous la forme adimensionnelle sont résolues à l'aide de la méthode des éléments finis. Cette étude a permis l'obtention et l'établissement de multiples corrélations en termes de taux de transfert thermique et de nombre de Richardson.

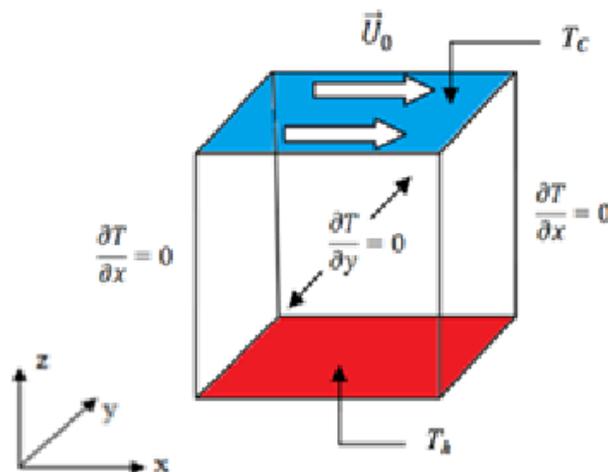


Figure I.9 Modèle physique étudié par Noura BEN MANSOUR et al 2015 [8].

Zoubair Boulahia et R Sehaqui 2016 [9], ont étudié numériquement la convection naturelle d'un nanofluide (Cu-eau) dans une cavité carrée avec un bloc chauffé au centre (Figure I.10). L'effet de la taille du bloc chauffant, du nombre de Rayleigh et de la fraction volumique des nanoparticules sur le transfert de chaleur est étudié. Les résultats démontrent que l'augmentation de la surface du bloc chauffant améliore le transfert de chaleur, et qu'une fraction volumique de nanoparticules optimale conduit à un taux de transfert de chaleur maximal à des nombres de Rayleigh élevés.

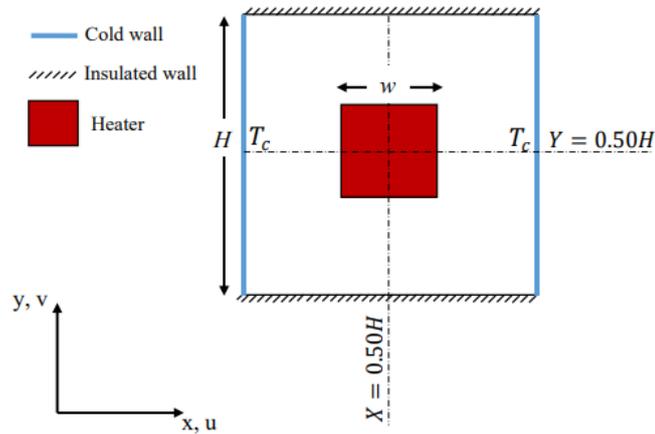


Figure I.10 Domaine physique étudié par Zoubair Boulahia et R. Sehaqui 2016 [9].

Une autre étude est menée par **Zoubair Boulahia et al 2016 [10]**, portait sur le transfert de chaleur par convection mixte comportant des nano fluide dans une cavité carrée dont une paroi est entraînée et dotée de trois blocs chauffants triangulaires voir la Figure I.11. Le but des calculs est l'étude des influences des paramètres tels que : la position des blocs chauffants triangulaires, le nombre de Richardson. Les résultats obtenus montrent que la réduction du nombre Ri avec la croissance du volume de la fraction de nanoparticule fait augmenter la valeur moyenne du nombre Nu. Par ailleurs les emplacements où le transfert de chaleur est maximum sont déterminés.

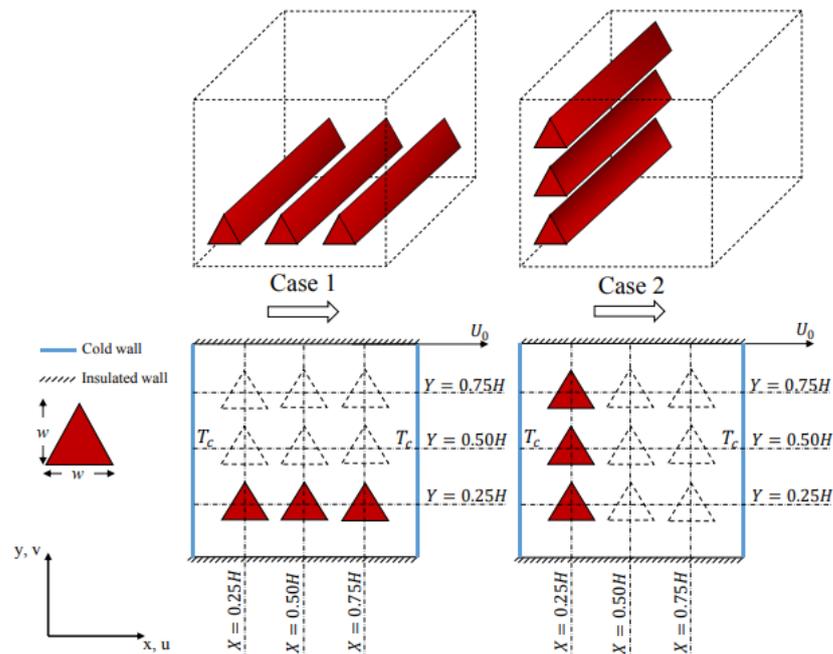


Figure I.11 Domaine physique étudié par Zoubair Boulahia et R. Sehaqui 2016 [10].

Zoubair Boulahia et al 2017 [12] ont introduit le nano fluide Cu – eau pour l'amélioration du transfert de chaleur. Ils étudient le transfert de chaleur par convection naturelle et mixte dans une cavité carrée renfermant des corps chauffés de forme circulaire à l'intérieur.. Les résultats montrent que le transfert de chaleur optimal est obtenu en plaçant le corps circulaire près de la paroi inférieure. Les différentes simulations montrent que le taux de transfert de chaleur augmente avec le changement d'orientation du corps circulaires relativement à la direction horizontale et verticale. Dans le cas de la convection mixte, on constate qu'à des nombres de Richardson élevés, l'effet des parois mobiles diminue et le taux de transfert de chaleur change de manière significative.

Khalil Khanafer et al 2017 [13], ont effectué une étude numérique à l'aide du logiciel commercial ADINA. Elle étudie le transfert de chaleur par convection mixte dans une cavité dont une paroi est entraînée renfermant un cylindre rotatif (Figure I.12). Ils ont montré que le nombre de Nusselt moyen dépend de la direction de la vitesse angulaire, il croît selon la vitesse angulaire du cylindre dans le sens horaire et ceci pour différents nombres de Richardson. Cependant, il diminue suivant son augmentation lorsque le sens est inversé jusqu'à atteindre une vitesse critique où le nombre de Nusselt moyen augmente avec la croissance la vitesse angulaire. Cette étude a montré que le transfert de chaleur maximal peut être obtenu en plaçant un cylindre rotatif à l'intérieur d'une cavité comparable à un cylindre non rotatif.

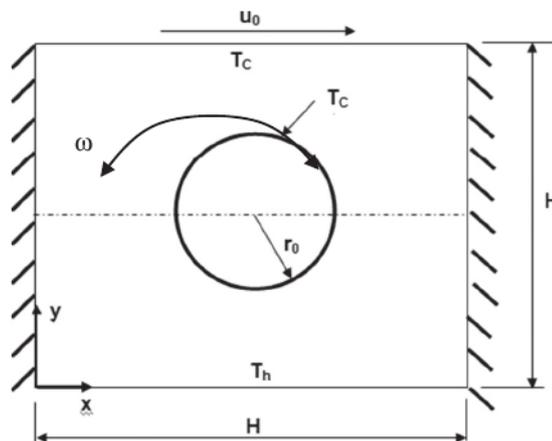


Figure I.12 Configuration schématique du problème étudié par Khalil Khanafer et al 2017 [13].

Ameer Ahamad Nandalur et al 2018 [14], ont présenté une étude sur le transfert de chaleur dans une cavité poreuse avec un bloc solide carré au centre (Figure I.13). L'objectif principal est d'analyser l'effet de la taille du bloc solide carré et d'autres paramètres physiques sur le taux de transfert de chaleur de la surface chaude vers le milieu poreux. Les résultats montrent

que l'augmentation de la taille du bloc solide réduit le mouvement du fluide et le transfert de chaleur à l'intérieur du milieu, tandis que le transfert de chaleur de la surface chaude augmente avec le rapport de conductivité thermique, le nombre de Rayleigh et le paramètre de rayonnement.

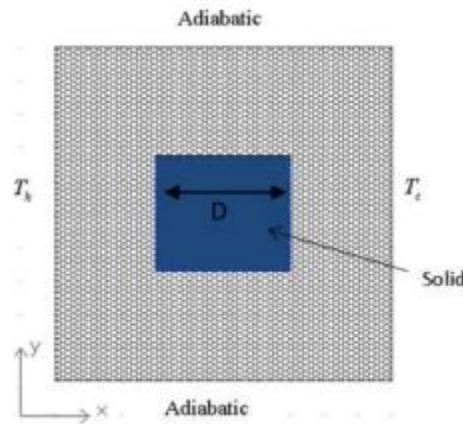


Figure I.13 Modèle physique étudié par Ameer Ahamad Nandalur et al 2018 [14].

L'étude, menée par **A. S. Dogonchi et al 2019 [15]**, portait sur le transfert de chaleur par convection naturelle d'un nanofluide dans une enceinte équipée d'un corps circulaire ondulé maintenu à une température constante et exposée à un champ magnétique (Figure I.14). Les résultats indiquent que Les lignes de courant et les isothermes sont symétriques sans champ magnétique, formant des cellules contrarotatives dans l'anneau. L'augmentation de Ra intensifie la convection naturelle, entraînant un flux multicellulaire et une zone de bifurcation. Le nombre de Hartmann affaiblit la convection en réduisant la circulation due aux forces de Lorentz. Les nanoparticules améliorent la circulation par convection, augmentant ainsi les taux de transfert de chaleur. Les champs magnétiques réduisent le transfert de chaleur par convection, tandis que la concentration en nanoparticules affecte les valeurs de Nusselt.

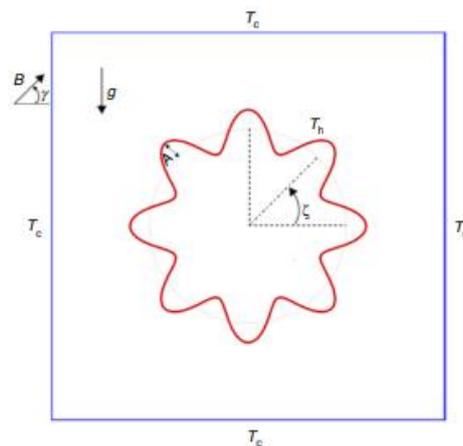


Figure I.14 Modèle physique étudié par A. S. Dogonchi et al 2019 [15].

Tahar Tayebi et al 2020 [16], ont étudié la génération d'entropie et la convection naturel dans une enceinte carrée remplie de nano fluide hybride Cu-Al₂O₃/eau, comportant un cylindre creux conducteur comme le montre Figure I.15. L'étude utilise la méthode des volumes finis pour discrétiser les équations adimensionnelles du flux de convection naturelle laminaire stable, en tenant compte du mouvement brownien des nanoparticules et des corrélations de Corcione pour les calculs de conductivité thermique et de viscosité. Diverses visualisations telles que les lignes de courant, les isothermes, la génération d'entropie locale, le nombre de Bejan et la variation du nombre de Nusselt sont présentées, illustrant les caractéristiques du flux, les mécanismes de transfert de chaleur et la distribution de la génération d'entropie dans la cavité dans différentes conditions.

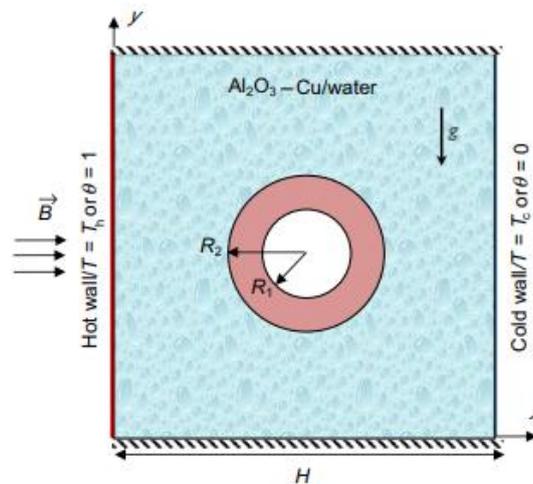


Figure I.15 Modèle physique étudié par Tahar Tayebi et al 2020 [16].

Asma Ouahouah et al 2020 [17] ont étudié numériquement l'écoulement dans une enceinte carrée à double paroi mobiles. La position du problème est illustrée sur Figure I.16. Les résultats montrent que le passage d'un mode de convection à un autre modifie la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur ceci est dû au rapport entre les forces d'inertie et les forces de flottabilité. L'augmentation des forces de flottabilité caractérisées par le nombre de Richardson améliore les échanges thermiques à l'intérieur de la cavité.

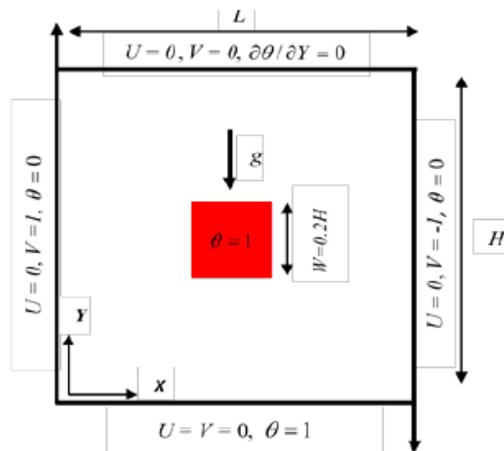


Figure I.16 Schéma de l'enceinte cavitaire étudiée par Asma Ouahouah et al 2020 [17].

Yang Zhang et al 2023 [18] trouvent que l'ajout de nanostructures appelées matériaux à changement de phase nano-encapsulés (NEPCM) ayant une capacité de transition de phase pourrait grandement améliorer les processus de transfert de chaleur. Dans cette étude, la convection mixte de l'éthylène glycol (EG) et du NEPCM a été simulée à l'intérieur d'une cavité dont une paroi entraînée renfermant un cylindre rotatif voir Figure I.17. Les résultats de l'étude numérique indiquent que le NEPCM avec une concentration de 6 % augmente le nombre de Nusselt moyen de 41,7 %. De plus, la rotation du cylindre augmente le nombre moyen de Nusselt de 38,7 %. Une valeur optimale de concentration est atteinte de 4% pour un nombre de Grashof égale à 10^4 .

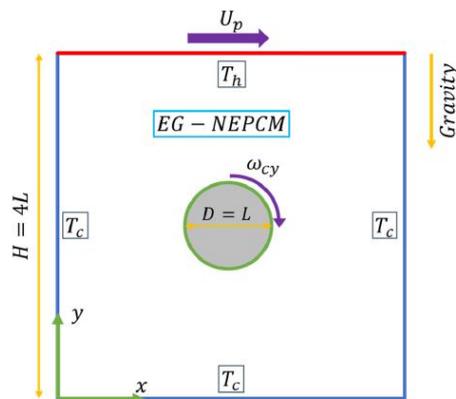


Figure I.17 Schéma de la configuration étudiée par Yang Zhang et al 2023 [18].

Chapitre II
Formulation mathématique



II.1. Position du problème :

Le système d'intérêt est une cavité carrée dont la paroi supérieure est en mouvement avec une vitesse constante. La cavité est équipée d'un bloc chauffé maintenu à une température constante. Le schéma descriptif du système considéré est montré sur la figure (II.1). La hauteur et la largeur de la cavité sont respectivement H et L ($H=L$), tandis que la hauteur du bloc carré est B avec un rapport de blocage $D = B/L$. Le bloc est placé au centre de la cavité. L'espace restant est rempli d'air ($Pr = 0,71$) considéré comme fluide de travail. L'accélération gravitationnelle fonctionne dans la direction négative de y . Le gradient thermique entre les parois de la cavité et le bloc carré ainsi que la vitesse du couvercle supérieur nous ramène à une étude du transfert thermique par convection.

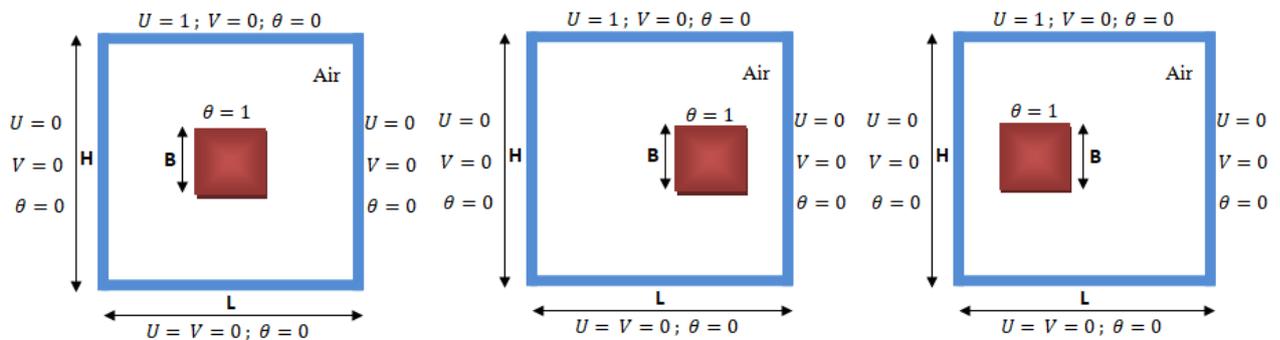


Figure II.1 Schéma représentant les cas traités et les conditions aux limites.

II.2. Hypothèse simplificatrices :

Les hypothèses mentionnées ci dessous simplifient la formulation des équations de conservation de masse, de quantité de mouvement et de l'énergie pour l'étude des phénomènes de convection mixte :

- L'écoulement permanent et en régime laminaire.
- Le fluide est Newtonien incompressible.
- Ecoulement est supposé bidimensionnel et la dissipation visqueuse est négligeable.
- Le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable.

II.3. Equations gouvernantes :

La formulation mathématique des phénomènes de convection s'appuie sur un système d'équations reliant les paramètres clés : la vitesse, la pression et la température. Ces équations

fondamentales sont : les équations de continuité (la conservation de masse), de quantité de mouvement (Navier-stokes) et d'énergie (la conservation d'énergie).

Pour simplifier le système d'équations, l'**approximation de Boussinesq** est souvent utilisée. Elle suppose que les variations de la masse volumique est négligeable dans la plupart des termes des équations de quantité de mouvement, excepté dans le terme de gravité. Cette simplification permet de réduire la complexité du problème tout en conservant une bonne précision dans de nombreux cas.

La variation de la masse volumique ρ en fonction de la température est donnée par :

$$\rho = \rho_0[1 - \beta(T - T_0)] \quad (\text{II-1})$$

II.4. Formulation mathématique :

Sous les hypothèses simplificatrices citées auparavant, les équations différentielles de la continuité (conservation de masse) et de la quantité de mouvement et d'énergie peut s'écrire :

- **Equation de continuité :**

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{II-2})$$

- **Equation de quantité de mouvement :**

Les équations de la quantité de mouvement pour des fluides newtonien incompressibles en régime laminaire sont données par les expressions suivantes :

- Selon la direction longitudinale x :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] \quad (\text{II-3})$$

- Selon la direction transversale y :

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] + g\beta[T - T_0] \quad (\text{II-4})$$

- **Equation de l'énergie :**

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = -\frac{k}{\rho C_p} \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] \quad (\text{II-5})$$

II.5. Equations gouvernantes adimensionnelles :

L'adimensionnement, ou normalisation, consiste à transformer les variables dépendantes et indépendantes en variables sans dimension. Cela se fait en les rapportant à des valeurs caractéristiques du problème.

Pour adimensionner une variable, on la divise par une valeur caractéristique de la même nature. Par exemple, la vitesse peut être adimensionnée par la vitesse du déplacement de la paroi mobile de la cavité, la température par la différence de température entre les parois, et la longueur par la longueur caractéristique du domaine.

$$X = \frac{x}{L} ; Y = \frac{y}{L} ; U = \frac{u}{u_0} ; V = \frac{v}{u_0} ; \theta = \frac{T-T_0}{T_c-T_0} ; P = \frac{P}{\rho U_0^2} ; D = \frac{B}{L} \quad (\text{II-6})$$

En tenant compte de ces changements de variables, les équations précédentes deviennent :

- **Forme adimensionnelle de l'équation de continuité :**

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (\text{II-7})$$

- **Forme adimensionnelle des équations de la quantité de mouvement :**

➤ Selon la direction longitudinale x :

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{Re} \left[\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right] \quad (\text{II-8})$$

➤ Selon la direction transversale y:

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = \frac{1}{Re} \left[\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right] + Ri \cdot \theta \quad (\text{II-9})$$

- **Equation de l'énergie**

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{Re Pr} \left[\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right] \quad (\text{II-10})$$

II.6. Conditions aux limites:

Les différentes conditions sont résumées dans le tableau ci-dessous :

	Conditions hydrodynamiques	Conditions thermiques
la paroi supérieure	$U = 1 ; V = 0$	$\theta = 0$
Les parois : gauche, droite et inférieure	$V = U = 0$	$\theta = 0$
Sur les parois du bloc	$U = V = 0$	$\theta = 1$

Tableau II.6 II-1 Conditions aux limites sous formes adimensionnelles.

II.7. Signification des nombres adimensionnels :

L'étude du transfert convectif repose en partie sur les valeurs des paramètres de contrôle qui le décrivent. Les nombres sans dimension fournissent des informations sur les conditions opératoires dans lesquelles l'étude a été réalisée. Ceux-ci présentent l'avantage d'être indépendants du système choisi, des dimensions utilisées et des propriétés thermo physiques.

Ci-dessous, nous présentons la représentation et la signification physique des groupes dimensionnels spécifiques utilisés dans ce travail.

II.7.1. Le nombre de Grashof

Le nombre de Grashof caractérise la dominance des effets thermiques sur les effets visqueux dans les systèmes de convection naturelle [22].

$$Gr = \frac{\text{forces de flottabilité}}{\text{forces visqueuses}} = \frac{g\beta\Delta T L^3}{\nu^2} \quad (\text{II-11})$$

Avec :

$\Delta T = (T - T_0)$: Ecart entre la température de la paroi, et la température de fluide à une distance éloignée de la paroi.

β : Coefficient de dilatation thermique à pression constante, définie par :

$$\beta = -\frac{1}{T} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (\text{II-12})$$

Et pour un gaz parfait : $\beta = \frac{1}{T}$ (II-13)

Ce nombre indique le type de conditions d'écoulement lors de la convection naturelle, qu'elle soit laminaire ou turbulente. On définit souvent des valeurs critiques caractéristiques et donc les limites de chaque régime.

Si : $Gr < Gr_c$ le régime est dit laminaire;
 $Gr > Gr_c$ Le régime est dit turbulent.

II.7.2. Le nombre de Prandtl :

Désigne la relative importance de deux mécanismes qui régulent la convection du fluide : la diffusion de la quantité de mouvement (viscosité cinématique, ν) et (la diffusion de la chaleur thermique, a) [22].

$$Pr = \frac{\text{la diffusivité de la matière}}{\text{la diffusivité thermique}} = \frac{\nu}{a} \quad (\text{II-14})$$

Les données concernant le nombre de Prandtl nous informent des caractéristiques thermo physiques du fluide sélectionné.

II.7.3. Le nombre de Reynolds :

Le nombre de Reynolds Re permet de définir les différents régimes d'un écoulement soit turbulent ou laminaire. Représente le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses [22].

$$Re = \frac{u_0 L}{\nu} = \frac{\rho u_0 L}{\mu} \quad (\text{II-15})$$

II.7.4. Nombre de Richardson:

Il est utilisé pour évaluer la supériorité d'un des modes convectifs par rapport à l'autre. Les forces de poussée d'Archimède ($g\beta\Delta T$) et les forces d'inertie relatives à la convection forcée sont mesurées par le nombre de Richardson [22].

$$Ri = \frac{Gr}{Re^2} \quad (\text{II-16})$$

Si : $Ri \gg 1$: La convection naturelle domine.
 Si : $Ri \ll 1$: La convection forcée domine.
 Si : $Ri \approx 1$: La convection est dite mixte.

Ce nombre indique la nature du régime d'écoulement en convection naturelle, qu'il soit turbulent ou laminaire. Il est fréquent de définir une valeur critique spécifique qui définit la limite de chaque régime.

II.8. Le nombre de Nusselt :

Le nombre de Nusselt est un nombre sans dimension couramment utilisé dans les applications de transfert de chaleur. Ce nombre est défini par la relation suivante:

$$Nu = \frac{hL}{k} = -\frac{\partial\theta}{\partial n} \quad (\text{II-17})$$

n est la direction normale à la surface du bloc chauffé.

II.9. Evaluation de la fonction de courant :

On peut observer l'écoulement du fluide (lignes de courant) en utilisant entre autres la fonction de courant ψ obtenue à partir des éléments de la vitesse transversale et longitudinale. Elle est donnée pour un écoulement bidimensionnel comme suit:

$$\psi = \int U dY = -\int V dX \quad (\text{II-18})$$

L'expression de U et V en fonction de la fonction de courant Ψ est obtenue :

$$U = \frac{\partial\psi}{\partial Y} \quad \text{Et} \quad V = -\frac{\partial\psi}{\partial X} \quad (\text{II-19})$$

Chapitre III
Méthode de résolution
numérique



III.1. Introduction :

Une méthode numérique est utilisée pour discrétiser les équations différentielles traduisant un phénomène physique. La discrétisation des équations différentielles de transport donne naissance à un ensemble d'équations algébriques non linéaires qui décrivent les propriétés discrètes du fluide aux points de solution. Différentes méthodes numériques sont disponibles pour discrétiser les équations différentielles aux dérivées partielles :

- La méthode des éléments finis.
- La méthode des différences finies.
- La méthode des volumes finis.

Dans cette étude, la méthode des volumes finis sera employée pour la discrétisation des équations de conservations et l'algorithme SIMPLE développé par Spalding et Patankar [23] pour le couplage vitesse-pression.

III.2. Rappels de la méthode des volumes finis:

La méthode des volumes finis, originellement présentée par Patankar et Spalding en 1971 et plus formellement exposée par Patankar dans son ouvrage "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow" en 1980 [23], représente une approche clé en mécanique des fluides pour la résolution numérique des équations de conservation. Cette technique consiste en la discrétisation du domaine de calcul en un maillage de volumes finis, également appelés volumes de contrôle. Chaque volume de contrôle englobe un nœud principal, comme indiqué dans la Figure (III.1), et intègre les équations différentielles sur cette entité discrète. En effectuant cette démarche, la méthode des volumes finis permet de transformer les équations de conservation en équations algébriques résolues par des méthodes numériques. L'essence de cette méthode réside dans la conservation des grandeurs physiques à chaque nœud, assurant ainsi une modélisation précise des phénomènes de transfert de chaleur et de fluides. Par le calcul des flux à travers les interfaces des volumes de contrôle et une résolution itérative des équations discrétisées, la méthode des volumes finis offre une approche robuste et efficace pour simuler des systèmes complexes en mécanique des fluides, ouvrant ainsi la voie à des avancées significatives en ingénierie et en recherche.

La méthode des volumes finis, comporte essentiellement:

- la discrétisation du domaine considéré en volumes de contrôles.

- la formulation intégrale des équations différentielles aux dérivées partielles.
- le modèle doit être stable et convergent.

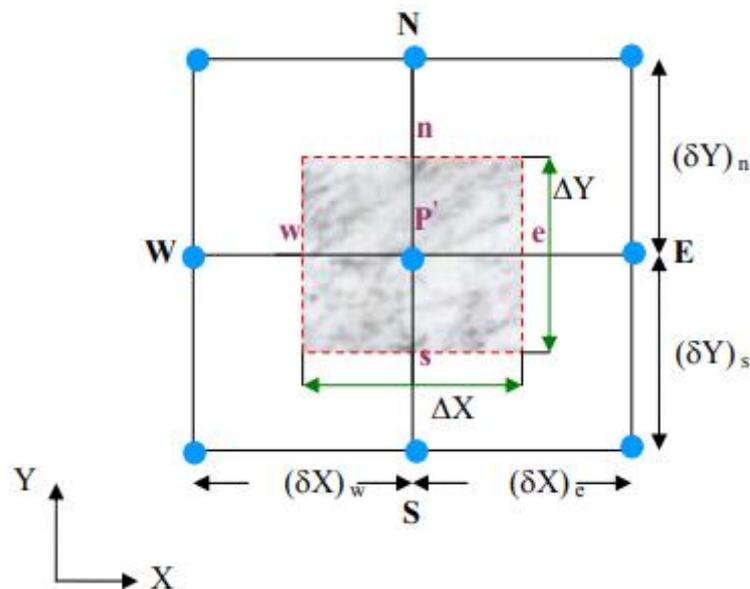


Figure III.1 Volume de contrôle bidimensionnel [11].

III.3. Maillage :

La méthode des volumes finis nécessite la subdivision du domaine d'étude en grilles longitudinales et transversales, avec des nœuds aux intersections, où on trouve la variable (p) et les composantes (u et v) de la vectrice vitesse. La discrétisation spatiale est obtenue à l'aide d'un maillage constitué d'un réseau de nœuds, où les grandeurs scalaires comme la pression et la température sont stockées au niveau des nœuds, tandis que les grandeurs vectorielles (u , v) sont stockées aux milieux des segments reliant les nœuds. Les équations de quantité de mouvement sont intégrées sur les volumes de contrôle associés aux composantes de vitesse et l'équation générale du transport est intégrée sur le volume de contrôle associé aux variables scalaires

Le volume de contrôle du composant (u) est décalé dans la direction (x) par rapport au volume de contrôle principal, et le volume de contrôle du composant (v) est décalé dans la direction (y).

La construction des volumes de contrôle et du maillage décalé est illustrée dans la figure suivante :

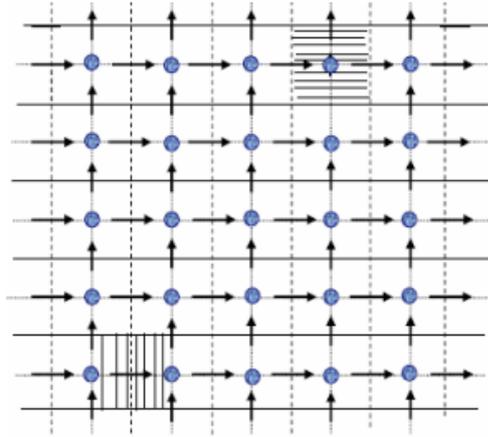


Figure III.2 : Schéma représentant le maillage décalé vers la droite et vers le haut [11].

→ : Nœud de vitesse ;

● : Nœud des variables scalaires ;

□ : Volume de contrôle pour les variables scalaires ;

□ : Volume de contrôle pour u ;

□ : Volume de contrôle pour v.

III.4. Forme générale de l'équation de transport :

La forme générale de l'équation de transport décrit l'évolution d'une certaine quantité dans un écoulement de fluide ou à travers un milieu. Elle peut être représentée comme suit :

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi)}_Z + \underbrace{\sum_{j=1} \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \phi)}_A = \underbrace{\sum_{j=1} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right)}_B + \underbrace{S_\phi}_C \quad \text{(III-1)}$$

Où :

Z : Terme transitoire ;

A : Terme de transport par convection ;

B : Terme de transport par diffusion ;

C : Terme source ;

ϕ: Variable indépendante (u,v,T,...).

Dans un écoulement permanent incompressible, et pour le système cartésien (x, y), l'équation générale de transport s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial x}(u\phi) + \frac{\partial}{\partial y}(v\phi) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y}\right) + S_\phi \quad (\text{III-2})$$

Les équations qui décrivent le phénomène étudié font appel à un ensemble spécifique de variables et de coefficients. Ces éléments sont essentiels pour la modélisation précise du processus considéré, Ces variables et les coefficients dans le tableau suivant :

Equation	Variable	Coefficient de Diffusion	Terme source
Continuité	1	0	0
Quantité de mouvement selon X	U	$\frac{1}{Re}$	$-\frac{\partial P}{\partial X}$
Quantité de mouvement selon Y	V	$\frac{1}{Re}$	$-\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{Gr}{Re^2}\theta$
Energie	θ	$\frac{1}{Re.Pr}$	0

Tableau III-1 Les différents termes de l'équation de transport.

III.5. La discrétisation :

Appliquée à un volume de contrôle autour du point P illustré dans la figure (III.1) :

$$\int_w^e \int_s^n \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial v\phi}{\partial y}\right) dx dy = \int_w^e \int_s^n \Gamma \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}\right) dx dy + \int_w^e \int_s^n S_\phi dx dy \quad (\text{III-3})$$

Intégration du terme convectif :

$$\int_w^e \int_s^n \left(\frac{\partial u\phi}{\partial x} + \frac{\partial v\phi}{\partial y}\right) dx dy = ((u\phi)_e - (u\phi)_w)\Delta y + ((v\phi)_n - (v\phi)_s)\Delta x \quad (\text{III-4})$$

Intégration du terme diffusif :

$$\int_w^e \int_s^n \Gamma \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) dx dy = \Gamma \left(\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e - \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w \right) \Delta y + \Gamma \left(\left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n - \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s \right) \Delta x \quad (\text{III-5})$$

Alors l'équation (III-3) devient :

$$\left((u\phi)_e - (u\phi)_w \right) \Delta y + \left((v\phi)_n - (v\phi)_s \right) \Delta x = \Gamma \left(\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e - \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w \right) \Delta y + \Gamma \left(\left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n - \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s \right) \Delta x + \int_w^e \int_s^n S_\phi dx dy \quad (\text{III-6})$$

Afin d'évaluer les valeurs $\phi_n, \phi_s, \phi_e, \phi_w$, nous optons pour une interpolation entre les nœuds voisins, ce qui donne :

$$\begin{aligned} \phi_n &= \frac{\phi_N + \phi_P}{2} ; \quad \phi_s = \frac{\phi_S + \phi_P}{2} ; \\ \phi_e &= \frac{\phi_E + \phi_P}{2} ; \quad \phi_w = \frac{\phi_W + \phi_P}{2} . \end{aligned} \quad (\text{III-7})$$

Il en est de même pour les gradients $\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_n ; \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_s ; \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e ; \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w$:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_n &= \frac{\phi_n + \phi_p}{\Delta y_n} ; \quad \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_s = \frac{\phi_p + \phi_s}{\Delta y_s} ; \\ \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e &= \frac{\phi_e + \phi_p}{\Delta y_e} ; \quad \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w = \frac{\phi_p + \phi_w}{\Delta y_w} . \end{aligned} \quad (\text{III-8})$$

La relation (III-6) en tenant compte des relations (III-7) et (III-8) devient :

$$\begin{aligned} \phi_p \left[\frac{u_e \Delta y}{2} - \frac{u_w \Delta y}{2} + \frac{v_n \Delta x}{2} + \frac{v_s \Delta x}{2} + \frac{\Gamma_E \Delta y}{\delta x_e} + \frac{\Gamma_W \Delta y}{\delta x_w} + \frac{\Gamma_N \Delta x}{\delta y_n} + \frac{\Gamma_S \Delta x}{\delta y_s} \right] = \phi_E \left[\frac{\Gamma_E \Delta y}{\delta x_e} - \frac{u_e \Delta y}{2} \right] + \phi_W \left[\frac{\Gamma_W \Delta y}{\delta x_w} - \right. \\ \left. u_w \Delta y / 2 + \phi_N \Gamma_N \Delta x \delta y_n - v_n \Delta x / 2 + \phi_S \Gamma_S \Delta x \delta y_s - v_s \Delta x / 2 + w_e s_n S_\phi \right] dx dy \end{aligned} \quad (\text{III-9})$$

Le terme source est intégré dans l'ensemble du volume de contrôle de la manière suivante :

$$\int_w^e \int_s^n S_\phi dx dy = \int_s^n \left[\int_w^e S_\phi dx \right] dy = \overline{S_\phi} \Delta x \Delta y \quad (\text{III-10})$$

$$\overline{S_\phi} = S_c + S_p \phi_p$$

Où S_c représente la partie constante, qui ne dépend pas explicitement de S_c ; S_c représente la pente de

Finalment, on obtient une équation discrétisée pour la variable sous la forme générale suivante :

$$a_p \phi_p = a_N \phi_N + a_S \phi_S + a_E \phi_E + a_W \phi_W + b \quad (\text{III-11})$$

Et : $b = S_c \Delta x \Delta y$

Et les coefficients du nœud central P :

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S + F_e - F_w + F_n - F_s \quad (\text{III-12})$$

Et:

$$\begin{aligned} a_E &= -\frac{1}{2}F_e + D_e; \\ a_W &= \frac{1}{2}F_w + D_w; \\ a_N &= -\frac{1}{2}F_n + D_n; \\ a_S &= \frac{1}{2}F_s + D_s. \end{aligned} \quad (\text{III-13})$$

Les coefficients présents dans l'équation (III-11) représentent une combinaison entre le diffusif D et les flux convectifs F aux interfaces des volumes de contrôle. Les valeurs de F et D pour chaque interface e, w, n et s du volume de contrôle sont données par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} F_n &= u_n \Delta x \\ F_s &= u_s \Delta x \\ F_e &= u_e \Delta y \\ F_w &= u_w \Delta y \end{aligned} \quad (\text{III-14})$$

Et :

$$\begin{aligned} D_n &= \frac{\Gamma_n \Delta x}{d_{yn}} \\ D_s &= \frac{\Gamma_s \Delta x}{d_{ys}} \\ D_e &= \frac{\Gamma_e \Delta y}{d_{xe}} \\ D_w &= \frac{\Gamma_w \Delta y}{d_{xw}} \end{aligned} \quad (\text{III-15})$$

III.6. Les schémas de discrétisation :

Lors du choix du schéma de discrétisation, plusieurs éléments doivent être pris en considération pour garantir la pertinence de la méthode par rapport au problème traité, la cohérence des résultats avec la réalité physique, et la stabilité numérique de l'approche adoptée. Les schémas de discrétisation les plus couramment utilisés pour résoudre ces considérations sont les suivants :

- Schéma des différences centrées
- Schéma Upwind

- Schéma Hybride
- Schéma Power-law (lois puissance)

Chacun de ces schémas présente des caractéristiques spécifiques qui les rendent adaptés à des situations particulières. Par conséquent, une sélection éclairée doit être réalisée en fonction des exigences uniques du problème en question, ce qui permet d'assurer une approche efficace et précise pour la résolution du problème.

Schéma	a_E	a_W	a_N	a_S
Centre	$a_E = D_e - \frac{1}{2}F_e$	$a_W = D_w - \frac{1}{2}F_w$	$a_N = D_n - \frac{1}{2}F_n$	$a_S = D_s - \frac{1}{2}F_s$
Upwind	$a_E = D_e + [-F_e, 0]$	$a_W = D_w + [-F_w, 0]$	$a_N = D_n + [-F_n, 0]$	$a_S = D_s + [-F_s, 0]$
Exponentiel	$a_E = \frac{F_e}{\exp(P_e)-0}$	$a_W = \frac{F_w}{\exp(P_w)-0}$	$a_N = \frac{F_n}{\exp(P_n)-0}$	$a_S = \frac{F_s}{\exp(P_s)-0}$
Hybride	$a_E = [-F_e, D_e - \frac{F_e}{2}, 0]$	$a_W = [-F_w, D_w - \frac{F_w}{2}, 0]$	$a_N = [-F_n, D_n - \frac{F_n}{2}, 0]$	$a_S = [-F_s, D_s - \frac{F_s}{2}, 0]$
Loi de puissance	$a_E = D_e [0, (1 - \frac{0.1 F_e }{D_e})^5] + [0, -F_e]$	$a_W = D_w [0, (1 - \frac{0.1 F_w }{D_w})^5] + [0, -F_w]$	$a_N = D_n [0, (1 - \frac{0.1 F_n }{D_n})^5] + [0, -F_n]$	$a_S = D_s [0, (1 - \frac{0.1 F_s }{D_s})^5] + [0, -F_s]$

Tableau III-2 Les coefficients a_E, a_W, a_N et a_S pour différents schémas.

Dans cette étude, nous avons employé le schéma Power-Law, étant recommandé pour les cas de convection-diffusion. Les calculs des expressions basées sur la loi de puissance sont efficaces, et ces formules offrent une représentation précise des comportements exponentiels. Ce choix méthodologique s'avère pertinent pour aborder les problématiques liées aux phénomènes de convection-diffusion de manière efficace et précise.

III.6.1. Les coefficients diffusif $\langle D \rangle$ et convectif $\langle F \rangle$ pour chaque interface :

- Pour la vitesse u :

	F	D	a
E	$F_e = sns(j) \cdot \frac{(u_{i+1,j} + u_{i,j})}{2}$	$D_e = \frac{\Gamma_e sns(j)}{dx_e u(i)}$	$a_E = D_e * \max(0, (1 - 0.1abs(\frac{F_e}{D_e})^5)) + \max(-F_e, 0)$
W	$F_w = sns(j) \cdot \frac{u_{i,j} + u_{(i-1,j)}}{2}$	$D_w = \frac{\Gamma_w sns(j)}{dx_w u(i)}$	$a_W = D_w * \max(0, (1 - 0.1abs(\frac{F_w}{D_w})^5)) + \max(-F_w, 0)$

N	$F_n = sewu(i) \cdot \frac{v_{(i,j+1)} + v_{(i,j)}}{2}$	$D_n = \frac{\Gamma_n sewu(i)}{dynp(j)}$	$a_N = D_n * \max(0, \left(1 - 0.1abs\left(\frac{F_n}{D_n}\right)^5\right) + \max(-F_n, 0))$
S	$F_S = sewu(i) \cdot \frac{v_{(i,j)} + v_{(i-1,j)}}{2}$	$D_S = \frac{\Gamma_s sewu(i)}{dysp(j)}$	$a_S = D_S * \max(0, \left(1 - 0.1abs\left(\frac{F_S}{D_S}\right)^5\right) + \max(-F_S, 0))$

- pour la vitesse **v** :

	F	D	A
E	$F_e = sns v(j) \cdot \frac{u_{(i+1,j)} + u_{(i-1,j+1)}}{2}$	$D_e = \frac{\Gamma_e sns v(j)}{sew(i,j)}$	$a_E = D_e * \max(0, \left(1 - 0.1abs\left(\frac{F_e}{D_e}\right)^5\right) + \max(-F_e, 0))$
W	$F_w = sns v(j) \cdot \frac{u_{(i,j)} + u_{(i,j-1)}}{2}$	$D_w = \frac{\Gamma_w sns v(j)}{sew(i)}$	$a_W = D_w * \max(0, \left(1 - 0.1abs\left(\frac{F_w}{D_w}\right)^5\right) + \max(F_w, 0))$
N	$F_n = sew(i) \cdot \frac{v_{(i,j)} + v_{(i,j+1)}}{2}$	$D_n = \frac{\Gamma_n sew(i)}{sns v(j)}$	$a_N = D_n * \max(0, \left(1 - 0.1abs\left(\frac{F_n}{D_n}\right)^5\right) + \max(-F_n, 0))$
S	$F_S = sew(i) \cdot \frac{v_{(i,j-1)} + v_{(i,j)}}{2}$	$D_S = \frac{\Gamma_s sew(i)}{sns v(j)}$	$a_S = D_S * \max(0, \left(1 - 0.1abs\left(\frac{F_S}{D_S}\right)^5\right) + \max(F_S, 0))$

- Pour la température **T** :

	F	D	a
E	$F_e = sns(j) \cdot v(i,j)$	$D_e = \frac{\Gamma_e sns(j)}{dxe(i)}$	$a_E = D_e * \max(0, \left(1 - 0.1abs\left(\frac{F_e}{D_e}\right)^5\right) + \max(-F_e, 0))$
W	$F_w = sns(j) \cdot v(i,j)$	$D_w = \frac{\Gamma_w sns(j)}{dxw(i)}$	$a_W = D_w * \max(0, \left(1 - 0.1abs\left(\frac{F_w}{D_w}\right)^5\right) + \max(F_w, 0))$
N	$F_n = sew(i) \cdot v(i,j + 1)$	$D_n = \frac{\Gamma_n sew(i)}{dyn(j)}$	$a_N = D_n * \max(0, \left(1 - 0.1abs\left(\frac{F_n}{D_n}\right)^5\right) + \max(-F_n, 0))$
S	$F_S = sew(i) \cdot v(i,j)$	$D_S = \frac{\Gamma_s sew(i)}{dys(j)}$	$a_S = D_S * \max(0, \left(1 - 0.1abs\left(\frac{F_S}{D_S}\right)^5\right) + \max(F_S, 0))$

III.7. Algorithme SIMPLE :

L'algorithme SIMPLE [20] (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) est une méthode informatique largement utilisée pour le couplage pression vitesse. Il calcule de manière itérative les champs de pression et de vitesse dans le domaine du fluide, ce qui en fait un outil fondamental dans les simulations de la dynamique des fluides computationnelle pour modéliser avec précision une variété de phénomènes d'écoulement de fluides.

Afin de formuler SIMPLE, on utilise l'équation de discrétisation de l'équation de quantité de mouvement :

$$a_{i,j}u_{i,j} = \sum a_{nb}u_{nb} + (p_{I-1,J} - p_{I,J})A_{i,j} + b_{i,j} \quad (\text{III-16})$$

$$a_{i,j}v_{i,j} = \sum a_{nb}v_{nb} + (p_{I,J-1} - p_{I,J})A_{i,j} + b_{i,j} \quad (\text{III-17})$$

$A_{i,j}$: les surfaces u^* et v^*

$$\begin{cases} A_{i,j} = \frac{\Delta V_u}{\delta x_u} & \text{et } b_{i,j} = \bar{S}\Delta V_u \\ A_{i,j} = \frac{\Delta V_v}{\delta x_v} & \text{et } b_{i,j} = \bar{S}\Delta V_v \end{cases}$$

Dans une première étape, il est nécessaire d'estimer ou de prédire un champ de pression p^* afin d'obtenir des valeurs approximatives de la vitesse u^* et v^* en utilisant les équations suivantes :

$$a_{i,j}u_{i,j}^* = \sum a_{nb}u_{nb}^* + (p_{I-1,J}^* - p_{I,J}^*)A_{i,j} + b_{i,j} \quad (\text{III-18})$$

$$a_{i,j}v_{i,j}^* = \sum a_{nb}v_{nb}^* + (p_{I,J-1}^* - p_{I,J}^*)A_{i,j} + b_{i,j} \quad (\text{III-19})$$

On définit la correction de la pression p' comme la différence entre la pression correcte et la pression estimée p^* :

$$p = p^* + p' \quad (\text{III-20})$$

De façon similaire on définit la correction des vitesses u' , v' comme la différence entre les vitesses correctes et les vitesses estimées u^* et v^* :

$$u = u^* + u' \quad (\text{III-21})$$

$$v = v^* + v' \quad (\text{III-22})$$

La soustraction des équations (III-18) et (III-19) des équations (III-16) et (III-17) Respectivement, donne :

$$a_{i,j}(u_{i,j} - u_{i,j}^*) = \sum a_{nb}(u_{nb} - u_{nb}^*) + (p_{I-1,J} - p_{I-1,J}^*) - (p_{I,J} - p_{I,J}^*)A_{i,j} \quad (\text{III-23})$$

$$a_{i,j}(v_{i,j} - v_{i,j}^*) = \sum a_{nb}(v_{nb} - v_{nb}^*) + (p_{I,J-1} - p_{I,J-1}^*) - (p_{I,J} - p_{I,J-1}^*)A_{i,j} \quad (\text{III-24})$$

En utilisant les formules de correction (III-20), (III-21) et (III -22) les équations (III-23) et (III-24) peuvent être réécrites ainsi :

$$a_{i,j}u'_{i,j} = \sum a_{nb}u'_{nb} + (p'_{i-1,j} - p'_{i,j})A_{i,j} \quad (\text{III-25})$$

$$a_{i,j}v'_{i,j} = \sum a_{nb}v'_{nb} + (p'_{i,j-1} - p'_{i,j})A_{i,j} \quad (\text{III-26})$$

A ce moment une approximation est introduite : les termes $\sum a_{nb}u'_{nb}$ et $\sum a_{nb}v'_{nb}$ sont négligés pour simplifier les équations (III-25) et (III-26).

L'omission de ces termes est la principale approximation de l'algorithme SIMPLE. On obtenait :

$$u'_{i,j} = d_{i,j}(p'_{i-1,j} - p'_{i,j}) \quad (\text{III-27})$$

$$v'_{i,j} = d_{i,j}(p'_{i,j-1} - p'_{i,j}) \quad (\text{III-28})$$

Avec :

$$d_{i,j} = \frac{A_{i,j}}{a_{i,j}} \quad \text{et} \quad d_{i,j} = \frac{A_{i,j}}{a_{i,j}}$$

Les équations (III-27) et (III-28) décrivent les corrections, qui doivent être appliquées aux vitesses à travers les formules (III-21) et (III-22) ce qui donne :

$$u_{i,j} = u_{i,j}^* + d_{i,j}(p'_{i-1,j} - p'_{i,j}) \quad (\text{III-29})$$

$$v_{i,j} = v_{i,j}^* + d_{i,j}(p'_{i,j-1} - p'_{i,j}) \quad (\text{III-30})$$

Des expressions similaire existent pour $u_{i+1,j}$ et $v_{i,j+1}$:

$$u_{i+1,j} = u_{i+1,j}^* + d_{i+1,j}(p'_{i,j} - p'_{i+1,j}) \quad (\text{III-31})$$

$$v_{i,j+1} = v_{i,j+1}^* + d_{i,j+1}(p'_{i,j} - p'_{i,j+1}) \quad (\text{III -32})$$

Avec :

$$d_{i+1,j} = \frac{A_{i+1,j}}{a_{i+1,j}} \quad \text{Et} \quad d_{i,j+1} = \frac{A_{i,j+1}}{a_{i,j+1}}$$

L'équation de continuité discrétisée, obtenue par l'intégration sur le volume de contrôle, donnée par la formule suivante :

$$[(\rho u A)_{i+1,J} - (\rho u A)_{i,J}] + [(\rho v A)_{I,j+1} - (\rho v A)_{I,j}] = 0 \quad (\text{III-33})$$

En substituant les vitesses des équations (III-29) et (III-30) dans l'équation de la continuité discrétisée (III-33) :

$$a_{I,J} P'_{I,J} = a_{I+1,J} P'_{I+1,J} + a_{I-1,J} P'_{I-1,J} + a_{I,J+1} P'_{I,J+1} + a_{I,J-1} P'_{I,J-1} + b'_{I,J} \quad (\text{III-34})$$

Avec :

$$a_{I,J} = a_{I+1,J} + a_{I-1,J} + a_{I,J+1} + a_{I,J-1} \quad (\text{III-35})$$

$$a_{I+1,J} = (\rho A d)_{i+1,J}$$

$$a_{I-1,J} = (\rho A d)_{i,J} \quad (\text{III-36})$$

$$a_{I,J+1} = (\rho A d)_{I,j+1}$$

$$a_{I,J-1} = (\rho A d)_{I,j}$$

$$b'_{I,J} = (\rho u^* A)_{i,J} + (\rho u^* d)_{i+1,J} + (\rho v^* A)_{I,j} + (\rho v^* A)_{I,j+1} \quad (\text{III-37})$$

L'algorithme SIMPLE doit être exécuté de manière successive.

➤ La séquence des étapes dans l’algorithme SIMPLE est présentée sur la Figure (III.3)

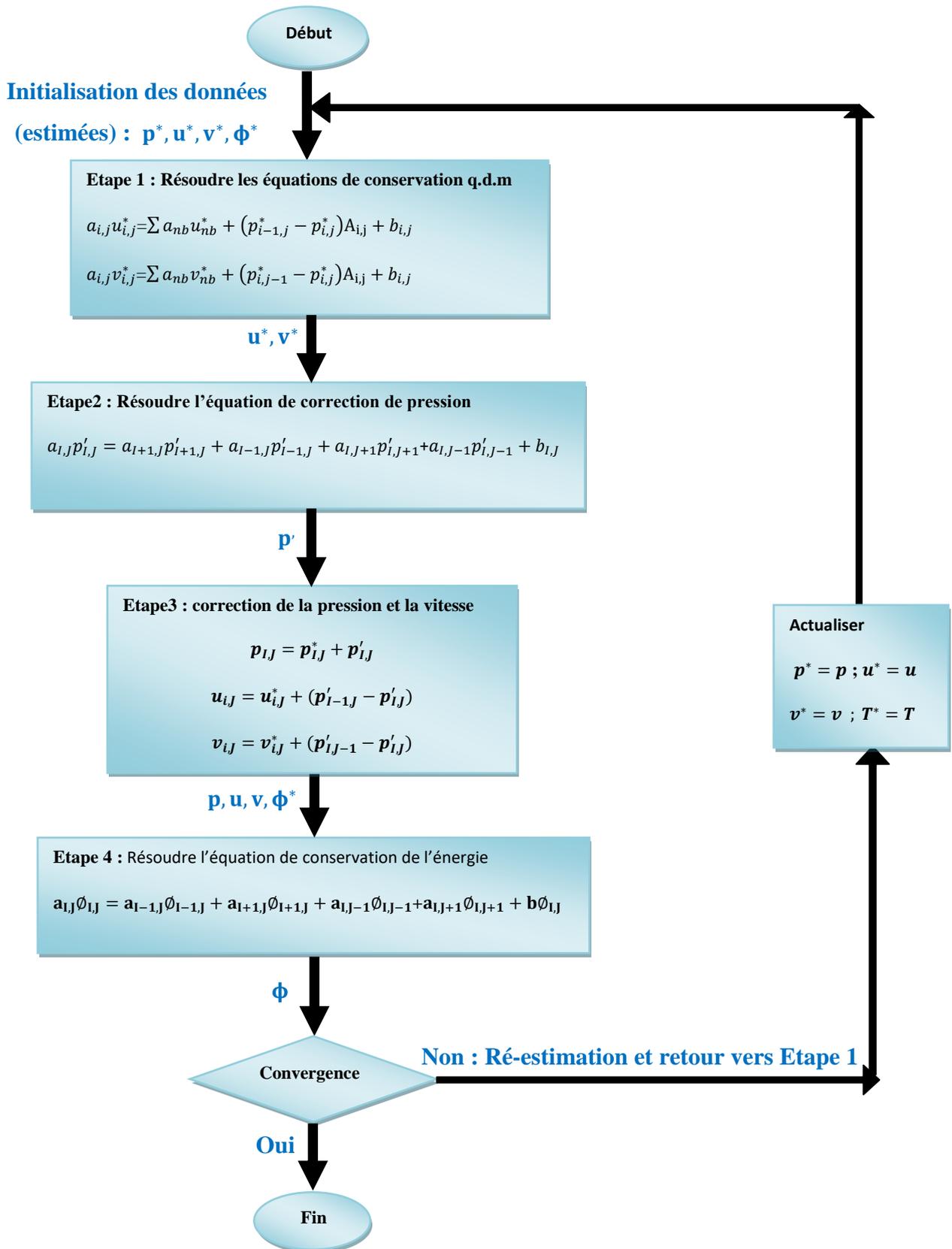


Figure III.3 L’algorithme simple.

Chapitre IV
Résultats et discussions



IV.1. Validation :

La première démarche implique la vérification de notre code de calcul en comparant nos résultats avec ceux rapportés par R. IWATSU et al [19] pour le cas d'une étude de la convection mixte dans une cavité carrée. Pour cela on a gardé les mêmes conditions thermo-physiques (Prandtl, Reynolds et Grashof).

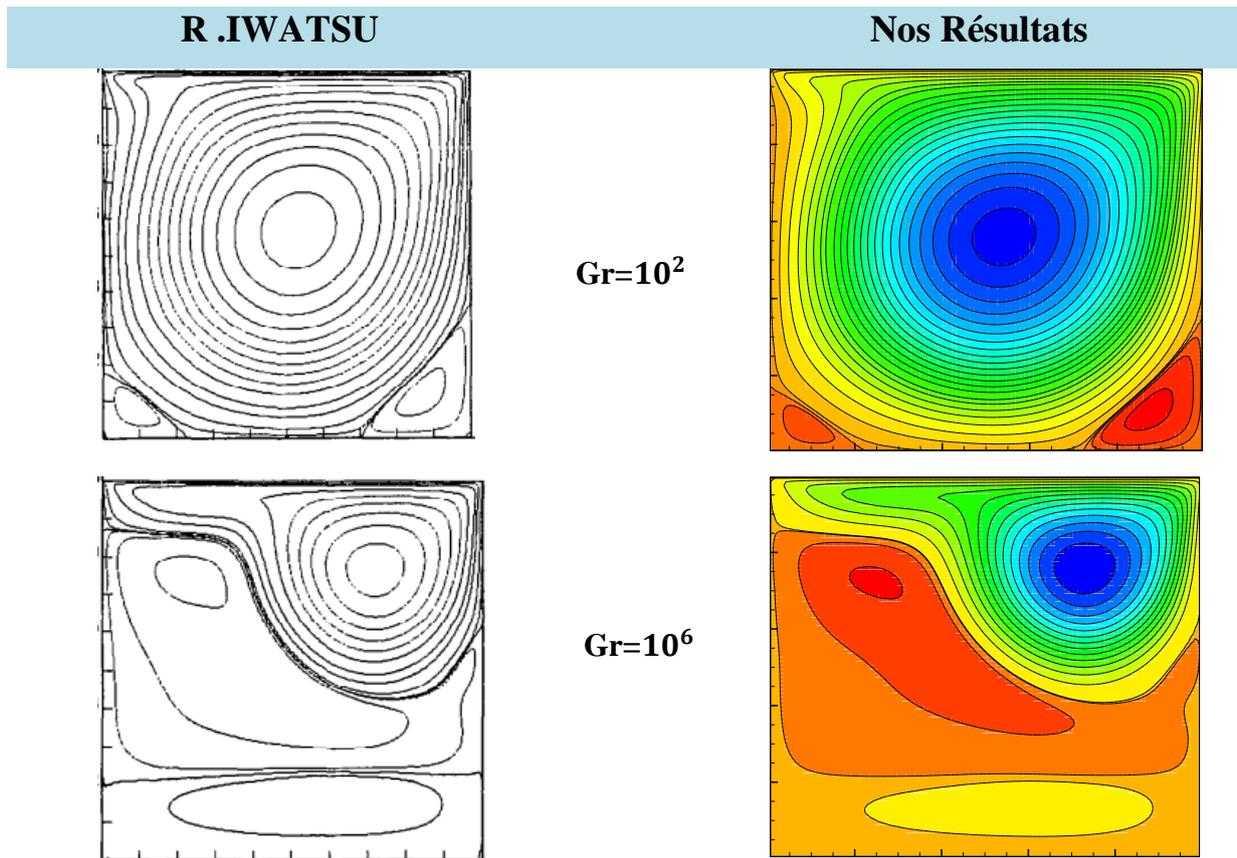


Figure IV.1 Les lignes de courant pour différentes valeurs du nombre de Ri et pour $Re = 10^3$.

Les figures (IV.1, 2, 3 et 4) présentent une comparaison entre nos résultats et les résultats de R. IWATSU et al [19], les résultats obtenue pour un fluide incompressible avec $Pr= 0.71$ et pour différentes valeurs du paramètres de contrôle tels que le nombre de Reynolds et le nombre de Grashof. On constate une bonne concordance et cela prouve que notre travail est sur le bon chemin et nos permet de faire notre simulation.

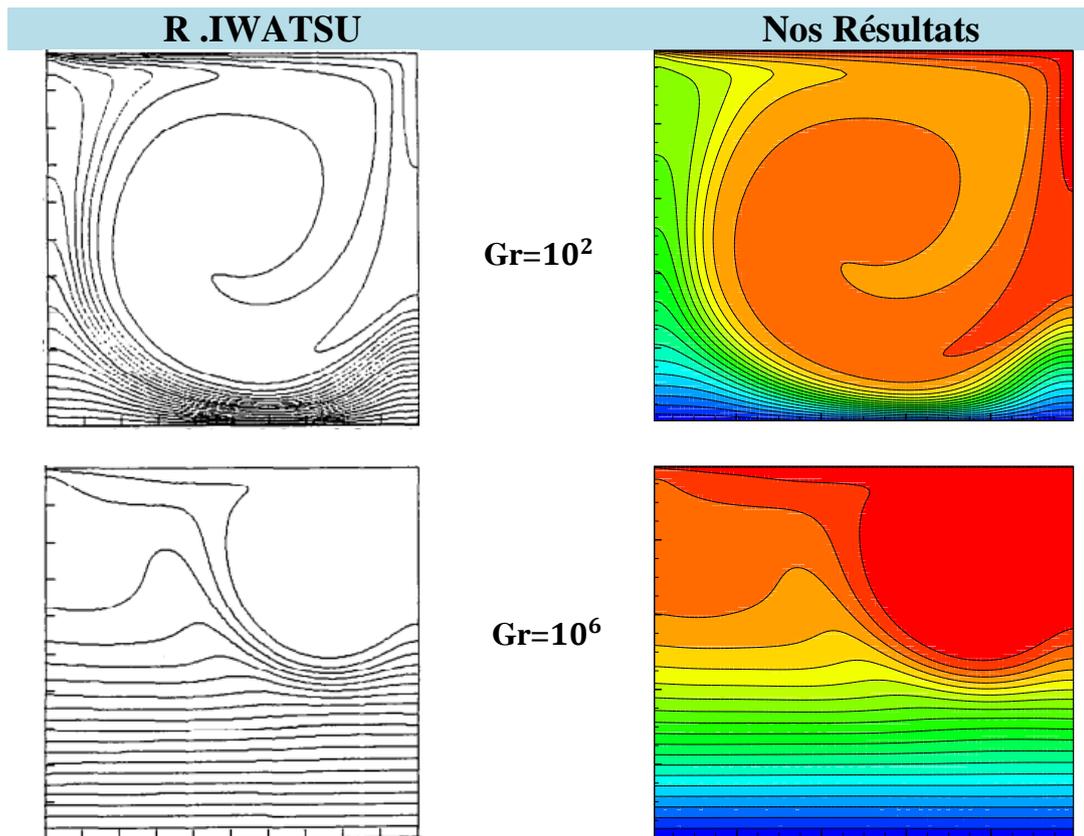


Figure IV.2 les Isothermes pour différentes valeurs du nombre de Ri et pour $Re = 10^3$.

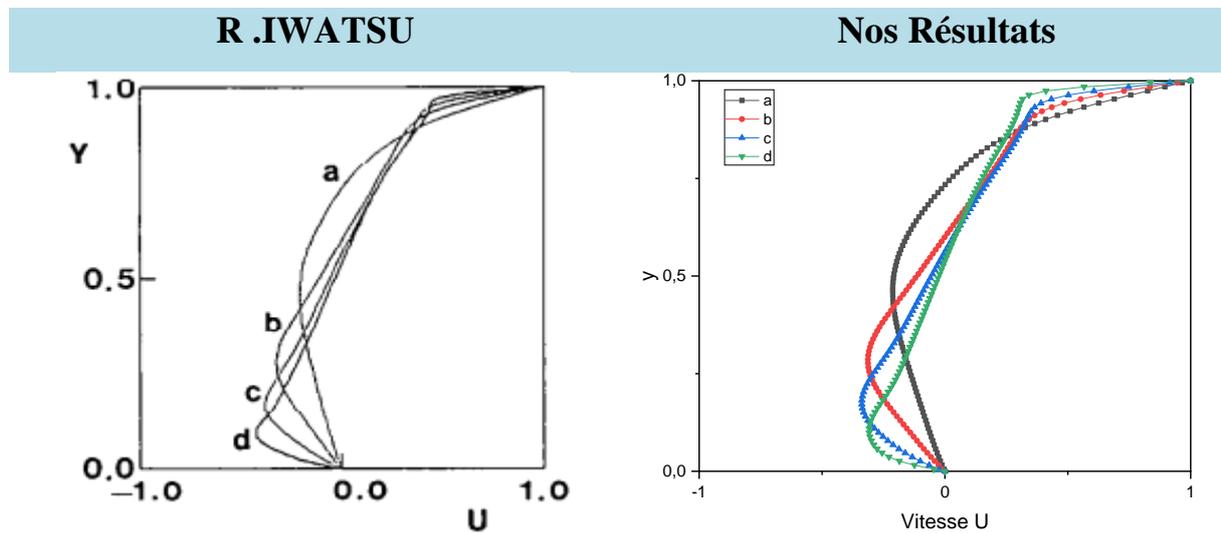


Figure IV.3 Profil de vitesse U pour différents nombres de Richardson.

(a) $Re = 100$; (b) $Re = 400$; (c) $Re = 1000$; (d) $Re = 3000$.

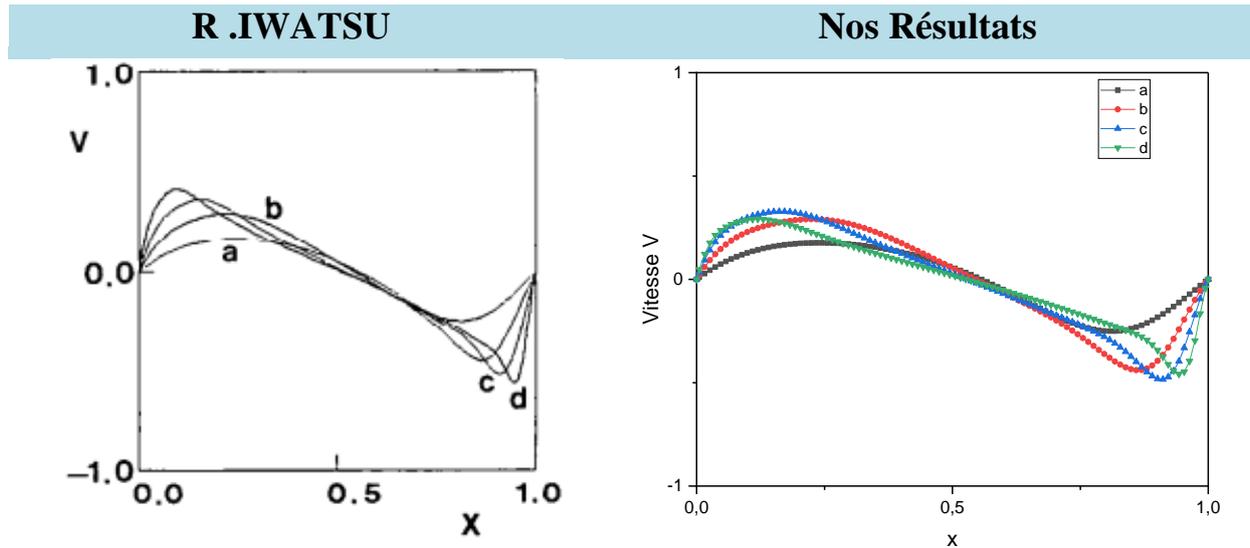


Figure IV.4 Profil de vitesse V pour différents nombres de Reynolds :

(a) $Re = 100$; (b) $Re = 400$; (c) $Re = 1000$; (d) $Re = 3000$.

IV.2. Les résultats et discussions :

L'objectif principal de cette étude est d'élaborer un code de calcul écrit en langage Matlab dont le but est d'examiner l'effet du nombre de Richardson et de la localisation du bloc chauffé sur la structure de l'écoulement et sur les échanges thermiques. Les principaux résultats sont présentés en termes de lignes de courant, d'isothermes, de profil de vitesse, de la variation du nombre de Nusselt local et moyen. Les différentes valeurs des différents paramètres de contrôle sont prises identiques à ceux d'Akand W. Islam et al [7].

➤ Nous avons examiné trois cas selon la position du bloc chauffé :

IV.2.1. Le premier cas « Position centrale du bloc » :

La figure (IV.5) montre les lignes de courant à droite et les isothermes à gauche pour un nombre de Reynolds $Re = 100$, et un nombre de Richardson : (a) $Ri=0.1$; (b) $Ri=1$ et (c) $Ri=10$.

Pour des faibles nombres de Richardson ($Ri=0.1$) la convection forcée est dominante, par l'effet du mouvement de la paroi supérieure, une zone de recirculation se forme au dessus du bloc chauffée dont le centre est proche de la paroi verticale. Avec l'augmentation du nombre de Richardson, la cellule se réduit en largeur et augmente en hauteur ($Ri=1$) pour occuper la majorité de la partie droite de la cavité et avec l'effet des forces de flottabilité une deuxième cellule de recirculation se forme dans la partie gauche de la cavité ($Ri=10$).

Pour les isothermes, elles sont compatibles avec les lignes de courant et les conditions thermiques imposées elles sont plus serrées au voisinage des parois du bloc chauffée et au voisinage de la paroi mobile de la cavité et surtout aux voisinage des coins de l'obstacle du fait des gradients élevés des températures.

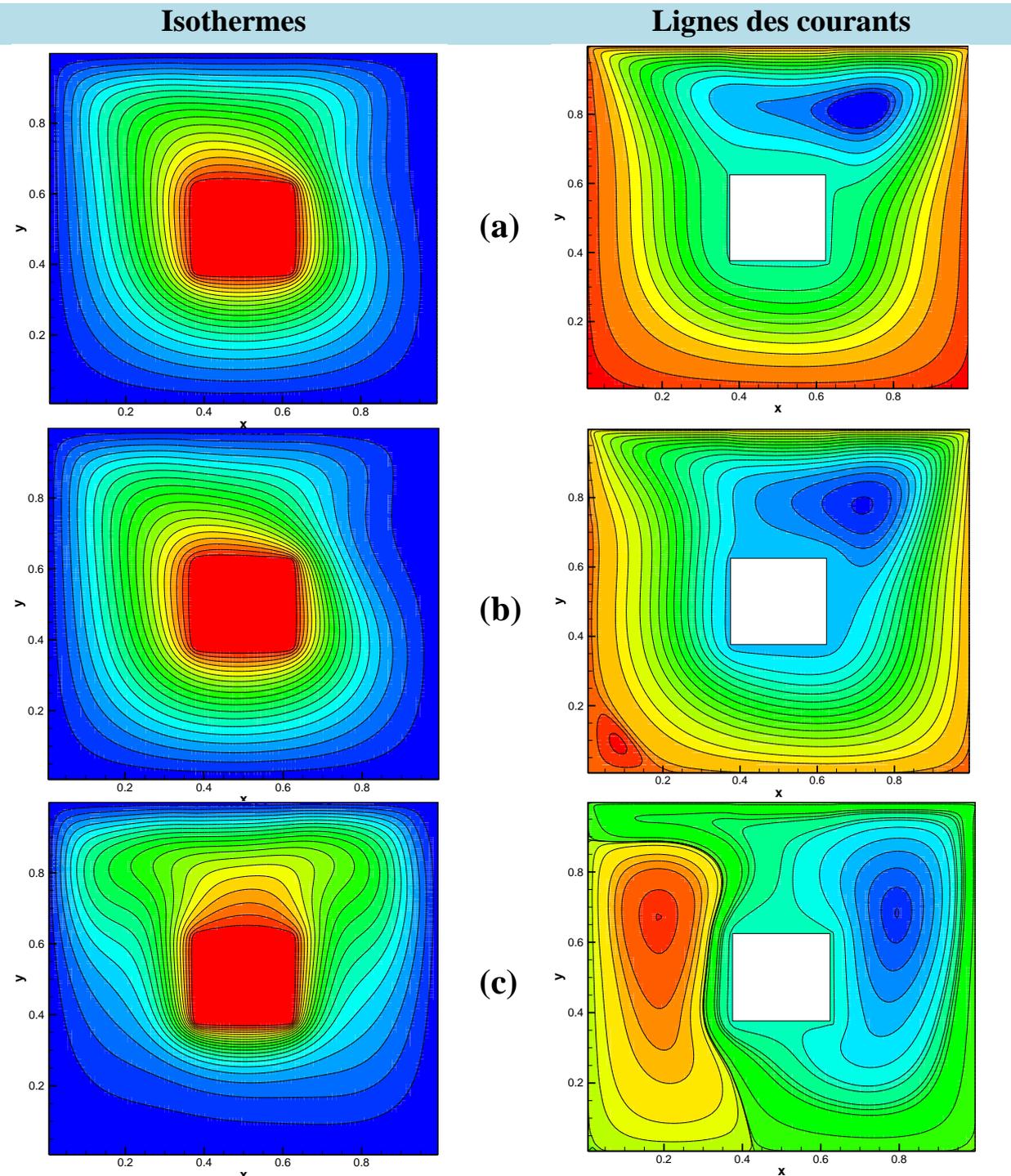


Figure IV.5. Les lignes de courant et les isothermes de 1^{re} cas pour différent nombre de Richardson.

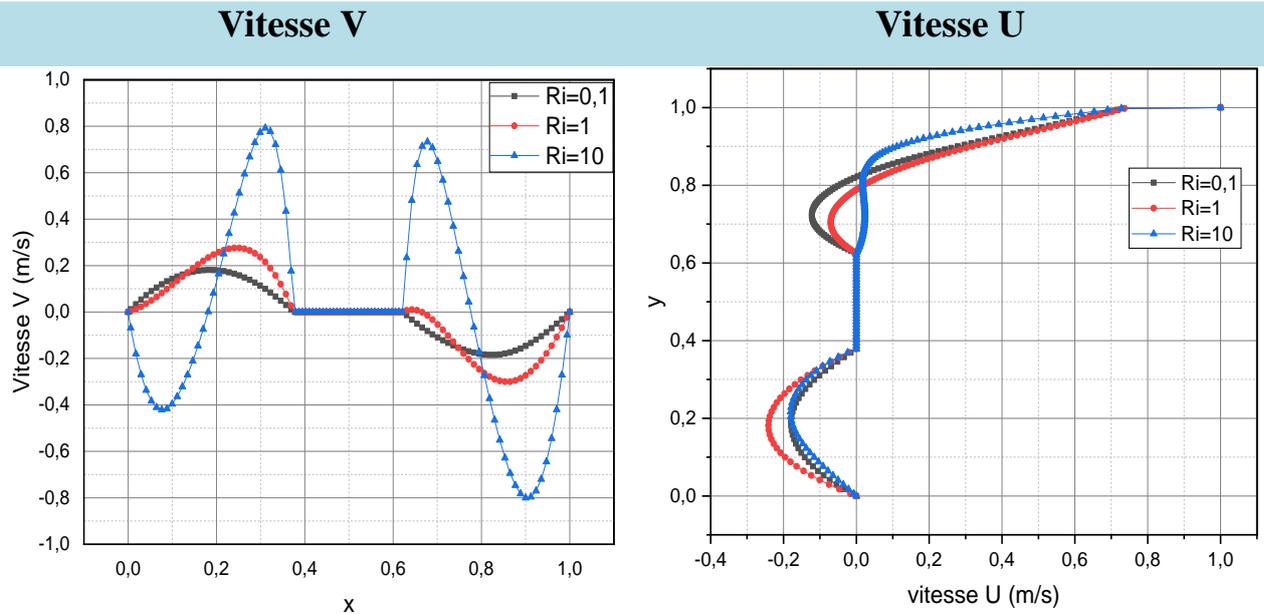


Figure IV.6 Profil de vitesse U et V de 1^{er} cas pour différentes nombres de Richardson :
 (a) Ri= 0.1; (b) Ri = 1; (c) Ri = 10.

Le comportement hydrodynamique de l'écoulement est résumé sur la figure (IV.6) qui représente les profils de la vitesse transversale et longitudinale U et V au milieu verticale et horizontale de la cavité respectivement. La présence de fortes zones de recirculation dans les parties gauche et droite pour des nombres élevés de Richardson provoque une augmentation de la vitesse transversal V.

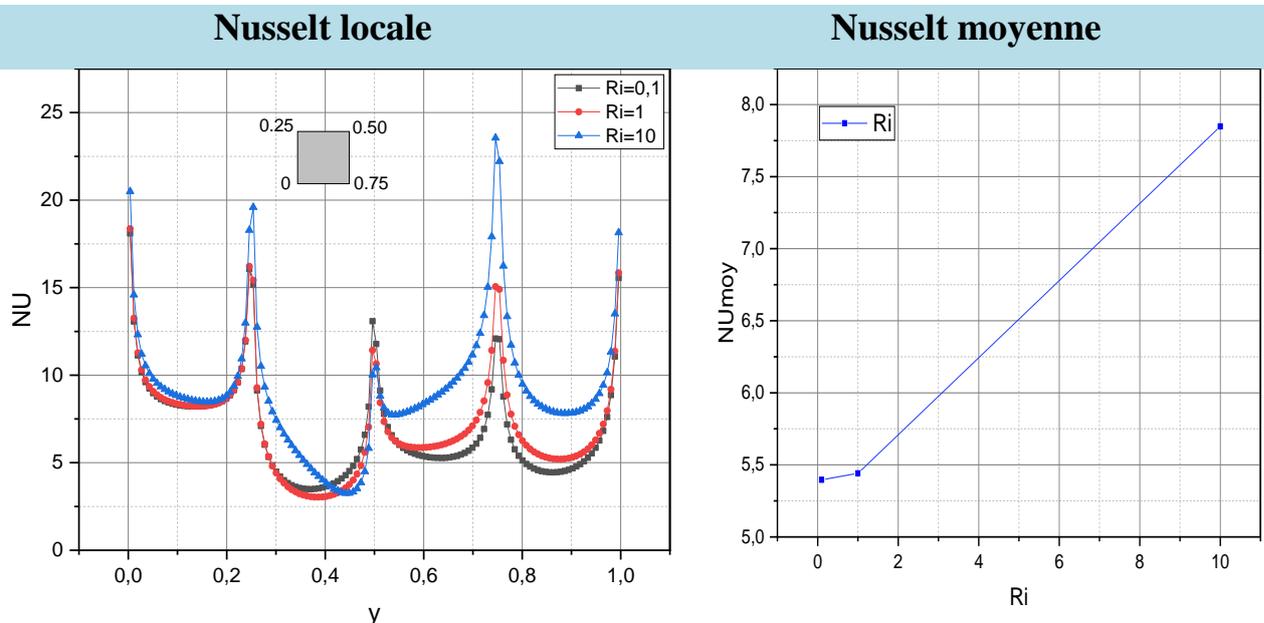


Figure IV.7 Evolution du Nusselt locale sur les parois du bloc chauffé de 1^{er} cas pour différentes valeurs des nombres de Richardson.

Figure IV.8 Evolution du Nusselt moyen sur les parois du bloc chauffé de 1^{er} cas pour différentes valeurs des nombres de Richardson.

La variation du nombre de Nusselt illustrée sur la figure (IV.7) présente des pics au niveau des coins du bloc chauffé du fait des gradients élevés de température, L'échange est améliorée avec l'augmentation du nombre de Richardson figure (IV.8).

IV.2.2. Le deuxième cas « Le bloc est proche de la paroi verticale gauche de la cavité » :

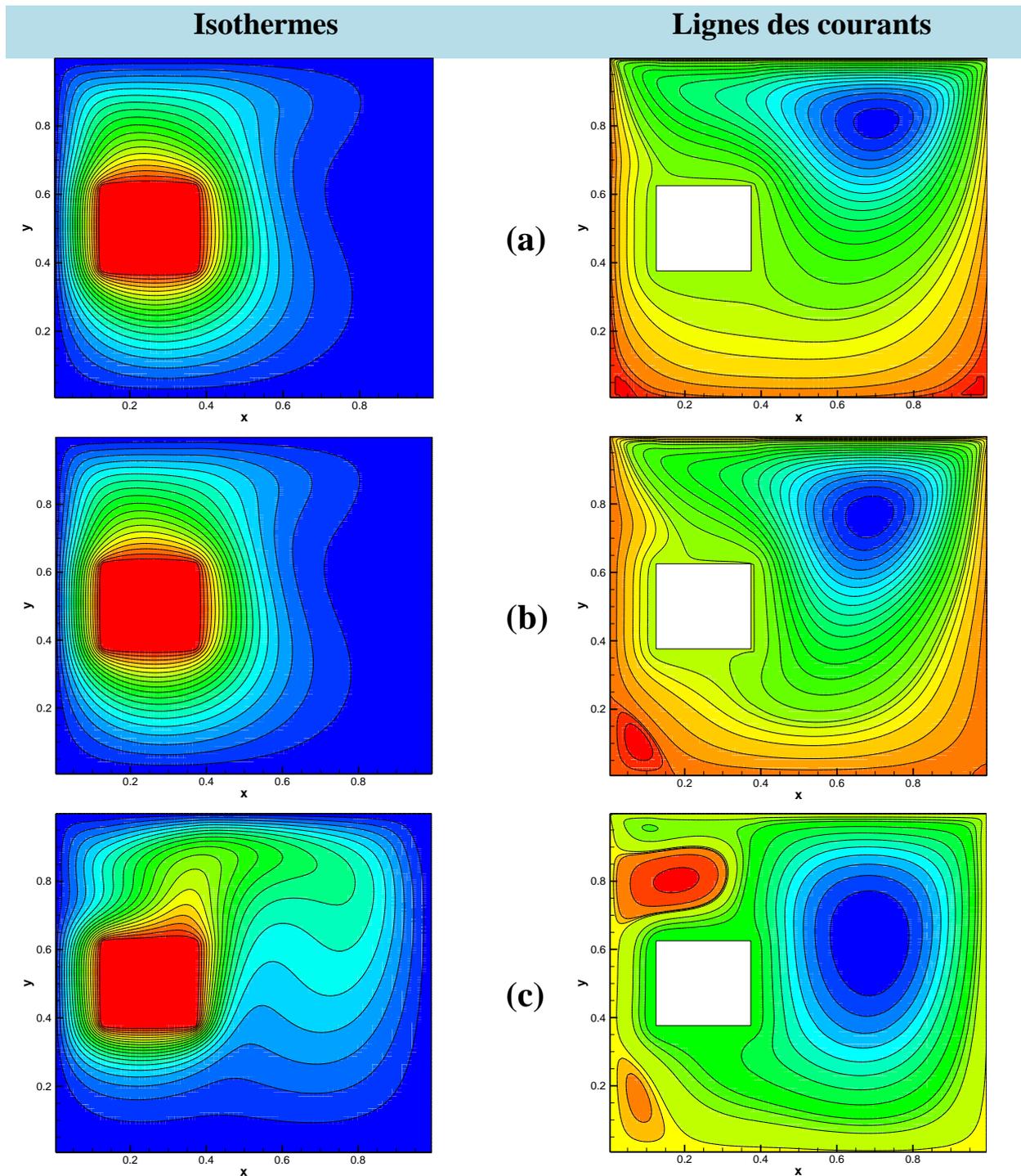


Figure IV.9 Les lignes de courant et les isothermes du 2^{ème} cas pour différent nombre de Richardson.

Le bloc chauffé est positionné a un distance de $L/8$ de la paroi verticale gauche de la cavité. Les lignes de courant et les isothermes pour différent nombre de Richardson sont présentées sur la figure (IV.9). On constate la formation d'une zone de recirculation due a l'entraînement du fluide par la paroi mobile et son allure reste presque invariable et par l'effet des forces de flottabilité thermique ($Ri=10$) cette zone s'élargie pour occuper la majorité de la partie droite de la cavité et la formation d'autres petites cellules près de la paroi gauche de la cavité. Ces changements ont un effet sur la distribution de la température au sein de la cavité. Les lignes isothermes restent concentrer près des parois du bloc et surtout aux voisinages de ses coins ce qui provoque des pics observés sur la variation du nombre de Nusselt figure (IV.11). Les zones de recirculation peuvent être confirmé par les valeurs négative des vitesses figure (IV.10).

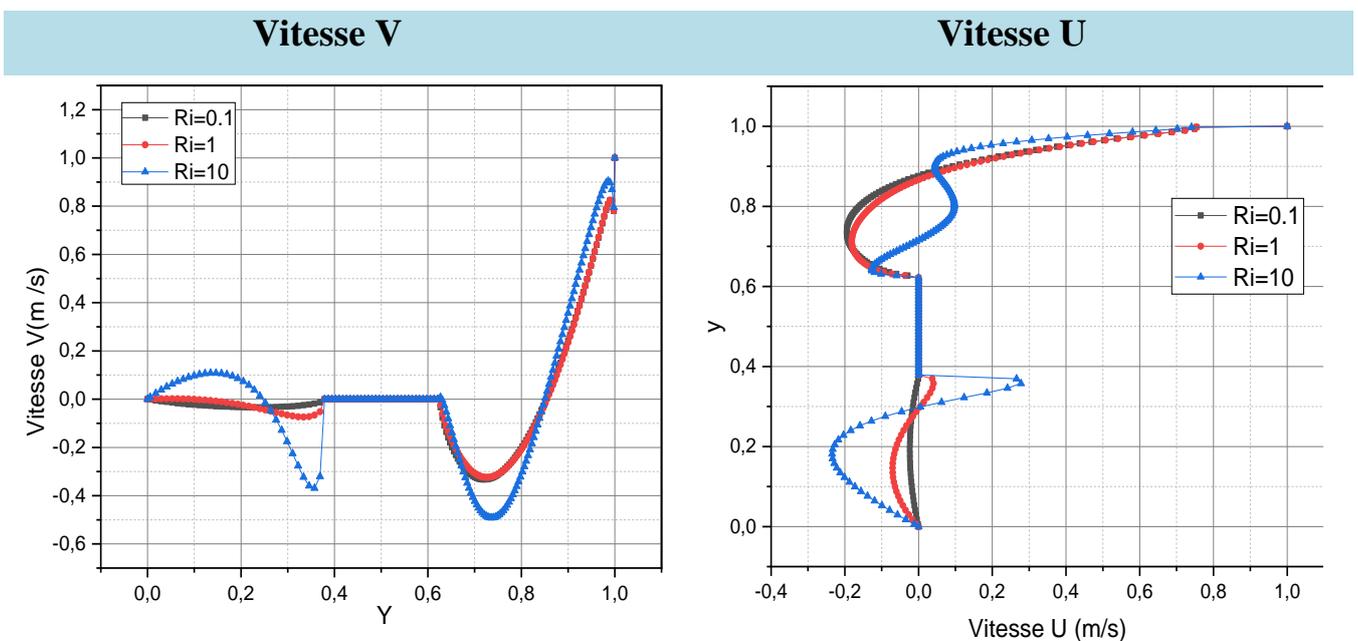


Figure IV.10 Profil de vitesse U et V de 2^{ème} cas pour différentes nombres de Richardson :

(a) $Ri=0.1$; (b) $Ri=1$; (c) $Ri=10$.

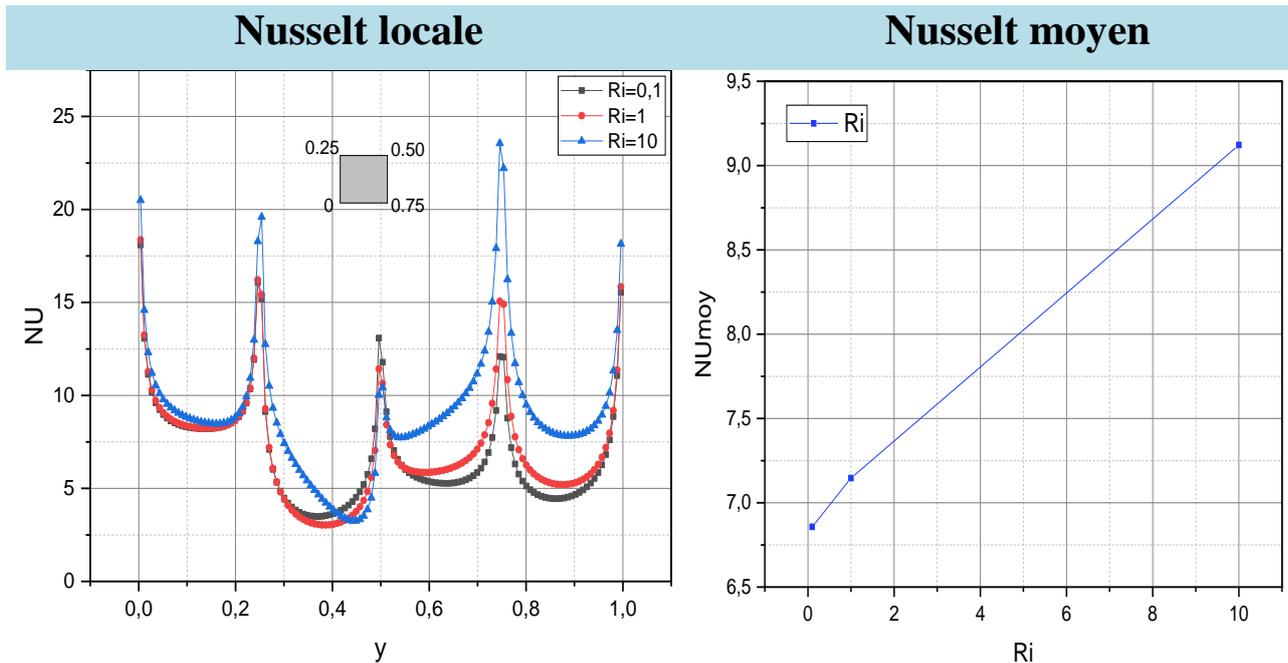


Figure IV.11 Evolution du Nusselt locale sur les parois du bloc chauffé de 2^{ème} cas pour différent valeurs des nombres de Richardson.

Figure IV.12 Evolution du Nusselt moyen sur les parois du bloc chauffé de 2^{ème} cas pour différent valeurs des nombres de Richardson.

IV.2.3. Le troisième cas « le bloc est proche de la paroi verticale droite de la cavité » :

Le bloc chauffé est positionné a un distance de $L/8$ de la paroi verticale droite de la cavité. Les lignes de courant et les isothermes pour différent nombre de Richardson sont présentées sur la figure (IV.13). Pour des faible nombre de Richardson (la convection forcée est dominante), deux cellules de recirculation se forment, l'une entre le bloc chauffé et la paroi mobile et l'autre au coin inférieur gauche. Avec l'augmentation du nombre de Richardson, l'effet des forces de flottabilité thermique augmente et la deuxième cellule s'élargie pour occuper la majorité de la partie gauche de la cavité avec un déplacement du centre de la première cellule vers la droite. Ces changements peuvent être détectés sur les profils des vitesses (figure IV.14).

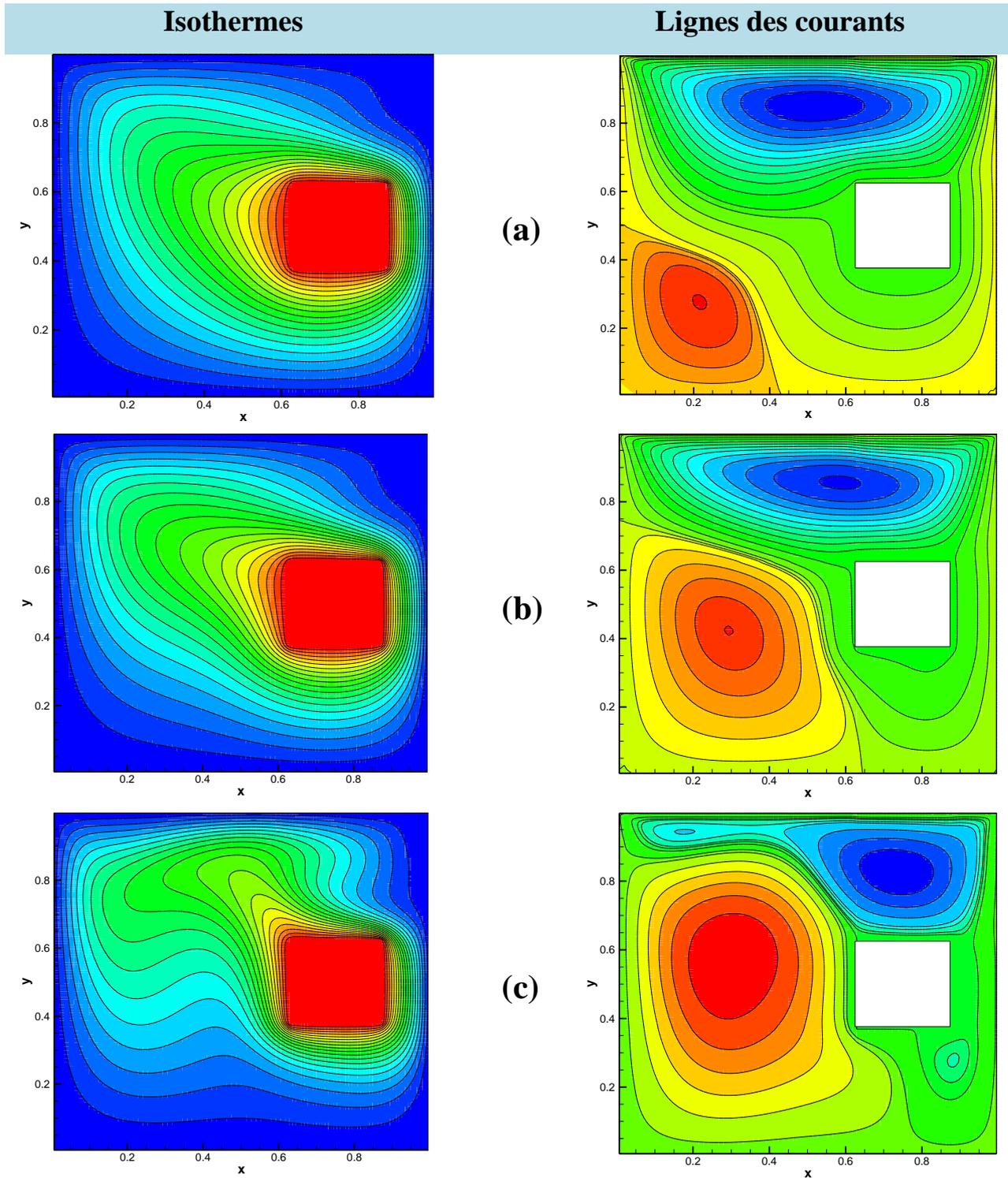


Figure IV.13 Les lignes de courant et les isothermes de 3^{ème} cas pour différent nombre de Richardson.

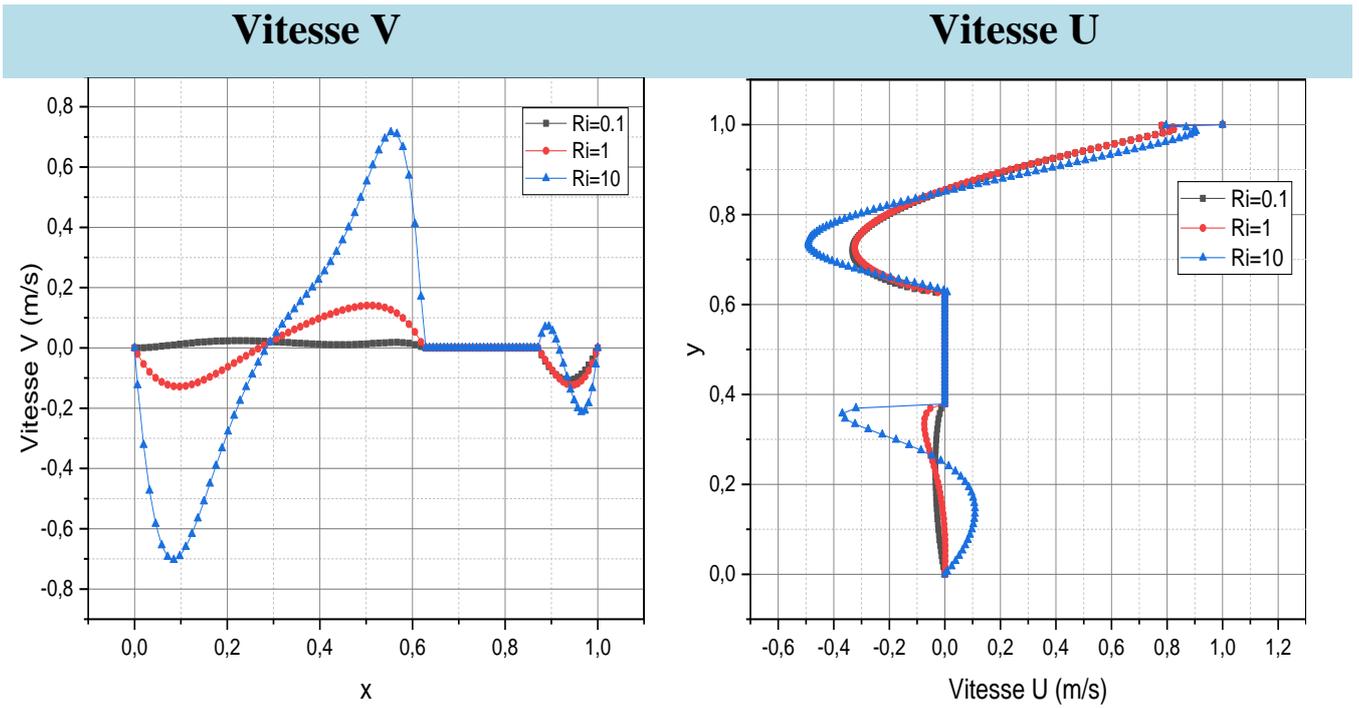


Figure IV.14 Profil de vitesse U et V de 3^{ème} cas pour différentes nombres de Richardson :
 (a) Ri= 0.1; (b) Ri = 1; (c) Ri = 10.

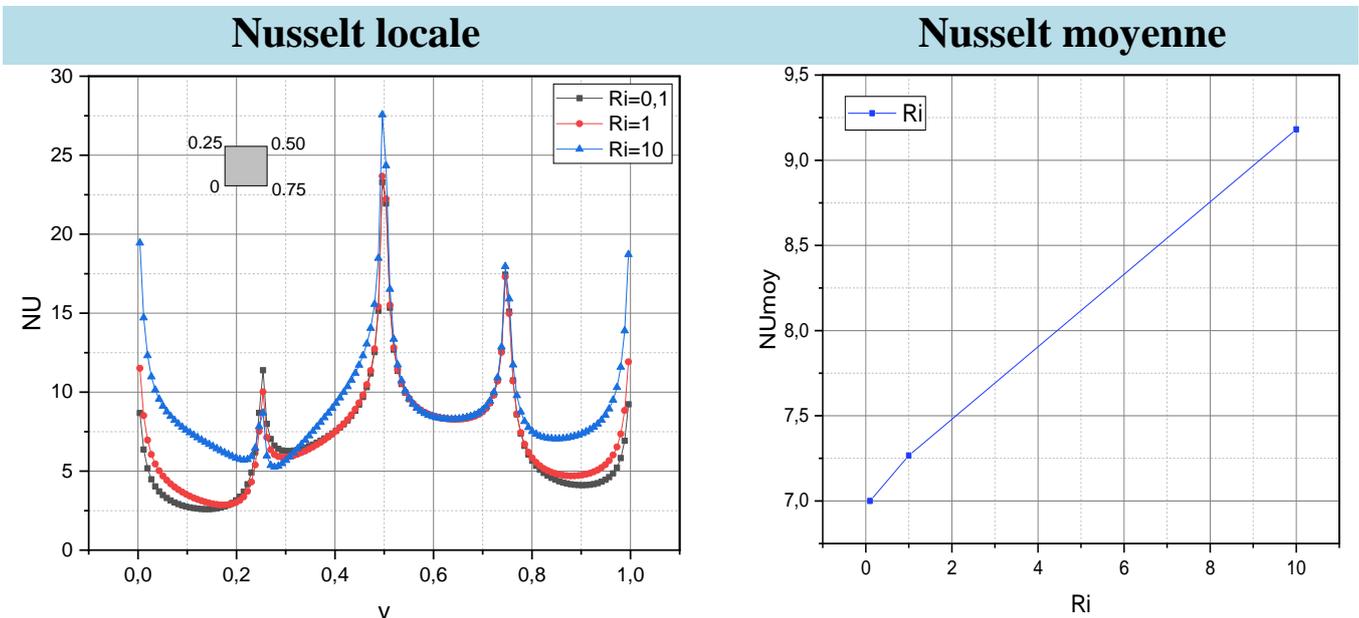


Figure IV.15 Evolution du Nusselt locale sur les parois du bloc chauffé de 3^{ème} cas pour différent valeurs des nombres de Richardson.

Figure IV.16 Evolution du Nusselt moyen sur les parois du bloc chauffé de 3^{ème} cas pour différent valeurs des nombres de Richardson.

L'évolution de nombre de Nusselt présente un pique élevé au niveau de coin haut droite du fait des gradients élevés de température qui sont dus à l'intensité de la première cellule de recirculation dominant de figure (IV.15). Dans tous les cas le nombre de Nusselt moyen augmente avec l'augmentation de l'effet des forces de flottabilité thermique (IV.16).

Conclusion générale



Conclusion générale :

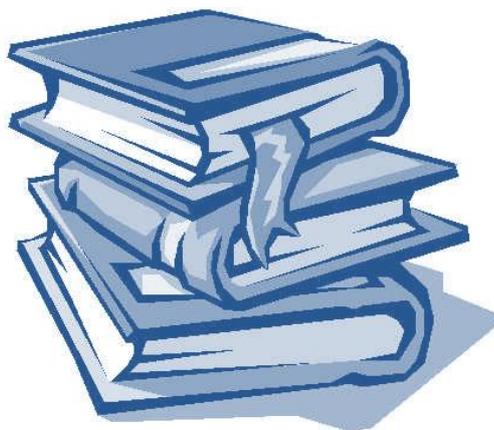
L'écoulement laminaire d'un fluide incompressible par convection mixte dans une cavité en présence d'un bloc chauffé a été étudié en résolvant numériquement les équations de conservation correspondantes. Un code de calcul écrit en langage Matlab à été élaboré et vérifié. L'effet du nombre de Reynolds, du nombre de Richardson et de la localisation du bloc chauffé est présenté.

Compte tenu des résultats obtenus on peut conclure que :

- ✓ Une zone de recirculation se forme entre la paroi mobile de la cavité et le bloc chauffé pour tous les cas du fait du mouvement de la paroi supérieure de la cavité. La taille de la cellule est influencée par l'augmentation du nombre de Richardson.
- ✓ avec l'augmentation de l'effet des forces de flottabilité thermique d'autres cellules se forment dans des positions qui diffèrent selon le cas étudié.
- ✓ un encombrement des isothermes aux voisinages des coins du bloc pour différents cas dû aux gradients élevés des températures au niveau de ces zones.
- ✓ Le nombre de Nusselt augmente avec l'augmentation des valeurs du nombre de de Richardson. En outre, chaque coin du bloc chauffé montre des valeurs élevées du nombre de Nusselt.

Pour les perspectives de ce travail, d'autres géométries peuvent être l'objet d'une simulation numérique en introduisant différents types de fluide de travail (nanofluides, fluide non Newtonien).

Références bibliographiques



RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES :

- [1] **House, John M., Christoph Beckermann, and Theodore F. Smith.** "Effect of a centered conducting body on natural convection heat transfer in an enclosure." *Numerical Heat Transfer* 18.2 (1990): 213-225.
- [2] **Shuja, S. Z., B. S. Yilbas, and Mahmoud Kassas.** "Flow over porous blocks in a square cavity: Influence of heat flux and porosity on heat transfer rates." *International Journal of Thermal Sciences* 48.8 (2009): 1564-1573.
- [3] **Sivakumar, V., et al.** "Effect of heating location and size on mixed convection in lid-driven cavities." *Computers & Mathematics with Applications* 59.9 (2010): 3053-3065.
- [4] **Rahman, MD Mustafizur, Mohammad Arif Hasan Mamun, and Rahman Saidur.** "Analysis of magnetohydrodynamic mixed convection and joule heating in lid-driven cavity having a square block." *Journal of the Chinese Institute of Engineers* 34.5 (2011): 585-599.
- [5] **Mushatet, Khudheyer S.** "Simulation of laminar natural convection in a cavity with cylindrical obstacles." *Australian Journal of Basic and Applied Sciences* 5.6 (2011): 636-645.
- [6] **Chamkha, Ali J., Salam Hadi Hussain, and Qusay Rashid Abd-Amer.** "Mixed convection heat transfer of air inside a square vented cavity with a heated horizontal square cylinder." *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications* 59.1 (2011): 58-79.
- [7] **Islam, Akand W., Muhammad AR Sharif, and Eric S. Carlson.** "Mixed convection in a lid driven square cavity with an isothermally heated square blockage inside." *International journal of heat and mass transfer* 55.19-20 (2012): 5244-5255.
- [8] **Mansour, N. Ben, et al.** "Mixed convection of heat transfer in a square lid-driven cavity." *International Letters of Chemistry, Physics and Astronomy* 55 (2015): 181.
- [9] **Boulahia, Zoubair, and Rachid Sehaqui.** "Numerical simulation of natural convection of nanofluid in a square cavity including a square heater." *Int. J. Sci. Res.* 4.12 (2015): 1718-1722.

- [10] **Boulahia, Zoubair, Abderrahim Wakif, and Rachid Sehaqui.** "Numerical investigation of mixed convection heat transfer of nanofluid in a lid driven square cavity with three triangular heating blocks." *International Journal of Computer Applications* 143.6 (2016): 37-45.
- [11] **Salhi, Hicham.** Etude numérique du transfert de chaleur de nanofluide dans les enceintes. Diss. Université de Batna 2, 2009.
- [12] **Boulahia, Zoubair, et al.** "Numerical study of natural and mixed convection in a square cavity filled by a Cu–water nanofluid with circular heating and cooling cylinders." *Mechanics & Industry* 18.5 (2017): 502.
- [13] **Khanafer, Khalil, and S. M. Aithal.** "Mixed convection heat transfer in a lid-driven cavity with a rotating circular cylinder." *International Communications in Heat and Mass Transfer* 86 (2017): 131-142.
- [14] **Nandalur, Ameer Ahamad, Sarfaraz Kamangar, and Irfan Anjum Badruddin.** "Heat transfer in a porous cavity in presence of square solid block." *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow* 29.2 (2019): 640-656.
- [15] **Dogonchi, A. S., et al.** "Natural convection analysis in a square enclosure with a wavy circular heater under magnetic field and nanoparticles." *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry* 139 (2020): 661-671.
- [16] **Tayebi, Tahar, and Ali J. Chamkha.** "Entropy generation analysis due to MHD natural convection flow in a cavity occupied with hybrid nanofluid and equipped with a conducting hollow cylinder." *Journal of Thermal analysis and Calorimetry* 139.3 (2020): 2165-2179.
- [17] **Ouahouah, Asma, et al.** "Mixed convection flow and heat transfer in a double lid-driven cavity containing a heated square block in the center." *MATEC Web of Conferences*. Vol. 330. EDP Sciences, 2020.
- [18] **Zhang, Yang, et al.** "Mixed convection of EG/NEPCM inside a lid-driven cavity with a rotating cylinder." *Case Studies in Thermal Engineering* 47 (2023): 103072.
- [19] **Iwatsu, Reima, Jae Min Hyun, and Kunio Kuwahara.** "Mixed convection in a driven cavity with a stable vertical temperature gradient." *International Journal of Heat and Mass Transfer* 36.6 (1993): 1601-1608.

- [20] **H. K. Versteeg and W. Malasekera**, An introduction to computationnel fluide Dynamics, the finite volume method, Editions John Wiley and Sons, (1995).
- [21] **BADACHE, Souad**. "Cours échauffement et refroidissement des actionneurs électromécaniques." Université des Sciences et de la Technologie d'Oran Mohamed Boudiaf – USTOMB (2021).
- [22] **Akerma, Mahdjouba**. *Etude des échanges convectifs autour d'un cylindre horizontal*. Diss. Université Mouloud Mammeri Tizi-Ouzou, 2013.
- [23] **S.V.PATANKAR**, "Numerical heat trasfer and fluid flow", me graw-hill, (1980).
- [24] **Souad BADACHE**, Cours échauffement et refroidissement des actionneurs électromécaniques Université des Sciences et de la Technologie d'Oran Mohamed Boudiaf – USTOMB, 2020/2021.