



Université Mohamed Khider de Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Mécanique

MÉMOIRE DE MASTER

Domaine : Sciences et Techniques

Filière : Génie Mécanique

Spécialité : Construction Mécanique

Réf. : Entrez la référence du document

Présenté et soutenu par :

GUETTIANI Emeyma

Le : mercredi 12 juin 2024

Etude du comportement des plaques en matériaux composites munies de trou elliptique

Jury :

| | | | | |
|-----|----------------------|-----|----------------------|------------|
| Pr. | CHEBBAH Mohamed Said | Pr | Université de Biskra | Président |
| Pr. | HECINI Mabrouk | Pr | Université de Biskra | Rapporteur |
| Dr | DJEBLOUN Youcef | MCA | Université de Biskra | Examineur |

Année universitaire : 2023 - 2024

الافراء

أهدي هذه الأطروحة إلى :

الى روح جدتي

والداي الأعزاء على كل التضحيات التي قدموها من أجلي

لدعمي خلال كل سنوات دراستي

وكل افراد عائلتي

كما ابررنا متنائي لجميع المعلمين وزملائي

Remerciements

Le remercie Dieu tout-puissant, que m'a donné l'ambition et m'a dirigé sur mon chemin.

Je tiens à exprimer mes vifs remerciements à mon encadreur **Pr. HECINI**

Mabrouk,

Professeur au département de génie mécanique, Faculté de sciences et technologie,

Université de Mohamed Khider-Biskra e remercie également tous mes chers professeurs, notamment le **Pr. CHEBBAH Mohamed** et le **Dr DJELOUN Youcef**.

Je remercie également les membres du jury pour l'évaluation de ce travail

Enfin, je remercie tout particulièrement ma famille (Amine, Aredje, Safa, Isra, Raid et Dana), en particulier ma mère et mon père Ahmed qui m'a encouragé tout au long de mes études.

Je n'oublie pas mes amis pour leur amitié et leurs encouragements, surtout (Amal, Alia , Nesrine, Sawsan, Hadil et Fatima)

Tableau des matières

Liste de Figure

Liste des abréviations

Introduction générale.....01

Chapitre I : Présentation générale des matériaux composites

I.1. Définition des matériaux composites.....04

I.2 Caractéristiques générales04

I.3 Les classifications des matériaux.....05

-Composite à fibre.....06

-Composite à particule06

I.4 Classification suivant la nature des constituants.....07

- Composites à matrice organique07

-. Composites à matrice métallique.....07

-.Composites à matrice minérale.....07

I 5.Avantages des matériaux composites.....08

I.6 Domaines d'application des matériaux composites.....08

I. 7 Les différentes architectures des renforts de composites.....09

I.8 Les matériaux composites structuraux.....09

I.8.1 Les monocouches.....09

I.8.2 Les stratifiés09

I.8.3 Les sandwichs10

I 9.Fabrication des composites11

I.9.1 Moulage au contact.....11

I.9.2 Moulage par projection.....12

I.9.3 Enroulement filamentaire.....14

I.9.4 Moulage par pultrusion.....15

Chapitre II : comportement mécanique des matériaux composites

II.1 Loi de Hooke généralisée17

II.1.1Matériaux monocliniques.....18

Table des matières

| | |
|--|----|
| II.1.2 Matériaux isotrope..... | 20 |
| II.1.3 Matériaux isotropes transverses..... | 20 |
| II.2 Comportement des monocouches | 21 |
| II.2.1 Comportement mécanique dans les directions d'orthotrope..... | 22 |
| II.2.2. Comportement mécanique dans des directions quelconques | 22 |
| II.2.3 Caractéristiques mécaniques du mélange renfort-matrice | 24 |
| Chapitre III : Analyse des plaques munies de trou elliptique. | |
| Introduction | 28 |
| III.1. Facteur de concentration des contraintes (FCC)..... | 28 |
| III.2. Etude du comportement des plaques isotrope munies d'un trou elliptique..... | 28 |
| III.1.2.1 Cas de traction dans le sens de grand axe ($\beta=\pi/2$)..... | 29 |
| III.1.2.2 Cas de traction dans le sens parallèle au grand axe ($\beta=0$)..... | 30 |
| III.2.3 Cas de la plaque finie..... | 32 |
| III.3 plaque composite muni d'un trou elliptique..... | 33 |
| III.3.1 Cas de traction dans parallèle au grand axe ($\beta=0$)..... | 33 |
| III.3.2 Cas de traction dans le sens de grand axe ($\beta=\pi/2$)..... | 35 |
| III.3.3 Cas de la plaque fine | 36 |
| <i>Chapitre IV : Analyse analytique et numérique du comportement des plaques trouées en matériaux composites</i> | |
| Introduction | 39 |
| IV.1. Etude du comportement des plaques isotropes munies du trou elliptique | 39 |
| IV.2. Distribution du facteur de concentration des contraintes au bord du trou elliptique composite..... | 44 |
| IV.3 Effet du rapport d'anisotropie (E_1/E_2) sur le facteur de concentration des contraintes..... | 47 |
| IV.4 Analyse par la méthode des éléments finis (logiciel ANSYS)..... | 49 |
| Conclusion Générale..... | 50 |
| Résumé | |

Liste des Figures:

| | |
|---|----|
| Figure I.1 Composition d'un matériau composite..... | 04 |
| Figure I.2 Classification suivant la forme des constituants..... | 06 |
| Figure I.3 Domaines d'application des matériaux composites : b) Aéronautique d) Militairee) Aérospatiale a) Nautique f) Sport c) Energie..... | 08 |
| Figure I.4 Différentes architectures des renforts de composites | 09 |
| Figure I.5 Monocouches UD..... | 09 |
| Figure I.6 Stratifié de compose..... | 10 |
| Figure I.7 Eléments constitutifs d'un sandwich | 11 |
| Figure I.8 Schéma simplifié du procédé de Moulage au contact | 12 |
| Figure I.9 Schéma simplifié du procédé de moulage par projection simultanée..... | 13 |
| Figure I.10 Moulage par enroulement filamentaire..... | 14 |
| Figure I.11 Schéma simplifié du 1- rouleau continu de fibres..... | 15 |
| Figure I.12 Moulage par injection R.T.M..... | 16 |

Chapitre II Comportement mécanique des matériaux**composites :**

| | |
|---|----|
| figure II.1. Représentation des trois plans de symétrie d'un matériau orthotrope..... | 18 |
| Figure II.2 Repères de monocouche (pli UD)..... | 22 |
| Figure II. 3 Couche d'un matériau orthotrope..... | 23 |
| Figure II. 4 Structure élémentaire d'un matériau composite unidirectionnel..... | 26 |

Chapitre III Analyse des plaques munies de trou elliptique

| | |
|--|----|
| Figure III.1. Plaque munie d'un trou elliptique et soumise à une sollicitation de traction d'intensité σ^∞ | 29 |
| Figure III.2. Cas d'une sollicitation perpendiculaire au grand axe de l'ellipse ($\beta = \pi/2$)..... | 30 |
| Figure III.3. Cas d'une sollicitation parallèle au grand axe de l'ellipse ($\beta = 0^0$)..... | 31 |
| Figure III.4. Cas de la plaque finie isotrope | 32 |

| | |
|---|----|
| Figure III.4. Traction d'une plaque composite avec un trou elliptique..... | 33 |
| Figure III.5. Traction d'un plaque composite trouée suivant l'axe parallèle au grand axe de l'ellipse ($\beta=0^\circ$)..... | 34 |
| Figure III.6. Cas de traction dans le sens de grand axe ($\beta=\pi/2$)..... | 36 |

Chapitre IV : Analyse analytique et numérique du comportement des plaques trouées en matériaux composites

| | |
|--|----|
| Figure IV.1 Plaque avec trou elliptique soumise à la sollicitation de traction orientée d'angle β par rapport au grand axe elliptique..... | 39 |
| Figure IV.2. Distribution du facteur de concentration de contraintes autour du trou elliptique. Cas d'une contrainte parallèle au grand axe de l'ellipse ($\beta=0^\circ$)..... | 40 |
| Figure IV.3. Distribution du facteur de concentration de contraintes autour de l'elliptique trou Cas d'une contrainte parallèle au grand axe de l'ellipse ($\beta=\pi/2^\circ$)..... | 41 |
| Figure IV.4. Plaque isotrope plaque fine cas(e)..... | 42 |
| Figure IV.5. Plaque isotrope plaque fine M2..... | 43 |
| Figure IV.6. Variation du FCC maximale en fonction de l'orientation des fibres pour la sollicitation de traction parallèle au grand axe du trou elliptique ($\beta=0^\circ$)..... | 44 |
| Figure IV.7. Variation du FCC maximale en fonction de l'orientation des fibres pour la sollicitation de traction parallèle au grand axe du trou elliptique ($\beta=\pi/2^\circ$)..... | 45 |
| Figure IV.8. Plaque composite plaque fine par éq(3.18)..... | 46 |
| Figure IV.9. influence du rapport d' anisotropie E_1/E_2 | 47 |
| Figure IV.10. Variation du FCC au bord du trou pour différentes valeurs de rapport d'anisotropie (E_1/E_2)..... | 48 |
| Figure IV.9. Distribution du FCC en sollicitation de traction perpendiculaire aux grand axe de l'ellipse pour l'orientation des fibres égal à 90° et le rapport elliptique $a/b=2$ | 49 |

List abréviation :

FCC Facteur du Concentration des Contraintes

MEF Méthode des Eléments Finis

Principaux notations et symboles :

| | | |
|------------------|---|-----------------|
| T_f | Température de fusion. | °K |
| ρ | Masse volumique du matériau composite ou de pli unidirectionnel. | Kg/m^3 |
| M_f, M_m | Tenseur de masse de renfort et de matrice respectivement. | Kg |
| V_f, V_m | Teneur en volume du renfort et de la matrice. | |
| ρ_f, ρ_m | Masse volumiques du renfort et de la matrice. | Kg/m^3 |
| E | Module d'élasticité d'un matériau isotrope. | GPa |
| E_f, E_m | Modules de Young des fibres et de matrice respectivement. | GPa. |
| E_l | Modules d'élasticité dans le sens des fibres. | GPa |
| E_t | Module d'élasticité dans le sens travers des fibres. | GPa |
| E_{ft} | Module de Young dans le sens transversal des fibres (Fibres anisotropes). | GPa |
| E_x, E_y | Modules d'élasticité selon x et y respectivement. | GPa |
| E_1/E_2 | Rapport anisotrope. | |
| ν_f, ν_m | Coefficients de Poisson des fibres et de matrice respectivement. | |
| ν | Coefficients de Poisson d'un matériau isotrope. | |
| ν_{lt} | Coefficients de Poisson du pli unidirectionnel. | |
| ν_{xy} | Coefficients de Poisson du matériau composite. | |
| G | Module de coulomb (glissement) d'un matériau isotrope. | GPa |
| G_f, G_m | Module de coulomb (glissement) des fibres et de matrice respectivement. | GPa |
| G_{lt} | Module de coulomb (glissement) du pli unidirectionnel. | GPa |
| G_{xy} | Module de coulomb (glissement) du matériau composite | GPa |
| σ^{max} | Contrainte maximale. | GPa |
| σ^∞ | Contrainte de sollicitation de traction pure. | GPa |
| σ_{xx} | Contrainte normale suivant la direction x | GPa |

Principaux notations et symboles

| | | |
|----------------|--|-----|
| σ_{yy} | Contrainte normale suivant la direction y. | GPa |
| σ_{xy} | Contrainte de cisaillement. | GPa |
| σ_l | Contrainte normale dans le sens des fibres. | GPa |
| σ_t | Contrainte normale dans le travers des fibres. | GPa |
| σ_{tl} | Contrainte tangentielle. | GPa |
| [C] | Matrice de rigidité. GPa | |
| [S] | Matrice de souplesse. GPa ⁻¹ | |
| S_{ij} | Les éléments de la matrice de souplesse. GPa ⁻¹ | |
| C_{il} | Les éléments de la matrice de rigidité. GPa | |
| [σ] | Tenseur des contraintes. GPa | |
| [ϵ] | Tenseur des déformations. | |

Introduction Générale :

L'usage des matériaux composites à matrice organique, en particulier les stratifiés, ne cesse de croître dans les domaines les plus variés. Les bonnes propriétés mécaniques spécifiques de ces matériaux permettent en effet un allègement des structures qui est très recherché dans les constructions mécaniques des moyens de transport. L'opération de perçage des trous dans les structures composites est utile et nécessaire pour des besoins de la mécanique de construction comme l'assemblage des pièces et la canalisation ainsi que des besoins énergétiques comme l'évacuation de la chaleur dans les systèmes de refroidissement etc.... Cette présence de trous dans les structures composites provoque le phénomène de concentration des contraintes qui influe négativement sur leur comportement mécanique. Ce comportement est analysé par un facteur, dit facteur de concentration des contraintes (FCC), qui exprime la variation locale de la contrainte due à la présence du trou. Le champ des contraintes autour du trou est fonction de plusieurs paramètres tels que la taille et la forme géométrique du trou, l'orientation des fibres, le rapport d'anisotropie, et la nature de la charge appliquée.

Le but de notre travail est d'étudier analytiquement, numériquement et l'influence de la présence du trou elliptique sur le comportement mécanique des plaques composites. La détermination de la répartition des contraintes autour du trou sera effectuée analytiquement et numériquement en utilisant la méthode des éléments finis en utilisant le logiciel ANSYS.

Dans cette étude, nous considérons l'état plan de contrainte, et les dimensions de la plaque suffisamment grands par rapport aux dimensions du trou elliptique ainsi que l'homogénéité de l'état de contrainte loin du trou. Ces études analytiques et numériques ont été précédées par une analyse du cas de la plaque isotrope trouée de manière elliptique.

Nous avons divisé notre travail en quatre chapitres :

Le premier chapitre est une présentation bibliographique touchant des généralités sur les matériaux composites tels que ses différents constituants et leurs architectures ainsi que les différents procédés de mise en œuvre et les domaines d'application des matériaux composites. Et enfin on présente les différentes spécificités du perçage des matériaux composites.

Le deuxième chapitre sera consacré à la formulation décrivant le comportement mécanique des matériaux composites. Il s'agit de déterminer les termes de la matrice de rigidité de la monocouche en utilisant les lois de mélange.

Nous nous intéressons essentiellement dans le troisième chapitre à présenter les formulations analytiques de la distribution du champ de contrainte autour et loin du trou

elliptique centré pour les plaques isotropes et composites. Le facteur de concentration des contraintes est le paramètre utilisé pour analyser l'influence des paramètres les plus importants qui affectent le comportement des plaques avec un trou elliptique, tels que la taille du trou, l'orientation des fibres, la stratification des couches et le rapport d'anisotropie (E_1/E_2).

Le quatrième chapitre propose en premier lieu une analyse analytique et numérique de la variation de la concentration des contraintes dans les plaques isotropes munies d'un trou elliptique centré. Cette analyse étudie l'influence de quelques paramètres sur la variation de la valeur et l'emplacement du facteur de concentration des contraintes au bord du trou tels que la taille du trou. Le logiciel ANSYS développé sur la base de la méthode des éléments finis est utilisé pour effectuer l'analyse numérique.

En deuxième lieu, ce chapitre présente une étude analytique par l'utilisation des solutions semi-empiriques et une étude numérique basée sur la méthode des éléments finis dans le but d'analyser le phénomène de concentration des contraintes autour des trous dans les plaques composites munies d'un trou elliptique centrés. Il s'agit d'étudier l'effet des principaux paramètres sur la variation de la valeur et l'emplacement du facteur de concentration des contraintes au bord et loin de trou comme l'orientation des fibres, la taille du trou, le type de chargement et le rapport anisotropie (E_1/E_2) tout en appliquant l'effort de traction.

Nous terminerons par une conclusion générale résumant les résultats obtenus et des recommandations futures à ce thème de travail.

Chapitre I :

Généralité sur les matériaux composites

I.1 Définition

Dans un sens large, le mot “composite” signifie “constitué de deux ou plusieurs parties différentes”. En fait, l'appellation *matériau composite* ou *composite* est utilisée dans un sens beaucoup plus restrictif, qui sera précisé tout au long de ce chapitre. Nous en donnons pour l'instant la définition générale suivante. Un matériau composite est constitué de l'assemblage de deux matériaux de natures différentes, se complétant et permettant d'aboutir à un matériau dont l'ensemble des performances est supérieur à celui des composants pris séparément. [2]

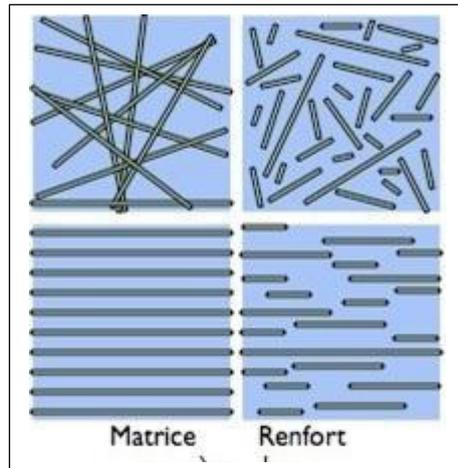


Figure I.1 Composition d'un matériau composite.[3]

I.2 Caractéristiques générales

Un matériau composite consiste dans le cas le plus général d'une ou plusieurs phases discontinues réparties dans une phase continue. Dans le cas de plusieurs phases discontinues de natures différentes, le composite est dit hybride. La phase discontinue est habituellement plus dure avec des propriétés mécaniques supérieures à celles de la phase continue. La phase continue est appelée la matrice. La phase discontinue est appelée le renfort ou matériau renforçant (figure 1.1). Une exception importante à la description précédente est le cas de polymères modifiés par des élastomères, pour lesquels une matrice polymère rigide est chargée avec des particules élastomères. Pour ce type de matériau, les caractéristiques statiques du polymère (module d'Young, contrainte à la rupture, etc.) ne sont pratiquement pas modifiées par l'adjonction de particules élastomères, alors que : les caractéristiques au choc sont améliorées :

- Les propriétés des matériaux composites résultent :
- Des propriétés des matériaux constituants,
- De leur distribution géométrique,

- De leurs interactions, etc.

Ainsi, pour accéder à la description d'un matériau composite, il sera nécessaire de spécifier :

- La nature des constituants et leurs propriétés,
- La géométrie du renfort, sa distribution,
- La nature de l'interface matrice-renfort.

La géométrie du renfort sera caractérisée par : sa forme, sa taille, la concentration du renfort, sa disposition (son orientation), etc. Si l'ensemble de ces paramètres concourt à déterminer les propriétés du composite, les modélisations Des criptives ne tiendront compte que de certains paramètres, du fait de la complexité des phénomènes mis en jeu. Par exemple, la forme du renfort sera schématiquement approchée soit par des sphères, soit par des cylindres .La concentration du renfort est habituellement mesurée par la fraction volumique (fraction en volume) ou par la fraction massique (fraction en masse). La concentration du renfort est un paramètre déterminant des propriétés du matériau composite.

Pour une concentration donnée, la distribution du renfort dans le volume du composite est également un paramètre important. Une distribution uniforme assurera une “homogénéité” du matériau: les propriétés du composite seront indépendante du point de mesure. Dans le cas d'une distribution non uniforme du renfort, la rupture du matériau sera initiée dans les zones pauvres en renfort, diminuant ainsi la résistance du composite. Dans le cas de matériaux composites dont le renfort est constitué de fibres, l'orientation des fibres détermine l'anisotropie du matériau composite. Cet aspect constitue une des caractéristiques fondamentales des composites: la possibilité de contrôler l'anisotropie du produit fini par une conception et une fabrication adaptées aux propriétés souhaitées.

I.3.Classification des matériaux:

Composite : Les composites peuvent être classés suivant la forme des composants ou suivant la nature des composants.

I.3.1 Classification suivant la forme des constituants :

En fonction de la forme des constituants, les composites sont classés en deux grandes classes : les matériaux composites à particules et les matériaux composites à fibres.(figure I.2).



Figure I.2 Classification suivant la forme des constituants

I.3.1.1 Composites à fibres :

Un matériau composite est un composite à fibres si le renfort se trouve sous forme de fibres. Les fibres utilisées se présentent soit sous forme de fibres continues, soit sous forme de fibres discontinues : fibres coupées, fibres courtes, etc. L'arrangement des fibres, leur orientation permettent de moduler à la carte les propriétés mécaniques des matériaux composites, pour obtenir des matériaux allant de matériaux fortement anisotropes à des matériaux isotropes dans un plan.

Le concepteur possède donc là un type de matériau dont il peut modifier et moduler à volonté les comportements mécanique et physique en jouant sur :

- la nature des constituants,
- la proportion des constituants,
- l'orientation des fibres, suivant le cahier des charges imposées.

L'importance des matériaux composites à fibres justifie une étude exhaustive de leurs comportements mécaniques. En conséquence, le présent ouvrage sera essentiellement consacré par la suite à l'étude de ce type de matériaux.

I.3.1.1 Composites à particules :

Un matériau composite est un composite à particules lorsque le renfort se trouve sous forme de particules. Une particule, par opposition aux fibres, ne possède pas de dimension privilégiée. Les particules sont généralement utilisées pour améliorer certaines propriétés des matériaux ou des matrices, comme la rigidité, la tenue à la température, la résistance à l'abrasion, la diminution du retrait, etc. Dans de nombreux cas, les particules sont simplement utilisées comme charges pour réduire le coût du matériau, sans en diminuer les caractéristiques.

Le choix de l'association matrice-particules dépend des propriétés souhaitées. Par exemple, des inclusions de plomb dans des alliages de cuivre augmenteront leur facilité d'usinage. Des particules de métaux fragiles tels le tungstène, le chrome et le molybdène, incorporées dans des métaux ductiles, augmenteront leurs propriétés à températures élevées, tout en conservant le caractère ductile à température ambiante. Les cermets sont également des exemples de composites métal-céramique à particules, adaptés à des utilisations à températures élevées. Par exemple, les cermets à base d'oxydes sont utilisés pour les outils de coupe à vitesse élevée, et pour les protections à hautes températures.

Également, des particules d'élastomère peuvent être incorporées dans des matrices polymères fragiles, de manière à améliorer leurs propriétés à la rupture et au choc, par diminution de la sensibilité à la fissuration.

Ainsi, les composites à particules recouvrent un domaine étendu dont le développement s'accroît sans cesse. Toutefois, compte tenu de leurs diversités, ce type de matériaux ne sera pas étudié dans le cadre de cet ouvrage.[6]

I.4.1 Classification suivant la nature des constituants :

Selon la nature de la matrice, les matériaux composites sont classés suivant des Composites :

- Matrice organique.
- Matrice métallique.
- Matrice minérale.

Divers renforts sont associés à ces matrices. Seuls certains couples d'associations ont actuellement un usage industriel, d'autres faisant l'objet d'un développement dans les laboratoires de recherche. Parmi ces composites, nous pouvons citer :

➤ **Composites à matrice organique_ :**

- des fibres minérales : verre, carbone, etc.
- des fibres organiques : Kevlar, polyamides, etc.
- des fibres métalliques : bore, aluminium, etc.

➤ **. Composites à matrice métallique :**

- des fibres minérales : carbone, carbure de silicium (SiC),
- des fibres métalliques : bore,
- des fibres métallico-minérales : fibres de bore revêtues de carbure de silicium (BorSiC).

➤ **Composites à matrice minérale :**

- Des fibres métalliques : bore,
- des particules métalliques : cermets,
- des particules minérales : carbures, nitrures, etc.

Les matériaux composites à matrice organique ne peuvent être utilisés que dans le domaine des températures ne dépassant pas 200 à 300 °C, alors que les matériaux composites à matrices métallique ou minérale sont utilisés au-delà : jusqu'à 600 °C pour une matrice métallique, jusqu'à 1000 °C pour une matrice céramique.

I.5. Avantages des matériaux composites

Les matériaux composites disposent d'atouts importants par rapport aux matériaux traditionnels. Ils apportent de nombreux avantages fonctionnels : légèreté[6]

- résistance mécanique et chimique
- maintenance réduite et liberté de formes
- tenue aux chocs et au feu
- isolation thermique et/ou phonique

I.6. Domaines d'application des matériaux composites

Le développement des composites modernes est dû essentiellement aux besoins de plus en plus poussés de l'industrie, surtout dans les secteurs[6]

- Aérospatial
- Aéronautique
- Défense
- Sport
- Biomécanique

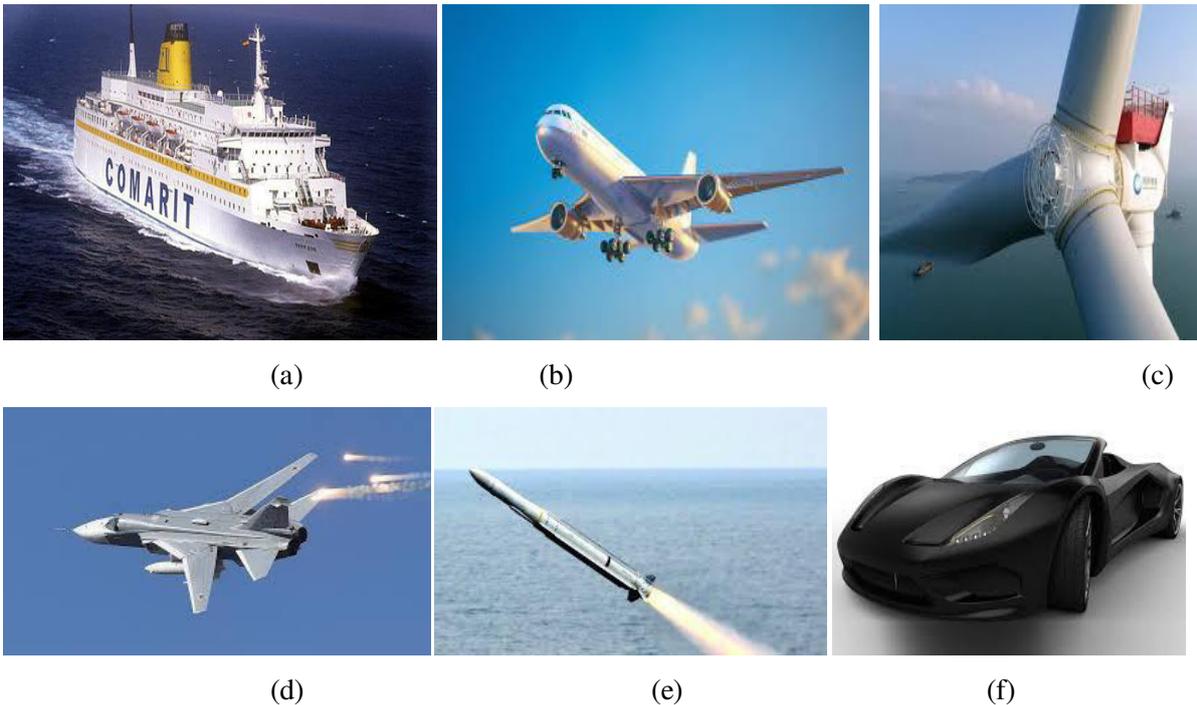


Figure I.3 Domaines d'application des matériaux composites : b) Aéronautique d) Militaire e) Aérospatiale a) Nautique f) Sport c) Energie [4], [5]

I.7. Les différentes architectures des renforts de composites

Les renforts sont assemblés dans le but de faciliter leur mise en forme. On peut distinguer cinq catégories de renforts : Les mats, tissus UD (unidirectionnels), les tissus bidirectionnels, les et les tissus multidirectionnels.

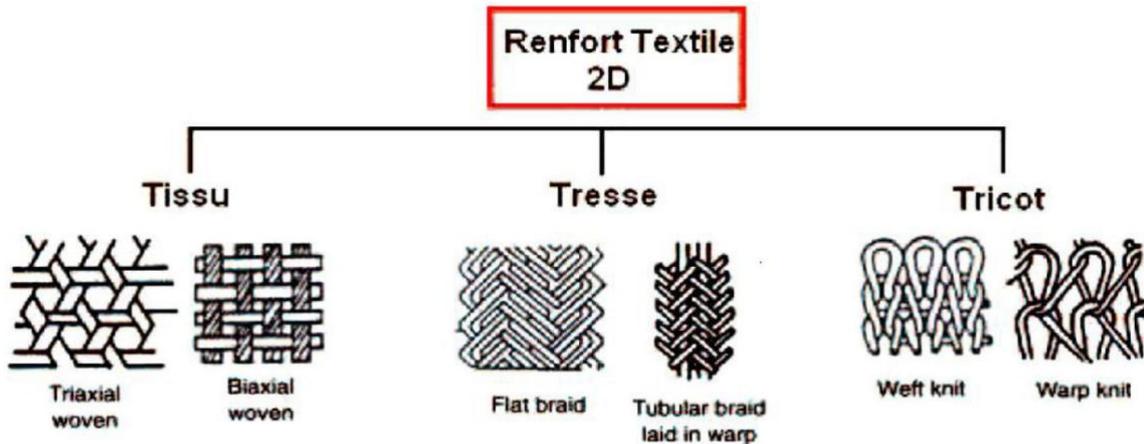


Figure I.4 Différentes architectures des renforts de composites .[7]

I.8. Les matériaux composites structuraux :

I.8.1. Les monocouches

Les monocouches représentent l'élément de base de la structure composite. Les monocouches sont caractérisées par la forme du renfort. On distingue les monocouches à fibres longues (unidirectionnelles UD ou réparties aléatoirement, à fibres tissées (tissus de renfort) et à fibres courtes (**Figure I.5**).

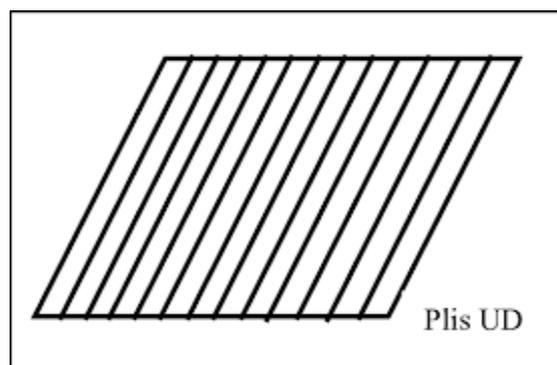


Figure I.5 Monocouches UD

I.8.2. Les stratifiés :

Un stratifié résulte de la superposition de plusieurs monocouches (ou plis) de nappes unidirectionnelles ou de tissus ayant chacune une orientation propre par rapport à un repère

commun aux couches et désigné par le référentiel du stratifié (figure 1.5). Les nappes successives sont en général orientées différemment (classiquement 0° , 45° , 90° , -45°). Il y a au minimum quelques couches, et jusqu'à 20 ou 30 couches, pour une épaisseur qui peut aller de 1 mm à plusieurs mm. plusieurs monocouches avec différentes orientations .

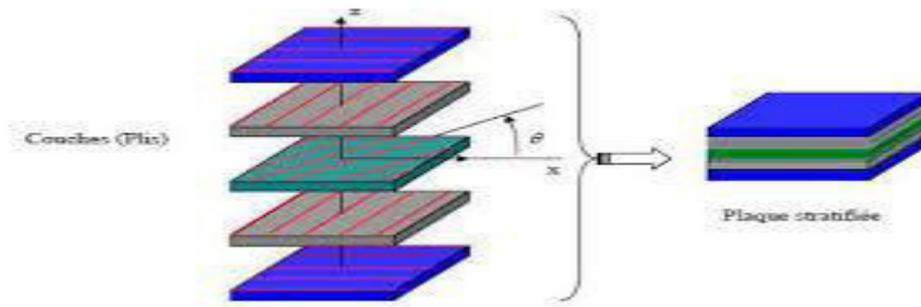


Figure I.6 Stratifié de composé

I.8.3. Les sandwichs :

Ce sont des matériaux composés de deux semelles (ou peaux) de grande rigidité et de faible épaisseur enveloppant une âme (ou cœur) de forte épaisseur et de faible résistance (figure 1.7). L'ensemble forme une structure d'une grande légèreté. L'assemblage des peaux avec l'âme se fait généralement par collage, par soudage ou par polymérisations dans les moules dans le cas des composites plastiques. Les âmes peuvent être pleines (bois, mousse, ...etc.) ou creuse (alliages métalliques léger, papier, ...etc.). Les peaux sont généralement des stratifiées ou des feuilles d'alliage légers. Les âmes les plus utilisées sont de type nid d'abeilles, âme ondulée ou mousse.

Ces structures ont une grande rigidité en flexion et torsion. L'âme de la structure sandwich résiste principalement aux contraintes de cisaillement et de compression hors plan, les peaux inférieures et supérieures supportent quant à elles les efforts dans leur plan.

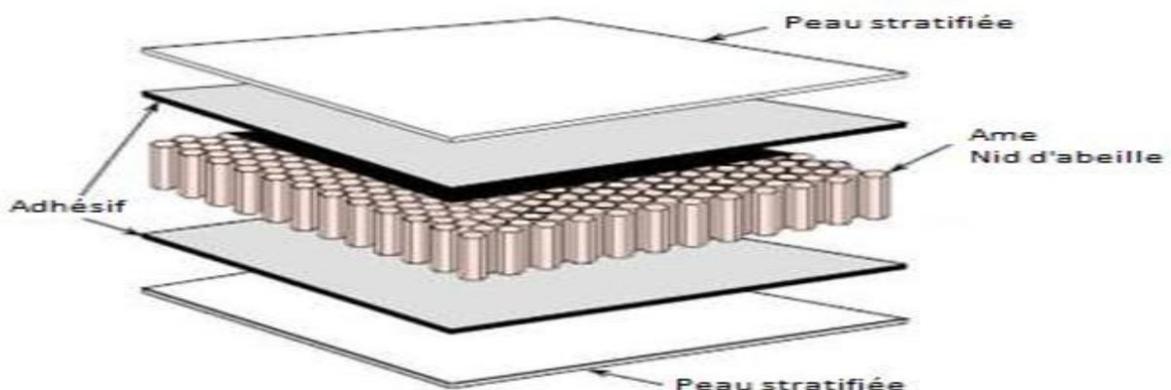


Figure I.7 Eléments constitutifs d'un sandwich [8]

I.9. Fabrication des composites :

L'élaboration d'un matériau composite se déroule généralement en trois opérations indispensables qui sont :

1. Imprégnation du renfort par la résine
2. Mise en forme à la géométrie de la pièce dans des moules
3. Durcissement du système

I.9.1 Moulage au contact :

C'est un procédé manuel pour la réalisation de structures à partir de résines thermodurcissables. Son principe consiste à imprégner manuellement les renforts disposés dans un moule à température ambiante et sans pression. Après durcissement de la résine, la pièce est démoulée. Le moulage au contact est peu coûteux utilisé pour produire des pièces de formes quelconques mais à cadence très faible. Cas d'utilisation :

- Procédé pour petites séries : de 1 à 1000 pièces / an
- Pièces de grandes à très grandes dimensions

Avantages :

- Offre la possibilité de produire des pièces de forme variées et complexes
- Pas de limite dimensionnelle des pièces réalisées par ce procédé
- Obtention de surfaces lisses
- Propriétés mécaniques moyennes à bonnes
- Moules simples, peu coûteux, rapides à réaliser
- Inconvénients
- Une seule face lisse
- Nécessité de finition (détourage, perçage, etc.)
- Faible cadence de production par moule
- Espace de travail important
- Conditions de travail médiocres

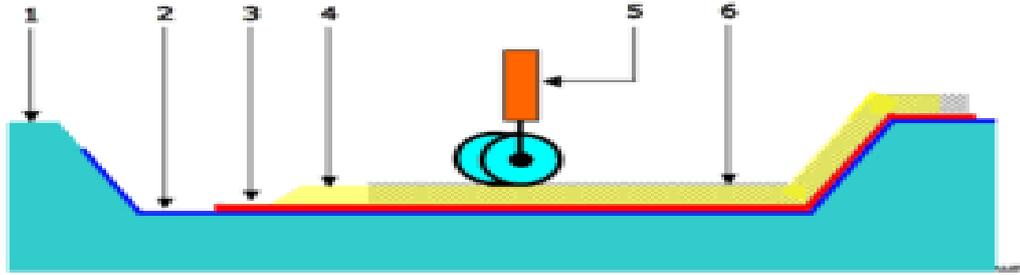


Figure I.8 Schéma simplifié du procédé de moulage au contact

1. moule ;
2. agent de démoulage ;
- 3 gelcoat ;
- 4- résine avec fibres ;
- 5- rouleau ébulleur ;
- 6- matériau composite.

I.9.2 Moulage par projection :

Ce procédé peut être réalisé d'une façon manuelle ou bien même robotisée. Il permet la réalisation de pièces à partir de résines thermodurcissables à température ambiante et sans pression. Les matières premières sont mises en œuvre à l'aide d'une machine dite "de projection" comprenant :

1. Un dispositif de coupe - projection du renfort
2. Un ou deux pistolets projetant simultanément la résine

Les fils coupés et la résine sont projetés sur la surface du moule puis compactés à l'aide de rouleaux et d'ébulleurs. La résine pré accélérée est catalysée en continu lors de sa projection.

Cas d'utilisation :

1. Production de pièces de moyennes à grandes dimensions
2. Recherche de réduction des coûts par rapport au contact
3. Petite et moyenne série

Avantages :

- Très larges possibilités de forme et de dimensions
- Travail simplifié, la mise en forme obtenue directement par la projection
- Productivité plus élevée qu'au contact
- Moules simples, peu onéreux, rapides à réaliser

Inconvénients :

- Une seule face lisse
- Propriétés mécaniques moyenne
- La qualité du produit dépend de la qualité de la main d'œuvre
- Conditions de travail très médiocres

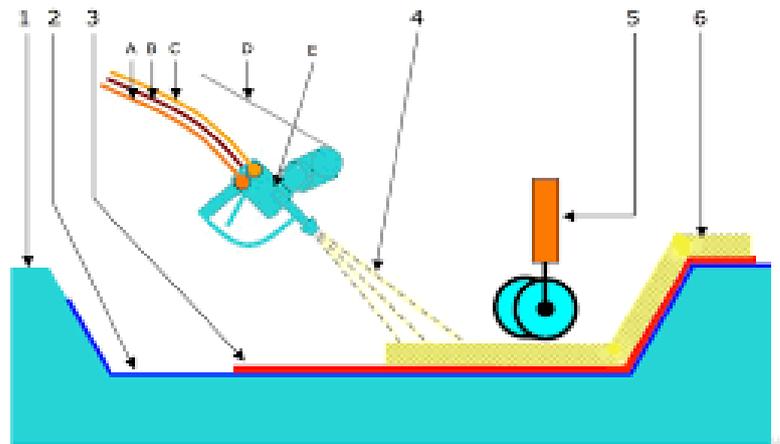


Figure I.9 Schéma simplifié du procédé de moulage par projection simultanée

- 1 .Moule
 - 2- Agent de démoulage
 - 3 .Gelcoat
 - 4 .Pulvérisation des fibres et de la résine
 - 5.Rouleau ébulleur
 6. Matériau composite
- A .Alimentation du premier composant
B.Alimentation du second composant
C.Alimentation en air sous pression
D.Alimentation en fibres
E.Pistolet de découpe de fibres et de pulvérisation des deux composants et des fibres découpées.

I.9.3 Enroulement filamentaire :

Le moulage par enroulement filamentaire permet l'obtention de corps creux en bobinant sur un moule (mandrin) différents renforts continus imprégnés de résine. Ce procédé est limité aux formes de révolution.

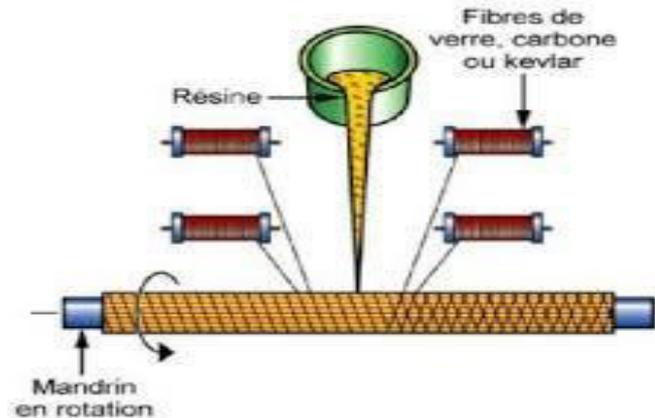


Figure I.10 Moulage par enroulement filamentaire

Cas d'utilisation

1. Production en série des de pièces de révolution
2. Pièces nécessitant une résistance élevée

- **Avantages :**

Obtention de pièces à fort taux de renforts (environ 70 %) apportant des caractéristiques mécaniques élevées- Orientation possible du renfort pour optimiser les contraintes que subit la pièce- Possibilité sur un matériel adapté de réaliser simultanément la partie cylindrique et les fonds d'une même pièce. (Citerne par exemple)

- **Inconvénients :**

L'inconvénient de ce procédé est surtout d'ordre économique parce qu'il est onéreux à cause du coût élevé matériel utilisé et du temps de mise en œuvre- Les pièces n'ont pas un aspect lisse à l'extérieur, ce qui peut être un inconvénient pour les pièces visibles.

- **Les applications**

On fabrique par cette technique, des tubes pour installations pétrolières, des tuyaux pour le chauffage urbain, pour l'assainissement ou pour l'adduction d'eau. Ces tuyaux sont généralement réalisés avec un renfort de fibres de verre et une résine polyester ou époxyde. Le procédé d'enroulement, compte tenu des hautes caractéristiques mécaniques qu'il permet d'obtenir, est également utilisé pour la fabrication de :

- a. Corps de fusée

- b. Arbres de transmission
- c. Bouteilles de gaz comprimé

I.9.4 Moulage par pultrusion :

Le procédé est destiné à la réalisation en continu de profilés de sections constantes. Des renforts continus, Rovinj-divers, mats et tissus en bandes de largeurs appropriées, tirés par un banc de traction situé en fin de ligne de production, sont successivement prédisposés de façon précise, imprégnés de résine et mis à la forme désirée par passage à travers une filière chauffée dans laquelle s'effectue le durcissement de la résine. Cas d'utilisation Réalisation de profilés en quantités significatives (plusieurs milliers de mètres linéaires).

Avantages :

- Toutes formes de sections, même creuses, angles vifs
- Aspect de surface lisse, moyen
- Très grande résistance mécanique, surtout longitudinale
- Bonne productivité : 0,2 à 2,5 m/min selon résines et sections
- Très faible part de main d'œuvre
- Bonnes conditions de travail et d'hygiène niveau de productivité

Inconvénients :

- Pas de possibilité de variation de sections
- Profilé nécessairement rectiligne
- Investissement relativement élevé

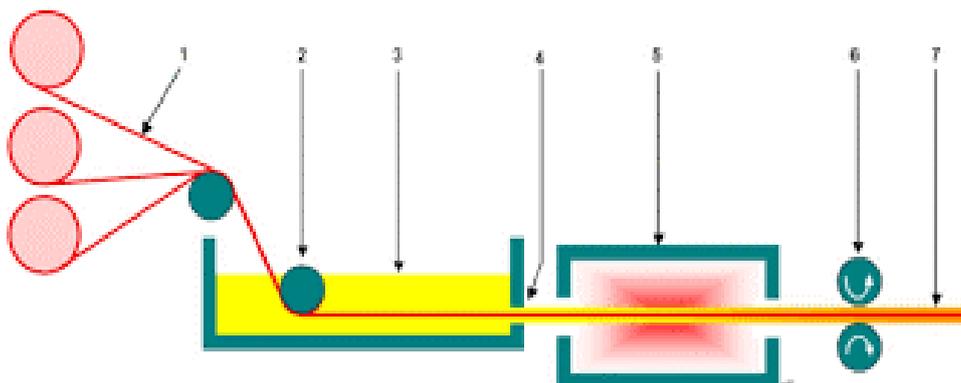


Figure I.11 Schéma simplifié du 1-rouleau continu de fibres

- 2 .Rouleau de mise sous tension
- 3.Résine
- 4 .Fibre imbibée

5 .Cuisson procédé de pultrusion .

6.étirage

7.Produit fini.

I.9.5 Moulage par injection R.T.M

Le moulage par injection de résine liquide R.T.M (Resin Transfer Molding), s'effectue entre un moule et un contre-moule rigides. Le renfort (mats, préforme, éventuellement tissus) est disposé dans le moule. Une fois celui-ci solidement fermé, la résine, accélérée et catalysée, est injectée sous faible pression (1.5 à 4 bars) à travers le renfort jusqu'au remplissage complet de l'empreinte. Après durcissement de la résine, le moule est ouvert et la pièce démoulée.

Cas d'utilisation

Procédé pour moyennes séries : 1000 - 10000 pièces/an

Avantages :

- Deux faces lisses
- Dimensions jusqu'à 7 m²
- Qualité non dépendante de la main d'œuvre
- Qualité constante
- Cadence de production élevée
- Bonnes conditions de travail et d'hygiène

Inconvénients :

- Limité aux formes peu ou moyennement complexes
- Nécessité d'effectuer des finitions post moulage

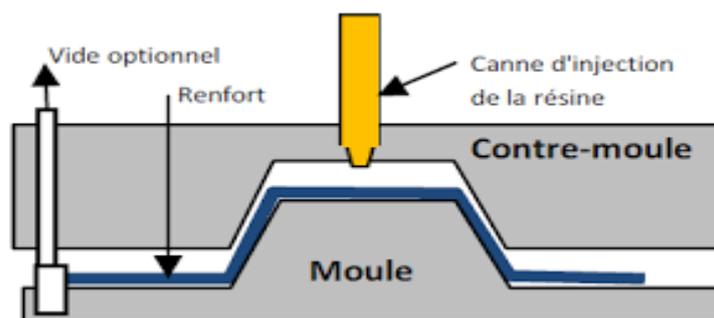


Figure I.12 Moulage par injection R.T.M

Chapitre II :

Comportement mécanique des matériaux
composites

Pour un matériau donné, la loi de comportement consiste à déterminer la relation entre les contraintes et les déformations quand il est soumis à des sollicitations extérieures. Dans un milieu continu élastique l'état de contraintes, en un point dans un repère orthonormé (x, y, z) donné est entièrement définis par le tenseur des contraintes noté σ_{ij} . Les propriétés mécaniques de l'interface entre fibres et matrice sont très importantes dans la réalisation d'une structure composite. En effet, il ne doit avoir ni glissement ni séparation entre les différentes phases de la structure pour obtenir de bonnes caractéristiques mécaniques élastiques.[1]

II.1 Loi de Hooke généralisée :

La relation d'élasticité linéaire peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\sigma = C \varepsilon \quad (\text{II.1})$$

Ou sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (\text{II.1})$$

Dans cette loi, généralement appelée loi de Hooke généralisée, la matrice de rigidité C est symétrique. Le comportement linéaire d'un matériau est donc décrit dans le cas général à l'aide de (1.1) coefficients indépendants. La matrice de flexibilité ou de souplesse S_{ij} peut être écrite sous la forme inverse, suivante:[1]

$$\varepsilon = S \sigma \quad (\text{II.2})$$

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{51} & S_{52} & S_{53} & S_{54} & S_{55} & S_{56} \\ S_{61} & S_{62} & S_{63} & S_{64} & S_{65} & S_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{II.2})$$

Avec :

$$S=C^{-1} \quad (II.3)$$

Un matériau dépendant de (1.1) constantes indépendantes est dit un matériau anisotropie. C'est un matériau ne possédant aucune propriété de symétrie.

II.1.1 Matériaux monocliniques :

Si le matériau a un plan de symétrie, monoclinique, quelques constantes sont nulles et le comportement peut être décrit avec 13 constantes indépendantes

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & C_{36} \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & C_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{45} & C_{55} & 0 \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (II.3)$$

Un milieu est dit orthotrope pour une propriété donnée si cette propriété est invariante par changement de direction obtenue par symétrie relative à deux plans orthogonaux. On remarque alors que la symétrie par rapport au troisième plan orthogonal est automatiquement acquise. Ce mode de comportement est relativement bien réalisé pour les composites unidirectionnels [1].

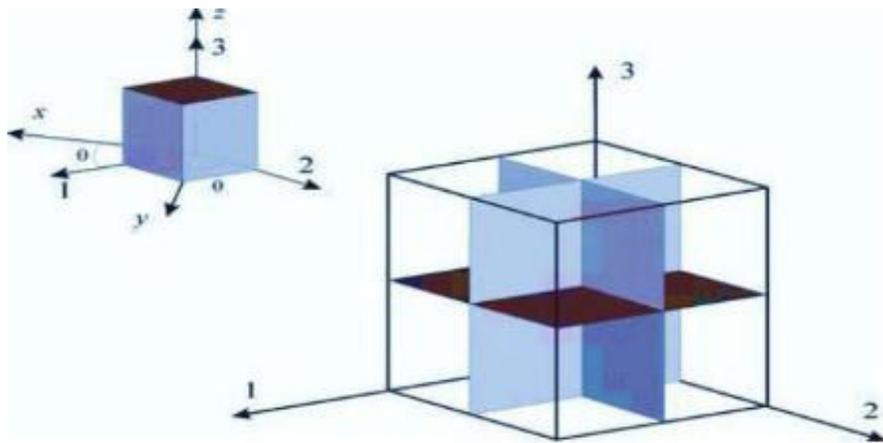


figure II.1.Représentation des trois plans de symétrie d'un matériau orthotrope.

Les coefficients indépendants se réduit à 9. La loi de comportement s'écrit Alors :

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & sym & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (\text{II.4})$$

Ou encoure :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & S_{44} & 0 & 0 \\ & sym & & & S_{55} & 0 \\ & & & & & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} \quad (\text{II.5})$$

En introduisant les caractéristiques élastiques :

E_1, E_2, E_3 : Modules d'élasticité.

G_{12}, G_{13}, G_{23} : Modules de cisaillement.

V_{12}, V_{13}, V_{23} : Coefficients de contraction

La relation (2.5) s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{11}} & \frac{-V_{21}}{E_{21}} & \frac{-V_{31}}{E_{31}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-V_{12}}{E_{12}} & \frac{1}{E_{22}} & \frac{-V_{32}}{E_{23}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-V_{13}}{E_{13}} & \frac{-V_{23}}{E_{23}} & \frac{1}{E_{33}} & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{31}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} \quad (\text{II.6})$$

La symétrie de la matrice de souplesse [S] impose les relations suivantes :

$$\frac{V_{21}}{E_2} = \frac{V_{12}}{E_1}$$

$$\frac{V_{31}}{E_3} = \frac{V_{13}}{E_1}$$

$$\frac{V_{33}}{E_2} = \frac{V_{32}}{E_3}$$

II.1.2 Matériaux isotropes :

Dans ce cas toutes les directions et en tout point du matériau ont les mêmes propriétés mécaniques. Le nombre de coefficients indépendants se réduit à (1.1) coefficients et la loi de comportement s'écrit [1]

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} & 0 & 0 \\ & \text{sym} & & & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} & 0 \\ & & & & & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \\ \epsilon_5 \\ \epsilon_6 \end{bmatrix} \quad (\text{II.7})$$

En termes de constantes techniques l'inverse de la relation (2.7) s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \\ \epsilon_5 \\ \epsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & \frac{-V}{E} & \frac{-V}{E} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-V}{E} & \frac{1}{E} & \frac{-V}{E} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-V}{E} & \frac{-V}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} \quad (\text{II.8})$$

Avec :

$$G = \frac{E}{2(1+V)}$$

II.1.3 Matériaux isotropes transverses :

Un matériau isotrope transverse est un matériau orthotrope qui comporte un axe ou un plan d'isotropie. Les propriétés suivant l'axe 2 et 3 sont identiques, donc [1]

- $C_{22} = C_{33}$

- $C_{12} = C_{13}$
- $C_{55} = C_{66}$
- $C_{44} = \frac{C_{22} - C_{33}}{2}$

Le nombre de coefficients indépendants se réduit à 5.

La loi de comportement s'écrit alors :

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{C_{22} - C_{33}}{2} & 0 & 0 \\ & \text{sym} & & & C_{66} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (\text{II.9})$$

II.1.4 Matériaux quasi isotropes transverses :

Figure II.1. Matériau transversalement isotrope.

Le nombre de coefficients indépendants se réduit à 6 coefficients, et la loi de comportement

$$\text{s'écrit : } \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & C_{45} & 0 \\ & \text{sym} & & & C_{44} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (\text{II.10})$$

II.2. Comportement des monocouches :

Pour étudier le comportement des stratifiées il est nécessaire de connaître le comportement d'un pli considéré comme une structure mince dans une repère quelconque

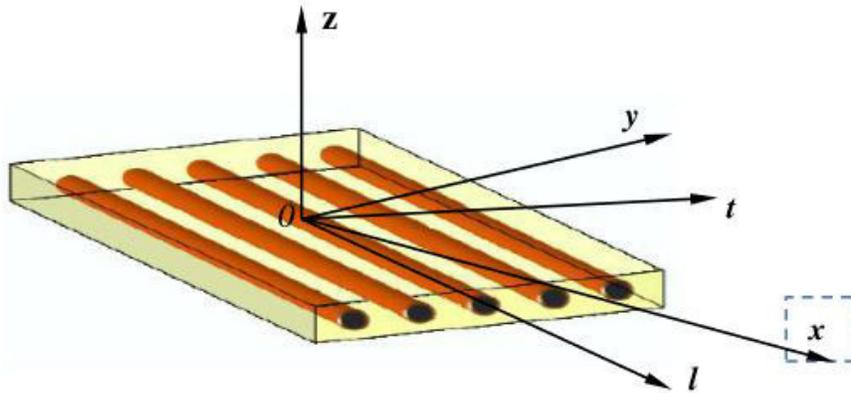


Figure II.2 Repères de monocouche (pli UD)

II.2.1 Comportement mécanique dans les directions d’orthotropie :

Le matériau étant considéré isotrope transverse le problème d’élasticité se ramène à deux dimensions en contraintes planes. Donc les coefficients élastiques se réduisent à 4 constantes indépendantes (avec la notation : l = longitudinal ; t = transversal).

E_l : Module de Young dans le sens des fibres.

E_t : Module de Young dans le sens transverse des fibres.

G_{lt} : Module de cisaillement.

ν_{lt} ou ν_{tl} : coefficient de Poisson.

Dans le repère local du pli, la relation de comportement s’écrit :

$$\begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_l} & \frac{-\nu_{tl}}{E_t} & 0 \\ \frac{-\nu_{tl}}{E_l} & \frac{\nu}{E_l} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{lt}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_l \\ \sigma_t \\ \sigma_{lt} \end{pmatrix} \tag{II.11}$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_l \\ \sigma_t \\ \tau_{lt} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_l \\ \epsilon_t \\ \gamma_{lt} \end{pmatrix} \tag{II.12}$$

Avec :

- $Q_{11} = \frac{E_l}{1 - \nu_{lt} \nu_{tl}}$
- $Q_{12} = Q_{21} = \frac{\nu_{lt} E_l}{1 - \nu_{lt} \nu_{tl}} = \frac{\nu_{lt} E_l}{1 - \nu_{lt} \nu_{tl}}$

- $Q_{22} = \frac{E_t}{1 - \nu_{lt}\nu_{lt}}$
- $Q_{66} = G_{lt}$

II.2.2 Comportement mécanique dans des directions quelconques :

Un pli étant caractérisé dans le repère (l, t). Pour définir la loi de comportement dans un repère quelconque (x, y) obtenu par rotation d'un angle θ autour de l'axe z, on définit la matrice de changement de base [T]

$$[T] = \begin{bmatrix} C^2 & S^2 & -2SC \\ S^2 & C^2 & 2SC \\ SC & -SC & C^2 - S^2 \end{bmatrix}, \quad [T]^{-1} = \begin{bmatrix} C^2 & S^2 & 2SC \\ S^2 & C^2 & -2SC \\ -SC & SC & C^2 - S^2 \end{bmatrix} \quad (II.13)$$

Les vecteurs de contrainte et de déformation dans les deux repères sont liés par les relations suivantes:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} \sigma_l \\ \sigma_t \\ \sigma_{lt} \end{Bmatrix} \quad (II.14)$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_{xy} \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} \epsilon_l \\ \epsilon_t \\ \epsilon_{lt} \end{Bmatrix} \quad (II.15)$$

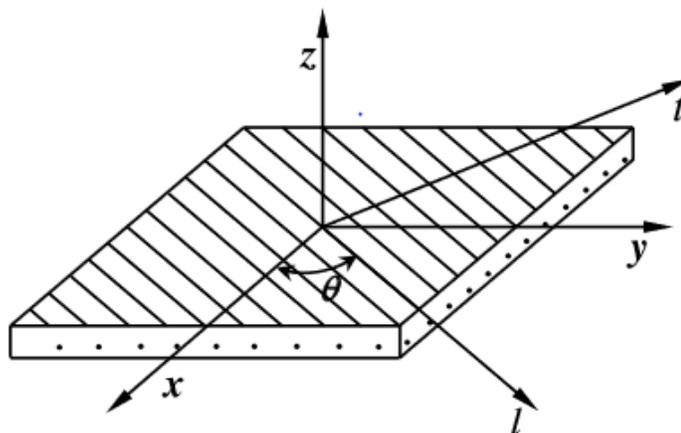


Figure II.3 Couche d'un matériau orthotrope

Nous pouvons également montrer que les contraintes dans le repère (x, y, z) sont définies en fonction des déformations par [2] :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = [\bar{Q}] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix}$$

Avec

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{61} & \bar{Q}_{62} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix}$$

La matrice $[\bar{Q}]$ est donnée par :

$$[\bar{Q}] = [\mathbf{T}]^{-1} [\mathbf{Q}] [\mathbf{T}]$$

Les composantes de la matrice de rigidité $[\bar{Q}]$ déduite après la transformation de base deviennent

$$\bar{Q}_{11} = C^4 Q_l + S^4 Q_t + 2C^2 S^2 (V_{lt} Q_l + 2G_{lt})$$

$$\bar{Q}_{22} = S^4 Q_l + C^4 Q_t + 2C^2 S^2 (V_{lt} Q_l + 2G_{lt})$$

$$\bar{Q}_{66} = C^2 S^2 (Q_t + Q_l - 2V_{lt} Q_l) + (C^4 - S^2) G_{lt}$$

$$\bar{Q}_{12} = C^2 S^2 (Q_l + Q_t - 4G_{lt}) + (C^4 - S^2) V_{lt} G_{lt}$$

$$\bar{Q}_{16} = -C S \{ C^2 Q_l + S^2 Q_t - (C^2 - S^2) (V_{lt} Q_l + 2G_{lt}) \}$$

$$\bar{Q}_{22} = -C S \{ S^2 Q_l + C^2 Q_t - (C^2 - S^2) (V_{lt} Q_l + 2G_{lt}) \}$$

Dans les queles :

$$Q_l = \frac{E_l}{(1 - V_{lt} V_{tl})} ; \quad Q_t = \frac{E_t}{(1 - V_{lt} V_{tl})}$$

En injectant les définitions des modules d'élasticité, des coefficients de Poisson et le module :

$$E_x = \frac{1}{\frac{C^4}{E_l} + \frac{S^4}{E_t} + C^2 S^2 \left(\frac{1}{G_{lt}} - 2 \frac{V_{lt}}{E_t} \right)}$$

$$E_y = \frac{1}{\frac{S^4}{E_l} + \frac{C^4}{E_t} + C^2 S^2 \left(\frac{1}{G_{lt}} - 2 \frac{V_{lt}}{E_t} \right)}$$

$$G_{xy} = \frac{1}{4S^2 C^2 \left(\frac{1}{E_l} + \frac{1}{E_t} - 2 \frac{V_{lt}}{E_t} \right)^2 + \left(\frac{C^2 - S^2}{G_{lt}} \right)}$$

II.2.3. Caractéristiques mécaniques du mélange renfort-matrice :

Les lois de mélange permettent de déterminer les caractéristiques d'un matériau composites en fonction de ces constituants (fibre et matrice) et leur teneur volumique.

Les caractéristiques mécaniques de ces constituants sont :

ν_f, ν_m : Coefficients de poisson.

V_f, V_m : teneur volumique des constits (f: fibre, m: matrice).

E_f, E_m : Modules de yong.

G_f, G_m : Module se coulomb (glissement).

Teneur en volume et en masse du renfort et de la matrice : [1]

$$V_f = \frac{\text{volume de renfort}}{\text{volume totale}} \quad \text{et} \quad V_m = \frac{\text{volume de matrice}}{\text{volume totale}}$$

Avec

$$V_m = 1 - V_f \quad \text{et} \quad V_f = \frac{\frac{M_f}{\rho_f}}{\frac{M_f}{\rho_f} + \frac{M_m}{\rho_m}}$$

$$M_f = \frac{\text{Masse de renfort}}{\text{Masse totale}} \quad \text{et} \quad M_m = \frac{\text{Masse de matrice}}{\text{Masse totale}}$$

Avec

$$M_f = 1 - M_m \quad \text{et} \quad M_m = \frac{V_f \rho_f}{V_f \rho_f + V_m \rho_m}$$

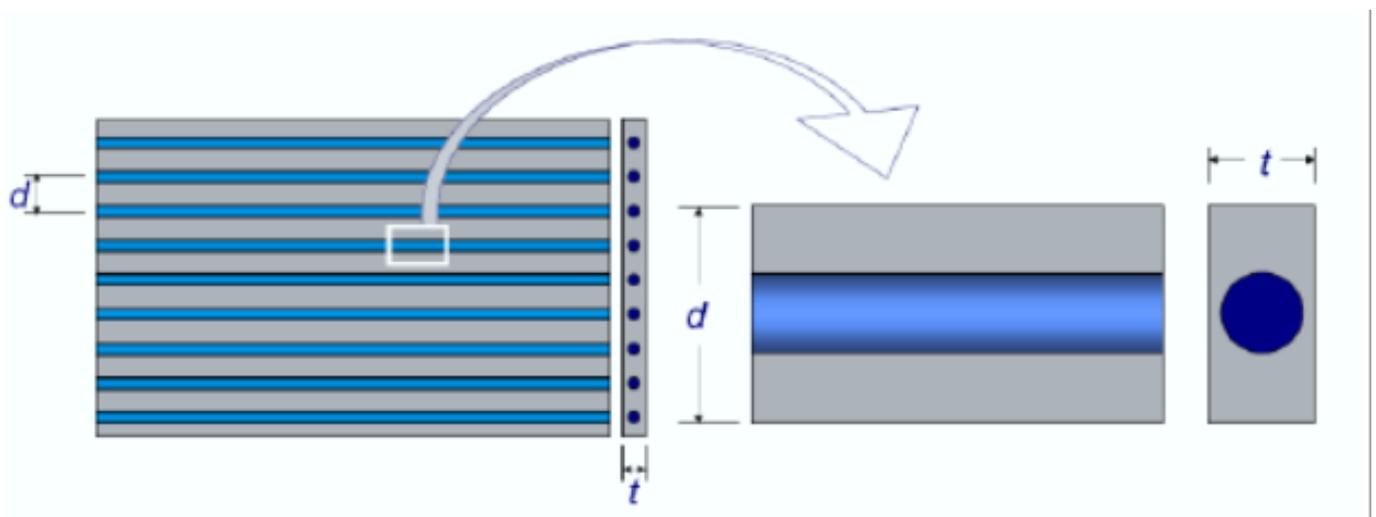


Figure II. 4 Structure élémentaire d'un matériau composite unidirectionnel

Module d'élasticité dans le sens des fibres :

$$\mathbf{E}_l = \mathbf{E}_m \mathbf{V}_m + \mathbf{E}_f \mathbf{V}_f$$

Module d'élasticité dans le sens transversal des fibres :

$$\mathbf{E}_t = \mathbf{E}_m \left(\frac{1}{(1 - \mathbf{V}_f) + \frac{\mathbf{E}_m}{\mathbf{E}_{ft}} \mathbf{V}_f} \right)$$

Chapitre III :

Analyse des plaques munies de

Trou elliptique

Introduction :

L'assemblage d'éléments composites sur une structure nécessite souvent la réalisation de trous destinés à recevoir des boulons ou des rivets ou pour le passage des câbles électriques et téléphoniques. Pour différentes raisons pratiques, la présence d'un trou conduit à un affaiblissement de la structure en raison de la sur-contrainte locale appelée concentration des contraintes. L'orientation des fibres des couches et leur caractère orthotrope rajoutent de nouveaux paramètres qui influent sur la distribution des contraintes autour du trou. Le facteur de concentration des contraintes ne sera plus constant ou fonction seulement des dimensions géométriques mais aussi fonction des caractéristiques mécaniques du matériau.

Dans cette étude, nous allons présenter une étude théorique visant l'analyse de la concentration des contraintes autour d'un trou elliptique dans une plaque en matériau isotrope dans le premier cas puis une plaque en matériau composite pour le deuxième cas d'étude.

III.1.1 Facteur de concentration des contraintes (FCC) :

Soit K_t le facteur de concentration de contrainte défini par le rapport de la contrainte maximale et la contrainte nominale σ^∞ appliquée loin du trou :

$$K_t = \frac{\sigma^{max}}{\sigma^\infty} \quad (III.1)$$

III.2. Etude du comportement des plaques isotrope munies d'un trou elliptique :

Soit une plaque de dimensions supposées suffisamment grandes par rapport aux dimensions du trou. Cette plaque est munie d'un trou de section elliptique caractérisé par les dimensions paramétriques a (demi grand axe elliptique) et b (demi petit axe elliptique) $0 < b < a$, (figure III.1.). La plaque est soumise à ces deux extrémités à un état de traction pure σ_∞ selon une direction faisant un angle β avec l'axe 1 confondu avec le demi grand axe de l'ellipse.

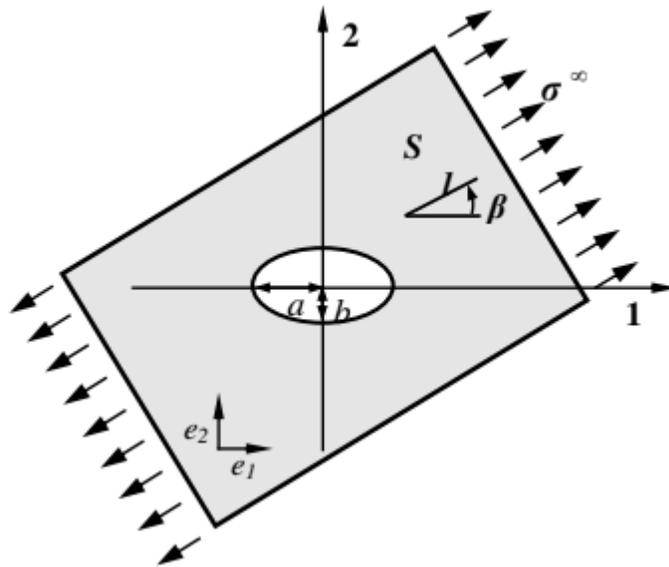


Figure III.1.Plaque munie d'un trou elliptique et soumise à une sollicitation de traction d'intensité σ^∞ .

III.2.1 Cas de traction dans le sens de grand axe ($\beta=\pi/2$) :

La position initiale des points du bord du trou elliptique dans la base (e_1, e_2) est :

$$\begin{cases} X_1 = a \cos \alpha \\ X_2 = b \sin \alpha \end{cases} \quad (\text{III.2})$$

On admettra la contrainte au bord de l'ellipse en un point (X_1, X_2) caractérisé par l'angle α est donné par la relation suivante :

$$\bar{\sigma} = \sigma^\infty \frac{1 - m_e^2 \cos 2\beta - 2 \cos 2(\alpha - \beta)}{1 - 2m_e \cos 2\alpha + m_e^2} \quad (\text{III.3})$$

Où :

$$m_e = \frac{a-b}{a+b} \quad \text{Paramètre de l'ellipse } 0 \leq m_e \leq 1.$$

On considéré dans un premier cas la sollicitation de traction perpendiculaire au grand axe de l'ellipse suivant la direction de l'axe 2 ($\beta = \pi/2$). On analysera la variation du facteur de concentration des contraintes K_t^∞ , défini par le rapport de la contrainte maximale et la

contrainte nominale σ^∞ appliquée loin du trou (Eq III.1.) en fonction du paramètre de m_e puis en fonction du paramètre b/a .

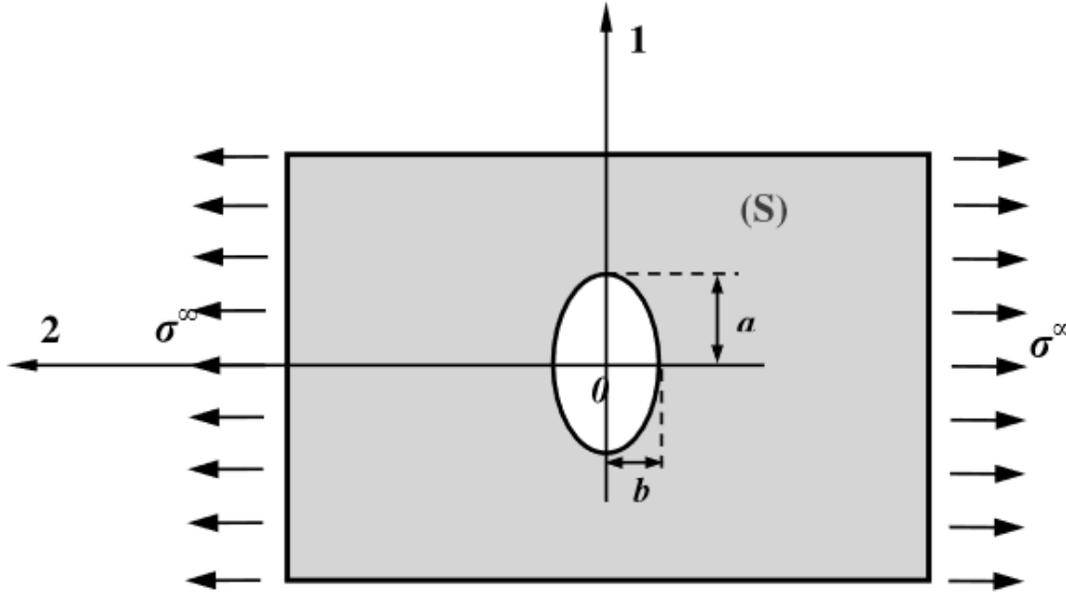


Figure III.2. Cas d'une sollicitation perpendiculaire au grand axe de l'ellipse $\beta = \pi/2$.

On remplaçant β par $\pi/2$ dans l'équation (III.1) on trouve :

$$\bar{\sigma} = \sigma^\infty \frac{1 - m_e^2 - 2m_e + 2 \cos 2\alpha}{1 - 2m_e \cos 2\alpha + m_e^2} \quad (\text{III.4})$$

Les contraintes maximale et minimale au bord du trou seront donc :

$$\bar{\sigma}^{\max} = \bar{\sigma}(\alpha = 0) = \frac{3 + m_e}{1 - m_e} \sigma^\infty = \left(1 + 2 \frac{a}{b}\right) \sigma^\infty$$

$$\bar{\sigma}^{\min} = \bar{\sigma}\left(\alpha = \frac{\pi}{2}\right) = \sigma^\infty$$

La contrainte est donc maximale au bord du trou dans l'emplacement ($\alpha = 0, \pi$), et minimale dans l'emplacement ($\alpha = \pi/2, 3\pi/2$). Donc le facteur de concentration de contrainte vaut :

$$K_t^\infty = \frac{\sigma_t^{\max}}{\sigma^\infty} = \frac{3 + m_e}{1 - m_e} = 1 + 2 \frac{a}{b} \quad (\text{III.5})$$

III.2.2. Cas de traction dans le sens parallèle au grand axe ($\beta=0$) :

Dans ce deuxième cas on considère la direction de la sollicitation de traction parallèle au grand axe de l'ellipse suivant la direction de l'axe 1 ($\beta = 0$). En remplaçant $\beta = 0$ dans l'équation (III.3) on obtient :

$$\bar{\sigma} = \sigma^\infty \frac{1 - m_e^2 - 2m_e \cos 2\alpha + 2 \cos 2\alpha}{1 - 2m_e \cos 2\alpha + m_e^2} \quad (\text{III.6})$$

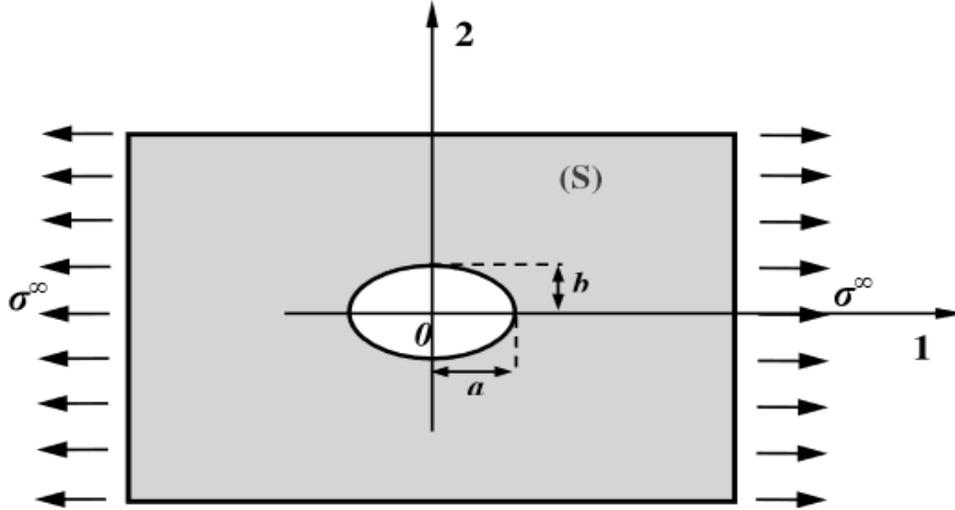


Figure III.3. Cas d'une sollicitation parallèle au grand axe de l'ellipse ($\beta = 0^0$).

Les contraintes maximale et minimale au bord de trou elliptique seront alors :

$$\begin{cases} \bar{\sigma}^{\min} = \bar{\sigma}(\alpha = 0) = -\sigma^\infty \\ \bar{\sigma}^{\max} = \bar{\sigma}(\alpha = \frac{\pi}{2}) = \frac{3 - m_e}{1 + m_e} \sigma^\infty = \left(1 + \frac{2b}{a}\right) \sigma^\infty \end{cases} \quad (\text{III.7})$$

La contrainte maximale se trouve au bord du trou en position ($\alpha = \pi/2, 3\pi/2$), et sa valeur minimale en position ($\alpha = 0, \pi$). Le facteur de concentration de contrainte vaut donc :

$$K_t^\infty = \frac{3 - m_e}{1 + m_e} = \left(1 + \frac{2b}{a}\right) \quad (\text{III.8})$$

Pour $0 \leq m_e \leq 1$, contrairement à l'expression (III.4) pour la traction selon l'axe 2, le facteur de concentration des contraintes dans ce deuxième cas se trouve dans l'emplacement de $\alpha = \pi/2$ est moins sévère et reste inférieur à 3.

III.2.3 Cas de la plaque finie :

Plaque finie de la largeur finie W et traction uni axiale [9] :

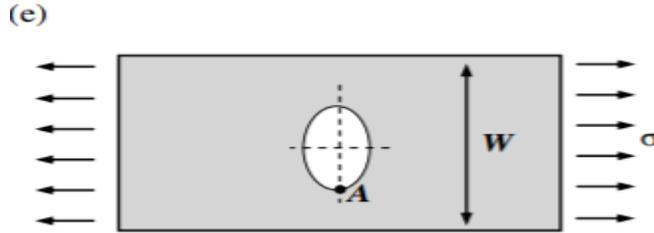


Figure III.4.Cas de la plaque finie isotrope

Première méthode [9] :

$$K_t = C_1 + C_2 \frac{2a}{w} + C_3 \left(\frac{2a}{w}\right)^2 + C_4 \left(\frac{2a}{w}\right)^3 \quad (\text{III.9})$$

Pour $1.0 \leq a/b \leq 8.0$

$$C_1 = 1.109 - 0.188\sqrt{a/b} + 2.086a/b$$

$$C_2 = -0.486 - 0.213\sqrt{\frac{a}{b}} + \frac{2.588 a}{b}$$

$$C_3 = 3.816 - 5.510\sqrt{a/b} + 4.638a/b$$

$$C_4 = -2.438 + 5.485\sqrt{a/b} - 4.12a/b$$

Deuxième méthode [1]:

$$\frac{K_t^\infty}{K_t} = \frac{(b/a)^2}{(1-(b/a)^2)} + \frac{(1-2(\frac{b}{a}))}{(1-(\frac{b}{a})^2)} \sqrt{1 + ((\frac{b}{a})^2 - 1)(\frac{2a}{w})^2} - \frac{(\frac{b}{a})^2}{(1-(\frac{b}{a})^2)} (\frac{2a}{w})^2 [1 + ((\frac{b}{a})^2 - 1)(\frac{2a}{w})^2]^{-\frac{1}{2}} \quad (\text{III.10})$$

III.3 Plaque composite muni d'un trou elliptique :

L'étude théorique de la distribution des contraintes au bord et loin du trou elliptique centré dans une plaque orthotrope élastique infinie est basée sur la méthode des fonctions de la variable complexe. Soit une plaque en matériau composites dont la matrice de souplesse est exprimée dans le repère $(0, x, y, z)$. Cette plaque est percée en son centre d'un trou elliptique d'équation :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{(III.11)}$$

Cette plaque est soumise à une sollicitation de traction simple d'intensité σ^∞ par unité de surface, dans la direction \vec{I} faisant un angle β avec l'axe x . Ce problème est traité dans le cas de l'hypothèse des contraintes planes

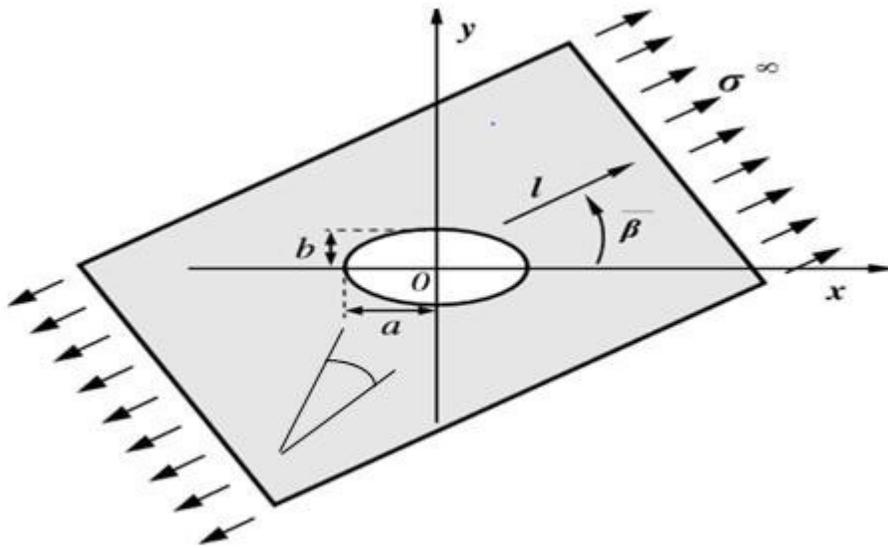


Figure III.4. Traction d'une plaque composite avec un trou elliptique.

III.3.1 Cas de traction dans parallèle au grand axe ($\beta=0$)

Dans ce cas nous considérons que la sollicitation de traction soit parallèle au grand axe de l'ellipse ($\beta = 0^\circ$). Le champ des contraintes sera ainsi :

Suivant l'axe y ($x=0$) :

$$\sigma_{xx} = \sigma^\infty \left[l + \frac{b}{\beta_1 - \beta_2} \left[\frac{\beta_1^2}{a - \beta_1 b} \left(1 - \frac{\beta_1 y}{\sqrt{a^2 + \beta_1^2 (y^2 - b^2)}} \right) - \frac{\beta_2^2}{a - \beta_2 b} \left(1 - \frac{\beta_2 y}{\sqrt{a^2 + \beta_2^2 (y^2 - b^2)}} \right) \right] \right] \quad (\text{III.12})$$

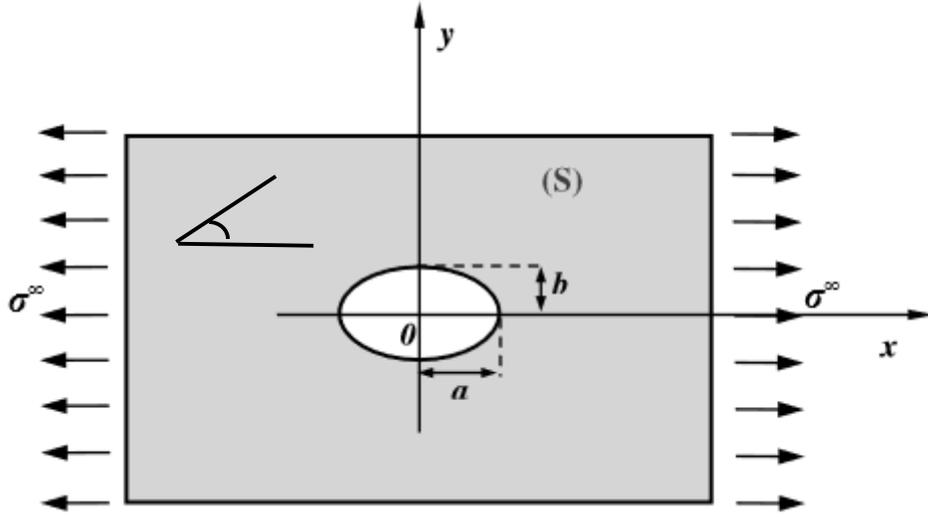


Figure III.5. Traction d'une plaque composite trouée suivant l'axe parallèle au grand axe de l'ellipse ($\beta = 0^\circ$)

Suivant l'axe x ($y=0$)

$$\sigma_{yy} = -\frac{\sigma^\infty b}{\beta_1 - \beta_2} \left[\frac{1}{a - \beta_1 b} \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 - a^2 + \beta_1^2 b^2}} \right) - \frac{1}{a - \beta_2 b} \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 - a^2 + \beta_2^2 b^2}} \right) \right] \quad (\text{III.13})$$

Les contraintes au bord du trou sont données par :

$$\begin{cases} \sigma_{xx}(x = 0, y = b) = \sigma^\infty \left[1 + (\beta_1 + \beta_2) \frac{b}{a} \right] \\ \sigma_{yy}(x = a, y = 0) = -\sigma^\infty \frac{1}{\beta_1 \beta_2} \end{cases} \quad (\text{III.14})$$

Pour le cas des matériaux isotropes $\beta_1 = \beta_2 = 1$, alors:

$$\begin{cases} \sigma_{xx}(x = 0, y = b) = \sigma^\infty \left[1 + 2 \frac{b}{a} \right] \\ \sigma_{yy}(x = a, y = 0) = -\sigma^\infty \end{cases} \quad (\text{III.15})$$

Dans le cas des matériaux orthotropes la résolution de l'équation caractéristique[1] donne les racines μ_1^2, μ_2^2 :

$$\mu_1^2 = \frac{-(2Q_{12} + Q_{66}) + \sqrt{(2Q_{12} + Q_{66})^2 - 4Q_{22}Q_{11}}}{2Q_{11}}$$

$$\mu_2^2 = \frac{-(2Q_{12} + Q_{66}) - \sqrt{(2Q_{12} + Q_{66})^2 - 4Q_{22}Q_{11}}}{2Q_{11}}$$

Pour les matériaux orthotropes généralement le terme $[-(2Q_{12} + Q_{66})^2 - 4Q_{11}Q_{22}]$ est positif.

Les paramètres μ_1^2, μ_2^2 sont alors négatifs et les racines de l'équation sont imaginaires pures, d'où :

$$\beta_1 + \beta_2 = \sqrt{\frac{2Q_{12} + Q_{66}}{Q_{11}} + 2\sqrt{\frac{Q_{22}}{Q_{11}}}} = \sqrt{2\left(\sqrt{\frac{E_x}{E_y}} - \nu_{xy}\right) + \frac{E_x}{G_{xy}}} \quad (\text{III.16})$$

$$\beta_1 \times \beta_2 = \sqrt{\frac{Q_{22}}{Q_{11}}} = \sqrt{\frac{E_x}{E_y}}$$

Donc les contraintes au bord du trou seront de la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{xx}(x = 0, y = b) = \sigma^\infty \left[1 + \left(2\left(\sqrt{\frac{E_x}{E_y}} - \nu_{xy}\right) + \frac{E_x}{G_{xy}}\right) \frac{b}{a} \right] \\ \sigma_{yy}(x = a, y = 0) = -\sigma^\infty \sqrt{\frac{E_x}{E_y}} \end{array} \right. \quad (\text{III.17})$$

Le facteur de concentration des contraintes se présente alors sous la forme :

$$K_t^\infty = \left[1 + \left(2\left(\sqrt{\frac{E_x}{E_y}} - \nu_{xy}\right) + \frac{E_x}{G_{xy}}\right) \frac{b}{a} \right] = (1 + n \frac{b}{a}) \quad (\text{III.18})$$

III.3.2 Cas de traction dans le sens de grand axe ($\beta=\pi/2$):

Dans ce cas nous considérons que la sollicitation de traction soit dans le sens de grand axe ($\beta=\pi/2$):

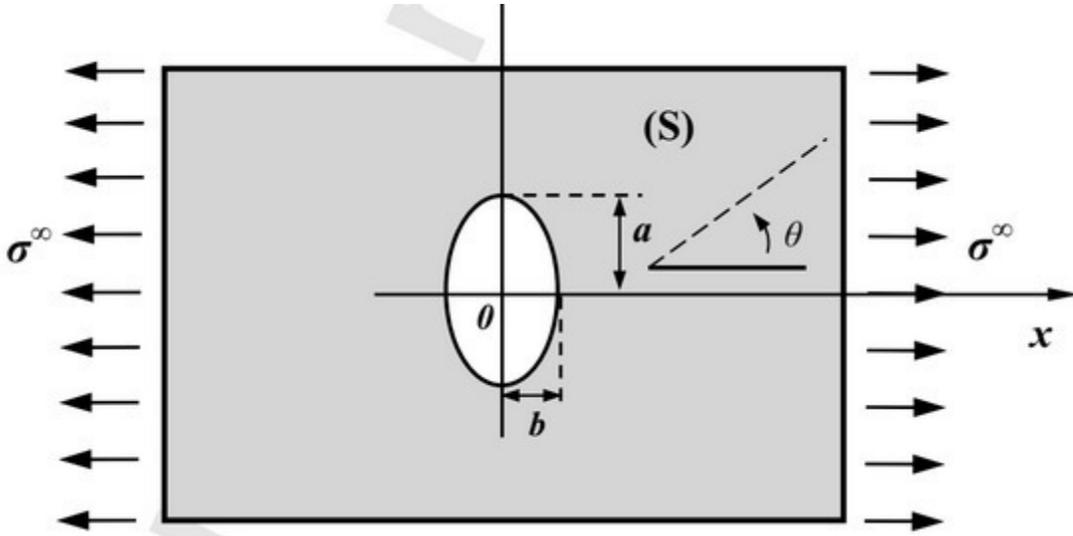


Figure III.6. Cas de traction dans le sens de grand axe ($\beta=\pi/2$)

Le facteur de concentration des contraintes se présente alors sous la forme :

$$K_t^\infty = \left[1 + \left(\sqrt{2 \left(\sqrt{\frac{E_x}{E_y}} - \nu_{xy} \right) + \frac{E_x}{G_{xy}}} \right) \frac{a}{b} \right] = (1 + n \frac{a}{b}) \quad (\text{III.19})$$

III.3.3 Cas de la plaque fine [1] :

Pour $0 < \frac{b}{a} < 1$:

Les plaques stratifiées avec un trou elliptique centré avec un rapport elliptique b/a compris entre 0 et 1, le rapport entre le facteur de concentration des contraintes de la plaque fini K_t^∞ et celui de la plaque fini K_t peut être exprimé en fonction du rapport a/W par :

$$\frac{K_t^\infty}{K_t} = \frac{(b/a)^2}{(1-(b/a)^2)} + \frac{(1-2(\frac{b}{a}))}{(1-(\frac{b}{a})^2)} \sqrt{1 + ((\frac{b}{a})^2 - 1) (\frac{2a}{W})^2} - \frac{(\frac{b}{a})^2}{(1-(\frac{b}{a})^2)} (\frac{2a}{W})^2 [1 + ((\frac{b}{a})^2 - 1) (\frac{2a}{W} M)^2]^{-\frac{1}{2}} \quad (\text{III.20})$$

Pour $0.25 < \frac{b}{a} < 1$

Pour les plaques stratifiées avec un trou elliptique centré de rapport elliptique $b/a > 0.25$

[1] a développé une formulation permettant d'exprimer le rapport $\frac{K_t^\infty}{K_t}$ en fonction du rapport a/W :

$$\frac{K_t^\infty}{K_t} = \frac{(a/b)^2}{(1-(b/a)^2)} + \frac{(1-2(\frac{b}{a}))}{(1-(\frac{b}{a})^2)} \sqrt{(1 + (\frac{b}{a}))^2 (\frac{2a}{W} M)^2} \frac{(b/a)^2}{(1-(\frac{b}{a}))} (\frac{2a}{W} M)^2 [1 + (b/a)^2 - 1] (\frac{2a}{W} M)^2]^{-\frac{1}{2}} +$$

$$\frac{(b/a)^7}{2} (\frac{2a}{W} M)^6 (K_t^\infty - 1 - \frac{2}{(\frac{b}{a})}) \left[[1 + ((\frac{b}{a})^2 - 1) ((\frac{2a}{W} M)^2)]^{-\frac{5}{2}} - (\frac{2a}{W} M)^2 [1 + ((\frac{a}{b})^2 - 1) (\frac{2a}{W} M)^2]^{7/2} \right]$$

(III.21)

Chapitre IV :

Analyse analytique et numérique du
comportement des plaques trouées en
matériaux composites

Dans ce chapitre, nous explorons l'impact des trous de forme elliptique sur le comportement mécanique des plaques, en étudiant la distribution des contraintes à proximité et éloignées de ces ouvertures sur des plaque en matériaux composites et isotropes sollicitées en traction.

Nous débutons avec une étude paramétrique qui se concentre sur les plaques isotropes, examinant l'effet de la taille du trou elliptique. L'influence du rapport elliptique a/b est examinée sous divers angles de sollicitation β .

L'étude se poursuit avec une analyse plus spécifique des trous elliptiques dans les plaques composites.

Nous investiguons comment les propriétés mécaniques des matériaux composites, telles que l'orientation des fibres et le rapport anisotrope E_1/E_2 , influencent le facteur de concentration des contraintes. Une autre section paramétrique évalue l'effet de la géométrie du trou, notamment la taille et l'orientation de l'axe majeur elliptique par rapport à la direction de la traction, caractérisée par l'angle β , sur le facteur de concentration des contraintes.

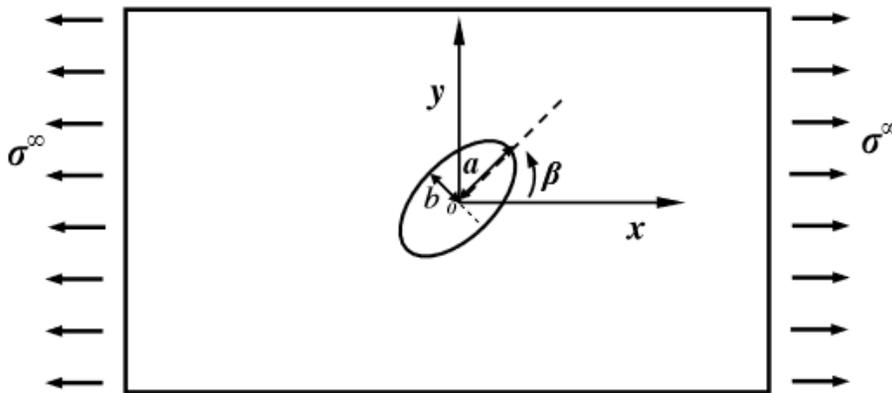


Figure .IV. 1 Plaque avec trou elliptique soumise à la sollicitation de traction orientée d'angle β par rapport au grand axe elliptique.

IV.1. Etude du comportement des plaques isotropes munies du trou elliptique

Dans cette étude nous allons déterminer la distribution du facteur de concentration des contraintes au bord du trou elliptique centré dans une plaque en matériau isotrope soumise à la traction uniaxiale de contrainte σ^∞ suivant la direction faisant angle β par rapport au grand axe de l'ellipse (**figure IV.1**).

Les résultats analytiques sont obtenus par l'équation présentée dans le chapitre III. Le calcul de la valeur maximale et minimale du facteur de concentration des contraintes est effectué pour différentes valeurs de l'angle α incrémentée de 5° chaque fois. Cette opération est effectuée pour différentes valeurs de rapport elliptique $a/b = 2, 3, 4, 5, 10$.

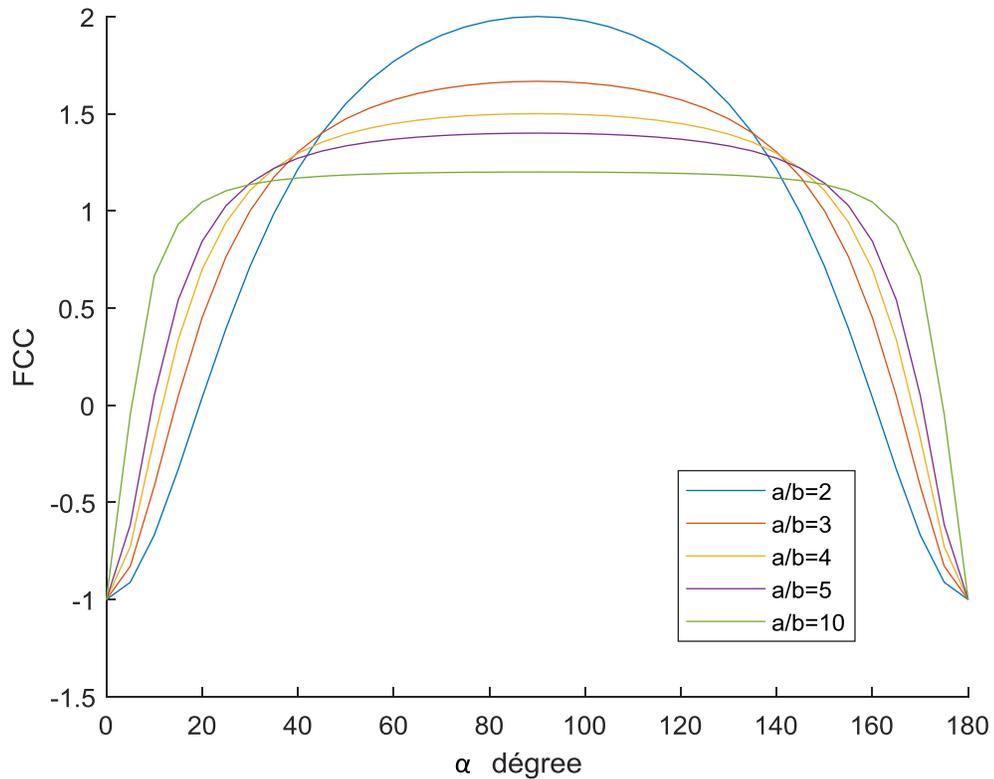


Figure IV.2. Distribution du facteur de concentration de contraintes autour du trou elliptique. Cas d'une contrainte *perpendiculaire* au grand axe de l'ellipse ($\beta = 0^\circ$)

La figure IV.2 montre la distribution du facteur de concentration de contrainte (FCC) autour d'un trou elliptique dans une plaque lorsqu'elle est soumise à une contrainte perpendiculaire au grand axe de l'ellipse ($\beta=90^\circ$). Ce cas est le plus dangereux car la valeur maximale de FCC dépasse la valeur 3 (cas du trou circulaire) pour les angles $\alpha=0^\circ$ et $\alpha=180^\circ$. La valeur minimale correspond à $\alpha=90^\circ$.

Les deux cas précédents reflètent l'importance de concevoir soigneusement des trous elliptiques dans les structures pour améliorer la répartition des contraintes et réduire la concentration des contraintes.

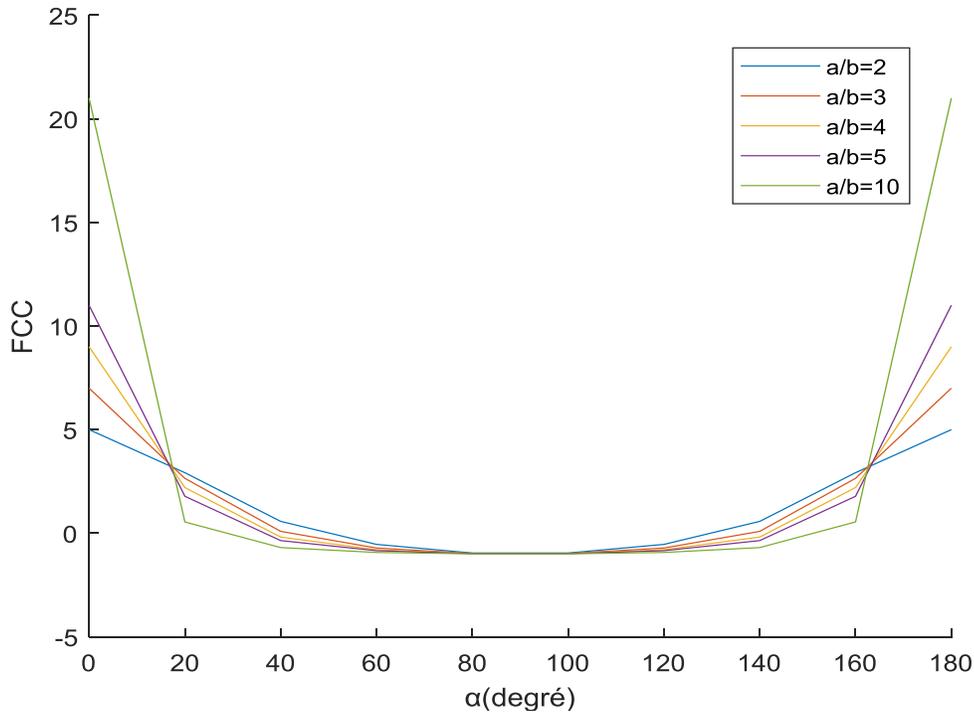


Figure IV.3. Distribution du facteur de concentration de contraintes autour de l'elliptique trou
Cas d'une contrainte parallèle au grand axe de l'ellipse ($\beta = \pi/2^\circ$)

La figure IV.3. montre la distribution du facteur de concentration de contrainte (FCC) autour d'un trou elliptique dans une plaque lorsqu'elle est soumise à une contrainte perpendiculaire au grand axe de l'ellipse ($\beta=90^\circ$). Ce cas est le plus dangereux car la valeur maximale de FCC dépasse la valeur 3 (cas du trou circulaire) pour les angles $\alpha=0^\circ$ et $\alpha=180^\circ$. La valeur minimale correspond à $\alpha=90^\circ$.

Les deux cas précédents reflètent l'importance de concevoir soigneusement des trous elliptiques dans les structures pour améliorer la répartition des contraintes et réduire la concentration des contraintes

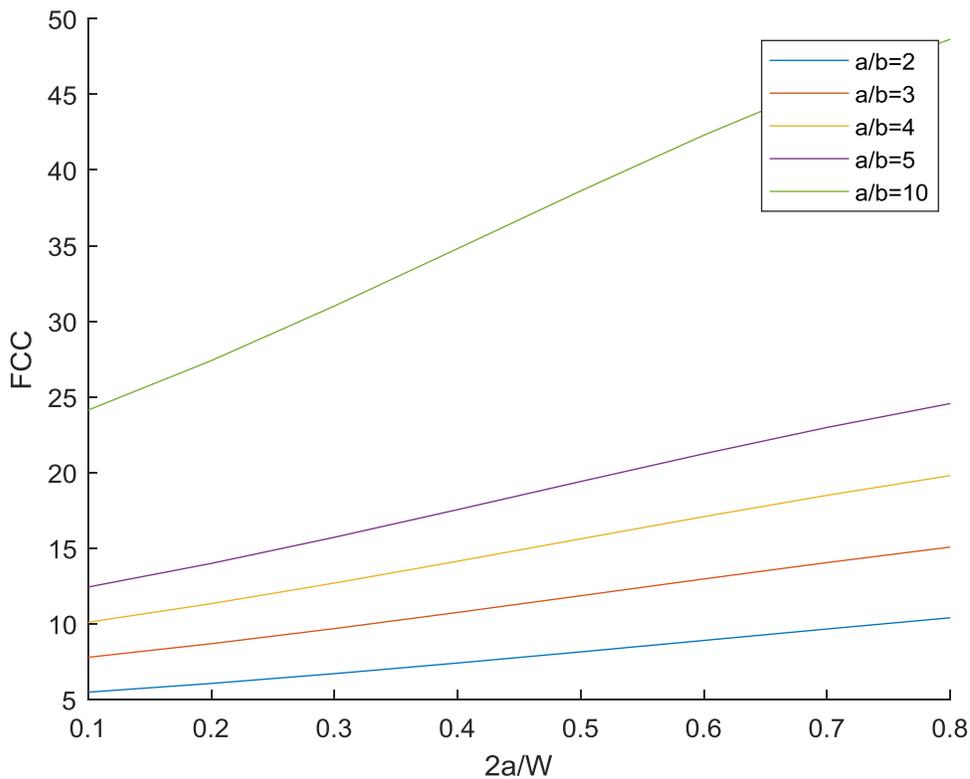


Figure IV.4.Plaque isotrope plaque fine cas(e)

Le Figure IV.4 monter que contraste FCC est représenté en fonction du rapport géométrique ($2a/w$) d'une plaque mince isotrope pour plusieurs valeurs du rapport elliptique (a/b).

Cette figure indique que l'augmentation du rapport d'aspect (a/b) entraîne une augmentation du facteur de concentration de contraintes, car la forme ellipsoïdale plus allongée (rapport a/b plus grand) augmente la concentration de contraintes locale autour du trou.

2^{ème} Méthode :

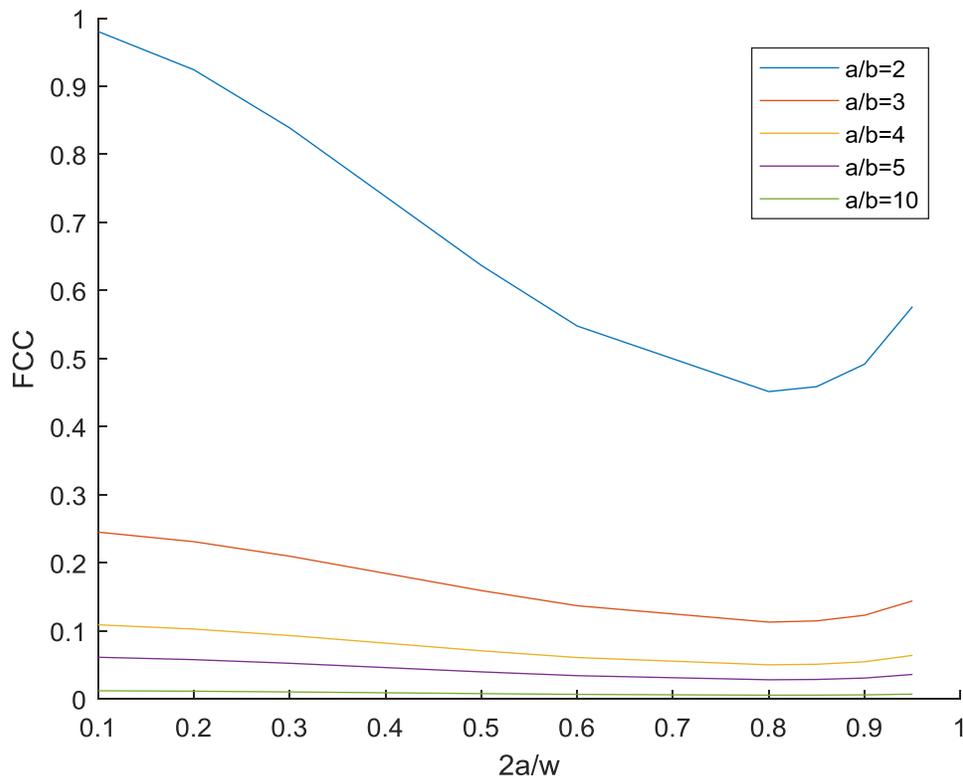


Figure IV.5.Plaque isotrope plaque finie

IV.2. Distribution du facteur de concentration des contraintes au bord du trou elliptique composite :

Le but de cette étude est de déterminer la valeur et l'emplacement du facteur de concentration des contraintes maximale et minimale au bord du trou elliptique en fonction du rapport elliptiques et les différentes orientations des fibres. Les résultats sont obtenus par la formule (III.19)

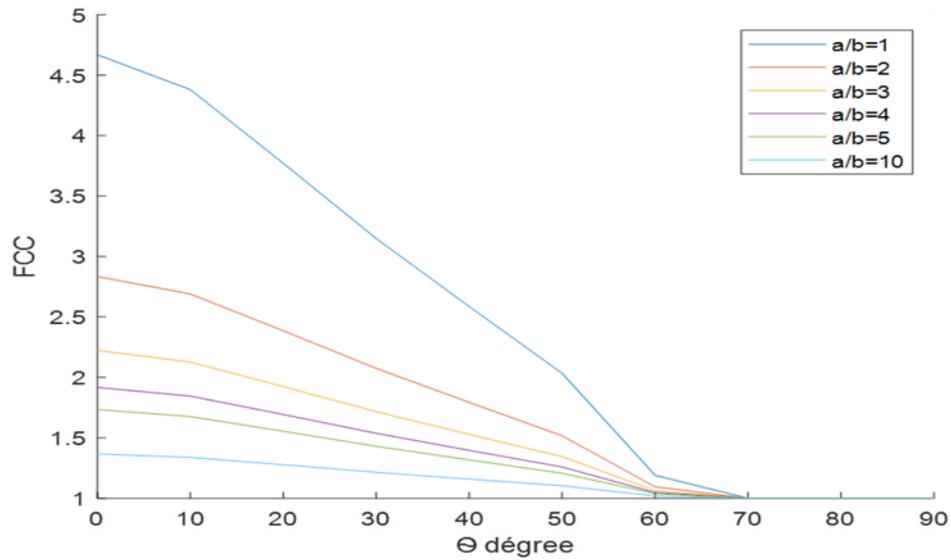


Figure IV.6. Variation du FCC maximale en fonction de l'orientation des fibres pour la sollicitation de traction parallèle au grand axe du trou elliptique ($\beta=0^\circ$).

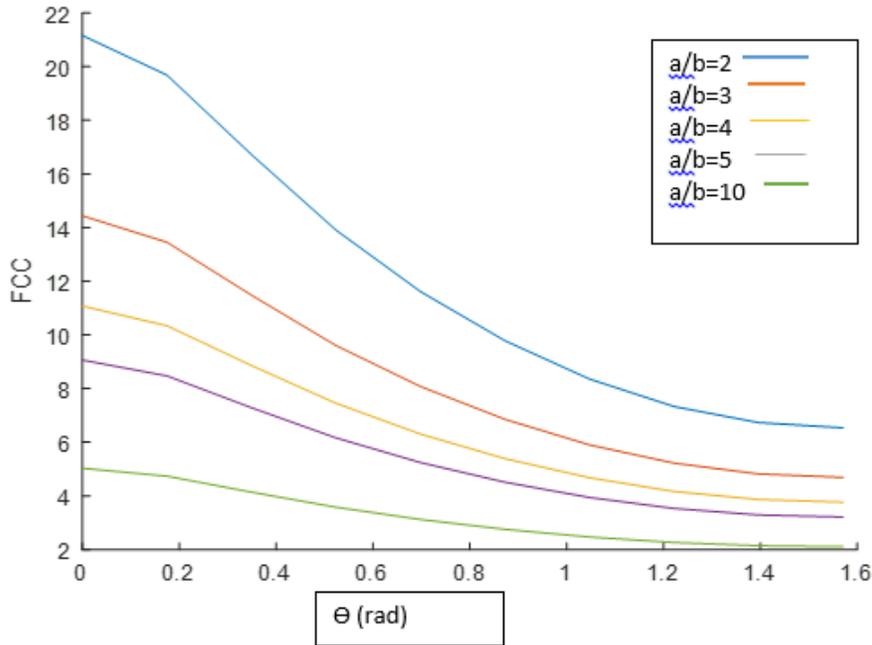


Figure IV.7. Variation du FCC maximale en fonction de l'orientation des fibres pour la sollicitation de traction parallèle au grand axe du trou elliptique ($\beta = \pi/2^\circ$).

Ces deux cas montrent que la valeur maximale du facteur de concentration des contraintes est située dans la plaque dont l'orientation des fibres est à 0° et devient minimale et presque constante à partir de 60° . Pour le cas de traction parallèle au grand axe de l'ellipse ($\beta = 0^\circ$), on remarque que dans les différents cas d'orientation des fibres lorsque l'elliptique le rapport (a/b) augmente le facteur de concentration diminue alors que le cas de traction perpendiculaire au grand axe de l'ellipse ($\beta = 90^\circ$), lorsque le rapport elliptique (a/b) augmente, le facteur de concentration des contraintes augmente aussi.

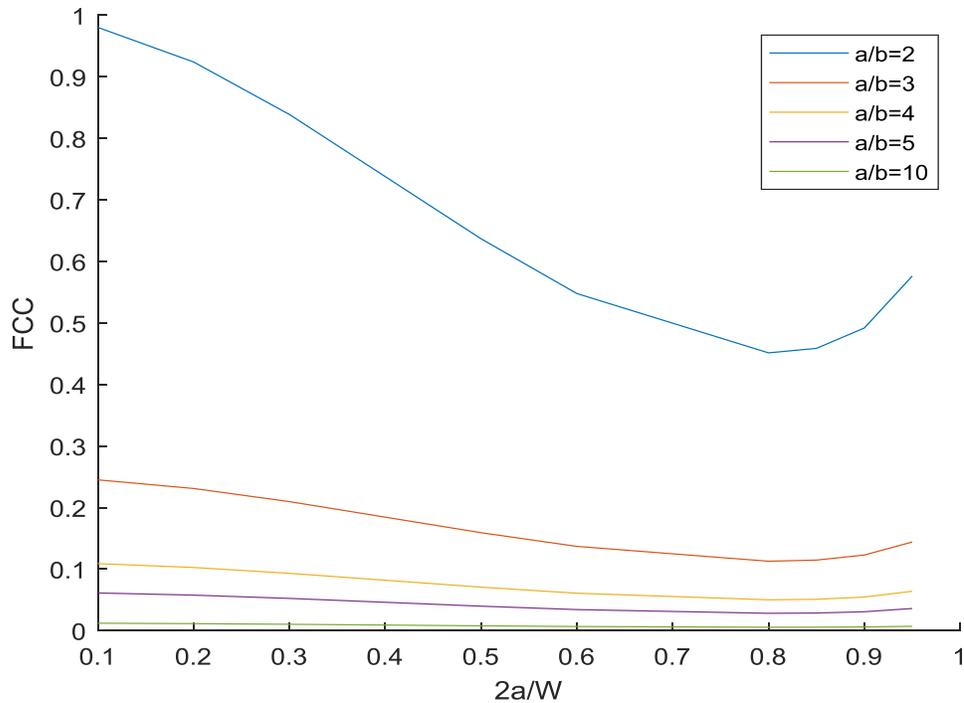


Figure IV.8.Plaque composite plaque finie par éq(III.18)

La figure IV.8 montre la variation du FCC en fonction du rapport géométrique ($2a/w$) d'une plaque finie pour plusieurs valeurs du rapport elliptique (a/b). Cette figure indique que l'augmentation du rapport d'aspect (a/b) entraîne une réduction du facteur de concentration de contraintes, car une forme elliptique plus allongée (rapport a/b plus grand) réduit la concentration de contraintes locale autour du trou.

IV.3 Effet du rapport d'anisotropie (E_1/E_2) sur le facteur de concentration des contraintes:

Le rapport d'anisotropie (E_1/E_2) (rapport du module d'élasticité dans la direction longitudinale par rapport à la direction transversale) a une grande influence sur le comportement mécanique des plaques en matériaux composites. Il affecte les valeurs du facteur de concentration des contraintes dans le cas des plaques contenant des singularités géométriques telles que les trous.

Dans ce qui suit nous analyseront différentes configurations d'angle d'orientation compris entre 0° et 90° des plaques soumises à la traction uniaxiale avec différents rapports d'anisotropie (E_1/E_2).

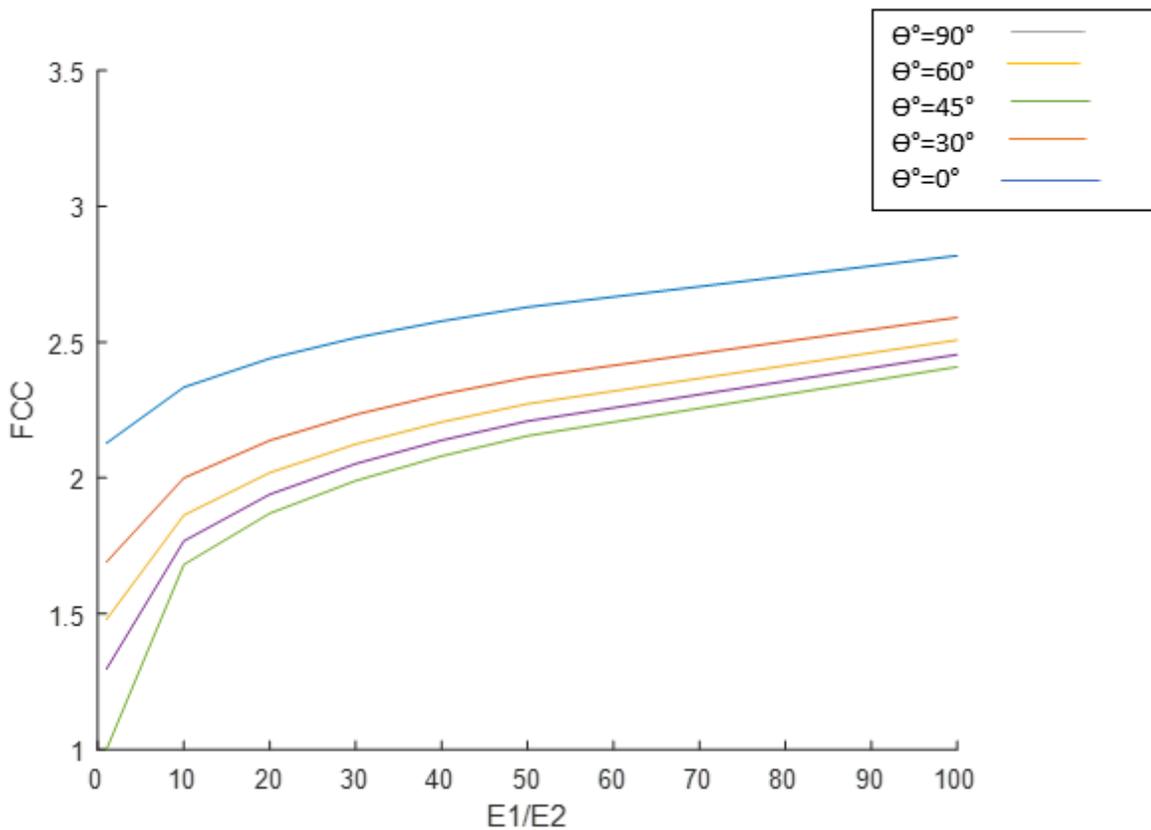


Figure IV.9. influence du rapport d' anisotropie E_1/E_2

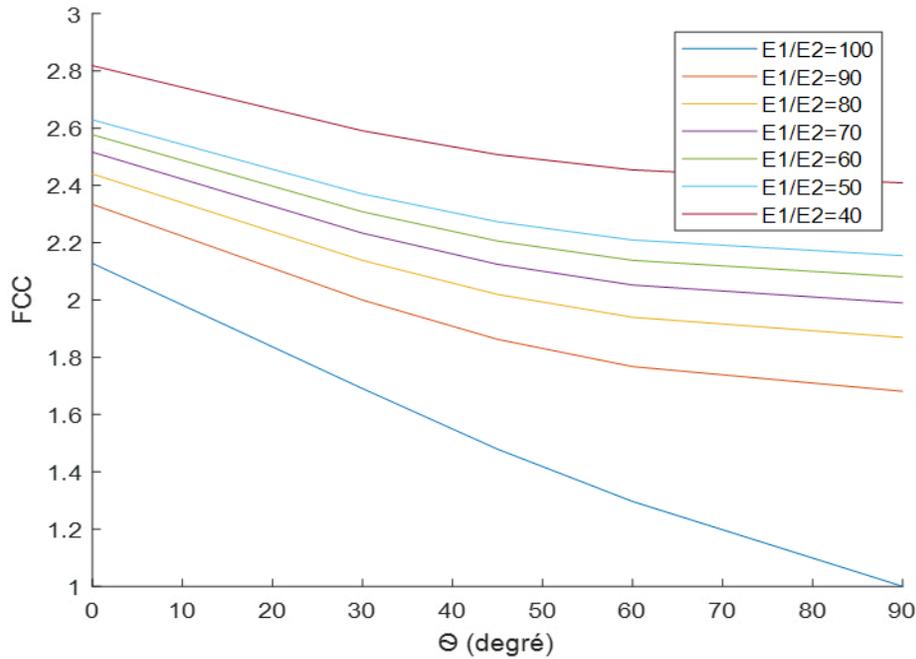


Figure IV.10. Variation du FCC au bord du trou pour différentes valeurs de rapport d'anisotropie (E_1/E_2).

Les graphiques de cette étude traduisent l'effet de la variation du rapport d'anisotropie (E_1/E_2) sur le facteur de concentration des contraintes (FCC) au bord du trou d'une plaque sous tension en matériau composite dont les fibres sont disposées suivant différents angle de 0° à 90° . On observe sur la figure IV.9 les valeurs du FCC augmentent avec l'augmentation du rapport d'anisotropie (E_1/E_2) pour tous les angles d'orientation de 0° à 90° . Dans tous les cas du rapport d'anisotropie (E_1/E_2), ces valeurs diminuent progressivement avec l'augmentation de l'angle des fibres (θ) de 0° à 90° .

Ces observations sont plus claires sur la figure IV.10 qui montre la diminution du FCC avec l'augmentation de l'angle d'orientation des fibres pour différentes valeurs du rapport d'anisotropie (E_1/E_2).

En conclusion, les matériaux composites avec un rapport E_1/E_2 élevé sont plus sujets à la concentration des contraintes à des angles faibles (proches de 0°), ce qui signifie que l'orientation des fibres parallèlement à la direction de la traction augmente l'effet de l'anisotropie sur le FCC.

IV.4 Analyse par la méthode des éléments finis (logiciel ANSYS) :

Grâce au programme Ansys, nous avons obtenu ces résultats :

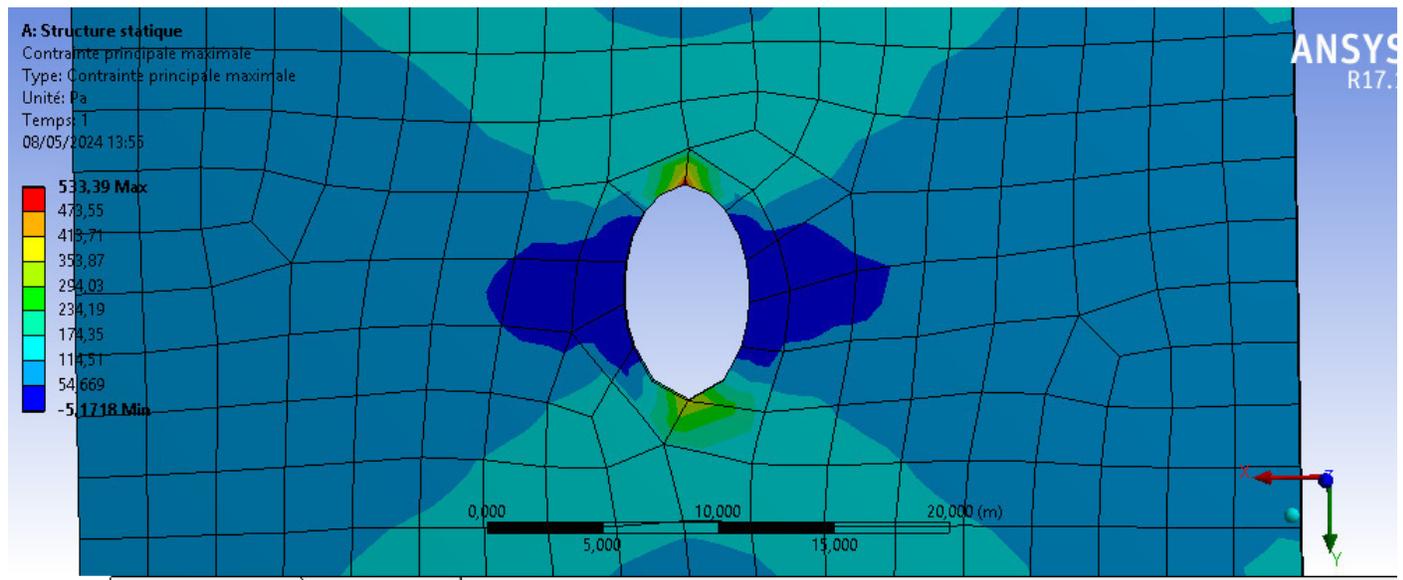


Figure IV.9. Distribution du FCC en sollicitation de traction perpendiculaire aux grand axe de l'ellipse pour l'orientation des fibres égal à 90° et le rapport elliptique $a/b=2$

Dans ce cas, augmenter l'angle d'inclinaison augmente la concentration des contraintes facteur. Ses valeurs maximales et minimales sont situées dans les plaques d'orientation 0° et 60° respectivement. Lorsque le rapport elliptique augmente, le facteur de concentration des contraintes diminue Dans le cas de la contrainte parallèle au grand axe de l'ellipse et diminue dans le cas de la contrainte perpendiculaire au grand axe.

Conclusion générale :

Ce mémoire porte sur l'analyse de l'influence des singularités géométriques, en particulier des trous elliptiques, sur le comportement mécanique des structures composites. L'objectif principal de cette étude était d'examiner comment ces trous influencent le facteur de concentration des contraintes (FCC), un indicateur clé de l'augmentation locale des contraintes, pouvant affaiblir la structure et accroître le risque de dommages. L'étude a débuté par une recherche bibliographique sur les types et procédés de fabrication des matériaux composites, ainsi que leurs applications techniques et domestiques. Des techniques de perçage spécifiques aux composites ont également été présentées, complétées par une étude théorique du comportement élastique de ces matériaux, incluant les caractéristiques mécaniques des plis unidirectionnels.

Ensuite, l'étude analytique et numérique a porté sur l'influence des trous elliptiques dans des plaques isotropes soumises à la sollicitation de traction. L'analyse de la distribution des contraintes autour et loin du trou a permis d'entamer une étude paramétrique du FCC, en tenant compte de plusieurs effets tel que la taille des trous elliptiques, et l'orientation de la sollicitation de traction par rapport au grand axe elliptique. Les résultats de cette étude montrent que les singularités géométriques, telles que les trous elliptiques, ont un impact significatif sur la concentration des contraintes, ce qui peut affaiblir les structures composites.

L'analyse de la variation du facteur de concentration des contraintes (FCC) au bord et loin du trou de forme elliptique dans les plaques composites vise à montrer l'effet de ces trous sur le comportement mécanique de la plaque. Cette étude prend en compte plusieurs paramètres : l'orientation des fibres (θ), la taille des trous elliptiques, le rapport d'anisotropie (E_1/E_2) et l'orientation de la sollicitation de traction par rapport à la direction du grand axe elliptique. À partir de l'étude analytique et numérique, les résultats suivants ont été obtenus pour les plaques orthotropes munies d'un trou elliptique :

L'étude a révélé que la valeur du FCC peut être différente de celle enregistrée pour les plaques isotropes. L'effet de l'orientation des fibres sur la valeur du FCC est clairement démontré. Le FCC atteint sa valeur maximale lorsque les fibres sont orientées parallèlement à la direction de la traction ($\theta = 0^\circ$) et devient minimal lorsque les fibres sont perpendiculaires à la direction de la traction ($\theta = 90^\circ$).

L'étude révèle que l'augmentation du rapport d'anisotropie (E_1/E_2) entraîne une augmentation du facteur de concentration des contraintes (FCC) lorsque l'orientation des fibres est de 0° , et une diminution de ce facteur lorsque l'orientation des fibres est de 90° . Les valeurs

maximales du FCC sont localisées à l'emplacement de $\alpha = 90^\circ$, tandis que les valeurs minimales se trouvent à $\alpha = 0^\circ$ et $\alpha = 180^\circ$ au bord du trou.

Pour les plaques orthotropes percées et soumises à une traction uniaxiale, l'emplacement des valeurs maximales et minimales du FCC ne dépend pas de l'angle d'orientation des fibres. L'analyse analytique et numérique des plaques orthotropes avec un trou elliptique permet de dégager les remarques suivantes : pour une sollicitation perpendiculaire au grand axe de l'ellipse ($\beta = \pi/2$), le FCC augmente avec l'augmentation du rapport elliptique (a/b). En revanche, pour une sollicitation parallèle au grand axe de l'ellipse ($\beta = 0^\circ$), le FCC diminue à mesure que le rapport elliptique (a/b) augmente.

Enfin, la valeur maximale du FCC est observée dans la plaque dont l'orientation des fibres est de 0° , tandis que la valeur minimale est trouvée dans la plaque orthotrope avec une orientation des fibres de 60° .

Pour conclure, les résultats obtenus sont cruciaux pour la conception et l'optimisation des matériaux composites dans des applications où la sécurité et la durabilité sont essentielles. Des études futures devraient inclure des validations expérimentales des résultats analytiques et numériques, ainsi que le développement de nouvelles conceptions pour minimiser les effets négatifs des singularités géométriques.

Références Bibliographiques :

[1] Rabia BOUBEKER “Etude Expérimentale et Numérique du Comportement des Plaques Trouées en Matériaux Composites”, Thèse doctorat, Université de Biskra,2016.

[2] J.M.BETHELOT ,Matériaux Composites Comportement Mécanique et Analyse des Structure,3rs Edition

[3] https://eduscol.education.fr/sti/si-ens-cachan/ressources_pedagogiques/materiaux-composites-et-structures-composites

[3] <https://www.simplonpc.co.uk/Comarit.html>

[4]

<https://rmze.cc/%D8%B5%D9%88%D8%B1%D8%B3%D9%8A%D8%A7%D8%B1%D8%A7%D8%AA%D8%B3%D8%A8%D8%A7%D9%82%D8%A7%D8%AD%D8%AF%D8%AB%D8%B5%D9%88%D8%B1%D8%B3%D9%8A%D8%A7%D8%B1%D8%A7%D8%AA%D8%B3%D8%A8%D8%A7%D9%82%2019/>

[5] <https://sarabic.ae/20231021/%D8%A7%D9%84%D9%82%D9%88%D8%A7%D8%AA-%D8%A7%D9%84%D8%B1%D9%88%D8%B3%D9%8A%D8%A9-%D8%AA%D8%B3%D9%82%D8%B7-%D8%B3%D8%B1%D8%A8%D8%A7-%D9%85%D9%86-%D8%A7%D9%84%D8%B7%D8%A7%D8%A6%D8%B1%D8%A7%D8%AA-%D8%A7%D9%84%D8%AD%D8%B1%D8%A8%D9%8A%D8%A9-%D8%A7%D9%84%D8%A3%D9%88%D9%83%D8%B1%D8%A7%D9%86%D9%8A%D8%A9---%D8%B9%D8%A7%D8%AC%D9%84--1082283033.html>

[6] **Deghboudj Samir "Matériaux Composites ", polycopié pédagogique de l'Université Laarbi Télessi. "2021"**

[7] https://www.semanticscholar.org/paper/Mod%C3%A9lisation-num%C3%A9rique-du-proc%C3%A9d%C3%A9-de-tissage-des-Vilfayeau/3fcb609c9d5c2c8c3d0dbfbf01d3da76a6e6bd57_18-05-2024

[8] <https://www.semanticscholar.org/paper/Mod%C3%A9lisation-analytique-de-l'amortissement-des-des-Horel/197ab989ad5c72287826593cbec1cb7df1b6c6cb>

[9] <https://www.simplonpc.co.uk/Comarit.html>

Résumé:

La présence des singularités géométriques dans les structures telles que les trous est une nécessité technologique pour des besoins mécaniques comme l'assemblage des pièces et les canalisations. Cette présence peut conduire à un affaiblissement de la structure en raison de l'augmentation locale de la contrainte. Ce phénomène, appelé concentration des contraintes, peut provoquer l'endommagement des structures métalliques ou composites et influe négativement sur leur sécurité. Dans cet ensemble d'études analytiques, numériques et expérimentales nous présentons l'effet de la présence de trou elliptique sur le comportement mécanique des plaques en matériaux composites. Il s'agit de déterminer la distribution des contraintes autour et loin du trou sous les sollicitations de traction. L'étude est focalisée sur la détermination du facteur de concentration des contraintes qui est considéré comme un inducteur de l'augmentation locale de la contrainte due à la présence du trou. Une étude paramétrique a été menée pour mettre en évidence l'effet de quelques paramètres tels que la taille du trou, l'orientation des fibres, le rapport d'anisotropie.

Summary:

The presence of geometric singularities in structures such as holes is a technological necessity for mechanical needs such as assembly of parts and tubes. This presence can weaken the structure due to increased local stress. This phenomenon, called stress concentration, can cause damage to metal or composite structures and have a negative impact on their integrity. In this set of analytical, numerical, and experimental studies, we present the effect of the presence of elliptical holes on the mechanical behavior of composite material panels. This involves determining the distribution of stresses around and away from the hole under traction. The study focused on determining the stress concentration factor that is considered a catalyst for increased local stress as a result of the presence of the hole. A parametric study was conducted to highlight the effect of some factors such as hole size, fiber orientation, anisotropy ratio.

المخلص:

ان تواجد الاشكال الهندسية في الهياكل مثل الثقوب ضرورية في التكنولوجيا للاحتياجات الميكانيكية مثل تجميع القطع وتوفير قنوات لتمرير تواجد هذه الثقوب يسبب الضعف والهشاشة في بنيات الهياكل والذي يفسر زيادة الاجهادات الموضعية هذه الظاهرة تعرف بظاهرة تكديس الاجهادات التي تسبب اضرار في البنيات والمواد المركبة والمعدنية والتي تؤثر سلبا على سلامتها. في هذه الدراسة تأثير تواجد الثقوب الاهليجية الشكل على السلوك الميكانيكي للصفائح المواد المركبة. هذا يستوجب توزيع الاجهادات حول الثقب وعلى بعد منه تحت تأثير عدة اعمال مثل الشد وركزنا في هذه الدراسة على اتجاه معامل تركيز الاجهادات الذي يعتبر المعامل المحدد والاساسي والارتفاع والاجهادات الموضعية. وقد أجريت الدراسة لإظهار تأثير بعض العوامل مثل حجم الثقب واتجاه الليف ونوع تطبيق الحمولة على هذا العامل.