



République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche
Scientifique
Université Med Khider Biskra
Faculté des Sciences Exactes et des Sciences de la Nature
et de la Vie



Département des Sciences de la Matière

Domaine des Sciences de la Matière

Filière de Physique

Cours de Physique et Exercices corrigés pour les Etudiants 1^{ère} année Licence (SNV)

Préparé par :

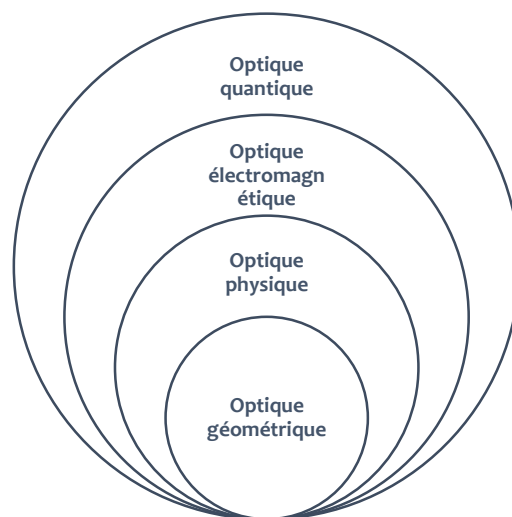
Dr *Boudour Bariza* Maître de conférences B

Année Universitaire
2017-2018

PREFACE

Afin de situer notre cours, on rappelle la division de l'optique en plusieurs domaines : L'optique quantique a pour rôle l'étude de la nature corpusculaire de la lumière et l'interaction de la lumière et de la matière. L'optique électromagnétique repose sur les équations de Maxwell en considérant la nature ondulatoire et électromagnétique de la lumière. L'optique physique, s'appuie sur la nature ondulatoire de la lumière, et l'optique géométrique utilise des rayons linéaires pour représenter les chemins parcourus par la lumière où cette dernière est assimilée à des rayons lumineux se propageant en ligne droite.

Comme le montre le schéma ci-dessous, le niveau de description le plus simple possible est bien le domaine de l'optique géométrique.



Ainsi, en optique géométrique, la lumière se comporte comme des grains de lumière. Dans le vide la lumière se déplace en ligne droite. En d'autres termes, l'optique géométrique est l'étude de la lumière et des images reposant sur des principes géométriques.

Ce cours cible les étudiants, enseignants de niveau 1^{ère} année de Licence de physique. Il comprend six (06) chapitres : Rappels mathématiques, lois de l'optique géométrique, éléments à faces planes, éléments à faces sphériques, œil et instruments optiques, complété par des notions de mécanique du fluide pour être conforme au programme officiel. Dans les cinq premiers chapitres, il s'agira de traiter : le fonctionnement de la lumière sur une surface réfléchissante dans un même milieu

ou traversant l'interface entre deux milieux différents, la construction d'images obtenues à partir de systèmes optiques. Ce cours permettra également d'expliquer le fonctionnement et de faire la présentation de certains systèmes optiques tels que l'œil, la loupe. Ce cours aborde aussi la détermination par le calcul des caractéristiques de l'image d'un objet, le calcul des grandissements de l'image, des distances focales et de la vergence des systèmes optiques. La matière propose aussi une panoplie d'exercices sur les différents chapitres, un corrigé de ces derniers est placé en annexe à la fin de ce cours.

Objectifs du cours

Outre l'aspect pratique de ce cours, les objectifs sont de présenter un cours aussi simple que complet possible de l'optique géométrique et de ses applications. A l'issue de ce cours, l'étudiant sera en mesure de :

- Connaître les fondements de l'optique géométrique et d'avoir une idée précise sur la nature de la lumière et sur les milieux transparents ;
- Connaître les lois générales et les principes fondamentaux qui régissent l'optique géométrique dans les milieux homogènes ;
- Comprendre la notion d'image d'un objet donné par un système optique ainsi que les notions de stigmatisme rigoureux et approché ;
- Appliquer les notions précédentes à l'étude des systèmes optiques à faces planes comme le miroir plan, le dioptre plan et la lame à faces parallèles ;
- Maîtriser la construction de la marche d'un rayon lumineux à travers un prisme et de comprendre le phénomène de dispersion de la lumière.
- Déterminer les éléments caractéristiques des miroirs et dioptres plans et des lentilles et de dresser les images données par ces systèmes et par leur association ;
- Connaître les principaux instruments d'optique et leur domaine d'utilisation dans l'observation des objets et la mesure de leur dimension.

SOMMAIRE

1 Introduction.....	3
1.1 Erreurs de mesures.....	3
1.1.1 Erreur absolue.....	4
1.1.2 Erreur relative	4
1.2 Incertitudes de mesuresdirecte.....	4
1.2.1 Incertitude absolue.....	4
1.2.2 Incertitude relative.....	4
1.3 Calcul des incertitudes.....	4
1.3.1 Méthode des différentielles totales.....	5
1.3.2 Méthode logarithmique	5
1.4 Grandeurs physiques et dimensions.....	5
1.4.1 Equation aux dimensions.....	6
1.4.2 Utilité des équations aux dimensions.....	6
1.4.2 Systèmes d'unités	7
1.5 Calcul vectorielle.....	8
1.5.1 Caractéristiques d'un vecteur.....	8
1.5.2 Composantes d'un vecteur.....	8
1.5.3 Algèbre vectorielle.....	8
1.5.4 Produit scalaire de deux vecteurs.....	9
1.5.5 Produit vectoriel de deux vecteurs.....	9
1.5.6 Relation entre les vecteursunitaires.....	9
1.5.7 Produit mixte.....	10
1.6Exercices.....	10
1.6 Corrigés des exercices.....	72

C H A P I T R E 2

LOIS DE L'OPTIQUE GEOMETRIQUE

2	Introduction.....	12
2.1	Objectif de l'optique géométrique.....	12
2.2.1	Généralités sur la lumière.....	12
2.2.2	Le principe de Fermat.....	13
2.2.2.1	Notion du chemin optique et d'indice de réfraction.....	13
2.2.2.2	Le chemin optique à une courbe quelconque.....	14
2.2.3	Conséquences du principe de Fermat.....	14
14. 2.2.4	Le principe de Fermat et la loi de Snell-Descartes.....	14
2.2.4.1	La réflexion.....	15
2.2.4.2	La réfraction.....	15
2.3	Les lois de Snell-Descartes.....	17
2.3.1	Réflexion.....	17
2.3.2	Réfraction.....	17
2.3.3	Mirages.....	18
2.4	Les systèmes optiques.....	18
2.4.1	Notion d'image.....	18
2.4.2	Foyers.....	19
a)	Foyer image.....	19
b)	Foyer objet.....	20
2.4.3	Propriétés d'un système optique.....	20
2.4.3.1	Stigmatisme rigoureux.....	20
2.4.3.2	Stigmatisme approchés (Conditions de Gauss).....	20
2.4.3.3	Aplanétisme.....	20
2.4.3.4	Système optique afocal.....	21
2.4.3.5	Aberrations des systèmes optiques.....	21
2.4.4	Grandissement d'un système optique (γ).....	21
2.5	Exercices.....	22
2.6	Corrigés des exercices.....	75

C H A P I T R E 3

ELEMENTS A FACES PLANES

3	Introduction.....	26
3.1	Miroir plan pour réflexion.....	26
3.1.1	Nature de objet-image.....	26
3.1.2	Relation de conjugaison.....	27
3.1.3	Grandissement.....	27
3.1.4	Image d'un point objet à travers un miroir plan.....	27
3.1.5	Image d'un point objet à travers un miroir plan horizontal.....	27
3.2	Dioptré plan pour réfraction.....	28
3.2.1	Lois Snell Descartes de la réfraction.....	29
a)	Cas où $n_1 < n_2$: réfraction limite.....	29
b)	Cas où $n_1 > n_2$: réflexion totale.....	29
3.2.1	Prisme.....	29
a)	La condition d'émergence.....	30
b)	Dispersion de la lumière.....	31
3.3	Lame à faces parallèles.....	32
3.4	Exercices.....	33
3.4	Corrigés des exercices.....	80

C H A P I T R E 4

ELEMENTS A FACES SPHERIQUES

4	Introduction.....	34
4.1	Les miroirs sphériques.....	34
4.1.1	Caractéristiques du miroir sphérique.....	34
4.1.2	La distance focale du miroir f'	34
4.1.3	La vergence V	34
4.1.4	Relation de conjugaison du miroir sphérique.....	35
4.1.5	Différentes expressions du grandissement.....	36
4.2	Les dioptrés sphériques.....	37
4.2.1	Caractéristiques des dioptrés sphériques.....	37
4.2.2	Les foyers du dioptré sphérique.....	38
4.2.3	Formules du foyer objet et image.....	39
4.2.3.1	Distance focale image (foyer image).....	39
4.2.3.1	Distance focale objet (foyer objet).....	39
4.2.4	Formule de la Vergence.....	39
4.2.5	Images du dioptré.....	39
4.2.6	Formules de conjugaison.....	30
4.3	Les lentilles.....	41
4.3.1	Types de lentilles.....	41
4.3.2	Centre optique d'une lentille.....	41
4.3.3	Foyer image d'une lentille convergente.....	42
4.3.4	Foyer image d'une lentille divergente.....	42
4.3.5	Distance focale d'une lentille.....	43
4.3.6	Vergence.....	43
4.3.7	Relations de conjugaison.....	43
4.3.8	Grandissement.....	44
4.3.9	Lentilles accolées.....	44
4.4	Exercices.....	44
3.4	Corrigés des exercices.....	83

C H A P I T R E 5

ŒIL ET INSTRUMENTS OPTIQUES

5 Introduction.....	49
5.1 L'œil.....	50
5.2 La formation d'une image.....	50
5.3 Les caractéristiques de l'œil.....	51
5.4 Le cheminement des rayons lumineux dans l'œil.....	51
5.5 Les défauts de l'œil.....	52
5.6 Les instruments optiques.....	52
5.6.1 Les instruments oculaires.....	53
5.6.2 Les instruments objectifs.....	55
5.7 Les caractéristiques des instruments optiques.....	55
5.7.1 La puissance.....	55
5.7.2 Le grossissement.....	55
5.8 Exercices.....	56
5.8 Corrigés des exercices	83

CHAPITRE 6

MECANIQUE DES FLUIDES

6	Introduction.....	58
6.1	Définition d'un fluide.....	58
6.2	Fluide parfait.....	58
6.3	Fluide réel.....	58
6.4	Fluide <i>compressible</i>	58
6.5	Fluide incompressible.....	59
6.6	Caractéristiques physiques des fluides.....	59
6.7	Statique des fluides.....	61
6.7.1	Notion de pression d'un fluide.....	61
6.7.2	Relation fondamentale de l'hydrostatique.....	62
6.7.3	Poussée d'Archimède.....	63
6.7.4	Théorème de <i>Pascal</i>	64
6.8	Dynamique des fluides incompressibles.....	64
6.8.1	Définition.....	65
6.8.2	Débit.....	65
6.8.3	Conservation du débit (ou équation de continuité).....	65
6.8.4	Equation de Bernoulli (sans échange de travail).....	66
6.8.5	Equation de Bernoulli (sans échange de travail).....	67
6.9	Exercices.....	68
6.9	Corrigés des exercices.....	101

Liste des figures

Figure 2.1 :	Miroir plan
Figure 2.2 :	Dioptré plan
Figure 2.3 :	Représentation géométrique de la réflexion
Figure 2.4 :	Réfraction du dioptré air / eau
Figure 2.5 :	Représentation d'un système optique
Figure 2.6 :	Représentation d'un objet réel - image réelle à travers un système optique
Figure 2.7 :	Représentation d'un objet réel - image virtuelle à travers un système optique
Figure 2.8 :	Foyer image
Figure 2.9 :	Foyer objet
Figure 2.10 :	Représentation optique d'un système aplanétisme
Figure 3.1 :	Représentation schématique du miroir plan
Figure 3.2 :	Image d'un point objet à travers un miroir plan
Figure 3.3 :	Image d'un objet à travers un miroir plan horizontal
Figure 3.4 :	Les différents dioptrés plans
Figure 3.5 :	Dioptré plan
Figure 3.6 :	Prisme
Figure 3.7 :	Construction géométrique pour la détermination des relations angulaires du prisme
Figure 3.8 :	Représentation schématique de la dispersion par un prisme
Figure 3.9 :	Lame à faces parallèles
Figure 3.10 :	Une lame à faces parallèles d'un objet réel donnant une image virtuelle.
Figure 4.1 :	Représentations géométriques de miroirs sphériques
Figure 4.2 :	Représentations géométriques des Dioptrés sphériques
Figure 4.3 :	Foyer du dioptré concave convergent
Figure 4.4 :	Dioptré concave divergent
Figure 4.5 :	Dioptré concave divergent
Figure 4.6 :	Dioptré concave convergent
Figure 4.7 :	Dioptré concave divergent
Figure 4.8 :	Dioptré concave convergent
Figure 4.9 :	Types de lentilles
Figure 4.10 :	Centre optique (O) d'une lentille
Figure 4.11 :	Foyer principal image d'une lentille convergente
Figure 4.12 :	Foyer principal image d'une lentille divergente
Figure 4.13 :	Représentation géométrique d'une lentille
Figure 5.1 :	Anatomie de l'œil

Figure 5.2 :	normal au repos
Figure 5.3 :	Ponctum proximum d'un œil normal
Figure 5.4 :	Ponctum remotum d'un œil normal
Figure 5.5 :	L'œil myope et hypermétrope
Figure 5.6 :	Loupe avec accommodation
Figure 6.1 :	Forces exercées par le fluide
Figure 6.2 :	Fluide incompressible
Figure 6.3 :	Corps immergé dans un fluide
Figure 6.4 :	Presse hydraulique
Figure 6.5 :	Veine

Liste des Tableaux

Tableau 1.1 :	Dimensions de quelques grandeurs de base
Tableau 1.2 :	Système international d'unités (SI)
Le tableau 1.3	Unités de quelques grandeurs physiques
Tableau 2.1 :	Vitesse de quelques milieux
Tableau 6.1 :	Valeurs des Masses volumiques de quelques fluides

C H A P I T R E 1

RAPPELS MATHÉMATIQUES

1 Introduction

Le chapitre est consacré à des rappels sur les erreurs, les incertitudes, l'algèbre vectorielle et l'analyse dimensionnelle. Les deux derniers traitent des grandeurs physiques de base qui sont utilisées pour l'expression des lois physiques. En plus des rappels nécessaires, l'objectif de cette partie est d'introduire des définitions claires et des notations appropriées.

1.1 Erreurs de mesures

La valeur mesurée d'une grandeur physique est une valeur approchée car il y a toujours une erreur sur la mesure. Il existe différents types d'erreurs qui peuvent affecter une mesure. Il y a les erreurs systématiques qui se produisent par exemple lorsqu'on emploie des appareils mal étalonnés (échelle fautive, décalage du zéro, chronomètre mal ajusté) ou lorsqu'on néglige certains paramètres (température, pression par exemple) qui ont une influence sur la grandeur mesurée. Il y a les erreurs aléatoires, lorsqu'un même opérateur répète plusieurs fois dans les mêmes conditions la mesure d'une même grandeur et que les valeurs mesurées sont différentes : Ce type d'erreur est appelé erreur aléatoire. L'erreur aléatoire peut être due à des variations temporelles de paramètres d'influence, à l'opérateur lui-même (par exemple la variation du temps de réaction de l'opérateur lors de la mesure du temps à l'aide d'un chronomètre), ou pour des mesures extrêmement précises à la nature aléatoire du phénomène. Tout résultat de mesure est entaché d'une erreur qui peut se décomposer en une erreur systématique et une erreur aléatoire. L'erreur systématique peut être considérée comme une erreur constante qui affecte chacune des mesures, elle ne peut être réduite en augmentant le nombre de mesures. Son évaluation nécessite la connaissance de toutes les sources d'erreur et l'incertitude associées à chaque source. L'erreur de mesure aléatoire est évaluée par des méthodes statistiques qui utilisent la moyenne des mesures et l'écart type. Elle est déduite de l'exploitation d'un grand nombre de mesures. La valeur moyenne de n mesures $g_1, g_2, g_3, \dots, g_n$ est égale à :

$$\bar{g} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n g_i \quad (1.1)$$

L'écart type S est égal à :
$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (g_i - \bar{g})^2}{n}} \quad (1.2)$$

L'incertitude pour la valeur moyenne \bar{g} est donnée par :

$$\Delta g = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (g_i - \bar{g})^2} \quad (1.3)$$

Il existe deux types d'erreurs : erreur absolue et erreur relative .

1.1.1 Erreur absolue

Erreur absolue commise sur la mesure d'une grandeur G est la différence entre la valeur mesurée G_m et la valeur exacte G_e .

$$\Delta G = G_m - G_e \quad (1.4)$$

Si on connaît la valeur réelle, on peut évaluer l'erreur absolue et avoir une idée de la précision de la valeur mesurée. Il arrive souvent qu'on ne connaisse pas la valeur réelle et dans ce cas, il faut utiliser l'erreur maximale tolérée pour erreur absolue. L'erreur absolue peut être déterminée en prenant pour valeur réelle la valeur standard de la grandeur qui est la plus approuvée.

1.1.2 Erreur relative

A côté de l'erreur absolue d'un résultat de mesure, il est souvent commode d'indiquer l'erreur relative définie par le rapport entre l'erreur absolue et la valeur exacte $\frac{\Delta G}{G_e}$.

1.2 Incertitudes de mesures directes

Cette incertitude est une valeur qui caractérise la dispersion des valeurs qui peuvent être attribuées à la grandeur mesurée, on la note g . Elle résulte de diverses erreurs qui peuvent être classées en deux grandes catégories :

Les erreurs systématiques, qui se produisent toujours dans le même sens.

Les erreurs aléatoires, qui sont variables en grandeur et en sens et dont la moyenne tend vers zéro.

L'origine de ces erreurs provient principalement de trois facteurs :

- L'opérateur
- L'appareil de mesure
- La méthode de mesure

Il convient de chercher à éliminer les erreurs systématiques et à évaluer les erreurs aléatoires.

1.2.1 Incertitude absolue

On appelle incertitude absolue la valeur maximale que l'erreur absolue peut prendre.

1.2.2 Incertitude relative

C'est le rapport entre l'incertitude absolue et la valeur mesurée : $\frac{\Delta G}{G_m}$.

1.3 Calcul des incertitudes

Les mesures effectuées en physique sont souvent le résultat d'une expérience qui consiste en la mesure de plusieurs grandeurs qui sont liées par une équation mathématique. Le résultat de l'expérience aura une incertitude qui dépend des incertitudes individuelles.

1.3.1 Méthode des différentielles totales

Soit la fonction $G = (x, y, z)$, où : x, y et z sont des grandeurs mesurées ;

La différentielle totale de G est décrite par l'équation :

$$dG = \frac{\partial G}{\partial x} dx + \frac{\partial G}{\partial y} dy + \frac{\partial G}{\partial z} dz \quad (1.5)$$

L'incertitude absolue sur la grandeur G est égale à :

$$\Delta G = \frac{\partial G}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial G}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial G}{\partial z} \Delta z \quad (1.6)$$

Où : $\Delta x, \Delta y$ et Δz , sont les erreurs absolues sur x, y et z respectivement.

Exemples :

$$G(x, y, z) = x y z \Rightarrow \frac{\Delta G}{G} = \frac{\Delta X}{X} + \frac{\Delta Y}{Y} + \frac{\Delta Z}{Z} \quad (1.7)$$

$$G(x, y, z) = x^\alpha y^\beta z^\gamma \Rightarrow \frac{\Delta G}{G} = |\alpha| \frac{\Delta X}{X} + |\beta| \frac{\Delta Y}{Y} + |\gamma| \frac{\Delta Z}{Z} \quad (1.8)$$

$$G(x, y, z) = x \mp y \mp z \Rightarrow \Delta G = \Delta X + \Delta Y + \Delta Z \quad (1.9)$$

1.3.2 Méthode logarithmique

Pour des expressions du type produit ou rapport, il est commode de faire appel à une différenciation logarithmique :

$$G = (X, Y) = X \cdot Y \Rightarrow \ln G = \ln x X + \ln Y \Rightarrow \frac{\Delta G}{G} = \frac{\Delta X}{X} + \frac{\Delta Y}{Y} \quad (1.10)$$

$$G = (X, Y) = \frac{X}{Y} \Rightarrow \ln G = \ln x X - \ln Y \Rightarrow \frac{\Delta G}{G} = \frac{\Delta X}{X} + \frac{\Delta Y}{Y} \quad (1.11)$$

Cas particuliers :

- $y = a^n \Rightarrow \frac{\Delta y}{y} = n \frac{\Delta a}{a} \quad (1.12)$

- $y = \sqrt[n]{a} \Rightarrow \frac{1}{n} \frac{\Delta a}{a} \quad (1.13)$

- $y = \alpha \cdot a \Rightarrow \alpha \cdot \frac{\Delta a}{a} \quad (1.14)$

1.4 Grandeurs physiques et dimensions

Une grandeur physique est une propriété d'un corps ou d'un phénomène physique qui peut se mesurer. Par exemples, la masse d'un corps est une grandeur physique, la fréquence d'une onde acoustique ou électromagnétique est également une grandeur physique. Par définition, une grandeur physique a une dimension si sa mesure dépend du choix de l'étalon. Une dimension est indépendante de tout système d'unités. La dimension de G est notée $\dim G$ ou $[G]$. Il existe des grandeurs physiques sans dimension et dans ce cas $[G] = 1$.

Il y a sept dimensions de base. Elles sont synthétisées dans le tableau 1.1

Dimension	Symbole
Longueur	L

Masse	M
Temps	T
Intensité électrique	I
Température	θ
Quantité de matière	N
Intensité lumineuse	1

Tableau 1.1 : Dimensions de quelques grandeurs de base

1.4.1 Equation aux dimensions

L'équation aux dimensions est l'équation entre les dimensions de grandeurs physiques reliées entre elles par une équation mathématique. Par exemple, l'équation aux dimensions de l'équation $G = A \cdot B \cdot C^{-1}$, où : G, A, B, C sont des grandeurs physiques, est l'équation suivante :

$$[G] = [A][B][C]^{-1} \quad (1.15)$$

Par exemple, la force est reliée à la masse et l'accélération par l'équation $F = m \gamma$, d'après la loi fondamentale de la dynamique. L'équation aux dimensions s'écrit :

$$[F] = [m][\gamma] \quad (1.16)$$

$\gamma = \text{vitesse} / \text{temps} = \text{distance} / t^2$, ce qui implique que $[\gamma] = LT^{-2}$

L'équation aux dimensions est donc $[F] = MLT^{-2}$ (1.17)

La dimension d'une force est donc MLT^{-2} et par conséquent, l'unité de la force dans le système SI, couramment appelée newton, est $kg \ m \ s^{-2}$.

1.4.2 Utilité des équations aux dimensions

Elle se propose de répondre aux questions suivantes :

- Trouver la dimension d'une grandeur
- Vérifier l'homogénéité des formules
- Exprimer une grandeur physique dans différents systèmes d'unités et en déduire la forme des lois physiques.

Remarque : Lorsque les dimensions des membres droit et gauche d'une équation sont identiques, on dit que cette équation est *homogène*.

Exemple :

L'énergie potentielle E d'un ressort est donnée par l'équation $E = \frac{1}{2}k x^2$, où : k est la constante de raideur et x l'allongement.

1.4.3 Système d'unités

Mesurer une grandeur physique, c'est déterminer sa valeur en fonction de celle d'une référence de même dimension prise pour unité de mesure. Par exemple, mesurer la masse d'un objet, c'est déterminer sa valeur en fonction de celle d'un corps en platine-iridium (90%-10%) de masse égale à celle d'un cm³ d'eau à 4°C qui est prise comme unité de mesure (ou étalon de mesure de masse) et appelée kilogramme (kg). Ainsi, le résultat de toute mesure de masse se présente sous la forme d'un nombre de fois cette unité. Il existe sept unités fondamentales (de base) qui sont indépendantes. Dans le système international d'unités (SI) qui est le plus largement utilisé, ces unités sont présentées dans le tableau 1.2.

Dimension	Symbole	Unité SI	Symbole
Longueur	L	mètre	m
Masse	M	kilogramme	kg
Temps	T	seconde	s
Intensité électrique	I	ampère	A
Quantité de matière	N	mol	mol
Intensité lumineuse	1	candela	cd

Tableau 1.2 : Système international d'unités (SI)

A partir de ces unités de base sont dérivées toutes les autres unités, appelées unités dérivées. Certaines unités dérivées ont des noms de personnalités scientifiques comme par exemples newton pour unité de force, joule pour l'énergie, watt pour puissance, pascal pour pression, etc. Ainsi, certaines unités dérivées peuvent être exprimées de différentes façons ; par exemple l'énergie s'exprime en joule dans le système international ou en kg.m²s⁻¹. Le tableau 1.3 donne les unités de quelques grandeurs physiques.

Grandeur	Unité (SI)	Grandeur	Unité (SI)
Aire	m ²	Force	N (newton)
Volume	m ³	Puissance mécanique	W (watt)
Masse molaire	Kg.mol ⁻¹	Capacité électrique	F (farad)
Fréquence	Hz	Pression	P (pascal)
Vitesse	m.s ⁻¹	Tension	V (volt)
Champ électrique	V.m ⁻¹	Energie	J (joule)
Champ magnétique	T(tesla)		

Le tableau 1.3 : Unités de quelques grandeurs physiques

1.5 Calcul vectoriel

En physique, on utilise deux types de grandeurs : les grandeurs scalaires et les grandeurs vectorielles. Les grandeurs physiques scalaires sont entièrement définies par un nombre et une unité appropriée. On peut citer comme exemples : la masse m d'un corps, la longueur l d'un objet, l'énergie E d'un système, la charge électrique q , etc. Une grandeur physique vectorielle est une quantité spécifiée par un nombre et une unité appropriée plus une direction et un sens. Géométriquement, elle est représentée par un vecteur. On peut citer comme grandeurs vectorielles : la vitesse \vec{v} d'un mobile, le poids \vec{p} d'un corps, les champs électrique \vec{E} et magnétique \vec{B} , etc.

1.5.1. Caractéristiques d'un vecteur

Un vecteur est une grandeur définie par :

- Une origine
- Une direction
- Un sens et un module
- Un vecteur unitaire est un vecteur de module égal à 1

Le vecteur unitaire ayant le même sens et la même direction que le vecteur \vec{V} est obtenu en divisant ce dernier par son module.

$$\vec{u} = \frac{\vec{V}}{|\vec{V}|}$$

1.5.2 Composantes d'un vecteur

Les composantes d'un vecteur dans l'espace sont indiquées par l'équation :

$$\vec{V} = X\vec{i} + Y\vec{j} + Z\vec{k} \quad \text{ou} \quad \vec{V} = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$$

1.5.3 Algèbre vectorielle

Opérations et règles :

Somme de deux vecteurs :

$$\vec{S} = \vec{V} + \vec{V}' = (X\vec{i} + Y\vec{j} + Z\vec{k}) + (X'\vec{i} + Y'\vec{j} + Z'\vec{k}) = (X + X')\vec{i} + (Y + Y')\vec{j} + (Z + Z')\vec{k}$$

Différence de deux vecteurs :

$$\vec{D} = \vec{V} - \vec{V}' = (X\vec{i} + Y\vec{j} + Z\vec{k}) - (X'\vec{i} + Y'\vec{j} + Z'\vec{k}) = (X - X')\vec{i} + (Y - Y')\vec{j} + (Z - Z')\vec{k}$$

Règle de commutativité :

$$\vec{V} + \vec{V}' = \vec{V}' + \vec{V}$$

Règle d'associativité :

$$\vec{V} + (\vec{V}' + \vec{V}'') = (\vec{V} + \vec{V}') + \vec{V}''$$

Règle de distributivité :

$$k(\vec{V} + \vec{V}') = k\vec{V} + k\vec{V}'$$

$$(k + k')\vec{V} = k\vec{V} + k'\vec{V}$$

1.5.4 Produit scalaire de deux vecteurs

Considérons deux vecteurs \vec{V} et \vec{V}' . On appelle produit scalaire de ces deux vecteurs le nombre :

$$\vec{V} \cdot \vec{V}' = |\vec{V}| \cdot |\vec{V}'| \cos(\vec{V}, \vec{V}'). \quad \text{Lire : } \vec{V} \text{ scalaire } \vec{V}'$$

Où :

$|\vec{V}|$ et $|\vec{V}'|$, représentent les mesures (modules) de \vec{V} et \vec{V}' ;
 (\vec{V}, \vec{V}') , représente l'angle θ entre les deux vecteurs.

Remarques :

- Le produit scalaire est commutatif
- Dans un repère cartésien orthonormé, il s'exprime comme suit :

$$\vec{V} \cdot \vec{V}' = XX' + YY' + ZZ'$$

1.5.5 Produit vectoriel de deux vecteurs

Quelques propriétés du produit vectoriel :

- Le produit vectoriel de deux vecteurs \vec{V} et \vec{V}' est un vecteur \vec{p} ,
 $\vec{p} = \vec{V} \wedge \vec{V}'$ Lire : \vec{V} vectoriel \vec{V}' ;
- Le module est calculé par :
 $\vec{p} = |\vec{V} \wedge \vec{V}'| = |\vec{V}| |\vec{V}'| \sin(\vec{V}, \vec{V}')$;
- La valeur de l'angle $(\vec{V} \wedge \vec{V}')$ comprise entre les vecteurs \vec{V} et \vec{V}' ne doit pas dépasser π (180°) ;
- Le produit vectoriel est anticommutatif : $\vec{V} \wedge \vec{V}' = -(\vec{V}' \wedge \vec{V})$.

Dans un repère cartésien orthonormé, le produit vectoriel s'exprime sous forme matricielle, en fonction des composantes des vecteurs \vec{V} et \vec{V}' comme suit :

$$\vec{V} \wedge \vec{V}' = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ x' & y' & z' \end{vmatrix} = \begin{matrix} (yz' - y'z)\vec{i} \\ (xz' - x'z)\vec{j} \\ (xy' - x'y)\vec{k} \end{matrix}$$

1.5.6 Relation entre les vecteurs unitaires \vec{i} , \vec{j} et \vec{k}

En utilisant les propriétés des produits scalaires et vectoriels, on a :

- $\vec{i} \times \vec{i} = \vec{j} \times \vec{j} = \vec{k} \times \vec{k} = 1$
- $\vec{i} \times \vec{j} = \vec{j} \times \vec{k} = \vec{k} \times \vec{i} = 0$
- $\vec{i} \wedge \vec{i} = \vec{j} \wedge \vec{j} = \vec{k} \wedge \vec{k} = \vec{0}$

- $\vec{i} \wedge \vec{j} = \vec{k}, \vec{j} \wedge \vec{k} = \vec{i}, \vec{k} \wedge \vec{i} = \vec{j}$

1.5.7 Produit mixte

Soient $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ trois vecteurs, on appelle produit mixte de $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ le réel noté

$$[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}] \text{ tel que : } [\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}] = \vec{u} \cdot (\vec{v} \wedge \vec{w})$$

- $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}) = (\vec{w}, \vec{u}, \vec{v}) = (\vec{v}, \vec{w}, \vec{u})$, permutation circulaire
- $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}) = -(\vec{w}, \vec{v}, \vec{u})$
- $\vec{u} \wedge (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \wedge \vec{v} + \vec{u} \wedge \vec{w}$
- $(\vec{v} + \vec{w}) \wedge \vec{u} = \vec{v} \wedge \vec{u} + \vec{w} \wedge \vec{u}$

1.6 Exercices

Exercice 1 :

Trouver les dimensions du coefficient de la tension superficielle.

La force de tension superficielle d'une solution est la force qui s'exerce sur les molécules superficielles d'une solution. La dimension de cette force est le Newton ou kg.m. s⁻².

Exercice 2 :

Donner les dimensions de la constante de gravitation, donnée en module par la loi de Newton : $F = G \frac{mm'}{r^2}$, avec $[F] = [m\gamma] = MLT^{-2}$

Exercice 3 :

L'expérience démontre que la force avec laquelle agit un liquide sur une bille immergée dedans est proportionnelle au rayon de la bille r ainsi qu'à sa vitesse v. On écrit son expression : $F = 6\pi\mu^x r^y v^z$ où μ est un coefficient de dimension

$$[\mu] = M L^{-1} T^{-1}$$

1- Trouvez x, y et z.

Quand la vitesse est un peu élevée, l'expression de la force devient $F = kSv^2$ où k est une constante et S la surface du grand cercle.

2- Trouver la dimension k.

3- Démontrer que l'énergie cinétique $E_c = 1/2 mv^2$ a la même dimension qu'un travail (W = FI).

Exercice 4 :

Soit un pendule simple avec la loi suivante $g = \frac{4\pi^2}{T^2}$, on mesure la longueur l et la période T, on trouve les valeurs : $l = (1 \pm 0.001) \text{ m}$ et $T = (2 \pm 0.004) \text{ s}$.

1 - Donner le résultat de la mesure de pesanteur ($g_0 + \Delta g$) et sa précision $\frac{\Delta g}{g_m}$

en mesurant la densité volumique ρ , la hauteur h et la masse m d'un cylindre, on obtient : $\rho = (2 \pm 0.002) \text{ g/cm}^3$, $h = (9.97 \pm 0.001) \text{ cm}$, $m = (1578.5 \pm 0.5) \text{ g}$.

2 - Démontrer la valeur mesurée du rayon r du cylindre.

Exercice 5 :

Soit trois points A (1.0.0), B (0.2.0) et C (0.0.-3) dans un repère cartésien.

1- Déterminer les composantes du vecteur $\vec{AD} = (\vec{AB} \wedge \vec{AC})$.

En déduire les composantes d'un vecteur unitaire n perpendiculaire au plan ABC.

2- Calculer les produits scalaires $\vec{OA} \cdot \vec{n}$, $\vec{OB} \cdot \vec{n}$ et $\vec{OC} \cdot \vec{n}$.

Exercice 6 :

Soit les vecteurs :

$$\vec{A} = \sin t \vec{i} + \cos t \vec{j} + t \vec{k}$$

$$\vec{B} = \cos t \vec{i} - \sin t \vec{j} - 3 \vec{k}$$

$$\vec{C} = \sin t \vec{i} + \cos t \vec{j} - 1 \vec{k}$$

a- Calculer les expressions : $\|\vec{A}\|$, $\|\vec{B}\|$, $\|\vec{A} \cdot \vec{B}\|$, $\|\vec{A} \wedge \vec{B}\|$, $\|(\vec{A} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{C}\|$?

b- Trouver l'angle θ entre \vec{A} et \vec{B} à instant $t = 1s$?

C H A P I T R E 2

LOIS DE L'OPTIQUE GEOMETRIQUE

2. Introduction

L'optique (géométrique, ondulatoire, non linéaire et corpusculaire) est la science de l'étude des phénomènes perçus par l'œil. Une des plus anciennes des sciences étudiées à ce jour. L'optique a connu sa révolution en 1905 lorsque Albert Einstein a introduit le concept du photon, le corpuscule de lumière pour interpréter l'effet photoélectrique.

L'optique géométrique est la représentation des phénomènes propagatifs sous forme de rayons lumineux. La base est le principe de Fermat et les lois de Snell - Descartes que nous allons étudier.

2.1 Objectif de l'optique géométrique

L'étude de la marche d'un rayon lumineux à travers des milieux homogènes, transparents et isotropes séparés par des systèmes optiques (des dioptries ou des miroirs) et permettant d'expliquer la formation des images.

2.2.1 Généralités sur la lumière

La description de la lumière est très complexe, on utilise le modèle des rayons lumineux pour simplification. Ce modèle explique la plupart des phénomènes intervenant dans la vie de tous les jours. Les rayons lumineux sont invisibles pour l'homme jusqu'à ce qu'ils tombent sur une particule visible et soient réfléchis dans l'œil humain.

L'œil humain voit uniquement la partie visible de la lumière. Les couleurs que l'œil humain peut reconnaître sont : rouge, orange, jaune, vert, bleu et violet.

La lumière se propage dans le vide à la vitesse $c = 3 \times 10^8$ m/s et dans les milieux matériels transparents à une vitesse v caractéristique du milieu.

Un milieu optique est caractérisé par :

- Un milieu homogène, transparent et isotrope ;
 - Un milieu est dit transparent s'il laisse passer la lumière ;
 - Un milieu homogène est caractérisé par une distribution uniforme de l'indice de réfraction (n) soit par le fait que l'indice de réfraction est le même en tout point du milieu ;

- Un milieu isotrope est un milieu dont l'indice de réfraction ne dépend pas de la direction considérée ;
- Les faisceaux lumineux sont des ensembles de rayons lumineux.
- L'indice de réfraction n :

$$n = \frac{c}{v} \quad (2.1)$$

v : exprimée en m/s, c : La célérité de la lumière dans le vide

La vitesse de la lumière est plus petite dans les milieux matériels que le vide (voir le tableau).

Milieu	Vitesse par Km/s
Vide	300 000
Air	~300 000
Verre	200 000
Eau	225 000

Tableau 2.1 : Vitesse de quelques milieux

Exemples :

$$n_{air} = \frac{300000}{300000} = 1$$

$$n_{eau} = \frac{300000}{225000} = \frac{4}{3}$$

Soient deux milieux différents par leur densité optique (réfringence) :

- Si $n_1 > n_2$, on dit que le milieu 1 est plus réfringent et le milieu 2 est moins réfringent.
- La vitesse de la lumière est plus faible dans le milieu 1 : $c_1 < c_2$

2.2.2 Le principe de Fermat

Le principe de Fermat est un énoncé physique décrivant la propagation des rayons lumineux. Le principe de Fermat peut s'exprimer comme suit :

« La lumière se propage d'un point à un autre sur des trajectoires telles que la durée du parcours est minimale ».

2.2.2.1 Notion du chemin optique et d'indice de réfraction

Le chemin optique est défini comme étant le parcours réel qu'a effectué la lumière. Le chemin optique de la lumière pour aller d'un point A vers un point B, se notant [AB], est l'équivalent de la distance géométrique entre les points A et B, rapportée aux propriétés réfringentes du milieu en multipliant cette distance par l'indice de réfraction n.

$$[AB] = n \cdot (AB) \quad (2.2)$$

Où : (AB) est la distance géométrique entre le point A et le point B.

n : l'indice de réfraction du vide, généralement noté n_0 , est considéré comme l'indice de référence et égal à 1.

Supposons qu'un rayon lumineux parcourant en ligne droite le segment AB qui sépare deux points A et B d'un milieu homogène et isotrope d'indice n . On note L_{AB} la distance spatiale entre A et B. On appelle chemin optique entre A et B la quantité $L_{AB} = n \cdot (AB)$ qui représente la longueur parcourue par la lumière dans le vide pendant le temps (t) qu'elle mettrait à parcourir ce trajet dans le milieu d'indice n :

$$t = \frac{L_{AB}}{v} = \frac{n L_{AB}}{c} = \frac{L(A,B)}{c} \quad (2.3)$$

$$\text{Donc } L(A,B) = \int_A^B n(x) dx \quad (2.4)$$

2.2.2.2 Le chemin optique à une courbe quelconque

Soit une courbe C quelconque. On considère deux points aussi quelconques appartenant à la courbe C, infiniment voisins et distants d'une distance ds .

Le chemin optique séparant ces deux points va être défini par $dL = n \cdot ds$, où

dL est la différentielle de chemin optique (l'élément unitaire infinitésimal de chemin optique).

Pour trouver le chemin optique L séparant deux points A et B sur cette courbe quelconque, la relation devienne :

$$L(AB) = \int_A^B n ds \quad (2.5)$$

2.2.3 Conséquences du principe de Fermat

Propagation dans les milieux homogènes : Dans un milieu homogène et isotrope, les rayons lumineux sont des droites. On peut remarquer qu'il s'agit du plus court chemin pour aller d'un point à un autre.

Retour inverse de la lumière : Que la lumière se propage de A vers B ou de B vers A, elle emprunte la même trajectoire (A et B sont sur le même rayon lumineux).

Indépendance des rayons lumineux : Il n'y a pas d'interaction entre deux rayons lumineux, un rayon ne peut pas en dévier un autre.

2.2.4 Le principe de Fermat et la loi de Snell-Descartes

2.2.4.1 La réflexion

Considérons un miroir plan (voir Fig. 2.1).

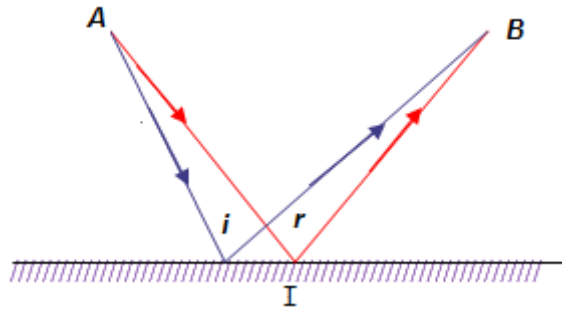


Figure 2.1 : Miroir plan

Pour aller de A à B en passant par le miroir (I), le chemin qui prend le moins de temps est le chemin rouge tel que les angles i et r sont égaux. Les droites AI et IB sont situées dans un même plan. Le chemin bleu prendra plus de temps et ne sera donc pas utilisé.

2.2.4.2 La réfraction

Examinons le passage de la lumière d'un milieu 1 dans un milieu 2. (Voir la schéma ci-dessous). Dans un milieu donné, la lumière se propage en ligne droite. A la surface de séparation entre deux milieux, le rayon est réfracté.

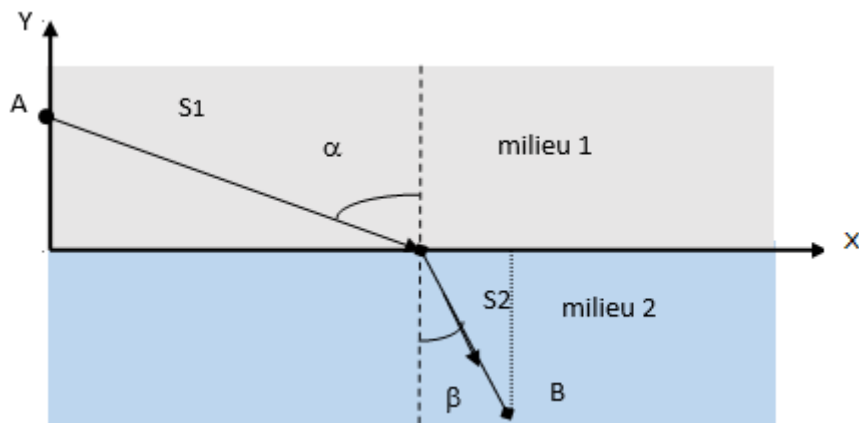


Figure 2.2 : Dioptre plan

Pour aller de A à B, la lumière met le temps :

$$T(x) = t_1 + t_2 \quad (2.6)$$

$$T(x) = \frac{S_1}{c_1} + \frac{S_2}{c_2} \quad (2.7)$$

Les trajets sont :

$$S_1 = \sqrt{x^2 + y_A^2}$$

$$S_2 = \sqrt{(x_B - x)^2 + y_B^2}$$

$$T(x) = \frac{\sqrt{x^2 + y_A^2}}{c_1} + \frac{\sqrt{(x_B - x)^2 + y_B^2}}{c_2} \quad (2.8)$$

Pour déterminer le temps le plus court, on calcule la dérivée du temps T par rapport à la position (x).

$$T'(x) = \frac{dt}{dx} = \frac{x}{v_1 \sqrt{x^2 + y_A^2}} - \frac{(X_B - x)(-1)}{v_2 \sqrt{(X_B - x)^2 + y_B^2}} \quad (2.9)$$

Donc :

$$T'(x) = \frac{dt}{dx} = \frac{x}{c_1 s_1} - \frac{(X_B - x)}{c_2 s_2} \quad (2.10)$$

Exemple :

Considérons les coordonnées suivantes aux trois points A, M et B : A(0, Y₁), M(x, 0), B(x₂, Y₂).

Les distances AM et MB peuvent être exprimées avec les coordonnées données :

$$AM = \sqrt{x^2 + y_1^2} \quad \text{et} \quad MB = \sqrt{(x_2 - x)^2 + y_2^2}$$

Le temps pour le passage de A et B est égal à :

$$t = \frac{AM}{v_1} + \frac{MB}{v_2} = \frac{\sqrt{x^2 + y_1^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{(x_2 - x)^2 + y_2^2}}{v_2},$$

avec v_1 et v_2 les vitesses de la lumière dans les milieux 1 et 2 respectivement. Le principe de Fermat postule que le temps de parcours de la lumière doit être minimal.

Donc le point M (la coordonnée x) doit être tel que le temps t soit minimal, ce qui revient à :

$$\frac{dt}{dx} = 0$$

$$\frac{dt}{dx} = \frac{x}{v_1 \sqrt{x^2 + y_1^2}} - \frac{1(X_2 - x)}{v_2 \sqrt{(X_2 - x)^2 + y_2^2}}$$

En remarquant que :

$$\frac{x}{v_1 \sqrt{x^2 + y_1^2}} = \frac{x}{AM} \quad \text{et} \quad \frac{(X_2 - x)}{v_2 \sqrt{(X_2 - x)^2 + y_2^2}} = \frac{X_2 - x}{MB}$$

$$\frac{dt}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{1}{v_1} \frac{x}{AM} = \frac{1}{v_2} \frac{X_2 - x}{MB} \quad (1)$$

$$\text{Or} \quad \frac{x}{AM} = \sin \hat{i}_1 \quad \text{et} \quad \frac{X_2 - x}{MB} = \sin \hat{i}_2 \quad (2)$$

En injectant (2) dans (1) on obtient :

$$\frac{\sin \hat{i}_1}{v_1} = \frac{\sin \hat{i}_2}{v_2}$$

En posant $n = \frac{c}{v}$, on établit la relation de Snell-Descartes

$$n_1 \sin \hat{i}_1 = n_2 \sin \hat{i}_2$$

2.3 Les lois de Snell-Descartes

2.3.1 Réflexion

Si un rayon lumineux IS incident tombe sur le miroir plan, la lumière se réfléchit en une seule direction constituant le rayon réfléchi IS'

- Le rayon incident IS , le rayon réfléchi IS' et normal IN sont dans un même plan appelé plan d'incidence
- Les angles d'incidence i et de réflexion i' vérifient : $i = i'$ (illustration en Fig. 2.3).

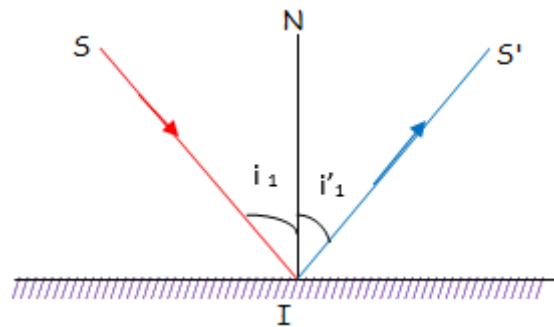


Figure 2.3 : Représentation géométrique de la réflexion

2.3.2 Réfraction

La réfraction est le phénomène qui se produit lorsqu'un rayon lumineux passe d'un milieu à un autre Fig (2.4)

Si un rayon lumineux AI tombe sur une surface transparente (dioptré plan) séparant deux milieux d'indices de réfractifs différents, une partie de la lumière d'incidence du milieu 1 transmise vers le milieu 2 en déviant le rayon IB dans le milieu 2. Le rayon IB s'appelle rayon réfracté.

- Le rayon incident AI , le rayon réfracté IB et normal IN sont dans un même plan d'incidence
- Les angles d'incidence i_1 et de réfraction i_2 vérifient :

$$n_1 \sin \hat{i}_1 = n_2 \sin \hat{i}_2 \quad (2.12)$$

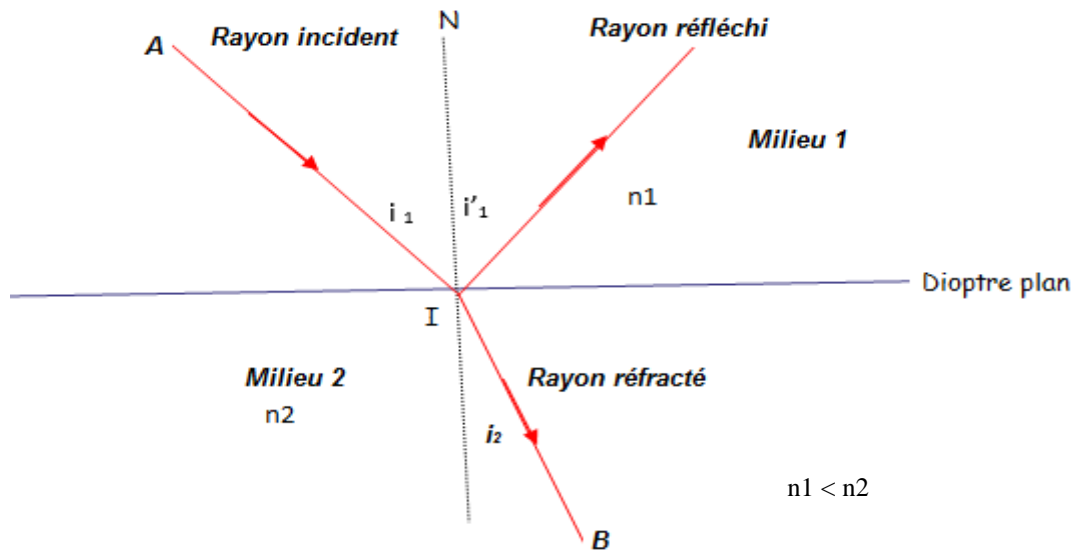


Figure 2.4 : Réfraction du dioptre air / eau

2.3.3 Mirages

On appelle mirages des phénomènes optiques lors desquels la lumière ne semble pas se propager en ligne droite.

2.4. Les systèmes optiques

Un système optique (Σ), est un ensemble de milieux transparents séparés par des dioptries ou des miroirs. Il peut être dioptrique s'il comporte que des interfaces entre milieux transparents différents, il peut être catadioptrique s'il comporte des miroirs et des dioptries. L'axe central du système est appelé axe optique du système. Fig 2.5

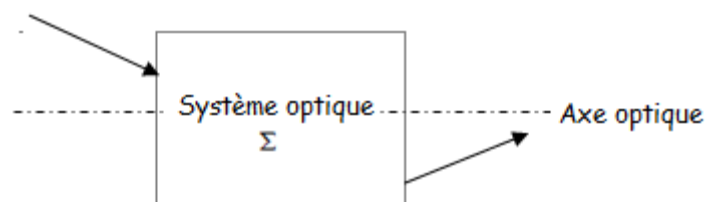


Figure 2.5 : Représentation d'un système optique

2.4.1. Notion d'image

Soit un point objet A émet des rayons lumineux vers le système optique. Deux cas peuvent se présenter :

1. Les rayons émergent du système optique en convergeant vers un point A' : ce point est un point image réel, on peut le recueillir sur un écran fig 2.6 .
2. Les rayons émergent du système optique en divergeant mais leurs prolongements se coupe en un point A' : ce point est un point image virtuel fig 2.7 , on ne peut pas le recueillir sur un écran mais il peut être vu à l'œil nu à travers le système.

- Formation d'image réelle, d'un objet réel

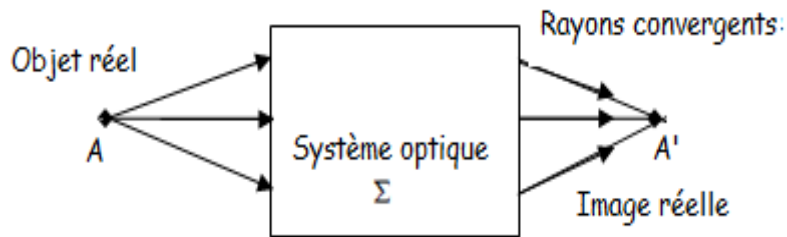


Figure 2.6 : Représentation d'un objet réel - image réelle à travers un système optique

- Formation d'image virtuelle d'un objet réel.

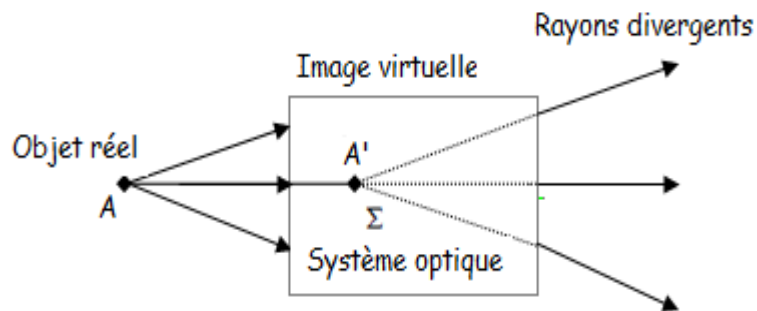


Figure 2.7 : Représentation d'un objet réel - image virtuelle à travers un système optique

2.4.2. Foyers

a) Foyer image

Le foyer principal image F' est le point image d'un objet situé à l'infini. F' est donc le point de convergence des rayons qui arrivent parallèles à l'axe optique. Fig 2.8

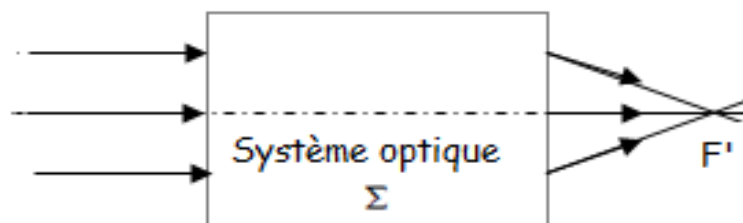


Figure 2.8 : Foyer image

b) Foyer objet

Le foyer principal de l'objet F est le point objet d'une image située à l'infini, les rayons émergent du système optique parallèles entre eux et parallèles à l'axe optique. Fig 2.9

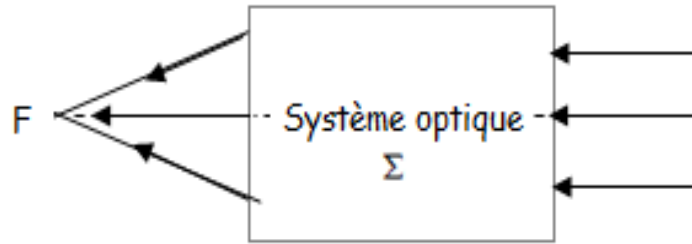


Figure 2.9 : Foyer objet

2.4.3. Propriétés d'un système optique :

2.4.3.1 Stigmatisme rigoureux

Un système optique est rigoureusement stigmatique si tous les rayons émis par A, point objet, convergent en un seul point A', appelé point image. On dit que A et A' sont conjugués par le système optique.

2.4.3.2 Stigmatisme approchés (Conditions de Gauss)

Pour qu'un système optique soit stigmatique approchés, il faut l'utiliser dans les conditions de Gauss :

- Les rayons doivent être paraxiaux (l'angle que chacun fait avec l'axe optique du système doit être petit) ;
- Les rayons doivent rencontrer la surface du système proche de leur sommet situé sur l'axe optique ;
- Ces deux conditions impliquent que les angles d'incidence des rayons sont petits.

2.4.3.3 Aplanétisme

Soit A et A', et B et B', deux couples de points conjugués par le système optique Σ . B est situé dans le plan transverse (le plan perpendiculaire à l'axe optique du système) de A. Si B' est situé dans le plan transverse de B, alors le système est rigoureusement aplanétique. Fig 2.10

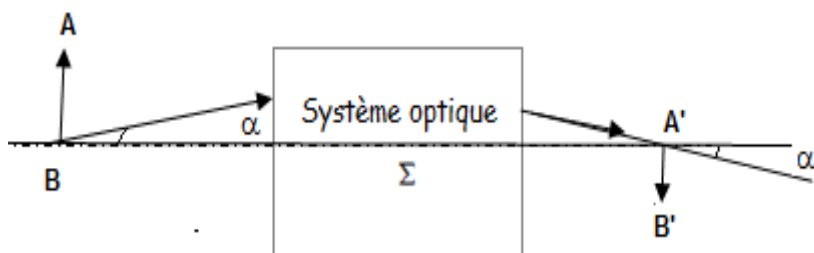


Figure 2.10 : Représentation optique d'un système aplanétique

La condition d'aplanétisme (dite d'Abbe ou des sinus) :

$$n \overline{AB} \sin \alpha = n' \overline{A'B'} \sin \alpha' \quad (2.13)$$

Pour des rayons faiblement inclinés sur l'axe (condition de Gauss). Les angles deviennent petits et on retrouve la relation de Lagrange Hemholtz.

$$n \overline{AB} \alpha = n' \overline{A'B'} \alpha' \quad (2.14)$$

2.4.3.4 Système optique afocal

Un système optique est dit **afocal** s'il donne d'un objet à l'infini une image à l'infini.

2.4.3.5 Aberrations des systèmes optiques

On désigne par le terme aberrations les défauts que présente l'image créée par un système optique du fait des écarts aux conditions de Gauss ou à la dispersion. On distingue donc deux types d'aberrations :

- Les aberrations chromatiques dues à la dispersion de la lumière blanche
- Les aberrations géométriques dues aux écarts par rapport aux conditions de Gauss.

2.4.4. Grandissement d'un système optique (γ)

Quelque soit le système optique, on définit le grandissement linéaire γ d'un objet comme le rapport de la taille de l'image $\overline{A'B'}$ à celle de l'objet \overline{AB} .

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \quad (2.15)$$

- Si le grandissement est positif $\gamma > 0$: l'objet et l'image sont de même sens.
- Si le grandissement est négatif $\gamma < 0$: l'objet et l'image sont de sens opposés
- Si la valeur absolue du grandissement est plus grande que l'unité $|\gamma| > 1$: la taille de l'image est plus grande que celle de l'objet c'est à dire $|\overline{A'B'}| > |\overline{AB}|$: on dit que l'image agrandie.
- Si la valeur absolue du grandissement est plus petite que l'unité $|\gamma| < 1$: la taille de l'image est plus faible que celle de l'objet c'est à dire $|\overline{A'B'}| < |\overline{AB}|$: on dit que l'image réduite.
- Si le grandissement égal à l'unité $\gamma = 1$: on dit La taille de l'image égale la taille de l'objet.

2.5 Exercices

Exercice 1 : Pour chacun des 4 énoncés, choisir une seule réponse (1) ou (2) ou (3) :

1. Parmi toutes les trajectoires possibles pour aller d'un point à un autre, la lumière suit le chemin

- (1) qui a la distance de parcours minimale.
- (2) qui a le temps de parcours minimal.
- (3) qui a le temps de parcours extrémal

2. Les lois de Snell-Descartes établissent une relation entre l'angle du rayon incident i et l'angle du rayon réfléchi j , qui est

- (1) $i < j$

(2) $i = j$

(3) $i > j$

3. Les lois de Snell-Descartes établissent une relation entre l'angle i du rayon incident se propageant dans un milieu d'indice n et l'angle r du rayon réfracté se propageant dans un milieu d'indice n' . Cette relation est

(1) $n \sin i = n' \sin r$

(2) $n \cos i = n' \cos r$

(3) $n \sin^{-1} i = n' \sin^{-1} r$

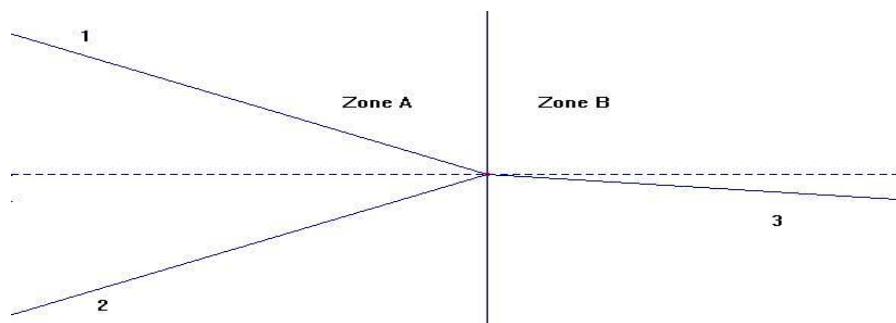
4. Si un rayon lumineux dans un premier milieu fait, à l'arrivée sur une surface de séparation avec un deuxième milieu plus réfringent, un angle d'incidence i avec la normale, sa trajectoire fait après la surface un angle r tel que

(1) $r < i$

(2) $r = i$

(3) $r > i$

Exercice 2 : Un fin pinceau lumineux arrive sur un dioptre plan séparant l'eau de l'air. On donne $n_{\text{eau}}=1,33$. On représente les rayons observés sur la figure ci-dessous :



En justifiant vos réponses :

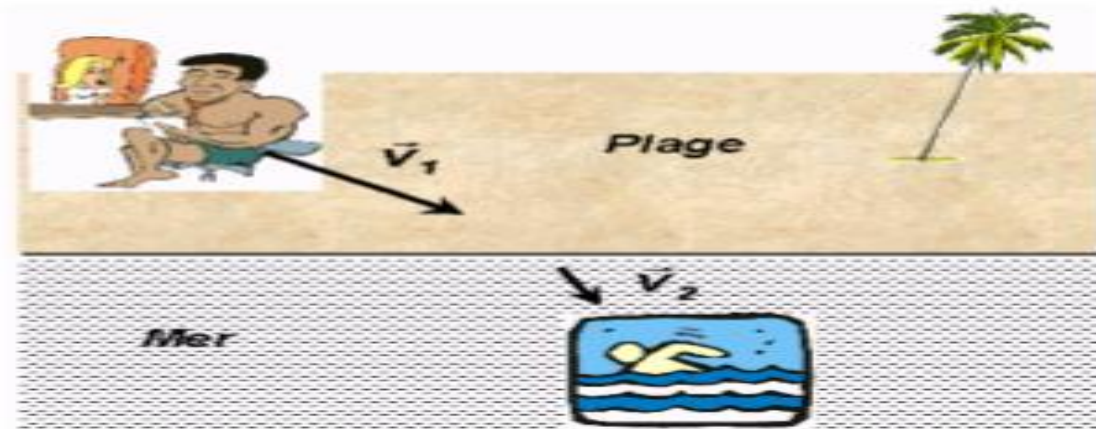
1. Identifier les différents rayons
2. Indiquer le sens de propagation de la lumière
3. Dans quelle zone l'eau se trouve-t-elle ?
4. Calculer l'angle limite de réfraction
5. Généraliser le résultat en précisant la zone où se trouve l'angle limite en fonction de la différence de réfringence des milieux en présence et les conséquences sur la propagation de la lumière d'un milieu vers l'autre.

Exercice 3 : L'un des rayons d'un faisceau de lumière se propageant dans l'air pénètre dans un diamant d'indice de réfraction 2,43.

- a. Schématiser la situation.
- b. Écrire la seconde loi de Descartes.

c. Calculer l'angle d'incidence permettant d'obtenir un angle de réfraction de 20° .

Exercice 4 : Un maître-nageur est situé en A sur la plage, alors qu'un vacancier situé en B est sur le point de se noyer. Le maître-nageur peut courir avec la vitesse v_1 et nager avec la vitesse v_2 . Il se déplace en ligne droite sur la plage comme dans l'eau. Il atteint l'eau au point I (repéré par l'abscisse x).



1. Quelle est la durée $t(x)$ que le maître-nageur met pour atteindre le noyé ?
2. A quelle condition sur x cette durée est-elle extrémale (minimale dans ce cas) ?
3. Montrer que cette condition sur x est équivalente à une relation entre les angles i_1 et i_2 .
4. En déduire une analogie avec I.

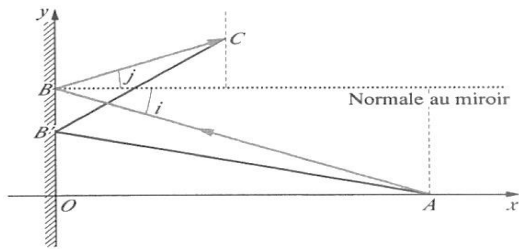
Exercice 5 : Un rayon lumineux traverse une couche d'eau de 5cm d'épaisseur parallèlement, un autre rayon lumineux traverse 5cm d'air. L'eau a pour indice $n = 1,33$ et l'air un indice égal à $n = 1$.

Quelle est la distance parcourue par l'eau et l'air

Exercice 6 : Chemin optique

1. Énoncer le principe de Fermat.
2. A quelle condition la lumière se propage-t-elle en ligne droite entre 2 points A et B dans un milieu transparent quelconque ?
3. Exprimer le chemin optique L_{AB} pour un rayon allant du point A au point B dans l'air, assimilé ici au vide.
4. On insère une fine lame de verre, d'épaisseur e et d'indice n , sur le trajet du rayon allant de A à B et perpendiculairement à celui-ci. Exprimer le nouveau chemin optique L'_{AB} .
5. Application numérique : $AB = 1 \text{ cm}$, $e = 2 \text{ mm}$. $N = 1,5$.
 - a. Calculer les chemins optiques avec et sans lame de verre.
 - b. Quelle distance dans l'air faudrait-il ajouter pour obtenir un parcours équivalent à l'introduction de la lame de verre ?

Exercice 7 : Réflexion sur un miroir plan par le principe de Fermat



On étudie la réflexion, sur un miroir plan, de rayons lumineux se propageant dans un milieu homogène et isotrope.

Le miroir plan est situé dans le plan yOz . La lumière issue d'un point A se propage vers un point C , après d'être réfléchi sur le miroir en un point B . A priori, il existe plusieurs chemins possibles pour aller de A à C , et on se propose de déterminer la position (à priori quelconque) du point de réflexion B sur le miroir, afin d'en déduire la loi de Descartes en réflexion.

Pour simplifier, on ne considère ici que les rayons dans le plan (xOy) . Les coordonnées des divers points dans ce plan sont $A(X_A, 0)$, $B(0, y)$, $C(X_C, Y_C)$.

Exercice 8 : Propagation des rayons dans un milieu quelconque



1. La figure ci-dessus représente un rayon se propageant d'un point source A au point B en passant par C . Ce type de rayon peut-il exister en réalité ? Expliquer en donnant un exemple.

C H A P I T R E 3

ELEMENTS A FACES PLANES

3 Introduction

On abordera dans ce chapitre les systèmes plans : le miroir plan et le dioptre plan. Le miroir plan, est une structure basique dans de nombreux dispositifs optiques ; il sert à diriger un faisceau lumineux, à le capter et le focaliser. Dans l'étude des miroirs on a le concept de l'image virtuelle génératrice de nombreuses applications. Le dioptre plan constitue, le système le plus simple et le plus naturel ; il est composé de deux milieux transparents de réfringence inégale, qui sont séparés par une surface plane et fournissant toujours une image qui a la même dimension que l'objet. A l'opposé du miroir, les rayons incidents sont réfractés, ce qui est à l'origine d'une illusion optique. Enfin, l'association de deux dioptres plans produit ce qui est appelé une lame à faces parallèles dont l'application principale dans les conditions de Gauss, est le déplacement, dans la même direction, des rayons incidents. Autre utilisation des dioptres plans et lorsqu'ils sont non parallèles, ils constituent un prisme. Le prisme est un instrument optique utilisé pour réfracter la lumière, la réfléchir ou la disperser

3.1 Miroir plan pour réflexion

Le miroir plan est une surface plane réfléchissante. La figure 3.1 illustre ce concept.

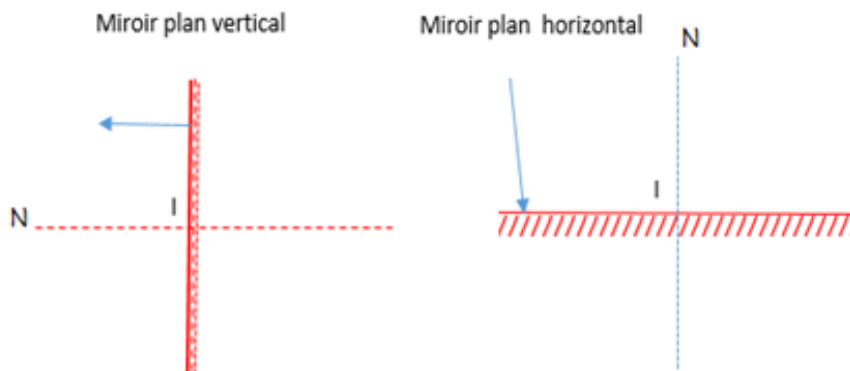


Figure 3.1 : Représentation schématique du miroir plan

3.1.1 Nature de objet-image

On utilise deux rayons issus du point objet A et incidents sur le miroir, on leur fait subir la loi de la réflexion : ils se réfléchissent avec un angle égal à l'angle incident, les prolongements des rayons réfléchis se croisent au niveau du point image A'. Le point image est le symétrique du point objet par rapport au miroir plan. L'image d'un point objet réel par un miroir plan est virtuelle.

- Un objet réel donne une image virtuelle
- Un objet virtuel donne une image réelle

3.1.2 Relation de conjugaison

En optique, on appelle relation de conjugaison, la relation qui donne la position de l'image A' en fonction de l'objet A. Elle s'écrit comme suit :

$$\overline{SA'} = -\overline{SA} \quad (3.1)$$

On appelle A et A' points conjugués.

- Les positions de l'image et l'objet sont égales par rapport au miroir.
- L'image A' et l'objet A sont symétriques par rapport au miroir.

3.1.3 Grandissement

Un grandissement est une grandeur algébrique qui compare la taille de l'image à celle de l'objet.

La taille de l'image est égale à la taille de l'objet

$$\overline{A'B'} = \overline{AB} \quad (3.2)$$

On appelle grandissement, la quantité γ :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \quad (3.3)$$

C'est un nombre sans dimension (il est le quotient de deux grandeurs de même nature). Il peut être positif ou négatif.

3.1.4 Image d'un point objet à travers un miroir plan vertical (montré en Fig. 3.2).

- Le point A' est dit image du point A donnée par le miroir si tous les rayons lumineux issus de A passent par A' après réflexion sur le miroir.
- L'image A' est dite virtuelle lorsqu'elle résulte des prolongements des rayons réfléchis qui se coupent et non des rayons eux-mêmes

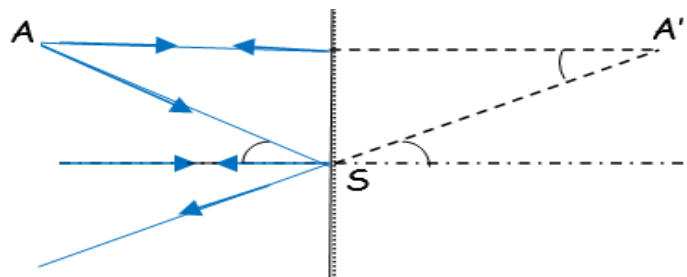


Figure 3.2 : Image d'un point objet à travers un miroir plan

3.1.5 Image d'un point objet à travers un miroir plan horizontal

L'image A' de l'objet A est symétrique par rapport au miroir (comme indiqué en Fig. 3.3)

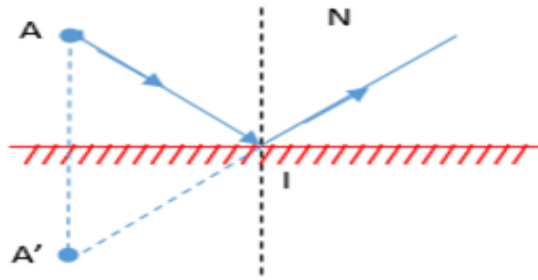


Figure 3.3 : Image d'un objet à travers un miroir plan horizontal

3.2 Dioptré plan pour réfraction

Un dioptré plan est un ensemble formé par l'association de deux milieux réfringents et transparents séparés par une surface plane. Les deux milieux ont des indices différents (voir illustration en Fig. 3.4).

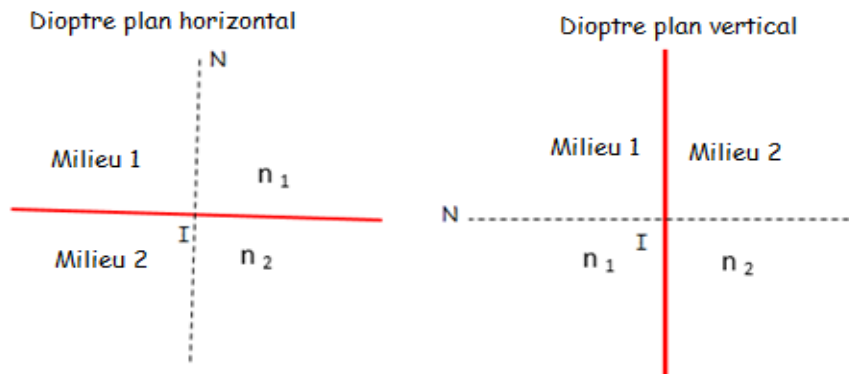


Figure 3.4 : Les différents dioptrés plans

La figure 3.5 décrit la réfraction d'un rayon incident à travers un dioptré plan.

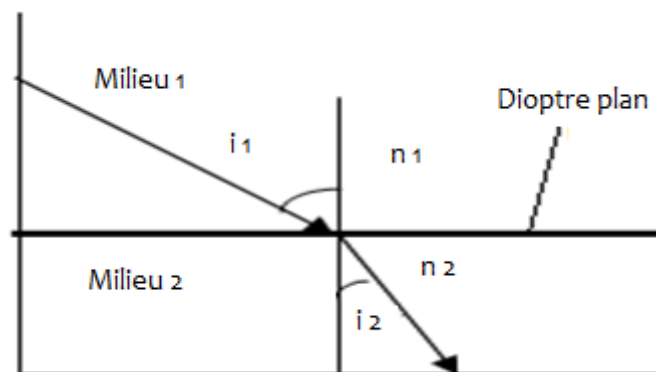


Figure 3.5 : Dioptré plan

Remarque :

- Si $n_1 < n_2$, le second milieu est plus réfringent, le rayon lumineux se rapproche de la normale
- Si $n_1 > n_2$, le second milieu est moins réfringent, le rayon lumineux s'écarte de la normale

3.2.1 Lois Snell Descartes de la réfraction

$$n_1 \sin \hat{i}_1 = n_2 \sin \hat{i}_2 \quad (3.4)$$

a) Cas où $n_1 < n_2$: réfraction limite

Le rayon lumineux passe du milieu 1 moins réfringent au milieu 2 plus Réfringent.

Le rayon lumineux réfracté se rapproche de la normale. A L'incidence rasante ($i_1 = 90^\circ$), l'angle de réfraction est maximal (l'angle de réfraction limite noté i_{lim} et vaut :

$$\sin i_{lim} = \frac{n_1}{n_2} \quad (3.5)$$

b) Cas où $n_1 > n_2$: réflexion totale

Le rayon lumineux passe du milieu 1 plus réfringent au milieu 2 moins réfringent.

La troisième loi de Snell-Descartes implique :

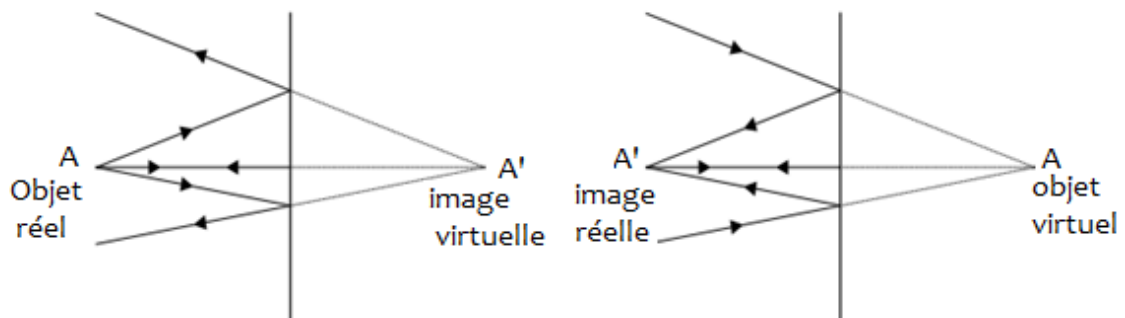
Le rayon lumineux réfracté s'écarte de la normale et l'angle de réfraction est maximal ($i_2 = 90^\circ$) pour un angle d'incidence limite (i_r) tel que :

$$\sin i_r = \frac{n_2}{n_1} \quad (3.6)$$

Exemple :

Déterminer la position et la nature de l'image d'un objet réel à travers un miroir plan. Même question avec un objet virtuel.

L'image et objet sont symétriques par rapport au miroir :



3.2.2 Prisme

C'est un milieu transparent d'indice de réfraction n limité par trois faces planes non parallèles (Fig. 3.6), deux de ces plans se coupent suivant une droite qui est une arête du prisme. Le troisième plan opposé à l'arête constitue la base du prisme. L'intersection du prisme par un plan perpendiculaire à l'arête est un plan de section principale dont l'angle au sommet A , qui est l'angle du prisme.

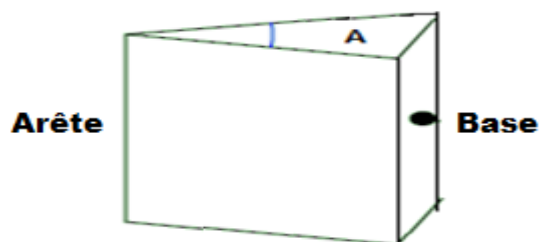


Figure 3.6 : Prisme

A la traversée d'un système optique, un rayon lumineux change de direction : On dit qu'il est dévié.

On appelle angle de déviation l'angle D que fait le rayon émergent final avec le rayon incident initial. L'angle de déviation D est représenté sur la figure 3.7.

On suppose que l'indice de réfraction du prisme ($n > 1$) et que le prisme est placé dans l'air ($n=1$).

En appliquant les lois de Snell-Descartes à la réfraction, on obtient :

Les deux formules du prisme

$$\sin i = \sin r \quad (3.7)$$

$$\sin i' = \sin r' \quad (3.8)$$

La géométrie des angles nous permet d'écrire les relations entre les différents angles du prisme :

$$A = r + r' \quad (3.9)$$

$$D = i + i' - A \quad (3.10)$$

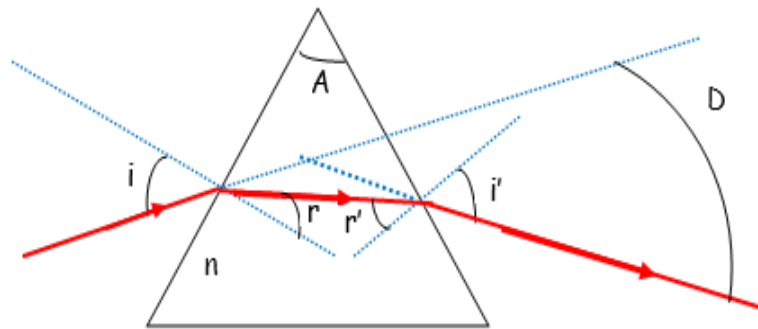


Figure 3.7 : Construction géométrique pour la détermination des relations angulaires du prisme

a) La condition d'émergence

La réfraction sur la deuxième face du prisme est une réfraction d'un milieu plus réfringent sur un milieu moins réfringent. Pour que cette réfraction puisse avoir lieu, il faut donc que $\sin r'$ soit inférieur à $1/n$, c'est à dire aucun rayon ne sort d'un prisme dont l'angle est supérieur au double de l'angle limite.

$$\sin(A - r') < \frac{1}{n} = \sin r' \quad (3.11)$$

$$r > A - r' \quad (3.11)$$

$$\sin i \geq n \sin(A - r') \quad (3.12)$$

D'autre part, le sinus d'un angle doit être inférieur à 1.

Ainsi :

$$n \sin i (A - r') \leq \sin i \leq 1 \quad (3.13)$$

La condition nécessaire pour qu'il y ait un rayon émergent est donc une condition sur l'angle A du prisme, qui doit être tel que :

$$A < 2r'_i \quad (3.14)$$

Ce n'est pas une condition suffisante car il faut en plus que :

$$i \geq n \sin(A - r'_i) \quad (3.15)$$

b) DISPERSION DE LA LUMIERE

La lumière blanche est formée par la superposition d'une infinité de lumière monochromatique dont la couleur varie progressivement du rouge au violet en passant par l'orangé, le jaune, le vert et le bleu.

Quand la lumière sort du prisme, elle se répand en un faisceau élargi à plusieurs couleurs. On dit que le prisme disperse la lumière. L'image recueillie sur un écran est appelée spectre. Ce spectre contient toutes les couleurs de l'arc-en-ciel, on dit que c'est un spectre continu. La figure 3.8 montre un rayon de lumière blanche incident sur la face d'un prisme. La déviation produite par le prisme augmente avec l'augmentation de l'indice de réfraction et la diminution de la longueur d'onde. La lumière violette est plus déviée que la lumière rouge. Les autres lumières montrent des déviations intermédiaires.

La dispersion d'une lumière polychromatique est due à la différence des indices de la substance dispersive pour les différentes radiations. A chaque radiation, donc à chaque longueur d'onde λ , correspond pour une substance donnée une valeur déterminée de l'indice. La variation approximative de n en fonction de λ pour les substances transparentes est représentée par la formule de Cauchy :

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} \quad (3.16)$$

Avec A et B sont des constantes caractéristiques de la substance.

La déviation par le prisme est une fonction croissante de l'indice et varie donc en sens inverse de la longueur d'onde λ .

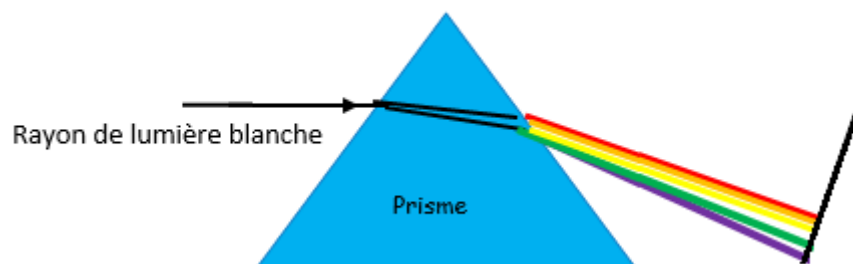


Figure 3.8 : Représentation schématique de la dispersion par un prisme

3.3 lame à faces parallèles :

Une lame à faces parallèles est constituée par l'association de deux dioptries plans parallèles, les milieux d'entrée et de sortie sont identiques. Le plus souvent les lames à

faces parallèles sont plongées dans l'air ou dans l'eau. La figure 3.9 décrit ce type de lame.

- Rayon incident et émergent sont parallèles si les milieux extrêmes sont identique.
- La direction du rayon émergent est indépendante de l'indice de la lame.
- $n_1 \sin \hat{i}_1 = n_2 \sin \hat{i}_2 = n_3 \sin \hat{i}_3$

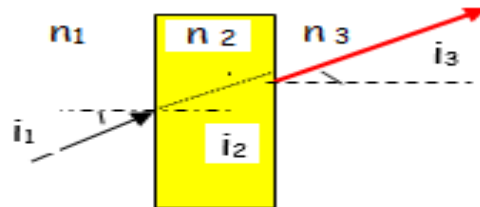


Figure 3.9 : lame à faces parallèles

- Image d'un point objet A à travers une lame.
 - $AA' = e (1 - 1/n)$. (3.17)
 - Le déplacement objet-image s'effectue vers la lame.

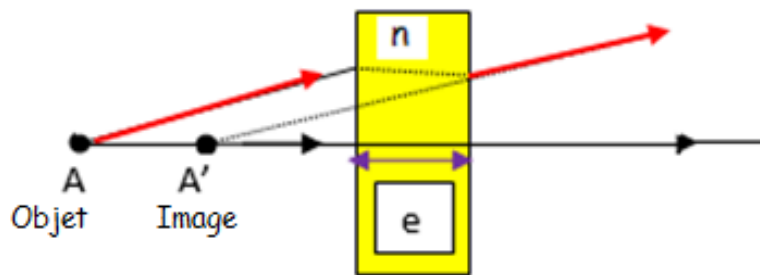


Figure 3.10 : Une lame à faces parallèles d'un objet réel donnant une image virtuelle.

3.4 Exercices

Exercice 1 : Supposons qu'un pinceau de lumière tombe de l'air sur une lame de verre $n_1 = 1,5$ sous un angle d'incidence $i_1 = 60^\circ$.

- 1- A quel angle est-il transmis dans la lame ?
- 2- Montrer que le pinceau de lumière émerge parallèlement à sa direction initiale.

Exercice 2 : Calculer l'angle limite (i_{lim}) lors du passage de l'eau ($n_1 = 1,33$) dans l'air ($n_2 = 1,00$).

Exercice 3 : Un faisceau de lumière tombe sous une incidence de 15° dans l'air sur la surface de séparation air / eau.

Déterminer les angles que fait la normale avec les rayons réfléchi et réfracté.

Exercice 4 : Prisme

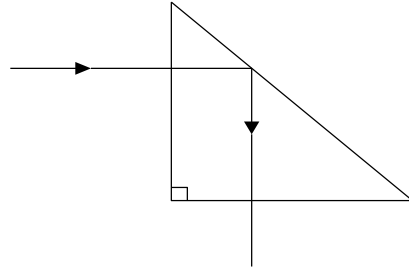
On utilise un prisme de verre d'indice $n = 1,50$. Sa section principale est un triangle ABC,

rectangle en A tel que l'angle en B soit égal à 70° . Un rayon lumineux dans le plan ABC rencontre le prisme en I sur le côté AB perpendiculairement à AB.

1. Sachant que le rayon incident est dans l'air, étudier la marche de la lumière jusqu'à la sortie du prisme.
2. On plonge le prisme dans un liquide d'indice n' . Entre quelles limites doit être compris l'indice n si l'on veut que la lumière ne subisse qu'une seule réflexion totale ?

Exercice 5 : Prisme

1. A quelle relation doit satisfaire l'indice n d'un prisme isocèle rectangle utilisé dans les conditions de la figure pour que l'on se trouve dans le cas d'une réflexion totale ?
2. Comment se comporte alors le prisme



C H A P I T R E 4

ELEMENTS A FACES SPHERIQUES

4 Introduction

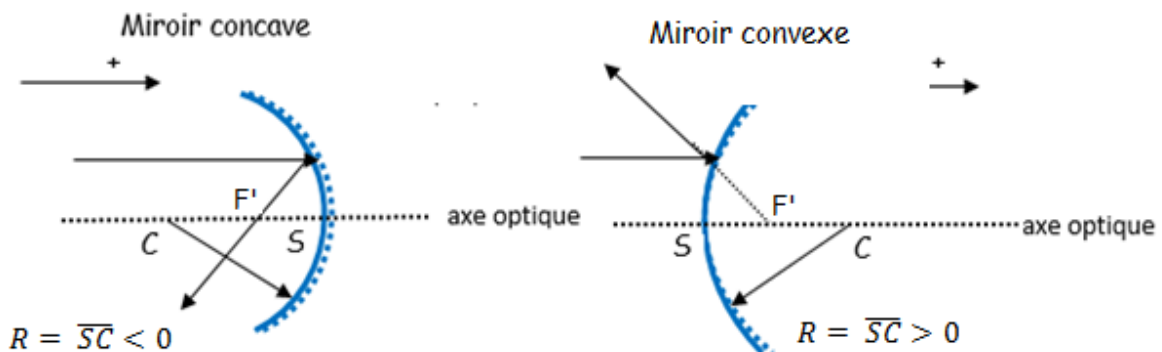
Nous allons maintenant aborder des systèmes optiques un peu plus complexes, couramment utilisés pour produire des images. Nous allons commencer par présenter un miroir sphérique, puis un dioptre sphérique en se restreignant à des rayons incidents ceux possédant certaines caractéristiques, ensuite une lentille sphérique. A chaque fois, la notion d'image est introduite à travers chacun des éléments, des réponses sont apportées aux questions traditionnelles : Comment l'image se forme-t-elle ? Quelles sont les propriétés, les relations de conjugaison, grandissement, position d'image ?

4.1 Les miroirs sphériques

Un miroir sphérique est une portion de sphère dont l'une des surfaces est réfléchissante. On distingue deux types de miroirs sphériques :

- Si la réflexion se produit vers l'intérieur de la sphère, le miroir est dit concave ;
- Si la lumière se réfléchit vers l'extérieur de la sphère, le miroir est convexe (voir Fig. 4.1).

Les miroirs sphériques peuvent être représentés géométriquement de deux manières. Une illustration est donnée en Fig. 4.1.



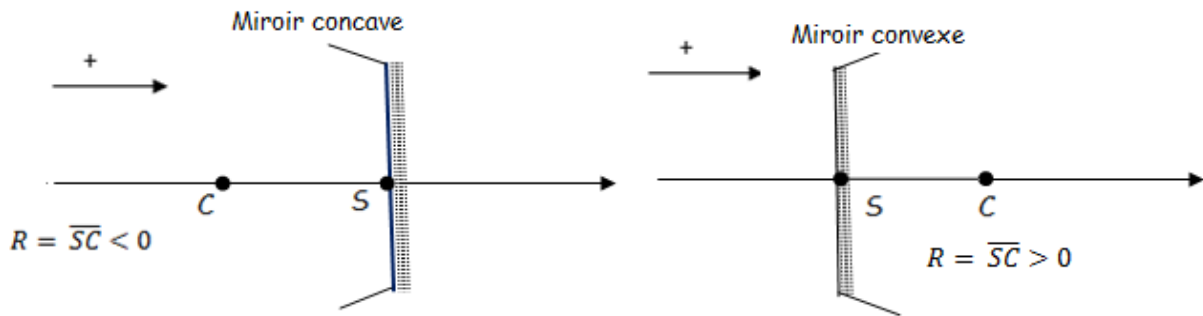


Figure 4.1 : Représentations géométriques de miroirs sphériques

4.1.1 Caractéristiques du miroir sphérique

- Le rayon de la sphère $R = \overline{CS}$ appelé rayon de courbure du miroir, est une quantité algébrique négative pour un miroir concave et positive pour un miroir convexe.
- S est le sommet de la sphère (intersection de l'axe optique et du miroir).
- C, est le centre de la sphère.
- Le foyer f' est réel du miroir concave et virtuel du miroir convexe
- Le foyer f' est au milieu de \overline{CS} (rayon, $R = \overline{CS}$).
- Le foyer du miroir, le foyer principal de l'objet et le foyer principal de l'image sont confondus.

Remarque :

En optique géométrique, la mesure des distances est algébrisée. Le long de l'axe optique, on choisit comme sens positif le sens de propagation de la lumière (en général de la gauche vers la droite).

4.1.2 La distance focale du miroir f'

$f' = \overline{SF'} = \frac{\overline{SC}}{2} = \frac{R}{2}$, elle s'exprime en (m)
 et foyer objet f = foyer image f'

4.1.3 La vergence V

Elle est définie par $V = \frac{1}{f'}$, et s'exprime en dioptrie (δ). Cette distance est négative.

4.1.4 Relation de conjugaison du miroir sphérique

- **Origine au sommet**

A et A' objet et image situés sur l'axe et réparés à partir du sommet S (formule de Descartes)

$$\frac{1}{SA_2} + \frac{1}{SA_1} = \frac{2}{SC} = \frac{1}{OF'} = \frac{1}{f'} \quad (4.1)$$

- **Origine au Centre**

A et A' objet et image situés sur l'axe et réparés à partir du centre C (formule de Descartes)

$$\frac{1}{CA'} + \frac{1}{CA} = \frac{2}{CS} \quad (4.2)$$

4.1.5 Différentes expressions du grandissement

On considère le grandissement avec origine, sommet, centre et foyer :

$$\gamma = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} \quad (4.3)$$

$$\gamma = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}} \quad (4.4)$$

Si on pose : $\overline{SA}_1 = p$ et $\overline{SA}_2 = p'$:

Formules de conjugaison et grandissement deviennent :

- $\frac{1}{p'} + \frac{1}{p} = \frac{2}{R} = \frac{1}{OF'}$; permet de déterminer la position de l'image
- $\gamma = -\frac{p'}{p}$; grandissement

P' : Distance entre l'image et le miroir

P : Distance entre l'objet et le miroir

F' : Distance focale du miroir

Convention :

- F, R > 0 : miroir concave, P > 0 : *objet réel*, P' > 0 : *image réelle*
- F, R < 0 : miroir convexe, P < 0 : *objet virtuel*, P' < 0 : *image virtuelle*

Remarque :

- Le rayon qui passe par C n'est pas dévié
- Les rayons qui arrivent sur le miroir parallèlement à l'axe optique se coupent en f' (foyer image).
- Les rayons qui passent par f' et frappent le miroir se réfléchissent parallèlement à l'axe optique.
- Lorsqu'un objet est situé à une très grande distance ($p = \infty$) du miroir, tous les rayons réfléchis passeront par le foyer et y formeront une image
- (P' = ± f).
- Lorsqu'un objet est situé sur le foyer (P = ± F) du miroir, tous les rayons réfléchis seront parallèles à l'axe central et l'image se formera à l'infini (P' = ∞).

4.2 Les dioptries sphériques

Un dioptré sphérique est constitué de deux milieux transparents, homogènes et isotropes, d'indices différents séparés par une surface sphérique.

4.2.1 Caractéristiques des dioptries sphériques

- Tout diamètre de la sphère est un axe.
- L'axe principal coupe le dioptré en son sommet S. Ω est le demi angle d'ouverture du dioptré.

- Le sens positif est le sens de propagation de la lumière.
- Le milieu d'indice n_1 sera qualifié de milieu objet tandis que Le milieu d'indice n_2 sera qualifié de milieu image. Voir Figure1.
- Si rayon (R) positif le dioptre convexe
- Si rayon (R) négatif le dioptre concave

Les dioptres sphériques peuvent être représentés de deux façons. La figure 4.2 indique les deux schémas de représentation.

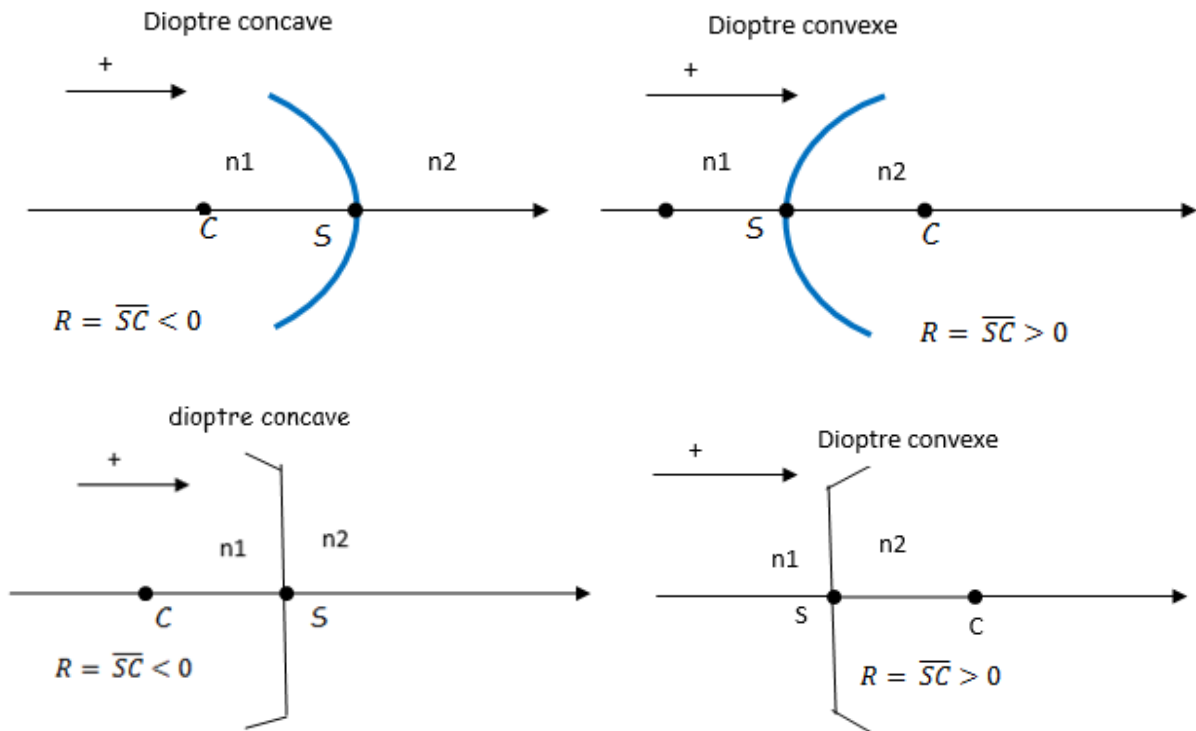


Figure 4.2 : Représentations géométriques des Dioptres sphériques

4.2.2 Les foyers du dioptre sphérique

Nous indiquons sous forme schématique les différentes situations du foyer :

- Foyer image f' du dioptre concave convergent (illustration faite en Fig. 4.3).

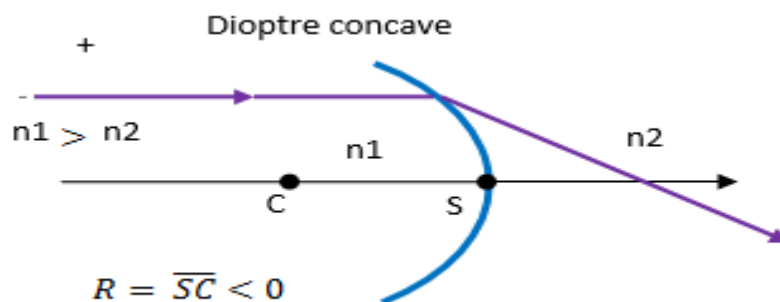


Figure 4.3 : Foyer du dioptre concave convergent

- Foyer image f' du dioptre concave divergent (voir Fig. 4.4) :

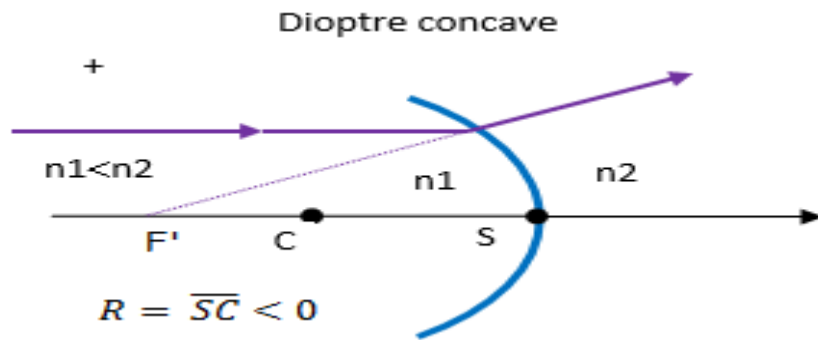


Figure 4.4 : Dioptre concave divergent

- Foyer objet f du dioptre concave divergent. La figure 4.5 ci-dessous décrit ce type de foyer :

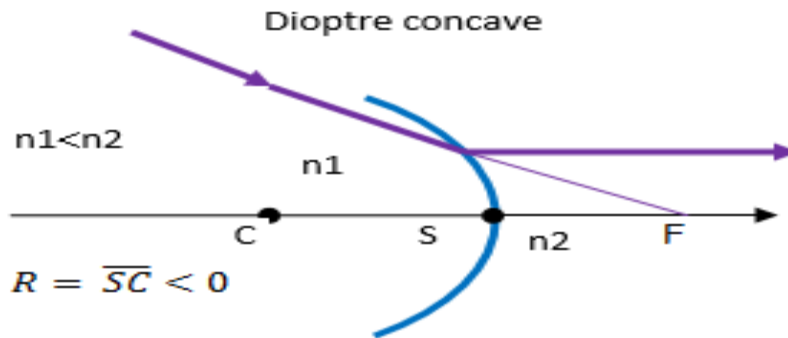


Figure 4.5 : Dioptre concave divergent

- Foyer objet f du dioptre concave convergent (Fig. 4.6) :

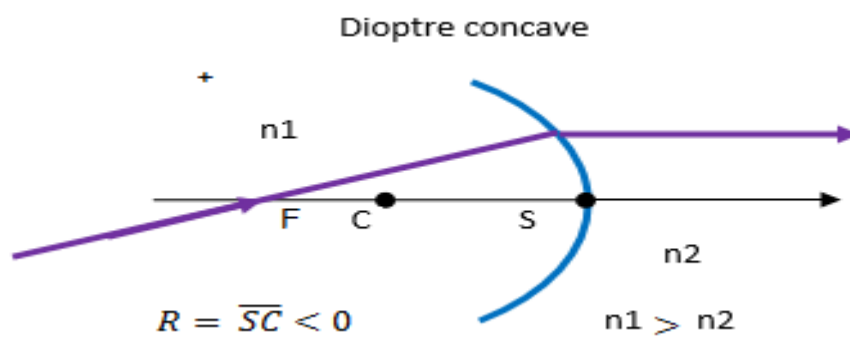


Figure 4.6 : Dioptre concave convergent

4.2.3 Formules du foyer objet et image

4.2.3.1 Distance focale image (foyer image)

$$f' = \frac{nr}{n'-n} \quad (4.4)$$

4.2.3.1 Distance focale objet (foyer objet)

$$f = - \frac{nr}{n'-n} \quad (4.5)$$

4.2.4 Formule de la Vergence

$$v = \frac{n'-n}{r} \quad (\text{unité de } v \text{ est la dioptrie}) \quad (4.6)$$

Si $v > 0 \Rightarrow$ dioptré est convergent ;

Si $v < 0 \Rightarrow$ dioptré est divergent.

4.2.5 Images du dioptré

- Image d'un objet par un dioptré sphérique concave $n_1 < n_2$. La figure 4.7 en donne une illustration.

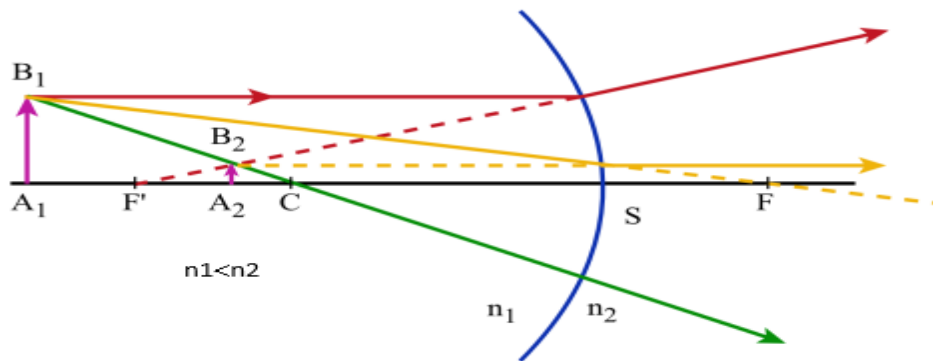


Figure 4.7 : Dioptré concave divergent

- Image d'un objet par un dioptré sphérique concave $n_1 > n_2$ (voir Fig. 4.8)

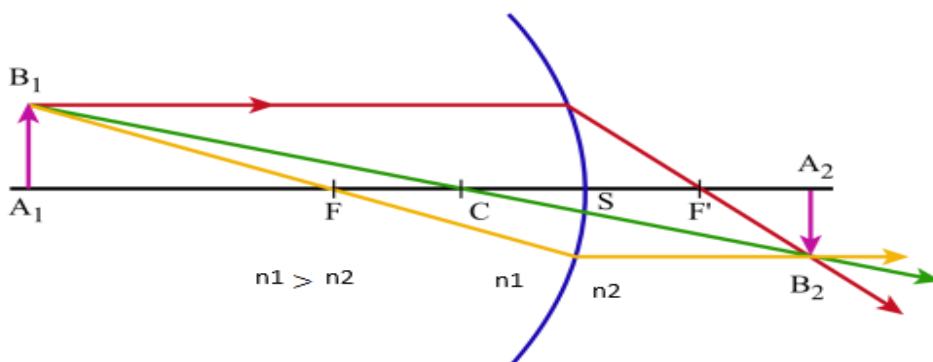


Figure 4.8 : Dioptré concave convergent

Remarque

- Un rayon passant par le centre du dioptré n'est pas dévié.
- Un rayon incident passant par le foyer objet du dioptré se réfractera en un rayon parallèle à l'axe optique du dioptré

- Un rayon arrivant en parallèle à l'axe optique se réfracte en passant par f' .

4.2.6 Les formules de conjugaison

- Origine au centre

$$\frac{n_2}{CA_2} - \frac{n_1}{CA_1} = \frac{n_2 - n_1}{CS} \quad (4.7)$$

- Grandissement

$$\gamma = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{\overline{CA_2}}{\overline{CA_1}} \quad (4.8)$$

- Origine au sommet

$$\frac{n_2}{SA_2} - \frac{n_1}{SA_1} = V = \frac{n_2 - n_1}{SC} = \frac{n'}{f'} = -\frac{n}{f} \quad (4.9)$$

- Grandissement

$$\gamma = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{n_1 \overline{SA_2}}{n_2 \overline{SA_1}} \quad (4.10)$$

- Origines aux foyers

$$\overline{FA_1} \cdot \overline{F'A_2} = \overline{SF} \cdot \overline{SF'} = ff' \quad (4.11)$$

Si on pose : $\overline{SA_1} = p$ et $\overline{SA_2} = p'$:

$$n_2 = n' \text{ et } n_1 = n$$

Formules de conjugaison et grandissement deviennent :

- $\frac{n'}{p'} - \frac{n}{p} = \frac{n' - n}{r} = v = \frac{n'}{f'} = -\frac{n}{f}$; permet de déterminer la position de l'image
- $\gamma = \frac{np'}{n'p}$; grandissement

4.3 Les lentilles

Une lentille est un corps à symétrie de révolution qui est le plus souvent fabriquée en verre ou en matière plastique. Le milieu transparent est délimité par deux dioptries, lesquels peuvent être sphériques ou l'un est sphérique et l'autre est plan (voir Fig 4.9).

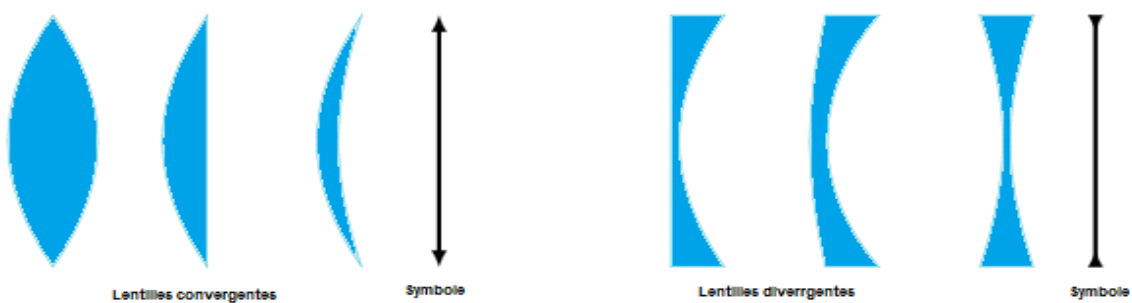


Figure 4.9 : Types de lentilles

Une lentille est mince si son diamètre est très grand devant son épaisseur. On appelle :
 R_1 le rayon du premier dioptre sphérique de la lentille
 R_2 le rayon de son deuxième dioptre
 et e l'épaisseur.

Toute lentille est mince si :

$$e \ll R_1, \quad e \ll R_2 \text{ et } e \ll |R_1 - R_2|$$

4.3.1 Types de lentilles

Il existe deux types de lentilles comme montré en Fig. 4.9 :

- Les lentilles à bords minces sont des lentilles convergentes ;
- celles à bords épais sont divergentes.

4.3.2. Centre optique d'une lentille

On appelle centre optique de la lentille, noté O (voir Fig. 4.10).

Le point de l'axe optique de la lentille par lequel passe le rayon réfracté correspondant à un rayon incident dont le rayon émergent correspondant lui est parallèle.

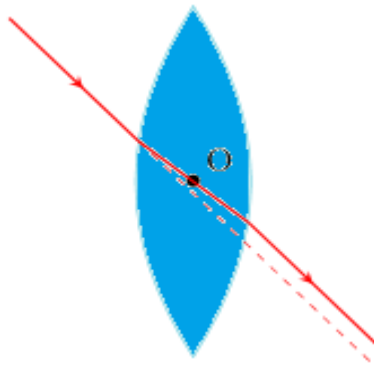


Figure 4.10 : Centre optique (O) d'une lentille

4.3.3 Foyer image d'une lentille convergente

Tout rayon incident passant par F (foyer principal objet), émerge parallèlement à l'axe optique. Ce foyer a donc une image à l'infini.

Tout rayon incident passant en parallèle à l'axe optique émerge en passant par F' (foyer principal image). Ce foyer est l'image d'un objet à l'infini. La figure 4.1 présente les concepts.

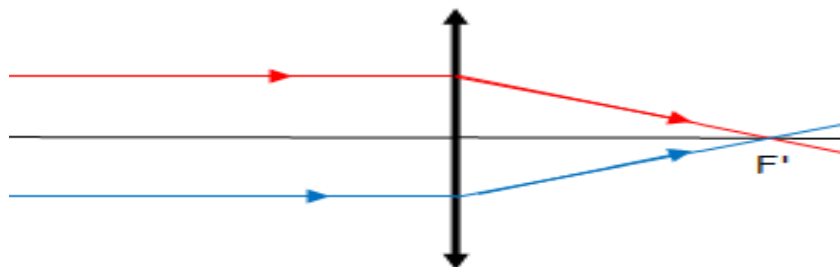


Figure 4.11 : Foyer principal image d'une lentille convergente

Ces foyers sont symétriques par rapport au centre optique de la lentille.

4.3.4 Foyer image d'une lentille divergente

Tout rayon incident dont le prolongement passe par F (foyer principal objet), émerge en parallèle à l'axe optique.

Tout rayon incident passant en parallèle à l'axe optique, émerge de façon à ce que leur prolongement passe par F' (foyer principal image).

Ces foyers sont symétriques par rapport au centre optique. La figure 4.12 indique des détails.

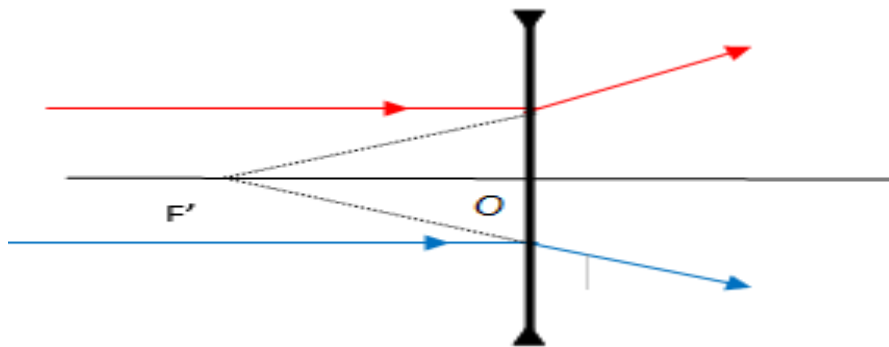


Figure 4.12 : Foyer principal image d'une lentille divergente

4.3.5 Distance focale d'une lentille

La distance focale est la grandeur algébrique $\overline{OF'}$ qui s'exprime en mètre (m), elle est positive pour une lentille convergente et négative pour une lentille divergente.

4.3.6 Vergence

Les formules caractérisant la lentille sont :

- $V = -\frac{1}{f'}$ pour une lentille divergente
- $V = \frac{1}{f'}$ pour une lentille convergente

Elle s'exprime en dioptrie (δ) ou (m^{-1}).

Dans le cas d'une lentille convergente V est positive ;
et dans le cas d'une lentille divergente V est négative.

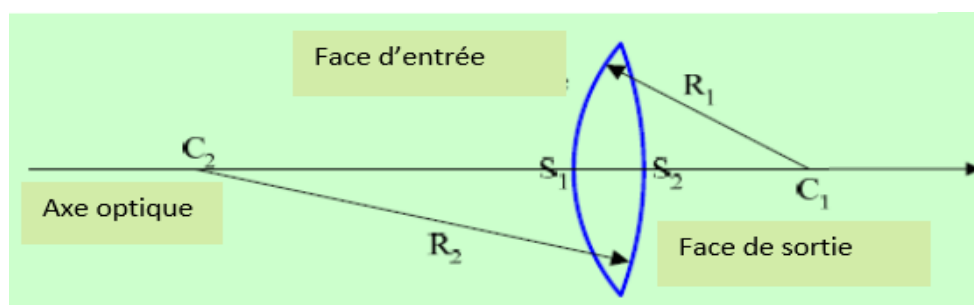


Figure 4.13 : Représentation géométrique d'une lentille

La vergence est aussi liée aux rayons (Voir Fig. 4.13) :

$$V = (n - 1) \left(\frac{1}{S_1 C_1} - \frac{1}{S_2 C_2} \right)$$

4.3.7 Relations de conjugaison

Les principales relations sont :

- La relation de Descartes : $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{OF'} = \frac{1}{f'}$ (4.12)

- Relation de Newton : $\overline{F'A'} \cdot \overline{FA} = \overline{F'O} \cdot \overline{FO} = -f'^2$ (4.13)

4.3.8 Grandissement

$$\gamma = \frac{OA'}{OA} \quad (4.14)$$

Exemple :

Voici la construction de l'image d'un objet AB situé au-delà du foyer de la lentille convergente (la distance OA supérieur à OF'). Plus de détails en Fig. 4.14.

On peut tracer trois rayons dont les directions de propagation sont connues

- Le rayon qui passe par le centre optique de la lentille n'est pas dévié
- Le rayon qui arrive parallèlement à l'axe optique sur la lentille émerge en passant par F'
- Le rayon qui passe par F avant d'intercepter la lentille émerge parallèlement à l'axe optique.

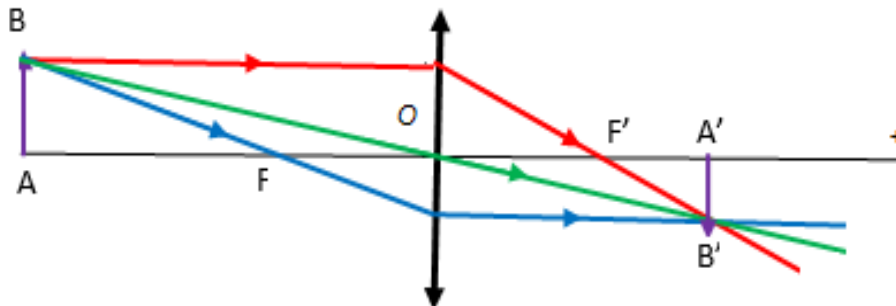


Figure 4.14 : Construction d'un objet à travers une lentille convergente

4.3.9 Lentilles accolées

Soient deux lentilles de vergence V_1 et V_2 accolées : on considère leurs centres optiques comme confondus. La première lentille donne une image qui devient l'objet pour la deuxième lentille. L'application de la relation de conjugaison à ce système permet de montrer que ce doublet se comporte comme une lentille unique de vergence $V=V_1 + V_2$.

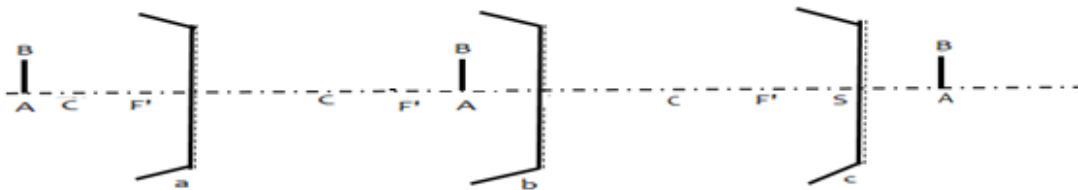
On pourra donc appliquer la relation de conjugaison comme s'il s'agissait d'une seule lentille.

4.4 Exercices

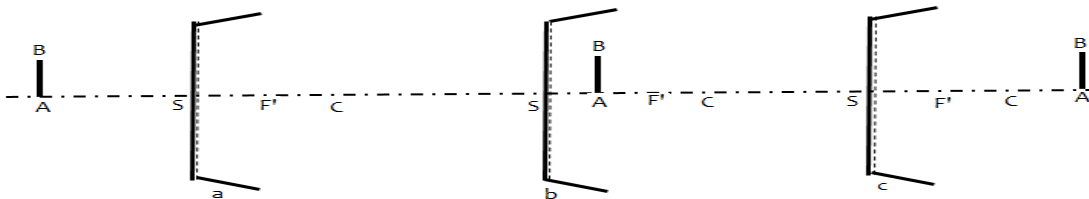
Exercice 1

1. Construire l'image à partir de l'objet :

a-Miroir concave



b- Miroir convexe



Exercice 2 : Un miroir sphérique concave a un rayon de courbure de 1 m.

Calculer la position, la nature et la taille de l'image d'un objet de 2 cm de hauteur placé sur l'axe à :

- 1,4 m du sommet du miroir,
- 1m,
- 0,8 m,
- 0,5 m,
- objet virtuel à 60 cm du sommet.
- Dans chaque cas, construire l'image.

Exercice 3 : On considère un miroir sphérique convexe, de centre C, de sommet S, de rayon de courbure $R = \overline{SC} = +30$ cm et un objet de hauteur 1 cm.

- Donner la position du foyer F.
- Déterminer l'image $\overline{A'B'}$ de l'objet \overline{AB} en précisant sa position, son grandissement, sa taille et sa nature dans le cas où $\overline{SA} = -30$ cm.
- Faire la construction de l'image (Schéma).

Exercice 4 : On place un objet lumineux A entre un miroir plan et un miroir convexe. Le miroir plan est perpendiculaire à CA, où C', est le centre du miroir sphérique. L'objet est à la distance d_1 du miroir plan et à la distance d_2 du sommet S du miroir convexe.

On observe que l'image A' donnée par le seul miroir plan et celle A'' donnée par le seul miroir convexe sont à égale distance de l'objet lorsque $d_1 = 30$ cm et $d_2 = 40$ cm.

- En déduire le rayon du miroir convexe $R = -\overline{SC}$

Exercice 5 : On place un objet \overline{AB} entre un miroir plan et un miroir convexe. Le miroir plan est perpendiculaire à CA, où C est le centre du miroir sphérique. La droite CA coupe le miroir plan en O. A est à la distance x du miroir plan et on note D la distance entre C et O.

- 1) Donner les caractéristiques de l'image $\overline{A_1B_1}$ de \overline{AB} , image correspondant aux rayons lumineux qui rencontrent d'abord le miroir plan puis le miroir convexe.
- 2) Même question pour l'image $\overline{A_2B_2}$ correspondant aux rayons lumineux qui rencontrent d'abord le miroir convexe puis le miroir plan.

Exercice 6 : Un miroir convexe possède un rayon de courbure de 8 cm, un objet est situé à $\gamma_0 = 4$ mm de l'axe optique, vis à vis d'un point situé à $P = 4$ cm du miroir .

1. Déterminer la position de l'image par les équations.
2. Tracer les rayons principaux

Exercice 7 : Un miroir concave possède un rayon de courbure de 8 cm, un objet est situé à $\gamma_0 = 4$ mm de l'axe optique, vis à vis d'un point situé à $P = 12$ cm du miroir .

1. Déterminer la position de l'image par les équations.
2. Tracer les rayons principaux

Exercice 1 : Les dioptries et les lentilles sphériques

1. Dans un dioptre sphérique, l'un des foyers peut-il être confondu avec le centre de courbure ?

- a) Oui, si les deux indices n et n' sont égaux.
- b) Oui, mais seulement si le dioptre est convergent.
- c) Jamais.

2. L'œil est assimilé à un dioptre sphérique d'indice $n' = 1,33$ et de rayon de courbure $r = 6$ mm

Quelle est la valeur de la distance focale f' ?

- a) 12 mm
- b) 24 mm
- c) 48 mm

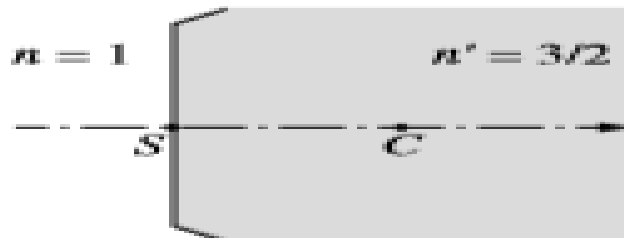
3. Un dioptre convexe d'indice n' , est convergent dans l'air. Plongé dans l'eau d'indice $n = 4/3$, il devient divergent

- a) $n' > 4/3$
- b) $n' = 4/3$

- c) $n' < 4/3$
4. Un dioptre sphérique convergent est retourné. Reste-t-il convergent ?
- Oui
 - Non
 - Cela dépend des indices
5. Une lentille convergente peut donner d'un objet réel une image
- réelle.
 - virtuelle
 - à l'infini
6. Une lentille convergente est retournée.
- elle reste convergente
 - elle reste divergente
 - On ne peut répondre

Exercice 2 : Les dioptres sphériques

Un dioptre sphérique de 10 cm de rayon de courbure sépare deux milieux d'indices $n=1$ et $n'=3/2$.



Déterminer la position des foyers. Calculer et dessiner la position de l'image d'un objet AB placé

à :

- 60 cm du sommet et réel ;
- 10 cm du sommet et réel ;
- 5 cm derrière le dioptre (objet virtuel) ;
- Même question si l'on inverse les indices de réfraction (devoir)

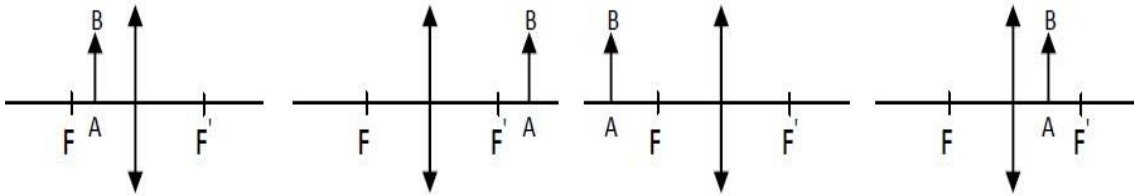
Exercice 3 : Les dioptres sphériques

Un dioptre sphérique de sommet S et de centre C séparant 2 milieux d'indices $n = 1$ et $n' = 4/3$ a un rayon de courbure $|r|= 4$ cm.

- 1) Ecrire sans démonstration les formules du dioptre sphérique : relation de conjugaison, grandissement transversal et distances focales.
- 2) Ce dioptre donne d'un objet réel AB ($p = SA$) une image A'B' ($p' = SA'$) tel que le grandissement γ soit égal à +2.
 - a- Calculer les distances p et p' et sur une figure à l'échelle, placer les points S, C, A et A'.
 - b- Calculer les distances focales f et f' .
 - c- Le dioptre est-il convergent ou divergent ; convexe ou concave ? Placer les foyers sur la figure.

Exercice 4 : Les lentilles convergentes et divergentes

1. Lorsque la lentille est convergente, compléter les constructions suivantes :



2. Lorsque la lentille est divergente, compléter les constructions suivantes :

Exercice 5 : Les lentilles convergentes

Une lentille forme une image d'un objet se trouvant à 20 cm d'elle. L'image se trouve à 6 cm de la lentille et du même côté que l'objet.

- a) Quelle est la distance focale de la lentille ?
- b) Déterminer la nature de la lentille.
- c) Si l'objet a une taille de 0,4 cm, quelle est la taille de l'image ?
- d) Déterminer la nature de l'image.
- e) Faire le schéma

C H A P I T R E 5

ŒIL ET INSTRUMENTS OPTIQUES

5 Introduction

Chez l'être humain, environ 70% des informations sur le monde extérieur passent par la vision. Non seulement la vue est le sens dominant, mais les yeux sont des organes complexes, plus perfectionnés que n'importe quel appareil photo du marché. La figure 5.1 présente l'anatomie de l'œil.

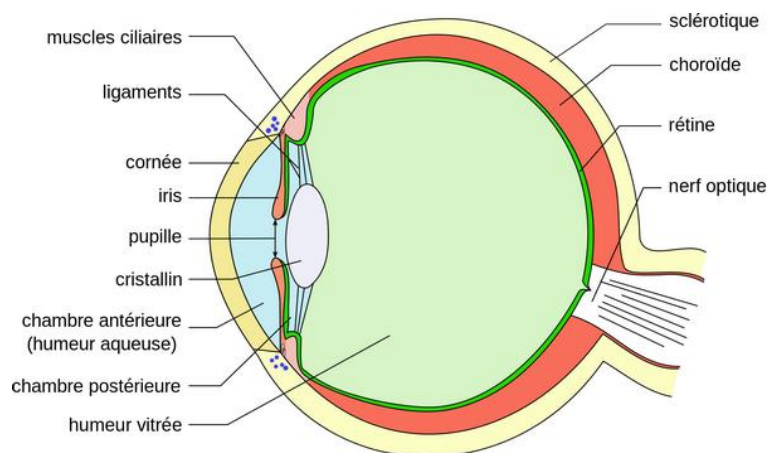


Figure 5.1 : Anatomie de l'œil

De manière schématique, le fonctionnement de l'œil humain peut se synthétiser en trois étapes :

Etape 1 : La lumière entre dans l'œil

Quand on regarde un objet, la lumière réfléctée par cet objet entre dans l'œil par la cornée. Celle-ci courbe les rayons de lumière afin qu'ils passent à travers la pupille.

La taille de la pupille s'adapte à la luminosité ambiante :

- quand la luminosité est trop importante, la pupille se contracte ;
- à l'inverse, quand la luminosité est trop faible, la pupille se dilate.

Etape 2 : Le cristallin effectue la mise au point

Pour que la vision soit nette, une autre partie de l'œil, appelée le cristallin, se charge d'effectuer la mise au point, en fonction de la distance de l'objet fixé.

Le cristallin ajuste ce que l'on appelle "la distance focale" en photographie.

L'image ainsi captée apparaît comme une projection inversée sur l'arrière de l'œil (la rétine).

Etape 3 : Le cerveau interprète l'image

Les yeux sont reliés au cerveau par le nerf optique.

Quand les rayons de lumière atteignent la rétine, ils sont transformés en signaux lumineux. Le nerf optique se charge de transmettre ces signaux au cerveau ou, plus précisément, au cortex visuel qui interprète ces signaux lumineux : il les traduit en images et remet à l'endroit la projection inversée de la rétine.

Nous proposons de découvrir dans ce chapitre et d'un point de vue technique, les concepts de base liés à l'œil et leur utilisation.

5.1 L'œil

L'œil est un organe complexe composé de plusieurs éléments mais, pour expliquer la formation des images nous ne nous intéresserons qu'à trois éléments essentiels séparés par des milieux d'indices différents : la cornée, le cristallin et la rétine.

- Les indices optiques des différents milieux sont :

- L'indice de la cornée $n_c = 1.377$
- L'indice de l'humeur aqueuse $n_h = 1.337$
- L'indice de cristallin théorique $n_{cr} = 1.41$
- L'indice du corps vitré $n_v = 1.336$

- L'œil normal au repos donne :

$$f' = R, \quad \text{avec } f' : \text{foyer et } R : \text{rayon}$$

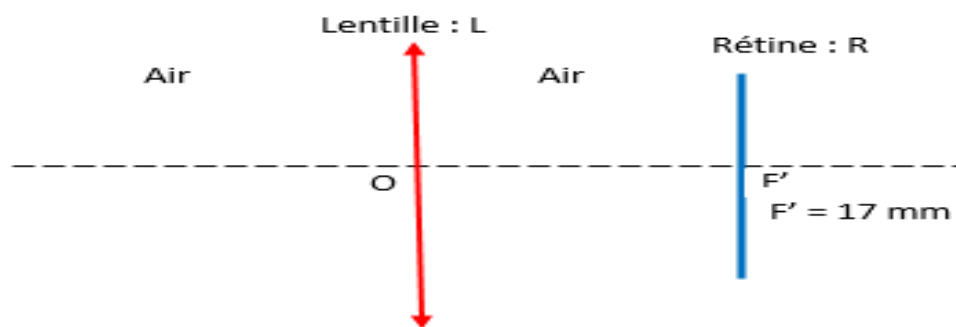


Figure 5.2 : L'œil normal au repos

5.2 La formation d'une image

Les mécanismes de la vision permettent la formation d'une image nette sur la rétine. Avant d'atteindre la rétine, les rayons lumineux traversent les milieux transparents de l'œil. Au cours de ce trajet, la cornée et le cristallin font subir une réfraction qui leur fait converger et former une image sur la rétine.

On distingue :

- La réfraction ou changement de direction, permet la focalisation sur la rétine
- L'accommodation : (la mise au point de l'œil humain), permet l'augmentation de la convergence de l'œil.

5.3 Les caractéristiques de l'œil

- Quand l'accommodation est maximale on dit que l'objet observé est au punctum proximum (P_p).
- Punctum proximum ($P_p =$ quelques centimètres) : le point le plus proche dont on peut avoir une image nette. L'œil à ce moment accommode et la vergence du cristallin est maximale.
La distance du Punctum proximum à l'œil s'appelle la distance minimale de vision distincte (d_m).
- Amplitude d'accommodation :

$$A = \frac{1}{OF'_{pp}} - \frac{1}{OF'_{pr}} \quad (5.1)$$

Le P_r et P_p varient avec l'œil de chaque observateur. Pour un œil normal, $P_p = 25$ cm.

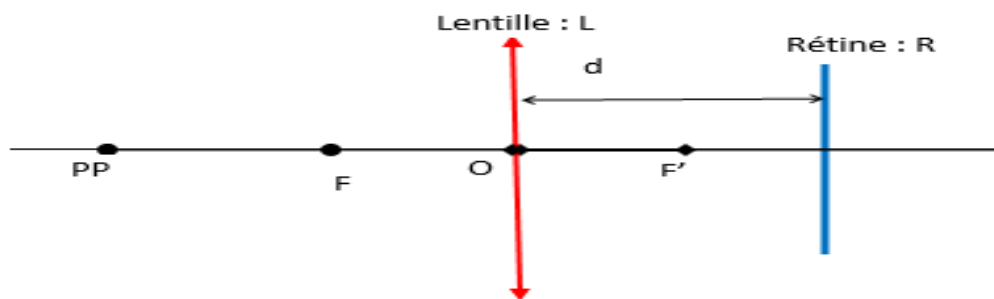


Figure 5.3 : Punctum proximum d'un œil normal

- Punctum Remotum de l'œil normal ($P_r = \infty$), est le point le plus éloigné qui permet la vision d'une image nette.

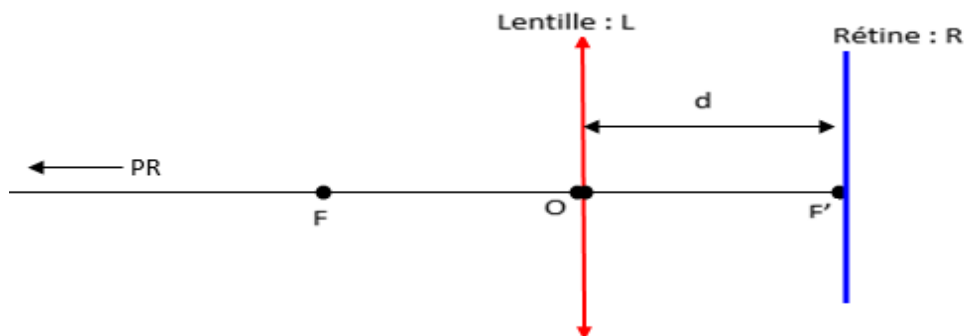


Figure 5.4 : Punctum remotum d'un œil normal

5.4 Le cheminement des rayons lumineux dans l'œil

Les rayons lumineux pénètrent dans l'œil humain, ils traversent quatre dioptries : La face antérieure et face postérieure de la cornée, face antérieure et face postérieure du cristallin lors de la traversée de chaque dioptrie, ils subissent une réfraction parfaite définie par les lois de Snell-Descartes. Donc le trajet du rayon lumineux est déterminable en appliquant les lois de Snell-Descartes.

5.5 Les défauts de l'œil

- Un œil **presbyte** a une faible amplitude dioptrique, le cristallin ne se déforme plus. Il n'est plus assez convergent pour la vision de près. Comme pour les hypermétropes, on adjoint à l'œil pour la vision de près des verres convergents.
- Un œil **myope** est trop convergent. L'image d'un objet ponctuel ne se forme pas sur la rétine (voir Fig. 5.). Pour soigner cet œil, on adjoint une lentille divergente.
- Un œil **hypermétrope** converge en arrière de la rétine (voir Fig. 5.). Pour soigner cet œil, on lui insère une lentille convergente.
- un œil **astigmat** comporte des défauts de constitution (il n'est pas de symétrie autour de son axe principal). Il ne produit pas d'un objet ponctuel une image elle-même ponctuelle. On corrige l'œil en compensant ces défauts généralement selon des axes particuliers.
- En général, l'œil qui présente des défauts doit être corrigé avec des lunettes. La correction est donnée par la vergence du système « œil + lunettes ».

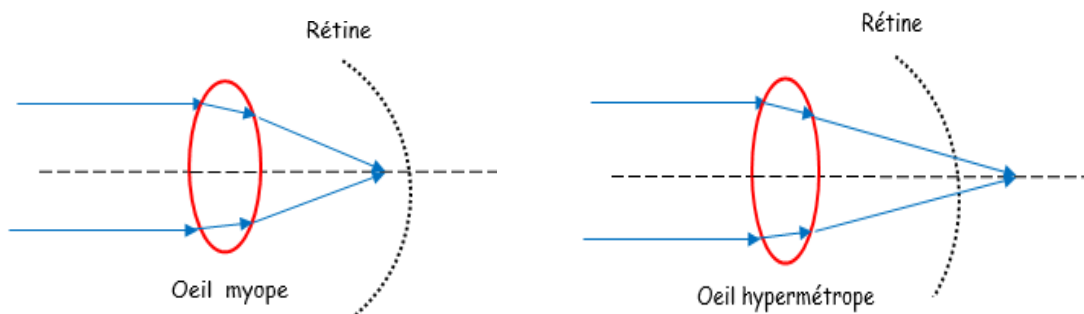


Figure 5.5 : L'œil myope et hypermétrope

L'œil peut être assimilé à une lentille, les relations de conjugaison et de vergence deviennent :

- Relation de conjugaison :
$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{OF'} = \frac{1}{f'} \quad (5.2)$$

- Vergence :
$$\Phi = \frac{1}{f'} \quad (5.3)$$

5.6 Les instruments optiques : seront supposés parfaits (pas d'aberration géométrique, ni d'aberration chromatiques).

Le choix d'un instrument dépendra essentiellement de l'objet lui-même (objet rapproché ou éloigné, petit ou grand) et du récepteur.

On distingue deux grandes familles d'instruments optiques

5.6.1 Les instruments oculaires

Ils donnent une image virtuelle observée par l'œil parmi les instruments, on cite : la loupe, le microscope, ...

- **La loupe** :

C'est une lentille convergente de faible distance focale, qui donne une image virtuelle grande adroite par rapport à l'objet. Fig.5.1

Puissance : $P = \frac{\alpha'}{\overline{AB}}$

p : en dioptrie (δ)

\overline{AB} : en mètre (m).

α' : en radian (rad).

- **Grossissement :** $G = \frac{\theta}{\theta'}$.

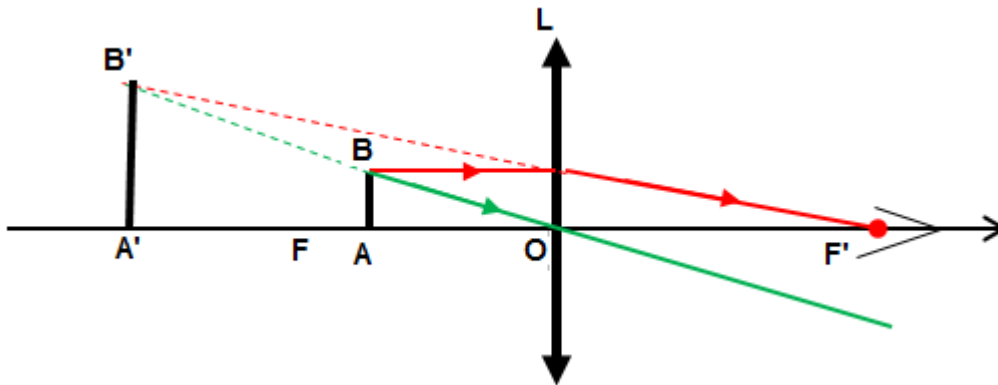


Fig. 5.1 : Loupe avec accommodation

Exemple :

L'image obtenue avec une loupe peut-elle être plus ou moins grande ? La distance objet-lentille joue-t-elle sur la taille de l'image observée ?

La réponse est non :

- Si on approche l'objet de la lentille, l'image devient moins grande, mais elle est vue plus près.
- Si on éloigne l'objet de la lentille (en gardant $|OA| < |OF|$, l'image devient plus grande (voir Fig. 5.1), mais elle est vue plus loin. L'angle θ défini sur cette figure est le même quel que soit le cas, il ne dépend que de la lentille.

- **Le microscope**

Le microscope (voir Fig. 5.2) est constitué de l'association de deux lentilles convergentes, L_1 et L_2 .

la première étant appelée l'objectif

la dernière l'oculaire.

La distance entre F_2 et F_1 est caractéristique de l'instrument, elle sera notée D .

La distance de L_1 à l'objet peut en revanche être réglée par un système à crémaillère. Soit (A',B') l'image de (A,B) à travers la lentille L_1 .

L_2 donne de (A',B') une image virtuelle (A_1B_1) . Pour observer l'image (A_1B_1) avec l'œil sans accommoder, il faut qu'elle soit placée à l'infini et donc placer $(A'B')$ sur le plan focale objet de L_2 .

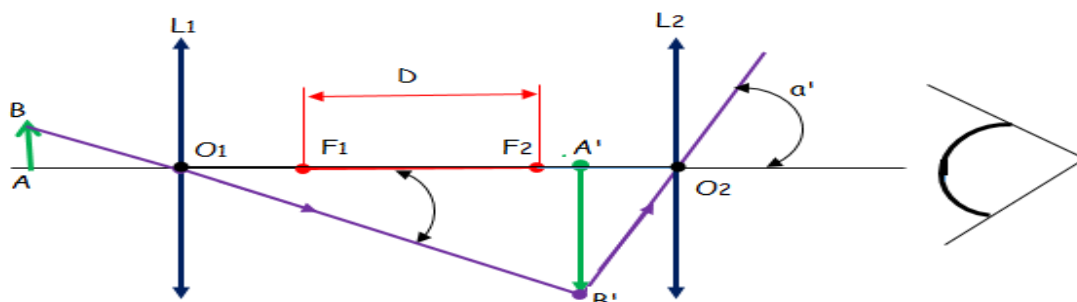


Fig. 5.2 : schéma d'un microscope simplifié

- **La lunette astronomique**

La lunette permet d'observer les détails des objets situés à l'infini. Cet instrument est schématisé sur la Fig. 5.3. Elle est construite de manière à maximiser d'une part le grossissement de manière à voir les détails des objets et d'autre part la clarté de l'instrument

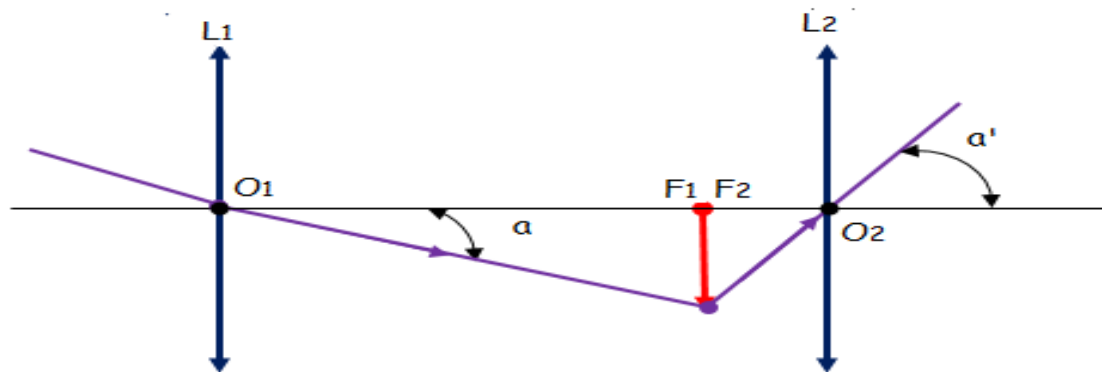


Fig. 5.3 : Principe de la lunette astronomique

La lentille L_1 donne d'un objet situé à l'infini, une image $A'F_1$ situé dans le plan focal de L_1 . La lentille L_2 (appelée l'oculaire) donne ensuite de l'image $A'F_2$, une image située à l'infini.

- **Le télescope**

le télescope utilise deux miroirs. L'usage de deux miroirs conduit à trouver des solutions pour sortir l'image pour l'observer. Fig. 5.4

La qualité première d'un télescope réside dans sa capacité à collecter le plus de lumière possible pour rendre possible l'observations d'astres lointains (donc en général peu lumineux). C'est pourquoi on cherche à maximiser la surface collectrice du télescope (i.e. à maximiser son diamètre).

La seconde qualité d'un télescope réside donc dans la régularité de sa surface.

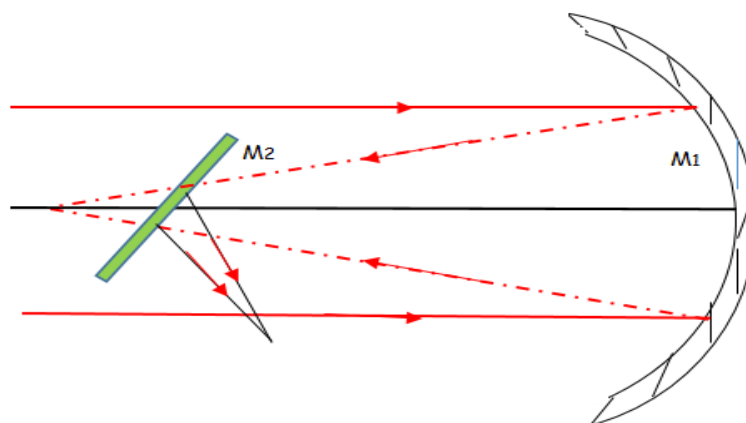


Fig. 5.4 : Principe de télescope

5.6.2 Les instruments objectifs

Ils donnent d'un objet une image réelle. Comme exemples : le vidéo projecteur, l'appareil photo, ...

5.7 Les caractéristiques des instruments optiques

5.7.1 La puissance

La puissance, p d'un instrument est le rapport de l'angle sous lequel on voit l'image virtuelle donnée par l'instrument et de la longueur de l'objet.

$$P = \frac{\alpha'}{AB} \quad (5.4)$$

Où \overline{AB} est la taille algébrique de l'objet α' l'angle d'observation de l'image virtuelle. Cet angle varie selon la position de l'observateur.

La puissance, p : en dioptrie (δ)

\overline{AB} : en mètre (m).

α' : En radian (rad).

5.7.2 Le grossissement :

Le rapport entre les diamètres apparents sous lequel on voit l'objet à l'oeil nu θ et sous lequel on voit l'image virtuelle θ' .

$$G = \frac{\theta}{\theta'} \quad (5.5)$$

5.8 Exercices

1. Dans l'œil, la convergence d'un rayon incident est assurée par
 - a- la cornée et le cristallin
 - b- le cristallin seul
 - c- le cristallin et l'humeur aqueuse

2. Un œil myope

- a- converge trop
- b- ne converge pas assez
- c- est afocal

3. Le foyer d'un œil hypermétrope est

- a- en avant de la rétine
- b- derrière la rétine
- c- à l'infini

4. Un œil peut être

- a- myope et presbyte
- b- myope et hypermétrope
- c- myope

4. Un œil a une vergence de 60δ et une amplitude d'accommodation de 5δ . Son punctum proximum est situé à

- a- 20 cm
- b- 25 cm
- c- 60 cm

4. Un œil a une vergence de 63δ et une amplitude d'accommodation de 3δ . Cet œil est

- a- myope
- b- hypermétrope
- c- presbyte

5. Un individu qui porte des lunettes pour lire son journal est

- a- myope
- b- hypermétrope
- c- presbyte

Exercice 2 :

Un œil **myope** a son punctum remotum PR situé à 1 m, et son punctum proximum PP situé à 10 cm.

Pour corriger sa vue, on place sur l'œil une lentille de contact de -1 dioptrie.

-Entre quelles limites l'œil voit-il net un objet ?

Un œil **hypermétrope** a son P.R situé à 20 cm derrière la pupille de l'œil et son P.P à 60 cm devant la pupille de l'œil.

- Quelle est la vergence de la lentille de contact qui lui permet de voir net un objet situé à l'infini ?

- Avec cette lentille, quelle est sa nouvelle limite de vision distincte(P.P) ?

Le punctum proximum d'un œil **presbyte** est rejeté à 50 cm.

-Quelle lentille faut-il placer devant cet œil pour que le presbyte puisse lire le journal à 25cm de son œil ?

On prendra la distance pupille-rétine égale à 17 mm.

Exercice 3 :

L'œil humain est considéré comme une lentille mince convergente de distance focale variable. Sa particularité est la valeur fixe de la distance lentille-image définie par la taille de l'œil chez un individu normal cette distance est égale à 25 mm On se place dans les deux situations limites suivantes :

a- Vision à l'infini : quelle est la distance focale de l'œil pour une mise au point sur l'infini ?

b- En vision rapprochée, la distance minimale de mise au point (lentille-objet) est égale à 25 cm. Quelle est la distance focale de l'œil dans ces conditions ?

c- Donner la valeur de la vergence de l'œil dans les cas a et b

Exercice 4 :

Un œil normal dont le punctum proximum est de 20 cm est placé au foyer image d'une loupe de 5 cm de distance focale.

a- A quelle distance minimale de la loupe peut se trouver l'objet examiné ?

b- Où faut-il placer l'objet pour que l'image soit à l'infini ?

c- Quelle est la latitude de mise au point ?

d- En vieillissant, cet œil devient presbyte et son amplitude dioptrique se réduit à une dioptrie.

Déterminer :

- le punctum proximum de cet individu ;
- les positions respectives de l'objet pour que l'image soit vue à l'infini et au punctum proximum.

Exercice 5 :

Un œil myope a son punctum proximum placé à 10 cm.

- a- Où se trouve son punctum remotum si son amplitude dioptrique est de 8 dioptries ?
- b- Quelle est la nature de la lentille qu'il faut placer devant l'œil pour qu'il voie nettement à l'infini ? Quelle est sa vergence ?
- c- On veut corriger ce défaut par un verre de contact taillé dans une substance d'indice $n = 1,5$.
Le rayon de cornée étant de 8 mm, quel doit-être celui de l'autre face du verre

MECANIQUE DES FLUIDES

6 Introduction

La mécanique des fluides est la science des lois de l'écoulement des fluides. Elle est la base du dimensionnement des conduites de fluides et des mécanismes de transfert des fluides. C'est une option de la physique qui étudie les écoulements de fluides c'est-à-dire des liquides et des gaz lorsque ceux-ci subissent des forces ou des contraintes. Elle comprend deux grandes parties :

- la statique des fluides, ou hydrostatique qui étudie les fluides au repos. C'est historiquement le début de la mécanique des fluides, avec la poussée d'Archimède et l'étude de la pression.
- la dynamique des fluides qui étudie les fluides en mouvement, dynamique des fluides incompressibles, l'équation de continuité, théorème de Bernoulli, théorème d'Euler .

6.1 Définition d'un fluide

On appelle fluide, un milieu matériel continu et déformable (il épouse la forme du récipient qui le contient), sans forme propre et qui peut s'écouler. Dans les fluides, on distingue les gaz qui sont compressibles (la masse volumique varie en fonction de la pression) et les liquides qui sont très peu compressibles).

6.2 Fluide parfait

C'est un fluide totalement dépourvu de frottements internes. Il s'écoule sans frottement, avec une viscosité nulle.

6.3 Fluide réel

Contrairement à un fluide parfait qui n'est qu'un modèle pour simplifier les calculs et pratiquement inexistant dans la nature, les forces tangentielles de frottement interne qui s'opposent au glissement relatif des couches fluides sont prises en considération dans un fluide réel. Le phénomène de frottement visqueux apparaît lors du mouvement du fluide.

6.4 Fluide compressible

Un fluide est dit compressible lorsque le volume occupé par une masse donnée varie en fonction de la pression extérieure. Les gaz sont des fluides compressibles : l'air, l'hydrogène, le méthane à l'état gazeux, sont considérés comme des fluides compressibles

6.5 Fluide incompressible

Un fluide est dit incompressible lorsque le volume occupé par une masse donnée ne varie pas en fonction de la pression extérieure. Les liquides peuvent être considérés comme des fluides incompressibles (eau, huile, etc.).

6.6 Caractéristiques physiques des fluides

Les fluides sont caractérisés par les propriétés suivantes :

- **Masse volumique ρ :**

C'est la masse par unité de volume du corps considéré :

$$\rho = \frac{m}{v} \quad (6.1)$$

P : s'exprime en kg. m^{-3} .

V : volume en m^3 .

m : masse en kg.

La masse volumique est fonction de la température et de la pression.(voir tableau 6.1.

Fluide	Masse volumique ρ (kg.m^{-3})	Type de fluide
Benzène	$0,880.10^3$	Incompressibles
Chloroforme	$1,489.10^3$	
Eau	10^3	
Huile d'olive	$0,918.10^3$	
Mercure	$13,546.10^3$	
Air	$0,001205.10^3$	Compressibles
Hydrogène	$0,000085.10^3$	
Méthane	$0,000717.10^3$	

Tableau 6.1 : Valeurs des Masses volumiques de quelques fluides

- **Volume massique V :**

V est l'inverse de la masse volumique, il est exprimé en $\text{m}^3.\text{kg}^{-1}$:

$$V = \frac{1}{\rho} \quad (6.2)$$

- **Poids volumique m :**

m est exprimé en N m^{-3} , il est décrit par la relation ci-dessous :

$$m = \frac{m \cdot g}{V} = \rho \cdot g \quad (6.3)$$

- **Densité d :**

C'est le rapport entre la masse volumique du corps considéré et la masse volumique du corps pris en référence dans les mêmes conditions de température et de pression.

La référence est :

- pour les liquides : l'eau prise à 4°C et sous 1013 hPa
- et les gaz : l'air à 0°C et 1013 hPa .

$$\text{Liquides : } d = \frac{\rho}{\rho_0} \quad (6.4)$$

$$\text{Gaz : } d = \frac{M}{29} \quad (6.5)$$

Il est à noter que la densité n'a pas d'unité.

- **Viscosité :**

C'est une grandeur qui caractérise les frottements internes du fluide, autrement dit sa capacité à s'écouler. Elle caractérise la résistance d'un fluide à son écoulement lorsqu'il est soumis à l'application d'une force. Il existe deux types de viscosité : les fluides de grande viscosité résistent à l'écoulement et les fluides de faible

viscosité s'écoulent facilement. Elle peut être mesurée par un viscosimètre à chute de bille dans lequel on mesure le temps écoulé pour la chute d'une bille dans le fluide. L'unité de la viscosité cinématique est le (m^2/s).

Il existe deux types de viscosité :

- Viscosité dynamique : La viscosité dynamique exprime la proportionnalité entre la force qu'il faut exercer sur une plaque lorsqu'elle est plongée dans un courant et la variation de vitesse des veines de fluide entre les 2 faces de la plaque. Elle est exprimée par un coefficient représentant la contrainte de cisaillement nécessaire pour produire un gradient de vitesse d'écoulement d'une unité dans la matière.

Considérons deux couches de fluide adjacentes distantes de Δz . La force de frottement F qui s'exerce à la surface de séparation de ces deux couches s'oppose au glissement d'une couche sur l'autre. Elle est proportionnelle à :

- la différence de vitesse des couches soit Δv
- leur surface S

et inversement proportionnelle à :

- Δz : Le facteur de proportionnalité
- μ est le coefficient de viscosité dynamique du fluide.

$$F = \frac{\mu \cdot S \cdot \Delta v}{\Delta z} \quad (6.6)$$

Où :

F : force de glissement entre les couches en N) , μ : Viscosité dynamique en ($\text{kg}/\text{m}\cdot\text{s}$), S : surface de contact entre deux couches en (m^2), Δv : Écart vitesse entre deux couches en (m/s), Δz : Distance entre deux couches en m.

- Viscosité cinématique

La viscosité cinématique caractérise le temps d'écoulement d'un liquide. Par contre, la viscosité dynamique correspond à la réalité physique du comportement d'un fluide soumis à une sollicitation (effort). En d'autres termes, cette dernière exprime la rigidité d'un fluide à une vitesse de déformation en cisaillement. Elle est par la relation 6.7 :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (6.7)$$

Les propriétés précédentes seront utilisées ultérieurement. Le comportement mécanique et les propriétés physiques des fluides compressibles et ceux des fluides incompressibles sont différents.

En effet, les lois de la mécanique des fluides ne sont pas universelles. Elles sont applicables uniquement pour une classe de fluides donnée. Conformément à la classification des fluides : parfait, réel compressible et incompressible, les lois relatives à chaque type de fluides seront exposées d'une façon indépendante

Remarque : Dans le système international (SI), l'unité de la viscosité dynamique est le Pascal seconde ($\text{Pa}\cdot\text{s}$) ou Poiseuille (PI) : $1 \text{ Pa}\cdot\text{s} = 1 \text{ PI} = 1 \text{ kg}/\text{m}\cdot\text{s}$

6.7 statique des fluides

Elle comprend l'étude des fluides au repos : Les lois et les théorèmes fondamentaux, la notion de pression, le théorème de Pascal, le principe d'Archimède et la relation fondamentale de l'hydrostatique.

6.7.1 Notion de pression d'un fluide

La pression est une grandeur scalaire. Un fluide est capable d'exercer une force sur un solide. De la force qu'exerce ce fluide sur une surface en résulte une pression.

Par définition la pression P s'exprime par :

$$P = \frac{dF_N}{S} \quad (6.8)$$

La force exercée par le fluide sur un élément de surface dS peut se décomposer en composantes tangentielle et normale : (voir Fig. 6.1).

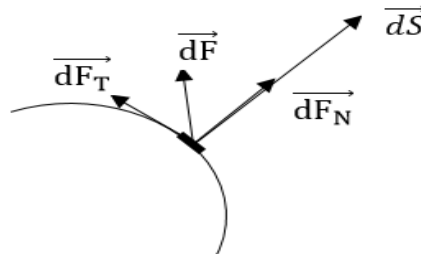


Figure 6.1 : Forces exercées par le fluide

- une composante tangentielle dF_T
- une composante normale dF_N

En statique des fluides, on ne s'intéresse qu'à la composante normale, la composante tangentielle n'intervenant que si le fluide est en mouvement

P, s'exprime en Pascal (Pa).

D'autres unités sont utilisées pour la pression :

- le bar : $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$
- l'atmosphère : $1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$
- le millimètre de mercure : $760 \text{ mmHg} = 101325 \text{ Pa}$

6.7.2 Relation fondamentale de l'hydrostatique

Considérons un élément de volume d'un fluide incompressible (liquide homogène de poids volumique \bar{w}). Cet élément de volume a la forme d'un cylindre d'axe (G, \vec{u}) qui fait un angle α comme indiqué en Fig. 6.2, avec l'axe vertical (O,Z) d'un repère $R(O,X,Y,Z)$.

où :

l la longueur du cylindre, G_1 d'altitude Z_1 et G_2 d'altitude Z_2 , les centres des sections droites extrêmes.

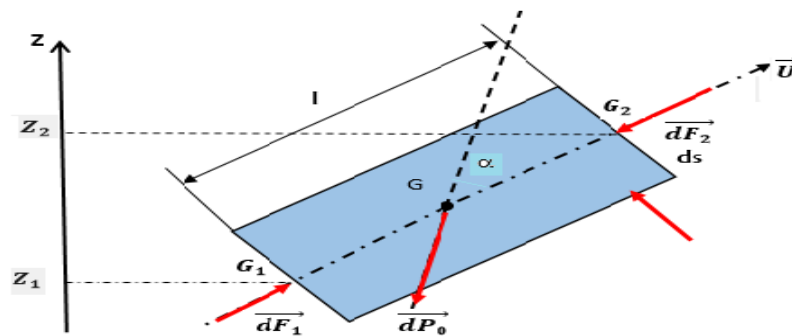


Figure 6.2 : Fluide incompressible

Etudions l'équilibre du cylindre élémentaire, celui-ci est soumis aux :

- son poids :

$$dp_0 = -\bar{w}.l.ds.z \quad (6.9)$$

- forces de pression s'exerçant sur :
- la surface latérale : $\Sigma d\vec{F}_1$
 - les deux surfaces planes extrêmes :

$$d\vec{F}_1 = -dp_1 \cdot ds \cdot (-\vec{u}) \quad (6.10)$$

$$d\vec{F}_2 = -dp_2 \cdot ds \cdot (\vec{u}) \quad (6.11)$$

avec p_1 et p_2 les pressions du fluide respectivement en G1 et G2.

Le cylindre élémentaire est en équilibre dans le fluide. Donc la résultante des forces extérieures = $\vec{0}$

$$d\vec{p}_0 + d\vec{F}_1 + d\vec{F}_1 + d\vec{F}_2 = \vec{0} \quad (6.12)$$

En projection sur l'axe de symétrie (G, \vec{u}) du cylindre, on obtient :

$$\bar{w}.l.ds \cos \alpha + p_1 \cdot ds - p_2 \cdot ds = 0 \quad (6.13)$$

On exprime la différence de pression $p_1 - p_2$, après avoir divisé par ds et noté que :

$$l \cdot \cos \alpha = Z_1 - Z_2$$

$$p_1 - p_2 = \bar{w} \cdot (Z_2 - Z_1) = \rho \cdot g \cdot (Z_2 - Z_1) \quad (6.14)$$

(C'est la relation fondamentale de l'hydrostatique)

6.7.3 Poussée d'Archimède

Elle est énoncée comme suit : « Tout corps plongé dans un fluide (liquide ou gaz) au repos, subit de la part de ce fluide une poussée verticale dirigée du bas vers le haut. Cette poussée appliquée au centre de masse de ce volume est égale au poids du volume de fluide déplacé.

$$\vec{\pi}_A = -\rho_{\text{fluide}} \cdot V_{\text{corps immergé}} \cdot \vec{g} \quad (6.15)$$

Une illustration est donnée en Fig. 6.2.

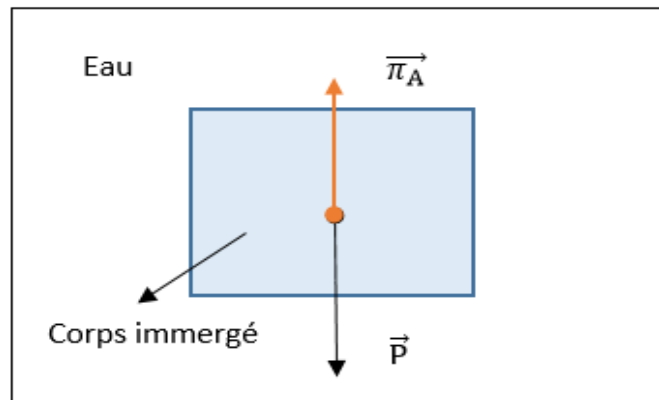


Figure 6.2 : Corps immergé dans un fluide

6.7.4 Théorème de Pascal

Un liquide transmet intégralement et dans toute les directions les variations de pression qu'on lui fait subir. Ceci est lié à la compressibilité qui implique une masse constante.

Exemple : la presse hydraulique (illustrée en Fig. 6.3)

On exerce une force F sur le piston de surface s . La pression $p = \frac{F}{s}$ est intégralement transmise au piston de surface S . En effet, la relation fondamentale de la statique des fluides s'écrit : $p_2 - p_1 = \rho \cdot g \cdot h$, si h est constant

$$\text{Alors : } \Delta p_2 = \Delta p_1$$

La force qui s'exerce sur S vaut :

$$P = p \times S = F \times \frac{S}{s}$$

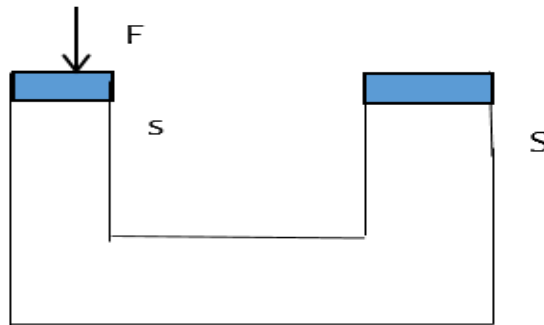


Figure 6.3 : Presse hydraulique

Toute variation de pression en un point engendre la même variation de pression en un point.

6.8 Dynamique des fluides incompressibles

La dynamique des fluides parfaits qui étudie les fluides en mouvement. Contrairement aux solides, les éléments d'un fluide en mouvement peuvent se déplacer à des vitesses différentes. L'écoulement des fluides est un phénomène complexe.

On s'intéresse aux équations fondamentales qui régissent la dynamique des fluides incompressibles parfaits, en particulier :

- L'équation de continuité (conservation de la masse) ;
- Le théorème de Bernoulli (conservation de l'énergie) ;
- Le théorème d'Euler (conservation de quantité de mouvement) ;
à partir duquel on établit les équations donnant la force dynamique exercée par les fluides en mouvement (exemple les jets d'eau).

6.8.1 Définition

Écoulement permanent : écoulement d'un fluide parfait incompressible est dit permanent, si les grandeurs (pression, température, vitesse, ...) qui le caractérisent vont rester constantes au cours du temps.

6.8.2 Débit

Soit une canalisation de section S . La quantité de fluide traversant cette section pendant une certaine durée, permet d'exprimer le débit :

- Débit massique q_m en kg/s :

$$q_m = \frac{dm}{dt} \quad (6.16)$$

- Débit volumique q_V en m^3/s :

$$q_V = \frac{dV}{dt} \quad (6.17)$$

- Les deux débits sont reliés par la relation suivante :

$$q_m = \rho \cdot q_V \quad (6.18)$$

6.8.3 Conservation du débit (ou équation de continuité)

Considérons une veine d'un fluide incompressible de masse volumique ρ animée d'un écoulement permanent (voir Fig. 6.4) :

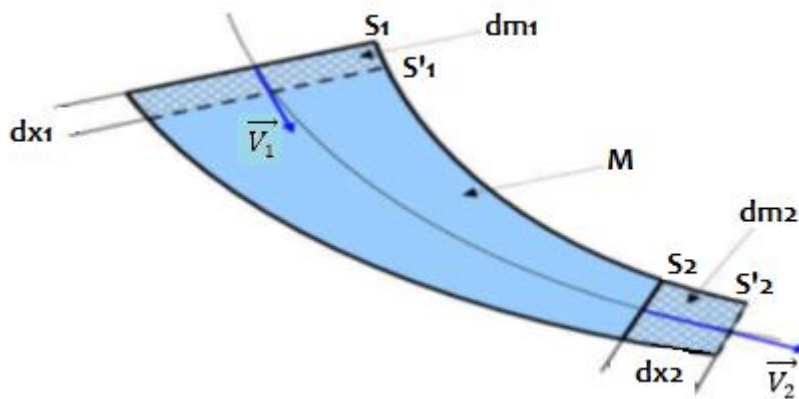


Figure 6.4 : Veine

On note :

S_1 et S_2 : la section d'entrée et de sortie à l'instant t respectivement

S'_1 et S'_2 : les sections d'entrée et de sortie à l'instant t'

\vec{v}_1 et \vec{v}_2 : les vecteurs vitesse d'écoulement respectivement à travers les sections de la veine

\vec{dx}_1 et \vec{dx}_2 : les déplacements des sections S_1 et S_2 pendant l'intervalle de temps dt

dm_1 : masse comprise entre les sections S_1 et S'_1

dm_2 : masse comprise entre les sections S_2 et S'_2

Pendant l'intervalle de temps dt , la masse dm_1 ayant traversé la surface S_1 sera la même que celle traversant l'élément de surface S_2 , d'où :

$$\rho_1 \cdot dx_1 \cdot S_1 = \rho_2 \cdot dx_2 \cdot S_2 \quad (6.19)$$

$$\rho_1 \cdot S_1 \frac{dx_1}{dt} = \rho_2 \cdot S_2 \cdot \frac{dx_2}{dt} \quad (6.20)$$

$$\rho_1 \cdot S_1 \cdot v_1 = \rho_2 \cdot S_2 \cdot v_2 \quad (6.21)$$

Comme le fluide est parfait : $\rho = \rho_1 = \rho_2$,

d'où :

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2 \quad \text{ou bien} \quad q_v = Sv \quad (6.22)$$

6.8.4 Equation de Bernoulli (sans échange de travail)

Soit un fluide parfait et incompressible, avec écoulement permanent.

L'équation de Bernoulli énonce le fait que l'énergie totale reste constante lors de l'écoulement.

Rappelons que l'énergie totale E_t est la somme de l'énergie cinétique (E_c), l'énergie de pesanteur (E_{pz}), et l'énergie potentielle de pression (E_{pp}).

On écrit :

$$E_t = E_c + E_{pz} + E_{pp} \quad (6.23)$$

Après remplacement dans l'équation ci-dessus, on obtient :

$$E_t = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgz_1 + \frac{m}{\rho}p_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgz_2 + \frac{m}{\rho}p_2 \quad (6.24)$$

De l'équation (6.24), nous déduisons les trois formes de l'équation de Bernoulli : (6.26), (6.27) et (6.28).

1^{ère} forme : Equation de Bernoulli en fonction des énergies massiques

En divisant l'équation (6.24) par la masse m , on obtient :

$$E_t = \frac{1}{2}v_1^2 + gz_1 + \frac{p_1}{\rho} = \frac{1}{2}v_2^2 + gz_2 + \frac{p_2}{\rho} \quad (6.25)$$

D'où :

$$\mathbf{E_t = \frac{1}{2}v^2 + gz + \frac{p}{\rho} = cte. (en J/kg)} \quad (6.26)$$

2^{ème} forme : Equation de Bernoulli en fonction des pressions

En multipliant l'équation (6.26) par ρ on obtient :

$$\mathbf{E_t = \frac{\rho}{2}v^2 + \rho gz + P = cte (en Pa)} \quad (6.27)$$

avec P : pression statique, $\frac{\rho}{2}v^2$: pression cinétique, ρgz : pression de pesanteur

3^{ème} forme : Equation de Bernoulli en fonction des hauteurs

En divisant l'équation (6.27) par $\rho.g$, on obtient :

$$\frac{v^2}{2g} + z + \frac{P}{\rho.g} = \mathbf{cte. (en m)} \quad (6.28)$$

Avec z : hauteur géométrique, $\frac{v^2}{2g}$: hauteur due à la vitesse ou hauteur dynamique, $\frac{P}{\rho.g}$: hauteur due à la pression

6.8.5 Théorème d'Euler (conservation de la quantité de mouvement)

Le théorème d'Euler résulte de l'application du théorème de quantité de mouvement à l'écoulement d'un fluide :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{P}}{dt}, \quad \text{avec} \quad \vec{P} = m \cdot \vec{v}_G \quad (6.28)$$

où : \vec{P} est la quantité de mouvement.

Ce théorème permet de déterminer les efforts exercés par le fluide en mouvement sur les objets qui les environnent. L'application du théorème d'Euler est l'évaluation des forces exercées par les jets d'eau, celles-ci sont exploitées dans divers domaines : production de l'énergie électrique à partir de l'énergie hydraulique grâce aux turbines, coupe des matériaux, etc.

Le théorème d'Euler est la résultante (ΣF_{ext}) des actions mécaniques extérieures exercées sur un fluide isolé (liquide contenu dans l'enveloppe par S_1 et S_2) est égale à la variation de la quantité de mouvement du fluide qui entre en S_1 à une vitesse v_1 et sort par S_2 à une vitesse v_2 :

$$\Sigma F_{ext} = q_m(v_2 - v_1) \quad (6.29)$$

6.9 Exercices

Exercice 1 : Répondez par vrai ou faux

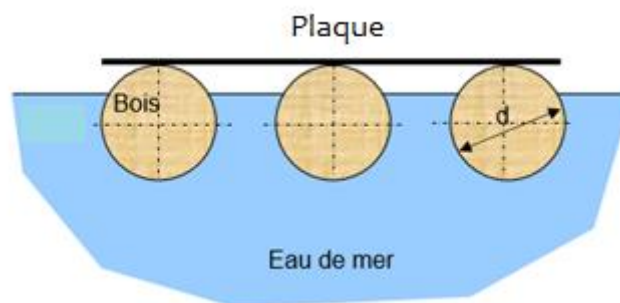
1. La mécanique des fluides étudie et caractérise
 - **Le comportement mécanique des fluides**
 - Le comportement chimique des fluides
 - Le comportement thermodynamique des fluides
2. La viscosité d'un fluide caractérise
 - sa couleur
 - sa capacité à s'écouler
 - **sa résistance à l'écoulement**
3. Les fluides ont une structure moléculaire :
 - il est compressible
 - il possède une surface libre
 - **il est incompressible**

Exercice 2 : Statique des fluides

On considère une plate-forme composée d'une plaque plane et de trois poutres cylindriques en bois qui flottent à la surface de la mer.

On donne :

- a- Les dimensions d'une poutre :
 - diamètre $d=0,5$ m
 - longueur $L=4$ m,
 - la masse volumique du bois : $\rho_{bois} = 700$ Kg/m³
 - la masse volumique de l'eau de mer : $\rho_{mer} = 1027$ Kg/m³
 - la masse de la plaque $m_p = 350$ kg,
- b- l'accélération de la pesanteur $g=9,81$ m/s²



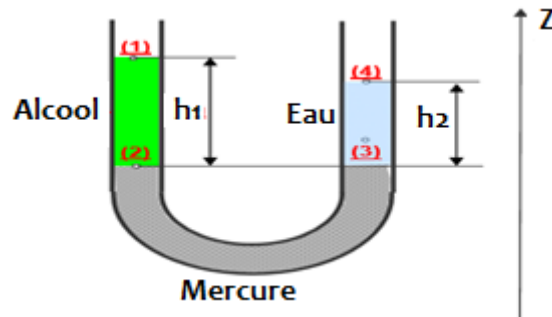
- 1- Calculer le poids total P_0 de la plate-forme.
- 2- Ecrire l'équation d'équilibre de la plate-forme.

- 3- En déduire la fraction F (%) du volume immergé des poutres.
- 4- Déterminer la masse M_c maximale qu'on peut placer sur la plate-forme sans l'immerger

Exercice 3 : Statique des fluides

Un tube en U contient du mercure sur une hauteur de quelques centimètres. On verse dans l'une des branches un mélange d'eau - alcool éthylique qui forme une colonne de liquide de hauteur $h_1=30$ cm. Dans l'autre branche, on verse de l'eau pure de masse volumique 1000 kg/m^3 , jusqu'à ce que les deux surfaces du mercure reviennent dans un même plan horizontal. On mesure alors la hauteur de la colonne d'eau $h_2=24$ cm.

- 1- Appliquer la relation fondamentale de l'hydrostatique pour les trois fluides.

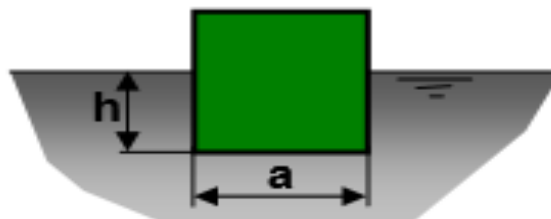


- 2- En déduire la masse volumique du mélange eau – alcool éthylique

Exercice 3 : Statique des fluides

Un cube en acier de côté $a=50$ cm flotte sur du mercure. On donne les masses volumiques : acier $\rho_1=7800 \text{ kg/m}^3$ et mercure $\rho_2=13600 \text{ kg/m}^3$ (voir le schéma ci dessous).

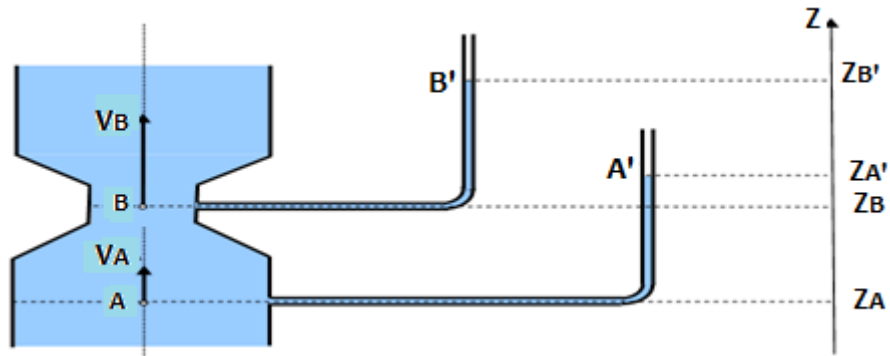
- 1- Appliquer le théorème d'Archimède,
- 2- Déterminer la hauteur h immergé



Exercice 4 : Dynamique des fluides incompressibles parfaits

Dans le tube de Venturi représenté sur le schéma ci-dessous, l'eau s'écoule de bas en haut. Le diamètre du tube en A est $d_A=30$ cm et en B il est de $d_B=15$ cm. Afin de mesurer la pression P_A au point A et la pression P_B au point B, deux manomètres à colonne d'eau (tubes piézométriques) sont connectés au Venturi. Ces tubes piézométriques sont gradués et permettent de mesurer les niveaux $Z_{A'}=3,061$ m et $Z_{B'}=2,541$ m respectivement des surfaces libres A' et B'. On donne :

- l'altitude de la section A : $Z_A=0$ m,
- l'altitude de la section B : $Z_B=50$ cm,
- l'accélération de la pesanteur est $g=9,8 \text{ m/s}^2$,
- la pression au niveau des surfaces libres $P_{A'}=P_{B'}=P_{atm}=1$ bar,
- la masse volumique de l'eau est $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$. On suppose que le fluide est parfait.



Questions :

- 1) Appliquer la RFH (Relation Fondamentale de l'Hydrostatique) entre B et B', et calculer la pression P_B au point B ?
- 2) De même, calculer la pression P_A au point A ?
- 3) Ecrire l'équation de continuité entre les points A et B. En déduire la vitesse d'écoulement V_B en fonction de V_A .
- 4) Ecrire l'équation de Bernoulli entre les points A et B.

CORRIGES DES EXERCICES

C H A P I T R E 1

R A P P E L S M A T H E M A T I Q U E S

Exercice 1 :

Le coefficient de la tension superficielle : C'est la force qui s'exerce sur les molécules surfaciques par unité de longueur du périmètre de mouillabilité :

$$\sigma = [F] \cdot [l]^{-1} = [m\gamma] \cdot [l]^{-1} = [m] \cdot [l] \cdot [t]^{-2} \cdot [l]^{-1} = [M] \cdot [L] \cdot [T]^{-2} \cdot [L]^{-1} = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m}^{-1} = \text{kg} \cdot \text{s}^{-2}$$

Exercice 2 :

La force d'attraction qui s'exerce entre deux points matériels, de masses m et m' séparés par une résistance r , est :

$$G = [f] [r]^2 [m]^{-1} [m']^{-1} = M L T^{-2} L^{-2} [M]^{-1} [M']^{-1}$$

Exercice 3 :

1- $F = 6\pi\mu^x r^y v^z$, $\mu = M L^{-1} T^{-1}$

$$[F] = [\mu]^x [r]^y [v]^z = M^x L^{-x} T^{-x} L^y L^z T^{-z} = M^x L^{-x+y+z} T^{-(x+z)} \quad (1)$$

D'autre part on a :

$$[F] = [m \gamma] = M L T^{-2} \quad (2)$$

$$(1) = (2) \Rightarrow x = 1 \quad x + y + z = 1, \quad x + z = 1 \Rightarrow x = 1, y = 1, z = 1.$$

Donc $F = 6\pi \mu r v$.

2- $F = K s v^2 \Rightarrow [F] = [K] \cdot [s] \cdot [v^2] = [K] L^2 L^2 T^{-2} = [K] L^4 T^{-2} \Rightarrow [K] = \frac{[F]}{L^4 T^{-2}} M L^{-3}$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow [E_c] = \left[\frac{1}{2}\right] [m] [v^2] = M L^2 T^{-2} \quad (3)$$

$$\text{Le travail } W = f \cdot l \Rightarrow [W] = [F] \cdot [l] = M L^2 T^{-2} L \quad (4)$$

$$(3) = (4) \Rightarrow [E_c] = [W].$$

Exercice 4 :

1) $g = \frac{4\pi^2 l}{g} \Rightarrow \ln g = \ln 4\pi^2 + \ln l - 2 \ln T \Rightarrow \frac{\Delta g}{g_m} = \frac{l \Delta l}{l_m} + | -2 | \frac{\Delta T}{T_m}$

Avec $g_m = \frac{4\pi^2 l_m}{T_m^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 1}{4} = \pi^2 = 9.87$

$$\Delta g = g_m \left(\frac{\Delta l}{l_m} + 2 \frac{\Delta T}{T_m} \right) \approx 0.05 m \cdot s^{-2}.$$

$$g = (9.87 \pm 0.05) m \cdot s^{-2}$$

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{0.05}{9.87} = 5 \cdot 10^{-3} = 0.5\%.$$

2) La densité : $\rho = \frac{m}{v} = \frac{m}{\pi r^2 h}$, $r = (r \pm \Delta r)$?

$$\text{Alors : } \rho = \frac{m}{\pi r^2 h} \Rightarrow r^2 = \left(\frac{m}{\rho \pi h}\right) \Rightarrow r = \left(\frac{m}{\rho \pi h}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1578.5}{3.14 \cdot 2.997}\right)^{1/2} = 5.02 \text{ cm}$$

$$\text{Donc : } \frac{\Delta r}{r} = ?$$

$$\text{On a : } r = \left(\frac{m}{\rho \pi h}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{m^{1/2}}{(\rho \pi h)^{1/2}}$$

$$\text{Alors : } \ln r = \frac{1}{2} \ln m - \frac{1}{2} \ln \pi - \frac{1}{2} \ln \rho - \frac{1}{2} \ln h \Rightarrow \frac{\Delta r}{r} = \frac{1}{2} \ln m + \left|\frac{1}{2}\right| \ln \rho + \left|-\frac{1}{2}\right| \ln h$$

$$\frac{\Delta r}{r} = \frac{1}{2} (\ln m + \ln \rho + \ln h)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \Delta r &= \frac{r}{2} \left(\frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{\Delta h}{h} \right) = \frac{r}{2} \left(\frac{0.5}{1578.5} + \frac{0.02}{2} + \frac{0.02}{9.97} \right) \Rightarrow \Delta r = \\ &= 0.0063 \cdot r = 0.0063 \cdot 5.02 \approx 0.03 \text{ cm.} \end{aligned}$$

$$\text{Donc : } r = (5.02 \pm 0.03) \text{ cm.}$$

Exercice 5 :

A (1.0.0), B (0.2.0) et C (0.0. -3). Détermination des composantes du vecteur

$$\overrightarrow{AD} = (\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC})$$

D'abord on doit déterminer les composantes du vecteur \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC}

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 0 - 1 \\ 2 - 0 \\ 0 - 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 0 - 1 \\ 0 - 0 \\ -3 - 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Alors

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AD} = (\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}) &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & -3 \end{vmatrix} = \vec{i}[2(-3) - 0 \cdot 0] - \vec{j}[-1(-3) - (-1) \cdot 0] + \\ &\vec{k}[-1 \cdot 0 - (-1) \cdot 2] \end{aligned}$$

$$= -6\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}, \text{ donc : } \overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} -6 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- Déduction des composantes du vecteur unitaire \vec{n}

$$\text{On a } \overrightarrow{AD} = \|\overrightarrow{AD}\| \vec{n} \Rightarrow \vec{n} = \frac{\overrightarrow{AD}}{\|\overrightarrow{AD}\|}, \text{ où } \|\overrightarrow{AD}\| = \sqrt{(-6)^2 + (-3)^2 + 2^2} = \sqrt{49} = 7.$$

$$\text{Alors } \vec{n} = \frac{1}{7} \vec{AD} = \frac{1}{7}(-6\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}) \Rightarrow \vec{n} = \frac{-6}{7}\vec{i} - \frac{3}{7}\vec{j} + \frac{2}{7}\vec{k}$$

1) Calcul des produits scalaires :

$$\vec{OA} \cdot \vec{n} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{-6}{7} \\ \frac{-3}{7} \\ \frac{2}{7} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - 0 \\ 0 - 0 \\ 0 - 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{-6}{7} \\ \frac{-3}{7} \\ \frac{2}{7} \end{pmatrix} = \frac{-6}{7} + 0 \left(-\frac{3}{7}\right) + 0 \cdot \frac{2}{7} = \frac{-6}{7}$$

$$\vec{OB} \cdot \vec{n} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{-6}{7} \\ \frac{-3}{7} \\ \frac{2}{7} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 - 0 \\ 2 - 0 \\ 0 - 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{-6}{7} \\ \frac{-3}{7} \\ \frac{2}{7} \end{pmatrix} = 0 \left(\frac{-6}{7}\right) + 2 \left(-\frac{3}{7}\right) + 0 \cdot \frac{2}{7} = \frac{-6}{7}$$

$$\begin{aligned} \vec{OC} \cdot \vec{n} &= \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{-6}{7} \\ \frac{-3}{7} \\ \frac{2}{7} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 - 0 \\ 0 - 0 \\ -3 - 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{-6}{7} \\ \frac{-3}{7} \\ \frac{2}{7} \end{pmatrix} \\ &= 0 \left(\frac{-6}{7}\right) + 0 \left(-\frac{3}{7}\right) + (-3) \frac{2}{7} = \frac{-6}{7} \end{aligned}$$

Exercice 6 :

a-

$$\|\vec{A}\| = \sqrt{(\text{sint})^2 + (\text{cost})^2 + (t)^2} = \sqrt{\sin^2 t + \cos^2 t + t^2} = \sqrt{1 + t^2}$$

$$\|\vec{B}\| = \sqrt{(\text{sint})^2 + (-\text{cost})^2 + (3)^2} = \sqrt{\sin^2 t + \cos^2 t + 3^2} = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \text{sint} \cdot \text{cost} - \text{cost} \cdot \text{sint} - 3t = -3t$$

Alors

$$\|\vec{A} \cdot \vec{B}\| = \sqrt{(-3t)^2} = -3t$$

$$\vec{A} \wedge \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \text{sint} & \text{cost} & t \\ \text{cost} & -\text{sint} & -3 \end{vmatrix}$$

$$= \vec{i}(-3\text{cost} + t\text{sint}) - \vec{j}(-3\text{sint} - t\text{cost}) + \vec{k}(-\sin^2 t - \cos^2 t)$$

$$= \vec{i}(-3\text{cost} + t\text{sint}) + \vec{j}(3\text{sint} + t\text{cost}) - \vec{k}$$

Alors

$$\|\vec{A} \wedge \vec{B}\| = \sqrt{(-3\text{cost} + t\text{sint})^2 + (3\text{sint} + t\text{cost})^2 + (-1)^2}$$

$$= \sqrt{9\cos^2 t + t^2 \sin^2 t - 6t\text{sintcost} + 9\sin^2 t + t^2 \cos^2 t - 6t\text{costsint} + (-1)^2}$$

$$= \sqrt{9(\cos^2 t + \sin^2 t) + t^2(\sin^2 t + \cos^2 t) + (-1)^2} = \sqrt{9 + t^2 + 1} = \sqrt{10 + t^2}$$

$$\|(\vec{A} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{C}\| = (\vec{A} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{C}$$

Alors

$$\begin{aligned}(\vec{A} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{C} &= \left[(1(-3\cos t + t\sin t) + j(3\sin t + t\cos t) - k) \cdot (t\sin t \vec{i} + \cos t \vec{j} - 1\vec{k}) \right] \\ &= -3\cos t \sin t + t\sin^2 t + 3\cos t \sin t + t\cos^2 t + 1 \\ &= t(\sin^2 t + \cos^2 t) + 1 \\ &= t + 1\end{aligned}$$

b-

L'angle θ entre \vec{A} et \vec{B} à $t = 1$ s.

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \|\vec{A}\| \cdot \|\vec{B}\| \cos \theta \Rightarrow \cos \theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{\|\vec{A}\| \cdot \|\vec{B}\|} = \frac{-3t}{\sqrt{(1+t^2)} \cdot \sqrt{10}}$$

$$\text{à } t = 1 : \cos \theta = \frac{-3 \cdot 1}{\sqrt{(1+1)} \cdot \sqrt{10}} = \frac{-3}{20} = -0.67 \quad \Rightarrow \quad \theta = 132.13^\circ.$$

C H A P I T R E 2

LOIS DE L'OPTIQUE GEOMETRIQUE

Exercice 1 :

1. la lumière suit le chemin

(3) qui a le temps de parcours extrémal

2. Les lois de Snell-Descartes établissent une relation entre l'angle du rayon incident i et l'angle du rayon réfléchi j , qui est

(2) $i = j$

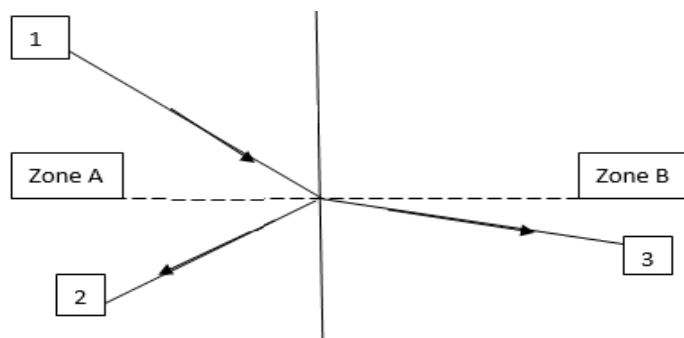
3. Les lois de Snell-Descartes établissent une relation entre l'angle i du rayon incident se propageant dans un milieu d'indice n et l'angle r du rayon réfracté se propageant dans un milieu d'indice n' . Cette relation est

(1) $n \sin i = n' \sin r$

4. Si un rayon lumineux dans un premier milieu fait, à l'arrivée sur une surface de séparation avec un deuxième milieu plus réfringent, un angle d'incidence i avec la normale, sa trajectoire fait après la surface un angle r tel que

(1) $r < i$

Exercice 2 : (voir le schéma)

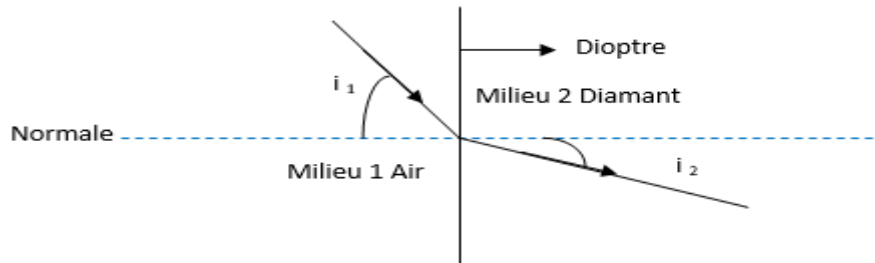


1. Il en résulte que le rayon (1) est le rayon incident, le (2) est le rayon réfléchi et le (3) est le rayon réfracté.
2. D'après ce qui précède, le sens de la lumière est celui indiqué sur la figure.
3. L'indice de l'eau $n'_{eau} = 1,33$ est supérieur à celui de l'air qui est égal à 1. Le rayon (3) se rapproche de la normale, il se propage donc dans le milieu le plus réfringent : l'eau qui se trouve donc en zone B.
4. $\sin(i_B) = \frac{1}{1,33}$ donc $i_B = 48,75^\circ$

5. L'angle limite de réfraction se trouve toujours dans le milieu le plus réfringent (de plus grand indice n').

Exercice 3 :

- a) Voir schéma ci-contre



- b) Seconde loi de la réfraction de Descartes

$$n_1 \sin \hat{i}_1 = n_2 \sin \hat{i}_2$$

- c) calcul de l'angle d'incidence permettant d'obtenir un angle de réfraction $i_2 = 20^\circ$.

D'après la loi de Descartes précédente :

$$\sin \hat{i}_1 = \frac{n_2 \sin \hat{i}_2}{n_1}$$

Application numérique :

- $n_1 = 1,00$ (milieu 1 = air)
- $n_2 = 2,43$ (milieu 2 = diamant)
- $i_2 = 20^\circ$

$$\sin \hat{i}_1 = \frac{2,43 \times \sin(20)}{1,00}$$

$$\sin \hat{i}_1 = 0,83$$

On recherche ensuite à l'aide de la calculatrice l'angle qui a pour sinus 0,83

On trouve :

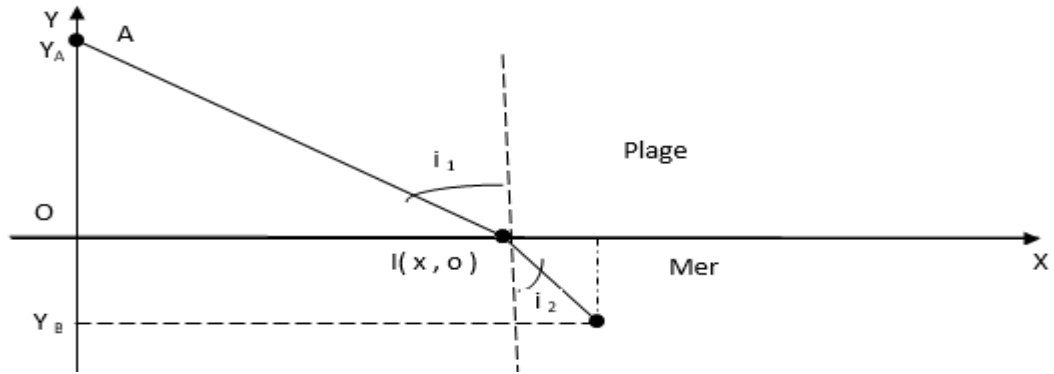
$$\hat{i}_1 = 56^\circ$$

On vérifie encore que le second milieu étant plus réfringent que le premier, la déviation du rayon est tel que le rayon réfracté se rapproche de la normale

$$\hat{i}_2 < \hat{i}_1$$

Exercice 4 :

1. On choisit un repère qui simplifie le problème : on fait passer l'axe des abscisses par la droite qui sépare la plage de la mer et l'axe des ordonnées par le point A, position initiale du maître-nageur. Dans un tel repère, les points A et B ont alors les coordonnées $A(0, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$. La trajectoire du maître-nageur va être constituée de deux portions rectilignes AI et IB, où I $(x, 0)$ désigne le point où le maître-nageur se met à nager. On peut remarquer que la distance AI sera plus grande que la distance IB puisque le maître-nageur va certainement plus vite en courant qu'en nageant !



Le temps T mis par le maître-nageur pour aller de A à B est alors :

$$T = \frac{AI}{v_1} + \frac{IB}{v_2}$$

En développant les valeurs de AI et IB, on obtient la dépendance suivante de $T = T(x)$ en fonction de l'abscisse x de I :

$$T(x) = \frac{1}{v_1} (\sqrt{x^2 + Y_A^2}) + \frac{1}{v_2} (\sqrt{(X_B - x)^2 + Y_B^2})$$

2. L'extremum de $T(x)$ est atteint lorsque sa dérivée par rapport à x est nulle. Or :

$$\frac{dT}{dx} = \frac{x}{v_1 \sqrt{x^2 + Y_A^2}} - \frac{1(X_B - x)}{v_2 \sqrt{(X_B - x)^2 + Y_B^2}}$$

3. En remarquant que :

$$\frac{x}{v_1 \sqrt{x^2 + Y_A^2}} = \frac{x}{AI} = \sin \hat{i}_1 \text{ et } \frac{(X_B - x)}{v_2 \sqrt{(X_B - x)^2 + Y_B^2}} = \frac{X_B - x}{IB}$$

(où les angles i_1 et i_2 , par analogie avec l'optique (voir figure ci-dessus), peuvent être appelés angle d'incidence et angle de réfraction), la condition d'un temps extremum mis par la lumière (soit $dT/dx = 0$) s'exprime alors sous la forme :

$$\frac{1}{v_1} \sin(\hat{i}_1) = \frac{1}{v_2} \sin(\hat{i}_2)$$

Il suffit que les angles d'incidence et de réfraction remplissent cette condition pour que le chemin parcouru par le maître-nageur soit effectivement celui qui prend le moins de temps. Il est en effet évident que ce temps extrémal correspond bien à un minimum ; en effet, la distance AI et donc le temps T peut être facilement rendus très grands si le maître-nageur, manquant alors assurément de conscience professionnelle, décidait d'aller par exemple faire des courses avant de porter secours au pauvre vacancier !

4. Cas de la lumière et lois de Snell-Descartes :

On considère deux milieux (M_1) et (M_2) d'indices de réfraction respectifs n_1 et n_2 . Soient deux points A et B situés respectivement dans le milieu d'indice n_1 (le point A) et dans le milieu d'indice n_2 (le point B). Le principe de Fermat permet d'affirmer que le chemin

emprunté par la lumière pour aller de A à B est tel que le temps mis pour le parcourir est extremum (le plus souvent minimum).

Par application de ce principe, un raisonnement similaire à celui effectué dans le cas du chemin suivi par le maître-nageur, permet de démontrer la loi de la réfraction énoncée, vers 1620, par les physiciens Snell et Descartes : $n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$, où i_1 et i_2 sont respectivement les angles d'incidence et de réfraction (on rappelle que l'indice d'un milieu permet de connaître la vitesse v de la lumière dans ce milieu en fonction de celle dans le vide c ; $v = c/n$).

Exercice 5 :

- Dans l'eau, le rayon aura parcouru une distance $D = 1,33 \times 5 = 6,65$ cm.
- Dans l'air, le rayon aura parcouru une distance $D' = 1 \times 5 = 5$ cm.

Donc le rayon aura parcouru un chemin optique plus long dans l'eau que dans l'air.

Exercice 6 :

1. Le principe de Fermat peut s'exprimer comme suit :

« La lumière se propage d'un point à un autre sur des trajectoires telles que la durée du parcours est minimale ».

2. La lumière se propage en ligne droite si ce milieu est homogène et isotrope.

3. le chemin optique L_{AB} pour un rayon allant du point A au point B dans l'air, assimilé ici au vide est :

$$L_{AB} = n_0 AB = AB$$

4. le nouveau chemin optique L'_{AB} .

$$L_{AB} = n_0 (AB - e) + n e = AB + (n-1) e$$

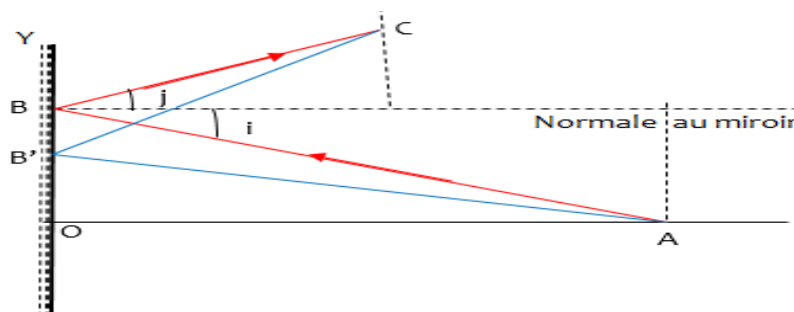
Application numérique : $AB = 1$ cm, $e = 2$ mm $N = 1,5$.

- a. Le calcul des chemins optiques avec et sans lame de verre.

$$L_{AB} = 1 \text{ cm et } L'_{AB} = 1,1 \text{ cm}$$

- b. Il faut ajouter $L'_{AB} - L_{AB} = 1$ mm d'air pour compenser la lame de verre.

Exercice 7 :



1. Ce tracé approximatif montre qu'il existe un chemin pour lequel le chemin optique est minimum. Pour ce chemin, on a : $i = j$. On se propose ensuite de démontrer rigoureusement ce résultat.

2. Exprimer les distances AB et BC en fonction des coordonnées des points.

$$AB = \sqrt{X_A^2 + y^2}$$

$$BC = \sqrt{X_C^2 + (y_c - y)^2}$$

3. En déduire l'expression du chemin optique L_{AC} en fonction des coordonnées des points.

$$L_{AB} = \sqrt{X_A^2 + y^2} + \sqrt{X_C^2 + (y_c - y)^2}$$

4. D'après le principe de Fermat, le trajet réel du rayon est celui pour lequel le chemin optique est extrémal. Démontrer l'expression suivante :

$$\frac{dL_{AB}}{dy} = \frac{y}{AB} - \frac{y_c - y}{BC} = 0$$

5. Exprimer $\sin i$ et $\sin j$ en fonction de AB et BC.

$$\sin(i) = \frac{y}{AB}$$

$$\sin(j) = \frac{y_c - y}{BC}$$

6. En déduire la loi de Descartes en réflexion.

$$\sin(i) = \sin(j) \text{ donc } i = j$$

Exercice 8 :

1. Un rayon incurvé de la sorte peut exister dans un milieu hétérogène. Exemple du mirage.

2. Le principe du retour inverse de la lumière implique le trajet retour est identique.

C H A P I T R E 3

ELEMENTS A FACES PLANES

Exercice 1 :

La figure correspondante à l'énoncé ci-dessous montre une lumière incidente sur une lame à faces parallèles de verre d'indice n_1 , entourée par l'air d'indice n_2

- 1- Appliquons les lois de Snell-Descartes à la première interface

$$1 \cdot \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

$$\text{Alors } \sin i_2 = \frac{1}{n_2} \sin i_1 = \frac{1}{1,5} \sin 60^\circ = 0,577 \Rightarrow \hat{i}_2 = 35,3^\circ \approx 35^\circ$$

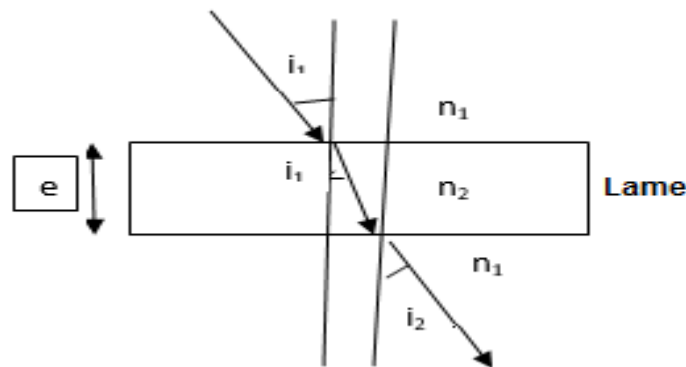
- 2- Appliquons les lois de Snell-Descartes à la deuxième interface

$$\text{où } i_2 = i_2', \text{ nous obtenons } n_2 \cdot \sin i_2 = 1 \sin i_2',$$

$$\text{ceci nous donne : } \sin i_2' = 1,5 \sin 35,3^\circ = 0,866$$

$$\text{Donc } i_2' = 60^\circ$$

Ce qui veut dire que la lumière émerge parallèlement à sa direction initiale.



Exercice 2

$$n_1 \sin i = n_2 \sin 90^\circ \Rightarrow 1,33 \sin i_{lim} = 1 \cdot 1 \Rightarrow \sin i_{lim} = \frac{1,00}{1,33} \Rightarrow i_{lim} = \left(\frac{1,00}{1,33} \right) = 48,75^\circ$$

Exercice 3 :

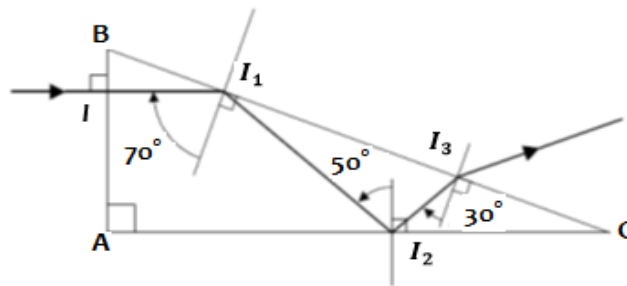
- a- Un rayon réfléchi fait avec la normale un angle égal à l'angle d'incidence, c'est à dire ici 15° .

Pour le passage du milieu 1 au milieu 2. La loi de Snell-Descartes

- b- Pour le passage du milieu 1 au milieu 2. La loi de Snell-Descartes :

$$1 \cdot \sin i_1 = n_2 \sin i_2 \Rightarrow 1 \cdot \sin 15^\circ = 1,33 \sin i_2 \Rightarrow \hat{i}_2 = 11,2^\circ$$

Exercice 4 : Prisme



1. Calculons l'angle critique pour le passage du verre dans l'air :

$$\sin i_c = \frac{n_{air}}{n_{verre}} \quad \text{d'où : } i_c = 41^\circ$$

En I_1 , l'angle d'incidence est supérieur à l'angle critique : $70^\circ > i_c = 41^\circ$
Il ya donc réflexion totale en I_1 .

En I_2 , l'angle d'incidence est supérieur à l'angle critique : $50^\circ > i_c$
Il ya donc réflexion totale en I_2 .

En I_3 , l'angle d'incidence est supérieur à l'angle critique : $30^\circ > i_c$
Il ya donc réflexion partielle en I_3 .

Finalement la lumière sort du prisme en I_3

2. La condition pour avoir réflexion totale En I_1 est : $70^\circ > i_c = \arcsin\left(\frac{n'}{n}\right)$
 $n' < n \sin 70^\circ \quad n' < 1,410$

La condition pour avoir réflexion partielle En I_2 est : $50^\circ < i_c$

$$n' > n \sin 50^\circ \quad n' > 1,149$$

Il faut donc que :

$$1,149 < n' < 1,410$$

En résumé :

$$n' > 1,149 : \text{ sortie en } I_1$$

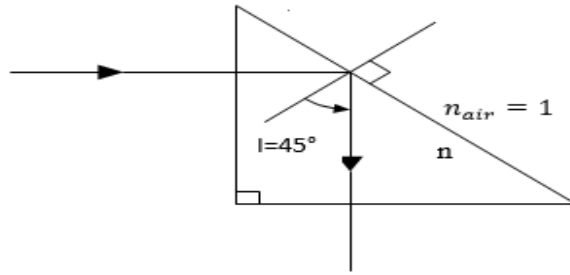
$$1,149 < n' < 1,410 : \text{ sortie en } I_2$$

$$I < n' < 1,149 : \text{ sortie en } I_3$$

Exercice 5 : Prisme

1. Pour qu'il y ait réflexion totale il faut deux conditions :

$$n' > n_{air} \quad \text{et } i > i_c \text{ (voir le schéma)}$$

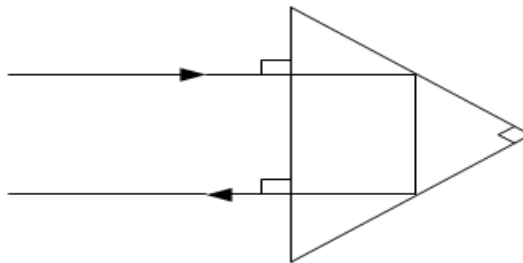


i_c : désigne l'angle critique avec, $i_c = \frac{n_{air}}{n}$

$$i_c < 45^\circ \Rightarrow n > \frac{n_{air}}{\sin 45^\circ} = \sqrt{2} = 1,41$$

Il ya une réflexion totale si $n > 1,41$

2. Le prisme se comporte alors comme un miroir (voir le schéma ci-dessous)



C H A P I T R E 4

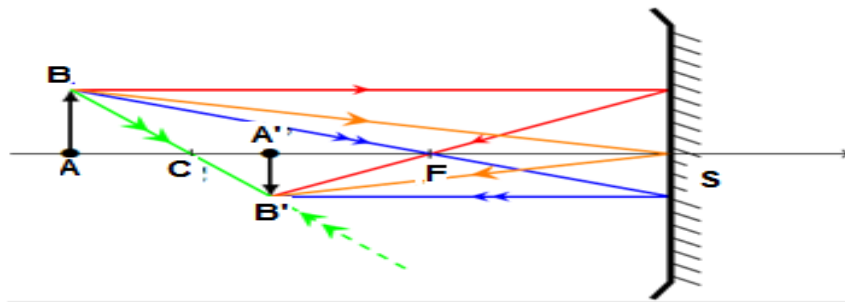
ELEMENTS A FACES SPHERIQUES MIROIRS

Exercices :

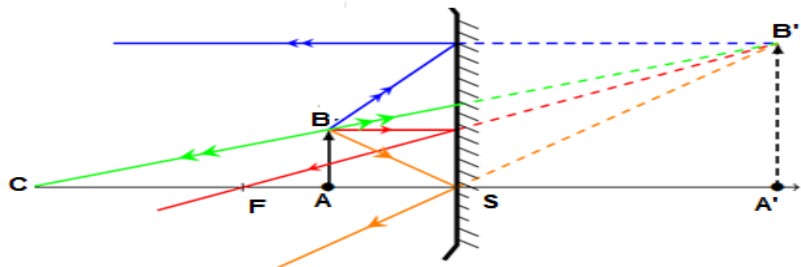
Exercice 1 :

1. a- Miroir concave , formation des images.

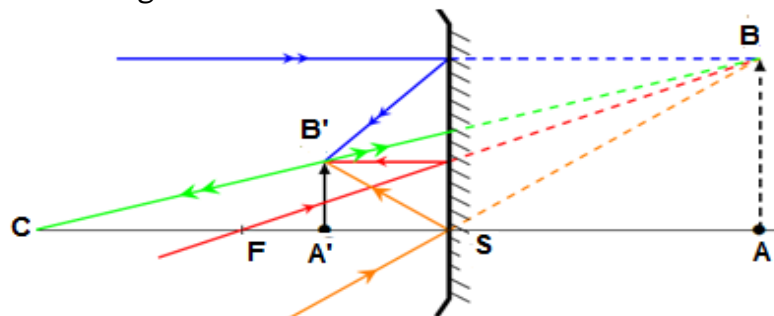
a) objet réel et image réelle



b) objet réel et image virtuelle

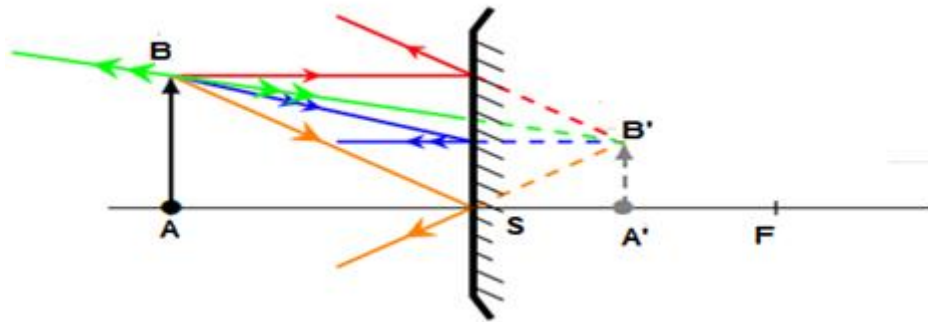


c) objet virtuel et image réelle

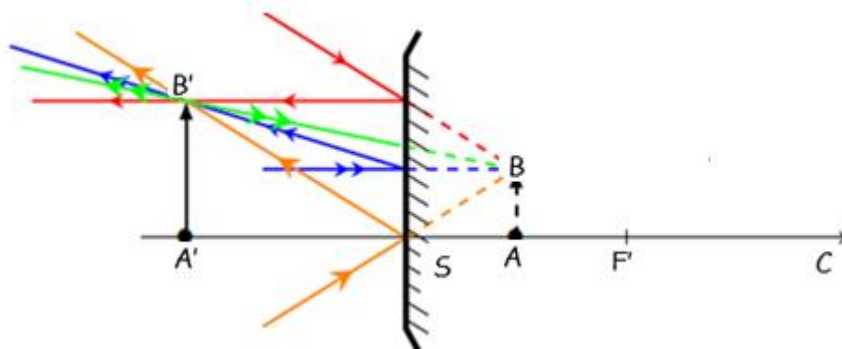


b- Miroir convexe

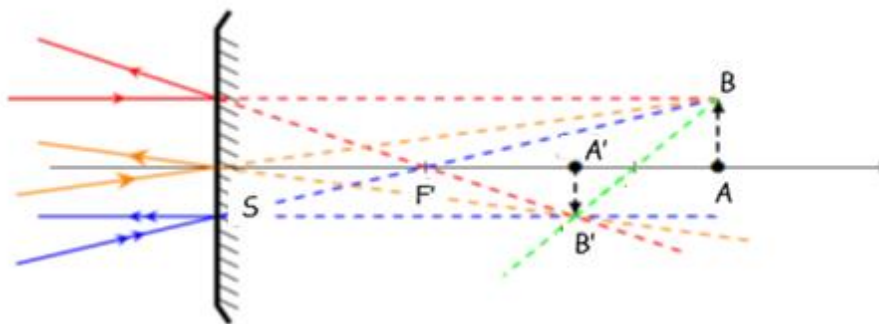
a) objet réel et image virtuelle



b) objet virtuel et image réelle



c) objet virtuel et image virtuelle



Exercice 2 :

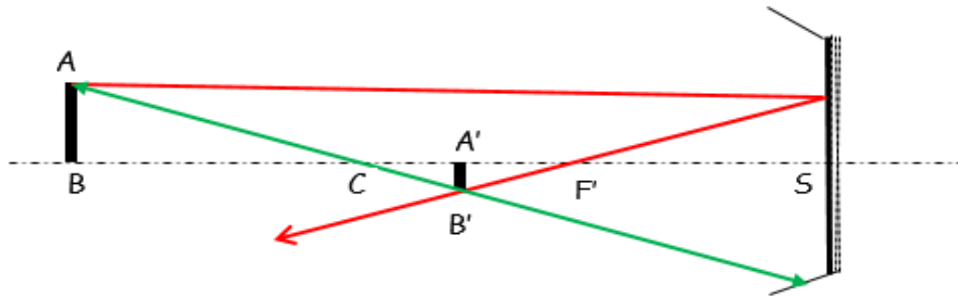
Le miroir étant concave, il a un rayon de courbure négatif. On a donc

a) • 1,4 m

$P = -1,4\text{m}$.

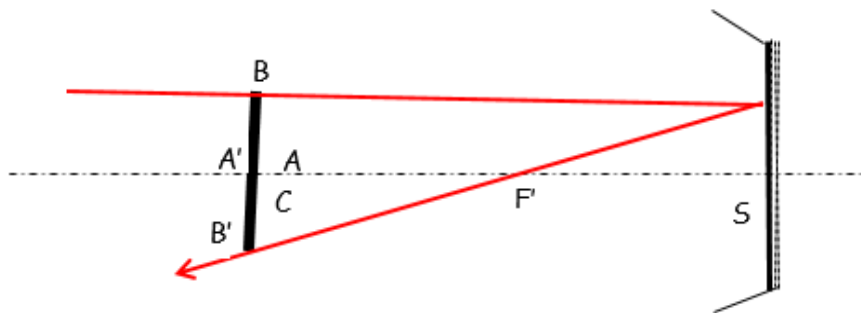
La formule de conjugaison donne $p' = -77,7\text{ cm}$. La formule de grandissement donne $\gamma = -0,55$, et $\overline{A'B'} = \gamma \overline{AB} = -1,11\text{ cm}$. L'image est réelle, réduite et renversée.

Pour la construction, on calcule $\overline{sf} = f' = \frac{r}{2} = -0,5\text{m}$.



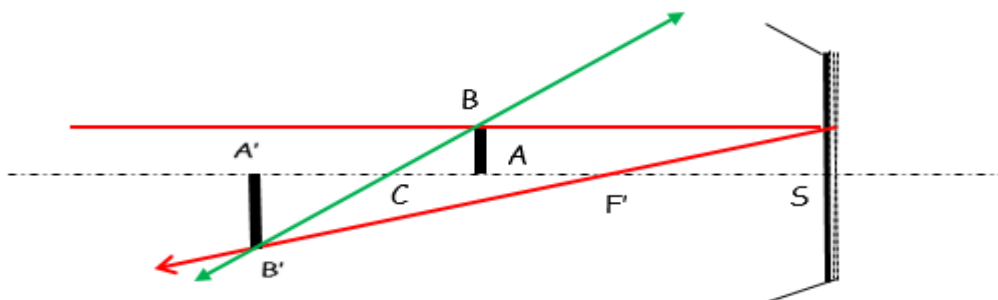
b) 1m,

$p = -1\text{m}$ (l'objet est en C). On trouve $p' = -1\text{m}$, $\gamma = -1$ et $\overline{A'B'} = \gamma \overline{AB} = -2\text{ cm}$. L'image est réelle et renversée, de même taille que l'objet



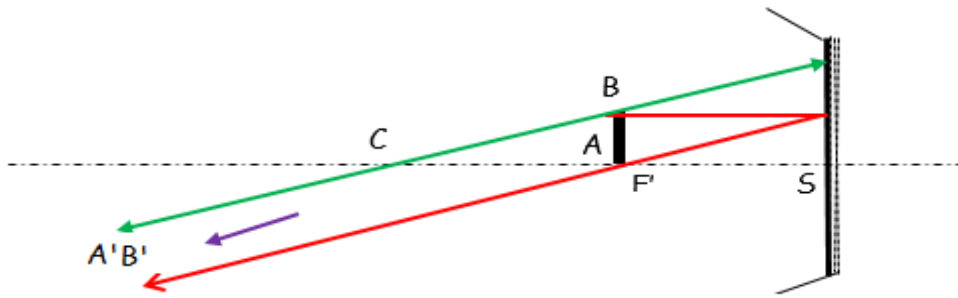
c) $\cdot 0,8\text{ m}$,

Si $p = -0.8\text{ m}$, $p' = -1.33\text{ m}$, $\gamma = -1.66$, et $\overline{A'B'} = -3.33\text{ cm}$. L'image est réelle, agrandie et renversée



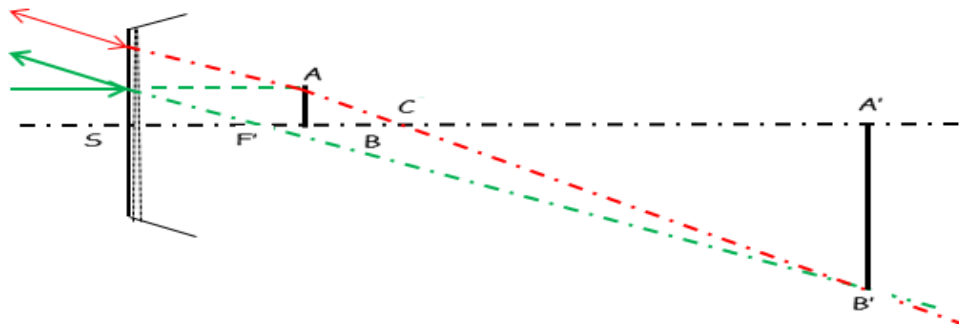
d) $\cdot 0,5\text{ m}$,

Si $p = -0,5\text{m}$, l'objet est en F, p et γ sont infinis. L'image est réelle et renversée, renvoyée à l'infini



e) objet virtuel à 60 cm du sommet.

Si $p = +0,6\text{m}$, $p' = 3\text{ m}$, $\gamma = -10$ et $\overline{A'B'} = -20\text{ cm}$. L'image est droite, renversée et réelle.



Exercice 3 :

Solution :

1. La position du foyer F.

Le foyer F du miroir sphérique convexe se trouve au milieu du segment $[\overline{SC}]$ et $\overline{SF'} = 15\text{ cm}$.

2. Déterminer l'image $\overline{A'B'}$ de l'objet \overline{AB} en précisant sa position, son grandissement, sa taille et sa nature dans le cas où $\overline{SA} = -30\text{ cm}$.

- La position de A' est obtenue à partir de la formule de conjugaison :

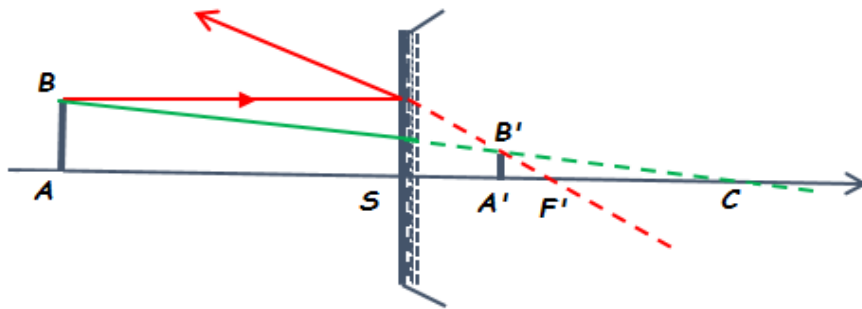
$$\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{1}{\overline{OF'}} = \frac{2}{\overline{SC}} = \frac{1}{\overline{sf'}}$$

- le grandissement est donné par : $\gamma = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$; Ainsi :

$\overline{SA} = -30\text{ cm}$. On trouve $\overline{SA'} = 10\text{ cm}$, $\gamma = \frac{1}{3}$ et $\overline{A'B'} = 0,33\text{ cm}$.

- L'image est virtuelle, droite et plus petite que l'objet.

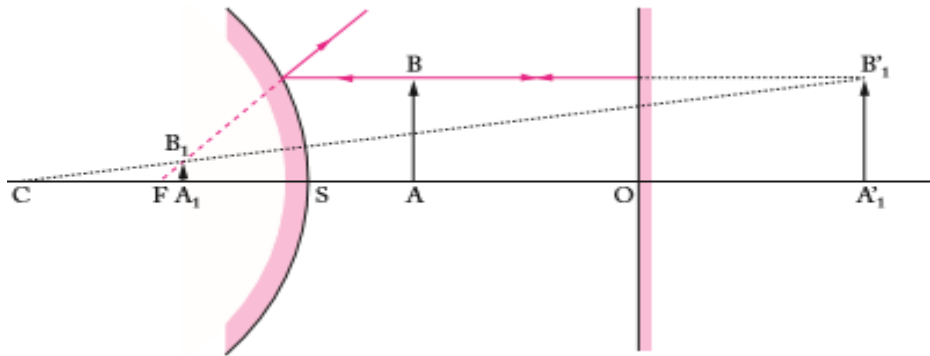
3. Construction de l'image (Schéma) :



Exercice 4 :

En déduire le rayon du miroir convexe $R = -\overline{SC}$

Voir le schéma ci-dessous



Solution :

L'image A' de A par le seul miroir plan vérifie

On a donc :

$$\overline{OA'} = \overline{AO}$$

$$\overline{AA'} = 2d_1$$

L'image A'' de A par le seul miroir convexe est telle que :

$$\frac{1}{SA''} + \frac{1}{SA} = -\frac{2}{R}$$

$$\text{Soit : } \overline{SA''} = -\frac{RSA}{R+2SA} = \frac{Rd_2}{R+2d_2}$$

deux images sont à égale distance de A si $\overline{AA''} = \overline{AA'}$, soit

$$d_1 = \frac{d_2(R + d_2)}{R + 2d_2}$$

On écrit cette condition en fonction de R :

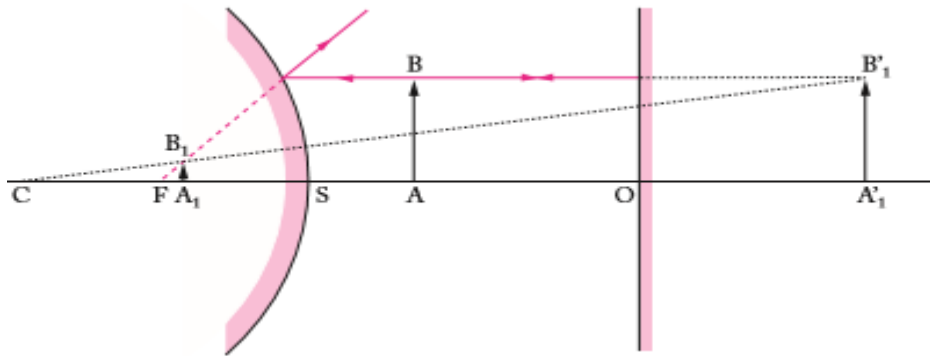
$$R = \frac{d_2(d_2 - 2d_1)}{d_1 - d_2}$$

Application numérique R= 80 cm.

Exercice 5 :

1) L'image A'₁ de A par le miroir plan est telle que :

$$\overline{AO} = \overline{OA'_1}$$



1) **L'image est droite et plus petite** L'image A₁ de A par la succession miroir plan/miroir convexe coïncide avec l'image de A'₁ par le miroir convexe. La relation de conjugaison du miroir convexe permet de déterminer la position de A₁B₁ :

$$\frac{1}{\overline{SA_1}} + \frac{1}{\overline{SA'_1}} = -\frac{2}{R}$$

On obtient :

$$\begin{aligned} \overline{SA_1} &= \frac{R\overline{SA'_1}}{R + 2\overline{SA'_1}} = -\frac{R(\overline{SO} + \overline{OA'_1})}{R + 2} \\ \overline{SA_1} &= -\frac{R(D + x)}{R + 2(D + x)} \end{aligned}$$

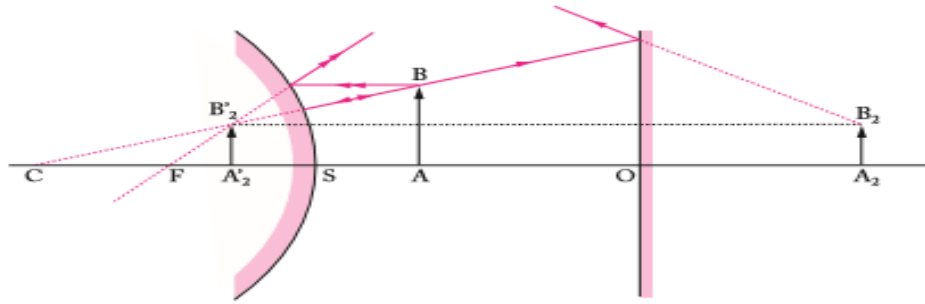
On en déduit la distance OA'₁ : $\overline{OA'_1} = -D - \frac{R(D+x)}{R+2(D+x)}$

$$\overline{OA_1} = \frac{x(2D + R) + 2D(D + R)}{R + 2(D + x)}$$

Le grandissement Y₁ par le système (miroir convexe + miroir plan) est donné par :

$$Y_1 = -\frac{\overline{SA_1}}{\overline{SA'_1}} = \frac{R}{R + 2(D + x)}$$

que l'objet.



Déterminons la position de l'image A'2 de A par le miroir convexe :

$$\frac{1}{\overline{SA'2}} + \frac{1}{\overline{SA}} = -\frac{2}{R}$$

$$\overline{SA'2} = \frac{R\overline{SA}}{R + 2\overline{SA}} = -\frac{R(D-x)}{R + 2(D-x)}$$

$$\overline{OA'2} = -D - \frac{R(D-x)}{R + 2(D-x)}$$

On en déduit la distance OA'2 :

$$\overline{OA'2} = \frac{-x(2D + R) + 2D(D + R)}{R + 2(D - x)}$$

L'image définitive A2B2 est l'image de A'2B'2 à travers le miroir plan :

$$\overline{A'2O} = \overline{OA2}$$

On a donc :

$$\overline{OA2} = \frac{-x(2D + R) + 2D(D + R)}{R + 2(D - x)}$$

Par conséquent,

$$\overline{SA2} = D + \frac{-x(2D + R) + 2D(D + R)}{R + 2(D - x)}$$

$$\overline{SA2} = \frac{-x(4D + R) + D(4D + 3R)}{R + 2(D - x)}$$

2) Le grandissement γ_2 par le système (miroir convexe + miroir plan) est donné par :

$$\gamma_2 = -\frac{\overline{SA'2}}{\overline{SA}} = \frac{R}{R + 2(D - x)}$$

L'image est droite et plus petite que l'objet.

Exercice 5 :

Solution :

1) Déterminons la position de l'image par le miroir convexe :

Evaluons la position de l'image à partir de l'équation du miroir sphérique :

$$\frac{1}{p'} + \frac{1}{p} = \frac{1}{F'} = \frac{1}{p'} + \frac{1}{p} = \frac{1}{R/2} \quad \text{remplacer } F' = R/2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{2}{R} - \frac{1}{p} \quad \text{isoler } \frac{1}{p'}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{2}{-8cm} - \frac{1}{4cm} \quad \text{objet réel : } P > 0, \text{ miroir convexe : } R < 0$$

$$\frac{1}{p'} = -0,5 \text{ cm}^{-1}, \text{ calcul}$$

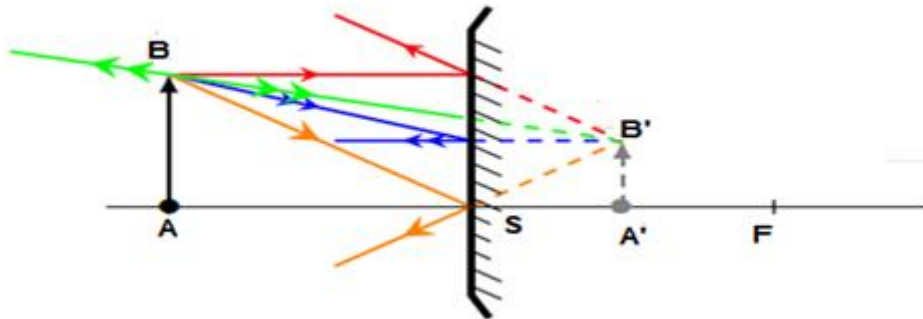
$$P' = -2cm \quad \text{inversion, image virtuelle car } P' < 0$$

Evaluons la distance entre l'image et l'axe optique (taille de l'image)

$$\frac{\gamma_i}{\gamma_o} = -\frac{P'}{P} \Rightarrow \frac{\gamma_i}{4mm} = -\frac{(-2cm)}{4cm} \quad \text{remplacer valeurs}$$

$$\gamma_i = 2mm, \text{ image non inversée car } \gamma_i > 0$$

2) Tracer les rayons principaux



Exercice 6 :

Solution :

1) Déterminons la position de l'image par le miroir concave :

Evaluons la position de l'image à partir de l'équation du miroir sphérique :

$$\frac{1}{p'} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f'} = \frac{1}{p'} + \frac{1}{p} = \frac{1}{R/2} \quad \text{remplacer } F' = R/2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{2}{R} - \frac{1}{p} \quad \text{isoler } \frac{1}{p'}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{2}{8} - \frac{1}{12} \quad \text{objet réel : } P > 0, \text{ miroir concave : } R > 0$$

$$\frac{1}{p'} = 0,1667, \text{ calcul}$$

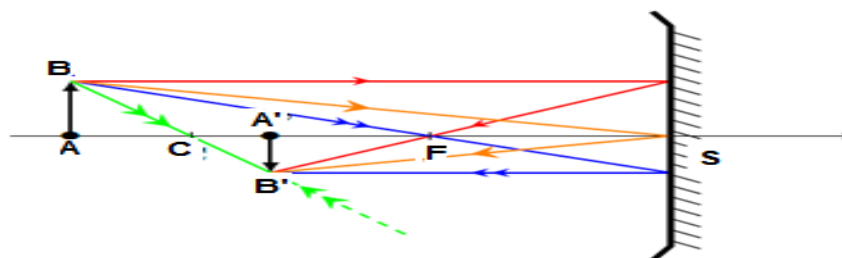
$$P' = 6cm \quad \text{inversion, image réelle car } P' > 0$$

Evaluons la distance entre l'image et l'axe optique (taille de l'image)

$$\frac{\gamma_i}{\gamma_o} = -\frac{P'}{P} \Rightarrow \frac{\gamma_i}{4mm} = -\frac{6cm}{12cm} \quad \text{remplacer valeurs}$$

$$\gamma_i = -2mm, \text{ image inversée car } \gamma_i < 0$$

2) Tracer les rayons principaux



C H A P I T R E 4

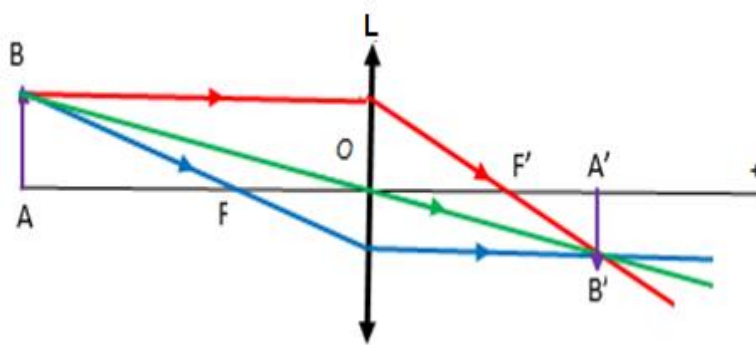
ELEMENTS A FACES SPHERIQUES

LENTILLES

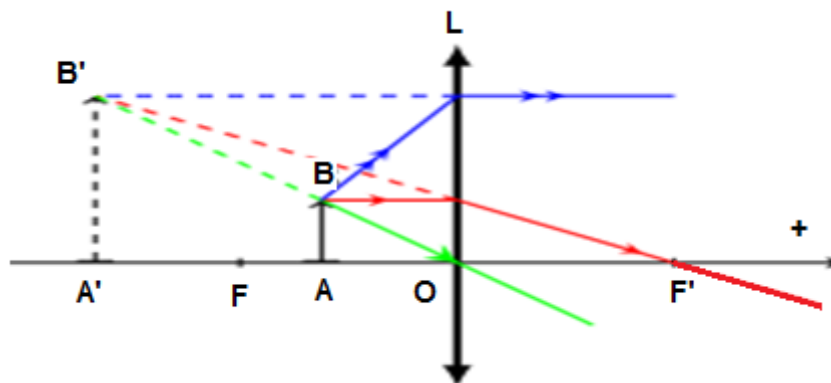
Exercice 1 : Les lentilles convergentes et divergentes

Solution :

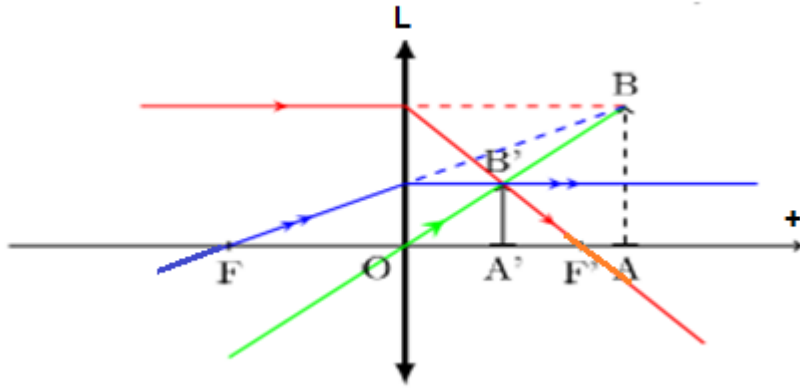
1. Construction de l'image par une lentille convergente d'un objet
 - a- Un objet réel, image renversée droite



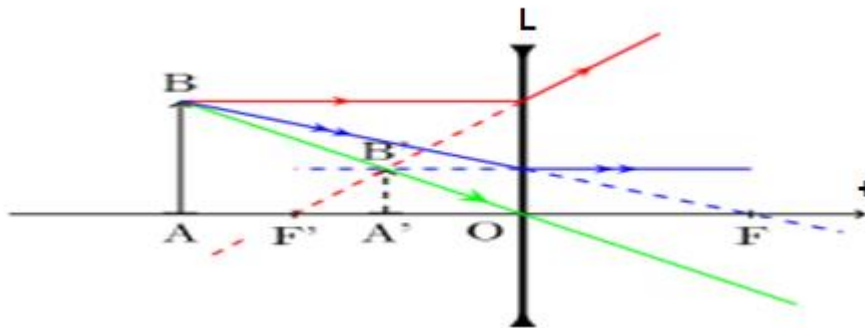
- b- Objet réel, image virtuelle



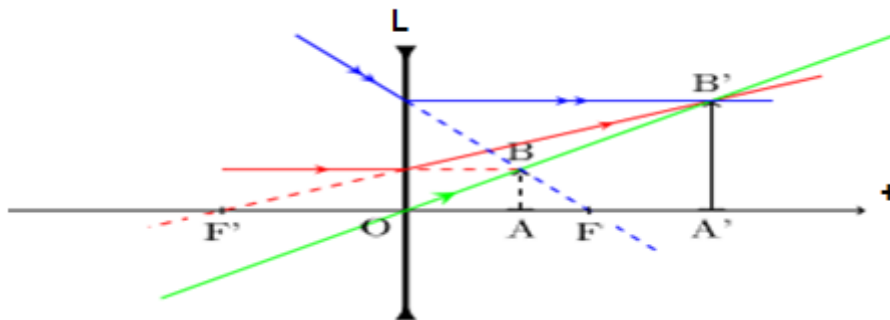
- c- Objet virtuel, image réelle



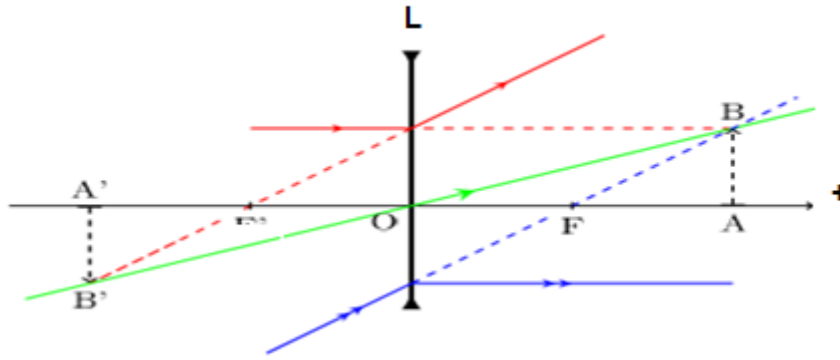
2. Construction de l'image par une lentille divergente d'un objet
a- Un objet réel, image virtuelle droite



b- Un objet virtuel, image réelle droite



c- Un objet virtuel, image virtuelle renversée



Exercice 2 : Les lentilles convergentes

Solution

a) la distance focale de la lentille

$$\overline{OA} = -20\text{cm} \text{ et } \overline{OA'} = -6\text{cm}$$

La relation de conjugaison : $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{OF'} \Rightarrow \frac{1}{OF'} = \frac{\overline{OA} - \overline{OA'}}{\overline{OA'} \times \overline{OA}}$

donne $\overline{OF'} = \frac{\overline{OA} \times \overline{OA'}}{\overline{OA'} - \overline{OA}} = -8,57\text{cm}$.

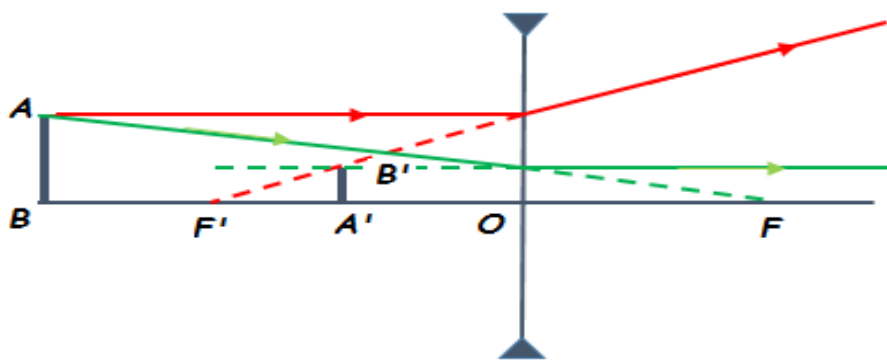
b) C'est une lentille divergente, $\overline{OF'} < 0$

c) Le grandissement est donné par :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{OA'}{OA} = \frac{-6}{-20} = 0,3 \Rightarrow \overline{A'B'} = \gamma \times \overline{AB} = 0,12 \text{ cm}$$

d) C'est une image virtuelle, droite et réduite de 0,3 fois

e) Schéma



C H A P I T R E 4

ELEMENTS A FACES SPHERIQUES DIOPTRES

Exercice 1 :

1. Dans un dioptré sphérique, l'un des foyers peut-il être confondu avec le centre de courbure ?

c) **Jamais.**

2. L'œil est assimilé à un dioptré sphérique d'indice $n' = 1,33$ et de rayon de courbure $r = 6 \text{ mm}$

f) 24 mm

3. Un dioptré convexe d'indice n' , est convergent dans l'air. Plongé dans l'eau d'indice $n = 4/3$, il devient divergent

c) $n' < 4/3$

4. Un dioptré sphérique convergent est retourné. Reste-t-il convergent ?

a) **Oui**

5. Une lentille convergente peut donner d'un objet réel une image

a) **Réelle.**

b) **Virtuelle**

c) **À l'infini**

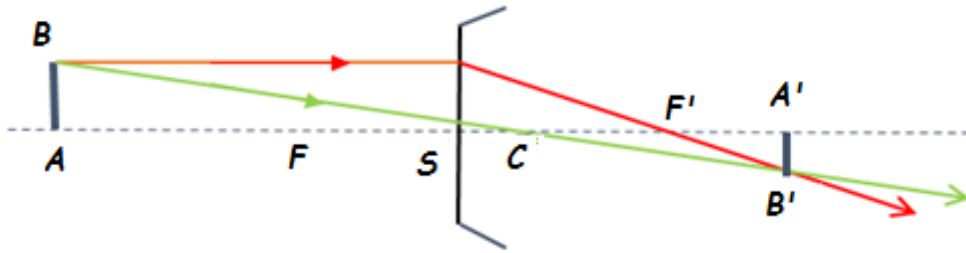
6. Une lentille convergente est retournée

a) **elle reste convergente**

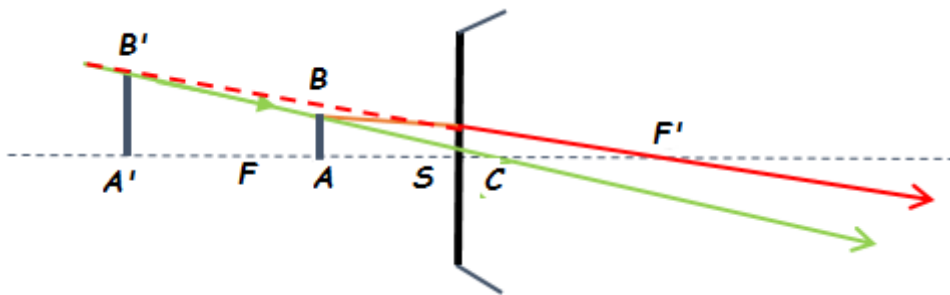
Exercice 2 :

- a) r est positif, le dioptré est convergent. On a alors $SF = f = -2r = -20 \text{ cm}$ et $SF' = f' = 3r = 30 \text{ cm}$.

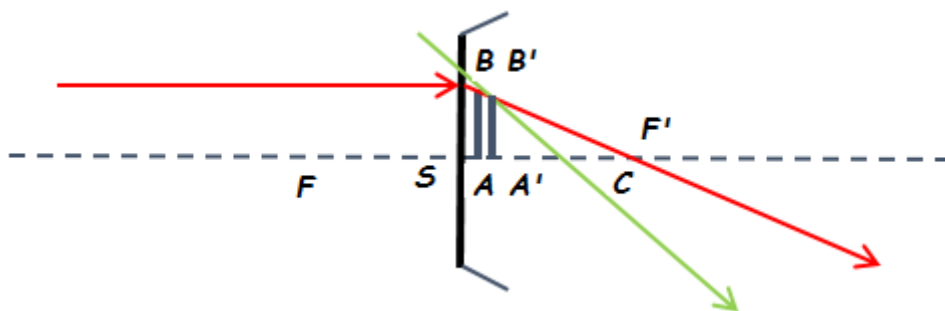
Si $p = -60 \text{ cm}$, $p' = 45 \text{ cm}$. L'image est réelle et renversée



b) Si $p = -10$ cm, $p' = -30$ cm. L'image est virtuelle dans le même sens que l'objet

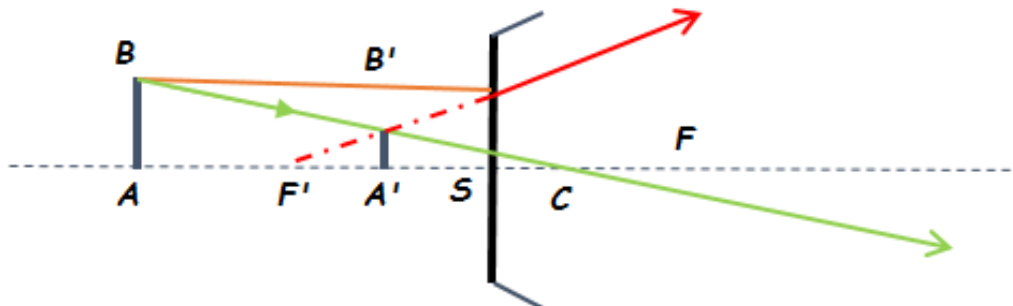


c) Si $p = 5$ cm, $p' = 6$ cm. L'objet est virtuel et l'image réelle



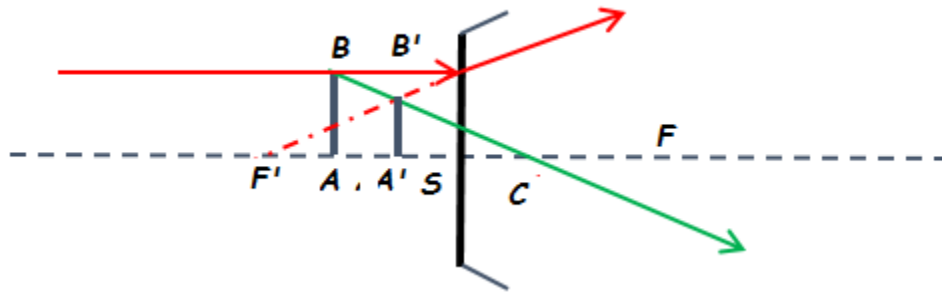
Si l'on inverse les indices, $f' = -20$ cm et $f = 30$ cm. Le dioptre est divergent.

a) Si $p = -60$ cm, $p' = -13,33$ cm. L'objet est réel et l'image virtuelle dans le même sens que l'objet.



b) Si $p = -10$ cm, $p' = -5$ cm. L'objet est réel et l'image est virtuelle dans le même

sens que l'objet



c) Si $p=5$ cm, $p'=4$ cm. L'objet est virtuel et l'image réelle

Exercice 3 :

a) Relation de conjugaison : $\frac{n'}{p'} = \frac{n}{p} = \frac{n'-n}{r}$

Grandissement transversal : $Y = \frac{np'}{n'p}$

Distance focale image : $f' = \frac{n'r}{n'-n}$

Distance focale objet : $f = -\frac{nr}{n'-n}$

b) On obtient :

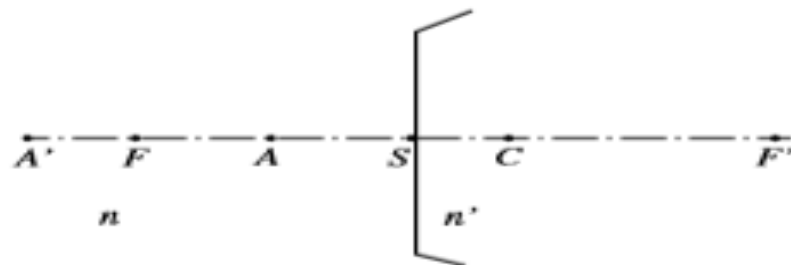
$$y = 2 = \frac{3p'}{4p} \Rightarrow p' = \frac{8}{3} p$$

On remplaçant : $p' = \frac{8}{3} p$ dans la relation de conjugaison on trouve :

$$\frac{4}{3p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{3r} = \frac{1}{2p} - \frac{1}{p} = -\frac{1}{2p} \Rightarrow p = -\frac{3r}{2}$$

p est négatif, L'objet est réel et l'image est virtuelle. Donc $r > 0$, $r=4$ cm, $p=-6$ cm et $p'=-16$ cm.

c) $f' = 16$ cm et $f = -12$ cm. Le dioptré est convergent et convexe.



C H A P I T R E 5

L'œil et les instruments optiques

Exercice 1 :

1. Dans l'œil, la convergence d'un rayon incident est assurée par
a- la **cornée et le cristallin**

2. Un œil myope

a- **converge trop**

3. Le foyer d'un œil hypermétrope est

b- derrière la rétine

4. Un œil peut être

a- myope et presbyte

c- myope

4. Un œil a une vergence de 60δ et une amplitude d'accommodation de 5δ . Son punctum proximum est situé à

a- 20 cm

4. Un œil a une vergence de 63δ et une amplitude d'accommodation de 3δ . Cet œil est

a- myope

c- presbyte

5. Un individu qui porte des lunettes pour lire son journal est

b- hypermétrope

c- presbyte

Exercice 2 :

L'image définitive nette doit se former sur la rétine soit à environ $0,017 \text{ m}$ derrière la pupille.

- **Œil myope :**

$$\text{Vergence maxi de l'œil myope} = \frac{1}{0,017} - \frac{1}{-0,1} = 69,8 \text{ dioptries}$$

$$\text{Vergence minimale œil myope} = \frac{1}{0,017} - \frac{1}{-1} = 59,8 \text{ dioptries}$$

Œil et lentille sont équivalents à deux lentilles accolées : les vergences s'ajoutent

Après correction la vergence du système œil + lentille est : vergence maxi : $69,8 - 1 = 68,8$ dioptries

Vergence mini : $58,8$ dioptries.

Distance minimale PP : écrire la formule de conjugaison, l'image est sur la rétine :

$$\frac{1}{0,017} - \frac{1}{pp} = 68,8 \text{ D'où } pp = 0,11 \text{ m.}$$

$$\text{Distance maxi PR : } \frac{1}{0,017} - \frac{1}{pR} = 58,8$$

D'où PR tend vers l'infini

- **Œil hypermétrope :**

Vergence minimale œil hypermétrope : objet virtuel au PR et image sur la rétine

Vergence œil non corrigé : utiliser la formule de conjugaison

$$\frac{1}{0,017} - \frac{1}{0,2} = 53,8 \text{ dioptries}$$

Après correction la vergence du système œil + lentille est notée C

Objet à l'infini et image sur la rétine donc $C = \frac{1}{0,017} = 58,8$ dioptries.

Vergence de la lentille + vergence de l'œil non corrigé = 58,8

Vergence lentille = 58,8 - 53,8 = 5 dioptries.

Nouvelle valeur du PP (œil corrigé) :

Vergence maximale œil hypermétrope : objet au PP et image sur la rétine

Vergence maxi œil non corrigé : utiliser la formule de conjugaison

$$\frac{1}{0,017} - \frac{1}{-0,6} = 60,4 \text{ dioptries}$$

Après correction : 65,4 dioptries

$$65,4 = \frac{1}{0,017} - \frac{1}{p'} \text{ soit } p' = 15 \text{ cm.}$$

- **Œil presbyte :**

Utiliser la formule de conjugaison : image sur la rétine et objet à 50 cm

$$\text{Vergence œil presbyte} = \frac{1}{0,017} - \frac{1}{-0,5} = 60,8 \text{ dioptries}$$

Après correction : vergence de l'ensemble (œil + lentille) :

Utiliser la formule de conjugaison : image sur la rétine et objet à 25 cm

$$\frac{60,8}{0,017} - \frac{1}{-0,25} = 62,8 \text{ dioptries}$$

Vergence lentille = 2 dioptries

Exercice 3 :

a) P' est fixe à la différence lentille-rétine et f' varie selon la position de l'objet que l'on regarde. En vision à l'infini, $\frac{1}{p} = 0$. La formule de conjugaison des lentilles minces donne alors $p' = f' = 25 \text{ mm}$

b) En vision de près, lorsque $p = -20 \text{ cm}$, $p' = 25 \text{ mm}$, $\frac{1}{p'} - \frac{1}{n'p} = \frac{1}{f'}$, ce qui donne $f' = 22,8 \text{ mm}$

c) $\Phi = \frac{1}{f'}$ en dioptries, c'est-à-dire en m^{-1} . Dans le cas :

a) $\Phi = 53,2 \delta$

b) $\Phi = 58,28\delta$.

Exercice 4 :

Au punctum proximum, on a : $\frac{1}{p'} - \frac{1}{np_{PP}} = \frac{\Phi_{PP}}{n}$

et au punctum remotum, $\frac{1}{p'} - \frac{1}{np_{PR}} = \frac{\Phi_{PR}}{n} = \frac{\Phi_{PP} - \delta}{n}$.

$$\text{On en tire } p_{PR} = \frac{p_{PP}}{8p_{PP} + 1} = -50 \text{ cm.}$$

a) Pour voir net à l'infini, il faut que la lentille équivalente lunette + œil forme l'image sur la rétine. Sa vergence est donnée par :

$$\Phi_{\text{lun}} + \Phi.$$

$$\text{Or } \frac{1}{p'} = \Phi + 8 + \frac{1}{p_{PR}} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \Phi_{\text{lun}} + \Phi = \Phi + 8 + \frac{1}{p_{PR}}, \text{ soit } \Phi_{\text{lun}} = -2 \text{ dioptries.}$$

C'est une lentille divergente.

b) La vergence est liée aux rayons de courbure par la formule :

$$\Phi_{\text{lun}} = (n - 1) \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{8.10^{-3}} \right) = -2, \text{ ce qui donne } r' = 8,26 \text{ mm}$$

Exercice 5 :

- a) Si le punctum proximum est placé à -20 cm du foyer image, on a pour la loupe $P'_1 = -15 \text{ cm}$, En appliquant la relation de conjugaison, on trouve que l'objet examiné se trouve à $p_1 = -3,75 \text{ cm}$.
- b) Pour que l'image soit à l'infini, il faut que $p_2 = -f' = -5 \text{ cm}$. La latitude de mise au point est donc égale à $p_1 - p_2 = 1,25 \text{ cm}$.
- c) Notons respectivement Φ_{PR} et Φ_{PP} , les punctum proximum et remotum de l'œil vieillissant. La relation de conjugaison de l'œil s'écrit :

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{np} + \frac{1}{f'}$$

$$\text{A l'infini (puctum remotum), } \frac{1}{f'} = \frac{1}{p'} = \frac{\Phi_{PR}}{n}$$

$$\text{Au punctum proximum : } \Phi_{PP} = \Phi_{PR} + 1, \frac{1}{p'} - \frac{1}{np} = \frac{\Phi_{PP}}{n} = \frac{\Phi_{PR} + 1}{n}, \text{ avec } p' \text{ inchangé.}$$

$$\text{On en tire } \frac{1}{np} = -\frac{1}{n}, \text{ soit } p = -1 \text{ m.}$$

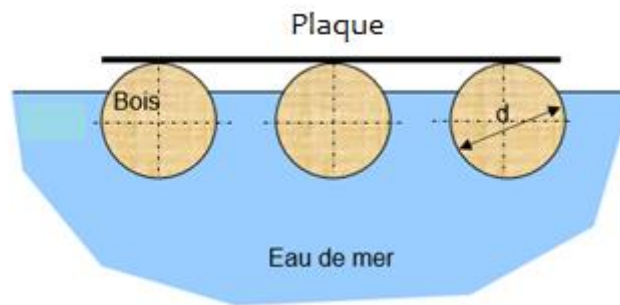
C H A P I T R E 6

M E C A N I Q U E D U F L U I D E

Exercice 1 : Répondez par vrai ou faux

4. La mécanique des fluides étudie et caractérise
 - **Le comportement mécanique des fluides**
5. La viscosité d'un fluide caractérise
 - **sa résistance à l'écoulement**
6. Les fluides ont une structure moléculaire :
 - **il est incompressible**

Exercice 2 : Statique des fluides



1- Poids total de la plate-forme

$$p_0 = (M_P + 3M_b) g = (M_P + 3\rho_b \frac{\pi d^2}{4} l) g$$

A.N

$$p_0 = \left(350 + 3 \cdot 700 \cdot \frac{\pi \cdot 0.5^2}{4} \cdot 4 \right) 9.81 = 19613,49N$$

2- Equation d'équilibre : poussé d'Archimède : p_0

$$p_{ARCH} = 3 \cdot p_{eau} \cdot V_{immerg} \cdot g = p_0 \Rightarrow V_{immerg} = \frac{p_0}{3 \cdot p_{eau} \cdot g}$$

p_{ARCH} = poids du volume d'eau déplacé

3- La fraction du volume immergé :

$$F\% = \frac{V_{immerg}}{V_{poutre}} \cdot 100 = \frac{P_0}{3 \cdot p_{eau} \cdot g \cdot V_{poutre}} \cdot 100$$

A.N

$$4- F\% = \frac{19613,49}{3 \cdot 1027,981 \cdot \left(\frac{\pi \cdot 0,5^2}{4} \cdot 4 \right)} \cdot 100 = 82,62\%$$

5- Poutre complètement immergée

$$V_{poutre} = \frac{P_0 + M_C \cdot g}{3 \cdot p_{eau} \cdot g}$$

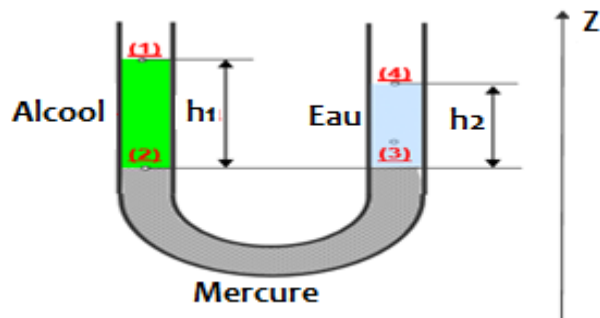
On obtient : $M_C = \frac{1}{g} \cdot (3 \cdot p_{eau} \cdot g \cdot V_{poutre} - p_0)$

A.N

$$M_C = \frac{1}{9.81} \cdot (3 \cdot 1027 \cdot 9.81 \cdot \frac{\pi \cdot 0,5^2}{4} \cdot 4 - 19613,49) = 420,47 \text{ kg}$$

Exercice 3 : Statique des fluides

Appliquer la relation fondamentale de l'hydrostatique pour les trois fluides.



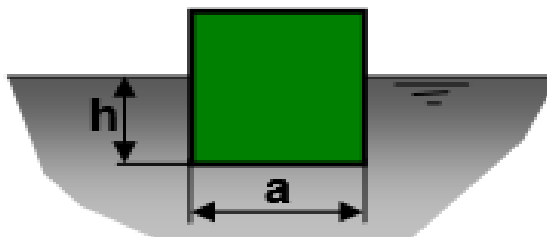
1. Relation fondamentale de l'hydrostatique :

- Alcool : $\rho_2 \cdot \rho_1 = \rho_a \cdot g \cdot h_1$
- Mercure : $\rho_2 \cdot \rho_3 = 0$
- Eau : $\rho_3 \cdot \rho_4 = \rho_e \cdot g \cdot h_2$

On sait que : $\rho_1 = \rho_4 = P_{atm}$ et $\rho_2 = \rho_3$ donc $\rho_a \cdot g \cdot h_1 = \rho_e \cdot g \cdot h_2$

Donc $\rho_{al} = \rho_e \cdot \frac{h_2}{h_1} \rho_a = \rho_{al} = 1000 \cdot \frac{24}{30} = 800 \text{ kg/m}^3$

Exercice 3 : Statique des fluides



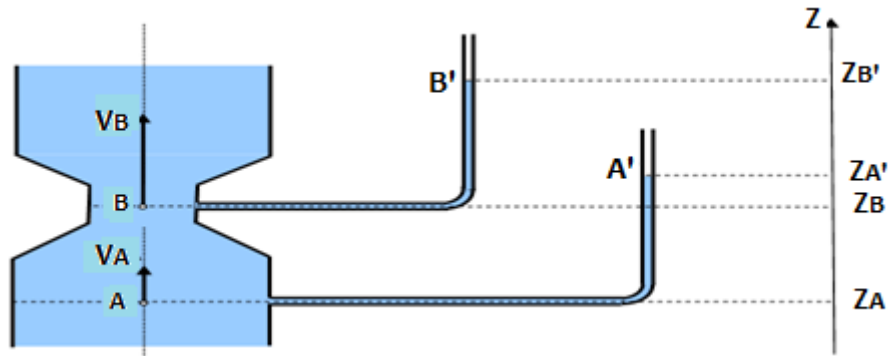
1- Théorème d'Archimède : la poussée d'Archimède est égale au poids du volume déplacé ;

2- $p_{arch} = a^2 h \rho_2 g$

- Equation d'équilibre : $P_{Archi} = Poids$

Donc : $a^2 h \rho_2 g = a^3 \rho_1 g \Rightarrow h = \frac{\rho_1}{\rho_2} a \Rightarrow h = \frac{7800}{13600} 50 = 28,676 \text{ cm}$

Exercice 4 : Dynamique des fluides incompressibles parfaits



RFH entre B et B' : $(p_{B'} - p_B) = (Z_{B'} - Z_B) \Rightarrow p_{B'} = p_B + \rho \cdot g \cdot (Z_{B'} - Z_B)$

$P_B = 10^5 + 1000 \cdot 9.8 \cdot (2.541 - 0.5) = 120001 \text{ pascal} = 1.2 \text{ bar}$

1. RFH entre A et A' : $p_{A'} - p_A = (Z_{A'} - Z_A) \Rightarrow p_{A'} = p_A + \rho \cdot g \cdot (Z_{A'} - Z_A)$

$P_A = 10^5 + 1000 \cdot 9.8 \cdot (3.061 - 0) = 130007 \text{ pascal} = 1.3 \text{ bar}$

2. Equation de continuité : $S_A V_A = S_B V_B \Rightarrow V_B = \frac{S_A}{S_B} \cdot V_A = \left(\frac{d_A}{d_B}\right)^2 \cdot V_A \Rightarrow V_B = 4V_A$

3. Equation de Bernoulli : $\frac{V_A^2 - V_B^2}{2} + \frac{\rho_A - \rho_B}{\rho} + g \cdot (Z_A - Z_B) = 0$ avec $V_B = 4V_A$

Donc : $\sqrt{\frac{2}{4^2 - 1} \left(\frac{\rho_A - \rho_B}{\rho} + g \cdot (Z_A - Z_B) \right)}$

AN :

$\sqrt{\frac{2}{4^2 - 1} \left(\frac{1.3 \cdot 10^5 - 1.2 \cdot 10^5}{1000} + 9.8 \cdot (0 - 0.5) \right)} = 0.8246 \text{ m/s}$

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Physique Tout-en-un MPSI PCSI PTSI, Marie-Noëlle Sanz, Anne-Emmanuelle, Badel, François Clausset, Editions Dunod 2008.
- [2] Précis Optique MPSI PCSI PTSI , P.Brenders , M.Sauzeix , Bréal,
- [3] Cours sur les lentilles, Jimmy Roussel .
- [4] Les fondements de l'optique géométrique : Le principe de Fermat
Cours d'optique n°1, Thomas Huault. 2010.
- [5] Cours de Physique optique, Jean-Paul Parisot, Patricia Segonds,
Sylvie le Boiteux, Editions Dunod, 2003.
- [6] Optique géométrique : Phénomène de vision, Cours et Exercices
Corrigés, Nour Eddine, Office des Publications Universitaire, 2008.
- [7] Mécanique, G. Bruhat, Chapitre XX, p . 460-462 , Masson 1955.
- [8] Mécanique des fluides incompressible, Mohamed Maalej, CPU,
2001.
- [9] Mécanique des fluides, Comolet, Masson.
- [10] Cours Notions de mécanique des fluides chapitre 3 , Mahfoud
Zakaria, Septembre 2017.
- [11] Notions de mécanique des fluides : Cours et Exercices Corrigés,
Riad Ben Hamouda, 2008.