جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم الإنسانية والإجتماعية
قسم العلوم الإجتماعية

مذكرة ماستر

العلوم الاجتماعية

فلسفة

فلسفة عامة

إعداد الطالبة :شرون سمية

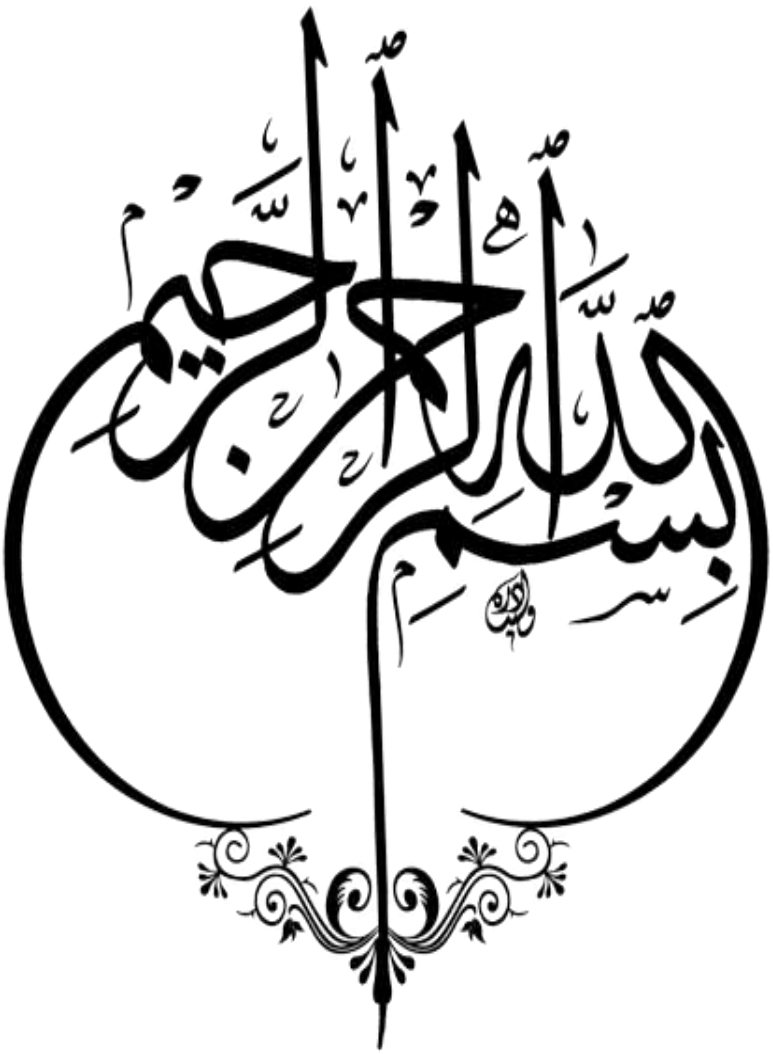
يوم :

الأكسيوماتيك في الرياضيات المعاصرة روبيربلانشي نموذجا

لجنة المناقشة :

العضو 1	الرتبة	الجامعة	الصفة
بوعلام معطر	الرتبة	الجامعة	مشرف
العضو 3	الرتبة	الجامعة	الصفة

السنة الجامعية :2024/2023


بسم الله الرحمن الرحيم

شكر وعرفان

شكر الله عزوجل على بلوغنا هذه المنزلة من العلم ، يرفع الله اللذين آمنوا واللذين أوتوا العلم درجات .

إلى اللذين مهدوا لنا الطريق العلم والمعرفة بأسمى آيات الشكر والامتنان والتقدير

والمحبة اللذين حملوا أقدس رسالة في الحياة إلى اللذين مهدوا لنا طريق العلم والمعرفة.

إلى جميع أساتذتنا الأفاضل والكرام الذين قدموا لنا الكثير باذلين بذلك جهودا كبيرة في

بناء جيل الغد لتبعث الأمة من جديد

وكذلك نشكر كل من ساعد على إتمام هذه المذكرة وقدم لنا العون ومد لنا يد المساعدة

وزودنا بالمعلومات اللازمة لإتمام هذه المذكرة وكانوا سندا ودعما لي ولولاهم لما وصلت إلى ما أنا عليه الأن، فلهم مني كل الشكر والتقدير وأسمى عبارات الإحترام .

الإهداء

بسم الله الرحمن الرحيم

«وقل اعملوا فسيرى الله عملكم ورسوله والمؤمنون»

صدق الله العظيم

الصلاة و السلام على سيد البشرية محمد و على آله وصحبه أجمعين

إلى من جرع الكأس فارغاً ليسقيني قطرة حب،

إلى من أرضعتني الحب والحنان، إلى رمز الحب وبلسم الشفاء، إلى القلب الناصع

إلى روح أمي الطيبة رحمة الله عليها

إلى من شاركوني السعادة والحزن إخوتي وأخي

إلى الذي بذل كل جهد وعطاء لكي أصل إلى هذه اللحظة الأستاذ المحترم

بوعلام معطر أخص بالذكر عائلتي المحترمة وصديقتي بونافي لطيفة

الآن تفتح الأشرعة وترفع المرساة لتنطلق السفينة في عرض بحر واسع مظلم هو بحر الحياة وفي هذه الظلمة لا يضيء إلا قنديل الذكريات، ذكريات الأخوة إلى اللذين أحببتهم وأحبوني إلى كل من يسكن

ذاكرتي و لم تسعهم مذكرتي إلى كل الأحباب و الأصحاب .

مقدمة

مقدمة

تعد الرياضيات من بين أهم القضايا التي أولى الفلاسفة الاهتمام بها، فهي تحتل مكانة مرموقة على مستوى التفكير الإنساني نظرا لما تتميز به من الدّقة والصرامة من حيث المنهج. فالرياضيات من حيث البناء والتأسيس لها تاريخ طويل وعريق فقد ظهرت عند البابليين والمصريين القدامى وذلك من أجل تلبية حاجيات الإنسان الضرورية لارتباطها بالواقع فالرياضيات نستخدمها في الأعمال اليومية لحساب الأيام، والشهور، ..... إلخ.

حيث شهدت تطورات كبيرة مع الفيلسوف الرياضي إقليدس (323 – 283 ق.م)، فقد كانت إسهاماته الهندسية قوية وكان دورها كبير لدى الرياضيين والتي عرفت في ذلك الحين بالهندسة الإقليدية.

وبعد انتهاء العصور القديمة أدى تراكم المعارف والخبرات الرياضية إلى تطور العلم والرياضيات والكشوفات والإبداعات العلمية، كما أدت الانقلابات الفكرية للرياضيين المعاصرين في تطوير الهندسة الإقليدية، مما نتج عنه ظهور مناهج متعددة ومن بين هذه المناهج نجد المنهج الاكسيوماتيكي. لكون هذا الأخير يعد من أقوى المناهج التي استطاع به الرياضيين والمناطقة من بناء طرح متماسك ومتين. فالمنهج الاكسيومي يقوم على مجموعة من الأنساق والتي أدت إلى تطور المنهج الاقليدي من خلال استخدام المنهج الأكسيوماتيكي في مجال الرياضيات (الجبر والهندسة)، فهو من أساسيات العصر الحالي. ولقد قام الرياضيون بالعمل به فهو منهج يمتاز عن باقي المناهج بالدقة والوضوح والصرامة،

حيث يرى التفكير الرياضي الحديث أن المنهج الأكسيومي يحاول تبيان أصول الرياضيات والأسس التي تقوم عليها .

منهج الدراسة:

المنهج الذي اعتمدت عليه في هذه الدراسة هو المنهج التحليلي النقدي.

أسباب اختيار الموضوع .

الأسباب الموضوعية

- قيمة الموضوع الأكسيوماتيكي الرياضي.
- قلة الأبحاث الأكاديمية خاصة الأفكار المنطقية .
- كونه يجمع بين علمين المنطق والرياضيات .

الأسباب الذاتية:

- ميولي إلى مثل هذه الدراسات التي تجعل الباحث يمشي بخطى ثابتة من أجل اكتشاف المزيد من المعارف .
- السعي لإضافة الجديد، وترك البصمة النافعة.

أهمية الموضوع:

تبرز أهمية الموضوع الذي تطرقنا إليه، بأن فلسفة الرياضيات شهدت تطورات كبيرة وازدهرت ازدهارا واسع خلال القرن 19م، ومنه فإن ظهور المنهج الأكسيومي كان من أهم الأسباب الرئيسية التي ساهمت في تطوير الرياضيات .

إشكالية البحث :

تمحورت هذه الدراسة على إشكالية رئيسيه وأسئلة أخرى فرعية تمخضت عنها، فالمشكلة الأساسية: تتمثل في طرح التساؤل التالي: ما مفهوم الأكسيوماتيك المعاصر في فلسفة روبيربلانشي؟

وأما ما يتفرع عنها ، فهي تصورات وتساؤلات، تعالج تجليات البحث وهي كالتالي: المشكلة الجزئية الأولى فتم صياغتها كما يلي:

كيف تطور المنهج الأكسيومي؟ أما المشكلة الجزئية الثانية فتم صياغتها كما يلي ما هي مبادئ ونقائص النسق الإقليدي حسب روبير بلانشي؟ أما الإشكالية الجزئية الثالثة تتمثل في الآتي: ما هو أثر الأكسيوماتيك؟

ولقد قسمت البحث إلى مقدمة وثلاثة فصول وخاتمة تناولت من خلال الفصل الأول المعنون تحت مدخل مفاهيمي: تطرقت فيه إلى تعريف الأكسوماتيك و نشأت وتطرقت كذلك إلى معالجة مراحل تطوره وخصائصه و شروطه وحدوده وأهميته كمنهج .

أما الفصل الثاني فكان بعنوان روبيوبلانشي ورأيه من مبادى النسق الإقليدي تطرقنا فيه إلى تعرف على مبادئ النسق الإقليدي الأربعة المتمثلة في البديهيات والمصادرات والتعريفات والأشكال والبرهنة وتناولنا فيه كذلك نقائص النسق الإقليدي والتي تتمثل في وضع الرياضيات في صورة مصدريات، والرياضيات الشارحة ووضع الرياضيات في صورة مصادرات، والمنطلق الشارح.

أما الفصل الثالث فكان بعنوان مشكلة الأس وأثر الأكسيوماتيك في الرياضيات المعاصرة تناولنا فيه أهم الأزمات التي عارضت الرياضيات المعاصرة ومن بينها نزعة المنطقية النزعة الحدسية، النزعة الاكسيومية، وتناولنا فيه كذلك أثر الأكسيوماتيك على كل من الرياضيات والعلم والفلسفة .

وفي الأخير تضمن بحثنا هذا خاتمة وهي لب البحث تحتوي عن مجمل النتائج التي توصلنا إليها الدراسات السابقة.

صعوبات البحث:

- عدم تمكني من الحصول على الدراسات التي تناولت الموضوع بدقة نظرا لصعوبته وتعقيده، وعليه وبالرغم من كل هذا تجاوزنا هذه العقبات وحاولنا قدر الإمكان جميع ما يكفي من المعلومات .

الدراسات السابقة:

- ورلالي نجاح و قبوح رندة نظرية المصدريات الأكسيومية روبير به تشري، مذكرة تخرج لنيل شهادة ماستر تمام جديد L.M.D 2019/ 2020
- ملهاق نسرين ورنان نريمان: الأكسيوماتيك في الرياضيات المعاصرة، مذكرة مقدمة لنيل شهادة الماستر في الفلسفة، 2014 / 2015.

الفصل الأول

مدخل مفاهيمي

مقدمة.

المبحث الأول :ماهية الأكسيوماتيك

المطلب الأول:تعريف الأكسيوماتيك

المطلب الثاني : نشأة الأكسيوماتيك

المطلب الثالث : مراحل تطور الأكسيوماتيك

المبحث الثاني :المنهج الأكسيومي

المطلب الأول:خصائص وشروط الأكسيوماتيك

المطلب الثاني:حدود المنهج الأكسيوماتيك

المطلب الثالث:أهمية المنهج الأكسيوماتيك

تمهيد:

لقد حظي الرياضيون بخطوات واسعة إلى الأمام بأعمالهم البرهانية القوية بالرغم من أنهم لم يعرفوا المبادئ التي يجب أن يركزوا عليها لبحث عن صدق براهينهم، ولكن هذا الموقف لم يبقى كما هو فقد تغير من النصف الثاني من القرن العشرين وذلك راجع لتطور بعض المفاهيم والمصطلحات في الرياضيات والتي كانت لا تتفق مع الواقع التجريبي، زاد على ذلك سهة إقليدس التي جعلت الرياضيين يبحثون بكل جد على المبادئ والأسس التي يأسسون عليها براهينهم، ومن هذا الشك بين الرياضيين ظهرت حركة واسعة بينهم والتي تمثلت في البحث عن المبادئ البرهانية الرياضية ونقدها وتحقق من مدى صحتها، والتي تمثلت في حركة النقد الداخلي والتي أدت إلى صياغة المنهج الرياضي صياغة منطقية صحيحة، ومنه ما المقصود بالأكسيوماتيك ؟ وكيف ظهر هذا المنهج وماهي شروط وخصائصه ؟وفيما تتمثل أهميته ؟

المبحث الأول: ماهيـة الأكسيـوماتيـك

المطلب الأول:تعريـف الأكسيـوماتيـك

يعرف الأكسيوماتيك لغة بأنه مشتق من كلمة Axiome والتي تعني البديهية وعرفه لالاند "بأنه دارسة نقدية للبديهيات، وهو مبدأ معلوم بذاته صحيح وهو مقدمة قياسية تعد بأنها بينة وتقبل على أنها صحيحة بلا دليل من قبل الذين يفهمون معناها" [1]

[1]– أندري لالاند: **موسوعة لالاند الفلسفية**، منشورات دار عوينات، ط2، 2002، ص: 120.

كما يعرف الأكسيوماتيك في معجم مراد وهبة "بأنه نسق إستباطي يقوم بدارسة نقدية لمبادئ البرهنة الهندسية" [1]

وعرفه جميل صليبا في معجمه الفلسفي " بأنه قضية أولية واضحة بذاتها تفرض نفسها على العقل، أي أنها لا تحتاج إلى برهان كقوله المستقيمان المتوازيان لا يلتقيان أبدا وجمعها بديهيات وهذه الأخيرة تعرف (axiome) وهي عبارة عن مبادئ تحليلية أولية صادقة صدقا مطلقا"[2].

الأكسيوماتيك هو منهج ونسق رمزي من الحدود والمسلمات الأولية فارغة من أي محتوى حدسي تحكمها مجموعة من القواعد التي تضمن سلامة استعمالها، فالباحث الرياضي يلجأ إلى استعمال الرموز وبالتالي الإستغناء تماما عن اللغة الطبيعية العادية وهذه الرموز هي رموز يمكن أن توضع محل أي كلمة وبالتالي يتحول الكلام العادي إلى جبر وهذا ما يسمى بالرمزية "[3].

استخدمت كلمة المصادرة بدل البديهية بإعتبارها أكثر استخدامها في أوساط الرياضيين وعليه فالأكسيوماتيك هو العلم الذي يبحث في بديهية الهندسة ويعتبر أول ما ظهر في علم الهندسة.[4]

---

[1]– مراد وهبة: **المعجم الفلسفي**، القاهرة، دار قباء الحديثة، و.ط، 2007، ص:82.

[2]– جميل صليبا: **المعجم الفلسفي الجزء الأول**، بيروت، دار الكتاب اللبناني،2008، ص: 203.

[3]– محمد عابد الجابري: **مدخل إلى فلسفة العلوم المعاصرة وتطور الفكر العلمي**، بيروت، ط1، مركز الدارسات الوحدة العربية،1976، ص:72.

[4]– عبد الحلو: معجم مصطلحات الفلسفية، المركز التربوي.

إن الأكسيوماتيك هو الدارسة النقدية للمبادئ المبرهنة الرياضية ويلقب عناصر الأكسيوماتيك بالمبادئ وهي الأسس التي يقوم عليها النظام الرياضي ومن جهة ما هو إستنتاج شرطي.[1]

المنهج الأكسيوماتيك هو بمثابة مجموعة من القضايا التي تختارها الرياضي لبناء نسقه الرياضي، وهذا ما يصطلح عليه الأكسيوماتيك فهو مجموعة من المبادئ والمنظومات من الأوليات يقوم عليها البرهان الرياضي.[2]

عرفه إبراهيم في معجمه الفلسفي بأنه " دارسة نقدية لمبادئ المبرهنة في علم ما وفي البرهنة الهندسية توجد خاصة".[3]

عرفه كذلك جلال شمس الدين بقوله "كلمة مشتقة من Axiome أي البديهيات وبصفة عامة الأصول".[4]

إن المنهج الأكسيوماتيك يتجلى لنا في ميدان الهندسة، إذ أنه مع كثرة الأنساق الهندسية المنسجمة انسجاما وثيقا واتساقا منطقيا أصبح الرياضي لا يعطي أهمية لحقيقة البديهيات وإنما

[1]– جميل مليبا: **المرجع السابق**، ص:203.

[2]– محمد عابد الجابري: **المرجع السابق**، ص:81.

[3]– إبرهيم مذكور: **المعجم الفلسفي**، الهيئة العامة لشؤون الأميرية، مصر، 1989، ص: 20.

[4]– هانز راشنبارخ: **نشأة الفلسفة العلمية**، ترجمة فواد زكريا، دار الوفاء الدنيا للطباعة والنشر، الإسكندرية، وص، دس، ص: 341.

يهتم بالعلاقات اللازمة بين الأوليات والنظريات والقضايا الهندسية التي يقولها الرياضي وعليه إذا كانت البديهيات صحيحة كانت النتائج صحيحة.[1]

المطلب الثاني : نشأة الأكسيوماتيك

شهد العالم قديما تطورات كبيرة في مجال العلم، ففي بداية كان العلم يتميز بخاصيتين: هما الثبات والمنطقية. حيث كان من الصعب أن تخالفها أو تجاوزها ولكن بعد ظهور مذاهب جديدة أصبح من السهل على المفكرين تجاوز تلك الحقائق، ومن بين هذا المذاهب المذهب الأكسيوماتيك.

بقيت الرياضيات منذ أن قامت لعلم نظري على يد اليونان في القرن التاسع عشر حيث تعتبر النموذج الأعلى للمعقولية، وعليه فالمعرفة الرياضية عند أفلاطون قائمة على الحدس أي تلك الرؤية العقلية المباشرة، وهي معرفة يقينية لا يرقى إليها الشك.

إن البرهان الرياضي المنطقي عند أرسطو وإقليدس كان أكثر أنواع البرهان قوة وتماسكا في الرياضيات، ولقد أصبحت الرياضيات في العصر الحديث بعد إنتشار الجبر إنشائية تماما، فقطعت الصلة بين الطابع التأملي الذي كان فيه مسيطر في العهد اليوناني وخاصة في المرحلة الفيثاغورية الأفلاطونية،[2] ولقد كان من نتائج إنتشار الجبر والتحليل أن أصبحت

[1]– زوبيدة بن مسي: **فلسفة الرياضية عند جان كفاييس**، دارسة إبستولوجية، رسالة مقدمة لنيل شهادة الدكتوراه، العلوم في الفلسفة جامعة قسنطينة،2007–2008، ص: 276.

[2]– محمد عابد الجابري: **المرجع السابق ذكر**، ص: 72.

الرياضيات منهجا تركيبيا أساسه إنطلاق من عناصر بسيطة مقدمات والصعود تدريجيا نحو الصروح المعقدة بطريقة برهانية متماسكة.

إن العناصر البسيطة التي يقوم عليها البرهان الرياضي لم تكن واضحة تمام الوضوح في أذهان الرياضيين، وإعتبروها عبارة عن صور فكرية لوقائع تجريبية وهذا ما أكدته التجربة دورا وهو إنطباق الرياضيات على الحوادث التجريبية إنطباقا ساعد كثيرا على تقدم العلوم الطبيعية من الفيزياء والكيماء .....الخ. وكان هذا الشيء الواضح في أذهان الرياضيين وكان ذلك مشجعا وحافزا قويا لهم لتقدم في أبحاثهم ودارساتهم وعدم إنشغالهم التام بالأسس التي ينطلقون منها في براهينهم.[1]

مع بداية النصف الثاني من القرن التاسع عشر تغير الموقف تماما، خاصة عندما أخذت تظهر في عالم الرياضيات مفاهيم وكائنات لا تتفق مع الواقع التجريبي كالدوال والمنحنيات التي لا أساس لها والمنحنيات التي تملأ مربعا، وكذلك مسلمة التوازي في هندسة أو إقليدس تلك المسلمة التي كانت مبحث للقلق والشك منذ قرون طويلة، وهذا ما جعل الرياضيين اللإلتفات بجد إلى المبادئ والأسس التي يبنون عليها استدلالاتهم وإنشاءاتهم الكثيرة المتنوعة. ومنه ظهرت في أوساط الرياضيين حركة واسعة تركزت حول مراجعة مبادئ البرهان

[1]– محمد عابد الجابري: **المرجع السابق ذكر**، ص: 73.

الرياضي ونقدها وفحص مدى صدقها والتي عرفت بإسم الحركة الأكسيوماتيكية أو المنهج الأكسيوماتيك.[1]

عرفت الرياضيات بداية نصف الثاني من القرن التاسع عشر تطورا كبيرا في جميع المجالات، ولقد إبتعدت الهندسة عن الإختبارات المكانية والحدسية والعينية وتطورات بأنساقها المتعددة من مرحلة الوصف العيني القائم على علاقات منطقية خالصة حيث اتجهت جهود الرياضيين إلى الميدان الجبر والتحليل وإستدلال وهذا ما عرف في تاريخ الرياضيات بالحركة تحسين الرياضيات.[2]

ومنه فالمنهج الاكسيومي لم يوجد فجأة بل ظهر نتيجة لحركة النقد الباطني التي عالجت المسلمات التي وضعها إقليدس، بحيث أمكن بفضل هذا المذهب من وضع مسلمات جديدة وبهذا نشأت بذلك هندسات أخرى لا إقليدية.[3]

وإن تكلمنا عن الحركة الأكسيوماتيكية مباشرة وجب علينا التطرق إلى هلبرت إذا نجد بأن المنهج الأكسيومي فقد عرف من خلاله بأنه الطريقة الأسهل لمعالجة دارسة المسائل الرياضية، وقد شارك هلبرت في المؤتمر السنوي حول الرياضيات بموضوع حول نظرية العدد والتي قدم من خلالها أرائه حول اسس علم الحساب، فحركة النقد الداخلي سبب في ظهور

[1]– محمد عابد الجابري: **المرجع السابق ذكر**، ص: 74.

[2]– صلاح محمود عثمان: **الإتصال و اللامتناهي بين العلم والفلسفة**، منشأة المعارف، مصر، 1998، ص: 95-100.

[3]– جلال شمس الدين: **فلسفة العلوم**، مؤسسة الثقافة الجامعية الإسكندرية، دط،2011، ص: 34.

المجالات التي قامت بين تيارات مختلفة وذلك بهدف صياغة بعض المشكلات المعرفية الهامة والخاصة بمفاهيم الرياضية.

وعن طبيعة المفاهيم وعلاقاتها بالعلم الواقعي والمحتوى العيني بمفهوم الوجود في الرياضيات وبشكل واضح ودقيق وإعادة صياغة المنهج الرياضي صياغة منطقية واقعية وهذا ما عرف بالمنهج الأكسوماتيكي.[1]

ومنه فالمنهج الأكسيوماتيكي هو منهج لم يتهم بمشكلة محددة خاصة بالهندسة وغيرها بل إنما هو منهج للتفكير بشكل عام، لانه تجاوز إلى مجالات أخرى غير الرياضيات مثل العلوم التجريبية، وعليه فالمنهج الأكسيوماتكي تناول عدة مشكلات.

المطلب الثالث: مراحل تطور الأكسيوماتيك

يعد الاكسيوماتيك عبارة عن مقاربة إستنتاجية تساعد على فهم المصطلح ويتضح أكثر بالرجوع إلى أهم المراحل التي مربها الأكسيوماتيك والمتمثلة في:

1. النسق الأكسيومي: لقد برهن تاريخ العلم أن كل من العدد والحساب ظهر عند الحضارة البابلية والمصرية، ولقد إهتمامهم في البداية كان منصب على حساب الأيام والأسابيع والأشهر السنة، حيث ساهمت الحضارة اليونانية بدور كبير في بناء تطور كل من علم الحساب

[1]– زبيدة بن مسي: **المرجع السابق**، ص: 292.

والهندسة المرتبط بقياس الأراضي والبناء من خلال التركيز عن خبراتهم الميدانية مما أدى بعلم الحساب والهندسة إلى تطور لأنهم لم يتأسسوا على أساس منطقي.

إعتقد الفيثاغوريين أن عناصر الأعداد هي عناصر الأشياء، وأن العالم عدد ويجب الإشارة إلى أن تصورهم للأعداد كان تصورا هندسيا وليس حسابيا، بمعنى العدد 1 كان يقابل النقطة والعدد 2 الخط و3 المثلث وهكذا وهو ما ييسر فهم قولهم إن العالم عدد يعني أن العالم في الحقيقة وفي جوهره إنما هو أشكال هندسية وأن أشكال هندسية وأن هذه الطبيعة الهندسية أهم من الماء والهواء .....الخ.[1]

إن التطور الذي شهده النسق الأكسيومي لم يكن منحصر مع فيثاغورس فقط بل تنوع مما أدى إلى تطور الأنساق، ونجد ذلك في مجال القضايا الهندسية التي شاعت مع الرياضي إقليدس.[2]

يرى باش أن النسق الهندسي له علاقة قوية بالمنطق، حيث كان يظن أنه يؤدي إلى علم الحساب مثل المثلث كشكل هندسي تستخدم العدد3 ومن هنا نتنقل من النسق المصادراتي المرتبط بالهندسة العلم الحساب ومنه إلى المنطق.

[1]– عزت قرني: **فلسفة اليونانية حتى أفلاطون**، جامعة الكويت، دط، 1993، ص: 32.

[2]– كمال محمد محمد عوينة: **إقليدس بين العلم والفلسفة والمنهج الرياضي**، دار الكتب العلمية، بيروت–لبنان، ط1، 1994، ص: 76.

إن معيار الصدق في الرياضيات المعاصرة يتمثل في عدم تناقض مع المنطلقات مما يعني من هذا الكلام أن الصدق يكون داخل النسق وذلك عكس الهندسة الإقليدية الذي كان معيار صدقه مطابق للواقع.

إن التطورات التي شهدتها العلاقات الرياضية نتج عنها تأسيس النسق الأكسيومي أساسه البناء الفرضي، الذي بمثابة الطريق الذي يسلكها الرياضي في إنشاء النظرية الرياضية بأنه بفضله يمكننا الوصول إلى درجات أعلى من اليقين فالنسق الأكسيومي يقوم بقوم ويستند إلى قسمين أساسين ويتمثل في:

- يقوم بإنشاء اللغة المستعملة في العلم المتمثلة في إبتكار وإختراع الرموز البسيطة فتكون محل إتفاق بين جميع والتي تستخدم في اللغة الرياضية وأضف إلى ذلك وضع القواعد التي تتناسب بموجبها في صياغة العبارات المنتمية لتلك اللغة.[1]
- يقوم على تحصيل جملة من الصيغ الخاصة التي تكون مماثلة لمبادئ العلم كما أنه كذلك يعمل على تصدير بعض الصيغ ويضع جملة من القواعد التي تساعدنا في إستناج صيغ أخرى جديدة من تلك المسلمات. [2]

[1]– عادل فاخوري: **المنطق الرياضي**، المؤسسة الجامعية للدراسات والنشر والتوزيع، ط2، 1994، ص: 84.

[2]– عادل فاخوري: **المرجع نفسه**، ص: 85.

لقد ساهم النسق الأكسيومي بشكل كبير بوضعه القواعد والأسس الغوية التي ساعدت الرياضي في بناء نظريات مجردة فالرياضي يفترضها ثم يستنتج حيث تكون النتائج المتوصل إليها مطابقة مع إفتراضاتها ومن ثم تصبح الرياضيات المعاصرة نسقية يقنية.

2. المذهب الأكسيوماتيكي :

يعرف المناطقة والرياضيين المنطق الرياضي باللوجستيقا وهو جمع بين المنطق والرياضيات فقد تطورت اللوجستيقا ولم تبقى منحصرة على حل المسائل المعقدة من خلال اللجوء إلى المنطق أو الرياضيات بل يكون من خلال الجمع بينهما أي يجب إستخدام المنطق والرياضيات.

لقد إستطاع المحدثين من تغيير العبارات اللغوية المنطق الصوري، حيث تبين من خلاله استخداماتهم للرموز ومنه فإن ظهور الرياضات وتقدمها ودقتها المألوفة هي في كل وليدة منهجها الكتابي أي الرموز الدالة على ثوابتها ومتغيراتها، يعني هذا الرياضيات تتميز بالدقة وذلك راجع لإبتعادها عن اللغة اللفظية وإعتمادها على الرموز، وهذا ما قد يلاحظ بالتحديد عند العجز عن حل بعض المسائل لغويا فنلجأ إلى إستخدام الرموز الرياضية بهدف الوصول إلى نتائج سريعة ودقيقة في أن واحد. ولقد ساهم العديد من الفلاسفة في الحركة اللوجستيقية ومن بينهم تجد الفيلسوف **لبينتر** وهو أحد مؤسسي المنطق حيث كان له دورا كبير في إحيائه ولقد إعتبر العديد من الفلاسفة أنه هو من ابتكر المنطق الرياضي الذي يعتمد

على لغة الرموز والأعداد وذلك لأن نتائج المتوصل إليها من طرف الرياضيين والباحثين تكون يتميز بالدقة واليقين.[1]

يرى هيلبرت بأن الأكسيوماتيك كمذهب لديه علاقة متينة بين المنطق والرياضيات حيث أنهما نبعا عن صورة خالصة وهي الأساس المجمع بينهم.[2]

وعليه فالصورية كانت ترى أن المسلمات عبارة عن رموز رياضية لا ترجع إلى المنطق وإلى الرياضيات بل ترجع إلى الأكسيوماتيك ومنه فالمذهب الأكسيوماتيك كان يركز تركيزا كثيرا على عدم الفصل بين الرياضيات والمنطق لأن الأكسيوماتيكي يعتبر حسب هليبرت علم كباقي العلوم وهو جديد ولكنه يمهد للدراسات المنطقية معا.

3. أكسيوماتيك العدد: إن بداية العدد والحساب كان في القديم معروف حيث قام الإنسان البدائي بربطها مع الأشياء المحسوسة والتي تمثلت في عد كل شيء محسوس مثل عد المواشي والأشجار فإنسان في القديم كان يستعمل أصابعه للعد وذلك بإعتباره كوسيلة تساعده على العد ولكن مع الوقت تحورت الحضارات وتم إلغاء طريقة الأصابع البدئية وتم إستبداله بطريقة الحصى، وقد إستعملت قديما كل من الحضارات الفرعونية والرومانية ومن تطورات التي شهدها العالم تطورات الرياضيات عبر الحضارات.

[1]– أميرة حلمي مطر: **الفلسفة اليونانية تاريخها ومشاكلها**، دار قباء للطباعة والنشر والتوزيع، القاهرة، د. ط، 1998، ص: 78.

[2]– محمد ثابت الفندي: **فلسفة الرياضة**، دار النهضة العربية، بيروت، ط1، 1969، ص: 155.

قدم الفيثاغوريين تفسيرات عددية للموجودات الحسية والعقلية على سوا حتى إتصفت الفثاعورية المتأخرة بنوع من الرمزية العددية، فقد رمزو مثلا للوقت المناسب Kairos بالعدد سبعة الذي يقابل أيام الأسبوع وللعدالة بالعدد أربعة وللزواج بالعدد ثلاثة ورمز العقل الواحد لأنه ثابت للظن بإثنيين لأنه تردد بين الطرفين.[1]

فمن الواضح أن تأسيس فكرة الأعداد على أسس اكسيومية إنما يكسب هذه الفكرة عند أولئك الرياضيين الذين يلجأون إلى هذا المنهج الذي عرفته الرياضيات منذ القدم كأوثق منهج لها، لأنها تعطيها الدقة والوضوح ويقين أوفى، تنتشر من المسلمات عبر الأعداد الصحيحة إلى كل الأجزاء الرياضيات باعتبارها قد ارتدت في المذهب الحساب نفسه إلى الأعداد الصحيحة.

فالرياضي اعتبر مسالة العدد من جهة أخرى تعتمد على ثلاث حدود أولية الصفر العدد التالي وخمس مسلمات هي بمثابة العلاقات المنطقية التي تبين استعمال تلك الحدود ومن ثم الاكسيوماتيك الآتي لنظرية الأعداد:

أ. الصفر عدد.

ب . التالي لعدد عدد.

ج . ليس لعددين ما نفس التالي.

د. ليس الصفر تاليا لأي عدد.

[1]– أميرة حلمي مطر: **المرجع السابق** ص: 78.

هـ . كل خاصية للصفر بما أنها تصدق عليه باعتباره عدد فهي تصدق على العدد التالي له كما تصدق على التالي لما عليه.

وهكذا لنلاحظ ان المسالة الأخيرة هي التي تتضمن اطراد العلميات الحسابية مثل الجمع والضرب كما لقبها هنري بويكارية هذه الخاصية الإستقراء الرياضي ولقبها برتراند راسل الخاصية الوارثية للأعداد أي أن ما يصدق على عدد ينتقل بالوارثة إلا غيره.[1]

ومنه يظهر من خلال هذه المسلمات ان الأعداد الرياضية تتصف بالدقة واليقين وأن مسلماته ليست ضمنية على صادقة ولا تتغير بظروف الزمان ولا ظروف لمكان حيث تعد الأعداد هي سلسلة رموز مختارة تطبق عليها طريقة التعاقب بصفة تعاقبيا منتظمة أي أنا الأعداد تمثل نموذج من الرموز التي نستطيع اتخذها بطريقة منظمة.[2]

المبحث الثاني :المنهج الأكسيوماتيكي.

المطلب الأول : شروط وخصائص المنهج الأكسيومي:

قبل البداية في تفاصيل هذا المبحث يجب علينا أولا أن نقدم تعريفا المنهج فقد أولى الفلاسفة اهتماما كبيرا للمناهج وقد استعمل كل فليسوف منهج خاص به حسب دارسته وعليه فقد عرف المنهج عدة تعريفات حيث عرفه عبد الرحمان بدوي بانه "الطريق المؤدي إلى

[1]– محمد ثابت الفندي: **المرجع نفسه**، ص: 120–121.

[2] – روبير بلانشي: نظرية العلم الإستمولوجيا، تر: محمود يعقوبي، ديوان المطبوعات الجامعية، د. ط، د. س، بن عكنون الجزائر، ص. ص: 99، 100.

الكشف عن الحقيقة في العلوم وذلك بواسطة طائفة من القواعد العامة التي تهيمن على سير العقل وتحدد عملياته حتى تصل إلى نتيجة معلومة."[1] وقد عرفه جميل صليبا في قوله "يقصد به بصفة عامة الطريق الواضح"[2]، كما عرف المنهج عند محمد جواد مغنية بقوله: "هو الطريق الذي يتبعه الباحث في أي موضوع للكشف عن حقيقة مجهولة أو لدعم معلومة."[3]

وعليه نستنتج من هذه التعريفات بأن المنهج هو الوسيلة التي يعتمدها الباحث في دارسته وذلك من أجل الوصول إلى الحقيقة. وهناك اختلاف واضح بين المناهج فكل فيلسوف منهج خاص به حسب موضوع دارسته ومن بين المناهج نجد:

1. المنهج التاريخي: وهو المنهج الذي يقوم بدارسة الظاهرة في الفترات الماضية وذلك في الواقع ومن ثم إعطاء مؤشرات والتنبؤات لها.

2. المنهج العلمي: وهو المنهج الذي يتسم بقدرته للوصول للبراهين المطلقة وهو منهج يساعد في التعرف على الثغرات البحثية ودارسة العلاقات فيما بينهما. وكذلك المنهج الإستقرائي الإستباطي وغيرهما من المناهج، وهذا الأخير الذي يقوم على مجموعة من المبادئ والمتمثلة في البديهيات المصادرات التعريفات والنظريات المبرهنة.

---

[1]– عبد الرحمان بدوي: **مناهج البحث العلمي**، وكالة المطبوعات، الكويت، ط3، 1977، ص: 4.

[2]– جميل صليبا: **المعجم الفلسفي**، دار الكتاب اللبناني، بيروت، ج 1، 1982، ص: 435.

[3]– محمد مراد مغنية: **مذاهب فلسفية وقاموس المصطلحات**، دار الجواد، بيروت– لبنان، دون تاريخ، ص: 55.

أولا: البديهيات: وهي قضايا لا تقبل البرهان ويسلم بصحتها كل من يفهم معناها.

ثانيا: التعريفات: وهي تحديد الشيء المراد تعريفه من خلال الاستعانة بالمصطلحات.

ثالثا: النظريات والمبرهنات: وهي جملة من النتائج التي يتم اشتقاقها عن طريق الاستنباط من جملة المقدمات المتمثلة في التعريفات والمسلمات.[1]

ومن بين الشروط التي يقوم عليها المنهج الأكسيوماتكي يجب أن نتطرق أولا إلى:

أ. شروط البناء الأكسيوماتكي:

إن مجموعة الاوليات (الأكسيومات) التي يختارها الرياضي لتشيد صرح بناء رياضي معين بشكل، هو هذا بناء نفسه باعتباره بناء منطقيا متماسكا ما يطلق عليه اسم الأكسيوماتيك، وهذا الأخير يقوم على مجموعة من الشروط الأساسية التي يجب أن تتوفر في كل بناء علمي ومن بين هذه الشروط التي تسمح إلى أن يتصف بالصرامة الحقيقية وهي التي وضعها باش والمتمثلة فيما يلي:

1. يجب النص صراحة على الحدود الأولية (المفاهيم والألفاظ) التي نعتزم أن نعرف لها الحدود الأخرى.

[1]– محمد عابد الجابري: **المرجع السابق**، ص72.

2. يجب التصريح بالقضايا الأولية التي نريد أن نبرهن بواسطتها عن جميع القضايا الأخرى.

3. يجب أن تكون العلاقات القائمة بين الحدود الأولية علاقات منطقية محض ويجب أن تبقى هذه العلاقات مستقلة عن المعنى المشخص الذي يمكن إعطاؤه لتلك الحدود.

4. يجب أن تكون هذه العلاقات هي وحدها التي تتدخل في البرهان وذلك باستغلال تام عن معاني الحدود الابتعاد عن إخذ بالأشكال الهندسية.[1]

ومن هنا تنطلق كل نظرية رياضية أكسيومية من منطلقين:

1. **المنطلق الأول:** الحدود الأولية التي نأخذها بدون تعريف ستكون وسيلة وأداة التعريف باقي الحدود وذلك مثل: النقطة، المستقيم، ومثل: المجموعات، العنصر، الانتباه بالنسبة إلى نظرية المجموعات.

2. **المنطلق الثاني:** المسلمات أو قضايا الأولية التي نعتبرها هي الأخرى صحيحة التعريف[2] وبالنسبة للخصائص فهناك خاصيتان أساسيتان لابد منهما في البناء

[1]– محمد عابد الجابري: **المرجع السابق**، ص81، 82.

[2]– محمد عابد العابري: **المرجع السابق**، ص: 82، 83.

الأكسيومي بالإضافة إلى خاصية الثالثة التي جاء بها هلبرت من أجل أن يكون الأكسيوماتيك مستوفيا للشروط المطلوبة والتي تتمثل تلك الخصائص فيما يلي:

أولا: خاصية الاستقلال: وهي فكرة عرفها أصحاب الهندسات غير الإقليدية وذلك عند محاولتهم البرهان على المسلمة الخامسة توصلوا إلى اكتشاف استقلالها من غيرها من المسلمات الخامسة بالمستقيم والسطح والتطابق وغير ذلك بصفة عامة أن أوليات الأكسيوماتيك ما تكون مستقلة عن بعضها البعض عندها لا يكون في الإمكان البرهنة عليها بواسطة الباقي، أما عندما يغدو الإمكان ذلك فإن الأولية المبرهن عليها تصبح نظرية [1] وعن هذه الخاصية يمكن القول بأن أكسيومات النسق هي مستقلة وتكون كذلك عندما يعجز الرياضي عن استنتاج أي أكسيوم من أكسيومات الأخرى بواسطة البراهين المنطقية، حيث يرى هلبرت أن الأكسيومات المجموعات المختلفة من السهل البرهنة على إستقلالية الأكسيوم Aعن مجموعة الأكسيومات X يعنى إن البرهنة على لا تناقض النسق الذي يحتوى الأكسيوم A ولن يكون هناك أي خطا منطقي، حيث نجد أن هناك علاقة قوية بين البرهنة على لا تناقض وتماسك النسق والبراهين الإستقلالية الأكسيومات التي هي مهمة للفاعلية النظرية ذاتها فدارستها تقوم بكشف على العلاقات المنطقية المخفية.

[1]– محمد ثابت الفندي: **المرجع السابق**، ص: 78.

عزز كفاييس موقفه ووضحه واستشهد بأعمال فابلن (1960.1880) الذي اهتم بأكسيومات الهندسة والترتيب.[1] فنجد أن كافييس أكد على استقلالية المحددة والدقيقة وهي وسيلة للتوصل في الهندسة إلى معطيات تحتوي عن أقل قدر ممكن من الأجزاء المشتركة يقول كفاييس أنه يجب من جهة أخرى التمييز بين استقلالية المعنى واستقلالية الإثبات ان الأكسيوماتيك يمكن أن يوضع دائما على شكل فرضية ،حيث استقلالية المعنى يختص بالفرضية بينما استقلالية الثبات بالنتيجة .[2]

يمكن القول بصفة عامة بأن أوليات أكسيوماتيك ما تكون مستقلة عن بعضها بعضا عندما لا يكون في الإمكان البرهنة عليها، فإن الأولية المبرهن عليها تصبح نظرية. ففي الهندسة الإقليدية منه تعتبر القضية القائلة إن زوايا المثلث تساوي 180° درجة نظرية لأنه يبرهن عليها بواسطة مسلمة التوازي وهي أولية مستقلة عن باقي الأوليات الإقليدية الأخرى.[3]

ثانيا: خاصية عدم التناقض: أي عدم تناقض الأوليات فإن المسالة أكثر صعوبة فقد يقال مثلا يجب تطبيق الأكسيوماتيك على التجربة فهي التي تمكننا من التعرف على تناقض أو عدم تناقض أولياته وهذا صحيح.

[1]– زبيدة مونية بن مسي: **المرجع السابق**، ص: 271، 272.

[2]– زبيدة مونية بن مسي: **المرجع السابق**، ص: 272.

[3]– محمد عابد الجابري: **المرجع السابق**، ص: 85.

ولكن ليس من الضروري أن يكون الأكسيوماتيك هو التعريف بناء نظري قابلا للتحقق منه بالتجربة على الأقل في مرحلة ما من مراحل تقدم العلم فالهندسة التي شيدها ريمان مثلا كانت قابلة للتطبيق على العالم الواقعي حتى جاء أنشتين وبرهن بنظرية النسبية على أنها أكثر ملائمة من الهندسة الإقليدية، ونجد كذلك طريقة تساعدنا في اتخاذها معيارا لعدم التناقض وهي مستوحات من الطريقة التي تستعمل للتأكد من استغلال الأوليات وتتلخص في البرهنة على نظرية ما على عكسها داخل بناء إكسيومي معين، فكلما كان هذا ممكننا كان الأكسيوماتيك يشمل على الأقل أوليتين متناقضين غير أن هذا المعيار ليس من السهل تطبيقه دوما لأن النتائج والنظريات التي يمكن تشييدها داخل أكسيوماتيك ماهي في الغالب غير محدودة.

إن مسالة التناقض هذه هي إحدى الصعوبات التي لم يتغلب عليها بعد أنصار هذا لإتجاه الأكسيومي تغلبا تماما، ولذلك فهي ما تزال إحدى الصعوبات الأساسية المعلقة.[1]

إن اللاتناقض أو عدم التناقض مسالة منطقية مهمة في إقامة النسق الإقليدي فلا يمكن أن يتقبلا في نسق واحد بعينه قضيتان متناقضان لأن تناقض النسق يحطم ذاته ولهذا تماسك النسق يعني لا تناقض واللاتناقض هو: استحالة استنتاج منطقيا من الأكسيومات نتيجة تناقضها فالنسق هو متين ويقيني عندما لا يمكننا استنتاج من الأكسيومات قضية

[1]– زبيدة مونية بن مسي: **المرجع السابق**، ص: 270، 271.

تكون نفي لإحداها والأكسيومات هي متماسكة ويقينية حيث برهن هلبرت في مقاله أسس الهندسة عن تماسك ويقينية الأنساق بعرض نماذج أتبث أن التناقض في الأكسيومات يسلتزم تناقضا في النظرية التي ينتمي إليها النمط سواء كان رياضيا أو فيزيائيا أو فلكيا ولهذا فقوة النسق يتحقق بقوة النظرية فمثلا تناسق ويقينية الأكسيومة الخاصة بالهندسة دون أكسيوم التكامل هو مؤسس على الأعداد الجبرية التي تتحقق من طرف علم الحساب وهذا يتحقق بالتحليل وهذا ما يمده بأمن جزئي.

ولقد وضع هلبرت في مقاله مسائل رياضية من خلال تقديم أمثلة في الهندسة وفي المجموعات في الفيزياء لكي يبرهن على ضرورة لا تناقض الأكسيومات ومن ثمة التأكد عن إتساقها لذا يجب البرهنة عن النظرية وعن نفيضها في بناء النسق الأكسيومي فكلما كان ذلك ممكنا كان النسق متناقضا لأن النتائج والنظريات الموجودة في النسق غالبا ما تكون غير محددة، وعليه فإن مسالة عدم التناقض هي إحدى الصعوبات التي لم يستطيع مؤيدي الأكسيوماتكية التغلب عليها فقد يؤدي إلى العودة إلى التجربة والحدس الحسي من خلال التأويلات المقدمة للنسق.

ثالثا: خاصية الإشباع: يعد الإشباع أقل الشروط خطوة في مناقشات هلبرت وأول معانيه عنده هو أن طائفة معينة من المسلمات تكتفي بمفردها بالقيام بمهمة استنباط قضايا أو نظريات فرع معين من الفروع الرياضيات، ثم توسع هلبرت في معناه بحيث ضمن فكرة أن أية مسألة أو نظرية تثار في داخل الفرع ما يجب أن يفصل فيها بالسلب أو بالإيجاب على

أساس تلك المسلمات نفسها وتحديد هذه الفكرة صعبة بعض الشيء، ولكن يمكن القول بأنه أن فرعا رياضيا ما إنما تصل مسلماته إلى درجة الإشباع إذا تعذر لقضية ولنقضيها معا أن ينتجا في أن واحد عن المسلمات على كل حال فمسألة الإشباع موضع نقاش مفتوح لدى الرياضيين.[1]

عرف جون كفاييس خاصية التشبع كما يلي:

إن النظرية هي متشبعة إذا كانت كل قضية مصاغة في المفاهيم الأساسية هي إما قابلة للبرهنة أو مرفوضة (مما يعني أن نفييها قابل للبرهنة) في نظرية وأثناء حديثة عن التشبع تطرق كفاييس إلى المطلقية، فالنظرية تكون يقينية عندما تكون نماذجها متماثلة متكافئة وتكون كذلك إذا كانت تحقق تقابل واحد بواحد و الخصائص الموجودة في الأكسيوماتيك تكون ثابتة .[2]

وعن العلاقة المطلقية بالتشبع فالأولى تؤدي إلى تشبع لأن الأخيرة تلتقي مع استحالة التفرع، ولكن هذا لا يعني أيضا تطابقهما فهما منفصلان وتاريخيا التشبع ظهر قبل الثانية وتكلم عنه هلبرت في مقالة حول تصور العدد بإعطائه المعنى الثاني، النسق الاكسيوماتيكي يكفي للبرهنة على كل القضايا الهندسة لكن كما يقول كفاييس لم يبين كيف يمكن البرهنة

[1]– محمد ثابت الفندي: **المرجع السابق**، ص: 80.

[2]– زبيدة بن مسي: **المرجع نفسه**، ص: 272

على صحتها وعن تشبع الأكسيوماتيك، بالرغم أنه رمز مطولا على اللاتناقض والاستقلالية وعلى العكس فإن فابلن توصل إلى فكرة التمام من خلال مفهوم التعريف الشامل التام.[1]

وهناك خصائص أخرى ليست في مثل هذه الضرورة ولكن قد يتصف بها البناء النظري الذي من هذا النوع وهي:

1. **الإنقلاب والإنفتاح:** يقال عن الأكسيوماتيك ما أنه منغلق عندما لا يكون في الإمكان إضافة أولية مستقلة جديدة ومن الممكن فتح الأكسيوماتيك المغلق بأن ننزع منه إحدى أولياته وفي هذه الحالة يصبح ضعيفا من حيث التضمن غنيا من حيث الإستفراق.

2. **التكافؤ:** يكون بناء أكسيومي مكافئا لبناء أكسيومي أخر إذا كان الاختلاف بينهما قائما في الصياغة والتركيب، اي اذا كان مؤسسين على نفس الحدود والقضايا التي تؤخذ في أحدهما على أنها أوليات مشتقات، وبعبارة أخرى يقال عن نظامين أكسيوميين أنهما متكافئان إذا كانت كل قضية في الأول يمكن البرهنة عليها في الثاني أو العكس.

3. **التقابل :** بما أن الأكسيوماتيك بناء نظري مجرد فإنه من الممكن إعطاءه تحقيقات شخصية مختلفة وتسمى بالطرز فعندما يكون هذه الطرز لا يختلف

[1]– زبيدة بن مسي: **المرجع السابق**، ص: 273.

فيما بينها إلا بالتعدد الدلالات الشخصية التي نعطيها اللأوليات التي تقوم عليها وعندما تعود . أي الطرز نفسها. لتطابق مع بعضها بعض عندما نهمل تلك الدلالات المشخصة ونقصر اهتمامنا على الجانب الصوري المجرد وحده فإنها أي الطرز تسمى حينئذ بالطرز المتقابلة أي التي لها نفس المنطقية مثل في الهندسة الإقليدية إذا غيرنا إحدى مسلماته مسلمة التوازي مثلا فإننا سنحصل على النظريات أو هندسيات مختلفة وتسمى في هذه الحالة هندسيات متجاورة وإذا أخذنا الآن إحدى هذه الهندسيات وصغناها صياغة منطقية مختلفة صياغة هلبر وصياغات أخرى، فإننا نحصل على منظومات

أكسيومية متكافئة أما إذا أخذنا إحدى هذه المنظومات وطبقناها على التجربة فإنه من الممكن أن نجد لها تحقيقات مختلفة أي طرزا جديدة تسميها طرزا تقابلية أو متقابلة.[1]

المطلب الثاني: حدود المنهج الأكسيومي :

يمثل المنهج الأكسيوماتيكي سوى وجه من وجوه العلم، وهو منهج يعتمد على الصورية المحض، حيث يزعم أن يعمل على أبعاد الحدس وتعويضه بالاستدلال بل حتى بعمليات حسابية فهو لا يمكن أن يستمر في أداء وظيفته دون أن تضطر إلى الإستبعاد بالحدس مرتين . ففي بداية تعتمد الصورية المحض على الحدس المشخص الذي يشكل سندها الأول

[1]– محمد عابد الجابري: **المرجع السابق**، ص: 79.

وكذلك ان الصياغة الأكسيومية لا تنطلق من الأوليات إلا في الكتب، أما في ذهن الرياضي فإن الأولويات لا تبرز في نهاية المطاف.[1]

يتطلب المنهاج الأكسيوماتيكي وجود استنتاج مادي حتى يتمكن الرياضي من أن يضفى عليه شكلا صوريا وهذا الاستنتاج المادي يتطلب الاستقراء طويل لجمع مواد معينة يقوم بتنظيمها ثم صياغة الاستنتاج صياغة إكسيومية ،وعليه ما يقوم به الاكسيوماتيكي هو البحث عن عدد من المبادئ التي يمكن أن نستنتج منها مجموعة معطاة من القضايا ،وعليه فلابد من التحليل الإستقرائي الذي ينتقل من الحوادث إلى القانون كمرحلة أولى ثم يليه مرحلة التحليل الأكسيومي من خلاله انتقال من القوانين إلى الأوليات والذي يعتمد الصياغة الاستنتاجية المنظومية، وعندما تترجم هذه الأوليات إلى رموز وعندها نحدد قواعد التركيب نستطيع الصياغة الصورية حينذاك فقط إهمال المضامين الحدسية الأصلية هذه المضامين التي حددت أول الأمر شكل البناء الأكسيومي والتي تعمل بعد ذلك على رسم معالمه وحدوده وعلى ضمان وحدته وحدة عضوية التي تجعل منه ليس مجرد حشد عرضي للأوليات بل بناء منظوميا متماسكا.

إن الصياغة البديهية الجافة بالنسبة إلى عقول غير مهيأة يكمن في كونها تترك إنطباعا قويا في النفس انها صياغة إعتباطية لأنه لا يشعر بفائدة الأكسيوماتيك ولا بجماله وعليه فالصياغة الأكسيومية لا تشيد من أجل مجرد اللعب بل من أجل الاستعمال مثلها في

[1]– محمد عابد الجابري: **المرجع السابق**، ص: 219.

ذلك مثل الأدوات الفكرية نفسها والشخص يحصر مهمته في التنظير المحض يضطر إلى النظر الأداة التي شيدها باعتبارها طرزا هو نفسه الطراز الرمزي[1].

إن الصياغة الأكسيومية تعمل بمعنى من المعاني على فضاء مبرما على جميع القوى التي هى أعلى من قوة اللانهائي القابل للعدد، وعليه فلا يمكن مثل تصور المتصل كشيء يمتاز بخصوصية للبنيوية بواسطة المنهاج الأكسيومي لأن أي صياغة أكسيومية للمتصل لابد أن تكون من طابع يقبل العدد حيث توصل **فون نومان von Neuman** أن قوة مجموعة ما تتوقف من الكبر والصغر على أكسيوماتيك هذه المجموعة.

يعتمد المنهاج الأكسيوماتيكي على الحدس المشخص كمنطلق وبداية مما يجعله محدودا به من الأسفل ،فإنه يلتقي فهي النهاية بنوع أخر من الحدس يجده الحدس العقلي وذلك لأنه إذا كان المنهاج الأكسيومي يستطيع فعلا مطاردة هذا الحدس والرمي به بعيدا أثناء سيريه ،فإنه يستطيع قط الفضاء عليه بشكل نهائي عام.

إن النظرية المصاغة صياغة إكسيومية تطرد الحدس وتلتقي به في ما بعد نظرية Metatheorieوعندما تقوم الصياغة الصورية الرمزية لما بعد النظرية بمجرد الحدس من مبدئها يلجأ هذا الأخير إلى ما بعد النظرية Meta metathearie، وعليه فإن ممارسة الصياغة الصورية يلزم دوما لمحة من لمحات الفكر.[2]

[1]- المرجع السابق، ص 220.

[2]– محمد عابد الجابري: **المرجع السابق**، ص: 221.

إن الخدمة التي سيبديها لنا المنهاج الأكسيومي ليست كامنة لكونه يلغي الحدس ويعيده نهائيا، بل في كونه يحتويه ويحصره في ذلك الميدان الضيق الذي لا يمكن الاستغناء عنه فيه.

إن الصياغة الصورية تجنبنا الوقوع في الأخطاء والتي يتسبب فيها الحدس الجامح المفرط ولكن شريطة أن تخضع هي نفسها المراقبة نوع من الحدس الخفيف، ومنه فوظيفة أي منهج مهما كانت خصوبته انحصر أساسا في عملية التنظيم والتوثيق وإذا شئنا أضفنا إلى ذلك عملية مد النتائج إلى مدى أبعد وهذا يتطلب وجود ميدان وقع تثبيته من قبل.

إن المنهج ينظم المعلومات المتوفرة ويسد الثغرات فيها ويربط بين أطرافها ولكنه لا يأتي بشيء جديد جدة حقيقية، إن الاكتشافات التي تحدث الهزات هي من بين العبقرية التي تزعزع المناهج وكذلك اكتشاف البرهان كلاهما ضروري للعلم الذي يحتاج إلى الفكر الذي يكسر القيود بقدر حاجته إلى الفكر الذي يضع القيود، ومن هذه الناحية أيضا يكمل الحدس والمنطق أحدهما الأخر، وذلك حسب تنوع العقول وتقلبات التاريخ ذلك ما يقرره مؤلف ليس أقل تحمسا للمنهاج الأكسيومي ويقول هذا المؤلف في فترات النمو والتوسع، عندما تدخل إلى الميدان جديدة ،يصعب في الغالب تحديد الشروط استعمال المنظمومة لكيفه معقولة إلا بعد أن تخضع هذه المفاهيم للاستعمال مدة طويلة الشيء الذي لابد فيه من عمل توضيحي نطول مدته أو تقصر ترافقه شكوك ومناقشات وجدال وعندما تنتهي هذه الفترة الرواد التي ذات طابعا بطوليا ويمكن للجيل الثاني حينئذ فقط القيام بتقنيتين أعمال الرواد وتطهيرها من

الزوائد وتوطيد أسسها ويكمله واحدة إعادة البناء بنظام وترتيب وهنا وفي هذه الفترة بالذات تكون الكلمة العليا للأكسيوماتيك بمفرده ويبقى الحال كذلك إلى أن نقوم ثورة جديدة تحددها فكرة جديدة .

المطلب الثالث :أهمية المنهج الأكسيوماتيكي :

يعد المنهج الأكسيوماتيكي من بين المناهج الأنسب للدراسات المسائل الرياضية الحسابية ومنها الهندسة، وفقد كان التفكير الرياضي يرى نقطة البدء وتكون مشروعه إذا كانت تسمح لنا ببناء علم منسق ومنتج إذا كانت تحتوي في ذاتها على بداهة مطلقة.

إن الأكسيوماتيك كمنهج يسمح لنا بالبرهنة على القضايا بكل وضوح من خلال إزالة الغموض والشكوك عنها، وعليه فالمنهج يستطيع الباحث الرياضي أن يصل إلى النتائج اليقينية بكل بساطة في أبحاث.[1]

أضف إلى ذلك أن المنهج الأكسيوماتيك قد سمح بتطوير البديهيات إلى المصادرات جديدة وأضاف إلى ذلك الطابع الأكسيوماتيكي، وعليه فقد قام المنهج بتبسيط النظريات وجعلها واضحة للباحث.[2]

[1]– بول موي: **المنطق وفلسفة العلوم**: ترجمة: فواد حسين زكريا، دار النهضة، مصر–القاهرة، د. س، د. ط، ص: 114، 115.

[2]– رولان أومنيس: **فلسفة العلوم**، ترجمة: أحمد فؤاد باشا، المجلس الوطني للثقافة والفنون والآداب، الكويت، ط1، 1978، ص: 151.

يرى دفيد هيوم أن الصرح العلمي والنقل الخاص بالعلوم، والذي رسم وبني باعتماد على المنهج الأكسيوماتيكي قد ظهرت فيه الرياضيات كوجه رئيسي، وعليه المنهج الأكسيوماتيكي لديه دورا كبيرا في بناء هذا الطرح ولقد أيد جون كفاييس رأي دافيد هلبرت حيث يرى أن الرياضيات الأكسيوماتيكية توصلنا إلى تكوين ماهية الفكر، وعليه فقد اعتبره طريقة غير مباشرة جعل المنهج الأكسيوماتيك وسيلة لتوحيد بين العلوم وهذا يدل على نجاح المنهج في السنوات الأخيرة وتطوره، ومنه فالمنهج الأكسيوماتيكي هو منهج لا يقوم على تأسيس الرياضيات فقد بل تعدى ذلك تبرير تطبيقاتها في العلوم الأخرى.[1]

تعتمد الرياضيات في الوقت الراهن اعتمادا كليا على المنهج الأكسيوماتيكي وهي تتميز بثراء كبيرا واكتشافها الكامل بتطلب عمرا طويلا ،ولهذا فقد تغيرت النظرة المعاصرة كما كانت على الرياضيات الكلاسيكية وذلك راجع إلى زيادة تطور المعرفة وتنوعها في مواضيعها.[2]

إن المنهج الأكسيوماتيكي هو عبارة عن أداء التجريد والتحليل بالغة الأهمية فهو يعد أداة لفتح أمام الفكر باب واسع وتطرح أمامه أفاق جديدة وإمكانيات جديدة في المضيء قدما في العالم المجرد، وعليه فإن الانتقال من نظرية مرتبطة بالشخص إلى نفس النظرية التي

[1]– زوبيدة بن مسي: **المرجع السابق**، ص: 267، 268.

[2]– رولان أومنيس: **المرجع السابق**، ص: 150.

صيغت صياغة إكسيومية ثم صياغة محض رمزية خطوة هامة جدا في اغتناء الفكر البشري وإكسابه قدرة لا تحد على معالجة أكثر القضايا تجريدا أو تعميما.

إن الانتقال من مستوى أدنى إلى مستوى أعلى على صعيد التجريد يفتح أمام الفكر أفاقا جديدة خصبة، ويساعده على تنظيم المعلومات والمعارف التي اكتسبها تنظيما محكما وإن السير في ميدان التجريد يرافقه دوما تقدم مماثل في مجال التعميم، وكما قال راسل فإن أهمية التعميم تكمن في تحويل الثوابت إلى متغيرات الذي يمكن الفكر من معالجة أكثر القضايا تعقيدا وغموضا بمرونة ووضوح إذا كان هذا فعلا تحويل الثوابت إلى متغيرات هوما يفعله العالم الرياضي الذي يستعمل المنهاج الأكسيومي عندما يضع كلمة " مستقيم " الرمز "س" ومكان كلمة المطابقة الرمز "ص" فإننا نحولهما إلى متغيرين يخضعان فقد للعلاقات التي تقيمها بينهما الأوليات التي انطلقنا منها أول الأمر وبالتالي يصبح في الإمكان إعطاؤهما قيمة معينة أخرى عندما نريد النزول من الميدان الأكسيوماتيك إلى ميدان تطبيقاته.[1]

وهكذا فإن صياغة ما صياغة أكسيوماتكية تغض النظر نهائيا عن الدلالات الشخصية والحدوس الحسية تجعلنا قادرين ليس فقط على التفكير في نظرية بشكل أكثر دقة، بل قادرين أيضا على نضع لأنفسنا أداة ذهنية بنفس العملية متعددة الصورة قابلة للتطبيق على النظريات. وبالتالي فإن النظرية المصاغة صياغة أكسيومية تصبح حينئذ بمثابة دالة نظرية

[1]– محمد عابد الجابري: **المرجع السابق**، ص: 89، 90.

عبارة عن قالب للنظريات المشخصة، فإن الأكسيوماتيك أصبح أداة ثمينة تمكننا في الاقتصاد في المجهود الفكري وذلك بجمع عدة نظريات واحدة وبالتالي التفكير في المتعددة من خلال الواحد. زد على ذلك فإن المنهج الأكسيومي يساعدنا في تنظيم معارفنا ووضع مختلف العلوم في قوالب أكثر وضوحا ودقة، كما أنه يساعد على اكتشاف التناظريين النظريات المتفرقة التي يضمها علم واحد أو توزعها مجموعة من العلوم، مما يمكننا من السيطرة الفكرية على النظريات التي تبدو ظاهريا متنافرة تساعده على السير قدما إلى الأمام وعليه فإن الطابع الأول للخطوات الأكسيوماتيكية الصورية الرمزية يسمح لنا بالاحتفاظ بالمجهود الفكري البشري لعمليات أخرى أرقى وهكذا بفضل الصياغة الصورية الرمزية أصبح بإمكان الباحث العمل على العمليات المعقدة التي كانت تستغرق وقتا طويلا وتستغرق مجهودا عظيما وطاقة فكرية هائلة.[1]

أما فيما يخص القيمة الإستمولوجية لهذا المنهج يكفينا أن نشير إليها في بعض الميادين العلمية ففي ميدان الرياضيات فقد تغيرت تغيرا جذريا بعد أن صيغت مختلف فروعها صياغة أكسيومية من التنصيف التقليدي للرياضيات حسب موضوعها إلى حساب وجبر وهندسة نجد أن أنفسنا اليوم أمام تصنيف جديد أكثر وضوحا ودقة حيث يقوم هذا التصنيف على أساس العلاقات والبينات التي تشكل من هذه العلاقات والبيانات.

[1]– محمد عابد الجابري: **المرجع السابق**، ص: 90.

اما في ميدان العلوم الطبيعية فإن المنهج الأكسيومي يسعى لغزو العلوم الفيزياء والأشياء الكبيرة جدا (ميدان الفضاء) وغيرها في الميادين.

إذا كان هذا المنهاج لم يجد سبيله إلى العلوم الطبيعية الأخرى كالبيولوجيا مثلا، لأن هذه العلوم مازلت تزحف على درجات الدنيا من سلم التجريد.

يقول روبيربلانشي[1] "إن تاريخ العلوم يكشف لنا مراحل أربعة تقطعها العلوم في تقدمها في المرحلة الوضعية إلى المرحلة الاستنتاجية وأخيرا المرحلة الأكسيوماتيكية .[2]

[1]– **روبير بلانشي:** فيلسوف ومنطقي فرنسي (1975.1998)، أهم مؤلفاته الأكسيوماتيك 1955 مدخل المنطق المعاصر 1975، البنيات العقلية 1965.

[2]– محمد عابد الجابري: **المرجع السابق**، ص: 90.

الفصل الثاني

روبيربلانشي ونظرته لمبادئ إقليدس

مقدمة

المبحث الأول: مبادئ النسق إقليدس

المطلب الأول: البديهيات

المطلب الثاني: المصادرات

المطلب الثالث: التعريفات

المطلب الرابع: الأشكال والبرهنة

المبحث الثاني: نقائص النسق الاقليدي

المطلب الأول: وضع الرياضيات في صورة مصدريات

المطلب الثاني: الرياضيات الشارحة

المطلب الثالث: وضع الرياضيات في صورة مصادرات

المطلب الرابع: المنطق الشارح

تمهيد :

تعد الهندسة الإقليدية نموذجا للرياضيات الدقيقة وذلك لاعتمادها على منهج صحيح وقوي، ولقد حاول الرياضيون البرهنة على نظرياتهم الهندسية على مبادئ وأسس.

إن التطورات التي شهدتها الأبحاث والدارسات الهندسية والرياضية توجه الرياضيون من مرحلة تقرير نظرياتهم إلى مرحلة النقد والمناقشة لمبادئ النسق الاقليدي من خلال اكتشاف أوجه النقص وعليه فيما تتمثل الأسس و المبادئ الإقليدية ؟ وماهي أهم نقائص النسق الإقليدي؟

الفصل الثانـي: روبير بلا نشي ونظرته إلى مبادئ إقليدس

المبحث الأول: مبادئ النسق الإقليدي

بقيت الهندسة الإقليدية حوالي 19 قرن، حيث تميزت نتائجها بالصحة والثبات والمطلقية وهذا ما جعلها تتصف بالبداهة والوضوح غير أن الرياضيات في العصر المعاصر لم تهتم بالمبادئ التي اهتمت بها الهندسة الإقليدية بكونها تعد مقدمات في البناء الرياضي وهذا الأخير يقوم على تناقض مقدمات مع النتائج مما أدى إلى اختلاف بين الفلاسفة من بينهم نجد روبير بلانشي الذي يبن ذلك في كتابه الأكسيومية وقدم فيه ما يلي:

المطلب الأول: البديهيات

هي القضايا التي يقوم عليها العلم الهندسة وهي قضايا بينية بذاتها بمجرد أن نسمع كلامها.[1] حيث ميز إقليدس بين البديهية والمسلمة لأنهما يحملان الترادف والدليل وذلك الأكسيومية بمعنى ما هو بديهي مرتبط بالطابع الذاتي، وعليه فإن أردنا أن تعتمد عليها يجب أن نحذف مجموعة من البراهين تكون أقل بداهة.

إن البديهية عند إقليدس لم تعد تعتبر عن حقائق واحدة تفرض نفسها على العقل الإنساني وهذا خاص بظهور الرياضيات في العصر الحديث هذا ما جعلها غير ثابتة كقولنا بديهية الكل أكبر من الجزء، أصبحت ليس لها قيمة.[2]

وجه روبيربلانشي انتقاد البديهية "الكل أكبر من الجزء" خاطئة وليست صحيحة أنها عديمة الفائدة، ويرى أن صدقها مرتبط بالمنطق القديم واعتبارها أنها ليست بحاجة إلى برهان لكن البديهية كقضية يجب أن نبرهن على صحتها في الرياضيات المعاصرة.

تعد البداهة لدى كل من إقليدس والرياضيين عبارة عن أفكار صادقة ومطلقة وضرورية والصدق الذي اعتمد وعليه فيه وجهتان وهما الأول أن البديهية واضحها بذاتها والوجه الثاني أنها مطابقة للواقع ولهذا فقد اعتبرت فكرة البداهة من بين المسائل التي كانت تلتقى جدال كبير

---

[1]– أندري لالاند: **المرجع السابق** ، ص: 126.

[2]– روبير بلانشي: **الأكسيومية أو المنظومة للأوليات**، ترجمة: محمد يعقوبي، دار النشر محمد علي الحامي، ط1، 2004، ص: 18.

الرياضيين وعليه فالبديهية يعني بهم اهو صدق بالضرورة أي ثابت ومطلق فالبديهيات لا تحتاج إلى دليل فهي واضحة بذاتها وصادقة وضرورية، فالحقيقة تكون واضحة بذاتها إلا إذا كانت تخضع لمعرفة سابقة أو علم سابق سلمنا بصحته وبذلك تستطيع منطقيا أن نسلم بصحة ذلك العلم السابق، زد على ذلك وجود عدة انتقادات من الرياضيين لفكرة البداهة وذلك بأنها تتطابق مع الواقع الخارجي.[1]

يرى روبير بلانشي أن دور البديهية لم يعد له أهمية كما كان من قبل لأنه عند وضح فكرة النسق في الصدارة فإنها تصبح تتمركز حول فكرة التماسك المنطقي بدل من فكرة الحقيقة المطلقة. وعليه فالبديهية في النظرية التقليدية غير واضحة بعد أن كانت الأساس الذي تمحورت عليه الرياضيات لزمن طويل.[2]

المطلب الثاني: المصادرات.

خالفت الرياضيات الحديثة مصادرة إقليدس، مما جعل عملية لبرهنة عليها صعبة داخل النسق، وعليه فقد تغيرت فكرة هذه المصادرة تفرض نفسها على العقل كالبرهنة على المسلمة التي تنص على "نقطة خارج المستقيم يمكن رسم موازي واحد "فهذا ما كان يبدو للناظر إليها.

إنطلق لوبا تشفسكي وخالف هذه المصادرة وجاء بمصادرة أخرى تقر على أن من نقطة خارج مستقيم يمر موازي على الأقل بمعنى وجود مالانهاية من المستقيمات الموازية، فهذه

[1]– جلال شمس الدين: **فلسفة العلوم**، مؤسسة الثقافة الجامعية، الإسكندرية، د. ط، 2001، ص: 20، 21.

[2]– روبير بلانشي: **المرجع السابق**، ص: 19.

القضية مثبتة ببرهان الوجود وبين القضية القائلة ،لا يمر موازي إلا موازا واحد على الأقل بمعنى أنها تقر على وجود مالا نهاية من المستقيمات الموازية، فهذه القضية مثبتة ببرهان الوجود ،وبين القضية القائلة لا يمر موازي واحد على الاكثر بمعنى أنها تقر على وجود مستقيم واحد فهي مسلمة وحدانية فهذا التناظر الظاهري يجعل عدم تناظر التبريرات مشينا أكثر ومنه تصبح مسلمة التوازي حلقة غريبة عن النسق وكذلك ذريعة معدة لتدارك أي نقص في التسلسل المنطقي.[1]

لقد أصبحت مسلمة إقليدس ليس لها دور وظيفي بالنظر إلى الأنساق الحديثة التي مثلها كل من لوباتفسكي وريمان فقد أصبحت بمثابة حلقة مبهمة لا تقوم بدورها المتمثل في الترابط المنطقي الذي يكون باتساق النتائج مع المسلمات.

لقد ساهم نصير الدين الطوسي في عملية إصلاح النسق الإقليدي من خلال اكتشافه للهندسات الإقليدية ،حيث يرى روبير بلانشي أن النظريات التي أساسها المصادرات والفرضيات هي التي جعلتها تكون ذات أهمية من الناحية الإستمولوجية حيث أصبح البناء مجرد نسق وهو تحور جذري في المجال الأنساق مما جعل هذا المبدأ قائم الافتراض والاستنتاج وعدم التناقض، أي أن كل نسق صحيح ومعيار الصواب فيه يحدد باتساق المبادئ والمنطلقات مع النتائج المتوصل إليها.

[1]– روبيربلانشي: **الأكسيومية ومنظومة الأوليات**، المرجع السابق، ص: 12.

يثبت البرهان الرياضي في التأويل التقليدي أن النتائج قطيعة ضرورية وهذا ما كان يلقبه أرسطو (بالقياس الضروري). أما إذا نظرنا إلى النتائج من الناحية الصورية ماهي إلا افترضا إعتباطي تواضعي، يعنى أنها تواضع عليها علماء الرياضيات ولهذا لم تعد الضرورة إلا في العلاقات المنطقية التي تجمع القضايا ومنه يصبح العالم الرياضي بإمكانه أن يفترض ويستنتج[1]

ذهب بوكاريه إلى أن المكان الإقليدي ليس شكلا مفروضا على حساسيتنا ما دمنا نستطيع تخيل المكان اللاقليدي مما جعل المكان الإقليدي القائم على الحواس لم يعد شيئا أو شكل مفروضا عن معرفتنا المسبقة.[2]

المطلب الثالث: التعريفات

إن للتعريف وظيفة مهمة في مجال الرياضيات فهي قضايا تشرح معنى الحدود الأولية ولا يقال لها صادقة وكاذبة كتعريف هو كل تعريف جديد من التعريفات المتتابعة داخل النسق إنما هو أمر يحدد بدقة من خلال المرحلة التي توصل إليها النسق.[3]

يرى روبير بلانشي بأن التعريفات مبدأ أساسي لبناء البرهان حيث انطلق من نظرة فريجة التعريفات حيث بين أن نظرته نجعل منها ثوابت للفصل والوصل في الصورية المنطقية فهو

[1]– روبيربلانشي: **المرجع السابق**، ص: 14.

[2]– بوانكاريه: **قيمة العلم**، ترجمة الميلود شعموم، دار التنوير بيروت، د. ط ،1882، ص: 45.

[3]– جلال شمس الدين: **المرجع السابق**، ص: 18.

عكس إقليدس، وعليه فإن التعريفات لدى فريجة تكمن في ثوابت الفصل والوصل والمساواة المتمثلة في أنه:

1. عرف دالة الفصل بأنها قضية التي تصدق إذا ما صدق أحد عنصريها أو كلاهما معا ويرمز لها بالرمز P , Q.
2. دالة الوصل هي التي تصدق بصدق عنصراه معا وتكذب إذا كذب أحد عنصريه.
3. دالة المساواة فهي ما تعبر عن علاقة الهوية بين إسمين وتصدق عندما يتحقق التبادل بين عنصريها دون الإخلال بالصدق ورمزها: P=Q.[1]

وكشف روبيربلانشي عجز النسق الأقليدي من جهة التعريفات الأولية التي تملك من التعريفات إلا الظاهر، بحيث أنها تنحصر في شروح جبرية بسيطة شبيهة بتلك التي تعطي في المعجم بغرض توجيه نحو فهم المقصود.[2]

كانت المسلمة التي أشارت الشك هي المسلمة الخامسة اللإقليدية وهي تصاغ كما يلي من نقطة خارج مستقيم يمكن رسم مستقيم واحد فقط موازي للأول والقضية القائلة بأن مجموع زوايا المثلث يساوي دوما 180° درجة مئوية.[3]

---

[1]– زكريا مشتاوي: **المؤثرات المتبادلة بين المنطق والرياضيات النسق النموذج**، دار الوفاء لدنيا للطباعة والنشر، الإسكندرية، ط1، 2011، ص: 154.

[2]– روبيربلانشي: **المرجع السابق**، ص: 20.

[3]– فاضل سلامة شنطاوي: **أسس الرياضيات والمفاهيم الهندسية الأساسية**، ط1، دار المسيرة للنشر، الأردن، 2008، ص: 25.

لقد حاول الرياضيون عبر مختلف العصور البرهان على مسلمة التوازي ومحاولة تبسيط القضايا أبسط وأوضح لكن محاولاتهم فشلت.[1]

هذا إعتبر بلانشي بأن التعريفات على أنها ما يظهر في المعاجم اللغوية كدليل يثبت على أنها لا تهتم باللغة الألفاظ والرموز التي لا تستعمل إذ أن لغة الأنا لا تتغير عن الحقيقة الرياضية وهذا ما يظهر في المعاجم اللغوية كدليل يثبت على أنها لا تهتم باللغة أو لكونها تعريفات لغوية وانتقد بلاشي إقليدس في تعريفه للخط مستقيم ما هو إلا ذلك الخط الذي يقوم على تقاطعه على سواء.[2]

ومن بين الرياضيين الأوائل الذي استخدم البرهنة على صحة هذه المسلمة نجد الرياضي نصر الدين الطوسي في القرن الثاني عشر ولكنه لم يستطع إبطال هذه المصادرة، لأن هناك ما يؤكد صحتها بسبب تمسكه بالفكر الاقليدي ومع حلول القرن الثامن عشر طرح بعض العلماء طرق جديدة للبرهان وهي الاستدلال بالخلف وذاك حسب اعتقادهم بأن نفس المصادرة ستؤدي إلى الحصول على نتائج غير متناقضة. [3]

نقد الفلسيوف والرياضي لوباتفسكي (1792.1856) الهندسات الإقليدية وقال بأنه لو أمكن إستنباط مصادرة إقليدس من البديهيات الأخرى لأصبح الأمر بديهيا يعني أنه إذا نفينا

[1]– فاضل سلامة شنطاوي: المرجع السابق، ص: 26.

[2]– روبيربلانشي: **المرجع السابق**، ص: 20.

[3]– قدري حافظ طوقان: **العلوم عند العرب**، ط2، دار القراءة، بيروت– لبنان، 1983، ص: 222.

وسلمنا بالبديهيات سيؤدي تبادلك إلى النتائج متناقصة ومنه لا يمكن تأسيس هندسة متكاملة على تلك المسلمات.[1]

أضف إلى ذلك فإن هندسة إقليدس يغلب عليها الطابع المنطقي حيث يقر ليون برونشفيك (1869.1944)بأن إقليدس كان كل اهتمامه ينصب حول تدريس المنطق وإقحامه في المجالات الرياضية خاصة في الهندسة ومع ذلك فإن الجهاز المنطقي الذي كان يدعم الهندسة الإقليدية كانت عيوب كثيرة.[2]

إن المبادئ التي قامت عليها البراهين الرياضية عند إقليدس لم تكن واضحة ومفهومة عند الرياضيين مما جعلهم يبحثون أكثر وذلك إلى تطوير الهندسة الإقليدية على ما كانت عليه من قبل من خلال تنشيط هندسة جديدة تختلف عن الهندسة الإقليدية القديمة.[3]

وعليه فإن التصورات الجديدة التي جاء به الرياضيون أدت إلى تصور جديد للمعارف والحقيقة الرياضية والهندسية وذاك بفضل جهود الرياضيين ونظرياتهم وبفضل إدخالهم للمنهج الأكسيوماتكي في الهندسة.[4]

[1]– بوانكاريه: **العلم والفرضية**، ترجمة: بن جاءه الله، مركز الدارسات الوحدة العربية، لبنان، د. ط، 1969، ص: 116.

[2]– روبيربلانشي: **المرجع السابق**، ص: 10.

[3]– محمد عابد الجابري: **المرجع السابق** ، ص: 76.

المطلب الرابـع: الأشكـال والبرهنـة.

أولا: الأشكـال.

إن الأشكال لا توجد هناك بمجرد وسائل مساعدة على الإستدلال وإن صح التعبير البرهان المنطقي برسم حسي دون أن تكون ضرورية إليه وهذا خطأ يكفي إزالة الشكل المرسوم أو المتخيل حتى ينهار البرهان .[1]

يعني أن الشكل يعتبر أداة فقط تساعدنا في عملية الاستدلال وذلك برسم حسي ومنه لا يكفي وجود علاقة ضرورية بينهما، وعليه فإن غياب الشكل حتى يتم البرهنة عليه في المسائل الرياضية في الهندسة مثال قولنا معلم متعامد ومتجانس، فالمعلم هو مجرد تصور والتلميذ يضعه في صورة حسية وذلك لإقامة البرهان عليه.

ربط فيثاغورس الأعداد بالأشكال الطبيعية حيث كان شائع لدى معظم الأمم وهذا ما يساعد في اللغة التعبيرية، فالهندسة كعلم كان موضوع دارستها يتمركز حول نظام الزوايا وهذا في نظر فيثاغورس وربط الأعداد بالأشكال الهندسية حيث يظهر هذا من خلال النقطة التي تناظر العدد 1 والخط الذي يناضر العدد2 والعدد3 يناظره السطح.[2]

---

[1]– روبير بلانشي: **الأكسيومية ومنظومة الأوليات**، المرجع السابق، ص: 20.

[2]– زكريا منشاوي: المرجع السابق: ص: 65.

إن ما يميز العلم الحديث في مقابلته للعلم القديم والمدرسي هو ما قلناه مررا استعماله للرياضيات لكن يجب أن نتفاهم على كيفية استعماله إذ يوجد منذ القديم اعتقادات في الأعداد والأشكال تقوم بدور كبير في التقاليد السحرية وفي القبالة حيث توجد أثارها في أعمال كبلر (Kepler) وفي هذه مجرد انتقادات كانت متداولة مما جعل العالم الرياضي بعيد النظر في طريقة استعمال الرياضيات وممارستها وبذلك قد يحل مكان دوام الأشكال الهندسية والبسيطة المنتظمة دوام العلاقات الكمية التي ترسمها.[1]

إن إدخال الحروف الجبرية واستخدام رموز للعمليات يعود إلى فضل فيت (Viete) وبذلك استقام له الجبر كعلم حيث أصبحت هناك علاقة بين هذه الحروف والعمليات التي تجري عليها بالأشكال هندسية [2] بالضرورة مما حد من قدرة هذا العلم عندما توحد أشكال للأعداد أو العمليات مثال المكعب له ثلاث أوجه يرمز له أو بصيغة أخرى (أ.أ.أ) لم يستطع فيت التخلص من الهندسة بالرغم من أنه يفكر تفكيرا جبريا مما يعني أن الجبر أو علم التحليل كله لا يمكن أن يتقدم إلى بتخلص نهائيا من رموزه حروفا وعمليات من النظر في أشكال الهندسية أي عندما يتخلص من حدس المكان .[3]

[1]– روبيربلانشي: **الإستقراء العلمي والقواعد الطبيعية**، ترجمة: محمود يعقوبي، دار الكتاب الحديث، الجزائر، د. ط، 2003، ص: 105.

[2]– محمد ثابت الفندي: **فلسفة الرياضة**، دار النهضة العربية للطباعة والنشر، بيروت– لبنان، ط1، 1967، ص: 86.

[3]– نفس المرجع، ص: 86.

تعد مبادئ الهندسة الإقليدية مبادئ واضحة وضرورية وذلك لأنها منبثقة من الحدس الحسي للمكان الخارجي والأشكال الهندسية المستخدمة تصرح على هذه السمة ولكن إقليدس أخطأ ولم يصرح بهذه السمة حيث كان يتعبر الأشكال ليست إلا مجرد أداة مساعدة على الإستدلال كونها تبطل البرهنة المنطقية في قوله بلانشي:" فإذا ألقينا الشكل انهارت البرهنة".[1]

يعني أنه من لم يكن يملك في ذهنه تصورا ذهنيا عن الشكل هندسي ما لن يستطيع البرهنة عليه وهذا اللجوء إلى الحدس ومعه في بناء إستدلالي يتصف بالمنطقية، وعليه فإن العودة للأشكال أمر ضروري للهندسة لأنها تكشف عن المسلمات الخفية وبذلك يمكن إنشاء لمفهوم دقيق وواضح فيما بعد في الذهن لأن المنهج الدقيق لا يمكن أن يسمح لنفسه بهذا اللجوء الدائم إلى الحدس ويجب ذكر جميع الخواص المفترضة وذلك في صورة قضايا صريح ة فالقضايا التي تبرهنها تقررها بصفتها مبرهنات والأخرى تضاف إلى عدد المصادرات.[2]

ثانيا: البرهنــة.

إن البدايات الأولى للبرهان في المعرفة الرياضية كانت مع أرسطو حيث تمثلت من خلال تحليله أسسها وأصولها في كتابة المسمى الأصول دائرة المعارف لما توصلت إليه

[1]– روبير بلانشي: الأكسيوماتيك، المرجع السابق، ص: 18.

[2]– نفس المرجع، ص: 15.

الرياضيات القدماء، فقد جمع فيه نظريات القدماء المبعثرة التي ظهرت في القرون الثالثة السابقة عليه ونسب بعض مكتشفيها وقد قدم الهندسة على نظرية الأعداد والحساب بحيث بحث يسند برهان كل نظرية لاحقه إلى ما تقدم عليها في الترتيب داخل ذلك البناء

وبحيث يستند ذلك النسق كله إلى تلك المقدمات أو المبادئ التي ميزها أرسطو في تحليلاته الثانية.[1]

وإذ بحثنا في الشروط الضرورية للإقامة البرهنة الجيدة وجب علينا أن نلاحظ قصر الهندسة اللاقليدية عن بلوغ الدقة للوصول إلى ذلك من خلال جمع بين الصدق المادي في القضايا والصحة الصورية في ترابطهما وبين التجربة والدقة والمنطقية، وهذه الإزداوجية هي السمة الأساسية الغالبة في النسق الهندسي وبالتالي فإنه يجمع بين المنطق وعلم التجريب.

وإذا قرأنا كتابا في الهندسة التقليدية بصفته بناءا مصدريّا خالص تفقد فيه حدوده ومعناه الحدسي وتقاس صحته بتماسكه المنطقي فقط وعلى العكس من ذلك تعيد لحدوده قضاياه دلالتها الحدسية الاولى ولكننا عندئذ يكون أما علم من العلوم الواقع بديهياته ومبرهناته في الواقع قوانين فيزيائية .[2]

[1]– محمد ثابت الفندي: فلسفة الرياضة، **المرجع السابق** ، ص: 46.

[2]– روبير بلانشي: **نظرية العلم الإستمولوجية**، ترجمة: محمود يعقوبي، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2004، ص89، 90.

إن البرهنة في صدق المحتوى لها دور الوسيلة لتقرير صوري فالبرهنة تحملت قول صدق القضايا عندئذ تؤول البرهنة إلى علم البيان وتكون وظيفتها في جوهرها نفسانية أو تعليمية أما اذا راعينا الجانب المنطقي فإننا نضفي نسبية على القيمة على من التعريف والبرهنة أي انهما يؤولان إلى الفعالية النفسية من جهة والدقة من جهة، تصبح البرهنة هي الحجة الفعالة حيث يرى روبير بلانشي أن براهين إقليدس هي براهين من أشياء نعرفها سابقا ومتأكدون من صدقها إن منطق بورروايال إلى إستخراج احد عيوب المنهج الإقليدي وهو مثل الإستدلال على الأشياء التي ليست في حاجة إلى أدلة.[1]

المبحث الثانـي: نقائص النسـق الإقليـدي

المطلب الأول: وضع الرياضيـات في صـورة مصدريـات

يعد هلبرت هو من وضع فكرة وضع الرياضيات في صورة مصدريات لأن الرياضيات الشارحة ظهرت فيها عدة اتجاهات فأحدهما نظر في الجهاز المنطقي للهندسة ،والأخر الذي أرد إصلاح المنطق مستوحيا مناهج الجبر، فقد أفلح في وضعه في صورة حساب [2]وعلاقة الرياضيات والمنطق تربطهما علاقة كبيرة جدا فالمنطق يقوم على مجموعة من الطرق والأفكار الرياضية الصورية كما تقوم الرياضيات على مجموعة من الأفكار المنطقية .

[1]– روبير بلانشي: **الاكسيومتيك**، المرجع سابقا: ص ص: 22، 23.

[2]– روبير بلانشي: **المصدريات والأكسيماتيك**، ترجمة محمود يعقوبي، الديوان المطبوعات الجزائرية بن عكنون، الجزائر، ط 3، 2004، ص: 61.

أصبحت الرياضيات في القرن التاسع عشر أكثر صورية مقارنة مع الرياضيات القديمة وهذا من خلال إعادتها للمنطق الحديث حيث أنها أصبحت نهتم بالفيزياء والأشكال، كما أن اليقين الرياضي يعتمد على أفكار منطقية فالمنطق يحتل مكانة كبيرة إلى جانب الرياضيات وهي تتميز بطابع المنطق في الوقت الذي يتميز فيه المنطق بطابع الرياضيات وتلتقي العمليتان في الجهد من أجل ابتعاد كل محتوى حسي من العلم [1]. مما وجب علينا إعادة النظر في المنطق بحيث تكون قضاياه مستمدة من قضايا أخرى سبق البرهنة عليها وذلك في إطار نسق استنباطي يستند على تلك المقدمات تماما كما فعلت الرياضيات منذ إقليدس[2] إن إعادة البناء المنطقي للرياضيات التي كان يجب أن تكون موضوعها بالضبط أن تعيد للرياضيات التي أفرغتها المعالجة المصادراتية من محتواها دلالاتها وصدقها وبذلك ببرهنة حددوها الأولى بواسطة مفاهيم منطقية وبراهنة بدايتها بواسطة قضايا المنطق .[3]

ذهب ريشنباخ (1893.1953) إلى العلم أن العلم الحديث تطورا كبيرا عن طريق إستخدام المنهج التجريبي معتمدا في ذلك على الملاحظة والتجربة بالإضافة إلى المناهج الرياضية لإنبات التفسير العلمي ،خاصة وأن الرياضيات لها أهمية كبرى في مجال العلم المعاصر بسبب صورتها وهي بهذا تتفق مع صورية الفروض الموضوعة، فالرياضيات

---

[1]– روبير بلانشي: **العقل والخطاب** "دفاع عن المنطق الفكري ترجمة أحمد يعقوبي، دار الكتاب الحديث، القاهرة، د. ط، 2009، ص: 31.

[2]– المرجع نفسه، ص: 39.

[3]– إبراهيم مصطفى إبراهيم: **منطق الإستقراء المنطق الحديث**، منشورات المعارف، جامعة الإسكندرية، د. ط، 1999، ص: 165.

تعتبر أداة من أدوات التفسير العلمي لأنها مجرد تحصيل حاصل هذا من ناحية ومن ناحية أخرى فإن نتائجها دائما ما تأتي صادقة صدقا يقينا ومنطقيا ،حيث يعتبر العالم الإيطالي جاليلو هو أول من إهتم بإستخدام الرياضيات في التفسير العلمي في تفسير الملاحظات والتجارب وأدخلها ضمن عناصر الإستقراء التقليدي فحقق بهذا دمج نتائج عملية باهرة لانها تعتبر من أهم أدوات العلم المعاصر .[1] وهذا ما جعل المثاليين إلى إعتبار أن الرياضيات معينة بمجرد المظهر، فقد إعتبرو كل ماهو رياضي تقريبا لحقيقة من الحقائق المضبوطة التي ليست لديهم ما يقولون عنها لهذا وجب على الرياضيات الإجابة عن إشكالية إمكانية المعرفة ويجب عليها أن ترد جميع قضاياها إلى بعض المعاني الأساسية فالمنطق يجب أن يتولى المنطق البحث.[2]

إن علم الرياضيات هو علم يتكون من أسس ومفاهيم وقواعد ونظريات وعمليات ويقوم بحل المسائل وبرهنة عليها ويتعامل مع الأرقام والرموز لذا يجب التعامل مع منهج قوي لكي يثبت صحتها و دقتها في كل زمان ومكان ومن بين المناهج الذي إهتم به هيلرت هو المنهج المصادراتي ،فالمفكر الرياضي يجب أن يكون تفكيره مصادرتيا وهو يتأسس عن مبادئ والتي تتمثل في البديهيات والمسلمات والتعريفات والأشكال وعملية البرهنة ،فهو يعتمد على قضايا واضحة بذاتها .إن الإحتمال المبني على الإحصاء أو أساسه النظرية الرياضية

[1]– روبير بلانشي: المصدريات والأكسيوماتيك، المرجع السابق، ص: 62.

[2]– بنتراند راسل: **أصول الرياضيات**، ج1، ترجمة: محمد مرسي أحمد وأحمد الأهواني، دار المعارف، مصر، د. ط، د. س، ص: 32.

للاحتمالات وهذه النظرية فكرة الصدفة ،وهي تقابل فكرة العلية ليس بمعنى شيء حدث لا تعريف سببه، وإنما تقدير كمي رياضي حيث تساعدنا قوانين الاحتمالات بهذا المعنى على التفسير والتنبئ.[1]

ظهرت فكرة الاحتمال في القرن الثامن عشر، حيث كانت معظم تطبيقات الاحتمال خلال فترة تتم عن ألعاب الحظ مثل لعبة، الزهر والكروت وفي الواقع استمدت النظرية أصولها من حقيقة أن بعض المغامرين أنذك قد سالوا الرياضيين أن يحسبوا لهم الاحتمالات الدقيقة التي تتضمنها ألعاب معينة من ألعاب الحظ، وهكذا بدأت النظرية من مشكلات عينية ولم تبدأ من نظرية عامة ومثلا إذا قال شخص ما، أنني سوف ألقى بهذا الزهر فما هي فرصة مفهوم العدد واحد أو العدد إثنين على النحو التالي، أن هناك حالتين ملائمتين من مجموعة شروط الحالات المعينة في المسالة فإذا كانت جملة الحالات السقوط الزهر تساوي ستة، فإن معدل الحالات الملائمة إلى الحالات الممكنة تكون بسنبة 6:2 أو 3:1 ،ومن ثم تكون إجابتنا على السؤال هي، إن احتمال ظهور العدد واحد أو إثنين يساوي 3/1.[2] وصادقة كما أنه يعتمد كذلك على القضايا التي يضعها العالم لينطلق عليها في عملية البرهنة بدون ان نبرهن عليها ،وزد ذلك اعتماد التفكير المصادراتي على تحديد المفاهيم والتصورات الأولية التي تشكل منها المادة الخام للدارسة الرياضية .[3]

[1]– جلال شمس الدين: **المرجع السابق**، ص: 48.

[2]– رودلف كارناب: **الأسس الفلسفية للفيزياء**، ترجمة: السيد نفادي، دار الثقافة الحديثة القاهرة د. ط، د.س، ص: 41.

[3]– وربير بلانشي: **المرجع السابق**، ص: 77.

إن الهدف من الرياضة الشارحة هو رفع مستوى المشاكل الجوهرية لكل بحث مصادراتي فإن الحاجة ما لبثت أن مست إلى رفعها هي نفسها إلى مستوى العلم ومعالجتها معالجة دقيقة ومنهجية.[1]

لقي هلبرت وجميع علماء المصدريات مجموعة من المشاكل وذلك منذ بداية أبحاث هلبرت ومن بين هذه المشاكل المحاسبة والإستقلال بديهيات نسق من الأنساق، حيث أن الإنسان في القديم يستطيع أن يحدد عدد الأشياء من خلال النظر ومن هنا نشأ التصور البدائي للكم، وهو تصور حسي يخلو من كل صفة عقلية مع التطورات التي شهدها العالم تصور هذا المفهوم الحسي البحث إلى مفهوم عقلي مجرد [2]

يرى روبير بلانشي أن التحليل المصادراتي يستخلص بينات النظريات الخاصة التي سبقت ان تكونت وتكشف كذلك على التماثل الصوري من نظريات متباعدة وفي الغالب من حيث محتواها، ولهذا السبب نجدها بقيت مستقلة وهذا هو مثلا شأن نظرية القياس والحساب.[3]

تطورت الرياضيات في الجانب المصادراتي وذلك راجع لإسهامات التي قدمها العلماء الرياضيين في مجال الاحتمال، حيث أصبحت للرياضيات اهتمامات جديدة دفع بهم للتأكد من صحتها حيث استخدموها في مجال الرياضيات ومدى مطابقتها للنتائج المتحصل عليها فالترتيب التقليدي الذي كان يوزع المواد الرياضية حسب الموضوعات المدروسة يبدو اليوم

---

[1]– نفس المرجع، ص:63.

[2]– جلال شمس الدين: **المرجع السابق**، ص: 15.

[3]– روبير بلانشي: **المرجع السابق**، ص:79.

سطحيا على تشابه البنيات، فنظرية الأعداد الأولية تجاوزت نظرية المنحنيات الجبرية والهندسة الإقليدية تجاوزت المعادلات التكاملية المتناظرة.[1]

إن حاجة الإنسان اليومية أدت إلى ظهور الرياضيات فالإنسان يحتاج إلى الرياضيات في جميع جوانب الحياة في القياس وحساب الأطوال والمقادير ونرها من الأمور كما أن الرياضيات تهتم البنية والفضاء حيث ظهرت دارسة الفضاء مع الهندسة القديمة ثم تم تعميم ذلك مع العلوم الهندسية الإقليدية.

لعبت الرياضيات دورا كبيرا في حياتنا حيث قامت بتطوير التقنية الحديثة كالمصادر الطّاقوية التي جعلت حياة الإنسان وعمله وسهل، وعليه فقد ساعدت الرياضيات العلماء والرياضيين في تطوير نظرياتهم وذلك من أجل توضيح ابتكاراتهم التي توصلوا إليها وعليه استحوذت الرياضيات على أهمية كبيرة أهمية كبيرة في جميع الجوانب الحياة كاقتصاد وعلم النفس وغيرهما.[2]

المطلب الثاني: الرياضيات الشارحة .

أصبحت الرياضيات الشارحة التي تسعى إلى البحث والتطلع وحيث يعد هلبرت إبتداء 1917 هو الذي أثار النوع من الدارسة الجديدة حيث تعد كل من الرياضيات الشارحة والرياضيات العادية لها نفس الموضوعات بالنسبة إلى العبارة الرياضية .

[1]– روبير بلانشي: **المرجع السابق**: ص: 80.

[2]– روبير بلانشي: المرجع نفسه، ص: 61.

ومن أهم نقاط إلتقاء بين التيارين فالتيار الأول أراد تحسين الجهاز المنطقي للهندسة ومن خلال التحسين تتوصل إلى المصدريات ،أما التيار الثاني فأراد أن يصلح المنطق مستوحيا مناهج الجبر ومن هنا تحولت المصدريات إلى الحساب بينما ليس المنطق من جهته لباس المصدريات [1]فعندما طبق الجبر المنطق سمى جبر المنطق وهذا الأخير ظهر في عصريين متباعدين بينما قرن ونصف فقط ظهر عند ليبتنز ،ولكن ضلت كتاباته فيه مجهولة حتى إكتشف هذا الجبر من جديد عند مؤلف من القرن الماضي هو جورج بول وبعد أن أصبح هذا الجبر حركة عالمية أهتم بعض البحاث بأحياء تراث ليبتنز ،ولقد أدعى جبر المنطق ظهوره في القرن الماضي بأنه المنطق (بالحقيقة)، وإعتقد فلاسفة المنطق بأن عملهم في صورته الجبرية هذه هو فرع من الفروع الرياضية الكثيرة أونظرية جبرية كغيرها من نظريات الجبر التي ظهرت في نفس القرن كجبر الأعداد الرباعية عند رووان هاملتون وجبر الأعداد التخيلية والحساب الهندسي عند جراسمان [2]ونظرية المجاميع عند جورج كانتور وغيرها وبذلك تكون الصلة بين المنطق والرياضيات في ضوء هذا المذهب صلة جزء بكل على خلاف ما ستبدو من صلة بعد قيام **اللوجسيقيك** إذاالمنطق عند جببري المنطق جزء من أجزاء النظرية ونظرية مانظرياتها .[3]

[1]– روبير بلانشي: **المصدريات (الأكسيوماتيك)**، المرجع السابق، ص: 61.

[2]– محمد ثابت الفندي: **أصول المنطق الرياضي**، دار النهضة العربية، بيروت، ط1، 1972، ص: 97.

[3]– المرجع نفسه، ص: 80.

وضع هلبرت للمنطق لباس المصدريات حيث وضع للمنطق نسق وهو ما يسمى بنسق هلبرت، حيث يتظمن هذا النسق على رابطي السلب والفصل أساسا له وهوما كافيا لنا سائر الروابط المنطقية ، لذلك فحساب الصياغة يختص بالتركيب الأتي :

1. الرموز البسيطة : ب،ج،د،v .....

2. القواعد الصياغة: ضع1= ⟵ ب

ضع 2= Φ v ⟵ Φ

ضع 3= Φ ⟵ Ψ (Ψ ⟵ Φ)

أما الحساب الأكسيومي فيحتوي على :

3. المسلمات : سل1 = ب V ب ⟵ ب

سل2= ب Vج ⟵ ب

سل3= ب Vج ⟵ ج Vب

سل4=(ب ⟵ ج) ⟵ (د Vب ⟵ بVج)[1]

4. قواعد الإستدلال : تتمثل قواعد الإستدلال في قاعدتين وهما قاعدة قاعدة الإبدال وقاعدة الوضع هذه الأخيرة نجدها عند لوكازيقتش.

[1]– عادل فاخوري: **المنطق الرياضي**"، المؤسسة الجامعية للدراسات والنشر، بيروت، ط 2، 1988، ص: 127.

5. التعريفات : نستطيع من خلال التلازم بين الروابط أن ندخل منها قدر ماشاء وفي الأخير جدير بالذكر أن نشير أن المسلمات هيلبرت كانت مقتبسة عن الكتاب مبادئ الرياضيات وعليه فقد ضم نسق مبادئ الرياضيات خمس مسلمات وقد حذفت منها واحدة هي (ب V(ج Vد)) ⟵ (ج V(ب Vد)) [1]

كما أراد زرميلو أن يجد الصعوبات بإستخدام ما يسمى بالمصدريات الساذجة فقد كانت الرياضيات هي شكل وقد أدى إلى مشا كل عدة من بين المشاكل مشكلة تأسيس المحاسبة والإستقلال بديهيات نسق من الأنساق ومشاكل أخرى مثل قابلية البث والتشبع وعليه نعتبر أن هذه المشاكل لا تتعتبر مشاكل رياضية بحتة لانها لا تتناول عن موضوعات الرياضية لكنها تتناول القضايا المرتبطة بالموضوعات الرياضيات .[2]

إن الهدف الرياضيات الشارحة واضح جدا وهو متمثل في رفع مستوى العلم ومعالجته معالجة دقيقة ومنهجية وقد إعتمدت الرياضيات الشارحة على البراهين وذلك سنة 1931 ومن بين هذه البراهين نجد:

1. أن علم الحساب غير متناقض لا يمكن أن يتكون من نسق تام وأنه بالضرورة تتضمن أقوالا لا يمكن البث فيها .

[1]– عادل فاخوري: **المرجع السابق**، ص: 127.

[2]– روبير بلانشي: **المرجع السابق**، ص: 62.

2. أن الجزم بعدم التناقض النسق هو بضبط من هذه الأقوال التي لايمكن البث فيها .[1]

يشك باشلار بأن التطور الرياضيات مجرد قضية خاصة بالطابع اليقيني لتأسيس ويرى بأن يكون من الممكن تعليم الرياضيات رياضيا وأن قضية الأساس الرياضي لا تهمه، وعليه فهو لاحظ أن هذه القضية لم تعد القضية الحقيقية للرياضيات .[2]

يري روبير بلانشي أن الرياضيات مهمة للفيزياء وإعتبر أن خاصية العلم هو إستعماله لها حيث يرجع أصلها إلى التقدم ، ومن بين شروط إستخدام الرياضيات في الفيزياء نجد الشرط الأول يتمثل في إخضاع المظاهر الحسية للتقدير الكمي يعني رد ما يتجلى لحواسنا في صورة فروق كيفية إلى فروق كمية فلايكون هناك حار أو بارد بل درجات من سلم المقياس الحرارة ولا أحمر ولا أزرق بل أطوال موجبة معينة.[3]

إن الوصول إلى الفيزياء الحديثة بموجب قبل كل شي تعميم فكرة البعد التي كانت في أول أمرها مقصورة على ابعاد الثلاثة للمكان وبعد القياس مختلف أبعاد ظاهرة من الظواهر تتعين نسبة بعضها على بعض وهنا يتدخل المفهوم الرياضي للدالة من أجل وضع قانون فإن المشكلة بالنسبة للفيزياء تتمثل في لأن يكتشف بين الدوال التي أبدعها الرياضي كما

[1]– روبير بلانشي: **المرجع السابق**، ص: 65.

[2]– ديديه جيل: "**باشلار والثقافة العلمية**، ترجمة عرب حميلة، المؤسسة الجامعية للدراسات والنشر والتوزيع، بيروت، ط 1، 1996، ص: 35.

[3]– روبير بلانشي: **الإستقراء العلمي والقواعد الطبيعة**، المرجع السابق، ص: 105.

يمكننا القول إن الرياضيات والفيزياء لها أهداف مختلفة وليس تقدمهما متوافقا دائما فالرياضي الخالص يهتم بإنشاء بيانات صورية دون أن يشغل بموجه ما إذا كان يمكن إستعمالها خارج الرياضيات فتكون مصنوعاته قائضة بالنسبة إلى حاجات العالم الفيزيائي .[1]

المطلب الثالث: وضع المنطق الصورة مصاردات

تعرضت الرياضات والمنطق لعدة صعوبات فكلاهما أصبحا شديدا الترابط في الدارسات المعاصرة ،فلقد أرجع الفلاسفة والرياضيين عند دارستهم للمنطق إلى أصول رياضية حيث كان المنطق ليس المصدريات .[2]

أظهر فريجة أن التكامل بين المنطق والرياضيات يظهر في الحدود والإفتراضات الممكنة فالمنطق إذا يحوي الرياضيات في كل جوانبه لتطابقهما لا لتشابهما فقط و لأنه كذلك هو ليس أيضا من صنع العقل البشري إنه من إكتشافه فقط لان المنطق الرياضي هو التعبير الحقيقي عن كل الفيزيقا إذ صح التعبير كما يرى فريجة فكل ما علينا هو أن نرمز المنطق لكي نستنتج الرياضيات من مبادئه الأساسية وعلى هذا الأساس كتب فريجة كتابه إلهام التحريات المنطقية الذي قرأه برتراند راسل مع مخطوط المفاهيم بالغة الألمانية التي كان يتقنها من تربيته الألمانية عندما كان يشتغل بالرياضيات، فتمكن من تطوير الأعمال فريجة

[1]– روبير بلانشي: **المرجع السابق**، ص: 106.

[2]– روبير بلانشي: الاكسيوماتيك(المصدريات)، **المرجع السابق**، ص: 67.

من خلال فلسفية التجريبية التي كانت الأكثر تأثيرا في القرن العشرين [1]ونجد أيضا راسل ونجد أيضا راسل الذي تأثر بفريجة وأرجع الرياضيات للمنطق وإعتبر أن المنطق الجديد الذي يدعو لمتطلبات الرياضيات عند راسل وفريجة لا يقف عند هذا الإستعمال وهذا ما يظهر في الرياضيات أيضا لا تستوحي أصلها منها لنذكر أن الوصف هو طريقة في التدليك عن فرد بعبارة تلعب دورا الإسم الحقيقي بما أنها لا تصف فراد واحد ولكنه فرد بسيط أو مركب[2] لقد رد راسل الأوصاف إلى رموز الناقصة فهذه ليست أسماء حقيقية جديرة بالمثول كبراهين وظيفة بل هي وظائف فعلا تستوجب ككل وظيفة أن تستكمل ببرهان لتكوين قيم.[3]

لكن راسل يبقى مع ذلك وأكثر من أي شخص مؤسس المنطق الحديث وهناك إسهامات كبيرة في المنطق مشتركة مع فريجة والتي تتمثل في ترتيب إجمالي للمنطق والإستعمال المنهجي للكتابة الرمزية ةتقديم المنطق في صورة نظام إستنتاجي، تحليل القضية كوظيفة وبرهان مع النتائج المترتبة على ذلك توحيد المنطق الوصفي ومنطق العلاقات إستعمال المكمامات والتكميم المتمدد ،ولكن على الرغم من أسبقية فريجة لا بد من القول أن راسي في الواقع هو أسهم في تدعيم كل هذه الابتكارات .[4]

---

[1]– هاني يحي نصري: **دعوة للدخول في تاريخ الفلسفة المعاصرة**، مجد مؤسسة جامعية للدراسات والنشر والتوزيع، بيروت، ط1، 2002، ص: 195.

[2]– روبير بلانشي: **المنطق وتاريخه من أرسطو إلى راسل**، ترجمة: خليل أحمد خليل، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، د. ط، د. س، ص: 444.

[3]– المرجع نفسه، ص: 445.

[4]– المرجع نفسه، ص: 458.

أما وايتهد فهو رياضي متميز وأحد مؤسسي العلم المنطق الرياضي الحديث الذي يرى أن مطلب العقلانية يتأسس على الحدس المباشر بعقلانية العالم وهذه الحدس لا يمكن بيانه بإستقرار، كما لا يمكن البرهنة عليه بالإستباط إنما هو رؤية مباشرة تسمح لنا بإدراك أن العالم محكوم بقوانين منطقية وبتناسق وإنسجام إستيطقيين .

إن إعتقاد المبني على هذا الحدس هو وحدة القادر على جعل العلم ممكنا ونجد عند وايتيهد صفحات رائعة فضل فيها القول في هذا الإعتقاد وبين كيف و صل إلى إزدهاره في المسرحيات الدرامية اليونانية وفي مفكر ين اليونان وفي العصور الوسطى المسيحية [1]بقيت المصدريات وحدودها عند بيانو محددة نسبيا وتختقل عدة أتاو يلات كما أن القضايا الأولية تشكو من نفس التحديد وبما أنها داول فوضية بدلا من أن تكون قضايا ،فإنها لم تكن محل إثبات جازم [2]

لقد إعتبر بيانو المنطق الرمزي أن معانيه لا تقبل التعريف والقضايا التي نسلم بأنه تقبل الإثبات ولكن من المهم أن تثبت جميع العلاقات المتبادلة بين المعاني المنطق البسيطة وأن تناقض النتيجة المترتبة على إتخاذ أفكار متعددة على أنها غير قابلة للتعريف وهنا يلزم أن تدرك أن التعريف في الرياضة لا يعني كالحال في الفلسفة تحليل للفكرة التي يراد تعريفها

[1]– بوشنسكي، **الفلسفة المعاصرة في أوروبا**، ترجمة: عزت قرني، عالم المعرفة الكويت، د. ط، 1978، ص ص: 295، 296.

[2]– روبير بلانشي: **المرجع السابق**، ص: 67.

إلى أفكار أولية فهذه الطريقة لا تنطبق على كل حال إلا في حالة التصورات ومن الممكن في الرياضيات أن نعرف حدودا ليست بتصورات كذلك كثير من المعاني يعرفها المنطق الرمزي ولا يمكن تعريفها تعريفا فلسفيا لأنها بسيطة وغير قابلة للتحليل[1] والأفكار الأصلية التي يبدأ منها بيانو هي الأتية الفصل علاقة الفرد بالفصل الذي هو فيه فكرة الحد، اللزوم الذي يحتوي فيه كلا القضيتين على التغيرات ذاتها أدى اللزوم الصوري إثبات قضيتين معا وفكرة التعريفات سلب القضية ، ومن هذه الأفكار بالإضافة إلى تقسيم القضية المركبة إلى أجزاء يزعم بيانو أنه يبني كل المنطق الرمزي بواسطة بعض القضايا الأصلية ولنفحص أن هذا الاستنتاج بصفة عامة .[2]

أعطى راسل مبادئ الرياضيات معنى مطلقا وصدقا مطلقا وظهر إتجاه سنة 1920 للمنطقين قاموا بتفكيك المنطق من الداخل وحدث له مثلما حدث للهندسة ولم تعد حدسية لأنها أصبحت خاضعة للمصادريات . [3]

يرى روبير بلانشي أنه علما رفعنا علم العلوم زادت صعوبة إلا أنه مع المنطق تسجل الصعوبات وتصبح غير موجودة بتاتا إذا يجب أن يكون هناك منطق لتبديد عمليات من

[1]– برتراند راسل: **أصول الرياضيات**، ترجمة: محمد موسى أحمد وآخرون، دار المعارف، مصر، ط1، 1962، ص: 65.

[2] – روبير بلانشي: المصدريات والأكسيوماتيكة، **المرجع السابق**، ص: 68.

[3]– المرجع نفسه، ص: 69.

يقوم بوضع المصدريات الذي يعمل على ضبط المنطق ووضعه في صورة مصدريات وألبسه لباسها.

المطلب الرابع :المنطق الشارح

لقد مضى على كشف المنطق أكثر من عشرين قرنا من الزمان لقد سمي أرسطو بالمعلم الأول ،لانه اول من وضع لهم التعاليم المنطقية مثل منطق أرسطو راسخا كالطود لم تزعزع قوائمه هجمات رجال الدين في العمر الوسيط إسلامين كانو أم مسحيين ، وعلى العكس من ذلك نتاول الشراح كتبه بالترتيب والتبويب والتهذيب حتى أصبح أشد رشوحا وأقوى دعامة .

والفضل الأول للرواقيين اللذين جعلو المنطق أنه لا تفهم الفلسفةبغيرها أما فلاسفة المسلمون جعلوا المنطق ألة العلم ويعتبرونه ألة قانونية تعصم مرعاتها الذهن من الزلل ،غير أن الفلاسفة العصر الوسيط نحوا بالمنطق صوريا شكليا فأصبح لفظيا بحتا وصار جديا لا يفيد نتائج جديدة ،ولا يزيد في ثروة الفكر ولا يقترب من الواقع .[1]

يرى روبير بلانشي في كتابه المصادريات أنه إذا أردنا على كل حال التعبير عن المعرفة المتمثلة ضمنيا في وضع المنطق على شكل مصدريات فإننا لا نستطيع أن نفعل ذلك في داخل المنطق بل في علم جديد يكون موضوعه صيغ المنطق المصبوب في قالب مصادريات وقواعد إستعمالها.[2]

[1]– أحمد فؤاد الأهواني: **في علم الفلسفة**، ملتزمة النشر والطبع والتوزيع، القاهرة، د. ط، 2002، ص: 161.

[2]– المرجع نفسه، ص: 71.

كما رودلف كارناب في المنطق الإستقرائي أن التوزيعات الممكنة المختلفة القيم الصدق في القضايا الأساسية للنسق تعبر عن حالات ممكنة مختلفة لعالم المقال الذي يصور هذا النسق ،وسوف تسمح بالتعبير عن خصائصه بنفس تكرار الحدوث التي تكون في تركيبها .[1]

وإذا كان هناك مؤلف يجب الإعتدال في الحديث عن فكرة قطيعة أو إنقطاع حاد عنده بين المنطق القديم والجديد هو ليبتنز بدون شك، فليسوف التواصل ذلك أن المنطق كالطبيعة لا يقوم بقفزات ولبيتنز لا يقدم نفسه كثوري ألا في المنطق وفي سواه، فطريقة هي إستعادة ما قام به الأخرون وقبوله لتعميقه فقط .[2]

إن أرسطو لا يلجأ في منطقة إلى حدود شخصية أو إلى حدود خالية من المعنى وإلى أصوار ،كما يفترض ذلك التأويل فلا تتدخل إلى حدود كلية (إنسان الحيوان) كما يجب أن نلاحظ أيضا أن هذه الحدود لاتصلح إلا التطبيقات التي يطبق بما نسقه وليس النسق في حد ذاته .

[1]– أحمد فؤاد الأهواني: **المرجع السابق**، ص: 170.

[2]– روبير بلانشي، المنطق وتاريخه من أرسطو إلى راسل، **المرجع السابق**، ص: 262.

وأن هذا النسق لا يتالف إلا من عبارات ذات حجج متغيرة ومن سلبها مثل كل أو ب" (A et b) او بعض "أب" (la b) بإعتبارهاتين العبارتين غير قابلتين لتعريف وهذا يعني في لغة المنطق الحديث أوخصائهما الوحيدة هي الخصائص التي تعبرعنها البديهات .[1]

من الضروري التمييز بين المنطق والمنطق الشارح فهناك فرق بينهما من حيث الموضوع والهدف ومستوى اللغة، فالمنطق يهدف إلى الوصول إلى أكبر قدر ممكن من المبرهنات المشتقة من البديهيات وفقا لقواعد معينة وروابط أولية وبالتالي يضعها صاحب النسق، أما موضوع المنطق الشارح فهو دارسة الأنساق الصورية التي يتكون منها المنطق بمعناه الخاص التحديد خصائصها من تماسك وإكتمال وتكافؤ وإستقلال وقدرة على البث وبإختصار. فإن المنطق الشارح بهذا المعنى يضع نظرية الانساق الصورية نفسها موضوع الدارسة .

إذن فالعلاقة بينهما شبيهة بتلك الموجودة بين العلم والأستمولوجيا ،فلا وجود لهذه الأخيرة إلا بوجود العلم كميدان للبحث وذلك أن مصطلح المنطق الشارح يشار به إلى حقل الأبحاث التي تجعل من الأنساق المشيدة من طرف المناطقة موضوعا للدارسة والتحليل والنقد من

[1]– ماري لوزورو: **المنطق والمنطق الشارح**، ترجمة: محمود اليعقوبي، دار الكتاب الحديث، القاهرة، د. ط، 2002، ص: 32.

أجل تحقيق الأهداف ذاتها التي تسعى إلى تحقيقها الرياضيات الشارحة أي الإتساق والإشباع والإكتمال وإستقلال البديهيات .[1]

حدد روبير بلانشي بداية إستعمال الأبستمولوجيا من خلال الكتابين الرئيسيين اللذين ظهرا في الثلث الثاني من القرن التاسع عشر في أن واحد تقريبا أحدهما يتلقى بالعلمين الصوريين المنطق والرياضيات وهو كتاب برناربونرانووالأخر لوليام هويول، يتعلق بعلوم الطبيعة هو فلسفة العلوم الإستقرائية وينطبق زوبيربلانشي في حديثه عن القرابة بين المعرفة والعلم الشارح فكلمة (Wissenschafatsleher)يراد بها من الناحية المبدائية معنى أدق هو الذي تدل به(Wissenschafat)على المعرفة العلمية بوجه خاص ومع إستثناء كل صورة أخرى ممكنة من المعرفة حيث إنصبت دارسته بوجه خاص وبدقة فائقة وبعناية كبيرة بالضبط على المفاهيم الأساسية للمنطق مثل مفهومي القابلية للتحليل والقابلية للإنشقاق فهي تشير بالأسلوب وتسبق إلى بعض المشاكل التي نجدها في عصرنا في الأعمال المتعلقة باللغة الشارحة .[2]

وإن كلمة Metaxience العلم الشارح هي إمتداد للمصطلح الذي سبق وأن إستعمله الرياضيون والمنطاقة على التوالي (Metamathematique) الرياضة الشارحة (metagaique) المنطق الشارح على الدارسة التي تأتي حول علم من العلوم وتنصب عليه

[1]– بوعلام معطر: **تطور المنطق الرياضي وحدود تطبيقاته روبيربلانشي نموذجا**، مذكرة لنيل شهادة الماجيستر في فلسفة كلية العلوم الإنسانية والاجتماعية، جامعة الجزائر، 2015، ص:96.

[2]– المرجع السابق، ص: 99.

باعتبارها لغة أقوى وأغنى بمواردها لقد كان الكثير من الفلاسفة يركزون على نتائج العلوم باعتبار الإستمولوجيا هي الدارسة النقدية للعلوم فإن اللغة الشارحة لا تعني أنها فلسفة وليس كل علم شارح Metaxience فلسفة بالضرورة ،إن العمل لا يمكن أن يقوم به إلا صاحب النسق أو من أهم الاختصاص وبهذا فإنا الرياضيات الشارحة التي وضعها هلبرت والتي وضعها كورت غودل (Kurt G odel) (1906.1978)تعمل حسب المناهج الصورية التي هي نفس مناهج المنطق الصوري الرياضي. [1]

[1]– بوعلام معطر: **المرجع السابق**، ص: 100.

الفصل الثالث

مشكلة الأسس وأثر الأكسيوماتيك في الرياضيات المعاصرة

مقدمة.

المبحث الأول:أزمة الأسس في الرياضيات المعاصرة .

المطلب الأول:النزعة المنطقية

المطلب الثاني: النزعة الحدسية

المطلب الثالث: النزعة الأكسيومية

المبحث الثاني: إنعكاسات الأكسيوماتيك في الرياضيات المعاصرة

المطلب الأول : فلسفة الرياضيات

المطلب الثاني : فلسفة العلم

المطلب الثالث: فلسفة المعرفة

تمهيد :

لقد شاع منذ وقت طويل أن الحقيقة الرياضية مطلقة وهي لا تتغير بتغير الزمان والمكان ،فقد شهدت الرياضيات في ميدان التحليل تطورا كبيرا فتح المجال لتطور ميدان العدد، وهذا كان سببا في ظهور مشكلات جديدة في الرياضيات ،وهذه المشكلات بحد ذاتها أثارت صراع كبيرا وسط العلماء الرياضيات والذي تطلب منهم بضل مجهودات مضنية لتجاوز هذه المشكلات ،ولذلك سأحاول في الفصل الثالث والأخير عرض النزعات الرئيسية التي أثارت جدالا واسعا في وسط الفلاسفة والتي ساهمت بجد ذاتها في تطوير الرياضيات نجد النزعة المنطقية ، النزعة الحدسية والنزعة الأكسيومية هذه الأخيرة التي سنتطرق إلى تبيان أثارها في الرياضيات في جوانب مختلفة في الرياضيات والعلم والمعرفة .

المبحث الأول: أزمة الأسس في الرياضيات المعاصرة

المطلب الأول : النزعة المنطقية

يعد لبيتنز أول من أوضح فكرة الحسابات المنطقية حيث أبرز التشابه بين المنطق والرياضيات ،حيث أصبح المنطق الرياضيات مستقل عن فروع العلم الأخرى إلا في منتصف القرن التاسع عشر بفضل أعمال جورج بول الذي كون المنطق الجبري ،وعليه فقد نبه ليبتنز إلى أن الرياضيات كلها عمليات إستنتاج تمر إنطلاقا من مبادئ منطقية وذلك

بواسطة مبادئ منطقية .حيث يرى أن البديهيات الرياضية يمكن أن ترد بالتحليل إلى معان منطقية يعني أن المنطق هو جزء لا يتجزا من العمليات الجبرية .[1]

كما كانت نظرية فريجة في المنطق ذات نقطة تحول حاسم فيه ،كما كانت محاولة الإنشقاق الرياضيات منه أول محاولة ناجحة ولكن أبحاثه المنطقية لم تؤثر مع ذلك في أحد من لاحقيه لان الرموز التي إصطنعها للتعبير عن ثوابت المنطق وقوانيينه كالخطوط الأفقية والرأسية والمقوسة كانت ثقيلة للأسف الشديد ولا تشبه في شئ ما ألفه الرياضيون من رمز ومن ثمة فهي غير عملية .[2]

يرد المعاصر فريجة وبيانو العلوم الرياضية إلى المنطق الصوري فقط توصل إلى إكتشاف التظمن الصوري ونوه إلى ضرورة إدخال المتغيرات في كتابة القضايا المنطقية الخالصة، وذلك على غرار الإستعمال الرياضي لها وكان هذا التنبه إلى إدخال المتغيرا ت في كتابه القضية المنطقية أكبر عامل في تمكين المنطق الصوري الجديد من التعبيرات عن القضايا الرياضية البحتة ،وفوق هذا كله توصل بيانو على عكس فريجة إلى إستعمال رموز الثوابت المنطق ذات قيمة عملية تفوق رموز فريجة وضوحا وسهولة . [3]

وغرار ما سبق نرى أن المناطقة تأثروا خلال القرن التاسع عشر بالرياضيات ومناهجها، حيث قامو بإدارج المنطق تحت العمليات الجبرية. حيث ساهمت أعمالهم بشكل

[1]– محمد عابد الجابري: **المرجع السابق** ، ص: 104.

[2]– محمد ثابت الفندي: **المرجع السابق** ، ص: 103.

[3]– محمد ثابت الفندي: **المرجع السابق** ، ص: 104، 103.

كبير في الرياضيات لكن الإسهام الأكبر لظهور المنطق اللوجستيقي قد كان على يد راسل وهوايتهد .

ظهرت النظرية اللوجستيقية مع بداية القرن العشرين حيث تطورت واستقامت كعلم جديد مع راسل.[1] فإن أردنا أن نعرف قضية رياضية ما أردنا أن نثبت صدقها وجب علينا اللجوء إلى مبادئ المنطق، وهذا وإن دل فهو يدل على العلاقة المتبنية القائمة بين المنطق والرياضيات.

ولهذا تتميز القضايا عند راسل بخاصييتن أساسين :

- **الخاصية الأولى** : إن جميع القضايا تنحل إلى علاقة اللزوم المنطقي .
- **الخاصية الثانية** : اشتمال القضايا الرياضية على متغيرات وعلى ثوابت هي فقط الثوابت المنطقية .

فالرياضيات البحتة هي جميع القضايا التي صورتها "ق" يلزم عنها "ك" حيث "ق"و"ك" قضيتان تشملان على متغيرات واحدة أو جملة متغيرات هي ذاتها في قضيتين .[2]

[1]– المرجع نفسه: ص: 104.

[2]– محمد عابد الجابري: **المرجع السابق** ، ص: 106.

تعد الرياضيات بالنسبة لراسل جزء لا يتجزء من المنطق ولا يمكن فضلها عنه ،بل يجب المطابقة بينهما ، فالعلاقة بين الرياضيات والمنطق علاقة وطيدة جدا وفصلها عن المنطق أمر صعب إلى جد بعيد.[1]

يعرف راسل العدد بأنه "طريقة بها تجمع معا مجموعات معينة هي تلك المجموعات التي لها عدد لها معلوم من الحدود وهكذا يمكن الحصول بهذه الطريقة على حزمات مختلفة من المجموعات ،وكل حزمة مكونة من جميع المجموعات التي لها عدد معين من الحدود وكل حزمة فصل أعضاءها مجموعات من الفصول، نحن إذن أمام أعضاء أو أفراد تشكل مجموعات أو فصول وأمام مجموعات أو فصول تشكل فصولا أو مجموعات للتأكد من أن المجموعتين تنتميان إلى حزمة واحدة ،أي إلى مجموعة واحدة يجدر بنا إستعمال طريقة التناظر أو علاقة واحد بواحد ،فهي علاقة تربط حدود أحد الفصلين كل واحد من الفصل الأخر يقال حينئذ أن هذين الفصلين متشابهين .[2]

إن نظرية الأصناف تحل مشكلة التناقض ولكنها تثير صعوبات كثيرة من بينها التعريف العدد كما عرفاه من قبل يصبح باطلا لأننا سنكون أمام كثرة من العدد 2مثلا ،لانه سيكون علينا أن نميز فصل الأزواج الخاص بالأشياء عن فصل الأزواج الخاص بفصول

[1]– محمد عابد الجابري: **المرجع السابق**، ص: 109، 110.

[2]– المرجع نفسه، ص: 111.

الأزواج ،وعليه فقد إعتبر راسل إن هذه النظرية غير كافية وغير مكتملة نظرا للصعوبات التي تعتبر منها .

وعليه يمكن القول أن النزعة المنطقية لم تنجح النجاح الكامل في حل مشكلة النقائض ،على الرغم من نجاحها في إبزار الصلة الوثيقة بين المنطق والرياضيات ،فهل ستنجح النزعة الحدسية في ما فشلت فيه النزعة المنطقية ؟

المطلب الثاني : النزعـة الحدسيــة

في اللغـة : الظن والتخمين ،والتوهم في معاني الكلام والرمي ،والسرعة في السير والمضي على غير إستقامة أو على غير طريقة مستمرة .[1]

إصطلاحـا: تنوعت تعريفات الفلاسفة ومنها :

- ✓ **ليبنتر:** "الحدس عنده مبني على الأصل الديكارتي والدليل على ذلك قوله :الحقائق الأولى التي تعرفها بالحدس نوعان :حقائق العقل وحقائق الواقع ."
- ✓ **كانط** : "الحدس هو إصلاح المباشر على معنى حاضر بالذهن من حيث هو ذوحقيقة جزئية مفردة "
- ✓ **ديكارت** : "الحدس هو إطلاع العقلي المباشر على الحقائق البديهية "

[1]– جميل صليبا، **المرجع السابق**، ص: 352، 353.

إن المذهب الحدسي هو مذهب يعتنقه رياضيون معاصرون من أمثال بوريل وبوانكاريه وغيرهم هؤلاء ممن انتقدوا على معارضة المذهب اللوجستيقي والأكسيوماتيكي يعودون يعلمهم إلى الأصول غير منطقية هي أصول حدسية التي هي من تقاليد الرياضيات عند الفيثاغوريين وإقليدس .[1]

يعني أن الحدسيين قد إستبدلو المنطق بالحدس لأنهم يرو أن المنطق لا يكفي لوحده وأن عنصر الأهمية في الرياضيات راجع إلى أن الحدس إن المذهب الحدسي ينقسم إلى قسمين:

1. **المذهب الحدسي القديم** : جعل الحدسيون القدماء الهندسة أي علم الأشكال المكانية العلم الرياضي الأساسي وألحقوا به علم الأعداد الذي قصر على اللحاق بالهندسة في دقتها و شمول نظرياتها بسب ظهور مشكلة الأعداد الصماء فيه منذ بدايته حيث أنهم لا يعدون بالحدس البداهة الديكارتية، وإنما المعنى الكانطي أي التجربة الحسية التي يبينها لنا المكان القبلي لكي تتمثل الأشكال الرياضية تلك التجربة في تقابلها وتناظرها التجربة الذهنية للإختبار العملي في العلوم الطبيعية .[2]يعني أن أصل الرياضيات مع الحدسين قد أصبح تجريبا حدسيا لا صوريا فالرياضيون يقولون أن الرياضيات لها مادة معينة، وعليه فهي غير صورية بحيث تستنبط من المنطق الصوري وأن تلك المادة إنما نحتاج إلى

[1]– محمد ثابت الفندي، **المرجع السابق**، ص: 108.

[2]– محمد عابد الجابري، **المرجع السابق** ، ص: 112.

تجارب من نوع خاص هي الحدس الرياضي، وأن التجارب هي السبيل الوحيد إلى الكشف الرياضي وإلى قيام الرياضيات كعلم أصيل مستقل عن المنطق والأكسيوماتيك[1] وهذا الأخير في نظرهم عبارة على الوسيلة العلمية اللاحقة لشرح تلك الكشوف والتجارب الرياضية الأصلية في صورة واضحة يفهمها الأخرون اللذين لم يكشفوها ،فالمنابع تجريبية أي حدسية أما العرض اللاحق للتجربة أي للحدس فهو منطقي أو أكسيوماتيكي .[2]

2. **المذهب الحدسي الجديد :** هو مذهب المعاصرين الذين يستندون إلى الحدس أخرجو من الرياضيات المعاصرة كل مالا ينبئ به الحدس ليجنبوا عملهم النقائض الرياضية والأخطاء الأخرى التي وقفت فيها الرياضة الحديثة فأعطو الحدس معنى خالصا يميز مذهبهم الحدسي الجديد، فأعطو الحدس هو قدرة على معالجة بعض تصوراتنا وإستنباطنا التي تحدث في تفكيرنا العادي لمعالجة منفصلة ومضبوطة ودقيقة .

كما أَضافو خاصية من خواص المذهب الحسي الجديد وأن الأمور التي هي موضوع الرياضيات هي أمور مستقلة عن التجربة الخارجية كما أنها ليست صورية ولكنها من ذلك هي أمور موضوعية لا توجد مع ذلك الا في الفكر .[3]

---

[1]– محمد ثابت الفندي، **أصول المنطق الرياضي**، المرجع السابق، ص: 109.

[2]– محمد ثابت الفندي: **فلسفة الرياضة**، المرجع السابق، ص: 109.

[3]– محمد ثابت الفندي: **أصول المنطق الرياضي**، المرجع السابق، ص: 110.

تعتبر النزعة الحدسية الجديدة المنطق في الدرجة الثانية بالنسبة للرياضيات ،وذلك على عكس النزعة المنطقية يقول هابيتغ:"ليس المنطق هو الأساس الذي إستند إليه وكيف يجوز ذلك فهو يحتاج إلى أساس الذي أكثر تعنيدا وأقل مباشرة من مبادئ الرياضيات وعليه فقد حاول هايتنغ تأسيس نوع جديد من المنطق وهومنطق يرفض صلاحية مبدأ الثالث المرفوع صلاحية مطلقة .[1]

المطلب الثالث: النزعة الأكسيومية

يعد هلبرت قمة من قمم الرياضيات الحديثة فهو لا يوافق راسل على أن تكون الرياضيات منطقا صوريا صرفا، فقد أخذ تطوير في أصل الرياضيات والمنطق وقد أسماها النظرية الأكسيوماتيكة ،فالأبحاث في السنوات الأخيرة سارت في أغلبها منحى النظرية الأكسيومية التي تعمقت فكرة المسلمات في الرياضيات والمنطق وبحثت شروط قياسها وتأسيسها ،حيث يرى أن المنطق فرعا من الرياضيات ذهب إلى أنه كي تستقيم الرياضيات كعلمين إستنباطين يجب الذهاب إلى أبعد الحدودهما الإبتدائية ومسلماتها الأولية التي وصلت إليها الأبحاث السابقة .[2]

حيث يرى أن المنطق والرياضيات شيئان نبعا معا متجاذبين أو متوازيين من منبع واحد أبعد منهما هو الطريقة الأكسيومية أو الصورية الصرفة والتي هي الأساس الأول

[1]– محمد عابد الجابري: **المرجع السابق**، ص: 116.

[2]– محمد ثابت الفندي: **المرجع السابق**، ص: 105.

والبعيد لعلمي الرياضة والمنطق معا، فالمسلمات الأولية أخرى لا هي إلى المنطق وهي الرياضة وإنما ينتهي عند قبول حدوده ومسلمات أولية أخرى لا هي إلى المنطق وهي الرياضيات وإنما هي عارية تماما على كل معنى رياضي أو منطقي لأنها مجرد رموز إسمية نضعها وضعا ومن ثمة فهي صورية بحتة وتلك الحدود هي الأكسيوماتيك، وقد فرض هذا الأخير أبحاث أخرى في شروط إقامة المسلمات وهي شروط في جوهرها منطقية كشرط إستقلال المسلمات وككونها غير متنافضة وكونها مشبعة .[1]

وفيما يخص بالنسبة إلى أنصار الصياغة الأكسيومية فإن المجموعات تعرف كما تعرف المجاهيل "س" التي تستعمل في أوليات النظرية ،أية نظرية مثلما هو الحال في المعادلات الرياضية المتعددة المجاهيل .ومن ثمة أخرى لا تقبل ذلك وإنطلاقا من ذلك أنه من الممكن التغلب على النقائض دون التضحية بأي شئ من الرياضيات الكلاسيكية ودون الإعتماد على تعقيدات كما فعل راسل.[2]

إن البحث في ميدان ما بعد الرياضيات نتج عنه ظهور علم جديد يحمل نفس الإسم موضوعه الكائنات الرياضية التي تتحدث عنها الرموز ،بل الرموز والعبارات الرياضية نفسها بغض النظر عن معناها ،إن هذه الرموز والعبارات التي تنشأ للتعبير عن الكائنات الرياضيية تصبح هي نفسها كائنات ذات أصلية وجديرة بدارسة خاصة .

[1]– محمد ثابت الفندي: **المرجع السابق**، ص ص: 105، 106.

[2]– محمد عابد الجابري: **المرجع السابق** ،ص ص: 117، 118.

إن علم ما بعد الرياضيات إذن هو بالنسبة إلى التعبير الرياضي كنسبة الرياضيات نفسها إلى موضوعاتها كما أن علم مابعد الرياضيات ـ قام بسبب الصياغة الأكسيوماتيكية للمنطق ـ علم ما بعد المنطق وهو بالنسبة إلى المنطق كعلم ما بعد الرياضيات بالنسبة إلى الرياضيات .[1]

ومن الملاحظ أن المذهب يتميز بالصورية عمن سبقه لأنه ينطلق من مسلمات إسمية خالصة ،فهو يختلف عن سابقه في عدم الإشتقاق الرياضيات من المنطق ،إلا أنه فيما يختص بأسس المنطق لا يختلف عن اللوجستيقا كل الإختلاف بل يكمله ويزيد من دقته لانه لم يزد عن كونه قد أوضح إمكان الذهاب في تكوين الحدود والمسلمات التي يستند إليها المنطق إلى أبعد مما وقف عنه برتراند راسل ،وكذلك سمي ما بعد المنطق .[2]

هذا ثم أن الأكسيوماتيك يفترض بكل تأكيد قدرا من المنطق حيث أن أحد شروطه تأسيسه الثلاثة هي شرط عدم التناقض ،وهو شرط أساسي كما أنه متضمن في الشرطين الأخرين فالمنطق مفروض مقدما في كل أكسيوماتيك ولذلك تفسير النظرية الأكسيوماتية تعميقا للوجستيقا بشرط إستيعاد فكرة إشتقاق الرياضيات منه .[3]

[1]– محمد عابد الجابري: **المرجع السابق** ، ص ص: 106، 107.

[2]– محمد ثابت الفندي: **أصول المنطق الرياضي**، مرجع سابق، ص: 106.

[3]– المرجع نفسه، ص: 107.

ومنه فالنظرية الأكسيومية هي تكملة للمذهب اللوجستيقي لانها زادت له ما ينقص حتى يصبح أكثر دقة ويقين .

إن النزعة الأكسيومية بدل أن تعالج مسألة عدم التناقض الرياضيات مباشرة ،إتجهت إلى إختيار مسلمات بعيدة تنتج الرياضيات واملنطق سويا ، بينما هي لا معنى لها في ذاتها لانها مجرد رموز خاضعة لقوانين التي تحددها المسلمات كما أن مجرد إختبارها دون غيره في الوقت الذي تريد فيه الصورية البحتة لكي نبرر إسمها أن تستبعد إحتمال دخول أي حدس في الفكر الرياضي على مجرد إمكان ظهوره .[1]

وعليه فهناك تعارض كبيربين الفلاسفة فمنهم من يرى أن الحدس له دور في إستخدامه وضع مسلماته ومنه من يرى إستعبادة نهائيا ، ومنه فالنزعة الأكسيوماتيكية تعد من أسمى النزعات أن مع ظهور الأكسيوماتيك نتج عنه إبداعات كثيرة في جميع الميادين الرياضية كان له دور كبير في تقديم الحلول لعدة مشاكل وعليه لا تزال الأبحاث العلمية مستمرة في ميدان الرياضيات من أجل التقدم والتطور أكثر وأكثر .

المبحث الثاني : إنعكاسات الأكسيوماتيك في الرياضيات المعاصرة

المطلب الأول: فلسفة الرياضيات

[1]– محمد ثابت الفندي: **المرجع السابق**، ص: 158.

كان للمنهج الأكسيوماتيكي تأثير وصدى كبير على الخطاب الفلسفي المعاصر وخاصة في فلسفة الرياضيات، ففي الأساس الأول تعد المصدريات أحد الوسائل الممكنة لحل مشكلة التي سيطرت منذ بداية القرن العشرين على الفلسفة الرياضية ، وهي مشكلة أساس هذا العلم نفسه حيث شغلت هذه الأخيرة فكر الرياضيين مما أدى إلى ظهورها يعرف بنظرية المجموعات .[1]

ومن هنا أخذت أبحاث الرياضيين تأسيس الرياضيات من منطلق نظرية المجموعات لكن بعد ظهور أبحات كانتر (1845.1918) وجد الرياضيون تنافضات منطقية بين المفاهيم الأساسية في نظرية المجموعات ،هذا مانتج عنه أزمة الأسس والتي تعكس في أصلها عدم ملائمة المنطق التقليدي للفكر الرياضي وعجز المنطق العقلاني التقليدي ،مما نتج إلى إعادة النظر في المفاهيم الرياضية بدقة وذلك من أجل التعرف أكثر على كيفية بناءها .[2]

إن ظهور نقائص المجموعات لا يعود للأسباب رياضية كعدم دقة التعريف مثلا بل يعود إلى أسباب منطقية ،ولتجاوز هذه النقائص وضع راسل نظرية الأصناف والتي تقوم على تصنيف الأشياء إلى أنواع مرتبة ترتيبا هرميا ،مما نتج عنها تغيير مفهوم المجموعات أو الفصل ،ومع ذلك تتمكن محاولات من حل تلك النقائص ،لأن إستبعاد هذه الأخيرة يجعلنا مضطريين بشكل كبير إلى وضع بعض البديهيات .[3]

---

[1]– روبير بلانشي: **الأكسيوماتيك**، المرجع السابق، ص: 91.

[2]– مرابطين سامية: **الأكسيوماتيك الرياضي بنظرة فلسفية**، الف للوثائق، قسنطينة–الجزائر، ط1، 2007، ص: 114.

[3]– روبير بلانشي: **الأكسيوماتيك**، المرجع السابق، ص: 93.

وعلى العموم يرى الحدسيون ومن بينهم بونكاريه (1854.1912) أن الرياضيات لا تشتق من المنطق كما ذهب إلى ذلك راسل ،بل تحتاج إلى "مادة " (في مقابل صورة) تحتاج إلى تجربة من نوع خاص المتمثلة في الحدس التجريبي ،أما المنطق أو الأكسيوماتيك فهما وسيلة لشرح وإستعراض الكشوف الهندسية التي تقوم على الحدس دوما .

ولكن الصعوبة التي تعترض أنصار الحدس هي تحديد معنى الحدس ذاته وعليه فالحدس هو الرؤية المباشرة الكلية ،لا تقبل التعريف بأكثر من هذا فهو كما يقول بوانكاريه "لغة لا تتعلم " ولذلك يضطر الرياضي عندما عرض الكشوف التي لمحها بالحدس إلى إستعمال المنطق في تفصيلها والبرهنة عليها .[1]

كما يرى الحدسيون الجدد أن تطبيق مبدأ الثالث المرفوع لا يمكن أن يتم دون قيد ولا شرط إلا في حظيرة ميدان رياضي نهائي ومحدد بوضوح ، مما يعني أن المنطق الكلاسيكي لا يعبر بصدق وفعالية إلا عن الأمور التي تخص المجموعات المتناهية ، ولا يذهب إلى أبعد من ذلك وبإختصار يمكن القول النزعة الحدسية نجحت فعلا في تكسير قوالب المنطق القديم ،منطق أرسطو الثنائي القيم وفتحت المجال أمام أنواع أخرى من المنطلق متحدد القيم واما بخصوص ،وأما بخصوص الرياضيات الكلاسيكية تماما وفعلا إنه مذهب يعود بالرياضيات إلى الوراء.[2]

[1]– محمد عابد الجابري: **المرجع السابق** ، ص: 112.

[2]– المرجع نفسه، ص: 116.

تعتبر النظرية البرهنة عند هلبرت أن كل رياضية يمكن وضعها على شكل مجموعات من الصيغ ومن ثمة نبرهن على تماسك النسق من أجل معرفة قيمته ،مما يتطلب قيام علم جديد هو البرهنة والإستدلال داخل النسق .[1]

المطلب الثاني : فلسفة العلم

إن دخول العلم إلى المنهج الأكسيومي في مختلف العلوم التجريبية أدى إلى إعادة ظهور مشكلات صعبة والتي تصدرت العلوم وإهتماتها ،ومن بين هذه المشكلات نجد مشكلة النظرية بالممارسة ،أي بالتحديد علاقة الرياضيات كعلم نظري صوري بالواقع التجريبي، وتمركزت هذه المشكلة في إتجاهين فلسفسين قديمين هما الإتجاه العقلي والإتجاه العقلاني حيث يرى الإتجاه العقلي أن الرياضيات مستنقاة من التجربة الحسية، أما الإتجاه العقلاني يؤكد على الظرورية العقلية للحقائق الرياضية .[2]

إن هذا الإنفصال يتبين بصورة أوضح عند كل من أصحاب التوجهيين المنطقاني والصوراني بتنسيق نظرية علمية يقدمها على شكل نسق ويقدمها على شكل نسق إكسيومي ويتحقق العالم من صدق القانون العلمي ويدمجه في شبكة من العلاقات الصورية ،أي داخل نسق إستنباطي إذ يبادر بإيضاع بكل المبادئ الأولية التي تأسست عليها هذه النظرية وعلى هذا الأساس تأسست من خلاله الوحدة الجدلية بالمفهوم الباشلاري بين النظرية والتجربة وهذا

[1]– مرابطين سامية، **المرجع السابق**، ص:117.

[2]– المرجع نفسه، ص: 118.

ما يفسر كون الواقع أصبح قابلا لأن يلقي شروط فهمه رياضيا ،وكون الرياضيات متفقة مع الواقع إتفاقا فعليا في علاقة الرياضيات بالنظريات الفيزيائية .[1]

يرى باشلار بأن العلاقة بين العلوم الرياضية والعلوم الفيزيائية هي علاقة تكاملية، إذا يكون المجرد سباقا إلى الإعلان عن ظاهرة جديدة فبصير لبفيزيائي بمقتضى هذا إعلان إلى الطريق الذي يرسمه[2] .

لقد جاء الرأي الإستمولوجي المعاصر كرد فعل على الوضعية التجريبية التي فصلت بين الرياضيات والمنطق ، حيث تعتبر أن الرياضيات من أحسن الوسائل لتعبير عن العلم التجريبي وذلك لما تتميز بالدقة حيث يؤكد روبير بلانشي على العلاقة الوطيدة بين هذين العلمين في قوله بأن الرياضيات لم تعد في الفيزياء المعاصرة تبدو كأنها وسيلة يستعين بها العلم التجريبي إن العلم التجريبي أصبح أداة صورية تستعين بها النظرية ،وعليه فالعلاقة بين الفيزياء والرياضيات علاقة متينة حيث رفض روبيربلانشي أن تكون العلوم الرياضية مجرد قضايا تحليلية للعلوم الفيزياء وإعتبر علوم الفيزياء أداة ضرورية تستعين بها النظرية حيث أصبحت التطورات الفيزياء تستمد وجودها من العلاقات الرياضية .[3]

[1]– سالم يافوت: **فلسفة العلم المعاصر ومفهومها للواقع**، دار الطباعة والنشر، لبنان، ط1، د.س، ص: 156.

[2]– محمد وقيدي: **فلسفة المعرفة عند غاستونباشلار**، دار الطبعة والنشر، بيروت–لبنان، ط1، 1980، ص: 153.

[3]– محمد وقيدي: **المرجع السابق**، ص: 163، 162.

لقد ساهم المنهج الأكسيوماتيكي بشكل كبير في جميع العلوم خاصة العلوم التجريبية حيث أنه كون علاقة ترابط قوية ومتينة بين العلوم الصورية الرياضية والعلوم الأخرى الواقعية العينية المتمثلة في الفيزياء من العلوم الأخرى .

المطلب الثالث : فلسفة المعرفة

لقد أثارت الصياغة الأكسيومية إنعكاسات على العلاقة النظرية بالممارسة في ميدان المعرفة ،فالمنهج المصادر حسب بلانشي يمكننا أنه نجد فيه تصويرا كثيرا للإيجاد الطريقة التي يسلكها الفكر في طلبه للمعرفة فالمنهج الأكسيومي يعطي لنا قراءة مزدوجة لأي علم من العلوم مما يجعل المعرفة مفتوحة من الأسفل على التجربة وكذلك من الأعلى وهو العقل كل حد منها لا يمكن تصوره وقيامه بعيدا عن الثاني ومثلما أنه لا محتوى بدون صورة فإننا لا تعرف صورة خالصة، فقط يوجد فراغ فكري ،لكن لا يمكن أن يوجد تفكير فارغ .[1]

أصبح الفكر الإنساني لديه القابلية السير وفق مستويين ،وهو أن يعلو من الواقعة إلى الفكرة وأن يتحفظ من الواقعة إلى الفكرة ، مما أدى ذلك إلى تطور الخطاب الفلسفي الجديد في نظرية المعرفة سواء كانت المفاهيم فلسفية أو علمية ،وقد هيمن على ميدان نظرية المعرفة إتجاهان فلسفين هما العقلانية والتجريبية، فالعقلانية ترى أن العقل هو الوسيلة

[1]– روبير بلانشي: **الأكسيوماتيك**، المرجع السابق، ص ص: 103،105 .

الأساسية التي ترجع إليها كل معارفنا وهذه الوسيلة التي تشمل مجموعة من المبادئ الثابتة والضرورية والمعارف الفطرية التي لا يمكن الظن بها .[1]

أما التجريبيين يرجعون جميع المعارف إلى التجربة هذه الأخيرة نقوم بتزويد العقل وتمده بمعارف حسية متنوعة ،والعقل عندهم مجرد أداة يقوم بإعادة تنظيم وعقلته المعارف الحسية من جديد ،لكن هذه الفكرة لم تبقى بل تغيرت في الفكر المعاصر حيث قاموا التجريبيين بالتوفيق بين العقل والتجربة ،ومنه فقد إختفى الصراع الذي كان قائما بين العقلانية والتجريبية يقول برونشفيك" أن العقل والتجربة لا يمكننا أن ينفصل كل منهما عن الأخر لذا يجب أن يتضامنان مع بعضهما لكي يقويا بعضهما البعض "[2].

إن الصراع بين العقلانية والتجريبية بدأ يتلاشي مع بداية العصر المعاصر وأصبح العقل والتجربة متلازمان ،كما أقر باشلار في نظرية المعرفة العلمية على وجود ترابط بين التجربة والعقل، وعليه فالعقلانية المعاصرة تقول بدينامية العقل وبجوار العقل والتجربة يعنى تداخل كل منهما على الأخر ،في الحوار تكون المبادرة الأولى للعقل لا للتجربة فالعقل عنده هو القدرة على إستعمال معايير وقواعد قصد بناء التجربة وإبراز خاصية الموضوع على الواقع .[3]

---

[1]– مرابطين سامية: **المرجع السابق**، ص: 123.

[2]– السيد شعبان حسن: **برونشفيك بين الفلسفة والعلم**، دارسة نقدية مقارنة، دار التنوير، بيروت–لبنان، ط 1، 1993 ص06.

[3]– سالم ياقوت: **فلسفة العلم العقلانية المعاصرة**، دار البعثة للطباعة والنشر، بيروت، ط1، 1982، ص: 90.

أذاع بلانشيه وغيرهم من الفلاسفة وغيرهم عن قيام عقلانية جديدة مغايرة عن العقلانية الكلاسكية حيث لا تكون مكملة لها .[1]

يوافق بلانشي باشلار في تجاوز العقلانية الكلاسيكية بالقول مع باشلار الحواريين العقل والتجربة من خلال الإنفتاح على التجربة فالعقل تمكن فاعليته في الإعتماد على وسائل رياضية منطقية والتي تساهم بشكل كبير في بناء موضوع معارفتها وإكتشافه فالعقلانية الرياضية عندوروبير بلانشي تنطوي تحت تيار مجدد في الفلسفة المثالية والتي كانت مبنية بين الذات والموضوع وبين العقل والتجربة فكلاهما علمان يبحثان عن فلسفة المعرفة الموضوعية .[2]

إن العلاقة بين الفلسفة والعلم هي علاقة تكاملية حسب روبير بلانشي إذا أنهما متناسقان ولا يمكن الفصل بينهما ومن الضرورة الجمع بينهما وذلك من أجل تحاور العقل مع التجربة[3]

[1] محمد وقيدي: **ماهي الإستمولوجيا**، دار الحداثة، بيروت، ط1، 1983، ص: 179.

[2]– مرابطين سامية: **المرجع السابق، ص**:125.

[3]– روبيربلانشي: **المرجع السابق**، ص: 107.

خاتمة

خاتمة :

نستنتج من خلال دارستنا التحليلية لموضوع الأكسيوماتيك في الرياضيات المعاصرة (روبيربلانشي نموذجا) النتائج التالية :

- المنهج الأكسيومي هو عبارة عن نسق رمزي من الحدود والمسلمات .
- ظهر المنهج الأكسيومي في الرياضيات المعاصرة نتيجة معالجة المسلمات التي وضعها إقليدس وهومنهج عالج مشكلات الرياضيات وتجاوز ذلك إلى العلوم الفيزياء والتجريبية .
- الرياضيات المعاصرة هي إمتداد للرياضيات الكلاسكية وفي نفس الوقت هي تجاوز لها.
- العقلانية الرياضية هي مشروع إستمولوجي معاصر رفعه روبير بلانشي بقر بدور الرياضيات في بناء المعارف وإنشاءها بدور العقل والتجربة تساعده في ذلك .
- ساهم المنهج الأكسيومي بشكل كبير في حل مشاكل فلسفة الرياضيات وخصوصا أزمة الأسس الى هيمنت على التفكير الرياضي لمدة طويلة .
- إن تطبيق المنهج الأكسيومي في مجال الرياضي جعله يتميز بالدقة والوضوح وقيامه بالتجريد وعليه فقط أصبح الذكر الرياضي خصب.

المصادر والمراجع

فهرس المصادر والمراجع المعتمدة في البحث

أولا المصادر

1-روبير بلانشي: نظرية العلم الإبستمولوجيا، تر: محمد يعقوبي،ديوان المطبوعات الجامعية(،د.ط), (د.س)،بن عكنون،الجزائر

2- روبير بلانشي: الإستقراء العلمي والقواعد الطبيعة، تر: محمود يعقوبي،دار النشر الحريث،(د.ط)،2003.

3-روبير بلانشي: الاكسيومية أو منظومة الأوليات،تر: محمد بن جماعة،دار محمد علي الحامي،(ط.1),2004.

4-روبير بلانشي: العقل والخطاب للدفاع عن المنطق الفكري،تر: محمود يعقوبي،دار الكتاب الحديث، (د..ط),,2009.,للقاهرة.

5-روبير بلانشي: المنطق وتاريخه من أرسطو إلى راسل،تر:خليل احمد خليل, ديون المطبوعات الجامعية، (د.ط),(د.س)،الجزائر.

6-روبير بلانشي: المصدريات(الاكسيوماتيك),تر: محمود بعقوبي، ديوان المطبوعات الجزائرية،(د.ط),(د.س),بن عكنون .

قائمة المراجع

1-أحمد فؤاد الأهواني: في علم الفلسفة،ملتزمة النشر والتوزيع مكتبة النهظة المصرية(د.ط),2001, القاهرة.

2-السيد شعبان حسن: برونشفيك وباشلار بين الفلسفة والعلم،دراسة نقدية مقارنة،دار التنوير للطباعة والنشر,(ط.1),1993, بيروت ،لبنان

3-اميرة حلمي مطر: الفلسفة اليونانية وتاريخها ومشكلاتها، دار قباء الطباعة والنشر والتوزيع، (د.ط)،1998.

4-بول موي: المنطق وفلسفة العلوم، تر: فؤاد حسين زكرياء،دار النهظة،(د.ط),(د.س) مصر

5-بوانكاريه: العلم والفرضية،تر: حمادي بن جاءالله،مركز الدراسات الوحدة العربية،(د.ط),1968,لبنان

6-بنتراند راسل: اصول الرياضيات ج1,تر: محمد مرسي احمد ومحمد فؤاد الأهوان، دار المعارف، (د.ط),(د.س),مصر

7-جلال شمس الدين: فلسفة العلوم، المؤسسة الثقافية الجامعية، (د.ط),2011, الإسكندرية

8-رولان أومنيس: فلسفة الكوانتم تر: أحمد فؤاد باشا،المجلس الوطني للثقافة والفنون (ط.1),1978،الكويت

9–ددیه جیل: باشلار والثقافة العلمية، تر: عرب حاميلا، المؤسسة الجامعية للدراسة والنشر والتوزيع،(ط.1),1996,بيروت .

10– رودلف كارناب: الأسس الفلسفية للفيزياء، تر: السيد نفادي، دار الثقافة الجديدة (د.ط),(د.س).

11– زكرياء منشاوي الجالية: المؤثرات المتبادلة بين المنطق والرياضيات والنسق نموذجا، دار الوفاء لدينا للطباعة والنشر، (ط.1),2011,الإسكندرية.

12– سالم يافوت: فلسفة العلم المعاصر ومفهومها للواقع، دار الطباعة والنشر،(ط.1),(د س),لبنان

13– صلاح محمود عثمان: الإتصال اللامتناهي بين العلم والفلسفة، نشاة المعارف، (د. ط)، 1998، مصر

14– عزت قرني: الفلسفة اليونانية حتى أفلاطون، دار النشر والتوزيع جامعة، الكويت،(د.ط),1993

15– عادل فاخوري: المنطق الرياضي، المؤسسة الجامعية للدراسات والنشر والتوزيع،(ط.،)،1988، بيروت

16– عبد الرحمان بدوي: مناهج البحث العلمي، وكالة الطباعة والنشر، (ط.1) 1979، الكويت.

17- فاضل سلامة شطناوي: الأسس الرياضية والمفاهيم الهندسية، دار المسيرة والنشر، (ط.1)، 2008،الاردن.

18-قدري حافظ طوقان: العلوم عند العرب، دار القراءة، (ط.2)،1983، بيروت، لبنان.

19- كامل محمد كمال عويضة: إقليدس بين الفلسفة والمنهج الرياضي، دار الكتب العلمية، (ط.1)،1994,لبنان .

20- محمد عابد الجابري: مدخل الى فلسفة العلوم المعاصرة وتطور الفكر العلمي، مركز الدراسات الوحدة العربية، (ط.1)،1976,بيروت

21- محمد ثابت الفندي: فلسفة الرياضة، دار النهضة العربية،(ط.1) ,1969,بيروت

22- ماري لوزرور: المنطق والمنطق الشارح،تر :محمود يعقوبي، دار الحديث (د.ط)، 2002, القاهرة.

23- بوشنسكي: الفلسفة المعاصرة في أوربا، تر: عزت قربى، عالم المعرفة، (د.ط), 1978, الكويت.

24- محمد ثابت الفندي أصول المنطق الرياضي، دار النهضة العربية، (ط.1),1972,بيروت

25- هاني يحي نصري: دعوة للدخول الى التاريخ الفلسفة المعاصرة، مجد للمؤسسة الحامعية للدراسات والنشر والتوزيع،(ط.1),2002,بيروت

الموسوعات والمعاجم بالعربية

1-اندريه لالاند: المعجم الفلسفي، م1,منشورات دار عوينات،(ط،2),2002, بيروت

2-أبراهيم مذكور: المعجم الفلسفي، الهيئة العامة لشؤون الأميرية،(د.ط),1989 .

3-جميل صليبا: المعجم الفلسفي، ج1, دار الكتاب،1982,لبنان، بيروت .

4-محمد جواد مغنية: مذاهب فلسفية وقاموس مصطلحات، دار ومكتبة الهلال، (د.س),لبنان بيروت.

5-عبد الحلو : معجم المصطلحات الفلسفية، المركز التربوي للبحوث والأنماط ، (د.س), لبنان .

الرسائل الجامعية

1-بوعلام معطر معطر: تطور المنطق الرياضي وحدود تطبيقاته روبير بلانشي نموذجا، مذكرة لنيل درجة ماجستير في الفلسفة، كلية العلوم الإجتماعية والإنسانية، جامعة الجزائر 2, 2014-2015.

2-زبيدة بن مسي: فلسفة الرياضة عند جان كفاييس، رسالة مقدمة لنيل شهادة الدكتوراه العلوم في الفلسفة،جامعة الجزائر قسنطينة ،2007-2008.

فهرس المحتويات

الفهرس

الموضوع	الصفحة
إهداء	
الشكر والعرفان	
قائمة المحتويات	
مقدمة	أ
الفصل الأول: مدخل مفاهيمي	
تمهيد	02
المبحث الأول:ماهية الأكسيوماتيك	03
المطلب الأول:تعريف الأكسيوماتيك	03
المطلب الثاني: نشأة الأكسيوماتيك	05
المطلب الثالث:مراحل تطور الأكسيوماتيك .	09
المبحث الثاني:المنهج الأكسيوماتيك.	15
المطلب الأول:خصائص وشروط الأكسيوماتيك .	15
المطلب الثاني:حدود المنهج الأكسيوماتيك.	25
المطلب الثالث:أهمية المنهج الأكسيوماتيك.	28
الفصل الثاني: روبيربلانشي ونظرته إلى مبادئ إقليدس .	
تمهيد	35
المبحث الأول:مبادئ إقليدس.	36
المطلب الأول: البديهيات .	36
المطلب الثاني: المصادرات.	38

المطلب الثالث:التعريفات.	40
المطلب الرابع : الأشكال والبرهنة	44
المبحث الثاني:نقائص النسق الإقليدي .	48
المطلب الأول: وضع الرياضيات في صورة مصدريات .	48
المطلب الثاني:الرياضيات الشارحة .	53
المطلب الثالث:وضع الرياضيات في صورة مصادرات .	58
المطلب الرابع : المنطق الشارح .	62
الفصل الثالث : مشكلة الأسس وأثر الأكسيوماتيك في الرياضيات المعاصرة.	
تمهيد	69
المبحث الأول:أزمة الأسس في الرياضيات المعاصرة .	70
المطلب الأول: النزعة المنطقية .	70
المطلب الثاني: النزعة الحسية .	73
المطلب الثالث: النزعة الأكسيومية .	76
المبحث الثاني: إنعكاسات الأكسيوماتيك في الرياضيات المعاصرة .	80
المطلب الأول: فلسفة الرياضيات .	80
المطلب الثاني:فلسفة العلم .	82
المطلب الثالث: فلسفة المعرفة .	84
خاتمة	89
قائمة المصادر والمراجع	
الفهرس	

الملخص:

يتناول البحث دارسة إستمولوجية للمنهج الأكسيوماتيكي في الرياضيات المعاصرة وفق منظور روبير بلا نشي بداية بتعريف الأكسيوماتيك ونشأته ومراحل تطوره وأهم خصائصه حيث كانت البداية الأولى مع الفيلسوف اليوناني إقليدس، وتعرف على مبادئ إقليدس وأهم نقائص النسق الإقليدي حيث كان جل إهتمام الفلاسفة بالرياضيات من خلال استخدام المنهج الأكسيومي لأنه يعد طريق يسلك به الرياضي طريقة لبناء نظرياته فالمنهج الأكسيوماتيكي كان مرتبط بالرياضيات ثم أنتقل إلى باقي العلوم كالفيزياء التجريبية حيث كان له دورا كبيرا في حل مشكلة الأسس وكان له أثر واضح في فتح المجال أمام الفكر ليواصل التقدم والتطور .

Conclusion :

La recherche porte sur une étude épistémologique de la méthode axiologique dans les mathématiques contemporaines dans le manuscrit de Robert Blckson¨en commençant par la définition de l'axiomatique ses origines les étapes de son développement et ses caractéristique les plus important antes puisque le premier commencement vient du le philosophe grec Euclide est connu comme les principes Euclide et les caractéristique les plus imitâtes de la coordination euclidienne car la plupart de intérêt des philosophes pour les mathématiques passait par la méthode axiomatique car elle est considérée comme une voie liée aux mathématique les sciences comme la physique expérimentale ou il a joue un rôle majeur dans la résolution du problème des fondations et a eu un impact évident en ouvrant la voie a la pensée pour poursuivre son progrès et son développement.