الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة محمد خيضر بسكرة

كلية العلوم الدقيقة

قسم علوم المادة

مطبوعة

النسبية الخاصة

دروس وتمارين

السنة ثالثة ليسانس فيزياء

تاليف الدكتورة: بلحمرة نجاة

فيفري 2025

تمهيد

إن المقاييس من مساحات وحجوم وكتل وتحديد المكان والزمان والسرعة هي مقاييس معروفة في نظر الفيزياء الكلاسيكية (فيزياء غاليلو ونيوتن) فكلنا نقيس المسافات والزمن بنفس الطريقة والكيفية ولا يختلف في ذلك اثنان إذا كانت مقاييسهما معايرة بدقة وهذا يعني أننا سلمنا بأن هذه المقاييس مطلقة ولكن هذا يخالف النظرية النسبية التي تقوم على أنه لا وجود لشيء مطلق في كل هذه الأشياء أنما هي نسبية، فالدقيقة (60 ثانية) التي نقيسها بساعاتنا يمكن أن يقيسها آخر على إنها أقل من دقيقة أو أكثر، وكذلك المتر العياري طوله متر بالنسبة للشخص الذي يحمله ولكن بالنسبة لآخر يتحرك بسرعة كبيرة بالنسبة لذلك الشخص يجد المتر 80 سنتمتر وكلما زادت سرعته كلما قل طول المتر ليصبح طول المتر صفر إذا تحرك الشخص بسرعة الضوء (سنجد انه من الاستحالة الوصول لسرعة الضوء) وهذا لا يعود لخطأ في القياسات بين الشخصين أو خلل في آلات الرصد التي يستخدمونها فكل منهما يكون صحيحا ولكن بالنسبة له. ولهذا سميت بالنظرية النسبية والكثير من الأمور المسلم بها في حياتنا والتي نعتبرها مطلقة تصبح نسبية في عالم النسبية.

بمفهوم اينشتاين والتعامل مع الزمن على أنه بعد من الأبعاد يصبح كل شيء نسبياً فمثلاً نعرف أن الكتلة هي كمية المادة الموجودة في حجم معين مثل كتلة الماء في حجم سنتيمتر مكعب هي واحد جرام وكتلة الماء هذه ثابتة ولكن وزنها هو الذي يتغير تغيرا طفيفا نتيجة لتأثير الجاذبية عليها فيقل الوزن قليلا في المرتفعات ويزيد في المنخفضات نتيجة لتغير تأثير الجاذبية حسب بعدنا أو قربنا من مركز الأرض وهذا التغير يكون في حدود جرام واحد فقط، ولكن آينشتاين يبين أن الكتلة تتخلى عن تأثير الجاذبية وتتغير في حدود أكبر بكثير قد تصل إلى الآلاف ولا علاقة لتغير الكتلة بالجاذبية. إن ثبوت المقاييس والأبعاد عند آينشتاين في الكون لا وجود له حسب نظريته النسبية.

وهناك نوعان من النسبية: النسبية الخاصة التى نشرها أينشتاين عام 1905، جاءت للإجابة على صعوبات فى فهم سرعة الضوء، وفقا لنتائج تجربة ميكلسون ومورلي، التي تم فيها فحص انتشار الضوء في اتجاهات مختلفة، وهى التى ناقضت قانون السرعة النسبية، حيث إن قانون السرعة النسبية يعتبر أنه لو كانت سيارة تسير بسرعة 99% من سرعة الضوء، فعلى أضواء السيارة أن تكون سرعتها ضعف سرعة الضوء تقريبًا. تفسر النظرية النسبية هذا التناقض بأن سرعة الضوء ثابتة وأنها بلا علاقة بالسرعة النسبية.

أما النظرية العامة للنسبية فهي النظرية الهندسية للجاذبية التي طورها ألبرت أينشتاين ما بين عامي 1907 و 1915، وبمساهمات من آخرين بعد 1915، وقام بنشرها عام 1916، وفيها الوصف الحالي للجاذبية في الفيزياء الحديثة. وتعمل النسبية العامة على تعميم النسبية الخاصة وقانون الجذب العام لنيوتن، حيث تقدِّم

وصفًا موحدا للجاذبية كخاصية محددة للمكان والزمن، أو الزمكان، ويتم تحديد العلاقة بواسطة معادلات حقل أينشتاين، وهو نظام من المعادلات التفاضلية الجزئية.

هذه المطبوعة مخصصة لطلبة سنة ثالثة فيزياء نستدرج فيها كل ما يخص النسبية الخاصة. لذلك قسمناها الى أربعة فصول: الفصل الأول يتضمن تاريخ ما قبل النسبية أي الفيزياء الكلاسيكية لغاليلي ونيوتن ومعادلات ماكسويل وتجربة مايكلسون ومورلي التي فشلت في اثبات وجود الاثير. والفصل الثاني يخص النظرية النسبية، نعرف فيه على تحويلات لورنتز وتطبيقاتها ، فضاء مونكوفسكي وهندسته للفضاء الزمكان، الاشعة الرباعية ومفعول دوبلر النسبي. أما الفصل الثالث فهو الميكانيكا النسبية. سوف يعرف الطالب الفرق بين قوة المبدأ الأساسي للتحريك والقوة الرباعية. وكذلك الشعاع الرباعي للطاقة – كمية الحركة، وفي الأخير يطبق كل مادرسه في هذا الفصل علة الفوتونات، تفاعل الجسيمات وفي مفعول كوانتوم، في الأخير نعرض للطالب الفصل الرابع الا وهو الكهرومغناطيسية النسبية. فهو يبدأ بمراجعة لقوانين الكهرومغناطيسية وعدها الاشعة الرباعية للتيار والكمون ويستخلصها بمصفوفة تدعى تنسور الكهرومغناطيسية.

هذه المطبوعة تعد وسيلة لفهم مقياس النسبية الخاصة المسطر في مقرر الوزارة الخاص بطلبة سنة ثالثة فيزياء للتخصصين فيزياء المواد والفيزياء الأساسية. لاجل ذلك اضفنا للدروس بعض الأسئلة للفهم وكذا مجموعة من التمارين.

المطبوعة تم إنجازها خبرة من تدريس المقياس في الفترة الممتدة من 2021 الى 2024 في قسم علوم المادة بجامعة محمد خيضر بسكرة.

محتوى المقياس

تمهيد

الفصل الأول

تاريخ ما قبل النسبية

1.I. دور الاثير

يتردّد على مسامعنا في أروقة الإعلام مصطلح ‘‘الأثير’’؛ وفي استهلال الحديث في الإذاعات خصوصًا، ويعطونه هالة من التأثير السمعي ‘‘الشفاء عبر الأثير، الجسم الأثيري، أثير الحبّ، وأثير الكراهية’’ وغيرها من العبارات. كلها عناوين لموضوعات ما زالت مطروحة وحاضرة في كلّ مجالات الحياة، الروحية والأدبية والإعلامية والفنية والاجتماعية، على اعتبار أنّ الأثير هي المادة الأساسية في بناء منسوج الكون، وهو فرضية لوسط مادي ليس له لون أو رائحة أو وزن، هو مادّة تملأ ما بين السماء والأرض، وما بين النجوم والكواكب، وتتخلّل كلّ الأجسام وكلّ الأشياء من حولنا، وكلّ شيء في الكون، ومن خلاله كان تفسير كيفية انتشار الضوء على شكل حركة موجيّة في حيّز فارغ، فهو وسط يملأ الفضاء وجميع الفراغات فيه.

من أين جاءت فكرته؟ وهل هو موجود حقًا؟ وهل ينتقل الصوت من خلاله؟

جاءت فكرة الأثير لتفسّر انتقال الضوء عبر الفضاء، وبما أن الضوء موجات – بحسب ما كان سائدًا سابقًا- وهذه الموجات تتحرك من خلاله، فقد وُضعت الفرضيات والتكهنات لتعطي فكرة عن هذا الوسط الغريب. وقالوا إنه ساكن، وفي بحره تتحرك الأرض والكواكب، وكل شيء في الكون يُنسب إليه. هذه الفكرة كانت تتناقض مع نسبية غاليليو التي تقول: إنه لا يوجد في هذا الكون ‘‘إطار إسناد قصوري مطلق’’، وكل القصورية لا نستطيع أن نتحدث عنها إلا في أطر إسناد أخرى، ومع ذلك قرّر العلماء قبول فكرة الأثير لأنها كانت تحل مشكلة موجات الضوء. لكن كل هذه الفرضيات لم تكن قوية لما فيه الكفاية، بمعنى أنها كانت محتاجة إلى تجريب وتهذيب الأفكار المنطقية والبناء عليها لإثبات وجود الأثير، وإلا ستظل هذه الفكرة غير موجودة على أرض الواقع، لذلك كان إثبات وجوده ضرورة. ومن هنا كانت التجربة الحاسمة لهذه الفكرة في عام 1887، حيث قام ألبرت ميكلسون، وإدوارد مورلي بتجربة مفصلية في تاريخ الفيزياء، حيّرت نتائجها العلماء لسنوات، وشكلت نقطة تحول في تاريخ الفيزياء. وهذه التجربة كانت دقيقة لقياس سرعة الكرة الأرضية بالنسبة للأثير. ومبنية على فكرة تعيين سرعة الضوء في اتجاهين متعامدين. وذلك في مقارنة الزمنين اللذين يستغرقهما مساران ضوئيان متساويان يبدأن من نقطة معينة ويعودان إليها… أولهما موازي لحركة الأرض المزعومة عبر الأثير. وثانيهما متعامد مع اتجاه هذه الحركة باعتبار أن الأرض تسبح في ‘‘أثير’’ بسرعة 30 كيلومتر في الثانية. وكان يُفترض أن يلاحظا فرقًا يمكن حسابه من تفحص نمط تداخل الشعاعين، وهذه هي الفكرة الأساسية فيما يدعى ‘‘مقياس التداخل’’، وهذا أشبه بمسألة السباحيْن اللذين يتمتعان بقدرات مماثلة، ويقطعان مسافتين متساويتين من نقطة بداية مشتركة والعودة إليها، فيسبح أحدهما بموازاة التيار المائي (معه وضده ذهابًا وإيابًا)،

ويسبح الثاني باتجاه متعامد مع التيار. وكانت نتيجة التجربة صادمة وغير متوقعة! وجدوا أن لا فرق مطلقًا في الزمانيين مما أربك علماء الفيزياء، ومع ذلك بقوا متشبثين بالأثير.

ولإنقاذ فرضية الأثير والخروج من ذلك المأزق، أعاد الفيزيائي لورنتز التجربة بعد أن أحدث في تجربة ميكلسون تقلّص في طول المسافة التي كان يقيسها ميكلسون ومورلي في تجربتهما، وبالفعل جاءت تحويلاته بتقلص لتلك المسافة متعلقًا بالنسبة بين سرعة الأرض v في الفضاء، وسرعة الضوءc ، وأثبتت تحويلات لورينتز على وجود سرعة قصوى في الكون لا يمكن للأجسام تعديتها، ألا وهي سرعة الضوء c في الفراغ، ولكنّه لم يصل إلى نتيجة واضحة في الخروج من مأزق الأثير. وإنما افترض أن الأثير يؤثر في المادة بطريقة معقدة، وغير مفهومة.

وبينما كان العلماء يبحثون عن تفسير آخر لانتشار الضوء على ضوء فرضية الأثير المبنية على ميكانيكا نيوتن، جاء الحل في عام 1905 على يد الفيزيائي ألبرت أينشتاين، من خلال نظريته الخاصة في النسبية، التي فسّرت كيف يسلك الضوء، وكيف أنه لا يعتمد على وجود الأثير. وفسّر مسألة انتشار الضوء على أساس أن الضوء هو أقصى سرعة في الكون، وأنها ثابتة في الفراغ لا تتغير. وتبلغ 300.000 كيلومتر في الثانية (أي يلف شعاع كهرومغناطيسي مثل الضوء حول الأرض سبع مرات في ثانية واحدة). وقد ضمنت النظرية النسبية لأينشتاين تحويلات "لورنتز"، وألغت تحويلات "غاليليو" (هي تقريبية بمقارنتها بتحويلات لورينتز)، وقال: إنه لا يصح استخدام تحويل "غاليليو" في سرعات كبيرة، وإنما فقط في السرعات العادية اليومية على الأرض، وأما في الفضاء فيجب استخدام تحويلات "لورنتز" حيث لا تُلحظ فيها الفوارق القليلة. وأثبت أنه لا وجود لأثير ينتقل عبره الضوء وبالتالي الصوت. وقام أينشتاين بتعريف مبدأ النسبية كالآتي: "القوانين التي تغير حالات الأنظمة الفيزيائية لا تعتمد على إحداثيات؛ أي من نظامين يتحركان بالنسبة لبعضهما البعض بسرعة منتظمة". وقد أجهزت النظرية النسبية على جوهر الأثير الافتراضي.

من هنا نجد أن فرضية الأثير الذي يملأ الكون وينتقل عبره الصوت، والتي دامت لقرون، لم يستطع علماء الفيزياء إثباتها تجريبيًّا، بالرغم من التجارب الكثيرة التي قاموا بها، بل بالعكس أثبتت تجاربهم أنه لا وجود للأثير، وأنه لا فراغ في الكون، وإنما تملأه مادة مظلمة وجسيمات افتراضية...

وكما أن فرضية الأثير ما زالت متداولة بالرغم من إثبات بطلانها منذ أكثر من مئة عام، يوجد الكثير من الفرضيات العلمية التي اندثرت مثل أزلية الكون، وغيرها من النظريات التي لم ترَ الضوء في التجربة حتى اليوم، وهي ما زالت تُدرس في جامعاتنا، وتُبثّ في وسائلنا الإعلامية والتلفازية، وللأسف نجد العديد من الأشخاص المثقفين على مختلف مستوياتهم قد غفلوا عن معرفة هذا التطور الجديد من الدراسات والاكتشافات الحديثة.

I.1.a. وسط انتشار الأمواج الكهرومغناطيسية والاطر المرجعية

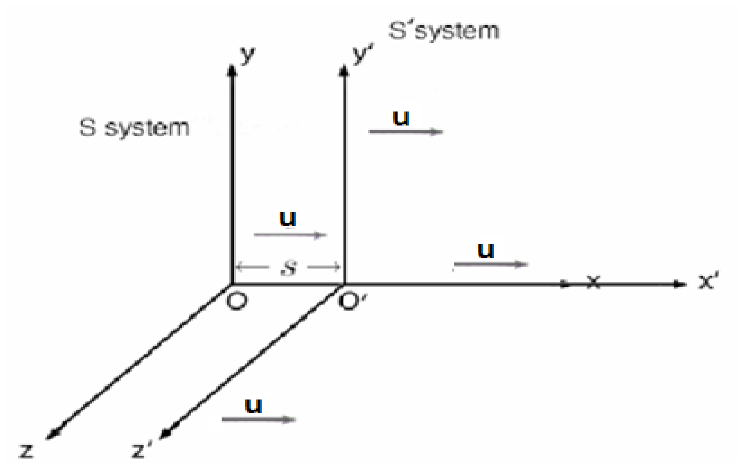
لقد وضع كل من غاليلي ونيوتن أسس النظرية النسبية القديمة أو النسبية الكلاسيكية والتي تعرف بمعادلات تحويل غاليلي أو معادلات تحويل نيوتن. وقد حدث تعارض بين معادلات تحويل غاليلي (النسبية الكلاسيكية) والنظرية الكهرومغناطيسية التي وضعها ماكسويل. وبعد معرفة الكثير عن طبيعة الضوء، اتضح عدم صحة نظرية الأثير الذي يشغل كل الفضاء واستبعدت النظرية وأصبح الضوء معروفا على أنه موجة كهرومغناطيسية لا تحتاج إلى وسط لانتشارها.

I.1.a.1. الأطر المرجعية

يعرف الإطار المرجعي (reference frame) في الفيزياء على أنه نظام الإحداثيات (coordinate system) الذي يستخدم لتحديد حالة الكميات الفيزيائية مع الزمن. وفي نظرية النسبية يطلق اسم الإطار المرجعي المراقب (observational reference frame) على الإطار الذي يوجد فيه مراقب (observer) يكون في حالة السكون (at rest) بالنسبة لهذا الإطار. وتنقسم الأطر المرجعية إلى نوعيين رئيسيين وهما الأطر المرجعية القصورية (inertial reference frames) والأطر المرجعية غير القصورية (non-inertial reference frames). والأطر المرجعية القصورية هي تلك التي تتحرك بسرعات ثابتة بالنسبة لبعضها البعض وتكتب فيها القوانين الفيزيائية بأبسط أشكالها الرياضية. أما الأطر المرجعية غير القصورية فهي التي تتحرك بسرعات غير ثابتة أي أنها تتسارع (acceleration) مع الزمن بالنسبة للأطر القصورية. وتتحدد الأحداث (events) في الأطر المرجعية بأربعة إحداثيات ثلاثة منها مكانية (space) والرابع إحداثي الزمن (time) .

I.1.a.2. نسبية وتحويلات غاليليو

قد كان العالم الإيطالي الشهير غاليليو (Galileo Galilei 1564 –1642) أول من تكلم بطريقة علمية عن مفهوم النسبية وخاصة نسبية الحركة وذلك في مطلع القرن السابع عشر وذلك بعد أن أيد العالم البولندي كوبرنيكوس (Nicolaus Copernicus 1473 –1543) من أن الأرض هي التي تدور حول الشمس وليس العكس. لقد وضع غاليليو أساس مبدأ النسبية (the basic principle of relativity) وهو أن قوانين الفيزياء هي نفسها في أي إطار مرجعي يتحرك بسرعة ثابتة وفي خط مستقيم مهما كانت السرعة واتجاهها وبهذا فإنه لا يوجد ما يسمى بالحركة المطلقة أو السكون المطلق. وقام غاليليو أيضا بوضع ما يسمى بتحويلات غاليليو (Galilean transformations) والتي تقوم بتحويل إحداثيات الأحداث التي تجري في إطار مرجعي قصوري إلى إحداثيات إطار مرجعي قصوري آخر يتحرك بسرعة منتظمة بالنسبة للأول.



الشكل1.I. تحويلات غاليليو بين إطارين مرجعيين.

قام غاليليو باشتقاق تحويلاته من خلال اختيار إطارين مرجعيين قصوريين أحدهما ساكن وبإحداثيات (x,y,z,t) والآخر متحرك وبإحداثيات (x′,y′,z′,t′) وهو يتحرك بسرعة ثابتة (u) باتجاه المحور السيني الموجب (x +) مع افتراض أن الإطارين متطابقين عند لحظة الصفر لكليهما (t=t'=0). ويقصد بالتحويلات إيجاد علاقات بين إحداثيات الإطارين للأحداث التي تجري فيهما فعلى سبيل المثال فعند حدوث حدث ما في الإطار الثابت فإن الإحداثيات التي يراها المراقب في الإطار المتحرك ستكون كالتالي (x' =x-vt, y′=y, z′=z , t′=t). ومن الملاحظ في هذه التحويلات ولهذه الحالة الخاصة أن جميع الإحداثيات في الإطارين متساوية ما عدا الإحداثي السيني الذي إنزاح بمقدار (vt).

$$\begin{cases} x = x' + ut' \\ y' = y' \\ z = z' \\ t = t' \end{cases}$$ تحويلات غاليلي المباشرة (1.I)

$$\begin{cases} x' = x - ut \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}$$ تحويلات غاليلي العكسية (2.I)

3.a.1.I. تحويلات السرعة والتسارع مع غاليليو

يمكن الحصول على تحويلات السرعة بمفاضلة تحويلات غاليليو كما يلي:

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx'}{dt} = \frac{d}{dt}(x - ut) = \frac{dx}{dt} - u = v_x - u \qquad (3.\text{I})$$

$$v'_y = \frac{dy'}{dt'} = \frac{dy}{dt} = v_y \qquad (4.\text{I})$$

$$v'_z = \frac{dz'}{dt'} = \frac{dz}{dt} = v_z \qquad (5.\text{I})$$

وبمفاضلة تحويلات السرعة نتحصل على تحويلات التسارع:

$$a'_x = \frac{dv'_x}{dt'} = \frac{d}{dt}(v_x - u) = \frac{dv_x}{dt} = a_x \qquad (6.\text{I})$$

$$a'_y = \frac{dv'_y}{dt'} = \frac{dv_y}{dt} = a_y \qquad (7.\text{I})$$

$$a'_z = \frac{dv'_z}{dt'} = \frac{dv_z}{dt} = a_z \qquad (8.\text{I})$$

نلاحظ ان السرعة والتسارع لا يتغيران مع تحويلات غاليليو.

4.a.1.I. قوانين نيوتن في الحركة

قام اسحاق نيوتن بوضع الصياغة الرياضية لثلاثة قوانين للحركة كان قد استنبطها خلال تأملاته في أعمال الباحث العظيم غاليليو غاليلي ومن سبقه من علماء الطبيعة. و يمكن تلخيص قوانين نيوتن الثالثة في الحركة بالنصوص التالية:

- **القانون الأول**

وينص على ان: "الجسم الساكن يبقى ساكنا والمتحرك يستمر في حركته المستقيمة ما لم تؤثر عليه محصلة قوة خارجية". مضمون هذا القانون أن الحالة الحركية الي جسم هي صفة تخصه وأن تغيير حالته الحركية رهن بتغير الظروف الخارجية، كأن تطرأ قوة تغير سكون الجسم إلى حركة أو تغير قيمة سرعته (انطلاقه) أو اتجاه حركته. وفي كل هذه الاحوال يحصل التغير في سرعة الجسم سواء كان التغير في مقدار السرعة (الانطلاق) أو اتجاهها. وتغير السرعة هو التسارع، فالتسارع هو تغير السرعة خلال الزمن .

لاحظ أننا نقرن تغير السرعة بمقياس معين، وهذا المقياس هنا هو الزمن. ولما كانت السرعة هي مقدار تغير المسافة خلال الزمن فإن التسارع يصبح هو تغير المسافة مرتين مع الزمن. مما يوحي وكأن الزمن هو معامل أو متغير خارجي مستقل عن الحالة الحركية للجسم .

- **القانون الثاني**

إذن لكي نغير الحالة الحركية للجسم فلابد من تغيير السرعة أي فرض تسارع .ولكن التغيير في كل الاحوال يعني تسليط قوة خارجية فهل للقوة عالقة بالتسارع؟ هنا انتبه نيوتن إلى ضرورة تعريف القوة وبيان علاقتها مع التسارع فوضع قانونه الثاني، هذا القانون الذي يربط القوة بالتسارع.

في صياغة معاصرة لهذا القانون يمكننا القول أن "القوة هي المعدل الزمني لتغير كمية الحركة الجسم". وكمية الحركة الجسم هو كتلة الجسم × سرعته. لذلك وإذا ما قلنا أن كتلة الجسم mهي كمية ثابتة، أمكننا القول أن القوة تتناسب طرديا مع المعدل الزمني لتغير السرعة مما يعني بالتالي أن القوة تتناسب طرديا مع التسارع. وهكذا يمكن صياغة القانون الثاني لنيوتن كما يلي:

$$F_N = \frac{dP_N}{dt} = \frac{d}{dt}(mv) = m\frac{dv}{dt} = ma \qquad (9.I)$$

- **القانون الثالث**

ويسمى قانون الفعل ورد الفعل. لكي يتم تعريف التغير الحركي بصورة متكاملة ولكي يكون هنالك توازن وحفظ للقوة أو الجهد أو الطاقة المبذولة مع أي قوة، فلا بد من وجود قانون يضبط مقدار القوة المسلطة أو الطاقة المصروفة ويوازنها مع التغير الحاصل في كمية الحركة الجسم أو طاقته لذلك عمد نيوتن إلى صياغة قانون ثالث يتكفل بتحقيق هذه الموازنة بالقول إ ن: "لكل فعل رد فعل يساويه في المقدار ويعاكسه في الاتجاه" ويحفظ هذا القانون التوازن السكوني (الاستاتيكي) والتوازن الحركي (الديناميكي)للأجسام والقوى وكميات الحركة. وذلك بأنه يعني أن الوزن الذي يسلطه كتاب ساكن على منضدة يواجه رد فعل من قبل المنضدة نفسها مساو لوزنه. وهذا هو التوازن السكوني. Equilibrium Static وأن الصاروخ الذي يتحرك بسرعة ثابتة بفعل نفث الغازات من مؤخرته إنما يحقق التوازن الحركي Equilibrium Dynamic اعتمادا على مبدأ انحفاظ كمية الحركة(زخم) حيث يكون للغازات الخارجة منه زخم يعادل زخم حركته أي كتلته مضروبة في سرعته.

5.a.1.I. وسط انتشار الموجات الكهرومغناطيسية

درس جيمس كلارك ماكسويل المجالين الكهربائي والمغناطيسي، وكشف عن وجود نقص في معادلة أمبير للحث الكهرمغناطيسي ولاحظ، كما كان قد لاحظ غيره من قبل مثل مايكل فارداي و هنريش لنز و أندريه أمبير و هانز أورستد، أن تغيرً المجال المغناطيسي قرب موصل يولد تيارا حثيا في ذلك الموصل. وكما هو معلومً فإن التيار المار حوله في سلك يولد مجالا مغناطيسيا. وبعد محاولات عديدة تمكن ماكسويل من صياغة جملة معادلات رياضية تصف نشوء المجال الكهربائي في الموصل نتيجة تغير المجال المغناطيسي على مقربة منه، وظهور المجال المغناطيسي مرافقا للتيار الكهربائي المار في موصل. و في عام 1860م قام ماكسويل صياغة جميع القوانين المتعلقة بالمجالات الكهربائية والمغناطيسية وتفاعلهما مع بعضهما البعض ومع الشحنات والتيارات الكهربائية التي تنتجها في أربع معادلات تفاضلية اتجاهية:

معادلة ماكسويل

$$Div\,\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad (14.I)$$

معادلة ماكسويل فراداي

$$\overrightarrow{Rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \qquad (15.I)$$

معادلة التدفق

$$Div\,\vec{B} = 0 \qquad (16.I)$$

معادلة ماكسويل امبير

$$\overrightarrow{\mathrm{Rot}}\,\vec{B} = \mu_o\vec{J} + \varepsilon_o\mu_o\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} \qquad (17.I)$$

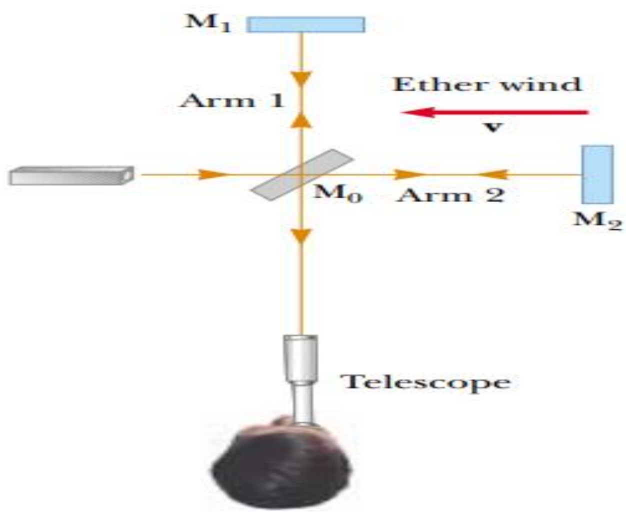
وفي عام 1865م تمكن ماكسويل من خلال دمج معادلات فارادي وأمبير بشكلها التفاضلي الحصول على معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية وعند حل هذه المعادلة تبين له أن المجالات الكهربائية والمغناطيسية لا بد وأنها تنتشر في الفضاء على شكل موجات وبهذا فقد أثبت وتنبأ من خلال التحليل الرياضي البحت وجود ما يسمى بالموجات الكهرومغناطيسية .(electromagnetic waves) وتتكون الموجة الكهرومغناطيسية من مجال كهربائي وآخر مغناطيسي متعامدان في الفضاء ويتغيران بشكل دوري مع الزمن وتنتشر الموجة في الفضاء باتجاه يتعامد مع اتجاهي المجالين الكهربائي والمغناطيسي. وقد أكد ماكسويل في بحثه هذا على أن الضوء ما هو إلا شكل من أشكال الموجات الكهرومغناطيسية وأن هذه الموجات تنتشر في الأوساط المختلفة بسرعة تتحدد

من قيم السماحية الكهربائية (permittivitty) والنفاذية المغناطيسية (permiability) للوسط .وقد تمكن من حساب سرعة الانتشار في الفضاء الحر من خلال حل هذه المعادلات ووجد أنها تساوي ثلاثمائة ألف كيلومتر في الثانية تقريبا. وقد تمكن الفيزيائيان الأمريكيان ألبرت مايكلسون (Albert Michelson) وإدوارد مورلي (Edward Morley) في عام 1887م من قياس سرعة الضوء في الفراغ ووجدوها مطابقة تماما لسرعة انتشار الموجات الكهرومغناطيسية التي تنبأ بها ماكسويل. توفي ماكسويل في عام 1878م وذلك قبل أن تتحقق نبوءته بوجود الموجات الكهرومغناطيسية على يد عالم الفيزياء الألماني هينرتش هيرتز Heinrich) Hertz) (1857-1894م) وذلك في عام 1887م حيث تمكن من توليد الموجات الكهرومغناطيسية باستخدام أشكال بسيطة من الهوائيات.

2.I. تجربة مايكلسون ومورلي The Michelson-Morley experiment

تجربة مايكلسون ومورلي هي واحدة من أهم التجارب في حقل الفيزياء قام بها ألبرت مايكلسون وادوارد مورلي، وتعبر من أول الأدلة القوية المعارضة لنظرية الأثير .في عام 1886 بدأ مايكلسون ومورلي بتجارب عن انتشار الضوء وسرعته في الفضاء. وكان يعتقد أنه يستطيع تعين هذه السرعة عن طريق تعين سرعة الأرض في مدارها حول الشمس بالنسبة للأثير الذي كان يعتقد بأنه الوسط الذي يملأ الفراغ، أي موجود في كل مكان مثل الهواء الذي يحيط بنا بخلاف أن الأثير يجب أن يوجد في كل الكون ليبرر حركة الضوء في الفضاء .وكانت نظرية ماكسويل الكهرومغناطيسية قد أثبت أن الضوء ينتشر في الفضاء على صورة أمواج، فهي إذن تحتاج إلى وسط افترض أنه الأثير الحامل للضوء، وفكر مايكلسون بأن يثبت وجود الأثير بمقارنة سرعة الضوء المتحرك في تجاه حركة الأرض بسرعة ضوء يتحرك في اتجاه متعامد مع حركة الأرض، وعندئذ لن يبرهن الفرق بين السرعتين فحسب بل انه سيحدد فعليا سرعة الأرض في مدارها حول الشمس.

وقد بنيت هذه التجربة على أساس نظري هو أنه إذا وجد الأثير فإن حركة الأرض فيه تولد تيارا أثيريا معاكسا لسرعة الأرض مثلما تولد المركبة تيارا هوائيا يجري معاكسا لحركتها، فحين تقاس سرعة الضوء على الأرض فإن تأثرها بتيار الأثير يتوقف على حركة الضوء هل هي موازية لحركة الأرض أو معاكسة أم هي متعامدة مع التيار .تشبه هذه التجربة بسباحين اثنين يسبحان في نهرٍ واحد، وفي حين يسبح أحدهما مع النهر ذهابا وايابا فإن الآخر يبدأ من نفس النقطة الأولى، يسبح ويقطع نفس المسافة التي هي عرض النهر ذهابا وإيابا. يتبين أن الأول والثاني يقطعان المسافة في نفس الوقت، ويتضح من قانون جمع السرعات انه لا يمكن أن يعود السباحان في نفس الوقت لان السباح العرضي يصل أولا وهذا هو الأمر بالنسبة للضوء أيضا .



الشكل 2.I: رسم تخطيطي لتجربة مايكلسون ومورلي.

1.5.I. فكرة عمل التجربة

تم إعداد جهاز يقوم على فصل شعاع ضوئي آت من مصدر واحد، وتوجيهه في اتجاهين متعامدين ً معه. وبهذا الشكل فإن أحد ً لمحور دوران الأرض حول الشمس والآخر متعامدا على أن يكون أحدهما موازيا الشعاعين سيستفيد من حركة الأرض فيصير أسرع، أما الثاني فهو متعامد مع حركة الأرض وبالتالي يفترض أن سرعته لن تتغير. بعد ذلك سيعاد دمج الشعاعين مع بعض ويتم إسقاطهما على سطح مقابل، فإذا ما حصل أي تغيير في سرعة أي من الشعاعين فسيؤثر ذلك على شكل الارتسام الخاص بهما على السطح المقابل، ورغم حساسية هذا الجهاز العالية جدا إلا أنه لم يسجل أي فرق بين سرعتي الشعاعين.

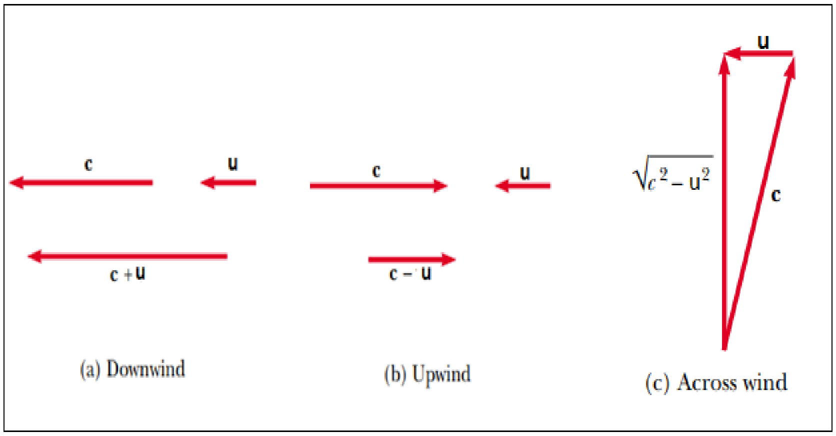
- إذا سقط شعاع ضوئي من المصدر (S) فانه ينكسر خلال المرآة النصف شفافة (M_0) ويتجزأ الى شعاعين متساويين في الشدة أحدهما ينفذ الى المرآة (M_1) حيث ينعكس ويعود الى المرآة (M_0)، اما الشعاع الاخر فانه ينعكس من على المرآة (M_2) ثم يعود الى المرآة (M_0).

- عند تلاقي الشعاعين عند المرآة (M_0) ينتج نموذج هدب تداخل يمكن مشاهدتها من الكاشف (منظار Telescope).

- لحساب الزمن الذي يحتاجه كلا الشعاعين للعودة الى المرآة (M0)نعتبر حالتين:

✓ الحالة الأولى الشكل (a.3.I) و(b.3.I):

اذا كان اتجاه انتشار الموجات الضوئية في اتجاه او عكس حركة الارض خلال الاثير ، فانه تبعاً لقانون اضافة السرعات لنيوتن: $(c \pm u)$



الشكل 3.I اتجاه انتشار الموجات الضوئية.

✓ الحالة الثانية الشكل (c.3.I):

إذا كان اتجاه انتشار الموجات الضوئية عمودي على اتجاه حركة الارض خلال الاثير، فان السرعة النسبية لانتشار هذه الموجات تساوي:

$$\sqrt{c^2 - u^2} \qquad (10.I)$$

- الزمن الذي يستغرقه الشعاع في الحركة من M_0 الى M_1 ثم العودة الى M_0:

$$\Delta t_{M1} = \frac{2L}{\sqrt{c^2-u^2}} = \frac{2L/_c}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \qquad (11.I)$$

- الزمن الذي يستغرقه الشعاع في الحركة من M_0 الى M_2 ثم العودة الى M_0:

$$\Delta t_{M2} = \frac{L}{c+u} + \frac{L}{c-u} = \frac{2Lc}{c^2-u^2} = \frac{2L/_c}{1-\frac{u^2}{c^2}} \qquad (12.I)$$

$$\Delta t = \Delta t_{M2} - \Delta t_{M2} = 2L/C\left[\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)^{-1} - \left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}\right] \qquad (13.I)$$

باستخدام نظرية ذات الحدين اذا كان $1 \gg x$ فان نشرها يكون $(1-x)^n = 1 - nx$
يمكن الاكتفاء بالحدين الاول والثاني في مفكوك المقدار

$$(1-\frac{u^2}{c^2})^{-1} = 1 + \frac{u^2}{c^2} + \cdots \qquad (14.I)$$

وكذلك المقدار :

$$(1-\frac{u^2}{c^2})^{-\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2}\frac{u^2}{c^2} + \cdots \qquad (15.I)$$

وعليه يكون:

$$\Delta t = \frac{Lu^2}{c^3} \qquad (16.I)$$

يؤدي هذا الفارق الزمني بين اللحظتين اللتين تصل فيهما الحزم المنعكسة إلى تلسكوب المشاهدة إلى نشوء فرق طور بين الحزمتين، مما ينتج نمط تداخل عندما تتحدان في موضع التلسكوب.

- إذا ادير جهاز التداخل بزاوية 90 بحيث تتبادل الحزمتان موضعيهما حيث تصبح الحزمة في اتجاه موازية سرعة الارض في الاثير بينما الحزمة الاخرى تصبح عمودية على اتجاه سرعة الارض في الاثير، هذا التبادل يجعل الفارق الزمني ضعف ما كان عليه، وبالتالي فإن فارق المسار الذي يتوافق مع هذا الفارق الزمني هو:

$$\Delta d = c(2\Delta t) = 2\frac{Lu^2}{c^3} \qquad (17.I)$$

تم إعادة التجربة على فترات خلال العام بتوقع أن يحدث فيها تغير في مقدار واتجاه رياح الأثير ولكن النتائج كانت واحدة دائما: **ليس هناك تغير يمكن تسجيله في إزاحة الهدب.**

أسئلة الفصل الأول

س1- ماهي الظروف التي جاءت فيها النظرية النسبية الخاصة؟

س2- على ماذا ينص مبدأ نسبية غاليليو؟

س3- هل نتائج تطبيقات تحويلات غاليليو مع قوانين نيوتن وقوانين الكهرومغناطيسية؟

س4- هل الضوء له طبيعة موجية ام جسيمية؟

س5- أي من قوانين التحويلات تتبع قوانين نيوتن في الحركة؟ وأ ي من التحويلات تتبع قوانين ماكسويل في الكهرومغناطيسية؟

س6- ما لهدف من تجربة مايكلسون ومورلي وما النتائج التي خرجت بها؟

تمارين الفصل الأول

التمرين الأول:

إذا كانت معادلة الموجة للضوء في المعلم (R) هي كالاتي:

$$\Delta\psi - \frac{1}{C^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = 0$$

هل يمكن اثبات صمود المعادلة الموجية للضوء بتحويلات غاليليو ؟

التمرين الثاني:

1- تأكد من صمود المبدأ الاساسي للتحريك بتحويلات غاليليو.

قوة لورنتز $\vec{F}_{ext}$ التي تؤثر على شحنة q سرعتها $\vec{u}$ عن طريق الحقل الكهرومغناطيسي $(\vec{E},\vec{B})$

$$\vec{F}_{ext} = q(\vec{E} + \vec{u}\Lambda\vec{B})$$

2- باستعمال صمود هذه القوة بتحويلات غاليلي تأكد من صمود معادلات ماكسويل بتحويلات غاليليو.

التمرين الثالث:

1- تاكد من صمود المبدا الاساسي للتحريك بتحويلات لورنتز.

قوة لورنتز $\vec{F}_{ext}$ التي تؤثر على شحنة q سرعتها $\vec{u}$ عن طريق الحقل الكهرومغناطيسي $(\vec{E},\vec{B})$

2- باستعمال صمود هذه القوة بتحويلات لورنتز تاكد من صمود معادلات ماكسويل بتحويلات لورنتز.

حلول تمارين الفصل الاول

حل التمرين الأول:

إذا كانت معادلة انتشار الموجة في المعلم (R) هي كالاتي:

$$\Delta\psi - \frac{1}{C^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = 0$$

معنى ذلك ان:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} - \frac{1}{C^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = 0$$

باعتبار ان الدالة ψ هي دالة في $\psi(x', y', z', t')$ وباستخدام تحويلات غاليليو، فان الاشتقاق يكون كالآتي:

$$\frac{\partial\psi}{\partial x} = \frac{\partial\psi}{\partial x'}\frac{\partial x'}{\partial x} + \frac{\partial\psi}{\partial y'}\frac{\partial y'}{\partial x} + \frac{\partial\psi}{\partial z'}\frac{\partial z'}{\partial x} + \frac{\partial\psi}{\partial t'}\frac{\partial t'}{\partial x} = \frac{\partial\psi}{\partial x'}$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial y} = \frac{\partial\psi}{\partial x'}\frac{\partial x'}{\partial y} + \frac{\partial\psi}{\partial y'}\frac{\partial y'}{\partial y} + \frac{\partial\psi}{\partial z'}\frac{\partial z'}{\partial y} + \frac{\partial\psi}{\partial t'}\frac{\partial t'}{\partial y} = \frac{\partial\psi}{\partial y'}$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial z} = \frac{\partial\psi}{\partial x'}\frac{\partial x'}{\partial z} + \frac{\partial\psi}{\partial y'}\frac{\partial y'}{\partial z} + \frac{\partial\psi}{\partial z'}\frac{\partial z'}{\partial z} + \frac{\partial\psi}{\partial t'}\frac{\partial t'}{\partial z} = \frac{\partial\psi}{\partial z'}$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} = \frac{\partial\psi}{\partial x'}\frac{\partial x'}{\partial t} + \frac{\partial\psi}{\partial y'}\frac{\partial y'}{\partial t} + \frac{\partial\psi}{\partial z'}\frac{\partial z'}{\partial t} + \frac{\partial\psi}{\partial t'}\frac{\partial t'}{\partial t} = \frac{\partial\psi}{\partial t'} - u\frac{\partial\psi}{\partial x'}$$

بالاشتقاق المرة الثانية نتحصل على:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\psi}{\partial x'}\right) = \frac{\partial}{\partial x'}\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right) = \frac{\partial}{\partial x'}\left(\frac{\partial\psi}{\partial x'}\right) = \frac{\partial^2\psi}{\partial x'^2}$$

بنفس الطريقة نجد:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}=\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)=\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial\psi}{\partial y'}\right)=\frac{\partial}{\partial y'}\left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)=\frac{\partial}{\partial y'}\left(\frac{\partial\psi}{\partial y'}\right)=\frac{\partial^2\psi}{\partial y'}$$

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}=\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial\psi}{\partial z}\right)=\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial\psi}{\partial z'}\right)=\frac{\partial}{\partial z'}\left(\frac{\partial\psi}{\partial z}\right)=\frac{\partial}{\partial z'}\left(\frac{\partial\psi}{\partial z'}\right)=\frac{\partial^2\psi}{\partial z'^2}$$

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}=\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\psi}{\partial t'}-u\frac{\partial\psi}{\partial x'}\right)=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\psi}{\partial t'}\right)-u\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\psi}{\partial x'}\right)$$

$$=\frac{\partial}{\partial t'}\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)-u\frac{\partial}{\partial x'}\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)$$

$$=\frac{\partial^2\psi}{\partial {t'}^2}-2u\frac{\partial^2\psi}{\partial t'\partial x'}$$

$$+u^2\frac{\partial^2\psi}{\partial {x'}^2}$$

بالتعويض في معادلة الانتشار نجد:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x'^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial x'^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial x'^2}-\frac{1}{C^2}\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial {t'}^2}-2u\frac{\partial^2\psi}{\partial t'\partial x'}+u^2\frac{\partial^2\psi}{\partial {x'}^2}\right)=0$$

هذه المعادلة لا تكافئ المعادلة:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x'^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y'^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z'^2}-\frac{1}{C^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t'^2}=0$$

ومن هنا نستنتج أن تحويلات غاليليو فشلت في اثبات صمود معادلة انتشار الموجة.

<u>حل التمرين الثاني:</u>

1- حسب تحويلات غاليليو لدينا عبارة شعاع الموضع هي:

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{u}$$

حيث $\vec{u}$ هي سرعة المعلم المتحرك بالنسبة للمعلم الثابت.

بالاشتقاق بالنسبة للزمن

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{r'}}{dt} + \frac{d\vec{u}t}{dt}$$

$$\vec{v} = \overrightarrow{v'} + \vec{u}$$

باشتقاق السرعة نجد:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{v'}}{dt} + \frac{d\vec{u}}{dt}$$

بما ان ثابتة = u فان اشتقاقها بالنسبة للزمن يساوي الصفر. وعليه يصبح بعد ضرب طرفي المساواة في الكتلة m:

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\frac{d\overrightarrow{v'}}{dt} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{F} = \overrightarrow{F'}$$

وعليه فان القوة صامدة بتحويلات غاليلي وعليه فان المبدأ الأساسي للتحريك صامد بتحويلات غاليلي أيضا.

2- لنثبت صمود معادلات ماكسويل بتحويلات غاليلي

قوة لورنتز تعطى بالشكل:

$$\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{u}\Lambda\vec{B}\right)$$

$$\overrightarrow{F'} = q\left(\overrightarrow{E'} + \overrightarrow{u'}\Lambda\overrightarrow{B'}\right)$$

من السؤال السابق وجدنا بتحويلات غاليلي: $\vec{F} = \overrightarrow{F'}$

وبالتالي:
$$\vec{E} + \vec{u}\Lambda\vec{B} = \overrightarrow{E'} + \overrightarrow{u'}\Lambda\overrightarrow{B'}$$

من قانون تركيب السرعات لدينا:

$$\overrightarrow{v'} = \vec{v} - \vec{u}$$

بالتعويض يكون:
$$\vec{E} + \vec{u}\Lambda\vec{B} = \overrightarrow{E'} + (\vec{v} - \vec{u})\Lambda\overrightarrow{B'} = \overrightarrow{E'} + \vec{v}\Lambda\overrightarrow{B'} - \vec{u}\Lambda\overrightarrow{B'}$$

بمطابقة الطرفين نجد:

$$\vec{E} = \overrightarrow{E'} - \vec{u}\Lambda\overrightarrow{B'}$$

$$\vec{u}\Lambda\vec{B} = \vec{v}\Lambda\overrightarrow{B'} \quad \Rightarrow \quad \vec{B} = \overrightarrow{B'}$$

اذن يصبح:

$$\vec{E} = \overrightarrow{E'} - \vec{u}\Lambda\overrightarrow{B'}$$

بعد الحساب يكون:
$$\begin{cases} E_x = E'_x \\ E_y = E'_y + uB_z \\ E_z = E'_z - uB_y \end{cases}$$

لدينا معادلة ماكسويل: $Div\vec{E} = 0$

معناه
$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0$$

باستعمال تحويلات غاليلي نجد:

$$\begin{cases} x = x' + ut' \\ y' = y' \\ z = z' \\ t = t' \end{cases}$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = \frac{\partial E'_x}{\partial x} . \frac{\partial x'}{\partial x'} = \frac{\partial E'_x}{\partial x'} . \frac{\partial x'}{\partial x} = \frac{\partial E'_x}{\partial x'}$$

بنفس الطريقة نكمل فنجد:

$$\frac{\partial E_y}{\partial y} = \frac{\partial E'_y}{\partial y'} + u \frac{\partial B_z}{\partial y'}$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\partial E'_z}{\partial z'} - u \frac{\partial B_y}{\partial z'}$$

نعوض المعادلات الثلاث في معادلة ماكسويل فنجد:

$$Div\vec{E} = \frac{\partial E'_x}{\partial x'} + \frac{\partial E'_y}{\partial y'} + \frac{\partial E'_z}{\partial z'} + u\left(\frac{\partial B_z}{\partial y'} - \frac{\partial B_y}{\partial z'}\right)$$

وعليه:

$$Div\vec{E} = Div\overrightarrow{E'} + u\left(\frac{\partial B_z}{\partial y'} - \frac{\partial B_y}{\partial z'}\right)$$

ومنه معادلة ماكسويل غير صامدة وبالتالي جميع المعادلات الأربعة غير صامدة بتحويلات لورنتز.

<u>حل التمرين الثالث:</u>

1- اثبات صمود المبدأ الأساسي للتحريك بتحويلات لورنتز

تعطى معادلات لورنتز بالشكل:

$$\begin{cases} ct = \gamma(ct' + \beta x') \\ x = \gamma(x' + c\beta t') \\ y = y' \\ z = z' \end{cases}$$

قانون المبدأ الأساسي للتحريك :

$$\overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a} = m\left(\frac{\partial^2 x}{\partial t^2}\vec{\imath} + \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\vec{\imath} + \frac{\partial^2 z}{\partial t^2}\vec{\imath}\right)$$

$$\frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial x}{\partial t}.\frac{\partial x'}{\partial x'} + \frac{\partial x}{\partial t}.\frac{\partial t'}{\partial t'} = \frac{\partial x}{\partial x'}.\frac{\partial x'}{\partial t} + \frac{\partial x}{\partial t'}.\frac{\partial t'}{\partial t}$$

فنجد:

$$= \gamma\frac{\partial x\prime}{\partial t} + \gamma\frac{\partial x}{\partial t\prime} = \gamma\frac{\partial x\prime}{\partial t}.\frac{\partial t\prime}{\partial t\prime} + \gamma\frac{\partial x}{\partial t\prime}.\frac{\partial x\prime}{\partial x\prime}$$

$$= 2\gamma^2.\frac{\partial x'}{\partial t'}$$

وعليه:

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial x}{\partial t}\right) = \frac{\partial}{\partial t}\left(2.\gamma\frac{\partial x'}{\partial t'}\right) = 2.\gamma^2\frac{\partial^2 x'}{\partial t\partial t'}\left(\frac{\partial t'}{\partial t'}\right) = 2\gamma^3\frac{\partial^2 x'}{\partial t'^2}$$

بنفس الطريقة نجد:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \gamma^2\frac{\partial^2 y'}{\partial t'^2}$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = \gamma^2\frac{\partial^2 z'}{\partial t'^2}$$

ومنه فان:

$$\vec{F} \neq \overrightarrow{F'}$$

ومنه فان المبدأ الأساسي للتحريك غير صامد بتحويلات لورنتز.

2- اثبات صمود معادلات ماكسويل بتحويلات لورنتز

مركبات شعاعي الحقل الكهربائي والحقل المغناطيسي تكتبان :

$$\begin{cases} B_x = B'_x \\ B_y = \gamma(B'_y - \frac{v}{c^2} E'_z) \\ B_z = \gamma(B'_z + \frac{v}{c^2} E'_y) \end{cases} \qquad \begin{cases} E_x = E'_x \\ E_y = \gamma(E'_y + vB'_z) \\ E_Z = \gamma(E'_Z - vB'_y) \end{cases}$$

معادلة ماكسويل- غوص

$$Div\, \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0$$

بالتعويض:

$$\frac{\partial E'_x}{\partial x} + \frac{\gamma\left(\partial E'_y + v\partial B'_Z\right)}{\partial y'} + \frac{\gamma\left(\partial E'_Z - v\partial B'_y\right)}{\partial z} = 0$$

لننجز كل حد وحده:

$$\frac{\partial E'_x}{\partial x} = \frac{\partial E'_x}{\partial x}.\frac{\partial x'}{\partial x'} + \frac{\partial E'_x}{\partial x}.\frac{\partial t'}{\partial t'} = \gamma.\frac{\partial E'_x}{\partial x'} + \left(-\gamma.\frac{v}{c^2}\right).\frac{\partial E'_x}{\partial t'}$$

بالتعويض في المعادلة نجد:

$$\gamma.\frac{\partial E'_x}{\partial x'} + \left(-\gamma.\frac{v}{c^2}\right).\frac{\partial E'_x}{\partial t'} + \frac{\gamma\left(\partial E'_y + v\partial B'_Z\right)}{\partial y'} + \frac{\gamma\left(\partial E'_Z - v\partial B'_y\right)}{\partial z'} = 0$$

بعد التبسيط نجد:

$$\frac{\partial E'_x}{\partial x'}+\frac{\partial E'_y}{\partial y'}+\frac{\partial E'_z}{\partial z'}-\gamma.\frac{v}{c^2}\left(\frac{\partial E'_x}{\partial t'}\right)+\gamma v\left(\frac{\partial E'_z}{\partial y'}-\frac{\partial E'_y}{\partial z'}\right)=0$$

لدينا:

$$\left(\frac{\partial E'_z}{\partial y'}-\frac{\partial E'_y}{\partial z'}\right)=\frac{1}{c^2}\frac{\partial E'_x}{\partial t'}=\overrightarrow{Rot}\vec{B}(\vec{\imath})$$

بعد التعويض نجد:

$$\frac{\partial E'_x}{\partial x'}+\frac{\partial E'_y}{\partial y'}+\frac{\partial E'_z}{\partial z'}=Div\overrightarrow{E'}=0$$

ومنه المعادلة صامدة بتحويلات لورنتز.

بنفس الطريقة نثبت أن معادلة التدفق $Div\vec{B}=0$ صامدة بتحويلات لورنتز

<u>معادلة ماكسويل – فرداي</u>

$$\overrightarrow{Rot}\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

$$\left(\frac{\partial E_z}{\partial y}-\frac{\partial E_y}{\partial z}\right)\vec{\imath}-\left(\frac{\partial E_z}{\partial x}-\frac{\partial E_x}{\partial z}\right)\vec{\jmath}+\left(\frac{\partial E_y}{\partial x}-\frac{\partial E_x}{\partial y}\right)\vec{k}=-\frac{\partial B_x}{\partial t}\vec{\imath}-\frac{\partial B_y}{\partial t}\vec{\jmath}-\frac{\partial B_z}{\partial t}\vec{k}$$

وفق الاتجاه $\vec{\imath}$ نجد:

$$\frac{\partial E_z}{\partial y}-\frac{\partial E_y}{\partial z}-\frac{\partial B_x}{\partial t}$$

$$\frac{\gamma(\partial E'_z-v\partial E'_y)}{\partial y'}-\frac{\gamma\left(\partial E'_y+v\partial E'_z\right)}{\partial z'}=-\frac{\partial B'_x}{\partial t}.\frac{\partial x'}{\partial x'}-\frac{\partial B'_x}{\partial t}.\frac{\partial t'}{\partial t'}=-v\gamma\frac{\partial B'_x}{\partial x'}-\gamma\frac{\partial B'_x}{\partial t'}$$

بالقسمة على γ نجد:

$$\frac{(\partial E'_z - v\partial E'_y)}{\partial y'} - \frac{\left(\partial E'_y + v\partial E'_z\right)}{\partial z'} = -v\frac{\partial B'_x}{\partial x'} - \frac{\partial B'_x}{\partial t'}$$

$$\left(\frac{\partial E'_Z}{\partial y'} - \frac{\partial E'_y}{\partial z'}\right) - v\left(\frac{\partial B'_x}{\partial x'} + \frac{\partial B'_y}{\partial y'} + \frac{\partial B'_z}{\partial z'}\right) = -\frac{\partial B'_x}{\partial t'}$$

$$\left(\frac{\partial E'_Z}{\partial y'} - \frac{\partial E'_y}{\partial z'}\right) - Div\vec{B} = -\frac{\partial B'_x}{\partial t'}$$

$$\left(\frac{\partial E'_Z}{\partial y'} - \frac{\partial E'_y}{\partial z'}\right) = -\frac{\partial B'_x}{\partial t'}$$

بنفس الطريقة نجد:

وفق الاتجاه $\vec{\jmath}$ نجد:

$$\left(\frac{\partial E'_x}{\partial z'} - \frac{\partial E'_z}{\partial x'}\right) = -\frac{\partial B'_y}{\partial t'}$$

وفق الاتجاه $\vec{k}$ نجد:

$$\left(\frac{\partial E'_y}{\partial x'} - \frac{\partial E'_x}{\partial y'}\right) = -\frac{\partial B'_z}{\partial t'}$$

بعد التعويض نجد

$$\overrightarrow{Rot}\overrightarrow{E'} = -\frac{\partial \overrightarrow{B'}}{\partial t'}$$

وبالتالي المعادلة صامدة بتحويلات لورنتز.

بنفس الطريقة نجد ان

$$\overrightarrow{Rot}\vec{B} = -\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

وعليه يمكن القول ان معادلات ماكسويل الأربعة صامدة بتحويلات لورنتز.

الفصل الثاني

علم الحركة النسبية

1.II.مقدمة

تُعرف نظرية النسبية الخاصة (بالإنجليزية Special Relativity) بأنّها نظرية أوجدها العالم الألماني ألبرت أينشتاين عام 1905م، وهي تُشكل مع ميكانيكا الكم أساس الفيزياء الحديثة، كما أنّها تُعد حالة خاصة من النظرية النسبية العامة؛ إذ إنّها تُطبق فقط على الأجسام التي تتحرك بسرعة ثابتة في أُطر مرجعية قصورية، وفسرت النسبية الخاصة سلوك الأجسام عند اقترابها من سرعة الضوء؛ حيث أنّ لسرعة الضوء حد يُمكن الاقتراب منه ولكن لا يُمكن أنّ يصل إليه أيّ جسم مادي، ممّا ساعد على تفسير نتائج التجارب التي أُجريت على الجسيمات دون الذرية بسرعة عالية، كما فسرت سبب التغيرات الصغيرة بين قراءات الساعات التي تسير بسرعات مختلفة.

2.II.فرضيات (مسلمات) اينشتاين

كان اينشتاين اول من تنبه الى ان الضوء يمكن ان ينتشر في الفراغ دون الحاجة الى وسط ناقل مثل الموجات الاخرى، بالتالي لاوجود للأثير ولا وجود لجمل اسناد كونية مطلقة وساكنة.
تشمل النظرية النسبية الخاصة فرضيتين رئيسيتين وهما كالآتي :

1- (**ثبات سرعة الضوء**) سرعة الضوء في الفراغ مطلقة وثابتة لا تعتمد على حالة حركة المراقب الذي يقيسها (وضع وحركة الشخص الذي يقوم بقياسها) ولا تعتمد على حالة مصدر الضوء (حركة الجسم المشع للضوء نفسه).

2-(**مبدأ النسبية**) قوانين وعلاقات الفيزياء تأخذ نفس الصورة في جميع جمل الإسناد القصورية (التي تتحرك بسرعة ثابتة بالنسبة لبعضها البعض)، يعتبر هذا الافتراض تعميم لمبدأ نسبية غاليلي الذي اقتصره على قوانين الميكانيكا فقط. بمعنى القوانين الفيزيائية في جمع الأطر المرجعية الساكنة واحدة لا تتغير.
ومعنى ذلك أنه يمكننا أجراء تجربة فيزيائية معينة في معمل ساكن ونحصل على نفس النتائج تماما لو كان هذا المعمل متحرك بسرعة منتظمة، طالما أننا طبقنا نفس القوانين الفيزيائية في الحالتين. ويعرف هذا المبدأ بمبدأ نسبية الحركة وهو يعتبر أساس للميكانيكا الكلاسيكية.
استخدمت الفرضية الاولى لتفسير النتيجة السلبية لتجربة مايكلسون ومورلي حيث توضح هذه الفرضية عدم تأثير السرعة النسبية على سرعة الضوء المطلقة حيث تقول هذه الفرضية ان سرعة الضوء c وليس $c-v$ أو $c+v$.

3.II. تحويلات لورنتز: تمدد الزمن وتقلص الطول

إن من يتأمل الصياغة الرياضية لقوانين ماكسويل المدرجة في المحور الاول ليجد أنها توحي بتداخل الزمان والمكان معا. وقد وجد الفيزيائي الدنيماركي أنطون هندريك لورنتز أن معادلات ماكسويل لا تبقى محافظة على صيغتها تحت تحويلات غاليليو بل تبقى محافظة على صيغتها تحت تحويلات جديدة يتداخل فيها الزمان مع المكان فعالاً وهذه التحويلات في بعد مكاني واحد.

تحويلات لورنتز هي عبارة عن روابط تربط بين إحداثيات مرجعين، الهدف منها الحصول على علاقات تحويل بين المراجع العطالية عند حركة إحداهما بالنسبة للأخرى وهذا يعني تَقْيِيم مُراقب في إحدى الإحداثيات لما يحدث في إطار الإسناد الآخر(المعلم الآخر).. وهي كآلاتي:

$$\begin{cases} ct = \gamma(ct' + \beta x') \\ x = \gamma(x' + c\beta t') \\ y = y' \\ z = z' \end{cases} \qquad (1.II)$$

حيث β هو السرعة المختصرة وعبارتها هي $\beta = \frac{V}{c}$

و γ هو معامل لورنتز وعبارته هي $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$

نتحصل على تحويلات لورنتز العكسية باستبدال السرعة النسبية V بـ $-V$ و (x, y, z) بـ (x', y', z') والعكس صحيح وعبارتها هي

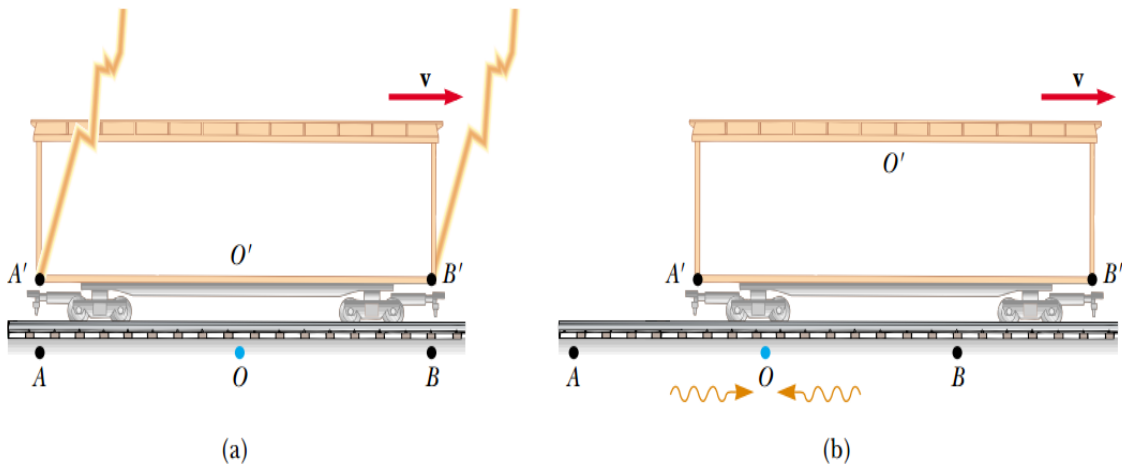
$$\begin{cases} ct' = \gamma(ct - \beta x) \\ x' = \gamma(x - \beta ct) \\ y' = y \\ z' = z \end{cases} \qquad (2.II)$$

1.3.II. التزامن ونسبية الزمن

ابتكر أينشتاين التجربة الفكرية التالية لتوضيح هذه النقطة. تتحرك عربة قطار بسرعة منتظمة، وتضرب صاعقتان طرفيها، كما هو موضح في الشكل a.1.II، تاركين علامات على عربة القطار وعلى الأرض. العلامات الموجودة على عربة القطار مسماة بـ 'A و 'B، وتلك الموجودة على الأرض مسماة بـ A و B. يكون المراقب 'O المتحرك مع عربة القطار في منتصف الطريق بين 'A و 'B، ويكون المراقب O الموجود

على الأرض في منتصف الطريق بين A و B. الأحداث التي سجلها المراقبون هي ضرب عربة القطار بواسطة صاعقتين. تصل إشارات الضوء الصادرة من A و B في اللحظة التي تضرب فيها الصاعقتان إلى المراقب O في نفس الوقت، كما هو موضح في الشكل b.1.II. يدرك هذا المراقب أن الإشارات قد انتقلت بنفس السرعة على مسافات متساوية، وبالتالي يستنتج بشكل صحيح أن الأحداث في A و B حدثت في وقت واحد. الآن، ضع في اعتبارك نفس الأحداث كما رآها المراقب O'. وبحلول الوقت الذي وصلت فيه الإشارات إلى المراقبO ، يكون المراقب O' قد تحرك كما هو موضح في الشكل b.1.II. وبالتالي، تكون الإشارة من B' قد اجتاحت بالفعلO' ، لكن الإشارة من A' لم تصل بعد إلى O'. بعبارة أخرى، يرى O' الإشارة من B' قبل رؤية الإشارة من A'. وفقًا لأينشتاين، يجب أن يجد المراقبان أن الضوء ينتقل بنفس السرعة. لذلك، يستنتج المراقب O'أن البرق يضرب مقدمة عربة القطار قبل أن يضرب مؤخرتها.

تُظهر هذه التجربة الفكرية بوضوح أن الحدثين اللذين يبدو أنهما متزامنان للمراقب O لا يبدو أنهما متزامنان أيضًا للمراقب O'.



الشكل 1.II: رسم توضيحي لمفهوم التزامن

ليكن $B(t_B, x_B)$ و $A(t_A, x_A)$ حدثين متزامنين كما يراهما المراقب O والذي يستلزم ان $t_A = t_B$، لايجاد زمن الحدثين في المعلم $B'(t'_B, x'_B)$ و $A'(t'_A, x'_A)$ كما يراهما المراقب O' نستعمل تحويلات لورنتز:

$$\begin{cases} ct'_A = \gamma(ct_A - \beta x_A) \\ ct'_B = \gamma(ct_B - \beta x_B) \end{cases} \quad (3.II)$$

$$t'_A - t'_B = \frac{\gamma\beta}{c}(x_A - x_B) \quad (4.II)$$

$$x_A \neq x_B \Longrightarrow t'_A \neq t'_B$$

تُظهر هذه التجربة الفكرية بوضوح أن الحدثين اللذين يبدو أنهما متزامنان للمراقب O لا يبدو أنهما متزامنان أيضًا للمراقب O’. عليه يمكن القول ان التزامن يبقى محفوظ إذا كان في نفس المكان ومنه التزامن يفقد صفته المطلقة.

مثال: حدثان وقعا في الموضعين $(6.10^4, 0{,}0)$ و$(9.10^4, 0{,}0)$ وظهرا في نفس الوقت لمراقب في الأرض. ماهي الفترة الزمنية بين الحدثين بالنسبة لمراقب يتحرك مبتعدا عن الأرض بسرعة $0.7c$؟

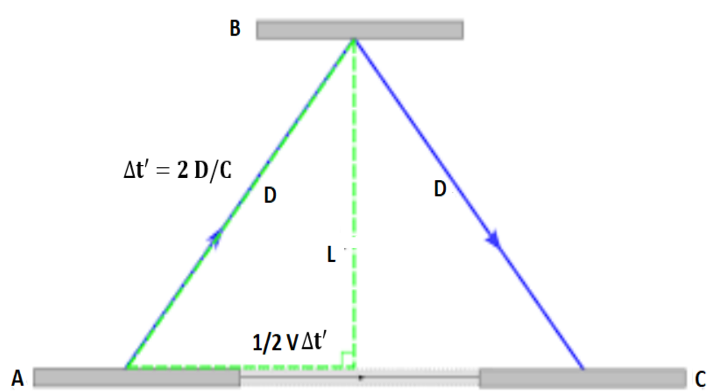
الحل:

$$t'_A - t'_B = \frac{\gamma\beta}{c}(x_A - x_B)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(0.7c)^2}{c^2}}} . \frac{0.7c}{c^2} . (\,9.10^4 - 6.10^4) = 9.8.10^{-5}s$$

2.3.II.تمدد الزمن Time Dilation

افترض أن مرجع متحرك كعربة قطار مثلا، تسير بسرعة v بالنسبة إلى رصيف المحطة وبداخلها شخص يعمل تجربة داخل العربة. نفترض وجود مصباح ضوئي وسط أرضية العربة ولنفترض وجود مرآة في سقف العربة تعكس شعاع الضوء الساقط عليها كما مبين في الشكل 2.II. ليكن الزمن اللازم لومضة الضوء لكي تصل السقف ثم تعود هو0 بالنسبة إلى المشاهد الذي في العربة. ما هو الزمن اللازم لومضة الضوء كي تنطلق من المصباح إلى السقف ثم تعود إلى أرضية العربة بالنسبة لمشاهد يقف على الرصيف؟



الشكل 2.II. اثبات تباطؤ الزمن.

- إن المشاهد الذي هو في عربة القطار نفسها سيرى ومضة الضوء ترتفع بخط مستقيم من أرضية العربة إلى السقف ثم تنعكس إلى الارضية ثانية. المسافة
التي تقطعها الومضة هي 2L ولذا فإن:

$$\Delta t = \frac{2L}{C} \qquad (5.II)$$

- وإن المشاهد الذي يقف على الرصيف سيرى شعاع الضوء متحركا بمسار يشكل مثلثا متساوي الساقين ضلعيه المتساويين هما خط الاشارة الضوئية الصاعدة والاشارة النازلة. والضلع الثالث هو أرضية القطار نفسها.

المسافة التي يقطعها الضوء هي 2D حيث أن :

$$D = \sqrt{L^2 + \left(V.\frac{\Delta t\prime}{2}\right)^2} \qquad (6.II)$$

ولكن الزمن اللازم لقطع المسافة D هو:

$$\Delta t' = \frac{2D}{C} \qquad (7.II)$$

لذا فان:

$$\Delta t' = \frac{2}{C}\sqrt{(\Delta t_0 C/2)^2 + (V\Delta t'/2)^2} \qquad (8.II)$$

أي أن:

$$\Delta t'^2 = \Delta t^2 + \frac{V^2}{C^2}\Delta t'^2 \qquad (9.II)$$

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-\frac{V^2}{C^2}}} \qquad (10.II)$$

وهو قانون تمدد الزمن.

من المعادلة (10.II) نجد:

حيث Δt هي الفترة الزمنية المقاسة بواسطة ساعة راصد ساكن في المعلم R أي الوقت الأصلي,

و $\Delta t'$ هي الفترة الزمنية المقاسة بواسطة ساعة في المعلم R'.

- $\Delta t' = \Delta t$ عندما تكون الرسعة اعتيادية غير نسبية $(v \ll c)$.
- $\Delta t' = \infty$ عندما $(v = c)$، وهذا يعني ان الإشارة الثانية للحدث لن تصل للمراقب في المعلم R.

- $\Delta t' > \Delta t$ عندما تقترب v من c، أي عند السرع النسبية $(v \to c)$. وهذا يعني ان الفترة الزمنية لحادثة تقع في المعلم R المقاسة من قبل مراقب في المعلم المتحرك 'R تبدو أطول من الفترة الزمنية التي يقيسها مراقب ساكن في المعلم R.

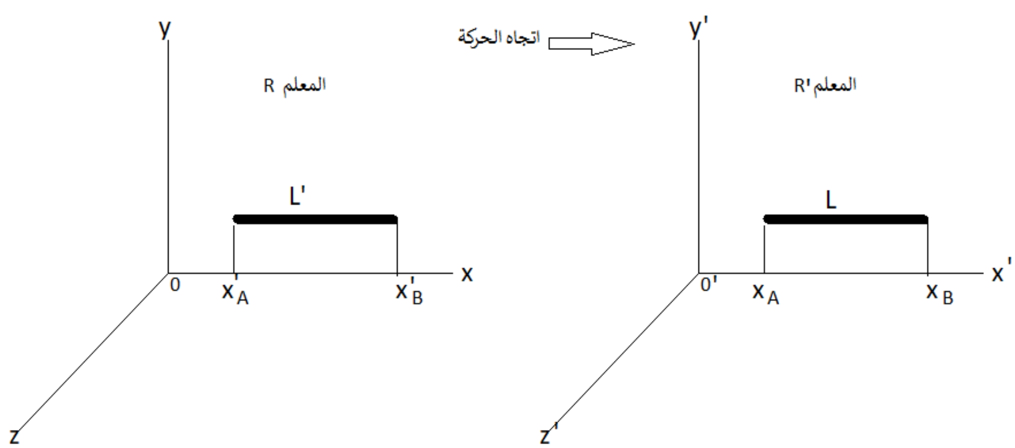
<u>مثال:</u> تتحرك حزمة ميونات بسرعة $(v = 0.5c)$. ووجد ان متوسط عمرها كما يلاحظ في المختبر هو $(2.54.10^{-6}s)$. ما هو متوسط عمر الميونات عندما تتحلل في حالة السكون؟

<u>الحل:</u>

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\gamma} = \Delta t'.\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}} = 2.54.10^{-6} \times \sqrt{1 - 0.5^2} = 2.2.10^{-6}s$$

3.3.II. تقلص الطول Contraction Length

لتكن مسطرة نهايتيها هما الحدثان (x'_B, x'_A)ساكنة في المعلم R'موازية للمحور $o'x'$ ، طولها هو $\Delta L = x'_B - x'_A$ بالنسبة لمراقب O'، وهو نفس الطول الذي يراه المراقب O عندما يكون المعلم R' ساكنا بالنسبة للمعلم R. ولكن عندما يتحرك المعلم R' بسرعة منتظمة v بالنسبة للمعلم R، سيرى المراقب O' طول المسطرة مساويا لـ $\Delta L = x'_B - x'_A$ و المراقب O يراه مساويا لـ $\Delta L' = x_B - x_A$. حيث x_A و x_B نهايتي المسطرة مقاستين كما يراهما المراقب O في المعلم R.



الشكل 3.II. اثبات انكماش الطول.

باستعمال تحويلات لورنتز نجد:

$$\begin{cases} x'_A = \gamma(x_A - \beta c t'_A) \\ x'_B = \gamma(x_B - \beta c t'_B) \end{cases} \Longrightarrow \Delta L = x'_B - x'_A = \gamma(x_B - x_A) = \gamma \Delta L' \qquad (11.II)$$

وعليه فان :

$$\Delta L = \gamma \Delta L' \qquad (12.II)$$

وهو قانون الانكماش الطولي.

من المعادلة (12.II) نجد:

- $\Delta L' = \Delta L$عندما تكون السرعة اعتيادية غير نسبية $(v \ll c)$.
- $\Delta L = 0$ عندما تكون $(v = c)$.
- $\Delta L' < \Delta L$ عندما تقترب v من c، أي عند السرع النسبية $(v \to c)$.

<u>مثال:</u> صاروخ طوله على الأرض $20m$، واثناء طيرانه ينقص طوله بمقدار $0.4m$ بالنسبة لمراقب على الأرض. جد سرعة الصاروخ؟

<u>الحل:</u>

$$\Delta L' = \frac{\Delta L}{\gamma} = \Delta L'.\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}$$

$$19.6 = 20 \times \sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}} \Rightarrow v = 0.2c$$

4.II. قانون تركيب السرعات في النسبية الخاصة

جسم يتحرك بسرعة$\vec{v}(v_x, v_y, v_z)$ في المعلم R وبسرعة $\vec{v'}(v'_x, v'_y, v'_z)$ في المعلم R' العلاقة بين السرعتين وذلك باستخدام تحويلات لورنتز تكون :

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d(x' + \beta c t')}{d(t' + \frac{\beta}{c} x')} \qquad (13.II)$$

بقسمة البسط والمقام على dt

$$v_x = \frac{\frac{dx\prime}{dt\prime}+\beta c\frac{dt\prime}{dt\prime}}{\frac{dt\prime}{dt\prime}+\frac{\beta dx\prime}{c\, dt\prime}} = \frac{v\prime_x+\beta c}{1+\frac{v\prime_x\beta}{c}} \qquad (14.\mathrm{II})$$

حيث أن $\frac{\beta}{c} = V$ هي السرعة النسبية بين المعلمين (*سرعة* R' *بالنسبة لـ* R).

$$v_x = \frac{v\prime_x+V}{1+\frac{v\prime_x V}{c^2}} \qquad (15.\mathrm{II})$$

وباتباع نفس الطريقة نجد:

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{v\prime_y}{\gamma\left(1+\frac{v\prime_x V}{c^2}\right)} \qquad (16.\mathrm{II})$$

$$v_z = \frac{dz}{dt} = \frac{v\prime_z}{\gamma\left(1+\frac{v\prime_x V}{c^2}\right)} \qquad (17.\mathrm{II})$$

لإيجاد مركبات السرعة العكسية نستبدل V بـ V- فنتحصل على:

$$\begin{cases} v'_x = \dfrac{v_x - V}{1 - \frac{v_x V}{c^2}} \\ v'_y = \dfrac{dy}{dt} = \dfrac{v_y}{\gamma\left(1 - \frac{v_x V}{c^2}\right)} \\ v'_z = \dfrac{dz}{dt} = \dfrac{v_z}{\gamma\left(1 - \frac{v_x V}{c^2}\right)} \end{cases} \qquad (18.II)$$

مثال: تحرك الصاروخ A بسرعة $0.8c$ بالنسبة لقاعدة في القمر، وكان في اثره الصاروخ B الذي يراد له ان يتجاوز الصاروخ A بسرعة $0.3c$ بنفس الاتجاه. ما هي السرعة التي يجب ان يتحرك بها الصاروخ B بالنسبة للقمر؟

الحل:

نفترض هنا ان القمر يمثل المعلم الثابت R وان الصاروخ A يمثل المعلم R' الذي يتحرك بسرعة ثابتة V.

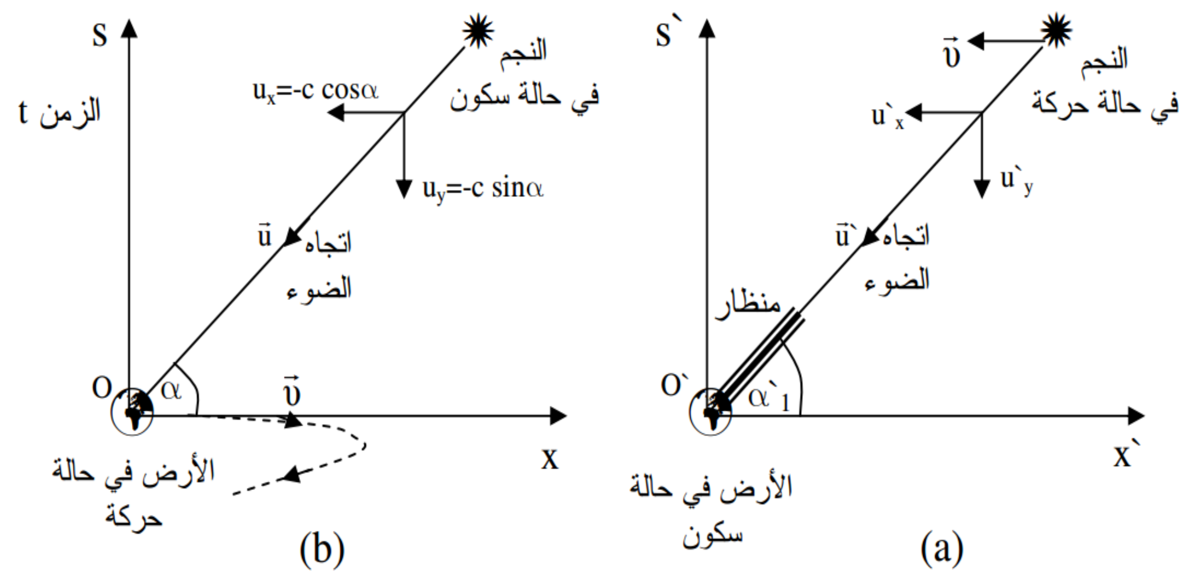
وعليه فان v_x' تمثل سرعة الصاروخ B بالنسبة للصاروخ A و v_x تمثل سرعة الصاروخ A بالنسبة للقمر.

$$v_x = \frac{v'_x + V}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}} = \frac{0.3c + 0.8c}{1 + \frac{(0.8c)^2}{c^2}} = 0.887c$$

5.II. تطبيق: انحراف الضوء

اكتشف ظاهرة الزيغ من قبل العالم الفلكي برادلي سنة 1728. فقد لاحظ تغيرا في الموضع الظاهري للنجم خلال فترات زمنية مختلفة في السنة. وقد أعزى ذلك الى سرعة الأرض وهي تتحرك حول الشمس. وفسر ذلك باستخدام تحويلات لورنتز للسرعة.

لنعتبر ان النجم والشمس ساكنين في المعلم R، وان الارض في الاتجاه x بالسرعة V كما هو موضح في الشكل 4.II. وفي المعلم R' تكون الأرض اذن ساكنة.



الشكل 4.II. (a) النجم متحرك والأرض ساكنة في المعلم (R')،

(b) النجم ساكن والأرض متحركة في المعلم (R)

نفرض ان الضوء يصنع زاوية α مع المحور ox . في المعلم المرتبط بالأرض تلسكوب آخر يرى موضع النجم مائل بالزاوية α_1' بالنسبة للمحور للمحور $o'x'$.

في المعلم R الشعاع الضوئي له مركبات السرعة التالية :

$$v_x = -c\cos\alpha \qquad v_y = -c\sin\alpha \qquad v_z = 0 \qquad (19.II)$$

حسب قانون تركيب السرعات:

$$v'_x = \frac{v_x - V}{1-\frac{V}{c^2}v_x} = \frac{-c.cos\alpha - V}{1+\beta cos\alpha} \qquad (20.II)$$

$$v'_y = \frac{v_y}{\gamma\left(1-\frac{V}{c^2}v_x\right)} = \frac{-c.sin\alpha}{\gamma(1+\beta cos\alpha)} \qquad (21.II)$$

ومنه $\tan\alpha_1'$ يكتب كما يلي:

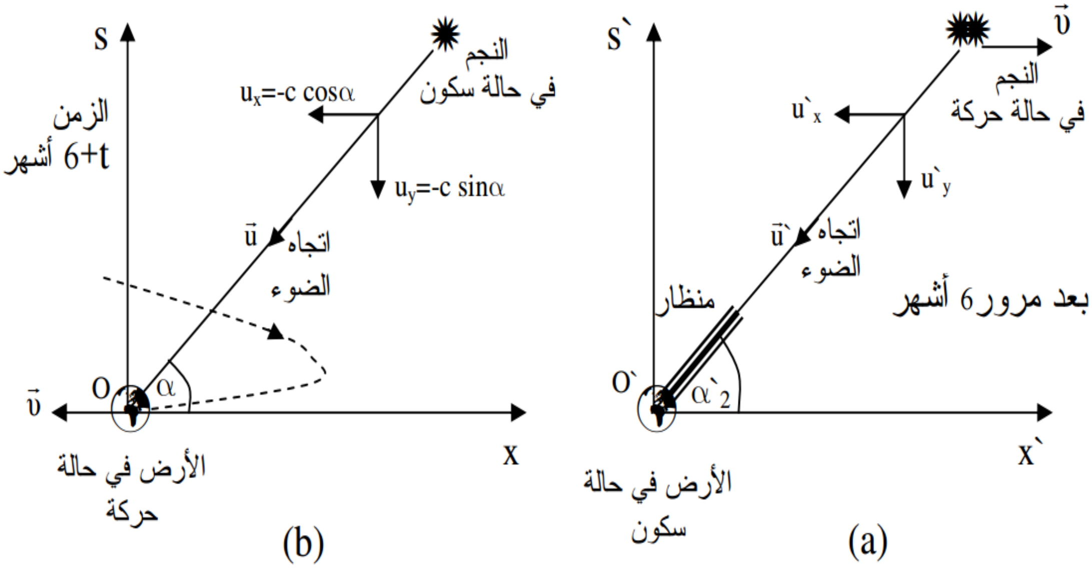
$$\tan\alpha_1' = \frac{v'_y}{v'_x} = \frac{sin\alpha\sqrt{1-\beta^2}}{(cos\alpha-\beta)} \qquad ; \qquad \beta = \frac{V}{c}$$

اذا

$$\tan\alpha_1' = \frac{\sqrt{1-\beta^2}\tan\alpha}{1-\beta(\cos\alpha)^{-1}} < \tan\alpha \qquad (22.II)$$

وعليه فان: $\alpha'_1 < \alpha$

- وبعد مرور ستة اشهر تكون الأرض في حالة حركة بالاتجاه المعاكس نسبة الى الشمس (الشكل 5.II)، اي سرعة المعلم R' بالنسبة المعلم R هي $-V$ ومنه :



الشكل *5.II*. *(a)* حركة النجم بعد ستة أشهر والأرض ساكنة في المعلم *(R')* ،

(b) النجم ساكن والأرض متحركة بعد ستة أشهر في المعلم *(R)*

ومنه $tan\ \alpha_2'$ يكتب كما يلي

$$\tan \alpha_2' = \frac{\sqrt{1-\beta^2}\tan\alpha}{1-\beta(\cos\alpha)^{-1}} \qquad (13.\text{II})$$

اذا $\alpha_2' \neq \alpha$ وهذا يعني انه يجب امالة التلسكوب للرؤية النجم.

اذا كان:

$$\beta = \frac{V}{c} = \frac{3\times10^4}{3\times10^8} = 10^{-4} \ll 1 \quad \text{يعني هذا} \quad \gamma \cong 1$$

وبالتالي:

$$\tan \alpha_1' = \tan\alpha - \frac{\beta\sin\alpha}{\cos^2\alpha} \qquad (24.\text{II})$$

نضع $\Delta\alpha = \alpha_1' - \alpha$

$$\tan \alpha_1' = tan(\Delta\alpha + \alpha) \qquad (25.\text{II})$$

نستعمل نشر تايلور:

$$\tan \alpha_1' \simeq tan(\alpha) + \Delta\alpha \frac{d}{d\alpha}\tan\alpha \qquad (26.\text{II})$$

$$\tan \alpha_1{}' \simeq tan(\alpha) + \frac{\Delta\alpha}{\cos^2 \alpha} \qquad (27.II)$$

بمقارنة العلاقتين(26.II) و (27.II) نجد:

$$\frac{\Delta\alpha}{cos^2\,\alpha} = \frac{\beta\, sin\, \alpha}{cos^2\,\alpha} \implies \alpha_1{}' = \alpha - \beta\ \sin\alpha \Rightarrow \alpha_1{}' < \alpha \qquad (28.II)$$

نفس الشيء بعد ستة أشهر يكون:

$$\alpha_2{}' = \alpha + \beta \sin\alpha \Rightarrow \alpha_2{}' > \alpha \qquad (29.II)$$

نستنتج مما سبق انه بسبب حركة الارض حول الشمس فان امالة التلسكوب تكون محصورة بين الزاويتين $\alpha_1{}'$ و $\alpha_2{}'$ حتى يبقى النجم في مجال الرؤية طول السنة.

6.II. فضاء الزمكان لمينكوفسكي (Minkowski Spacetime)

فضاء مينكوفسكي (Minkowski space) أو زمكان مينكوفسكي (Minkowski spacetime) هو البناء الرياضي الذي تستند اليه نظرية النسبية الخاصة لأينشتاين. في هذا الفضاء الجديد تندمج الأبعاد المكانية الثلاثة المعروفة مع البعد الزماني لتشكيل عديد تفرع رباعي الأبعاد لتمثيل الزمكان. فهو يعني الفضاء ذي الأبعاد الأربعة المثالية التي أوجدها أينشتاين. سُمي هذا الفضاء هكذا نسبة إلى عالم الرياضيات الألماني هيرمان مينكوفسكي.

يرتبط فضاء مينكوفسكي ارتباطًا وثيقًا بنظرية آينشتاين في النسبية الخاصة وهي التركيب الرياضي الأشيع الذي تصاغ عليه النسبية الخاصة. على الرغم من أن المكونات الفردية في المكان والزمان في الإقليديين قد تختلف بسبب تقلص الطول وتمدد الوقت، ستوافق جميع الأطر المرجعية على المسافة الإجمالية في الزمكان بين الأحداث في زمكان مينكوفسكي؛ لأنه يتعامل مع الوقت بشكل مختلف عن تعامله مع الأبعاد المكانية الثلاثة، إذ يختلف فضاء مينكوفسكي عن الفضاء الإقليدي رباعي الأبعاد.

- في فضاء مينكوفسكي، يتم تمثيل أي حدث باستخدام إحداثيات رباعية (x, y, z, t) ، حيث:
- المسافة بين نقطتين في فضاء مينكوفسكي تُقاس باستخدام ما يُسمى بـ "المتر المكاني الزماني"، وهو مختلف عن المسافة في الفضاء التقليدي.
- يُعبَّر عن الفارق بين حدثين في الزمكان باستخدام المسافة المينكوفسكية، والتي تُحسَب كما يلي:

$$(\Delta S)^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 - c^2(\Delta t)^2 \qquad (30.II)$$

باستخدام المخطط الزمكاني يمكن تقسيم مجمل الزمكان إلى ما هو:

- فضاء شبه الزمانيةlike-Time يمثل عالم يشبه عالمنا حيث تكون الحوادث فيه مرتبطة سببيا فتنتقل الإشارات بسرع أقل من سرعة الضوء. وهو الذي تكون فيه:

$$(\Delta S)^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 - c^2(\Delta t)^2 > 0 \qquad (31.II)$$

- فضاء شبه مكاني like-space تكون الحوادث فيه غير مرتبطة سببيا وتنتقل إشارة الحوادث فيه بسرع أكبر من سرعة الضوء. العالم الذي نعرفه جيدا ونعيش فيه هو العالم شبه الزماني، أما العالم شبه المكاني فليس متصلا بعالمنا بشكل مباشر. وتكون فيه:

$$(\Delta S)^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 - c^2(\Delta t)^2 < 0 \qquad (32.II)$$

- الفضاء صفريا (شبه ضوئية) like-null ويمثل هذا العالم مسار الضوء نفسه وأيةً أشعة كهرومغناطيسية في الزمكان، حيث تكون المسافة الزمكانية صفر يمكنًان نعبر عنه:

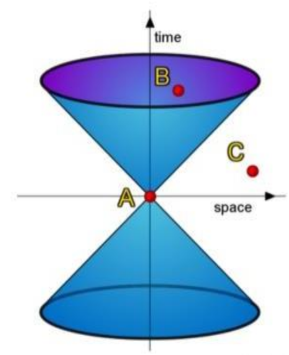
$$(\Delta S)^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 - c^2(\Delta t)^2 = 0 \qquad (33.II)$$

هذا الفضاء يسمح لنا بفهم العديد من الظواهر المرتبطة بسرعات عالية وقوى جاذبية قوية بشكل رياضي دقيق، ويُعتبر الأساس الذي قامت عليه نظرية النسبية الخاصة. فضاء مينكوفسكي ليس فقط نموذجًا مجردًا، بل هو أداة قوية لفهم بنية الكون عند التعامل مع السرعات العالية والأبعاد الزمانية والمكانية بشكل مترابط.

7.II. المخروط الضوئيLight Cone

بفرض أ ن الضوء الصادر عن حدث معين في نقطة ما من الفضاء ينتشر بسرعته الثابتة c فهذا يعني أنه يغطي كرات تحيط بهذا الحدث وهذه الكرات تتوسع بزيادة قطرها مع الزمن حسب سرعة الضوء المنتشر. بصعوبة تمثيل فضاء رباعي الأبعاد سوف نضطر لحذف أحد الأبعاد المكانية مُكتفين ببعدين مكانيين وبُعد زمني شاقولي، فتأخذ كرات الضوء المتوسعة شكل دوائر تتوسع مع تزايد الزمن أي مع الإرتفاع على المحور الشاقولي وبهذا يمثل انتشار الضوء المخروط المتشكل من الدوائر المتوسعة.

في الحقيقة يمكن تخيل مَخرُوطَي ضوء لكل حدث مخروط متجه نحو الأعلى يدعى مخروط الضوء المستقبلي ويمثل مجموعة النقاط التي يمكن وصول الضوء من الحدث المعني إليها(هذه النقاط في الفضاء الرباعي الأبعاد تمثلها أربعة أرقام هي الإحداثيات المكانية الثلاثية فهي تحدد النقطة الفراغية مع زمن وصول الضوء عليها) أما خارج المخروط فهي النقاط التي لا يمكن وصول الضوء إليها(هذه النقاط تمثل نقاط فراغية من زمن يستحيل وصول الضوء خلاله لأنه يستلزم انتشاره بسرعة تفوق ((c) وهو أمر مستحيل حسب النسبية).



الشكل 6.II : يوضح مخروط ضوئي

المخروط المتجه نحو الأسفل يدعى مخروط الضوء الماضي (Paste light cone) ويمثل مجموعة الحوادث التي يمكن أن يصل منها شعاع ضوئي إلى الحدث في الشكل الأيسر نفترض وجود حدثين (A) و(B) في نفس الجملة المرجعية. وفي نفس المكان ضمن هذه الجملة لكن بفاصل زمني(يشتركان بالموقع المكاني ويختلفان بالإحداثي الزمني) كما نفترض وجود حدثين (B) و(C) ضمن جملة مرجعية واحدة بحيث يحدثان آنيا أي في وقت واحد لكنهما يقعان في موقعين مختلفين (يشتركان بالإحداثي الزمني ويختلفان بالإحداثي المكاني) في الجملة المرجعية الأولى يمكن ل(A) أن يسبق (B) في كل الجمل المرجعية ومن الممكن للمادة أن تنتقل من (A) إلى (B) بحيث نعتبر (A) السبب و(B) النتيجة، فتكون هناك علاقة سببية بين (A) و(B) في الواقع لا وجود لأي جملة مرجعية تقلب هذا الترتيب السببي . لكن هذه الحالة لا تنطبق على الحدثين (A) و(C) حيث (C) يقع خارج المخروط الضوئي ل (A) كما هو مُوضح في الشكل 2) حيث توجد جمل مرجعية تَرى حدوث (A) قبل (C) وجُمل مرجعية تَرى حُدوث (C) قبل (A). لكن هذا لا يكسر قانون السببية لأنه يستحيل نقل

المعلومات بين (A) و(C) أو بين (C) و(A) لأن هذا يستدعي سرعة أكبر من سرعة الضوء أي يمكن لبعض الجمل المرجعية أن ترى الأحداث بترتيب مختلف لكن لا يمكن لهذه الجمل أن تتواصل فيما بينها لأ ّنها تحتاج إشارات أسرع من الضوء، وهكذا يحفظ مبدأ سرعة ثبات الضوء في النسبية قانون السببية ويحمينا من مفارقات العودة في الزمن.

8.II.الاشعة الرباعية

فضاء الزمكان هو فضاء متجه رباعي الأبعاد، كل نقطة في هذا الفضاء تمثل "حدثًا" تقابل ثلاثة إحداثيات مكانية وأخرى زمنية، يمكن اعتبار الحدث الذي احداثياته (ct, x, y, z)على انه شعاع رباعي ينتمي الى معلم زمن-مكان رباعي الابعاد مركباته تكتب بالشكل $x^{\mu}, \mu = 0,1,2,3$

$$x^0 = ct, x^1 = x, x^2 = y, x^3 = z \qquad (34.II)$$

الشعاع الرباعي لموضع هذا الحدث يكتب كما يلي:

$$\overrightarrow{R^{\mu}} = \begin{cases} x_0 = ict \\ x_1 = x \\ x_2 = y \\ x_3 = z \end{cases} \qquad \text{اذن} \qquad \overrightarrow{R^{\mu}} = (ict, \vec{R}) \qquad (35.II)$$

يمكن التعبير عن تحويلات لورنتز بصيغة المصفوفات كما يلي:

$$\overrightarrow{R'^{\mu}} = (\mathcal{L})\overrightarrow{\mathrm{R}^{\mu}} \qquad (36.II)$$

حيث $\mathcal{L}$ هي مصفوفة لورنتز ونكتب:

$$\begin{pmatrix} x'_0 \\ x'_1 \\ x'_2 \\ x'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_{(V)} & -\beta\gamma_{(V)} & 0 & 0 \\ -\beta\gamma_{(V)} & \gamma_{(V)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

وعليه نكتب:

$$\begin{cases} x'_0 = \gamma_{(V)}(x_0 - \beta x_1) \\ x'_1 = \gamma_{(V)}(x_1 - \beta x_0) \\ \qquad x'_2 = x_2 \\ \qquad x'_3 = x_3 \end{cases} \tag{37.II}$$

1.8.II. خواص الاشعة الرباعية ومترية منكوفسكي

- التركيب الخطي للأشعة الرباعية هو شعاع رباعي
- جداء شعاع رباعي بمعامل ثابت هو شعاع رباعي
- الجداء السلمي لشعاعين رباعيين هو:

$$v.w = w.v = \left(v^{\mu}e_{\mu}\right)(w^{\nu}e_{\nu}) = v^{\mu}w^{\nu}e_{\mu}e_{\nu} = g_{\mu\nu}v^{\mu}w^{\nu} = v^{\mu}w_{\mu} = v_{\mu}w^{\mu} = g^{\mu\nu}v_{\mu}w_{\nu} \tag{38.II}$$

$$g_{\mu\nu} = e_{\mu}e_{\nu} \tag{39.II}$$

- الشعاعان و متعامدان اذا كان $v.w = 0$

$g_{\mu\nu}$هي مركبات مصفوفة المترية و هي مصفوفة متناظرة:

$$g_{\mu\nu} = g_{\nu\mu}$$

- قانون تحويل مركبات مترية من قاعدة الى قاعدة اخرى هو:

$$g'_{\mu\nu} = e'_{\mu}e'_{\nu} = \left(\Lambda_{\mu}^{\alpha}e_{\alpha}\right)\left(\Lambda_{\nu}^{\beta}e_{\beta}\right) = \Lambda_{\mu}^{\alpha}\Lambda_{\nu}^{\beta}g_{\alpha\beta} \tag{40.II}$$

- المصفوفة العكسية للمترية تحقق العلاقة التالية:

$$g^{\mu\alpha}g_{\alpha\nu} = \delta_{\nu}^{\mu} \tag{41.II}$$

المسقط العمودي للشعاع الرباعي يحقق:

$$v_{\mu} = g_{\mu\nu}v^{\nu} \qquad , v^{\mu} = g^{\mu\nu}v_{\nu} \tag{42.II}$$

- هذه المركبات تتحول بتغيير القاعدة كما يلي:

$$v'_\mu = \Lambda_\mu^\nu v_\nu \qquad (43.II)$$

- مترية منكوفسكي التي تحكم كل النسبية الخاصة لها الشكل التالي

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$v^\mu = (v^0, v^1, v^2, v^3) = (ct, x, y, z) = (ct, \vec{v})$$

$$v_\mu = (v_0, v_1, v_2, v_3) = g_{\mu\nu} v^\nu = g_{\mu\nu}(v^0, v^1, v^2, v^3) = (v^0, -v^1, -v^2, -v^3)$$
$$= (ct, -x, -y, -z) = (ct, -\vec{v})$$

الجداء السلمي يمكن كتابته كما يلي:

$$v.w = v^\mu w_\mu = v^0.w^0 - v^1.w^1 - v^2.w^2 - v^3.w^3 = v^0.w^0 - \vec{v}.\vec{w}$$

$$v.v = (v^0)^2 - \vec{v}^2 \qquad (44.II)$$

2.8.II. الشعاع الرباعي للسرعة

في الفضاء الزمكان يعطى الشعاع الرباعي للسرعة بالمركبات $\overrightarrow{v^\mu} = (v_0, v_1, v_2, v_3)$. وهو مشتق شعاع الموضع الرباعي بالنسبة للزمن الذاتي.

$$\overrightarrow{v^\mu} = \frac{d\overrightarrow{R^\mu}}{d\tau} \quad , d\tau = \frac{dt}{\gamma_{(v)}} \text{ الزمن الذاتي} \qquad (45.II)$$

وبالتالي:

$$\overrightarrow{v^\mu} = \begin{cases} v_0 = \frac{dx_0}{d\tau} = \gamma_{(v)} \frac{d(ict)}{dt} = ic\gamma_{(v)} \\ v_1 = \frac{dx_1}{d\tau} = \gamma_{(v)} \frac{dx}{dt} = \gamma_{(v)} v_x \\ v_2 = \frac{dx_2}{d\tau} = \gamma_{(v)} \frac{dy}{dt} = \gamma_{(v)} v_y \\ v_3 = \frac{dx_3}{d\tau} = \gamma_{(v)} \frac{dz}{dt} = \gamma_{(v)} v_z \end{cases} \qquad (46.II)$$

وعليه يكون:

$$\overrightarrow{v^{\mu}} = (ic\,\gamma_{(v)}, \gamma_{(v)}\vec{v}) = (v_0, \vec{v}) \qquad (47.II)$$

باستعمال تحويلات لورنتز يكون قانون تحويل السرعة الرباعية بين المعالم هو :

$$\overrightarrow{v'^{\mu}} = (\mathcal{L})\overrightarrow{v^{\mu}} = \begin{cases} v'_0 = ic\gamma'_{(v)} = \gamma_{(v)}\gamma_{(V)}(ic - \beta v_x) \\ v'_1 = \gamma'_{(v)}v'_x = \gamma_{(v)}\gamma_{(V)}(v_x - ic\beta) \\ v'_2 = \gamma'_{(v)}v'_y = \gamma_{(v)}v_y \\ v'_3 = \gamma'_{(v)}v'_z = \gamma_{(v)}v_z \end{cases} \qquad (48.II)$$

من العلاقة الأولى نجد:

$$\frac{\gamma_{(v)}}{\gamma'_{(v)}} = \frac{1}{\gamma_{(V)}(1-\frac{Vv_x}{c^2})} \qquad , \beta = \frac{V}{c}$$

V هي السرعة النسبية بين معلمين مرجعين.

v هي سرعة الجسيم المتحرك.

وبالتالي يصبح:

$$v'_x = \frac{v_x - V}{1 - \frac{Vv_x}{c^2}}$$

$$v'_y = \frac{v_y\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{\left(1 - \frac{Vv_x}{c^2}\right)}$$

$$v'_z = \frac{v_z\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{\left(1 - \frac{Vv_x}{c^2}\right)}$$

وهي نفس مركبات السرعة المتحصل عليها سابقا. ونلاحظ ان $\overrightarrow{v'}^2 = \vec{v}^2 = -c^2$ وهي قيمة سلمية لا متغايرة.

3.8.II. الشعاع الرباعي للتسارع

يعرف الشعاع الرباعي للتسارع على أنه مشتق السرعة الرباعية بالنسبة للزمن الذاتي ويعطى بالمركبات $\overrightarrow{a^{\mu}} = (a_0, a_1, a_2, a_3)$

$$\vec{a}^{\mu} = \frac{d\vec{v}^{\mu}}{d\tau} = (a_0, \vec{a}) \qquad (49.II)$$

$$\overrightarrow{a^{\mu}} = \begin{cases} a_0 = \dfrac{dv_0}{d\tau} = \gamma_{(v)} \dfrac{d(ic\gamma_{(v)})}{dt} \\ a_1 = \dfrac{dv_1}{d\tau} = \gamma_{(v)} \dfrac{d(\gamma_{(v)} v_x)}{dt} \\ a_2 = \dfrac{dv_2}{d\tau} = \gamma_{(v)} \dfrac{d(\gamma_{(v)} v_y)}{dt} \\ a_3 = \dfrac{dv_3}{d\tau} = \gamma_{(v)} \dfrac{d(\gamma_{(v)} v_z)}{dt} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_0 = \gamma^4 \frac{\vec{v} \cdot \vec{\varphi}}{c} \\ \vec{a} = \gamma_{(v)} \vec{\varphi} + \gamma^4 \frac{(\vec{v} \cdot \vec{\varphi})\vec{v}}{c^2} \end{cases} \qquad (50.II)$$

حيث $\vec{\varphi} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ هو تسارع المتحرك.

قانون تحويل التسارع الرباعي بين المعالم هو:

$$\begin{cases} a'_0 = \gamma(a_0 + \vec{\beta}\vec{a}) \\ \overrightarrow{a'}_{\parallel} = \gamma(\vec{a}_{\parallel} + \beta a_0) \\ \vec{a}'_{\perp} = \vec{a}_{\perp} \end{cases} \qquad (51.II)$$

9.II. تطبيق: مفعول دوبلر النسبي

ان التجارب المهمة التي اجريت في الفيزياء الذرية كان بعضها يتضمن دراسة عن الاشعاعات المنبعثة من ذرات او نوى في حالة حركة. فلوحظ ان التردد الظاهري لهذه الاشعاعات يعتمد على الحركة النسبية بين المصدر والمشاهد.

نعتبر معلم R' يتحرك بالسرعة V بالنسبة للمعلم R و المقاتيتين المرتبطتين بالمعلمين تبدءان عد الزمن عندما يكون المبدأين منطبقان . هناك منبع ضوئي وحيد اللون ثابت في المعلم R' في النقطة O' يصدر موجة مستوية بتواتر ν' في الاتجاه $\vec{u}'$ من المستوي $x'o'y'$ مشكلا الزاوية θ' مع المحور x'، انتشار الضوء يمكن ان يعبر عنه في المعلمين كما يلي:

$$\psi = Ae^{i(\vec{k}.\vec{r}-\omega t)} \qquad (52.\text{II})$$

$$\psi' = Ae^{i(\vec{k}'.\vec{r}'-\omega' t')} \qquad (53.\text{II})$$

$\vec{k} = k\vec{u}$ هو شعاع الموجة طويلته $k = \frac{\omega}{c}$

الطور $(\vec{k}.\vec{r} - \omega t)$ هو صامد في كل المعالم العطالية ومنه

$$\vec{k}'.\vec{r}' - \omega' t' = \vec{k}.\vec{r} - \omega t \qquad (54.\text{II})$$

بحساب الجداء السلمي نجد

$$\omega' t' - (k'\cos\theta')x' - (k'\sin\theta')y' = \omega t - (k\cos\theta)x - (k\sin\theta)y$$

نستعمل الان تحويلات لورنتز

$$\begin{cases} ct' = \gamma(ct - \beta x) \\ x' = \gamma(x - \beta ct) \\ y' = y \\ z' = z \end{cases}$$

$$\frac{\omega'}{c}\gamma(ct - \beta x) - (k'\cos\theta')\gamma(x - \beta ct) - (k'\sin\theta')y$$
$$= \omega t - (k\cos\theta)x - (k\sin\theta)y$$

$$\left(\frac{\omega'}{c}\gamma - \frac{\omega}{c} + \gamma(k'\cos\theta')\beta\right)ct + \left(k\cos\theta - \gamma k'\cos\theta' - \frac{\omega'}{c}\gamma\beta\right)x$$
$$+ (k\sin\theta - k'\sin\theta')y = 0$$

هذه المعادلة محققة من اجل كل x ، y ، z و t

$$\frac{\omega'}{c}\gamma = \frac{\omega}{c} - \gamma(k'\cos\theta')\beta \qquad (55.II)$$

$$\frac{\omega'}{c}\gamma\beta = k\cos\theta - \gamma k'\cos\theta' \qquad (56.II)$$

$$k\sin\theta = k'\sin\theta' \qquad (57.II)$$

نضرب المعادلة $(56.II)$ في β ثم نطرح منها المعادلة $(55.II)$ فنجد

$$\frac{\omega'}{c}\gamma(1-\beta^2) = \frac{\omega}{c} - \beta k\cos\theta$$

ولدينا $k = \frac{\omega}{c}$ ومنه

$$\omega' = \omega\frac{1-\beta\cos\theta}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad (58.II)$$

حيث $\omega = 2\pi\nu$ فان

$$\nu' = \nu\frac{1-\beta\cos\theta}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad (59.II)$$

وهي عبارة مفعول دوبلر النسبي

المعادلتان $(57.II)$ و$(59.II)$ يعطيان العبارة

$$\cos\theta' = \frac{\cos\theta - \beta}{1-\beta\cos\theta} \qquad (60.II)$$

نلاحظ النقاط التالية

- لدينا $\theta \neq \theta' \Longrightarrow \nu \neq \nu'$ بالنسبة للملاحظ المتحرك بالنسبة للمنبع هناك دائما تغير في التواتر (تغير في طول الموجة) وكذلك في اتجاه الموجة.
- اذا كان الشعاع الضوئي في الاتجاه $ox \parallel \vec{V} \Longrightarrow \theta = 0$ ومنه

$$\nu' = \nu \frac{1-\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \Longrightarrow \nu = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}\nu'$$

ومن المعادلة $(60.II)$ لدينا $\cos\theta' = 1 \Longrightarrow \theta' = 0$ اذا في هذه الحالة لايوجد تغير في اتجاه الموجة لكن

1- هناك زيادة في قيمة التوتر $\nu' > \nu$ اذا كان $\beta < 0$ معناه الملاحظ يقترب من المنبع
2- هناك نقصان في قيمة التوتر $\nu' < \nu$ اذا كان $\beta > 0$ معناه الملاحظ يبتعد عن المنبع

- في حالة مفعول دوبلر العمودي (الطولي) $oy \perp \vec{V} \Longrightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$

ومنه من المعادلة (6) لدينا :

$$\nu' = \frac{\nu}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

في هذه الحالة المعادلة $(59.II)$ تعطي $\cos\theta' = -\beta$ ومنه يوجد تغير في اتجاه الموجة وزيادة في التوتر $\nu' > \nu$ في الحالتين لما الملاحظ يقترب او يبتعد من المنبع وهذا النوع من مفعول دوبلر الطولي لايوجد في حالة الدراسة الكلاسيكية وهو ناتج من ظاهرة تمدد الطول.

10.II. الزمن الذاتي (الصحيح)time-Proper

نظرا الى اختلاف قياس الزمن الإحداثي Δt بحسب المرجع الذي يقاس منه فإن من الضروري تعريف زمن قياسي يكون صحيحا بالنسبة إلى جميع المراجع الحركية القصورية أيا كانت سرعتها. وقد سمي هذا الزمن الذاتيproper time يسمى هذاً أيضا زمن الساعة اليدوية time wristwatch أنه الزمن الذي يجده كل مشاهد فيً مرجعه الذي هو فيه أي يمكن القول إنه هو الزمن المحليlocal timeوإن كانت هذه التسمية غير متداولة كثير.

يعرف الزمن الصحيح $\Delta\tau$ بدلالة المسافة الزمكانية Space Time ΔS بالعلاقة:

$$\Delta S = ic\Delta\tau$$

$$(\Delta\tau)^2 = -\frac{(\Delta S)^2}{c^2} \qquad (61.II)$$

من جهة أخرى المسافة الزمكانية تعطى بالعلاقة:

$$(\Delta S)^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 - c^2(\Delta t)^2 \qquad (62.II)$$

وعليه بعد التعويض يكون:

$$(\Delta\tau)^2 = \frac{1}{c^2}\left[c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 \_ (\Delta z)^2\right] \qquad (63.II)$$

نلاحظ ان المقدار $\Delta\tau$ لا يعتمد على الحالة الحركية للمرجع، ويمكن استخراج علاقته بالزمن Δt كما يلي:

$$(\Delta\tau)^2 = \frac{(\Delta t)^2}{c^2}\left[1 - \frac{(\Delta x)^2}{(\Delta t)^2} - \frac{(\Delta y)^2}{(\Delta t)^2} - \frac{(\Delta z)^2}{(\Delta t)^2}\right] \qquad (64.II)$$

$$\Delta\tau = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-\frac{V^2}{C^2}}} \qquad (65.II)$$

نلاحظ انه إذا استخدمنا هنا علاقة تباطؤ الزمن فإننا نحصل على $\Delta\tau = \Delta t'$

أسئلة الفصل الثاني

س 1- ما هي فروض نظرية النسبية الخاصة؟

س2 - ما الذي تغير في وصف الكميات الفيزيائية وبالأخص في انحفاظها بعد طرح نظرية النسبية الخاصة؟

س3 - ما انكماش الطول وما تباطؤ الزمن وما هي الكمية اللاتغيرية في هذه الحالة؟

س 4- ما هي المتجهات الرباعية وما ضرورتها؟

س 5- ما هو الزمن الذاتي time proper وما ضرورته؟

س 6- ما هو المخروط الضوئي وكيف يتغير بحسب تغير السرعة النسبية؟

س 7- عندما يكون معامل لورنتز يساوي 1. كيف تكون العلاقة بين السرعة وسرعة الضوء c؟.

س 8- اكتب عبارة مفعول دوبلر النسبي واستنتج الطول الموجي لدوبلر النسبي؟.

تمارين الفصل الثاني

التمرين الأول:

لدينا جسيمات البيون ذات طاقة عالية تنتج من تصادم بين النوترونات والبروتونات وتتحلل هذه الجسيمات في معلمها الذاتي حسب قانون الانحلال التالي

$$N(t) = Ne^{-t/t_0}$$

حيث مدة حياتها المتوسطة هي $\tau_0 = 2.6 \times 10^{-8} s$

حزمة من جسيمات البيون تنتج في المسرع ولوحظ انه يبقى ثلث عددها على بعد 20 متر من المنبع

1- كم من الزمن يستغرق لتقطع جسيمات البيون 20 متر اذا كانت سرعتها $c \simeq v$

2- في اطار نسبية غاليلي كم يبقى من جسيمات البيون قبل وصولها لهذه المسافة

3- استنتج من الحساب السابق المعامل γ

4- ماهي سرعة جسيمات البيون

التمرين الثاني:

صاروخ طوله على الأرض 10m. جد مقدار النقص في طوله أثناء الطيران بسرعة 0.6C بالنسبة لمراقب على الأرض. ثم جد الوقت الذي يجب ان يمضي ليكون الفرق بين الزمن في الصاروخ والزمن على الأرض ثانية واحدة.

التمرين الثالث:

مكعب يتحرك بسرعة نسبية منتظمة v باتجاه أحد اضلاعه. اثبت ان حجمه V وكلته الحجمية ρ تعطى بالعلاقتين :

$$V = V_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \qquad \text{و} \qquad \rho' = \rho_0/(1-\frac{v^2}{c^2})$$

التمرين الرابع:

مسطرة مترية موجودة في المعلم R تصنع زاوية °37مع المحور ox. كم يجب ان تكون سرعة مراقب باتجاه 'xx في المعلم 'R لكي تظهر له زاوية ميل المسطرة °45. وما هو طول المسطرة الذي يقيسه هذا المراقب؟

التمرين الخامس:

تتحرك سفينة فضائية هاربة مبتعدة عن الأرض بسرعة 0.8C وتلحقها سفينة فضائية بسرعة 0.9C بالنسبة للأرض. احسب سرعة تجاوز السفينة اللاحقة للسفينة الهاربة كما يقيسها طاقم السفينة اللاحقة؟

حلول تمارين الفصل الثاني

حل التمرين الأول:

الزمن الذي تستغرقه الجسيمات لتقطع مسافة 20متر هو

$$t = \frac{x}{v} = \frac{20}{3 \times 10^{8}} = \frac{20}{3} \times 10^{-8} s$$

في اطار نسبية غاليلي عدد جسيمات البيون الذ ي يبقى قبل وصولها لمسافة 20 متر هو

$$N(t) = Ne^{-t/t_0} \Longrightarrow \frac{N(t)}{N(0)} = e^{-t/t_0} \Longrightarrow \frac{N(t)}{N(0)} = e^{-\frac{\frac{20}{3}\times 10^{-8}}{2.6\times 10^{-8}}} = e^{-\frac{20}{3\times 2,6}}$$

استنتاج من الحساب السابق المعامل γ

لدينا من معطيات التمرين انه بعد المسافة 20 متر يبقى فقط ثلث عددها الاول ومنه

$$\frac{N(t)}{N(0)} = e^{-t/t_0} = \frac{1}{3} \Longrightarrow \frac{-t}{t_0} = \ln\frac{1}{3} \Longrightarrow \frac{t}{t_0} = \ln 3 \Longrightarrow t_0 = \frac{t}{\ln 3} \Longrightarrow t_0$$

$$= \frac{\frac{20}{3} \times 10^{-8}}{\ln 3} \Longrightarrow t_0 = \frac{6,66}{1,098} \times 10^{-8} \Longrightarrow t_0(V) = 6,065 \times 10^{-8}$$

هذا الزمن مقاس في المعلم الارضي ومنه فهو زمن غير ذاتي وحسب العلاقة بين الزمن الذاتي وغير الذاتي

نجد

$$t_0(V) = \gamma t_0(0) \Longrightarrow \gamma = \frac{t_0(V)}{t_0(0)} = \frac{6,065 \times 10^{-8}}{2,6 \times 10^{-8}} = 2,33$$

سرعة جسيمات البيون

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \Longrightarrow \gamma^2\left(1-\frac{V^2}{c^2}\right) = 1 \Longrightarrow 1-\frac{1}{\gamma^2} = \frac{V^2}{c^2} \Longrightarrow V = \sqrt{c^2\left(1-\frac{1}{\gamma^2}\right)}$$

$$V = \sqrt{(3\times10^{-8})^2\left(1-\frac{1}{(2{,}33)^2}\right)}$$

$$V = \sqrt{(3\times10^{-8})^2(1-0{,}18)}$$

$$V = 2{,}71\times10^{-8}ms^{-1}$$

<u>حل التمرين الثاني:</u>

1- إيجاد النقص في الطول

لدينا:

$$\Delta L = L - L' = L - L\gamma = L(1-\gamma) = L\left(1-\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\right)$$

ت ع:

$$\Delta L == 10.\left(1-\sqrt{1-\frac{(0.6c)^2}{c^2}}\right)$$

$$\Delta L = 2m$$

2- إيجاد فرق الزمن:

من المعطيات لدينا:

$$\Delta t = 1s \;\Leftrightarrow t' = t + 1$$

حسب قانون تمدد الزمن:

$$t' = \frac{t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

بمطابقة المعادلتين نجد:

$$t + 1 = \frac{t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$t = \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

ت ع:

$$t = \frac{\sqrt{1 - \frac{(0.6c)^2}{c^2}}}{1 - \sqrt{1 - \frac{(0.6c)^2}{c^2}}} = 4s \Rightarrow t' = 5s$$

حل التمرين الثالث:

حسب الميكانيك الكلاسيكي الكتل m_0 تبقى ثابتة في المعالم العطالية على عكس الميكانيك النسبي فان الكتل m تتغير حسب تغير سرعتها ولذلك فان : $m = \gamma m_0$

1- اثبات ان حجم المكعب يكتب من الشكل $V = V_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$

$$V = L_x . L_y . L_z = L_0 . \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} . L_0 . L_0 = {L_0}^3 . \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = V_0 . \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

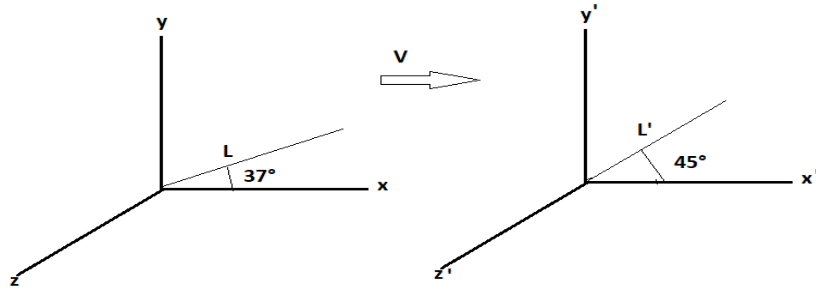
2- اثبات ان حجم المكعب يكتب من الشكل $\rho = \rho_0 \,/\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)$

بالتعريف:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m_0/\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{V_0 . \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_0}{V_0}\,/\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right) = \rho_0\,/\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)$$

حل التمرين الرابع:

1- إيجاد سرعة المراقب



لدينا:

$$\tan 37° = \frac{L_y}{L_x}$$

$$= \frac{L_y}{\frac{L_x}{\gamma}} = \gamma \tan 37° = \frac{tan37°}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \tan 45° = \frac{L'_y}{L'_x}$$

$$\Rightarrow v = c.\sqrt{1 - \frac{(tan37°)^2}{(tan45°)^2}} = 0.66c$$

2- إيجاد طول المسطرة بالنسبة للمراقب المتحرك

$$\tan 45° = \frac{L'_y}{L'_x} = \frac{L_y}{L'_x} \Rightarrow L'_x = L_y.tan45° = (0.602).tan45°$$

$$L'_x = 0.851m$$

حل التمرين الخامس:

نفترض ان R هي الأرض ،

R’ هي السفينة الهاربة،

v سرعة السفينة الهاربة بالنسبة للأرض،

v_x سرعة السفينة اللاحقة بالنسبة،

v'_x سرعة السفينة اللاحقة بالنسبة للسفينة الهاربة.

وعليه:

$$v'_x = \frac{v_x\_V}{1 - \frac{V}{c^2} v_x}$$

$$v'_x = \frac{0.9c\_0.8c}{1 - \frac{0.8c}{c^2} 0.9c} = 0.357c$$

المحور الثالث

الميكانيك النسبي

III.1. مقدمة

قبل ظهور الميكانيك النسبوي، كانت الميكانيكا الكلاسيكية لنيوتن كافية لتفسير حركة الأجسام في الحياة اليومية، لكنها فشلت في تفسير الظواهر التي تحدث عند السرعات العالية أو في وجود مجالات جاذبية قوية. جاءت النظرية النسبية الخاصة (1905)لتصحح هذه الفجوة، حيث قدمت مفاهيم جديدة مثل تمدد الزمن وتقلص الطول وزيادة الكتلة مع السرعة، إضافةً إلى العلاقة الشهيرة بين الكتلة والطاقة $E = m_0c^2$

III.2. مراجعة ميكانيك نيوتن

تعرف القوة المؤثرة على الجسم وفق الميكانيك الكلاسيكي بانها مشتقة كمية الحركة بالنسبة للزمن وتعطى بالعلاقة:

$$\overrightarrow{F_N} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m_0\vec{v}) = m_0\frac{d\vec{v}}{dt} = m_0\vec{a} \qquad (1.III)$$

وتمثل هذه الصيغة قانون نيوتن الثاني. ولكن وفق النظرية النسبية فان الكتلة تتغير بالنسبة للسرعة وفق العلاقة:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \qquad (2.III)$$

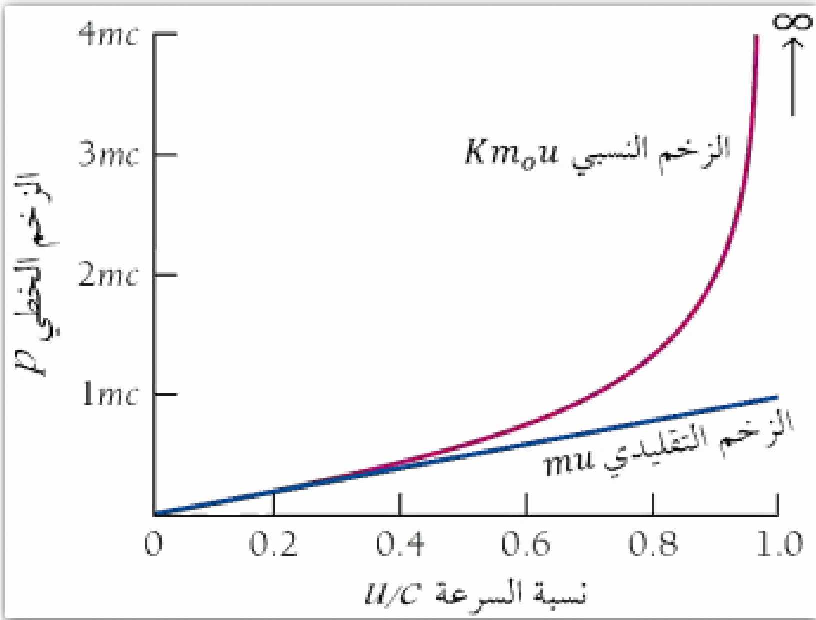
حيث m_0 : كتلة الجسم السكونية، و m : كتلة الجسم عندما يتحرك بالسرعة الثابتة v، وتسمى الكتلة النسبية. ويمكن ان يستنتج من المعادلة (2.III) ما يلي:

- الكتلة السكونية m_0 هي التي تعتبر ثابتة وفق النظرية النسبية وليس الكتلة النسبية m.
- $m \cong m_0$ عنما تكون سرعة الجسم صغيرة نسبيا $(v \ll c)$.
- عنما تقترب سرعة الجسم من سرعة الضوء $v \to c$ تزداد كتلته نسبة للمراقب الثابت الى ان تصل الى ما لانهاية $(m = \infty)$ عند $(v = c)$، وهذا غير واقعي ولا يمكن حدوثه. ولهذا فانه يمكن اعتبار سرعة الضوء هي السرعة التي لا يمكن لاي جسم مادي ان يصل اليها فضلا عن تجاوزها.

و بالتالي تعطى كمية الحركة وفق النظرية الكلاسيكية بالصيغة التالية:

$$\vec{p} = m\vec{v} = \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \gamma m_0\vec{v} \qquad (3.III)$$

عندما $(v \ll c)$ فان صيغة كمية الحركة تؤول الى الصيغة التقليدية لان $(\gamma \to 1)$. هذا ما توضحه العلاقة (3.III). من الشكل 1.III نلاحظ ان سرعة الجسم لا يمكن ان تصل الى سرعة الضوء لان كمية حركة الجسم سيكون لانهائيا، وهذا امر مستحيل. لهذا فان كمية الحركة النسبية تكون دائما $\gamma m_0 v$، اما كمية الحركة في الميكانيك التقليدي هي $m_0 v$ وهي صحيحة فقط عند سرعات اصغر بكثير من سرعة الضوء.



الشكل 1.III: كمية الحركة لجسم بسرعة v نسبة للراصد.

وتعرف حينئذ القوة النسبية حينئذ بانها مشتق كمية الحركة النسبية بالنسبة للزمن. وتعطى الصيغة النسبية لقانون نيوتن الثاني بالشكل:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \frac{d(\gamma m_0 \vec{v})}{dt} \qquad (4.\text{III})$$

عندما $v \ll c$ فان $\gamma \cong 1$ وعليه فان المعادلة النسبوية تؤول الى المعادلة الكلاسيكية.

لو اعتبرنا جسيم يتحرك في بعد واحد مثلا المحور ox فهناك قوة في هذا الاتجاه تسب تغيرا في كمية الحركة للجسيم، والعمل الذي تبذله هذه القوة على الجسيم هو:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} \vec{F} dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{d\vec{P}}{dt} dx \qquad (5.III)$$

العمل العنصري $\delta\omega$ في الإطار المرجعي الغاليلي (R) للقوة$\vec{F}$ المطبقة على نقطة مادية متحركة بالسرعة $\vec{v}$ أثناء الزمن dt يساوي:

$$\delta w = \vec{F}.\vec{v}dt = \vec{F}.\vec{r} = dE_c \qquad (6.III)$$

من جهة أخرى العمل هو التغير في الطاقة الحركي E_c.

<u>مثال 1:</u> ما هو طول المسطرة المترية المقاس اثناء تحركها باتجاه طولها بسرعة منتظمة بحيث تكون كتلتها مساوية لضعف كتلتها السكونية؟

<u>الحل:</u>

$$m = 2m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow \ 1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{4} \rightarrow \ \frac{v^2}{c^2} = 0.75$$

$$\Delta L' = \frac{\Delta L}{\gamma} = \Delta L'.\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}} = 1m\sqrt{1 - 0.75} = 0.5m$$

مثال 2: يتحرك الكترون كتلته $9.10^{-31}kg$ بسرعة مقدارها $0.75c$. جد كمية حركته النسبية وقارنها بالتقليدية؟

الحل:

في الميكانيك النسبي:

$$p = mv = \frac{m_e v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{(9.10^{-31})(0.75 \times 3.10^8)}{\sqrt{1 - \frac{(0.75c)^2}{c^2}}} = 3.1 \times 10^{-22} kg.m/s$$

اما في الميكانيك الكلاسيكي:

$$p_{classique} = m_e v = (9.10^{-31})(0.75 \times 3.10^8) = 2.05 \times 10^{-22} kg.m/s$$

3.III. الشعاع الرباعي طاقة ـ كمية الحركة

يمكن إيجاد العلاقة بين الطاقة وكمية الحركة من تعريف الطاقة الكلية:

$$E = E_0 + E_c \qquad (7.III)$$

E_0 : الطاقة عند السكون وتساوي m_0c^2.

E_c : الطاقة الحركية.

الطاقة الحركية لجسم حر تعطى بالعلاقة:

$$E_c = \int \vec{F} \,.\, d\vec{r} \Longrightarrow \frac{dT}{dt} = \overrightarrow{F} . \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \,.\, \vec{v} \qquad (8.III)$$

$$\frac{dE_c}{dt} = m_0\gamma\vec{v} + m_0\frac{\gamma^3}{c^2}(\vec{\varphi} \,.\, \vec{v}).\vec{v} = m_0\gamma\vec{v}\left(1 + \frac{\gamma^2}{c^2}\right) = m_0\gamma^3(\vec{\varphi} \,.\, \vec{v}) \qquad (9.III)$$

من جهة أخرى لدينا:

$$\frac{d\gamma}{dt} = \gamma^3\frac{\vec{\varphi} \,.\, \vec{v}}{c^2} \Longrightarrow \frac{dE_c}{dt} = \frac{d}{dt}(m_0\gamma c^2) \qquad (10.\mathrm{III})$$

$$dE_c = m_0 c^2 d\gamma \tag{11.III}$$

بالمكاملة نجد:

$$E_c = m\gamma c^2 + E_{c_0} \tag{12.III}$$

من الشروط الابتدائية: $v = 0$ فان $E_c = 0$ اي $E_{c_0} = -mc^2$ ومنه:

$$E_c = m_0 \gamma c^2 - m_0 c^2 \tag{13.III}$$

ومنه الطاقة الكلية تتكون من الطاقة الحركية E_c والطاقة عند السكون $E_0 = mc^2$

$$E = mc^2 + E_c = m\gamma c^2 \tag{14.III}$$

وهي عبارة الطاقة الكلية.

وعليه فان الشعاع الرباعي لكمية الحركة- طاقة يصبح:

$$\vec{P}^{\mu} = m\vec{v}: \begin{cases} p_0 = i m_0 \gamma c = i\,\frac{E}{c} \\ \vec{p} = m_0 \gamma \vec{v} \end{cases} \tag{15.III}$$

$$\Longrightarrow \frac{\vec{v}}{c} = \frac{\vec{p}c}{E} \quad ,\gamma = \frac{E}{m_0 c^2}$$

ومنه فان شبه الطويلة لكمية الحركة تكتب:

$$p^2 = m_0 v^2 = \frac{E^2}{c^2} - \vec{p}^2 = m_0 c^2 \Longrightarrow E^2 = \vec{p}^2 c^2 + {m_0}^2 c^4 \tag{16.III}$$

وهي عبارة الشعاع الرباعي لكمية الحركة –طاقة، وهي مقدار صامد نسبيا من النوع الزمني.

و حسب تحويلات لورنتز قانون التحويل بين المعالم العطالية للشعاع الرباعي لكمية الحركة – طاقة كما يلي :

$$\overrightarrow{P'^{\mu}}\begin{cases}\frac{E'}{c}=\gamma(\frac{E}{c}-\overrightarrow{\beta'}.\overrightarrow{p'})\\ \vec{p}'_x=\gamma(\vec{p}_x-\beta'.\frac{E}{c})\\ \overrightarrow{p'}_y=\vec{p}_y\\ \overrightarrow{p'}_z=\vec{p}_z\end{cases} \qquad (17.III)$$

4.III. معادلة التحريك النسبي

نعرف الشعاع الرباعي للقوة بالعبارة التالية

$$\overrightarrow{F^{\mu}}=\frac{d\overrightarrow{P^{\mu}}}{d\tau}=\gamma\frac{d\overrightarrow{P^{\mu}}}{dt}=\gamma(F_0,\vec{F}) \qquad (18.III)$$

$$F_0=\frac{dp_0}{d\tau}=\gamma\frac{d\left(\frac{E}{c}\right)}{dt}=\gamma\frac{1}{c}\frac{dE_c}{dt}=\gamma\frac{\vec{F}.\vec{v}}{c} \qquad (19.III)$$

وبالتالي يكون:

$$\vec{F}^{\mu}=\left(\gamma\frac{\vec{F}.\vec{v}}{c},\gamma\vec{F}\right) \qquad (20.III)$$

قانون تحويل القوة هو

$$\overrightarrow{F'^{\mu}}=\begin{cases}\gamma'_{(v')}\left(\frac{\overrightarrow{F'}.\overrightarrow{v'}}{c}\right)=\gamma_{(V)}\gamma_{(v)}\left[\frac{\vec{F}.\vec{v}}{c}-\beta F_x\right]\\ \gamma'_{(v')}F'_x=\gamma_{(V)}\gamma_{(v)}\left[F_x-\beta\frac{\vec{F}.\vec{v}}{c}\right]\\ \gamma'_{(v')}F'_y=\gamma_{(v)}F_y\\ \gamma'_{(v')}F'_z=\gamma_{(v)}F_z\end{cases} \qquad (21.III)$$

من قانون تحويل السرعة $\overrightarrow{v'^{\mu}}=(\mathcal{L})\overrightarrow{v^{\mu}}$ وجدنا العلاقة:

$$\frac{\gamma_{(v)}}{\gamma'_{(v)}}=\frac{1}{\gamma_{(V)}(1-\frac{VV_x}{c^2})} \qquad (22.III)$$

يمكن استنتاج قانون تحويل مركبات القوة$\vec{F}$ والقدرة اللحظية $(\vec{F}.\vec{v})$:

$$\overrightarrow{F'^{\mu}} = \begin{cases} \left(\overrightarrow{F'}.\overrightarrow{v'}\right) = \left[\frac{\vec{F}.\vec{v}-VF_x}{(1-\frac{VF_x}{c^2})}\right] \\ F'_x = \left[\frac{F_x - V\frac{\overrightarrow{(F.v)}}{c^2}}{(1-\frac{VF_x}{c^2})}\right] \\ F'_y = \frac{F_y\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}{\left(1-\frac{VF_x}{c^2}\right)} \\ F'_z = \frac{F_z\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}{\left(1-\frac{VF_x}{c^2}\right)} \end{cases} \qquad (23.III)$$

5.III. تطبيقات على الفوتون

حسب الدراسات النظرية فان الأمواج الكهرومغناطيسية عبارة عن جسيمات تدعى فوتونات ليس لها كتلة طاقتها مكممة معرفة بالصيغة $E = h\nu$. لكن الدراسات التجريبية في الميكانيك النسبي الفوتونات لها طاقة وكمية حركة تكتبان:

$$\begin{cases} \vec{p} = m_0\gamma\overrightarrow{v} \\ E = m_0\gamma c^2 \end{cases} \qquad (24.III)$$

بما ان الفوتونات ليس لها كتلة فان :

$$E^2 = \vec{p}^2c^2 + {m_0}^2c^4$$

ومنه فان

$$p= \frac{E}{c}$$

وعليه فان الشعاع الرباعي لكمية الحركة يكتب:

$$\vec{p}^{\mu} = \begin{cases} p_0 = i\,\frac{E}{c} \\ \vec{p} = m_0\gamma\vec{v} \end{cases} \qquad (25.\text{III})$$

وهناك دراسات أخرى أجريت خلال قياس التردد ν فان :

$$E=h\nu=\hbar\omega,\ \hbar=\frac{h}{2\pi} \tag{26.III}$$

وبالتالي فان:

$$p=\frac{E}{c}=\frac{\hbar w}{c}=\hbar k \Rightarrow \vec{p}=\hbar\vec{k} \tag{27.III}$$

اذن عبارة الشعاع الرباعي لكمية الحركة تكون:

$$\vec{p}^{\mu}=\begin{cases} p_0=i\ \frac{\hbar\omega}{c} \\ \vec{p}=\hbar\vec{k} \end{cases} \tag{28.III}$$

حسب هذه الملاحظات اقترح لويس بروغلي سنة 1923 ازدواجية موجة –جسيم للامواج الكهرومغناطيسية وعليه فان :

$$\vec{p}^{\mu}=\begin{cases} p_0=i\frac{E}{c}=i\ \frac{\hbar\omega}{c} \\ \vec{p}=\frac{m}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\gamma\vec{v}=\hbar\vec{k} \end{cases} \tag{29.III}$$

6.III. تكافؤ كتلة طاقة

تعتبر العلاقة بين الكتلة والطاقة أساس التحويلات والتفاعلات النووية، وتطلق عدة تسميات على هذه العلاقة منها تكافؤ المادة والطاقة. هما مفهومين غير مستقلين قابلين لتحويل إحداهما الى للأخرى. ففي نسبية الخاصة نجد تناسبا مطلقا، بين الكتلة والطاقة فالطاقة تساوي الكتلة مضروبة في مربع سرعة الضوء ويعبر عنها بـ $E=mc^2$ ، حيث E هي الطاقة و mهي الكتلة و c سرعة الضوء في الفراغ. كما يتضح من المعادلة أن الطاقة يمكن أن تتحول إلى كتلة والعكس من هنا نجد أن كمية هائلة من الطاقة تتولد من تحويل كمية ضئيلة من المادة وذلك نتيجة لمربع سرعة الضوء في المعادلة. لذلك كان من الطبيعي أن يقول آينشتاين بأن الطاقة والكتلة مقياسان لشيء واحد، فالجسم الذي كتلته غرام يحتوي على طاقة تقدر بـkwh 25 مليون، وعنصر الراديوم الذي تنبعث منه طاقة بمعدل نحو 30000 calعن كل غرام ذري منه (أي عن كلg 226 من مادته) تفنى مادته اي ينقص وزنه بمعدل 1.2mg في كل مئة سنة. وبالمقارنة بما يحدث في الشمس، نجد أ نه تتولد كميات هائلة من الطاقة بسبب عمليات الاندماج النووي بين نويات الهيدروجين "H" لتكون نويات الهليوم "He" ،

وفي هذه العملية يتبقى مقدار ضئيل جدا من المادة "Δm" يتحول إلى طاقة. ونتيجة للاندماج النووي نجد أن معدل فقدان الشمس لكتلتها لكي تحتفظ بحرارتها العالية هي كمية لا تذكر بالنسبة لكتلتها الحقيقية، لذلك فإنْ باستطاعة الشمس أن تعيش مئات الملايين من السنين بهذا النشاط النووي.

من علاقة الكتلة النسبية: $m = m_0/\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$

- هل الزيادة في الكتلة هي زيادة في عدد الذرات التي يحتويها الجسم، أ م أن لها فهم آخر؟

✓ لما $1 \ll \frac{v}{v}$ فان:

$$m = m_0/\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \cong m_0(1+\frac{v^2}{2c^2}+\cdots) \qquad (30.III)$$

وهذا يعني أن:

$$\Delta m = m - m_0 \cong \frac{1}{2}m\frac{v^2}{c^2} = \frac{KE_c}{C^2} \qquad (31.III)$$

K: هو ثابت

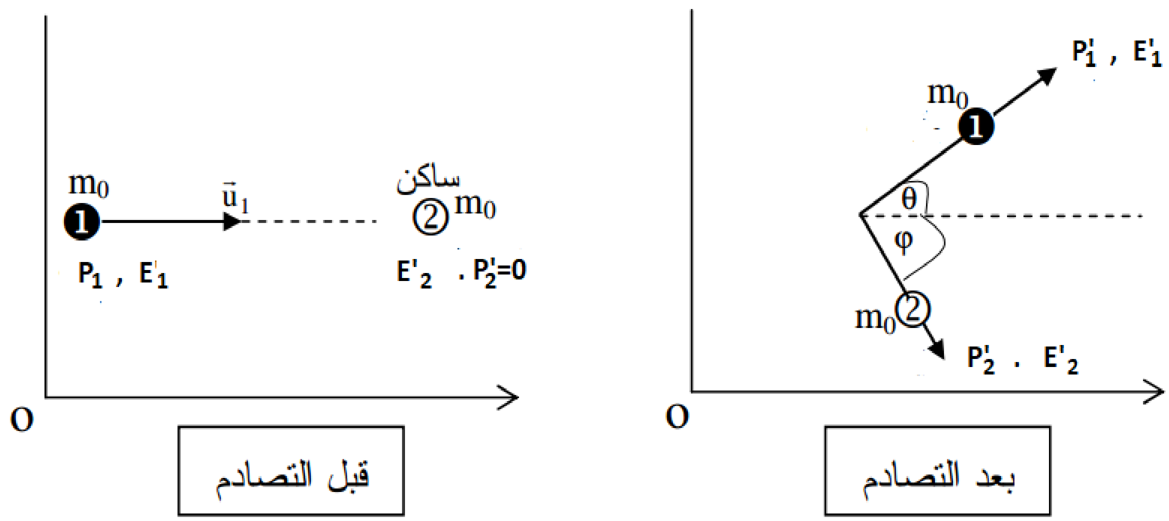
من الواضح أن الزيادة في كتلة الجسم تأتي من الطاقة الحركية التي يكتسبها أثناء الحركة. ومن خلال التأمل في المعادلة (31.III)،تمكن أينشتاين من القول أن هنالك علاقة تكافؤ بين الطاقة والكتلة بحيث تكون الطاقة مساوية للكتلة مضروبة في مربع سرعة الضوء. أي :

$$E = mc^2 \qquad (32.III)$$

تعتبر العلاقة بين الكتلة والطاقة أساس التحويلات والتفاعلات النووية، وتطلق عدة تسميات على هذه العلاقة منها تكافؤ المادة والطاقة. هما مفهومين غير مستقلين قابلين لتحويل إحداهما الى للأخرى.

7.III التفاعل بين الجسيمات

نفرض أن جسيما حرا كتلته الساكنة $m_{0\,1}$ وكمية حركته $\overrightarrow{P_1}$ وطاقته الكلية E_1 تصادم مع جسيم آخر ساكن كتلته الساكنة $m_{0\,2}$ وكمية حركته $\overrightarrow{P_2}$ وطاقته الكلية E_2.



الشكل 1.III: الجسمين قبل وبعد التصادم.

لنفرض ان كلا من كمية الحركة والطاقة محفوظين قبل وبعد التصلدم. و بتطبيق قانون انحفاظ كمية الحركة نجد:

$$p_x = p_1 = p'_1 \cos\theta_1 + p'_2 \cos\theta_2 \qquad (33.III)$$

$$p_y = p'_1 \sin\theta_1 - p'_2 \sin\theta_2 = 0 \qquad (34.III)$$

في النسبية الخاصة لدينا :

$$E^2 = p^2c^2 + {m_0}^2c^4 \Rightarrow p = \frac{1}{c}\sqrt{\ E^2 - {m_0}^2c^4} \qquad (35.III)$$

ومنه لدينا

$$(E'_1 = E'_2, m_{0\,1} = m_{0\,2} = m_0) \Rightarrow p'_1 = p'_2 \qquad (36.III)$$

نجد بالتعويض في المعادلة (*34.III*)

$$p'_1 \sin\theta_1 - p'_2 \sin\theta_2 = 0 \Longrightarrow \sin\theta_1 = \sin\theta_2 \Longrightarrow \theta_1 = \theta_2 \qquad (37.\mathrm{III})$$

بالتعويض في المعادلة (33.III) نجد:

$$p_1 = 2p'_1 \cos\theta_1 = 2p'_2 \cos\theta_2 \qquad (38.\mathrm{III})$$

ومن قانون انحفاظ الطاقة :

$$E_1 + E_2 = E'_1 + E'_2 \Longrightarrow E_1 + 0 = E'_1 + E'_2 \qquad (39.\mathrm{III})$$

ومنه

$$\Rightarrow \quad E'_1 = E'_2 = \frac{E_1}{2} \qquad (40.\mathrm{III})$$

من المعادلة (38.III) و(40.III) نجد

$$\cos\theta_1 = \frac{p_1}{2p'_1} = \frac{\frac{1}{c}\sqrt{E_1{}^2 - m_0{}^2c^4}}{\frac{2}{c}\sqrt{E'_1{}^2 - m_0{}^2c^4}} = \frac{\sqrt{E_1{}^2 - m_0{}^2c^4}}{2\sqrt{\left(\frac{E_1}{2}\right)^2 - m_0{}^2c^4}} = \frac{\sqrt{E_1{}^2 - m_0{}^2c^4}}{\sqrt{E_1{}^2 - 4m_0{}^2c^4}} \qquad (41.\mathrm{III})$$

8.III. مفعول كوانتوم

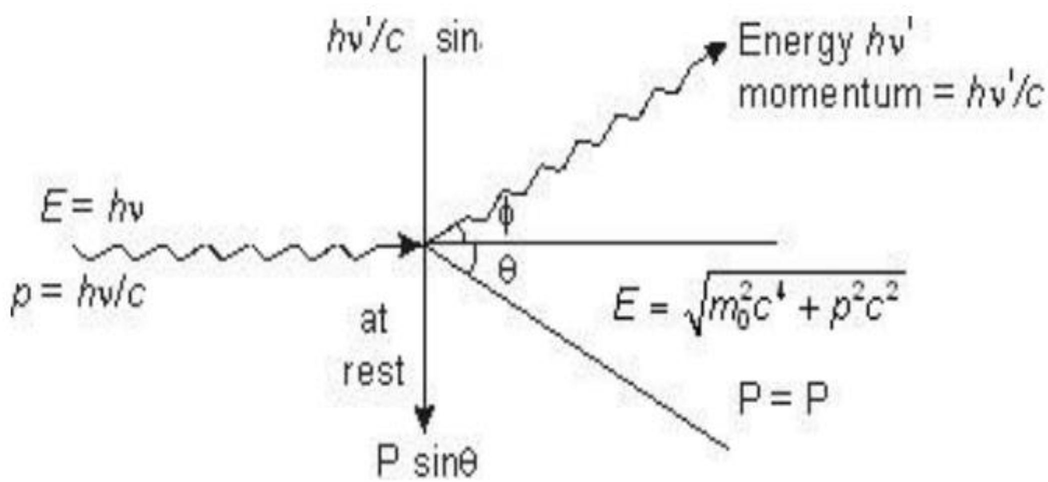
خلال دراسة تشتت أشعة X عن المادة الحظ آرثر كوانتوم عام 1923 أن الاشعة المتشتتة عن السطوح المعدنية تمتلك أطوال موجية أكبر من للأطوال الموجية

للأشعة الساقطة عليها. وبموجب النظرية الكهرومغناطيسية فإن الطول الموجي للإشعاعات المتشتتة ينبغي أن يكون مساويا للطول الموجي للأشعة الساقطة. وهذا يعني أن هنالك مشكلة من المطلوب حلها لتفسير الظاهرة. ومن الواضح أن النظرية الكهرومغناطيسية تخفق مرة أخرى في تفسير تصرف الاشعاعات القصيرة وعلاقتها بالمادة .

قدم كوانتوم تفسيره للظاهرة على أساس أن الإلكترونات الحرة في المادة تمتص جزء من الطاقة التي تحتويها فوتونات أشعة X فتنطلق بطاقة حركية تتناسب مع الطاقة التي امتصتها فيما تتشتت فوتونات أشعة X بطاقة أقل أي بطول موجي أكبر .والمتشتتة والفرق بين الطول الموجي للأشعة الساقطة بموجب حسابات كوانتوم هو:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c}(1 - cos\theta) \qquad (42.III)$$

حيث ان m_0 كتلة الالكترون الساكن و θ هي زاوية تشتت فوتون أشعة X. .



الشكل *3.III*: ظاهرة كوانتوم.

لغرض الوصول الى المعادلة (42.III) نحتاج الى استخدام قانون حفظ الطاقة وقانون حفظ كمية الحركة في عملية تصادم الفوتون مع الالكترون الساكن.

نلاحظ ان هذه الاشعة تنتشر بزوايا معينة مع انه من المفروض ان تكمل طريقها وبالتالي نلاحظ استطالة $\lambda' > \lambda$ ازداد الموجي الطول ان أي الفوتون. لاثبات ذلك ندرس الشعاع الرباعي لكمية الحركة قبل وبعد التصادم:

$$P_1 + P_2 = P'_1 + P'_2 \qquad (43.III)$$

قبل التصادم

$$\vec{P}_1^{\mu} = \begin{pmatrix} \frac{iE_1}{c} \\ \overrightarrow{P_1} \end{pmatrix} \qquad \vec{P}_2^{\mu} = \begin{pmatrix} \frac{iE_2}{c} \\ \overrightarrow{P_2} \end{pmatrix} \qquad (44.III)$$

بعد التصادم

$$\overrightarrow{P'}_1^{\mu} = \begin{pmatrix} \frac{iE'_1}{c} \\ \overrightarrow{P'_1} \end{pmatrix} \qquad \vec{P}_2'^{\mu} = \begin{pmatrix} \frac{iE'_2}{c} \\ \overrightarrow{P_2'} \end{pmatrix} \qquad (45.III)$$

بالنسبة للفوتون، الشعاع الرباعي لكمية الحركة معدوم $(p_2 = 0)$لان كتلته معدومة ومنه بتطبيق مبدأ التصادم فان:

$$\vec{P}^{\mu}_{\text{الصدم قبل}} = \vec{P}^{\mu}_{\text{الصدم بعد}}$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{p_1} + 0 = \overrightarrow{p_1'} + \overrightarrow{p_2'} \\ E_1 + E_2 = E_1' + E_2' \end{cases} \qquad (46.III)$$

ومنه

$$\begin{cases} \overrightarrow{p_2'} = \overrightarrow{p_1'} - \overrightarrow{p_1} \\ E_2' = E_2 + E_1 - E_1' \end{cases} \qquad (47.III)$$

الجداء السلمي

$$\vec{P}_1^{\mu}.\vec{P}_2^{\mu} = \overrightarrow{P'}_1^{\mu}.\overrightarrow{P'}_2^{\mu} \qquad (48.III)$$

بالتعويض يكون:

$$-\frac{E_1E_2}{c^2} + 0 = \overrightarrow{p'_1}.\overrightarrow{p'_2} - \frac{E'_1E'_2}{c^2} \qquad (49.III)$$

بتعويض العلاقة (47.III) في العلاقة (49.III) نجد:

$$-\frac{E_1E_2}{c^2} = \overrightarrow{p'_1}.(\overrightarrow{p_1} - \overrightarrow{p'_1}) - \frac{E'_1(E_2 + E_1 - E_1')}{c^2}$$

وعليه يكون:

$$-\frac{E_1E_2}{c^2} = p'_1p_1cos\theta - p_{\prime 1}^2 - \frac{E'_1E_2}{c^2} - \frac{E'_1E_1}{c^2} + \frac{E'^2_1}{c^2} \qquad (50.III)$$

لدينا:

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \;\; ; \quad E' = h\nu' = \frac{hc}{\lambda\prime} \qquad (51.III)$$

بالتعويض في العلاقة (50.III) *يكون:*

$$-\frac{h\nu.m_0c^2}{c^2} = \frac{h\nu.h\nu\prime}{c^2}cos\theta - \frac{h^2\nu\prime^2}{c^2} - \frac{h\nu\prime.m_0c^2}{c^2} - \frac{h\nu.h\nu\prime}{c^2} + \frac{h^2\nu\prime^2}{c^2} \qquad (52.III)$$

بالقسمة على hc^2 وبعد التبسيط نجد:

$$m_0c^2(\nu' - \nu) = h\nu'\nu(1 - cos\theta) \qquad (53.III)$$

$$\frac{1}{h\nu\prime} - \frac{1}{h\nu} = \frac{1}{m_0c^2}(1 - cos\,\theta)$$

$$\frac{1}{\nu'} - \frac{1}{\nu} = \frac{h}{m_0c^2}(1 - cos\,\theta) \Longrightarrow \frac{1}{\nu'} = \frac{1}{\nu} + \frac{h}{m_0c^2}(1 - cos\,\theta)$$

$$\nu' = \left(\frac{1}{\nu} + \frac{h}{m_0c^2}(1 - cos\,\theta)\right)^{-1} \qquad (54.III)$$

✓ اذا كان: $\theta = \frac{\pi}{2} \Longrightarrow cos\,\theta = 0$

فان:

$$\nu' = \left(\frac{1}{\nu} + \frac{h}{m_0c^2}\right)^{-1} \qquad (55.III)$$

✓ اذا كان: $\nu = \frac{c}{\lambda}$

فان:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0c}(1 - cos\theta) \Rightarrow \Delta\lambda > 0 \qquad (56.III)$$

المقدار التالي يمثل طول موجة مفعول كوانتوم $\frac{h}{m_0c} = \lambda_c = 0{,}024263A°$

9.III. مفعول شيرنكوف

تم اكتشاف تأثير تشيرينكوف وتفسيره من قبل الفيزيائي الروسي بافيل تشيرينكوف، وحصل على جائزة نوبل في عام 1958. يحدث تأثير تشيرينكوف عندما يتحرك الجسيم بسرعة أكبر من سرعة الضوء في الوسط المدروس. ولكنها لا تسير بسرعة أكبر من سرعة الضوء في الفراغ، وبالتالي فلا يوجد ما يتعارض مع نظرية النسبية. إذا كانت v هي سرعة الجسيم، و n هو قرينة انكسار الوسط، فلدينا:

$$\frac{n}{c} \leq v < c \qquad (57.\mathrm{III})$$

ان شعاع تشيرينكوف هو شكل من أشكال الطاقة التي يمكن أن نراها على شكل توهّجٍ باللون الأزرق عند إطلاقها وذلك عندما تتحرك الجزيئات المشحونة كهربائيًّا التي تحتوي على الذرات، أي الإلكترونات والبروتونات، بسرعة تتخطى سرعة الضوء في وقت مُحدَّد .

لا شيء يستطيع الانتقال أسرع من الضوء في الفراغ. ولكن في أماكن أخرى، تستطيع الجزيئات أن تنتقل بسرعة تتخطى سرعة الضوء. ففي الماء مثلاً، تتراجع سرعة الضوء بنسبة 75% من سرعته الطبيعية، لكن هناك جزيئات أخرى لا تتراجع سرعتها بهذا الشكل ما يؤدي إلى انتقالها بسرعة تتخطى سرعة الضوء في نهاية المطاف. وعندئذٍ، يَظهر وهجٌ أزرق أو بنفسجي.

- **لماذا اللون الأزرق؟**

حين تتحرك الجزيئات المشحونة بسرعة تتخطى سرعة الضوء في المياه مثلاً، فهي تتسبب في خلل في توازن طاقة الجزيئات المتحرِّكة. ولإعادة هذا التوازن، تُطلِق هذه الجزيئات ما يُسمى بالفوتونات، وهي نوعٌ من الجزيئات التي تكوِّن الضوء المرئي، مؤديةً إلى "موجة مُفاجئة" من الضوء المرئي. وهذا التأثير مماثل للتأثير الذي يحدثه الانفجار الصوتي عند حدوث تحرُّكات أسرع من الصوت، لكن على المستوى المرئي.

وإنّ الألوان المختلفة التي تراها العين المُجرَّدة هي بالحقيقة أنواع مختلفة من الموجات التي تتألّف من الفوتونات. وبسبب نسبة الطاقة المرتفعة التي تحدث خلال إشعاع تشيرينكوف، تنتقل الفوتونات على شكل موجاتٍ ذات تردُّدات مرتفعة وأطوال موجية قصيرة، وهي عادة ما تكون بنفسجية وزرقاء اللون. وكلما ارتفعت الترددات وقصُرت الأطوال الموجية، ظهر اللون الأزرق أو البنفسجي بشكل أوضح للعين المجرَّدة. ولا يمكن للعين المجردة أن ترى الأشعة فوق البنفسجية لكن يمكن التقاطها بأدوات محددة تُستخدم لقياس إشعاع تشيرينكوف.

- **أين يتم رصد تأثير تشيرينكوف؟**

اللون الأزرق في أحواض محطات الطاقة النووية يعود إلى ظاهرة تشيرينكوف، حيث تنبعث الجسيمات في الواقع بسرعات عالية للغاية أثناء التفكك الإشعاعي الذي يحدث في المفاعل قبل أن يتباطأ بفعل الماء.

تمكن رواد الفضاء أيضًا من ملاحظة الومضات الزرقاء في عيونهم، بسبب تأثير تشيرينكوف: في الخلط المائي للعين، من الممكن أن تتحرك الجسيمات الكونية السريعة للغاية بسرعة أكبر من سرعة الضوء في هذا الوسط، مما يخلق تأثير تشيرينكوف. لا يتم ملاحظة هذا التأثير على سطح الكرة الأرضية لأن الجسيمات الكونية تتباطأ أو يمتصها الغلاف الجوي قبل الوصول إلى الأرض.

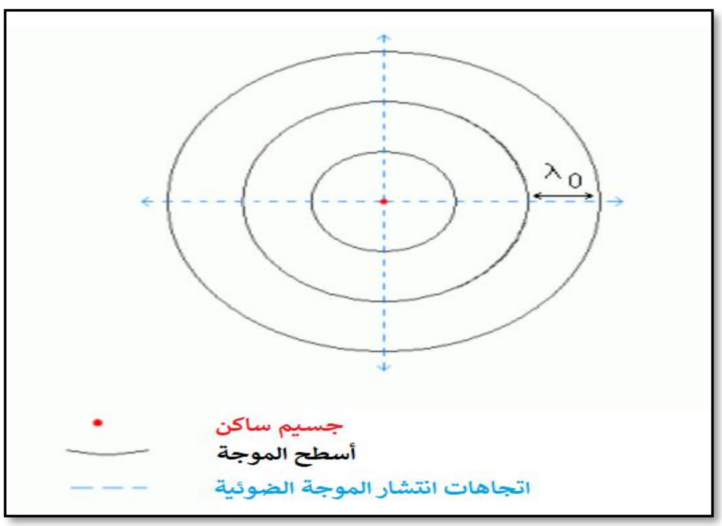
يتم استخدام تأثير شيرينكوف على نطاق واسع لتحديد سرعة الجسيمات السريعة جدًا عن طريق قياس زاوية مخروط الضوء المنبعث من الجسيمات. ويستخدم كاشف سوبر كاميوكاندي في اليابان، على وجه الخصوص، تأثير تشيرينكوف. وأخيرا، تم استخدام تأثير تشيرينكوف حتى في الطب!...

- ✓ **حالة الجسيم الساكن**

عندما يصدر جسيم. ثابت ضوءًا (يفترض أنه يشع بشكل متساوي الخواص) بطول موجي λ_0 في وسط له قرينة انكسار n ، تكون أسطح الموجة في لحظة معينة (الأسطح التي تكون عليها سعة الموجة في تلك اللحظة هي الحد الأقصى) عبارة عن كرات متحدة المركز، متمركزة على الجسيم الباعث، ويفصل بينهما مسافة λ_0.

الموجة تتحرك بسرعة الضوء $v_1 = \frac{c}{n}$، يزداد نصف قطر هذه المجالات بمقدار الطول $v_1 t$ أثناء المدة t.

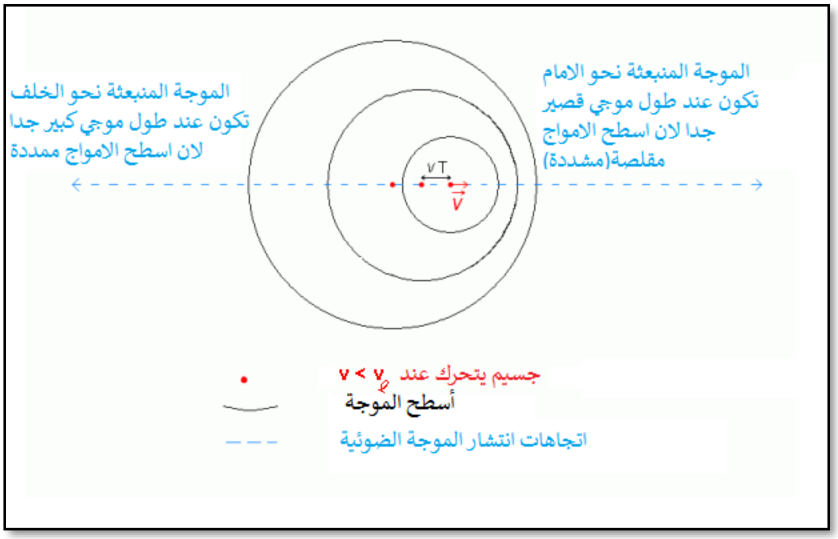
علاوة على ذلك، فإن الموجة لها فترة زمنية T، لذا يحدث كل شيء كما لو أن أسطح الموجة، هذه الكرات المتحدة المركز، "تنبعث" في كل فترة $T = \frac{\lambda_0}{v_1}$. هذه الفترة تتراوح ما بين 10 إلى 15 ثانية.



الشكل (4.III): جسيم ثابت ينبعث عند الطول الموجي λ_0.

✓ **جسيم يتحرك بسرعة أقل بكثير من سرعة الضوء في هذا الوسط (الحالة التي نجد فيها تفسير ظاهرة دوبلر)**

عندما يتحرك الجسيم بسرعة v، تصبح أسطح الموجة مرة أخرى كرات، تتمدد بشكل متساوي الخواص، وتتركز على النقطة التي تم "إصدارها" عندها. لكن هذه المرة، عندما يتحرك الجسيم، تتغير مراكز الأسطح الموجية المختلفة.



الشكل(5.III): جسيم يتحرك بسرعة أقل من سرعة الضوء.

نرى أن طول موجة الضوء يعتمد على الاتجاه الذي نرصدها فيه. لم يتم هنا سوى إظهار اتجاهين للملاحظة يتوافقان مع القيم القصوى لطول الموجة، ولكن من الواضح أنه يمكن ملاحظة موجة الضوء المنبعثة في جميع الاتجاهات في الفضاء.

تعتمد المسافة بين سطحي الموجتين على الاتجاه الذي يُنظر فيه إلى الجسيم. الفرق في نصف القطر بين سطحي الموجة المتتالية هو $\lambda_0 = v_1 T$ ويتم تحويل مراكزهم بواسطة $vT = \lambda_0 \frac{v}{v_1}$ (v هي سرعة الجسيم المنبعث).

وبالتالي فإن المسافة بين سطحي الموجة المتتالية هي:

$$\lambda = \lambda_0 (1 - \frac{v}{v_1}) \qquad (58.III)$$

للموجات المنبعثة نحو مقدمة الجسيم. الموجات الضوئية المنبعثة من جسيم يقترب منا تتحول إلى اللون الأزرق (أطوال موجية أقصر).

و

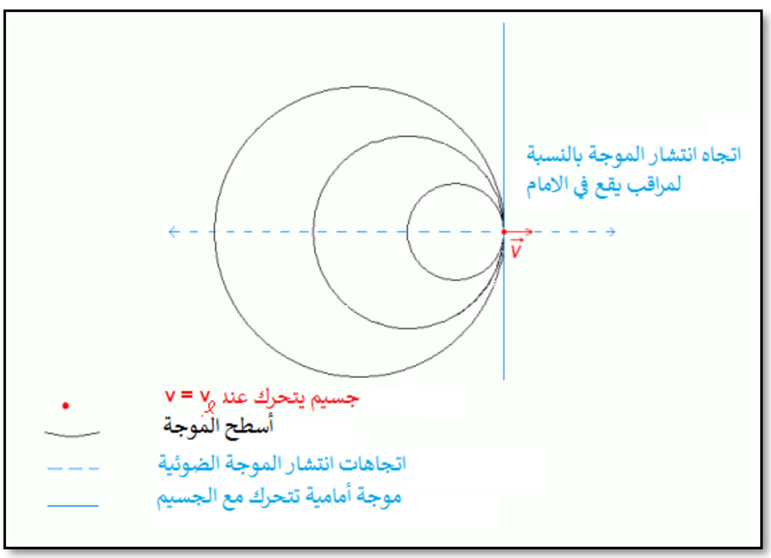
$$\lambda = \lambda_0 (1 + \frac{v}{v_1}) \quad (59.III)$$

للموجات المنبعثة نحو الجزء الخلفي من الجسيم. الموجات الضوئية المنبعثة من جسيم يتحرك بعيدًا عنا تتحول إلى اللون الأحمر (أطوال موجية أطول).

هذه الظاهرة، التي تسمى "تأثير دوبلر"، تشبه ما يحدث عندما تتحرك مركبة بسرعة عالية نحو مراقب: الصوت المنبعث يكون في البداية عالي النبرة (أطوال موجية أقصر)، ثم عندما تمر المركبة بالقرب من المراقب وتبتعد عنه، يكون الصوت منخفض النبرة (أطوال موجية أطول). يمكن ملاحظة تأثير دوبلر في الضوء الذي يصل إلينا من المجرات البعيدة. هذا الضوء، بسبب هروب المجرات (بسبب توسع الكون، تتحرك المجرات بعيدا عنا بسرعة أكبر كلما ابتعدت عن مجرة درب التبانة)، يتحول نحو اللون الأحمر (أطوال موجية أطول). ومن خلال قياس هذا التحول، يمكن تحديد سرعة هروب المجرات.

✓ **جسيم يتحرك بسرعة تساوي سرعة الضوء في هذا الوسط**

ماذا يحدث عندما تصل سرعة الضوء في الوسط؟ نرى بعد ذلك أنه، للأمام، الطول الموجي المحسوب مسبقًا: $\lambda = \lambda_0 (1 - \frac{v}{v_1})$، وهو أيضًا المسافة بين سطحي موجتين متتاليتين، هو 0 $(v = v_1)$ يلحق الجسيم بالموجة التي يصدرها: وبالتالي، تتقارب جميع المجالات في نفس النقطة (هذه النقطة هي موضع الجسيم في هذه اللحظة)." وبالتالي فإن طاقة الضوء المنبعثة للأمام تتركز على المستوى العمودي على مسار الجسيم وتمر عبر موقعه في تلك اللحظة، ونحصل على "وميض" مضيء.

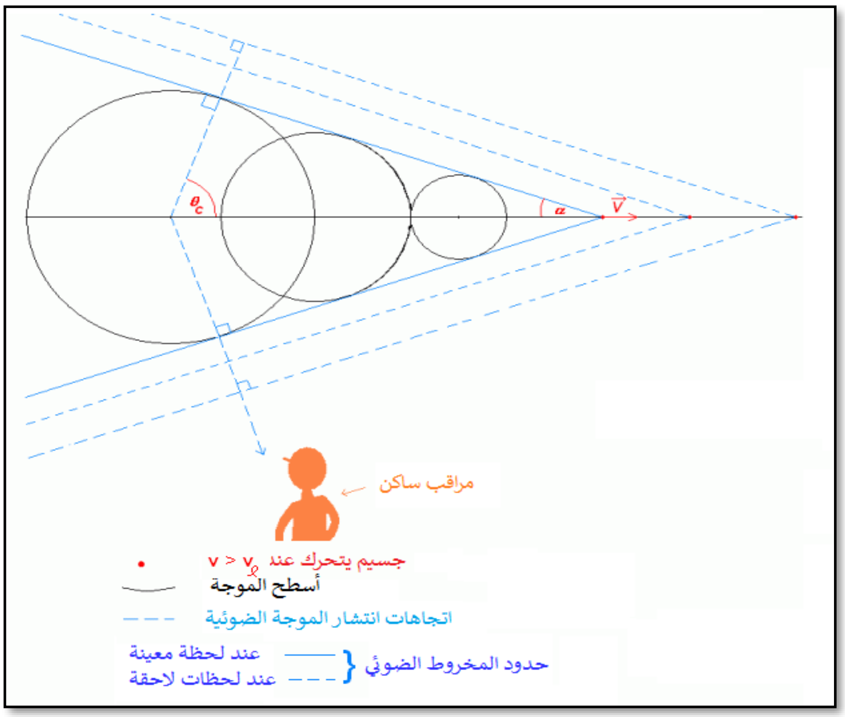


الشكل (6.III) جسيم يتحرك بسرعة الضوء

عندما يتعلق الأمر بالموجات الصوتية، فإننا نسمع صوت "ضجة": حيث تتجاوز السيارة "حاجز الصوت"، وتركز كل طاقة الصوت المنبعثة إلى الأمام على مستوى واحد. والقياس في حالة الضوء هو ذلك "الوميض" المضيء الذي نحصل عليه عندما نتجاوز سرعة الضوء.

✓ **جسيم يتحرك بسرعة أكبر من سرعة الضوء في هذا الوسط (ولكن أقل من سرعة الضوء c)**

عندما تتجاوز سرعة الجسيم سرعة الضوء في الوسط الذي يتحرك فيه، فإنه يتحرك بسرعة أكبر من أسطح الموجات التي "ينبعث منها" وتنتهي هذه الأخيرة "خلف" الجسيم. يتم تضمينهم جميعًا في مخروط رأسه هو الجسيم المتحرك. سيتم ملاحظة نصف الزاوية في الجزء العلوي من هذا المخروط α (الشكل 7.III).



الشكل*7.III*: جسيم يتجاوز سرعة الضوء

يمكننا حساب α من خلال كتابة، في المثلث القائم الزاوية، أحد رؤوسه هو موضع الجسيم في اللحظة المعتبرة والأضلاع أحد مولدات المخروط (باللون الأزرق على الرسم)، ومسار الجسيم (باللون الأسود على الرسم، هو محور المخروط)، ونصف قطر أحد أسطح الموجة:

$$sin\alpha = \frac{\text{نصف قطر سطح الموجة}}{\text{المسافة بين مركز هذه الكرة و الجسيم}} \qquad (60.III)$$

أو أنه إذا تم إصدار سطح الموجة المعتبر قبل t ثانية،

$$sin\alpha = \frac{v_1 t}{vt} = \frac{v_1}{v} = \frac{c}{nv} \qquad (61.III)$$

(يزداد نصف قطر الكرات بسرعة v_1).

نلاحظ أنه كلما زاد المؤشر أو السرعة، كلما كانت قيمة α أصغر، دون أن تصل إلى 0: القيمة الدنيا للزاوية α تتوافق في الواقع، بالنسبة لمؤشر معين، مع $v = c$ أو $sin\alpha = \frac{1}{n}$. القيمة القصوى لـ α هي 90°، بغض النظر عن n، ويتم الوصول إليها عندما يتحرك الجسيم بسرعة الضوء في الوسط.

أسئلة الفصل الثالث

س 1- هل المبدأ الأساسي للتحريك في النسبية الخاصة هو نفسه الذي كان في الفيزياء الكلاسيكية؟

س 2- اكتب عبارة الشعاع الرباعي طاقة – كمية الحركة؟

س 3- هل الطاقة الكلية تساوي الطاقة عند السكون؟

س 4- اكتب عبارة الشعاع الرباعي لشعاع الموجة؟

س 5- عرف ظاهرة كوانتوم وما الهدف من دراستها؟

س 6- عند تسليط اشعة قصيرة على المادة مثل اشعة γ في تجربة مفعول كوانتم. ماذا يحدث؟

تمارين الفصل الثالث

التمرين الأول:

الشعاع الرباعي للسرعة يعطى كما يلي: $\overrightarrow{v^{\mu}} = (ic\,\gamma_{(v)}, \gamma_{(v)}\vec{v})$.

1- أوجد مركبات الشعاع الرباعي لكمية الحركة $\overrightarrow{P^{\mu}}$ و كذلك $\overrightarrow{P^{\mu}}^2$ و $\overrightarrow{v^{\mu}}^2$. ثم استنتج الطاقة النسبية بدلالة كمية الحركة؟

2- أوجد مركبات الشعاع الرباعي للقوة $\overrightarrow{F^{\mu}}$ وكذلك $\overrightarrow{F'^{\mu}}$ ؟

3- استنتج الشعاع الرباعي للتسارع ؟

التمرين الثاني:

1- برهن أن عبارة الطاقة في النسبية تكتب بالعلاقة $E^2 = \vec{p}^2c^2 - m^2c^4$.

2- اثبت ان مشتقة الطاقة بالنسبة لكمية الحركة تساوي السرعة النسبية $\frac{dE}{dP} = v$.

التمرين الثالث:

في تجربة ظاهرة كوانتوم لفوتون تواتره ν مصطدم بإلكترون نعتبره في حالة سكون. الفوتون المنتشر بواتر ν' يصنع زاوية θ مع اتجاه الفوتون الساقط. نلاحظ ان $\overrightarrow{P'^{\mu}_{\gamma}}, E^{\mu}{}_{\gamma}, \overrightarrow{P'^{\mu}_{e}}, E^{\mu}{}_{e}$ هي الاشعة الرباعية لطاقة – كمية الحركة قبل وبعد الصدم للفوتون والالكترون.

1) .a– اكتب معادلات انحفاظ الطاقة وكمية الحركة خلال هذا الصدم؟

.b- استنتج الشعاع الرباعي $\overrightarrow{P'^{\mu}}$ بدلالة الاشعة الرباعية السابقة؟

2) بين ان طاقة الفوتون بعد الصدم تعطى بالعلاقة: $h\nu' = \dfrac{h\nu}{1+\frac{h\nu}{m_0}(1-cos\theta)}$

3) استنتج التغير في الطول الموجي$\Delta\lambda$.

التمرين الرابع:

نعتبر تصادم مرن لجسم نسبي كتلته m وطاقته E_1 مع جسم له نفس الكتلة وساكن في المعلم R

1 – في حالة الطاقتين بعد التصادم متساويتين اوجد زوايا انتشار الجسمين بعد التصادم بالنسبة لاتجاه الجسم قبل التصادم

2- تطبيق نعتبر بروتون كتلته $m = 938MeV/c^2$ وطاقته $E_1 = 400GeV$ يصتدم ببروتون ساكن احسب الزوايا التي يتخذها البروتونين بعد التصادم بالنسبة لاتجاه البروتون القادم قبل التصادم .

حلول تمارين الفصل الثالث

حل التمرين الأول:

1- ايجاد مركبات الشعاع الرباعي لكمية الحركة $\overrightarrow{\mathrm{P}^{\mu}}$ و كذلك $\overrightarrow{\mathrm{P}^{\mu}}^2$ و $\overrightarrow{v^{\mu}}^2$

$$\vec{P}^{\mu} = m\vec{v}: \begin{cases} p_0 = im_0\gamma c = \dfrac{E}{c} \\ \vec{p} = m_0\gamma\vec{v} \end{cases}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{P}^{\mu}}^2 = \left(i\frac{E}{c}\right)^2 + (\vec{p})^2 = p^2 - \frac{E^2}{c^2}$$

إيجاد $\overrightarrow{v^{\mu}}^2$

$$\overrightarrow{v^{\mu}} = (ic\gamma)^2 + (\gamma\vec{v})^2 = -\gamma^2(v^2 - c^2) = -c^2$$

- استنتاج الطاقة النسبية بدلالة كمية الحركة:

لدينا من عبارة الشعاع الرباعي لكمية الحركة

$$\frac{\vec{v}}{c} = \frac{\vec{p}c}{E} \quad ,\gamma = \frac{E}{m_0c^2}$$

ومنه:

$$p^2 = m_0v^2 = \frac{E^2}{c^2} - \vec{p}^2 = m_0c^2 \Longrightarrow E^2 = \vec{p}^2c^2 + {m_0}^2c^4$$

2- ايجاد مركبات الشعاع الرباعي للقوة $\overrightarrow{\mathrm{F}^{\mu}}$ وكذلك $\overrightarrow{\mathrm{F}'^{\mu}}$

$$\overrightarrow{F^{\mu}} = \frac{d\overrightarrow{P^{\mu}}}{d\tau} = \gamma\frac{d\overrightarrow{P^{\mu}}}{dt} = \gamma(F_0, \vec{F})$$

$$F_0 = \frac{dp_0}{d\tau} = \gamma\frac{d\left(\frac{E}{c}\right)}{dt} = \gamma\frac{1}{c}\frac{dE_c}{dt} = \gamma\frac{\vec{F}.\vec{v}}{c}$$

وبالتالي يكون:

$$\vec{F}^{\mu} = \left(\gamma \frac{\vec{F}.\vec{v}}{c}, \gamma\vec{F}\right)$$

ويمكن استنتاج $\overrightarrow{F'^{\mu}}$ من قانون تحويل القوة:

$$\overrightarrow{F'^{\mu}} = \begin{cases} \gamma'_{(v')}\left(\frac{\overrightarrow{F'}.\overrightarrow{v'}}{c}\right) = \gamma_{(V)}\gamma_{(v)}\left[\frac{\vec{F}.\vec{v}}{c} - \beta F_x\right] \\ \gamma'_{(v')}F'_x = \gamma_{(V)}\gamma_{(v)}\left[F_x - \beta\frac{\vec{F}.\vec{v}}{c}\right] \\ \gamma'_{(v')}F'_y = \gamma_{(v)}F_y \\ \gamma'_{(v')}F'_z = \gamma_{(v)}F_z \end{cases}$$

3- استنتاج الشعاع الرباعي للتسارع:

من عبارة المبدا الأساسي للتحريك

$$\vec{F}^{\mu} = m\vec{a}^{\mu} \Rightarrow \vec{a}^{\mu} = \frac{\vec{F}^{\mu}}{m}$$

حل التمرين الثاني:

1- لنبرهن أن عبارة الطاقة في النسبية تكتب بالعلاقة $E^2 = p^2c^2 - m^2c^4$

$$\frac{\vec{v}}{c} = \frac{\vec{p}c}{E} \quad ,\gamma = \frac{E}{m_0c^2}$$

ومنه:

$$p^2 = m_0v^2 = \frac{E^2}{c^2} - \vec{p}^2 = m_0c^2 \Longrightarrow E^2 = \vec{p}^2c^2 + {m_0}^2c^4$$

2- اثبت ان مشتقة الطاقة بالنسبة لكمية الحركة تساوي السرعة النسبية $\frac{dE}{dP} = v$

باشتقاق المعادلة السابقة نجد:

$$2EdE = 2c^2pdp \Rightarrow \frac{dE}{dp} = c^2\frac{p}{E} = c^2\frac{v}{c^2} = v$$

حل التمرين الثالث:

1) a. كتابة معادلات انحفاظ الطاقة وكمية الحركة خلال هذا الصدم

الشعاع الرباعي لكمية الحركة قبل وبعد التصادم:

$$\vec{P}^{\mu}_{\text{الصدم قبل}} = \vec{P}^{\mu}_{\text{الصدم بعد}}$$

$$\overrightarrow{P_\gamma} + \overrightarrow{P_e} = \overrightarrow{P'_\gamma} + \overrightarrow{P'_e}$$

عبارة الطاقة قبل وبعد الصدم:

$$E_\gamma + E_e = E_\gamma{}' + E'_{é}$$

b. استنتاج الشعاع الرباعي $\overrightarrow{p'^{\mu}}$ للاشعة الرباعية السابقة:

قبل التصادم

$$\vec{P}^{\mu}_{\gamma} = \begin{pmatrix} \frac{E}{c} \\ \overrightarrow{p_\gamma} \end{pmatrix} \qquad \vec{P}^{\mu}_{e} = \begin{pmatrix} m_e c \\ \vec{0} \end{pmatrix}$$

بعد التصادم

$$\vec{P}'^{\mu}_{\gamma} = \begin{pmatrix} \frac{E'}{c} \\ \overrightarrow{p_\gamma}' \end{pmatrix} \qquad \vec{P}'^{\mu}_{e} = \begin{pmatrix} \gamma_e m_e c \\ \overrightarrow{p_e{}'} \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{P_\gamma} + \overrightarrow{P_e} = \overrightarrow{P'_\gamma} + \overrightarrow{P'_e} \Longrightarrow \overrightarrow{P_\gamma} - \overrightarrow{P'_\gamma} = \overrightarrow{P'_e} \Longrightarrow \left(\overrightarrow{P_\gamma} - \overrightarrow{P'_\gamma}\right)^2 = \left(\overrightarrow{P'_e}\right)^2$$

$$\Longrightarrow \left(\overrightarrow{P_\gamma}\right)^2 + \left(\overrightarrow{P'_\gamma}\right)^2 - 2\vec{P}_\gamma\overrightarrow{P'}_\gamma = \left(\overrightarrow{P'_e}\right)^2$$

$$P_\gamma P'_\gamma = \begin{pmatrix} \frac{E}{c} \\ \frac{E}{c}\vec{u} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{E'}{c} \\ \frac{E'}{c}\vec{u}' \end{pmatrix} = \frac{EE'}{c^2} - \frac{EE'}{c^2}\vec{u}.\vec{u}' = \frac{EE'}{c^2}(1-\cos\theta)$$

2) بين ان طاقة الفوتون بعد الصدم تعطى بالعلاقة: $h\nu' = \frac{h\nu}{1+\frac{h\nu}{m_0}(1-cos\theta)}$

بالتعويض في المعادلة السابقة:

$$m_e E - m_e E' - \frac{EE'}{c^2}(1-\cos\theta) = 0 \Rightarrow \frac{E-E'}{EE'} = \frac{1}{m_e c^2}(1-\cos\theta)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{E'} - \frac{1}{E} = \frac{1}{m_e c^2}(1-\cos\theta)$$

لدينا: $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ و $E' = h\nu' = \frac{hc}{\lambda\prime}$

بالتعويض :

$$\frac{1}{h\nu'} - \frac{1}{h\nu} = \frac{1}{m_0 c^2}(1-\cos\theta)$$

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1+\frac{h\nu}{m_0 c^2}(1-\cos\theta)}$$

3) استنتج التغير في الطول الموجي Δλ .

$$\frac{1}{h\nu'} - \frac{1}{h\nu} = \frac{1}{m_0 c^2}(1-\cos\theta)$$

$$\frac{1}{\nu'} - \frac{1}{\nu} = \frac{h}{m_0 c^2}(1-\cos\theta) \Rightarrow \frac{1}{\nu'} = \frac{1}{\nu} + \frac{h}{m_0 c^2}(1-\cos\theta)$$

$$\nu' = \left(\frac{1}{\nu} + \frac{h}{m_0c^2}(1 - cos\,\theta)\right)^{-1}$$

ومنه

$$\nu' = \left(\frac{1}{\nu} + \frac{h}{m_0c^2}\right)^{-1}$$

لدينا $\nu = \frac{c}{\lambda}$ بالتعويض يكون:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0c}(1 - cos\theta)$$

حل التمرين الرابع:

في حالة تصادم مرن بين جسمين متماثلين احدهما ساكن والاخر متحرك وله طاقة عندما تكون طاقتيهما بعد التصادم متساويتين نحسب زوايا نتشار هذيم الجسمين

لدينا من انحفاظ كمية الحركة

$$p_1 = p_x = p'_1\cos\theta_1 + p'_2\cos\theta_2 \qquad (1)$$

$$p_y = p'_1\sin\theta_1 - p'_2\sin\theta_2 = 0 \qquad (2)$$

في النسبية الخاصة لدينا

$$E^2 = p^2c^2 + m^2c^4 \Longrightarrow p = \frac{1}{c}\sqrt{E^2 - m^2c^4}$$

ومنه لدينا

$$(E'_1 = E'_2, m_1 = m_2) \Longrightarrow p'_1 = p'_2$$

نجد بالتعويض في المعادلة (2)

$$p'_1 \sin\theta_1 - p'_2 \sin\theta_2 = 0 \Longrightarrow \sin\theta_1 = \sin\theta_2 \Longrightarrow \theta_1 = \theta_2$$

بالتعويض في المعادلة الاولى نجد

$$p_1 = 2p'_1 \cos\theta_1 = 2p'_2 \cos\theta_2$$

ومن انحفاظ الطاقة

$$E_1 + E_2 = E'_1 + E'_2 \Longrightarrow E_1 + 0 = E'_1 + E'_2$$

$$E'_1 = E'_2$$

ومنه

$$E'_1 = E'_2 = \frac{E_1}{2}$$

بالتعويض في معادلة كمية الحركة نجد

$$\cos\theta_1 = \frac{p_1}{2p'_1} = \frac{\frac{1}{c}\sqrt{{E_1}^2 - m^2c^4}}{\frac{2}{c}\sqrt{{E'_1}^2 - m^2c^4}} = \frac{\sqrt{{E_1}^2 - m^2c^4}}{2\sqrt{\left(\frac{E_1}{2}\right)^2 - m^2c^4}} = \frac{\sqrt{{E_1}^2 - m^2c^4}}{\sqrt{{E_1}^2 - 4m^2c^4}}$$

في حالة بروتون كتلته $m = 938MeV/c^2$ وطاقته $E_1 = 400GeV$ يصتدم ببروتون ساكن

$$\cos\theta_1 = \frac{\sqrt{{E_1}^2 - m^2c^4}}{\sqrt{{E_1}^2 - 4m^2c^4}} = \frac{\sqrt{(4 \times 10^3)^2 - (9{,}38)^2}}{\sqrt{(4 \times 10^3)^2 - 4(9{,}38)^2}} = 1 \Rightarrow \theta_1 = 0$$

المحور الرابع

الكهرومغناطيسية النسبية

IV.1. مقدمة

قد اصبح معروفا الان من ان قانون كولوم هو الاساس في حساب القوة الكهربائية المؤثرة على الشحنات الساكنة. ولكن اذا تحركت تلك الشحنات فان قوة جديدة تظهر لتضاف الى قوة كولوم هي القوة المغناطيسية وقد تم توضيح ذلك سابقا. افتراض اينشتاين في عام *1905* مستعينا بنظريته النسبية ان هاتين القوتين الكهربائية والمغناطيسية تنشآن من القوة الكهربائية. وقد أجريت تجارب كثيرة تتعلق بهذه الدراسة وثبت ان العالم اينشتاين كان على صواب عندما وضع هذا الافتراض. ان هاتين القوتين تم تسميتهما معا بالقوة الكهرومغناطيسية للترابط الوثيق فيما بينهما وان ظهور قوة مغناطيسية يعطي تصحيحا نسبيا لقانون كولوم.

IV.2. مراجعة لقوانين الكهرومغناطيسية

IV.2.1. المجال الكهربائي والمغناطيسي المتغير مع الزمن

اذا كانت الشحنة الكهربية دالة للزمن، فانه عند اي نقطة ما وفي اي لحظة زمنية يكون قانون جاوس بصيغته التفاضلية والتكاملية صحيحا وكالتالي:

$$\nabla . E(r,t) = \frac{\rho(r,t)}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \oint_s \; E(r,t).ds = \frac{Q(r,t)}{\varepsilon_0} \qquad (1.IV)$$

وبالمثل، تكون معادلات المجال المغناطيسي $B(r,t)$ صحيحة وبالصيغة الرياضية التالية:

$$\nabla . B(r,t) = 0 \quad \Rightarrow \oint_s \; B(r,t).ds = 0 \qquad (2.IV)$$

وتعتبر هذه المعادلات الاركان الاساسية للنظرية الكهرومغناطيسية .اما قانون فراداي بصيغته التفاضلية للمجالات المتغيرة زمنيا يكون صحيحا ويمثل احد المعادلات الاصلية للنظرية الكهرومغناطيسية ، وهو على الصورة التالية:

$$\nabla \times E(r,t) = -\frac{\partial B(r,t)}{\partial t} \qquad (3.IV)$$

في هذه الحالة، نلاحظ ان المجال الكهربي ال يكون مجالا محافظا، أي $\oint_c \; E.dr \neq 0$ لأن القوة الدافعة التأثيرية لا تساوي صفرا في هذه الحالة، كما نلاحظ ان مصدر المجال الكهربي يعود الى التوزيع الشحني والى التغير الزمني للمجال المغناطيسي والناتج عن كون توزي ع التيار الكهربي دالة زمنية. وبصورة عامة لا

يكون تدوير (التفاف) وتباعد المجال الكهربي مساويا للصفر. وفقط يكون المجال الكهربي محافظا عندما يكون المجال المغناطيسي ثابتا مع الزمن.

لايجاد شدة المجال الكهربائي ، والمكون من حدين الاول منهما يكون محافظا والثاني غير محافظ ، نتبع ما يلي:

بما ان :

$$\nabla . B = 0 \Rightarrow B = \nabla \times A \qquad (4.IV)$$

حيث A الجهد المغناطيسي المتجه، بالتعويض في قانون فراداي التفاضلي نحصل على:

$$\nabla \times E = -\frac{\partial}{\partial t}(\nabla \times A) = \nabla \times \left(-\frac{\partial A}{\partial t}\right) \Rightarrow \nabla \times \left(E + \frac{\partial A}{\partial t}\right) = 0 \qquad (5.IV)$$

من نظريات المتجهات، اذا كان التفاف اي متجه ما يساوي الصفر، فإن هذا المتجه يساوي سالب تحدر دالة عددية. وعليه:

$$E + \frac{\partial A}{\partial t} = -\nabla \Phi \Rightarrow E = -\frac{\partial A}{\partial t} - \nabla \Phi \qquad (6.IV)$$

حيث Φ تمثل دالة الجهد الكهربي.

2.2.IV. معادلات ماكسويل

استطاع ماكسويل ان يضع الاسس الرياضية للنظرية الكهرومغناطيسية في الاوساط المادية على الصورة التالية:

معادلة ماكسويل $\mathrm{Div}\, \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_o}$

معادلة ماكسويل فراداي $\overrightarrow{\mathrm{Rot}}\, \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

معادلة التدفق $\mathrm{Div}\, \vec{B} = 0$

معادلة ماكسويل امبار $\overrightarrow{\mathrm{Rot}}\, \vec{B} = \mu_o \vec{J} + \varepsilon_o \mu_o \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

3.2.IV. معادلة انتشار الموجة الكهرومغناطيسية

في غياب المنبع ($\vec{J} = \vec{0}$، $\rho = 0$) ، معادلات انتشار الامواج بالسرعة $v_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} = c$ هي

$$\vec{\nabla} \wedge \left(\vec{\nabla} \wedge \vec{E}\right) = -\frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla} \wedge \vec{B} = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\vec{\nabla}\left(\vec{\nabla}.\vec{E}\right) = -\Delta\vec{E} = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \Delta\vec{E} = 0 \qquad (7.IV)$$

تسمى معادلة الموجة للمجال الكهربائي.

بنفس الطريقة نتحصل على معادلة الموجة للمجال المغناطيسي:

$$\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} - \Delta\vec{B} = 0 \qquad (8.IV)$$

اي ان كل مركبات شعاع الحقل الكهرومغناطيسي تحقق معادلة الموجة

$$\nabla\psi = 0 \qquad (9.IV)$$

3.IV. صمود قوانين الكهرومغناطيسية: الاشعة الرباعية للتيار والكمون

1.3.IV. قوة لورنتز

قوة لورنتز $\vec{F}_{ext}$ التي تؤثر على شحنة q سرعتها $\vec{V}$ عن طريق الحقل الكهرومغناطيسي $\left(\vec{E},\vec{B}\right)$ تبقى صامدة بتحويلات لورنتز.

$$\vec{F}_{ext} = q\left(\vec{E} + \vec{V}\Lambda\vec{B}\right) \qquad (10.IV)$$

وقانون تحويل شعاع الحقل الكهرومغناطيسي يكون بالشكل التالي:

$$\begin{cases} E_x = E'_x \\ E_y = \gamma\left(E'_y + vB'_Z\right) \\ E_Z = \gamma(E'_Z - vB'_y) \end{cases} \qquad (11.\text{IV})$$

$$\begin{cases} B_x = B'_x \\ B_y = \gamma(B'_y - \frac{v}{c^2}E'_z) \\ B_z = \gamma(B'_z + \frac{v}{c^2}E'_y) \end{cases} \qquad (12.\text{IV})$$

ومركبات تحويل السرعة تعطى كالاتي:

$$v_x = \frac{v'_x + V}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}} ، \; v_y = \frac{v'_y}{\gamma\left(1 + \frac{v'_x V}{c^2}\right)} ، \; v_z = \frac{v'_z}{\gamma\left(1 + \frac{v'_x V}{c^2}\right)} \qquad (13.\text{IV})$$

وبالتالي فان مركبات شعاع القوة تكون:

$$\begin{cases} F_x = q(E_x + V_y B_z - V_z B_y) \\ F_y = q(E_y + V_z B_x - V_x B_z) \\ F_z = q(E_z + V_x B_y - V_y B_x) \end{cases} \qquad (14.\text{IV})$$

يمكن التعبير عن هذه القوة بشكل مغاير (القوة الرباعية).

$$\overrightarrow{F^\mu} = \frac{d\overrightarrow{P^\mu}}{d\tau} = \gamma \frac{d\overrightarrow{P^\mu}}{dt} = \left(\gamma \frac{\vec{F}.\vec{v}}{c}, \gamma\vec{F}\right) \qquad (15.\text{IV})$$

2.3.IV. الشعاع الرباعي لكثافة التيار الكهربائي:

$$Div\,\vec{J} + \frac{\partial\rho}{\partial t} = 0 \;\Rightarrow\; \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} + \frac{\partial J_z}{\partial z} + \frac{\partial\rho}{\partial t} = 0 \qquad (16.\text{IV})$$

$$\Rightarrow\; \frac{\partial\rho}{\partial t} + \left(\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} + \frac{\partial J_z}{\partial z}\right) = 0 \qquad (17.\text{IV})$$

المركبات الزمن - مكانية للشعاع الرباعي $\vec{j}^{\mu}$ هي

$$\vec{j}^{\mu} = (j_0, \vec{j}) = (\rho_{0c}, \vec{j}) \qquad (18\ .IV)$$

بالنسبة لملاحظ ساكن بالنسبة للإلكترون

$$j^{\mu} = (\rho_0 c, 0) \qquad (19.IV)$$

وشبه الطويلة لهذا الشعاع من النوع الزمني

$$j^2 = {\rho_0}^2 c^2 \qquad (20.IV)$$

قانون تحويل الشعاع الرباعي لكثافة التيار بين المعالم:

$$\vec{j}'^{\mu} = (\mathscr{L})\ \vec{j}^{\mu} \qquad (21.IV)$$

$$\begin{cases} \rho' c = \gamma_{(v)}(\rho c - \beta J_x) \\ J'_x = \gamma_{(v)}(J_x - \beta\rho c) \\ J'_y = J_y \\ J'_z = J_z \end{cases} \qquad (22.IV)$$

3.3.IV. العامل التفاضلي نابلا في الفضاء الزمكان

في الفضاء رباعي الابعاد يعطى نابلا كالاتي:

$$\vec{\nabla}\_^{\mu} = \left(\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right) = \left(\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}, \vec{\nabla}\right) \qquad (23.IV)$$

حيث يسمح لنا قانون التحويل بين المعالم بكتابة:

$$\vec{\nabla}^{\mu\prime} = (\mathscr{L})\ \vec{\nabla}^{\mu} \qquad (24.IV)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t\prime} = \gamma_{(v)} \left(c\beta \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial t} \right) \\ \frac{\partial}{\partial x\prime} = \gamma_{(v)} \left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\beta}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right) \\ \frac{\partial}{\partial y\prime} = \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z\prime} = \frac{\partial}{\partial z} \end{cases} \qquad (25.IV)$$

4.3.IV. الشعاع الرباعي للكمون الكهربائي

لدينا من معادلات ماكسويل

$$\vec{\nabla}.\vec{B} = 0 \Rightarrow \vec{B} = \vec{\nabla}\wedge\vec{A} \qquad (26.IV)$$

$\vec{A}$ هو شعاع الكمون

$$\vec{\nabla}\wedge\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} = -\frac{\partial\left(\vec{\nabla}\wedge\vec{A}\right)}{\partial t} = \vec{\nabla}\wedge\left(-\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}\right) \Rightarrow \vec{E} = -\vec{\nabla}\phi - \frac{\partial\vec{A}}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla}.\left(-\vec{\nabla}\phi - \frac{\partial\vec{A}}{\partial t}\right) = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow -\Delta\phi - \frac{\partial\left(\vec{\nabla}.\vec{A}\right)}{\partial t} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad (27.IV)$$

$$\vec{\nabla}\wedge\vec{B} = \vec{\nabla}\wedge\left(\vec{\nabla}\wedge\vec{A}\right) = \vec{\nabla}\left(\vec{\nabla}.\vec{A}\right) - \Delta\vec{A} = \mu_0\vec{J} - \frac{1}{c^2}\vec{\nabla}\frac{\partial\phi}{\partial t} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2} = \mu_0\vec{J} - \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} \qquad (28.IV)$$

بعد بعض الترتيبات نجد :

$$\begin{cases} \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2} - \Delta\vec{A} = \mu_0\vec{J} - \vec{\nabla}\left(\frac{1}{c^2}\frac{\partial\phi}{\partial t} + \vec{\nabla}.\vec{A}\right) \\ \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} - \Delta\phi = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{c^2}\frac{\partial\phi}{\partial t} + \vec{\nabla}.\vec{A}\right) + \frac{\rho}{\varepsilon_0} \end{cases} \qquad (29.IV)$$

الحقل الكهربائي والحقل المغناطيسي لايتغيران(مقياس لورنتز *jauge de Lorentz*)

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial\phi}{\partial t}+\vec{\nabla}.\vec{A}=0\begin{cases}\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2}-\Delta\vec{A}=\Delta\vec{A}=\mu_0\vec{J}\\ \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2}-\Delta\phi=\Delta\phi=\frac{\rho}{\varepsilon_0}\end{cases} \quad (30.\mathrm{IV})$$

ومنه نعرف الشعاع الرباعي للكمون الكهربائي الذي له تباعد معدوم مركباته الزمن- مكانية:

$$A^\mu=\left(\frac{\phi}{c},\vec{A}\right) \quad (31.\mathrm{IV})$$

في غياب المنبع نجد

$\begin{cases}\Delta\vec{A}=0\\ \Delta\phi=0\end{cases}$ وهي معادلات لها شكل معادلة انتشار الموجة الكهرومغناطيسية

4.IV. تنسور الحقل الكهرومغناطيسي (المصفوفة الكهرومغناطيسية)

بما ان قوة لورنتز معرفة بدلالة السرعة فان الشعاع الرباعي للقوة يتعلق بالشعاع الرباعي للسرعة وبالتالي هذه علاقة ضد تناظرية.

$$F_\mu=q\sum_{\nu=1}^{4}F_{\mu\nu}V_\nu \quad (32.\mathrm{IV})$$

$F_{\mu\upsilon}$ هي المصفوفة الناتجة من المقدار

$$F_{\mu\upsilon}=\nabla_\mu A_\nu-\nabla_\nu A_\mu \quad (33.\mathrm{IV})$$

$$E=-\nabla\Phi-\frac{\partial A}{\partial t}\Rightarrow\frac{E}{c}=-\frac{1}{c}\left(\frac{\partial A}{\partial t}+\nabla\Phi\right) \quad (34.\mathrm{IV})$$

بما أن $F_{\mu\upsilon}$ مصفوفة ضد متناظرة فان:

$$F_{01}=\nabla_0A_1-\nabla_1A_0=\frac{\partial}{c\partial t}(-A_x)-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\phi}{c}\right)=-\frac{1}{c}\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}+\frac{\partial A_x}{\partial t}\right)=\frac{E_x}{c}$$

$$F_{02} = \nabla_0 A_2 - \nabla_2 A_0 = \frac{\partial}{c\partial t}\left(-A_y\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\phi}{c}\right) = -\frac{1}{c}\left(\frac{\partial \phi}{\partial y} + \frac{\partial A_y}{\partial t}\right) = \frac{E_y}{c}$$

$$F_{03} = \nabla_0 A_3 - \nabla_3 A_0 = \frac{\partial}{c\partial t}(-A_z) - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\phi}{c}\right) = -\frac{1}{c}\left(\frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial A_z}{\partial t}\right) = \frac{E_z}{c}$$

$$F_{12} = \nabla_1 A_2 - \nabla_2 A_1 = \frac{\partial}{\partial x}\left(-A_y\right) - \frac{\partial}{\partial y}(-A_x) = -\left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right) = -B_z$$

$$F_{13} = \nabla_1 A_3 - \nabla_3 A_1 = \frac{\partial}{\partial x}(-A_z) - \frac{\partial}{\partial y}(-A_z) = -\left(\frac{\partial A_z}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial z}\right) = B_y$$

$$F_{32} = \nabla_3 A_2 - \nabla_2 A_3 = \frac{\partial}{\partial z}\left(-A_y\right) - \frac{\partial}{\partial y}(-A_z) = -\left(\frac{\partial A_y}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial y}\right) = B_x$$

ملاحظة: بما ان المصفوفة ضد تناظرية فان : $F_{\mu\vartheta} = F_{\vartheta\mu}$

بعد التعويض :

$$F_{\mu\upsilon} = \begin{pmatrix} 0 & E_x/c & E_y/c & E_z/c \\ -E_x/c & 0 & -B_z & B_y \\ -E_y/c & B_z & 0 & -B_x \\ -E_z/c & -B_y & B_x & 0 \end{pmatrix} \qquad (35.IV)$$

وهي المصفوفة الكهرومغناطيسية او تسمى مصفوفة فراداي.

حسب تحويلات لورنتز فان قانون التحويل بين المعالم يعطى بالعلاقة التالية:

$$F'_{\mu\upsilon} = \mathcal{L}_\mu{}^\rho \mathcal{L}^\sigma{}_\upsilon F_{\rho\sigma} \qquad \text{او} \qquad F'_{\mu\upsilon} = \mathcal{L}\mathrm{F}_{\mu\nu}\mathcal{L}^{\mathrm{t}} \qquad (36.IV)$$

$$F_{\mu\upsilon} = \begin{pmatrix} 0 & E_x/c & E_y/c & E_z/c \\ -E_x/c & 0 & -B_z & B_y \\ -E_y/c & B_z & 0 & -B_x \\ -E_z/c & -B_y & B_x & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma_{(V)} & -\beta\gamma_{(V)} & 0 & 0 \\ -\beta\gamma_{(V)} & \gamma_{(V)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} F_{\mu\nu}\mathcal{L}^t$$

بعد الحسابات نتحصل على:

$$\begin{cases} E'_x = E_x \\ E'_y = \gamma\left(E_y - vB_Z\right) \\ E'_Z = \gamma\left(E_Z + vB_y\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} B'_x = B_x \\ B'_y = \gamma\left(B_y + \frac{v}{c^2}E_z\right) \\ B'_z = \gamma\left(B_z - \frac{v}{c^2}E_y\right) \end{cases}$$

أسئلة الفصل الرابع

س 1- هل معادلات ماكسويل صامدة بتحويلات لورنتز ام بتحويلات غاليلي؟

س 2- اكتب مركبات الحقل الكهربائي ومركبات الحقل المغناطيسي وهل هي صامدة بتحويلات لورنتز؟

س 3- اكتب معادلات انتشار الحقل الكهرومغناطيسي؟

س 4- بين ان شبه الطويلة للشعاع الرباعي لكثافة التيار تكتب : $j^2 = {\rho_0}^2 c^2$

س 5- ماهو تنسور الحقل الكهرومغناطيسي وما هي عبارته؟

تمارين الفصل الرابع

التمرين الاول:

1. عبر عن المركبات $\partial x', \partial y', \partial z', \partial t'$ بدلالة $\partial x, \partial y, \partial z, \partial t$

2. اكتب معادلة ماكسويل $\overrightarrow{\mathrm{Rot}}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ في المعلم (R') واكتب عبارات E_x, E_y, B_z بدلالة مركبات $\overrightarrow{E'}, \overrightarrow{B'}$

3. عبر عن مركبات $\overrightarrow{E'}, \overrightarrow{B'}$ بدلالة $\vec{E}, \vec{B}$

التمرين الثاني:

يعطى الحقل الكهرومغناطيسي بـ $(\vec{E}, \vec{B})$ ، ولتكن: $\vec{D} = \vec{E} + ic\vec{B}$

- باستعمال تحويلات لورنتز بين ان المقدارين $\vec{E}.\vec{B}$ و $\vec{E}^2 - c^2\vec{B}^2$ صامدين ثم استنتج ان: $\overrightarrow{D'}^2 = \vec{D}^2$

التمرين الثالث:

باستعمال الشعاع الرباعي للكمون -اوجد عبارات تحويل الحقل الكهربائي والحقل المغناطيسي بتحويلات لورنتز.

حلول تمارين الفصل الرابع

حل التمرين الاول:

1. التعبير عن المركبات $\partial x'$،$\partial y'$، $\partial z'$، $\partial t'$ بدلالة ∂x،∂y، ∂z، ∂t

حسب قانون التحويل بين المعالم بكتابة: $\vec{\nabla}^{\mu'} \vec{\nabla}^{\mu} (\mathscr{L})=$

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t\prime} = \gamma_{(v)}\left(c\beta \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial t}\right) \\ \frac{\partial}{\partial x\prime} = \gamma_{(v)}\left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\beta}{c}\frac{\partial}{\partial t}\right) \\ \frac{\partial}{\partial y\prime} = \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z\prime} = \frac{\partial}{\partial z} \end{cases}$$

2. كتابة معادلة ماكسويل $\overrightarrow{\mathrm{Rot}}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ في المعلم (R')

$$\overrightarrow{Rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}\right)\vec{\imath} - \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z}\right)\vec{\jmath} + \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}\right)\vec{k} = -\frac{\partial B_x}{\partial t}\vec{\imath} - \frac{\partial B_y}{\partial t}\vec{\jmath} - \frac{\partial B_z}{\partial t}\vec{k}$$

واكتب عبارات E_x،E_y، B_z بدلالة مركبات $\overrightarrow{E'}, \overrightarrow{B'}$:

وفق الاتجاه $\vec{\imath}$ نجد:

$$\overrightarrow{Rot}\vec{E}(\vec{\imath}): \quad \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial B_x}{\partial t}$$

نعوض بقيم $\frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}, \frac{\partial}{\partial t}$ فنتحصل على:

$$\frac{\gamma(\partial E'_z - v\partial E'_y)}{\partial y'} - \frac{\gamma\left(\partial E'_y + v\partial E'_z\right)}{\partial z'} = -\frac{\partial B'_x}{\partial t}.\frac{\partial x'}{\partial x'} - \frac{\partial B'_x}{\partial t}.\frac{\partial t'}{\partial t'}$$

$$= -v\gamma\frac{\partial B'_x}{\partial x'} - \gamma\frac{\partial B'_x}{\partial t'}$$

وهذا ما يفسر ان:

$$\begin{cases} E_x = E'_x \\ E_Z = \gamma(E'_Z - vB'_y) \\ B_z = \gamma(B'_z + \frac{v}{c^2}E'_y) \end{cases}$$

3. التعبير عن مركبات $\overrightarrow{E'}, \overrightarrow{B'}$ بدلالة $\vec{E}, \vec{B}$

$$\begin{cases} E_x = E'_x \\ E_y = \gamma(E'_y + vB'_Z) \\ E_Z = \gamma(E'_Z - vB'_y) \end{cases}$$

$$\begin{cases} B_x = B'_x \\ B_y = \gamma(B'_y - \frac{v}{c^2}E'_z) \\ B_z = \gamma(B'_z + \frac{v}{c^2}E'_y) \end{cases}$$

حل التمرين الثاني:

لنثبت باستعمال تحويلات لورنتز بين ان المقدارين $\vec{E}.\vec{B}$ و $\vec{E}^2 - c^2\vec{B}^2$ صامدين: باستعمال تحويلات لورنتز يكون:

$$\vec{E}.\vec{B} = E_xB_x + E_yB_y + E_zB_z$$

$$= E'_xB'_x + \gamma\left(E'_y + vB'_Z\right).\gamma\left(B'_y - \frac{v}{c^2}E'_z\right) + \gamma\left(E'_Z - vB'_y\right)B_z.\gamma(B'_z + \frac{v}{c^2}E'_y)$$

بعد التبسيط نجد:

$$\vec{E}.\vec{B} = \overrightarrow{E'}.\overrightarrow{B'}$$

هذا المقدار صامد بتحويلات لورنتز.

من جهة أخرى المقدار

$$\vec{E}^2 - c^2\vec{B}^2 = E_x^2 + E_y^2 + E_z^2 - c^2(B_x^2 + B_y^2 + B_z^2)$$

$$= {E'_x}^2 + \left[\gamma(E'_y + vB'_z)\right]^2 + \left[\gamma(E'_z - vB'_y)\right]^2$$

$$- c^2\left({B'_x}^2 + \left[\gamma(B'_y - \frac{v}{c^2}E'_z)\right]^2 + \left[\gamma(B'_z + \frac{v}{c^2}E'_y)\right]^2\right)$$

بعد النشر والتبسيط نجد:

$$\vec{E}^2 - c^2\vec{B}^2 = E_x^2 + \gamma^2(1 - \frac{v^2}{c^2})E_y^2 + \gamma^2(1 - \frac{v^2}{c^2})E_z^2 - c^2(B_x^2 + \gamma^2(1 - \frac{v^2}{c^2})B_y^2$$

$$+ \gamma^2(1 - \frac{v^2}{c^2})B_z^2)$$

$$\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = \frac{1}{\gamma^2} \Rightarrow \gamma^2\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = 1$$

وعليه يكون:

$$\vec{E}^2 - c^2\vec{B}^2 = E_x'^2 + E_y'^2 + E_z'^2 - c^2\left(B_x'^2 + B_y'^2 + B_z'^2\right) = \vec{E}'^2 - c^2\overrightarrow{B'}^2$$

اذن هذا المقدار صامد بتحويلات لورنتز.

- استنتاج ان: $\overrightarrow{D'}^2 = \vec{D}^2$

لدينا

$$\vec{D} = \vec{E} + ic\vec{B}$$

بالتربيع:

$$\vec{D}^2 = \vec{E}^2 - c^2\vec{B}^2 + i2c\vec{E}.\vec{B}$$

مما سبق وجدنا ان المقدارين $\vec{E}.\vec{B}$ و $\vec{E}^2 - c^2\vec{B}^2$ صامدين وبالتالي نعوض فنجد:

$$\vec{D}^2 = \vec{E}^2 - c^2\vec{B}^2 + i2c\vec{E}.\vec{B} = \vec{E}'^2 - c^2\overrightarrow{B'}^2 + i2c\overrightarrow{E'}.\overrightarrow{B'} = \vec{D}'^2$$

وهو المطلوب.

حل التمرين الثالث:

إيجاد عبارات تحويل الحقل الكهربائي والحقل المغناطيسي بتحويلات لورنتز باستعمال الشعاع الرباعي للكمون:

$$A^{\mu} = \left(\frac{\phi}{c}, \vec{A}\right)$$

$$\begin{cases} \dfrac{\phi}{c} = \gamma\left(\dfrac{\phi'}{c} + \beta A'_x\right) \\ A_x = \gamma\left(A'_x + \beta\,\dfrac{\phi'}{c}\right) \\ A_y = A'_y \quad , A_z = A'_z \end{cases}$$

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A} \Longrightarrow \begin{cases} B_x = \dfrac{\partial A_z}{\partial y} - \dfrac{\partial A_y}{\partial z} \\ B_y = \dfrac{\partial A_x}{\partial z} - \dfrac{\partial A_z}{\partial x} \\ B_z = \dfrac{\partial A_y}{\partial x} - \dfrac{\partial A_x}{\partial y} \end{cases}$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \Longrightarrow \begin{cases} E_x = -\dfrac{\partial \phi}{\partial x} - \dfrac{\partial A_x}{\partial t} \\ E_y = -\dfrac{\partial \phi}{\partial y} - \dfrac{\partial A_y}{\partial t} \\ E_z = -\dfrac{\partial \phi}{\partial z} - \dfrac{\partial A_z}{\partial t} \end{cases}$$

$$\begin{cases} ct = \gamma(ct' + \beta x') \\ x = \gamma(x' + c\beta t') \\ y = y' \\ z = z' \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial ct} = \gamma(\dfrac{\partial}{\partial ct'} - \beta\dfrac{\partial}{\partial x'}) \\ \dfrac{\partial}{\partial x} = \gamma(\dfrac{\partial}{\partial x'} - \beta\dfrac{\partial}{\partial ct'}) \\ \dfrac{\partial}{\partial y} = \dfrac{\partial}{\partial y'} \\ \dfrac{\partial}{\partial z} = \dfrac{\partial}{\partial z'} \end{cases}$$

$$B_x = \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} = \frac{\partial A'_z}{\partial y'} - \frac{\partial A'_y}{\partial z'} = B'_x$$

$$B_y = \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z'}\gamma(A'_x + \beta\frac{\phi'}{c}) - \gamma(\frac{\partial}{\partial x'} - \frac{\partial}{\partial ct'})A'_z$$

$$B_y = \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} = \gamma(\frac{\partial A'_x}{\partial z'} - \frac{\partial A'_z}{\partial x'}) - \frac{\gamma\beta}{c}(\frac{\partial \phi'}{\partial z'} - \frac{\partial A'_z}{\partial t'})$$

$$B_y = \gamma\left(B'_y - \frac{\beta}{c}E'_z\right)$$

بنفس الطريقة نجد

$$B_z = \gamma\left(B'_z + \frac{\beta}{c}E'_y\right)$$

$$E_x = -\frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial t}$$

$$= -\gamma(\frac{\partial}{\partial x'} - \beta\frac{\partial}{\partial ct'})\gamma c(\frac{\phi'}{c} + \beta A'_x) - \gamma c(\frac{\partial}{\partial ct'} - \beta\frac{\partial}{\partial x'})\gamma(A'_x + \beta\frac{\phi'}{c})$$

$$E_x = -\gamma^2(\frac{\partial \phi'}{\partial x'} - \beta\frac{\partial \phi'}{\partial ct'}) - \gamma^2 c\beta(\frac{\partial A'_x}{\partial x'} - \beta\frac{\partial A'_x}{\partial ct'}) - \gamma^2 c(\frac{\partial A'_x}{\partial ct'} - \beta\frac{\partial A'_x}{\partial x'})$$

$$-\gamma^2 c\frac{\beta}{c}(\frac{\partial \phi'}{\partial ct} - \beta\frac{\partial \phi'}{\partial x'})$$

$$E_x = -\gamma^2(\frac{\partial \phi'}{\partial x'} - \beta^2\frac{\partial \phi'}{\partial x'}) - \gamma^2(-\beta\frac{\partial \phi'}{\partial ct'} + \beta\frac{\partial \phi'}{\partial ct'}) - \gamma^2 c\beta\left(\frac{\partial A'_x}{\partial x'} - \frac{\partial A'_x}{\partial x'}\right) - \gamma^2 c(\frac{\partial A'_x}{\partial ct'} - \beta^2\frac{\partial A'_x}{\partial ct'})$$

$$E_x = -\gamma^2(\frac{\partial \phi'}{\partial x'} - \beta^2\frac{\partial \phi'}{\partial x'}) - \gamma^2 c(\frac{\partial A'_x}{\partial ct'} - \beta^2\frac{\partial A'_x}{\partial ct'})$$

$$E_x = -\gamma^2(1-\beta^2)(\frac{\partial \phi'}{\partial x'}) - \gamma^2(1-\beta^2)(\frac{\partial A'_x}{\partial t'})$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \Longrightarrow \gamma^2 = \frac{1}{(1-\beta^2)}$$

ومنه

$$E_x = -\left(\frac{\partial \phi'}{\partial x'}\right) - \left(\frac{\partial A'_x}{\partial t'}\right) = E_x$$

$$E_y = -\frac{\partial \phi}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial y'}\gamma c\left(\frac{\phi'}{c} + \beta A'_x\right) - \gamma c\left(\frac{\partial}{\partial ct'} - \beta\frac{\partial}{\partial x'}\right)A'_y \Longrightarrow$$

$$E_y = -\gamma\frac{\partial \phi'}{\partial y'} - \gamma c\beta\frac{\partial A'_x}{\partial y'} - \gamma\frac{\partial A'_y}{\partial t'} + \gamma c\beta\frac{\partial A'_y}{\partial x'} \Longrightarrow$$

$$E_y = \gamma\left(-\frac{\partial \phi'}{\partial y'} - \frac{\partial A'_y}{\partial t'}\right) + \gamma c\beta\left(\frac{\partial A'_y}{\partial x'} - \frac{\partial A'_x}{\partial y'}\right) \Longrightarrow E_y = \gamma E'_y + \gamma c\beta B'_z$$

بنفس الطريقة نجد $E_z = \gamma E'_z - \gamma c\beta B'_y$

المراجع

[1]مدخل الى الفيزياء الحديثة / الجزء الأول. محمد باسل الطائي. 0202 جامعة اليرموق.

[2]النظرية النسبية الخاصة، تأليف: د. ناظم أحمد حسون، د. عياد مفتاح شاحوت، د. بثينة عبد المنعم إبراهيم، كلية الآداب والعلوم جامعة المرقب2024. الفصل 2 ص 61

[3]النظرية الخاصة، الكون والنظرية النسبية، د. إبراهيم محمود أحمد ناصر، د. إبراهيم عبد الرحمن،.2007

[4]مقدمة في الفيزياء الحديثة / الدكتور فخري اسماعيل حسن، دار المريخ للنشر، 2023، الفصل 1

[5]مقدمة في النظرية الكهرومغناطيسية (مفاهيم وأمثلة) تأليف ا.د /عبدالهادي محمد حمدان البرغوثي، الطبعة الاولى 2002م.

[6] Hoffmann ،Banesh (1983) ،Relativity and Its Roots ،Scientific American Books, Chapter 5, p. 8ISBN:0-486-40676-80202.

[7] Raymond A. Serway, John W. Jewett, Physics for Scientists and Engineers, Part VI: MODERN PHYSICS, chapter 39, Relativity, p 1243-, 2004, 6th Edition.

[8] Albert A. Michaelson And Edward W. Morly, Nov. 1887. 22, “On The Relative Motion Of The Earth And The Luminiferous Ether”, The American Journal Of Science – Third Series, Vol. XXXIV, Pp. 334-345.

[9] Mould ،Richard A. (2002) ،Basic relativity ،Springer-Verla ،ISBN:0-387-95210, Chapter 2 §2.6, p. 42.

[10] Électromagnétisme et Relativité Restreinte, Jean Jules Fifen, The University of Ngaoundere, Cours pour étudiants de 2ème année Universitaire de Physique et Chimie, Année Académique 2017-2018, chapitre 7.

[11] Plus vite que la lumière : effet Cherenkov, Gabrielle Bonnet, Mathilde Glenat, avril 2012. Culture Sciences Physique - ISSN 2554-876X, https://culturesciencesphysique.ens-lyon.fr/ressource/cherenkov.xml.