

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

*Université Mohamed Khider, Biskra*

Faculté des Sciences Exactes

Département de Mathématiques



Mémoire présenté pour obtenir le diplôme :

Master en “ Mathématiques ”

**Option : Probabilité et Statistique**

**Par : Athmani Dalila**

**Titre :**

---

**Amélioration des performances de production chez EN.I.CA.B  
à l'aide de la programmation linéaire**

---

Devant le Jury :

Pr : Benkhelifa Lazhar    UMKB    Président

Pr : Rahmani Naceur    UMKB    Encadreur

Pr : Toubia Sonia    UMKB    Examinatrice

**02/06/2025**

## *Dédicace*

À ma chère famille,

À ma mère bien-aimée, un grand merci pour ses prières et son amour constants.

À mon frère et à mes sœurs, toute ma gratitude pour votre soutien et vos encouragements  
continus.

À toute personne qui lira ce mémoire ou y trouvera un quelconque bénéfice,

Je vous demande une prière sincère pour l'âme de mon père, que Dieu a rappelé à Lui.

Je prie Allah de lui accorder Sa vaste miséricorde, de le couvrir de Sa clémence,  
et de faire de sa tombe un jardin parmi les jardins du paradis, et son séjour l'au-delà éternel, par  
la volonté de Dieu.

# Remerciements

À mon encadrant respecté, **Rahmani Naceur**,

Merci pour tous les efforts et les conseils que vous m'avez prodigués.

Je vous exprime toute ma reconnaissance pour votre soutien et votre accompagnement constant.

Votre patience, vos conseils et votre suivi attentif ont eu un impact décisif dans la réalisation de ce travail. Je suis fier/fière de tout ce que j'ai appris sous votre supervision et j'espère avoir été à la hauteur de vos attentes.

J'exprime ma profonde gratitude aux enseignant(e)s et à

toutes les personnes qui m'ont soutenue tout au long de la réalisation de ce mémoire, que ce soit par un conseil, une information, ou simplement par un mot d'encouragement

Un grand merci à mes collègues et amies qui ont été d'un grand soutien à différentes étapes de ce travail. Je tiens à exprimer ma profonde gratitude aux membres de la commission de soutenance

Je suis fier **Benkhelifa Lazhar et Toubia Sonia**

Pour l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant d'évaluer ce travail

.Leurs remarques pertinentes et leurs observations enrichissantes ont grandement contribué à améliorer la qualité de ce mémoire.

Recevez, Mesdames et Messieurs, l'expression de mon profond respect et de ma sincère reconnaissance

*Merci*

# Table des matières

<b>Dédicace</b>	i
<b>Remerciements</b>	ii
<b>Table des matières</b>	iii
<b>Liste des figures</b>	vi
<b>Liste des tableaux</b>	vii
<b>Introduction</b>	1
<b>1 Présentation de l'entreprise ENICAB</b>	<b>3</b>
<b>1.1 Fiche d'identité de l'entreprise</b> . . . . .	3
<b>1.2 Structure organisationnelle de l'entreprise</b> . . . . .	5
<b>1.3 Production de l'entreprise</b> . . . . .	6
<b>1.3.1 Câbles De Commande</b> . . . . .	6
<b>1.3.2 Câbles Torsadés Aériens</b> . . . . .	6
<b>1.3.3 Câbles Résistants Au Feu</b> . . . . .	7
<b>1.3.4 Câbles Moyenne Tension</b> . . . . .	7
<b>1.3.5 Câbles Haute Sécurité Sans Halogènes</b> . . . . .	8
<b>1.3.6 Câbles Domestiques</b> . . . . .	9

1.3.7	Cuivre Recuit Nu	10
1.3.8	Conducteurs Nus Aériens	10
1.3.9	Câbles Industries	11
1.3.10	Câbles Caténares	12
1.3.11	Câbles Solaires	12
1.4	Etapes de la production	13
1.5	Gestion des stocks	14
<b>2</b>	<b>Fondements théoriques de la modélisation</b>	<b>19</b>
2.1	L'étape d'étude	19
2.2	Méthode et concepts utilisés	21
2.2.1	Coefficient de corrélation	21
2.2.2	La régression linéaire	22
2.2.3	Programmation linéaire	30
2.2.4	Les forme d' une PL	32
2.2.5	Espace des solutions admissibles	33
2.2.6	Résolution le problème	33
2.2.7	Problème Dual	39
2.2.8	Analyse de sensibilité (Analyse post_optimal)	41
<b>3</b>	<b>Application du modèle d'optimisation</b>	<b>44</b>
3.1	Formulation du problème	44
3.2	Préparation et nettoyage des données	44
3.3	Exploration des donné	45
3.3.1	La représentation graphique	46
3.3.2	La corrélation entre les variables	48

<b>3.4 Évaluation de la performance de l'entreprise</b> . . . . .	48
<b>3.4.1 Le modèle</b> . . . . .	49
<b>3.5 Optimisation des processus de production au sein de l'organisation</b> . . . . .	51
<b>3.5.1 Formulation de problème</b> . . . . .	51
<b>3.5.2 Résultats et interprétation</b> . . . . .	53
<b>3.5.3 Recommandations Stratégiques</b> . . . . .	56
 <b>Conclusion</b>	 57
 <b>Bibliographie</b>	 59
 <b>Annexe A : Logiciel R</b>	 61
 <b>Annexe B : Abréviation et Notations</b>	 64

# Table des figures

1.1 La structure organisationnelle . . . . .	5
1.2 étapes de production . . . . .	13
2.1 Réprésentation graphique de solution . . . . .	35
3.1 Diagramme en barre de 1.5 . . . . .	47

# Liste des tableaux

1.1	Quelque type CB Cable de Branchent Trosadés	7
1.2	Les machine et le duré de production quelque type	14
1.3	Quelques types de stocks dans l'entreprise de fabrication de <i>cables ENICAB</i>	14
1.4	Les type Au niveau du stock des pièces de rechange	15
1.5	La performance financière de l'entreprise durant 20 ans	16
1.6	Quantité de production de certains produits durant l'année 2022	17
1.7	Quantité de production de certains produits durant l'année 2022	17
1.8	Le prix de certains produits et leurs couts année 2022	18
2.1	Tableau d'analyse de la variance	25
2.2	D'analyse de la variance	29
2.3	Tableau de solution initiale	36
3.1	Le performance financière de certains produits de l' année 2022	45
3.2	Résultats des coefficient	50

# Introduction

L'optimisation constitue un levier essentiel dans l'industrie moderne, permettant aux entreprises de maximiser l'efficacité des ressources, de réduire les coûts et d'améliorer la performance opérationnelle. Dans un environnement industriel de plus en plus concurrentiel, la capacité à optimiser les processus internes est cruciale pour assurer la durabilité et la rentabilité. Dans un environnement industriel marqué par l'intensification de la concurrence, l'évolution rapide des technologies et la pression croissante sur les coûts, les entreprises manufacturières sont confrontées à une nécessité impérieuse : optimiser leurs performances de production. Cette optimisation vise à accroître la productivité, améliorer la qualité, réduire les délais et maîtriser les coûts. Elle devient un facteur clé de compétitivité et de pérennité.

## Problématique

Malgré l'importance de ces enjeux, de nombreuses entreprises industrielles, notamment dans les pays en développement, rencontrent encore des difficultés à maîtriser efficacement la gestion de leurs ressources. C'est le cas de l'entreprise **ENICAB** (Entreprise Nationale des Industries du Câble de Biskra), spécialisée dans la fabrication de câbles électriques. En raison de la diversité des produits, des contraintes de production et des ressources limitées, il est essentiel de disposer d'un outil d'aide à la décision pour planifier et ordonnancer la production de manière optimale.

## Objectif du mémoire

Ce mémoire vise à développer un modèle mathématique d'optimisation basé sur la programmation linéaire (PL) afin d'améliorer la performance de production chez ENICAB Biskra. L'objectif est double :

- D'une part, modéliser le système de production existant en tenant compte des contraintes réelles

(main-d'œuvre, matières premières, capacités machines, délais).

- D'autre part, fournir une solution optimale ou quasi-optimale permettant de maximiser la rentabilité tout en minimisant les coûts et les pertes de ressources.

## Hypothèse de recherche

L'utilisation d'un modèle de programmation linéaire adapté au contexte de l'entreprise permettrait d'obtenir une allocation optimale des ressources, une meilleure planification des activités de production, et donc une amélioration significative de la performance industrielle globale.

Ce mémoire est structuré en trois chapitres principaux, chacun contribuant de manière complémentaire à l'atteinte des objectifs de recherche.

- **Chapitre 1** : Présentation de l'entreprise **ENICAB**

Ce premier chapitre est consacré à une analyse descriptive d'ENICAB Biskra. Il introduit le cadre institutionnel de l'entreprise, son domaine d'activité (fabrication de câbles électriques), ainsi que les principales caractéristiques de son système de production. Cette phase permet de comprendre le fonctionnement interne de l'organisation et de cerner les enjeux spécifiques liés à la performance opérationnelle.

- **Chapitre 2** : Fondements théoriques de la modélisation

Le deuxième chapitre pose les bases théoriques nécessaires à la modélisation mathématique du problème d'optimisation. Il présente en détail les concepts fondamentaux de la programmation linéaire, notamment la formulation des fonctions objectifs et des contraintes. Une attention particulière est portée à la méthode du Simplexe, qui constitue l'algorithme de résolution central utilisé pour obtenir des solutions optimales.

- **Chapitre 3** : Application du modèle d'optimisation

Ce dernier chapitre est dédié à la mise en œuvre pratique du modèle de programmation linéaire. À partir de données réelles collectées au sein d'ENICAB, un modèle mathématique est construit et résolu. L'analyse des résultats permet de formuler des recommandations opérationnelles concrètes pour améliorer l'allocation des ressources, rationaliser les coûts et augmenter le rendement global de l'entreprise.

# Chapitre 1

## Présentation de l'entreprise ENICAB

Dans ce chapitre, nous nous attacherons à présenter l'entreprise en détail, en mettant en lumière son historique, sa structure organisationnelle, ses domaines d'activité, ainsi que les principales caractéristiques de son système de production. Cette vue d'ensemble constitue une base essentielle pour comprendre le cadre réel dans lequel s'inscrit l'étude d'optimisation présentée dans les chapitres suivants

### 1.1 Fiche d'identité de l'entreprise

L'Entreprise Nationale de Câbles de Biskra (ENICAB) figure parmi les institutions industrielles les plus anciennes et les plus pionnières dans le domaine de la fabrication de câbles en Algérie. Forte d'une longue expérience et d'un savoir-faire consolidé, elle occupe une place stratégique dans le tissu industriel national..

L'Entreprise de Fabrication de Câbles de Biskra (ENICAB) a été fondée en 1983 en tant que filiale de l'Entreprise Nationale de Fabrication des Équipements Électriques et Électroniques (SONICAL). Cette dernière regroupait trois unités spécialisées :

**L'unité de Kouba**, dédiée à la production de câbles à moyenne et basse tension ;

**L'unité de Oued Smar (El Harrach)**, spécialisée dans la fabrication de fils et câbles téléphoniques ;

**L'unité de Biskra**, consacrée à la fabrication de câbles d'énergie de divers types.

En 1997, l'unité de Biskra a acquis son indépendance juridique, devenant une entité autonome. En 2008, 70 % de son capital a été cédé au groupe General Cable, une entreprise américaine dont le siège européen est situé en Espagne, reconnue parmi les plus grands fabricants mondiaux de câbles et fils électriques. Par la suite, ces parts ont été rachetées par le groupe Condor Électroniques, ce qui a établi un nouveau partenariat dans lequel le secteur privé détient 70 % du capital, contre 30 % pour le secteur public.

Le capital social de l'entreprise s'élève à 800 000 DZD, faisant de ENICAB la plus grande entreprise algérienne et africaine spécialisée dans la fabrication de câbles. Située dans la zone industrielle ouest de la ville de Biskra, l'entreprise occupe une superficie totale de 42 hectares, dont 12 hectares sont dédiés aux bâtiments administratifs et aux ateliers de production.

ENICAB dispose d'un réseau de distribution couvrant l'ensemble du territoire national, composé d'environ 30 distributeurs agréés. En 2023, elle détenait 30 % de part de marché dans la commercialisation des câbles électriques en Algérie, et assurait près de 50 % de la couverture nationale en câbles solaires.

L'entreprise est certifiée ISO 9001 pour la qualité et ISO 14001 pour la gestion environnementale. Elle emploie plus de 740 travailleurs directs et environ 1 500 travailleurs indirects. Sa capacité de production annuelle est estimée à 20 000 tonnes.

L'entreprise ENICAB entretient des relations d'approvisionnement avec plusieurs fournisseurs étrangers spécialisés, notamment :

**VSAN SARCO** (Turquie) : principal fournisseur de cuivre ;

**ALCABLE MID** (Bahreïn) : fournisseur d'aluminium ;

**MARCRICH** (Espagne) : fournisseur à la fois de cuivre et d'aluminium.

En ce qui concerne la commercialisation de ses produits, ENICAB collabore avec un réseau diversifié de clients, parmi lesquels figurent :

**SONELGAZ** (Société nationale de l'électricité et du gaz), principal client stratégique ;

**KAHRIF** (Entreprise nationale des services électriques) ;

**EDIMEL** (Entreprise de distribution de matériel électrique).

Outre ses clients institutionnels, ENICAB fournit également des entreprises privées et assure une part d'exportation vers certains pays arabes et européens, renforçant ainsi sa présence sur les marchés internationaux.

## 1.2 Structure organisationnelle de l'entreprise

La structure est distribuée [2] comme dans les plan suivants :

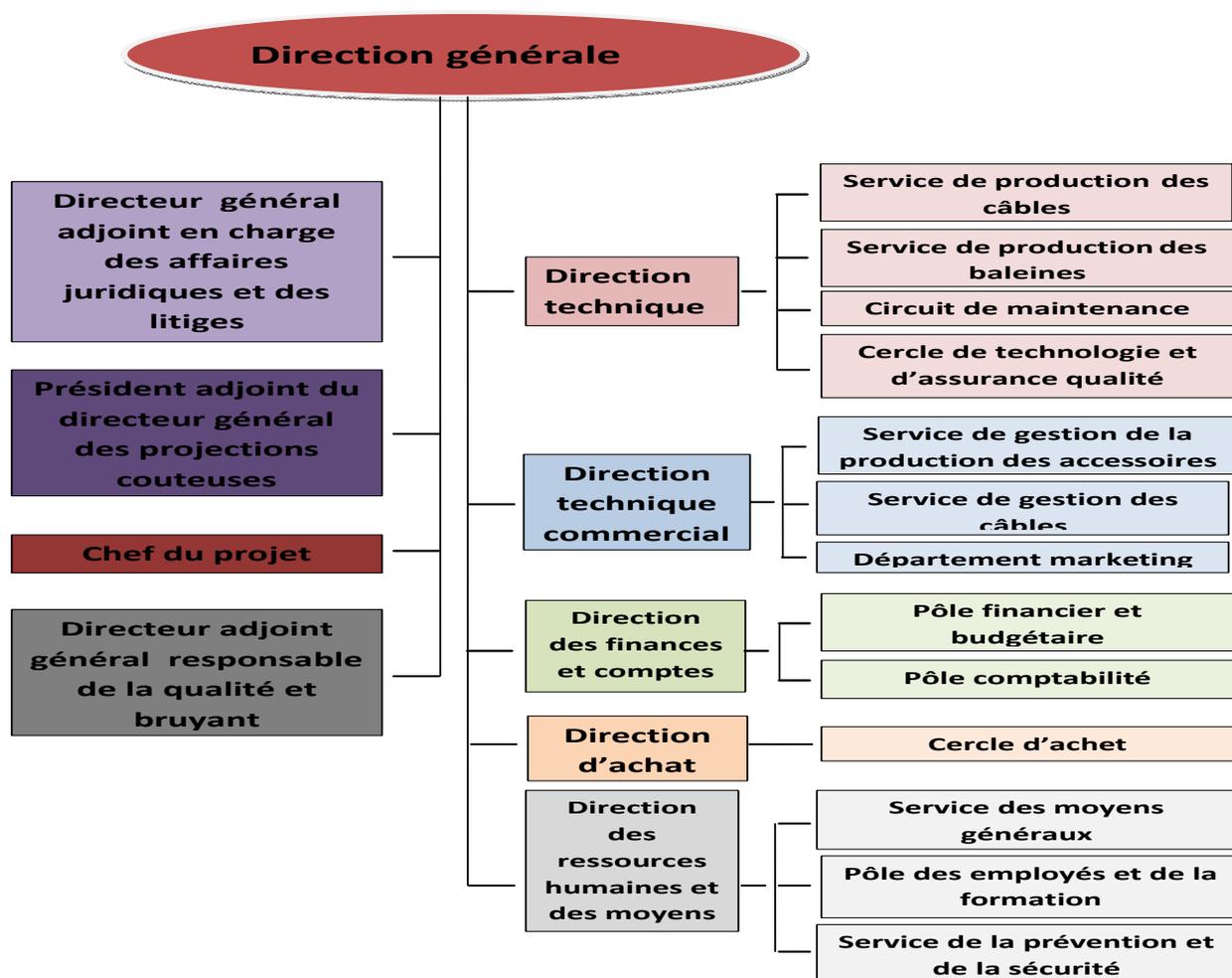


FIG. 1.1 – La structure organisationnelle

## 1.3 Production de l'entreprise

La société produit plus de 400 produits divisés en un ensemble des gammes 10 :

### 1.3.1 Câbles De Commande

Elles comprennent deux groupes N2XY avec une tension de 0,6/1 kV, une température maximale de 90 °C en permanence et 250 °C en cas de court-circuit, constitués de 2 à 37 conducteurs regroupés en faisceaux avec des couches concentriques et des sections standards de 1,5 mm<sup>2</sup> et 2,5 mm<sup>2</sup>.

Le rayon de courbure est de  $R = 4D$  lors de l'installation finale et de  $R = 8D$  pendant l'installation.

Ils diffèrent uniquement par la présence ou l'absence Blindage U1000 R2V et l'autre avec d'un élément spécifique et sont utilisés pour les câbles de commande destinés à la réduction du courant des machines et des divers équipements dans les installations techniques et industrielles.

### 1.3.2 Câbles Torsadés Aériens

Ce sont des câbles destinés aux réseaux de distribution électrique urbaine et aux raccordements domestiques en basse tension de 0,6/1 kV, avec une capacité de résistance à une température maximale permanente de 90 °C et de 270 °C en cas de court-circuit. Le rayon de courbure est de  $R = 6D$  lors de l'installation finale sur les façades et les poteaux, et de

$R \geq 18D$  pendant l'installation, où D représente le diamètre du faisceau de câbles assemblés.

Ils sont divisés en deux groupes :

#### – CR Câble de Réseaux Aériens Torsadés

Comprend 6 types qui diffèrent par le nombre de fils, le diamètre et le poids, dont nous étudierons certains.

$3 \times 35 + 1 \times 16$  Le diamètre extérieur est d'environ 33 mm<sup>2</sup> avec un poids approximatif de 722 kg/km.

### – CB Câble de Branchent Torsadés

Contient 4 types qui varient en diamètre et en poids, et nous en étudierons certains dans le tableau suivant :

Construction (Nombre×Smm <sup>2</sup> )	Diamètre extérieur approximatif du faisceau(mm)	poidsapproximatif (Kg/km)
2×16 mm <sup>2</sup>	14	130
4×16 mm <sup>2</sup>	17	260
4×25 mm <sup>2</sup>	24,4	400

TAB. 1.1 – Quelques types de CB Câble de Branchent Torsadés

### 1.3.3 Câbles Résistants Au Feu

Il comprend trois types, dont deux rigides avec une tension de 0,6/1 kv à savoir **N2XH-M** et **RZTK-M**, ayant la même température maximale de 250 °C en cas de court-circuit et 90 °C en permanence, mais différant par le diamètre du câble et certaines autres spécifications. Ils sont conçus pour les câbles dans les circuits électriques des bâtiments et des établissements recevant du public, où la sécurité des circuits, des personnes et des biens est une priorité.

Le troisième type, **NHXMH-M**, a une tension de 300/500 V, est composé de conducteurs multiples avec une gaine légère, et est destiné aux câbles dans les circuits de courant faible, où la sécurité des circuits, des personnes et des biens est également une priorité.

### 1.3.4 Câbles Moyenne Tension

Ce type de câble est utilisé pour le transport et la distribution de l'électricité en moyenne tension dans les installations industrielles et les réseaux d'énergie. Il contient 5 conducteurs

- **N2XS(F)Y. Câbles Mono conducteurs en CUIVRE Isolation XLPE . Etanchéité facultative (avec ou sans armure )**

Contient les type 3.6/6 (7.2)KV – 6/10 (12) KV – 8.7/15 (17.5) KV – 12/20 (24) KV – 18/30 (36) KV, Cette Câbles pour réseaux de distribution et d'alimentation électrique en moyenne tension

- **NA2XSEY. Câbles Tripolaires en Aluminium. Isolation XLPE - Etanchéité facultative ( avec ou sans armure)**

Content les type 3.6/6 (7.2) – 6/10 (12) KV – 8.7/15 (17.5) KV – 12/20 (24) KV – 18/30 (36) KV ,Câbles Tripolaires tout terrain pour réseaux enterrés de distribution et d'alimentation électrique en moyenne tension

- **NA2XS(F)Y. Câbles Mono conducteurs en ALUMINIUM. Isolation XLPE . Etanchéité facultative (avec ou sans armure)**

Contient les type 3.6/6 (7.2) – 6/10 (12) KV – 8.7/15 (17.5) KV– 12/20 (24) KV – 18/30 (36) KV ,Câbles pour réseaux de distribution et d'alimentation électrique en moyenne tension.

- **NA2XSEY. Câbles Tripolaires en Aluminium isolation XLPE - Etanchéité facultative ( avec ou sans armure)**

Content les types 3.6/6 (7.2) – 6/10 (12) KV – 8.7/15 (17.5) KV – 12/20 (24) KV – 18/30 (36) KV, Câbles Tripolaires tout terrain pour réseaux enterrés de distribution et d'alimentation électrique en moyenne tension

### 1.3.5 Câbles Haute Sécurité Sans Halogènes

C'est un câble conçu pour résister aux conditions difficiles et offrir une protection supplémentaire en cas d'urgence. Il est fabriqué à partir de matériaux ne contenant pas d'halogènes. En cas de combustion, il ne dégage ni gaz toxiques ni fumée dense, ce qui le rend plus sûr pour les personnes et les équipements dans les espaces clos. Il contient 5 conducteurs

- **H07Z1-U (HS). Fils 750V à Ame Massive** : Câbles destinés à la filerie et au câblage dans les circuits domestiques de bâtiments, bureaux et autre locaux où la sécurité des personnes et bien est une priorité.
- **H07Z1-R (HS). Fils et Câbles 750V à Ame Multibrin Câblée** : Fils et Câbles semi

rigides destinés à la filerie et au câblage dans les circuits domestiques de bâtiments, bureaux et autre locaux où la sécurité des personnes et bien est une priorité.

- **H07Z1-K (HS). Fils et Câbles 750V à Ame Souple** : Fils et Câbles souples destinés à la filerie et au câblage dans les circuits domestiques de bâtiments, bureaux et autre locaux ainsi qu'au réseau de courant fort industriel où la sécurité des personnes et bien est une priorité
- **NHXMH (HS). Câbles Rigides 500V Multiconducteurs** : Destiné à la pose fixe apparente ou encastrée, dans les locaux secs ou humides. Les NYM servent à Raccorder la petite machinerie et à l'alimentation des réseaux apparents des électroménagers fixes et de l'éclairage à l'intérieur et à l'extérieur des bâtiments
- **N2XH (HS). Câbles Rigides 1000V Mono et Multiconducteurs** : Câbles de haute sécurité destinés aux réseaux basse tension internes et externes et à l'alimentation des domestiques, bâtiments et locaux industriels. Ces câbles servent aussi à l'alimentation des machines industriels et des équipements fixes ainsi qu'au câblage des courants forts. la sécurité des personnes et bien est une priorité

### 1.3.6 Câbles Domestiques

Ce sont les câbles utilisés pour connecter les appareils électriques et les différents systèmes à l'intérieur des maisons cette gamme contient 6 groupes :

- **H03VH-H/F. Câble 300V Méplat Divisible Très Souple** : Destiné à l'alimentation des très petits appareils de bureaux dont la consommation électrique est très faible
- **H05VV-F. Câble 500V Souple/Rond Sous gaine en PVC** : Destiné à l'alimentation des petits appareils de bureaux et particulièrement des électroménagers mobiles et semi-fixes
- **H07V-R. Fil 750V Semi-rigide Isolé en PVC** : Câble destiné à la filerie et au câblage de tableaux et locaux d'habitation, bureaux et industries
- **H07V-K. Fil 750V Souple à Isolation en PVC** : Destiné à la filerie et au câblage des tableaux et appareils électriques et aux équipements domestiques où le critère de flexibilité est recherchée
- **H07V-U. Fil 750V à Ame Massive Isolé au PVC** : Câble destiné à la filerie et au câblage

de tableaux et appareils électriques et circuits domestiques et bureaux

- **NYM. Câble 500V semi-rigide sous gaine en PVC** : Destiné à la pose fixe apparente ou encastrée, dans les locaux secs ou humides. Les NYM servent à raccorder la petite machinerie et à l'alimentation des réseaux apparents des électroménagers fixes et de l'éclairage à l'intérieur et à l'extérieur des bâtiments

### 1.3.7 Cuivre Recuit Nu

Est un fil de cuivre souple ayant subi un traitement thermique, utilisé pour la mise à la terre et le transport du courant sans revêtement isolant. Cette gamme contient 2 groupe

- **CUIVRE RECUIT. Conducteurs en Cuivre Recuit Nu** : MISE A LA TERRE : BT – HT – THT , Conducteurs circulaires nus pour circuit de mise à la terre (MALT) des réseaux des installations et équipements industriels. L'étamage est fait sur demande pour les câbles installés dans des milieux agressifs
- **CUIVRE DUR. Conducteurs Aériens Nus en Cuivre Dur** : MT – HT , Câbles circulaires équilibrés pour les réseaux aériens de distribution de l'énergie électrique en basse et moyenne tension. L'étamage est fait sur demande pour les câbles installés dans des milieux agressifs

### 1.3.8 Conducteurs Nus Aériens

Est un câble métallique non isolé utilisé pour le transport de l'énergie électrique à travers les lignes aériennes, capable de résister aux conditions climatiques comme le vent et la pluie cette gamme contient 6 groupe

- **GARDE Aluminium/Acier** : Utilisé dans les réseaux aériens à haute et très haute tension pour la protection contre la foudre et pour améliorer la stabilité mécanique des lignes.
- **GARDE (PHLOX) : AGS /Acier** : Utilisé dans les mêmes applications avec une meilleure résistance à la corrosion, ce qui le rend adapté aux environnements humides, industriels ou côtiers.
- **CROCUS. Conducteurs d'Energie Aériens Nus en Alu/Acier** : Câbles pour les réseaux

aériens de transport de l'énergie électrique en moyenne, haute et très haute tension.

- **AGS. Conducteurs Aériens Nus en Alliage d'Aluminium** : Câbles équilibrés de forme circulaire pour les réseaux aériens de transport et de distribution de l'énergie électrique en moyenne, haute et très haute tension.
- **GARDE. Conducteurs de Garde Aériens Nus Aluminium-Acier & Alliage d'Aluminium-Acier** : Conducteurs de protection contre la foudre des câbles de lignes aériennes de transport de l'énergie électrique HT/THT
- **CROCUS. Câbles d'Energie Bimétalliques Nus en Alu/Acier** : Câbles pour les réseaux aériens de transport de l'énergie électrique en moyenne, haute et très haute tension.

### 1.3.9 Câbles Industrielles

Est un câble conçu pour résister aux conditions difficiles dans les environnements industriels, utilisé pour le transport de l'énergie ou des signaux dans les usines et les grandes installations.

- **N2XY. Souple. Câble Industriel Souple Isolé au PR** Câbles d'alimentation basse tension à courant fort des équipements et appareils électriques fixes et mobiles où la facilité de manœuvre et de pose sont recherchées à travers la flexibilité intrinsèque des câbles permettant principalement des rayons de courbure réduits
- **N2XY. Câbles Industriels Semi Rigides/Rigides Isolés au PR** Câbles destinés aux réseaux basse tension internes et externes et à l'alimentation des domestiques, bâtiments et locaux industriels. Ces câbles servent aussi à l'alimentation des machines industrielles et des équipements fixes ainsi qu'au câblage des courants forts
- **N2XBY/N2XRGY. Câbles Industriels Rigides, Armés, Isolés au PR U1000 RVFV** Câbles robustes destinés aux réseaux externes basse tension surtout en enterré où une protection mécanique améliorée est exigée. L'amure est en feuillard d'acier galvanisé pour les multiconducteurs et en feuillards d'Aluminium pour les mono conducteurs. Les deux bandes de feuillards sont posées hélicoïdalement avec déjoint et couvre déjoint

### 1.3.10 Câbles Caténares

Elle comprend 5 groupes comme suit :

- 1) **Trolley. Fils de Contact aériens pour traction ferroviaires** : Câble fils conducteur en cuivre pur à l'alimentation des locomotives électriques et des tramways par captage du courant par l'utilisation d'un pantographe
- 2) **FEEDERS. Conducteurs aériens d'alimentation pour traction LAC** : Alimentation électrique de la linge et retour de traction
- 3) **PORTEURS** : Conducteur en alliage de cuivre qui a le rôle de porter le fil de contact le long de la ligne ferroviaire.
- 4) **PENDULES** : .Conducteur souple en bronze reliant verticalement le porteur au fil de contact et assurant le port de ce dernier le long de la ligne
- 5) **CONNEXION et MISE A LA TERRE** : Des conducteurs rigides et semi souples en Cuivre ETP de différentes sections et différentes constructions

### 1.3.11 Câbles Solaires

Les câbles CHEMSSI sont conçus pour les systèmes solaires (systèmes photovoltaïques) fonctionnant en courant continu (DC) et sont fabriqués conformément à la norme européenne EN 50618.

Ces câbles se distinguent par leur capacité à fonctionner pendant au moins 25 ans dans des installations extérieures, même sous des conditions climatiques extrêmes telles qu'une chaleur intense, un froid rigoureux et une exposition directe au soleil.

Ils sont fabriqués à partir de matériaux spéciaux sans halogènes, offrant une résistance élevée à divers agents chimiques, à l'ozone et aux rayons ultraviolets.

De plus, ils peuvent être équipés d'une protection contre les termites et les rongeurs pour les versions enterrées ou utilisées dans des sols rocailloux

1. **CHEMSSI A** : Pour connecter le module photovoltaïque à la boîte de connexion (1,5 à16 mm<sup>2</sup>).
2. **CHEMSSI B** : Pour relier la boîte de connexion à la boîte de collecte (16à50 mm<sup>2</sup>).
3. **CHEMSSI C** : Pour connecter la boîte de connexion à l'onduleur (50à120 mm<sup>2</sup>).

## 1.4 Etapes de la production

La production passe par plusieurs étapes [8] en fonction du type de câble fabriqué. Certains passent par deux étapes, d'autres par trois, et d'autres encore par toutes les étapes, et ainsi de suite. Ces étapes résumons des le schéma suivant :

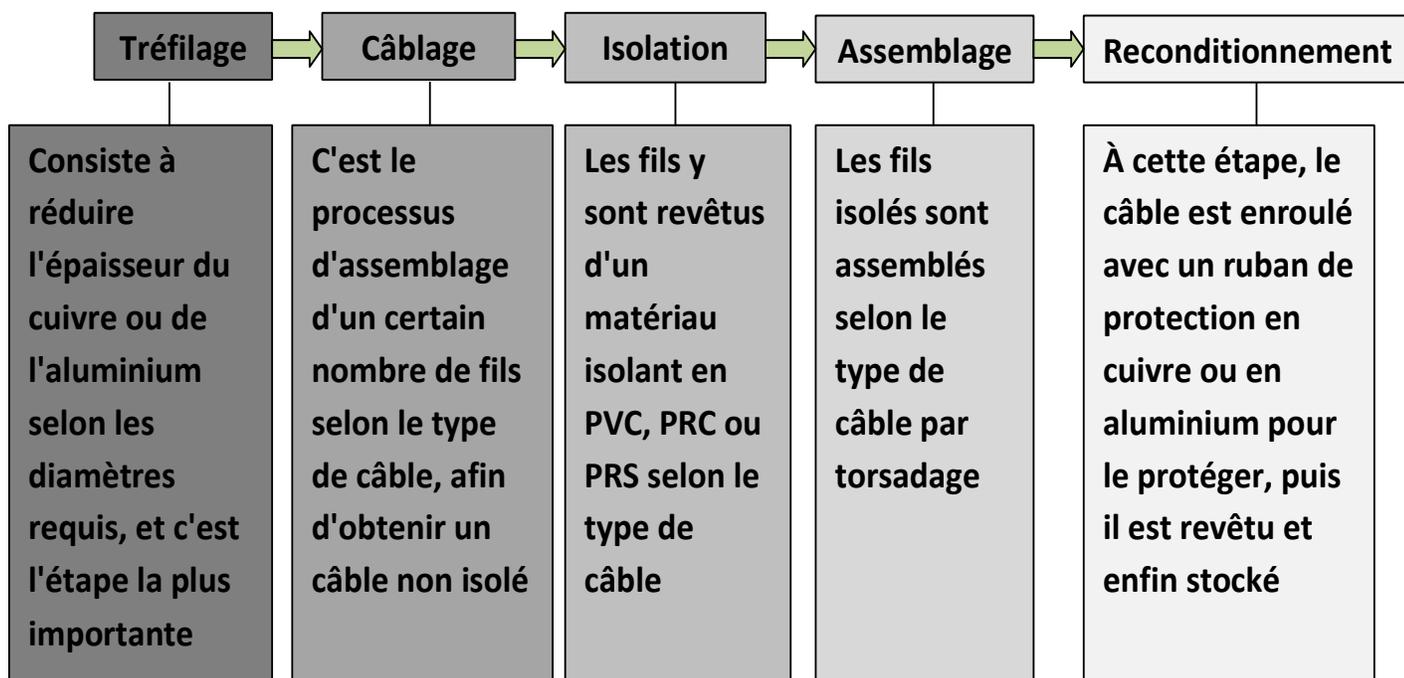


FIG. 1.2 – étapes de production

<i>Produit</i>	<i>Les machin</i>	<i>Duré de production 10km</i>
AGS CL2K 93,3 mm <sup>2</sup>	TG07\MR01	24 H
CR 2×160,6/1 Kv NG	TA07\DT10\EX07\CB05\EW25	32 H
CR 4×160,6/1 Kv NG	TA07\DT10\EX07\CB05\EW25	48 H
CR 4×250,6/1 Kv NG	TA07\DT10\EX07\MWRL\EV34	48 H
CR 3×350,6/1 Kv NG	TA07\DT10\EX07\MWRL\EV34	48 H
H07V-U 1,5mm <sup>2</sup> 450/750 VR 100 NG	TC03\CS10\CR29\EV40	8 H
H07V-U 2,5mm <sup>2</sup> 450/750 VR 100 NG	TC05\ES10\CS10\CR29\EV40	8 H

TAB. 1.2 – Les machine et le duré de production quelque type

## 1.5 Gestion des stocks

L'entreprise étudiée gère plusieurs types de stocks, environ 700 catégories, tout au long du processus de production. Les principaux types de stocks sont [7] :

<b>Numero de compt</b>	<b>Type</b>
<b>31001000</b>	Matière première (cuivre)
<b>31002000</b>	Matière première (aluminium)
<b>320</b>	Matériaux et fournitures consommables
<b>33</b>	Produits semi-finis
<b>355</b>	Produits finis
<b>3558</b>	Déchets
<b>37</b>	Stock externe

 TAB. 1.3 – Quelques types de stocks dans l'entreprise de fabrication de *cables ENICAB*

L'entreprise conserve les stocks à deux niveaux : au niveau du magasin central et du magasin des pièces de rechange.

1) **Au niveau du magasin central (stock des matières premières) :**

Cuivre

Aluminium

Palette : Elle peut être dans deux états :

**État 1 :** Produit fini dont le contrat avec les clients a été annulé et la vente annulée.

**État 2 :** Produit semi-fini au niveau de l'atelier, enregistré dans le compte 33.

Matériaux d'irrigation, menuiserie et produits d'emballage.

2) **Au niveau du stock des pièces de rechange (R.R) :**

Les types suivants existent :

Nom	Numéro de compt
P.rindustrielle	32003000
P.R Pneumatique	32003100
P.R Automobile	32003200
Autres Pieces De Rechange	32003300
P ;R Informatique	32003400

TAB. 1.4 – Les type Au niveau du stock des pièces de rechange

Le tableau suivant indique l'évolution du coût de production, du prix de vente et de la marge bénéficiaire sur une période [1] donnée :

anné	coût de production	Les vent(dz)	V.vent (ton)	coût publicité(da)	Marge (da)
2000	1788265144,69	2620316174,66	12156,1	0	186927371,87
2001	210189248605	3278781295,82	14505,05	0	341284745,23
2002	2416033218	3908342322	4943,89	3826474	361707901
2003	2415003987	3683574730	17100	7310379	309030881
2004	3153558009	4702912197	148,24	8598418	47001414071
2005	3215926879,48	4330639575,45	14350	0	124818699,97
2006	4426540861,88	6179276783,66	14100	0	355068773,66
2007	5757249067,71	7392642805,27	1580,7	0	3341068773,66
2008	6259234774	9084526407	2025,1	9365794	1109909737
2009	4949203179	6169638123	18282	13225203	277602506
2010	5412977853	6716399774	6191	0	1883381
2011	6146863234	7394169012	21668,5	0	528714922
2012	6811999658,9	8545029493,61	12351,04	6067341,29	662191160,21
2013	7697477993,91	9463262543,61	1204,01	5305590,03	661471225,88
2014	7356792528,84	9368654278,51	8472,8	7200628,55	968569790,78
2015	7179712974,25	8351126722,68	12624,47	5884695,9	271162036,27
2016	6766060490	9249244064	11109,53	4357231	1655290336
2017	3907743738	4798126774	4332,71	8662389	890383036
2018	5371548258	6363869188	7018,99	2597860	992320929
2019	3278553259	4214102758	2737,4	222366	935549499
2020	3278553259	7262345337	6405,51	2556360	649245795

TAB. 1.5 – La performance financière de l'entreprise durant 20 ans

Est le tableau suivent donnée la performance de production d'un ensemble de produit

Produits	UM	jav	fev	mar	avr	mai	jun
AGS CL2K 93,3 mm <sup>2</sup>	kg	0	0	0	0	0	0
CR 2×16 0,6/1 Kv NG	ML	0	82852	13970	2082	0	96075
CR 4×16 0,6/1 Kv NG	ML	0	0	0	0	0	0
CR 4×25 0,6/1 Kv NG	ML	0	0	0	0	0	0
CR 3×35 0,6/1 Kv NG	ML	2832	10842	0	0	0	21536
H07V-U 1,5mm <sup>2</sup> 450/750 VR 100 NG	ML	312000	0	480000	0	648000	24000
H07V-U 2,5mm <sup>2</sup> 450/750 VR 100 NG	ML	460000	200000	0	560000	220000	17800

TAB. 1.6 – Quantité de production de certains produits durant l'année 2022

Produits	UM	juil	aout	sep	oct	nov	des
AGS CL2K 93,3 mm <sup>2</sup>	kg	84789	33358	104182	0	0	0
CR 2×16 0,6/1 Kv NG	ML	48019	28557	1166	1956	1626	0
CR 4×16 0,6/1 Kv NG	ML	0	0	0	0	0	0
CR 4×25 0,6/1 Kv NG	ML	22972	10322	0	0	0	0
CR 3×35 0,6/1 Kv NG	ML	23310	24997	1983	0	0	0
H07V-U 1,5mm <sup>2</sup> 450/750 VR 100 NG	ML	192000	216000	1320000	2528000	1032000	100
H07V-U 2,5mm <sup>2</sup> 450/750 VR 100 NG	ML	420000	200000	2420000	2543000	1340000	100

TAB. 1.7 – Quantité de production de certains produits durant l'année 2022

Et le tableau suivant présente le coût de production et le prix de vente par unité pour chacun des produits [15] et mentionnés dans le tableau ci dessus

Produit	UM	coût revient(dz)	prix unitaire(dz)	Marge unit
AGS CL2K 93,3 mm <sup>2</sup>	kg	689,02	860	170,98
CR 2×16 0,6/1 Kv NG	ML	206,04	277,3	71,26
CR 4×16 0,6/1 Kv NG	ML	250	357,98	97,98
CR 4×25 0,6/1 Kv NG	ML	66,23	88,23	22
CR 3×35 0,6/1 Kv NG	ML	132,46	165,55	33,09
H07V-U 1,5mm <sup>2</sup> 450/750 VR 100 NG	ML	23,36	25,21	1,85
H07V-U 2,5mm <sup>2</sup> 450/750 VR 100 NG	ML	33,92	37,92	4,23

TAB. 1.8 – Le prix de certains produits et leurs couts année 2022

Nous avons essayé dans cette section de donner un aperçu global et résumé de l'entreprise et de ce qu'elle contient.

# Chapitre 2

## Fondements théoriques de la modélisation

### 2.1 L'étape d'étude

Dans ce chapitre, nous présentons les concepts et méthodes statistique nécessaires pour mener une étude de qualité et obtenir des résultats corrects et précis. Nous les résumons par les étape et les méthodes suivent :

- 1) **Formulation du problème** : Avant de commencer l'analyse, il est important de définir clairement l'objectif de l'étude. Cela permet de savoir quelles données recueillir et quel type d'analyse statistique effectuer.
- 2) **Collecte des données** : Cette étape consiste à recueillir les données nécessaires à l'étude. Les données peuvent être collectées par différentes méthode : enquêtes, expérimentations, bases de données publiques, ect.
- 3) **Préparation et nettoyage des données** : Cette phrase consiste à vérifier la qualité des données. Nous avons fourni les données d'étude dans
  - Vérification les erreurs : Suppression ou correction des valeurs aberrantes, des doublons ou des données manquantes.

- Mise en forme des données : uniformisation des formats, traitement des données catégorielles, ect.

4) **Exploration des données** : Cette étape consiste à analyser bièvement les données pour comprendre leur structure cela inclut :

- Résumé statistique : Le nombre d'observation  $N$ , Le max et le min valeur de la variable, La moyenne et la variance et l'écart type arithmétique de chaque variable tq :

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i \quad , \quad S = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2 \quad , \quad \sigma = \sqrt{s} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2} \quad (2.1)$$

- Visualisation : graphique tels que des histogrammes, diagrammes en boîte (boxplots), ou nuage de points pour détecter des tendances, des relations ou des anomalies.

5) **Choix le modèle statistique** : Selon le type de données et l'objectif de l'étude, vous devez choisir un ou plusieurs modèles statistiques adaptés et estimés y compris l'estimation de ses paramètres et testées d'hypothèse

6) **Validation du modèle** : Cette étape à estimer les paramètres du modèle choisi, tels que les coefficients dans une régression. Des techniques comme la méthode des moindres carrés, la maximisation de la vraisemblance,....ect, peuvent être utilisées.

7) **Test d'hypothèses** : Une fois modèle construit, il est important de tester des hypothèses statistiques, par exemple

- Tests de signification comme test fisher, student,....ect.
- Intervalle de confiance : Estimation de l'intervalle dans lequel une statistique est susceptible de se situer avec un certain niveau de confiance.

8) **Validation du modèle** : Cette étape consiste à évaluer la qualité la pertinence du modèle statistique choisi, par exemple en utilisant des critères comme le coefficient de détermination  $R^2$ .

- Pour la régression ou divisant les données en échantillons d'apprentissage et de test pour éviter la sur ajustement (overfitting).

9) **Interprétation des résultats** : L'objectif final est d'interpréter les résultats obtenus de manière à répondre à la question initiale.

Cela inclut :

- L'examen des résultats de tests statistiques.
- La compréhension des relations entre les variables.
- La présentation des conclusions de manière compréhensible pour un public cible.

10) **Présentation des résultats** : Enfin, les résultats doivent être communiqués clairement, souvent sous forme de rapports ou de présentations visuelles, en utilisant des tableaux, des graphiques et des résumés des tests réalisés.

Cela permet de rendre les conclusions accessibles et exploitables pour les décideurs ou le public.

## 2.2 Méthode et concepts utilisés

### 2.2.1 Coefficient de corrélation

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (2.2)$$

- si  $|r| \approx 1 \Leftrightarrow \exists$  une relation linéaire entre les variables tq

$$ax_i + by_i + c = 0 \quad (2.3)$$

- si  $|r| \approx 0 \Leftrightarrow \nexists$  une relation linéaire entre les variables

## 2.2.2 La régression linéaire

Une méthode statistique utilisée pour représenter la relation entre la variable expliquée  $Y$  et une ou plusieurs variables explicatives  $X$  ou  $X_i$ , et divisée en deux types selon le nombre de variables.

### 2.2.2.1 La régression linéaire simple

#### 1) Le Modèle

**Définition 2.2.1** un modèle de régression linéaire simple est défini par la relation entre une variable quantitative expliquée  $Y$  et une autre variable quantitative explicative  $X$ , sous la forme d'une fonction linéaire définie par

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i \quad , i = 1, \dots, n \quad (2.4)$$

où

$y_i$  : la  $i^{\text{ème}}$  observation de la variable aléatoire à expliquer  $Y$ .

$x_i$  : la  $i^{\text{ème}}$  observation de la variable aléatoire explicative  $X$ .

$\beta_0$  et  $\beta_1$  : sont des constantes inconnues appelées paramètres du modèle

$\varepsilon_i$  : l'erreur aléatoire du modèle.

$n$  : la taille de l'échantillon.

On peut s'écrire ce modèle sous forme matricielle comme suit :

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \xi \quad (2.5)$$

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x_1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

**Propriété 2.2.1** les erreurs sont centrées, ont la même variance, et non corrélées entre elles :

(i)  $E(\varepsilon_i) = 0$  et  $E(\varepsilon_i^2) = \sigma_\varepsilon^2 < \infty$ ,  $i = 1, \dots, n$

(ii)  $cov(\varepsilon, X) = 0$  et  $Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0, \forall (i, j)$  tq  $i \neq j$

**2) Estimation des parametre** Les paramètre  $\beta_0, \beta_1$  précisent respectivement la valeur principal si  $X = 0$  et affect  $X$  à  $Y$ , et étant donné qu'elle est inconnu alors nous avons besoin d'estimer ces paramètres.

on définissant la droit de régression :

$$\boxed{\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i, i = 1, \dots, n} \quad \text{avec} \quad \left( \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 + \beta_1 x_i)^2 \right) \text{ est minimal} \quad (2.7)$$

Puisque le modèle est linéaire, on utilise la méthode des moindre carrés ordinaire (MCO) pour minimize  $\Psi(\beta_0, \beta_1) = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2$  tq :

$$\left( \hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1 \right) = \arg \min \Psi(\beta_0, \beta_1) = \begin{cases} \frac{\partial \Psi(\beta_0, \beta_1)}{\partial \beta_0} = 0 \\ \frac{\partial \Psi(\beta_0, \beta_1)}{\partial \beta_1} = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} \hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x} \\ \hat{\beta}_1 = \frac{S_{xy}}{S_x} \end{cases} \quad (2.8)$$

Où

$$\begin{aligned} - \bar{y} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i & \text{et} & & \bar{x} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \\ - S_x &= \sum (x_i - \bar{x})^2 & \text{et} & & S_{xy} &= \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \end{aligned}$$

**Propriété 2.2.2 [6]**

>  $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1$  est sans biais de  $\beta_0, \beta_1$  c-à-d :

$$E(\hat{\beta}_0) = \beta_0 \quad \text{et} \quad E(\hat{\beta}_1) = \beta_1 \quad (2.9)$$

> la variance et covariance ente  $(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1)$  donné par :

$$\begin{aligned} \text{var}(\hat{\beta}_0) &= \frac{\sigma_\varepsilon^2 \sum_{i=1}^n x_i}{nS_x} & , \text{var}(\hat{\beta}_1) &= \frac{\sigma_\varepsilon^2}{S_x} \\ \text{cov}(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1) &= \frac{-\sigma_\varepsilon^2}{S_x} \end{aligned} \quad (2.10)$$

**Théorème 2.2.1 (bais de l'estimateur de  $\sigma_\varepsilon^2$ )** *l'estimateur sans biais de la variance résiduelle*

$\hat{\sigma}_\varepsilon^2$  est :

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2} = \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 \quad (2.11)$$

**Notation 2.2.1** *On considère les notations suivantes :*

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{\hat{\beta}_0}^2 = \text{var}(\hat{\beta}_0) \\ \sigma_{\hat{\beta}_1}^2 = \text{var}(\hat{\beta}_1) \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \hat{\sigma}_{\hat{\beta}_0}^2 = \frac{\hat{\sigma}_\varepsilon^2 \sum_{i=1}^n x_i}{nS_x} \\ \hat{\sigma}_{\hat{\beta}_1}^2 = \frac{\hat{\sigma}_\varepsilon^2}{S_x} \end{array} \right. \quad (2.12)$$

### 3) Qualité d'ajustement

#### a) Equation d'analyse de variance

Pour évaluer la qualité de l'ajustement du modèle,

nous utilisons l'équation de l'analyse de la variance, ce qui consiste à décomposer la variance des  $y_i$  autour de leur moyenne en une somme de deux autres variances comme suit :

$$\underbrace{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}_{SCT} = \underbrace{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}_{SCR} + \underbrace{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}_{SCE} \quad (2.13)$$

Où

$SCT$  : somme des carrés totale.

$SCR$  : somme de carrés résiduelle.

$SCE$  : somme des carrés expliqués

**Définition 2.2.2 (Coefficient de détermination)** On appelle coefficient de détermination  $D$  la quantité

$$D = R^2 = \frac{S_{xy}^2}{S_x S_y} = \frac{SCE}{SCT} \leq 1 \quad (2.14)$$

Si  $R^2 \simeq 1$  plus l'ajustement est meilleure

## b) Analyse de variance

### 1- Tableau d'analyse de la variance

Source de Variation	ddl	Somme des carrés SC	Moyenne des carrés MC	F
Expliquée	1	$SCE$	$MCE = \frac{SCE}{1}$	$F = \frac{MCE}{MCR}$
Résiduelle	$n - 2$	$SCR$	$MCR = SCR / (n - 2)$	
Totale	$n - 1$	$SCT$		

TAB. 2.1 – Tableau d'analyse de la variance

### 2- Teste de Fisher

Nous acceptons l'hypothèse de significations globale du modèle si :

$$T^2 = F = \frac{SCE/1}{SCR/(n-2)} \succ f_{(1-\alpha)}(1, n - 2) \quad (2.15)$$

avec  $T = \frac{|\hat{\beta}_1|}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_1}}$

$f_{(1-\alpha)}(1, n - 2)$  et le fractile d'ordre  $1 - \alpha$  de loi de Fisher  $F(1, n - 2)$  lue à partir table statistique de fisher.

### 4) La Prévision

On estime  $y_p$  par un estimateur sans biais, donné par

$$\hat{y}_p = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_p \quad (2.16)$$

**Proposition 2.2.1 (Variance de l'erreur de la prévision)** *La variance de l'erreur de la prévision satisfait :*

$$\sigma_e^2 = \text{Var}(\hat{y}_p - y_p) = \sigma_\varepsilon^2 \left( 1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_p - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \right) \quad (2.17)$$

avec

$$\hat{y}_p - y_p = (\hat{\beta}_0 - \beta_0) + (\hat{\beta}_1 - \beta_1)x_p - \varepsilon_p \quad (2.18)$$

Cette quantité nous permet d'évaluer la précision de la prévision, plus la variance est faible la prévision est précise.

### 2.2.2.2 Régression linéaire multiple

#### 1) Le Modèle

**Définition 2.2.3** *Un modèle régression linéaire multiple est définie la relation entre des variable quantitative a expliquée  $Y_i$  à une autre variables quantitative explicative  $X_i$ , sous une forme fonction linéaire définie par*

$$y_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^n \beta_j x_{ij} + \varepsilon_i \quad , i = 1, \dots, n \quad (2.19)$$

où

$x_{ij}$  : sont des variables déterministes.

$\beta_0$  et  $\beta_j$  : sont des constantes inconnues appelées paramètres du modèle

$\varepsilon_i$  : l'erreur aléatoire du modèle.

On peut s'écrire cette modèle sous forme matriciel comme suit :

$$Y = X\beta + \varepsilon \quad (2.20)$$

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x_{1,1} & \cdots & x_{1,p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n,1} & \cdots & x_{n,p} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \vdots \\ \beta_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

**Propriété 2.2.3** *L'hypothèse concernant le modèle sont :*

(i) *Le range de matrice X est :  $\text{rang}(X) = p + 1$*

(ii) *Les erreur sont centré, des même variance,et non corrélées entre elles ,i.e*

$$E(\varepsilon) = 0_n \text{ et } \text{Var}(\varepsilon) = \sigma_\varepsilon^2 \mathbf{I}_n \quad (2.22)$$

(ii) *cov( $\varepsilon, X$ ) = 0 et  $\text{Cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0, \forall (i, j) \text{ tq } i \neq j$*

**2) Estimation des paramètre** Comme la régression linéaire simple on estimée les paramètres de modèle aussi par la méthode (MCO) alôr on obtient :

$$\hat{\beta} = (X^t X)^{-1} X^t Y \quad (2.23)$$

**Propriété 2.2.4 ( [6] )** *>  $\hat{\beta}$  est sans biais de  $\beta$ , de matrice de variance-covariance*

$$\text{Var}(\hat{\beta}) = \sigma_\varepsilon^2 (X^t X)^{-1} \quad (2.24)$$

> *La variance de l'erreur  $\sigma_\varepsilon^2$  est estimée sans biais par :*

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{1}{n-p-1} \sum_{i=1}^n \hat{\varepsilon}_i^2 = \frac{1}{n-p-1} \hat{\varepsilon}^t \hat{\varepsilon} \quad (2.25)$$

**3) Qualité d'ajustement** De même (RLS)

**a) Equation d'analyse de variance** Pour évaluer la qualité de l'ajustement du modèle, nous utilisons l'équation de l'analyse de la variance, ce qui consiste à décomposer la variance des  $y_i$  autour de leur moyenne en une somme de deux autres variances comme suit :

$$\begin{aligned}
 \underbrace{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}_{SCT} &= \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 + \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \\
 &= \underbrace{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}_{SCE} + \underbrace{\sum_{i=1}^n \hat{\varepsilon}_i^2}_{SCR}
 \end{aligned}
 \tag{2.26}$$

Aussi l'ajustement soit parfait dès que  $R^2 \simeq 1$  tq :

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} = 1 - \frac{\hat{\varepsilon}^t \hat{\varepsilon}}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}
 \tag{2.27}$$

Elle est possible de prendre

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{\frac{1}{n-p-1} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} = 1 - \frac{n-1}{n-p-1} (1 - R^2)
 \tag{2.28}$$

## b) Inférence Sur le Modèle 6

$$\begin{cases} H_0 : \beta = \beta_0 \\ H_1 : \beta \neq \beta_0 \end{cases} \quad \beta_0 \in \mathbb{R}^{p+1}
 \tag{2.29}$$

On test ce l'hypothèse globalement ,on sait que :

$$\frac{(\hat{\beta} - \beta)^t (X^t X) (\hat{\beta} - \beta)}{(p+1) \sigma_\varepsilon^2} \sim \frac{\chi_{p+1}^2}{p+1}
 \tag{2.30}$$

Et

$$\frac{\hat{\sigma}_\varepsilon^2}{\sigma_\varepsilon^2} \sim \frac{\chi_{n-p-1}^2}{n-p-1}
 \tag{2.31}$$

D'où l'indépendance entre  $\hat{\beta}$  et  $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$  implique que

$$Q(\hat{\beta}, \hat{\sigma}_\varepsilon^2) = \frac{(\hat{\beta} - \beta)^t (X^t X) (\hat{\beta} - \beta)}{(p + 1) \hat{\sigma}_\varepsilon^2} \sim \mathcal{F}(p + 1, n - p - 1) \quad (2.32)$$

$\mathcal{F}(p + 1, n - p - 1)$  est la loi de Fisher avec  $(p + 1)$  et  $(n - p - 1)$  ddl. Au niveau  $\alpha$ , on acceptera  $H_0$  si

$$Q(\hat{\beta}, \hat{\sigma}_\varepsilon^2) \leq f$$

$f$  le fractile d'ordre  $(1 - \alpha)$  de la loi de Fisher  $\mathcal{F}(p + 1, n - p - 1)$ .

Le résultat est présenté dans un tableau d'analyse de la variance

**Tableau d'analyse de la variance**

Source de Variation	ddl	Somme des carrés SC	Moyenne des carrés MC	$F$
Expliquée	$p$	$SCE$	$MCE = \frac{SCE}{P}$	$F = \frac{MCE}{MCR}$
Résiduelle	$n - p - 1$	$SCR$	$MCR = SCR / (n - p - 1)$	
Totale	$n - 1$	$SCT$		

TAB. 2.2 – D'analyse de la variance

On accepte  $H_0$  si la statistique :

$$F = \frac{MCE}{MCR} \leq f \quad (2.33)$$

**4) La Prévision** Dans un modèle de régression linéaire multiple, la prévision consiste à trouver une valeur estimée.

$$\hat{Y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_0^1 \dots \dots \hat{\beta}_p X_0^p \quad (2.34)$$

$X_0 = (1, X_0^1, \dots, X_0^p)$  les observations qui arrivent après avoir écrit le modèle.

Les intervalles de confiance des prévisions de  $Y$  et  $E(Y)$  au niveau de confiance  $(1 - \alpha)$

données par :

$$prv(Y) = \hat{Y}_0 \mp \left(1 + X_0 (X^t X)^{-1} X_0^t\right)^{1/2} \quad (2.35)$$

$$prv(E(Y)) = \hat{Y}_0 \mp t\hat{\sigma}_\varepsilon \left(X_0 (X^t X)^{-1} X_0^t\right)^{1/2} \quad (2.36)$$

Avec  $t$  est la fractile d'ordre  $(1 - \alpha/2)$  de la loi de student  $T(n - p - 1)$ .

### 2.2.3 Programmation linéaire

**Définition 2.2.4** *la programmation linéaire est une technique mathématique de solution d'optimisation problème. Elle peut être résumée comme étant la détermination le max ou le min d'une fct objectif dans un intervalle, il est définie à travers des contraintes appliquées à un certain nombre des variable. Elle est résolue et la meilleure solution dans l'espace des solutions admissibles est trouvée à l'aide de méthode géométrique ou algébriques dont les plus importantes sont la méthode de simplexe*

#### 1) Les conditions de formulation d'un PL

- a) Les variable de décision du problème sont positives.
- b) La meilleur décision est déterminée à partir d'une fct linéaire des variables, ce qui signifie qu'aucune interaction ou produit croisé entre deux variables n'est autorisé. Cette fct utilisée pour évaluer la qualité des décisions et en choisir la meilleure, est appelée fct objectif ou fct économique.
- c) Les limitation liées aux variable de décision, peuvent être représentées par un système d'équation linéaire. Cette équation appelle les contraintes
- d) Les paramètres du problème qui ne sont pas des variable de décision sont supposés être connus avec certitude.

## 2) Formulation de problème

La formulation d'un problème d'optimisation élaboré à partir de trois étapes suivantes :

**a) Choix des variables** Elle la première étape à choisir les variables du problème

**Définition 2.2.5** on considère que toute quantité augmentant la précision du problème est une variable.

**Exemple 2.2.1** une entreprise produit  $n$  nombre d'unités de produits mensuellement pour chacun des sept produits étudiés. Notons donc :

$$\begin{aligned} x_1 &= \text{nombre de produit 1} \\ &\vdots \\ x_n &= \text{nombre de produit } n \end{aligned} \tag{2.37}$$

### b) Expression de l'objectif

**Définition 2.2.6 (fct l'objectif)** on appelle fct objectif d'un problème d'optimisation le critère de choix entre les diverses solutions possibles.

$$\boxed{\max / \min Z = c_1x_1 + \dots + c_nx_n} \tag{2.38}$$

Où forme matriciel

$$\boxed{\max / \min Z = C^t X} \tag{2.39}$$

### c) Expression des contraintes

**Définition 2.2.7 (les contraintes)** les contraintes du problème sont les relations limitant le choix

des valeurs possible des variable avec le condition  $x_1, \dots, x_n \geq 0$  ,s'écrit à système suivent :

$$s.c \begin{cases} a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n \leq b_1 \\ \vdots \\ a_mx_1 + a_2x_2 + \dots + a_mnx_n \leq b_m \end{cases} \quad (2.40)$$

La forme matriciel

$$\boxed{AX \leq B \text{ avec } x_i \geq 0} \quad (2.41)$$

### 2.2.4 Les forme d' une PL

Ainsi ,un programmation linéaire (PL) s'écrivent sous 3 forme [3] [9] :

La forme Mixte(PLM)	La forme Canonique(PLC)	La forme Standard(PLS)
$F.O \max \setminus \min Z = C^t X$ $s.c \ AX \begin{pmatrix} \geq \\ = \\ \leq \end{pmatrix} B$	$F.O \max Z = C^t X$ $s.c \ AX \leq B$	$F.O \max Z = C^t X$ $s.c \ AX = B$

(2.42)

**Remarque 2.2.1** dans tous les forme les variable de décision  $x_i \geq 0 / i = 1, \dots, n$

Pour obtenir la forme canonique, nous réalisons les étapes suivent :

1. **La fct objectif** : si la fct objectif est un fct de minimisation nécessaire transformer à fct de maximisation

$$\boxed{\min Z = c_1x_1 + \dots + c_nx_n \implies -\max(-Z) = -c_1x_1 - \dots - c_nx_n} \quad (2.43)$$

2 **Les sous constraints** :

- Si les contrainte sous forme de "  $\geq$  " nous bousoin transformé à "  $\leq$  " comme suit :

$$AX \geq B \Leftrightarrow -AX \leq -B \quad (2.44)$$

- Si les contrainte sous forme de "  $=$  " nous bousions transformé à "  $\leq$  " comme suit :

$$AX = B \Leftrightarrow \begin{cases} AX \leq B \\ -AX \leq -B \end{cases} \quad (2.45)$$

- Si le variable de décision libre alore il s'écrit comme la différence de deux variables positives

$$\begin{cases} 2X_1 + 3X_2 \leq 10 \\ X_1 \geq 0, X_2 \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2X_1 + 3X'_2 - 3X''_2 \leq 10 \\ X_1, X'_2, X''_2 \geq 0 \end{cases} \quad (X_2 = X'_2 - X''_2)$$

## 2.2.5 Espace des solutions admissibles

**Définition 2.2.8 (Région admissible)** *L'a région solutions admissibles est une ensemble tous les valeur ou point ou les solution réalisé tout les sous contraint ou les condition dans problème mathématique ou programmation linéaire. [19]*

*Dans le programmation linéaire l'espace des solutions admissible est un polygone convexe .résultant de l'intersection de plusieurs équations linéaire de contraint.*

**Définition 2.2.9 (Solution admissible optimal)** *La solution admissible optimal est un solution réalisable de (PL) qui optimise (max/min) la F.O.*

**Définition 2.2.10 (Sommet du polygone)** *On appelle sommet du polygone un point intersection de deux contrant à l'égalité vérifiant tous les contraint.*

## 2.2.6 Résolution le problème

Ona 2 méthode pour résolution le (PPL) :

## 1- Résolution graphique

Utilisé cette méthode pour résolution les ( $PL$ ) simple de deux variable

1. La premier étape et définie les deux variable à un repère orthonormé ( $ox_1, ox_2$ )..
2. Représentation graphique les contraintes.et tracé la région admissible ( $Z$ ).
3. Si ( $Z$ ) et borné ,alors la solution optimal existe,mais si non borné,on distingue les deux cas suivent :
  - Si le problème est maximiser, alors aucune solution.
  - Si problème est à minimiser, alors une solution optimal existe.
4. Chercher tous les point sommet de ( $Z$ ) et parmi ceux-ci choisir le point qui rend l'objective optimal par deux méthodes :
  - a) **Recensement des sommets** : Comparer les valeurs de l'objectif correspondantes à chacun des point sommet. La plus grande valeur réalise le maximum et la plus petite valeur réalise le minimum.
  - b) **Droites parallèles** : Tracer la droite relative à la ( $F.O$ ). Et déplacer parallèlement cette droite vers le point de la région admissible le plus éloigné de l'origine en cas de maximisation ou vers le point le plus proche de l'origine en cas minimisation.

**Exemple 2.2.2**  $Un (PL)$  suivent

$$\begin{aligned} \text{maximise } Z &= 15x_1 + 10x_2 \\ S.C &= \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 15 \\ 2x_1 + x_2 \leq 20 \\ x_1 + 2x_2 \leq 22 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

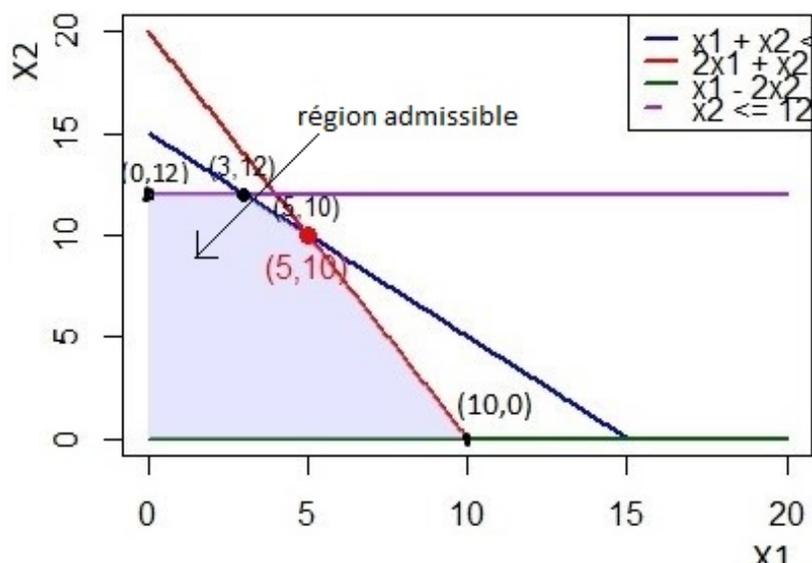


FIG. 2.1 – Représentation graphique de solution

Les valeur (F.O) au points sommet :

$$(0, 10) \Rightarrow Z = 150$$

$$(3, 12) \Rightarrow Z = 165$$

$$(5, 10) \Rightarrow Z = 175$$

$$(10, 0) \Rightarrow Z = 120$$

La valeur maximale de \$Z\$ est 175 de point sommet \$(5,10)\$. Alor la solution optimale est :

$$X_1 = 5 \text{ et } X_2 = 10$$

## 2- Résolution algébrique (Méthode de simplex)

**Définition 2.2.11 (Méthode de Simplex)** Est une algorithme itérative utilisé pour trouver la solution optimale de (PPL)

**L'étape de la méthode :**

1 étape : Transformée la (PL) sous forme standard comme suite :

**a) Les constraint :** Si les constraint sont de la forme \$(\le)\$ on leur ajout un variable d'écart,

que l'on note  $S$ , es contraint deviennent alors de la forme

$$\boxed{AX + S = B} \tag{2.46}$$

b) **Fonction objectif** : Réécriture la F.O avec l'ajoute les variable d'écarte sous forme suivent :

$$\boxed{\max Z = C^t X + 0S} \tag{2.47}$$

2 étape : Construction du tableau initial du simplexe et détermination la solution de base. puis son amélioration progressive à l'aide de l'algorithme du simplexe jusqu'à l'obtention de la solution optimale.

$C_i$			$C_1 \dots C_n$	$0 \dots 0$	
<i>profit/</i> <i>unit</i> $CB$	<i>basic</i> <i>variable</i> $XB$	$\backslash X_i$ $b_j \backslash$	$X_1 \dots X_n$	$S_1 \dots S_m$	min $b_j/a_{in} \geq 0$ <i>replacent ratio</i>
0	$S_1$	$b_1$	$a_{11} \dots a_{1n}$	$1 \dots 0$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\dots \dots$	$\dots \dots$	$\vdots$
0	$S_m$	$b_m$	$a_{m1} \dots a_{mn}$	$0 \dots 1$	$\vdots$
$Z_i =$	$\sum CB a_{ij}$	$O$	$0 \dots 0$	$0 \dots 0$	$\dots \dots$
$D_i =$	$C_i - Z_i$	$/$	$C_1 \dots C_n$	$0 \dots 0$	$\dots \dots$

TAB. 2.3 – Tableau de solution initiale

tq :

- $X_i$  : Variable fct objectif
- $b_j$  : Valeur de contraint ou l'équation
- $a_{ij}$  : Valeur de la matrice des contraint.
- $a_{in}$  : Les valeur de la colonne pivot.
- $XB$  : Variable de base de (F.O)
- $CB$  : Coefficient des variables de base dans (F.O).
- $C_i$  : Coeffecient de (F.O) Z.
- $Z_i$  : Valeur de (F.O).

**Remarque 2.2.2** le tableau 2.2.6 il se caractérise par un ensemble des conditions suivantes :

- Les valeurs de base  $X_B$  elle forme une matrice identité.
- Les valeurs de contraintes  $b_j$  positives  $b_j \geq 0$ .
- Existe au moins une valeur positive dans les valeurs de  $D_i$  si la (F.O) max et au moins une valeur négative si le réciproque. pour commencer l'amélioration de la solution par la méthode de simplex.

3 étape : **Changement de bas** : Pour augmenter la valeur de  $z$ , on examine une nouvelle solution de bas. Pour l'obtenir on doit introduire une nouvelle variable dans la base (variable entrant) et exclure une variable qui y figurait précédemment (variable sortante). On appelle changement de base le processus qui consiste à choisir la variable entrant et la variable sortante.

Comment choisir les variables

- ▷ **Variable entrant** : Dans la dernière ligne le coefficient dont la valeur est la plus élevée détermine la variable à entrer dans la base, la colonne de variable entrant s'appelle colonne pivot.
- ▷ **Variable sortante** : On choisit une variable sortante comme étant la variable de base qui s'annule la première. Cela revient à calculer le minimum de rapport du coefficient du nombre de droite de chaque contrainte sur le coefficient correspondant de la colonne pivot lorsque ce dernier est strictement positif. Cette ligne s'appelle ligne pivot.

4 étape : Pivotalage : le pivotalage est un processus qui consiste à rendre le pivot =1 et la transformation des autres cases selon des règles bien précises. Le pivot nous permet de transformer le tableau actuel en un deuxième tableau correspondant à la nouvelle base, pour cela

- Transformation de la ligne pivot : diviser tous ses éléments par le pivot .
- Transformation de la colonne pivot : les éléments situés au-dessus et au-dessous du pivot deviennent 0.
- Transformation des autres cases du tableau : on applique la règle dite du rectangle.

**Exemple 2.2.3** ( [13] ) soit le PL suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \max Z = x_1 + 2x_2 \\ -x_1 + x_2 \leq 1 \\ x_1 - 2x_2 \leq 1 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \right. \iff \left\{ \begin{array}{l} \max Z = x_1 + 2x_2 \\ -x_1 + x_2 + S_1 = 1 \\ x_1 - 2x_2 + S_2 = 1 \\ x_1, x_2, S_1, S_2 \geq 0 \end{array} \right. \quad 1^{ier} \text{étap } F.S$$

Itération 0 : Construction du tableau initial

XB	0	-1	-2	0	0
3	1	-1	<b>1</b>	1	0
4	1	1	-2	0	1

Itération 1 : Le plus petit coût marginal est  $T_{02} = -2$  et donc  $s = 2$  .La colonne 2 est condidate à entrer dans la base. On regarde alors les coefficients en gras du tableau.

1. **Exemple 2.2.4** ON n'a qu'un seul choix et  $r = 1$ .

Nouveau tableau :

XB	2	-3	0	2	0
3	1	-1	1	1	0
4	3	-1	0	2	1

Itération 2 :La plus petite coût marginal est  $T_{01} = -3$  et donc  $s = 1$  .La colonne 1 est candidate à entrer dans la base.Le second test d'arrêt est satisfait. Il est donc impossible de pivoter pour trouver un point éxtraime voisin car l'arrêt est une demi-droite le long de la quelle  $z \rightarrow \infty$ .

**Exemple 2.2.5**

a) La forme standar

$$\left\{ \begin{array}{l} \max Z = 20x_1 + 10x_2 \\ 5x_1 + 4x_2 \leq 20 \\ 2x_1 + 5x_2 \leq 13 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \right. \iff \left\{ \begin{array}{l} \max Z = 20x_1 + 10x_2 \\ 5x_1 + 4x_2 + S_1 = 20 \\ 2x_1 + 5x_2 + S_2 = 13 \\ x_1, x_2, S_1, S_2 \geq 0 \end{array} \right. \quad 1^{ier} \text{étap } F.S$$

b) Tableau initial

	$C_j$	20	10	0	0	
$C_b$	$X_b$	$X_1$	$X_2$	$S_1$	$S_2$	$b_i$
0	$S_1$	5	4	1	0	20
0	$S_2$	2	5	0	1	13
	$Z_j$	0	0	0	0	0
$C_j -$	$Z_j$	20	10	0	0	

c) Nouveau tableau

	$C_j$	20	10	0	0	
$C_b$	$X_b$	$X_1$	$X_2$	$S_1$	$S_2$	$b_i$
0	$X_1$	1	4/5	1/5	0	4
0	$S_2$	0	17/5	-2/5	1	5
	$Z_j$	20	16	4	0	80
$C_j -$	$Z_j$	0	-6	-4	0	

D’où tout les valeur de  $C_i - Z_J < 0$  alor arrêt l’opération et la solution optimale est  $(X_1 = 4, X_2 = 0)$  et  $maxZ = 80$

### 2.2.7 Problème Dual

Touts programme linéaire générale appelé programme linéaire primal (*PLP*) admet un autre programme linéair appelé dual (*PLD*)

**Définition 2.2.12** (*programme dual*) Soit le programme linéaire sous forme standard appelé primal il existe un autre programme appelé dual tq :

$$\boxed{
 \begin{array}{l}
 \text{primal} \left\{ \begin{array}{l} \max C^t X \\ AX = B \\ x_i \geq 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \text{dual} \left\{ \begin{array}{l} \max B^t Y \\ A'Y \leq C \\ y_i \geq 0 \in \mathbb{R}^m \end{array} \right.
 \end{array}
 } \tag{2.48}$$

Pour passer du primal à dual

1. Le nombre de variable  $y_i$  égale au nombre de linge de la matrice  $A$ .
2. La matrice de contraint  $A' = A^t$ .
3. Le vecteur de seconde nombre de contraint de ( $PLD$ ) devient les coefficient de la ( $F.O$ ).
4. Le problème de maximisation devient un problème de minimisation et reseproque.
5. L'inégalité " $\leq$ " devient des " $\geq$ ".

**Exemple 2.2.6** Soit le programme primal suivant :

$$\text{primal} \left\{ \begin{array}{l} \max Z = x_1 + 2x_2 + 3x_3 \\ x_1 + x_2 + x_3 \leq 4 \\ 4x_1 + 3x_2 \leq 10 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array} \right.$$

Le dual de ce programme s'écrire

$$\left\{ \begin{array}{l} \min Z' = 4y_1 + 10y_2 \\ y_1 + 4y_2 \geq 1 \\ y_1 + 3y_2 \geq 2 \\ y_1 \geq 3 \\ y_1, y_2 \geq 0 \end{array} \right.$$

**Propriété 2.2.5** Dual du dual est le primal.

**Théorème 2.2.2 (Theoreme de dualité)** Soit le problème ( $P$ ) et ( $D$ ) deux

a) Si ( $P$ ) et ( $D$ ) on des solutions admissible alors ils ont des solutions optimal et

$$\boxed{Z^* = \max(P) = \min(D)} \tag{2.49}$$

b) Si l'un d'autre en  $x$  a un optimum borné, l'autre n'a pas solution réalisable.

**Théorème 2.2.3 (Dualité faible [19])** Soient  $x$  un solution admissible d'un ( $PL$ ) sous forme canonique  $Z$  et  $y$  un solution admissible de problème dual  $D$  alors :

- $Z(x) \leq D(y)$ .
- Si  $Z(x) = D(y) \Leftrightarrow x$  et  $y$  sont des solutions optimales de (PL) et (PLS).

**Théorème 2.2.4 (Dualité fort [19])** Si le problème primaire (PLP) admet un solution admissible optimale  $x^*$  alors le (PLD) admet lui aussi une solution admissible optimal  $y^*$  et ona :

$$\boxed{Z(x^*) = D(y^*)} \tag{2.50}$$

### 2.2.8 Analyse de sensibilité (Analyse post \_ optimal)

**Définition 2.2.13 (Analyse post \_ optimale)** On l'apelle aussi analyse de sensibilité, et c'est un processus qui permet déterminer l'intervale de variation des données pour le quel la solution optimale reste inchangée.

**Remarque 2.2.3** Cette analyse pasé sur la dernier tableau de simplexe ;

#### Les cas des variation

**Variation par rapport au (F.O)** Déterminet un intervalle dans lequel peut varier le coefficient  $C_i$  d'un variable de décision que la solution optimal change et cet que appelé intervalle d'optimalité [18] :

**Exemple 2.2.7** l'exemple [2.2.5]

Ona la solution optimale de cette exemple est  $(X_1^*, X_2^*) = (4, 0)$  et  $Z = 80$

Etudions la variation de coefficient  $C_i$  relatif au profit à retrer de la

On modifie le  $C_1$  de la variable de décision de base dans la dernier tableau simplex  $C_1^* = C_1 + \Delta$

	$C_j$	$20 - \Delta$	10	0	0	
$C_b$	$X_b$	$X_1$	$X_2$	$S_1$	$S_2$	$b_i$
0	$X_1$	1	$4/5$	$1/5$	0	4
0	$S_2$	0	$17/5$	$-2/5$	1	5
	$Z_j$	$20 + \Delta$	$16 + \frac{4}{5}\Delta$	$4 + \frac{1}{5}\Delta$	0	$80 + 4\Delta$
$C_j -$	$Z_j$	0	$-6 - \frac{4}{5}\Delta$	$-4 - \frac{1}{5}\Delta$	0	

Pour la solution optimal reste optimale il faut :

$$\begin{cases} -6 - \frac{4}{5}\Delta \leq 0 \\ -4 - \frac{1}{5}\Delta \leq 0 \end{cases} \text{ et } \iff \begin{cases} -\Delta \geq -\frac{15}{2} \\ -\Delta \geq -20 \end{cases} \text{ et } \iff -\frac{15}{2} \leq \Delta \leq \infty$$

**Exemple 2.2.8** Afin de garder la même solution optimale si faut que :  $\frac{25}{2} \leq C_1 \leq \infty$ . Alor

L'intervalle d'optimalité est :  $C_1 \in \left[ \frac{25}{2}, \infty \right[$ .

La même pour le coefficient  $C_2$ .....ect

**Variation par rapport au second nombre (RHS)** Déterminer un intervalle de réalisabilité pour le quel, la solution optimale reste stable pour un variation  $b_i$  (second nombre).

**Exemple 2.2.9** On reste la même exemple

On suppose une variation dans  $b_1$  (le second nombre dans le 1<sup>er</sup> constraint)

	$C_j$	20	10	0	0	
$C_b$	$X_b$	$X_1$	$X_2$	$S_1$	$S_2$	$b_i$
0	$X_1$	1	$4/5$	$1/5$	0	$4 + \frac{1}{5}\Delta$
0	$S_2$	0	$17/5$	$-2/5$	1	$5 - \frac{2}{5}\Delta$
	$Z_j$	20	16	4	0	$80 + 4\Delta$
$C_j -$	$Z_j$	0	-6	-4	0	

Pour reste la solution possible est optimal il faut :  $X_1 \geq 0$  et  $S_2 \geq 0$  .Alors

$$\begin{cases} 4 + \frac{1}{5}\Delta \geq 0 \\ 5 - \frac{2}{5}\Delta \geq 0 \end{cases} \text{ et } \iff \begin{cases} \Delta \geq -20 \\ \Delta \leq \frac{25}{2} \end{cases} \text{ et } \iff -20 \leq \Delta \leq \frac{25}{2}$$

Afin de garder la même solution optimale si faut que :  $0 \leq b_1 \leq \frac{65}{2}$ . Alor L'entervalle de réalisabilité est :  $b_1 \in \left[0, \frac{65}{2} \right[$

# Chapitre 3

## Application du modèle d'optimisation

### 3.1 Formulation du problème

Nous avons besoin à travers cette étude de trouver une méthode pour augmenter les bénéfices de l'entreprise avec un coût minimal. Pour élaborer cette analyse, il est nécessaire de disposer des données sur les produits à savoir : le coût des matières premières, la main-d'œuvre et ainsi que le prix de vente et la marge de produit total et de quelque type bénéficiaire.

### 3.2 Préparation et nettoyage des données

Après la collection des données, nous avons consisté à vérifier la qualité des données. Nous avons fourni les données d'étude dans les tableaux suivants :

- tableau annuel [1.5] pour tous les produits tendant de 20 ans, débutant en 2000 et tendant vers 2020
- Nous avons regroupé les tableaux [1.4] et [1.5] pour des produits les plus productifs dans le tableau suivant

<i>Produit</i>	<i>coût revient (da)</i>	<i>prix vente (da)</i>	<i>Marge</i>	<i>duré de 10km</i>	<i>Les machin</i>
AGS CL2K 93,3 mm <sup>2</sup>	689,02	860	170,98	24	TG07\MR01
CR 2×160,6/1 Kv NG	206,04	277,3	22	32	TA07\DT10\EX07\CB05\EW25
CR 4×160,6/1 Kv NG	250	357,98	33,09	48	TA07\DT10\EX07\CB05\EW25
CR 4×250,6/1 Kv NG	66,23	88,23	71,26	48	TA07\DT10\EX07\MWRL\EV34
CR 3×350,6/1 Kv NG	132,46	165,55	97,98	48	TA07\DT10\EX07\MWRL\EV34
H07V-U 1,5mm <sup>2</sup> 450/750 VR 100 NG	23,36	25,21	1,85	8	TC03\CS10\CR29\EV40
H07V-U 2,5mm <sup>2</sup> 450/750 VR 100 NG	33,92	37,92	4,23	8	TC05\ES10\CS10\CR29\EV40

TAB. 3.1 – Le performance financière de certains produits de l' année 2022

### 3.3 Exploration des donné

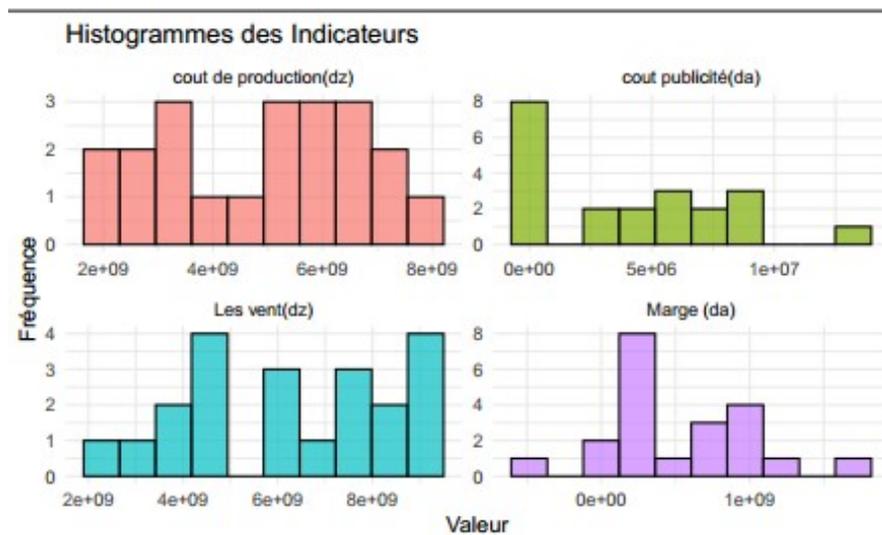
D'après le résumé des données présenté dans le tableau [1.5](#) une analyse statistique approfondie a été menée afin de mieux comprendre les dynamiques de production et les performances opérationnelles de l'entreprise. Cette analyse vise à identifier les tendances significatives, les écarts de performance ainsi que les facteurs critiques influençant l'efficacité de la production.

Les résultats statistiques suivants permettent d'éclairer les choix de modélisation et de justifier les paramètres intégrés dans le modèle de programmation linéaire développé ultérieurement.

		cout de production (dz)	Les vent(dz)	vent (ton)	cout publicité (da)	Marge (da)
N	Valide	21	21	21	21	21
	Manquant	0	0	0	0	0
Moyenne		4868979946	6336999065	9206,3829	4056225,227	559689566,9
Erreur standard de la moyenne		411903474,7	480298642,7	1357,35017	870036,3447	90665020,45
Médiane		5371548258	6363869188	8472,8000	3826474,000	470014071,0
Mode		1788265145 <sup>a</sup>	2620316175 <sup>a</sup>	148,24 <sup>a</sup>	,00	334106,000 <sup>a</sup>
Ecart type		1887578852	2201004886	6220,15989	3987007,407	415479319,1
Variance		3,563E+18	4,844E+18	38690389,05	1,590E+13	1,726E+17
Minimum		1788265145	2620316175	148,24	,00	334106,0000
Maximum		7697477994	9463262544	21668,50	13225203,00	1655290336
Percentiles	25	3184742444	4272371167	3535,0550	,0000	274382271,1
	50	5371548258	6363869188	8472,8000	3826474,000	470014071,0
	75	6512647632	8448078108	14225,0000	7255503,775	912966267,5

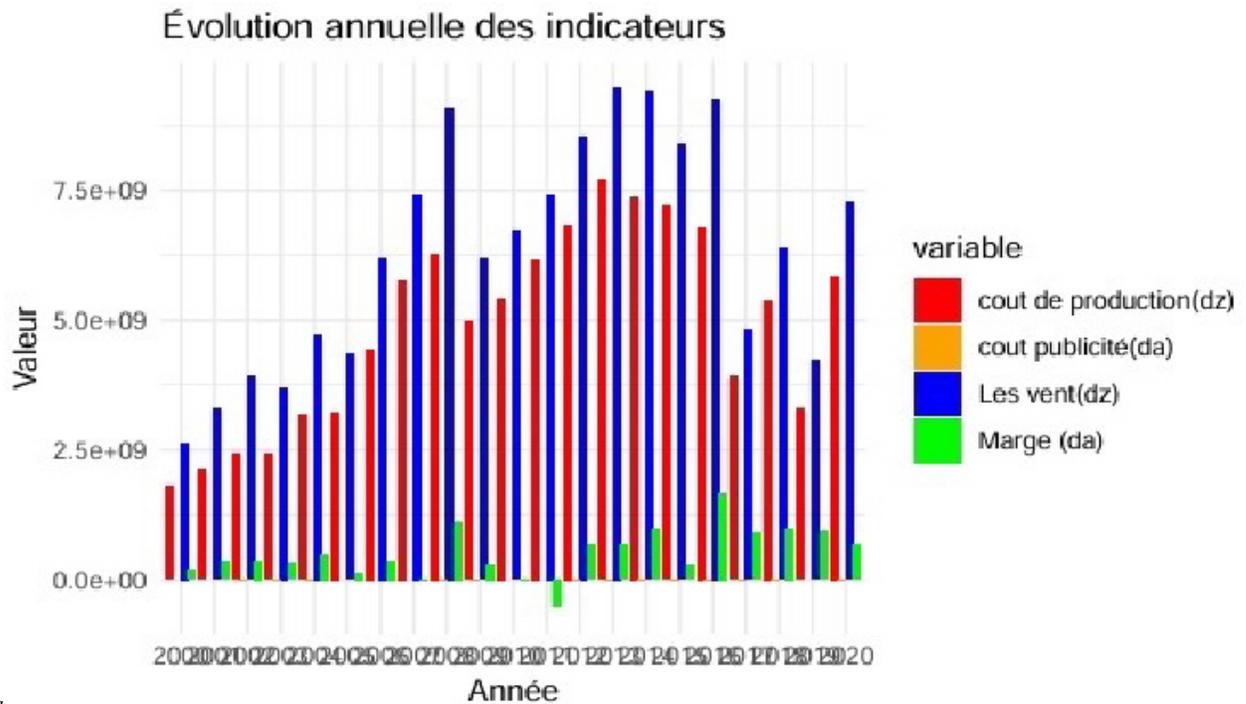
Analyse descriptive

3.3.1 La représentation graphique



Histogramme de 1.5

his



6.jpg

FIG. 3.1 – Diagramme en barre de 1.5

L'analyse descriptive des données financières sur une période de vingt et un ans met en évidence une forte variabilité interannuelle des principaux paramètres économiques, à savoir les coûts de production, les vents (da), les dépenses publicitaires ainsi que la marge bénéficiaire. Le coût moyen de production est estimé à environ 486,9 millions de dinars algériens, tandis que la moyenne des vent (da) s'élève à plus de 633,7 millions, traduisant une performance globale positive.

Cependant, la marge bénéficiaire fait preuve d'une volatilité prononcée, fluctuant entre un déficit important de l'ordre de -528,7 millions et un excédent supérieur à 1,65 milliard, ce qui traduit une instabilité significative des résultats financiers de l'entreprise. Par ailleurs, les dépenses publicitaires restent marginales, avec une moyenne annuelle de 40,5 millions, et se caractérisent par une distribution temporelle hétérogène, allant de zéro à plus de 13,2 millions d'une année à l'autre. L'absence d'une corrélation manifeste entre les dépenses publicitaires et la rentabilité suggère une efficacité limitée de la stratégie marketing adoptée.

Les mesures statistiques de dispersion - notamment la variance, l'écart-type et la somme des carrés - confirment une forte hétérogénéité des données. Il est par ailleurs notable que l'écart entre le chiffre d'affaires et les coûts tend à se réduire au fil du temps, ce qui signifie que la croissance des

coûts est égale ou supérieure à celle des ventes, compromettant ainsi la pérennité de la rentabilité. Cette tendance constitue un facteur de risque majeur à long terme.

Enfin, malgré une légère tendance à la hausse, la marge bénéficiaire demeure globalement faible et caractérisée par une progression lente au cours des deux dernières décennies. Ces résultats traduisent une capacité relative de l'entreprise à optimiser ses performances, tout en soulignant la nécessité d'une amélioration structurelle notamment en matière de maîtrise des coûts et d'optimisation des stratégies commerciales.

### 3.3.2 La corrélation entre les variables

	cout de production(dz)	Les vent(dz)	vent (ton)
cout de production(dz)	1.0000000	0.9998230	0.9829395
Les vent(dz)	0.9998230	1.0000000	0.9833544
vent (ton)	0.9829395	0.9833544	1.0000000
cout publicité(da)	0.9761398	0.9770847	0.9614387
Marge (da)	0.9876995	0.9886912	0.9685059
	cout publicité(da)	Marge (da)	
cout de production(dz)	0.9761398	0.9876995	
Les vent(dz)	0.9770847	0.9886912	
vent (ton)	0.9614387	0.9685059	
cout publicité(da)	1.0000000	0.9724252	
Marge (da)	0.9724252	1.0000000	

La corrélation entre les variable de tableau [1.5](#)

## 3.4 Évaluation de la performance de l'entreprise

Nous sommes basé sur les donné du tableau [1.5](#), et comme il existe une corrélation fort entre les variables du tableau (coût de production, les vents, le cout de publicité...) selon l'étape précédents,nous allons adopter la méthode de la régression linéaire multiple pour évaluer la performance de l'entreprise au cours des années précédentes et prévoir sa performance future.

### 3.4.1 Le modèle

$$Y = \beta_0 + \beta_1 en_1 + \beta_2 en_2 + \beta_3 en_3 + \beta_4 en_4 \quad (3.1)$$

Avec

$Y$  : la marge

$en_1$  : coût production

$en_2$  : les vent (ton)

$en_3$  : les vent (da)

$en_4$  : publicité

#### Résultat d'analyse de modèle

```
Call:
lm(formula = y1 ~ en1 + en2 + en3 + en4, data = df)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-637630265 -179343787 -26707884  109362028  756884498

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -1.266e+05  8.821e+07  -0.001    0.999
en1          -2.514e-01  2.139e-01  -1.175    0.256
en2           2.838e-01  1.696e-01   1.673    0.113
en3          -7.964e+03  1.140e+04  -0.698    0.494
en4           1.447e+01  2.218e+01   0.652    0.523

Residual standard error: 376300000 on 17 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9804,    Adjusted R-squared:  0.9758
F-statistic: 213.1 on 4 and 17 DF,  p-value: 2.794e-14
```

$tq$  : les  $en$  indiquentles Collone de tableau 1.5 respectivement.

#### Analyse des résultats

##### 1. Résultats des coefficients :

Coefficients	Valeurs estimé	Interprétation
<b>Intercept</b>	-126600	Quand toutes les variables $en_1$ à $en_4$ valent 0, $y_1$ vaut environ -126600.
<b>en<sub>1</sub></b>	-0,2514	Chaque unité de $en_1$ diminue $y_1$ de 0,25
<b>en<sub>2</sub></b>	0,2838	Chaque unité de $en_2$ diminue $y_1$ de 0,28
<b>en<sub>3</sub></b>	-0,00007964	Chaque unité de $en_3$ diminue légèrement $y_1$
<b>en<sub>4</sub></b>	0,1447	Chaque unité de $en_4$ diminue $y_1$ de 0,14

TAB. 3.2 – Résultats des coefficient

**Remarque 3.4.1** *Toutes les valeurs de  $p$  ( $> 0.05$ ) indiquent que les coefficients ne sont pas significatifs individuellement. Cela peut être dû à une multicollinéarité entre les variables explicatives.*

## 2. Qualité du modèle

- **$R^2 = 0.9804$**  : Le modèle explique 98,04 % de la variance totale de la variable dépendante  $y_1$ , ce qui indique un excellent ajustement.
- **$R^2$  ajusté = 0.9758** : Après correction du nombre de variables explicatives, la qualité du modèle demeure très élevée, confirmant sa robustesse.
- **Erreur standard résiduelle = 3.76e + 08** : Compte tenu de l'ordre de grandeur des valeurs de  $y_1$ , cette valeur d'erreur reste acceptable et ne remet pas en cause la fiabilité des estimations.
- **F – statistic = 213.1** avec **p – value = 2.794e – 14** : Le test global de significativité est hautement concluant, indiquant que l'ensemble des variables explicatives contribue significativement à la modélisation de  $y_1$ .

## Conclusion

Bien qu'aucun coefficient individuel ne soit statistiquement significatif, le modèle global demeure très performant et hautement significatif. Cette situation suggère la présence de multicollinéarité entre les variables explicatives, ce qui est confirmé par l'analyse de la matrice de corrélation.

Le modèle est capable d'expliquer 98% de la variation de  $y_1$ , ce qui indique une excellente capacité de prédiction.

Le modèle peut être utilisé comme un outil prédictif efficace par utilise le modèle estimé [2.34](#) car la multicollinéarité affecte principalement l'interprétation des coefficients individuels des variables indépendantes mais n'affecte pas nécessairement le pouvoir prédictif du modèle dans son ensemble. Par conséquent, l'entreprise peut utiliser le modèle pour estimer les valeurs futures de la variable dépendante sur la base des valeurs connues des variables indépendantes.

## 3.5 Optimisation des processus de production au sein de l'organisation

Afin d'améliorer la production au sein de l'entreprise et d'augmenter l'efficacité opérationnelle, nous allons adopter la méthode d'optimisation des processus de production à travers la programmation linéaire.

### 3.5.1 Formulation de problème

#### Notation

produit	code	Machin	code
AGS CL2K 93,3 mm <sup>2</sup>	x <sub>1</sub>	MR01	m <sub>1</sub>
CR 2×16 0,6/1 Kv	x <sub>2</sub>	TA07	m <sub>2</sub>
CR 4×16 0,6/1 Kv	x <sub>3</sub>	EX07	m <sub>3</sub>
CR 4×25 0,6/1 Kv	x <sub>4</sub>	UW25	m <sub>4</sub>
CR 3×35 0,6/1 Kv	x <sub>5</sub>	UW27	m <sub>5</sub>
H07V-U 1,5mm <sup>2</sup> 450/750 VR 100	x <sub>6</sub>	ES06	m <sub>6</sub>
H07V-U 2,5mm <sup>2</sup> 450/750 VR 100	x <sub>7</sub>	ES32	m <sub>7</sub>

À partir du tableau [3.2](#) et [3.5.1](#) en peut trouvées

La fct objectif

$$\max M = 170,98X_1 + 22X_2 + 33,09X_3 + 71,26X_4 + 97,98X_5 + 1,85X_6 + 4,23X_7$$

Avec

$$S.C \left\{ \begin{array}{l} 689,02X_1 + 66,23X_2 + 132,46X_3 + 206,04X_4 + 260X_5 + 23,69X_6 + 33,69X_7 \leq 5000000 \text{ Le} \\ \text{coût} \end{array} \right.$$

$$S.C \left\{ \begin{array}{l} 0.0024X_1 + 0.0032X_2 + 0.0048X_3 + 0.0048X_4 + 0.0048X_5 + 0.0008X_6 + 0.0008X_7 \leq 720 \text{ Le} \\ \text{duré} \end{array} \right.$$

$$S.C \left\{ \begin{array}{l} 0.566X_2 + 0.112X_3 + 0.180X_4 + 0.215X_5 \leq 56512 \\ 0.0677X_2 + 0.180X_3 + 0.098X_4 + 0.116X_5 \leq 46277 \\ 0.008X_6 + 0.014X_7 \leq 23510 \\ 0.0055X_6 + 0.007X_7 \leq 12180 \\ 0.179X_1 \leq 17920 \\ 0.0047X_1 \leq 47700 \end{array} \right. \text{ Matière premier}$$

$$S.C \left\{ \begin{array}{l} X_1 \leq 24000 \\ X_3 \leq 19500 \\ X_2 + X_3 \leq 60000 \\ X_4 + X_5 \leq 20000 \\ X_6 \leq 300000 \\ X_7 \leq 300000 \end{array} \right. \text{ Capacité des machine}$$

### 3.5.2 Résultats et interprétation

#### Les résultats

```

la valeur optimal z: 9107025
> cat("les valeur optimale des variables:\n")
les valeur optimale des variables:
> print(get.variables(lpm1))
[1] 24000 40500 19500 0 20000 129000 300000
> # Analyse sensibilité
> cat("analyse sensibilité - RHS:\n")
analyse sensibilité - RHS:
> print(get.sensitivity.rhs(lpm1))
$duals
 [1] 0.00 2312.50 165.43 14.60 7.39 86.88 0.00 2.38 0.00 0.00
[11] 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 -26.72 0.00 0.00
[21] 0.00

$dualsfrom
 [1] -1.000000e+30 6.168000e+02 -3.637979e-12 1.950000e+04 0.000000e+00
 [6] 0.000000e+00 -1.000000e+30 1.290000e+05 -1.000000e+30 -1.000000e+30
[11] -1.000000e+30 -1.000000e+30 -1.000000e+30 -1.000000e+30 -1.000000e+30
[16] -1.000000e+30 -1.000000e+30 -1.830577e+05 -1.000000e+30 -1.000000e+30
[21] -1.000000e+30

$dualstill
 [1] 1.000000e+30 8.568000e+02 3.995921e+04 9.225000e+04 6.000000e+04 4.150000e+04
 [7] 1.000000e+30 4.290000e+05 1.000000e+30 1.000000e+30 1.000000e+30 1.000000e+30
[13] 1.000000e+30 1.000000e+30 1.000000e+30 1.000000e+30 1.000000e+30 2.000000e+04
[19] 1.000000e+30 1.000000e+30 1.000000e+30

> cat("analyse sensibilité coefficient FO:\n")
analyse sensibilité coefficient FO:
> print(get.sensitivity.obj(lpm1))
$objffrom
 [1] 5.550e+00 7.400e+00 2.570e+01 -1.000e+30 7.126e+01 0.000e+00 1.850e+00

$objftill
 [1] 1.000e+30 2.939e+01 1.000e+30 9.798e+01 1.000e+30 4.230e+00 1.000e+30

```

## Interprétation détaillée des résultats du modèle de programmation linéaire

**Objectif du modèle** L'objectif du modèle était de déterminer une stratégie de production optimale permettant de maximiser le profit total de l'entreprise ENICAB, en tenant compte des contraintes réelles sur les ressources (matières premières, temps machine, main-d'œuvre, etc.).

### 1. Résultat global — Valeur optimale de la fonction objectif : $Z = 9107025$

Le modèle indique que le bénéfice maximal que peut réaliser ENICAB dans les conditions données est de 9 107 025 DZD. Ce chiffre représente l'objectif optimal que l'entreprise peut viser si elle suit rigoureusement les recommandations issues du modèle.

### 2. Quantités optimales à produire

Les valeurs optimales des variables de décision obtenues sont :

[1] 24000 40500 19500 0 20000 12900 30000

Chaque variable correspond à un type de produit (par exemple, différents types de câbles). Ces résultats peuvent être présentés ainsi :

Produit (type de cable)	Quantité optimale (unités)	Interpritation
Produit 1	24000	Production recommandée
Produit 2	40500	Production intensive (rentable)
Produit 3	19500	Production modérée
Produit 4	0	Non rentable ou contraint
Produit 5	20000	À produire au seuil recommandé
Produit 6	12900	Production moyenne
Produit 7	30000	Forte contribution au profit

Le modèle **exclut** automatiquement les produits non rentables ou qui consommeraient trop de ressources (ici, Produit 4 n'est pas produit du tout).

### 3 Analyse de sensibilité des contraintes (RHS)

[1] 0.00 2312.50 165.43 14.60 7.99 86.88 0.00 0.00 0.00 0.00 -26.72 ...

Ces résultats expriment combien chaque contrainte peut varier avant de modifier la solution optimale : **Valeurs positives** : Marge de variation tolérée en augmentation sans changer la base optimale. **Valeurs négatives** : Marge en diminution (au-delà de ce seuil, la solution optimale change).

#### Par Exemples :

- **La contrainte 2** peut augmenter jusqu'à +2312.5 unités sans modifier la solution optimale.
- **La contrainte 11** ne doit pas baisser de plus de 26.72 unités, sinon la base optimale devient invalide.

### 4 Valeurs duales (valeurs de l'ombre)

Les valeurs duales représentent l'impact marginal d'une unité supplémentaire de chaque ressource sur le profit total.

#### Exemple :

[1] -1.000e+00 6.168e+02 ... -1.950e+04 ...

Contraint	Valeur de l'ombre	Interpritation
C <sub>1</sub>	-1 ( <i>non active</i> )	Une unité de plus <b>réduirait</b> le profit
C <sub>2</sub>	+616.8	Ajouter une unité de cette ressource <b>augmente</b> le profit de 616.8 DZD
C <sub>3</sub>	-19500	Trop de cette ressource <b>détérior</b> e la rentabilité

Une valeur positive élevée indique une **ressource critique** : augmenter cette ressource aurait un impact direct sur le profit. Cela peut guider les **décisions d'investissement** (acheter plus de matière, augmenter les heures machine, etc.).

### 5 Sensibilité des coefficients de la fonction objectif

**Résultat :**

Objfrom : [1] 55.5 7.4 2.57 ...

Objtill : [1] 2.93e+01 1.00e+01 ...

• Objfrom et Objtill représentent les **bornes entre lesquelles le coefficient peut varier** sans modifier la solution optimale.

Variable	Coefficient actuel	Plage de stabilité
$X_1$ (Produit 1)	55.5	$[29.3; \infty[$
$X_2$ (Produit 2)	7.4	$[7.4; 10.0]$
$X_3$ (Produit 3)	2.57	$[0; 3.79]$

Cela montre par exemple que le **prix unitaire de vente** du Produit 1 peut **baisser jusqu'à 29.3 DZD** avant de rendre la solution actuelle non optimale

### 3.5.3 Recommandations Stratégiques

1. Produire prioritairement les produits 2, 5 et 7, qui génèrent les plus fortes contributions à la fonction objectif.
2. Ne pas produire le produit 4, car non rentable ou bloqué par une contrainte forte.
3. Surveiller les contraintes critiques (comme C2 et C11), car ce sont des leviers majeurs de rentabilité.
4. Envisager un réajustement des ressources en fonction des valeurs duales — par exemple, augmenter la ressource associée à C2.
5. Mettre en place un outil de pilotage mensuel basé sur ce modèle, mis à jour avec les nouvelles données de production

# Conclusion

Dans le cadre de cette étude, un modèle de programmation linéaire a été développé et résolu à l'aide de la méthode du Simplexe, dans le but d'optimiser la planification de la production au sein de l'entreprise ENICAB Biskra. Le modèle visait à maximiser la marge bénéficiaire globale, tout en prenant en compte un ensemble de contraintes industrielles réelles, notamment le temps de travail, la capacité des équipements, le budget disponible et l'approvisionnement en matières premières. Les principaux résultats sont :

- Le modèle a permis d'identifier un plan de production optimal, aboutissant à un profit maximal théorique de 9 106 025,00 DZD pour l'entreprise.
- Le produit X4, malgré sa marge unitaire élevée, n'est pas retenu dans la solution optimale. Cette exclusion reflète l'influence contraignante de ressources critiques telles que la capacité des machines ou la disponibilité des matières premières.
- À l'inverse, les produits X6 et X7 représentent plus de 79 % du volume de production optimal, en raison de leur adaptabilité au cadre de ressources existant, même si leur rentabilité unitaire reste faible.
- Les produits X1 et X5, bien que plus rentables à l'unité, sont produits en quantités modérées, ce qui traduit un équilibre stratégique entre la maximisation du profit et le respect des contraintes de production.

L'analyse des résultats montre que la méthode du Simplexe a permis de dégager une allocation optimale des ressources, en révélant des compromis implicites entre le volume de production et la valeur unitaire ajoutée. Le modèle a, dans plusieurs cas, favorisé une utilisation maximale des

ressources peu contraignantes (main-d'œuvre ou espace disponible), au détriment des produits plus coûteux en termes de temps machine ou matières premières.

L'exclusion du produit X4, malgré sa rentabilité, souligne qu'en l'état actuel, sa fabrication engendrerait soit une réduction du profit global, soit une violation de contraintes techniques essentielles. Ce constat valide la pertinence de l'optimisation linéaire comme outil d'aide à la décision dans un contexte industriel réel, et démontre son applicabilité à la stratégie de production d'ENICAB Biskra.

Sur la base des résultats obtenus, les recommandations suivantes sont proposées :

- Analyser en profondeur les contraintes limitant la production de X4, en particulier les goulots d'étranglement liés aux équipements ou aux stocks, et envisager des actions correctives telles que :
  - L'extension du temps de fonctionnement des machines,
  - L'investissement dans de nouvelles capacités techniques,
  - Ou l'optimisation de l'utilisation des matières premières.
- Réévaluer la stratégie de production massive des produits X6 et X7, afin de s'assurer qu'ils ne mobilisent pas excessivement des ressources qui pourraient être redéployées vers des produits à plus forte valeur ajoutée.
- Intégrer ce modèle de programmation linéaire comme base de référence pour la planification de production, en l'actualisant périodiquement en fonction de l'évolution des prix, des contraintes techniques et des priorités stratégiques d'ENICAB.

# Bibliographie

- [1] Ababsa.K (2024).*L'impact des barrières à l'entrée sur la performance (rentabilité) d'une organisation industrielle Etude de cas de E.N.I.C.A.B Biskra pour l'industrie du câble pour la période (thèse de doctorat)*
- [2] Achi.A (2002) *Les performances financières d'une organisation : Mesurer et évaluer Une étude de cas de Biskra Cable Industries (2002).(mémoire majestère)*
- [3] Aghmanov.S. (1984). *Programmation linéaire*
- [4] Al-Sultan, K. S. (1997). Introduction to Optimization (pp. 3–53). Springer, Boston, MA.  
[https://doi.org/10.1007/978-1-4615-6151-4\\_1](https://doi.org/10.1007/978-1-4615-6151-4_1)
- [5] Ayton, D. R. (2022). Optimization with MATLAB®(pp. 295–322).  
[https://doi.org/10.1007/978-3-031-19366-8\\_11](https://doi.org/10.1007/978-3-031-19366-8_11)
- [6] Benameur.S (2024) Not de cours.*Analyse de données chapitre 1 :régression linéaire*
- [7] Ben harzellah.R,Hadji.A (2024) *La réalité de l'audit interne des stocks dans une organisation économique Une étude de cas : Enicab Cable Manufacturing Organisation Biskra (mémoire master)*
- [8] Borouba.F (2006) Le rôle des compétences dans l'obtention d'un avantage concurrentiel pour une organisation industrielle Une étude de cas de Biskra Cable Industries (E.N.I.C.A.B) (mémoire master)
- [9] Boussard, J.-M., & Daudin, J.-J. (1988). *La programmation linéaire dans les modèles de production.*
- [10] ENICAB. (.2025). *Entreprise Nationale des Industries du Câble*, from <http://www.enicab.dz>

- [11] Fechete, F., & Nedelcu, A. (2017). Model for determining and optimizing delivery performance in industrial systems. 94, 06006. <https://doi.org/10.1051/MATECCONF/20179406006>
- [12] Fechete, F., & Nedelcu, A. (2015). Modeling the Economic Performance of Industrial Systems Using Mathematical Programming. *Applied Mechanics and Materials*, 1553–1558. <https://doi.org/10.4028/WWW.SCIENTIFIC.NET/AMM.809-810.1553>
- [13] Haddadi.S (2016).*Programmation linéaire \_Une approche mathématique et algorithmique.*
- [14] Jin, Y., Wang, H., & Sun, C. (2021). *Introduction to Optimization* (pp. 1–40). Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-74640-7\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-030-74640-7_1)
- [15] Khlaifa.R (2024). *La contribution du système des coût comptabilité par activités ABC et des coûts basés sur les spécifications ABCII à la maximisation de la valeur de l'entreprise.. Une étude appliquée à ENICAB pour la fabrication de câbles électriques - Biskra.*(thèse de doctorat)
- [16] Mărgineanu, C., & Lixăndroi, D. (2021). Optimization of industrial management processes. 1009(1), 012039. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/1009/1/012039>
- [17] Mavron, V. C., & Phillips, T. N. (2023). *Optimization* (pp. 199–222). Springer International Publishing. [https://doi.org/10.1007/978-3-031-43910-0\\_9](https://doi.org/10.1007/978-3-031-43910-0_9)
- [18] Oukacha.O (2011) *Problème d'analyse de sensibilité en programmation linéaire.* Mémoire de Master Université. Tizi-Ouzou.
- [19] Scheid.J (2021) *Graphes et Recherche opérationnelle.* Cours de TELECOM Nancy 2ème année, Université de Lorraine.

## *Annexe A : Logiciel R*

R Il s'agit d'un logiciel de statistiques open-source gratuit pour l'analyse de données, la visualisation graphique et la modélisation mathématique. Dans le domaine du traitement de l'information statistique, il est particulièrement puissant, et il existe de nombreux packages supplémentaires pour appliquer des méthodes statistiques et mathématiques, ce qui le rend efficace pour la recherche scientifique et les études appliquées

### **Modèle régression linéaire Dans R**

```
y <- Enb$'Marge (da)'  
en1 <- Enb$'cout de production(dz)'  
en2 <- Enb$'Les vent(dz)'  
en3 <- Enb$'vent (ton)'  
en4 <- Enb$'cout publicit\'{e}(da)'  
df <- data.frame(y, en1, en2, en3, en4)  
modle <- lm(y ~en1 + en2 + en3 + en4, data = df)  
summary(modle)\bigskip
```

### **Programmation linéaireDans R**

```
library(lpSolveAPI)  
# creation un mod\'{e}le de 7 variable  
lpm1 <- make.lp(0, 7)  
# fct objectif
```

```
set.objfn(lpm1, c(170.98, 22, 33.09, 71.26, 97.98, 1.85, 4.23))

# les constraint

add.constraint(lpm1, c(0.0024, 0.0032, 0.0048, 0.0048, 0.0048, 0.0008, 0.0008), "<=", 720)

#la dur\`{e}e

add.constraint(lpm1, c(689.02, 66.23, 132.46, 206.04, 260, 23.36, 33.69), "<=", 5000000)

# le cout

add.constraint(lpm1, c(1, 0, 0, 0, 0, 0, 0), "<=", 24000) # machine x1
add.constraint(lpm1, c(0, 1, 1, 0, 0, 0, 0), "<=", 60000) # machine x2
add.constraint(lpm1, c(0, 0, 1, 0, 0, 0, 0), "<=", 19500) # machine x3
add.constraint(lpm1, c(0, 0, 0, 1, 1, 0, 0), "<=", 20000) # machine x4,x5
add.constraint(lpm1, c(0, 0, 0, 0, 0, 1, 0), "<=", 300000) # machine x6
add.constraint(lpm1, c(0, 0, 0, 0, 0, 0, 1), "<=", 300000) # machine x7
add.constraint(lpm1, c(0, 0.056, 0.112, 0.180, 0.215, 0, 0), "<=", 56512) #ALUMIN
add.constraint(lpm1, c(0, 0.067, 0.180, 0.098, 0.116, 0, 0), "<=", 46277) #PRS
add.constraint(lpm1, c(0, 0, 0, 0, 0, 0.008, 0.014), "<=", 23510) #CUIVR
add.constraint(lpm1, c(0, 0, 0, 0, 0, 0.005, 0.007), "<=", 12180)#PVC
add.constraint(lpm1, c(0.179, 0, 0, 0, 0, 0, 0), "<=", 17920) #AGS 9.5
add.constraint(lpm1, c(0.004, 0, 0, 0, 0, 0, 0), "<=", 47700) #GRAISSE CHAUDE AGS

# Identification du type d'objectif:maximization

lp.control(lpm1, sense = "max")

# solution mod\`{e}le

solve(lpm1)

# afficher les r\`{e}sultat

cat("la valeur optimal Z: ", get.objective(lpm1), "\n")

cat("les valeur optimale des variables:\n")

print(get.variables(lpm1))

# Analyse sensibilit\`{e}

cat("analyse sensibilit\`{e} - RHS:\n")
```

```
print(get.sensitivity.rhs(lpm1))  
cat("analyse sensibilit\'{e} coefficient F0:\n")  
print(get.sensitivity.obj(lpm1))
```

## *Annexe B : Abréviation et Notations*

$\bar{X}$	: <i>La moyenne empirique</i>
$var(.)$	: <i>Variance mathématique</i>
$E(.)$	: <i>Espérance mathématique</i>
$cov(.,.)$	: <i>covariance</i>
$prv$	: <i>prévision</i>
$fct$	: <i>fonction</i>
$PL$	: <i>programmation linéaire</i>
$PPL$	: <i>Problème Programmation Linéaire</i>
$PLM$	: <i>Programme Linéaire Forme Mixt.....</i>
$PLS$	: <i>Programme Linéaire Forme Standard</i>
$PLC$	: <i>Programme Linéaire Forme Canonique</i>
$RLS$	: <i>Regression Linéaire Simple</i>
$RLM$	: <i>Regression Linéaire Multiple</i>
$PLD$	: <i>Programme linéaire dual</i>
$F.O$	: <i>Fonction Objectif</i>
$PLP$	: <i>Programme linéaire primal</i>

## Résumé

Cette thèse se concentre sur l'amélioration des performances de production chez ENICAB par le biais de la programmation linéaire, en utilisant spécifiquement la méthode du simplexe pour gérer les contraintes de ressources et de coûts. En effectuant d'abord une analyse statistique descriptive et des régressions multiples pour évaluer les performances passées, un modèle de programmation linéaire est construit pour optimiser la planification de la production. Cette approche vise à maximiser les profits tout en minimisant les coûts, en assurant une allocation efficace des ressources.

Bien que l'accent soit mis sur la maximisation des profits par le biais de la programmation linéaire, il est essentiel de tenir compte des limites potentielles, telles que la précision des données d'entrée et la complexité des environnements de production réels, qui peuvent affecter l'efficacité du modèle

## Abstract

This thesis focuses on enhancing production performance at ENICAB through linear programming, specifically utilizing the simplex method to navigate resource and cost constraints. By first conducting descriptive statistical analysis and multiple regression to evaluate past performance, a linear programming model is constructed to optimize production planning. This approach aims to maximize profits while minimizing costs, ensuring efficient resource allocation.

While the focus is on maximizing profit through linear programming, it is essential to consider potential limitations, such as the accuracy of input data and the complexity of real-world production environments, which may affect the model's effectiveness

## ملخص

تهدف هذه الأطروحة إلى تحسين أداء الإنتاج في شركة ENICAB من خلال الاعتماد على البرمجة الخطية، وتحديدًا باستخدام طريقة التبسيط لتجاوز قيود الموارد والتكاليف. وذلك من خلال إجراء تحليل إحصائي وصفي أولاً يتبعه انحدار متعددة لتقييم الأداء السابق، ما يمكن من بناء نموذج برمجة خطية لتحسين تخطيط الإنتاج. يهدف هذا النموذج إلى تعظيم الأرباح مع تقليل التكاليف إلى الحد الأدنى، مع ضمان الاستغلال الفعال للموارد بكفاءة.

في حين ينصب التركيز على تعظيم الأرباح من خلال البرمجة الخطية، من الضروري مراعاة القيود المحتملة، مثل دقة بيانات المدخلات وتعقيد بيئات الإنتاج في العالم الحقيقي، والتي قد تؤثر على فعالية النموذج.