



Université Mohamed khider –Biskra

Faculté d'Architecture, de l'Urbanisme, de Génie Civil et de l'Hydraulique

Département de Génie civil et d'Hydraulique

MÉMOIRE DE MASTER

Sciences et Technologies

Filière : Génie civil.

Spécialité : Géotechnique.

Réf. :

Présenté et soutenu par :

AZRI IMAD EDDINE

Etude numérique de la capacité portante d'une fondation circulaire superficielle sous charge verticale

Encadreur : Dr. BENMEDDOUR Djamel

Année universitaire : 2024/2025

Dédicace

En signe de respect et de reconnaissance,

Je dédie ce modeste travail à

Mes chers parents pour leur patience et leurs sacrifices.

A mon frère et mes trois sœurs,

à Tous mes amis (es).

Mes collègues de promotion, et à tous

Personne ayant contribué à ce travail de près ou de loin,

Remerciement

Nous remercions ALLAH le tout

Puissant qui nous a éclairé le bon chemin

*Nous remercions notre encadreur **Pr BENMEDDOUR DJAMEL***

*De nous avoir encadré durant cette année de préparation du projet de fin
d'étude*

et de nous avoir guidé et nous mettre sur la bonne voie de la Recherche

*Nous remercions beaucoup l'ensemble des enseignants de département de
génie civil pour la formation qu'ils nous ont assuré au long*

De notre cursus Universitaire.

*Enfin un amical remerciement à tous nos amis a leur soutien. Merci à tous
des fonds du cœur.*

Résumé :

Les fondations circulaires sont des éléments intermédiaires, leur rôle est transmission de charges de la structure au sol support, leur dimensionnement nécessite le calcul de la capacité portante. Plusieurs méthodes peuvent être utilisées pour l'estimation de cette dernière, parmi celles-ci, nous citons la méthode d'équilibre limite, méthode des lignes de glissement, méthode d'analyse limite et les méthodes numériques telle que méthode des éléments finis et la méthode des différences finies.

L'objectif de ce mémoire est l'étude numérique des problèmes de capacité portante des semelles circulaires sous chargement centré et posés sur un massif de sol cohérent. Le problème présente une symétrie de révolution ce qui permet l'utilisation de la méthode des différences finies incorporée dans le code FLAC 2D. Enfin les résultats de cette étude sont comparés aux résultats analytiques disponibles dans la littérature.

Mots clés : Fondation, semelle circulaire, capacité portante, FLAC, modélisation numérique, axis-symétrie.

Abstract:

Circular foundations are intermediate elements, their role is to transmit loads from the structure to the supporting soil, and their dimensioning requires the calculation of the bearing capacity. Several methods can be used for the estimation of the latter, among these; we cite the limit equilibrium method, the slip line method, the limit analysis method and numerical methods such as the finite element method and the finite difference method.

. The objective of this thesis is the numerical study of the bearing capacity problems of circular footings under centered loading and placed on a cohesive soil mass. The problem presents rotational symmetry, which allows the use of the finite difference method incorporated in the FLAC 2D code. Finally, the results of this study are compared with analytical results available in literature.

Keywords: Foundation, circular footing, bearing capacity, FLAC, numerical modeling, axis-symmetry.

ملخص :

الأساسات الدائرية هي عناصر بسيطة، وظيفتها نقل الأحمال من الهيكل إلى التربة الحاملة، ويتطلب تحديد أبعادها حساب قدرة التحمل. يمكن استخدام عدة طرق لتقدير هذه الأخيرة، ومن بين هذه الطرق نذكر طريقة التوازن الحدي، وطريقة خط الانزلاق، وطريقة تحليل الحدي، والطرق الرقمية مثل طريقة العناصر المحدودة وطريقة الفرق المحدودة.

الهدف من هذه المذكرة هو الدراسة العددية لمشاكل القدرة على تحمل الأساسات الدائرية تحت الأحمال المركزة والموضوعة على كتلة تربة متماسكة. تتميز المشكلة بالتناظر الدوراني، مما يسمح باستخدام طريقة الفرق المحدود المضمنة في كود FLAC ثنائي الأبعاد. وأخيرا، تتم مقارنة نتائج هذه الدراسة مع النتائج التحليلية المتوفرة في الأدبيات.

الكلمات المفتاحية: الأساس، القاعدة الدائرية، سعة الحمولة، FLAC، النمذجة العددية، التماثل المحوري.

Table des matières

Résumé

Abstract

ملخص

Introduction générale

Chapitre 1 : Synthèse bibliographique

I.1 Introduction.....	2
I.2 Fondations superficielles	2
I.3 Les différents types des fondations	3
I.3.1 Principaux types de fondations superficielles	3
I.3.1.1 Les fondations filantes.....	3
I.3.1.2 Les fondations isolées	4
I.3.1.3 Les radiers ou dallages.....	5
I.3.2 Les fondations semi - profondes (puits).....	8
I.3.3 Les fondations profondes.....	8
I.3.3.1 Classification des fondations profondes	8
I.3.3.2 Un pieux.....	9
I.3.3.3 Principe de fonctionnement des pieux.....	9
I.4 Les fonctions des fondations	10
I.5 Description de la rupture d'une fondation superficielle	11
I.5.1 Comportement d'une semelle chargée.....	11
I.5.2 Mécanismes de rupture d'une fondation superficielle :.....	12
I.5.2.1 Un mécanisme général.....	12
I.5.2.2 Un mécanisme de cisaillement localisé	13
I.5.2.3 Une rupture par poinçonnement.....	14
I.7 Conclusion	17

Chapitre 2 : Méthodes de calcul de la capacité portante

II.1 Introduction	19
II.2 Méthodes de calcul de la capacité portante	19
II.2.1 Les méthodes classiques	19
II.2.1.1 Théorie de Rankine.....	19
II.2.1.2 Théorie de Prandtl	21
II.2.1.3 Théorie de Terzaghi.....	23
II.2.1.4 Théorie de Vesić	28
II.2.2 Méthodes numériques	28
II.2.2.1 Méthode des éléments finis.....	29
II.2.2.2 Méthodes des différences finies	29
II.3 Conclusion.....	30

Chapitre 3 : Présentation de code FLAC

III.1 Introduction	32
III.2 Lois de comportement	32
III.2.1 Modèle élastique	32
III.2.1.1 Modèle élastique linéaire isotrope (loi de Hooke)	32
III.2.1.2 Modèle élastique orthotrope.....	34
III.2.2 Lois de comportement élastoplastique	35
III.2.2.1 Notion de surface de charge	35
III.2.2.2 Notion de règle d'écrouissage.....	37
III.2.2.3 Notions de loi d'écoulement.....	40
III.2.2 Modèle élastique linéaire parfaitement plastique Mohr Coulomb	40
III.3 Présentation de l'outil de simulation Flac2d	43
III.3.1 Méthodologie de simulation avec Flac.....	44
III.3.2 Méthode des différences finies (MDF).....	45
III.4 Conclusion	46

Chapitre 4 : Calcul de la capacité portante

IV.1 Introduction.....	48
IV.2 Présentation des cas étudiés	48
IV.3 Procédure de modélisation numérique	50
IV.3.1 Choix du modèle.....	50
IV.3.2 Conditions aux limites.....	50
IV.4 Etude préliminaire	51
IV.4.1 Influence de taille du modèle	51
IV.4.2 Influence du maillage	51
IV.4.2 Influence du module de déformation du sol sur la capacité portante	52
IV.4.3 Influence de la vitesse de déplacement de la semelle.....	53
IV.5 Calcul de la capacité portante q_u	54
IV.5.1 Solutions analytiques.....	55
IV.6 Résultats et discussions de l'étude numérique	56
IV.6.1 Cas d'un sol frottant et cohérent à la fois	56
IV.6.1.1 Modèle à maillage grossier de 200 éléments.....	56
IV.6.1.2 Modèle à maillage raffiné de 3750 éléments.....	59
IV.7 Calcul de la capacité portante cas d'un sol cohérent.....	64
IV.7. 1 Modèle à maillage non raffiné de 200 éléments	64
IV.8 Conclusions.....	67

Conclusion générale

Liste des figures

Chapitre 1 : Synthèse bibliographique

Figure 1-1: Fondation superficielle	3
Figure 1-2: Fondation filante	4
Figure 1-3: fondation isolée.	4
Figure 1-4: Types des fondations isolées	5
Figure 1-5: Fondation de type radier.....	5
Figure 1-6: Schéma d'un radier plat.....	6
Figure 1-7: schéma d'un radier nervure.	6
Figure 1-8: Schéma représentant une coupe d'un radier champignon.	7
Figure 1-9: Schéma représentant une coupe d'un radier voûté.....	7
Figure 1-10: Exemple de réalisation des fondations semi-profondes	8
Figure 1-11: Schéma représentant les différentes parties d'un pieu.	9
Figure 1-12: le principe de fonctionnement des pieux.....	10
Figure 1-13: Chargement d'une semelle superficielle.	11
Figure 1-14: Mécanisme générale.	13
Figure 1-15: Mécanisme de cisaillement localisé.	13
Figure 1-16: Rupture par poinçonnement	14
Figure 1-17: Nature de la rupture d'une fondation dans un sable d'après Vesic (1963)	15
Figure 1-18: Pression de contact (a) milieu cohérent – (b) milieu pulvérulent	16

Chapitre 2 : Méthodes de calcul de la capacité portante

Figure 2-1: Equilibre de Rankine	19
Figure 2-2 : Mécanisme de rupture d'une fondation de base lisse [Prandtl (1920)]	22
Figure 2-3 : Mécanisme de rupture d'une fondation de base rugueuse [Terzaghi (1943)]	24
Figure 2-4 : Schéma de principe de la théorie de Terzaghi.....	24
Figure 2-5 : Méthode de superposition de Terzaghi	25
Figure 2-6 : Modèle utilisé par Terzaghi pour la détermination des facteurs de portance.....	26
Figure 2-7 : Coefficients de capacité portante de Terzaghi pour un cisaillement général.....	27
Figure 2-8 : Facteurs de capacité portante en fonction de ν (Terzaghi : fondation rugueuse)	27

Chapitre 3 : Présentation de code FLAC

Figure 3-1 : Principe de loi de comportement élastique	33
Figure 3-2: Surface de charge	36
Figure 3-3 : Essai de compression (ou de traction) uniaxiale d'un matériau.....	38
Figure 3-4 : Représentation de l'écrouissage isotrope en projection : (a) dans le plan déviatoire (b) dans le plan $\sigma_{axiale} - \varepsilon_{axiale}$ en traction-compression simple.....	39
Figure 3-5 : Représentation de l'écrouissage cinématique en projection : (a) dans le plan déviatoire (b) dans le plan $\sigma_{axiale} - \varepsilon_{axiale}$ en traction-compression simple.	39
Figure 3-6 : Représentation du critère de Mohr-Coulomb dans le plan de Mohr.	41
Figure 3-7 : Comparaison des critères de Mohr-Coulomb et Tresca dans l'espace des contraintes principales d'après Itasca (2000).....	42
Figure 3-8 : Modélisation de la dilatance ψ à partir du test triaxial (Vermeer et de Borst, 1984).	43
Figure 3-9 : Méthodologie de modélisation numérique avec FLAC (Itasca manuel).....	45

Chapitre 4 : Calcul de la capacité portante

Figure 4-1 : Présentation du problème en trois dimensions	49
Figure 4-2 : Présentation de la moitié du modèle	49
Figure 4-3 : Présentation des conditions aux limites la moitié du modèle (axisymétrie)	51
Figure 4-4 : Influence du maillage du massif : a) Maillage moins raffiné ; b) Maillage raffiné	52
Figure 4-5 : influence de module de déformation sur la capacité portante modèle (75x50) ..	53
Figure 4-6 : influence du module de déformation sur la capacité portante modèle (20x10) ..	53
Figure 4-7 : Influence de la vitesse de déplacement de la semelle sur la courbe de capacité portante : a) $V1 = 2,5 \times 10^{-4}$ m/pas ; b) $V1 = 2,5 \times 10^{-5}$ m/pas	54
Figure 4-8 : Ligne de glissement de Cox pour une semelle circulaire lisse posée sur un massif de sol frottant et cohérent	56
Figure 4-9 : Présentation du maillage grossier du modèle axisymétrique composé de 200 éléments	57
Figure 4-10 : Contours de vitesse x à l'état stationnaire sous charge de rupture pour semelle circulaire	57
Figure 4-11 : Vecteurs de déplacement sous la semelle circulaire	58
Figure 4-12 : Zones du sol plastifié sous la semelle circulaire	58
Figure 4-13 : Capacité portante en fonction du déplacement vertical de la semelle circulaire	59
Figure 4-14 : maillage du modèle raffiné 75x50 éléments	60
Figure 4-15 : Contour de vitesse de déplacement pour le deuxième modèle 75x50 éléments	60

Figure 4-16 : Vecteurs de déplacement pour le deuxième modèle 75x50 éléments	61
Figure 4-17 : Plastification du sol sous et au voisinage de la semelle cas du modèle raffiné 75x50 éléments.....	62
Figure 4-18 : courbes de capacité portantes en fonction du tassement, cas du modèle raffiné 75x50 éléments avec $V=2,5 \cdot 10^5$ m/pas.....	63
Figure 4-19 : Vecteurs de déplacement du sol de fondation : cas d'un modèle raffiné $v=2,5 \cdot 10^6$ m/pas	63
Figure 4-20 : Zones plastifiées du massif de sol de fondation : cas d'un modèle raffiné $v=2,5 \cdot 10^6$ m/pas	64
Figure 4-21 : courbes de capacité portantes en fonction du tassement, cas du modèle raffiné 75x50 éléments avec $V=2,5 \cdot 10^6$ m/pas.....	64
Figure 4-22 : Contours de vitesse de déplacement horizontale.....	65
Figure 4-23 : Zones du sol de fondation plastifiées	66
Figure 4-24 : Evolution de la capacité portante analytique et numérique en fonction des déplacements verticaux	66

Liste des tableaux

Tableau 3-1 : Relations entre constantes élastiques d'après Leipholz (1974)	33
Tableau 4-1 : Caractéristiques physiques et mécaniques du sol de fondation.....	50
Tableau 4-2 : Comparaison entre la capacité portante numérique et analytique	52
Tableau 4-3 : Caractéristiques du sol.....	55

Introduction générale

Une construction en génie civil est un ouvrage composé de deux parties essentielles, ayant des fonctions très différentes. La première, s'appelle la superstructure qui est la partie située au-dessus du niveau de sol destiné d'une part à supporter les charges permanentes, les surcharges d'exploitation ainsi que celles provenant du vent et du séisme, et d'autre part de transmettre ces charges à la deuxième partie appelé l'infrastructure ou fondation. L'infrastructure ou la fondation superficielle est la partie enterrée de l'ouvrage son rôle est la transmission des efforts provenant de la superstructure à une couche de sol peu profonde. Sous les efforts transmis le sol devra présenter une résistance suffisante et des tassements acceptables non seulement pour l'ouvrage lui-même mais également pour les structures avoisinantes.

Le thème de fondations superficielles couvre un vaste domaine ; nous avons choisi de nous consacrer au cas particulier des fondations superficielles circulaires. Le besoin de comprendre le comportement des fondations superficielles circulaires, forme non seulement un sujet de recherche d'intérêt académique mais aussi une pratique quotidienne des géotechniciens.

La théorie classique de l'équilibre limite utilisée par Terzaghi fournit une estimation de la capacité portante d'une fondation superficielle filante en supposant les formes et les directions des plans de rupture connues. Par raison de symétrie et de longueur de la semelle considérée comme infinie, le problème est étudié en deux dimensions. Cependant, le passage aux fondations circulaires qui se comportent comme éléments tridimensionnels nécessite l'introduction des coefficients de forme.

Également, cette théorie ne tient pas compte de la non associativité du matériau, d'où l'angle de dilataance ψ est égal à l'angle de frottement φ . il est intéressant de noter que les méthodes classiques tel que l'équilibre limite ne donne aucune information sur contraintes et les déformations dans le massif de sol, elle ne donne que la résistance au cisaillement au moment de rupture.

Le développement des codes de modélisation numérique a permis de traiter les problèmes géotechniques très complexes tel que les fondations circulaires sous différents cas de chargement. Il suffit de choisir une loi de comportement et un critère de rupture convenables au sol de fondation, pour aboutir aux résultats qui reflètent bien la réalité du problème traité.

L'objectif de cette modeste recherche en premier lieu est de mieux comprendre la méthode de la capacité portante des fondations superficielles circulaires posées sur sol frottant et cohérent à la fois et les sols purement cohérents, et aussi de se familiariser avec le code de calcul FLAC choisi pour cette étude.

Le présent mémoire est composé de quatre chapitres comme suit :

Le premier chapitre présente la définition, la classification et le comportement des fondations superficielles ainsi qu'une synthèse bibliographique consacrée à l'étude des problèmes de la capacité portante des fondations superficielles.

Le deuxième chapitre est consacré à la présentation des méthodes de calcul des fondations superficielles tel que la méthode d'équilibre limite, la méthode des lignes de glissement, la méthode des caractéristiques et les méthodes numériques

Le troisième chapitre présente l'outil numérique (FLAC 2D) utilisé pour l'étude de la capacité portante des fondations circulaire et décrit les lois de comportement des sols implémentés dans ce code.

Le quatrième chapitre est consacré à l'étude numérique de la capacité portante des fondations superficielles circulaires en utilisant l'axis-symétrie de révolution. Deux séries d'analyse numérique ont été effectués, la première se concentre sur l'étude préliminaire pour tester l'influence de certains paramètres et choisir ceux qui donnent de bons résultats tels que les dimensions du modèle, la rigidité du massif de sol et la vitesse de déplacement de la semelle. Ensuite une série d'analyse numérique a été effectuée pour calculer la capacité portante des fondations superficielles circulaires. Enfin, ce mémoire a été achevé par une conclusion générale et des perspectives.

CHAPITRE 1

Synthèse bibliographique

I.1 Introduction

Le sol qui supporte les charges transmises par la fondation doit posséder une capacité adéquate pour garantir la sécurité et la stabilité de l'ensemble constitué par la structure, la fondation et le sol. De plus, il doit être apte à fonctionner sans subir de tassement excessif. La résistance limite au cisaillement, au-delà de laquelle le sol s'effondre ou devient instable, est désignée sous le terme de capacité portante ultime. L'analyse de la capacité portante des fondations superficielles constitue un domaine de recherche pertinent, qui dépasse le cadre académique pour s'inscrire dans la pratique quotidienne des ingénieurs. Ce premier chapitre est dédié à l'examen du comportement des fondations superficielles et à la présentation des principaux types de ces fondations.

I.2 Fondations superficielles

Les fondations superficielles se caractérisent par leur faible encastrement et sont conçues pour transmettre les charges aux couches de sol situées en surface. En revanche, les fondations profondes transfèrent les charges non seulement vers les couches profondes, mais également à travers les couches superficielles qu'elles pénètrent. Pour établir une distinction entre ces deux catégories de fondations, il est nécessaire de définir la notion de profondeur critique, qui correspond à la profondeur en dessous de laquelle la résistance sous la base de la fondation ne connaît plus d'augmentation. Les fondations superficielles sont situées au-dessus de cette profondeur critique.

- B : la largeur de la semelle (le plus petit côté)
- L : la longueur de la semelle (le plus grand côté)
- D : la hauteur d'encastrement qui désigne l'épaisseur de la pénétration de la semelle dans la couche porteuse.
- h : l'ancrage de la semelle qui désigne la profondeur de la pénétration de la semelle dans la couche porteuse.

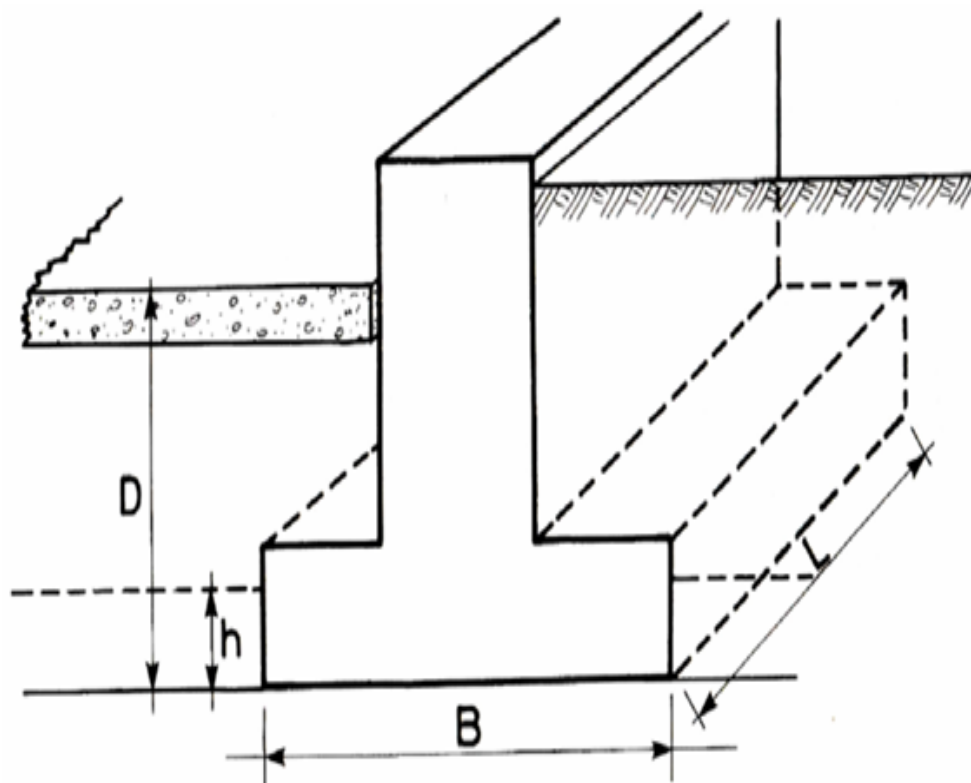


Figure 1-1: Fondation superficielle

La fondation est dite profonde si $D_f/B > 6$ et $D_f > 3$ m selon le DTU 13.12 fondation Superficielles et $D_f/B > 5$ selon le fascicule 62 titre v. Pour certains auteurs :

- Une fondation est dite superficielle si : $D < 1,5 B$
- Une fondation est dite profonde si : $D_f > 5B$
- Une fondation est semi profonde si : $1,5 B < D_f < 5 B$

I.3 Les différents types des fondations

I.3.1 Principaux types de fondations superficielles

I.3.1.1 Les fondations filantes

Lorsque la répartition des charges n'est plus concentrée, comme c'est le cas sous un mur traditionnel, il est alors pertinent d'adopter des fondations de type filant. Celles-ci se caractérisent par une largeur B relativement réduite, généralement de quelques mètres, et par des longueurs L telles que le rapport L/B reste inférieur à 10.

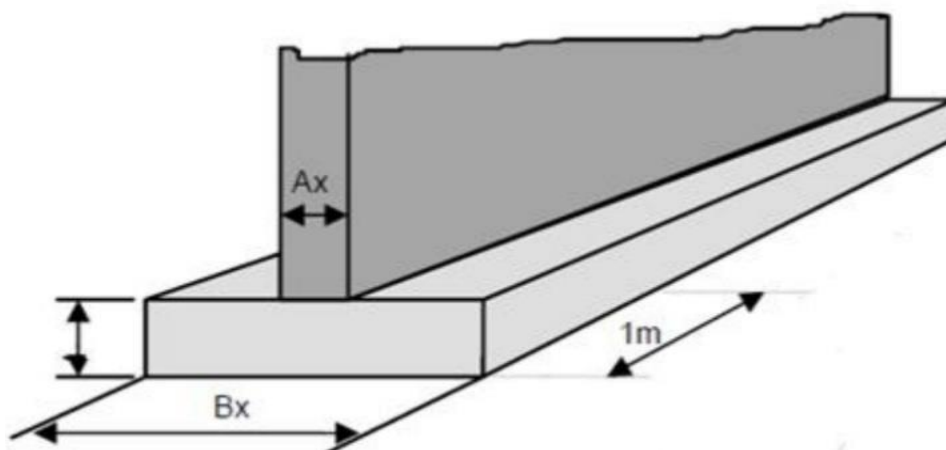


Figure 1-2: Fondation filante

I.3.1.2 Les fondations isolées

Une fondation isolée se définit comme une structure ayant une forme géométrique proche du carré ou du cercle. Ce type de fondation est utilisé pour des bâtiments qui supportent des charges concentrées, telles que celles exercées par des poteaux ou des longrines sous des murs. Par exemple, une semelle peut être placée sous un poteau. Les fondations isolées, dont les dimensions en plan, notées B et L , ne dépassent généralement pas quelques mètres, comprennent les semelles carrées (où $B/L=1$) ainsi que les semelles circulaires, caractérisées par un diamètre B .

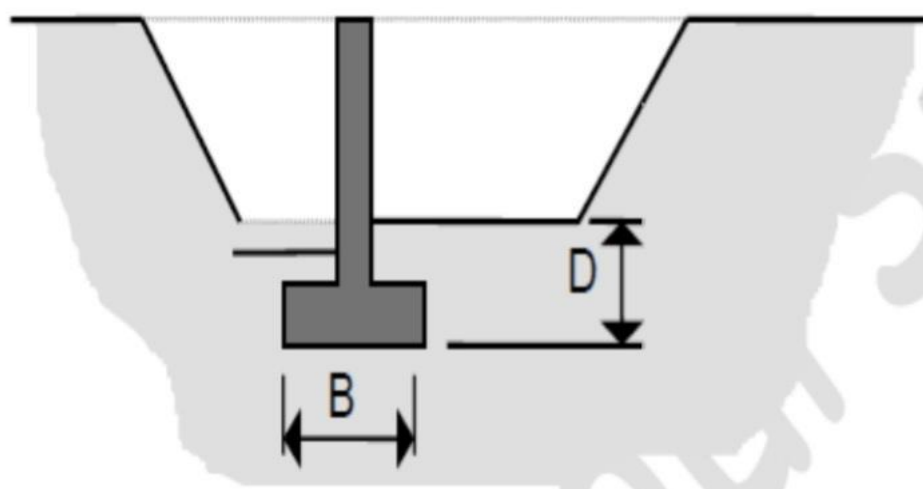


Figure 1-3: fondation isolée.

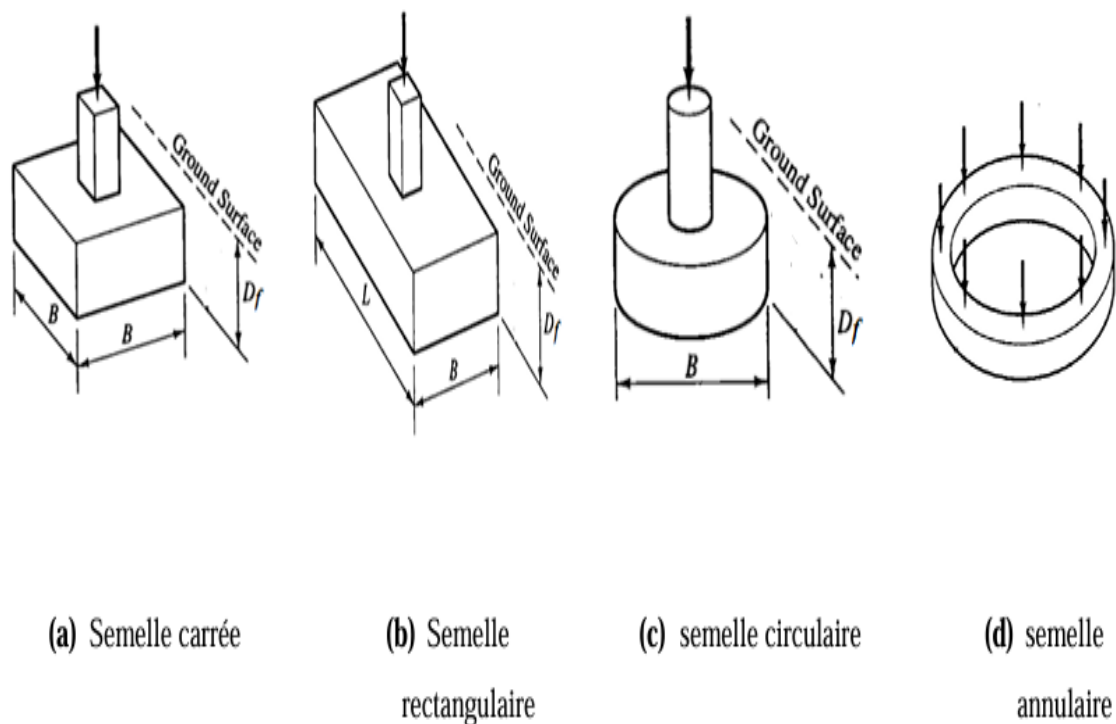


Figure 1-4: Types des fondations isolées

I.3.1.3 Les radiers ou dallages

Les radiers ou dallages ont des dimensions B et L importantes, cette catégorie inclut les radiers généraux.

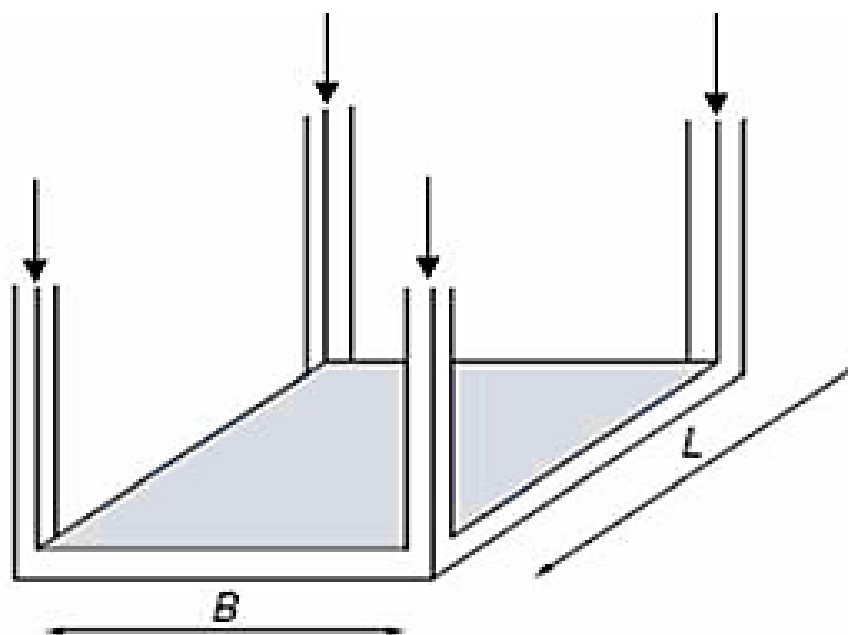


Figure 1-5: Fondation de type radier

a) Radier plat d'épaisseur constante

Convient aux charges assez faibles et aux bâtiments de petite emprise.

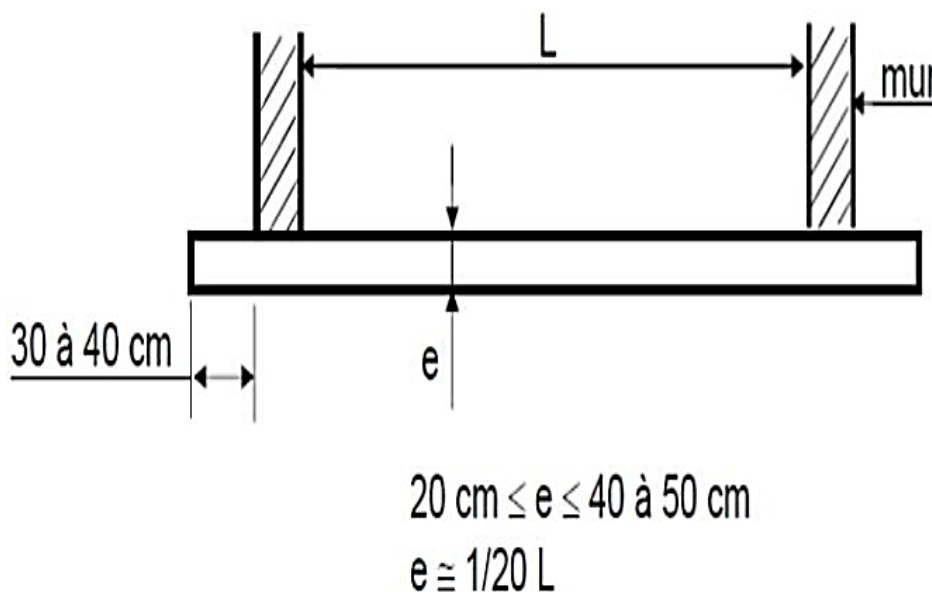


Figure 1-6: Schéma d'un radier plat.

b) Radier nervuré

Lorsque les charges sont importantes, pour que l'épaisseur du radier ne devienne pas excessive, on dispose des travures de poutres (nervures) pour rigidifier la dalle ; elles peuvent être disposées dans un seul sens ou dans deux ; cela dépend de la Portée, de la disposition des murs ou des poteaux l'ensemble donne des alvéoles qu'il est nécessaire de remblayer si on veut utiliser le sous-sol ou faire une deuxième dalle en partie haute.

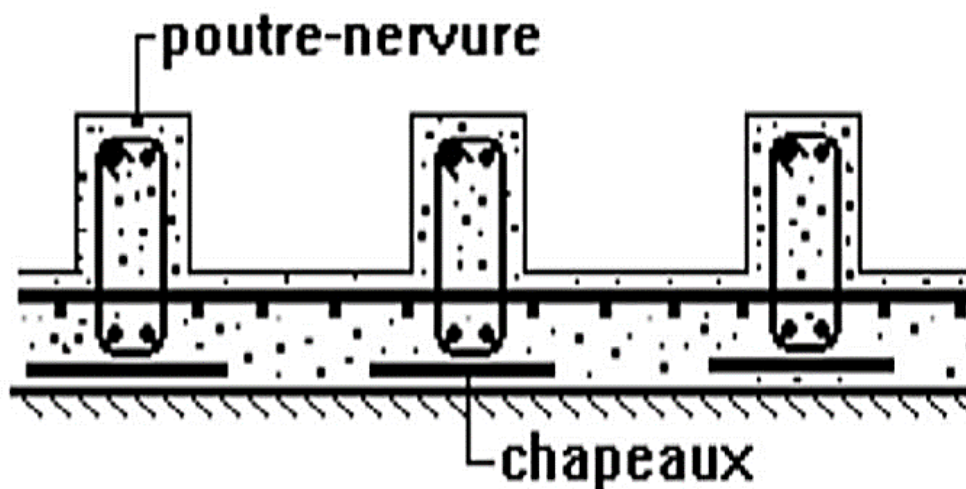


Figure 1-7: schéma d'un radier nervuré.

c) Radier champignon

On peut traiter le radier selon le principe des planchers champignons ; il ne comporte pas de nervure, Ce qui permet d'avoir une surface plate et dégagée pour de grandes portées.

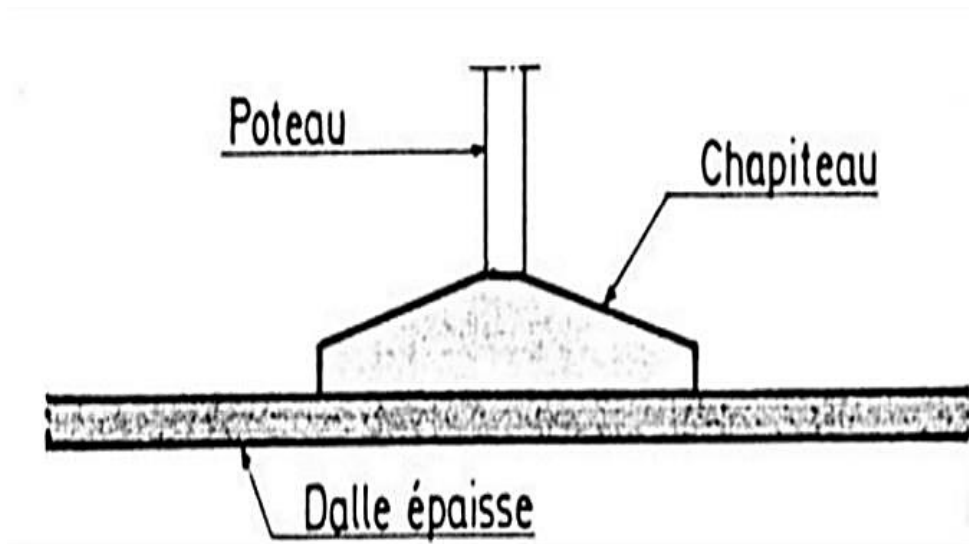


Figure 1-8: Schéma représentant une coupe d'un radier champignon.

d) Radier voûté

Les voûtes permettent d'augmenter les portées (distance entre les éléments porteurs) sans augmenter sensiblement l'épaisseur du radier.

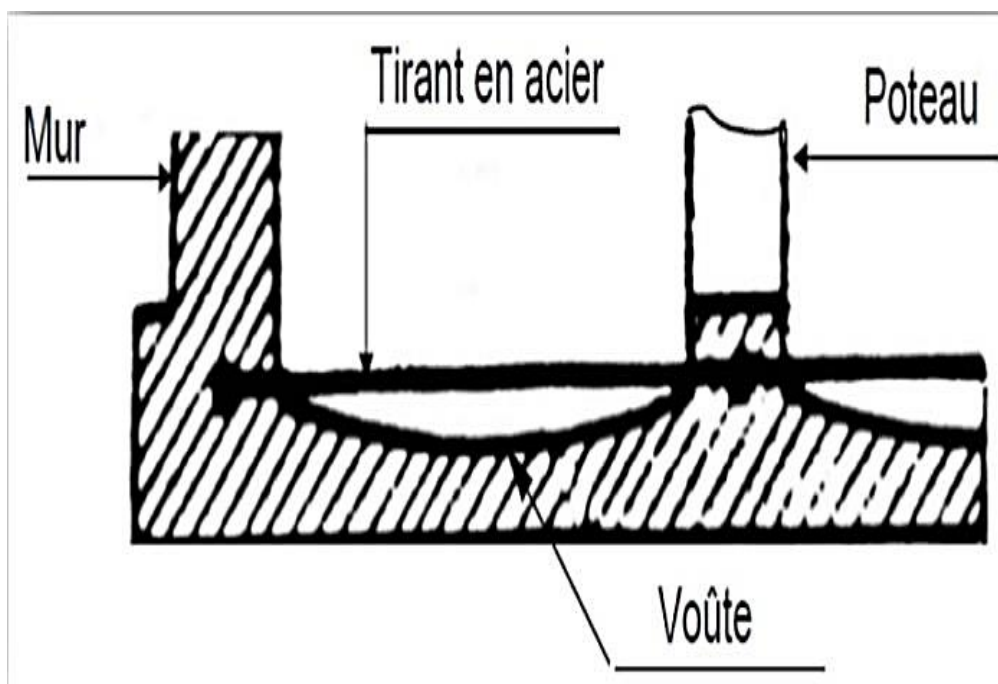


Figure 1-9: Schéma représentant une coupe d'un radier voûté

I.3.2 Les fondations semi - profondes (puits)

Les fondations semi-profondes sont constituées par des massifs en béton ou en béton armé coulés en pleine fouille. Leur profondeur est comprise entre 2 et 8 m.

Ce type de fondations est utilisé lorsque des fondations superficielles ne peuvent être réalisées et que des fondations profondes ne sont pas nécessaires, ce qui évite un coût trop important.



Figure 1-10: Exemple de réalisation des fondations semi-profondes

I.3.3 Les fondations profondes

Les fondations profondes sont celles qui permettent de reporter les charges dues à l'ouvrage qu'elles supportent sur des couches situées depuis la surface jusqu'à une profondeur variant de quelques mètres à plusieurs dizaines de mètres, lorsque le sol en surface n'a pas une résistance suffisante pour supporter ces charges par l'intermédiaire de fondations superficielles. Pour le calcul, les deux types de fondations (profondes et superficielles).

Se différencient essentiellement par la prise en compte d'un frottement sur les parois latérales de la fondation. Pour les fondations profondes, le mode de travail et l'interaction avec le sol environnant conduisent à introduire la notion de profondeur critique qu'on peut définir comme le niveau au-dessous duquel, en sol homogène, la résistance sous la base n'augmente plus.

Les fondations profondes ont leur base située au-dessous de cette profondeur. Une autre approche consiste à définir une fondation profonde comme celle dont le rapport entre la profondeur d'encastrement D et la base B reste supérieure à 5 la définition la plus habituelle est de considérer une fondation profonde celle dont le rapport entre l'encastrement D et la base B est supérieure à 10.

I.3.3.1 Classification des fondations profondes

Les fondations profondes sont constituées par les puits et les pieux. La différence fondamentale entre eux est le diamètre, il est plus grand pour les puits, supérieur à 1m. Dans la catégorie des pieux, on distingue les micros-pieux qui ont un diamètre inférieur ou égal à 250 mm, Mais par soucis de simplification, on désignera par le nom de pieu l'ensemble des fondations profondes. On classe les pieux suivants :

- La nature du matériau constitutif : bois, métal ou béton.
 - Le mode de fabrication et de mise en place : pieux battus et forés
- Pour l'évaluation de la force portante, il est plus important de considérer le type de sollicitation imposé au sol par la mise en place du pieu. C'est ainsi qu'on distingue :
- Pieux refoulant le sol à la mise en place
 - Pieux ne refoulant pas le sol à la mise en place (excavation de sol)

I.3.3.2 Un pieux

C'est une fondation élancée, qui reporte les charges de la structure, sur des couches de terrain de caractéristiques mécaniques suffisantes pour éviter la rupture du sol.

Les 3 parties principales d'un pieu sont la tête, la pointe, et le fût compris entre la tête et la pointe. La longueur d'ancrage h est la longueur de pénétration du pieu dans les couches de terrain résistantes. La figure suivante représente les différentes parties d'un pieu.

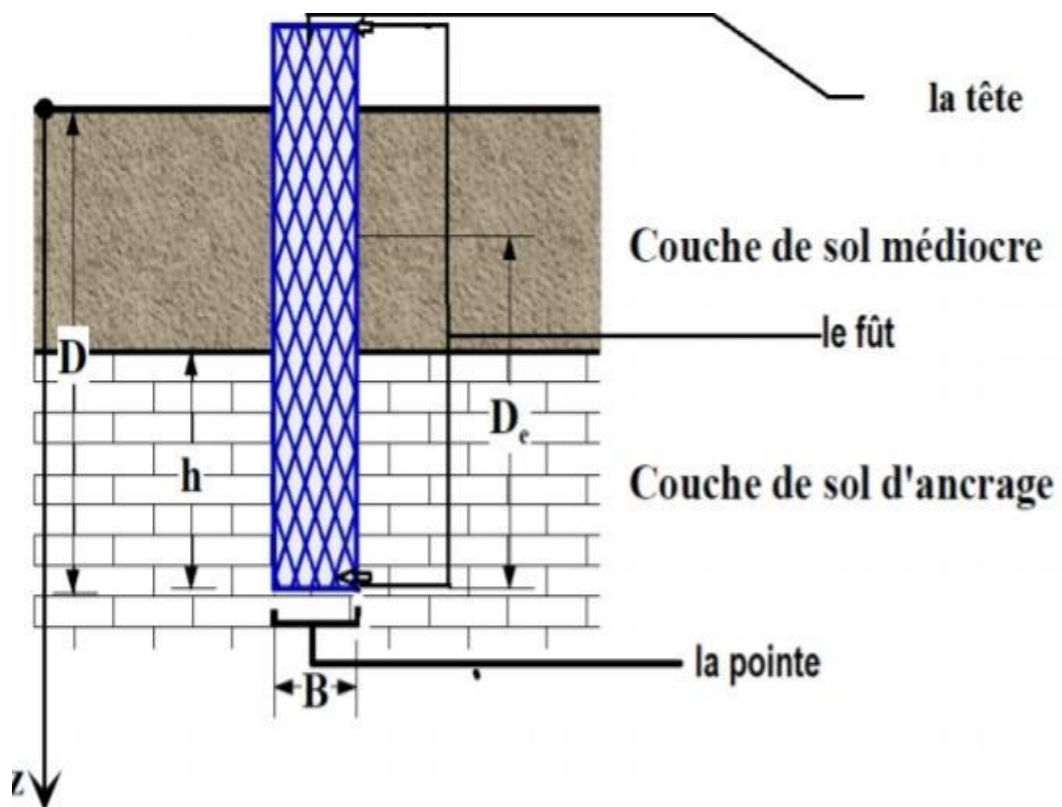


Figure 1-11: Schéma représentant les différentes parties d'un pieu.

I.3.3.3 Principe de fonctionnement des pieux

Les pieux agissent sur le sol soit :

- Par frottement latéral (**Q_f**) : Réaction verticale mobilisée par le frottement du sol sur les parois latérales d'un pieu. Sa valeur dépend du sol et de l'état de surface du pieu. Elle est positive lorsque la réaction est dirigée vers le haut.
- Par effet de pointe (**Q_p**) : l'appui de sa base sur le sol résistant.
- Par frottement latéral + effet de pointe (**$Q_f + Q_p$**).

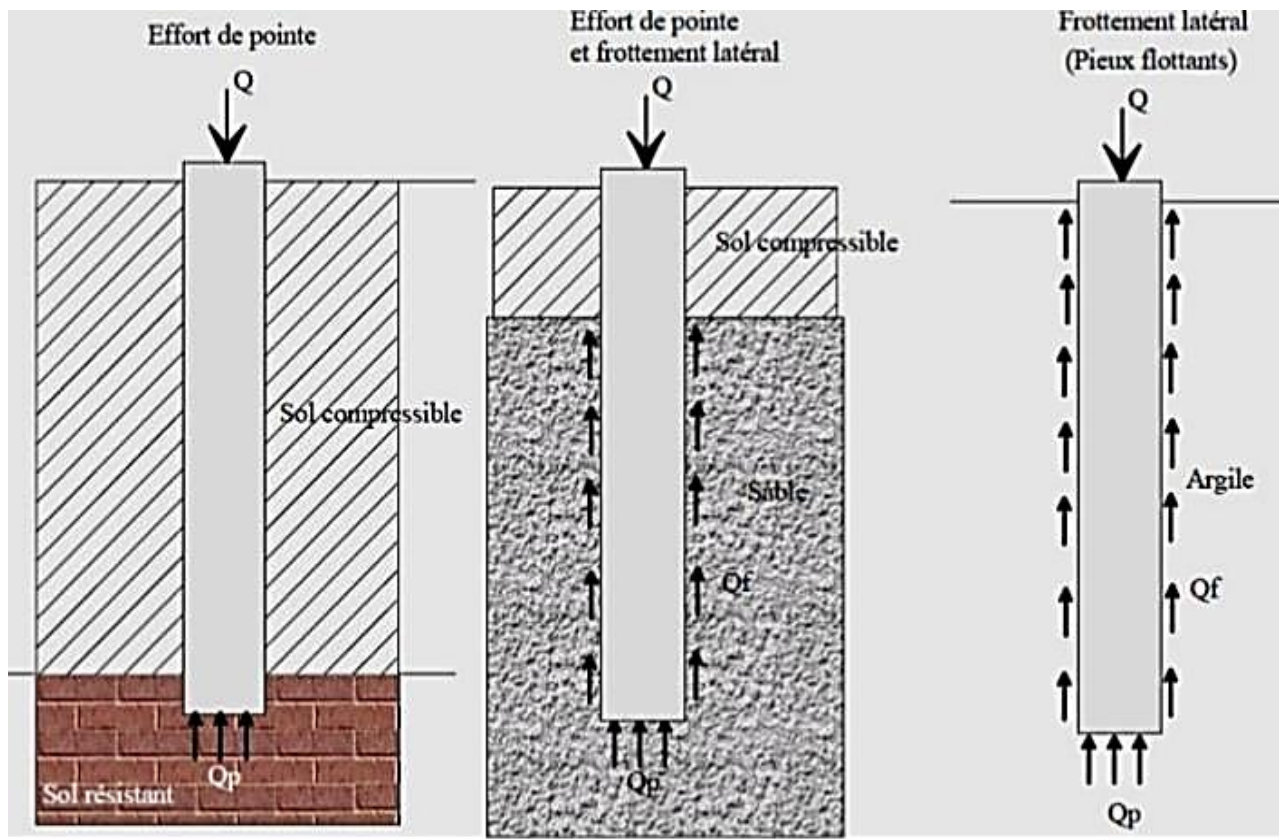


Figure 1-12: le principe de fonctionnement des pieux.

I.4 Les fonctions des fondations

En règle générale, toute conception de fondation doit satisfaire à trois critères fondamentaux :

- garantir une protection suffisante contre la défaillance structurelle de la fondation.
- assurer une capacité portante adéquate du sol sous la fondation, avec un niveau de sécurité défini contre la rupture ultime.
- obtenir un tassement total ou différentiel qui soit acceptable sous les charges d'exploitation.

La stabilité générale des pentes adjacentes à une semelle doit être intégrée dans le processus de conception de la fondation. Pour tout projet, il est essentiel d'analyser à la fois la capacité portante et le tassement d'une semelle. Il convient donc de s'assurer que la capacité portante du sol de fondation est adéquate. Celle-ci est influencée par plusieurs facteurs :

- Les propriétés de la fondation, telles que sa longueur, sa largeur, son inclinaison, ainsi que sa rigidité et sa surface de contact avec le sol.
- Les caractéristiques de la charge appliquée au sol, incluant son intensité, son inclinaison et son excentrement.
- Les propriétés mécaniques du sol, qui peuvent être évaluées sur site ou in situ.

I.5 Description de la rupture d'une fondation superficielle

I.5.1 Comportement d'une semelle chargée

Les tassements qui vont se produire sous une semelle superficielle sont en fonction de l'intensité de la charge appliquée et qui ont l'allure de la figure (1.13)

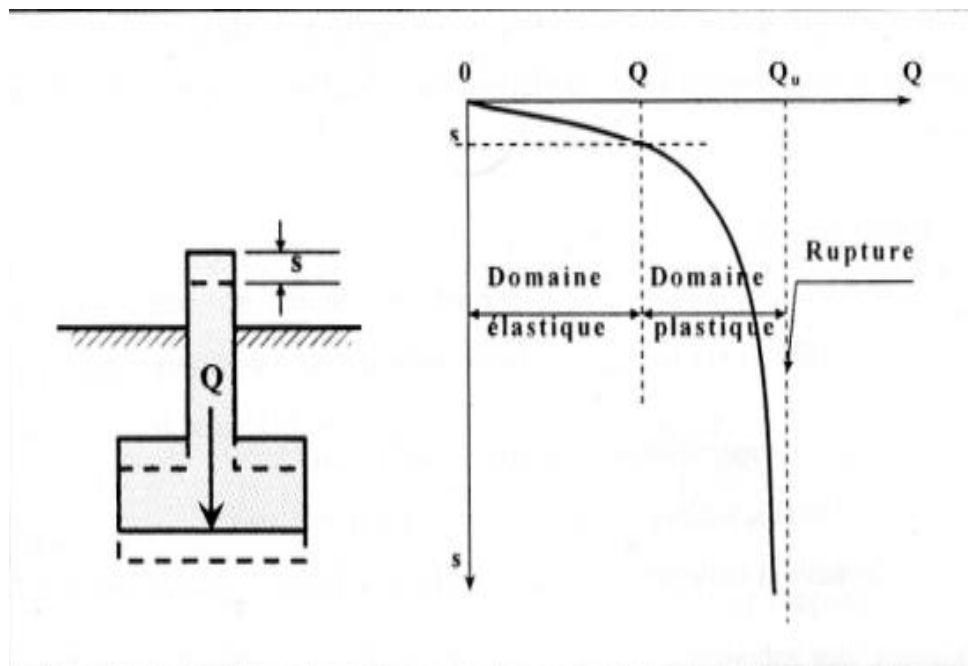


Figure 1-13: Chargement d'une semelle superficielle.

Q_L représente la charge limite que peut supporter une semelle, c'est-à-dire la charge maximale qui conduit à sa rupture. Étant donné que cette valeur est souvent mal définie, il est courant de considérer que Q_L correspond à une charge associée à un certain degré d'enfoncement.

A désigne l'aire de la semelle, et la contrainte de rupture de celle-ci est exprimée par la formule suivante :

$$I = QL / A. \quad (1.1)$$

La contrainte admissible, notée q_a , est la valeur de cette contrainte qui permettra aux ingénieurs de dimensionner correctement les fondations. Un critère de rupture est établi par la relation $q_a = QL / FS$, où FS représente le coefficient de sécurité, généralement fixé à 3. Il est essentiel que la contrainte admissible soit telle qu'elle élimine tout risque de rupture.

En ce qui concerne la déformabilité, il est supposé que la condition précédente est satisfaite et que la semelle est chargée de manière à ce que la contrainte admissible soit transmise au sol. Dans ce cas, la semelle subira un tassement de valeur S_a (voir figure 1.14). Il est crucial de garantir que ce tassement soit compatible avec le comportement de l'ouvrage. La valeur du tassement admissible varie donc en fonction du type d'ouvrage, allant de quelques millimètres pour des structures comme les antennes spatiales à plusieurs mètres pour des réservoirs de pétrole de très grands diamètres.

Pour toute étude de fondation, y compris celles concernant les fondations profondes, il est nécessaire d'examiner ces deux aspects de la stabilité, qui sont généralement traités de manière indépendante.

- Sécurité vis à vis de la rupture, le problème consiste à déterminer la contrainte de rupture q_l ; tout en considérant qu'un équilibre limite de plasticité est atteint.
- Tassement sous la contrainte de service $q \leq q_a$, la contrainte q est telle que dans la plupart des cas, on peut considérer qu'aucun point du massif de sol dans lequel les fondations sont ancrées, le seuil de plasticité n'est pas atteint. Dans ces conditions, il s'agit d'un problème de déformations élastiques.

1.5.2 Mécanismes de rupture d'une fondation superficielle

Les recherches théoriques concernant l'état d'équilibre plastique sous les semelles filantes aboutissent aux conclusions générales suivantes. Lors de la transition d'un état à un autre, la distribution des réactions du sol au niveau de la semelle ainsi que l'orientation des contraintes principales dans le sol subissent des modifications.

Ce changement débute aux bords extérieurs de la fondation et se propage comme l'illustre la figure (1.14) et la figure (1.15), qui se rapportent à une semelle continue (ou filante) reposant sur un massif homogène de sable. Les résultats d'expérimentations sur des semelles rigides indiquent qu'il existe trois mécanismes de rupture potentiels mobilisant un volume restreint de sol.

1.5.2.1 Un mécanisme général

La formation d'un coin sous la base de la fondation est un phénomène qui entraîne un déplacement latéral du sol le long de lignes de glissement qui émergent à la surface. L'enfoncement de la fondation

engendre souvent un soulèvement du sol, ce soulèvement étant d'autant plus prononcé que la structure présente une rigidité accrue. Cela est particulièrement vrai pour les sols ayant une résistance relativement élevée (voir figure 1.14).

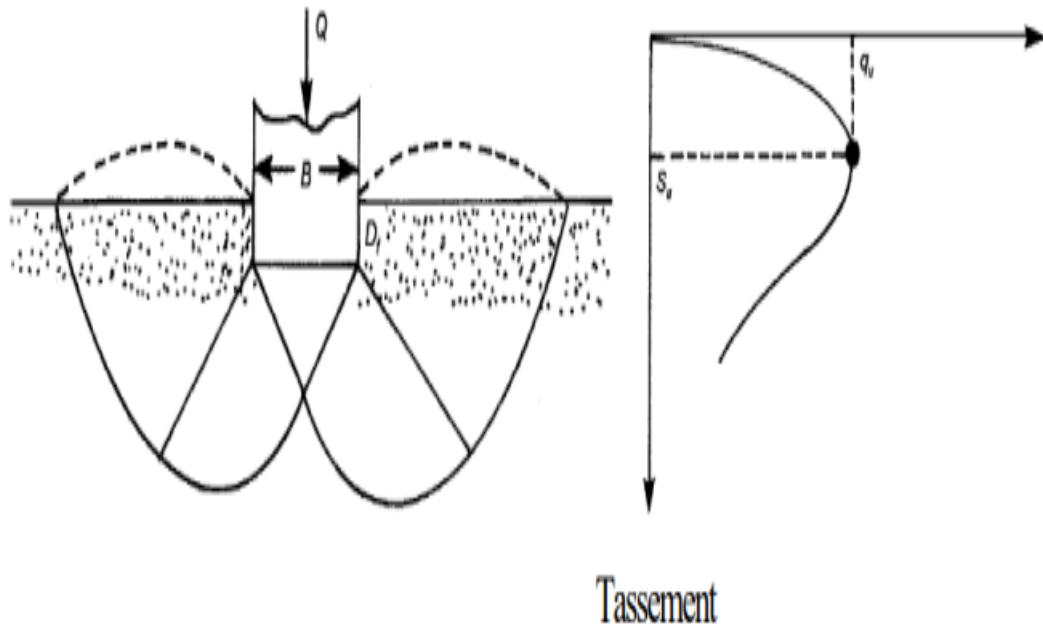


Figure 1-14: Mécanisme générale.

I.5.2.2 Un mécanisme de cisaillement localisé

La zone d'impact se limite exclusivement à la proximité immédiate de la fondation. On observe également un soulèvement du sol, mais celui-ci fait suite à un enfoncement considérable. Cela est particulièrement vrai pour les terrains hautement compressibles, tels que les sables non consolidés.

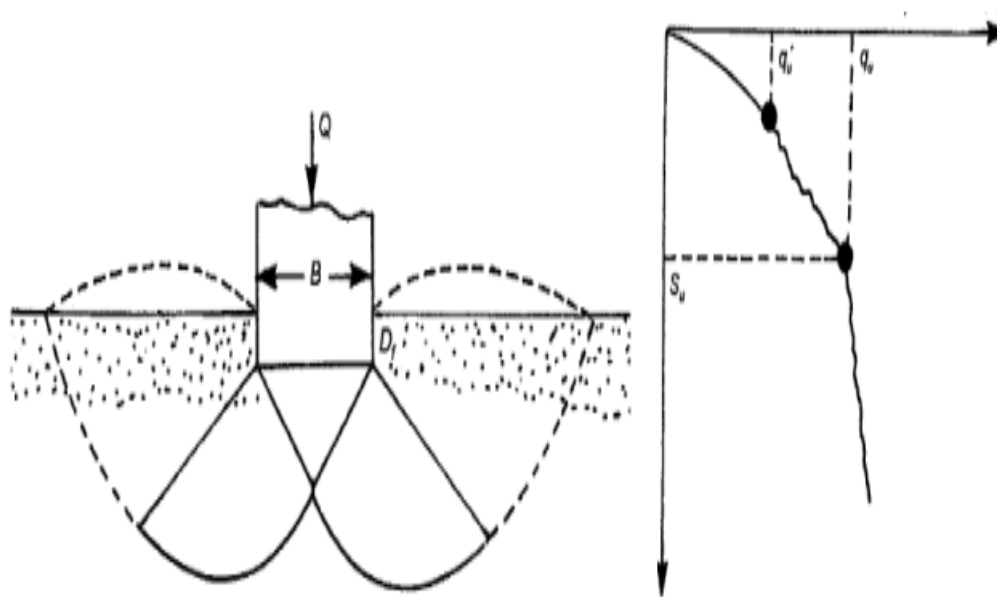


Figure 1-15: Mécanisme de cisailment localisé.

I.5.2.3 Une rupture par poinçonnement

La fondation pénètre verticalement dans le massif sans perturber le sol qui n'est pas directement sous la fondation. Pour les sols cohérents, l'application du chargement est accompagnée d'une augmentation de la pression interstitielle. Mais comme la vitesse de chargement est souvent supérieure à la vitesse nécessaire pour la dissipation de ces surpressions, il est raisonnable de supposer que l'enfoncement s'effectue à volume constant (en conditions non drainées). Pour les sols pulvérulents, l'application du chargement entraîne une variation de volume due à la réorganisation des grains (désenchevêtrement ou compaction des grains selon les niveaux de contraintes atteints). La charge de rupture (ou capacité portante) peut être estimée par des calculs relativement simples en supposant que les paramètres de résistance des sols au voisinage de la fondation sont connus. Cependant, de très nombreux facteurs peuvent affecter cette valeur comme :

- Des phénomènes se produisant au cours de la construction (soulèvement du fond de fouille après une excavation, gonflement ou ramollissement des argiles, effets du gel, etc.).
- Des interactions avec d'autres constructions à proximité (battage de pieux, vibrations, excavation de tranchée, creusement de galeries, rabattement de la nappe phréatique, etc.).

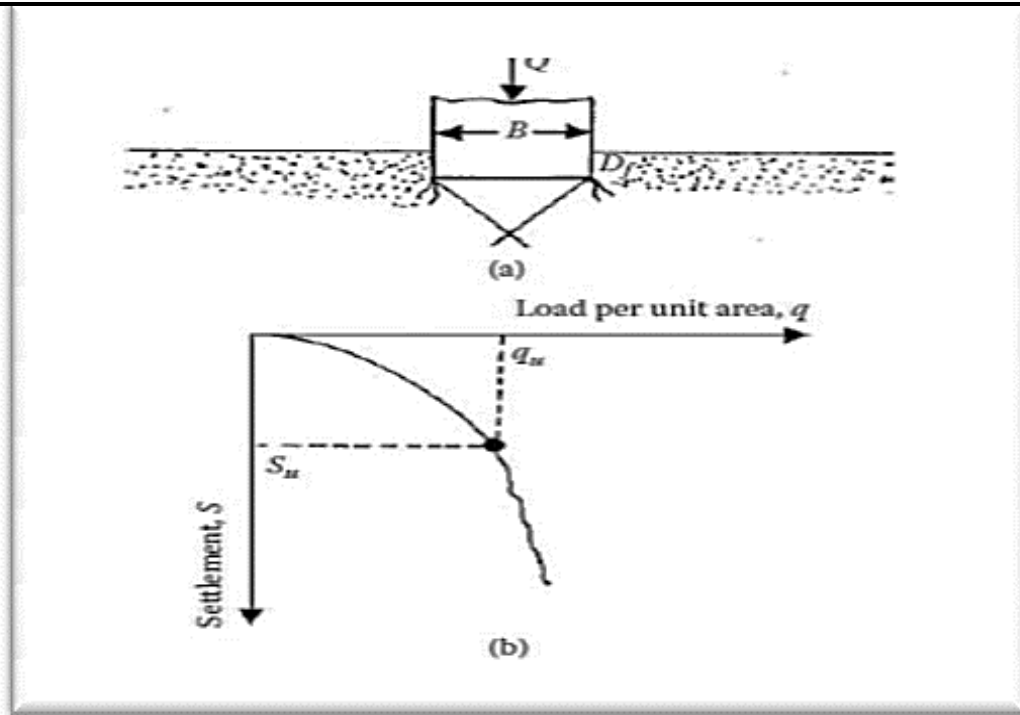


Figure 1-16: Rupture par poinçonnement

La nature de la rupture dans le sol à la charge ultime est fonction de plusieurs facteurs tels que la rigidité et la compressibilité relative du sol, la profondeur d'encastrement D_f par rapport à la largeur de la fondation (B), et le rapport de la largeur à la longueur (B/L) de la fondation. Ceci a été clairement expliqué par Vesic (1973) qui a conduit plusieurs essais réalisés sur modèles réduits au laboratoire dans le cas d'un sable. La conclusion de ces résultats est montrée dans la figure 1.17. Dans cette figure, D_r est la densité relative du sable, et R le rayon hydraulique de la fondation qui est défini comme suit :

$$R = P A \quad (1.2)$$

Où :

A : surface de la fondation = B.L

P : périmètre de la fondation = 2 (B + L)

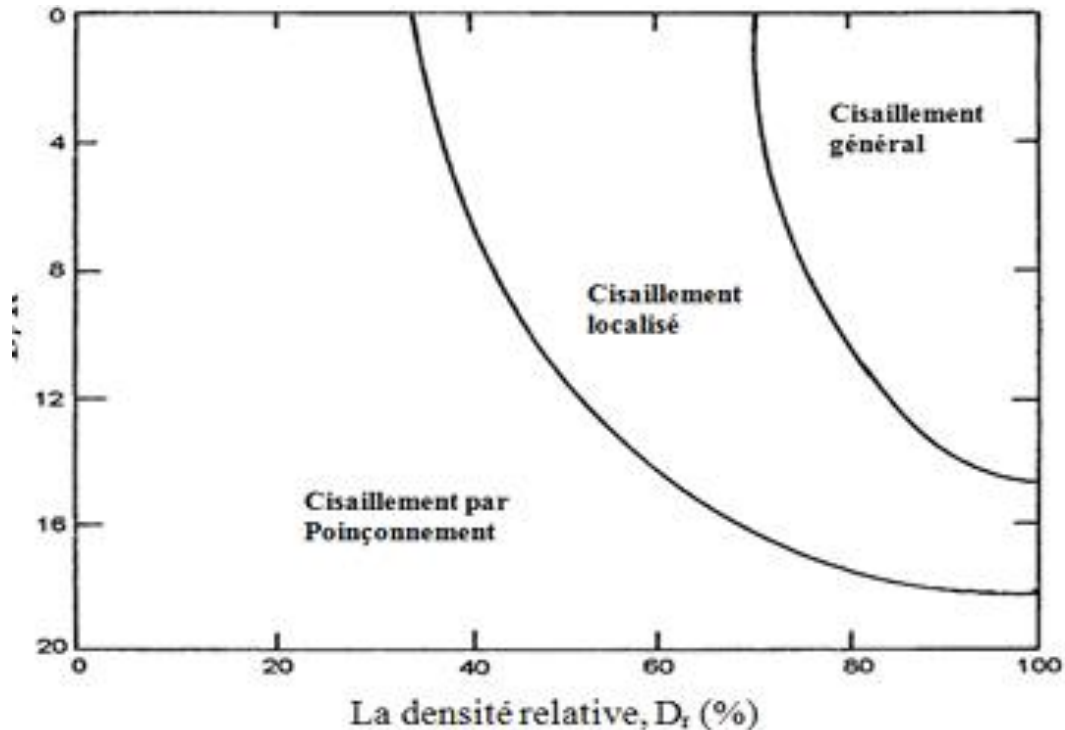


Figure 1-17: Nature de la rupture d'une fondation dans un sable d'après Vesic (1963)

I.6 Répartition des contraintes sous les fondations superficielles

La partie inférieure de la fondation exerce sur le sol une répartition des contraintes, désignée comme pression de contact. En pratique, il est généralement admis que cette pression est uniformément répartie sous les semelles de la fondation. Cette hypothèse simplificatrice facilite le calcul des efforts dans la fondation ainsi que l'évaluation des tassements. Cependant, en réalité, cette distribution n'est pas uniforme et dépend de la rigidité de la fondation, des propriétés de l'interface et de la nature du sol (Costet et Sanglerat, 1983).

Une plaque très souple, capable de suivre les déformations du terrain, entraîne une distribution uniforme de la pression de contact, bien que le tassement soit inégal. À l'opposé, une plaque infiniment rigide provoque un tassement uniforme, mais la pression de contact ne se répartit pas de la même manière. Dans le modèle d'un sol idéal, parfaitement élastique selon la solution de Boussinesq, et limité par la résistance du sol, la contrainte verticale aux bords de la fondation est infinie.

En pratique, la fondation présente une certaine flexibilité, se situant ainsi dans une situation intermédiaire. La distribution de la pression de contact n'est pas homogène, mais elle ne présente pas non plus une variation aussi prononcée que celle observée dans le cas d'une fondation extrêmement rigide. La répartition constatée s'ajuste tant aux propriétés de la fondation qu'à celles du sol, de manière à ce que les déformations verticales de la fondation correspondent aux tassements du terrain. Dans un environnement cohérent, la distribution des contraintes est très proche de la solution théorique proposée par Boussinesq. Sur le bord de la plaque, bien que le sol ne soit pas chargé, il peut supporter des contraintes élevées en raison de sa cohésion. Des zones plastiques apparaissent sur le bord de la plaque pour permettre l'ajustement de la répartition théorique et limiter la contrainte à la valeur maximale correspondant à l'équilibre limite. La distribution des contraintes sous la fondation dans un milieu cohérent est présentée dans la Figure 1.17 (a). En revanche, dans un milieu pulvérulent, la situation est différente ; sur le bord de la plaque, la pression de contact est nécessairement très faible, car la contrainte sur une facette verticale est pratiquement nulle et la résistance au cisaillement est uniquement due au frottement interne. La distribution des contraintes sous la fondation dans un milieu pulvérulent est montrée dans la Figure 1.8 (b). (Costet et Sanglerat, 1983).

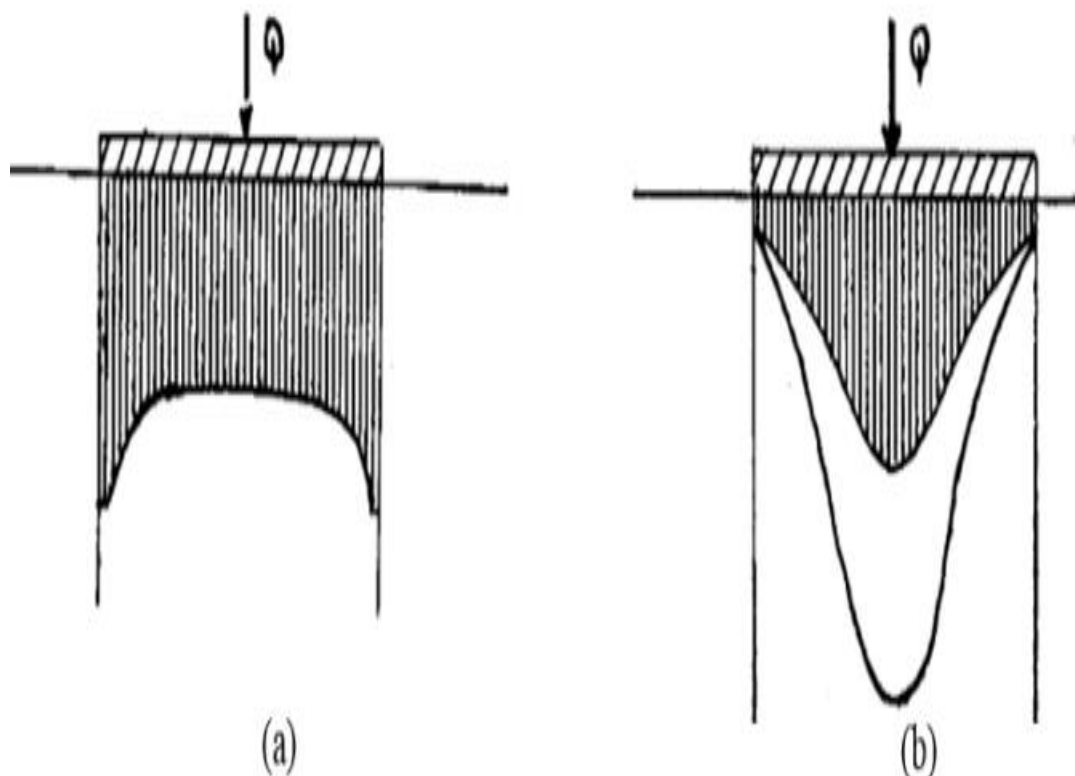


Figure 1-18: Pression de contact (a) milieu cohérent – (b) milieu pulvérulent

I.7 Conclusion

Les fondations superficielles (semelles isolées ou filantes, radiers) constituent la partie de l'ouvrage qui transmet directement l'ensemble des charges au sol. Les sols naturels sont souvent hétérogènes et déposés en couches stratifiées. Les observations in situ et les essais sur modèles réduits montrent l'existence de trois mécanismes potentiels de rupture à savoir : – Un mécanisme général. – Un mécanisme de cisaillement localisé. – Un mécanisme de rupture par poinçonnement. A partir des essais sur modèles réduits, la distribution des mécanismes de rupture dépend de la nature du sol particulièrement la densité du sol et du rayon hydraulique. Malgré l'ancienneté de certaines techniques et des constructions sur des sites extrêmement variables, le comportement des structures fondées superficiellement est loin d'être bien connu. Cette méconnaissance est liée à la nature hétérogène des sols et à leurs comportements divers (sable, argile, drainé, non drainé...).

Chapitre 2

Méthodes de calcul de la capacité portante

II.1 Introduction

La détermination de la capacité portante des fondations est l'un des sujets les plus anciens et fondamentales du génie géotechnique. La capacité portante ultime d'une fondation superficielle est définie comme la charge maximale que le sol de fondation peut supporter sous l'effet de la charge appliquée à la fondation, le sol subit une déformation limitée et un tassement acceptable tant que les charges restent dans des limites raisonnables. Cependant, lorsque les pressions sous la fondation dépassent la capacité portante ultime, le sol sous et autour de la fondation est soumis à un effondrement soudain.

Ce chapitre présente différentes méthodes de calcul de la capacité portante des fondations superficielles, y compris certaines méthodes classiques ainsi que des méthodes numériques modernes.

II.2 Méthodes de calcul de la capacité portante

II.2.1 Les méthodes classiques

II.2.1.1 Théorie de Rankine

Afin d'étudier l'équilibre qui règne sous la semelle, Rankine a considéré le cas le plus simple d'une semelle filante reposant sur massif homogène de sol ayant une cohésion c et un angle de frottement φ donnés.

La fondation est de largeur B et ancrée dans le massif à une profondeur D_f

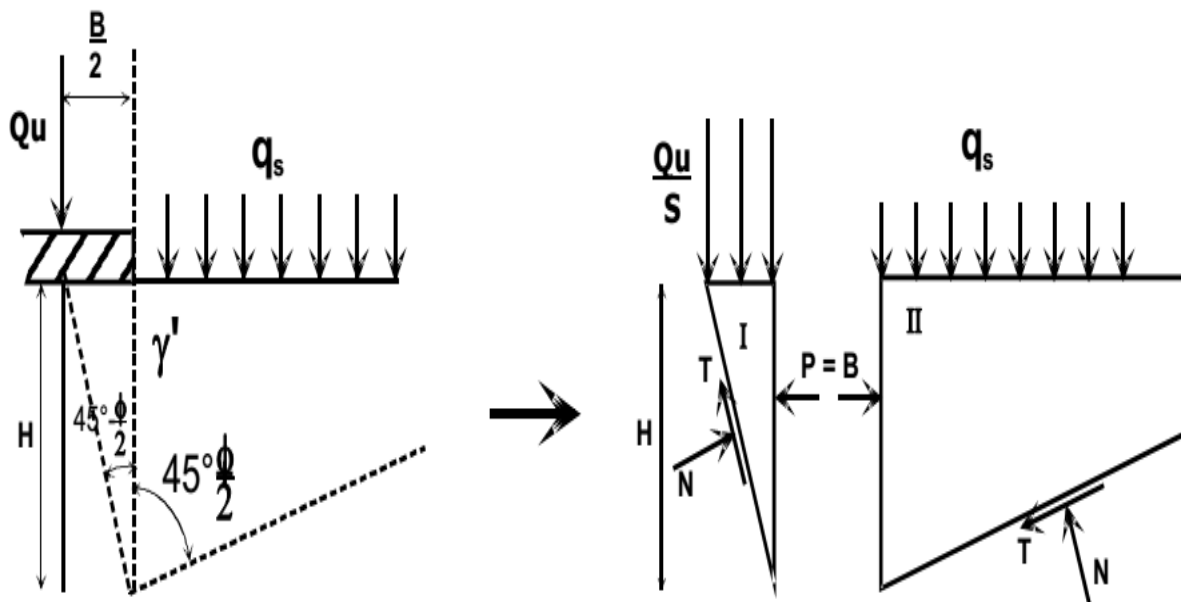


Figure 2-1: Equilibre de Rankine

Par symétrie par rapport à l'axe de la fondation, Rankine a formulé l'hypothèse d'existence sous la semelle de deux coins (I et II), le premier se trouvant directement sous la demi-semelle dans un état d'équilibre passif et le second se trouvant à l'extérieur dans un état d'équilibre actif. Le coin I agit donc en véritable écran de butée et de poussée à partir d'une approximation de l'état des contraintes dans le sol au contact d'un écran. Dans ces conditions, la détermination de la force de butée le long de la ligne qui limite les deux blocs I et II est aisée ;

Si on désigne par $\vec{F}$ le vecteur contraint exercé par le sol sur l'écran, la force de butée ou poussée par unité de longueur sera égale à :

$$\vec{F} = \int \vec{f} dz \quad (2.1)$$

Cette méthode repose sur l'hypothèse simplificatrice fondamentale suivante :

La présence de discontinuités, provoquées par l'existence de l'écran à la surface d'un massif de sol, ne modifie pas la répartition des contraintes verticales dans le sol, et sur un plan parallèle à la surface du sol, la contrainte reste verticale et égale à :

$$\sigma_v = \gamma \cdot z \cdot \cos\beta \quad (2.2)$$

Angle d'inclinaison de la surface du sol par rapport à l'horizontale).

Pour le cas passif (coin II) nous avons :

$$P = \frac{1}{2} \gamma \cdot K_p \cdot H^2 + 2 \cdot C \cdot H \cdot \sqrt{K_p} + q \cdot K_p \cdot H \quad (2.3)$$

$$D'où, K_p = \tan^2 \left(45 + \frac{\varphi}{2} \right) \quad (2.4)$$

Pour le cas actif nous avons :

$$P = \frac{1}{2} \gamma \cdot K_a \cdot H^2 - 2 \cdot C \cdot H \cdot \sqrt{K_a} + q \cdot K_a \cdot H \quad (2.5)$$

$$K_a = \tan^2 \left(45 - \frac{\varphi}{2} \right) \quad (2.6)$$

Les deux résultantes sont supposées avoir une même valeur, alors on peut écrire :

$$P = \frac{1}{2} \gamma \cdot K_p \cdot H^2 + 2 \cdot C \cdot H \cdot \sqrt{K_p} + q \cdot K_p \cdot H = P = \frac{1}{2} \gamma \cdot K_a \cdot H^2 - 2 \cdot C \cdot H \cdot \sqrt{K_a} + q \cdot K_a \cdot H \quad (2.7)$$

L'expression qui donne la charge maximum que supportera la semelle :

$$qu = \frac{1}{2} \gamma \cdot H \left(\frac{1}{K_a} \right) (K_a - K_p) + \frac{2c}{K_a} (\sqrt{K_p} + \sqrt{K_a}) + q \cdot K_p^2 \quad (2.8)$$

Mais, alors d'après la figure 2.1 :

$$H = \frac{B}{2 \tan \left(45 - \frac{\varphi}{2} \right)} = \frac{B}{2 \sqrt{K_a}} \quad (2.9)$$

Alors, l'expression de qu devient :

$$q_u = \frac{1}{4} \gamma \cdot B \cdot K_p^{\frac{3}{2}} (K_p - K_p^{-1}) + 2c \cdot K_p \left(K_p^{\frac{1}{2}} + K_p^{\frac{-1}{2}} \right) + q \cdot K_p^2 \quad (2.10)$$

Ou bien :

$$q_u = \frac{1}{4} \gamma \cdot B \left(K_p^{\frac{5}{2}} - K_p^{\frac{1}{2}} \right) + 2 \cdot c \cdot K_p \left(K_p^{\frac{1}{2}} + K_p^{\frac{-1}{2}} \right) + q \cdot K_p^2 \quad (2.11)$$

Qui s'écrit sous la forme condensée :

$$q_u = \frac{1}{2} \gamma \cdot B \cdot N_\gamma + C \cdot N_c + q \cdot N_q \quad (2.12)$$

Et qui représente la capacité portante avec :

$$N_\gamma = \frac{1}{2} \left(K_p^{\frac{5}{2}} - K_p^{\frac{1}{2}} \right) \quad (2.13)$$

$$N_q = K_p^2 \quad (2.14)$$

$$N_c = 2 \left(K_p^{\frac{3}{2}} + K_p^{\frac{1}{2}} \right) \quad (2.15)$$

Le schéma de Rankine (figure 2.1) n'est qu'une approximation très grossière du véritable comportement du sol. En réalité, L'expérience sur modèles réduits montre que sous la fondation se forme un coin, limité par des faces planes inclinées qui s'enfoncent avec la semelle et se comporte en corps solide. Il exerce une poussée sur le sol adjacent qui réagit en butée avec frottement sol-sol.

II.2.1.2 Théorie de Prandtl

D'après Prandtl, le mécanisme de rupture sous la fondation considère que la base de la fondation est lisse, donc un état actif de Rankine est développé dans le coin AA'O (figure 2.2).

Le système est formé par trois zones successives :

La zone I en équilibre de poussée de Rankine.

La zone II en équilibre de Prandtl.

La zone III en équilibre de butée de Rankin.

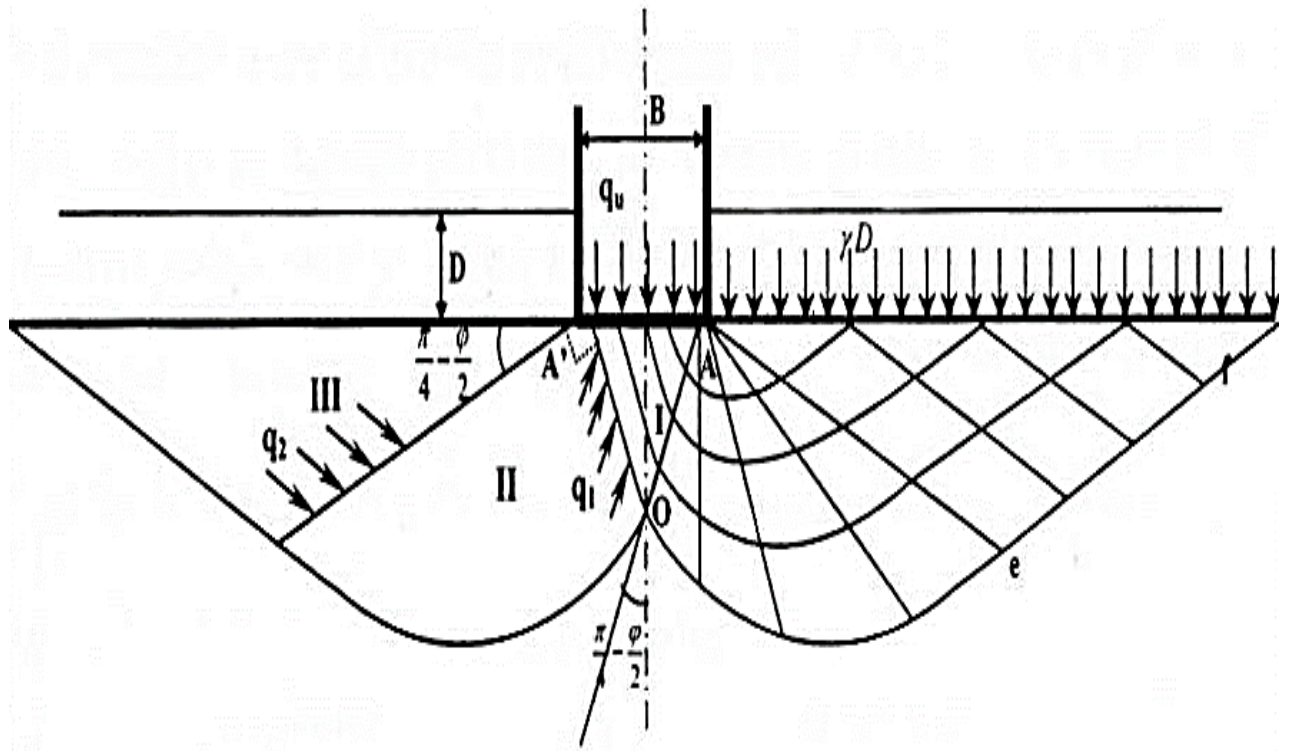


Figure 2-2 : Mécanisme de rupture d'une fondation de base lisse [Prandtl (1920)]

Dans la zone I et III, la famille de lignes de glissement est formée de droites.

Dans la zone II, une famille de ligne de glissement est constituée de courbe. Il s'agit de lignes de glissement appartenant à cette même famille et qui sont homothétiques entre elles et forment des spirales logarithmiques. L'autre famille des lignes de glissement est formée de droites, faisant un angle de φ avec la normale aux points d'intersection avec les spirales, et ayant toutes un point de rebroussement à l'intersection des deux surcharges.

Il est à noter que les spirales logarithmiques peuvent s'écrire sous la forme, en coordonnées polaires, de : $(r = r_0 \cdot e^{\theta \tan \varphi})$

Le problème se ramène à l'étude de l'équilibre du bloc (AOe) en écrivant que le moment en A de l'ensemble des forces est nul.

Le problème bidimensionnel d'un sol pulvérulent non pesant d'angle de frottement interne ν et chargé normalement à sa surface par deux répartitions uniformes, a été résolu pour la première fois par Prandtl (1920).

On notera q_1 et q_2 les intensités des contraintes critiques qui agissent respectivement sur les rayons polaires AO et Ae. L'équilibre de poussée et de butée de Rankine dans un milieu non pesant donne :

$$q_1 = q_u \cdot \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \quad (2.16)$$

Et

$$q_2 = \gamma \cdot D \cdot \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \quad (2.17)$$

On peut traduire l'équilibre du bloc AOe en écrivant que le moment en A de l'ensemble des forces appliquées est nul.

$$\text{Soit, } \frac{Ao}{2} \cdot Ao \cdot q_1 \cdot \tan\varphi - \frac{Ae}{2} \cdot Ae \cdot q_2 \cdot \tan\varphi = 0 \quad (2.18)$$

On a alors :

$$\frac{Ao}{2} = e^{-\varepsilon \tan\varphi} \quad (2.19)$$

Donc, q_1 et q_2 sont liés par la relation suivante dans l'équilibre de Prandtl :

$$\frac{q_1}{q_2} = \left(\frac{Ao}{2}\right)^2 = e^{-2\varepsilon \tan\varphi} = e^{-\pi \tan\varphi} \quad (2.20)$$

Puisque l'angle ε que fait AO et Ae est égal à :

On aboutit donc finalement ;

$$q_u = \gamma \cdot D \cdot \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \cdot e^{\pi \tan\varphi} \quad (2.21)$$

$$\text{C'est-à-dire : } N_q = \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \cdot e^{\pi \tan\varphi} \quad (2.22)$$

II.2.1.3 Théorie de Terzaghi

En 1943, Terzaghi a amélioré la solution présentée par Prandtl en 1920 en introduisant dans les calculs l'effet de la rugosité des fondations et le poids de la zone de rupture. Terzaghi a été le premier à développer une théorie pour évaluer la capacité portante maximale des fondations superficielles.

La charge limite est déterminée en superposant trois états de résistance : la résistance du sol pulvérulent sous le niveau de la semelle, l'action des terres situées au-dessus du niveau de la fondation et l'action de la cohésion (Méthode de superposition de Terzaghi). Terzaghi a proposé un mécanisme de rupture d'une fondation filante, présentée ci-dessous (figure 2.3).

Il a basé sa théorie sur les conditions suivantes :

- Il a assumé que le coin au-dessous de la semelle est en équilibre élastique.
- Terzaghi a assumé que l'angle des surfaces du coin de rupture est α supérieur à $45 + \frac{\varphi}{2}$, qui résulte d'une prétention des coins actifs de Rankine.
- La résistance au cisaillement du sol au-dessus du niveau de fondation D, a été ignorée et contribue seulement comme une surcharge.
- On assume que la semelle est rugueuse.

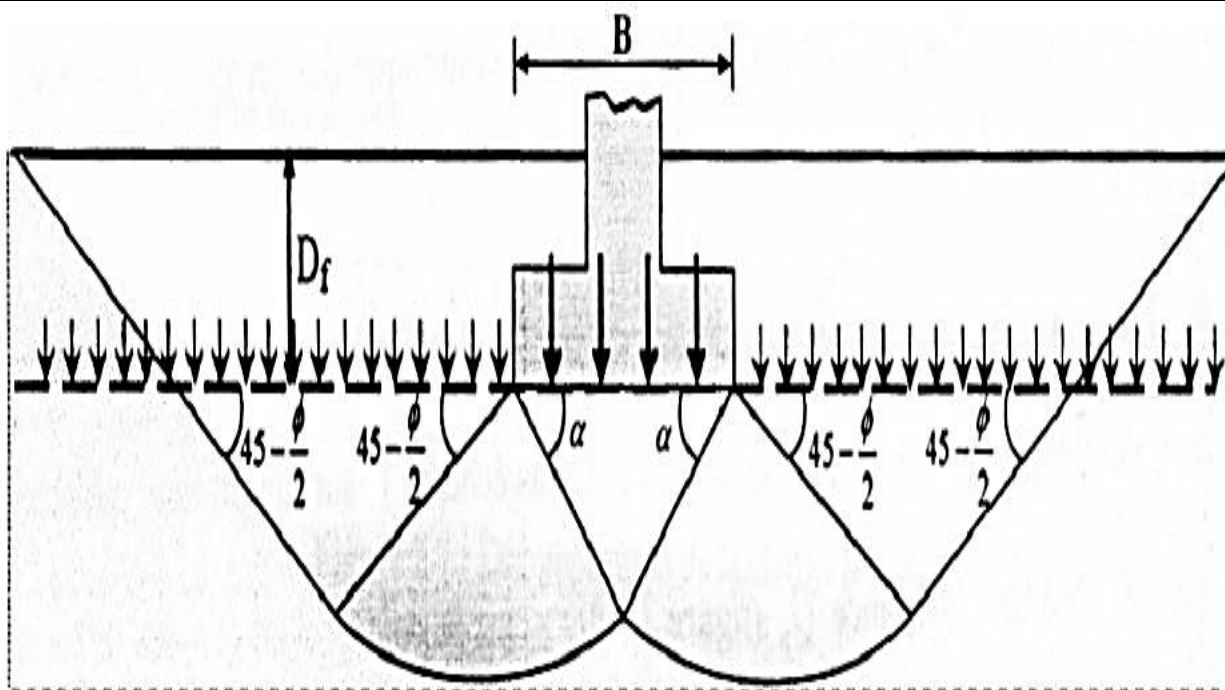


Figure 2-3 : Mécanisme de rupture d'une fondation de base rugueuse [Terzaghi (1943)]

En règle générale, la semelle de fondation est placée, après creusement, à une profondeur D_f dans un sol de poids spécifique γ à surface horizontale. La base de la semelle est alors choisie comme plan de référence sur lequel s'exercent des contraintes de compression égale Qu/B à l'emplacement de la semelle et à $qs = \gamma D_f$ à l'extérieur (Figure 2.4)

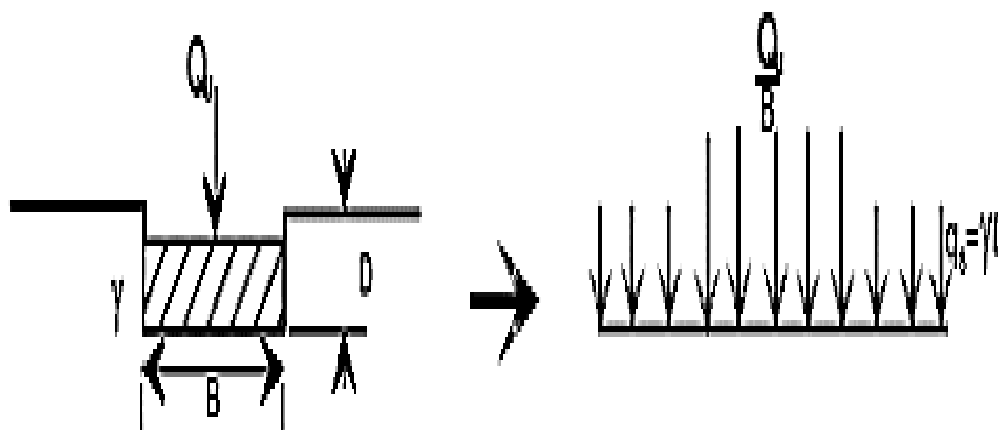


Figure 2-4 : Schéma de principe de la théorie de Terzaghi

Terzaghi a émis l'hypothèse que la charge maximum que l'on pouvait appliquer sur une fondation à la surface d'un sol pouvait être considérée approximativement comme étant la résultante des charges maximales applicables dans les états suivants (Figure 2.5).

- Sol supposé sans poids et sans cohésion, la charge dépend alors uniquement de la surcharge q et de l'angle de frottement interne φ .
- Sol pesant, mais sans cohésion.
- Sol non pesant, et cohérent.

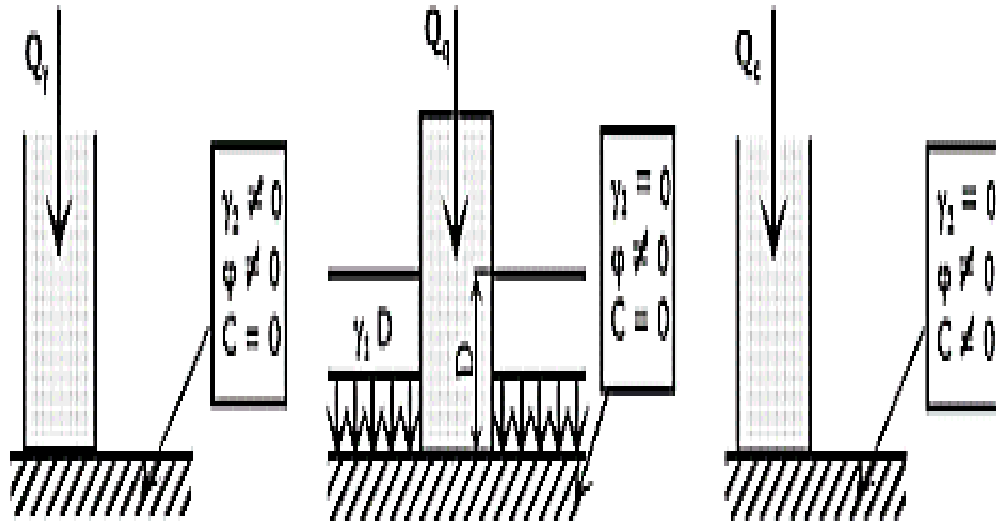


Figure 2-5 : Méthode de superposition de Terzaghi

Utilisant l'analyse d'équilibre, Terzaghi a exprimé la capacité portante ultime sous la forme :

$$q_u = \frac{1}{2} \gamma \cdot B \cdot N_\gamma + C \cdot N_c + q \cdot N_q \quad (2.23)$$

Où : N_c , N_γ et N_q sont les facteurs de portance, ne dépendant que de l'angle de frottement interne φ du sol sous la base de la fondation.

$$N_c = \cos \varphi \left[\frac{e^{2(3\pi/(4-\frac{\varphi}{2})\tan \varphi)}}{2\cos^2(\frac{\pi+\varphi}{4})} - 1 \right] ; N_c = \cot \varphi \cdot (N_q - 1) \quad (2.24)$$

$$N_q = \frac{e^{2(3\pi/(4-\frac{\varphi}{2})\tan \varphi)}}{2\cos^2(\frac{\pi+\varphi}{4})} \quad (2.25)$$

$$N_\gamma = \frac{1}{2} \left(\frac{K_{p\gamma}}{\cos^2 \varphi} \right) \tan \varphi \quad (2.26)$$

Avec $K_{p\gamma}$ est le coefficient de poussée des terres (passive)

Cette équation, cependant, est soumise aux restrictions suivantes : rupture générale, semelle filante, semelle de base rugueuse.

Toujours dans sa théorie, Terzaghi divise la zone de rupture sous la fondation en trois zones (figure 2.6) :

➤ Une zone triangulaire ACB immédiatement sous la fondation ou le sol fortement comprimé est en équilibre surabondant et se déplace avec la fondation, il forme un coin limite par les points A, B, C avec les angles BAC et ABC sont égaux à l'angle de frottement interne du sol φ .

➤ Une zone de cisaillement radial BCF où CF est un arc spirale logarithmique définie par la fonction :

$$r = r_0 e^{\theta \tan \varphi} \quad (2.27)$$

➤ Zone passive de Rankine triangulaire BFD.

Dans les zones de cisaillement radial et passif, les déplacements et les cisaillements sont très importants et il en résulte ainsi une rupture généralisée au-dessous de ces trois zones, le sol est peu ou non perturbé par la rupture (Salençon 1974).

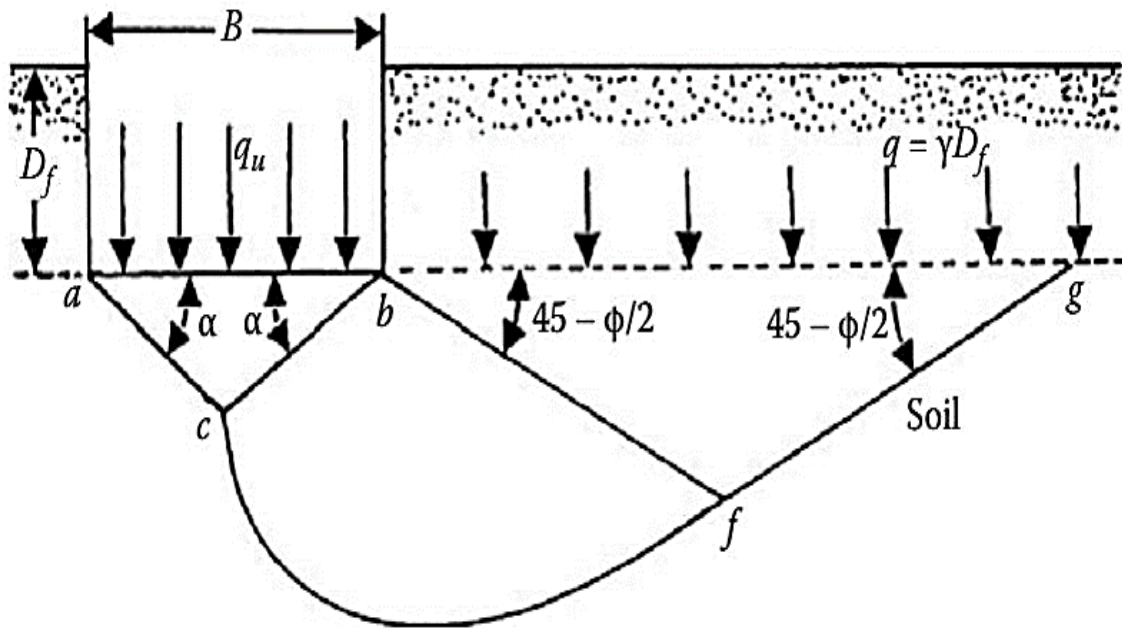
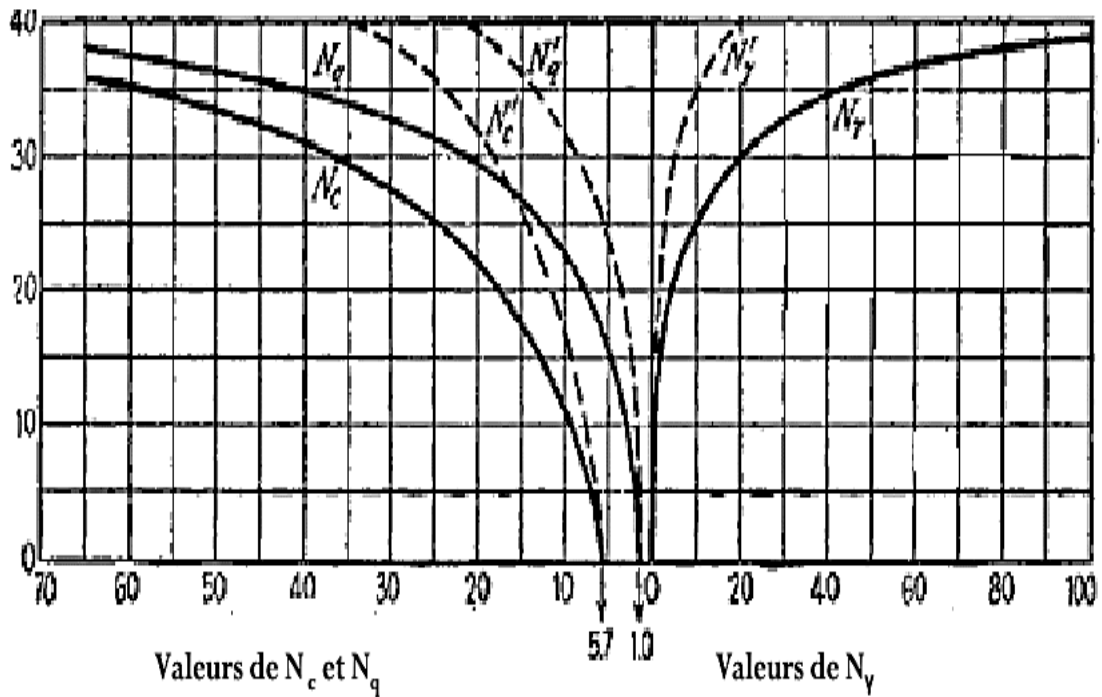


Figure 2-6 : Modèle utilisé par Terzaghi pour la détermination des facteurs de portance

La variation des coefficients de capacité portante en fonction de l'angle de frottement interne φ est donnée par le tableau 2.1, et la figure 2.7 donne les mêmes valeurs sous une forme graphique.

Figure 2-7 : Coefficients de capacité portante de Terzaghi pour un cisaillement général.

φ	N_c	N_q	N_γ	φ	N_c	N_q	N_γ
0	5.70	1.00	0.00	26	27.09	14.21	11.35
2	6.30	1.22	0.18	28	31.61	17.81	15.15
4	6.97	1.49	0.38	30	37.16	22.46	19.73
6	7.73	1.81	0.62	32	44.04	28.52	27.49
8	8.60	2.21	0.91	34	52.64	36.51	36.96
10	9.61	2.69	1.25	36	63.53	47.16	51.70
12	10.76	3.29	1.70	38	77.50	61.55	73.47
14	12.11	4.02	2.23	40	95.67	81.27	100.39
16	13.68	4.92	2.94	42	119.67	108.75	165.69
18	15.52	6.04	3.87	44	151.95	147.74	248.29
20	17.69	7.44	4.97	46	196.22	204.20	426.96
22	20.27	9.19	6.91	48	258.29	287.86	742.61
24	23.36	11.40	8.85	50	347.52	415.16	1153.15

**Figure 2-8 :** Facteurs de capacité portante en fonction de φ (Terzaghi : fondation rugueuse)

De nombreux auteurs ont résolu le problème en faisant des hypothèses différentes sur la rugosité de la semelle et la forme de la zone en équilibre limite. Bien que les valeurs numériques soient parfois assez différentes, toutes ces études conduisent à la formule générale de Terzaghi.

Ainsi le problème de la capacité portante se réduit à la détermination des facteurs de la capacité portante N_c , N_γ et N_q . Après la proposition de cette approche, diverses études ont été faites pour l'évaluation de ces facteurs.

II.2.1.4 Théorie de Vesic

Vesic (1973) a fourni un compte rendu complémentaire du développement de l'analyse de la capacité portante pour les fondations peu profondes, en notant que l'histoire des premières études dans ce domaine - qui a commencé avec Rankine en 1857 - a été couverte dans le premier livre sur la mécanique des sols par Terzaghi (1925, chapitre 24). Il a proposé des facteurs de correction à appliquer à chaque terme de l'équation (2.17) et a abordé l'influence de la compressibilité du sol et des dimensions de la fondation. La diminution de la résistance du sol avec l'augmentation de la taille des fondations semble être due à trois facteurs principaux :

- L'enveloppe des cercles de Mohr n'est pas une droite.
- La rupture se développe progressivement sur la surface de rupture.
- Il existe des zones de plus faible résistance dans tous les sols naturels.

II.2.2 Méthodes numériques

Au cours des 20 dernières années, grâce au développement significatif des capacités informatiques et à la diminution des coûts de leur utilisation et de leur application, les méthodes numériques ont connu une expansion remarquable dans les bureaux d'études géotechniques et les centres de recherche. Ces méthodes sont utilisées pour décrire, interpréter et prédire le comportement des structures naturelles ou artificielles, sur la base de lois physiques qui relient les changements dans les contraintes, les déformations et les déplacements. Le comportement non linéaire du sol est pris en compte en appliquant des charges par paliers ou incréments. Ces méthodes permettent également une analyse plus précise et plus souple des résultats.

Les méthodes numériques telles que la méthode des éléments finis et la méthode des différences finies sont des outils très efficaces. L'un de leurs avantages est qu'elles nécessitent moins d'hypothèses simplificatrices, en particulier dans le cas des sols en couches naturelles, que les méthodes traditionnelles basées sur l'équilibre marginal. Ces méthodes sont basées sur la division du sol en un maillage d'éléments et sur l'utilisation d'algorithmes qui garantissent que les exigences d'équilibre statique et dynamique sont satisfaites simultanément.

II.2.2.1 Méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis constitue une approche spécifique pour approximer les fonctions solutions par le biais de sous-domaines. Les inconnues, désignées par $\{U\}$, correspondent aux valeurs de ces fonctions à des points ou nœuds particuliers de chaque sous-domaine. La forme variationnelle, qui est établie sur le milieu continu, se traduit alors par une forme variationnelle discrétisée intégrant les inconnues nodales $\{U\}$ (Batoz et Dhatt, 1990).

Dans la pratique, les logiciels de calcul par éléments finis se sont imposés comme des instruments essentiels pour les ingénieurs, au même niveau que les méthodes traditionnelles de calcul en mécanique des sols. L'adoption de ces codes de calcul a été grandement facilitée grâce à la création de pré- et post-processeurs intuitifs et faciles à utiliser.

Griffiths (1982) a réalisé des analyses élasto-plastiques en utilisant la méthode des éléments finis pour une semelle filante et rigide, en intégrant le critère de Mohr-Coulomb. L'auteur applique le principe de superposition de Terzaghi pour déterminer les trois facteurs de portance, à savoir N_c , N_q et N_γ .

II.2.2.2 Méthodes des différences finies

La méthode des différences finies est l'une des techniques numériques les plus anciennes pour la résolution d'équations différentielles. Dans ce cadre, chaque dérivée présente dans le système d'équations est substituée par une expression algébrique. À l'instar de la méthode des éléments finis, cette approche implique la discrétisation du domaine modélisé en éléments, dont les sommets forment les nœuds du maillage. Cependant, contrairement à la méthode des éléments finis, où les variables spatiales (contraintes et déplacements) varient au sein de chaque élément par le biais d'une interpolation, la méthode des différences finies définit ces variables uniquement aux nœuds du maillage (Billiaux et Cundall, 1993). Il est à noter que cette méthode ne génère pas de matrice globale de raideur pour le système.

Afin de se pencher sur la question de la capacité portante d'une semelle filante, Yin et al. ont effectué des calculs élasto-plastiques à l'aide du code FLAC et des différences finies explicites, tandis que le sol était assimilé au matériau de Mohr-Coulomb. Erickson et Drescher considéraient de manière similaire ce sujet, mais ils regardaient aussi la non-associativité et la nature de l'interface.

II.3 Conclusion

La détermination de la capacité portante des fondations est l'un des problèmes les plus importants de la mécanique des sols.

Les méthodes classiques qui existent, pour la détermination de la capacité portante sont basées sur l'équilibre limite utilisent des hypothèses simplificatrices et souffrent de quelques difficultés et critique. Toutes ces difficultés critiques nous font appel à d'autres techniques pour résoudre ce problème. Diverses techniques ont été mises en avant, mais chacune d'elles présente des approximations simplificatrices sur les caractéristiques du sol et les mouvements qui se produisent, des approximations qui ne sont pas conformes aux phénomènes observés.

Chapitre 3

Présentation de code FLAC

II.1 Introduction

Le développement d'outils de modélisation numérique a conduit à l'adoption généralisée de logiciels spécialisés dans l'analyse du comportement géotechnique des sols et des roches, notamment FLAC, qui s'appuie sur la méthode des différences finies pour résoudre les problèmes de mécanique des sols de manière efficace et précise. Ce logiciel permet de simuler les réponses mécaniques des systèmes géologiques dans des conditions de chargement complexes, en tenant compte de diverses propriétés physiques et mécaniques.

Ce chapitre se concentre sur la présentation du logiciel FLAC 2d, en expliquant ses principes de fonctionnement et la modélisation numérique en termes de définition des propriétés, de définition des conditions aux limites et d'application des charges. Le chapitre couvre également les modèles de comportement mécanique adoptés dans le logiciel, en particulier le modèle de Mohr-Coulomb, qui est largement utilisé pour caractériser la rupture par cisaillement dans les matériaux fragiles tels que le sol et la roche. Le chapitre conclut en analysant les résultats de la simulation et en les reliant aux concepts de stabilité et de sécurité dans les applications géotechniques.

III.2 Lois de comportement

Nous allons maintenant, dans ce paragraphe, exposer les différentes lois rhéologiques que nous avons utilisées pour modéliser le comportement du sol. Nous commencerons par rappeler brièvement les formules relatives à l'élasticité linéaire isotrope, puis orthotrope. Ensuite, nous introduirons les bases d'une loi élastoplastique. Enfin, nous étudierons une loi élastique parfaitement plastique en se servant de critère de rupture de Mohr-Coulomb.

III.2.1 Modèle élastique

III.2.1.1 Modèle élastique linéaire isotrope (loi de Hooke)

Les lois de comportement établissent un lien entre les sollicitations appliquées σ_{ij} et la réponse en déformations des matériaux ε_{ij} . Dans le cadre de l'élasticité linéaire isotrope, le tenseur des déformations est connecté au tenseur des contraintes par la relation de Hooke, qui se présente sous les formes définies dans les équations 3.1 et 3.2.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{(1+\nu)}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (3.1)$$

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{(1+\nu)} \varepsilon_{ij} + \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \varepsilon_{kk} \delta_{ij} \quad (3.2)$$

Où E et ν sont le module d'Young et le coefficient de Poisson et est l'indice de Kronecker. Le modèle rhéologique relatif à l'élasticité linéaire peut être représenté par un ressort de raideur E

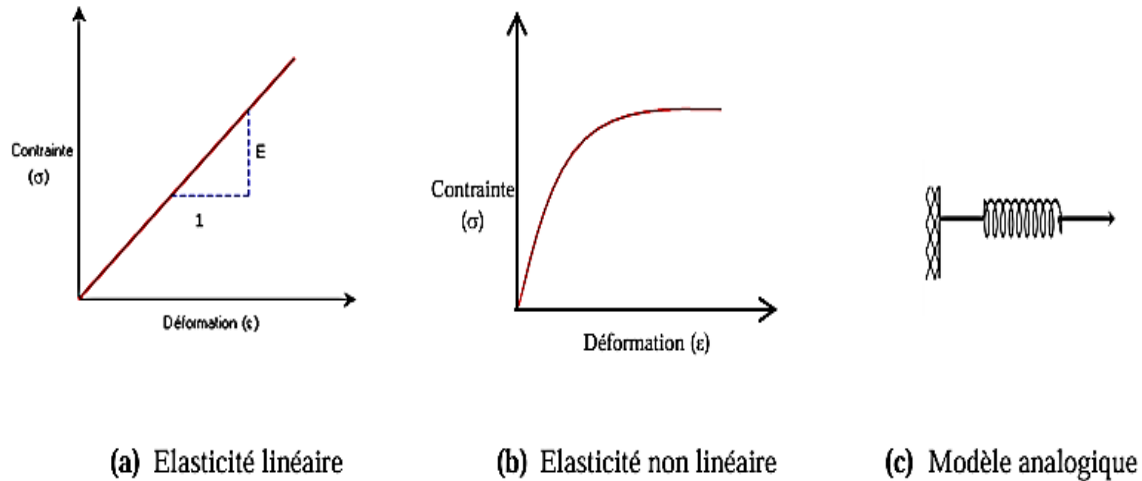


Figure 3-1 : Principe de loi de comportement élastique

Le cas de l'élasticité linéaire se réfère à une situation où une relation linéaire est établie entre le tenseur des contraintes et le tenseur des déformations élastiques. Cependant, cette situation n'est généralement pas observée dans les sols, qui présentent un comportement élastique non linéaire même sous de faibles déformations.

Tableau 3-1 : Relations entre constantes élastiques d'après Leipholz (1974)

Couple de paramètres utilisés	Expression des paramètres			
	Module de cisaillement G	Module d'Young E	Module volumique K	Coefficient de poisson ν
G, E	G	E	$\frac{G \cdot E}{9G - 3E}$	$\frac{E - 2G}{2G}$
G, K	G	$\frac{9GK}{3K + G}$	K	$\frac{3K - 2G}{2(3K + G)}$
G, ν	G	$2G(1 + \nu)$	$\frac{3G(1 + \nu)}{3(1 - 2\nu)}$	ν
K, E	$\frac{3KE}{9K - E}$	E	K	$\frac{3K - E}{6K}$
E, ν	$\frac{E}{2(1 + \nu)}$	E	$\frac{E}{3(1 - 2\nu)}$	ν
K, ν	$\frac{3K(1 - 2\nu)}{2(1 + \nu)}$	$3K(1 - 2\nu)$	K	ν

Dans le code de calcul Flac, l'écriture des relations de comportement utilise les modules, volumique K et de cisaillement G, plutôt que le module d'Young E et le coefficient de poisson ν , les relations entre ces divers paramètres sont résumées dans le tableau 3.1 ci-dessus

III.2.1.2 Modèle élastique orthotrope

Un modèle orthotrope prend en compte trois plans orthogonaux d'élasticité symétriques. Les axes principaux d'élasticité nommés 1, 2, 3 sont définis dans les directions normales à ces plans. La relation incrémentale contrainte-déformation dans les axes locaux est de la forme :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{12} \\ 2\varepsilon_{13} \\ 2\varepsilon_{23} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_2} & -\frac{\nu_{13}}{E_3} & & & \\ -\frac{\nu_{21}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{23}}{E_3} & & & \\ -\frac{\nu_{31}}{E_1} & -\frac{\nu_{32}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & & & \\ & & & \frac{1}{G_{12}} & & \\ & & & & \frac{1}{G_{13}} & \\ & & & & & \frac{1}{G_{23}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{Bmatrix} \quad (3.3)$$

Le modèle implique neuf constants élastiques indépendants :

E1, E2, E3 modules d'Young dans les directions des axes locaux ;

G23, G13, G12 modules de cisaillement dans les plans parallèles aux axes locaux ;

ν_{12} , ν_{13} , ν_{23} coefficients de poisson, où ν_{ij} caractérise la contraction latérale dans la direction locale i causée par la contrainte de traction dans la direction locale j.

En vertu de la symétrie de la matrice contrainte-déformation nous avons :

$$\frac{\nu_{21}}{E_1} = \frac{\nu_{12}}{E_2}, \quad \frac{\nu_{31}}{E_1} = \frac{\nu_{13}}{E_3}, \quad \frac{\nu_{32}}{E_2} = \frac{\nu_{23}}{E_3} \quad (3.4)$$

Pour les plaques minces ayant un comportement de contrainte plane ($\sigma_{zz} = 0$) et aucun cisaillement transversal $\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$, la matrice de rigidité devient :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ 2\varepsilon_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_2} \\ -\frac{\nu_{21}}{E_1} & \frac{1}{E_2} \\ & & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.5)$$

Par inversion de Matrice on a :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & -\frac{\nu_{12}E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \\ -\frac{\nu_{21}E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & \frac{E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \\ & & G_{12} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.6)$$

III.2.2 Lois de comportement élastoplastique

Un comportement élastique linéaire isotrope ne peut être considéré que comme une première approximation, car il ne tient pas compte des déformations irréversibles. En réalité, la majorité des matériaux présentent un comportement élastoplastique, caractérisé par l'apparition de déformations élastiques et plastiques. La déformation totale résulte de la somme des déformations élastiques ε^e et plastiques ε^p , exprimée par l'équation suivante : $\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p$ (3.7)

Les modèles élastoplastiques sont basés sur trois notions fondamentales : la surface de charge, la règle d'écrouissage et la règle d'écoulement. Nous allons dans ce qui suit, exposer les bases pour chacune de ces notions.

III.2.2.1 Notion de surface de charge

La surface de charge divise l'espace des contraintes en deux parties :

- ❖ L'intérieur de la surface de charge correspond à un état de déformations réversibles (élastiques).
- ❖ La surface de charge en elle-même correspond à un état de déformations pouvant se décomposer de la manière suivante : une partie réversible comme précédemment et une partie de déformations irréversibles (plastiques).

La frontière entre ces deux domaines est caractérisée par une fonction scalaire F appelée fonction de charge : $F(\sigma_{ij}, R) = 0$ (3.8)

Avec :

σ_{ij} : Tenseur des contraintes.

R : Ensemble des paramètres d'écrouissage.

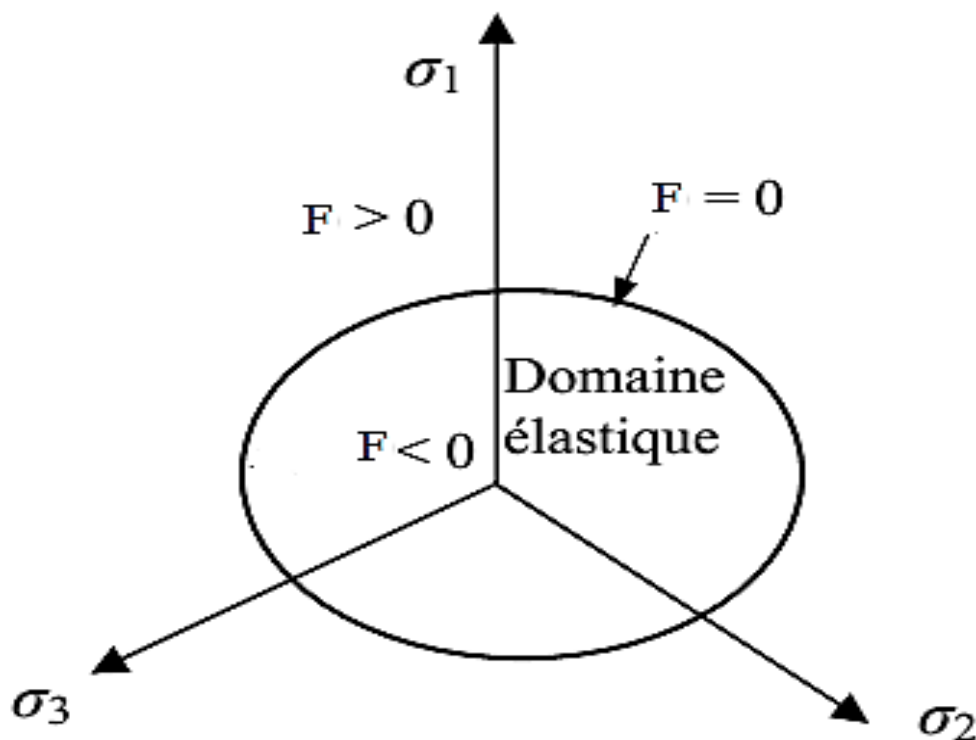


Figure 3-2: Surface de charge

Trois cas de figures se présentent donc :

- $F < 0$ Intérieur de la surface, ce domaine est élastique.
- $F = 0$ Les déformations élastiques peuvent être, éventuellement, accompagnées de déformations plastiques.
- $F > 0$ Etat de contraintes physiquement impossibles en élasto-plasticité. Lorsque le point représentatif de l'état des contraintes atteint la surface de charge $F=0$, deux cas de comportements élasto-plastiques sont possibles (figure 3.2) :

La surface de charge n'évolue pas et l'expression de la surface de charge ne contient donc pas de paramètre d'écrouissage.

La surface de charge évolue au cours du chargement (modèle élasto-plastique avec écrouissage).

III.2.2.2 Notion de règle d'écrouissage

L'écrouissage d'un matériau se manifeste par le changement de la surface du seuil de plasticité. L'essai de traction (ou de compression) uniaxiale (voir figure 3.3) nous aidera à illustrer ce concept d'écrouissage.

Dans cette illustration, il est observé que le comportement est élastique le long du trajet OA, signifiant qu'en cas de décharge, le système revient au point O. Le point A, qui représente la limite au-delà de laquelle le comportement élastique n'est plus observé, est associé à une contrainte caractéristique appelée « seuil » de plasticité initiale ou « limite élastique ». Une fois cette limite dépassée, par exemple en se trouvant au point B et en déchargeant, le chemin de déchargement ne suivra pas le trajet BAO mais plutôt BCD. La déformation résiduelle $OD = \epsilon_p$ est une déformation irréversible, qualifiée de plastique. Ainsi, le système entre dans le domaine plastique. En cas de rechargement, le chemin suivi sera DEF, où F représente l'extension du chemin OAB, rejoignant alors le chemin du premier chargement.

On peut assimiler en général la courbe BCDEF à la droite DGH et admettre que les déformations sont réversibles le long de cette ligne. Le nouveau seuil de plasticité est alors le point H qui est plus élevé que le précédent (A). C'est justement cette élévation du seuil de plasticité qui s'appelle écrouissage. Le domaine élastique d'un matériau dépend donc de l'état d'écrouissage du matériau.

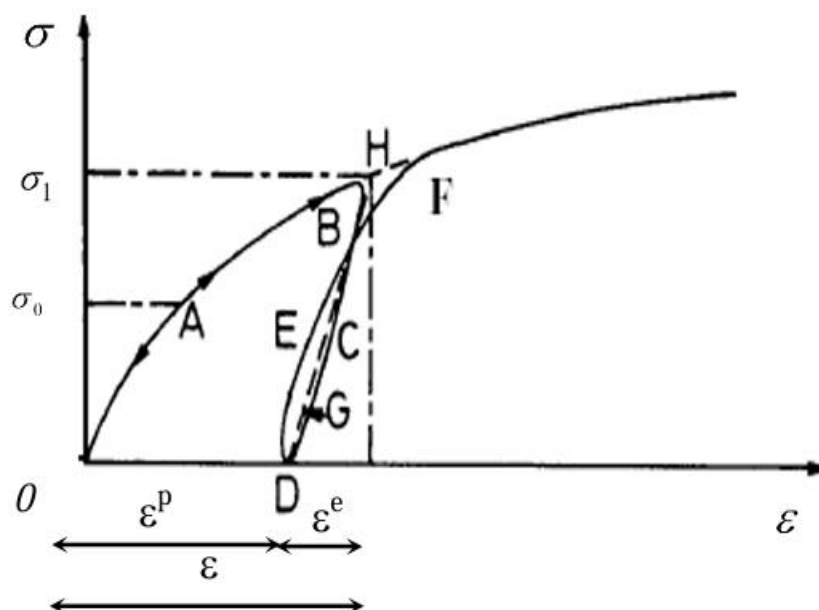


Figure 3-3 : Essai de compression (ou de traction) uniaxiale d'un matériau.

L'écrouissage d'un matériau se manifeste par la modification de la surface du seuil de plasticité. Par conséquent, il est nécessaire d'introduire une ou plusieurs variables additionnelles, désignées sous le nom de variables d'écrouissage R . Ces variables peuvent être choisies de manière arbitraire, à condition qu'elles soient capables de représenter l'évolution de l'état interne du milieu ayant subi des déformations plastiques. À titre d'exemple, ces variables peuvent être des scalaires fonctionnels des déformations plastiques, comme dans le modèle de « cam clay » (Roscoe & Burland (1968), Schofield & Wroth (1968)), qui emploie la déformation volumique plastique comme paramètre d'écrouissage, ou encore des tenseurs tels que ε_{ij}^p .

En général, on peut distinguer trois catégories de loi d'écrouissage :

❖ Ecouissage isotrope

L'écrouissage est dit isotrope, quand l'évolution de la surface de charge n'est gouvernée que par un seul paramètre scalaire, par exemple la déformation plastique cumulée (figure 3.4).

Ainsi, dans le plan $\sigma_{axiale} - \varepsilon_{axiale}$ en traction-compression simple, la courbe de traction succédant à celle de compression se déduit de cette dernière par une homothétie de rapport (-1) et de centre, le point de contrainte nulle (point A de la figure 3.4). Dans le plan déviatoire, la surface de charge croît de manière homothétique par rapport au point B.

La zone d'élasticité délimitée par la surface de charge se déplace par translation dans l'espace des contraintes principales (figure 3.5) sans déformation de la surface de charge initiale. Dans ce contexte, l'écrouissage est décrit par une variable tensorielle qui définit le centre de la surface de charge.

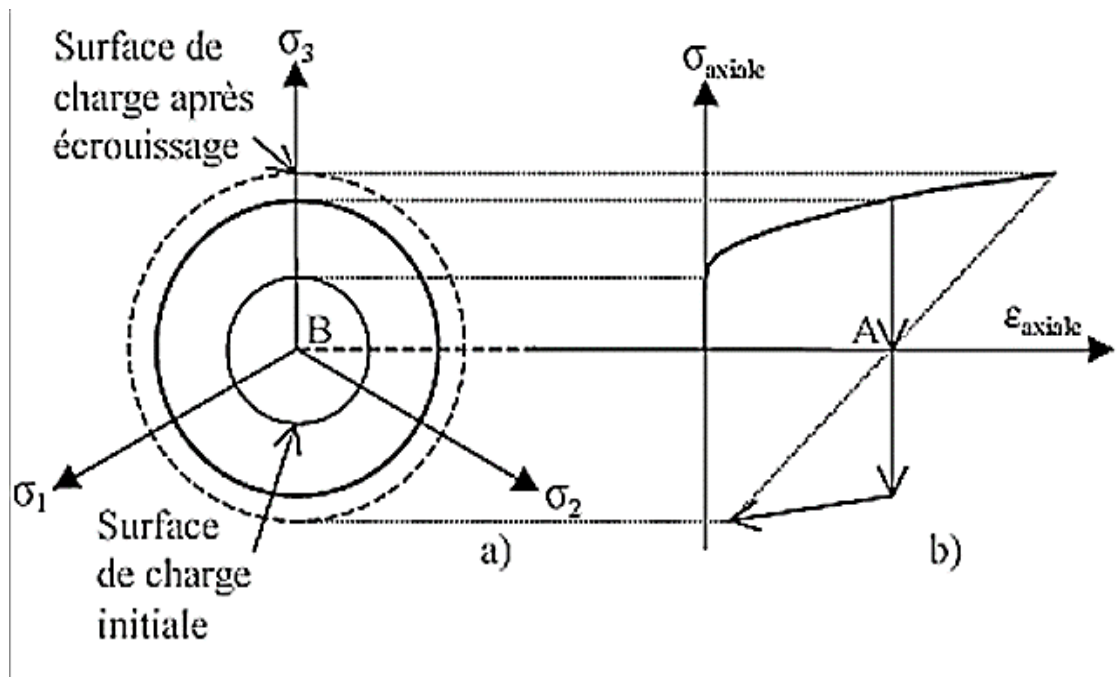


Figure 3-4 : Représentation de l'écrouissage isotrope en projection : (a) dans le plan déviatoire (b) dans le plan $\sigma_{axiale} - \epsilon_{axiale}$ en traction-compression simple.

❖ Ecouissage cinématique

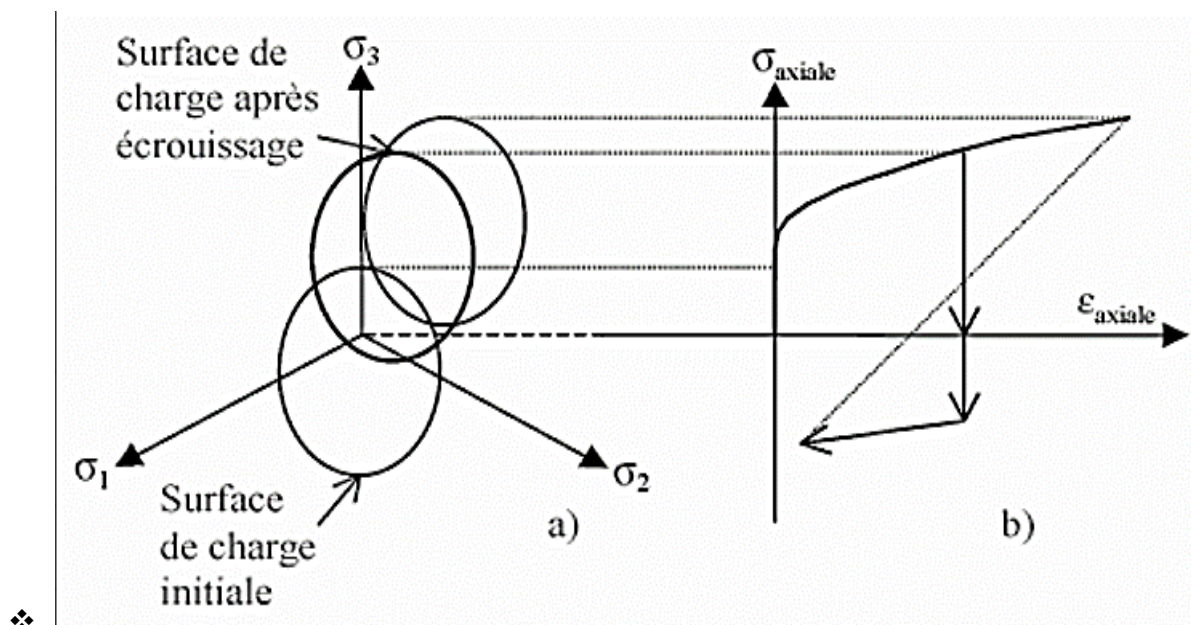


Figure 3-5 : Représentation de l'écrouissage cinématique en projection : (a) dans le plan déviatoire (b) dans le plan $\sigma_{axiale} - \epsilon_{axiale}$ en traction-compression simple.

❖ Ecoulement mixte

La théorie de l'écoulement mixte est une combinaison des deux théories précédentes pour permettre la création d'un modèle « anisotrope cinématique ». La surface de charge se translate et se dilate uniformément dans toutes les directions.

❖ Ecoulement anisotrope

Pour un écoulement anisotrope, la surface de charge peut subir en plus d'une expansion / contraction et d'une translation, une rotation et une déformation.

III.2.2.3 Notions de loi d'écoulement

L'incrément de déformation plastique se distingue par sa direction et son amplitude. La direction de cet incrément est perpendiculaire à la surface qui définit le potentiel plastique $G(\sigma_{ij}) = 0$. La forme générale de cet incrément est exprimée par l'équation 3.7 mentionnée précédemment. La loi d'écoulement peut être qualifiée d'associée ou de non associée.

❖ Lois d'écoulement associées

La loi d'écoulement est dite associée à la surface de charge quand cette dernière est confondue avec la surface représentative du potentiel plastique, ce qui revient naturellement à considérer $F = G$.

La direction du vecteur de déformation plastique dans l'espace des déformations principales, qui coïncide avec celui des contraintes principales, est perpendiculaire à la surface de charge, $F=0$, c'est-à-dire au vecteur gradient qui est normal à cette surface. Cela engendre une loi d'écoulement sous cette forme.

$$\varepsilon_{ij}^p = \lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \quad (3.9)$$

Où λ est le multiplicateur plastique (scalaire positif).

Les matériaux pour lesquels la loi d'écoulement est dite associée, sont dits standards. C'est le cas des métaux ou des sols purement cohérents.

❖ Lois d'écoulement non associées

Pour les sols frottant, les lois d'écoulement ne sont pas associées. Dans cette situation, la direction du vecteur de déformation plastique est orthogonale à la surface qui représente le potentiel plastique. $G(\sigma_{ij}) = 0$ qui est distincte de celle représentative de la fonction de charge plastique $F(\sigma_{ij}) = 0$.

III.2.2 Modèle élastique linéaire parfaitement plastique Mohr Coulomb

Ce modèle est employé dans cette thèse pour illustrer la rupture par cisaillement du sol de fondation. Cette loi de comportement se distingue par une élasticité linéaire isotrope de Hooke (E, ν), une surface de charge

$F(\sigma_{ij})$ et un potentiel plastique $G(\sigma_{ij})$. Il s'agit d'un modèle à cinq paramètres, comprenant deux paramètres élastiques : E et ν , ainsi que trois paramètres de rupture (c , φ et ψ) tels que :

E : Module d'Young ;

ν : Coefficient de Poisson ;

c : Cohésion ;

φ : Angle de frottement ;

ψ : Angle de dilatance.

Dans le plan de Mohr, la forme de la courbe enveloppe de ce critère est une droite appelée droite de Coulomb d'équation :

$$\tau = c + \sigma_n \tan(\varphi) \quad (3.10)$$

Où : σ_n et τ correspondent respectivement à la contrainte normale et à la contrainte de cisaillement sur une facette donnée.

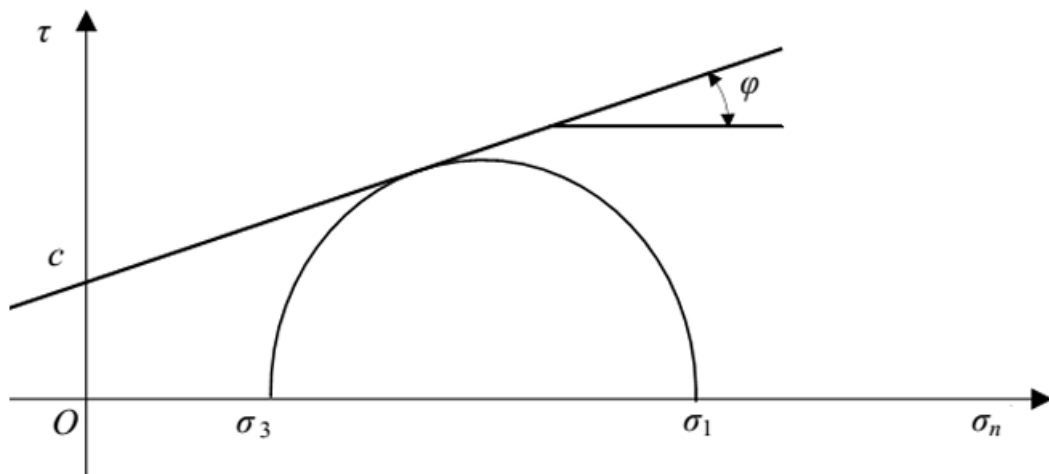


Figure 3-6 : Représentation du critère de Mohr-Coulomb dans le plan de Mohr.

La représentation de ce critère dans le diagramme de Mohr est fournie par la figure 3.6 ci-dessus. La contrainte intermédiaire n'est pas intégrée dans sa formulation. Dans le cas d'un matériau strictement cohérent ($\varphi = 0$), il s'agit du critère de Tresca.

Dans le domaine des contraintes principales, la surface déterminée par la fonction de charge prend la forme d'une pyramide dont l'axe est la trisectrice, comme le montre la figure 3.7 ci-après.

L'expression analytique d'un des plans de la pyramide, en fonction des contraintes principales, est donnée par :

$$F(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \sigma_1 - \frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi} \sigma_3 - \frac{2\cos\varphi}{1-\sin\varphi} \quad (3.11)$$

Avec σ_1 : contrainte principale majeure et σ_3 : contrainte principale mineure.

Un autre facteur pourrait potentiellement être pris en considération, la contrainte de rupture par traction t σ , ce qui introduit un critère additionnel (avec sa propre loi d'écoulement) et modifie le modèle de Mohr-Coulomb initial qui ne prend pas en compte ce paramètre.

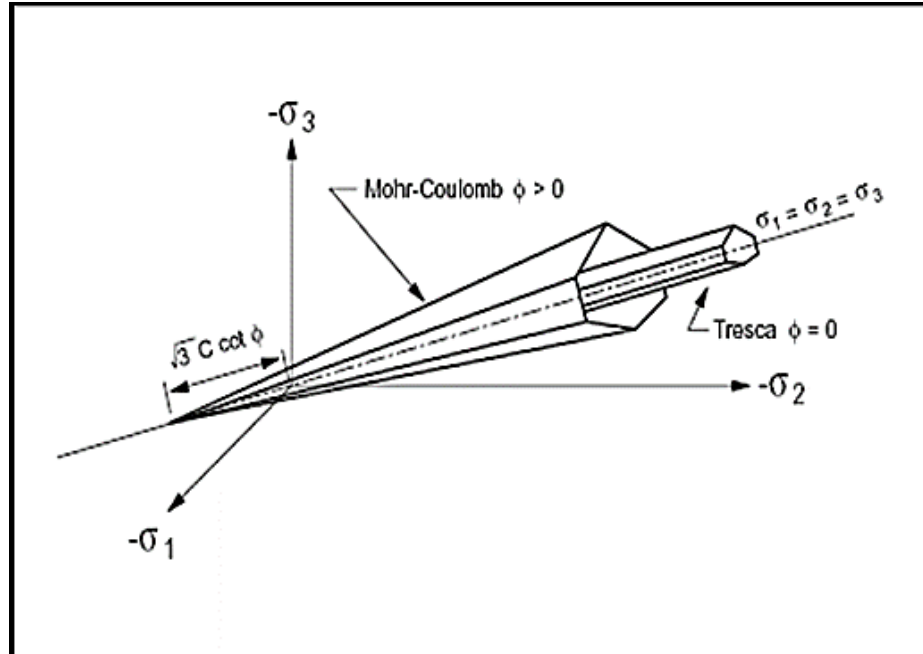


Figure 3-7 : Comparaison des critères de Mohr-Coulomb et Tresca dans l'espace des contraintes principales d'après Itasca (2000).

Le potentiel plastique de cisaillement correspond à une loi d'écoulement non associée décrite par l'équation :

$$G(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \sigma_1 - \frac{1+\sin\psi}{1-\sin\psi} \sigma_3 \quad (3.12)$$

Lorsque l'angle de frottement ϕ et l'angle de dilatance ψ sont égaux, la règle d'écoulement est dite associée.

La dilatance correspond à la variation de volume qui accompagne la déformation d'un matériau sous cisaillement. Elle est définie par l'angle ψ , qui représente le rapport entre l'incrément de déformation plastique volumique et l'incrément de déformation plastique de cisaillement.

La modélisation de la dilatance, basée sur le critère de Mohr-Coulomb est représentée sur la figure 3.8.

La discordance entre les résultats expérimentaux et les calculs pour les matériaux à frottement interne, sous un critère de plasticité de type Mohr-Coulomb, justifie l'utilisation de lois d'écoulement non associées, où les déformations plastiques proviennent d'un potentiel plastique ayant une forme mathématique similaire à celle de la fonction de charge, mais avec l'angle de frottement remplacé par l'angle de dilatance ψ , avec $\psi < \varphi$.

Il est à noter que Vermeer et de Borst ont observé que les valeurs des angles de dilatance sont comprises approximativement entre 0° et 20° pour les sols, les roches et les bétons.

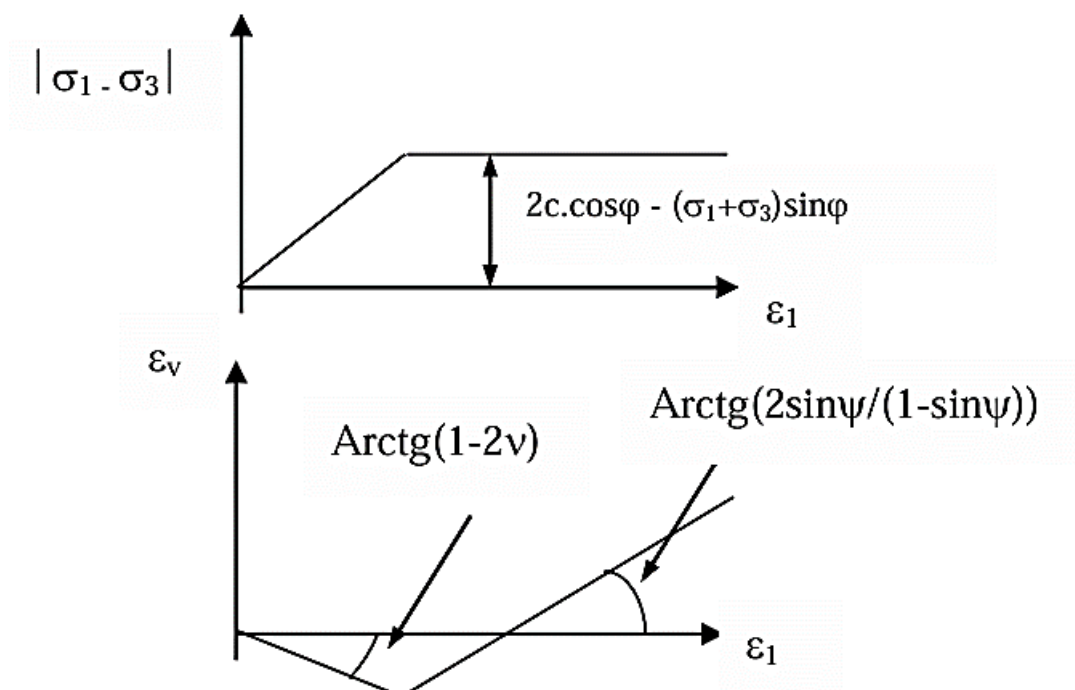


Figure 3-8 : Modélisation de la dilatance ψ à partir du test triaxial (Vermeer et de Borst, 1984).

III.3 Présentation de l'outil de simulation Flac2d

Le logiciel Flac2d (Analyse Lagrangienne Rapide des Continua), développé par la société américaine ITASCA Consulting Group, est spécifiquement destiné à aborder les problématiques de géomécanique en général, et plus particulièrement celles liées à la mécanique des sols. Le code de calcul Flac2d, employé dans notre modélisation, repose sur la méthode des différences finies. Les concepteurs de ce logiciel ont intégré un concept connu sous le nom de « méthode des éléments lagrangiens », qui représente une application innovante de la méthode des différences finies explicites (Billiaux, 1993).

III.3.1 Méthodologie de simulation avec Flac

FLAC est un programme de simulation mécanique dédié à l'analyse des problèmes géotechniques. À la différence de nombreux codes reposant sur la méthode des éléments finis, FLAC2d adopte une approche explicite par différences finies, ce qui requiert une puissance de calcul modeste, une utilisation réduite de la mémoire, mais un nombre élevé d'itérations (Itasca Consulting Group, 2005).

Ce code a été développé pour traiter les problèmes non linéaires de la mécanique appliquée à la géotechnique, intégrant un mode de résolution explicite des équations de la mécanique.

Afin d'installer un modèle pour réaliser une simulation avec Flac, trois composants fondamentaux d'un problème doivent être indiqués :

1. Générer le maillage.
2. Définir les paramètres constitutifs.
3. Appliquer les conditions initiales aux limites.

La figure 3.9 (Adoptée du manuel Flac) présente les grandes lignes de la stratégie utilisée pour modéliser un problème en Flac. La simulation se fait par phase et la réponse du système est systématiquement examinée après chacune des phases de calcul pour s'assurer de la validité des résultats.

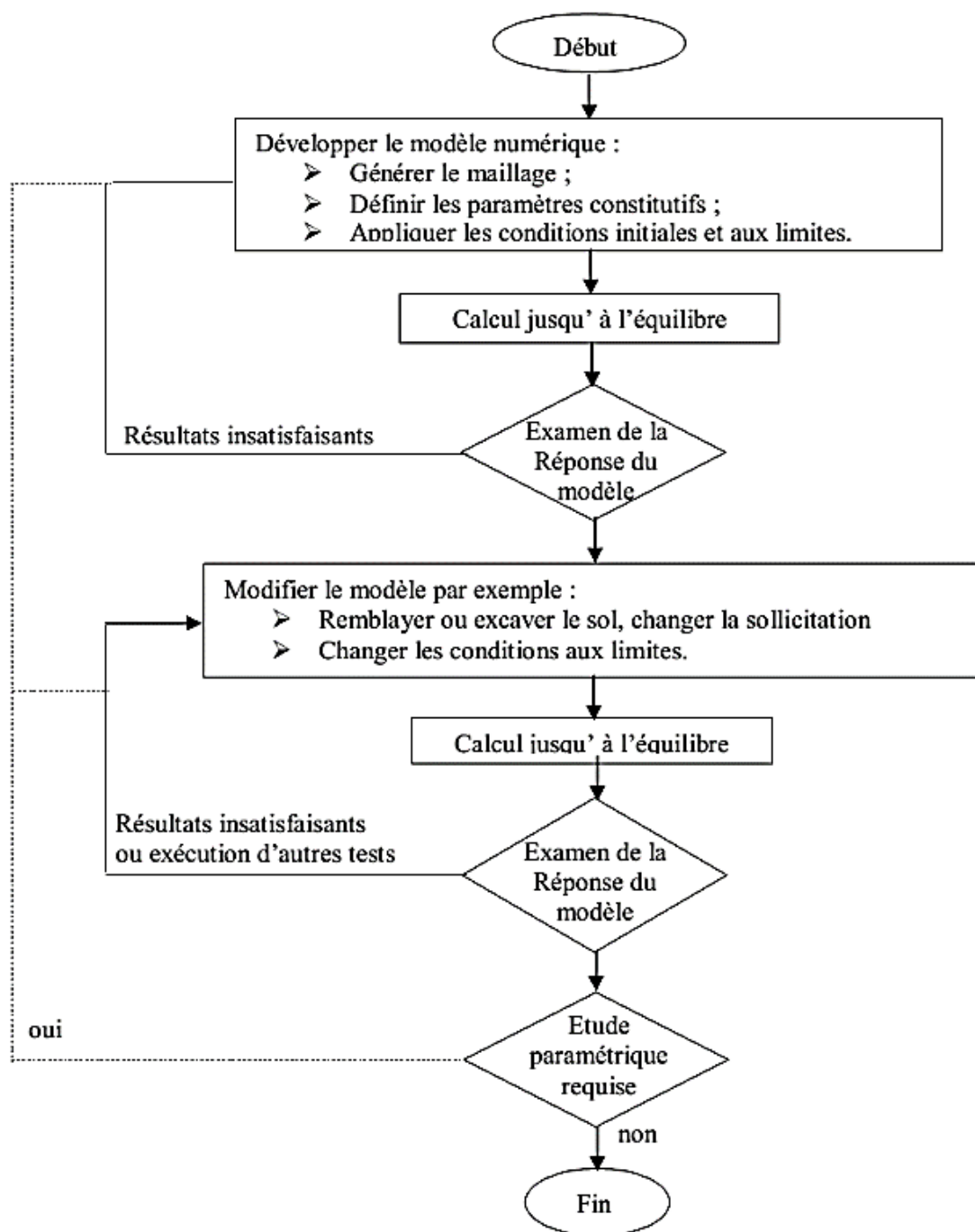


Figure 3-9 : Méthodologie de modélisation numérique avec FLAC (Itasca manuel).

III.3.2 Méthode des différences finies (MDF)

Avec l'ordinateur, la complexité des calculs appartient désormais au passé, ce qui a révolutionné les sciences de l'ingénierie, rendant accessibles des problèmes qui étaient auparavant insolubles par les méthodes traditionnelles, grâce aux méthodes numériques.

De nos jours, l'emploi de la méthode s'est généralisé à d'autres domaines en particulier la mécanique des fluides, l'aéronautique, le magnétisme, transfert de chaleur et les problèmes couplés. Elle permet de résoudre tout problème défini par des équations aux dérivées partielles avec conditions aux limites.

Un défi d'ingénierie est habituellement modélisé par des équations mathématiques ; il s'agit d'équations aux dérivées partielles définies sur un domaine géométrique, accompagnées de conditions aux limites sur les contours de ce domaine. De surcroît, étant donné qu'il s'agit d'un problème continu, il présente une infinité de degrés de liberté. À l'exception de quelques situations où la géométrie est particulièrement simple, il est souvent très complexe, voire impossible, d'obtenir une solution analytique et d'analyser son comportement en une seule étape. Pour parvenir à une solution, l'ingénieur doit donc substituer le système continu par un système discret équivalent, comportant un nombre fini de degrés de liberté.

Actuellement, l'ingénieur a le choix entre plusieurs méthodes dont deux méthodes numériques sont très répandues dans le domaine de construction. La MDF est très attrayante par sa simplicité quand il s'agit des problèmes à géométrie complexe et des conditions aux limites quelconques. Récemment ce problème est résolu grâce à la programmation de la méthode de Wilkins (1964).

Comme le soulignent Billaux et Cundall (1993), la méthode des différences finies est l'une des plus anciennes méthodes de résolution numérique d'un système d'équations différentielles, pour des conditions initiales et des conditions aux limites données, la solution est unique.

La majorité des techniques utilisant les différences finies se basent uniquement sur une discrétisation en mailles rectangulaires. L'approche développée par ITASCA s'inspire de la méthode de Wilkins (1964), qui permet d'établir les équations des différences finies pour des éléments de formes variées. Il est possible d'attribuer n'importe quelle configuration aux limites et de modifier les propriétés d'un élément à l'autre. Ainsi, cette méthode se révèle tout aussi efficace que la méthode des éléments finis.

III.4 Conclusion

Ce chapitre a passé en revue les fondements théoriques et les modèles de comportement utilisés dans FLAC2D pour analyser les problèmes géotechniques, en mettant l'accent sur le modèle de Mohr-Coulomb qui est utilisé pour représenter le comportement des sols sous contraintes. Des concepts clés tels que la surface plastique, la rigidité et les lois d'écoulement sont expliqués, ainsi que les étapes de mise en place d'un modèle numérique à l'aide de FLAC. Ce chapitre montre l'importance de combiner la compréhension théorique avec l'utilisation d'outils numériques avancés pour obtenir une analyse plus précise et plus réaliste du comportement des sols et des géomatériaux.

Chapitre 4

*Calcul de la capacité portante des
semelles circulaire*

IV.1 Introduction

La fondation représente l'un des éléments essentiels dans la conception et la réalisation des structures de bâtiments. Le problème du calcul de la capacité portante d'une semelle filante a été étudié depuis longtemps par de nombreux chercheurs et par différentes méthodes tel que Terzaghi (1943), vue sa longueur infini elle est traitée en déformation plane. Au contraire, les fondations circulaires vue leurs formes géométriques sont classées de type tridimensionnelles ce qui présente des difficultés dans le calcul.

L'objectif visé dans ce chapitre est de calculer la capacité portante d'une semelle circulaire rigide sous charge verticale et centrée, posée sur une couche d'argile, en utilisant le code FLAC 2D (Fast Lagrangian Analysis of Continua) en différences finies explicites. Il est utilisé pour l'évaluation des coefficients de forme de la capacité portante d'une semelle circulaire supposée rigide. Le deuxième intérêt de cette étude est de se familiariser avec ce code qui est très puissant et permet de résoudre différents problèmes géotechniques.

IV.2 Présentation des cas étudiés

Dans la présente étude de la capacité portante d'une semelle circulaire rigide et rugueuse de diamètre D et de rayon $r = D/2$ posée directement sur la surface du massif de sol et soumise à un chargement vertical centré. La forme et la nature de la sollicitation de la semelle rend le problème géométriquement et mécaniquement symétrique, ce qui nous a permis de choisir la configuration axisymétrique disponible dans le code FLAC 2D.

Deux massifs de sol de natures différentes ont été utilisés, le premier est un sol frottant et cohérent à la fois de poids volumique $\gamma=20\text{kN/m}^3$, la cohésion $c=100\text{kN/m}^2$ et l'angle de frottement $\phi=20^\circ$. Le deuxième massif est un sol purement cohérent de $\gamma=20\text{kN/m}^3$, la cohésion $c=100\text{kN/m}^2$.

Du fait de la symétrie du problème à traiter et pour réduire le temps de calcul nous avons considéré uniquement la moitié du modèle. La figure 4.1 montre le modèle réel en trois dimensions qu'on doit simuler numériquement dans cette étude. Cependant, la figure 4.2. Présente la moitié du modèle pris en considération dans cette étude.

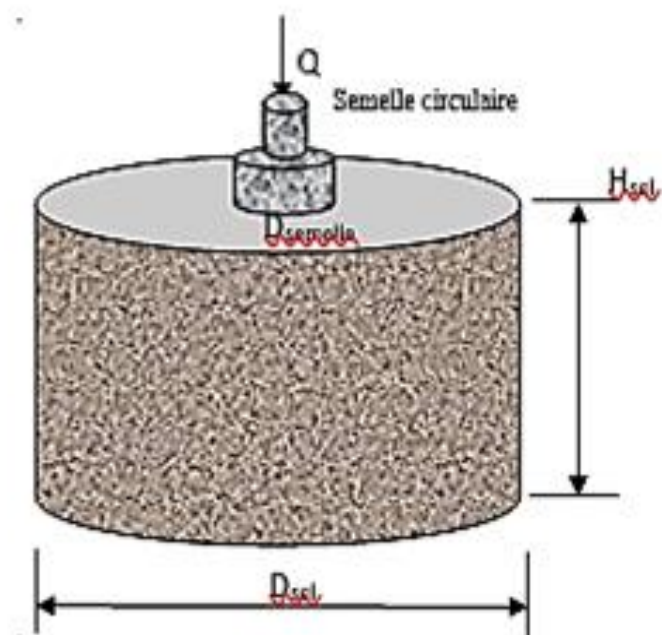


Figure 4-1 : Présentation du problème en trois dimensions

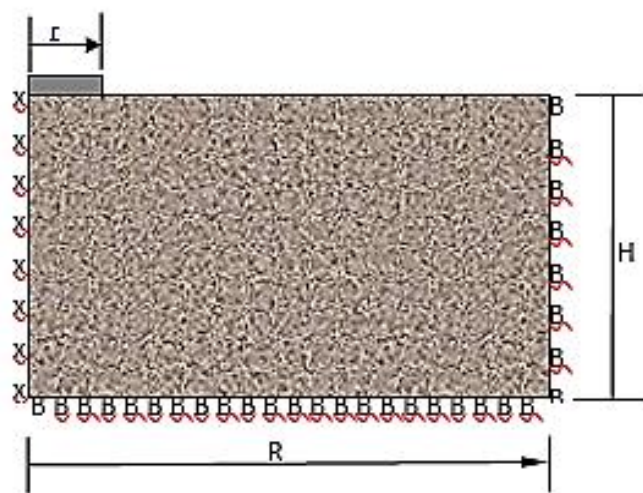


Figure 4-2 : Présentation de la moitié du modèle

Les caractéristiques physiques et mécaniques des modèles de sols sont présentées dans le tableau 4.1 ci-dessous.

Tableau 4-1 : Caractéristiques physiques et mécaniques du sol de fondation

Caractéristiques du sol	γ (kN/m ³)	c (kN/m ²)	$\Phi(^{\circ})$	$\psi(^{\circ})$
1 ^{er} cas Sol cohérent et frottant	20	100	20°	20
2eme cas Sol purement cohérent	20	0	20°	20

IV.3 Procédure de modélisation numérique

Le calcul la capacité portante q_u de la semelle circulaire est effectué par le code FLAC 2D en différences finies explicites. La loi de comportement élastique parfaitement plastique et le critère de Mohr-Coulomb ont été choisis pour ce problème. Les paramètres d'élasticité tel que le module de déformation E et le coefficient de poisson ν sont caractérisés par le module volumique $K = 1 \times 10^4$ kPa et le module de cisaillement $G = 2 \times 10^8$ kPa.

Le chargement de la fondation se fait par déplacement de la semelle rigide et rugueuse, ces propriétés sont assurées en fixant les nœuds des éléments sous la semelle dans les deux directions puis, en les imposant une vitesse de déplacement vertical uniforme. Du fait que la semelle est rugueuse l'interface n'est pas introduite dans ce problème.

Le tassement de la fondation se produit en appliquant une vitesse très faible sur les nœuds des éléments qui représentent la semelle ; l'augmentation progressive du tassement du sol sous la semelle est accompagnée par l'augmentation des contraintes dans le sol jusqu'à sa plastification, à ce moment les contraintes se stabilisent et la courbe contrainte-tassement indique ce palier qui correspond à la capacité portante q_u .

IV.3.1 Choix du modèle

Au début nous avons choisis un modèle de dimensions arbitraire basé sur ceux présentés dans la littérature, puis ce dernier est discrétisé par un maillage. De nombreux chercheurs ont montré que la capacité portante dépend de la taille du modèle, de sa géométrie, du maillage, de la vitesse de chargement et des paramètres d'élasticité. Pour ces raisons nous avons exécuté des tests préliminaires pour sélectionner un modèle convenable.

IV.3.2 Conditions aux limites

Le massif étudié fait parties d'un massif réel semi infini, c'est-à-dire c'est une partie de sol découpée de l'ensemble du massif, elle est limitée par trois surfaces sont :

- la surface supérieure est une la surface libre qui supporte la fondation et /ou une surcharge verticale répartie sur toute la surface.
- la base du modèle est la surface de contact avec le substratum, elle est bloquée dans trois directions.
- La surface latérale est bloquée dans les deux directions x et y . Par contre au niveau de l'axe de symétrie les déplacements sont bloqués dans la direction horizontale, et libres dans la direction verticale.

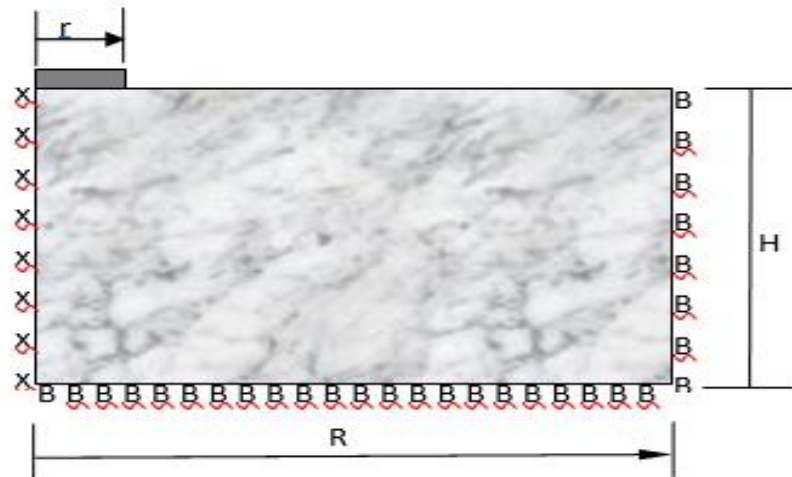


Figure 4-3 : Présentation des conditions aux limites la moitié du modèle (axisymétrie)

Pour calculer la capacité portante, le même maillage a été utilisé en symétrie de révolution, pour cette dernière configuration, un système de coordonnées cylindriques est utilisé (l'axe x correspondant à la direction radiale). Seulement l'abscisse positive de l'axe x peut être employée pour générer le maillage axisymétrique. Tous les nœuds correspondant à l'axe de symétrie, $x = 0$, sont fixés dans la direction x et tout déplacement dans le plan x - y provoque une contrainte dans la direction circonférentielle.

IV.4 Etude préliminaire

IV.4.1 Influence de taille du modèle

Deux modèles de taille différentes sont testés. Les résultats obtenus ont confirmé que les dimensions doivent être suffisamment grandes pour que les lignes de rupture par cisaillement n'interceptent pas les frontières latérales et la base du modèle. En fin le modèle choisi est un massif de sol ayant la forme d'un cylindre de rayon $R=15\text{m}$ et de profondeur $H=10\text{m}$ et supportant une semelle de rayon $r = 2\text{m}$.

IV.4.2 Influence du maillage

Après avoir fixé les dimensions du massif de sol à modéliser, nous avons entamé la deuxième étape concernant le choix du maillage à adopter. Dans le cadre de cette étude nous avons utilisé deux maillages différents, le premier est composé de 20 x 10 éléments et le deuxième est composé de 50 x 75 éléments, ils sont représentés sur la figure 4.4.ci-dessous. Les résultats ont confirmé d'une part, que le raffinement du maillage doit se concentrer dans les zones de forte concentration de contraintes, dans les zones lointaines le raffinement n'est pas nécessaire. D'autre part, le maillage raffiné nécessite un temps de calcul très important par rapport au moins raffiné. A titre indicatif 5000 pas de calcul pour atteindre la stabilisation de la capacité portante pour le modèle de 20x10 éléments, par contre, 20000 pas sont nécessaires pour le modèle 75x50 éléments

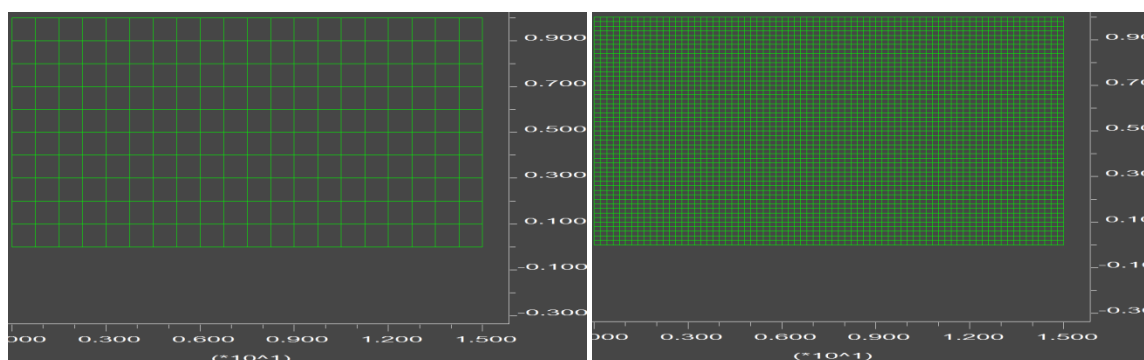


Figure 4-4 : Influence du maillage du massif : a) Maillage moins raffiné ; b) Maillage raffiné

Tableau 4-2 : Comparaison entre la capacité portante numérique et analytique

Modèle	Contrainte	$q_u(\text{N/m}^2)$	Erreur		Erreur
75x50	Capacité portante numérique	2,004E06	0%	2,004E06	
	Capacité portante analytique	2,004E06			0,8%
20x10	Capacité portante numérique	2,022E06	0,5%	2,022E06	
	Capacité portante analytique	2,010E06			

IV.4.2 Influence du module de déformation du sol sur la capacité portante

Trois tests numériques ont été réalisés sur trois modèles de mêmes dimensions, de même maillage et de même vitesse de chargement, cependant le module de déformation a été varié en prenant E , $10E$ et $100E$, afin d'illustrer leur influence sur la capacité portante. Les figures 4.5 et 4.6 montrent bien la différence entre les courbes. Les résultats obtenus dans cette étude ont confirmé que le module de

déformation n'a pas d'influence sur la capacité portante, la seule différence est la pente de la courbe qui est très raide pour les grandes valeurs du module de déformation E . Ainsi, le module de déformation est inversement proportionnel avec le tassement nécessaire pour atteindre la valeur limite de la capacité portante. On note aussi que le poids volumique γ a une influence négligeable sur les facteurs de portance.

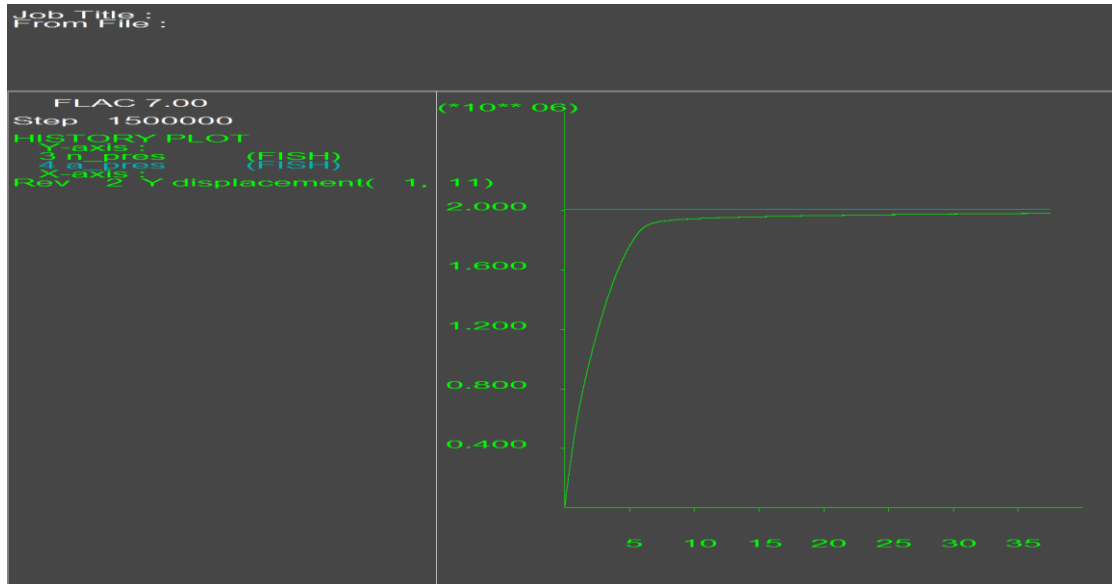


Figure 4-5 : influence de module de déformation sur la capacité portante modèle (75x50)

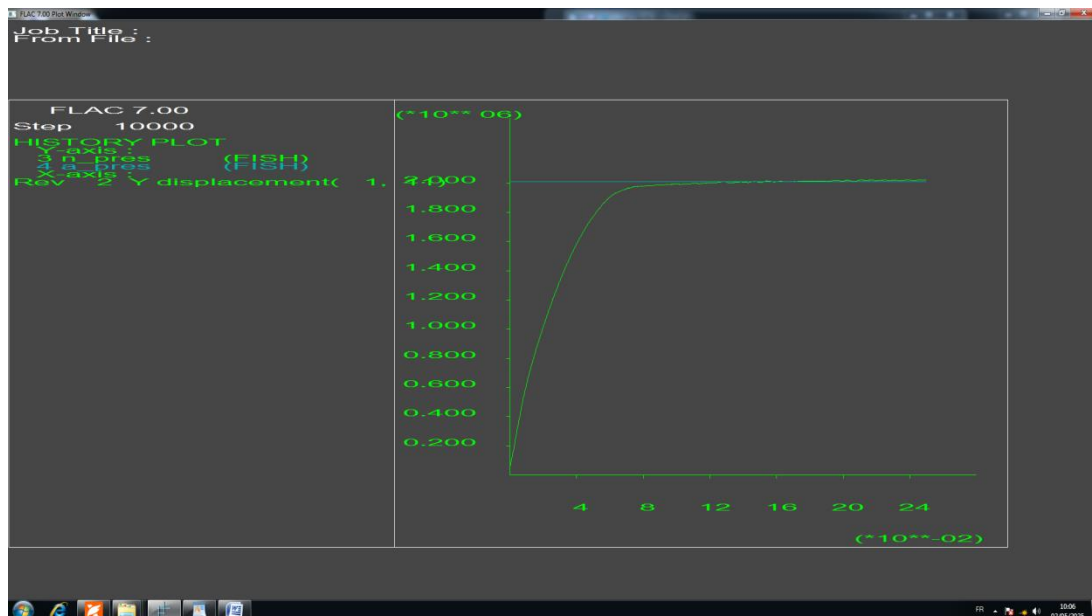


Figure 4-6 : influence du module de déformation sur la capacité portante modèle (20x10)

IV.4.3 Influence de la vitesse de déplacement de la semelle

Nous avons utilisé un modèle à maillage non raffiné de 200 éléments pour tester l'influence de la vitesse de déplacement de la fondation sur les résultats de la capacité portante de la fondation circulaire posée sur un massif de sol frottant et cohérent à la fois. L'angle de frottement interne est égal à 20° et la cohésion $C=1 \cdot 10^5$ Pas. Pour procédures on a conservé mêmes paramètres tel que le poids γ volumique le module de cisaillement G et le module volumique K . En ce qui concerne la vitesse de déplacement, nous avons choisi deux valeurs, la première vitesse $V1$ est égale $2,5 \cdot 10^4$ m/pas et la deuxième vitesse a une valeur égale à dix fois la première, $V2=2,5 \cdot 10^5$ m/pas. L'exécution de ces deux programmes a permis d'obtenir des résultats très intéressants présentés ci-dessous :

La figure 4.7 présente les courbes de capacité portantes en fonction du déplacement de la semelle pour deux vitesses différentes. On remarque que pour une grande vitesse, un choc numérique se produit et perturbe les résultats, ainsi la valeur numérique de la capacité portante est très supérieure de celle obtenue par la méthode analytique et la différence est de l'ordre de 10%. Par contre pour une vitesse dix fois moins faible, les résultats de la capacité portante numérique et analytique sont en bonne concordance et l'erreur est de l'ordre de 0,006%. L'influence de la vitesse est aussi apparue sous forme de fluctuations sur le palier sur la courbe.

1,010 1,022Err 6,00 e-3 %

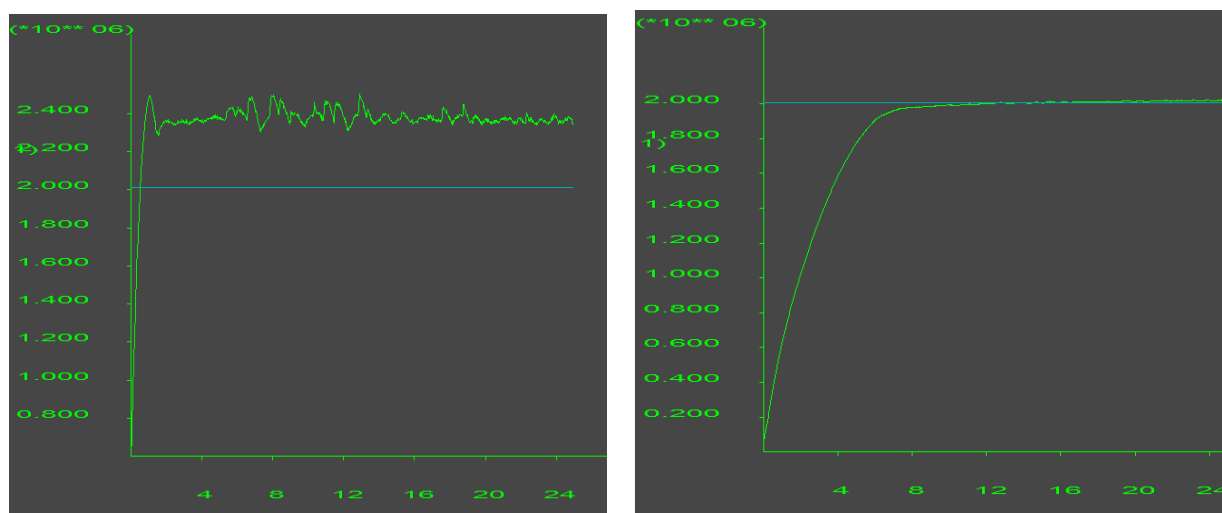


Figure 4-7 : Influence de la vitesse de déplacement de la semelle sur la courbe de capacité portante : a) $V1= 2,5 \cdot 10^{-4}$ m/pas ; b) $V1= 2,5 \cdot 10^{-5}$ m/pas

IV.5 Calcul de la capacité portante q_u

La prédiction des charges de rupture dans des conditions d'écoulement plastique peut être difficile à simuler avec précision par un modèle numérique (Sloan et Randolph, 1982). Un exemple simple de problème impliquant un écoulement permanent est la détermination de la capacité portante d'une

semelle sur un sol élastoplastique. La capacité portante dépend de l'écoulement plastique permanent sous la semelle, ce qui permet de mesurer la capacité du FLAC à modéliser cette condition.

Deux types de semelles sont évalués : une semelle circulaire reposant sur un sol frottant et cohérent à la fois, de rayon R égale à 2m et une semelle circulaire reposant sur un sol purement cohérent et sans frottement présentant les propriétés suivantes :

La semelle circulaire est lisse et repose sur un sol cohésif et frottant régis par une loi de comportement élastoplastique avec un critère de matériau de Mohr-Coulomb associé) présentant les propriétés suivantes :

Tableau 4-3 : Caractéristiques du sol

Masse volumique (ρ)	Module de cisaillement (G)	Module de compression (K)	Cohésion (c)	Angle de frottement (ϕ)	Angle de dilatance (ψ)
2 500 kg/m ³	100 MPa	200 MPa	100 kPa	20°	20°

Tout d'abord, On note que la masse volumique n'est pas requise par la solution analytique, mais sa valeur doit être introduite dans le programme de calcul par FLAC (fichier dat), sachant que la solution est indépendante du choix de la masse volumique.

IV.5.1 Solutions analytiques

La solution analytique du problème de capacité portante d'une semelle circulaire a été étudiée depuis longtemps par Cox et al (1961). Cette capacité est déterminée par la solution proposée par Terzaghi et Peck (1967) en utilisant le « coin de Prandtl ».

La capacité portante d'une semelle circulaire est donnée par l'expression suivante :

$$q = 20.1xc$$

Où c est la cohésion du matériau et q la contrainte de portance à la rupture (capacité portante du sol de fondation). La solution est basée sur le mode de rupture, comme illustré à la figure 4.8 :

Cox et al. (1961) ont résolu numériquement les équations de glissement d'un problème de semelle axisymétrique. La valeur semi-analytique de la pression moyenne exercée sur la semelle à la rupture pour un angle de frottement de 20° est égale à $q = 20,1c$. Le réseau de lignes de glissement correspondant, tel que référencé par Chen (1975), est schématisé à la figure 4.8 :

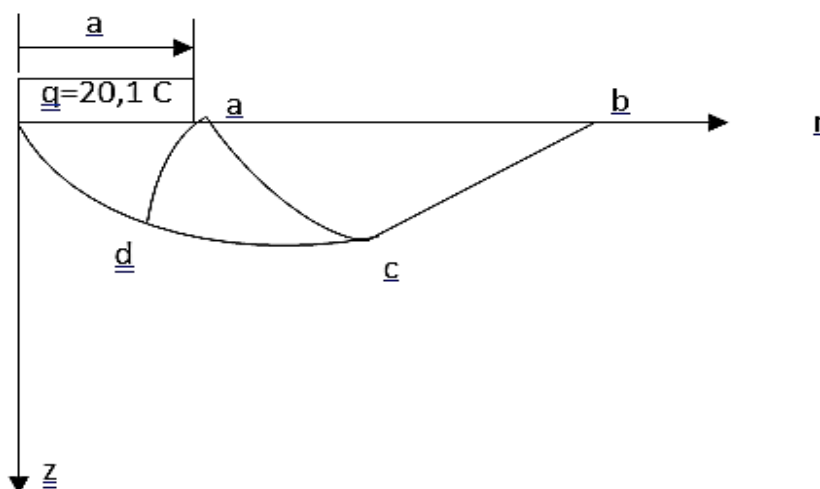


Figure 4-8 : Ligne de glissement de Cox pour une semelle circulaire lisse posée sur un massif de sol frottant et cohérent

IV.6 Résultats et discussions de l'étude numérique

Deux analyses axisymétrique (configuration axisymétrique) ont été réalisées pour l'étude du problème des semelles circulaires reposant sur deux massifs ; le premier est frottant et cohérent à la fois, par contre le deuxième est purement cohérent. Des conditions aux limites ont été appliquées pour les deux analyses, comme illustré à la figure 4.3. Pour chaque analyse, deux modèles ont été utilisés pour le calcul de la capacité portante. Le premier est un Modèle à maillage grossier de 200 éléments et le deuxième est un maillage raffiné de 1750 éléments comme le montre la figure 4.4.

IV.6.1 Cas d'un sol frottant et cohérent à la fois

IV.6.1.1 Modèle à maillage grossier de 200 éléments

Une vitesse de déplacement descendante a été appliquée à la zone représentant la semelle. La valeur de la vitesse appliquée aux nœuds situés sous la semelle était de $2,5 \times 10^{-5}$ m/pas pour les deux analyses. Cette valeur est suffisamment faible pour minimiser les effets d'inertie.

Une semelle circulaire lisse a été simulée en fixant la vitesse x à zéro pour les points de grille représentant la semelle en laissant ces points de grille libres de se déplacer dans la direction x .

La figure 4.9 présente le maillage grossier du modèle qui se compose de 20 éléments dans la direction x et 10 éléments dans la direction Y , c'est-à-dire 200 éléments au total.

Les contours de vitesse de déplacements horizontaux sont illustrés par la figure 4.10, l'intensité de la vitesse mentionnée par des couleurs différentes pour chaque région peut donner des informations sur les mécanismes de rupture qui se développent dans le sol de fondation.

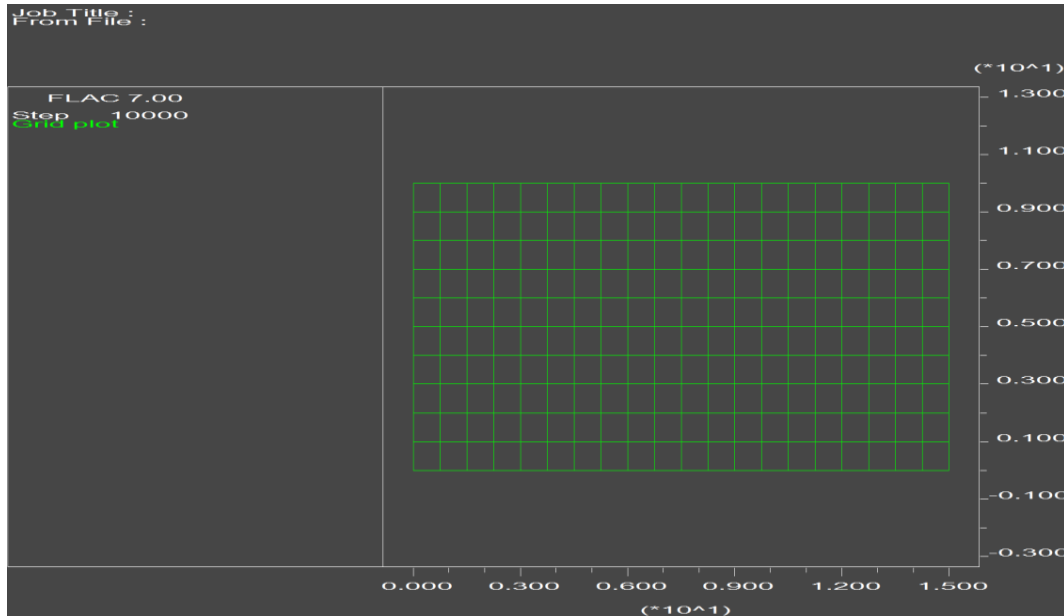


Figure 4-9 : Présentation du maillage grossier du modèle axisymétrique composé de 200 éléments

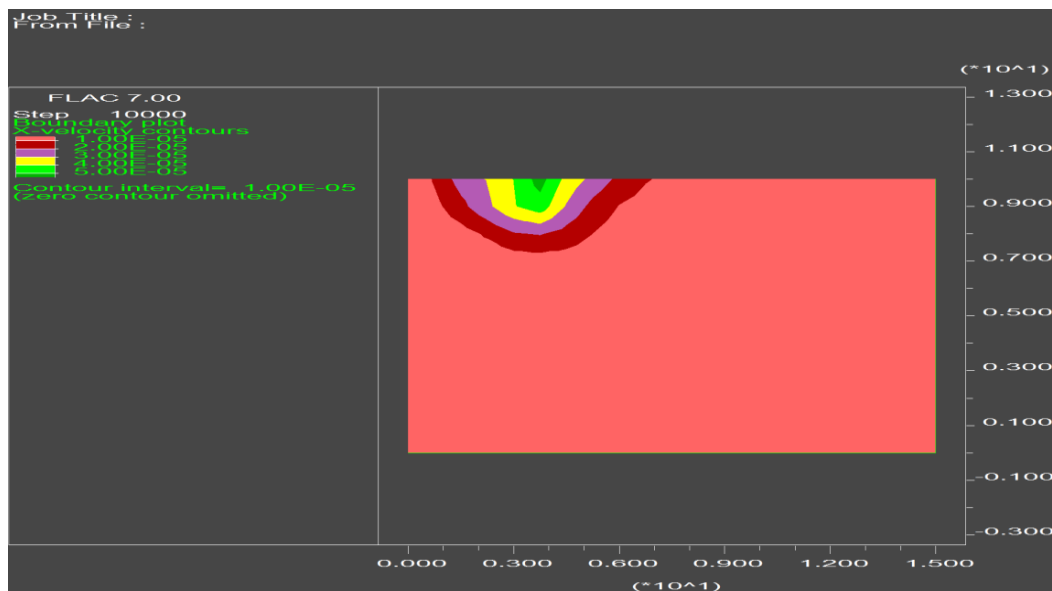


Figure 4-10 : Contours de vitesse x à l'état stationnaire sous charge de rupture pour semelle circulaire

La figure 4.11 montre l'évolution des vecteurs de déplacement du sol sous la semelle après le chargement du sol jusqu'à la rupture. La direction et la longueur des vecteurs donnent une idée sur la

déformation et l'écoulement du sol au moment de rupture. La figure montre aussi l'évolution des lignes de glissement du sol sous la semelle ce qui donne une idée sur le comportement global du sol de fondation.

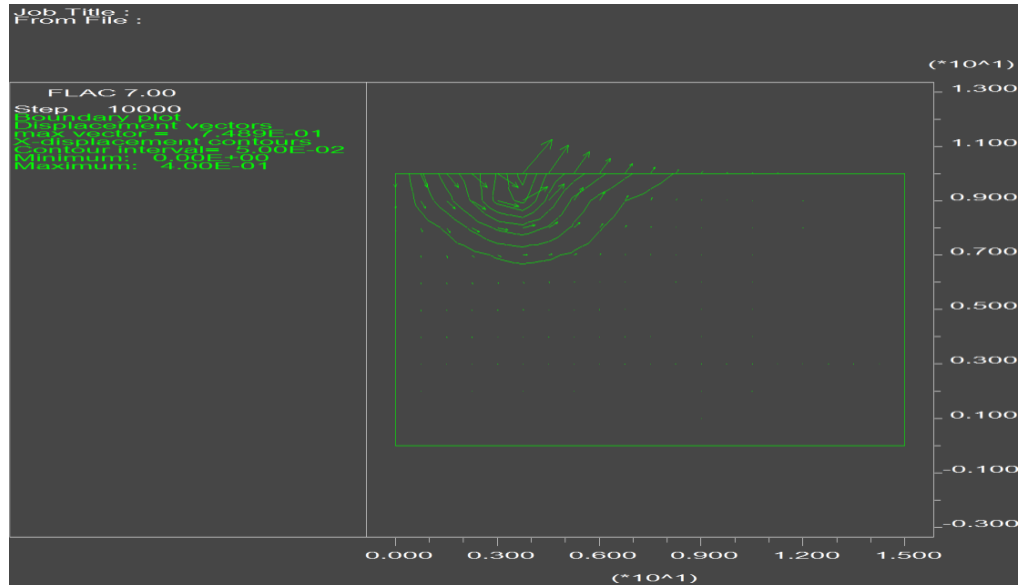


Figure 4-11 : Vecteurs de déplacement sous la semelle circulaire

La figure 4.12 illustre les limites des zones plastifiées, tous les points de couleur verte sont en état élastique par contre les points de couleur rouge représentent des éléments plastifiés, c'est-à-dire le sol est en rupture par cisaillement dans cette région.

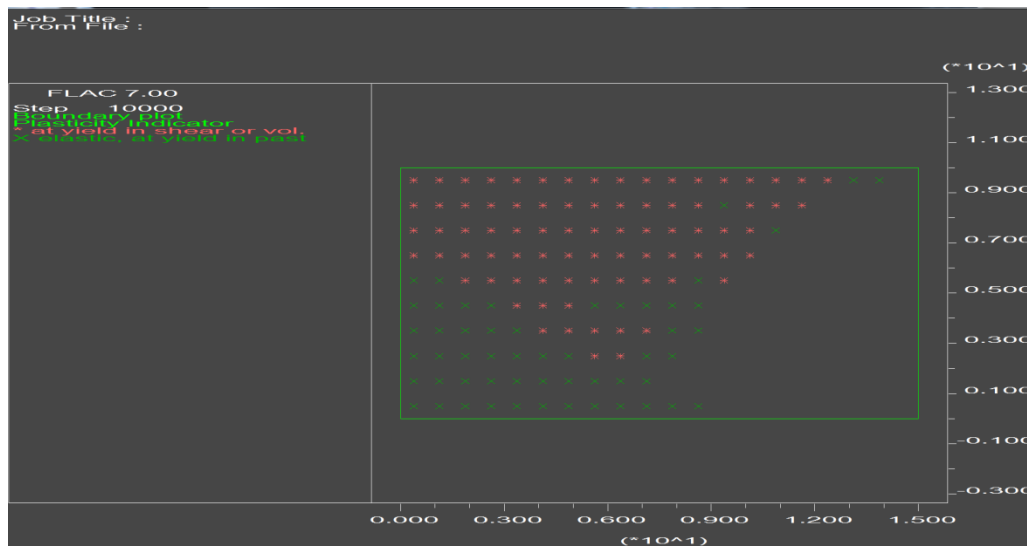


Figure 4-12 : Zones du sol plastifié sous la semelle circulaire

Les résultats de méthode analytique et ceux des calculs élastoplastiques de la capacité portante obtenus en utilisant la méthode des différences finies implémenté dans le code FLAC sont illustrés sur La figure 4.13. D'après cette figure il est clair que l'enfoncement progressif de la semelle dans le sol engendre une augmentation des contraintes dans les éléments de sol sous la semelle, puis celles-ci se diffusent latéralement et en profondeur jusqu'à la rupture du sol par cisaillement. Il est important de noter que la contrainte sous la fondation augmente en fonction du déplacement vertical jusqu'à une certaine valeur puis elle se stabilise quel que soit le déplacement, cette contrainte limite s'appelle capacité portante. La pente de la courbe dépend du paramètre élastique du sol de fondation E (module de déformation) comme nous l'avons mentionné dans l'étude préliminaire ci-dessus.

La comparaison de la valeur de la capacité portante obtenue par la méthode numérique et celle obtenue par méthode analytique a montré une bonne concordance entre ces valeurs et l'erreur dans ce cas est presque négligeable il est de l'ordre de 0,59%. Ce résultat confirme le bon choix du modèle, de la procédure de calcul et de la vitesse de déplacement.

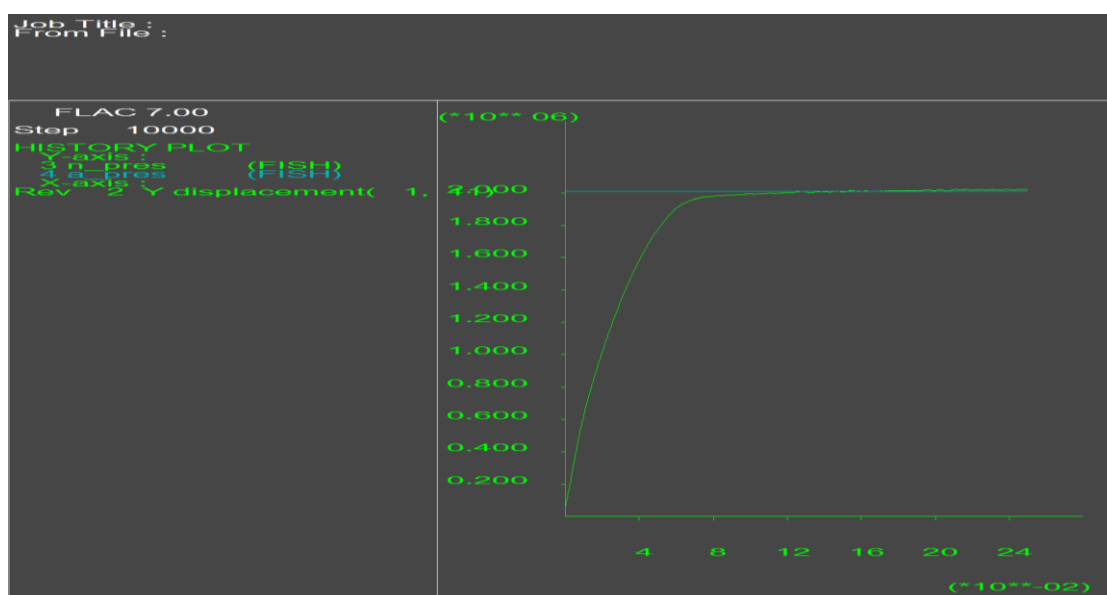


Figure 4-13 : Capacité portante en fonction du déplacement vertical de la semelle circulaire

IV.6.1.2 Modèle à maillage raffiné de 3750 éléments

Dans cette deuxième analyse nous avons sélectionné le même massif de sol avec les mêmes dimensions de celui du premier modèle de 20x 10 éléments, mais ce modèle a été discrétisé en 75x50 éléments pour analyser la sensibilité des résultats vis-à-vis du raffinement. Les mêmes caractéristiques mécaniques ont été adoptées pour ce modèle. La figure 4.14 montre bien le maillage

raffiné de ce modèle. L'exécution numérique du programme (fichier dat.) par le code FLAC a permis d'obtenir les résultats présentés ci-dessous.

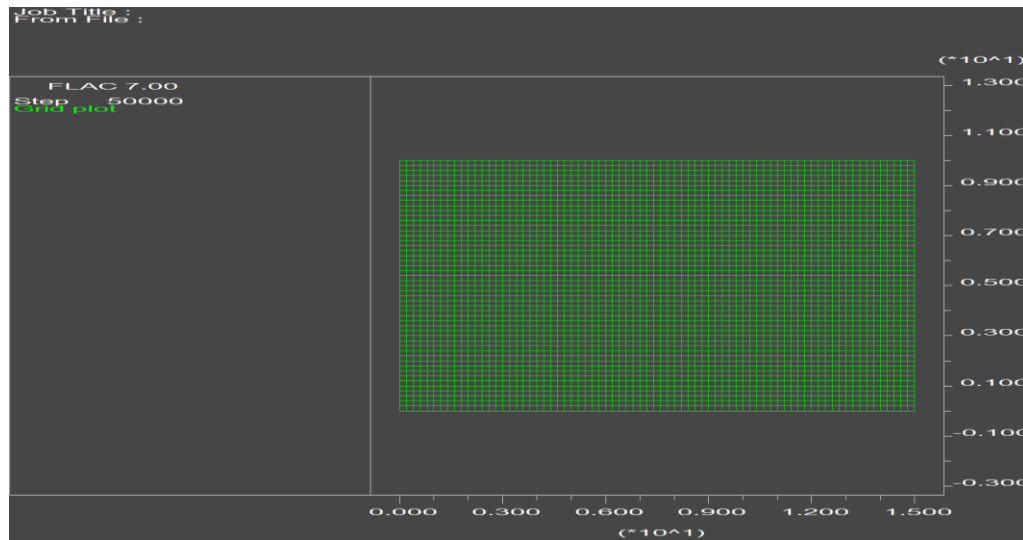


Figure 4-14 : maillage du modèle raffiné 75x50 éléments

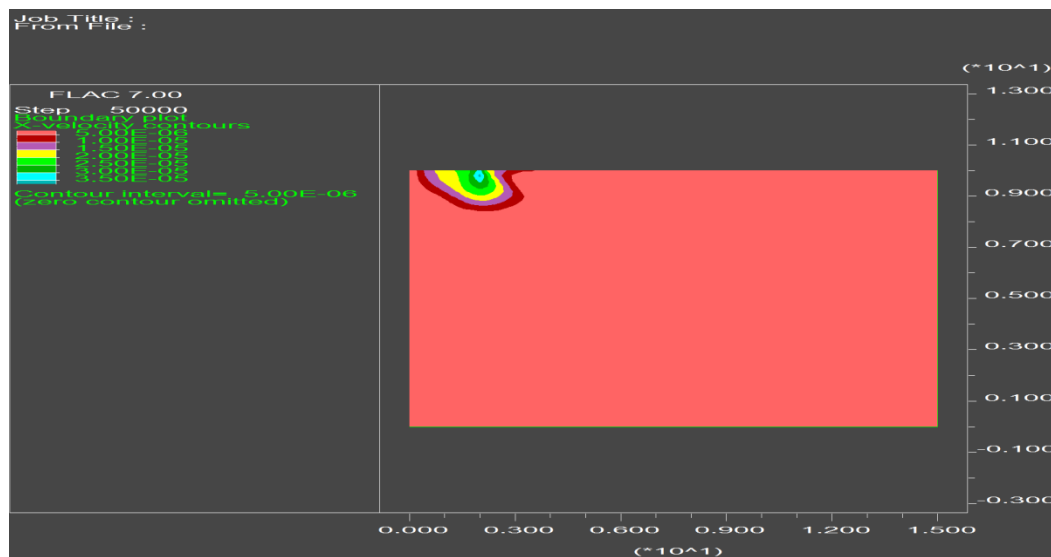


Figure 4-15 : Contour de vitesse de déplacement pour le deuxième modèle 75x50 éléments

Les résultats de l'analyse numérique du modèle raffiné obtenus par le code FLAC ont permis de visualiser les vecteurs déplacements du sol sous et au voisinage de la semelle. La figure 4.16 montre que le déplacement du sol sous le centre de la semelle est vertical et dirigé vers le bas, tout en s'éloignant du centre les vecteurs commencent à s'incliner vers la droite, c'est-à-dire le sol comprimé se déplace vers l'extérieure de la semelle. Il est important de signaler que le déplacement maximal est enregistré près de l'extrémité de la semelle, les vecteurs sont dirigés vers le haut avec une petite inclinaison vers la droite. L'intensité des déplacements diminue progressivement en

S'éloignant de la semelle puis elle s'annule lorsque la semelle n'a aucune influence sur les déplacements.

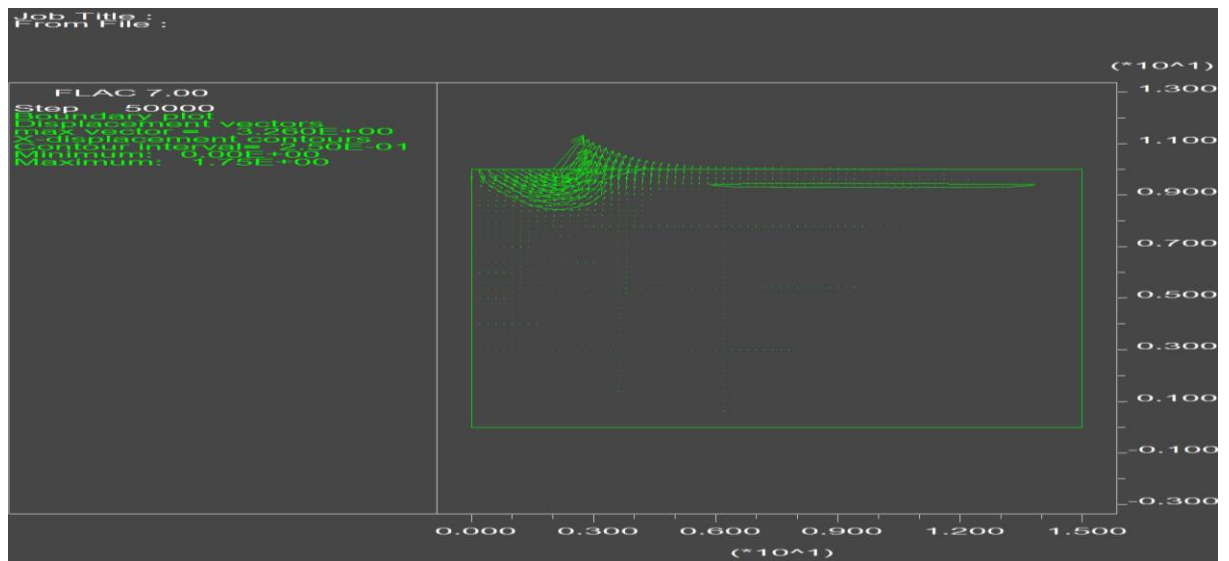


Figure 4-16 : Vecteurs de déplacement pour le deuxième modèle 75x50 éléments

La Figure 4.17 montre les zones plastifiées dans le cas d'une fondation circulaire placée sur un massif de sol à maillage raffiné. D'après cette figure, on remarque une rupture locale qui se développe sous la fondation circulaire ; la rupture par cisaillement s'étend du centre de la fondation jusqu'au point situé à une distance égale de fois le rayon de la semelle à partir de l'extrémité droite de la fondation. La figure montre également que la zone la plus déformée est celle située au voisinage de l'extrémité de la semelle.

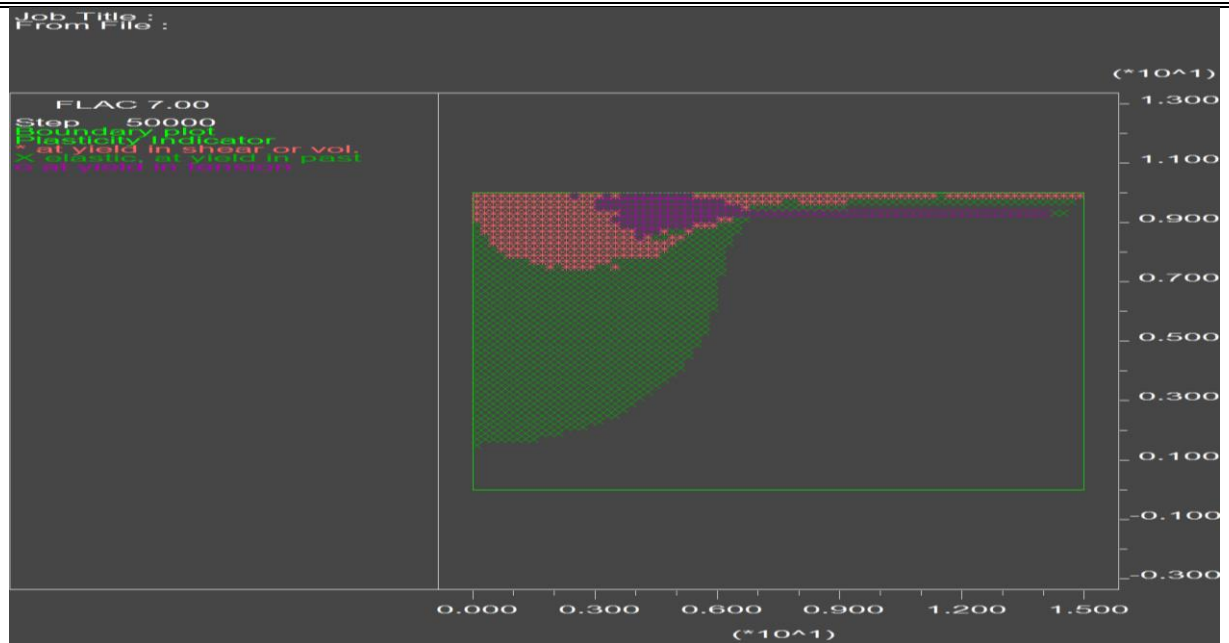


Figure 4-17 : Plastification du sol sous et au voisinage de la semelle cas du modèle raffiné 75x50 éléments

La figure 4.18 montre l'évolution des capacités portante calculés numériquement et analytiquement en fonction du déplacement de la semelle. Contrairement au modèle précédent, pour ce modèle raffiné la vitesse de déplacement de la semelle $V=2,5 \cdot 10^5$ m/pas semble insuffisante pour trouver de bons résultats par le code FLAC. Les résultats des capacités portantes numériques et analytiques sont respectivement 2.066×10^6 Pas et 2.010×10^6 Pas. La comparaison de ces résultats a montré que l'erreur est de l'ordre de 2,7%, cette valeur est très supérieure de celle trouvée pour le modèle non raffiné qui est égale à 0,59%. De plus, la figure montre aussi que la courbe de capacité portante présente des fluctuations au niveau du palier.

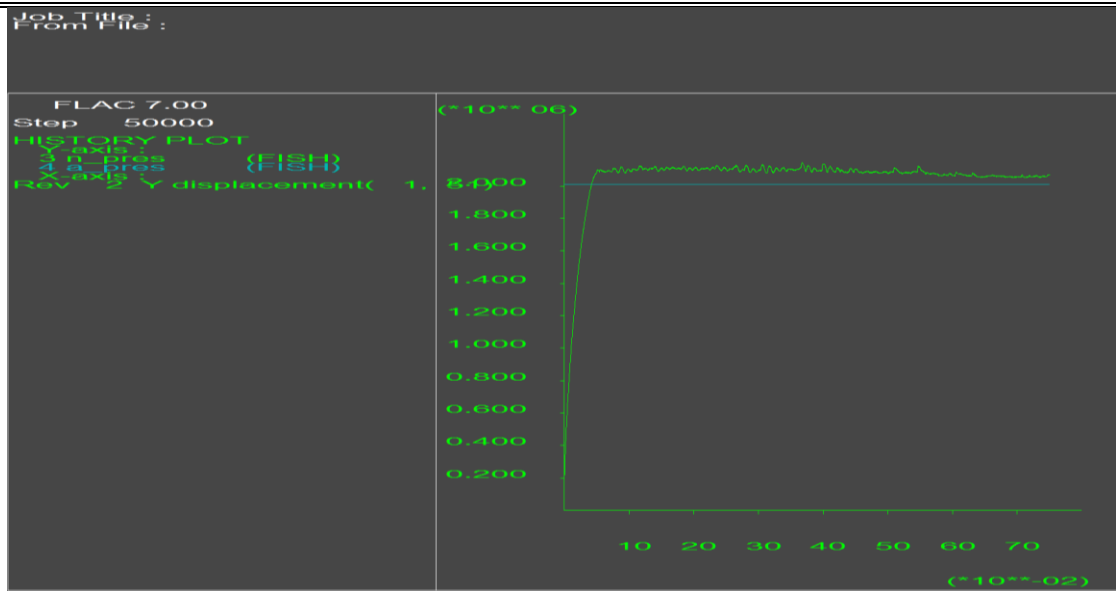


Figure 4-18 : courbes de capacité portantes en fonction du tassement, cas du modèle raffiné 75x50 éléments avec $V=2,5 \cdot 10^5$ m/pas

Cas d'un modèle raffiné avec une vitesse de déplacement $V=2,5 \cdot 10^6$ m/pas

Dans ce cas nous avons conservé tous les paramètres à l'exception de la vitesse de déplacement qui est égale dix fois la vitesse appliquée sur le modèle de 20x10 éléments. L'exécution du programme par Flac nous a permis d'obtenir les résultats suivants.

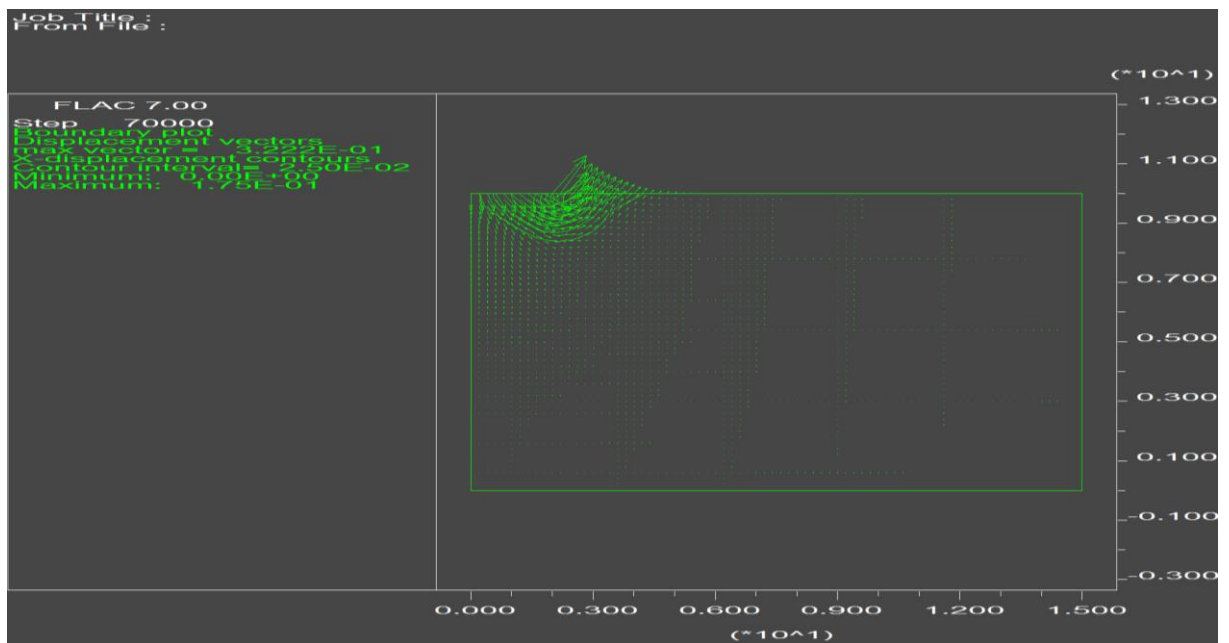


Figure 4-19 : Vecteurs de déplacement du sol de fondation : cas d'un modèle raffiné $v=2,5 \cdot 10^6$ m/pas

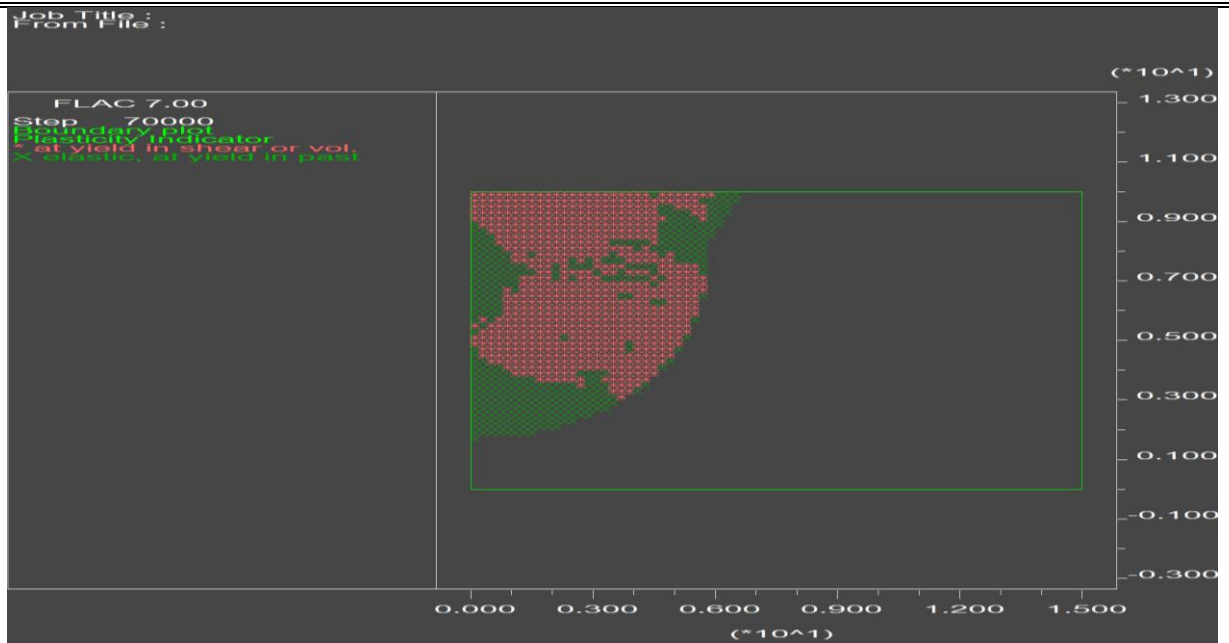


Figure 4-20 : Zones plastifiées du massif de sol de fondation : cas d'un modèle raffiné
 $v=2,5 \times 10^6 \text{ m/pas}$

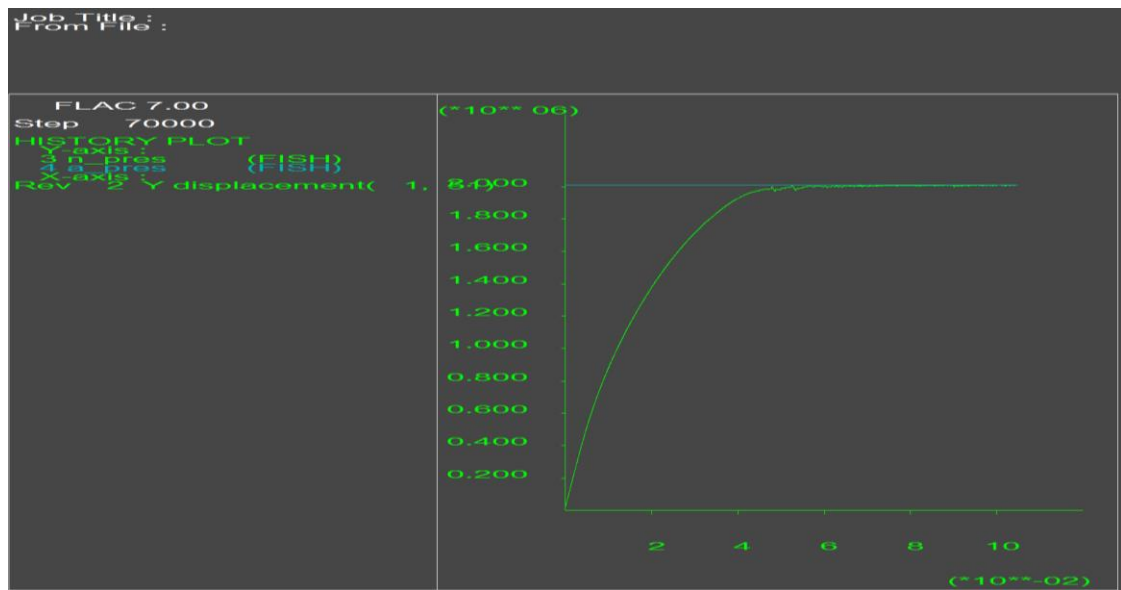


Figure 4-21 : courbes de capacité portantes en fonction du tassement, cas du modèle raffiné 75x50
 éléments avec $V=2,5 \times 10^6 \text{ m/pas}$

IV.7 Calcul de la capacité portante cas d'un sol cohérent

IV.7. 1 Modèle à maillage non raffiné de 200 éléments

Pour calculer la capacité portante d'une semelle circulaire par le code FLAC nous avons utilisé le programme coxe qui permet de calculer q_u et la comparée avec la solution analytique de Prandtl. Les paramètres physiques et mécaniques du sol sont choisis de la manière suivante : $\gamma=2000\text{kg/m}^3$, $\varphi=0^\circ$, $\psi=0^\circ$, $c=1\times 10^5\text{Pas}$. Après avoir fixé ces paramètres et exécuté le programme par le code FLAC. Enfin nous avons obtenus les résultats suivants :

Capacité portante numérique $q_{un} = 5.576 \text{ e}5$

Capacité portante analytique $q_{ua} = 5.14 \text{ e}5$

Les figures 4.22 et 4.23 montrent respectivement les contours de déplacement et les zones plastifiées du sol de fondation au voisinage de la semelle. Cette illustration confirme aussi que le comportement du sol chérent est nettement différent du sol frottant et cohérent en même temps.

On peut remarquer que la valeur de capacité portante numérique et analytique q_{ua} obtenue par la présente étude pour une semelle circulaire rugueuse en considérant un sol purement cohérent, est supérieure à celles déterminées par la solution analytique de Prandtl, avec une différence de l'ordre de 7,7% pour le cas d'une semelle rugueuse.

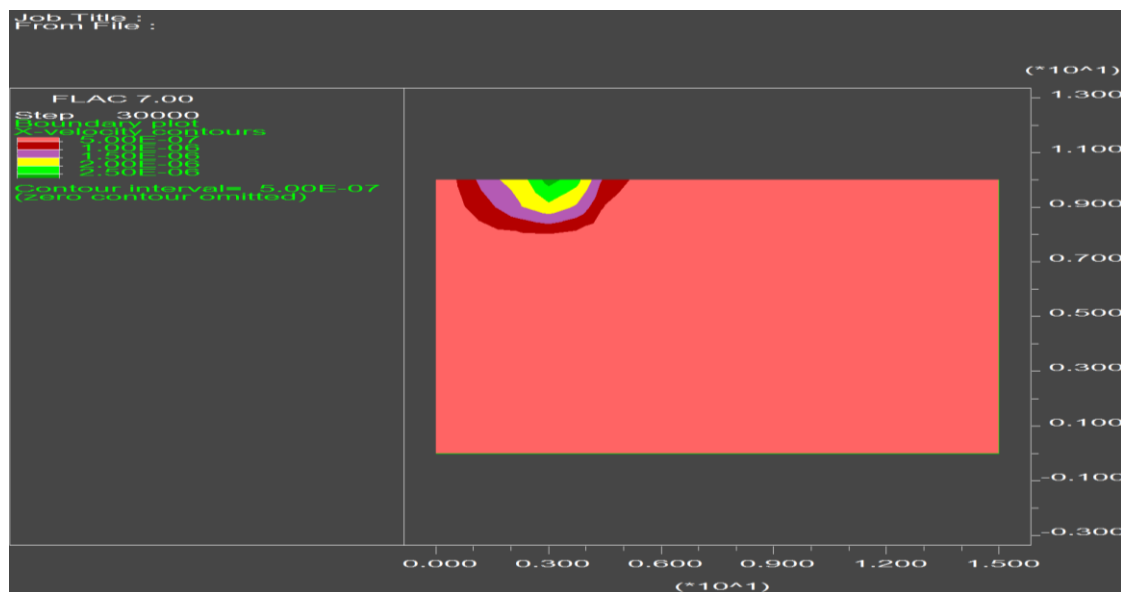


Figure 4-22 : Contours de vitesse de déplacement horizontale

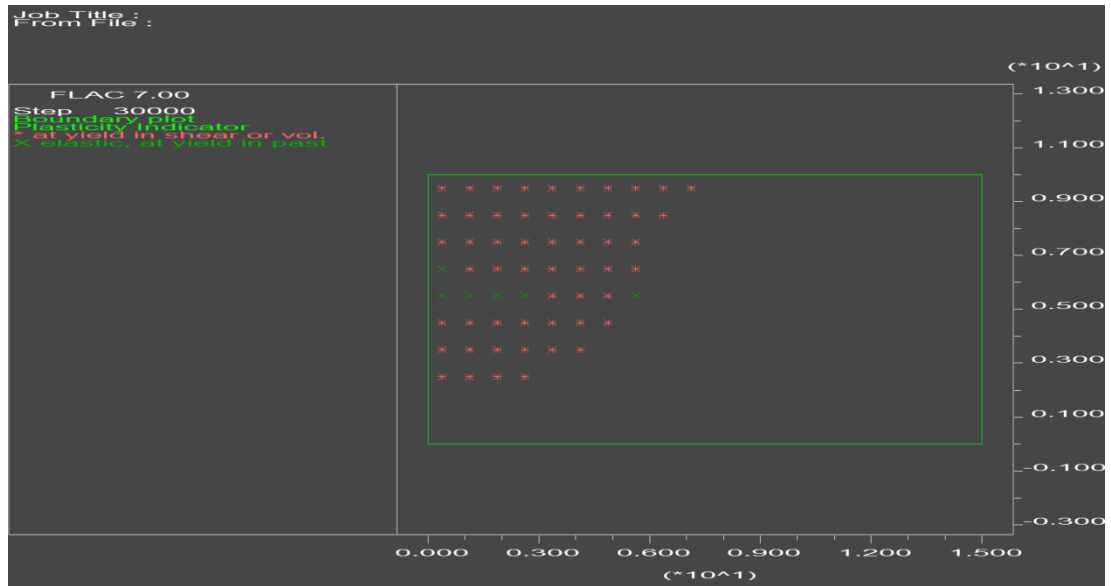


Figure 4-23 : Zones du sol de fondation plastifiées

Fig. 4. 24 montre l'évolution de la capacité portante numérique et analytique en fonction des déplacements verticaux. On peut remarquer que les valeurs de capacité portante numérique et analytique q_{ua} obtenue par la présente étude pour une semelle circulaire rugueuse en considérant un sol purement cohérent, est supérieure à celles déterminées par la solution analytique de Prandtl, avec une différence de l'ordre de 7,7% pour le cas d'une semelle rugueuse.

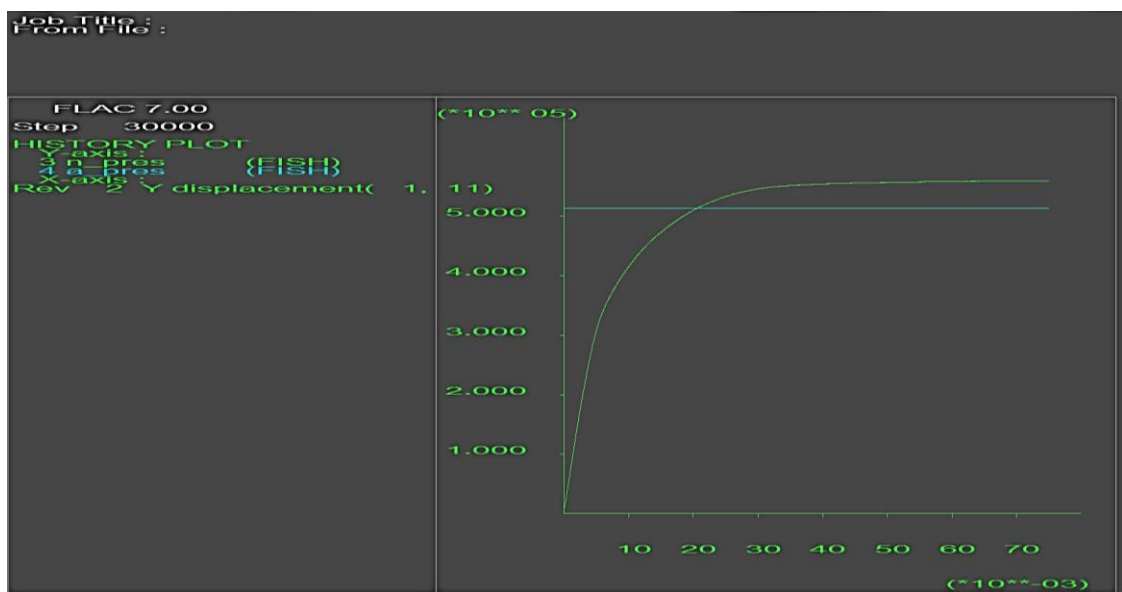


Figure 4-24 : Evolution de la capacité portante analytique et numérique en fonction des déplacements verticaux

IV.8 Conclusions

Le quatrième chapitre représente le fond de ce mémoire, il est consacré à l'étude numérique de la capacité portante des fondations circulaires en utilisant le code FLAC (faste lagrangian analysis of continua). Tout d'abord, afin d'évaluer la capacité portante une étude paramétrique préliminaire a été réalisé pour tester l'influence des paramètres essentiels du modèle tel que la forme et les dimensions, le maillage, la vitesse de chargement et les paramètres d'élasticité K et E . Ensuite, deux études ont été effectuées sur deux massifs de sol de caractéristiques différentes. La première concerne un sol de fondation frottant et cohérent à la fois par contre la deuxième étude concerne un sol purement cohérent.

La présente étude a confirmé le choix judicieux des dimensions du modèle pour que les lignes de rupture n'interceptent pas les frontières latérales du modèle. Cependant la vitesse de déplacement de la fondation choisie doit être suffisamment faible pour éviter le choc numérique perturbe les résultats. Concernant le maillage, et pour avoir de bons résultats, il faut prévoir des éléments de forme et raffiner le maillage dans les zones de concentration de contraintes et déformations c-à-dire au voisinage de la semelle. Il est très important de noter que le maillage raffiné nécessite un nombre de pas très grand ainsi un temps de calcul d'exécution très important.

Cette étude a permis de montrer que la capacité portante calculée pour une semelle circulaire reposant sur un massif de sol frottant et cohérent à la fois, par la méthode numérique et celle obtenue par la méthode analytique sont en bonne concordance et l'erreur ne dépasse pas 0,5%.

Conclusion générale

Les fondations circulaires sont des éléments infrastructurels toujours utilisées dans le domaine de constructions civiles, des éoliens et des stations pétrolières maritimes, Ces fondations se comportent également en tant qu'élément tridimensionnel étudié en axisymétrie. Le calcul de leur capacité portante a posé un sérieux problème auprès des ingénieurs géotechniciens. Cette étude est une contribution au calcul de la capacité portante des semelles circulaires posées directement sur le sol de fondation. Tous d'abord une analyse bibliographique sur les fondations en général est présentée, ainsi que leur comportement et les différentes méthodes de calcul. Ensuite, on s'intéresse à la présentation de l'outil numérique utilisé dans les calculs de la capacité portante c'est le code de calcul FLAC (Fast Lagrangian Analysis of Continua), qui s'appuie sur la méthode des différences finies et plusieurs modèles de comportement sont adoptés tel que Mohr- Coulomb.

La dernière partie présente le cas étudié, c'est le calcul de la capacité portante des semelles circulaires posées directement sur un massif de sol de fondation et soumises au chargement vertical centré. Pour cela nous avons élaboré deux procédures de simulation élastoplastiques en utilisant le logiciel FLAC en différences finies explicites. La première est utilisée pour le cas d'un sol frottant et cohérent à la fois et la deuxième est utilisée pour le cas d'un sol purement cohérent.

Pour valider le modèle numérique utilisé, une étude préliminaire a été d'abord effectuée pour le problème de capacité portante dont la solution analytique est connue. L'excellent accord des résultats obtenus avec la solution analytique nous a permis de choisir les dimensions du modèle, le maillage et la vitesse de déplacement de la fondation. Ensuite, une étude de la capacité portante d'une semelle circulaire posée sur un massif de sol doué de frottement et de cohésion est exécutée simultanément pour un modèle à maillage grossier et un modèle raffiné. La comparaison des résultats a montré une bonne concordance entre l'analytique et le numérique et la différence est de l'ordre de 0,5%.

La deuxième étude concerne le calcul de la capacité portante d'une semelle circulaire reposant sur un sol purement cohérent. Les résultats numériques de cette étude sont légèrement supérieurs de ceux obtenus par la méthode analytique et la différence ne dépasse pas 7,8%.

Enfin cette étude ouvre un large horizon pour examiner des problèmes de fondations plus complexes dans les domaines géotechniques.

Références bibliographiques

Cassidy, M.J., Byrne, B.W. and Houlsby, G.T. (2002). Modelling the behaviour of a circular footing under combined load- ing on loose carbonate sand. *Géotechnique* 52, N° 10, pp 705–712

FLAC. (2005). *Fast Lagrangian Analysis of Continua*. Minneapolis, USA: ITASCA Consulting Group, Inc

Griffiths DV. (1982). Computation of bearing capacity factors using finite elements. *Geotechnique*; 32 (3):195–202.

Ismail Ibrahim KMH (2014). Bearing capacity of circular footing resting on granular soil overlying soft clay. *HBRC J*; 12: 71–77.

Mabrouki A, Benmeddour D, Frank R, Mellas M (2010) Numerical study of the bearing capacity for two interfering strip footings on sands. *Comput Geotech* 37(4):431–439

Mouna mohamed elamine (2021). *Etude numerique d'une semelle filante sur un massif Rocheux*. Université Abou Bekr Belkaid – Tlemcen

Prandtl, L. (1921). Über die Eindringungs-festigkeit (Härte) plastischer Baustoffe und die Festigkeit von Schneiden. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*; 1(1): 15–20.

Saifi Insaf (2017). *Contribution à l'évaluation de la portance non-drainée des fondations circulaires et annulaires par approche numérique*. Thèse de doctorat. Université de Biskra.

Taiebat, H. and Carter, J. (2010). A failure surface for circular footings on cohesive soils.
Géotechnique 60 :265–273