



Université Mohamed khider –Biskra

Faculté d'Architecture, de l'Urbanisme, de Génie Civil et de l'Hydraulique

Département de Génie civil et d'Hydraulique

MÉMOIRE DE MASTER

Sciences et Technologies

Filière : Génie civil

Spécialité : : Géotechnique

Réf. :

Présenté et soutenu par :

Hamidat Khaoula

Effet de la variabilité spatiale du sol sur la capacité portante des fondations superficielles

Encadreur : Dr. Brahmi Narimane

Année universitaire : 2024 - 2025

REMERCIEMENT :

Je remercie tout d'abord le Bon Dieu qui m'a aidée à terminer ce travail. « *Alhamdou li llah* ».

Je tiens à remercier mon encadrante, Dr BRAHMI NARIMANE, pour m'avoir proposé un sujet intéressant et pour la confiance qu'elle m'a accordée. Elle m'a guidée tout au long de cette étude et m'a indiqué les grands axes de recherche.

Mes remerciements s'adressent également aux membres du jury, qui m'ont fait l'honneur d'accepter d'évaluer ce mémoire. Leurs remarques et suggestions me seront, sans aucun doute, précieuses pour la suite de mes recherches.

J'exprime aussi mes sincères remerciements et toute ma profonde gratitude à l'ensemble de mes enseignants du Département de Génie Civil de l'Université de Biskra.

Enfin, j'adresse une pensée chaleureuse à mes chers parents, à toute ma famille ainsi qu'à mes amies, pour leur soutien et leurs encouragements tout au long de ce parcours.

Table des matières

- ❖ **Résumé**
- ❖ **Abstract**
- ❖ **ملخص**
- ❖ **Listes des symboles**
- ❖ **Liste des tableaux**
- ❖ **Liste des figures**

Introduction générale	1
------------------------------------	---

Chapitre01 : Comportement des fondations superficielles

1.1. Introduction :	3
1.2. Définition des fondations superficielles :	3
1.3. Les type des fondations superficielles :	4
1.3.1. Les fondations isolées :	4
1.3.2. Les fondations filantes :	5
1.3.3. Les radiers ou les dalles inversé :	5
1.4. Les fonctions des fondations :	6
1.5. Description de la rupture d'une fondation superficielle.....	6
1.5.1 Comportement d'une fondation superficielle :	6
1.5.2 Phénomène interne et mécanismes de rupture d'une fondation Superficielle	7
1.5.2.1. Rupture par cisaillement généralisé :	8
1.5.2.2. Rupture par cisaillement localisé :	8
1.5.2.3. Rupture par poinçonnement :	9
1.6. Conclusion :	10

Chapitre02 : Méthodes déterministes pour le calcul de la capacité portante des fondations superficielles

2.1. Introduction :	12
---------------------------	----

Table des matières

2.2.	Bases conceptuelles de calcul de la capacité portante :	12
2.2.1	Analyse d'équilibre limite :	13
2.2.2.	Analyse limite :	13
2.2.3.	Calculs en déformations :	14
2.2.4.	Méthodes des lignes de glissement:	15
2.3.	Théories de la capacité portante des fondations superficielles :	15
2.3.1.	Théorie de Rankine (1857) :	15
2.3.2.	Théorie de Prandtl (1920) :	17
2.3.3.	Théorie de Terzaghi (1943) :	17
2.3.4.	Théorie de Meyerhof (1951):	20
2.3.5.	La Théorie de Brinche Hansen (1970) :	21
2.3.6.	La théorie de Vesić (1973) :	22
2.4.	Conclusion :	23

Chapitre03 : Méthodes probabilistes pour l'évaluation de la capacité portante des fondations superficielles

3.1.	Introduction :	24
3.2.	Caractéristiques principales des variables aléatoires :	24
3.2.1.	Les fonctions de distribution de probabilité et de densité de probabilité :	25
3.2.2.	La valeur moyenne :	26
3.2.3.	La variance et l'écart type :	26
3.2.4.	Le coefficient de variation :	27
3.2.5.	L'asymétrie :	27
3.2.6.	La covariance et le coefficient de corrélation :	27
3.3.	Distribution de probabilité continue utile des variables aléatoires :	28
3.3.1.	La distribution normale et la distribution normale standard :	28
3.3.2.	Les distributions décalées et log-normales standards :	29

Table des matières

3.4.	Les incertitudes en géotechnique et la théorie des champs aléatoires :	31
3.4.1.	Sources d'incertitudes liées aux paramètres du sol :	31
3.4.2.	Variabilité spatiale des propriétés du sol :	32
3.4.3.	La théorie des champs aléatoires :	32
3.4.4.	Les caractéristiques probabilistes de la variabilité spatiale des propriétés de sol :	33
3.5.	Les méthodes probabilistes de la capacité portante d'une fondation superficielle :	34
3.6.	Conclusion :	41

Chapitre 04 : Etude probabiliste numérique d'une fondation filante sur un sol purement cohérent

4.1.	Introduction :	42
4.2.	Présentation du logiciel OptumG2 :	43
4.2.1.	Théorie de plasticité :	43
4.2.1.1.	Contrainte et rupture :	43
4.2.1.2.	Déformation et écoulement :	44
4.2.2.	Analyse limite :	44
4.2.2.1.	Solution complète :	44
4.2.2.2.	Les bornes inférieures et supérieures :	45
4.2.3.	Théorie des champs aléatoires	46
4.2.3.1.	Expansion de Karhunen-Loeve :	47
4.2.4.	Matériaux :	47
4.2.4.1.	Mohr-coulomb :	47
4.2.4.2.	Tresca :	48
4.3.	Etude numérique de la capacité portante d'une fondation filante:	49
4.3.1.	Présentation du cas étudié :	49
4.3.2.	Procédure de la modélisation numérique :	50
4.3.3.	Le maillage :	51

Table des matières

4.3.4. Résultats et discussion :.....	52
4.3.4.1. Facteur de portance pour une fondation filante chargé verticalement :	52
4.3.5. Mécanisme de rupture :.....	57
4.4. Conclusion :.....	58
Conclusion général	60
Liste des références	62

Résumé :

La capacité portante des fondations superficielles est un sujet important dans le domaine de la géotechnique. Traditionnellement, de nombreuses approches déterministes ont été développées pour en estimer la capacité portante, en supposant que le sol possède des propriétés homogènes. Toutefois, en réalité, le sol est un matériau hétérogène, dont les caractéristiques mécaniques et physiques varient dans l'espace, ce qui introduit une incertitude significative dans les résultats. Afin de mieux représenter cette variabilité aléatoire, l'adoption de l'approche probabiliste apparaît comme une solution plus pertinente, car elle permet de prendre en compte l'ensemble des valeurs possibles des paramètres du sol.

Ce mémoire vise à contribuer à l'analyse numérique et probabiliste de la capacité portante des fondations superficielles. La première partie est consacrée à une revue bibliographique des méthodes d'analyse probabiliste ainsi qu'à une synthèse des travaux existants portant sur l'application de cette approche à l'étude de la capacité portante des fondations superficielles. Dans la seconde partie, le logiciel **OptumG2** est utilisé pour présenter une contribution à l'analyse numérique et probabiliste de la capacité portante des fondations superficielles, plus spécifiquement, l'approche probabiliste est mise en œuvre en considérant la variabilité spatiale de la cohésion afin d'évaluer la capacité portante d'une fondation filante soumise à un chargement vertical, reposant sur un sol purement cohérent.

Mots clé :

Fondations superficielles, Capacité portante, sol purement cohérent, charge vertical, analyse probabiliste, OptumG2, modélisation numérique.

Abstract:

The bearing capacity of shallow foundations is an important topic in the field of geotechnical engineering. Traditionally, many deterministic approaches have been developed to estimate bearing capacity, assuming that the soil has homogeneous properties. However, in reality, soil is a heterogeneous material whose mechanical and physical properties vary spatially, which introduces significant uncertainty into the results. To better account for this random variability, the adoption of a probabilistic approach appears to be a more appropriate solution, as it allows for consideration of all possible values of soil parameters.

This thesis aims to contribute to the numerical and probabilistic analysis of the bearing capacity of shallow foundations. The first part is devoted to a literature review of probabilistic analysis methods, along with a synthesis of existing works related to the application of this approach to the study of the bearing capacity of shallow foundations. In the second part, the OptumG2 software is used to present a contribution to the numerical and probabilistic analysis of the bearing capacity of shallow foundations. More specifically, the probabilistic approach is implemented by considering the spatial variability of cohesion in order to evaluate the bearing capacity of a strip foundation subjected to vertical loading and resting on purely cohesive soil.

Key words:

Shallow foundations, bearing capacity, purely cohesive soil, vertical load, probabilistic analysis, OptumG2, numerical modeling.

ملخص:

تعتبر قدرة تحمل الأساسات الضحلة موضوعًا مهمًا في الهندسة الجيوتقنية. تقليدياً، تم تطوير العديد من الأساليب الحتمية لتقدير قدرة التحمل، على افتراض أن التربة لها خصائص متجانسة. ومع ذلك، في الواقع، فإن التربة في الواقع هي مادة غير متجانسة تختلف خصائصها الميكانيكية والفيزيائية مكانياً، مما يُدخل قدراً كبيراً من عدم اليقين في النتائج. من أجل تمثيل هذا التباين العشوائي بشكل أفضل، يبدو أن اعتماد النهج الاحتمالي هو الحل الأنسب، حيث أنه يسمح بأخذ جميع القيم الممكنة لبارامترات التربة في الاعتبار.

تهدف هذه الرسالة إلى المساهمة في التحليل العددي والاحتمالي لقدرة تحمل الأساسات الضحلة. الجزء الأول مخصص لاستعراض الأدبيات المتعلقة بأساليب التحليل الاحتمالي وملخص للأعمال الحالية حول تطبيق هذا النهج في دراسة قدرة تحمل الأساسات الضحلة. في الجزء الثاني، يتم استخدام برنامج (أوبتيم جي دو) لتقديم مساهمة في التحليل العددي والاحتمالي لقدرة تحمل الأساسات الضحلة. وبشكل أكثر تحديداً، يتم تنفيذ النهج الاحتمالي من خلال النظر في التباين المكاني للتماسك من أجل تقييم قدرة تحمل الأساسات الدوارة المعرضة للتحميل الرأسي على تربة متماسكة تماماً.

الكلمات المفتاحية:

الأساسات الضحلة، قدرة التحمل، التربة المتماسكة البحتة، الحمل الرأسي، التحليل الاحتمالي، OptumG2، النمذجة العددية

LISTES DES SYMBOLES

Listes des symboles

q_u : capacité portante (analyse déterministe).

N_c : Terme de cohésion

N_q : Terme de profondeur

N_γ : Terme de surface

B : largeur de la fondation filante.

H : hauteur de la fondation filante.

μ_{cu} : valeur moyenne de la cohésion non drainée.

COV_{cu} : coefficient de variation de la cohésion non drainée.

θ_x : distance de corrélation verticale.

θ_y : distance de corrélation horizontales.

Θ : longueur de corrélation spatiale non-dimensionnelle.

μ_{qu} : capacité portante moyenne (analyse probabiliste).

$N_{c,det}$: facteur de capacité portante déterministe.

$N_{c,rand}$: facteur de capacité portante aléatoire.

μ_{NC} : facteur de portance moyen.

CDF : fonction de distribution cumulative.

Liste des tableau

➤ Liste des tableaux :

Chapitre 02 :

Tableau 2- 1 : facteurs de la capacité portante donnés par Terzaghi.....	19
---	----

Chapitre 04 :

Tableau 4- 1 : Les types d'analyses utilisé et les résultats correspondants	43
Tableau 4- 2 : les bornes supérieures et inférieures	46
Tableau 4- 3 : les paramètres de matériau	48

Liste des figures

➤ Liste des figures :

Chapitre 01

Figure 1-1 : Les fondations isolées.....	4
Figure 1-2: les semelles filantes	5
Figure 1-3: Les radiers ou les dalles inversé.....	6
Figure1-4: Chargement d'une fondation superficielle (Frank, 1999)	7
Figure 1-5: rupture par cisaillement général.....	8
Figure 1-6: Rupture par cisaillement localisé, Vesić. (1973).	9
Figure 1-7: Rupture par poinçonnement.....	9
Figure 1-8 : Nature de la rupture en fonction de la densité relative D_r et D_f / R	10

Chapitre 02:

Figure 2- 1: Equilibre de Rankine	16
Figure 2- 2 : Mécanisme de rupture proposé par Prandtl. (1920) et Terzaghi. (1943).....	17
Figure 2- 3: Principe de superposition de Terzaghi.....	18
Figure 2- 4: Les lignes de glissement pour une fondation superficielle rugueuse, d'après Meyerhof	21
Figure 2- 5: Mécanisme de rupture pour le calcul de $N\gamma$ d'après Lundgren et Mortensen (1953). ..	22

Chapitre 03 :

Figure 3- 1: CDF et PDF d'une variable aléatoire continue (Russelli, 2008).	25
Figure 3- 2: Exemple de la valeur moyenne μ et l'écart type σ de deux distributions différentes, d'après Fenton et Griffiths (2008).....	26
Figure 3- 3: Exemples de corrélation entre les propriétés de sol (a) parfaitement corrélé positivement, (b) parfaitement corrélé négativement (c) non corrélé.	28
Figure 3- 4 : Fonctions de distribution des probabilités (a) distribution Normal (b) distribution Lognormal d'après Russelli (2008).	29
Figure 3- 5: Fonction log-normale décalée et sa transformation à la distribution normale standard d'après Russelli (2008).	31
Figure 3- 6: Incertitude dans les estimations des propriétés du sol (Kulhawy 1992)	31
Figure 3- 7: Variabilité spatiale inhérente du sol, d'après Phoon et Kulhawy (1999.a).....	32
Figure 3- 8 : Variation du coefficient de variation de la cohésion non drainé Cov_{Cu} avec sa valeur moyenne μ_{Cu} d'après Phoon et Kulhawy (1999.a).....	34
Figure 3- 9: Maillage utilisé pour l'analyse probabiliste, d'après Griffiths et al. (2002).	35

Liste des figures

Figure 3- 10 : Capacité portante moyenne estimée en fonction de : a) $COVCU$ et b) $\theta \ln CU$ d'après Griffiths et al. (2002)	36
Figure 3- 11: Effort charge-déplacement des simulations Monte Carlo (Abdel Massih et Soubra, 2010).....	37
Figure 3- 12: Moyenne de la charge ultime en fonction des distances d'autocorrélation	37
Figure 3- 13: Géométrie de problème et maillage utilisé (Puła et Zaskórski, 2015)	38
Figure 3- 14 : Distribution de Weibull pour la PDF de la capacité portante, pour $B = 1.6m$ et $h_z = 1.0m$ (Puła et Zaskórski, 2015).	39
Figure 3- 15: Géométrie de problème et maillage utilisé (Jędrzej et Marek (2021)).....	40
Figure 3- 16: Réaction dans les nœuds déplacés obtenue dans les calculs déterministes. Les valeurs maximales sont indiquées sur l'axe vertical.	40

Chapitre 04 :

Figure 4- 1: Surface de rupture	43
Figure 4- 2: Un élément solide de volume V avec frontière $S = Su \cup S\sigma$	45
Figure 4- 3: Les paramètres du problème	50
Figure 4- 4: Géométrie du problème	51
Figure 4- 5: Maillages adaptés après les calculs (élément supérieure)	52
Figure 4- 6: la courbe charge-déplacement.....	53
Figure 4- 7: Distributions des probabilités cumulatives des facteurs de portance N_c (pour $\Theta=1$)...54	
Figure 4- 8: Distributions des probabilités cumulatives des facteurs de portance N_c (pour $COVCu=30\%$)	55
Figure 4- 9: Influence de la variation de $covCU$ sur $(\mu N_c/N_c, det)$	56
Figure 4- 10: Influence de la variation de Θ sur $(\mu N_c/N_c, det)$	56
Figure 4- 11: Mécanismes de rupture.....	57

Introduction générale:

La géotechnique est la compréhension du comportement des sols et des ouvrages et de leurs interactions. C'est l'ensemble des activités liées aux applications de la mécanique des sols et la mécanique des roches.

La capacité portante représente depuis toujours l'un des thèmes majeurs et les plus captivants au domaine de la géotechnique et des fondations. On appelle capacité portante, la pression ou contrainte maximale qui puisse être appliquée par une structure sur un sol, sans qu'il y ait de tassements excessifs et de risque de rupture du sol.

La plupart des méthodes de calcul de la capacité portante sont basées sur des études effectuées en utilisant des méthodes déterministes, basé sur les théories fondamentales de Rankine (1857): (les coins de Rankine), Prandtl (1920) et Terzaghi (1943) qui ont été corrigées et modifiées plus tard afin de les adapter à d'autres conditions, comme par exemple, la forme de la fondation. Ces méthodes déterministes supposent que le sol est homogène et ne prennent pas en compte l'incertitude de la variabilité spatiale des propriétés de sol.

En réalité, les sols constituent des milieux hétérogènes et anisotropes, caractérisés par des propriétés physiques et mécaniques variables. En géotechnique, les problématiques rencontrées sont souvent liées aux incertitudes associées aux paramètres du sol, telles que la variabilité spatiale de ses propriétés ou le manque de données représentatives. Afin de mieux prendre en compte ces différentes formes d'incertitude, les approches probabilistes ont récemment été introduites dans ce domaine. Ainsi, pour le cas spécifique de l'étude de la capacité portante des fondations superficielles, des paramètres tels que l'angle de frottement et la cohésion du sol sont considérés comme des variables aléatoires pouvant être modélisées à l'aide de fonctions de distribution de probabilité.

L'analyse de la fiabilité en géotechnique repose sur un ensemble de méthodes probabilistes, tant analytiques que numériques. Parmi celles-ci, la méthode RFEM (Random Finite Element Method) s'est imposée comme la plus efficace et la plus largement utilisée. Introduite par Griffiths et Fenton en 1993 pour résoudre un problème d'écoulement, cette approche a ensuite été étendue par les mêmes auteurs à l'étude de divers problèmes géotechniques (Griffiths et Fenton, 2001 ; Fenton et Griffiths, 2003 ; Griffiths et al., 2006).

La méthode RFEM allie la théorie des champs aléatoires à la méthode des éléments finis en intégrant des distributions probabilistes aux différentes propriétés du sol. Cela permet de générer des champs aléatoires avec des valeurs variant spatialement, et de les représenter graphiquement. En générant plusieurs réalisations de ces champs sur le domaine étudié, il devient possible d'effectuer des analyses répétées par éléments finis à l'aide de simulations Monte Carlo.

L'objet de ce travail est d'étudier la capacité portante d'une semelle filante sous charge vertical, reposant sur un sol purement cohérent avec une variation spatiale de la cohésion. L'analyse de la capacité portante a été effectuée par le code optumG2 en éléments finis en considérant des semelles filantes rugueuses. Les résultats sont présentés en termes de facteur de portance N_c .

Le présent mémoire est composé de quatre chapitres, une introduction générale et une conclusion.

- Le premier chapitre est consacré à la recherche bibliographique. La définition des fondations superficielles, leur fonctionnement ainsi que les différents mécanismes de rupture de ces fondations ont été présentés dans ce chapitre.
- Le deuxième chapitre présente les différentes méthodes déterministes de calcul de la capacité portante.
- Le troisième chapitre est consacré à la présentation des concepts de base de la théorie des probabilités puis l'utilisation des probabilités pour décrire les incertitudes géotechniques, ainsi que la présentation d'une synthèse bibliographique sur les travaux effectués pour le calcul de la capacité portante des fondations superficielles en utilisant la méthode probabiliste.
- Le quatrième chapitre présente dans sa première partie les principes du code OptumG2 utilisés pour élaborer les simulations numériques, la deuxième partie est consacré à l'étude d'analyse numérique de la capacité portante d'une fondation filante en utilisant la méthode probabiliste.

Abstract:

The bearing capacity of shallow foundations is an important topic in the field of geotechnical engineering. Traditionally, many deterministic approaches have been developed to estimate bearing capacity, assuming that the soil has homogeneous properties. However, in reality, soil is a heterogeneous material whose mechanical and physical properties vary spatially, which introduces significant uncertainty into the results. To better account for this random variability, the adoption of a probabilistic approach appears to be a more appropriate solution, as it allows for consideration of all possible values of soil parameters.

This thesis aims to contribute to the numerical and probabilistic analysis of the bearing capacity of shallow foundations. The first part is devoted to a literature review of probabilistic analysis methods, along with a synthesis of existing works related to the application of this approach to the study of the bearing capacity of shallow foundations. In the second part, the OptumG2 software is used to present a contribution to the numerical and probabilistic analysis of the bearing capacity of shallow foundations. More specifically, the probabilistic approach is implemented by considering the spatial variability of cohesion in order to evaluate the bearing capacity of a strip foundation subjected to vertical loading and resting on purely cohesive soil.

Key words:

Shallow foundations, bearing capacity, purely cohesive soil, vertical load, probabilistic analysis, OptumG2, numerical modeling.

Chapitre02 : Méthodes déterministes pour le calcul de la capacité portante des fondations superficielles

2.1. Introduction :

L'estimation de la capacité portante des fondations superficielles constitue l'un des enjeux majeurs en géotechnique. Ce paramètre, appelé capacité portante ultime, joue un rôle clé dans la conception des fondations, puisqu'il permet de définir la charge maximale que le sol peut soutenir sans engendrer de tassements excessifs. Cette capacité est généralement évaluée à partir des caractéristiques mécaniques du sol, obtenues soit par des essais en laboratoire, soit par des tests in-situ. Il arrive que l'on ait recours à des essais de chargement pour déterminer cette capacité, mais cette pratique reste peu courante pour les fondations superficielles.

Dans ce chapitre, nous présenterons d'abord les principes fondamentaux régissant le calcul de la capacité portante, avant de détailler les principales méthodes de calcul développées par Rankine (1857), Prandtl (1920), Terzaghi (1943), Meyerhof (1951), Brinch Hansen (1970) et Vesic (1973).

2.2. Bases conceptuelles de calcul de la capacité portante :

On peut analyser la stabilité des fondations superficielles, et les autres ouvrages géotechniques, de quatre manières différentes comme suit :

- Par analyse d'équilibre limite.
- Par analyse limite.
- Par des calculs en déformations.
- Par la méthode des lignes de glissement.

2.2.1. Analyse d'équilibre limite :

Elle est une méthode utilisée en mécanique des sols et en génie civil pour évaluer la stabilité des structures géotechniques (talus, murs de soutènement, fondations).

L'analyse d'équilibre limite applique les principes de base de la mécanique des matériaux et des structures qui étaient utilisés en génie civil longtemps avant l'intervention de la plasticité et même de l'élasticité. Les équilibres des forces découlent des travaux de Galilée (1638) et Newton (1687) et ont vu leur première application géotechnique dans les travaux de Coulomb (1773) et de son prédécesseur Couplet (1727).

La formulation de l'analyse d'équilibre limite en termes de contraintes trouve ses précurseurs dans les travaux de Rankine (1856) et Levy (1867), Résal (1903, 1910), Massau (1905), Caquot (1934) et Frontard (1936).

L'idée repose sur le fait que tout solide ou toute partie de solide en équilibre (comme l'est un ouvrage géotechnique avant la rupture) est soumis(e) à un système de forces et moments en équilibre. La référence aux parties de solides en équilibre permet de raisonner aussi sur les forces internes, donc sur les contraintes et de définir deux principes :

- Les charges (forces et moment externes, forces internes) appliquées à un solide en équilibre doivent être équilibrées (forces et moments résultants égaux à zéro).
- Les forces internes ou contraintes doivent être inférieures ou égales à la résistance des sols et des autres matériaux existant dans le solide considéré.

L'analyse d'équilibre limite est la méthode d'analyse de stabilité la plus couramment utilisée en géotechnique.

2.2.2. Analyse limite :

L'analyse limite admet que les sols et autres matériaux ont un comportement élastique (ou rigide) parfaitement plastique, avec une loi d'écoulement plastique associée qui admet l'angle de frottement interne (ϕ) et pris égal à l'angle de dilatançe (ψ). On note que cette loi d'écoulement plastique associée n'est en fait utilisée que pour calculer les puissances virtuelles de la déformation du matériau à l'état limite de contraintes, ce qui est aussi la base du calcul à la rupture (Salençon, 1996). Deux théorèmes limites ont été établis et qui définissent deux approches des charges limites par valeurs supérieures et par valeurs inférieures :

- Selon le théorème des bornes supérieures, si le travail d'une force externe associé à une cinématique de rupture est supérieur au travail des forces internes (bornées par la résistance des matériaux) pour la même cinématique de rupture, alors cette force est supérieure à la charge limite de rupture. Cette approche, dite cinématique, consiste donc à construire des cinématiques ou mécanismes de rupture respectant les conditions aux limites sur les déplacements, et à trouver pour chacun d'eux des forces ou combinaisons de forces trop grandes pour la résistance du sol.

- Selon le théorème des bornes inférieures, si l'on peut trouver dans les matériaux (sols et structures) un champ de contraintes qui équilibre la charge extérieure appliquée, tout en restant compatible avec les résistances des différents matériaux, alors cette charge ne peut être supérieure à la charge de rupture. Cette approche, dite statique, consiste donc à chercher des champs de contraintes qui vérifient les conditions d'équilibre statique et les critères de résistance des matériaux et équilibre la plus grande charge extérieure possible.

La différence entre l'analyse limite et l'analyse d'équilibre limite peut être illustrée dans la prise en compte de la cinématique des déformations dans l'analyse de la rupture. L'analyse des déformations permet d'une part de raisonner en termes de travail des forces internes et externes, et plus seulement en termes d'équilibres de forces, et d'autre part de tenir compte directement des conditions aux limites sur les déplacements.

2.2.3. Calculs en déformations :

Les déformations dans les sols et les roches précèdent toujours la rupture. Ces déformations sont d'autant plus importantes et visibles dans les sols, mais également présentes dans les roches. On peut repérer la rupture lorsqu'on constate l'amorce de grands déplacements lors de la rupture des matériaux (rupture de remblais, mouvements de terrains, glissement de terrains, par exemple), mais aussi par une augmentation des mouvements de terrains, sans qu'il se présente une instabilité réelle (fondations superficielles et fondations profondes).

La rupture peut, par conséquent être définie en termes de déplacements, à condition de savoir calculer les déformations non linéaires et qui se concentrent si nécessaire sur des surfaces de rupture. Cette possibilité n'existait pas naturellement au début du 20^{ème} siècle et qu'elle n'est offerte que depuis l'avènement du calcul élastoplastique sur ordinateur, notamment par le calcul aux éléments finis.

Les calculs d'équilibre limite et d'analyse limite supposent que l'instabilité ne dépend pas de l'état initial du sol et de sa réponse aux faibles valeurs des charges, alors que dans le calcul en déplacement, la rupture est au contraire définie sur la courbe (les courbes) de variation des déplacements en fonction de la charge et/ou du temps.

L'approche en déformations des calculs de stabilité est à la fois la plus naturelle, car elle suit l'évolution des terrains et des ouvrages depuis leur état initial jusqu'à la rupture (ou ce qui est défini conventionnellement comme la rupture), et la plus exigeante car elle nécessite de connaître la déformabilité des matériaux en plus de leur résistance.

Le perfectionnement des outils de calcul de stabilité en déplacements est toutefois une voie d'avenir, notamment pour les ouvrages complexes.

2.2.4. Méthodes des lignes de glissement :

La méthode des lignes de glissement permet de formuler un système de trois équations aux dérivées partielles à trois inconnues qui sont les éléments du tenseur des contraintes. Cette méthode est limitée seulement aux problèmes plans ou axisymétriques. Ainsi, dans cette approche les deux équations d'équilibre et la condition imposée par la résistance du sol doivent être satisfaites. Sokolovskii (1960, 1965) a appliqué la méthode des différences finies pour la résolution du système d'équations en utilisant la méthode des lignes de glissement.

2.3. Théories de la capacité portante des fondations superficielles :

Au cours des dernières années, plusieurs études des problèmes de fondations superficielles ont été proposées pour évaluer la capacité portante des fondations superficielles.

Certains des travaux développés, en supposant que le sol a supporté une fondation de largeur B avec une profondeur D_f soumise à une charge verticale centrée.

2.3.1. Théorie de Rankine (1857) :

Afin d'étudier l'équilibre qui règne sous la semelle, Rankine a considéré le cas le plus simple d'une semelle filante reposant sur un massif homogène de sol ayant une cohésion c et un angle de frottement φ donnés .

La fondation est de largeur B et encrée dans le massif à une profondeur D_f

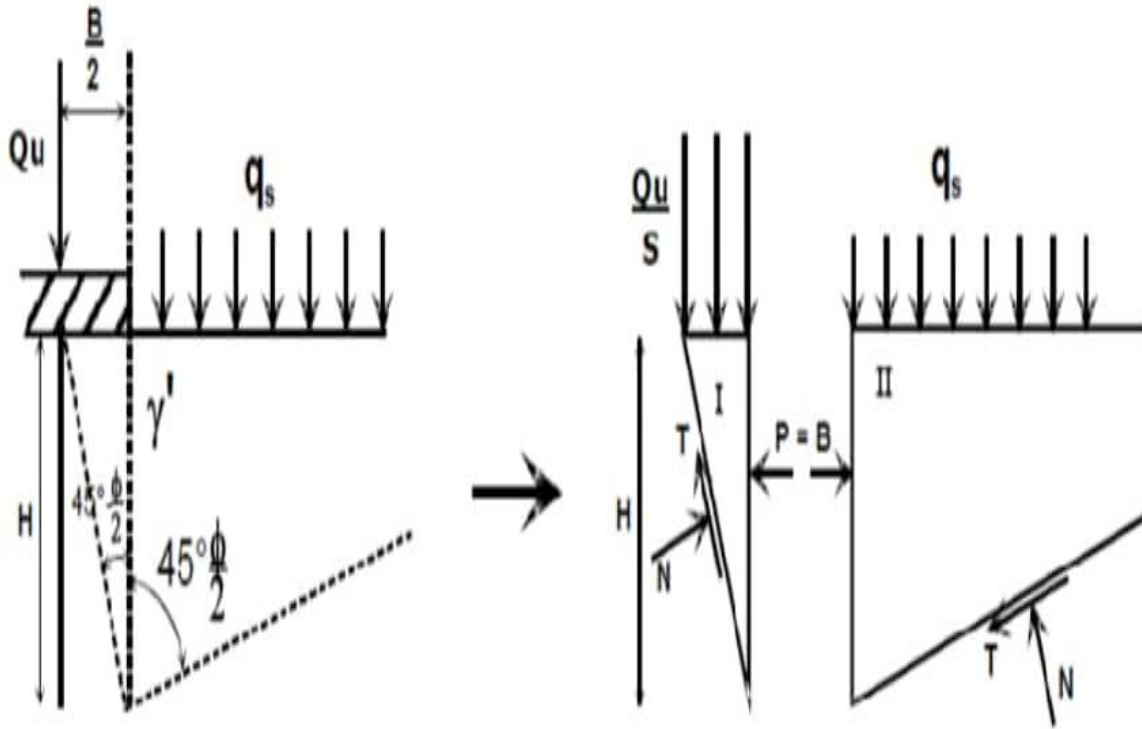


Figure 2- 1: Equilibre de Rankine

La figure 2.1 montre l'équilibre de Rankine, par symétrie par rapport à l'axe de la fondation, Rankine a formulé l'hypothèse d'existence sous la semelle de deux coins (I et II), le premier se trouvant directement sous la demi-semelle dans un état d'équilibre passif et le second se trouvant à l'extérieur dans un état d'équilibre actif. Le coin I agit donc en véritable écran de butée sur le coin II. Le principe de la méthode de Rankine consiste à calculer les forces de butée et de poussée à partir d'une approximation de l'état des contraintes dans le sol au contact d'un écran. Rankine a proposé une expression pour calculer la capacité portante ultime, qui est donnée par l'équation suivante :

$$q_u = C \cdot N_c + q \cdot N_q + \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot N_\gamma \quad (2.1)$$

Et qui représente la capacité portante avec;

$$N_\gamma = \frac{1}{2} \cdot \left(K_p^{\frac{5}{2}} - k_p^{\frac{1}{2}} \right) \quad (2.2)$$

$$N_c = 2 \cdot \left(K_p^{\frac{3}{2}} - k_p^{\frac{1}{2}} \right) \quad (2.3)$$

$$N_q = K_p^2 \quad (2.4)$$

ou ;

N_γ : est le facteur de surface.

N_q : est le facteur de profondeur.

N_c : est le facteur de cohésion.

Le schéma de Rankine n'est qu'une approximation très grossière du véritable comportement du sol. En réalité, les expérimentations sur modèles réduits montrent que sous la fondation se forme un coin, limité par des faces planes inclinées qui s'enfoncent avec la semelle et se conduisent en corps solide. Il exerce une poussée sur le sol adjacent qui réagit en butée avec frottement sol- sur- sol.

2.3.2. Théorie de Prandtl (1920) :

Prandtl. (1920) est le premier à avoir proposé une solution basée sur la théorie d'équilibre plastique pour une fondation filante, avec une zone de rupture constituée de trois zones : la zone I, conique et cisailée (la zone active de Rankine), la zone II, (zone de cisaillement radial) plastique avec des courbes limites en forme de spirale logarithmique, et la zone III, soumise à une pression passive. Cette zone de rupture est représentée sur la partie gauche de la Figure (2.2). Prandtl a proposé une expression pour calculer la capacité portante ultime, qui est donnée par l'équation suivante :

$$q_u = \frac{c}{\tan \varphi} + 0.5 \gamma B \sqrt{K_p} (k_p e^{\pi \tan \varphi} - 1) \quad (2.5)$$

Où : c : la cohésion ; φ : l'angle de frottement interne du sol.

Coefficient de la pression passive du sol de Rankine :

$$k_p = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (2.6)$$

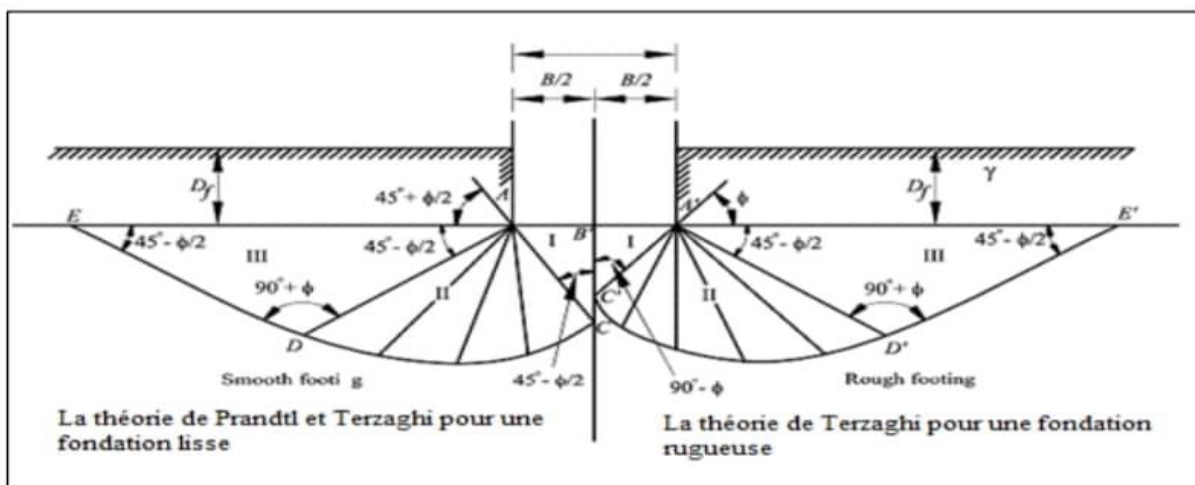


Figure 2- 2 : Mécanisme de rupture proposé par Prandtl. (1920) et Terzaghi. (1943).

2.3.3. Théorie de Terzaghi (1943) :

Terzaghi (1943) a amélioré la solution proposée par Prandtl (1921), en considérant la rugosité de la fondation et le poids de la zone de rupture. Terzaghi a proposé la première formule générale de la capacité portante d'une semelle filante soumise à une charge verticale centrée. La charge limite est déterminée en superposant trois états de résistance (Figure 2.3) :

- Le premier terme est appelé terme de surface ; il est proportionnel à B et représente la charge limite pour un massif pesant et purement frottant.
- Le deuxième terme est appelé terme de cohésion ; il est proportionnel à c et représente la charge limite pour un massif frottant et cohérent, mais non pesant.
- Le troisième terme est appelé terme de surcharge ou de profondeur ; il est proportionnel à $q + \gamma.D$ et représente la charge limite pour un massif purement frottant, non pesant, chargé latéralement par rapport à la fondation.

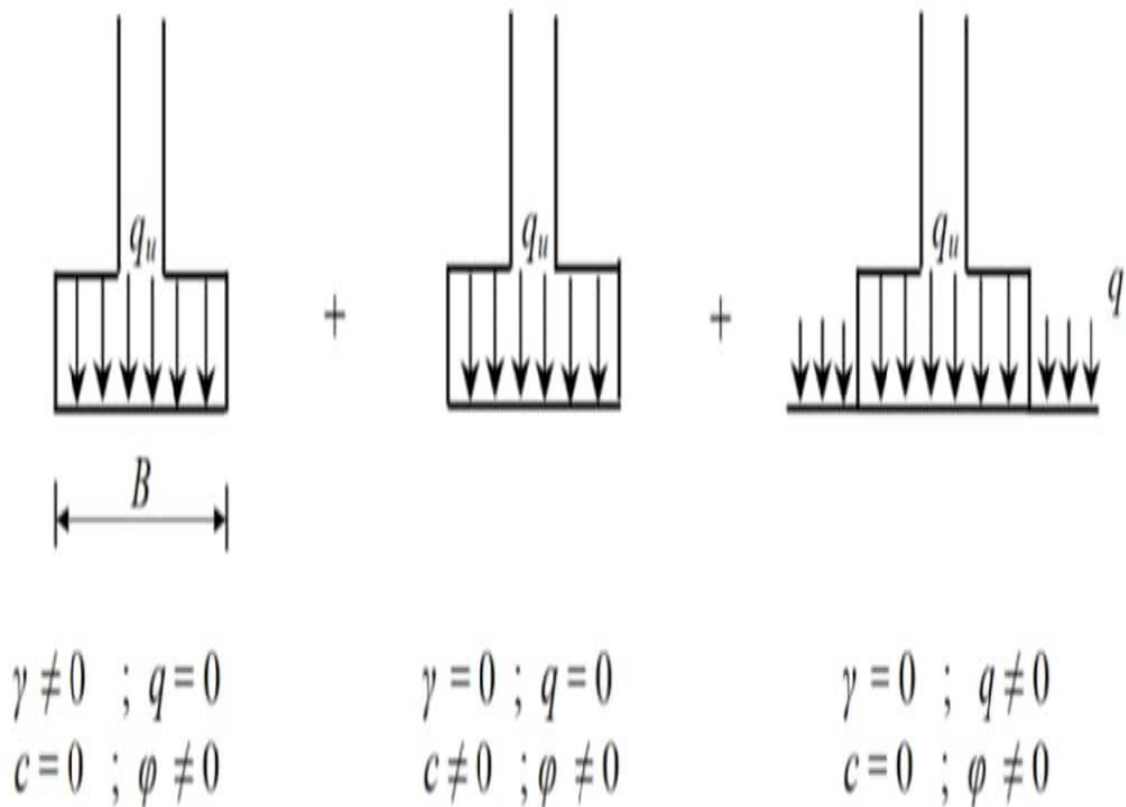


Figure 2- 3: Principe de superposition de Terzaghi.

Dans le cas d'une semelle filante, la contrainte de rupture sous une charge verticale centrée est obtenue par la relation générale suivante :

$$q_u = qN_q + cN_c + \frac{1}{2}B\gamma N_\gamma \quad (2.7)$$

Avec :

q_u : contrainte de rupture (capacité portante par unité de surface).

γ : poids volumique du sol.

q : surcharge verticale latérale à la fondation.

c : cohésion du sol sous la base de la fondation.

N_γ : terme de surface, relatif à la largeur de la fondation B.

N_q : terme de profondeur, relatif à l'ancrage de la fondation D.

N_c : terme de cohésion, relatif à la cohésion du milieu c.

D'après Terzaghi (1943) ces trois facteurs sont déterminés par les expressions suivantes :

$$N_q = \frac{e^{2\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \tan \varphi}}{2 \cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)} \quad (2.8)$$

$$N_c = \cot \varphi (N_q - 1) \quad (2.9)$$

$$N_\gamma = \frac{1}{2} K_{P\gamma} \tan^2 \varphi - \frac{\tan \varphi}{2} \quad (2.10)$$

$K_{P\gamma}$: Coefficient de la pression passive des terres

$$K_{P\gamma} = 3 \tan^2 \left[45 + \frac{\varphi + 33}{2} \right] \quad (2.11)$$

Le tableau 2.1 présente les valeurs des facteurs de la capacité portante en fonction de l'angle de frottement d'après les équations (2.8), (2.9) et (2.10).

Cependant, pour une fondation de forme rectangulaire ou carrée, l'état plan de contrainte n'existe pas. Dans ce cas, Terzaghi propose les relations qui suivent :

$$q_u = 1.3cN_c + qN_q + 0.4\gamma N_\gamma \quad (\text{semelle rectangulaire}) \quad (2.12)$$

$$q_u = 1.3cN_c + qN_q + 0.3\gamma N_\gamma \quad (\text{semelle circulaire}) \quad (2.13)$$

Tableau 2- 1 : facteurs de la capacité portante donnés par Terzaghi

ϕ	N_c	N_q	N_γ	ϕ	N_c	N_q	N_γ
0	5.70	1.00	0.00	26	27.09	14.21	9.84
01	6.00	1.10	0.01	27	29.24	16.90	11.60
02	6.30	1.22	0.04	28	31.61	17.81	13.70
03	6.62	1.35	0.06	29	34.24	19.98	16.18
04	6.97	1.49	0.10	30	37.16	22.46	19.13
05	7.34	1.64	0.14	31	40.41	25.28	22.65
06	7.73	1.81	0.20	32	44.04	28.52	26.87
07	8.15	2.00	0.27	33	48.09	32.23	31.94
08	8.60	2.21	0.35	34	52.64	36.50	38.04
09	9.09	2.44	0.44	35	57.75	41.44	45.41
10	9.61	2.69	0.56	36	63.53	47.16	54.36
11	10.16	2.98	0.69	37	70.01	53.80	65.27
12	10.76	3.29	0.85	38	77.50	61.55	78.61
13	11.41	3.63	1.04	39	85.97	70.61	95.03
14	12.11	4.02	1.26	40	95.66	81.27	116.31
15	12.86	4.45	1.52	41	106.81	93.85	140.51
16	13.68	4.92	1.82	42	119.67	108.75	171.99
17	14.60	5.45	2.18	43	134.58	126.50	211.56
18	15.12	6.04	2.59	44	161.95	147.74	261.60
19	16.56	6.70	3.07	45	172.28	173.28	325.34
20	17.69	7.44	3.64	46	196.22	204.19	407.11
21	18.92	8.26	4.31	47	224.55	241.80	512.84
22	20.27	9.19	5.09	48	258.28	287.85	650.67
23	21.75	10.23	6.00	49	298.71	344.63	831.99
24	23.36	11.40	7.08	50	347.50	416.14	1072.80
25	25.13	12.72	8.34				

2.3.4. Théorie de Meyerhof (1951):

Meyerhof (1951) a publié une théorie de la capacité portante qui pourrait être appliquée à la fondation rugueuse, superficielle et profonde. Mécanisme de la rupture à charge limite sous une fondation continue supposée par Meyerhof (1951) montrée sur la Figure 2.4. Sur cette Figure, abc est une zone triangulaire élastique, bcd est une zone de cisaillement radial avec cd un arc d'une spirale logarithmique et bde est une zone de cisaillement mixte dans laquelle le cisaillement varie entre les limites de cisaillement radial et le plan duquel dépendant la profondeur et la rugosité de la semelle. Le plan be s'appelle la surface libre équivalente. Les contraintes normales et de cisaillements dans le plan be sont p_0 et s_0 , respectivement.

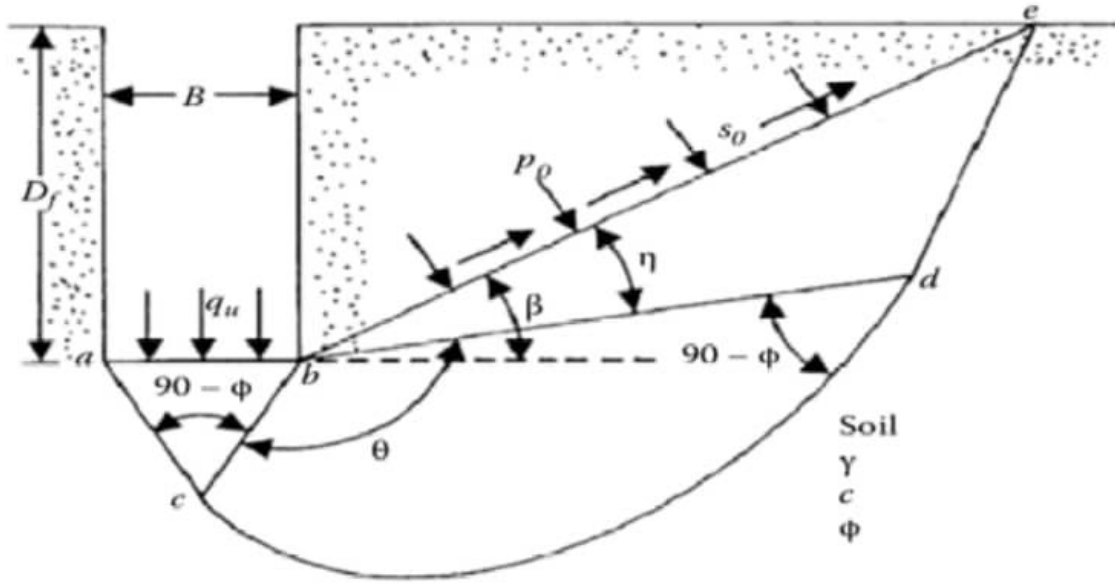


Figure 2- 4: Les lignes de glissement pour une fondation superficielle rugueuse, d'après Meyerhof
La méthode de superposition a été utilisée pour déterminer la contribution de la cohésion c , p_0 , γ et ϕ dans la capacité portante ultime q_u d'une semelle continue et exprimée comme suit :

$$q_u = c[(N_q - 1) \cot \phi] + q \left[\exp(\pi \tan \phi) \left(\frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \right) \right] + \frac{1}{2} \gamma B [(N_q - 1) \tan(1.4 \phi)] \quad (2.14)$$

où : N_c , N_q et N_γ les facteurs de la capacité portante

B: largeur de la fondation

$$N_c = (N_q - 1) \cot \phi \quad (2.15)$$

$$N_q = \exp^{\pi \tan \phi} \left(\frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \right) \quad (2.16)$$

$$N_\gamma = (N_q - 1) \tan(1.4 \phi) \quad (2.17)$$

2.3.5. La Théorie de Brinche Hansen (1970) :

Hansen (1970) résume ses recommandations pour le calcul de la force portante des fondations superficielles en suivant le cadre général introduit par Terzaghi excepté que la largeur de la fondation a été prise égale à B au lieu de 2B; les trois facteurs adoptés par Hansen (1970) sont les suivants :

$$N_c = (N_q - 1) \cot \phi \quad (2.18)$$

$$N_q = \exp(\pi \tan \phi) \cdot \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) \quad (2.19)$$

$$N_\gamma = 1.5 (N_q - 1) \cot \varphi \quad (2.20)$$

Les résultats de la formule empirique de N_γ (équation 2.18, 2.19, 2.20) sont en bon accord avec les valeurs calculées par Lundgren et Mortensen (1953) en utilisant le mécanisme de rupture présenté sur la Figure 2.5. La superposition des trois termes N_γ , N_q et N_c , conduit à une sous-estimation de la portance de la fondation, qui reste en général inférieure à 20% Lundgren et Mortensen (1953). Par ailleurs, en 1961, Hansen a proposé une expression différente pour N_γ :

$$N_\gamma = 1.8 (N_q - 1) \cot \varphi \quad (2.21)$$

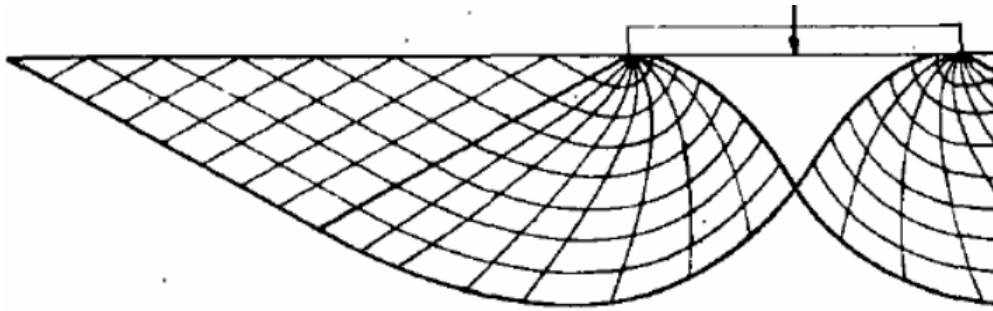


Figure 2- 5: Mécanisme de rupture pour le calcul de N_γ d'après Lundgren et Mortensen (1953).

2.3.6. La théorie de Vesić (1973) :

Vesić (1973) décrit les facteurs de la capacité portante N_c et N_q comme des facteurs de Prandtl-Reissner ; mais pour N_γ , il indique que la solution de Caquot et Kérisel (1948) peut être représentée avec moins de 10% d'erreur sur l'intervalle $15^\circ < \varphi < 45^\circ$ et moins de 5% d'erreur entre 20 et 40 degrés par l'expression :

$$N_\gamma = 2(N_q + 1) \tan \varphi \quad (2.22)$$

La superposition des trois termes de capacité portante donne une estimation approchée par défaut (de 17 à 10% au plus pour $\varphi = 30$ à 40 degrés) par rapport à la solution exacte mais exacte pour $\varphi_t = 0$ degré.

Pour les coefficients correcteurs appliqués à chacun des termes de l'équation de Terzaghi, Vesić donne les expressions suivantes :

- Coefficients de forme :

$$S_s = 1 + \frac{B}{L} \frac{N_q}{N_c} = 1 + \frac{B}{L} \frac{N_q}{N_q - 1} \quad (2.23)$$

$$S_q = 1 + \frac{B}{L} \tan \varphi \quad (2.24)$$

$$S_\gamma = 1 - 0,4 \frac{B}{L} \quad (2.25)$$

- Coefficients de profondeur (pour $D/B \leq 1$, d'après Brinch Hansen, 1970) :

$$d_q = 1 + 2 \tan \varphi (1 - \sin \varphi) \frac{D}{B} \quad (2.26)$$

$$d_\gamma = 1 \quad (2.27)$$

2.4. Conclusion :

La capacité portante est un critère principal pour concevoir la fondation d'une structure. Cependant et par définition la capacité portante ultime équivaut à la contrainte exercée sur le sol par la semelle qui cause une rupture par cisaillement dans le sol au-dessous de la base de la semelle.

Il y a plusieurs des méthodes ont été proposées par beaucoup de chercheurs pour calculer les paramètres de portance dans ce chapitre nous avons abordé les méthodes (Rankine (1857), Prandtl (1920), Terzaghi (1943), Meyerhof (1963), Brinche Hansen (1970) , La théorie de Vesić (1973)).

La capacité portante d'une fondation superficielle chargée verticalement peut être estimée couramment en utilisant la théorie conventionnelle de Terzaghi dans laquelle les valeurs appropriées des facteurs de portance sont adoptés.

Chapitre03 : Méthodes probabilistes pour l'évaluation de la capacité portante des fondations superficielles

3.1. Introduction :

L'évaluation des incertitudes géotechniques n'est pas une tâche facile. En fait, l'incertitude est inévitable, en raison du manque de connaissances parfaites ou de l'information incomplète sur les données disponibles. Les ingénieurs considèrent ces problèmes en utilisant des analyses déterministes, basées sur la notion classique du facteur de sécurité. Malgré les avantages tirés d'une analyse probabiliste, les ingénieurs sont souvent encore sceptiques en adoptant cette approche, car ils pensent, à tort, que l'effort de calcul requis est beaucoup plus important que pour une analyse déterministe. En outre, des difficultés sont parfois rencontrées pour comprendre et interpréter les résultats probabilistes. L'analyse probabiliste ne doit cependant pas être considérée comme un substitut à la conception déterministe conventionnelle, c'est en fait une mesure complémentaire pour faire face aux incertitudes.

Le présent chapitre a pour objet de fournir les concepts de base de la théorie des probabilités puis l'utilisation des probabilités pour décrire les incertitudes géotechniques et enfin la présentation d'une synthèse bibliographique sur les travaux effectués pour le calcul de la capacité portante des fondations superficielles en utilisant la méthode probabiliste.

3.2. Caractéristiques principales des variables aléatoires :

3.2.1. Les fonctions de distribution de probabilité et de densité de probabilité :

La fonction de distribution de probabilité (X), souvent appelée fonction de distribution cumulative ou simplement CDF, décrit les mesures de probabilité qu'une variable aléatoire X prend sur une valeur inférieure ou égale à un nombre x , pour toute valeur x . Cette fonction est définie comme suit :

$$F_X(x) = P(X \leq x), \text{ Pour } -\infty < x < +\infty \quad (3.1)$$

pour une variable aléatoire discrète, la fonction de distribution cumulative se détermine en additionnant toutes ses mesures de probabilité sur un espace d'échantillon donné. Alors, si la variable aléatoire est continue, ses mesures de probabilité peuvent également être décrites en termes de fonction de densité de probabilité (X), ou simplement PDF. Cette fonction peut être intégrée pour obtenir la probabilité que la variable aléatoire prend une valeur comprise dans un intervalle donné. Formellement, la PDF est la dérivée du CDF, exprimée par la relation suivante :

$$f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx} \quad (3.2)$$

Considérant les équations. (3.1) et (3.2), la probabilité qu'une variable aléatoire X soit dans l'intervalle $[x_1, x_2]$ peut être évalué comme suit :

$$\int_{x_1}^{x_2} f_X(x) dx = F(x_2) - F(x_1) = P(x_1 < X \leq x_2) \quad (3.3)$$

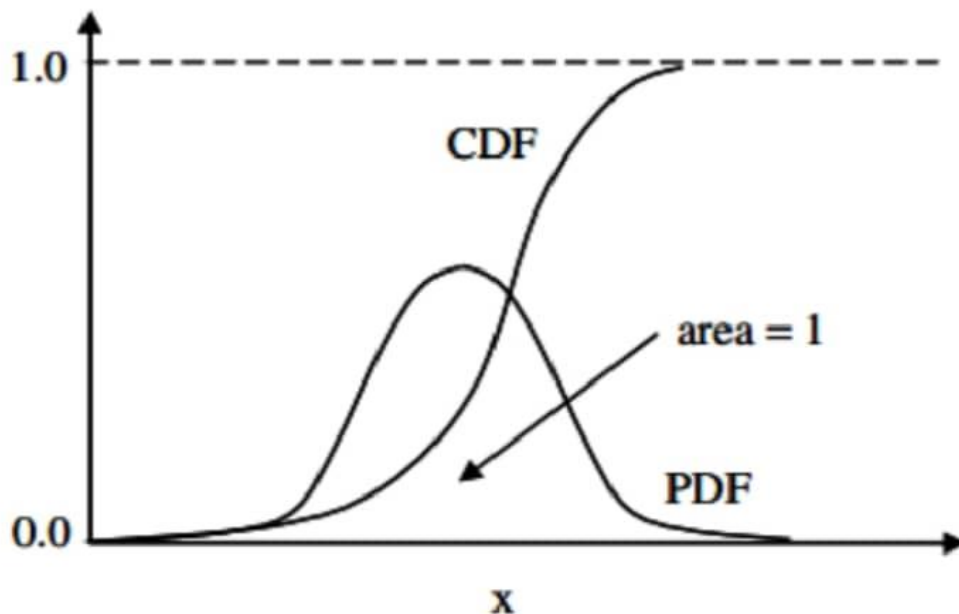


Figure 3- 1: CDF et PDF d'une variable aléatoire continue (Russelli, 2008).

La CDF doit être une fonction continue non décroissante avec des valeurs comprises dans l'intervalle $[0,1]$. En conséquence, la PDF est une fonction non négative pour toutes les valeurs x et la surface

totale sous cette fonction est toujours égale à l'unité. Les deux fonctions sont représentées sur la Figure 3.1 (Russelli, 2008).

3.2.2. La valeur moyenne :

La valeur moyenne d'une variable aléatoire, aussi défini comme valeur centrale ou attendue, est la somme de la probabilité de chaque résultat possible d'une expérience multipliée par sa valeur. Ainsi, elle représente la moyenne pondérée de toutes les données expérimentales disponibles de la variable en fonction de la fréquence d'occurrence correspondante. En général, si X est une variable aléatoire continue, telle que la cohésion effective d'un sol, et $f_X(X)$ est sa fonction de densité de probabilité, alors sa valeur moyenne est donnée par :

$$\mu_X = \int_{-\infty}^{+\infty} X f_X(X) dx \quad (3.4)$$

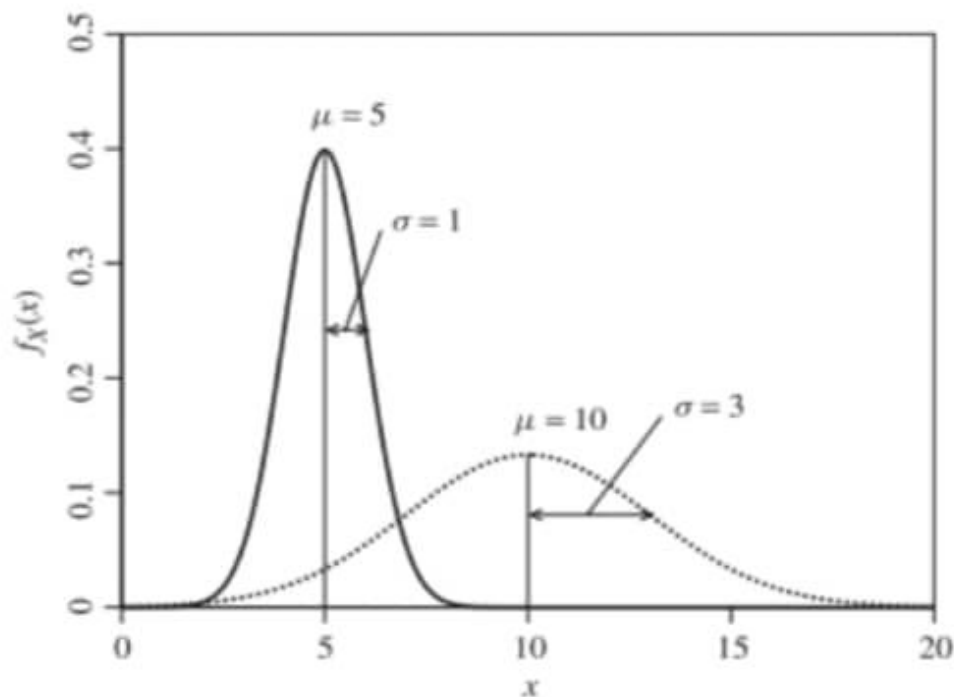


Figure 3- 2: Exemple de la valeur moyenne μ et l'écart type σ de deux distributions différentes, d'après Fenton et Griffiths (2008).

La valeur moyenne est également appelée le premier moment central, ou le centre de gravité d'une fonction de densité de probabilité (Figure 3.2), qui peut être (avec la variance) la seule information pratiquement disponible sur les données de sol.

3.2.3. La variance et l'écart type :

En plus de la valeur moyenne, une autre caractéristique importante d'une variable aléatoire est sa mesure de dispersion ou de variance, également appelée deuxième moment central, ou moment

d'inertie de la variable. Cette quantité indique la mesure de la dispersion des valeurs de la variable aléatoire autour de la valeur moyenne. Pour une variable aléatoire continue X avec une fonction de densité de probabilité ($f_x(X)$) et en utilisant l'éq. (3.4), la variance est donnée par :

$$\text{Var}(X) = \sigma_X^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (X - \mu_x)^2 f_x(X) d_x \quad (3.5)$$

Une mesure plus compréhensible de la dispersion est l'écart type σ donné par la racine carrée de la variance, c'est-à-dire :

$$\sigma_x = \sqrt{\text{Var}(X)} \quad (3.6)$$

Cette mesure donne sous une forme standard une indication des écarts possibles par rapport à la valeur moyenne (Figure 3.2) d'après Fenton et Griffiths (2008).

3.2.4. Le coefficient de variation :

Comme il est difficile de spécifier si la dispersion d'une variable est grande ou petite uniquement sur la base de l'écart type, il est plus pratique d'utiliser le coefficient de variation, ou brièvement COV. Ce coefficient non dimensionnel indique si la dispersion par rapport à la valeur centrale d'une certaine variable aléatoire est grande ou petite. Il est défini comme le rapport de l'écart type sur la valeur moyenne de la variable aléatoire :

$$COV_x = \frac{\sigma_x}{\mu_x} \quad (3.7)$$

3.2.5. L'asymétrie :

Un autre descripteur utile d'une variable aléatoire est l'asymétrie ou troisième moment central. C'est une mesure du degré d'asymétrie de la fonction de densité de probabilité ($f_x(X)$) d'une variable aléatoire X . Elle est définie comme :

$$\text{Skew}(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (X - \mu_x)^3 f_x(X) dx \quad (3.8)$$

Pour les fonctions de densité de probabilité continue bien connues, telles que la distribution gaussienne, des formules sont disponibles dans la littérature pour évaluer directement l'asymétrie, sans résoudre l'intégrale (3.8).

3.2.6. La covariance et le coefficient de corrélation :

La covariance est une mesure du degré de dépendance linéaire entre deux variables aléatoires ou plus. Considérant les variables aléatoires continues X et Y , la covariance est définie comme :

$$\text{COV}(X,Y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_x)(y - \mu_y) f_{xy}(x,y) \quad (3.9)$$

Lorsque les variables X et Y sont statistiquement indépendants, la covariance sera égale à zéro. Au lieu de la covariance, il est préférable d'utiliser la covariance normalisée ou le coefficient de corrélation, qui est donné par :

$$\rho_{XY} = \frac{\text{COV}(X,Y)}{\sigma_x \sigma_y}, \quad -1 \leq \rho_{XY} \leq 1 \quad (3.10)$$

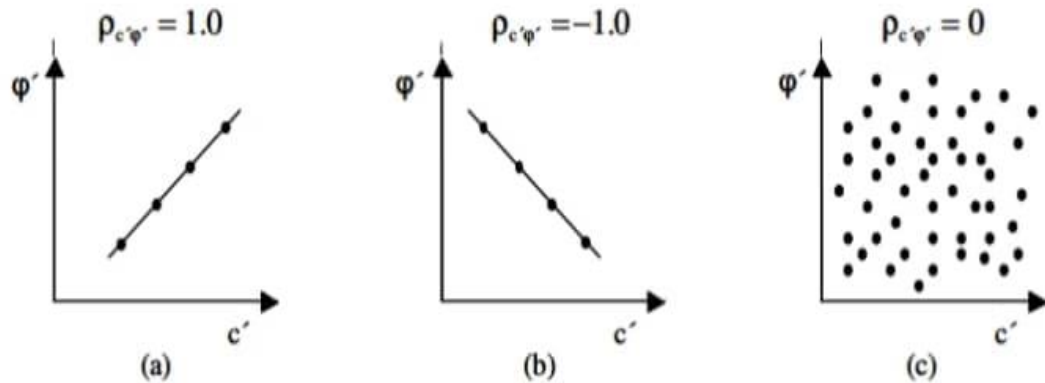


Figure 3- 3: Exemples de corrélation entre les propriétés de sol (a) parfaitement corrélé positivement, (b) parfaitement corrélé négativement (c) non corrélé.

Lorsque le coefficient de corrélation est égal à ± 1 , il existe une relation linéaire parfaitement positive, respectivement négative, entre les variables X et Y, comme le montrent les Figures 3.3 (a) et 3.3 (b) pour La cohésion et l'angle de frottement effectif. Cependant, lorsqu'il est nul, X et Y ne sont pas corrélés, comme sur la Figure 3.3 (c).

3.3. Distribution de probabilité continue utile des variables aléatoires :

Ces distributions continues sont appliquées lorsque les variables aléatoires peuvent prendre n'importe quelle valeur dans une plage, telle que la distribution normale et la distribution log-normale.

3.3.1. La distribution normale et la distribution normale standard :

La distribution gaussienne normale est la distribution de probabilité la plus fréquemment utilisée en raison de sa symétrie et de sa simplicité mathématique.

Une variable aléatoire X a une distribution gaussienne normale avec une moyenne μ_x et un écart type σ_x si sa fonction de densité de probabilité $f_x(X)$ est donnée par :

$$f_x(X) = N(\mu_x, \sigma_x^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{X - \mu_x}{\sigma_x} \right)^2 \right] \quad (3.11)$$

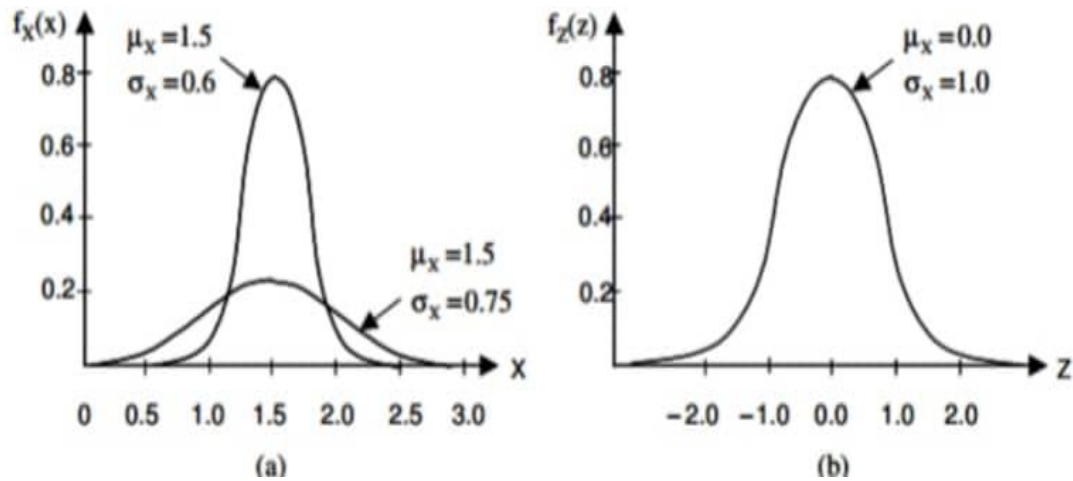


Figure 3- 4 : Fonctions de distribution des probabilités (a) distribution Normal (b) distribution Lognormal d'après Russelli (2008).

Sur la Figure 3.4(a), la fonction de densité de la distribution normale est donnée pour deux ensembles de valeurs de paramètres. On peut constater que, en maintenant la valeur moyenne μ_X constante, l'écart type σ_X régit l'étalement des courbes.

Pour simplifier les calculs avec l'Eq (3.11), une distribution normale arbitraire peut être convertie en une distribution normale standard, représentée sur la Figure 3.4 (b), en transformant la variable normale X en la variable normale standard Z , comme décrit ci-dessous.

$$Z = \frac{X - \mu_X}{\sigma_X} \quad (3.12)$$

où Z a la moyenne 0 et l'écart type 1, c'est-à-dire $N(0,1)$. Sa fonction de densité de probabilité correspondante est donnée par :

$$\phi_Z(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{Z^2}{2}\right), -\infty < Z < \infty \quad (3.13)$$

Les probabilités associées à la distribution $\phi_Z(Z)$ sont largement répertoriées dans la littérature et sont facilement disponibles dans les bibliothèques de logiciels de la plupart des systèmes informatiques.

Du point de vue géotechnique, la distribution gaussienne autorise des valeurs négatives des propriétés du sol, qui sont physiquement irréalistes. Pour cette raison, cette distribution ne pourrait être au mieux qu'une approximation rugueuse.

3.3.2. Les distributions décalées et log-normales standards :

Une variable aléatoire X a une distribution log-normale si son logarithme naturel $Y = \ln(X)$ a une distribution normale. La distribution log-normale de la variable aléatoire X peut être spécifiée par sa moyenne μ_X son écart type σ_X et son coefficient d'asymétrie ν_X . Alternativement, il peut être spécifié par la valeur moyenne $\mu_{\ln(X)}$ et l'écart type $\sigma_{\ln(X)}$ de la variable normale $\ln(X)$. La formule générale de la fonction de densité de probabilité de la distribution log-normale décalée, également définie comme la distribution log-normale à trois paramètres, est donnée par :

$$f_X = \frac{1}{\sqrt{2\pi(x-x_0)\sigma_{\ln(x)}}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \left[\frac{\ln(x-x_0) - \mu_{\ln(x)}}{\sigma_{\ln(x)}} \right]^2\right\}, \quad x_0 < X < +\infty \quad (3.14)$$

où x_0 est l'emplacement ou le paramètre de décalage de la variable aléatoire X .

Lorsque ce paramètre est égal à zéro, on retourne à la distribution log-normale standard, appelée alors distribution à deux paramètres, log-normale.

En utilisant la distribution log-normale décalée, il est possible de faire correspondre non seulement la valeur moyenne et l'écart type d'une certaine population de données, comme le fait la fonction log-normale standard, mais également le coefficient d'asymétrie.

Cela permet un plus ajustement réaliste des données. Ceci est possible en utilisant les équations suivantes, qui permettent la transformation de la variable aléatoire lognormale X en la variable normale standard $Y = \ln(X)$:

$$\mu_{\ln(x)} = \ln(\mu_X - x_0) - \frac{1}{2} \ln\left[1 + \frac{\sigma_X^2}{\mu_X - x_0}\right] \quad (3.15)$$

$$\sigma_{\ln(x)} = \sqrt{\ln\left[1 + \left(\frac{\sigma_X}{\mu_X - x_0}\right)^2\right]} \quad (3.16)$$

$$\nu_X = 3 \frac{\sigma_X}{\mu_X - x_0} + \left(\frac{\sigma_X}{\mu_X - x_0}\right)^3 \quad (3.17)$$

Tout d'abord, l'Eq. (3.17), qui est un polynôme du troisième degré, devrait être résolu numériquement pour obtenir l'estimation requise du paramètre d'emplacement x_0 . Lorsque le coefficient d'asymétrie ν_X est nul, alors l'Eq. (3.17) ne converge pas vers une solution.

Une fois que x_0 est connu, les deux paramètres $\mu_{\ln(x)}$ et $\sigma_{\ln(x)}$ sont facilement trouvés en utilisant Eqs. (3.15) et (3.16).

La Figure 3.5 montre un exemple de la fonction log-normale décalée et de sa transformation à la distribution normale standard. La distribution log-normale est généralement acceptée pour modéliser

raisonnablement de nombreuses propriétés du sol, car elle est strictement non négative. On peut conclure que la distribution log-normale pourrait bien représenter la distribution naturelle de nombreuses propriétés du sol variant dans l'espace.

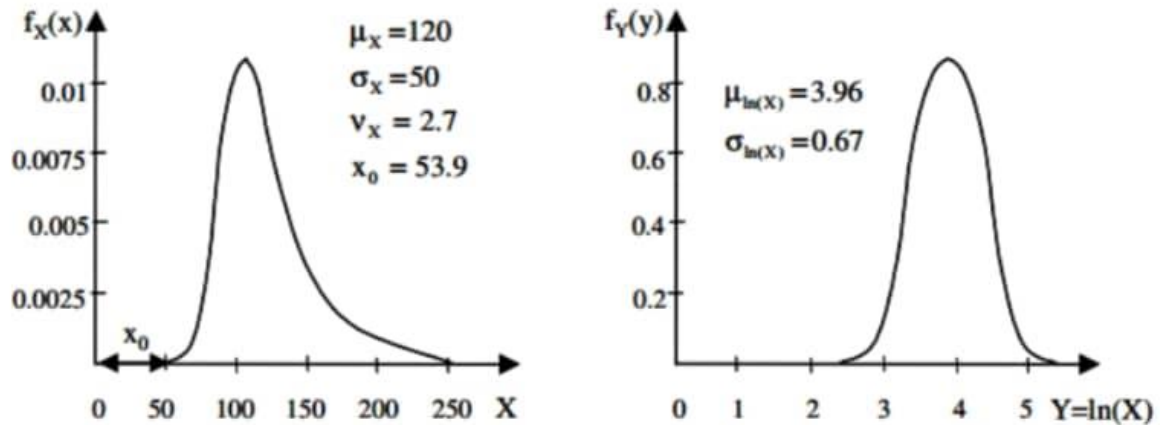


Figure 3- 5: Fonction log-normale décalée et sa transformation à la distribution normale standard d'après Russelli (2008).

3.4. Les incertitudes en géotechnique et la théorie des champs aléatoires :

3.4.1. Sources d'incertitudes liées aux paramètres du sol :

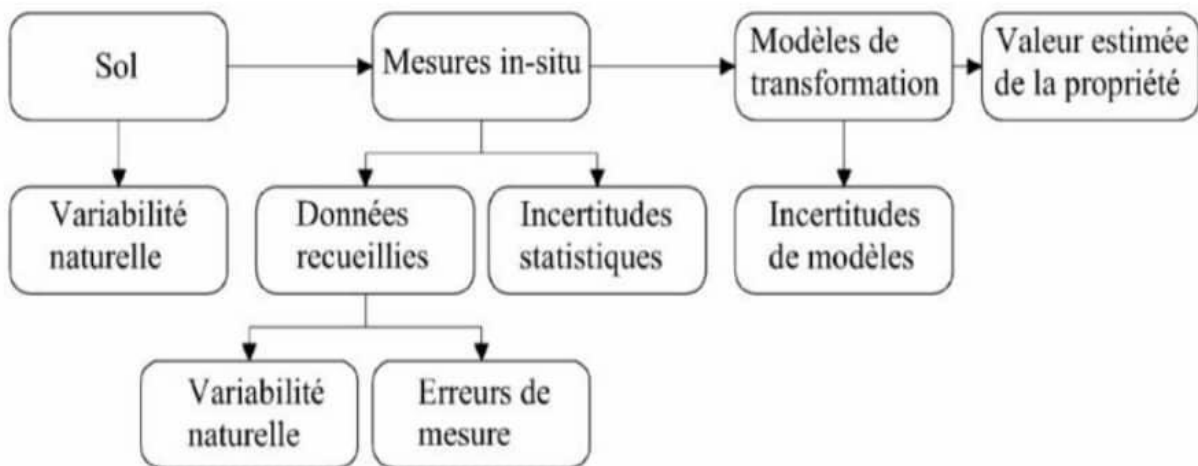


Figure 3- 6: Incertitude dans les estimations des propriétés du sol (Kulhawy 1992)

La variabilité géotechnique résulte de différentes sources d'incertitudes. La figure 3.6 expose les principales sources :

- **La variabilité inhérente** : résulte principalement des processus géologiques naturels qui ont créé des couches de sol in situ.
- **L'erreur de mesure** : est causée par l'échantillonnage et les tests en laboratoire. Cette erreur est accrue par l'incertitude statistique résultant d'une quantité limitée d'informations.

- **L'incertitude du modèle :** est introduite lorsque les mesures sur le terrain ou en laboratoire sont transformées en paramètres d'entrée pour des modèles de conception impliquant des simplifications et des idéalizations.

3.4.2. Variabilité spatiale des propriétés du sol :

Le sol est un matériau compliqué qui a été formé par une combinaison des différents processus géologique, environnemental, physique et chimique. Beaucoup de ces processus sont en continuation et peut modifier le sol in situ. A cause de ces processus naturels, toutes les propriétés du sol in situ vont varier verticalement et horizontalement. Comme représenté sur la Figure 3.7, cette variabilité spatiale peut être écrite comme :

$$\xi(z) = t(z) + w(z) \quad (3.18)$$

Où :

$\xi(z)$: propriété du sol à une profondeur z .

$t(z)$: la fonction déterministe qui donne la valeur moyenne de la propriété du sol à z .

$w(z)$: le résiduelle (le composant de fluctuation) à z , qui représente la variabilité inhérente de sol et qui peut être défini comme un champ aléatoire homogène (Vanmarcke, 1983).

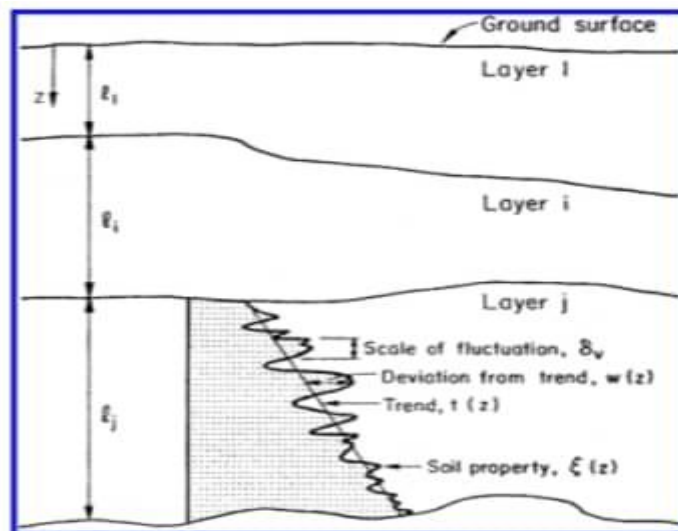


Figure 3- 7: Variabilité spatiale inhérente du sol, d'après Phoon et Kulhawy (1999.a).

3.4.3. La théorie des champs aléatoires :

Une importante caractéristique de la variabilité inhérente des propriétés du sol est la structure de corrélation, c'est-à-dire, les propriétés ne varient pas aléatoirement dans l'espace, mais présentent une

certaine cohérence (similarité des propriétés) entre deux points dans l'espace, alors, $w(z)$ décrit un ensemble des variables aléatoires corrélées. Une méthode rationnelle pour prendre en compte de la variabilité inhérente est de modéliser $w(z)$ comme un champ aléatoire homogène (Vanmarcke, 1983). Les caractéristiques aléatoires de la variabilité spatiale du sol sont présentées par Popescu et al. (1997) en utilisant les champs aléatoires avec les éléments suivants :

- **La valeur moyenne** : Cela peut suivre une tendance (comme une croissance uniforme de la résistance au cisaillement du sol avec la profondeur).
- **La variance** : Cela représente le degré de dispersion des fluctuations autour de la valeur moyenne.
- **La structure de corrélation** : Représente la similarité entre les fluctuations mesurées à deux points. Un degré de cohérence entre les fluctuations peut être observé, cette cohérence devient plus remarquable quand les points mesurés devient plus proches. La cohérence entre les valeurs de chaque propriété dans des locations différentes peut être décrite par une fonction d'auto-corrélation. Le paramètre principal de fonction d'autocorrélation est la distance de corrélation (ou l'échelle de fluctuation), c'est une longueur sur laquelle une cohérence significative est maintenue.
- **La distribution de probabilité** : La première étape pour l'application de la théorie des champs aléatoires est la sélection de la distribution de probabilité. Cependant l'existence de plusieurs distributions, la distribution log-normal est généralement utilisée pour modéliser les propriétés du sol. La distribution log-normal offre l'avantage de simplicité dont elle est obtenue par une transformation non-linéaire simple de la distribution classique Gaussienne, ainsi, la distribution log-normal garantie que la variable aléatoire est toujours positive.

3.4.4. Les caractéristiques probabilistes de la variabilité spatiale des propriétés de sol :

Après une analyse extensive, Phoon et Kulhawy (1999.a) ont présenté des valeurs approximatives pour les coefficients de variation Cov et les longueurs de corrélations θ , pour les différents paramètres du sol, comme la cohésion non drainée du sol C_u , ils ont trouvé un intervalle typique de COV_{C_u} qui varie entre 10% et 55% provenant de variabilité spatiale inhérente du sol. Cet intervalle est obtenu d'après une étude extensive des données à partir de 'Cone pénétration tests' (CPT), 'Vane shear tests' (VST) et des essais en laboratoire ('unconfined compression tests' (UC), 'Unconsolidated-undrained triaxial compression

tests' (UU) et 'consolidated isotropic undrained triaxial compression tests' (CIUC)). La Figure (3.8) montre les valeurs de COV_{C_u} à partir des essais effectués en laboratoire.

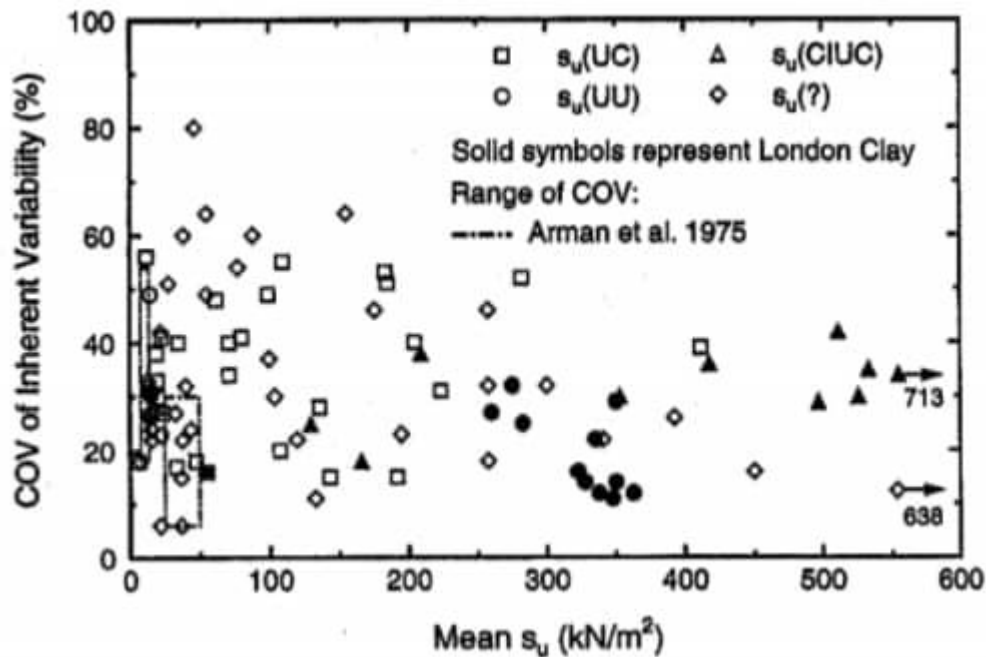


Figure 3- 8 : Variation du coefficient de variation de la cohésion non drainé COV_{cu} avec sa valeur moyenne μC_u d'après Phoon et Kulhawy (1999.a).

Les intervalles de longueurs de corrélation pour les cohésions non drainées ont été aussi estimés à partir des essais en laboratoire et des essais in situ (Phoon et Kulhawy, 1999a). Dans la direction verticale les valeurs de θ_v sont entre 0.5m et 6 m (généralement entre 1m et 2m) et dans la direction horizontale les valeurs de θ_h sont entre 40m et 60m. Ce résultat est logique parce que les propriétés de sol sont plus variables dans le sens vertical en comparant avec le sens horizontal.

3.5. Les méthodes probabilistes de la capacité portante d'une fondation superficielle :

Griffiths et al. (2002) ont effectué une étude probabiliste sur la capacité portante des fondations filantes rigides rugueuses reposant sur un sol cohérent non pesant, pour évaluer l'influence de la distribution aléatoire de la résistance au cisaillement non drainé en utilisant une analyse non linéaire par éléments finis combinée avec la théorie des champs aléatoires en collaboration avec la méthode de Monte Carlo (méthode RFEM).

Dans l'étude paramétrique, la cohésion moyenne est maintenue constante tandis que le coefficient de variation et la longueur de corrélation spatiale de la cohésion sont variés. Les résultats sont présentés dans un contexte probabiliste pour déterminer la probabilité de rupture, aussi une comparaison entre les conditions des fondations rugueuses et lisses est également faite.

La variation de la cohésion non drainée est caractérisée par une distribution log-normal et le champ aléatoire est généré par la méthode de subdivision moyenne locale (local average subdivision method). Aussi, une fonction Markovienne isotopique de corrélation spatiale est utilisée :

$$\rho(\tau) = \exp\left\{-\frac{2|\tau|}{\theta_{ln cu}}\right\} \quad (3.18)$$

La longueur de corrélation spatiale verticale est supposée égale à la longueur de corrélation spatiale horizontale. L'analyse de la capacité portante est effectuée par la méthode des éléments finis en utilisant le critère élastique parfaitement plastique de Tresca. Un maillage uniforme avec des éléments carrés (Figure 3.9) est utilisé pour simplifier la génération des champs aléatoires et la désignation de la valeur de la cohésion de chaque élément.

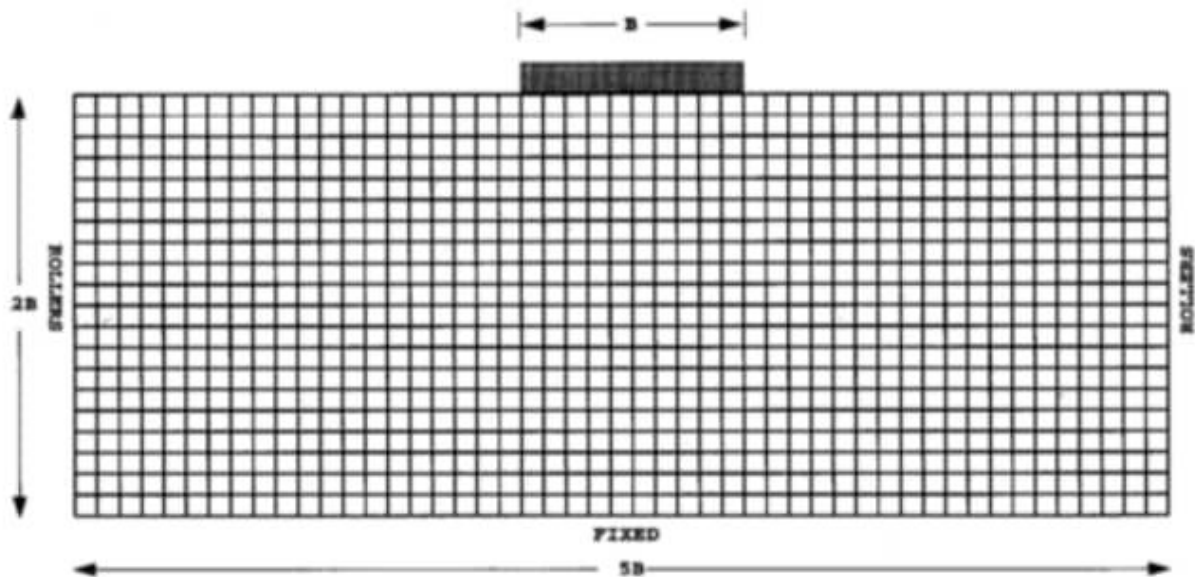


Figure 3- 9: Maillage utilisé pour l'analyse probabiliste, d'après Griffiths et al. (2002).

La capacité portante N_{ci} est normalisée par la cohésion non drainée pour donner un facteur de capacité portante N_{ci} où :

$$N_{ci} = \frac{q_{fi}}{\mu_{cu}}, i=1, 2, \dots, 1000 \quad (3.10)$$

Où, i est le nombre de la simulation du champ aléatoire.

Ils ont trouvé que la capacité portante moyenne μ_{qf} d'une fondation sur un sol spatialement variable est toujours inférieure à la capacité portante déterministe f_{fd} d'une fondation sur un sol uniforme.

La réduction de la capacité portante moyenne par rapport à la capacité portante déterministe est plus élevée pour les grandes valeurs cov_{cu} et les valeurs de la longueur de corrélation spatiale θ_{cu} qui

sont de l'ordre de la largeur de la fondation, la réduction maximale est trouvée quand $\theta_{cu} = 0.5$ (Figure 3.10).

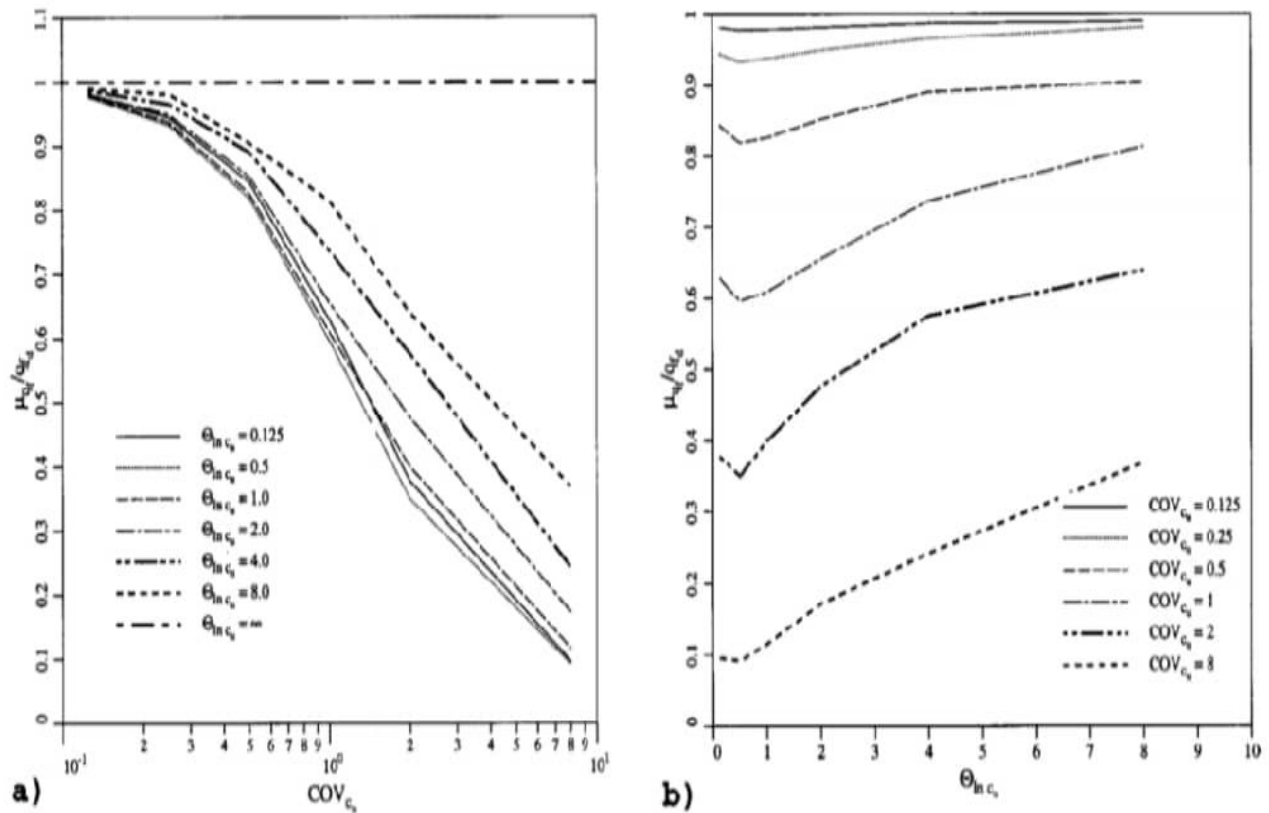


Figure 3- 10 : Capacité portante moyenne estimée en fonction de : a) COV_{c_q} et b) $\theta_{\ln c_q}$ d'après Griffiths et al. (2002)

Abdel Massih et Soubra (2010) ont étudié la capacité portante d'une fondation filante soumise à un chargement verticale centré en considérant la variabilité spatiale de la cohésion et l'angle de frottement de sol. Le code FLAC 3D est utilisé pour modéliser le problème déterministe élastoplastique, la cohésion et l'angle de frottement sont modélisés comme des champs aléatoires, où la cohésion suit une loi log-normale avec une valeur moyenne de $\mu_c = 20$ kPa et un coefficient de variation $10\% \leq cov_c \leq 40\%$ et l'angle de frottement suit une loi beta avec une valeur moyenne $\mu_\phi = 30^\circ$ et $5\% \leq cov_\phi \leq 15\%$. Les distances de corrélation sont considérées égales à $\theta_x = \theta_y = 2m$.

La Figure (2.11) montre la courbe charge-déplacement de toutes les simulations Monte Carlo ainsi que la courbe moyenne. Les auteurs ont remarqué que la valeur moyenne de la charge ultime (2143,5 kPa) est inférieure à la valeur déterministe (2386 kPa) obtenues pour un sol homogène dont les propriétés de sol sont constantes est égales aux valeurs moyennes.

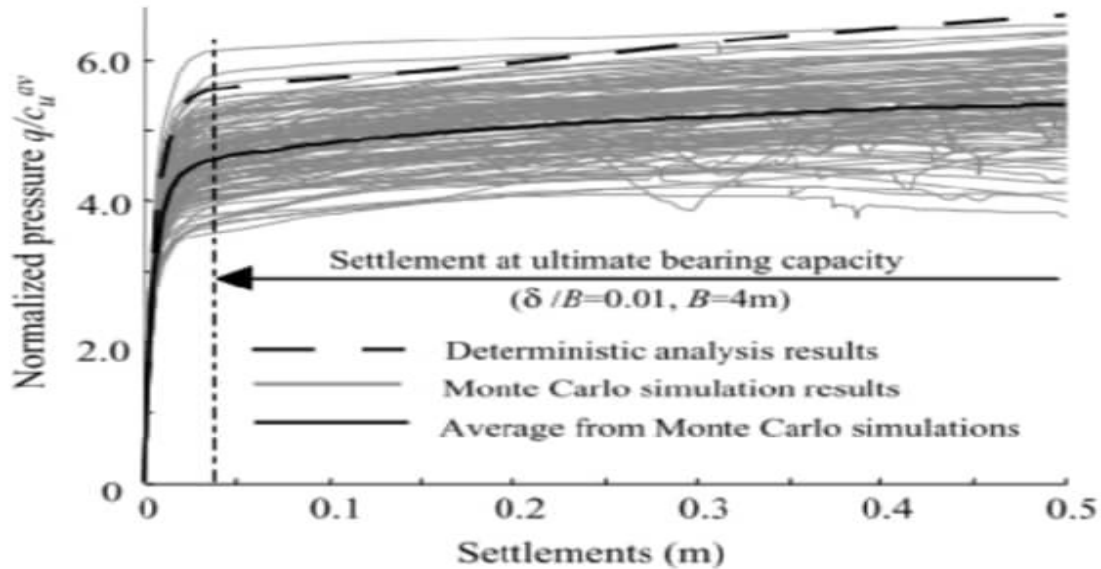


Figure 3- 11: Effort charge-déplacement des simulations Monte Carlo (Abdel Massih et Soubra, 2010)

La Figure 3.12 montre que la moyenne de la charge ultime diminue puis augmente avec l'augmentation de la longueur d'autocorrélation avec un cas critique qui existe quand la distance d'autocorrélation est égale à la largeur de la fondation ce cas correspond à la plus petite moyenne de la charge ultime. Aussi, les auteurs ont remarqué que la valeur moyenne de la capacité portante augmente avec la diminution des coefficients de variation des paramètres de cisaillement du sol, elle tend vers la valeur déterministe pour des petits coefficients de variation et de grandes distances d'autocorrélation.

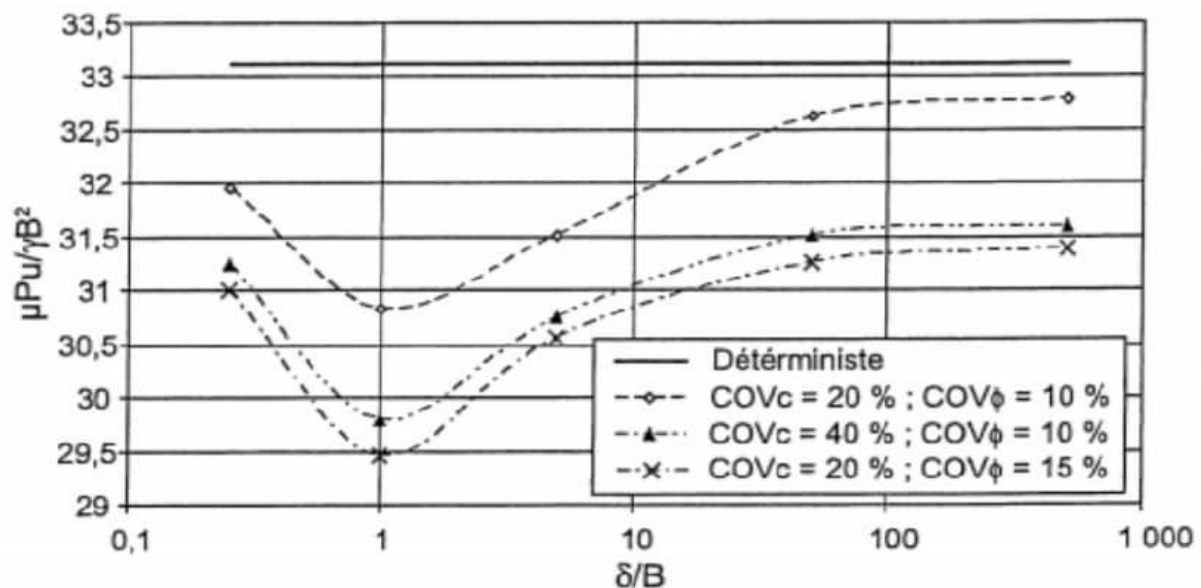


Figure 3- 12: Moyenne de la charge ultime en fonction des distances d'autocorrélation

Puła et Zaskórski (2015) ont examiné la distribution de probabilité de la capacité portante pour une fondation superficielle encastrée dans un sol pulvérulent en utilisant la méthode des éléments finis aléatoire. Le résultat final de l'analyse numérique est une évaluation de la distribution de probabilité qui correspond à la capacité portante pour les différentes largeurs et profondeurs de la fondation. L'analyse de la capacité portante utilise une loi élastique parfaitement plastique avec un critère de rupture de Mohr- Coulomb. La redistribution plastique des contraintes a été réalisée en utilisant un algorithme viscoplastique en utilisant le code RBEAR2D. La Figure (3.13) présente la géométrie de la fondation étudiée et le maillage utilisé.

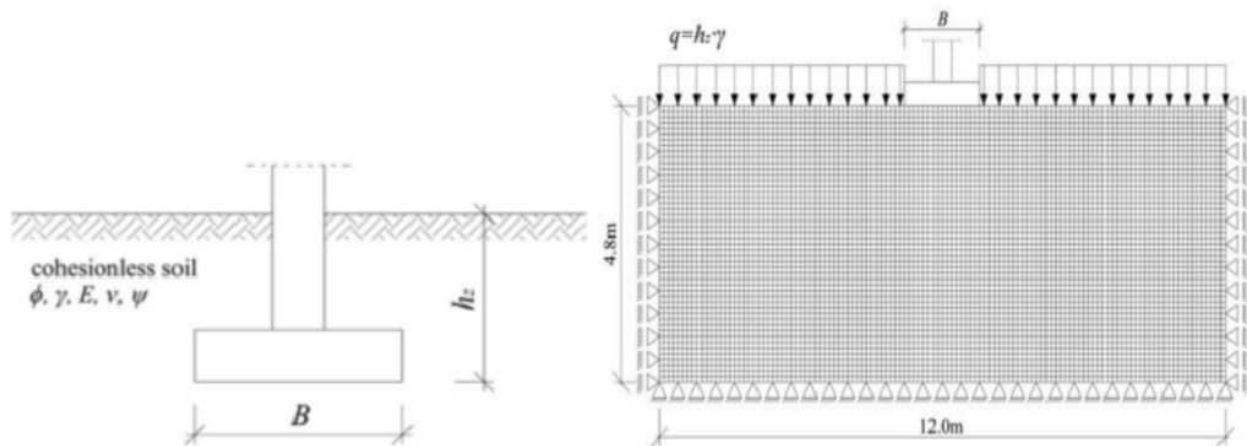


Figure 3- 13: Géométrie de problème et maillage utilisé (Puła et Zaskórski, 2015)

Dans la première étape, trois champs aléatoires, ce qui correspond à l'angle de frottement, le module de Young et coefficient de Poisson, ont été considérées. L'analyse de sensibilité concernant la contribution du caractère aléatoire de chacune de ces propriétés sur la capacité portante aléatoire d'une fondation a été réalisée. Cette étude a démontré que les champs aléatoires de E et ν peuvent être remplacés par des paramètres constants non aléatoires. Par conséquent, seul l'angle de frottement a été décrit par un champ aléatoire. Les calculs effectués par la méthode RFEM ont montré que, malgré de faibles fluctuations aléatoires dans l'angle de frottement, le coefficient de variation de la capacité portante est deux fois plus grand que celui de l'angle de frottement. Ce résultat est dû à la non-linéarité physique du problème à étudier, et illustre l'importance d'intégrer une approche probabiliste à l'évaluation de capacité portante des fondations.

La simulation numérique réalisée par Puła et Zaskórski (2015) a démontré que la distribution de Weibull fournit la meilleure solution pour la distribution de probabilité de la capacité portante du sol pulvérulent (Figure 3.14).

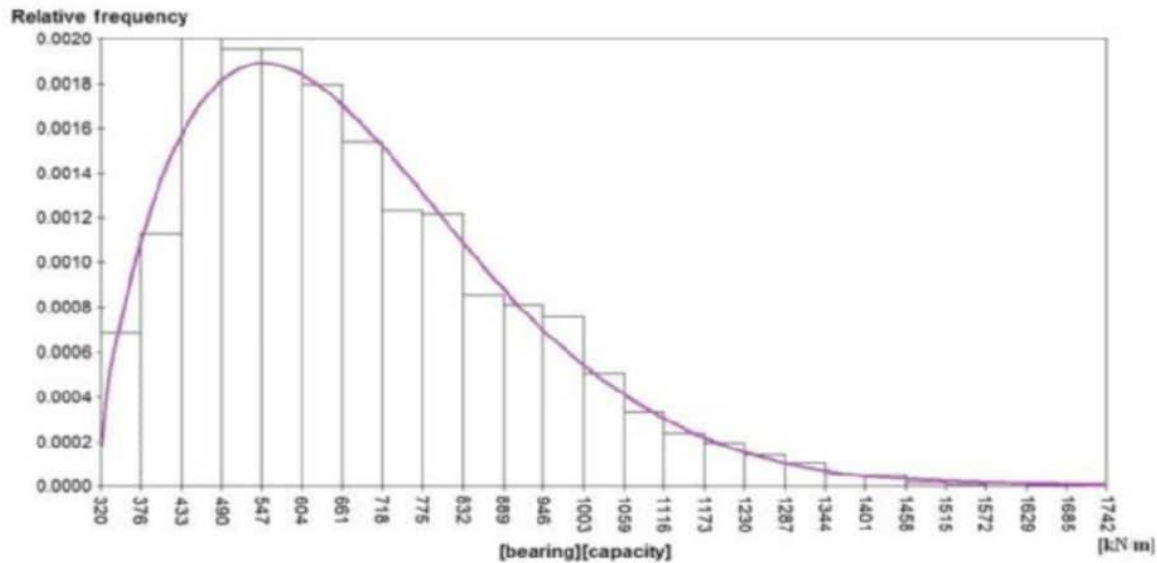


Figure 3- 14 : Distribution de Weibull pour la PDF de la capacité portante, pour $B = 1.6\text{m}$ et $h_z = 1.0\text{m}$ (Puła et Zaskórski, 2015).

Jędrzej Dobrzański et Marek Kawa(2021) ont travaillé sur la capacité de charge d'un ruban excentrique sur une surface cohésive spatialement variable.

Ils ont supposé que le champ aléatoire de cohésion considéré est décrit par une distribution de probabilité normale avec une moyenne $\mu_c = 20 \text{ kPa}$ et un écart-type $\sigma_c = 2 \text{ kPa}$. Pour les paramètres mécaniques positifs (tels que la cohésion), la distribution normale, en raison de sa capacité à prendre des valeurs négatives, ne peut être assumée que pour des valeurs relativement faibles de la CoV de la quantité modélisée $\delta_c = \sigma_c / \mu_c$ (cf. Kawa et al., 2019), c'est-à-dire pas plus de 10 %-20 %. La valeur de 10 % a été supposée ici pour cette raison. Cette valeur, bien que mentionnée dans la littérature, est associée à une variabilité relativement faible de la cohésion dans le sol (selon les travaux de Phoon et Kulhawy, 1999, les valeurs typiques de CoV pour la cohésion se situent dans une fourchette de 10 % à 50 %).

Lors des calculs, six positions de la force verticale P agissant sur la fondation ont été considérées, l'une au point central de la fondation et les cinq autres excentriques à la fondation avec des valeurs d'excentricité de 0,1 à 0,5 m avec un intervalle de 0,1 m (voir Fig3.15). Les calculs de capacité portante ont été effectués en fonction du déplacement ; la condition limite pour le déplacement vertical a été appliquée au nœud inférieur de la fondation dans la position correspondant à l'emplacement de la charge, et le déplacement du nœud (vers le sol) a augmenté de 0 à 5 cm.

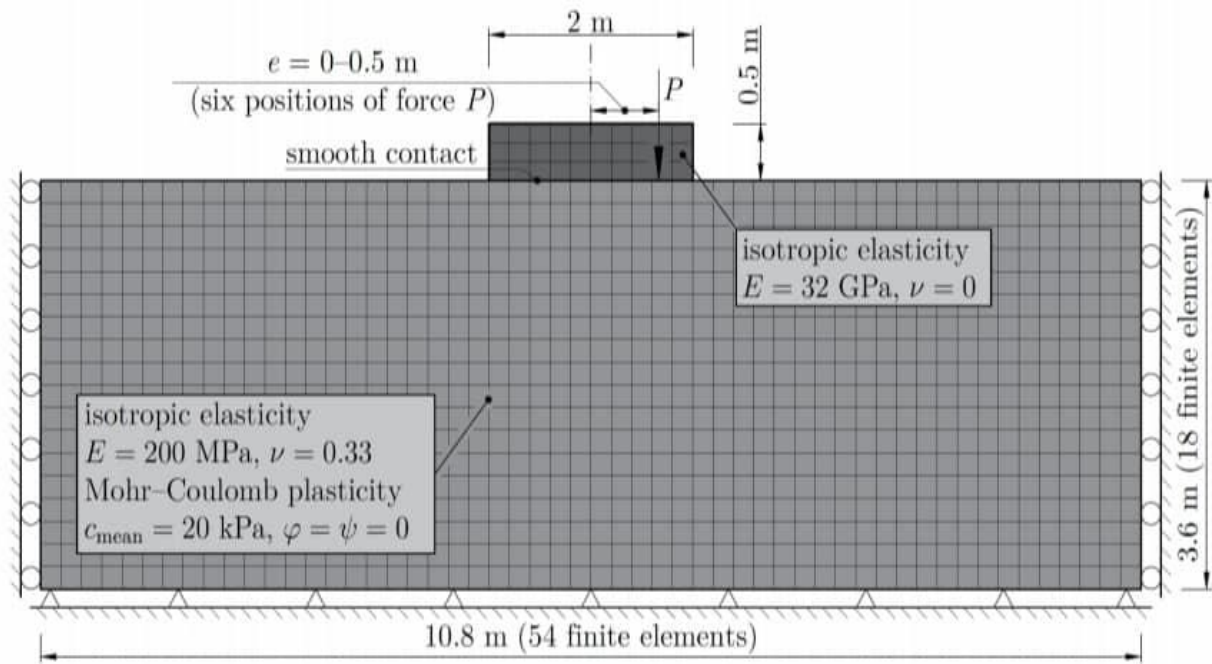


Figure 3- 15: Géométrie de problème et maillage utilisé (Jędrzej et Marek (2021))

Avant d'exécuter les simulations de Monte Carlo (MCS), quelques calculs déterministes préliminaires ont été effectués pour toutes les valeurs d'excentricité considérées. Dans ces calculs, une valeur de cohésion constante égale à la valeur moyenne $\mu c = 20$ kPa a été supposée pour tous les éléments de modélisation du sol. Les résultats obtenus sous la forme d'une fonction de la valeur de réaction dans le nœud déplacé par rapport à la valeur de déplacement sont présentés dans la figure (3.16) Les capacités portantes Q (valeurs maximales de P) obtenues sur sont également indiquées sur la figure.

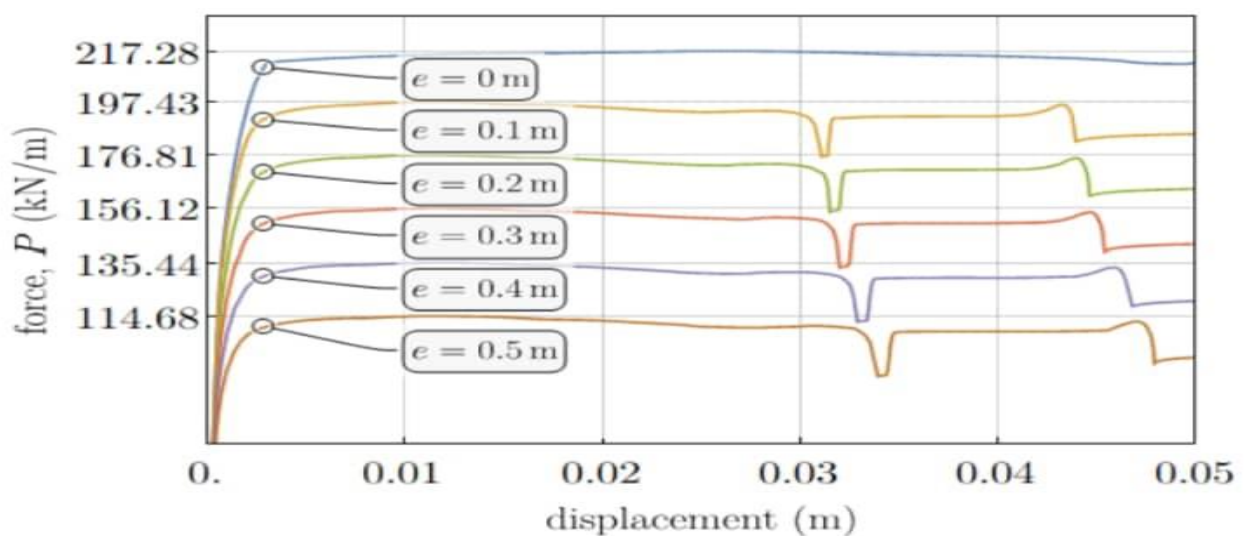


Figure 3- 16: Réaction dans les nœuds déplacés obtenue dans les calculs déterministes. Les valeurs maximales sont indiquées sur l'axe vertical.

3.6. Conclusion :

Ce chapitre présente une synthèse bibliographique des méthodes probabilistes de calcul de la capacité portante et les incertitudes en géotechnique et la théorie des champs aléatoires.

Les méthodes fiabilistes, basées sur la théorie des probabilités, permettent de prendre en compte les incertitudes et de calculer précisément la fiabilité d'un système. Elles s'opposent aux approches déterministes utilisant des coefficients de sécurité qui manquent de généralité. Ces méthodes se distinguent par leur approche, leur complexité, et leur utilité pour différents types de structures et de problèmes de fiabilité.

La capacité portante moyenne trouvée par la méthode probabiliste est toujours inférieure à la portance déterministe. La capacité portante moyenne diminue quand cov_{cu} augmente, également elle est affectée par la longueur de corrélation spatiale θ où elle diminue le maximum quand θ est presque égale à la largeur de la fondation.

Chapitre 04 : Présentation d'OptumG2 et l'étude probabiliste numérique d'une fondation filante sur un sol purement cohérent

4.1. Introduction :

La géotechnique fait appel à une variété de méthodes numériques, adaptées aux caractéristiques spécifiques des terrains, qu'il s'agisse de sols ou de roches. Dans ce chapitre on va aborder la simulation numérique de la capacité portante d'une fondation filante qui repose sur un sol purement cohérent spatialement variable en utilisant la méthode probabiliste. Le code de calcul OptumG2 est utilisé pour les analyses numériques, ce code permet de simuler la variabilité spatiale du sol en se basant sur le concept des champs aléatoires.

Dans ce chapitre, on va tout d'abord présenter le logiciel OptumG2, son fonctionnement ainsi que ses principales propriétés. Cette présentation est complétée par une modélisation numérique illustrant son utilisation.

La modélisation numérique dans ce chapitre est basée au changement des valeurs de COV C_u et les valeurs de θ_x , θ_y en utilisant la méthode probabiliste pour avoir l'influence de ces paramètres stochastiques sur la capacité portante de la fondation, et par la suite faire une comparaison entre la méthode déterministe et la méthode probabiliste.

4.2. Présentation du logiciel OptumG2 :

Dans ce chapitre, l'approche probabiliste au moyen du logiciel OptumG2 a été appliquée pour la modélisation numérique des interactions sol-fondation. OptumG2 est un logiciel d'éléments finis développé particulièrement pour l'analyse des déformations et de la stabilité géotechnique, quelle que soit la complexité du modèle traité. Il est appuyé sur de nouveaux algorithmes numériques avancés. Les deux caractéristiques les plus importantes qui distinguent ce programme sont, premièrement et avant tout, l'analyse probabiliste qui vise à déterminer les distributions de probabilité pour les résultats plutôt qu'une valeur spécifique, et deuxièmement, l'analyse limite qui permet de déterminer les solutions des bornes supérieures et inférieures des charges d'effondrement.

Selon OptumG2 (2023), nous allons citer ci-dessous quelques notions sur les contraintes et les déformations, l'analyse limite et quelques types de matériaux existant dans OptumG2. Les principaux résultats d'analyse obtenus sont liés aux types d'analyse utilisés par l'utilisateur. Le tableau 4.1 indique le type d'analyse utilisé et les résultats correspondants obtenus.

Tableau 4-1 : Les types d'analyses utilisé et les résultats correspondants

Type d'analyse	Résultat correspondant
Analyse limite	Capacité portant
Analyse élastoplastique	Déplacement
Analyse de réduction de résistance	Facteur de réduction de résistance

4.2.1. Théorie de plasticité :

4.2.1.1. Contrainte et rupture :

Le principe clé de l'hypothèse de plasticité est qu'il y a un point après lequel la condition de contrainte n'existe pas. Cette limite est définie par la fonction de rupture $F(\sigma)$ où $F(\sigma) \leq 0$ définit le domaine de contrainte admissible, et $F(\sigma) = 0$ définit la surface de rupture (Figure 4.1). La surface de rupture peut être ouverte ou fermée mais elle est toujours convexe.

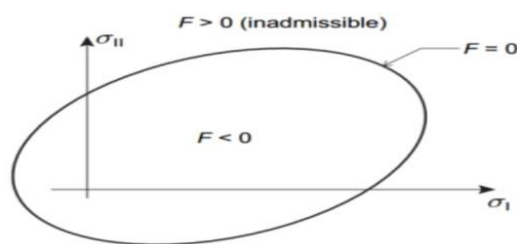


Figure 4- 1:Surface de rupture

4.2.1.2. Déformation et écoulement :

La théorie de plasticité classique travaille avec le postulat de décomposition additive des déformations totales en deux parties élastique et plastique :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p \quad (4.1)$$

Où $\boldsymbol{\varepsilon}$ sont les déformations totales, $\boldsymbol{\varepsilon}^e$ sont les déformations élastiques et $\boldsymbol{\varepsilon}^p$ sont les déformations plastiques.

Les déformations élastiques sont reliées aux contraintes avec une relation de type :

$$\boldsymbol{\varepsilon}^e = \mathbb{C} \boldsymbol{\sigma} \quad (4.2)$$

Où $\mathbb{C}$ est un module de conformité élastique.

Le taux de changement en déformation plastique est généralement spécifié avec une règle d'écoulement de type :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial G}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (4.3)$$

Où $\dot{\lambda} \geq 0$ est un multiplicateur plastique et G est le potentiel d'écoulement. Tandis que la valeur de $\dot{\lambda}$ est inconnue, elle doit être d'une façon que les déformations plastiques ne se produisent qu'avec $F(\boldsymbol{\sigma}) = 0$, c'est-à-dire quand l'état de contrainte est à la rupture. Cela est garanti par la condition :

$$\dot{\lambda}(\boldsymbol{\sigma}) = 0 \quad (4.5)$$

Concernant le potentiel d'écoulement, en principe il y a aucune limite pour les formes de G mais de point de vue mathématique, il y a des avantages significatifs du choix $G = F$. La règle d'écoulement est alors associée au contraire du cas général non associée $G \neq F$. Aussi, en pratique, même si F et G ne sont pas identiques, G est généralement de même forme fonctionnelle que F mais contient un ensemble différent de paramètres

4.2.2. Analyse limite :

4.2.2.1. Solution complète :

Quelle est la magnitude minimale des tractions qui provoque l'effondrement ? Ou d'une manière différente, quelle est la magnitude maximale des tractions qui peut être soutenue sans que la structure ne s'effondre ? Ce sont les questions clés qui se posent lors de l'analyse limite d'un problème impliquant une structure en matière plastique rigide, soumise à un ensemble d'efforts de volume du

corps b résultant du poids propre. De plus, la structure est également soumise à un ensemble de tractions t appliquées sur la frontière de la structure.

La figure 4.2 montre un élément solide de volume V avec une frontière $S = S_u \cup S_\sigma$ soumis à des tractions αt , où α est un multiplicateur de charge. On suppose que la structure est dans un état d'effondrement, ce qui entraîne des déplacements infinis. Par conséquent, il est nécessaire de déterminer une grandeur des déplacements ou une quantité de travail pertinente.

Les équations gouvernantes sont écrites comme suit :

- ❖ Equilibre et les conditions aux limites statiques :

$$\begin{cases} \nabla^T \sigma + b = 0 & \text{dans } V \\ P^T \sigma = \alpha t & \text{sur } S_\sigma \end{cases} \quad (4.5)$$

- ❖ Conditions de rupture :

$$F^T \sigma - K + S = 0 \quad (4.6)$$

- ❖ Règle d'écoulement associée / compatibilité déformation-déplacement

$$\nabla u = F \lambda \quad (4.7)$$

- ❖ Mesure :

$$\int_{S_\sigma} t^T u dS = 1 \quad (4.8)$$

- ❖ Conditions complémentaires :

$$S^T \lambda = 0, S \geq 0, \lambda \geq 0 \quad (4.9)$$

Il est clairement démontré que, si elles existent, les solutions des équations précédemment mentionnées sont uniques en ce qui concerne le multiplicateur α . Néanmoins, il est possible qu'il existe plusieurs distributions de contraintes ou champs de déplacements qui mènent à la même valeur du multiplicateur d'effondrement.

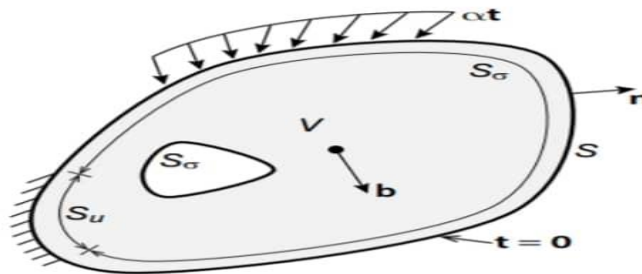
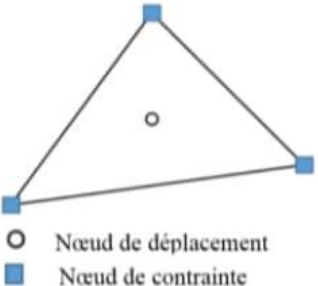
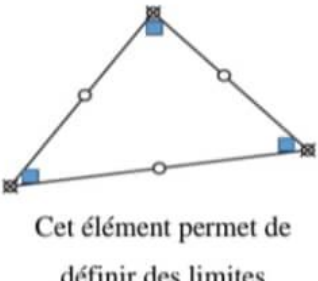


Figure 4- 2: Un élément solide de volume V avec frontière $S = S_u \cup S_\sigma$

4.2.2.2. Les bornes inférieures et supérieures :

Le tableau 4.2 résume certaines informations sur les bornes supérieure et inférieure.

Tableau 4-2: les bornes supérieures et inférieure

	Elément	Equations gouvernantes	Information général
Borne inférieure	 Cet élément permet d'établir des limites inférieures rigoureuses pour la charge d'effondrement, tandis que les déplacements à l'intérieur de chaque élément demeurent constants.	Maximiser α Sujet à $\nabla^T \sigma + b = 0$ dans V $P^T \sigma = \alpha t$ sur S_σ $F^T \sigma - K + S = 0, S \geq 0$	Pour obtenir une borne inférieure exacte du multiplicateur de rupture, on construit un champ de contrainte qui satisfait les contraintes, même s'il n'est pas optimal. Lors de la résolution du problème, les quantités cinématiques sont utilisées en tant que multiplicateurs de Lagrange.
Borne supérieure	 Cet élément permet de définir des limites rigoureuses supérieures pour la charge d'effondrement. De plus, les déplacements restent continus entre les éléments.	Minimiser $\int_V K^T \lambda dV - \int_V b^T \dot{u} dV$ Sujet à $\nabla \dot{u} = F \dot{\lambda}, \dot{\lambda} \geq 0$ $\int_{S_\sigma} t^T \dot{u} dS = 1$	En supposant un champ de déplacement compatible qui satisfait les règles d'écoulement, on obtient une borne supérieure exacte du multiplicateur de rupture. Résoudre ce problème nécessite de considérer les quantités cinématiques.

4.2.3. Théorie des champs aléatoires

Soit $X(x, \omega)$ qui représente un champ aléatoire, où $\omega \in \Omega$ et $x \in D$ définissent respectivement l'espace probabilisé et physique. La fonction de covariance est utilisée pour modéliser la structure de

corrélation d'un champ aléatoire, symbolisée par $C_X(s, t)$, où $(s, t) \in D$, sont bornées, positives et symétriques.

Afin d'appliquer la théorie des champs aléatoires, tout d'abord, la distribution de probabilité du champ doit être sélectionnée. La distribution log-normale est couramment utilisée pour modéliser les propriétés des sols et des roches, bien qu'il existe de nombreuses autres distributions de probabilité qui peuvent être utilisées pour l'analyse. De plus, il est important de s'assurer que la variable aléatoire est toujours positive si la distribution de probabilité est log-normale

La distribution log-normale est caractérisée par le fait qu'elle est accessible par une transformation simple et non linéaire de la distribution classique normale gaussienne. En ce qui concerne la fonction de covariance, plusieurs possibilités sont disponibles, par exemple la fonction de covariance exponentielle est souvent choisie.

4.2.3.1. Expansion de Karhunen-Loeve :

Il existe de nombreuses méthodes disponibles qui peuvent être utilisées pour la génération de champs aléatoires (pour plus de détails, voir Fenton et Griffiths, 2008). L'expansion de Karhunen-Loeve est une méthode pratique car elle permet d'obtenir des solutions analytiques pour la fonction de covariance exponentielle. Cette méthode est utilisée dans OptumG2. La fonction de covariance peut être décomposée en utilisant le théorème de Mercer de la manière suivante :

$$C_X(s,t) = \sum_{i=1}^{\infty} \lambda_i f_i(s) f_i(t) \quad (4.10)$$

La fonction propre f_i de C_X et la valeur propre λ_i de C_X sont utilisées dans l'expression ci-dessus. Étant donné que la somme doit être tronquée à un nombre limité de termes, il est important de prendre en compte la réduction de la variance simulée. Afin de contrôler cette réduction, les valeurs propres sont arrangées par ordre décroissant et un nombre spécifié de termes, n , est utilisé de manière à ce que les valeurs propres soient suffisamment réduites pour satisfaire la condition suivante :

$$\frac{\lambda_n}{\lambda_1} \leq TOL \quad (4.11)$$

4.2.4. Matériaux :

4.2.4.1. Mohr-coulomb :

Le modèle de Mohr-Coulomb est utilisé pour décrire la rupture par cisaillement des sols. Cette loi élastique parfaitement plastique est utilisée pour représenter le comportement des sols pulvérulents

(sable) et des sols cohérents à court et long terme (argiles et limons). Dans le plan de Mohr, la droite intrinsèque est représentée par :

$$\tau = c + \sigma_n \tan(\varphi) \quad (4.12)$$

Où σ_n et τ sont respectivement les contraintes normales et de cisaillement, et c et φ respectivement la cohésion et l'angle de frottement du matériau.

En OptumG2, Le model Mohr-Coulomb offre trois différents types d'élasticité : isotrope linéaire, isotrope non linéaire et anisotrope non linéaire. Dans le premier cas, les paramètres de matériau peut être définie en deux manières

Tableau 4- 3: les paramètres de matériau

(Ensemble A):	(Ensemble B):
• Module de Young, E [MPa] • Coefficient de poisson, ν	• Module de masse, K [MPa] • Module de cisaillement, G [MPa]

Les deux ensembles des paramètres, (E, ν) et (K, G), sont reliées par :

$$K = \frac{E}{3(1 - 2\nu)}, \quad G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (4.13)$$

$$E = \frac{E}{3K + G}, \quad \nu = \frac{E}{2(3K + G)} \quad (4.14)$$

La fonction de charge de Mohr coulomb est donné par :

$$F = |\sigma_1 - \sigma_3| + (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \phi - 2c \cos \phi \quad (4.15)$$

Où σ_1 et σ_3 sont les contraintes principales majeurs et mineurs respectivement et les paramètres de matériau sont :

- La cohésion, c [kPa]
- L'angle de frottement, ϕ [°]

4.2.4.2. Tresca :

Le critère de Tresca est un cas particulier du critère Mohr-coulomb où $\varphi=0$. Il est utilisé pour l'étude des sols fins (argile, limon) saturés, non drainés, en contraintes totales à court terme, durant lesquelles la variation de volume est nulle.

En supposant les conditions de la déformation plane, il est montré que la somme des contraintes effectives reste constante. Cette somme peut être identifiée comme la somme de contraintes effectives majeures et mineures. La fonction de charge de Mohr Coulomb est écrite alors comme :

$$\begin{aligned}
 |\sigma_1 - \sigma_3| &= 2c \cos\phi - (\sigma_1' + \sigma_3')_0 \sin\phi \\
 &= 2c \cos\phi - (\sigma_x' + \sigma_y')_0 \sin\phi \\
 &= 2c \cos\phi + (1 + k_0)_{\sigma_{v,0}} \sin\phi \\
 &= 2S_u
 \end{aligned}
 \tag{4.16}$$

Où

$\sigma'_{v,0} = -\sigma_{y,0}$ est la contrainte effective initial vertical (positive en compression) et $K_0 = \frac{\sigma_{x,0}}{\sigma_{y,0}}$ est le coefficient des pression des terres initial. Dans les conditions non drainées, le critère de rupture de Mohr Coulomb alors réduit à Tresca avec la cohésion égale à la résistance au cisaillement non drainé S_u .

Le modèle Tresca utilise les paramètres élastiques non drainées : E_u (ensemble A) ou G (ensemble B).

Concernant la résistance, deux options sont disponibles :

- Standard, nécessite l'entrée de la résistance au cisaillement non drainé, S_u (kPa).
- Généralisé, nécessite l'entrée de la résistance au cisaillement non drainé en compression triaxial et en extension triaxial S_{uc} and S_{ue} (kPa), respectivement.

4.3. Etude numérique de la capacité portante d'une fondation filante:

4.3.1. Présentation du cas étudié :

Ce travail étudie la capacité portante d'une semelle filante rigide et rugueuse, d'une largeur $B=1\text{ m}$ sous une charge vertical posée sur une couche d'argile spatialement variable.

On considère un sol non drainé avec les caractéristiques géotechniques suivantes :

- Poids volumique apparent $\gamma = 16 \text{ KN/m}^3$;
- Poids volumique saturé $\gamma_{sat} = 16 \text{ KN/m}^3$;
- Module de Young $E_u = 30 \text{ MPa}$;
- Cohésion non drainé $C_u = 30 \text{ KN/m}^2$ (étude déterministe) ;

- Valeur moyenne de la cohésion non drainée $u_{cu} = 30$ kPa, coefficient de variation de la cohésion $cov_{cu} = 10\%$, 20% , 30% , 40% et 50% , et longueur de corrélation $\Theta = 0.125$, 0.25 , 0.5 , 1 , 2 , 3 et 4 (étude probabiliste).

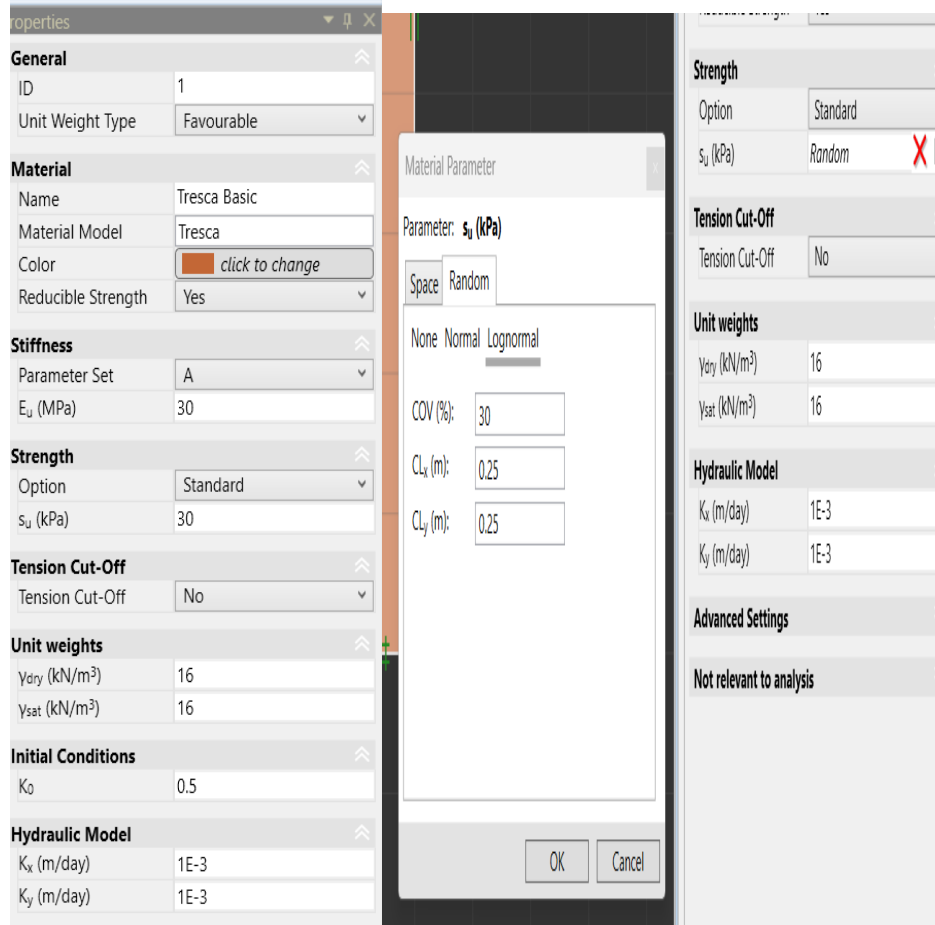


Figure 4-3: Les paramètres du problème

4.3.2. Procédure de la modélisation numérique :

Le programme des éléments finis (OptumG2, 2023) est utilisé pour modéliser le problème. Le domaine du sol est modélisé avec une loi constitutive parfaitement plastique et la rupture de matériau est définie par le critère de Tresca, les conditions aux limites sont présentées au Figure (4.4) (déplacement horizontal nul suivant les limites latérales du modèle et déplacement total nul suivant la base du modèle).

La fondation est modélisée comme un corps rigide en utilisant l'élément à poids nul (Rigide plate), l'interface est par default rigide parfaitement rugueuse où les propriétés d'interface sont identiques à celui du sol.

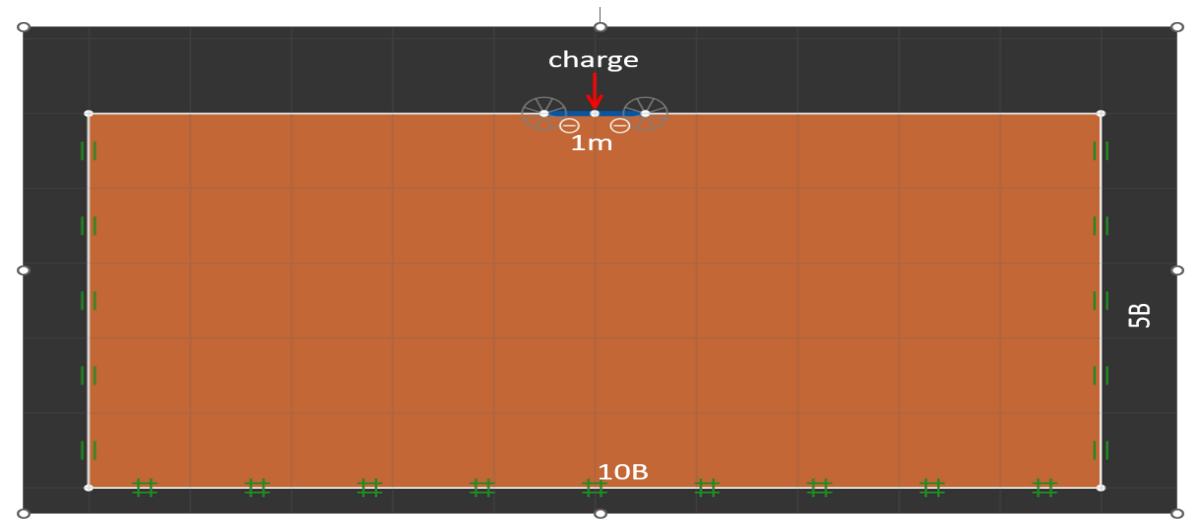


Figure 4-4: Géométrie du problème

L'évaluation de la capacité portante des fondations filantes avec OptumG2 est basée à la division du sol à un nombre d'éléments, en utilisant la méthode d'analyse limite en éléments finis. L'analyse limite est un outil puissant pour analyser la capacité des fondations. En Basant sur les théorèmes de bornes supérieures et inférieures de la plasticité classique qui considère que le sol est parfaitement plastique et suit une règle d'écoulement associée. La capacité portante est obtenue en appliquant un chargement multiplicateur qui est amplifiée jusqu'à un état de rupture préliminaire est atteint.

Dans cette étude le maillage adaptatif est utilisé pour réduire l'écart entre les limites supérieures et inférieures. La variabilité spatiale est caractérisée par une tendance qui se réfère à la valeur moyenne et une variation résiduelle qui représente la variabilité autour de la moyenne. En deux points différents de l'espace, les résidus sont corrélés les uns aux autres.

L'intégrale de cette fonction représente l'échelle de fluctuation ; cette dernière aussi appelée longueur de corrélation est définie comme la distance sur laquelle la corrélation des propriétés est relativement forte. La variabilité spatiale du sol est modélisée comme un champ aléatoire qui est décrit par le coefficient de variation de la propriété (représentant le pourcentage de dispersion des données) et par l'échelle de fluctuation.

Dans la présente étude, une distribution log-normale est supposée pour la cohésion non drainée avec une valeur moyenne $u_{cu} = 30$ kPa, un coefficient de variation cov_{cu} , les distances de corrélation verticales et horizontales étant supposées isotropes $\theta_x = \theta_y$.

La variabilité spatiale est modélisée en utilisant la théorie des champs aléatoires, combiné avec l'analyse limite par éléments finis et les simulations de Monte Carlo.

4.3.3. Le maillage :

Le maillage dans Optum G2 joue un rôle crucial dans la précision des simulations. Il s'agit de la division de la géométrie du modèle en éléments plus petits (généralement triangulaires ou quadrilatéraux) qui servent à résoudre les équations de l'état de contrainte-déformation du sol. Optum G2 permet un maillage adaptatif, ce qui signifie qu'il peut ajuster la densité du maillage selon les zones de fortes variations de contraintes ou de déplacements. Cela améliore la précision tout en optimisant le temps de calcul. Un bon maillage est essentiel pour obtenir des résultats fiables.

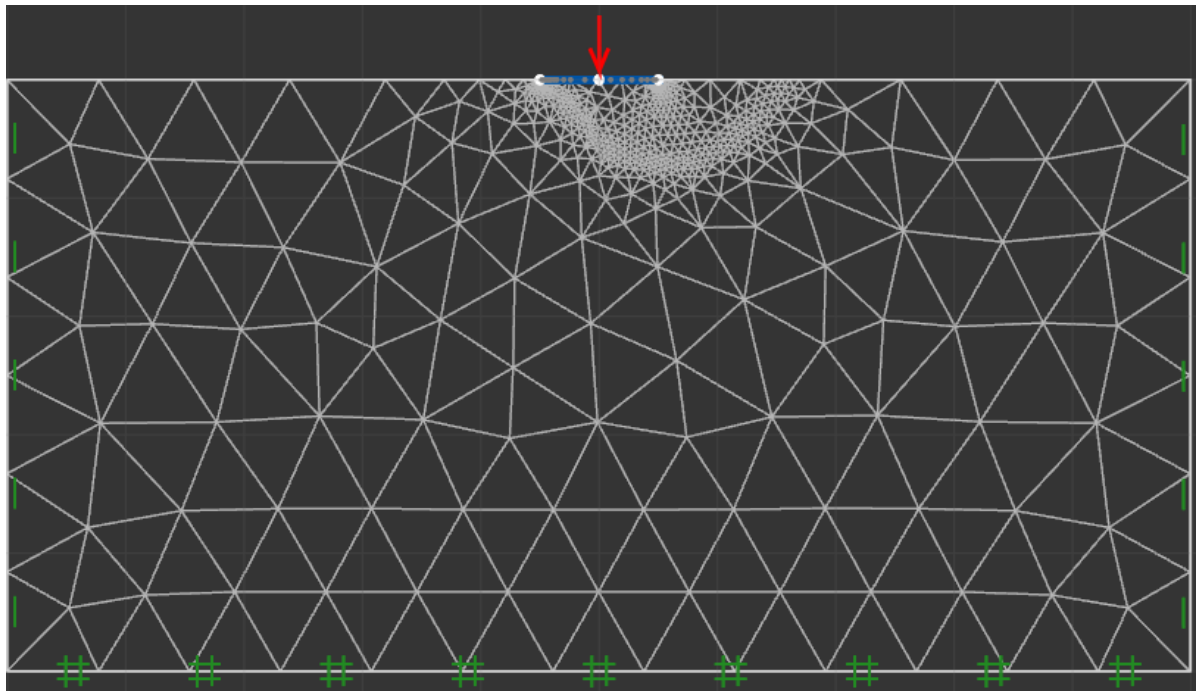


Figure 4- 5: Maillages adaptés après les calculs (élément supérieure)

4.3.4. Résultats et discussion :

4.3.4.1. Facteur de portance pour une fondation filante chargé verticalement :

La charge limite d'une fondation filante sur un sol purement cohérent est évaluée par le facteur de portance N_c qui a une solution exact égal à $\pi+2$ (Prandtl, 1920). Dans cette étude ce facteur est calculé comme suit :

$$N_c = \frac{q_u}{\mu_{cu}} \quad (4.17)$$

q_u : est la capacité portante et

μ_{cu} : est la valeur moyenne de la cohésion non drainée

❖ Analyse déterministe :

Une analyse déterministe a été d'abord effectuée pour le calcul de N_c d'une fondation filante reposant sur un sol purement cohérent avec une valeur uniforme de la cohésion $C_u=30\text{kPa}$. En utilisant des maillages adaptifs, les calculs sont effectués avec deux types d'analyses :

- a) Une analyse élastoplastique : le résultat de cette analyse est montré sur la courbe charge-déplacement (figure 4.6), on remarque que la charge limite $q_u=153\text{kPa}$ et le facteur de portance $N_c=5,1$.

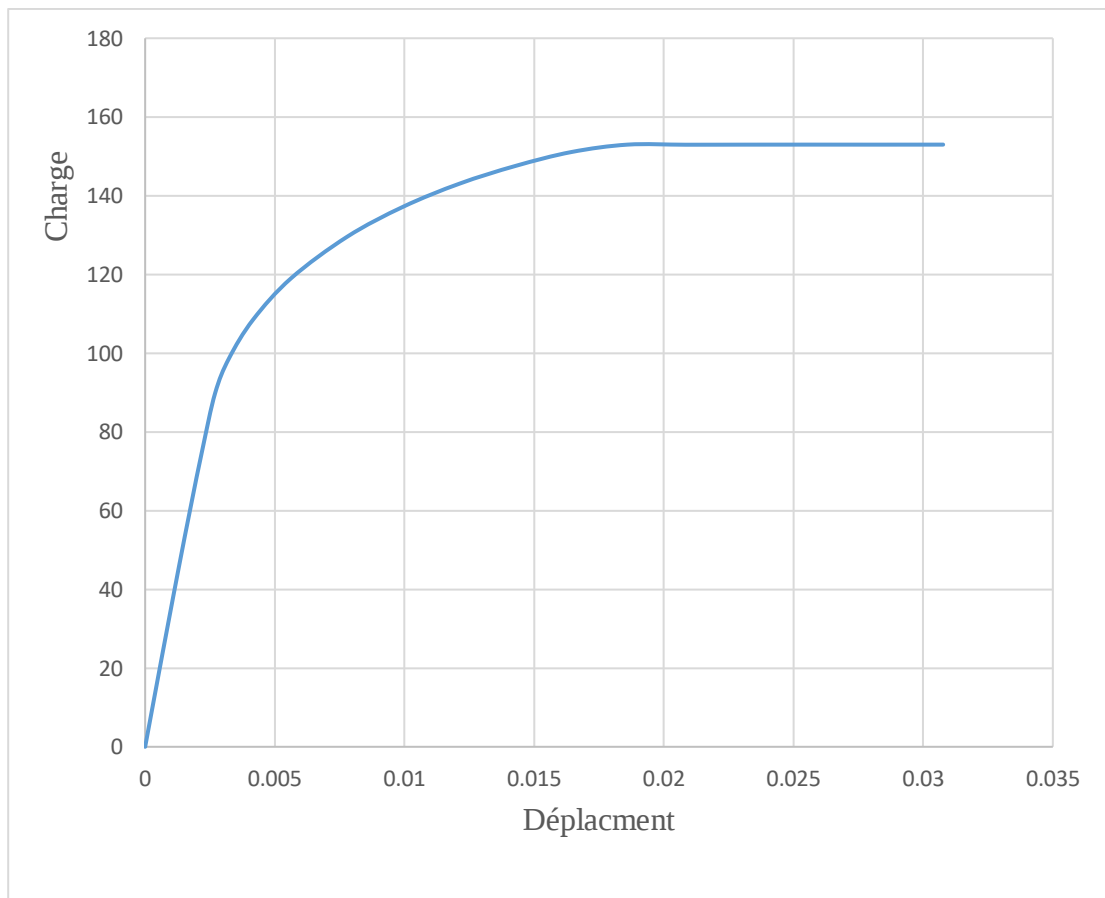


Figure 4- 6: la courbe charge-déplacement

- b) Une analyse limite en élément finis (supérieure (UB) et inférieure (LB)) : le résultat de cette analyse donne les valeurs suivantes :

- UB , $q_u = 156,1 \text{ kPa}$, $N_c = 5.2033$
- LB , $q_u = 149,9 \text{ kPa}$, $N_c = 4.9966$
- Moyenne entre la valeur supérieure et la valeur inférieure $N_c = 5.10$

L'adaptativité du maillage permet de réduire significativement l'écart entre les bornes inférieure et supérieure, assurant ainsi une meilleure précision numérique. Le facteur moyen de capacité portante obtenu est en bon accord avec la solution analytique de Prandtl $N_c=5.14$.

On remarque également que le résultat obtenu avec l'analyse limite est similaire à celle obtenue avec l'analyse élastoplastique. En ce qui suit on va choisir la méthode d'analyse limite en élément finis parce qu'elle permet de réduire le temps de calcul (les calculs probabilistes).

❖ Analyse probabiliste :

Une analyse paramétrique a été menée afin d'examiner l'influence des paramètres stochastiques sur le facteur moyen de portance μ_{cu} . Chaque étude nécessite la définition de quatre paramètres décrivant le champ aléatoire, supposé suivre une distribution log-normale du coefficient C_u :

Les paramètres considérés sont : la valeur moyenne μ_{cu} (kPa), le coefficient de variation cov_{cu} (%), ainsi que les longueurs de corrélation horizontale θ_x (m) et verticale θ_y (m) .

Il est supposé que la corrélation spatiale est isotrope, c'est-à-dire $\theta_x = \theta_y$, ce qui permet de définir une longueur de corrélation spatiale non dimensionnelle Θ telle que : $\Theta = \frac{\theta_x}{B} = \frac{\theta_y}{B}$.

Dans l'ensemble des analyses, la valeur moyenne est maintenue constante à $\mu_{cu} = 30$ kPa, tandis que le coefficient de variation et la longueur de corrélation non dimensionnelle varient respectivement selon : $cov_{cu} = 10\%$, 20% , 30% , 40% et 50% , et $\Theta = 0.125, 0.25, 0.5, 1, 2, 3$ et 4 .

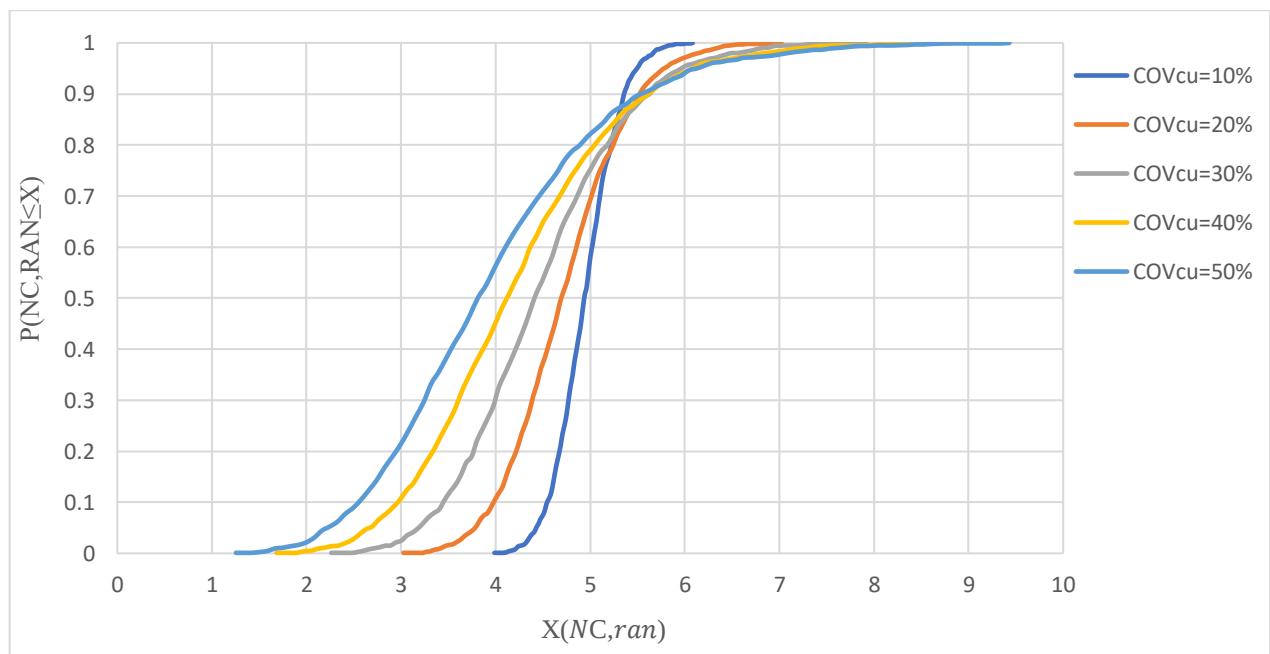


Figure 4-7: Distributions des probabilités cumulatives des facteurs de portance N_c (pour $\Theta=1$).

Les courbes de distribution de probabilité cumulative correspondant aux différentes valeurs de COV_{CU} sont présentées dans la Figure 4.7 (pour $\Theta = 1$). Il convient de noter que les facteurs de portance représentés dans cette figure correspondent aux moyennes des limites inférieure et supérieure. Il ressort clairement que, pour l'ensemble des valeurs de COV_{CU} , la capacité portante moyenne demeure inférieure à 5.1, soit la valeur déterministe de N_c

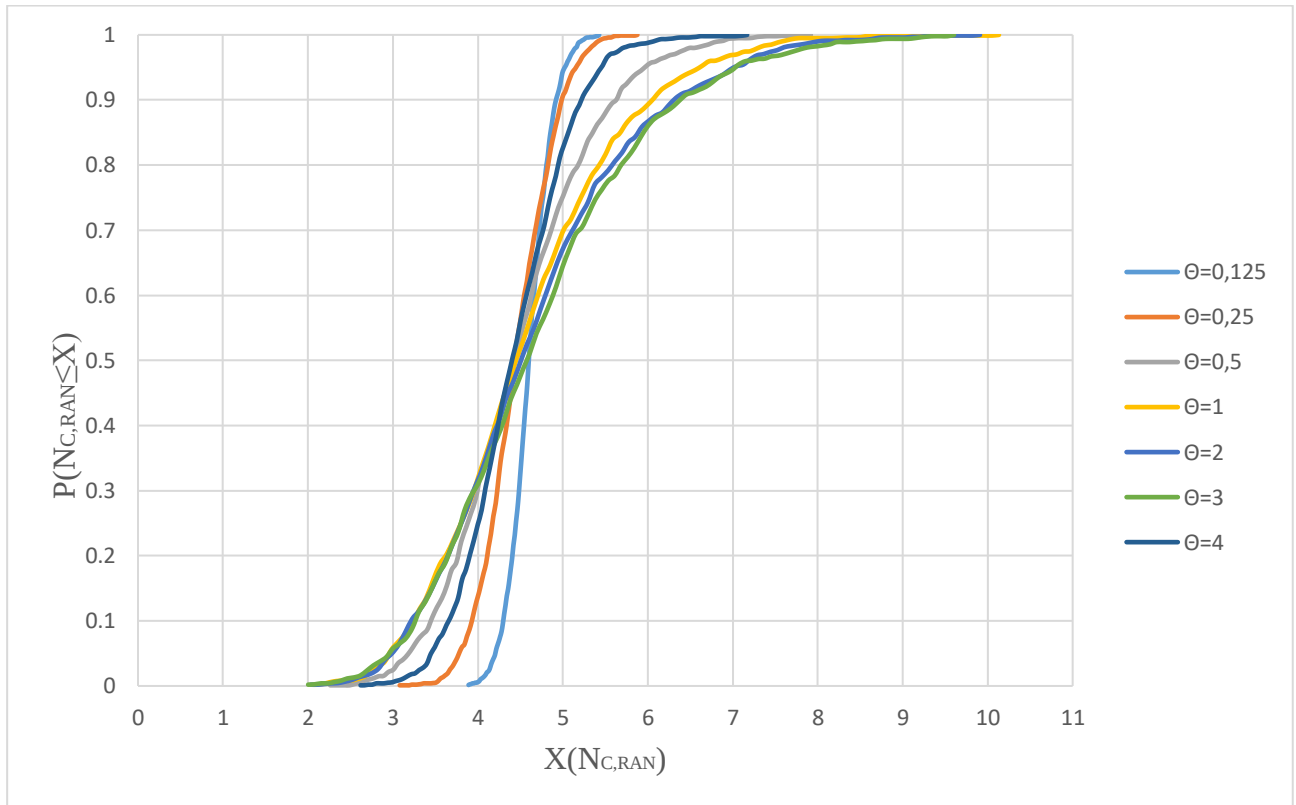


Figure 4- 8: Distributions des probabilités cumulatives des facteurs de portance N_c (pour $COV_{cu}=30\%$)

La Figure (4.8) présente les distributions de probabilité cumulative pour l'ensemble des valeurs de Θ , dans le cas où $COV_{CU}=30\%$. Il est important de préciser que les facteurs de portance représentés correspondent à la moyenne des bornes supérieure et inférieure. Il est évident que, pour toutes les valeurs de Θ , la capacité portante moyenne demeure aussi inférieure à 5.1, qui correspond à la valeur déterministe de N_c .

Les deux figures 4.7 et 4.8 confirment que la méthode déterministe surestime la capacité portante par rapport à la méthode probabiliste quel que soit les valeurs de COV_{CU} et de Θ .

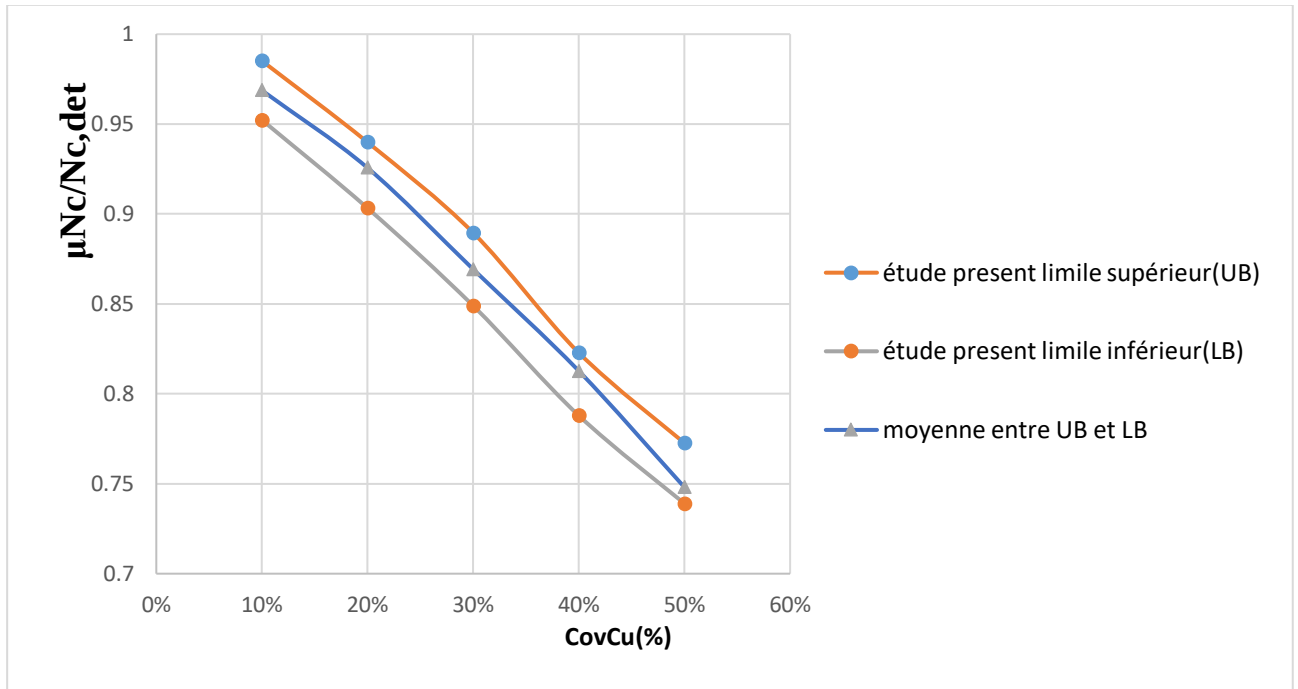


Figure 4-9: Influence de la variation de cov_{CU} sur $(\mu N_c/N_{c,det})$

La Figure (4.9) présente la variation du facteur de portance moyen, normalisé par le facteur de portance déterministe ($\mu N_c/N_{c,det}$), en fonction de COV_{CU} . On observe que l'augmentation de la variabilité spatiale (avec COV_{CU} variant de 10 % à 50 %) entraîne une diminution du rapport ($\mu N_c/N_{c,det}$). Ce constat est en accord avec les résultats obtenus par Griffiths et al. (2002).

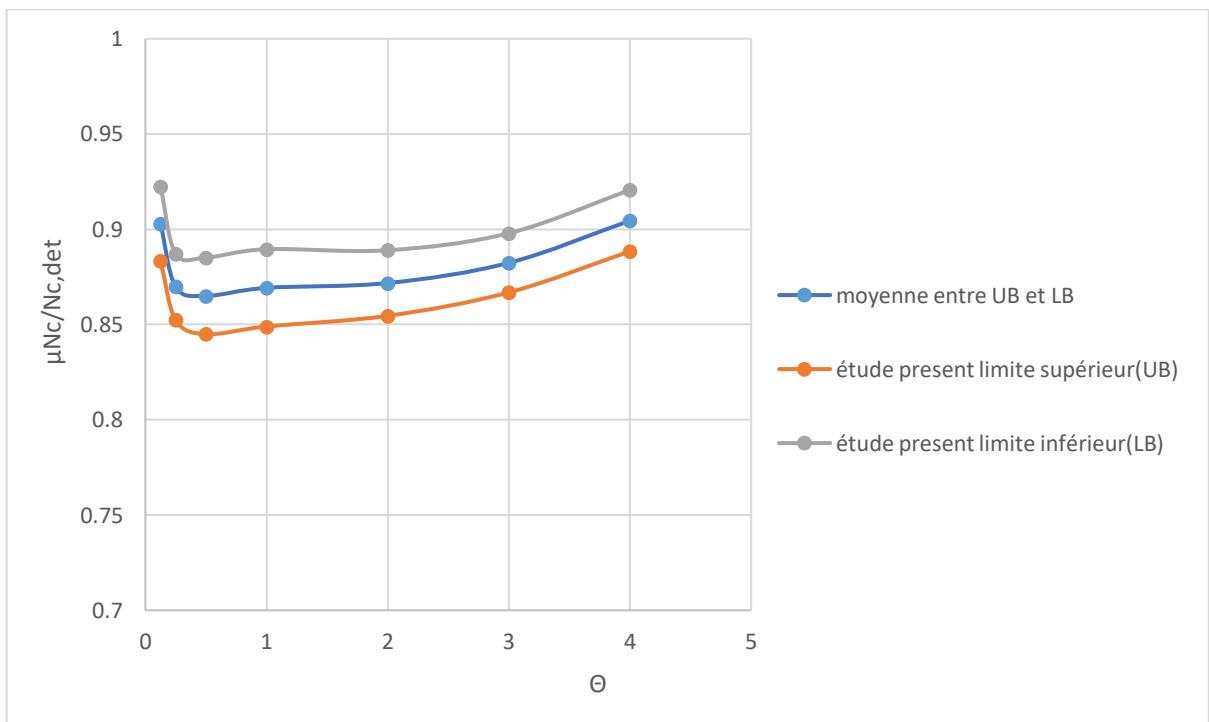


Figure 4-10: Influence de la variation de Θ sur $(\mu N_c/N_{c,det})$

La Figure (4.10) présente la variation du rapport ($\mu N_c / N_{c,det}$) en fonction de Θ . Il est à souligner que, pour l'ensemble des valeurs de Θ , ce rapport reste inférieur à 1, ce qui indique que μN_c pour des sols aléatoires, est systématiquement inférieur à la valeur déterministe $N_{c,det}$. Par ailleurs, μN_c diminue avec la réduction de Θ , une valeur critique étant observée à $\Theta = 0,5$, correspondant à la diminution maximale de N_c . Ces résultats sont en bon accord avec ceux rapportés par Griffiths et al. (2002).

4.3.5. Mécanisme de rupture :

La Figure (4.11) présente les mécanismes de rupture associés à différentes longueurs de corrélation spatiale. Il est constaté que le plan de cisaillement tend à suivre les zones de faiblesse du sol, ce qui conduit à un mécanisme de rupture asymétrique, particulièrement marqué dans le cas des grandes longueurs de corrélation, contrairement au mécanisme de rupture symétrique observé dans les sols homogènes

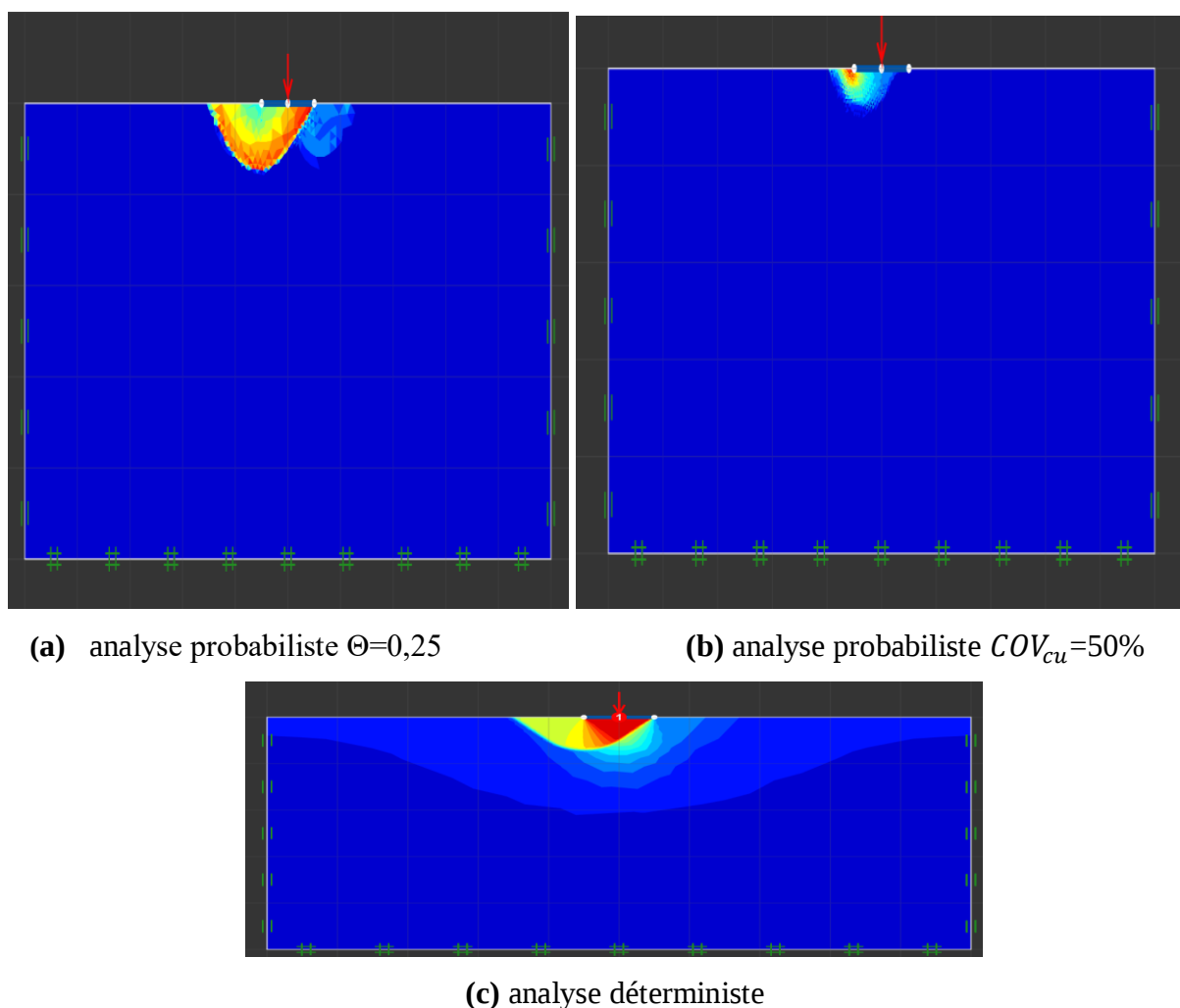


Figure 4-11: Mécanismes de rupture

4.4. Conclusion :

Ce chapitre a été dédié à la présentation du logiciel OptumG2, de l'outil numérique utilisé, ainsi que de la méthode des champs aléatoires et des différentes étapes de la modélisation numérique.

Pour évaluer la capacité portante des fondations superficielles dans un cadre probabiliste, il est indispensable d'utiliser un outil numérique intégrant la variabilité spatiale des propriétés du sol. OptumG2 constitue une solution adaptée, grâce à sa capacité à combiner la méthode des champs aléatoires avec celle des éléments finis. Cette approche permet de tenir compte de l'incertitude inhérente aux paramètres géotechniques en modélisant leur distribution spatiale.

Dans ce cadre, il convient de définir, pour chaque paramètre du sol, sa loi de probabilité, sa valeur moyenne, son coefficient de variation, ainsi que ses longueurs de corrélation horizontale et verticale. Ces données sont introduites de manière intuitive dans OptumG2, qui se charge de générer les champs aléatoires correspondants. Le logiciel fournit ensuite les résultats sous forme de courbes de distribution cumulative (CDF), représentant la variabilité de la charge limite.

Enfin, une comparaison entre les résultats issus de la méthode déterministe et ceux obtenus par la méthode probabiliste met en évidence une différence notable : la valeur du coefficient N_c calculée selon l'approche probabiliste est systématiquement inférieure à celle obtenue par la méthode déterministe. Cette différence s'explique par la prise en compte des incertitudes et de la variabilité des paramètres géotechniques dans l'analyse probabiliste, ce qui conduit à une estimation plus prudente et réaliste des conditions de stabilité.

Conclusion générale :

La conception des fondations superficielles repose essentiellement sur l'estimation de leur capacité portante. Toutefois, en raison de la complexité et de la variabilité des paramètres géotechniques, il est difficile d'en estimer cette capacité avec précision. En géotechnique, l'analyse de la portance s'appuie généralement sur des approches déterministes qui, bien souvent, ne tiennent pas compte de manière rigoureuse de la variabilité spatiale des propriétés du sol. Afin de mieux intégrer les incertitudes associées aux différents paramètres mécaniques, le recours à la théorie des probabilités s'impose comme une alternative pertinente.

Ce mémoire a pour objectif de contribuer à l'étude probabiliste et numérique de la capacité portante des fondations superficielles, en mettant particulièrement l'accent sur l'effet de la variation spatiale des propriétés du sol.

Le travail présenté dans ce mémoire a été structuré en deux parties principales :

- **La première partie**, à caractère théorique, est composée de trois chapitres qui présentent une synthèse bibliographique des méthodes déterministes de calcul de la capacité portante, ainsi que des approches probabilistes utilisées pour son évaluation.
- **La deuxième partie**, de nature pratique, comprend un chapitre consacré à la présentation du logiciel **OptumG2**, ainsi qu'une contribution à l'étude probabiliste numérique d'une fondation filante reposant sur un sol purement cohérent.

L'ensemble des études réalisées a mis en évidence l'influence significative des différents paramètres de l'analyse probabiliste sur la capacité portante des fondations, notamment la valeur moyenne, le coefficient de variation, ainsi que les longueurs de corrélation horizontale et verticale.

L'analyse numérique de la capacité portante d'une fondation superficielle selon une approche probabiliste constitue un problème complexe, nécessitant l'utilisation d'un outil numérique performant et approprié. Dans le cadre de ce travail, le logiciel OptumG2 a été retenu en raison de sa capacité à modéliser la variabilité spatiale du sol à l'aide du concept des champs aléatoires.

Conclusion générale

Ce logiciel permet également l'application de la méthode de l'analyse limite par éléments finis pour le calcul direct des charges limites ou des capacités portantes.

Dans le cadre de l'analyse probabiliste de la capacité portante d'une fondation superficielle soumise à un chargement vertical, les simulations numériques ont révélé plusieurs tendances importantes :

- Les facteurs de portance probabilistes sont systématiquement inférieurs aux valeurs issues des approches déterministes, traduisant ainsi l'effet de l'incertitude sur la résistance du sol.
- Le facteur de portance moyen μN_c présente une diminution notable lorsque :
 - le coefficient de variation de la cohésion du sol COV_{cu} augmente.
 - la longueur de corrélation spatiale Θ diminue.
- Une valeur critique de la longueur de corrélation $\Theta=0,5$ a été identifiée comme correspondant à la réduction maximale de la capacité portante.

Liste des références :

- Bahamma, S. (2018). *Étude numérique de la capacité portante d'une fondation superficielle sous charge inclinée* (Mémoire de master, Université Mohamed Khider – Biskra), 23–27.
- Bendaas, A. (2024). *Modélisation numérique des fondations superficielles situées au bord d'une pente de talus renforcé* (Thèse de doctorat, Université Ferhat Abbas - Sétif 1), 2–5.
- Brahmi, N. (2020). *Analyse probabiliste et numérique de la capacité portante des fondations superficielles* (Thèse de doctorat, Université Mohamed Khider – Biskra), 59–64.
- Dobrzański, J., & Kawa, M. (2021). Bearing capacity of eccentrically loaded strip footing on spatially variable cohesive soil. *Studia Geotechnica et Mechanica*, 43(4), 425–437.
- Griffiths, D. V., Fenton, G. A., & Manoharan, N. (2002). Bearing capacity of rough rigid strip footing on cohesive soil: Probabilistic study. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 128(9), 743–755.
- Hansen, J. B. (1970). A revised and extended formula for bearing capacity.
- Krabbenhoft, K., Lyamin, A., & Krabbenhoft, J. (2023). *Optum computational engineering (OptumG2)* [Computer software]. <https://www.optumce.com>
- Lakehal, S. (2020). *Évaluation de la sécurité des fondations superficielles reposant sur des sols sableux à paramètres corrélés* (Thèse de doctorat, École Nationale Polytechnique), 26–29.
- Massih, D. Y. A., & Soubra, A.-H. (2010). Effet de la variabilité spatiale du sol dans l'étude du comportement des fondations superficielles filantes. *Revue Française de Géotechnique*, (130), 41–50.
- Meyerhof, G. G. (1951). The ultimate bearing capacity of foundations. *Géotechnique*, 2(4), 301–332.
- Prandtl, L. (1920). Über die Härte plastischer Körper. *Nachrichten von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse*, 12, 74–85.
- Puła, W., & Zaskórski, Ł. (2015). Estimation of the probability distribution of the random bearing capacity of cohesionless soil using the random finite element method. *Structure and Infrastructure Engineering*, 11(5), 707–720.

- Rankine, W. J. M. (1857). On the stability of loose earth. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 147(9).
- Vesic, A. S. (1973). Analysis of ultimate loads of shallow foundations. *Journal of Soil Mechanics & Foundations Division*, 99(SM1).
- www.cours-genie-civil.com. (n.d.). *Les fondations superficielles*. <https://www.cours-genie-civil.com/les-fondations-superficielle>