

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة محمد خيضر بسكرة



كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

قسم التعليم الأساسي

مطبوعة بيداغوجية في مقياس:

الاحصاء 1

مطبوعة موجهة لطلبة سنة أولى جذع مشترك، قسم التعليم الأساسي للسداسي الأول

من إعداد الأستاذة:

د.عتروس صبرينة

السنة الجامعية: 2025-2026

بيانات عامة حول المقياس

- المقياس: إحصاء 01 (الإحصاء الوصفي)

- الفئة المستهدفة: طلبة سنة أولى جذع مشترك لكلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

- الرصيد: 05

- المعامل: 03

- الحجم الساعي الأسبوعي: 4 ساعات ونصف (محاضرتين وحصّة أعمال موجهة)

- المتطلبات الأساسية للمقياس (المكتسبات القبلية)

لكي يتمكن الطالب من متابعة الدروس الخاصة بمقياس الإحصاء 01 فإنه يتوجب عليه فقط الالمام بأهم العمليات الرياضية والقواعد الأساسية من أجل تطبيق مختلف المقاييس والأساليب الخاصة بهذا المقياس.

- القرار الوزاري الخاص بالمقياس: المطبوعة مرتبطة مع البرنامج الوزاري الصادر بتاريخ 2023-2024

الأهداف العامة للمقياس

في نهاية هذا المقياس سيكون الطالب قادرا على أن:

- ❖ يتعرف على مختلف المفاهيم الخاصة بالإحصاء الوصفي والبيانات الإحصائية وطرق جمعها وغيرها من المفاهيم الأساسية التي يجب الإلمام بها في المقياس.
- ❖ يطبق مختلف المفاهيم المقدمة في الدرس على البيانات بأنواعها
- ❖ يحلل مختلف البيانات بالاعتماد على الرسوم البيانية أو الجداول الإحصائية، ومقارنتها.
- ❖ يتعرف على أهم المفاهيم الخاصة بمختلف المقاييس (النزعة المركزية، التشتت، الشكل،...) وطريقة حساب كل منها.
- ❖ يطبق مختلف المقاييس المدروسة على البيانات حسب أنواعها وتحليلها.
- ❖ يحلل مختلف النتائج بالاعتماد على المقاييس المقدمة والمستخدم
- ❖ يقارن بين النتائج ويصدر الأحكام بالاعتماد على المقاييس المدروسة.

فهرس المحتويات

الصفحة	العنوان
	فهرس المحتويات
	مقدمة
	المحور الأول: نظرة عامة حول علم الاحصاء
10	أهداف المحور
10	عناصر المحور
10	1- مفهوم علم الاحصاء
11	2- مفاهيم أساسية في الاحصاء
12	3- مصادر وأساليب جمع البيانات
13	4- أنواع العينات
15	5- أنواع المتغيرات الاحصائية
17	أنشطة المحور
	المحور الثاني: العرض الجدولي للبيانات
19	أهداف المحور
19	عناصر المحور
19	1- مفاهيم أساسية
20	2- عرض البيانات في جدول تكراري بسيط
24	3- عرض البيانات في جدول تكراري مزدوج
24	4- عرض البيانات في شكل جدول تكراري متجمع
26	أنشطة المحور
	المحور الثالث: العرض البياني للبيانات
28	أهداف المحور
28	عناصر المحور
28	1- مفهوم العرض البياني للبيانات
29	2- العرض البياني للمتغيرات النوعية
30	3- العرض البياني للمتغيرات الكمية المتقطعة
31	4- العرض البياني للمتغيرات الكمية المستمرة
34	أنشطة المحور
	المحور الرابع: مقاييس النزعة المركزية
36	أهداف المحور
36	عناصر المحور
36	1- تعريف مقاييس النزعة المركزية

36	2- المتوسط الحسابي (Arithmetic Mean)
39	3- الوسيط (Median)
42	4- المنوال (Mode)
45	5- الربيعيات (Quartiles) والعشريات (Deciles) والمئينات (Percentiles)
54	6- المتوسط الهندسي (Geometric Mean)
56	7- المتوسط التوافقي (Harmonic Mean)
58	أنشطة المحور
المحور الخامس: مقاييس التشتت	
60	أهداف المحور
60	عناصر المحور
60	1-تعريف مقاييس التشتت
61	2- المدى (Range)
62	3- المدى الربيعي (Quartile range) والانحراف الربيعي (Quartile deviation)
64	4- الانحراف المتوسط المطلق (Absolute Mean Deviation)
65	5- الانحراف المعياري (Standard deviation) والتباين (Variance)
68	6- معامل الاختلاف (Coefficient of variation)
70	أنشطة المحور
المحور السادس: مقاييس الشكل	
72	أهداف المحور
72	عناصر المحور
72	1-العزوم (Moments)
75	2- الالتواء (Skewness)
77	3- التفطح (Kurtosis)
80	أنشطة المحور
المحور السابع: مقاييس التمرکز	
82	أهداف المحور
82	عناصر المحور
82	1-منحنى لورنز
84	2-معامل جيني
90	أنشطة المحور
المحور الثامن: الأرقام القياسية	
91	أهداف المحور
91	عناصر المحور
91	1-مفهوم الأرقام القياسية

92	2-استخدامات الأرقام القياسية
92	3-الأرقام القياسية البسيطة
95	4-الأرقام القياسية المرجحة
101	أنشطة المحور
المحور التاسع: الارتباط والانحدار	
103	أهداف المحور
103	عناصر المحور
103	1-الارتباط (Correlation)
110	2- الانحدار الخطي البسيط (Simple Regression)
114	أنشطة المحور
قائمة المراجع	

مقدمة

الاحصاء هو ذلك العلم الذي يهتم بالطرق العلمية لجمع البيانات حول ظاهرة معينة وعرضها ووصفها وتحليلها للوصول إلى نتائج يتم استعمالها في تفسير مشكلة الدراسة بالوصف أو المقارنة أو التنبؤ ومن ثم اتخاذ القرارات المناسبة، وفي هذه المطبوعة فلقد تطرقنا إلى أول نوع من أنواع الاحصاء ألا وهو الاحصاء الوصفي (الاحصاء 1) حيث تندرج هذه المطبوعة ضمن مقياس الاحصاء 1 الموجهة أساسا إلى طلبة السنة أولى جذع مشترك لكلية العلوم الإقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، هذا ويمكن أن يستفيد منها الطلبة من مختلف الكليات الأخرى الذين هم بحاجة إلى المقياس من أجل فهم المعلومات والبيانات العلمية من ناحية وكذا من أجل الوصول إلى نتائج دقيقة وذات جودة ودقة من ناحية أخرى

حيث غطت هذه المطبوعة جميع محاور الاحصاء الوصفي المقسمة (حسب ما جاء في مقرر المادة التعليمية الصادرة عن وزارة التعليم العالي والبحث العلمي) إلى تسعة محاور: نظرة عامة حول علم الاحصاء، العرض الجدولي للبيانات، العرض البياني للبيانات، مقاييس النزعة المركزية، مقاييس التشتت، مقاييس الشكل، مقاييس التمرکز، الأرقام القياسية وأخيرا الارتباط والانحدار، حيث يتضمن كل محور ملخص له وأمثلة توضيحية عن القوانين الخاصة به مع توضيح كيفية تطبيقها بأسلوب سهل للفهم والاستيعاب.

أخيرا نرجو أننا قد وفقنا في إعداد هذه المطبوعة حتى تعم الاستفادة سواء للطلبة أو للباحثين المهتمين في هذا

المجال.

المحور الأول:

نظرة عامة حول علم الاحصاء

أهداف المحور:

في نهاية هذا المحور سيكون الطالب قادر على أن:

- يتعرف على علم الاحصاء وأنواعه؛
- يميز بين المجتمع الاحصائي والعينة؛
- يصنف المتغيرات الكمية والنوعية؛
- يميز بين مختلف مصادر البيانات التي يمكن أن يعتمد عليها الباحث في دراسته؛
- يتعرف على مختلف أنواع العينات وسبب اختيار كل نوع منها.

عناصر المحور:

- (1) مفهوم علم الاحصاء
- (2) مفاهيم أساسية في الاحصاء
- (3) مصادر وأساليب جمع البيانات
- (4) أنواع العينات
- (5) أنواع المتغيرات الاحصائية

1-مفهوم علم الاحصاء

تشير كلمة احصاء لغويا إلى عملية العد وهي تستخدم للإشارة إلى البيانات المجمعة حول ظاهرة معينة، لهذا فالإحصاء في البداية كان يقصد به العد لكن التطور السريع في علم الرياضيات وطريقة جمع وتحليل البيانات ساهم في تطور علم الاحصاء أيضا (شلوف و جواد، 2022، الصفحات 11-12).

وعليه يمكن تعريف علم الإحصاء بأنه العلم الذي يهتم بطريقة جمع البيانات والمعلومات حول مختلف الظواهر وهذا باستخدام إما الحصر الشامل أو المعاينة وبعد ذلك معالجتها وتحويلها إلى أرقام وبعد ذلك عرضها في جداول وأشكال بيانية ومعادلات وغيرها من الطرق الاحصائية (شلوف و جواد، 2022، صفحة 12).

يقسم علم الاحصاء إلى نوعين أساسيين هما (البلداوي، 2009، صفحة 17):

-الاحصاء الوصفي: وهو العلم الذي يهتم بطرق جمع وتحليل ووصف البيانات وهذا من أجل الحصول على

بيانات ذات دلالة احصائية مع عدم تعميم النتائج المتحصل عليها؛

-الاحصاء الاستدلالي: وهو يمثل العلم الذي يهتم بأساليب التحليل والتفسير وتقديم الاستنتاجات وهذا

بالاعتماد على بيانات العينة بغرض الحصول على القرارات المناسبة وتعميم النتائج والتنبؤ بالقيم المستقبلية.

2- مفاهيم أساسية في الاحصاء

من أجل القيام بأي دراسة احصائية لابد من فهم أهم المصطلحات الاحصائية الأساسية والتي نوجزها فيما يلي:

2-1- المجتمع الاحصائي

يتكون المجتمع الاحصائي من مجموع المفردات أو الأشخاص أو الأحداث والتي نهتم بدراستها وتحليل خصائصها،

ويمكن التمييز بين نوعين من المجتمع الاحصائي وهما : المجتمع المحدود (وهو الذي يتكون من مفردات محدودة أي

نهائية) والمجتمع الغير محدود (وهو الذي يتكون من عدد لا نهائي من المفردات) (زرارك، 2015، صفحة 2)

2-2- العينة

العينة هي عبارة عن مجموعة جزئية من المجتمع الاحصائي والتي يجب ان تكون تمثله أحسن تمثيل ولديها نفس

خصائصه ومميزاته مع الاشارة إلى أن مفردات العينة يتم اختيارها بطريقة محددة (الكاف، 2014، صفحة 21)

2-3- وحدة المعاينة

وحدة المعاينة وهي تمثل الوحدة الاحصائية او ما يطلق عليها أيضا وحدة العينة وهي عبارة المفردة الواحدة من

مفردات المجتمع أي الوحدة الواحدة من وحدات المجتمع والتي يتم من خلال جمع البيانات من أجل الدراسة (الكاف،

2014، صفحة 21).

4-2- المتغير الاحصائي

المتغير الاحصائي هو يمثل الظاهرة أو الحدث أو الخاصية المدروسة والتي تتغير قيمها من ظرف لآخر أي انها تختلف باختلاف الحالات مثل كمية الانتاج وعدد ساعات العمل، ومن الجدير بالذكر أن المتغير الاحصائي يمثل الوحدة الأساسية للتحليل الاحصائي (القوصي، 2014، صفحة 37).

5-2- البيانات

تمثل البيانات القيم أو القياسات التي ترفق بكل مفردة أو كل عنصر من عناصر المجتمع، وهي قد تكون على شكل أرقام أو صفات أو رموز (زرارك، 2015، صفحة 2).

3- مصادر وأساليب جمع البيانات

من خلال ما يلي سنقوم بتقديم أهم ما يخص مصادر وأساليب جمع البيانات.

1-3- مصادر البيانات

يمكن تقسيم مصادر البيانات إلى قسمين أساسيين نوجزهما كما يلي (كشك، محمود جمعة، و عطية، 2013، الصفحات 17-18):

3-1-1- مصادر غير مباشرة (مصادر تاريخية)

تسمى المصادر الغير مباشرة للبيانات أيضا بالمصادر التاريخية، وهي عبارة عن بيانات قابلة للاستخدام وصادرة عن هيئات خاصة قامت بتنظيم هذه البيانات مسبقا في شكل سجلات جاهزة مثل المطبوعات والمنشورات والتقارير وغيرها. من الجدير بالذكر أن هذا النوع من المصادر تقسم إلى قسمين:

❖ **المصادر الأولية:** وهي تشير إلى أن البيانات تم جمعها ونشرها من قبل نفس الجهة مثل الهيئات الخاصة

بالإحصاء هي من تقوم بجمع ونشر البيانات؛

❖ **المصادر الثانوية:** وهي المصادر التي لا تقوم بجمع البيانات وإنما مسؤولة على نشرها فقط مثل

المجلات ثم استخدامها بالاعتماد على مصادر أولية.

2-1-3- مصادر مباشرة (مصادر ميدانية)

تعتبر البيانات ذات مصدر مباشر إذا قام الباحث بالحصول على البيانات مباشرة من قبل المبحوثين أي الاتصال المباشر بالمبحوثين المتعلقين بالظاهرة المدروسة وهذا من خلال توجيه أسئلة مباشرة لهم أو من خلال الملاحظة والمشاهدة المباشرة كما يمكن استخدام كلى الطريقتين.

2-3- أساليب جمع البيانات

يمكن تقسيم أساليب جمع البيانات إلى نوعين أساسيين نوجزهما فيما يلي (خليل، بدون سنة، الصفحات 11-12):

3-2-1- أسلوب الحصر الشامل

من خلال هذا الأسلوب يقوم الباحث باستخدام جميع مفردات المجتمع بدون استثناء وما يميز هذا الأسلوب هو الحصول على نتائج دقيقة وغير متحيزة، لكن ما يعاب عليه هو أنه يتطلب وقت وجهد كبيرين بالإضافة إلى التكلفة العالية.

3-2-2- أسلوب المعاينة (العينة)

وفق هذا الأسلوب فإن الباحث لا يعتمد على كل مفردات المجتمع المدروس وإنما يستخدم جزء من هذه المفردات فقط ويتم اختيار هذه المفردات وفق طرق معينة تتوافق وأهداف الباحث والبحث، وما يميز هذا الأسلوب هو توفيره للوقت والجهد وكذلك التكلفة ولكنه لا يقدم نتائج دقيقة مقارنة بأسلوب الحصر الشامل كما أنه يفضل استخدام هذا الأسلوب في حالة عدم القدرة على حصر جميع مفردات المجتمع.

4- أنواع العينات

يمكن تقسيم العينات حسب طريقة اختيار مفرداتها إلى نوعين أساسيين هما كالآتي:

1-4-1- العينات العشوائية (الاحتمالية)

العينات العشوائية هي تلك العينة التي تتكون من المفردات المسحوبة من نفس المجتمع والتي يكون لها احتمال معلوم (ليس بالضرورة متساوي)، والسحب وفق هذا النوع من العينات يكون بطريقة عشوائية مع مراعاة الاحتمال المستخدم (البلداوي، 2009، الصفحات 22-23). تضم العينات العشوائية عدة أنواع نوجز أهمها فيما يلي: البلداوي

1-4-1-1- العينة العشوائية البسيطة

تعتبر العينة العشوائية البسيطة أساس جميع أنواع العينات الاحتمالية، حيث يتم سحب مفرداتها من نفس مجتمع الدراسة والذي يشترط أن يكون متجانس من حيث الخاصية المدروسة كما أن لكل مفردة من مفرداتها لديها نفس احتمال الظهور. من الجدير بالذكر أيضا أن اختيار مفردات العينة العشوائية البسيطة يكون إما بإرجاع أو بدون إرجاع (البلداوي، 2009، الصفحات 23-24).

1-4-2- العينة العشوائية الطبقية

نستخدم العينة العشوائية المنتظمة عندما يكون المجتمع المدروس غير متجانس لأنه في هذه الحالة تكون العينة العشوائية البسيطة غير مناسبة لأنها لن تمثل المجتمع أحسن تمثيل، وعليه فمن أجل اختيار مفردات العينة من خلال تقسيم المجتمع الغير متجانس إلى مجموعات صغيرة متجانسة أي طبقات بعدها يتم اختيار عينة عشوائية بسيطة من كل مجموعة أي من كل طبقة (البلداوي، 2009، صفحة 27).

1-4-3- العينة العشوائية المنتظمة

عندما يكون حجم المجتمع غير معروف فإن العينة العشوائية المناسبة للدراسة هي العينة العشوائية المنتظمة والتي تتكون مفرداتها من خلال تحديد نقطة البداية عشوائيا من بين مجموعة من الأعداد (أي أن مفردات المجتمع مرتبة في شكل سلسلة أعداد) ثم تحديد باقي المفردات بالاعتماد على خطوة ثابتة ومنتظمة نضيفها في كل مرة إلى أن نتحصل على حجم العينة المطلوب ومن هنا جاءت التسمية بالعينة العشوائية المنتظمة (البلداوي، 2009، الصفحات 32-33).

2-4-العينات الغير عشوائية (الغير احتمالية)

يلجأ الباحث إلى العينات الغير احتمالية عندما لا تكون هناك امكانية لاستخدام العينات الاحتمالية، حيث في هذا النوع من العينات لا يتم الاعتماد على العشوائية في اختيار مفرداتها أي أن مفردات العينة ليس لديها نفس احتمال الظهور وبالتالي فإن الباحث يتحيز في اختيار هاته المفردات، وعليه فإنه لا يمكن تعميم النتائج المتحصل عليها من العينة على مجتمع الدراسة (القحطاني، 2015، صفحة 71).

هناك عدة أنواع للعينات الغير احتمالية نوجز أهمها فيما يلي (القحطاني، 2015، الصفحات 82-83):

4-2-1-العينة الحصصية

في هذا النوع من العينات يقوم الباحث بتقسيم مجتمع الدراسة إلى طبقات أو مجموعات حسب الخاصية أو المعيار الذي يعتمد عليه الباحث، وبعد ذلك يقوم الباحث باختيار مفردات لكل طبقة بطريقة مقصودة أي غير عشوائية على عكس العينة العشوائية الطبقية.

4-2-2-عينة كرة الثلج

يتم استخدام هذا النوع من العينات في حالة عدم معرفة الباحث بكل مفردات المجتمع، لهذا فمن أجل تحديد مفردات العينة يقوم الباحث بالاتصال بمفردة أو أكثر من المجتمع ثم من خلالهم يتم الاتصال بمجموعة أخرى من المفردات وهم بدورهم يساعدون بالاتصال في مجموعة أخرى وهكذا حتى يتم الوصول حجم العينة المرغوب.

5-أنواع المتغيرات الاحصائية

يمكن تقسيم المتغيرات الاحصائية حسب طريقة قياسها إلى نوعين أساسيين كالتالي:

5-1-المتغيرات النوعية (الوصفية)

وهي تمثل المتغيرات الغير قابلة للقياس عدديا بل يتم الاعتماد في القياس على التكرارات فقط (شلوف و جواد،

2022، صفحة 19)، وهي تنقسم بدورها إلى قسمين:

❖ المتغيرات الرتببة: وهى تمثل جميع المتغيرات الغير قابلة للقياس أيضا لكن يمكن ترتيب قيمها

تصاعديا أو تنازليا مثل المستوى التعليمي للعمال (شلوف و جواد، 2022، صفحة 20).

❖ المتغيرات الاسمية: وهى المتغيرات التى تقوم بوصف المفردات والأشياء حسب الصفات أو الأسماء،

وبالتالى فالمتغيرات الاسمية تفتقد خاصية الترتيب (الكاف، 2014، صفحة 26).

2-5- المتغيرات الكمية

المتغيرات الكمية هى تلك المتغيرات التى يمكن قياسها عدديا بأرقام حقيقية مثل حجم الاستهلاك (شلوف و

جواد، 2022، صفحة 20) ، وهى تصنف إلى نوعين أساسيين (شلوف و جواد، 2022، الصفحات 20-21):

❖ المتغيرات المتصلة: وهى المتغيرات الكمية التى تتكون من أعداد صحيحة وكسور مثل حجم

الاستهلاك، كمية المبيعات وغيرها من الأمثلة.

❖ المتغيرات المنفصلة: وهى تعكس المتغيرات الكمية التى تأخذ قيمها دائما أعداد صحيحة أى لا يمكن

تجزئتها مثل عدد الطلبة.

أنشطة المحور

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة

-من أجل استخدام العينة العشوائية المنتظمة لابد أن يكون:

☐ المجتمع غير متجانس

☐ المجتمع طبقي

☐ المجتمع مرتب في شكل سلسلة

السؤال الثاني: أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل:

-نلجأ إلى أسلوب المعاينة إذا كان المجتمع محدود

☐ صحيح

☐ خطأ

التعليل:

السؤال الثالث: قدم تعريف بسيط ومختصر لكل من المجتمع الاحصائي، العينة والوحدة الاحصائية مع تقديم

مثال لتوضيح ذلك.

المحور الثاني:
العرض الجدولي للبيانات

أهداف المحور

في نهاية هذا المحور سيكون الطالب قادر على أن:

- يحسب التكرارات الخاصة بكل نوع من أنواع المتغيرات الاحصائية بدقة،
- ينشئ جداول تكرارية متنوعة ومنظمة تمثل البيانات الاحصائية المعطاة،
- يميز بين الجداول التكرارية الخاصة بكل نوع من أنواع المتغيرات (الكمية والنوعية) دون خلط.

عناصر المحور:

- (1) مفاهيم أساسية
- (2) عرض البيانات في جدول تكراري بسيط
- (3) عرض البيانات في جدول تكراري مزدوج
- (4) عرض البيانات في شكل جدول تكراري متجمع

1- مفاهيم أساسية

العرض الجدولي للبيانات أو ما يسمى بتبويب البيانات (البيانات الخام) يقصد به عرض هذه البيانات في جداول احصائية مناسبة وهو يمثل الخطوة الثانية بعد تجميع البيانات الخام (القوسي، 2014، صفحة 91)، والجدول الاحصائي يسمح بتنظيم وترتيب البيانات في جداول دون تغيير قيمها وهذا من أجل تقديمها في صورة واضحة وقابلة للاستخدام والفهم (عزوز، 2010، صفحة 29).

قبل التطرق إلى أنواع الجداول الاحصائية لابد من تعريف التكرار المطلق والتكرار النسبي كما يلي (Chin, 2003,

p. 12)

-التكرار المطلق (Frequency): ويرمز له بالرمز n_i وهو يمثل مجموع التكرار الكلي للصفة المدروسة أو المتغير

المدرس في العينة المدروسة، مع الإشارة إلى أن N تمثل مجموع التكرارات المطلقة أو حجم العينة المدروسة.

-التكرار النسبي f_i (relative frequency): وهو يقيس نسبة الملاحظات في فئة معينة، أي أنه يقيس نسبة تكرار

$$f_i = \frac{n_i}{N}$$

الصفة أو الفئة بالنسبة للتكرار الكلي ويحس (Chin, 2003) ب بالعلاقة التالية

وعليه فإن تبويب البيانات الخام في جداول إحصائية أو ما يسمى أيضا "بالجداول التكرارية" أو "التوزيع التكراري" تختلف باختلاف نوع البيانات (كمية أو نوعية) وأيضا حسب شكل الجدول التكراري.

2- عرض البيانات في جدول تكراري بسيط

الجدول التكراري البسيط هو ذلك الجدول الذي يتكون من عمودين حيث يتم في العمود الأول وضع قيم المتغير أو الصفة المدروسة مرتبة ترتيباً تصاعدياً والعمود الثاني فيسمى بعمود التكرار ويرصد فيه عدد مرات تكرار كل درجة أو حدث أو صفة (القوصي، 2014، صفحة 92). من الجدير بالذكر أن الجداول التكرارية البسيطة تهتم بدراسة صفة واحدة أي متغير واحد فقط.

2-1- عرض بيانات المتغير الوصفي (النوعي) في شكل جدول تكراري بسيط

يمكن عرض بيانات المتغير الوصفي (النوعي) في شكل جدول تكراري بسيط، حيث يمثل العمود الأول مستويات المتغير النوعي والعمود الثاني التكرار المقابل لكل مستوى كما يمكن إضافة عمود ثالث يمثل التكرارات النسبية والتي تهدف إلى إبراز الأهمية النسبية لكل مستوى مقارنة بباقي المستويات (فهبي، 2005، صفحة 155).

مثال: فيما يلي بيانات خاصة بالمستوى التعليمي لـ 20 عامل في مؤسسة معينة

ليسانس	ماستر	بكالوريا	ماستر	ماستر
بكالوريا	ليسانس	دكتوراه	ليسانس	ليسانس
ماستر	دكتوراه	دكتوراه	دكتوراه	ليسانس
ماستر	ليسانس	ماستر	ماستر	ليسانس

المطلوب:

1- ما هو نوع المتغير المدروس؟

2- قم بعرض البيانات في جدول تكراري مع حساب التكرارات النسبية

الحل:

1- المتغير المدروس هو المستوى التعليمي للعمال وهو متغير نوعي (وصفي)

2- الجدول التكراري المناسب هو الجدول التكراري البسيط والنتيجة كما يلي

المستوى التعليمي	التكرار المطلق n_i	التكرار النسبي f_i
بكالوريا	3	0.15
ليسانس	7	0.35
ماستر	7	0.35
دكتوراه	3	0.15
المجموع	20	1

2-2- عرض بيانات المتغير الكمي المتقطع في شكل جدول تكراري بسيط

في حالة متغير كمي متقطع (منفصل) فإنه يتم تشكيل جدول التوزيع التكراري البسيط بنفس الطريقة أي العمود

الأول يمثل قيم المتغير والثاني يمثل التكرارات (فهبي، 2005، صفحة 156)

مثال: فيما يلي بيانات خاصة بمعدلات خاصة بمقياس الاحصاء لعشرون طالب في السنة الأولى

10	14	15	10	14
15	17	15	14	10
17	17	15	10	14
17	10	15	14	14

المطلوب:

1- ما هو نوع المتغير المدروس؟

2- قم بعرض البيانات في جدول تكراري مع حساب التكرارات النسبية

الحل:

1- المتغير المدروس هو معدلات مقياس الاحصاء لعشرون طالب من السنة الأولى وهو متغير كمي متقطع

(منفصل)

2- الجدول التكراري المناسب هو الجدول التكراري البسيط والنتيجة كما يلي

معدلات الاحصاء	التكرار المطلق n_i	التكرار النسبي f_i
10	5	0.25
14	6	0.3
15	5	0.25
17	4	0.2
المجموع	20	1

2-3- عرض بيانات المتغير الكمي المستمر (المتصل) في شكل جدول تكراري بسيط

من أجل انشاء جدول تكراري بسيط للمتغير الكمي المستمر لابد من الاعتماد على الفئات التي تستخدم كأساس لتصنيف البيانات. وعليه فمن أجل انشاء جدول توزيع تكراري ذو فئات لابد من اتباع الخطوات التالية (خليل، بدون سنة، صفحة 18):

- حساب المدى R (Range): وهو يمثل الفرق بين أكبر قيمة للبيانات وأقل قيمة للبيانات المدروسة
- تحديد عدد الفئات المناسب (K) : من أجل تحديد العدد المناسب للفئات فإنه يمكن الاعتماد على معادلتين أساسيتين هما:

- معادلة Sturges حيث $K = 1 + (3.32 \log N)$ عدد الفئات حيث N تمثل حجم العينة (عبان،

2022، صفحة 25)

- معادلة Yule والتي تنص $K = 2.5 \sqrt[4]{N}$ عدد العينات ، وتمثل N حجم العينة (شاهر، 2010،

صفحة 31)

- تحديد طول الفئة L : ويحسب وفق المعادلة التالية: $L = \frac{R}{K}$

➤ آخر مرحلة هي تحديد الفئات: ويقصد به تحديد الحدود الدنيا والعليا لكل فئة، حيث يتم البدء من

أقل قيمة للبيانات والتي تعتبر الحد الأدنى للفئة الأولى بعدها يتم إضافة طول الفئة لنحصل على الحد

الأعلى للفئة

- الحد الأعلى للفئة الأولى = الحد الأدنى + طول الفئة

وبنفس الطريقة يتم تحديد باقي الفئات حيث الحد الأعلى للفئة هو الحد الأدنى للفئة الموالية (خليل،

بدون سنة، صفحة 18)

مثال: فيما يلي بيانات خاصة بمعدلات خاصة بمقياس الاحصاء لعشرون طالب في السنة الأولى

5	7	12	11	18	19	16	10	5	17
15	4	16	19	11	10	4	11	10	3
17	7	11	5	3	7	18	3	15	5

الحل:

- حساب المدى $R = 19 - 3 = 16$

- حساب عدد الفئات: حسب قانون يول $K = 2.5\sqrt[4]{30} = 5.850$ وبالتالي ستكون لدينا 6 فئات

طول الفئة $= 16/6 = 2.66$ أي بالتقريب طول الفئة يساوي 3 ومنه يمكن تشكيل الجدول التكراري كما يلي:

الفئات	التكرار المطلق n_i	التكرار النسبي f_i
6-3	9	0.3
9-6	3	0.1
12-9	7	0.23
15-12	1	0.033
18-15	6	0.2
21-18	4	0.133
المجموع	30	1

3/ عرض البيانات في جدول تكراري مزدوج

الجدول التكراري المزدوج أو المركب يتم استعماله عندما نقوم بدراسة بيانات خاصة بصفيتين أو ظاهرتين في نفس الوقت وفي نفس المجتمع الاحصائي وقد يكون هذا الجدول كمي (متغيرين كميين) أو نوعي (متغيرين نوعيين) أو مختلط (فهبي، 2005، صفحة 161)

مثال: المثال الموالي يوضح طريقة عرض هذا النوع من الجداول التكرارية، حيث يبين التوزيع التكراري ل 100 طالب وهذا وفق متغيرين هما: النوع (ذكر و أنثى) واستخدام البرنامج الاحصائي (استخدام البرنامج وعدم استخدام البرنامج).

النوع	ذكر	أنثى	المجموع
استخدام البرنامج الاحصائي	45	40	85
لا يستخدم البرنامج الاحصائي	10	5	15
المجموع	55	45	100

4/ عرض البيانات في شكل جدول تكراري متجمع

من خلال عرض البيانات في شكل جداول تكرارية بسيطة فإنه يتم التعرف على تكرار المفردات في كل فئة مقابلة لها، لهذا فمن أجل معرفة عدد المفردات التي تقل او تزيد عن قيمة معينة فإنه نلجأ إلى ما يسمى بالجدول التكراري المتجمع والذي ينقسم إلى جدول تكراري متجمع صاعد وجدول تكراري متجمع نازل. (كشك، محمود جمعة، و عطية، 2013، صفحة 47)

1-4-الجدول التكراري المتجمع الصاعد Fcc

من خلال هذا الجدول يتم تجميع التكرارات ابتداء من الحد الأعلى الفعلي للفئة الأولى والذي يقابله الصفر إلى غاية الحد الأعلى الفعلي للفئة الأخيرة والذي يقابله المجموع الكلي للتكرارات. (شاهر، 2010، صفحة 37)

2-4-الجدول التكراري المتجمع النازل Fcd

على عكس المتجمع التكراري الصاعد فإن الجدول التكراري للمتجمع النازل يبدأ من الحد الأدنى الفعلي للفئة الأولى والتي يقابلها المجموع الكلي للتكرارات إلى غاية الحد الأدنى للفئة الأخيرة. والذي يقابله الصفر (شاهر، 2010، صفحة 38)

مثال: فيما يلي التوزيع التكراري لمعدلات 60 طالب في مادة الاحصاء:

الفئات	التكرارات
5-0	3
10-5	17
15-10	25
20-15	15
المجموع	60

الحل: وعليه فالمتجمع الصاعد والنازل يكون كما يلي:

المتجمع التكراري الصاعد		المتجمع التكراري النازل	
الحدود العليا الفعلية للفئات	التكرار الصاعد	الحدود الدنيا الفعلية للفئات	التكرار النازل
أقل من 0	0	أكبر من 0	60
أقل من 5	3	أكبر من 5	57
أقل من 10	20	أكبر من 10	40
أقل من 15	45	أكبر من 15	15
أقل من 20	60	أكبر من 20	0

أنشطة المحور

السؤال الأول: أجب بصحيح أو خطأ مع التعليق:

من أجل حساب المدى الخاص ببيانات المتغير المدروس فإننا نعتمد على معادلة Sturges

☐ صحيح

☐ خطأ

التعليق:.....

السؤال الثاني: لخص في نقاط الفرق بين التوزيع التكراري البسيط والتوزيع التكراري المزدوج.

السؤال الثالث: اختر الإجابة الصحيحة:

نستخدم الجدول التكراري المزدوج عندما نقوم بدراسة بيانات خاصة بـ:

☐ صفتين أو ظاهرتين في نفس الوقت

☐ صفتين أو ظاهرتين وفي نفس المجتمع الإحصائي

☐ صفتين أو ظاهرتين كميتين

المحور الثالث:

العرض البياني للبيانات

أهداف المحور

في نهاية هذا المحور سيكون الطالب قادر على أن:

- يتعرف على نوع البيانات المدروسة بمجرد ملاحظة الشكل البياني وتحليله،
- ينشئ التمثيل البياني المناسب لكل نوع من البيانات الاحصائية المعطاة،
- يميز بين الأشكال البيانية الخاصة بكل نوع من أنواع المتغيرات (الكمية والنوعية) دون خلط.

عناصر المحور:

- 1) مفهوم العرض البياني للبيانات
- 2) العرض البياني للمتغيرات النوعية
- 3) العرض البياني للمتغيرات الكمية المتقطعة
- 4) العرض البياني للمتغيرات الكمية المستمرة

1- مفهوم العرض البياني للبيانات

يسمح العرض البياني للبيانات بإعطاء فكرة موجزة وصورة أوضح حول انتشار البيانات وطريقة توزيعها، فالأشكال البيانية تعتبر بمثابة تلخيص للبيانات الاحصائية وهذا ما يساهم في تسهيل استيعاب خصائص متغيرات الدراسة (القوصي، 2014، صفحة 101). ويمكن إيجاز أهمية العرض البياني في الدراسات الاحصائية فيما يلي (فهيم، 2005، الصفحات 165-166):

- أخذ فكرة عامة وسريعة حول خصائص الظاهرة،
- القدرة على القيام بالمقارنات بين التوزيعات،
- استخلاص بعض المؤشرات الاحصائية من الشكل دون اللجوء إلى الصيغ الرياضية.

2- العرض البياني للمتغيرات النوعية

هناك العديد من الطرق التي يمكن من خلالها عرض البيانات النوعية نوجز أهمها فيما يلي.

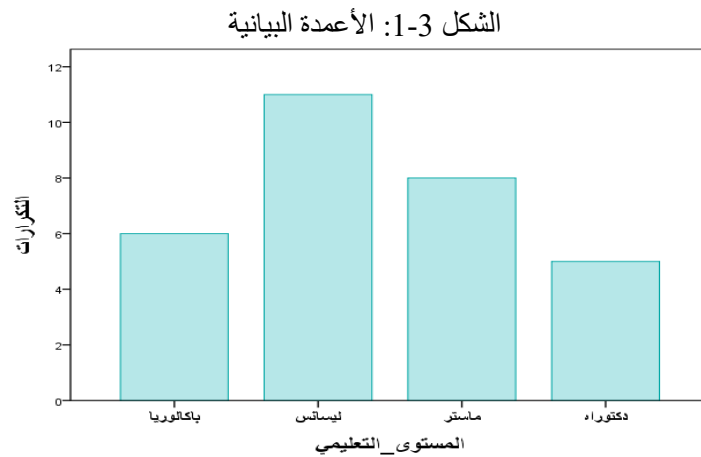
1-2- الأعمدة البسيطة (Bar chart)

الأعمدة البيانية أو ما يسمى أيضا بالأشرطة البيانية هي عبارة عن مستطيلات عمودية تبدأ من المحور الأفقي والذي يقابل المعلومات الخاصة بالمتغير النوعي المدروس وارتفاعه يمثل تكرار هذه المعلومات. (شاهر، 2010، صفحة 39)

مثال: الجدول الموالي يوضح تكرارات خاصة بمتغير المستوى التعليمي لعمال مؤسسة ما

المجموع	دكتوراه	ماستر	ليسانس	بكالوريا	المستوى التعليمي
30	5	8	11	6	التكرارات

والشكل الموالي يوضح التمثيل البياني وفق الأعمدة البيانية

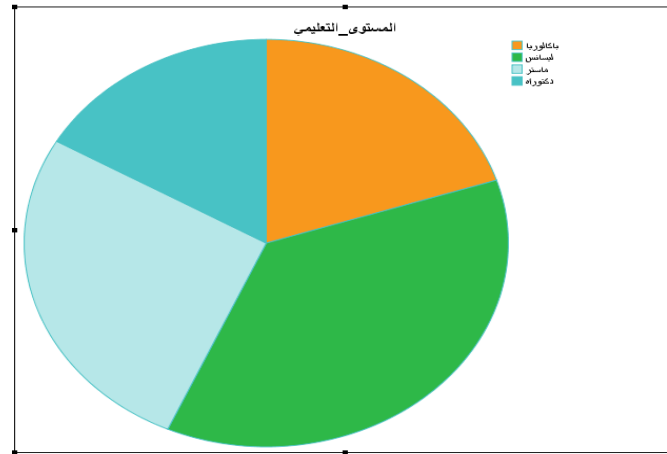


2-2- الدوائر البيانية (Pie chart)

الدائرة البيانية هي إحدى طرق عرض المتغيرات النوعية والتي تسمح بتوضيح الأجزاء المختلفة للظاهرة المدروسة. ومنه فمن أجل تمثيل الظاهرة بالاعتماد على الدائرة البيانية فإنه يتم تقسيم المساحة الكلية للدائرة (360) والتي تمثل الظاهرة إجمالاً إلى مساحات جزئية حيث تمثل كل واحدة خاصية من خصائص الظاهرة المدروسة، ويتم حساب الزاوية المركزية لكل مساحة (Xi) وفق القانون التالي: $X_i = f_i * 360$ حيث f_i هو التكرار النسبي المقابل لكل خاصية. (عبان، 2022، صفحة 43)

والشكل الموالي يوضح التمثيل البياني وفق الدائرة البيانية لنفس المثال السابق الخاص بالمستوى التعليمي للعمال.

الشكل 2-3: الدوائر البيانية



3- العرض البياني للمتغيرات الكمية المتقطعة

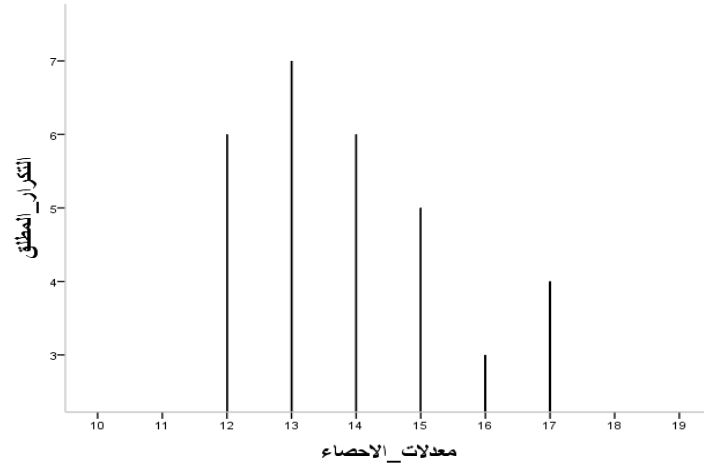
البيانات الكمية المنفصلة أو المتقطعة يمكن تمثيلها من خلال الأعمدة البيانية حيث يتم الربط بين كل قيمة والتكرار الذي يقابلها وهذا بإسقاط عمود على المحور الأفقي على قيمة المتغير المدروس وارتفاع هذا العمود هو قيمة التكرار. (شلوف و جواد، 2022، صفحة 117)

مثال: الجدول الموالي يمثل الجدول التكراري لمعدلات 31 طالب في مادة الاحصاء

معدلات الاحصاء	التكرار المطلق n_i
12	6
13	7
14	6
15	5
16	3
17	4
المجموع	31

وعليه فالتمثيل البياني المناسب لمعدلات الطلبة هو الأعمدة البيانية الموضحة في الشكل الموالي.

الشكل 3-3: الأعمدة البيانية



4- العرض البياني للمتغيرات الكمية المستمرة

يتم تمثيل البيانات الكمية في المستمرة في عدة أشكالها أهمها: المدرج التكراري، المضلع التكراري، المنحنى التكراري، المنحنيات التكرارية المتجمعة الصاعدة والنازلة.

1-4- المدرج التكراري

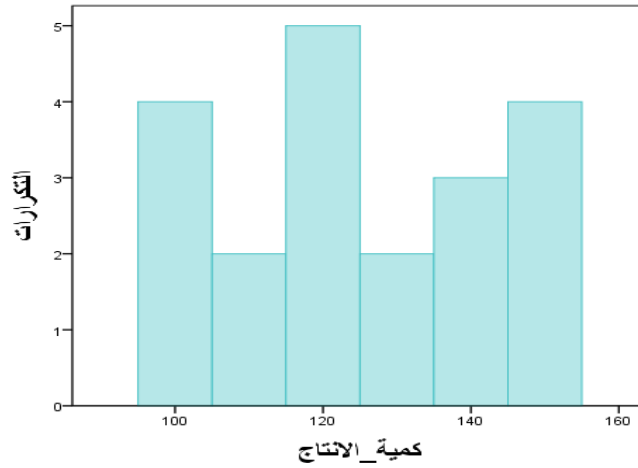
المدرج التكراري هو طريقة عرض بيانية تستخدم لتمثيل البيانات الكمية المجمعة في الجدول التكراري البسيط، وهو يتميز بكونه عبارة عن مجموعة من الأعمدة المتلاصقة التي توجد بينها فراغات حيث: المحور الأفقي يمثل فئات المتغير والمحور العمودي يمثل تكرار كل فئة وقاعدة العمود هي طول الفئة وارتفاعه هو تكرار الفئة. (عبان، 2022، صفحة 38)

مثال: الجدول الموالي يمثل كميات الانتاج الخاصة بإحدى المؤسسات خلال 20 سنة

كميات الانتاج	105-95	115-105	125-115	135-125	145-135	155-145
التكرارات	4	2	5	2	3	4

وعليه فبالاعتماد على بيانات الجدول يمكن إنشاء المدرج التكراري كما يلي

الشكل 3-4 : المدرج التكراري

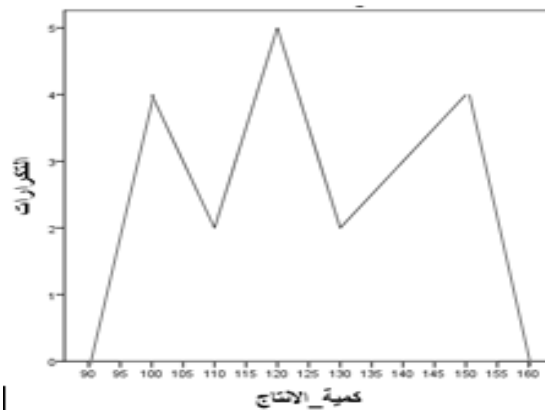


2-4- المضلع التكراري

يعتبر المضلع التكراري أيضا تمثيل بياني خاص بالجدول التكراري البسيط للمتغيرات الكمية، حيث يتم فيه الربط بخطوط منكسرة بين التكرارات على المحور العمودي ومراكز الفئات على المحور الأفقي وبعد ذلك نقوم بتوصيل طرفي المضلع بالمحور الأفقي وهذا بافتراض فئتين متطرفتين واحدة من اليمين وواحدة من اليسار مع افتراض تكرار كل منهما الصفر. (عبان، 2022، صفحة 40)

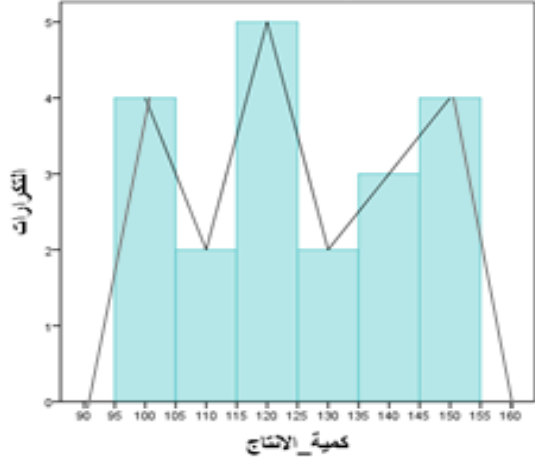
تجدر الإشارة إلى أن مراكز الفئات والتي تمثل القيمة التي تقع في منتصف الفئة يمكن حسابها وفق المعادلة التالية: $\text{مركز الفئة} = (\text{الحد الأعلى للفئة} + \text{الحد الأدنى للفئة}) / 2$ (خليل، بدون سنة، صفحة 23)، والشكل الموالي يوضح طريقة رسم المضلع التكراري الخاص بنفس المثال السابق.

الشكل 3-5 : المضلع التكراري



تجدر الإشارة إلى أنه يمكن رسم المضلع التكراري والمدرج التكراري في نفس الشكل حيث يتم وضع نقطة عند منتصف أعلى كل عمود أي فوق مركز الفئة مباشرة مقابل قيمة التكرار بعدها يتم الربط بين النقاط بخطوط مستقيمة حتى نتحصل على الخط المنكسر الذي يطلق عليه المضلع التكراري (سيف النصر سيد، 2016، صفحة 67)، والشكل الموالي يوضح ذلك.

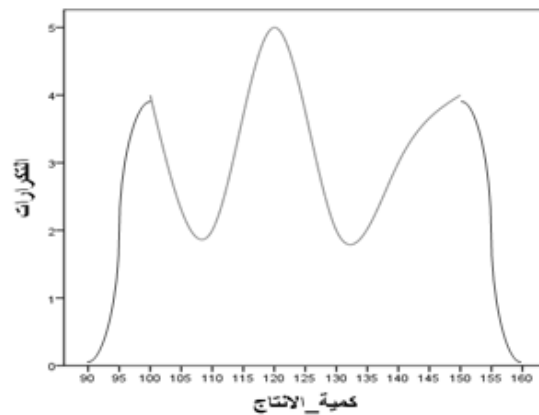
الشكل 3-6 : المضلع التكراري مع المدرج التكراري



3-4- المنحنى التكراري

يتم رسم المنحنى التكراري باتباع نفس خطوات رسم المضلع التكراري مع تمهيد الخطوط المنكسرة لتأخذ شكل منحنى (خليل، بدون سنة، صفحة 24). والشكل الموالي يوضح طريقة رسم المنحنى التكراري.

الشكل 3-7 : المنحنى التكراري



أنشطة المحور

السؤال الأول: اختر الإجابات الصحيحة:

من أجل تمثيل البيانات النوعية فإننا نعتمد على:

☐ المدرج التكراري

☐ الدائرة النسبية

☐ الأعمدة البيانية

السؤال الثاني: أجب بصحيح أو خطأ مع تصحيح الخطأ إن وجد

يتم رسم المضلع التكراري بالاعتماد على مراكز الفئات الخاصة بالبيانات الخاصة بالمتغيرات الكمية والممثلة في جدول تكراري بسيط.

☐ صحيح

☐ خطأ

التعليل:

السؤال الثالث: لخص أهم الطرق التي تسمح بتمثيل المتغيرات الكمية بيانياً.

المحور الرابع:

مقاييس النزعة المركزية

Measures of central tendency

أهداف المحور

في نهاية هذا المحور سيكون الطالب قادر على أن:

-يتعرف على مفهوم مقاييس النزعة المركزية وأنواعها؛

-يحسب كل من الوسط الحسابي والوسيط وغيرها من مقاييس النزعة المركزية؛

-يطبق مختلف لقوانين الخاصة بالمقاييس المركزية وهذا حسب نوع البيانات؛

-يميز في حساب المقاييس بين البيانات المبوبة وغير المبوبة.

عناصر المحور

(1) تعريف مقاييس النزعة المركزية

(2) 2- المتوسط الحسابي (Arithmetic Mean)

(3) الوسيط (Median)

(4) المنوال (Mode)

(5) الربيعيات (Quartiles) والعشريات (Deciles) والمئينات (Percentiles)

(6) المتوسط الهندسي (Geometric Mean)

(7) المتوسط التوافقي (Harmonic Mean)

1-تعريف مقاييس النزعة المركزية

مقاييس النزعة المركزية أو ما يسمى أيضا مقاييس التمرکز أو المتوسط يمكن تعريفها بأنها مجموع القوانين أو

العلاقات التي تهدف إلى حساب أو إيجاد أو تقدير القيمة التي تتمركز حولها أغلب البيانات. (زراك، 2015، صفحة 39)

2-المتوسط الحسابي (Arithmetic Mean)

فيما يلي سنحاول تقديم أهم المفاهيم الخاصة بالمتوسط الحسابي وطرق حسابه.

1-2- تعريف المتوسط الحسابي ($\bar{x}$)

يعرف المتوسط الحسابي بأنه مجموع البيانات أو القيم مقسوم على عددها، وعندما يتم حساب المتوسط الحسابي للمجتمع فإننا نرمز له بالرمز μ أما في حالة الاعتماد على عينة فإنه يرمز له بالرمز $\bar{x}$ وهو الأكثر شيوعاً (عبان، 2022، صفحة 49).

2-2- طرق حساب المتوسط الحسابي

من أجل حساب المتوسط الحسابي فإننا نميز بين حالتين: حالة البيانات المبوبة والبيانات الغير مبوبة.

2-2-1- في حالة البيانات الغير مبوبة

من أجل حساب المتوسط الحسابي في حالة البيانات المبوبة أو بصيغة أخرى كمية منفصلة فإننا نميز بين حالتين هما:

❖ حالة البيانات بدون تكرار: يتم حساب المتوسط الحسابي البسيط وفق صيغته البسيطة كما يلي:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

حيث x_i تمثل قيم المشاهدات أو قيم البيانات و n تمثل عدد المشاهدات أو القيم (حجم العينة). (زراك، 2015، صفحة 40)

مثال: إذا كان لدينا السلسلة الاحصائية التالية: 55-68-72-41-93-82-56 أوجد المتوسط الحسابي.

$$\text{الحل: } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{55+68+72+41+93+82+56}{7} = 66.71$$

❖ حالة البيانات بتكرار: إذا كانت البيانات غير مبوبة لكن لديها أوزان (معاملات) أو مجمعة في جدول

تكراري فإن المتوسط الحسابي يطلق عليه اسم المتوسط الحسابي المرجح أو الموزون ويمكن حسابه وفق العلاقة التالية:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n n_i x_i}{\sum n_i}$$

حيث x_i تمثل القيم أو المشاهدات، و n_i تمثل مجموع التكرارات (عبان، 2022، صفحة 52).

مثال: قم بحساب المتوسط الحسابي للبيانات المنظمة في الجدول التكراري التالي:

كمية الانتاج	200	180	150	110	المجموع
التكرار n_i	30	20	25	15	90

الحل: من أجل حساب المتوسط الحسابي المرجح فإنه نكمل الجدول كما يلي:

كمية الانتاج	200	180	150	110	المجموع
التكرارات n_i	30	20	25	15	90
$n_i x_i$	6000	3600	3750	1650	15000

$$\bar{x} = \frac{15000}{90} = 166.66 \text{ وعليه المتوسط الحسابي المرجح يساوي:}$$

2-2-2- في حالة البيانات المبوبة

من أجل حساب المتوسط الحسابي للبيانات الكمية المتصلة والمنظمة في جداول تكرارية فإن المتوسط

الحسابي يمكن حسابه وفق العلاقة التالية:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n n_i x_i}{\sum n_i}$$

حيث x_i تمثل مراكز الفئات، و $\sum n_i$ تمثل مجموع التكرارات (زراك، 2015، صفحة 40).

مثال: المطلوب حساب المتوسط الحسابي لكمية الانتاج الممثلة في الجدول الموالي:

كمية الانتاج	250-150	350-250	450-350	550-450	المجموع
التكرارات n_i	50	40	60	50	200

الحل: من أجل حساب المتوسط الحسابي فإننا نحسب أولاً مراكز الفئات كما يلي:

الفئات	250-150	350-250	450-350	550-450	المجموع
التكرارات n_i	50	40	60	50	200
مراكز الفئات x_i	200	300	400	500	/
$n_i x_i$	10000	12000	24000	25000	71000

$$\bar{x} = \frac{71000}{200} = 355 \text{ ومنه المتوسط الحسابي لكمية الانتاج يساوي:}$$

3-2- خصائص المتوسط الحسابي

يتميز المتوسط الحسابي بمجموعة من الخصائص نوجز أهمها فيما يلي (النجار، 2014، صفحة 22):

- نعتد في حساب قيمته على جميع قيم المشاهدات،
- سهولة حسابه وسهولة فهمه وتفسيره،
- يعتبر أهم المقاييس المستخدمة في الاحصاء الاستدلالي،
- لا يمكن استنتاج قيمه أو حسابه بالاعتماد على الطرق البيانية،

➤ تتأثر قيمه بالملاحظات المتطرفة.

3-الوسيط (Median)

1-3- تعريف الوسيط (Me)

يرمز للوسيط بالرمز (Me) وهو يمثل القيمة التي تتوسط مفردات العينة أي القيمة التي تقع في وسط مجموعة من القيم أو المفردات وتقسّمها إلى قسمين متساويين وهذا بعد ترتيبها تنازليا أو تصاعديا، حيث تكون عدد المفردات أو القيم الأقل من الوسيط تساوي عدد المفردات أو القيم الأكبر من الوسيط. (زراك، 2015، صفحة 45)

2-3- طرق حساب الوسيط

من أجل حساب الوسيط فإننا نميز بين حالتين: في حالة البيانات المبوبة (متغير كمي متقطع) وحالة البيانات الغير مبوبة (متغير كمي منفصل).

1-2-3- في حالة البيانات الغير مبوبة

من أجل تحديد قيمة الوسيط في حالة البيانات الغير مبوبة فإنه لا بد من ترتيب البيانات ترتيب تصاعدي أو تنازلي، بعد ذلك يتم تحديد قيمة الوسيط حسب عدد القيم في العينة.

❖ إذا كان عدد القيم فردي

بعد ترتيب البيانات ترتيبا تصاعديا أو تنازليا نبحث عن الرتبة $\frac{n+1}{2}$ حيث n هي عدد القيم (عدد المشاهدات) وبالتالي الوسيط Me يساوي القيمة المقابلة لهذه الرتبة. (المغربي، 2022، صفحة 78)

مثال: استخرج الوسيط الخاص بسلسلة البيانات التالية: 11-13-12-8-9-10-14

الحل: نلاحظ من خلال السلسلة معطاة أن عدد القيم يساوي $n=7$ وهو عدد فردي وعند ترتيبها تصبح السلسلة

كما يلي: 8-9-10-11-12-13-14

ومنه رتبة الوسيط تساوي $4 = \frac{7+1}{2} = \frac{n+1}{2}$ ، وبالتالي فإن قيمة الوسيط الخاص بهذه السلسلة هو القيمة

المقابلة للرتبة 4 وهو يساوي $Me=11$ وهي القيمة التي تتوسط البيانات.

❖ إذا كان عدد القيم زوجي

إذا كان عدد القيم أو البيانات عدد زوجي فإنه نرتب أيضا البيانات أو القيم ترتيب تصاعدي أو تنازلي بعد ذلك نبحث عن رتبتين من أجل حساب الوسيط هما: الرتبة $\frac{n}{2}$ ونستخرج الوسيط الأول $Me1$ المقابل لهذه الرتبة، بعد ذلك نحسب الرتبة $1 + \frac{n}{2}$ ونستخرج الوسيط الثاني $Me2$ المقابل لهذه القيمة. ومنه فقيمة الوسيط Me تساوي متوسط القيمتين وهو يحسب كما يلي: $Me = \frac{Me1+Me2}{2}$. (المغربي، 2022، صفحة 79)

مثال: استخرج الوسيط الخاص بسلسلة البيانات التالية: 7-4-3-1-9-8

الحل: نلاحظ من خلال السلسلة معطاة أن عدد القيم يساوي $n=6$ وهو عدد زوجي وعند ترتيبها تصبح السلسلة كما يلي: 1-3-4-7-8-9

ومنه رتبة الوسيطين هما: الرتبة الأولى تساوي $3 = \frac{6}{2} = \frac{n}{2}$ ، وبالتالي فإن قيمة الوسيط المقابل لهذه الرتبة هي $Me1=4$ ، والرتبة الثانية $4 = 1 + \frac{6}{2} = 1 + \frac{n}{2}$ وتقابل هذه الرتبة قيمة الوسيط الثاني $Me2=7$.

وعليه فقيمة الوسيط الخاص بهذه السلسلة يساوي $Me = \frac{Me1+Me2}{2} = \frac{7+4}{2} = 5.5$

3-2-2- في حالة البيانات المبوبة

في حالة البيانات المبوبة أي المتغيرات الكمية المتصلة (المستمرة) و المجمعة في شكل فئات في جدول تكراري فإنه يمكن حساب قيمة الوسيط بطريقتين مختلفتين إما حسابيا بالاعتماد على تكرار المتجمع الصاعد أو بيانيا.

❖ الطريقة الحسابية: بالاعتماد على تكرار لمتجمع الصاعد Fcc

أولا نقوم باستخراج الفئة الوسيطة ويكون ذلك من خلال تشكيل المتجمع الصاعد ثم تحديد رتبة الوسيط التي نتحصل عليها بقسمة مجموع التكرارات على 2 أي $\frac{\sum n_i}{2}$ وهي الرتبة التي تقابل الفئة التي يقع فيها الوسيط (الفئة الوسيطة)، بعد ذلك نقوم بحساب الوسيط وفق المعادلة التالية:

$$Me = L_0 + \frac{\frac{\sum n_i - F1}{2}}{F2 - F1} \times H$$

حيث: L_0 هي الحد الأدنى للفئة الوسيطة، F_1 هي التكرار المتجمع الصاعد الذي يسبق قيمة رتبة الوسيط، F_2 هي تكرار المتجمع الصاعد الذي يلي قيمة رتبة الوسيط، H هي طول الفئة الوسيطة. (البلداوي، 2009، الصفحات 74-75)

مثال: لتكن لدينا القيم التالية:

الفئات	23-13	33-23	43-33	53-43	63-53	المجموع
التكرار n_i	15	20	25	15	5	80

الحل: من أجل حساب قيم الوسيط فإنه لابد من اتباع الخطوات التالية:

1/ من حساب المتجمع الصاعد F_{cc}

المتجمع التكراري الصاعد F_{cc}	
الحدود العليا الفعلية للفئات	التكرار الصاعد
أقل من 13	0
أقل من 23	15
أقل من 33	35
أقل من 43	60
أقل من 53	75
أقل من 63	80

Me

2/ حسب معطيات الجدول فإن قيمة موقع الوسيط هي $\frac{\sum n_i}{2} = \frac{80}{2} = 40$ وعليه فإن الفئة الوسيطة هي

[43-33] وبالتعويض في المعادلة نجد قيمة الوسيط كما يلي:

$$Me = L_0 + \frac{\frac{\sum n_i}{2} - F_1}{F_2 - F_1} \times H = 33 + \frac{\frac{80}{2} - 35}{60 - 35} \times 10 = 35$$

ومنه قيمة الوسيط هي 35.

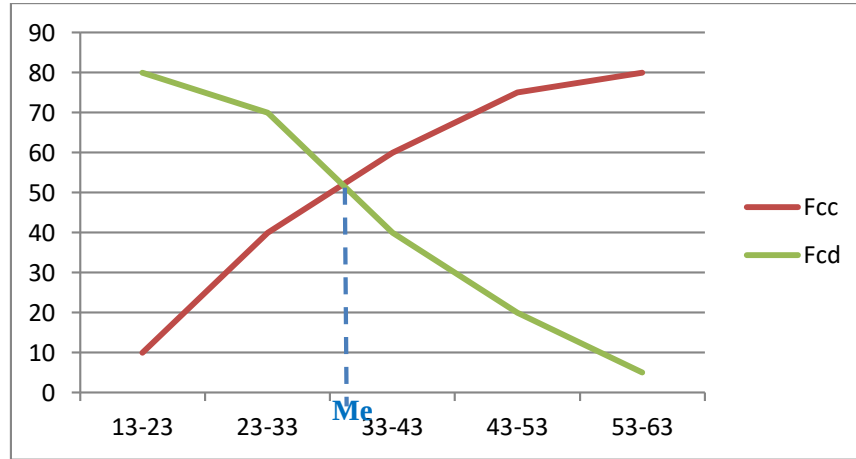
❖ الطريقة البيانية

هناك عدة طرق بيانية لاستخراج قيمة الوسيط أهمها وأكثرها شيوعا هي الاعتماد على رسم المنحنيين المتجمع الصاعد والنازل في نفس الشكل ثم رسم خط عمودي من نقطة التقاء المحورين إلى محور الفواصل والقيمة المتحصل عليها هي قيمة الوسيط (البلداوي، 2009، صفحة 76).

مثال: بالاعتماد على بيانات المثال الموضحة في الجدول الموالي، فإنه يمكن استخراج قيمة الوسيط بيانيا من

خلال تكرار المتجمع الصاد والنازل كما هو موضح في الشكل.

الفئات	23-13	33-23	43-33	53-43	63-53	المجموع
التكرار n_i	10	30	20	15	5	80



3-3- خصائص الوسيط

يتميز الوسيط بمجموعة من الخصائص والعيوب والتي نلخصها فيما يلي (النجار، 2014، صفحة 23):

- يمكن حساب قيمة الوسيط إذا كانت هناك قيم مفقودة مع شرط يكون ترتيبها معروفاً،
- يتميز بسهولة حساب قيمته كما يمكن استخراج قيمته بيانياً،
- بما أنه يمثل القيمة التي تقع في المنتصف فإنه يتميز بعدم تأثره بالقيم المتطرفة،
- يعتمد الوسيط على موقع البيانات وترتيبها وليس قيمها،
- يتأثر بالعمليات التحويلية الخطية (جمع، طرح، ضرب وقسمة)،
- لا يعطي الوسيط صورة واضحة عن مركز المشاهدات عندما يكون عدد لمشاهدات قليل.

4-المنوال (Mode)

4-1- تعريف المنوال (Mo)

يرمز للمنوال بالرمز **Mo** وهو يعرف بأنه القيمة الأكثر تكرار أو الأكثر شيوع من بين بيانات الظاهرة المدروسة، والمنوال يمكن حسابه لكل من المتغيرات الكمية والمتغيرات النوعية. ومن الجدير بالذكر أنه عندما تتساوى القيم في التكرارات فإن المنوال يساوي الصفر كما أنه يمكن أن يكون هناك منوال وحيد (التوزيع له منوال واحد فقط) أو أكثر من منوال وهذا حسب القيم التي تتكرر أو الفئات التي تتكرر. (عبان، 2022، صفحة 63)

2-4- طرق حساب المنوال

يختلف حساب المنوال باختلاف نوع البيانات: بيانات مبوبة وبيانات غير مبوبة.

4-2-1- في حالة البيانات الغير مبوبة

من خلال الأمثلة الموالية سنحاول شرح طريقة حساب المنوال الخاص بالبيانات النوعية والبيانات الكمية المنفصلة.

مثال 01: لدينا البيانات الخاصة بالمستوى التعليمي لـ 10 عمال في مؤسسة معينة كما يلي:

لیسانس-ماسٹر-لیسانس-لیسانس-ماسٹر-ماسٹر-لیسانس-بكالوريا-بالکولریا

في هذه الحالة السلسلة لديها منوال وحيد وهو ليسانس لأنه تكرر 5 مرات.

مثال 02: لتكن القيم التالية: 7-8-10-15-13-6

من خلال هذه القيم يمكن القول أن السلسلة عديمة المنوال لأن جميع القيم تكررت بنفس القيمة.

مثال 03: لتكن القيم التالية: 13-18-16-13-12-15-14-12-13-12

في هذه الحالة يمكن القول أن السلسلة تحتوي على متوالين هما 12 و 13 لأن لهما نفس التكرار.

2-2-4- في حالة البيانات المبوبة

في حالة البيانات المبوبة (أي البيانات الكمية المجمعة في توزيع تكراري) فإنه يمكن حساب المنوال بطريقتين مختلفتين: طريقة حسابية وطريقة بيانية.

❖ الطريقة الحسابية

أولاً نقوم بتحديد الفئة المنوالية وهي الفئة الأكثر تكرار بعدها نقوم بحساب المنوال وفق الصيغة الرياضية التالية:

$$Mo = L_0 + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \times H$$

حيث: L_0 هي الحد الأدنى للفئة المنوالية، Δ_1 هي الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة السابقة لها، Δ_2 هي تمثل الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة التي تليها وأخيراً H والتي تمثل طول الفئة. (بداوي، 2017، الصفحات 74-75)

مثال: من خلال بيانات الجدول الموالي قم بحساب المنوال

الفئات	25-15	35-25	45-35	55-45	65-55	المجموع
التكرار n_i	10	30	20	15	5	80

الحل: من خلال الجدول يظهر أن الفئة الأكثر تكرار هي [25-35] وهي تمثل الفئة المنوالية، منه:

$$Mo = L_0 + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \times H = 25 + \frac{30-10}{(30-10)+(30-20)} \times 10 = 31.66$$

❖ الطريقة البيانية من خلال المدرج التكراري

يتم تحديد المنوال بيانياً من خلال الخطوات التالية (عبان، 2022، صفحة 72):

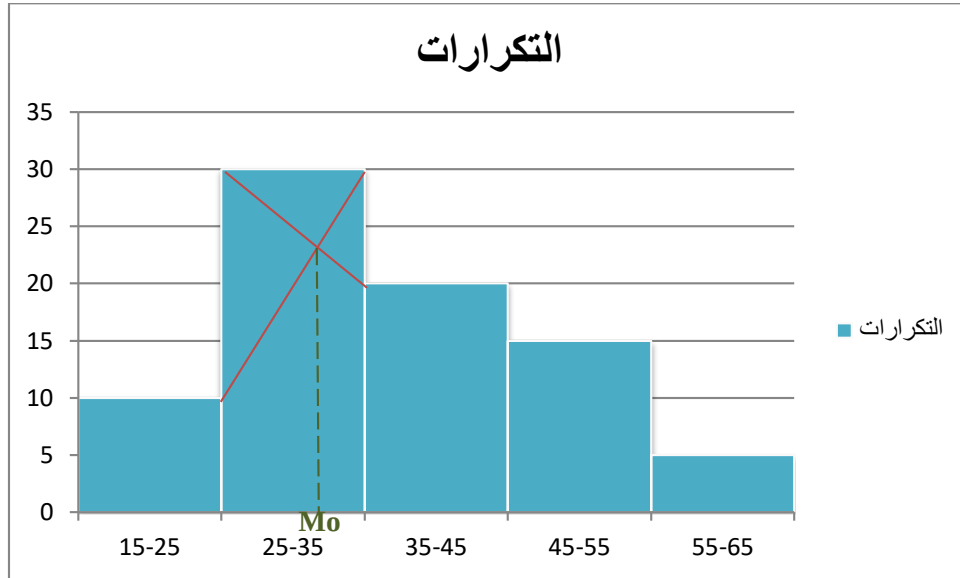
-نرسم المدرج التكراري،

-نحدد الأعمدة (المستطيلات) الخاصة بالفئة المنوالية والفئتين السابقتين واللاحقة لها،

-نوصل بين رؤوس المستطيلات كما هو موضح في الشكل الموالي،

-أخيرا عند نقطة التقاطع نرسم خط عمودي على محور الفواصل لنتحصل على قيمة المنوال بيانيا.

مثال: بالاعتماد على نفس معطيات المثال السابق يمكن استخراج المنوال كما هو موضح في الشكل.



3-4- خصائص المنوال

يمكن إيجاز أهم النقاط التي تميز المنوال في النقاط التالية (بداوي، 2017، الصفحات 76-77):

- يعتبر المنوال أكثر المقاييس استقرارا مقارنة بالمتوسط الحسابي والوسيط وهذا راجع لكونه لا يتأثر بالقيم المتطرفة والقيم الوسطى لتوزيع البيانات،
- سهولة حساب المنوال سواء رياضيا أو بيانيا،
- ما يميز المنوال هو أنه يمكن الحصول على أكثر من منوال في نفس السلسلة المدروسة،
- إذا كان توزيع البيانات متماثلا فإن المنوال يعتبر احدى المقاييس الجيدة للزعة المركزية لكن إذا كان بها التواء فإن قيمته ستكون بعيدة عن مركز التوزيع.

5- الربعيات (Quartiles) والعشريات (Deciles) والمئينات (Percentiles)

يطلق على الربعيات والعشريات والمئينات بأشباه الوسيط لأن طريقة حساب قيمها تشبه طريقة حساب

الوسيط ، كما يطلق عليها أيضا بمقاييس الموقع لأنها تبحث عن قيم المقياس حسب موقعه في السلسلة المدروسة

(عبان، 2022، صفحة 78). تستخدم هذه المقاييس عندما نهدف إلى معرفة القيمة التي تجزئ التكرار الكلي بنسب معينة حسب نوع المؤشر المستخدم (فهبي، 2005، صفحة 184).

1-5- تعريف المقاييس

من خلال ما يلي سنحاول تقديم تعريف كل من الربيعيات، العشيريات والمئينيات.

1-1-5- تعريف الربيعيات (Q)

عند تقسيم التكرار الكلي للبيانات إلى أربع أجزاء فإننا نتحصل على ما يسمى بالربيعيات وهي ثلاث أنواع كالآتي (فهبي، 2005، صفحة 184):

➤ الربيع الأول (Q_1): بعد ترتيب البيانات تصاعدياً أو تنازلياً فإن الربيع الأول يمثل القيمة التي تسبقها 25% من البيانات؛

➤ الربيع الثاني (Q_2): بعد ترتيب البيانات تصاعدياً أو تنازلياً فإن الربيع الثاني يمثل القيمة التي تسبقها 50% من البيانات وهو نفسه الوسيط؛

➤ الربيع الثالث (Q_3): بعد ترتيب البيانات تصاعدياً أو تنازلياً فإن الربيع الثالث يمثل القيمة التي تسبقها 75% من البيانات.

2-1-5- تعريف العشيريات (D_k)

العشيريات هي المقاييس التي تقوم بتقسيم بيانات الظاهرة المدروسة والتي تكون مرتبة ترتيب تصاعدي إلى عشرة أجزاء لنتحصل على تسعة عشريات ($D_1, D_2, D_3, D_4, D_5, D_6, D_7, D_8, D_9$) بحيث: العشير الأول D_1 هي القيمة التي يسبقها $\frac{1}{10}$ أي 10% من البيانات ويلمها $\frac{9}{10}$ أي 90% من البيانات المرتبة تصاعدياً، والعشير الثاني D_2 هي القيمة التي يسبقها $\frac{2}{10}$ أي 20% من البيانات ويلمها $\frac{8}{10}$ أي 80% من البيانات المرتبة تصاعدياً وهكذا مع بقية قيم العشيريات. نهدف من خلال العشيريات إلى تحديد الأهمية النسبية لأي مفردة أو قيمة من القيم مقارنة بقيم العشيريات (شاهر، 2010، صفحة 120)

3-1-5-تعريف والمئينيات (P_k)

المئينيات هي عبارة عن القيم التي من خلالها يتم تقسيم التوزيع إلى نسب معينة حيث المئين ذو الرتبة K يعرف بأنه القيمة أو المشاهدة التي يسبقها %K من البيانات المرتبة ترتيبا تصاعديا ويقع تحتها النسبة المئوية الباقية. تجدر الإشارة إلى أن هناك فرق بين المئين ورتبة المئين حيث المئين هي قيمة المفردة أو المشاهدة المأخوذة من البيانات والتي تقابلها رتبة المئين المدروس بينما رتبة المئين هي عبارة عن نسبة مئوية قيمها تتراوح بين الصفر و 100 (فهبي، 2005، صفحة 185).

2-2-5-طرق حساب المقاييس

فيما يلي سنحاول تلخيص طرق حساب كل من الربيعيات، العشيريات والمئينيات في حالة البيانات المبوبة والغير مبوبة.

1-2-5-في حالة البيانات الغير مبوبة

❖ حساب الربيعيات Q_k

من أجل تحديد قيمة ربيعيات في حالة البيانات الغير مبوبة فإنه لابد من اتباع الخطوات التالية (شاهر، 2010، الصفحات 114-115):

-ترتيب البيانات تصاعديا من أقل قيمة إلى أكبر قيمة؛

$$K = \frac{K(n+1)}{4} \text{ - تحديد رتبة كل ربيع وفق العلاقة التالية: رتبة الربيع}$$

-أخيرا نقوم بتحديد قيم الربيعيات Q_k وهي القيمة التي تقابل رتبة الربيع المحسوبة؛

-في حالة ما إذا كانت الرتبة المحسوبة تقع بين رتبتين للربيع فإن هذا سيقابله قيمتين للربيع ومنه فلا بد من حساب المتوسط الحسابي لهتين القيمتين من أجل الحصول على قيمة الربيع المرغوب.

مثال: استخراج الربيعيات الخاص بالسلسلة التالية: 11-13-12-8-9-10-14

الحل: نلاحظ من خلال السلسلة معطاة أن عدد القيم يساوي $n=7$ وعند ترتيبها تصبح السلسلة كما يلي: 8-9-

10-11-12-13-14 ومنه يمكن استخراج قيم الربيعيات الثلاثة كما يلي:

-رتبة الربيع الأول Q_1 تساوي $2 = \frac{1(7+1)}{4} = \frac{k(n+1)}{4}$ ، وبالتالي فإن قيمة الربيع الأول التي تقابل هذه

الرتبة وهي $Q_1 = 9$

-رتبة الربيع الثاني Q_2 تساوي $4 = \frac{2(7+1)}{4} = \frac{k(n+1)}{4}$ ، وبالتالي فإن قيمة الربيع الثاني التي تقابل هذه

الرتبة وهي $Q_2 = 11$ وهي نفسها قيمة الوسيط؛

-رتبة الربيع الثالث Q_3 تساوي $6 = \frac{3(7+1)}{4} = \frac{k(n+1)}{4}$ ، وبالتالي فإن قيمة الربيع الثالث التي تقابل هذه

الرتبة وهي $Q_3 = 13$

❖ حساب العشرييات D_k

من أجل حساب العشرييات نقوم باتباع المراحل التالية (عبان، 2022، صفحة 88):

-ترتيب البيانات تصاعديا من أقل قيمة إلى أكبر قيمة؛

- تحديد رتبة كل عشير بالاعتماد على العلاقة التالية: رتبة العشير $K = \frac{K(n+1)}{10}$

-أخيرا نقوم بإيجاد قيم العشرييات D_k وهي القيمة التي تقابل رتبة العشير المحسوب؛

-في حالة ما إذا تحصلنا على رتبتين للعشير فإن هذا سيقابله قيمتين للعشير ومنه فلا بد من حساب المتوسط

الحسابي لهتين القيمتين من أجل الحصول على قيمة العشير المرغوب.

مثال: إذا كانت لدينا السلسلة الاحصائية التالية: 12-05-14-19-13-10-17-08-16 والمطلوب هو حساب D_4

والعشير D_6

الحل: نلاحظ من خلال السلسلة معطاة أن عدد القيم يساوي $n = 9$ وعند ترتيبها تصبح السلسلة كما يلي: 05-

08-10-12-13-14-16-17-19

-بالنسبة للعشير الرابع D_4 : رتبة العشير الرابع هي $4 = \frac{4(9+1)}{10} = \frac{K(n+1)}{10}$ وبالتالي فإن قيمة العشير التي

تقابل الرتبة 4 في السلسلة هي: $D_4 = 12$

بالنسبة للعشير السادس D_6 : رتبة العشير السادس هي $6 = \frac{6(9+1)}{10} = \frac{K(n+1)}{10}$ وبالتالي فإن قيمة

العشير التي تقابل الرتبة 6 في السلسلة هي: $D_6 = 14$

❖ حساب المئينيات P_k

من أجل حساب قيم المئينيات فإننا نتبع الخطوات التالية (عبان، 2022، الصفحات 78-79):

-ترتيب البيانات تصاعدياً من أقل قيمة إلى أكبر قيمة؛

- تحديد رتبة كل المئين بالاعتماد على العلاقة التالية: رتبة المئين $K = \frac{K(n+1)}{100}$

-أخيراً نقوم بإيجاد قيم المئينيات P_k وهي القيمة التي تقابل رتبة المئين المحسوب؛

في حالة ما إذا حصلنا على رتبتين للمئين فإن هذا سيقابله قيمتين للمئين ومنه فلا بد من حساب المتوسط

الحسابي لهتين القيمتين من أجل الحصول على قيمة المئين المرغوب.

مثال: إذا كانت لدينا السلسلة الاحصائية التالية: 12-05-14-19-13-10-17-08-16 والمطلوب هو حساب P_{30}

والعشير P_{60}

الحل: نلاحظ من خلال السلسلة معطاة أن عدد القيم يساوي $n = 9$ وعند ترتيبها تصبح السلسلة كما يلي: 05-

19-17-16-14-13-12-10-08

-بالنسبة للمئين 30 P_{30} : رتبة المئين الثلاثين هي $3 = \frac{30(9+1)}{100} = \frac{K(n+1)}{100}$ وبالتالي فإن قيمة المئين التي

تقابل الرتبة 30 في السلسلة هي: $P_{30} = 10$

بالنسبة للمئين الستين P_{60} : رتبة المئين الستين هي $6 = \frac{60(9+1)}{100} = \frac{K(n+1)}{100}$ وبالتالي فإن قيمة المئين

التي تقابل الرتبة 60 في السلسلة هي: $P_{60} = 14$

2-2-5- في حالة البيانات المبوبة

❖ حساب الربيعيات Q_k

من أجل حساب الربيعيات في حالة البيانات المبوبة فإنه يتم اتباع الخطوات التالية (البلداوي، 2009، صفحة 92):

- حساب التكرار المتجمع الصاعد؛

- تحديد موقع الربيع Q_k من بين قيم التكرار المتجمع الصاعد من خلال حساب العلاقة التالية: $\frac{K \sum n_i}{4}$ حيث $\sum n_i$ هي مجموع التكرارات؛

- استخراج الفئة الربيعية المرغوبة وهي الفئة المستخرجة بالاعتماد موقع الربيع Q_k من خلال المتجمع التكراري الصاعد؛

- أخيرا حساب قيمة الربيع وفق العلاقة التالية:

$$Q_K = L_0 + \frac{\left(\frac{k \sum n_i}{4}\right) - F_1}{F_2 - F_1} \times H$$

حيث: L_0 هو الحد الأدنى الفعلي لفئة الربيعية، $\frac{k \sum n_i}{4}$ رتبة أو موقع الربيع، F_1 تكرار المتجمع الصاعد للقيمة التي تسبق موقع الربيع، F_2 تكرار المتجمع الصاعد للقيمة اللاحقة لموقع الربيع وأخيرا H والتي تمثل طول الفئة الربيعية.

مثال: قم بحساب الربيع Q_1 للنتائج المدونة في الجدول الموالي:

الأوزان	230-130	330-230	430-330	530-430	630-530	المجموع
التكرار n_i	15	20	25	15	5	80

الحل: من أجل حساب الربيع الأول فإنه نتبع ما يلي:

$$\text{- حساب رتبة الربيع } Q_1 \text{ كما يلي: } \frac{K \sum n_i}{4} = \frac{1 \times 80}{4} = 20$$

- حساب التكرار المتجمع الصاعد وتحديد موقع الربيع الأول

المتجمع التكراري الصاعد Fcc	
الحدود العليا الفعلية للفئات	التكرار الصاعد
أقل من 130	0
أقل من 230	15
أقل من 330	35
أقل من 430	60
أقل من 530	75
أقل من 630	80

- من خلال الجدول يتضح أن الفئة الربعية هي [230-330] ومنه قيمة الربع الأول تحسب كما يلي:

$$Q_1 = L_0 + \frac{\left(\frac{k \sum n_i}{4}\right) - F_1}{F_2 - F_1} \times H = 230 + \frac{(20) - 15}{35 - 15} \times 100 = 255$$

❖ حساب العشيريات D_k

في حالة البيانات المبوبة فإن حساب قيم العشيريات يتم من خلال اتباع الخطوات التالية (البلداوي، 2009، الصفحات 89-90):

- حساب التكرار المتجمع الصاعد؛

- حساب رتبة العشير k بالعلاقة التالية: $\frac{K \sum n_i}{10}$ حيث $\sum n_i$ هي مجموع التكرارات؛

- تحديد موقع رتبة العشير المتحصل عليها من بين قيم التكرار المتجمع الصاعد؛

- استخراج الفئة العشيرية المرغوبة وهي الفئة المستخرجة بالاعتماد موقع رتبة العشير من خلال المتجمع

التكراري الصاعد

- أخيرا حساب قيمة العشير وفق العلاقة التالية:

$$D_K = L_0 + \frac{\left(\frac{k \sum n_i}{10}\right) - F_1}{F_2 - F_1} \times H$$

حيث: L_0 هو الحد الأدنى الفعلي لفئة العشير، $\frac{k \sum n_i}{10}$ رتبة العشير، F_1 تكرار المتجمع الصاعد للقيمة التي تسبق موقع العشير، F_2 تكرار المتجمع الصاعد للقيمة اللاحقة لموقع العشير وأخيرا H والتي تمثل طول الفئة العشرية.

ملاحظة: $F_2 - F_1 = F_D$ حيث F_D هي تكرار الفئة العشرية.

مثال: قم بحساب العشير D_7 للنتائج المدونة في الجدول الموالي:

الأوزان	230-130	330-230	430-330	530-430	630-530	المجموع
التكرار n_i	15	20	25	15	5	80

الحل: من أجل حساب العشير السابع فإنه نتبع ما يلي:

$$\frac{k \sum n_i}{10} = \frac{7 \times 80}{10} = 56 \text{ كما يلي:}$$

- حساب التكرار المتجمع الصاعد وتحديد موقع العشير

المتجمع التكراري الصاعد F_{cc}	
الحدود العليا الفعلية للفئات	التكرار الصاعد
أقل من 130	0
أقل من 230	15
أقل من 330	35
أقل من 430	60
أقل من 530	75
أقل من 630	80

- من خلال الجدول يتضح أن الفئة العشرية هي [430-330] ومنه قيمة العشير المرغوب تحسب كما يلي:

$$D_7 = L_0 + \frac{\left(\frac{k \sum n_i}{10}\right) - F_1}{F_2 - F_1} \times H = 330 + \frac{(56) - 35}{60 - 35} \times 100 = 414$$

❖ حساب المئينيات P_k

من أجل حساب المئينيات في حالة البيانات المبوبة فإنه يتم اتباع الخطوات التالية (النجار، 2014، صفحة

:26)

-حساب التكرار المتجمع الصاعد؛

-حساب رتبة المئين k بالعلاقة التالية: $\frac{K \sum n_i}{100}$ حيث $\sum n_i$ هي مجموع التكرارات؛

-تحديد موقع رتبة المئين المحسوبة من بين قيم التكرار الصاعد ؛

-استخراج الفئة المئينية المرغوبة وهي الفئة المستخرجة بالاعتماد موقع رتبة المئين من خلال المتجمع

التكراري الصاعد

-أخيرا حساب قيمة المئين وفق العلاقة التالية:

$$P_K = L_0 + \frac{\left(\frac{k \sum n_i}{100}\right) - F_1}{F_p} \times H$$

حيث: L_0 هو الحد الأدنى الفعلي لفئة المئين، $\frac{k \sum n_i}{100}$ رتبة المئين، F_1 تكرار المتجمع الصاعد للقيمة التي

تسبق قيمة رتبة المئين ، F_p تكرار الفئة المئينية وأخيرا H والتي تمثل طول الفئة المئينية.

مثال: قم بحساب المئين P_{70} للنتائج المدونة في الجدول الموالي:

الأوزان	230-130	330-230	430-330	530-430	630-530	المجموع
التكرار n_i	15	20	25	15	5	80

الحل: من أجل حساب المئين 70 فإنه نتبع مايلي:

$$\frac{K \sum n_i}{100} = \frac{70 \times 80}{100} = 56$$

حساب رتبة المئين P_{70} كما يلي:

-حساب التكرار المتجمع الصاعد وتحديد موقع المئين

المتجمع التكراري الصاعد Fcc	
الحدود العليا الفعلية للفئات	التكرار الصاعد
أقل من 130	0
أقل من 230	15
أقل من 330	35
أقل من 430	60
أقل من 530	75

P_{70}

80	أقل من 630
----	------------

-من خلال الجدول يتضح أن الفئة المئينية هي [330-430] ومنه قيمة المئين المرغوب تحسب كما يلي:

$$P_{70} = L_0 + \frac{\left(\frac{k \sum n_i}{100}\right) - F_1}{F_p} \times H = 330 + \frac{(56) - 35}{25} \times 100 = 414$$

وعليه يمكن تفسير قيمة المئين كما يلي: لدينا 70 % من الأوزان أقل من 414 كغ والباقي 30% أكبر من ذلك.

6-المتوسط الهندسي (Geometric Mean)

6-1- تعريف المتوسط الهندسي (G)

يرمز للمتوسط الهندسي بالرمز G وهو يعرف بأنه عبارة عن الجذر النوني لجداء القيم. يعتبر استخدام المتوسط الهندسي قليل بالمقارنة مع المتوسط الحسابي فهو يستخدم من أجل حساب الأرقام القياسية وكذلك من أجل حساب معدلات النمو (معدل نمو السكان مثلاً) ومعدلات الفائدة في المؤسسات. (عبان، 2022، صفحة 58)

6-2- طرق حساب المتوسط الهندسي

من أجل الحساب فإننا نميز بين حالتين: البيانات المبوبة والبيانات الغير مبوبة.

6-2-1- في حالة البيانات الغير مبوبة

إذا كانت البيانات المدروسة غير مبوبة أي متغيرات كمية متقطعة (منفصلة) فإن المتوسط الهندسي يحسب بالعلاقة التالية (البلداوي، 2009، صفحة 85):

$$G = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i} = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times \dots \times x_n}$$

أو يمكن حسابه بإدخال اللوغاريتم على العلاقة لتصبح كما يلي (البلداوي، 2009، صفحة 85):

$$\text{Log}(G) = \frac{1}{N} \sum \log x_i$$

حيث N هو حجم العينة.

مثال: قم بحساب المتوسط الهندسي للسلسلة الاحصائية التالية: 11-8-3-16-17-10

الحل: من أجل حساب المتوسط الهندسي نستخدم إحدى العلاقتين التاليتين:

❖ العلاقة الأولى:

$$G = \sqrt[6]{\prod_{i=1}^6 x_i} = \sqrt[6]{11 \times 8 \times 3 \times 16 \times 17 \times 10} = 9.462$$

❖ العلاقة الثانية:

$$\begin{aligned} \log(G) &= \frac{1}{N} \sum \log x_i = \frac{1}{6} (\log(11) + \log(8) + \log(3) + \log(16) + \\ &\log(17) + \log(10)) = 0.976 \end{aligned}$$

$$G = 10^{0.976} = 9.462 \text{ ومنه المتوسط الهندسي يساوي}$$

2-2-6- في حالة البيانات المبوبة

إذا كانت البيانات المدروسة عبارة عن بيانات كمية مستمرة فإن المتوسط الهندسي يعتمد على مراكز الفئات

والتكرارات (سيف النصر سيد، 2016، صفحة 104)، ويحسب وفق العلاقة التالية (بداوي، 2017، الصفحات 62-63):

$$G = \sqrt{\sum n_i x_1^{n_1} \times x_2^{n_2} \times \dots \times x_k^{n_k}}$$

حيث X_i تمثل مراكز الفئات وعند ادخال اللوغاريتم تصبح العلاقة:

$$\log(G) = \frac{1}{\sum n_i} \sum_{i=1}^k n_i \log x_i$$

مثال: احسب المتوسط الهندسي للبيانات الموضحة في الجدول التكراري الموالي.

الفئات	250-150	350-250	450-350	550-450	المجموع
التكرارات n_i	50	40	60	50	200

الحل: من أجل الحصول على قيمة المتوسط الهندسي نقوم بإنشاء الجدول التالي:

الفئات	250-150	350-250	450-350	550-450	المجموع
التكرارات n_i	50	40	60	50	200
مراكز الفئات x_i	200	300	400	500	/
$\log x_i$	2.301	2.477	2.602	2.698	/
$n_i \log x_i$	115.05	99.08	156.12	134.9	505.15

$$\log G = \frac{\sum n_i \log x_i}{\sum n_i} = \frac{505.15}{200} = 2.525 \text{ ومنه}$$

وبالتالي فإن المتوسط الهندسي يساوي $G=10^{2.525} = 334.965$

3-6- خصائص المتوسط الهندسي

للمتوسط الهندسي عدة خصائص نوجز أهمها فيما يلي (سيف النصر سيد، 2016، صفحة 101):

- المتوسط الهندسي يعتبر أفضل مقاييس النزعة المركزية إذا كانت البيانات المدروسة عبارة عن نسب أو معدلات، لهذا فهو الأفضل عند حساب الأرقام القياسية مقارنة بباقي المتوسطات؛
- بالمقارنة مع المتوسط الحسابي نجد أن المتوسط الهندسي يتأثر بنسبة أقل بالقيم المتطرفة؛
- لا يمكن استخراج قيمة المتوسط الهندسي ببيانيا؛
- إذا كانت الفئات غير متساوية فإنه لا يحتاج لتعديل التكرارات عند حساب قيمته؛
- قيمة المتوسط الهندسي تكون دائما أقل من قيمة المتوسط الحسابي؛
- إذا كانت إحدى قيم البيانات تساوي الصفر أو عدد القيم السالبة في السلسلة يكون عدد فردي فإنه لا يمكن حساب المتوسط الهندسي.

7-المتوسط التوافقي (Harmonic Mean)

1-7-تعريف المتوسط التوافقي ($\bar{H}$)

يرمز للمتوسط التوافقي بالرمز $\bar{H}$ وهو يعرف بأنه مقلوب الوسط الحسابي لمقلوب القيم، لهذا إذا كان هناك صفر في السلسلة المدروسة فإنه لا يمكن حساب المتوسط التوافقي. ومنه فمن أجل حساب المتوسط التوافقي فإننا نميز بين صيغتين حسب نوع البيانات: بيانات مبوبة وبيانات غير مبوبة. (عبان، 2022، صفحة 59)

2-7- طرق حساب المتوسط التوافقي

تميز في الحساب بين حالتين حالة البيانات المبوبة والغير مبوبة.

1-2-7- في حالة البيانات الغير مبوبة

إذا كان المتغير المدروس كمي متقطع فإن المتوسط التوافقي يحسب بالصيغة الرياضية التالية:

$$\bar{H} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n (\frac{1}{x_i})}$$

حيث: n تمثل عدد المشاهدات أو القيم (البلداوي، 2009، صفحة 87)

مثال: لتكن سلسلة البيانات التالية: 5-5-9-2-7-3-4-4 قم بحساب المتوسط التوافقي لقيم هذه السلسلة.

الحل: يحسب المتوسط التوافقي بالصيغة التالية:

$$\bar{H} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n (\frac{1}{x_i})} = \frac{8}{(\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{9} + \frac{1}{2} + \frac{1}{7} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4})} = 4.025$$

2-2-7- في حالة البيانات المبوبة

من أجل حساب المتوسط التوافقي للبيانات المبوبة والمجمعة في جدول تكراري فإننا نعتمد على التكرارات

الخاصة بالمتغيرات أو على المعاملات (أو الأوزان)، والصيغة الموالية توضح طريقة حساب المتوسط التوافقي:

$$\bar{H} = \frac{\sum n_i}{\sum (\frac{n_i}{x_i})}$$

حيث: n_i تمثل التكرارات و x_i تمثل مراكز الفئات. (عبان، 2022، الصفحات 59-60)

مثال: احسب المتوسط التوافقي للبيانات المدونة في الجدول الموالي

الفئات	25-15	35-25	45-35	55-45	المجموع
التكرارات n_i	5	4	6	5	20

الحل: من أجل حساب المتوسط التوافقي فإننا نحسب ما يلي:

الفئات	25-15	35-25	45-35	55-45	المجموع
مراكز الفئات x_i	20	30	40	50	/
التكرارات n_i	5	4	6	5	20
n_i/x_i	0.25	0.133	0.15	0.1	0.633

$$\bar{H} = \frac{\sum n_i}{\sum (\frac{n_i}{x_i})} = \frac{20}{0.633} = 31.59$$

وعليه فإن المتوسط التوافقي يساوي: 31.59

3-7- خصائص المتوسط التوافقي

يتميز المتوسط التوافقي بمجموعة من الخصائص نوجزها فيما يلي (سيف النصر سيد، 2016، صفحة 107):

- يكون المتوسط التوافقي أنسب من المتوسط الحسابي عندما يأخذ المتغير شكل نسب أو معدلات أو يكون مرتبط بوحدة زمنية؛
- لا يمكن استخراج قيمته بيانياً؛
- إذا كانت الفئات غير متساوية فإن المتوسط التوافقي لا يحتاج في حسابه إلى التعديل في التكرارات؛
- قيمته تكون دائماً أصغر من قيمة المتوسط الهندسي والذي بدوره يكون دائماً أصغر من المتوسط الحسابي.

أنشطة المحور

السؤال الأول: اختر الإجابات الصحيحة:

مقاييس النزعة المركزية التي يمكن حسابها للبيانات الكمية هي:

☐ المتوسط الحسابي

☐ الوسيط

☐ المدى

السؤال الثاني: أجب بصحيح أو خطأ مع تصحيح الخطأ إن وجد

المنوال هو المقياس الوحيد من مقاييس النزعة المركزية الذي يمكن حسابه للمتغيرات النوعية.

☐ صحيح

☐ خطأ

التعليق:

السؤال الثالث: ما هو الهدف من حساب مقاييس النزعة المركزية للبيانات؟

المحور الخامس:

مقاييس التشتت

MEASURES OF DISPERSION

أهداف المحور

في نهاية هذا المحور سيكون الطالب قادر على أن:

-يتعرف على مفهوم التشتت وأهميته في الدراسات الاحصائية،

-يميز بين التشتت المطلق والتشتت النسبي؛

-يحسب ويطبق العلاقات الرياضية الخاصة بكل نوع من أنواع مقاييس التشتت،

-يقارن بين المجموعات التي ليس لهما نفس وحدة القياسي.

عناصر المحور:

- (1) تعريف مقاييس التشتت
- (2) المدى (Range)
- (3) المدى الربيعي (Quartile range) والانحراف الربيعي (Quartile deviation)
- (4) الانحراف المتوسط المطلق (Absolute Mean Deviation)
- (5) الانحراف المعياري (Standard deviation) والتباين (Variance)
- (6) معامل الاختلاف (Coefficient of variation)

1-تعريف مقاييس التشتت

يقصد بالتشتت لأي مجموعة من البيانات مدى تباعد هذه القيم عن بعضها البعض أو الاختلاف بينهم، لهذا إذا كان الاختلاف بين البيانات كبير أو الفروق بين القيم كبير سيكون هناك تشتت كبير والعكس صحيح. وعليه يمكن تعريف مقاييس التشتت بأنها عبارة عن أرقام تقيس مدى تباعد البيانات عن بعضها البعض أو مدى تباعد البيانات عن مقاييس النزعة المركزية أي مقاييس التشتت تهدف إلى قياس درجة انحراف قيم البيانات عن قيمها الوسيطة. وعليه يمكن تقسيمها إلى نوعين:

1-1-مقاييس التشتت المطلق: وهي مقاييس التشتت التي تأخذ نفس وحدة قياس بيانات السلسلة المدروسة، وأهم مقاييسها هي: المدى، الانحراف المتوسط، الانحراف الوسيط، الانحراف الربيعي، الانحراف المعياري والتباين.

2-1- مقاييس التشتت النسبي: وهي مقاييس التشتت التي لا تعتمد على وحدة قياس وتختلف عن مقاييس التشتت المطلق في كونها تصلح للمقارنة بين مجموعتين من البيانات لديهما وحدات قياس مختلفة، وأهم مقاييسها والأكثر استخداما هو معامل الاختلاف. (البتانوني و محمد، 2022، الصفحات 246-247)

2- المدى (Range)

1-2-تعريف المدى (R)

يرمز للمدى بالرمز (R) يعرف المدى بأنه الفرق بين أكبر قيمة وأقل قيمة في مجموعة البيانات المدروسة، وهو يحسب بالعلاقة التالية:

$$Range = Maximum\ value - Minimum\ value$$

$$R = X_{Max} - X_{Min}$$

ما يعاب على هذا المقياس هو اعتماده على قيمتين فقط في الحساب وهو ما يجعله يتأثر بشدة بالقيم المتطرفة. ومن الجدير بالذكر أيضا أنه لا يمكننا الاعتماد على المدى عند المقارنة بين سلسلتين أو مجموعتين من البيانات لهما نفس أكبر قيمة ونفس أقل قيمة لأنه سينتج عنه نفس قيمة المدى لكليهما (watts, 2025, p. 121).

2-2- طريقة حساب المدى

يمكن حساب المدى للبيانات المبوبة والغير مبوبة كما يلي.

2-2-1- في حالة البيانات الغير مبوبة: يحسب المدى في هذه الحالة حسب الصيغة التالية (البتانوني و محمد،

2022، صفحة 248):

$$\text{المدى} = \text{أكبر قيمة من البيانات} - \text{أقل قيمة من البيانات}$$

مثال: احسب المدى لمجموعة البيانات التالية: 38-52-55-48-35-11-24

الحل: المدى = 55-11 = 44

2-2-2- في حالة البيانات المبوبة: يحسب المدى في هذه الحالة بإحدى الصيغ التالية (البتانوني و محمد،

2022، الصفحات 248-249):

المدى = قيمة الحد الأعلى للفئة الأخيرة في التوزيع – قيمة الحد الأدنى للفئة الأولى في التوزيع

المدى = قيمة مركز الفئة الأخيرة في التوزيع – قيمة مركز الفئة الأولى في التوزيع

مثال: احسب المدى للبيانات المبوبة في الجدول الموالي

الفئات	33-22	44-33	55-44	66-55	المجموع
التكرارات ni	20	15	10	35	80

الحل: يمكن حساب المدى وفق العلاقة التالية:

المدى = قيمة الحد الأعلى للفئة الأخيرة في التوزيع – قيمة الحد الأدنى للفئة الأولى في التوزيع

$$\text{المدى} = 66 - 22 = 44$$

3- المدى الربيعي (Quartile range) والانحراف الربيعي (Quartile deviation)

3-1- تعريف المدى الربيعي (IQ) والانحراف الربيعي (e_Q)

❖ تعريف المدى الربيعي (IQ)

يرمز المدى الربيعي بالرمز IQ وهو يعتبر أفضل من المدى العام لأنه يعتمد في حسابه على نصف قيم المجتمع

أي 50% من قيم المجتمع وهو يمثل الفرق بين الربع الثالث والربع الأول (عبان، 2022، صفحة 111).

❖ تعريف الانحراف الربيعي (e_Q)

يرمز للانحراف الربيعي بالرمز e_q كما يطلق عليه أيضا اسم نصف المدى الربيعي لأنه رياضيا يمثل نصف المدى الربيعي. يستخدم هذا المقياس بصفة خاصة في حالة البيانات المبوبة في جداول تكرارية مفتوحة وهو يهدف إلى التخلص من تأثير القيم الشاذة والمتطرفة في السلسلة. (بسيوني، 2014، صفحة 96).

2-3- طرق حساب المدى الربيعي والانحراف الربيعي

❖ طريقة حساب المدى الربيعي (IQ)

يتم حساب المدى الربيعي وفق الصيغة التالية (عبان، 2022، صفحة 111):

$$IQ = Q_3 - Q_1$$

حيث Q_3 هي الربع الثالث، Q_1 هي الربع الأول.

❖ طريقة حساب الانحراف الربيعي (e_q)

يتم حساب الانحراف الربيعي وفق الصيغة الرياضية التالية (البتانوني و محمد، 2022، صفحة 251):

$$e_q = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

حيث Q_3 هي الربع الثالث، Q_1 هي الربع الأول.

ملاحظة: تجدر الإشارة إلى أنه لا تؤثر حالة البيانات مبوبة أو غير مبوبة في طريقة حساب المدى الربيعي والانحراف الربيعي وإنما التأثير والاختلاف يظهر في طريقة حساب الربع الأول والربع الثالث والتي تم شرحها في المحور السابق.

مثال: قم بحساب كل من المدى الربيعي و الانحراف الربيعي لسلسلة البيانات التالية: 22-34-26-45-36-48-

28-44

الحل: أولاً نرتب السلسلة ترتيب تصاعدي لتصبح كما يلي: 22-26-28-34-36-44-45-48

ثانياً: حساب رتبة الربع الأول: $\frac{7+1}{4} = 2$ ومنه قيمة الربع الأول هي: $Q_1 = 26$

حساب رتبة الربع الثالث: $6 = \frac{3(7+1)}{4} = \frac{K(n+1)}{4}$ ومنه قيمة الربع الأول هي: $Q_3 = 44$

ثالثاً:

- حساب المدى الربيعي: $IQ = Q_3 - Q_1 = 44 - 26 = 18$

- حساب الانحراف الربيعي يساوي: $e_Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{44 - 26}{2} = 9$

4- الانحراف المتوسط المطلق (Absolute Mean Deviation)

1-4- تعريف الانحراف المتوسط ($e_{\bar{X}}$)

يطلق على الانحراف المتوسط أيضاً بمتوسط الانحراف المطلق ويرمز له بالرمز ($e_{\bar{X}}$)، ويعرف بأنه مجموع الانحرافات المطلقة للبيانات (أو القيم) عن وسطها الحسابي مقسوماً على عدد المشاهدات. يتم الاعتماد على القيمة المطلقة في حساب الانحراف المتوسط من أجل إهمال الإشارة لأن مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي يساوي الصفر (شلوف و جواد، 2022، صفحة 194).

2-4- طريقة حساب الانحراف المتوسط

1-2-4- في حالة البيانات الغير المبوبة: يحسب الانحراف المتوسط وفق المعادلة التالية (Al-Oklah, Titi, &

:Alodat, 2015, p. 91)

$$e_{\bar{X}} = \frac{\sum |x_i - \bar{X}|}{n}$$

حيث n هي حجم العينة، x_i هي قيم السلسلة، $\bar{X}$ هو المتوسط الحسابي لسلسلة.

مثال: احسب الانحراف المتوسط للسلسلة التالية: 6-8-12-16-18

الحل: يتم حساب الانحراف المتوسط كما يلي:

أولاً: حساب المتوسط الحسابي للسلسلة: $\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = 12$

المجموع	18	16	12	8	6	x_i
20	6	4	0	4	6	$ x_i - \bar{x} $

$$e_{\bar{x}} = \frac{20}{5} = 4 \text{ ومنه :}$$

2-2-4- في حالة البيانات المبوبة: من أجل حساب الانحراف المتوسط الخاص بالبيانات المبوبة في فئات فإنه

يتم اتباع العلاقة التالية (Al-Oklah, Titi, & Alodat, 2015, p. 91):

$$e_{\bar{x}} = \frac{\sum n_i |x_i - \bar{x}|}{\sum n_i}$$

حيث: x_i هي مراكز الفئات، n_i هي التكرار المقابل لكل فئة، $\bar{x}$ هي المتوسط الحسابي للبيانات.

مثال: باعتبار لدينا سلسلة احصائية مكونة من 4 فئات موضحة في الجدول التالي، احسب الانحراف المتوسط.

المجموع	15-12	12-9	9-6	6-3	الفئات
28	4	6	8	10	التكرارات n_i

الحل: يتم حساب الانحراف المتوسط كما يلي:

المجموع	15-12	12-9	9-6	6-3	الفئات
28	4	6	8	10	التكرارات n_i
/	13.5	10.5	7.5	4.5	مراكز الفئات x_i
222	54	63	60	45	$n_i x_i$
/	5.58	2.58	0.42	3.42	$ x_i - \bar{x} $
75.36	22.32	15.48	3.36	34.2	$n_i x_i - \bar{x} $

$$\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{222}{28} = 7.92 \text{ أولاً: حساب المتوسط الحسابي للسلسلة:}$$

$$e_{\bar{x}} = \frac{\sum n_i |x_i - \bar{x}|}{\sum n_i} = \frac{75.36}{28} = 2.691 \text{ ومنه :}$$

5- الانحراف المعياري (Standard deviation) والتباين (Variance)

1-5- تعريف الانحراف المعياري والتباين

يعتبر الانحراف المعياري المقياس الأكثر شيوعاً من بين مقاييس التشتت وهو عبارة عن مقدار يقيس مدى تباعد البيانات عن متوسطها الحسابي أي أنه يقيس مقدار بعد أو قرب البيانات عن متوسطها الحسابي، ويرمز للانحراف المعياري للمجتمع بالرمز σ أما الانحراف المعياري للعينة فيرمز له بالرمز S . من أهم خصائص الانحراف المعياري أنه يكون دائماً موجبا أو يساوي الصفر ، كما أنه كلما كانت قيمته كبيرة فهذا يدل على أن البيانات متباعدة عن المتوسط وهذا راجع لكثرة التباين فيها، أما إذا كان الانحراف المعياري صغير فهذا يدل على تمركز البيانات بالقرب من متوسطها الحسابي.

يعرف التباين بأنه متوسط مربعات الانحرافات وهنا نميز بين نوعين هما التباين في المجتمع ويرمز له بالرمز σ^2 والتباين في العينة ويرمز له بالرمز S^2 ، وبالتالي فإن الانحراف المعياري للعينة هو الجذر التربيعي لتباين العينة والانحراف المعياري للمجتمع هو الجذر التربيعي لتباين المجتمع. (watts, 2025, pp. 122-124)

2-5- طرق حساب الانحراف المعياري والتباين

من أجل حساب هذين المقياسين فإننا نميز بين حالتين: حالة البيانات المبوبة والبيانات الغير مبوبة.

2-5-1- في حالة البيانات الغير مبوبة: من أجل حساب الانحراف المعياري والتباين في هذه الحالة فإنه نميز بين

نوعين (Al-Oklah, Titi, & Alodat, 2015, p. 93):

❖ الانحراف المعياري وتباين المجتمع:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \mu)^2}{N} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \mu)^2}{N}}$$

حيث: σ^2 هو تباين المجتمع، σ هو الانحراف المعياري للمجتمع، x_i هي قيم البيانات، μ هو المتوسط

الحسابي للمجتمع، N حجم المجتمع.

❖ الانحراف المعياري وتباين العينة:

$$S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \Rightarrow S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

حيث: S^2 هو تباين العينة، S هو الانحراف المعياري للعينة، x_i هي قيم البيانات، $\bar{X}$ هو المتوسط الحسابي

للعينة، n حجم العينة.

مثال: احسب الانحراف المعياري والتباين لسلسلة البيانات التالية: 1-3-6-8-7-5

الحل: باعتبار هذه السلسلة عينة من المجتمع فإنه يتم حساب الانحراف المعياري والتباين كما يلي:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{30}{6} = 5$$

-المتوسط الحسابي للسلسلة هو: 5

x_i	5	7	8	6	3	1	المجموع
$x_i - \bar{x}$	0	2	3	1	-2	-4	/
$(x_i - \bar{x})^2$	0	4	9	1	4	16	34

$$S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{34}{5} = 6.8$$

ومنه التباين يساوي: 6.8

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{6.8} = 2.60$$

والانحراف المعياري يساوي: 2.60

2-2-5- في حالة البيانات المبوبة: في هذه الحالة فإنه يمكن حساب كل من الانحراف المعياري والتباين وفق

العلاقات التالية (Al-Oklah, Titi, & Alodat, 2015, p. 96):

❖ الانحراف المعياري وتباين المجتمع:

$$\sigma^2 = \frac{\sum n_i (x_i - \mu)^2}{N} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum n_i (x_i - \mu)^2}{N}}$$

حيث: σ^2 هو تباين المجتمع، σ هو الانحراف المعياري للمجتمع، x_i هي قيم مراكز الفئات، μ هو المتوسط

الحسابي للمجتمع، N حجم المجتمع، n_i هي التكرارات.

❖ الانحراف المعياري وتباين العينة:

$$S^2 = \frac{\sum n_i (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \Rightarrow S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{\sum n_i (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

حيث: S^2 هو تباين العينة، S هو الانحراف المعياري للعينة، x_i هي قيم مراكز الفئات، $\bar{X}$ هو المتوسط الحسابي للعينة، n حجم العينة، n_i هي التكرارات.

مثال: احسب التباين والانحراف المعياري لبيانات العينة التالية:

الفئات	6-3	9-6	12-9	15-12	المجموع
التكرارات n_i	10	8	6	4	28

الحل: من أجل حساب الانحراف المعياري والتباين نستخدم العلاقات التالية:

$$\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{222}{28} = 7.92 \text{ - حساب المتوسط الحسابي للسلسلة:}$$

الفئات	6-3	9-6	12-9	15-12	المجموع
التكرارات n_i	10	8	6	4	28
مراكز الفئات x_i	4.5	7.5	10.5	13.5	/
$x_i - \bar{x}$	-3.42	-0.42	2.58	5.58	/
$(x_i - \bar{x})^2$	11.69	0.17	6.65	31.13	/
$n_i(x_i - \bar{x})^2$	116.9	1.36	39.9	124.52	282.68

$$S^2 = \frac{\sum n_i(x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{282.68}{27} = 10.46 \text{ ومنه التباين يساوي:}$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{10.46} = 3.23 \text{ والانحراف المعياري يساوي:}$$

6- معامل الاختلاف (Coefficient of variation)

6-1- تعريف معامل الاختلاف (CV)

يعتبر معامل الاختلاف من أهم مقاييس التشتت النسبية التي تهدف إلى مقارنة التوزيعات، وهو يقيس تباين البيانات الأساسية كنسبة مئوية من القيمة المتوسطة أي الوزن المركزي لمجموعة البيانات. يعد هذا المقياس مفيد جدا عندما يكون هناك اختلافات في مقياس مجموعتي البيانات وهذا لأنه يقيس اختلافات النسبة المئوية وهذا ما

يساعد على المقارنة المباشرة بين مقدارين أو أكثر من مقادير التباين لمجموعات مختلفة (Holmes, Illowsky, & Dean 2023, p. 89).

2-6- طريقة حساب معامل الاختلاف

يمكن حساب معامل الاختلاف (أو ما يطلق عليه أيضا معامل التغير) وفق صيغتين مختلفتين هما كالآتي (شلوف و جواد، 2022، الصفحات 204-205):

1-2-6- بالاعتماد على الانحراف المعياري والمتوسط الحسابي: في هذه الحالة نميز بين حالتين:

❖ معامل الاختلاف للعينة: وهو عبارة عن نسبة الانحراف المعياري (S) إلى المتوسط الحسابي ($\bar{X}$)

ويحسب بالعلاقة التالية:

$$CV = \frac{S}{\bar{X}} * 100$$

❖ معامل الاختلاف للمجتمع: وهو عبارة عن نسبة الانحراف المعياري للمجتمع (σ) إلى المتوسط

الحسابي (μ) ويحسب بالعلاقة التالية:

$$CV = \frac{\sigma}{\mu} * 100$$

2-2-6- بالاعتماد على الانحراف الربيعي والوسيط: يمكن حساب معامل الاختلاف بالاعتماد على الانحراف

الربيعي والوسيط كما يلي:

$$CV = \frac{Q_3 - Q_1}{2M_e} * 100$$

مثال: احسب معامل الاختلاف للسلسلتين التاليتين:

السلسلة 01: بياناتها كما يلي: 16-17-19-11-10

السلسلة 02: بياناتها كما يلي: 22-14-20-18-12

الحل: يتم حساب معامل الاختلاف لكلي السلسلتين كما يلي:

المقاييس	السلسلة الأولى	السلسلة الثانية
المتوسط الحسابي $\bar{X}$	14.6	17.2
الانحراف المعياري S	3.91	4.14
معامل الاختلاف $CV = \frac{S}{\bar{X}} * 100$	26.78	24.06

من خلال النتائج يتضح أن السلسلة الثانية هي أقل تشتت مقارنة بالسلسلة الأولى.

أنشطة المحور

السؤال الأول: اختر الإجابات الصحيحة:

مقاييس التشتت التي يمكن حسابه في حالة البيانات الكمية هي:

☐ الانحراف المعياري

☐ المدى

☐ المنوال

السؤال الثاني: أجب بصحيح أو خطأ مع تصحيح الخطأ إن وجد

تهدف مقاييس التشتت إلى دراسة مدى تباعد القيم أو البيانات عن مركزها.

☐ صحيح

☐ خطأ

التعليق:

السؤال الثالث: ماهي مقاييس التشتت التي يمكن استخدامها للبيانات النوعية؟

المحور السادس:

مقاييس الشكل

أهداف المحور

في نهاية هذا المحور سيكون الطالب قادر على أن:

-يتعرف على أهم مقاييس الشكل التي يمكن الاعتماد عليها في دراسة توزيع البيانات،

-يحلل التمثيل البياني لمنحنى توزيع البيانات من خلال المقاييس المدروسة؛

-يحسب مختلف المقاييس الاحصائية الخاصة بالشكل،

-يقارن بين المجموعات من خلال الشكل البياني لتوزيع بياناتها.

عناصر المحور:

(1) العزوم (Moments)

(2) الالتواء (Skewness)

(3) التفريط (Kurtosis)

1-العزوم (Moments)

1-1-تعريف العزوم (m_k)

نهدف من خلال دراسة العزوم إلى معرفة مميزات التوزيع التكراري للبيانات المدروسة، كما أنه يمكن استخدامها من أجل حساب مقاييس التفلطح والالتواء وما يميز العزوم أيضا أنها لا تستخدم في حالة التوزيعات التكرارية المفتوحة (سيف النصر سيد، 2016، صفحة 180). ومنه يمكن حساب العزوم حول الصفر، العزوم حول المتوسط الحسابي والعزوم حول نقطة معينة.

2-1- طرق حساب العزوم

1-2-1- في حالة البيانات الغير مبوبة

يمكن حساب العزوم حول الصفر والعزوم حول المتوسط الحسابي للبيانات الغير مبوبة كما يلي (بداوي، 2017، صفحة 85):

❖ العزوم حول الصفر: يتم حساب العزوم حول الصفر للبيانات للرتبة K وفق العلاقة التالية:

$$m_k = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^k}{n}$$

حيث k هي رتبة العزم، n حجم العينة و x_i هي قيم البيانات.

❖ 1-2-2- العزوم حول المتوسط الحسابي: وهو ما يطلق عليه أيضا بالعزم المركزي ويتم حساب العزوم

حول المتوسط الحسابي للرتبة K وفق العلاقة التالية:

$$m_k = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^k}{n}$$

حيث k هي رتبة العزم، n حجم العينة و x_i هي قيم البيانات و $\bar{x}$ هو المتوسط الحسابي للبيانات.

مثال: احسب العزم المركزي الرابع والعزم حول الصفر الثاني للقيم التالية: 4-5-6-7-8

الحل: يتم حساب العزوم كما يلي:

$$m_2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} = \frac{4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2}{5} = 38$$

أولاً: العزم الثاني حول الصفر: 38

ثانياً: العزم المركزي الرابع: المتوسط الحسابي يساوي 6 $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$

$$m_4 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{n} = \frac{(4-6)^4 + (8-6)^4 + (7-6)^4 + (6-6)^4 + (5-6)^4}{5} = 32$$

2-2-1- في حالة البيانات المبوبة

يتم حساب العزوم حول الصفر والعزوم حول المتوسط الحسابي للبيانات المبوبة كما يلي (شلوف و جواد،

2022، الصفحات 224-225):

❖ العزوم حول الصفر: يتم حساب العزوم حول الصفر للبيانات المبوبة وفق العلاقة التالية:

$$m_k = \frac{\sum_{i=1}^n n_i x_i^k}{\sum n_i}$$

حيث k هي رتبة العزم، $\sum n_i$ مجموع التكرارات و x_i هي مراكز الفئات و n_i هي التكرارات المقابلة لكل فئة.

❖ العزوم حول المتوسط الحسابي: ومنه يمكن حساب العزم المركزي وفق العلاقة التالية:

$$m_k = \frac{\sum_{i=1}^n n_i (x_i - \bar{x})^k}{\sum n_i}$$

حيث k هي رتبة العزم، $\sum n_i$ مجموع التكرارات و x_i هي مراكز الفئات و n_i هي التكرارات المقابلة لكل فئة.

مثال: احسب العزم الصفري الثاني والعزم المتوسط الرابع للقيم التالية:

الفئات	8-4	12-8	16-12	20-16	المجموع
n_i التكرارات	4	8	6	10	28

الحل: يتم حساب العزوم كما يلي:

الفئات	8-4	12-8	16-12	20-16	المجموع
n_i التكرارات	4	8	6	10	28
x_i مركز الفئات	6	10	14	18	/
$n_i x_i^2$	144	800	1176	3240	5360
$n_i x_i$	24	80	84	180	368
$(x_i - \bar{x})^4$	2598.91	97.21	0.54	557.88	

16755.36	5578.8	3.24	777.68	10395.64	$n_i(x_i - \bar{x})^4$
----------	--------	------	--------	----------	------------------------

أولاً: حساب العزم المركزي الرابع

$$\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{368}{28} = 13.14 \text{ - حساب المتوسط الحسابي:}$$

$$m_4 = \frac{\sum_{i=1}^n n_i (x_i - \bar{x})^4}{\sum n_i} = \frac{16755.36}{28} = 598.40 \text{ ومنه العزم المركزي الرابع:}$$

ثانياً: حساب العزم الرابع حول الصفر

$$m_2 = \frac{\sum_{i=1}^n n_i x_i^4}{\sum n_i} = \frac{5360}{28} = 191.42 \text{ يساوي العزم الثاني حول الصفر}$$

2- الالتواء (Skewness)

1-2- تعريف مقاييس الالتواء (γ)

يرمز لمقاييس الالتواء بالرمز γ ويمكن تعريفها بأنها أحد المقاييس التي تستخدم من أجل التعرف على درجة التواء منحني توزيع البيانات نحو اليمين أو نحو اليسار، وهو يفسر كما يلي:

- إذا كان $\gamma = 0$: أي أنه إذا كان مقياس لالتواء معدوم فهذا يعني أن التوزيع عديم الالتواء أي أن التوزيع متناظر أو متماثل (توزيع معتدل)؛

- إذا كان $\gamma > 0$: أي أنه إذا كان مقياس الالتواء موجب فهذا يعني أن توزيع البيانات موجب الالتواء أي أن توزيع البيانات ملتو نحو اليمين؛

- إذا كان $\gamma < 0$: أي أنه إذا كان مقياس الالتواء سالب فهذا يعني أن توزيع البيانات سالب الالتواء أي أن توزيع البيانات ملتو نحو اليسار (رشيد، 2008، صفحة 138).

2-2- طريقة حساب مقاييس الالتواء

هناك عدة طرق لحساب مقاييس الالتواء نوجز أهمها والأكثرها استخداماً كما يلي:

1-2-2- معامل الالتواء لبيرسون: وهنا نميز بين نوعين (رشيد، 2008، الصفحات 138-139):

❖ معامل الالتواء الأول لبيرسون: يتم حساب معامل الالتواء وفق هذه الطريقة كما يلي:

$$Y_1 = \frac{\bar{x} - M_o}{S}$$

حيث: Y_1 هو معامل بيرسون الأول للالتواء، $\bar{x}$ المتوسط الحسابي، M_o المنوال، S الانحراف المعياري.

❖ معامل الالتواء الثاني لبيرسون: يتم حساب معامل الالتواء وفق هذه الطريقة كما يلي:

$$Y_2 = \frac{3(\bar{x} - M_e)}{S}$$

حيث: Y_1 هو معامل بيرسون الأول للالتواء، $\bar{x}$ المتوسط الحسابي، M_e الوسيط، S الانحراف المعياري.

مثال: قم بحساب معامل الالتواء لتوزيع تكراري وسيطه 30 ومتوسطة الحسابي 33.5 وانحرافه المعياري 4.52

الحل: حسب المعطيات فإنه نقوم بحساب معامل الالتواء الثاني لبيرسون كما يلي:

$$Y_2 = \frac{3(\bar{x} - M_e)}{S} = \frac{3(33.5 - 30)}{4.52} = 0.33$$

من خلال النتيجة يظهر أن معامل الالتواء لا يساوي الصفر وهو موجب إذا فالتوزيع ملتو نحو اليمين.

1-2-2- معامل الالتواء ليول وكاندال (معامل الالتواء الربيعي): وهو كما يلي (عبان، 2022، صفحة 162):

يمكن حساب معامل الالتواء حسب طريقة يول وكاندال بالاعتماد على الربيعيات ويطلق عليه معامل الالتواء

الربيعي وهو يحسب وفق العلاقة التالية:

$$Y = \frac{(Q_3 - Q_2) - (Q_2 - Q_1)}{Q_3 - Q_1}$$

حيث: Y هو معامل الالتواء الربيعي، (Q_3, Q_2, Q_1) وهي الربيعيات الأول والثاني والثالث.

مثال: احسب معامل الالتواء الربيعي لسلسلة البيانات التالية: 38-28-42-62-55-34-23

الحل: من أجل حساب معامل الالتواء لابد من حساب الربيعيات وعليه لابد من ترتيب البيانات تصاعديا كما

يلي: 62-55-42-38-34-28-23

-حساب الربيع الأول: أولا رتبة الربيع الأول تساوي $2 = \frac{1(7+1)}{4} = \frac{K(n+1)}{4}$ ومنه فقيمة الربيع الأول الذي

يقابل هذه الرتبة هي $Q_1 = 28$.

-حساب الربيع الثاني: أولا رتبة الربيع الثاني تساوي $4 = \frac{2(7+1)}{4} = \frac{K(n+1)}{4}$ ومنه فقيمة الربيع الثاني الذي

يقابل هذه الرتبة هي $Q_2 = 38$.

-حساب الربيع الثالث: أولا رتبة الربيع الثالث تساوي $6 = \frac{3(7+1)}{4} = \frac{K(n+1)}{4}$ ومنه فقيمة الربيع الثالث

الذي يقابل هذه الرتبة هي $Q_3 = 55$.

$$\gamma = \frac{(Q_3 - Q_2) - (Q_2 - Q_1)}{Q_3 - Q_1} = \frac{(55 - 38) - (38 - 28)}{55 - 28} = 0.25$$

ومنه معامل الالتواء الربيعي يساوي: 0.25

من خلال النتيجة يظهر أن معامل الالتواء لا يساوي الصفر وهو موجب إذا فالتوزيع ملتو نحو اليمين.

3- التفرطح (Kurtosis)

1-3-تعريف التفرطح (K)

نهدف من خلال حساب معامل التفرطح إلى دراسة مميزات منحني توزيع البيانات، فهو يمثل المقدار الي يسمح بدراسة ارتفاع أو علو قمة التوزيع ودرجة تدبها مقارنة بالتوزيع الطبيعي (شلوف و جواد، 2022، صفحة 226)، حيث يتم اعتبار منحني التوزيع مدبب إذا كانت قمته عالية نسبيا ويتم اعتبار منحني التوزيع مفرطحا (أو مفلطحنا) إذا كانت قمته مسطحة أما المنحني المتوسط التفرطح أي الذي قمته ليست مدببة ولا مفرطحة فهو منحني التوزيع الطبيعي (رشيد، 2008، صفحة 140).

ومنه فمن أجل الحكم على تفلطح منحني توزيع البيانات فإنه يتم الاعتماد على معامل التفرطح الذي يرمز K كما

يلي (عبان، 2022، صفحة 167):

-إذا كان $K = 3$: فهذا يعني أن منحنى التوزيع ليس متفرطح أي أن توزيعه متناظر أو متماثل (توزيع طبيعي)؛

-إذا كان $K > 3$: أي أنه إذا كان المعامل أكبر من 3 فهذا يعني أن توزيع البيانات مذبذب؛

-إذا كان $K < 3$: أي أنه إذا كان معامل التفرطح أقل من 3 فهذا يعني أن توزيع البيانات مفرطحا أي منبسطا.

2-3- مقاييس التفرطح

هناك عدة طرق لحساب معامل التفرطح منها معامل التفرطح العزومي ومعامل التفرطح المئيني.

3-2-1- معامل التفرطح العزومي: يمكن حساب معامل التفرطح بالاعتماد على العزوم كما يلي (رشيد، 2008،

صفحة 141):

$$K = \frac{m_4}{m_2} = \frac{m_4}{S^4}$$

ومنه يمكن حساب معامل التفرطح بالاعتماد على العزوم إما من خلال حساب قيمة العزم الرابع m_4 نسبة إلى

العزم الثاني m_2 أو من خلال قيمة العزم الرابع m_4 نسبة إلى مربع التباين S^4 .

مثال: احسب معامل التفرطح العزومي لسلسلة البيانات التالية: 3-4-8-9-11-5

الحل: من أجل حساب معامل التفرطح العزومي لابد من حساب المتوسط الحسابي والتباين والعزم الرابع

الخاص بالسلسلة

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{3+4+8+9+11+5}{6} = 6.66 \text{ -حساب المتوسط الحسابي وفق العلاقة التالية:}$$

x_i	3	4	8	9	11	5	المجموع
$(x_i - \bar{x})^2$	13.39	7.07	1.79	5.47	18.83	2.75	49.3
$(x_i - \bar{x})^4$	179.29	49.98	3.20	29.92	354.56	7.56	624.51

$$S^2 = \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{49.3}{5} = 9.86 \text{ ومنه يحسب التباين كما يلي:}$$

$$m_4 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^4}{n} = 104.08 \text{ -حساب العزم الرابع حول المتوسط:}$$

$$K = \frac{m_4}{s^4} = \frac{104.08}{(9.86)^2} = \frac{104.08}{97.21} = 1.07$$

-أخيرا يمكن حساب معامل التفرطح العزومي كما يلي:

وبالتالي بما أن معامل التفرطح يساوي 1.07 وهي أقل من 3 فهذا يعني أن توزيع بيانات السلسلة هو توزيع متفرطح.

2-2-3- معامل التفرطح المئيني: ويتم حسابه بالاعتماد على الربعيات والمئينيات وفق الصيغة التالية (شلوف

و جواد، 2022، صفحة 227)

$$K = \frac{1}{2} \times \left(\frac{Q_3 - Q_1}{P_{90} - P_{10}} \right)$$

حيث: K هو معامل التفرطح، Q_3 الربع الثالث، Q_1 الربع الأول، P_{90} المئين 90، P_{10} المئين 10.

مثال: احسب معامل التفرطح المئيني لسلسلة البيانات التالية: 72-66-38-28-42-62-55-34-23

الحل: من أجل حساب معامل التفرطح المئيني لابد من حساب الربعيات والمئينيات لكن قبل ذلك لابد من

ترتيب البيانات تصاعديا كما يلي: 72-66- 62-55-42-38-34-28-23

-حساب الربع الأول: أولا رتبة الربع الأول تساوي $2.5 = \frac{1(9+1)}{4} = \frac{K(n+1)}{4}$ ومنه فقيمة الربع الأول

$$Q_1 = \frac{28+34}{2} = 31$$

الذي يقابل هذه الرتبة هي

-حساب الربع الثالث: أولا رتبة الربع الثالث تساوي $7.5 = \frac{3(9+1)}{4} = \frac{K(n+1)}{4}$ ومنه فقيمة الربع

$$Q_3 = \frac{62+66}{2} = 64$$

الثالث الذي يقابل هذه الرتبة هي

-حساب المئين 90: أولا رتبة المئين 90 تساوي $9 = \frac{90(9+1)}{100} = \frac{K(n+1)}{100}$ ومنه فقيمة المئين 90 الذي

$$P_{90} = 72$$

يقابل هذه الرتبة هي

-حساب المئين 10: أولا رتبة المئين 10 تساوي $1 = \frac{10(9+1)}{100} = \frac{K(n+1)}{100}$ ومنه فقيمة المئين 10 الذي

$$P_{10} = 23$$

يقابل هذه الرتبة هي

$$K = \frac{1}{2} \times \left(\frac{64-31}{72-23} \right) = 0.33$$

ومنه معامل التفرطح المئيني يساوي: **0.33**

وبالتالي بما أن معامل التفرطح يساوي 0.33 وهي أقل من 3 فهذا يعني أن التوزيع يأخذ الشكل المتفرطح.

أنشطة المحور

السؤال الأول: اختر الإجابات الصحيحة:

نهدف من خلال دراسة العزوم إلى:

☐ معرفة مميزات التوزيع التكراري للبيانات المدروسة الدائرة النسبية

☐ حساب مقاييس التفلطح والالتواء

☐ تمثيل البيانات الكمية

السؤال الثاني: أجب بصحيح أو خطأ مع تصحيح الخطأ إن وجد

نهدف من خلال حساب معامل التفرطح إلى دراسة مميزات منحى توزيع البيانات، فهو يمثل المقدار الي يسمح

بدراسة درجة التواء التوزيع ودرجة تدبها مقارنة بالتوزيع الطبيعي.

☐ صحيح

☐ خطأ

التعليل:

السؤال الثالث: لخص طرق حساب مقاييس الالتواء.

المحور السابع:

مقاييس التمرکز

أهداف المحور

في نهاية هذا المحور سيكون الطالب قادر على أن:

-يتعرف على أهمية استخدام منحى لورنز؛

-يحلل منحى لورنز من أجل دراسة العدالة في توزيع الدخل أو أي ظاهرة أخرى؛

-يحسب معامل جيني بطرق مختلفة من أجل دراسة العدالة في التوزيع،

-يقارن بين المساواة في توزيع الدخل للأفراد من خلال كل من منحى لورنز ومعامل جيني.

عناصر المحور:

(1) منحى لورنز (Lorenz curve)

(2) معامل جيني (Gini Coefficient)

1- منحى لورنز (Lorenz curve)

1-1- تعريف منحى لورنز

يعتبر منحى لورنز وسيلة بيانية تعمل على إظهار التشتت أو الاختلاف في توزيع الظواهر لمجتمعين أو عينيتين مختلفتين لاحدهما خاصية الأمثلية في التوزيع. وعليه فمنحى لورنز يستخدم بكثرة في دراسة مدى العدالة والمساواة في توزيع الظواهر الاقتصادية (خاصة ظاهرة توزيع الدخل وتوزيع الملكية للأراضي الزراعية للأفراد سواء في دولة ما أو بين الأفراد في دولتين مختلفتين) (عبد ربه، 2003-2004، صفحة 220).

1-2- خطوات رسم منحى لورنز

يبنى منحى لورنز على فكرة المتجمع الصاعد ويتم رسمه باتباع الخطوات التالية (عبد ربه، 2003-2004،

صفحة 221):

1-محور الفواصل والذي يمثل فئات خاصة بمتغير معين (X) مثل الدخل (يقسم مئويا) ومحور الترتيب والذي

يمثل المتغير الثاني (Y) مثل عدد العاملين (وهو يقسم مئويا أيضا)؛

2-رسم الخط الأمثل للتوزيع وهذا من خلال ربط القطر الرئيسي للشكل أي بوصل النقطتين (0.0) و(100.100)

أي نقطة الأصل ونقطة النهاية و رسم الخط المستقيم الذي يصنع زاوية 45 درجة مع محور الفواصل أو الترتيب، ومنه يعتبر الخط الأمثل للتوزيع الخط الذي يحقق العدالة المثلى في توزيع الظاهرة المدروسة

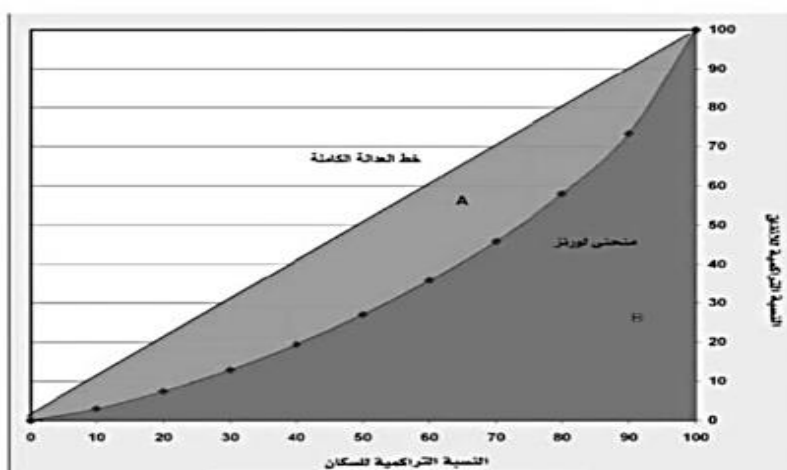
3-رسم منحنى المتجمع الصاعد النسبي للمتغيرين (Y,X)

4-بعد القيام بجميع الخطوات السابقة يتم الحصول على مساحة تكون محصورة بين المتجمع الصاعد النسبي

وبين الخط الأمثل للتوزيع وتمثل هذه المساحة عن عدم العدالة أو عدم المساواة أو يمكن القول أيضا عن زيادة التفاوتات، وبالتالي فكلما كانت هذه المساحة صغيرة دل ذلك على الاقتراب من العدالة في التوزيع والعكس صحيح.

والشكل الموالي يوضح منحنى لورنز

الشكل 7-1: منحنى لورنز



المصدر: (علام و عبد العال ، 2012 ، صفحة 98)

مثال: نريد دراسة عدالة توزيع مساحات الأراضي الزراعية على الفلاحين في منطقة معينة وهذا خلال سنة 2024 والبيانات الموالية توضح ذلك،

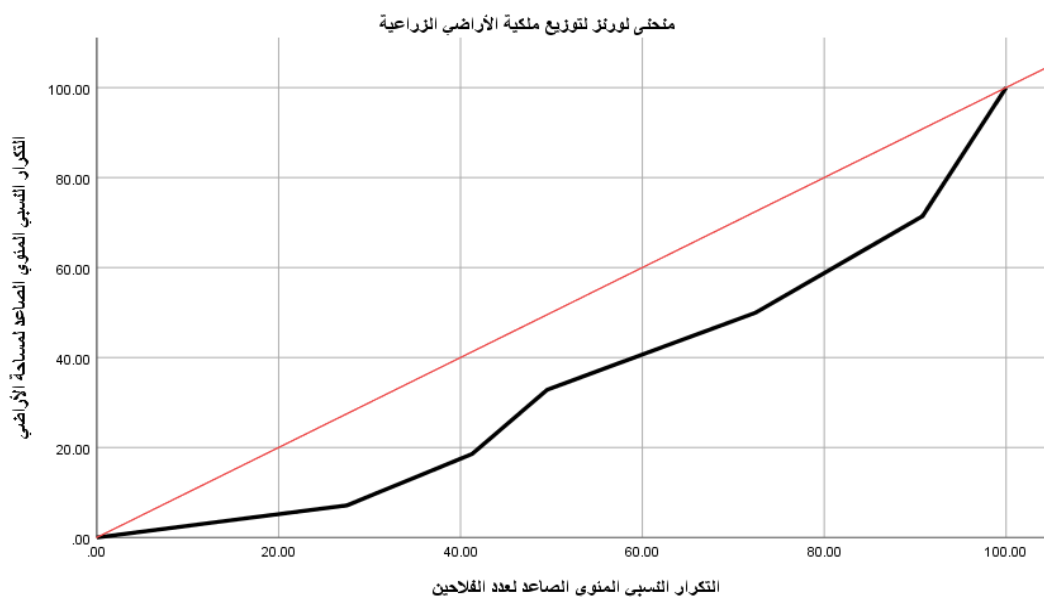
25	9	10	15	30	20	عدد الفلاحين
1200	1000	2000	800	500	1500	مساحة الأراضي (بالهكتار)

المطلوب: رسم منحى لورنز لعدالة توزيع الأراضي الزراعية

الحل: من أجل رسم منحى لورنز نقوم باتباع الخطوات التالية

عدد الفلاحين	مساحة الأراضي	التكرار النسبي المئوي لعدد الفلاحين f1%	التكرار النسبي المئوي لمساحة الأراضي f2%	التكرار النسبي المئوي لعدد الفلاحين F1%	التكرار النسبي المئوي لمساحة الأراضي F2%
30	500	27.52	7.14	27.52	7.14
15	800	13.76	11.42	41.28	18.56
9	1000	8.25	14.28	49.53	32.84
25	1200	22.93	17.14	72.46	49.98
20	1500	18.34	21.42	90.8	71.4
10	2000	9.17	28.57	100	100
109	7000				

ومنه نتحصل على منحى لورنز كما يلي:



من خلال المنحنى يظهر أن هناك تباعد على خط عدالة التوزيع أي أنه ليس هناك عدالة في توزيع المساحات الزراعية بين الفلاحين.

2-معامل جيني (Gini Coefficient)

من خلال النقاط الموائية سنحاول تقديم أهم المفاهيم الخاصة بمعامل جيني وطرق حسابه.

2-1- تعريف معامل جيني

يعتبر مقياس جيني من بين المقاييس الاحصائية للتشتت والذي طور من قبل الاحصائي الإيطالي Corrado Gini في بحثه المنشور عام 1912 والذي جاء بعنوان التغير وقابلية التحول Variability and Mutability. يهدف هذا المقياس إلى قياس درجة التفاوت في توزيع أي ظاهرة وهذا في إطار مساحة جغرافية معينة، فهو يستخدم في العديد من المجالات مثل توزيع السكان أو الإنتاج الزراعي لمحصول معين في إطار وحدات إدارية أو يستخدم أيضا في دراسة تفاوت ظاهرة تمثل جزء من الكل في إطار وحدات محددة مثل استهلاك الكهرباء بالنسبة للسكان وغيرها من الاستخدامات، ولكن يمكن القول أن معامل جيني شائع الاستخدام في قياس مدى التفاوت في توزيع الدخل بين الأسر (عياصرة، 2011، صفحة 546).

2-2- خطوات حساب معامل جيني

ومنه فمن جل حساب معامل جيني وفق المعادلة التالية لابد من اتباع الخطوات التالية (عياصرة، 2011، صفحة 547)

1- جمع البيانات الخاصة بالمتغير وعدد الوحدات المرغوبة

2- تبويب البيانات في فئات

3- حساب النسب المئوية لكل من المتغير والوحدات التكرار النسبي المئوي

4- حساب التوزيع المتجمع الصاعد للنسب المئوية المتجمع الصاعد للتكرار النسبي المئوي

5- حساب معامل جيني وفق الصيغة الرياضية المناسبة.

3-2- العلاقة الرياضية لحساب معامل جيبي

يمكن حساب معامل جيبي وفق العلاقة الرياضية التالية (عياصرة، 2011، صفحة 547):

$$G = 1 - \frac{1}{10000} \sum_{i=1}^n (S_i - S_{i-1}) N_i$$

حيث: G هو معامل جيبي

S_i : تجمع النسب المئوية الصاعدة لقيمة المتغير بالنسبة للفئة i

N_i : النسب المئوية لعدد الوحدات ضمن الفئة i

مثال: بالاعتماد على نفس بيانات المثال السابق الخاصة بدراسة عدالة توزيع مساحات بالأراضي الزراعية على

الفلاحين في منطقة معينة وهذا خلال سنة 2024 والموضحة في الجدول الموالي، قم بحساب معامل جيبي.

25	9	10	15	30	20	عدد الفلاحين
1200	1000	2000	800	500	1500	مساحة الأراضي (بالهكتار)

الحل: من أجل حساب معامل جيبي فإننا نعتمد على البيانات الموضحة في الجدول الموالي

عدد الفلاحين	مساحة الأراضي	التكرار النسبي المتوي لمساحة الأراضي Ni	التكرار النسبي المتوي الصاعد لعدد الفلاحين Si	Si-1	(Si-1+Si)	Ni(Si-1+Si)
30	500	7.14	27.52	0	27.52	196.49
15	800	11.42	41.28	27.52	68.8	785.69
9	1000	14.28	49.53	41.28	90.81	1296.76
25	1200	17.14	72.46	49.53	121.99	2090.90
20	1500	21.42	90.8	72.46	163.26	3497.02
10	2000	28.57	100	90.8	190.8	5451.15
المجموع						13318.01

ومنه يمكن حساب معامل جيني وفق العلاقة الرياضية التالية:

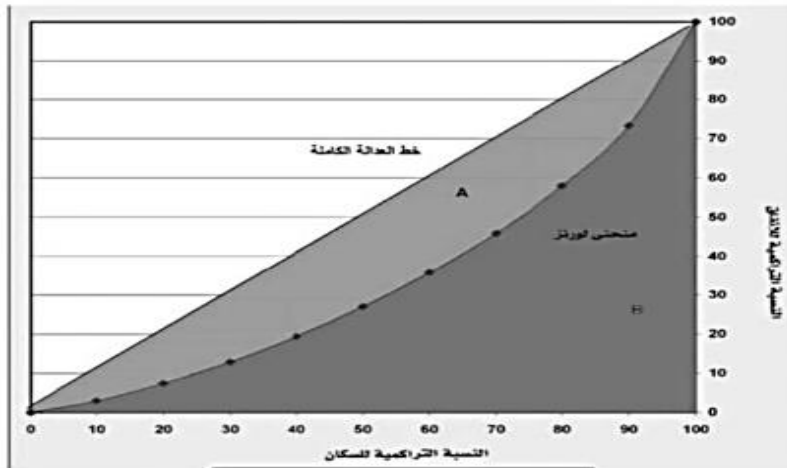
$$G = 1 - \frac{1}{10000} \sum_{i=1}^n (S_i - S_{i-1}) N_i = 1 - \frac{1}{10000} (13318.01) = 0.33$$

ومنه تظهر النتائج أن قيمة معامل جيني للعينة المدروسة تساوي 0,33 وهي قيمة قريبة من الصفر نوعا ما مما يبين أن هناك نوع من التوازن النسبي في توزيع الأراضي الزراعية بين الفلاحين أي أنه ليس هناك تساوي في توزيع المساحات الزراعية بين الفلاحين لكن في المقابل ليس هناك فئة مهيمنة تماما على الأراضي.

4-2- الطريقة البيانية لحساب معامل جيني

يمكن حساب معامل جيني بالاعتماد على منحنى لورنز حيث تمثل قيمة المعامل المساحة المحصورة بين منحنى لورنز ووتر المثلث لإجمالي مساحة المثلث (علام و عبد العال ، 2012 ، صفحة 97)، أي يمكن الحصول على قيمة المعامل من خلال حساب نسبة المساحة (A) المحصورة بين منحنى لورنز الذي يمثل النمط الفعلي لتوزيع الدخل وخط التوزيع العادل إلى مجموع المساحة (A) + المساحة (B) (لعبي، 2016)، والشكل الموالي يوضح هذه المساحات.

الشكل 2-7: حساب معامل جيني من منحنى لورنز



المصدر: (علام و عبد العال ، 2012 ، صفحة 98)

ومنه فبالاعتماد على الشكل الخاص بمنحنى لورنز فإن معامل جيني يحسب بالاعتماد على المساحات الموضحة

بيانيا وفق العلاقة التالية (علام و عبد العال ، 2012 ، صفحة 100) :

$$G = \frac{A}{A+B}$$

وعليه فإن قيمة معامل جيني محصورة بين الصفر والواحد حيث كلما اقتربت القيمة من الصفر دل ذلك على تحسين توزيع الدخل بين الأفراد المجتمع وإذا كانت تساوي الصفر فإن هذا يعني أن هناك مساواة تامة في توزيع الدخل بين أفراد المجتمع وينعكس هذا بيانياً عندما ينطبق منحني لورنز على خط التوزيع العادل، كما أنه إذا كانت قيمة معامل جيني قريبة من الواحد فإن هذا يعني حجم عدم العدالة في التوزيع يزداد (لعبي، 2016) أما إذا كانت قيمة المعامل تساوي الواحد فإن هذا يعني أن توزيع الدخل في أسوأ أحواله وينعكس هذا بيانياً من خلال تطابق منحني لورنز على الخط الأفقي والخط العمودي وفي هذه الحالة تكون المساحة بين منحني لورنز وخط التعادل تساوي 0.5 وهذا ما يقابل الواحد في قيمة معامل جيني (علام و عبد العال ، 2012 ، الصفحات 97-98)

مثال: بالاعتماد على نفس بيانات المثال السابق الخاصة بدراسة عدالة توزيع مساحات بالأراضي الزراعية على الفلاحين في منطقة معينة وهذا خلال سنة 2024 ، وبعد حساب معامل جيني والذي توصلنا إلى أنه يساوي 0,33 ، يمكن القول أن المساحة المحصورة بين منحني لورنز وخط العدالة التامة في التوزيع تمثل 33% من إجمالي المساحة الموجودة تحت خط التساوي.

أنشطة المحور

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة:

قيمة معامل جيني هو المساحة المحصورة:

☐ بين منحنى لورنز وخط العدالة التامة؛

☐ بين منحنى لورنز وخط الفواصل؛

☐ فوق خط العدالة التامة.

السؤال الثاني: أجب بصحيح أو خطأ مع تصحيح الخطأ إن وجد

قيمة معامل جيني تكون دائماً محصورة بين -1 و 1.

☐ صحيح

☐ خطأ

التعليق:

السؤال الثالث: ما هي خطوات رسم منحنى لورنز؟

المحور الثامن:

الأرقام القياسية

Index Number

أهداف المحور

في نهاية هذا المحور سيكون الطالب قادر على أن:

- يتعرف على مفهوم الأرقام القياسية وأهم استخداماتها؛

- يميز بين مختلف أنواع الأرقام القياسية المستخدمة في دراسة الأسعار؛

- يفسر نتائج قيم الأرقام القياسية للأسعار؛

- يطبق القوانين المناسبة لإيجاد الأرقام القياسية للأسعار وفق طرق مختلفة؛

- يحسب الرقم القياسي للأسعار باستخدام طريقة "لاساير"، طريقة "باش"، طريقة "فيشر".

- يفسر الطالب معنى القيم الناتجة من حساب الأرقام القياسية؛

عناصر المحور:

(3) مفهوم الأرقام القياسية

(4) استخدامات الأرقام القياسية

(5) الأرقام القياسية البسيطة

(6) الأرقام القياسية المرجحة

1- مفهوم الأرقام القياسية

يعرف الرقم القياسي بأنه مؤشر احصائي يهدف إلى دراسة التغير النسبي أو التغير النسبي المئوي الذي يحدث لظاهرة معينة بسبب اختلاف الزمان أو المكان، أو دراسة مجموعة من المتغيرات أو الظواهر المختلفة فيما بينها لكن تكون متجانسة فيما بينها. وعليه لابد من الإشارة إلى أن الأرقام القياسية تبنى على مبدأ الأساس والمقارنة بمعنى يتم الاعتماد على: إما على زمن الأساس وهو الزمن الذي ينسب إليه قيم الظاهرة المدروسة وزمن المقارنة والذي يمثل الزمن الذي أخذت منه قيم الظاهرة المدروسة، أو الاعتماد على مكان الأساس والذي يمثل المكان الذي تنسب إليه قيم الظاهرة المدروسة والمكان المقارن وهو المكان المعني بقيم الظاهرة المدروسة (رشيد، 2008، صفحة 257).

وعليه فإن الأرقام القياسية تهدف إلى دراسة التغيرات التي تطرأ على قيم الظاهرة أو الظواهر المدروسة من زمان إلى آخر أو من مكان إلى آخر وهذا ما يجعلها أداة فعالة لوصف ودراسة المتغيرات الاقتصادية فهي تستخدم في دراسة التغير في الأسعار أو الكميات أو القيم (المغربي، 2022، صفحة 161).

2- استخدامات الأرقام القياسية

تعتبر الأرقام القياسية من أهم المقاييس التي تستخدم فيما يلي (عبان، 2022، صفحة 183):

- الأرقام القياسية للأسعار: وهي الأرقام القياسية التي تستخدم بهدف دراسة التغير الحاصل في الأسعار من فترة إلى أخرى؛

- الأرقام القياسية للكميات: وهي الأرقام التي تهدف إلى دراسة التغير في كميات المتغيرات من فترة إلى أخرى؛

- الأرقام القياسية للقيمة: وهي الأرقام التي تهدف لقياس التغير في القيمة المالية للمتغيرات؛

- الأرقام القياسية للدخل الحقيقي (RI): الرقم القياسي للدخل يهدف إلى مقارنة الدخل الحقيقي للفرد (القدرة الشرائية خلال سنة معينة بالاعتماد على سنة أخرى.

من خلال ما سبق يمكن القول أنه يمكن حساب الأرقام القياسية لمختلف أنواع الظواهر بهدف مقارنتها من فترة إلى أخرى بعدة طرق لكننا سنركز في هذا المحور على الأرقام الأكثر شيوعاً وهي الأرقام القياسية للأسعار.

3- الأرقام القياسية البسيطة

يتم حساب الأرقام القياسية البسيطة وفق إحدى العلاقات التالية

3-1- الرقم القياسي البسيط لمتغير واحد: وهو الرقم القياسي الذي يهدف لقياس نسبة التغير الخاصة بأسعار

متغير واحد بالاعتماد على فترة المقارنة وفترة الأساس وهذا من خلال العلاقة التالية:

$$I_p = \frac{P_n}{P_o} \times 100$$

حيث: I_p هو الرقم القياسي البسيط الخاص بسعر السلعة المدروس خلال سنة معينة، P_n سعر السلعة خلال سنة المقارنة، P_o سعر السلعة خلال سنة الأساس (المغربي، 2022، صفحة 162).

مثال: لتكن لدينا بيانات سلعة معينة خلال أربع سنوات كما يلي:

السنة	2020	2021	2022	2023	2024
سعر السلعة	50	60	55	70	75

المطلوب: قم بحساب الرقم القياسي البسيط للسلعة للأعوام 2022 و 2024 وهذا باعتبار سنة 2021 هي سنة الأساس.

الحل: يتم حساب الأرقام القياسية كما يلي:

-الرقم القياسي البسيط لسنة 2022 يساوي: $I_{2022} = \frac{55}{60} \times 100 = 91.66$ ومنه من أجل تفسير الرقم القياسي لابد من الأخذ بعين الاعتبار بأن سنة الأساس دائما تقابلها نسبة 100% ومنه فقيمة الرقم القياسي المتحصل عليها 91.66% تظهر ان أسعار السلعة عام 2022 هل أقل من أسعار السلعة في سنة الأساس 2022 بنسبة 8.33%.

-الرقم القياسي البسيط لسنة 2024 يساوي: $I_{2024} = \frac{75}{60} \times 100 = 125$ ومنه بما أن سنة الأساس دائما تقابلها نسبة 100% فإن قيمة الرقم القياسي المتحصل عليها 125% تظهر بأن أسعار السلعة عام 2024 ارتفعت بنسبة 25% من أسعار السلعة في سنة الأساس 2022.

2-3- الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار ($I_p(a)$): يهدف هذا الرقم القياسي لحساب نسبة التغير لمجموع أسعار مجموعة من المتغيرات في سنة المقارنة بالاعتماد على مجموع الأسعار لنفس المتغيرات في سنة الأساس، وهو يحسب وفق العلاقة التالية:

$$I_p(a) = \frac{\sum P_{ni}}{\sum P_{oi}} \times 100$$

حيث: $I_p(a)$ هو الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار، $\sum P_{ni}$ مجموع أسعار السلع خلال سنة المقارنة، $\sum P_{oi}$ مجموع أسعار السلع خلال سنة الأساس، i السلع (عبان، 2022، صفحة 184).

مثال: قم بحساب الرقم القياسي التجميعي البسيط لأسعار مجموعة السلع الموضحة في الجدول التالي و هذا

باعتبار 2020 سنة الأساس:

السعر خلال السنة	2020	2024
السلعة 1	200	300
السلعة 2	1000	2000
السلعة 3	500	400
السلعة 4	700	800
المجموع	2400	3500

الحل: يتم حساب الرقم القياسي التجميعي البسيط كما يلي:

$$I_p(a) = \frac{\sum P_{ni}}{\sum P_{oi}} \times 100 = \frac{3500}{2400} \times 100 = 145.83$$

ومنه الرقم القياسي التجميعي البسيط لسنة 2024 يساوي: 145.83 % وهي تظهر بأن أسعار السلع عام 2024

ارتفعت بنسبة 45.83% مقارنة بما كانت عليه في سنة الأساس 2022 .

3-3- الرقم القياسي النسبي البسيط للأسعار $I_p(r)$: وهو يمثل المتوسط الحسابي للأرقام القياسية

للأسعار السلع المدروسة ويحسب بالعلاقة التالية:

$$I_p(r) = \left[\frac{1}{m} \frac{\sum P_{ni}}{\sum P_{oi}} \right] \times 100$$

حيث: $I_p(r)$ هو الرقم القياسي النسبي البسيط للأسعار، $\sum P_{ni}$ مجموع أسعار السلع خلال سنة المقارنة،

$\sum P_{oi}$ مجموع أسعار السلع خلال سنة الأساس، m عدد السلع (المغربي، 2022، صفحة 163).

مثال: من أجل حساب الرقم القياسي النسبي البسيط لأسعار نفس مجموعة السلع الموضحة في المثال السابق

مع اعتبار 2020 سنة الأساس:

السعر خلال السنة	2020	2024
السلعة 1	200	300
السلعة 2	1000	2000
السلعة 3	500	400
السلعة 4	700	800

3500	2400	المجموع
------	------	---------

الحل: يتم حساب الرقم القياسي النسبي البسيط كما يلي:

$$I_p(r) = \left[\frac{1}{m} \frac{\sum P_{ni}}{\sum P_{oi}} \right] \times 100 = \frac{1}{4} \left(\frac{300}{200} + \frac{2000}{1000} + \frac{400}{500} + \frac{800}{700} \right) \times 100 = 136.07$$

-ومنه الرقم القياسي النسبي البسيط لسنة 2024 يساوي: 136.07 % وهي تظهر بأن أسعار السلع عام 2024 ارتفعت بنسبة 36.07% مقارنة بما كانت عليه في سنة الأساس 2022 .

4- الأرقام القياسية المرجحة

من خلال دراسة أو حساب قيم الأرقام القياسية البسيطة يلاحظ أنها تساوي بين الأهمية النسبية للسلع المدروسة وهذا ما يؤدي إلى تقديم صورة غير دقيقة للتغيرات الحاصلة في مستويات الأسعار والكميات. وعليه فمن أجل تجاوز هذا الاشكال يتم حساب الأرقام القياسية المرجحة بالاعتماد على الأوزان الحقيقية للسلع وهذا للتعبير عن مدى أهميتها، وبالتالي فإن عملية الترجيح تكون استنادا إلى معيارين هما الأسعار (أسعار سنة الأساس وأسعار سنة المقارنة) والكميات (كميات سنة الأساس وكميات سنة المقارنة) (كرش، القزاز، و حمودي ، 2014، صفحة 134).

ومنه فمن خلال ما يلي سنقوم بعرض ثلاث طرق لحساب الأرقام القياسية المرجحة

4-1-1- طريقة لاسبير (Laspey's method)

وفق هذه الطريقة فإن حساب الرقم القياسي التجميعي والنسبي للأسعار يكون من خلال الاعتماد على الكميات المستهلكة وقيمة الكميات المستهلكة في سنة الأساس كأوزان لأسعار المواد الداخلة في حساب الرقمين (المغربي، 2022، صفحة 164). وهو يحسب كما يلي (عبان، 2022، صفحة 186):

4-1-1- رقم لاسبير التجميعي للأسعار $I_p(L)$: ويحسب وفق العلاقة التالية:

$$I_p(L) = \left[\frac{\sum (P_n \times Q_o)}{\sum (P_o \times Q_o)} \right] \times 100$$

حيث: P_n هي الأسعار الخاصة بسنة المقارنة، P_o هي الأسعار الخاصة بسنة الأساس، Q_o وهي كميات الاستهلاك المقابلة لسنة الأساس.

4-1-2-رقم لاسبير النسبي للأسعار ($I_p(rL)$): ويمكن حسابه كما يلي:

$$I_p(rL) = \left[\sum \left(\frac{P_n}{P_o} \times W_o \right) \right] \times 100$$

$$W_o = \frac{P_o \times Q_o}{\sum (P_o \times Q_o)} \text{ مع:}$$

حيث: P_n هي الأسعار الخاصة بسنة المقارنة، P_o هي الأسعار الخاصة بسنة الأساس، Q_o وهي كميات الاستهلاك المقابلة لسنة الأساس.

مثال: بالاعتماد على بيانات مجموعة السلع الموضحة في الجدول التالي قم بحساب الرقم القياسي النسبي والتجميعي للأسعار وفق طريقة لاسبير وهذا باعتبار 2012 سنة الأساس:

السعر خلال السنة	سعر السلع في سنة 2012	كمية استهلاك السلع (طن) في سنة 2012	سعر السلع في سنة 2022	كمية استهلاك السلع (طن) في سنة 2022
السلعة 1	80	11	100	12
السلعة 2	60	10	70	15
السلعة 3	200	5	210	8
السلعة 4	150	8	200	10
المجموع	490	34	580	45

الحل: يتم حساب الأرقام القياسية كما يلي:

السعر خلال السنة	سعر السلع في سنة 2012	كمية استهلاك السلع (طن) في سنة 2012	سعر السلع في سنة 2022	كمية استهلاك السلع (طن) في سنة 2022	$P_o \times Q_o$	$P_o \times Q_n$	W_o
السلعة 1	80	11	100	12	880	960	0.239
السلعة 2	60	10	70	15	600	900	0.163
السلعة 3	200	5	210	8	1000	1600	0.271
السلعة 4	150	8	200	10	1200	1500	0.326
المجموع	/	34	/	45	3680	4960	/

أولاً: حساب رقم لاسبير التجميعي للأسعار $I_p(L)$ لسنة 2022 :

$$I_p(L) = \left[\frac{\sum(P_n \times Q_o)}{\sum(P_o \times Q_o)} \right] \times 100 = \frac{4960}{3680} \times 100 = 134.78\%$$

ثانيا: حساب رقم لاسبير النسبي للأسعار $I_p(rL)$ لسنة 2022:

$$I_p(rL) = \left[\sum \left(\frac{P_n}{P_o} \times W_o \right) \right] \times 100 = \left[\left(\frac{100}{80} \times 0.239 \right) + \left(\frac{70}{60} \times 0.163 \right) + \left(\frac{210}{200} \times 0.271 \right) + \left(\frac{200}{150} \times 0.326 \right) \right] \times 100 = 120.79\%$$

2-4-طريقة باش (Passche method)

حسب طريقة باش فإن حساب الرقمين القياسيين التجميعي والنسبي يكون من خلال الاعتماد على الكميات المستهلكة وأسعار هذه الكميات في سنة المقارنة كأوزان لأسعار المواد الداخلة في حساب الرقمين (المغربي، 2022، صفحة 166). ويمكن حساب الرقم القياسي وفق طريقة باش كما يلي (عبان، 2022، الصفحات 187-188):

1-2-4 - رقم باش التجميعي للأسعار $I_p(P)$: ويتم حسابه وفق العلاقة التالية:

$$I_p(P) = \left[\frac{\sum(P_n \times Q_n)}{\sum(P_o \times Q_n)} \right] \times 100$$

حيث: P_n هي الأسعار الخاصة بسنة المقارنة، P_o هي الأسعار الخاصة بسنة الأساس، Q_n وهي كميات الاستهلاك المقابلة لسنة المقارنة.

2-2-4 - رقم باش النسبي للأسعار $I_p(rP)$: ويحسب بالعلاقة التالية:

$$I_p(rP) = \left[\sum \left(\frac{P_n}{P_o} \times W_n \right) \right] \times 100$$

$$W_n = \frac{P_n \times Q_n}{\sum(P_n \times Q_n)} \text{ مع:}$$

حيث: P_n هي الأسعار الخاصة بسنة المقارنة، P_o هي الأسعار الخاصة بسنة الأساس، Q_n وهي كميات الاستهلاك المقابلة لسنة المقارنة.

مثال: بالاعتماد على نفس البيانات الخاصة بمجموعة السلع الموضحة في المثال السابق قم بحساب الرقم

القياسي النسبي والتجميعي للأسعار وفق طريقة باش وهذا باعتبار 2012 سنة الأساس:

السعر خلال السنة	سعر السلع في سنة 2012	كمية استهلاك السلع (طن) في سنة 2012	سعر السلع في سنة 2022	كمية استهلاك السلع (طن) في سنة 2022
السلعة 1	80	11	100	12
السلعة 2	60	10	70	15
السلعة 3	200	5	210	8
السلعة 4	150	8	200	10
المجموع	490	34	580	45

الحل: يتم حساب الأرقام القياسية كما يلي:

السعر خلال السنة	سعر السلع في سنة 2012	كمية استهلاك السلع (طن) في سنة 2012	سعر السلع في سنة 2022	كمية استهلاك السلع (طن) في سنة 2022	$P_n \times Q_n$	$P_o \times Q_n$	W_n
السلعة 1	80	11	100	12	1200	960	0.202
السلعة 2	60	10	70	15	1050	900	0.177
السلعة 3	200	5	210	8	1680	1600	0.283
السلعة 4	150	8	200	10	2000	1500	0.337
المجموع	/	34	/	45	5930	4960	/

أولاً: حساب رقم باش التجميعي للأسعار $I_p(P)$ لسنة 2022:

$$I_p(P) = \left[\frac{\sum (P_n \times Q_n)}{\sum (P_o \times Q_n)} \right] \times 100 = \frac{5930}{4960} \times 100 = 119.55\%$$

ثانياً: حساب رقم باش النسبي للأسعار $I_p(rP)$ لسنة 2022:

$$I_p(rP) = \left[\sum \left(\frac{P_n}{P_o} \times W_n \right) \right] \times 100 = \left[\left(\frac{100}{80} \times 0.202 \right) + \left(\frac{70}{60} \times 0.177 \right) + \left(\frac{210}{200} \times 0.283 \right) + \left(\frac{200}{150} \times 0.337 \right) \right] \times 100 = 126.39\%$$

3-4-طريقة فيشر (Fisher's method)

يسمى الرقم القياسي وفق هذه الطريقة بالرقم القياسي الأمثل ل فيشر ويتم حسابه من خلال الجذر التربيعي لنتائج ضرب الرقم القياسي وفق طريقة باش والرقم القياسي وفق طريقة لاسبير (كرش، القزاز، و حمودي ، 2014، صفحة 136). ومنه يتم حساب الرقم القياسي الأمثل لفischer كما يلي (المغربي، 2022، صفحة 169):

4-3-1-رقم فيشر التجميعي للأسعار ($I_p(F)$): يتم حساب الأرقام القياسية بالعلاقة التالية:

$$I_p(F) = \sqrt{I_p(L) \times I_p(P)}$$

حيث: $I_p(L)$ هو الرقم القياسي التجميعي للأسعار للاسبير و $I_p(P)$ هو الرقم القياسي التجميعي للأسعار لباش.

4-3-2-رقم فيشر النسبي للأسعار ($I_p(rF)$): يحسب الرقم القياسي كما يلي:

$$I_p(rF) = \sqrt{I_p(rL) \times I_p(rP)}$$

حيث: $I_p(rL)$ هو الرقم القياسي النسبي للأسعار للاسبير و $I_p(rP)$ هو الرقم القياسي النسبي للأسعار لباش.

مثال: بالاعتماد على بيانات مجموعة السلع الموضحة في الجدول التالي الخاص بنفس المثال السابق وفق طريقة

فيشر وهذا باعتبار 2012 سنة الأساس:

السعر خلال السنة	سعر السلع في سنة 2012	كمية استهلاك السلع (طن) في سنة 2012	سعر السلع في سنة 2022	كمية استهلاك السلع (طن) في سنة 2022
السلعة 1	80	11	100	12
السلعة 2	60	10	70	15
السلعة 3	200	5	210	8
السلعة 4	150	8	200	10
المجموع	490	34	580	45

الحل: حسب المثال السابق فقد تم حساب ما يلي:

-الرقم القياسي التجميعي للأسعار للاسبير $I_p(L)$ يساوي 134.78 %

- الرقم القياسي التجميعي للأسعار لباش $I_p(P)$ يساوي 119.55 %

-الرقم القياسي النسبي للأسعار للاسبير $I_p(rL)$ يساوي 120.79 %

-الرقم القياسي النسبي للأسعار لباش $I_p(rP)$ يساوي 126.39 %

ومنه رقم فيشر التجميعي للأسعار $(I_p(F))$:

$$I_p(F) = \sqrt{I_p(L) \times I_p(P)} = 126.93$$

-رقم فيشر النسبي للأسعار $(I_p(rF))$:

$$I_p(rF) = \sqrt{I_p(rL) \times I_p(rP)} = 123.55$$

أنشطة المحور

السؤال الأول: اختر الإجابات الصحيحة:

من أهم استخدامات الأرقام القياسية ما يلي:

☐ استخدام الأرقام القياسية للأسعار؛

☐ استخدام الأرقام القياسية للكميات؛

☐ استخدام الأرقام القياسية للقيمة.

السؤال الثاني: أجب بصحيح أو خطأ مع تصحيح الخطأ إن وجد

يهدف الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار لحساب نسبة التغير لمجموع أسعار مجموعة من المتغيرات في

سنة المقارنة بالاعتماد على مجموع الأسعار لنفس المتغيرات في سنة الأساس.

☐ صحيح

☐ خطأ

التعليل:

السؤال الثالث: ما هي المعايير التي يمكن الاعتماد عليها من أجل حساب الأرقام القياسية المرجحة؟

المحور التاسع:
الارتباط والانحدار

أهداف المحور

في نهاية هذا المحور سيكون الطالب قادر على أن:

-يتعرف على أهم المفاهيم الخاصة بالارتباط بين المتغيرات؛

-يميز بين أنواع الارتباط بين المتغيرات؛

-يحسب مختلف معاملات الارتباط حسب نوع المتغيرات ويفسر نتائجها؛

-يتعرف على أهم المفاهيم الخاصة بالانحدار بصفة عامة والانحدار الخطي البسيط بين المتغيرات؛

-يحسب المعاملات الخاصة بمعادلة الانحدار الخطي البسيط بين المتغيرات.

عناصر المحور:

(1) الارتباط (Correlation)

(2) الانحدار الخطي البسيط (Simple Regression)

1-الارتباط (Correlation)

1-1- مفهوم الارتباط

يشير الارتباط إلى العلاقة التي توجد بين متغيرين والتي تعكس درجة تأثر كل منهما بالآخر ، بحيث تكون العلاقة إما علاقة طردية (والتي تعني أن التغير بالزيادة أو النقصان في قيم أحد المتغيرين سيتبعه نفس التغير في قيم المتغير الآخر)، أو علاقة عكسية (والتي تبين أن الزيادة في قيمة أحد المتغيرين سيؤدي إلى النقصان في قيمة المتغير الآخر والعكس صحيح) ويتم قياس درجة هذه العلاقة من خلال معامل الارتباط (غنيم و صبري، 2000، صفحة 182).

2-1- تعريف معامل الارتباط (r)

يرمز لمعامل الارتباط بالرمز (r) وهو عبارة عن مقياس كمي يهدف لقياس قوة ونوع العلاقة بين المتغيرين، وبالتالي فإن معامل الارتباط يمكن أن يأخذ قيم سالبة أو قيم موجبة وهذا حسب طبيعة العلاقة طردية أو عكسية وقيمته دائما تكون محصورة بين $+1$ و -1 ($-1 \leq r \leq +1$) (السقاف، 2020، صفحة 78)

3-1- خصائص معامل الارتباط

تتميز قيمة معامل الارتباط بمجموعة من الخصائص نوجزها فيما يلي (غنيم و صبري، 2000، الصفحات 183-184)؛ (صبري، 2015، صفحة 94):

- قيمة معامل الارتباط دائما محصورة بين $+1$ و -1 ($-1 \leq r \leq +1$) لهذا فإذا تم الحصول على قيمة خارج هذا المجال فإن هذا يظهر خطأ في الحساب؛

- إذا كان قيمة معامل الارتباط تساوي -1 ($r = -1$): فهذا يعني ان العلاقة بين المتغيرين هي علاقة عكسية تامة؛ أي أن الزيادة بدرجة أو نسبة معينة في أحد المتغيرين سيقابله النقصان بنفس الدرجة أو النسبة للمتغير الآخر والعكس صحيح؛

- إذا كان قيمة معامل الارتباط تساوي $+1$ ($r = +1$): تعكس هذه القيمة وجود علاقة طردية تامة بين المتغيرين؛ أي ان الزيادة في أحد المتغيرين بدرجة معينة أو نسبة سيقابله الزيادة بنفس الدرجة للمتغير الآخر والعكس صحيح؛

- إذا كان قيمة معامل الارتباط تساوي 0 ($r = 0$) : هذه القيمة تعكس عدم وجود علاقة احصائية بين المتغيرين؛

-إذا كان قيمة معامل الارتباط سالبة أي ($-1 \leq r \leq 0$): القيمة السالبة لمعامل الارتباط تبين أن هناك علاقة

عكسية بين المتغيرين، بحيث أن النقصان في قيمة أحد المتغيرين برجة معينة أو نسبة سيقابله الزيادة في المتغير الآخر ولكن برجة أو نسبة مختلفة والعكس صحيح؛

-إذا كان قيمة معامل الارتباط موجبة أي ($0 \leq r \leq 1$): القيمة الموجبة تظهر أن هناك علاقة طردية بين

المتغيرين، بحيث أن الزيادة في أحد المتغيرين برجة معينة أو نسبة سيقابله الزيادة في المتغير الآخر ولكن برجة أو نسبة مختلفة والعكس صحيح.

4-1- تفسير قيم معامل الارتباط

من أجل تفسير قيمة معامل الارتباط فإنه يتم الاعتماد على إشارة قيمة المعامل وأيضاً على المجال الذي تنتمي إليه هذه القيمة، والجدول الموالي يوضح طريقة الحكم على هذه القيمة:

الجدول 01: تفسير قيم معامل الارتباط

قيمة معامل الارتباط	نوع الارتباط
1+	ارتباط طردى تام
من 0.7 إلى أقل من 1+	ارتباط طردى قوى
من 0.4 إلى أقل من 0.7	ارتباط طردى متوسط
من صفر إلى أقل من 0.4	ارتباط طردى ضعيف
صفر	الارتباط منعدم
1-	ارتباط عكسي تام
من -0.7 إلى أقل من 1-	ارتباط عكسي قوى
من -0.04 إلى أقل من -0.7	ارتباط عكسي متوسط
من صفر إلى أقل من -0.4	ارتباط عكسي ضعيف

المرجع: (القوصي، 2014، صفحة 232)

5-1- أنواع معامل الارتباط حسب نوع المتغير

1-5-1- معامل الارتباط الخطي بيرسون (Karl Pearson)

نعمند على معامل الارتباط لبيرسون من أجل دراسة قوة واتجاه العلاقة بين متغيرين كميين (الفقي، عبد الجواد، و مهدي، 2013، صفحة 131)، كما أنه من أجل حساب معامل الارتباط لكارل بيرسون فإنه لابد من توفر شرط الاعتدالية أي أن بيانات المتغيرات تخضع للتوزيع الطبيعي (غنيم و صبري، 2000، صفحة 187).

يرمز لمعامل الارتباط بالرمز (r) يمكن الاعتماد على الصيغة الرياضية التالية من أجل حساب معامل الارتباط الخطي لبيرسون (النجار، 2014، صفحة 202):

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum (y_i - \bar{y})^2}}$$

حيث: $\bar{x}$ و $\bar{y}$ هي المتوسطات الحسابية.

مثال: احسب معامل الارتباط لبيرسون للبيانات المدونة في الجدول التالي:

3	1	8	6	2	x_i
5	4	7	1	8	y_i

الحل: يمكن حساب معال بيرسون كما يلي:

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = 5 \text{ و } \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = 4$$

$(y_i - \bar{y})^2$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})$	y_i	x_i
9	4	-6	3	-2	8	2
16	4	-8	-4	2	1	6
4	16	8	2	4	7	8
1	9	3	-1	-3	4	1
0	1	0	0	-1	5	3
30	34	-3	/	/	/	المجموع

ومنه معامل الارتباط يساوي:

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{-3}{(5.83) * (5.47)} = -0.094$$

ومنه من خلال قيمة معامل بيرسون يمكن القول أن العلاقة بين المتغيرين هي علاقة عكسية ضعيفة جدا.

2-5-1- معامل ارتباط الرتب سبيرمان (Spearman)

إذا كانت البيانات المدروسة نوعية فإنه لا يمكن استخدام معامل بيرسون لهذا نلجأ لاستخدام معامل سبيرمان وهو المعامل الذي يمكن الاعتماد عليه من أجل دراسة قوة واتجاه العلاقة بين المتغيرات النوعية (صبري، 2015، صفحة 98)، كما يمكن أيضا الاعتماد على معامل سبيرمان في حساب العلاقة بين المتغيرات الكمية إذا كانت لا تخضع للتوزيع الطبيعي (غنيم و صبري، 2000، صفحة 187).

من أجل حساب معامل سبيرمان فإنه يتم الاعتماد رتبة المتغيرين x_i و y_i على العلاقة الرياضية التالية (صبري، 2015، صفحة 99):

-ترتيب البيانات المعطاة للمتغيرين حيث: x_i هي ترتيب المتغير x_i و y_i هي ترتيب المتغير y_i ؛

-إذا كان هناك تكرار في القيم فإن الرتبة المقابلة لكل قيمة تساوي المتوسط الحسابي لهذه الرتبة؛

-حساب الفرق بين الرتب: d_i حيث: $d_i = x_i - y_i$ ؛

-أخيرا حساب معامل سبيرمان وفق العلاقة التالية:
$$r = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2-1)}$$

مثال: احسب معامل الارتباط لسبيرمان للبيانات في الجدول التالي:

3	1	8	6	2	x_i
5	4	7	1	8	y_i

الحل: يمكن حساب معامل الارتباط كما يلي:

d_i^2	d_i	y_i	x_i	y_i	x_i
9	3-	5	2	8	2
3	3	1	4	1	6
1	1	4	5	7	8
1	1-	2	1	4	1
0	0	3	3	5	3
14	/	/	/	/	المجموع

--ومنه يحسب معامل سبيرمان كما يلي:
$$r = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6(14)}{5(25-1)} = 0.3$$

معامل الارتباط يساوي 0.3 يعني أن هناك علاقة طردية ضعيفة بين المتغيرين.

3-5-1- معامل الاقتران

عندما تكون المتغيرات المراد قياس الارتباط بينهم عبارة عن صفات فإن المعامل المناسب هو معامل الاقتران مع الأخذ بعين الاعتبار أن العلاقة بينهم تكون في شكل جدول مزدوج مكون من 4 خلايا فقط أي متغير نوعي ثنائي (القوصي، 2014، صفحة 232). وهو يحسب كما يلي (القوصي، 2014، صفحة 233):

$$\text{معامل الاقتران} = \frac{(a*c)-(b*d)}{(a*c)+(b*d)}$$

حيث: a,b,c,d هي الخلايا التي تمثل العلاقة بين المتغيرين وهي كما يلي (القوصي، 2014، صفحة 233):

b	a
c	d

مثال: احسب معامل الارتباط المناسب للبيانات الموضحة في الجدول التالي والمتعلقة بالسماذ المستخدم

ونوعية المحصول الخاصة بـ 130 قطعة أرض:

المجموع	محصول ضعيف	محصول وفير	المحصول السماذ
80	20	60	استخدام السماذ
50	40	10	عدم استخدام السماذ
130	60	70	المجموع

الحل: من خلال قيم الجدول يحسب معامل الارتباط كما يلي:

$$\text{معامل الاقتران} = \frac{(a*c)-(b*d)}{(a*c)+(b*d)} = \frac{(60*40)-(20*10)}{(60*40)+(20*10)} = 0.84$$

ومنه يمكن القول أن هناك ارتباط طردي قوي بين السماد المستخدم في الأراضي ونوعية المحصول المتحصل عليها.

4-5-1-معامل فاي (phi)

يستخدم أيضا معامل فاي مثل معامل الاقتران من أجل دراسة علاقة الارتباط بين متغيرين نوعيين (اسميين) ثنائيين والممثلين في جدول مزدوج مكون من 4 خلايا فقط والاختلاف يكمن في أن معامل فاي يعتمد في حسابه على جميع قيم الجدول مما يسمح بالحصول على القيمة الأقل والأدق لمعامل الارتباط (القوصي، 2014، الصفحات 234-235). ومنه يحسب المعامل كما يلي (القوصي، 2014، صفحة 234):

$$Phi = \frac{(a*c)-(b*d)}{\sqrt{f*g*h*k}}$$

حيث: $f * g * h * k$ هي تمثل ضرب المجاميع

مثال: احسب معامل فاي لنفس البيانات السابقة والمتعلقة بالسماد المستخدم ونوعية المحصول الخاصة

ب130 قطعة أرض:

المجموع	محصول ضعيف	محصول وفير	المحصول السماد
80	20	60	استخدام السماد
50	40	10	عدم استخدام السماد
130	60	70	المجموع

الحل: ومنه معامل الارتباط لفاي يحسب كما يلي:

$$Phi = \frac{(a*c)-(b*d)}{\sqrt{f*g*h*k}} = \frac{(60*40)-(20*10)}{\sqrt{80*50*60*70}} = 0.53$$

ومنه قيمة فاي تساوي 0.53 تعني أن هناك ارتباط طردي متوسط بين استخدام الأسمدة ووفرة المحصول.

6-5-1-معامل التوافق

يستخدم أيضا معامل التوافق من أجل دراسة علاقة الارتباط بين متغيرين نوعيين (اسميين) وممثلين في جدول مزدوج مكون من أكثر من 4 خلايا (القوصي، 2014، صفحة 237) ويحسب كماي يلي (القوصي، 2014، صفحة 237):

$$\text{معامل التوافق} = \sqrt{\frac{a-1}{a}}$$

$$a = \sum \frac{\text{مربع الخلية}}{\text{مجموع صف الخلية} \times \text{مجموع عمود الخلية}} \quad \text{حيث:}$$

مثال: احسب معامل الارتباط المناسب للبيانات الموضحة في الجدول التالي والمتعلقة بالسماذ المستخدم

ونوعية المحصول الخاصة بـ 130 قطعة أرض:

المجموع	محصول متوسط	محصول ضعيف	محصول وفير	المحصول السماذ
80	25	5	50	استخدام السماذ
50	10	30	10	عدم استخدام السماذ
130	35	35	60	المجموع

الحل: من خلال قيم الجدول يحسب معامل الاقتران كما يلي:

$$a = \frac{50^2}{60+80} + \frac{5^2}{35+80} + \frac{25^2}{35+80} + \frac{10^2}{60+50} + \frac{30^2}{35+50} + \frac{10^2}{35+50} = 36.18$$

$$\text{معامل التوافق} = \sqrt{\frac{a-1}{a}} = \sqrt{\frac{36.18-1}{36.18}} = 0.98$$

ومنه يوضح معامل الاقتران أن هناك ارتباط طردي قوي بين المتغيرين.

2- الانحدار الخطي البسيط (Simple Regression)

من خلال العناصر المئوية سنحاول تقديم أهم المفاهيم الخاصة بالانحدار الخطي البسيط وطريقة تقدير

العلاقة الرياضية بين المتغيرين وفق هذا الأسلوب.

2-1- تعريف الانحدار

يعرف تحليل الانحدار بأنه ذلك الأسلوب الإحصائي الذي يهدف إلى تقدير المعالم الخاصة بالمعادلة الرياضية

التي تربط بين المتغيرات والتي تمثل العلاقة السببية بينهم (رشيد، 2008، صفحة 166)، أي أن الانحدار يهدف إلى

دراسة أثر المتغير المستقل أو المتغيرات المستقلة على المتغير التابع وهذا من أجل التنبؤ بالقيم المستقبلية

للمظاهرة المدروسة والذي يكون مفيد في عملية التخطيط ووضع الاستراتيجيات المستقبلية (شاهر، 2010، صفحة 185)

نماذج الانحدار يمكن أن تكون انحدار خطي أو غير خطي حيث أن العلاقة تكون خطية بين المتغيرين إذا كان شكل انتشارهما يأخذ شكل خط مستقيم أي أن نقاط الانتشار الخاصة بالمتغيرين تتجمع حول خط مستقيم (طبية، 2008، صفحة 134).

2-2- مفهوم الانحدار الخطي البسيط

بالاعتماد على عدد المتغيرات المستقلة التي تؤثر في المتغير التابع فإنه يمكن تقسيم الانحدار الخطي إلى نوعين: الانحدار الخطي البسيط والانحدار الخطي المتعدد (أمين، 2008، صفحة 103)، ويمكن تعريف كل منهما كما يلي (أمين، 2008، صفحة 103):

2-2-1- الانحدار الخطي البسيط: في هذا النوع من الانحدار يتم دراسة العلاقة السببية بين متغير مستقل واحد ومتغير تابع واحد

2-2-2- الانحدار الخطي المتعدد: وهنا يتم دراسة تأثير متغير تابع واحد مع أكثر من متغير مستقل.

2-3- تقدير نموذج الانحدار الخطي البسيط

يقصد بتقدير نموذج الانحدار الخطي البسيط تحديد معالم النموذج أي تقدير معادلة الانحدار وهذا بالاعتماد على طريقة المربعات الصغرى (الفقي، عبد الجواد، و مهدي، 2013، صفحة 142)، ونميز هنا بين حالتين يمكن توضيحها فيما يلي.

2-3-1- معادلة انحدار Y على X

في هذه الحالة المتغير X هو المتغير المستقل الذي يؤثر في المتغير التابع Y ومعادلة خط الانحدار تأخذ الصيغة التالية (زرار، 2015، صفحة 159):

$$Y = aX + b$$

حيث يمكن حساب كل من a و b كما يلي:

➤ حساب قيمة a: يمكن حساب هذه القيمة كما يلي (زرارك، 2015، صفحة 159):

$$a = \frac{\sum XY - n(\bar{X} * \bar{Y})}{\sum (X^2) - n(\bar{X}^2)}$$

حيث: $\bar{X}$ و $\bar{Y}$ هي المتوسطات الحسابية.

كما يمكن حسابها بالعلاقة التالية (زرارك، 2015، صفحة 159):

$$a = \frac{\sigma_y}{\sigma_x} * r$$

حيث: r هو معامل الارتباط بين كل من X و Y ، σ_x و σ_y هما الانحراف المعياري لكل من x و y على التوالي.

➤ حساب قيمة b: وتحسب كما يلي (زرارك، 2015، صفحة 159):

$$b = \bar{Y} - a\bar{X}$$

حيث a هي معامل الانحدار المحسوب وفق العلاقة السابقة.

مثال: من خلال البيانات المدونة في الجدول الموالي قم بتقدير معادلة الانحدار الخطي بين المتغيرين

R=0.8	$\sigma_X=3$	$\bar{X}=30$
	$\sigma_Y=2$	$\bar{Y}=25$

الحل: من أجل إيجاد معادلة الانحدار لابد من حساب المعامل أولاً كما يلي:

$$a = \frac{\sigma_y}{\sigma_x} * r = \frac{2}{3} * 0.8 = 0.53$$

- حساب قيمة a وفق العلاقة التالية: $a = \frac{\sigma_y}{\sigma_x} * r = \frac{2}{3} * 0.8 = 0.53$

$$b = \bar{Y} - a\bar{X} = 25 - (0.53) * 30 = 9.1$$

- حساب قيمة b وفق العلاقة التالية: $b = \bar{Y} - a\bar{X} = 25 - (0.53) * 30 = 9.1$

ومنه يمكن تقدير معادلة انحدار Y على X كما يلي: $Y = aX + b = 0.35X + 9.1$

2-3-2- معادلة انحدار X على Y

في هذه الحالة المتغير Y هو المتغير المستقل الذي يؤثر في المتغير التابع X وشكل معادلة خط الانحدار يكون كما يلي (طبية، 2008، صفحة 134)

$$X = cY + d$$

حيث يمكن حساب كل من c و d كما يلي:

➤ حساب قيمة c : يمكن حساب هذه القيمة كما يلي (طبية، 2008، صفحة 134):

$$c = \frac{\sum XY - n(\bar{X} * \bar{Y})}{\sum(Y^2) - n(\bar{Y}^2)}$$

حيث: $\bar{X}$ و $\bar{Y}$ هي المتوسطات الحسابية.

كما يمكن حسابها بالعلاقة التالية (طبية، 2008، صفحة 134):

$$c = \frac{\sigma_X}{\sigma_Y} * r$$

حيث: r هو معامل الارتباط بين كل من X و Y ، σ_X و σ_Y هما الانحراف المعياري لكل من x و y على التوالي.

➤ حساب قيمة b : وتحسب كما يلي (طبية، 2008، صفحة 134):

$$d = \bar{Y} - c\bar{X}$$

حيث c هي معامل الانحدار المحسوب وفق العلاقة السابقة.

مثال: باستخدام نفس بيانات المثال السابق المدونة في الجدول الموالي قم بتقدير معادلة انحدار X على Y

R=0.8	$\sigma_X=3$	$\bar{X}=30$
	$\sigma_Y=2$	$\bar{Y}=25$

الحل: من أجل إيجاد معادلة الانحدار لابد من حساب المعاملات أولاً كما يلي:

$$c = \frac{\sigma_X}{\sigma_Y} * r = \frac{3}{2} * 0.8 = 1.2$$

- حساب قيمة c وفق العلاقة التالية: $c = 1.2$

$$d = \bar{Y} - c\bar{X} = 25 - (1.2) * 30 = -11$$

- حساب قيمة d وفق العلاقة التالية: $d = -11$

ومنه يمكن تقدير معادلة انحدار X على Y كما يلي: $X = cY + d = 1.2Y - 11$

أنشطة المحور

السؤال الأول: اختر الإجابات الصحيحة:

تتكون معادلة الانحدار الخطي البسيط من المعاملات التالية:

☐ معامل بيرسون

☐ معامل الثابت

☐ معامل الانحدار

السؤال الثاني: أجب بصحيح أو خطأ مع تصحيح الخطأ إن وجد

يهدف الانحدار الخطي البسيط إلى دراسة العلاقة السببية بين متغير كمي تابع ومتغير مستقل نوعي.

☐ صحيح

☐ خطأ

التعليق:

السؤال الثالث: ما هو الفرق بين معامل الانحدار ومعامل الارتباط؟

قائمة المراجع

قائمة المراجع

I. الكتب الأجنبية

- 1) Al-Oklah, H., Titi, S., & Alodat, T. (2015). Introduction to statistics Made easy. Ha'il, Saudi Arabia: University of Ha'il press.
- 2) Chin, L. (2003). Statistical methods of analysis. Singapore: World scientific publishing.
- 3) Eusea, J., Okwan, P., Belmasrour, R., Patterson, S., & Andrus, S. (2024). Introductory statistics. (A. Segalla, & D. Shepherd, Eds.) Louisiana, United states: Louis: The Louisiana library network.
- 4) Holmes, A., Illowsky, B., & Dean, S. (2023). Introductory business statistics (2e ed.). Houston, Texas: OpenStax.
- 5) watts, v. (2025). introduction to statistics: an excel-based approach. London Ontario: Fanshawe college pressbooks.

II. الكتب العربية

- 6) ابراهيم على ابراهيم عبد ربه. (2003-2004). مبادئ علم الإحصاء. الاسكندرية، مصر: الدار الجامعية.
- 7) أحمد الرفاعي غنيم، و نصر محمود صبري. (2000). التحليل الاحصائي للبيانات باستخدام SPSS. القاهرة -مصر: دار قباء للطباعة والنشر والتوزيع.
- 8) أحمد عبد السميع طيبة. (2008). مبادئ الإحصاء (الإصدار 1). عمان، الأردن: دار البداية.
- 9) أسامة ربيع أمين. (2008). التحليل الاحصائي للمتغيرات المتعددة باستخدام برنامج SPSS. القاهرة، مصر: مكتبة الأنجلو المصرية.
- 10) اسماعيل الفقي، محمد قايد عبد الجواد، و مرفت مهدي. (2013). التحليل الاحصائي للبيانات باستخدام SPSS-WIN (الإصدار 1). الرياض ، المملكة العربية السعودية: مكتبة العبيكان.
- 11) ثائر مطلق محمد عياصرة. (2011). النماذج الكمية في التخطيط وتطبيقاتها في الحاسوب (الإصدار 1). عمان، الأردن: جار ومكتبة الحامد للنشر والتوزيع.
- 12) جابر أحمد بسيوني. (2014). الإحصاء العام. الاسكندرية، مصر: دار الوفاء لدنيا الطباعة والنشر.

- 13) سعد بن سعيد القحطاني. (2015). الإحصاء التطبيقي المفاهيم الأساسية وأدوات التحليل الإحصائي الأكثر استخداما في الدراسات والبحوث الاجتماعية والانسانية باستخدام SPSS. الرياض، المملكة العربية السعودية: معهد الإدارة العامة.
- 14) سعد طه علام، و فريد أحمد عبد العال . (2012). اقتصاديات التنمية البشرية. القاهرة، مصر: مكتبة الأنجلو المصرية.
- 15) شرف الدين خليل. (بدون سنة). الإحصاء الوصفي. شبكة الأبحاث والدراسات الاقتصادية.
- 16) شوقي سيف النصر سيد. (2016). الإحصاء للتجارين. مصر: كلية التجارة، جامعة القاهرة.
- 17) عبد الحميد عبد المجيد البلداوي. (2009). أساليب الإحصاء للعلوم الاقتصادية وإدارة الأعمال مع استخدام برنامج SPSS. عمان، الأردن: دار وائل.
- 18) عبد الرزاق عزوز. (2010). الكامل في الإحصاء (دروس مفصلة، تمارين ومسائل مع الحلول) -الجزء الأول-. الجزائر: ديوان المطبوعات الجامعية.
- 19) عبد القادر عبان. (2022). الإحصاء الوصفي للعلوم الاجتماعية والاقتصادية. دار ومضة للنشر والتوزيع والترجمة.
- 20) عبد الله عمر زين الكاف. (2014). تطبيق العمليات الإحصائية في البحوث العلمية مع استخدام برنامج SPSS (الإصدار 1). الرياض، المملكة العربية السعودية: مكتبة القانون والاقتصاد.
- 21) عزام عبد الرحمن صبري. (2015). الإحصاء التطبيقي بنظام SPSS (المجلد الطبعة الأولى). عمان- الأردن: الدار المنهجية للنشر والتوزيع.
- 22) علي أحمد السقاف. (2020). الإحصاء الوصفي والاستدلالي. برلين-ألمانيا: المركز الديمقراطي العربي للدراسات الاستراتيجية والسياسية والاقتصادية.
- 23) عماد توما كرش، ولاء أحمد القزاز، و وفاء يونس حمودي . (2014). علم الإحصاء. العراق: المعهد التقني نينوى.
- 24) غازي عطية زراك. (2015). مبادئ علم الإحصاء التطبيقي لغير الاختصاص (المجلد الطبعة الأولى). العراق: جامعة تكريت.
- 25) فايز عبد الهادي البتانوني، و عصام الدين محمد. (2022). الإحصاء الوصفي وتطبيقاته باستخدام الحزمة الإحصائية SPSS. البيضاء، ليبيا: منشورات جامعة عمر المختار.
- 26) فيصل ثائر شاهر. (2010). الإحصاء في العلوم الإدارية والمالية (إحصاء 1) (المجلد الطبعة الأولى). عمان، الأردن: دار الحامد للنشر والتوزيع.

- 27) فيصل مفتاح شلوف، و صائب ابراهيم جواد. (2022). أساسيات الاحصاء الاقتصادي (الجزء الأول). ليبيا: منشورات جامعة عمر المختار.
- 28) محمد الفاتح محمود بشير المغربي. (2022). مبادئ الإحصاء للاقتصاد والعلوم الإدارية (المجلد الطبعة الأولى). مصر: الأكاديمية الحديثة للكتاب الجامعي.
- 29) محمد بداوي. (2017). الإحصاء الوصفي. الجزائر: دار هومة للطباعة والنشر والتوزيع.
- 30) محمد بهجت كشك، سلمى محمود جمعة، و السيد عبد الحميد عطية. (2013). مقدمة في الإحصاء الوصفي وتطبيقاته في بحوث الخدمة الاجتماعية. الاسكندرية، مصر: المكتب الجامعي الحديث.
- 31) محمد حسين محمد رشيد. (2008). الإحصاء الوصفي والتطبيقي والحيوي (الإصدار 1). عمان، الأردن: دار صفاء للنشر والتوزيع.
- 32) محمد شامل بهاء الدين فهمي. (2005). الإحصاء بلا معاناة - المفاهيم مع التطبيقات باستخدام برنامج SPSS (المجلد الجزء الأول). الرياض، المملكة العربية السعودية: معهد الإدارة العامة.
- 33) محمد مفيد القوصي. (2014). الإحصاء الوصفي والاستدلالي (الإصدار الطبعة الأولى). عمان، الأردن: مركز الكتاب الأكاديمي.
- 34) ميثم اسماعيل لعبيبي. (2016). المالية العامة مقايضات الكفاءة والعدالة "مدخل النظرية الجزئية". بغداد، العراق: دار اليازوري العلمية.
- 35) نبيل جمعة صالح النجار. (2014). الإحصاء التحليلي مع تطبيقات برمجية SPSS (المجلد الطبعة الأولى). عمان، الأردن: دار ومكتبة الحامد للنشر والتوزيع.