

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

جامعة محمد خيضر بسكرة



كلية العلوم الإنسانية و الاجتماعية

قسم : علم الاجتماع

مطبوعة بيداغوجية في مقياس :

الاحصاء الوصفي و الاستدلالي 1

موجهة لطلبة السنة أولى ماستر : تخصص علم الاجتماع تنظيم و عمل

إعداد الأستاذة : تور مديحة

أستاذة محاضرة ب

السنة الجامعية : 2025/2024 .

بسم الله الرحمن الرحيم

الحمد لله الواحد الأحد السيد الصمد و أصلي و اسلم على نبينا محمد بن
عبد الله صلى الله عليه وعلى اله.
قال الله تعالى:

"وَأَخْصَى كُلَّ شَيْءٍ عَدَدًا" الآية (28) من سورة الجن

"وَأَتَاكُمْ مِنْ كُلِّ مَا سَأَلْتُمُوهُ وَإِنْ تَعْدُوا نِعْمَتَ اللَّهِ لَا تَحْصُوهَا إِنَّ الْإِنْسَانَ لَظَلُومٌ كَفَّارٌ" الآية (34) من سورة إبراهيم

"لَقَدْ أَحْصَاهُمْ وَعَدَّهُمْ عَدًّا" الآية (94) من سورة مريم

عرض التكوين الخاص بالمادة حسب البرنامج الوزاري

الصفحة الخاصة بالمادة في عرض التكوين ماستر علم الاجتماع تنظيم و عمل

السداسي: الأول

اسم الوحدة: وحدة التعليم المنهجية

اسم المادة: الإحصاء الوصفي والاستدلالي 1

الرصيد: 3

المعامل: 2

أهداف التعليم: (ذكر ما يفترض على الطالب اكتسابه من مؤهلات بعد نجاحه في هذه المادة، في ثلاثة أسطر على الأكثر)

تزويد الطالب بعموميات حول الإحصاء الوصفي والاستدلالي واستخداماته في البحوث الاجتماعية.

المعارف المسبقة المطلوبة: (وصف تفصيلي للمعرف المطلوبة والتي تمكن الطالب من مواصلة هذا التعليم، سطرين على الأكثر).

طريقة التقييم: مراقبة مستمرة، امتحان... إلخ

امتحان كتابي + متواصل

محتوى المادة: (إجبارية تحديد المحتوى المفصل لكل مادة مع الإشارة إلى العمل الشخصي للطالب)

- ✓ مدخل مفاهيمي: التعريف بعلم الإحصاء، التعريف بالإحصاء الوصفي، أهميته ، علاقته بالعلوم الأخرى الاجتماعية، أهم المفاهيم الإحصائية.
- ✓ تقنيات عرض البيانات الإحصائية (المصادر وتقنيات العرض الجدولي والبياني)
- ✓ مقاييس النزعة المركزية (الوسط الحسابي، الوسيط، المنوال،
- ✓ مقاييس التشتت: المدى، التباين، الانحراف: الربيعي، المعياري، المتوسط
- ✓ مقاييس الشكل (الالتواء، التفرطح)

المراجع: (كتب، ومطبوعات، مواقع/انترنت، إلخ)

- أحمد الأشقر: مقدمة في الإحصاء مفاهيم وطرائق، مكتبة دار الثقافة، عمان، 1999.
- إبراهيم على عبد ربه: الإحصاء الوصفي، الدار الجامعية، الإسكندرية، 2005.
- أحمد عبادة سرحان: مقدمة في الإحصاء الاجتماعي، دار المعارف، مصر.
- موساوي عبد النور: الإحصاء الوصفي، منشورات جامعة منتوري، الجزائر، 2004.

فهرس المحتويات

4.....	مقدمة
5.....	1. الفصل 1 : مدخل مفاهيمي
5.....	1.1 تعريف علم الإحصاء :
6.....	2.1 أهميه الإحصاء الوصفي :
7.....	3.1 علاقة علم الإحصاء بالعلوم الأخرى :
8.....	3.1 أهم المفاهيم الأساسية الإحصائية
12.....	4.1 سلسلة تمارين مقترحة عن الفصل 1
15.....	5.1 حلول التمارين
19.....	2. الفصل 2 : تقنيات عرض البيانات الإحصائية
19.....	1.2 مصادر جمع البيانات الإحصائية :
19.....	1.1.2 المصادر المباشرة
20.....	2.1.2 المصادر الغير مباشرة
21.....	2.2 طرق أو أساليب جمع البيانات في الإحصاء :
21.....	3.2 أنواع العينات :
22.....	1.3.2 العينات العشوائية :
26.....	2.3.2 العينات الغير عشوائية :
27.....	4.2 تنظيم و عرض البيانات الإحصائية العرض الجدولي
27.....	1.4.2 الجداول التكرارية (التوزيعات التكرارية) :
31.....	5.2 مفاهيم متعلقة بتبويب البيانات :
35.....	6.2 تبويب البيانات :
36.....	1.6.2 تبويب البيانات الخام في جدول تكراري بسيط :
38.....	2.6.2 تبويب البيانات في جدول تكراري ذو فئات :
47.....	7.2 العرض البياني للبيانات الأشكال الهندسية و الرسوم البيانية :
47.....	1.7.2 العرض البياني للبيانات الوصفية :
55.....	2.7.2 العرض البياني للبيانات الكمية المنفصلة :
56.....	3.7.2 العرض البياني للبيانات الكمية المتصلة :
60.....	8.2 سلسلة تمارين مقترحة عن الفصل 2
64.....	9.2 حلول التمارين
73.....	3. الفصل 3 : مقاييس النزعة المركزية

1.3 المتوسط الحسابي:	74
1.1.3 المتوسط الحسابي لبيانات غير مبوبة:	74
2.1.3 المتوسط الحسابي لبيانات مبوبة لمتغير متقطع:	75
3.1.3 المتوسط الحسابي للبيانات المبوبة لمتغير كمي مستمر:	76
2.3 المتوسط الحسابي المرجح (الموزون):	78
3.3 الوسيط:	80
1.3.3 الوسيط لبيانات غير مبوبة:	80
2.3.3 الوسيط لبيانات مبوبة لمتغير متقطع:	82
3.3.3 الوسيط لبيانات مبوبة لمتغير مستمر:	83
4.3 المنوال:	86
1.4.3 بيانات غير مبوبة:	86
2.4.3 بيانات مبوبة لمتغير متقطع:	88
3.4.3 بيانات مبوبة لمتغير مستمر:	88
5.3 سلسلة تمارين مقترحة عن الفصل	92
6.3 حلول التمارين	94
7.3 تمارين مقترحة	99
4. الفصل 4 :مقاييس التشتت	100
1.4 قياس تشتت البيانات	100
1.1.4 المدى العام:	101
2.1.4 المدى الربيعي:	103
3.1.4 الانحراف المتوسط:	106
4.1.4 التباين	110
5.1.4 الانحراف المعياري:	115
2.4 سلسلة تمارين مقترحة عن الفصل 4	119
3.4 حلول التمارين	121
4.4 تمارين مقترحة	126
5. الفصل 5 :مقاييس الشكل	127
1.5 العزوم:	127
2.5 أشكال التوزيع التكرارات:	133
1.2.5 توزيع تكراري ملئوي نحو اليمين (موجب الالتواء):	133
2.2.5 توزيع تكراري ملئوي نحو اليسار (سالب الالتواء):	134
3.2.5 توزيع تكراري مماثل:	135
3.5 مقاييس الالتواء	135
1.3.5 معاملات بيرسون للالتواء:	135
4.5 مقاييس التفرطح:	137

137.....	1.4.5 معامل بيرسون للتفرطح β :
138.....	2.4.5 معامل فيشر للتفرطح $F2$:
143.....	5.5 سلسلة تمارين مقترحة عن الفصل 5.....
144.....	6.5 حلول التمارين
151.....	قائمة المراجع:

مقدمة

يشير مفهوم الإحصاء عند عامة الناس إلى مجموعة من الأرقام و البيانات فقط كإعداد السكان و أعداد الطلبة و أعداد المواليد و غيرها من الأعداد، فمفهوم الإحصاء بهذا المعنى يقتصر على اعتباره عد أو حساب الأشياء، ومن هنا فهو من هذا المنظور مفهوم محدود، أما عند المتخصصين فيدل مفهوم الإحصاء كعلم على الميدان الذي يهتم بوصف و تلخيص و تفسير الظواهر الطبيعي و الاجتماعية و النفسية و التربوية التي تعتبر التغير ميزتها الأساسية، و يعرف الإحصاء على انه ذلك الفرع من الرياضيات الذي يقدم بأقصى ما يمكن من الدقة و الصرامة، عناصر التقدير اللازمة لتفسير هذه الظواهر و التنبؤ بما قد يطرأ عليها من تغيرات.

إضافة إلى ذلك يقدم الإحصاء أساليب محددة ومنظمة لجمع البيانات و تبويبها و تلخيصها بأشكال مختلفة كالجداول التكرارية و الرسوم البيانية التي تساعد على وصف البيانات و معالجتها و تحليلها للوصول إلى استخلاص نتائج تساعد على اتخاذ قرارات سليمة بخصوص الظواهر التي يدرسها الباحثون أو بخصوص فرضيات البحوث العلمية التي يطرحونها.

من هنا يعد الإحصاء الركيزة الأساسية في مجال البحث العلمي، فهو إضافة إلى ما سبق ذكره:

- يساعد على تطوير و تقدم البحث العلمي.
- يسمح بإصدار أحكام على الظواهر بشكل موضوعي.
- يكشف عن مستويات العلاقات بين الظواهر و دلالتها
- يكشف عن الفروق بين المجموعات و دلالتها الإحصائية.

دروس في مقياس : الإحصاء الوصفي و الاستدلالي 1

- سوف نتطرق في هذا المقياس الإحصاء الوصفي و الاستدلالي 1 الذي يعالج الطريقة الإحصائية. لوصف البيانات و اقتصرنا على الفصول الأساسية منها:
- الفصل 1: مدخل مفاهيمي
- الفصل 2: تقنيات عرض البيانات الإحصائية
- الفصل 3: مقاييس النزعة المركزية.
- الفصل 5: مقاييس التشتت.
- الفصل 6: مقاييس الشكل.
- إن الهدف من هذه الفصول هو تمكين القارئ أو الطالب من التكيف و التعامل مع الدراسة الإحصائية بسهولة و بساطة, هذه الدراسة التي يحتاج إليها كل طالب مهما كان تخصص.

1. الفصل 1 : مدخل مفاهيمي

تمهيد:

يعتبر علم الإحصاء (Statistics) من العلوم الضرورية و الهامة لأية عملية بحث علمي، أو تجربة عملية أو نظرية، أو دراسة تطبيقية تهدف إلى الوصول إلى نتائج تعتمد الموضوعية، و تتسم بالمصداقية، بشكل عام ما ينطبق على البحوث العملية الإنسانية أو الاجتماعية التي هدفها تنمية المجتمع و تطويره، واستخدام موارده المختلفة استخداما أمثلا ، و هو علم لا يمكن لأي باحث في أي علم من العلوم ك الاستغناء عنه، إذا أراد إتباع المنهجية العلمية الموضوعية الصحيحة المبنية على البيانات و المعلومات، اللازمة للوصول إلى نتائج موضوعية دقيقة عن الظاهرة أو المشكلة المراد دراستها و تحليلها.

1.1 تعريف علم الإحصاء :

يعرف الإحصاء انه فرع من فروع الرياضيات يشمل النظريات و الطرق الموجهة نحو جمع البيانات، وصف البيانات، اتخاذ القرارات، و يتميز باستخدام الأرقام و الرموز و الدوال الرياضية و المقاييس و الجداول، و الرسومات البيانية.

كما يعرف الإحصاء أيضا على انه العلم الذي يدرس مختلف طرق ووسائل جمع البيانات عن مختلف الظواهر الاقتصادية و الاجتماعية و غيرها، و ترتيب هذه البيانات و تبويبها و تحليلها و تفسيرها و تقديمها بأشكال و صور ملائمة بهدف تسهيل اتخاذ القرار و بهذا فالإحصاء ينقسم إلى:

1. **الإحصاء الوصفي:** هو ذلك العلم الذي يهتم بعملية أو بطرق جمع البيانات وتلخيصها و تنظيمها و ترتيبها و عرضها في صورة مبسطة في شكل جداول أو رسومات بيانية، مع حساب بعض المقاييس الإحصائية من اجل إعطاء وصف أولي

دروس في مقياس : الإحصاء الوصفي و الاستدلالي 1

للظاهرة المدروسة و بكلمة أخرى هو التعامل مع المعطيات الإحصائية من دون تعميم. (شرف الدين خليل، 2008).

2. **الإحصاء الاستدلالي:** وهو ذلك العلم الذي يهتم بطرق تحليل وتفسير، وتقدير واستخلاص الاستنتاجات بالاعتماد على جزء (أو عينة)، من المجتمع الإحصائي وعليه فإن الإحصاء الاستدلالي هو الذي يتعامل مع التعميم و اتخاذ القرار و التنبؤ و التقدير.

2.1 أهمية الإحصاء الوصفي:

1. جمع البيانات أو المعلومات عن الظاهرة المدروسة :

توجد عدة طرق و أدوات يتم من خلالها جمع البيانات الإحصائية، تختلف هذه الأدوات باختلاف نوع الدراسة أو الموضوع المراد دراسته و طبيعته، و من هذه الأدوات: الملاحظات المقابلات وتحليل المحتوى و غيرها.

2. تصنيف البيانات و تبويبها و عرضها:

بعد الحصول على البيانات الإحصائية الأولية من دراسة ظاهرة ما. يتم تبويبها و عرضها، بمعنى تبويب في جداول تكرارية تعطي المعنى العام للبيانات الأولية، أو تعرض في شكل رسومات و أشكال بيانية بحيث تعطي فكرة واضحة عن البيانات. هذا التبويب و العرض يساعد على قراءة البيانات بطريقة أفضل و أسهل و يساعد في عملية إيجاد المعلومات و الإحصاءات و من ثم استخلاص النتائج.

3. تحليل ومعالجة البيانات الإحصائية:

عملية معالجة البيانات تستدعي قوانين و علاقات إحصائية لاستخراج قيم - عددية لها مدلولات إحصائية معينة بمعنى حساب المؤشرات الإحصائية .

4. بتفسير نتائج تحليل البيانات الإحصائية :

وهنا يتم تفسير معنى قيم الإحصاءات و المعلومات التي يتم الحصول عليها من خلال تحليل البيانات الإحصائية، و توضيح مدلولاتها لعمل استنتاجات.

3.1 علاقة علم الإحصاء بالعلوم الأخرى:

أهمية علم الإحصاء تكون في إمكانية تطبيق نظرياته ومبادئه و أساليبه في كل المجالات ، يمكن التعبير عن ظواهره ببيانات عددية أي مجال تكون فيه المعلومات المجمعة عن الظاهرة محل البحث معلومات عددية أو غير عددية، ولكن يمكن إعادة صياغتها و تحويلها إلى معلومات عددية و هكذا أصبح بالإمكان استخدام الأساليب الإحصائية و تطبيقها في مختلف العلوم:

- **مجال علم الاجتماع:** يبرز دور الإحصاء في بحوث السكان المتمثلة في تعدادات السكان فالتخطيط السليم لتنمية اقتصادية واجتماعية لا ينفصل ولا يمكن أن يتم بدون الدراسات الإحصائية للسكان ، فكيف نقرر إقامة مصانع ونحن نعرف حجم قوة العمل المتوافرة والتي ستتوفر خلال فترة مقبلة وعلى أي أساس نقيم سياسة للسكان ونحن لا نعرف معدلات الزواج و الطلاق وهكذا
- **مجال الاقتصاد :** استخدم علم الإحصاء لتفسير الظواهر الاقتصادية المختلفة كنظريات العرض والطلب والعلاقة بين مستويات الدخل و الانفاق و الاستهلاك، و نوع العلاقة و كيفية قياسها وفي مراقبة إنتاج المصانع من حيث كمية ودرجة جودته

دروس في مقياس : الإحصاء الوصفي و الاستدلالي 1

ومدى ملائمة لاحتياجات السوق وأذواق المستهلكين و غيرها من الدراسات الاقتصادية.

- **مجال علم النفس :** فقد استخدمت الطرق الإحصائية في قياس الذكاء الأشخاص وفي دراسة العلاقة بين الذكاء الأشخاص و مهاراتهم .
- **مجال علم الأحياء :** اعتمد علم الأحياء على علم الإحصاء في دراسة الأجناس البشرية والفصائل الحيوانية و النباتية المختلفة ودراسة خواص كل منها و علاقتها ببعضها.
- **علم الوراثة :** استخدمت الأساليب الإحصائية لدراسة انتقال الصفات من الآباء إلى الأبناء وإمكانية التمييز بين الصفات الوراثية و الصفات المكتسبة.

3.1 أهم المفاهيم الأساسية الإحصائية

يتميز علم الإحصاء مثل العلوم الأخرى بأنه مليء بالتعاريف والمصطلحات الأساسية والتي يستلزم فهمها و التفريق بينها و من هذه المصطلحات نذكر :

المجتمع الإحصائي : هو الإطار الذي يحتوي على جميع مفردات الدراسة، أو هو عبارة عن جميع وحدات الدراسة و التي تشترك في صفات أو خصائص و سمات محددة جغرافيا، أو سياسيا أو اجتماعية، أو اقتصادية أو غيرها و قد يكون المجتمع الإحصائي على نوعين:

- **المجتمع المحدود:** وهو الذي يتكون من عدد محدود من مفردات الدراسة.
- مثال :** دراسة الدخل لمجموعة من العمال في مصنع يتكون من 50 عامل.
- **مجتمع الغير محدود :** وهو المجتمع الذي يكون فيه عدد مفردات الدراسة غير محدود.

مثال: التناوب على سلعة معينة في مركز تسوق أو دراسة فئة الأشخاص الذين يتعاطون المخدرات...

• **العينة الإحصائية:** وهي جزء من المجتمع يتم اختيارها بطريقة لتمثيل المجتمع و الاستدلال على خواصه، لذلك يراعى أن تكون العينة ممثلة للمجتمع تمثيلا جيدا، فيتضح جوهريا انه لا يمكننا الوصول إلي أي نتائج مقنعة لأي دراسة إحصائية ما لم يتم تحديد نطاق المجتمع المدروس و ضرورة اختيار العينة بطريقة مناسبة حتى تأتي نتائج الدراسة مقنعة و ذات مصداقية.

• **الوحدة الإحصائية:** هي الوحدة الأساسية لتكوين المجتمع الإحصائي و التي غالبا ما تكون عبارة عن فرد من أفراد المجتمع الإحصائي (فرد، عائلة، مؤسسة....الخ)

• **الصفة أو الخاصية :** في تلك الخاصية أو سمة المدروسة التي يتم ملاحظتها على الفرد و التي قد تأخذ قيما أو كيفيات أو حالات مختلفة لكل عنصر في المجتمع المدروس، مثل دخل الأسر في مدينة ما، أنواع السيارات ما أو مستوى المبيعات اليومية لأحد محلات التسوق خلال شهر معين فالبيانات الإحصائية تمثل القيم الفردية لتلك الصفات المدروسة.

• **البيانات:** هي كل ما يتم تجميعه نتيجة المراقبة لحدث أو ظاهرة ما، مثل إجابات مجموعة من الأشخاص على سؤال أو عدة أسئلة...الخ. و البيانات قد تكون على أنواع نذكر منها:

1. **البيانات الوصفية :** وهي البيانات التي تكون في صورة غير عددية (غير رقمية)

وتقاس البيانات الوصفية بمعايير هما :

أ. **بيانات وصفية مقاسه بمعيار اسمي :** وهي بيانات غير رقمية تتكون من

مجموعات متنافية كل مجموعة لها خصائص تميزها عن المجموعة الأخرى ومن أمثلة ذلك:

***النوع :** وهي بيانات وصفية مقاسه بمعيار اسمي ذكر-أنثى

***الحالة الاجتماعية :** تقاس بياناته بمعيار اسمي متزوج-أعزب-أرمل-مطلق الجنسية :

جزائري-تونسي- مغربي

ب. بيانات وصفية مقاسه بمقياس ترتيبى: وهي البيانات التي تتكون من مستويات

أو فئات يمكن ترتيبها تصاعديا أو تنازليا ومن أمثلة ذلك :

-تقدير الطالب : ممتاز - ممتاز جدا - جيد - جيد جدا - حسن - متوسط - ضعيف

-المستوى التعليمي: بدون تعليم-ابتدائي-متوسط-ثانوي-جامعي

2. البيانات الكمية : وهي البيانات التي في صورة عددية و تنقسم إلى قسمين:

أ. بيانات الفترة : وهي البيانات التي تقاس بمدى معين مثل درجة الحرارة-قياس السرعة.

ب. بيانات النسبة : مثل عدد وحدات المعينة بالإنتاج الكلي، إنتاجية القمح، كمية

الألبان المنتجة في اليوم.

• الإحصائيات: يقصد بها جميع المعلومات العددية لظاهرة معينة (مثل تعداد السكان،

معطيات سجلات، الأحوال المدنية، عدد المتدربين،...)

• المتغيرات : وهي الخصائص أو الصفات المدروسة التي يشترك فيها أفراد المجتمع

الإحصائي وتختلف من مفردة إلى أخرى.

❖ أنواع المتغيرات : تنقسم المتغيرات إلى نوعين :

- المتغيرات الكيفية(الوصفية) : تخص كل ما هو غير قابل للقياس العددي مثلا

الحالة الاجتماعية، المهنة، الرأي إلى غير ذلك.

- المتغيرات الكمية (الرقمية): تخص جوانب مادية قابلة للقياس الرقمي أو

العددي ، أي أن وحداتها يتم التعبير عنها بالأعداد مثل : العمر، الطول، الوزن،

الحجم، ...، و المتغيرات الكمية تنقسم إلى :

1. المتغيرات المنفصلة : ويطلق عليها أيضا مصطلح المتغيرات المتقطعة هي

تلك المتغيرات التي تأخذ قيما قابلة للعد (أعداد غير قابلة للتجزئة)، و تكون

محدودة أو لا نهائية لكن معدودة مثل عدد الموظفين في مؤسسة معينة ، أو

عدد أفراد الأسر في مجتمع معين إلى غير ذلك.

2. المتغيرات المتصلة: ويطلق عليها أيضا مصطلح المتغيرات المستمرة هي تلك المتغيرات التي تأخذ كل القيم الممكنة لمجال الدراسة و نظرا للعد الغير المتناهي لهذه القيم و التي تقسم مجال الدراسة إلى مجالات جزئية تسمى فئات مثل أطوال الطلبة ، درجات الحرارة.. الخ. للمزيد من المعلومات انظر (مامن فيصل 2020-2021).

4.1 سلسلة تمارين مقترحة عن الفصل 1

تمرين 1:

1. عرف المجتمع و الوحدة الإحصائية و أعط ثلاثة أمثلة ؟
2. ما الفرق بين العينة و المجتمع؟
3. عرف الإحصاء الوصفي و الاستدلالي؟
4. ما هي أهمية الإحصاء الوصفي؟
5. ما هي أنواع المتغيرات الإحصائية؟

تمرين 2:

قام البنك القرض الشعبي الجزائري بإجراء دراسة بغرض التعرف على مدى رضا الزبائن المتعاملين معه حول جودة الخدمات الالكترونية المقدمة من طرف البنك.

1. ما هو الهدف العام من الدراسة؟
2. ما هي الوحدة الإحصائية و المجتمع الإحصائي في هذه الدراسة؟
3. ما هو المتغير الإحصائي المدروس. اذكر أنواعه؟
4. ما هو الأسلوب المستخدم و ما هي المصادر المعتمدة لجمع البيانات في مثل هذه الدراسة؟ علل ذلك؟

تمرين 3:

حدد نوع المتغيرات (كمية أو كيفية) في العبارات التالية:

درجات الحرارة – مكان الميلاد – نوع الشاحنات- الحلة الاجتماعية- عدد الزبائن لأحد المحلات – الحالة المدنية للإداريين – عدد الحوادث في طريق معين – الدخل الشهري للعمال- المستوى التعليمي – عدد أفراد الأسرة- جنس الطلبة – عدد أيام الحضور – جنسية المغتربين – أوزان مجموعة من الأشخاص.

تمرين 4:

حدد المجتمع الإحصائي ، الوحدة الإحصائية ، المتغير الإحصائي المدروس و نوعه من واقع العبارات التالية:

1. مدة حياة المصابيح الكهربائية المنتجة في مصنع.
2. تصنيف السيارات بوكالة حسب لونها.
3. دراسة إحصائية حول عدد الغرف في المسكن لعينة من 100 مسكن في ولاية بسكرة.
4. توزيع عينة من 50 عامل حسب الأجور الشهرية بالدينار في شركة.
5. تصنيف الأحزاب السياسية حسب عدد الأصوات المكتسبة في الانتخابات.
6. دراسة إحصائية حول رقم الأعمال السنوي ل 40 مؤسسة اقتصادية.
7. تصنيف العمال بإدارة حسب مستواهم التعليمي.
8. أطوال الطلبة في دفعة السنة أولى ماستر علوم اجتماعية.

تمرين 5 :

حدد المجتمع و العينة من العبارات التالية:

1. مجموعة دول شمال إفريقيا العربية المشاركة في جامعة الدول العربية.
2. مجموعة دول الشمال الإفريقية المشاركة في كأس العالم.
3. الإنتاج الكلي للقمح في الجزائر سنة 2024.
4. الحوادث عدد الحوادث السنوية ثم اخذ عدد الحوادث في شهر أوت.

5.1 حلول التمارين

حل التمرين 1 :

1. عرف:

المجتمع : هو الإطار الذي يحتوي على جميع مفردات الدراسة، أو هو عبارة عن جميع وحدات الدراسة و التي تشترك في صفات أو خصائص و سمات محددة جغرافيا، أو سياسيا أو اجتماعية، أو اقتصادية أو غيرها.

الوحدة الإحصائية: هي الوحدة الأساسية لتكوين المجتمع الإحصائي و التي غالبا ما تكون عبارة عن فرد من أفراد المجتمع الإحصائي (فرد، عائلة، مؤسسة.....الخ

أمثلة عن ذلك:

*مجتمع من الطلبة

*مجتمع من الأسر

*مجتمع من المؤسسات

2. أنواع المتغيرات الإحصائية: المتغيرات الكمية و المتغيرات النوعية(الوصفية).

3. **تعريف الإحصاء الوصفي و الاستدلالي:** يهدف إلى وصف مجموعة من البيانات عندما تتوفر، و يركز هذا النوع من الإحصاء الوصفي بعد عملية جمع البيانات على تصنيفها و ترتيبها و تنظيمها و ذلك من خلال استخدام الجداول التكرارية و الرسوم و الأشكال البيانية أما الإحصاء الاستدلالي : هو ذلك العلم الذي يهدف للوصول إلى استنتاجات حول خصائص المجتمع من خلال استخدام المعلومات المتوفرة عن العينة المحسوبة من هذا المجتمع. أي انه يهدف إلى التعميم من العينة إلى المجتمع و بعدها اتخاذ القرار.

4. أهمية الإحصاء الوصفي:

- جمع البيانات أو المعلومات عن الظاهرة المدروسة.
- تصنيف البيانات و تبويبها و عرضها.
- تحليل ومعالجة البيانات الإحصائية.
- بتفسير نتائج تحليل البيانات الإحصائية.

5. الفرق بين العينة و المجتمع:

يختلف معنى مجتمع الدراسة عن معنى عينة الدراسة إذ يشير معنى مجتمع الدراسة إلى المجموعة الكلية من العناصر التي يسعى الباحث إلى أن يعمم عليها النتائج ذات العلاقة بالمشكلة المدروسة. بينما يشير معنى العينة إلى جزء من المجتمع و هي تلك العينة التي تتوزع فيها خصائص المجتمع بنسب بنفس النسب الواردة في المجتمع.

حل التمرين 2 :

1. الهدف العام من الدراسة: معرفة مدى رضا الزبائن المتعاملين مع البنك حول جودة الخدمات الالكترونية المقدمة من طرف البنك.

2. الوحدة الإحصائية و المجتمع الإحصائي:

- الوحدة الإحصائية: الزبون المتعامل مع بنك القرض الشعبي الجزائري.
- المجتمع الإحصائي: الزبائن المتعاملين مع بنك القرض الشعبي الجزائري.
- 3. المتغير الإحصائي و نوعه: رضا الزبون حول جودة الخدمات الالكترونية، نوعه: كيفي قابل للترتيب.

4. أسلوب الدراسة و مصادر جمع البيانات:

- أسلوب الدراسة: طريقة المعاينة و ذلك لصعوبة الحصر الشامل لجميع المتعاملين مع البنك و ربعا للوقت و الجهد و التكاليف.
- مصادر جمع البيانات: و هي المصادر المباشرة عن طريق الاستبيان.

حل التمرين 3 :

تحديد نوع المتغيرات كمية أو كمية من خلال العبارات المعطاة:

متغير كمي	متغير كمي
*مكان الميلاد	*درجات الحرارة
*نوع الشاحنات	*عدد الزبائن لأحد المحلات
*الحالة المدنية للإداريين	*عدد الحوادث في ريق معين
*المستوى التعليمي	*الدخل الشهري للعمال
*جنس الطلبة	*عدد أفراد الأسرة
*الجنسية للمغتربين	*عدد أيام الحضور
	*أوزان مجموعة من الأشخاص

حل التمرين 4 :

تحديد المجتمع الإحصائي ، الوحدة الإحصائية ، المتغير الإحصائي المدروس و نوعه من خلال العبارات المعطاة:

رقم العبارة	المجتمع الإحصائي	الوحدة الإحصائية	المتغير الإحصائي المدروس	نوعه
1	المصابيح الكهربائية	مصباح كهربائي	مدة حياة المصباح	متغير كمي مستمر
2	السيارات	السيارة الواحدة	لون السيارة	متغير كمي غير اسمي
3	عينة من 100 مسكن	المسكن الواحد	عدد الغرف	متغير كمي متقطع

دروس في مقياس : الإحصاء الوصفي و الاستدلالي 1

4	عينة من 50 عامل	العامل الواحدة	الأجور الشهرية	متغير كمي مستمر
5	الأحزاب السياسية	الحزب الواحد	عدد الأصوات	متغير كمي منفصل
6	عينة من 40 مؤسسة اقتصادية	المؤسسة واحدة	رقم الأعمال السنوي	متغير كمي مستمر
7	العمال	العامل الواحد	مستوى التعليمي للعمال	متغير كمي ترتيب
8	الطالبة	أطوال الطالبة	عدد البلديات	كمي مستمر

حل التمرين 5 :

تحديد المجتمع و العينة من خلال العبارات المعطاة:

المجتمع	العينة
*مجموعة دول شمال إفريقيا العربية المشاركة في جامعة الدول العربية *الإنتاج الكلي للقمح في الجزائر سنة مجموعة دول الشمال الإفريقية المشاركة في *كاس العالم.2024	*الحوادث عدد الحوادث السنوية ثم اخذ عدد الحوادث في شهر أوت

2. الفصل 2 : تقنيات عرض البيانات الإحصائية

تمهيد:

يعتبر تنظيم و عرض البيانات الإحصائية أول مرحلة للتحليل الإحصائي، و تتقيد طريقة تنظيم البيانات على نوع هذه البيانات، وعلى الحقائق المطلوب إبرازها منها و عليه يمكن تنظيم و عرض البيانات أما عن طريق تصميم التوزيعات أو الجداول التكرارية، أو باستعمال الرسوم البيانية، الهدف منها تديم البيانات المجمعة مسبقا سواء من المصادر التاريخية أو المصادر الميدانية بطريقة مبسطة و مختصرة و هذا ليسهل فهمها واستنتاج بعض النتائج الأولية منها التي تساعد على تحليلها إحصائيا للتعرف عليها ووضعها و مقارنتها بغيرها من الظواهر و الخروج ببعض المدلولات الإحصائية عن مجتمع الدراسة.

1.2 مصادر جمع البيانات الإحصائية:

هذه المرحلة هي أولى مراحل علم الإحصاء، تعتبر مرحلة مهمة للباحث لتحديد نوعية المصادر التي سيجمع من خلاله بياناته فكل ظاهرة أو مشكلة علمية لابد لها من مصادر معتمدة للمعلومات المتعلقة بها، تختلف هذه المصادر من ظاهرة إلى أخرى، حيث يعتمد الباحثون على مصدرين أساسيين للحصول على المعلومات الإحصائية الخاصة بظاهرة معينة (محمد راتول، 2006).

1.1.2 المصادر المباشرة

تتضمن كل الطرق التي يستخدمها الباحث للحصول على المعلومات أو البيانات من أفراد العينة مباشرة دون إجراء أي تعديل عليها، وتشمل هذه المصادر:

- أ. **المقابلة الشخصية (المباشرة):** حيث يتم مقابلة الأشخاص المعنيين بالبحث شخصياً، و الحصول منهم على البيانات أو المعلومات المطلوبة.
- ب. **الهاتف:** عادة ما تستخدم هذه الطريقة لمعرفة آراء الأشخاص حول ظاهرة معينة بحيث لا يستطيع الباحث الوصول إلى كل فرد من أفراد العينة، فيقوم بأخذ عينة من الأشخاص يتم الاتصال بهم هاتفياً و الحصول منهم على ما يريد من بيانات.
- ت. **الانترنت أو الفاكس:** بحيث يتم إرسال رسائل الكترونية أو رسائل بالفاكس إلى كل أفراد العينة، هذه الطريقة توفر الجهد و المال إذا أمكن التواصل مع أفراد العينة بهذه الطريقة.
- ث. **الملاحظة (طريقة المشاهدة) :** و هي الطريقة التي يتم استخدامها عند مراقبة الظواهر كما هي على الطبيعة، مثل معايشة الباحث بعض الفئات للمجتمع مراقباً لنمط الحياة لهذه الفئات، و مثال على ذلك مجتمع السجناء.
- ج. **الاستبيان:** و هو عبارة عن قائمة من الأسئلة الخاصة بظاهرة معينة، توزع على الوحدات الإحصائية لمجتمع البيانات و يعتبر الاستبيان من أكثر المصادر المباشرة لجمع البيانات.

2.1.2 المصادر الغير مباشرة

المصادر التاريخية أو الوثائقية: و تشمل المعطيات التي تكون مصدرها السجلات و الميزانيات المالية التي تتوفر كحصىلة لنشاط الدوائر و الشركات المختلفة من خلال ممارسة نشاطها اليومي و ما تقوم بإصداره من نشرات و تقارير و كذلك ما يتوفر في المكتبات من مؤلفات و مطبوعات تضم معطيات إحصائية و هذه المصادر تكون على نوعين:

1. **مصادر أصلية :** ويقصد بها الجهات التي تقوم بنفسها بنفسها بجمع المعطيات و تهيئتها و نشرها، كما هو الحال مع مكاتب الإحصاء و التعداد المركزية و العديد من المؤسسات و الدوائر الحكومية.

2. مصادر ثانوية : و هي الجهات التي تعتمد في جمع المعطيات على جهات أخرى إلا أنها تقوم بطبعتها و نشرها و بعد استلامها من المصادر الأصلية كما هو الحال مع المنظمات الدولية و الإقليمية.

2.2 طرق أو أساليب جمع البيانات في الإحصاء:

عند القيام بدراسة إحصائية لزاخرة معينة يتطلب الأمر جمع بيانات و معلومات عن أفراد المجتمع المدروس و يتم ذلك باستخدام طريقتين.

طريقة 1: الحصر(المسح) الشامل:

عند إتباع هذه الطريقة يتم تجميع البيانات من كل عنصر من عناصر المجمع، و تستخدم هذه الطريقة إذا كان المجتمع المدروس صغيرا.

مثال: إذا كانت البيانات المطلوبة عالية الدقة، كما هو الحال في التعدادات السكانية.

طريقة 2: المعاينة:

في حالة تعذر استخدام طريقة المسح الشامل يتم اختيار (عينة) من عناصر المجتمع المدروس بأسلوب سليم. وبتحليل بيانات العينة إحصائيا يمكن تعميم نتائجها على المجتمع ككل.

هناك أسباب تدعو إلى استعمال طريقة المعاينة يمكن تلخيصها في النقاط التالية:

1. الحد من التكاليف اللازمة لإجراء البحث.
2. التقليل من الخطأ الناتج من عدم الدقة في القياس.
3. إذا كان المجتمع لا نهائي مثل تقدير عدد السكان في الماضي و الحاضر و المستقبل

3.2 أنواع العينات:

عموما يمكن تقسيم العينات إلى نوعين رئيسيين هما: العينات العشوائية (الاحتمالية) و الغير عشوائية (الغير احتمالية):

1.3.2 العينات العشوائية: وهي العينات التي تسحب من المجتمع دون التدخل من قبل

الباحث بأي شكل من الأشكال و يكون لكل عنصر من المجتمع فرصة أو احتمال معروف لان يكون ضمن عناصر العينة ومن أهم أنواعها :

1. العينة العشوائية البسيطة: و يعني بها اختيار عدد معين من أفراد المجتمع، بحيث يكون

لأي فرد من الأفراد الفرصة نفسها للظهور في هذه العينة، و تستخدم للمجتمع الذي يتكون من عناصر متجانسة.

حجم العينة = نسبة العينة $\times$ عدد أعضاء المجتمع.

2. العينة العشوائية المنتظمة: و هي العينة التي يتم فيها اختيار مسافة ثابتة منتظمة بين كل

رقم و الرقم الذي يليه، و فيها يتم اختيار أفراد من العينة من جميع مفردات المجتمع الأصلي، و لذلك فهي اصدق من العينات العشوائية في تمثيل المجتمع المأخوذة منه.

مثال : مجتمع إحصائي يتكون من 50 فردا، أراد باحث أن يسحب منه عينة تتكون من 5 أفراد بطريقة العينة المنتظمة البسيطة:

الحل:

- تحديد أفراد المجتمع، ويعطى كل واحد منهم رقما متسلسلا من 1 إلى 50.
- تقسيم أفراد المجتمع إلى مجموعات متساوية العدد بحيث يكون عدد هذه المجموعات مساويا لعدد أفراد العينة، أي 5 مجموعات.

$$\frac{\text{عدد افراد المجتمع الاحصائي}}{\text{عدد المجموعات}} = \text{عدد الافراد في كل مجموعة جزئية}$$

أي أن المسافة الثابتة بين كل رقم و الذي يليه 10

تشكيل المجموعات الجزئية كما يلي:

المجموعة 1	المجموعة 2	المجموعة 3	المجموعة 4	المجموعة 5
1	11	21	31	41
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
10	20	30	40	50

نفرض انه تم اختيار رقم 6 من المجموعة 1 عشوائيا، فان الأرقام التي تحدد العينة هي :

$$10+6=16$$

$$10+16=26$$

$$10+26=36$$

$$10+36=46$$

3. العينة العشوائية الطبقية : تستخدم هذه العينة عندما يكون المجتمع الإحصائي، يتكون من عدة طبقات، أي انه مجتمع غير متجانس، بالنسبة للظاهرة التي نريد دراستنا مثل : المجتمع العربي طبقات من ناحية الغنى(طبقة الأثرياء- طبقة الأغنياء- طبقة الوسط- طبقة الفقراء- طبقة المعدمين).

خطوات سحب عينة طبقية فهي كما يلي:

- نحدد الطبقات التي يتألف منها المجتمع الإحصائي، حسب الصفة التي نريد دراستها.
- نختار من كل طبقة من الطبقات عددا من الأفراد يتناسب مع العدد الكلي للأفراد في تلك الطبقة، و ذلك باستخدام العلاقة التالية:

دروس في مقياس : الإحصاء الوصفي و الاستدلالي 1

$$\frac{\text{حجم كل الطبقة} \times \text{حجم العينة المطلوب}}{\text{حجم المجتمع}} = \text{حجم العينة المسحوب من كل طبقة}$$

وهكذا بالنسبة لبقية الطبقات، و إذا كانت النتيجة كسرا نقرب لأقرب عدد صحيح.

- نحدد الحالات المطلوبة من كل طبقة عشوائيا أو بالطريقة المنتظمة.

مثال :

في إحدى المؤسسات تم سحب عينة عشوائية طبقية مكونة من 70 فردا و كسر المعاينة لهذه العينة 0.08 .

1. اوجد عدد الأفراد العاملين في هذه المؤسسة (المجتمع الإحصائي) ؟

علما أن المؤسسة مكونة من ثلاث فئات:

الفئة A حيث حجم العينة الطبقية 30

الفئة B حيث حجم العينة الطبقية 30

الفئة C حيث حجم العينة الطبقية 10

الحل:

لدينا عينة عشوائية طبقية مكونة من 70 فردا و كسر المعاينة لهذه العينة هي 0.08.

1. إيجاد عدد الأفراد العاملين في هذه المؤسسة نقصد عدد أفراد المجتمع :

2. نعلم أن

$$\text{كسر المعاينة} = \frac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع}}$$

هذا يعني:

$$0.08 = \frac{70}{N}$$

$$N = \frac{70}{0.08}$$

$$N = 875$$

3. حجم العينة الطبقية المناظرة لكل فئة:

نعلم أن :

$$\frac{\text{حجم كل طبقة} \times \text{حجم العينة المطلوب}}{\text{حجم المجتمع}} = \text{حجم العينة في كل طبقة}$$

بالتعويض نجد:

$$N_A = \frac{30 \times 875}{70}$$

$$N_B = \frac{30 \times 875}{70}$$

$$N_C = \frac{10 \times 875}{70}$$

الفئة A:

$$N_A = 375$$

الفئة B :

$$N_B = 375$$

الفئة C :

$$N_C = 125$$

4. **عينة العشوائية العنقودية :** إن وحدات بعض المجتمعات تكون على شكل تجمعات، و غالبا ما تكون متشابهة إلى حد كبير بالنسبة للخاصية التي تقوم بدراستها مثل: المدن، الكليات، ... وغيرها، فإن هذه التجمعات عندها تسمى عناقيد، إذ يحتوي كل عنقد منها على عدد من عناصر المجتمع الأصلية، و التي غالبا ما تكون متجانسة، و في هذه الحالة نلجأ إلى العينة العنقودية.

مثال: التنظيم في الجامعات (الجامعة- الكلية- السنوات الدراسية - الشعب هي الفئات أي المجموعات)

2.3.2 العينات الغير عشوائية: هي التي يتم اختيار مفرداتها بطريقة غير عشوائية، حيث يقوم الباحث باختيار مفردات العينة بالصورة التي تحقق الهدف من المعاينة و من أهم أنواعها:

1. العينة القصدية: يستخدم الباحث هذا النوع من العينات اعتقادا منه أنها تحقق أغراض دراسته التي يقوم بها.

2. عينة الصدفة : يتم اختيار هذه العينة دون تخطيط أو ترتيب مسبق، بل بطريقة الصدفة، كان يوزع الباحث استماراته على المارة في شارع معين، أو على بوابة إحدى الجامعات.

3. العينة الحصصية: سميت بالحصصية لان مجتمع الدراسة يقسم إلى (حصص)، و يقوم الباحث عددا من أفراد كل فئة يتناسب مع حجم العينة، هذه العينة تشبه العينة العشوائية التطبيقية، لكن الفرق بينهما هو أسلوب الاختيار.

4.2 تنظيم و عرض البيانات الإحصائية العرض الجدولي

إن الخطوة الأولى بعد جمع البيانات و مراجعتها هي التصنيف و التبويب.

التصنيف هو عبارة عن تجميع الميزات المشتركة لأفراد المجتمع في مجموعات أو تصنيفات و التبويب هو إجراء لتلخيص البيانات و تقديمها بجدول إحصائية، و الجدول عبارة عن طريقة لتنظيم البيانات في أعمدة و صفوف . و يهدف تصنيف البيانات و تبويبها إلى:

- تلخيص الكم الهائل من البيانات بطريقة تساعد على إبراز الميزات المشتركة أو الاختلافات.
- تسهيل عملية المقارنة بين الظواهر أو المتغيرات أو المجموعات المختلفة
- المساعدة في استخلاص بعض الاستنتاجات أو ظواهر بعض الخصائص للظواهر قيد الدراسة.
- تهيئة البيانات لعمليات العرض و الوصف و التحليل الإحصائي.

1.4.2 الجداول التكرارية (التوزيعات التكرارية):

تختلف الجداول التكرارية باختلاف طبيعة الميزة أو المتغير الإحصائي سواء كانت جداول مفردة أو جداول مزدوجة (شرف الدين خليل، 2008).

1. **جدول تكراري لمتغير كمي:** إذا كانت الصفة المدروسة كمية، فإن الجدول يضم

كيفيات الصفة و يقابل كل كصفة m_i تكرارها المطلق n_i .

المتغير X	التكرار المطلق n_i
الصفة 1: x_1	n_1
الصفة 2: x_2	n_2
$\vdots$	$\vdots$
الصفة k : x_k	n_k
المجموع	n

مثال:

الجدول التالي يبين توزيع طلاب الماستر لقسم العلوم الاجتماعية حسب تخصصاتهم.

التخصص	عدد الطلبة
فلسفة	60
علم اجتماع التربية	80
علم اجتماع تنظيم و عمل	40
المجموع	180

2. جدول تكراري لمتغير كمي متقطع:

إذا كانت الصفة المتغير المدروس كمي متقطع فان الجدول يضم كفايات الصفة و هي عبارة

عن قيم عددية x_i يقابلها تكرارها المطلق n_i

مثال:

ليكن الجدول التالي يبين توزيع طلاب الماستر 1 لقسم العلوم الاجتماعية حسب عدد تغيباتهم.

عدد الغياب	عدد الطلاب
0	80
1	40
2	32
3	15
4	8
5	5
المجموع	180

3. جدول تكراري لمتغير كمي مستمر:

إذا كانت الصفة أو المتغير المدروس كمي متصل فإن الجدول يكون معبر عنه بواسطة الفئات تقابلها تكراراتها n_i .

مثال:

ليكن الجدول التالي يبين توزيع طلاب الماستر 1 لقسم العلوم الاجتماعية حسب أوزانهم.

فئات الوزن	عدد الطلاب
50-55	20
60 - 55	70
65 – 60	60
70 – 65	18
75 – 70	10
80 - 75	2
المجموع	180

4. الجدول التكراري المزدوج :

الجدول التالي يبين توزيع تخصصات طلاب الماستر 1 لقسم العلوم الاجتماعية بدلالة أوزانهم:

الوزن / التخصص	اجتماع التربية	فلسفة	علم اجتماع تنظيم و عمل	المجموع
55 – 50	5	15	.	20
60 – 55	20	35	15	70
65- 60	32	20	8	60
70 – 65	3	5	10	18
75 – 70	.	5	5	10
80 – 75	.	.	2	2
المجموع	60	80	40	180

5.2 مفاهيم متعلقة بتبويب البيانات:

1. الفئات: هي الأقسام أو المجالات التي قسمت عليها المشاهدات أو قسم المتغير الإحصائي، لكل فئة حد أدنى وحد أعلى، قد تكون مفتوحة وقد تكون مغلقة، مثلا الفئة الأولى مفتوحة من الأعلى : $[30 - 33]$ حيث الحد الأدنى 30 و الحد الأعلى 33.

2. طول الفئة : حدها الأعلى – الحد الأدنى

3. مركز الفئة:

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الأدنى للفئة} + \text{الحد الأعلى للفئة}}{2}$$

4. التكرار المطلق: يرمز له بالرمز n_i و هو عدد المشاهدات المقابلة لكل قيمة أو صفة (حالة متغير متقطع أو كفي) أما في حالة متغير مستمر فهو عدد المشاهدات المحصور بين حدي الفئة.

الشكل العام لجدول التوزيع التكراري المطلق:

المتغير الإحصائي	التكرار المطلق n_i
x_1	n_1
x_2	n_2
x_3	n_3
$\vdots$	$\vdots$
x_k	n_k
المجموع	$n = \sum_{i=1}^k n_i$

مثال 1:

لدراسة عدد الأفراد في الأسرة ببلدية من ولاية بسكرة، سحبت عينة عشوائية بسيطة من هذا المجتمع حجمها 20 أسرة، فكانت النتائج التالية:

4, 2, 2, 3, 2, 4, 3, 2, 4, 5

2, 2, 4, 3, 4, 2, 4, 5, 3

المطلوب: أنشئ جدول التوزيع التكراري المطلق.

الحل:

عدد الأسر n_i	حجم الأسرة X
7	2
4	3
6	4
3	5
20	المجموع

$n_2 = 7$: هناك 7 أسر من بين 20 أسرة عدد أفرادها يساوي 2.

$n_5 = 3$: هناك 3 أسر من بين 20 أسرة عدد أفرادها يساوي 5.

5. حساب مختلف التكرارات: من خلال التكرار المطلق n_i لاي ظاهرة يمكن حساب مختلف التكرارات، و التي لها دلالات معينة.

6. **التكرار النسبي:** يرمز له بالرمز، و هو نسبة التكرار المطلق للقيمة أو الفئة إلى إجمالي التكرارات، و ذلك لتوضيح الأهمية النسبية لكل قيمة من قيم الظاهرة المدروسة و يتم حسابه كالآتي:

$$f_i = \frac{n_i}{\sum_{i=1}^n n_i}$$

مع العلم أن مجموع التكرارات النسبية تساوي 1

$$\sum_{i=1}^n f_i = 1$$

7. **التكرار النسبي المئوي:** و يرمز له بالرمز $(f_i\%)$. و هو التكرار النسبي للفئة مضروب في مئة، و ذلك لتوضيح الأهمية النسبية المئوية لكل فئة، ويتم حسابه كالآتي:

$$f_i\% = f_i * 100$$

حيث :

$$\sum_{i=1}^n f_i \% = 100$$

8. **التكرار المتجمع الصاعد $F^{\wedge}$:** يرمز له بالرمز $F_i^{\wedge}$ هو عبارة عن تكرار أي قيمة x_i أو فئة مضاف إليه مجموع التكرارات الفئات السابقة، بمعنى أن التكرار المتجمع الصاعد للقيمة أو الفئة الأولى هو عبارة عن التكرار البسيط الأول n_1 ، و التكرار المتجمع الصاعد للقيمة أو الفئة الثانية هو $n_2 + n_1$ ، و في الأخير فان التكرار المتجمع الصاعد للفئة الأخيرة يساوي $\sum_{i=1}^k n_i = n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k$

يمكن تلخيص كيفية حساب التكرار المتجمع الصاعد كما يلي:

$$F_1^{\uparrow} = n_1$$

$$F_2^{\uparrow} = n_1 + n_2 = F_1^{\downarrow} + n_2$$

$$F_3^{\uparrow} = n_1 + n_2 + n_3 = F_2^{\downarrow} + n_3$$

⋮

$$F_k^{\uparrow} = n_1 + n_2 + n_3 + \cdots + n_k = F_{k-1}^{\downarrow} + n_k$$

9. التكرار المتجمع النازل $F^{\downarrow}$: يرمز له بالرمز $F_i^{\downarrow}$ هو عبارة عن مجموع كل التكرارات $\sum_{i=1}^k n_i$ مطروحا منه تكرار الفئات السابقة، بمعنى أن التكرار المتجمع النازل للقيمة أو الفئة الأولى يساوي $n = \sum_{i=1}^k n_i$ وتكرار المتجمع النازل للقيمة أو الفئة الثانية هو $\sum_{i=1}^k n_i - n_1$ ، أما التكرار المتجمع النازل للفئة الأخيرة يساوي التكرار المطلق للقيمة أو الفئة الأخيرة n_k .

يمكن تلخيص كيفية حساب التكرار المتجمع النازل كما يلي:

$$F_1^{\downarrow} = n$$

$$F_2^{\downarrow} = n - n_1 = F_1^{\downarrow} - n_1$$

$$F_3^{\downarrow} = n - n_1 - n_2 = F_2^{\downarrow} - n_2$$

⋮

$$F_k^{\downarrow} = n - n_1 - n_{k-1} = F_{k-1}^{\downarrow} - n_{k-1}$$

ملاحظة: التكرار النسبي للمتجمع الصاعد أو النازل يعرف بنفس التعريف السابق لكن مع استبدال التكرار المطلق بالتكرار النسبي و استبدال العدد بالنسبة.

مثال:

الجدول الإحصائي التالي يمثل توزيع 30 عائلة حسب عدد الأفراد.

التكرارات البسيطة		التكرارات التجميعية المطلقة		التكرارات التجميعية النسبية			
x_i	n_i	f_i	$f_i\%$	$F_i^\uparrow$	$F_i^\downarrow$	$F_i^\uparrow\%$	$F_i^\downarrow\%$
1	6	0.20	20	6	30	0.2	0.2
2	10	0.33	33	16	24	0.53	0.8
3	4	0.13	13	20	14	0.66	0.47
4	5	0.17	17	25	10	0.83	0.34
5	3	0.10	10	28	5	0.93	0.17
6	2	0.07	7	30	2	1	0.07
المجموع	30	1	100	/	/	/	/

6.2 تبويب البيانات:

بعد جمع البيانات يتم تبويبها و عرضها بصورة يمكن الاستفادة منها في وصف الظاهرة محل الدراسة، و عملية التبويب تعني وضع البيانات في جدول الهدف منه تبسيط معالم الظاهرة المدروسة ويختلف شكل الجدول طبقاً لنوع البيانات.

1.6.2 تبويب البيانات الخام في جدول تكراري بسيط:

يستخدم هذا النوع من الجداول عندما يكون عدد البيانات قليل نسبيا و هذه البيانات تكون أما بيانات المتغيرات الكيفية أو بيانات المتغيرات الكمية المتقطعة، و يكون إنشاء جدول تكراري يتكون من عمودين يستخدم الأول لوضع الدرجات الأصلية مرتبة ترتيبا تصاعديا أو تنازليا في حالة المتغيرات الكمية، أو يحتوي العمود الأول على صفات إذا كان المتغير كيفي و العمود الثاني يستخدم لكتابة التكرارات المقابلة لكل درجة أو صفة.

مثال:

البيانات التالية هي درجات حصل عليها 20 طالبا في مادة الإحصاء تخصص علم الاجتماع في الامتحان.

المطلوب : تبويب هذه البيانات في جدول توزيع تكراري بسيط.

الحل:

يتم ترتيب البيانات تصاعديا بدون تكرار ثم وضع هذه البيانات في العمود الأول من الجدول وتسمى العلامات أو القيم x_i ثم في العمود الثاني التكرار لكل علامة أي عدد مرات التكرار و يرمز له بالرمز n_i .

العلامات x_i	التكرار n_i
10	4
11	1
12	6
13	3
14	2

دروس في مقياس : الإحصاء الوصفي و الاستدلالي 1

4	15
20	المجموع

مثال:

البيانات التالية هي تقديرات 20 طالبا في مادة الإحصاء لقسم علم الاجتماع في العام الجامعي 2024/2023 .

جيد	مقبول	جيد	جيد	مقبول	جيد	جيد جدا	مقبول	جيد	جيد جدا
ممتاز	جيد	ممتاز	جيد جدا	مقبول	جيد	ممتاز	مقبول	جيد	جيد

المطلوب: هو وضع هذه البيانات في جدول تكراري بسيط.

الحل:

التقدير x_i	التكرار n_i
مقبول	5
جيد	9
جيد جدا	3
ممتاز	3
المجموع	20

2.6.2 تبويب البيانات في جدول تكراري ذو فئات:

في حالة البيانات ذات المتغير الكمي المستمر أو البيانات للمتغير الكمي المتقطع ذات العدد الكبير من القيم أو المشاهدات، فتبويب أو تعالج وفق الخطوات التالية:

- ترتيب البيانات ترتيباً تصاعدياً.
- حساب المدى (E) و هو الفرق بين أكبر قيمة و أصغر قيمة:

$$E = X_{max} - X_{min}$$

- حساب عدد الفئات k

1. حسب قاعدة ستيرج $staurges$

$$k = 1 + 3.322 \log(n)$$

حيث عدد المشاهدات (التكرارات) و $\log$ اللوغاريتم العشري

2. حسب قاعدة يول $yule$

$$k = 2.5 \sqrt[4]{n}$$

- حساب طول الفئة:

يتم تحديد طول الفئة بالعلاقة التالية:

$$l = \frac{E}{k} = \frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}}$$

عند تحديد طول الفئة يجب مراعاة المتباينة التالية:

$$\text{طول الفئة} \times \text{عدد الفئات} \leq \text{المدى}$$

- تحديد حدود الفئات:

دروس في مقياس : الإحصاء الوصفي و الاستدلالي 1

في هذه المرحلة يتم تحديد بداية و نهاية كل فئة، على أن تكون بداية الفئة الأولى اصغر من أو تساوي اصغر قيمة في البيانات و نهاية الفئة الأخيرة اكبر من اكبر قيمة في البيانات.

مثال:

خلال مراقبة لمصنع الكبريت أخذت عينة من 40 علبة فوجد فيها النتائج التالية (عدد أعواد الكبريت في كل علبة)

38	30	48	40	38	32	42	40
42	40	38	34	40	34	40	36
38	36	34	32	30	42	36	44
42	36	42	44	42	40	38	38
40	40	38	38	36	34	32	30

المطلوب: تبويب البيانات في جدول توزيع تكراري.

الحل:

رغم أن المتغير عدد أعواد الكبريت ذات طبيعة متقطعة إلا أننا نعالجها على أنها مستمرة أي وضع القيم في مجالات (فئات) نتبع خطوات طريقة ستيرج

• فرز و ترتيب البيانات ترتيبا تصاعديا:

• حساب المدى:

$$\begin{aligned} E &= X_{max} - X_{min} \\ &= 48 - 30 = 18 \end{aligned}$$

• حساب عدد الفئات :

$$k = 1 + 3.322 \log(40)$$

$$= 6.34$$

نقرب قيمة k إلى 6

• حساب طول الفئة:

$$l = \frac{E}{k} = \frac{18}{6} = 3$$

• الحالات الممكنة : طول الفئة $\times$ عدد الفئات

$$= 18 = 6 * 3 \text{ المدى}$$

تحقق الشرط

الفئة تبدأ بقيمة تسمى الحد الأدنى، و تنتهي بقيمة تسمى الحد الأعلى، و ثم نجد أن :

الحد الأدنى للفئة الأولى هو اقل درجة (قيمة) أي أن الحد الأدنى للفئة الأولى = 11

الحد الأعلى للفئة الأولى = الحد الأدنى + طول الفئة

$$2 + 11 = 13$$

إذن الفئة الأولى هي 11 إلى اقل من 13

و الحد الأدنى للفئة الثانية = الحد الأعلى للفئة الأولى = 13

و بنفس طريقة تحديد الفئة الأولى يتم تكوين حدود الفئات الأخرى و بالتالي يكون الجدول التكراري كالتالي:

التكرار المطلق n_i	الفئات
6	33- 30
4	36 – 33
12	39 - 36

دروس في مقياس : الإحصاء الوصفي و الاستدلالي 1

8	42 – 39
8	45 – 42
1	48 – 45
1	51 – 48
40	المجموع

مثال : البيانات التالية تمثل أوزان مجموعة من الأطفال:

3.6	4.5	4.0	3.2	4.2	3.6	4.5	4.0	3.2	3.1
3.6	4.5	4.0	3.2	4.2	3.6	4.5	4.0	3.2	3.1
4.6	3.1	5.1	4.0	5.3	5.2	4.7	4.1	4	4.2
3.0	3.2	4.4	5.8	4.8	4.2	4.1	3.8	5.6	4.5
3.6	3.5	3.4	3.3	5.6	5.6	5.6	4.5	5.3	5.4
4.7	5.0	4.8	4.4	4.5	4.0	3.9	3.7	3.6	3.8
5.0	4.2	4.5	4.8	4.2	3.8	4.4	4.6	4.8	3.1

المطلوب:

1. تحديد المتغير الإحصائي و تحديد نوعه.
2. تبويب البيانات في جدول توزيع تكراري.
3. إيجاد التكرار المتجمع الصاعد و النازل و التكرار النسبي و التكرار النسبي للمتجمع الصاعد و النازل.

الحل:

1. المتغير الإحصائي أوزان الأولاد، طبيعته أو نوعه كمي مستمر.

التبويب:

2. الترتيب التصاعدي للبيانات (أو الفرز) الجدول المقابل:

1	5.2	2	4.6	4	4.0	1	3.5	1	3.0
2	5.3	2	4.7	2	4.1	4	3.6	3	3.1
1	5.4	4	4.8	5	4.2	1	3.7	3	3.2
4	5.6	2	5.0	4	4.4	3	3.8	1	3.3
1	5.8	1	5.1	6	4.5	1	3.9	1	3.4

• حساب المدى:

$$E = X_{max} - X_{min}$$

$$= 5.8 - 3.0 = 2.8$$

• حساب عدد الفئات :

$$k = 1 + 3.322 \log(60)$$

$$= 5.93 \approx 6$$

$$L = \frac{2.8}{6} = 0.56$$

4. طول الفئة 0.6 و عدد الفئات 5 .

جدول التوزيع التكراري :

$F_i^\downarrow$	$F_i^\uparrow\%$	f_i	$F_i^\downarrow$	$F_i^\uparrow$	n_i	الفئات
1	0.16	0.16	60	10	10	3.6 – 3.0

دروس في مقياس : الإحصاء الوصفي و الاستدلالي 1

0.83	0.41	0.25	50	25	15	4.2 – 3.6
0.58	0.73	0.31	35	44	19	4.8 – 4.2
0.26	0.9	0.36	16	54	10	5.4 – 4.8
0.1	1	0.1	6	60	6	6.0 – 5.4
-	-	-	-	-	60	المجموع

مثال:

في مسح ل: 50 أسرة في منطقة معينة تم تسجيل عدد أفراد الأسرة في كل منها و كانت البيانات كما يلي:

5	5	10	8	7	0	4	2	7	9
7	4	2	3	5	6	7	8	6	4
3	5	6	7	8	6	4	5	5	10
8	7	6	5	4	3	4	1	1	4
5	6	3	4	5	6	6	7	8	9

المطلوب:

1. تحديد المتغير الإحصائي.
2. تحديد نوع المتغير الإحصائي.
3. تبويب البيانات في جدول توزيع تكراري.

الحل :

1. المتغير الإحصائي هو عدد أفراد الأسرة.

2. نوع المتغير كمي متقطع أو منفصل.

3. التوزيع:

أولاً: ترتيب البيانات تصاعدياً.

عدد أفراد الأسرة x_i	عدد الأسر n_i
0	1
1	2
2	2
3	8
4	6
5	9
6	8
7	7
8	5
9	2
10	2
المجموع	50

مثال: الجدول التالي يمثل توزيع السياح بدلالة عدد الأسابيع التي قضوها بأحد المنتجعات السياحية بالجنوب في سنة 2024.

عدد الأسابيع	1	2	3	4	5	6	7	8
عدد السياح	12	34	58	37	22	8	2	1

1. اوجد التكرار المتجمع الصاعد و النازل.
2. اوجد التكرار النسبي للمتجمع الصاعد و النازل.
3. ما هي نسبة السياح الذين قضو مدة أكثر من ثلاث أسابيع.
4. ما هي نسبة السياح الذين قضو مدة اقل من خمسة أسابيع.
5. ما هي نسبة السياح الذين قضو مدة على الأقل أسبوعين.
6. ما هي نسبة السياح الذين قضو مدة على الأكثر ستة أسابيع.

الحل:

عدد الأسابيع x_i	عدد السياح n_i	$F_i^\uparrow$	$F_i^\downarrow$	$F_i^\uparrow\%$	$F_i^\downarrow\%$
1	12	12	174	9.6	100
2	34	46	162	26.44	93.10
3	58	104	128	59.77	73.56
4	37	141	70	81.03	40.23
5	22	163	33	93.68	18.97
6	8	171	11	98.28	6.32

1.72	99.43	3	173	2	7
0.57	100	1	174	1	8
-	-	-	-	174	المجموع

• نسبة السياح الذين قضوا مدة أكثر من ثلاث أسابيع هي

%73.56

• نسبة السياح الذين قضوا مدة أقل من خمسة أسابيع.

%81.03

• نسبة السياح الذين قضوا مدة على الأقل أسبوعين.

% 93.10

• نسبة السياح الذين قضوا مدة على الأكثر ستة أسابيع.

%98.28

7.2 العرض البياني للبيانات الأشكال الهندسية و الرسوم البيانية:

يعتبر العرض البياني للبيانات الإحصائية بأشكال هندسية و رسوم بيانية إحدى الطرق البسيطة لتفحص البيانات و تحليلها و استخلاص بعض النتائج منها و المقارنة بينها. يهدف التمثيل البياني للمشاهدات إعطاء فكرة واضحة عن أشكال التوزيعات التكرارية. تختلف طرق عرض البيانات الإحصائية حسب طبيعة البيانات المبوبة في شكل جداول تكرارية أو حسب طبيعة المتغير الإحصائي المدروس.

و بشكل عام فان الرسوم الهندسية تستخدم في تمثيل بيانات المتغيرات النوعية، إما الرسوم البيانية، فإنها تستخدم لتمثيل البيانات للمتغيرات الكمية المبوبة في جداول توزيع تكراري، و عليه يمكن تقسيم الرسوم الهندسية و البيانية إلى ما يلي:

- المستطيلات و الدوائر لتمثيل المتغير النوعي.
- الأعمدة البيانية لتمثيل متغير كمي متقطع.
- مدرجات و مضلعات تكرارية و منحنيات تكرارية لتمثيل متغير كمي مستمر.

1.7.2 العرض البياني للبيانات الوصفية:

و التي تشمل ما يلي:

أ. **الأعمدة البيانية البسيطة (المستطيلات):** و هي عبارة عن أعمدة بسيطة تتناسب أطوالها مع التكرار المقابل لقيمة معينة للمتغير لظاهرة المدروسة، حيث يمثل المحور الأفقي قيم المتغير إما المحور العمودي يمثل القيمة القابلة لكل صفة للمتغير المدروس و يتم رسم الأعمدة بمسافات تكون متباعدة و متساوية (سالم عيسى بدر، 2007).

مثال 1 :

الجدول التكراري التالي يمثل توزيع عدد الأسر حسب تصنيف الفنادق.

دروس في مقياس : الإحصاء الوصفي و الاستدلالي 1

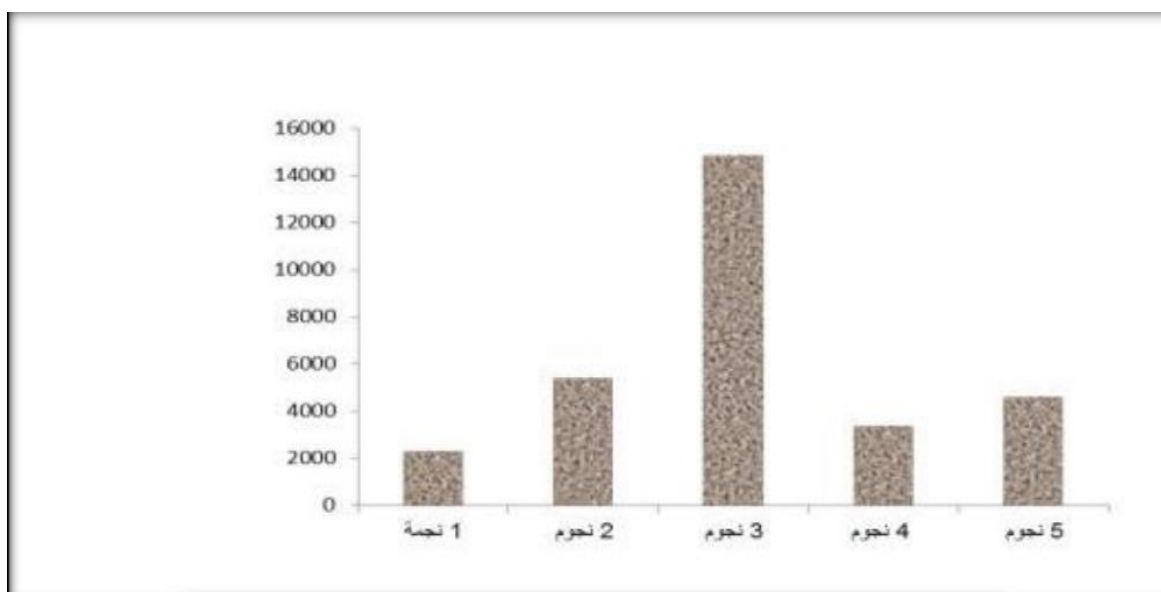
التصنيف	1 نجمة	2 نجوم	3 نجوم	4 نجوم	5 نجوم
عدد الأسر	2315	5415	14857	3383	4590

المطلوب:

1. ما طبيعة الصفة المدروسة.
2. مثل بيانيا هذه الظاهرة بطريقة الأعمدة البيانية البسيطة.

الحل:

1. الصفة المدروسة هي صفة كيفية كونها غير قابلة للقياس (تصنيف الفنادق)
2. تمثيل الظاهرة بطريقة الأعمدة البيانية.



مثال 2 :

الجدول التكراري التالي يبين توزيع رأس المال المستثمر حسب القطاعات الاقتصادية لسنة 2023 (مليون دينار)

القطاع	رأس المال
--------	-----------

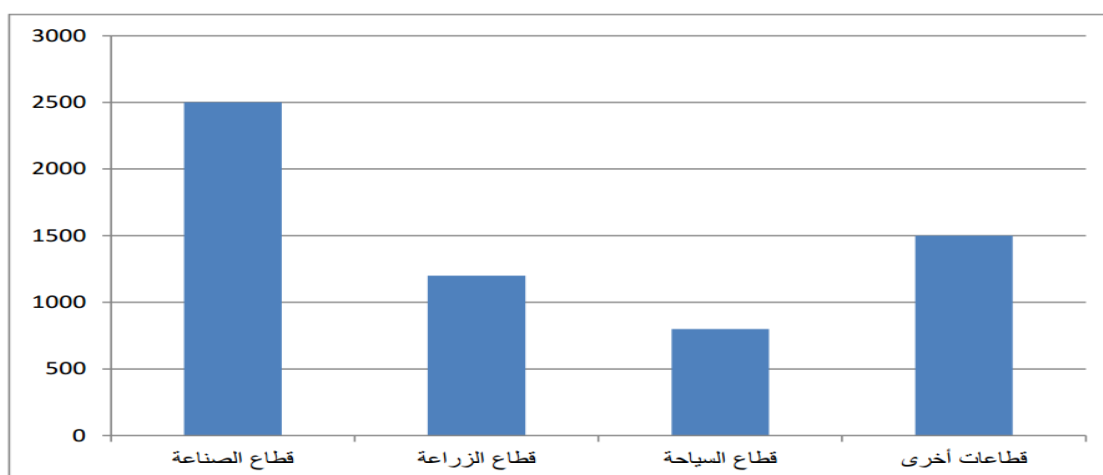
2500	قطاع الصناعة
1200	قطاع الزراعة
800	قطاع السياحة
1500	القطاعات الأخرى
6000	المجموع

المطلوب:

1. ما طبيعة الصفة المدروسة.
2. مثل بيانيا هذه الظاهرة بطريقة الأعمدة البيانية.

الحل:

1. الصفة المدروسة هي صفة كيفية كونها غير قابلة للقياس العددي.
2. تمثيل الظاهرة بطريقة الأعمدة البيانية.



ب. الدائرة البيانية : نستخدم في هذه الطريقة التمثيل أو الشكل الدائري لعرض البيانات،

حيث يتم تخصيص زاوية من الدائرة لكل قطاع أي يتم تقسيم الدائرة إلى أجزاء و كل جزء يقابل زاوية تتناسب مع التكرار المقابل علما أن مجموع الأجزاء تشكل 360° درجة و تسمى هذه الأجزاء بقطاعات الدائرة ويتم حساب الزاوية وفقا للعلاقة التالية:

$$a_i = n_i \times \frac{360}{n}$$

$$\text{قياس الزاوية} = \frac{\text{التكرار المطلق للجزء} \times 360}{\text{مجموع التكرارات}}$$

مثال :

الجدول التوزيع التكراري التالي يمثل توزيع مجموعة من الطلبة حسب الأقسام كلية العلوم الاقتصادية و علوم التسيير.

التخصصات	قسم التسيير	قسم الاقتصاد	قسم التجارة	قسم المالية
عدد الطلبة n_i	1200	950	500	750

المطلوب: مثل بيانيا هذه الظاهرة باستعمال الدائرة البيانية

الحل:

يمكننا تمثيل البيانات الواردة في الجدول أعلاه بطريقة التمثيل الدائري، بحساب زاوية لكل تخصص، كما يلي:

1. زاوية التخصص التسيير

$$\frac{1200 \times 360}{3400} = 3400^\circ$$

2. زاوية التخصص الاقتصاد

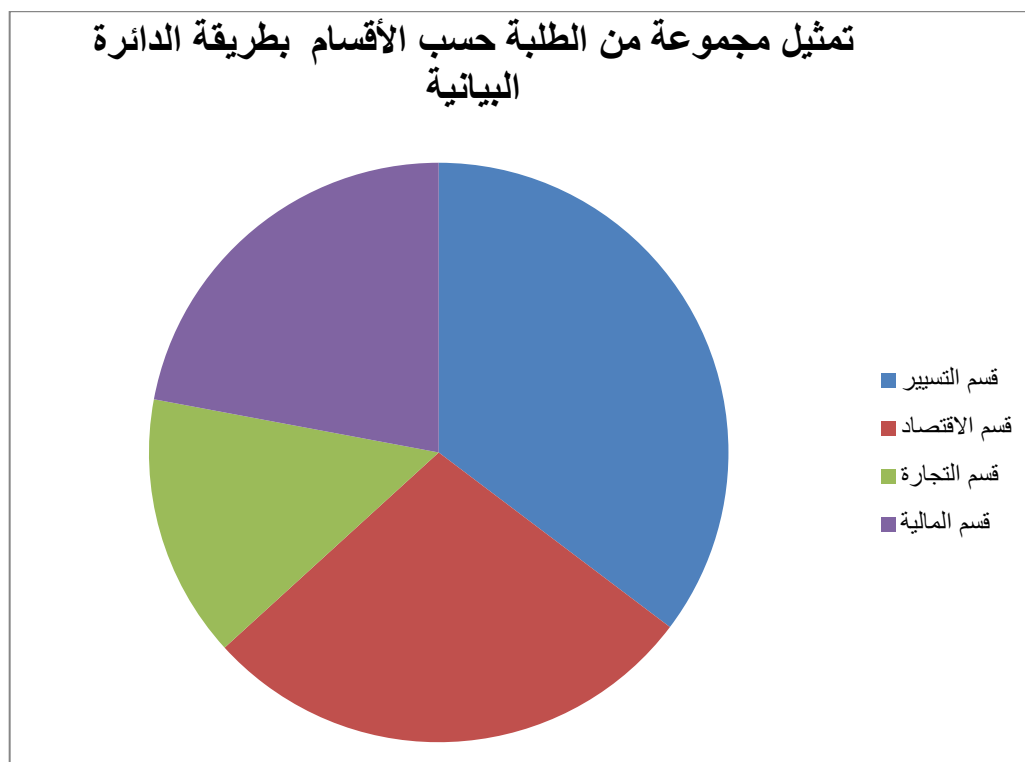
$$\frac{950 \times 360}{3400} = 100.58^\circ$$

3. زاوية التخصص التجارة

$$\frac{500 \times 360}{3400} = 52.94^\circ$$

4. زاوية التخصيص المالية

$$\frac{750 \times 360}{3400} = 79.41^\circ$$



ت. عرض البيانات الوصفية لأكثر من ظاهرة: و التي يمكن تمثيلها من خلال الأعمدة المتلاصقة، و الأعمدة المجزأة.

1. الأعمدة البيانية المتلاصقة: و تسمى هذه الظاهرة أيضا بطريقة الأعمدة البيانية المتجاورة و هي تشبه الأعمدة البيانية البسيطة و لكن يتم رسم عدد من الأعمدة المتلاصقة يمثل كل منهم احد قيم المتغير. يستخدم هذا النوع من الرسم البياني في حالة الجدول التكراري المزدوج.

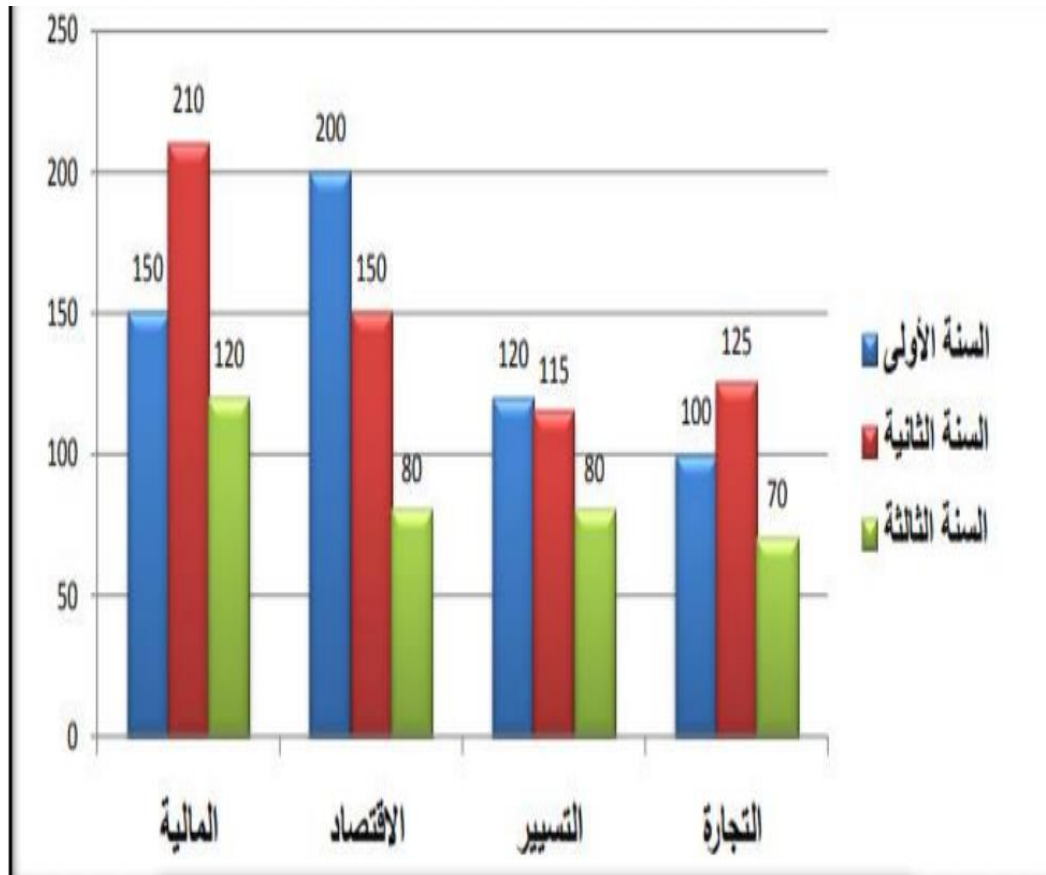
مثال:

في كلية العلوم الاقتصادية و التجارية و علوم التسيير وجد أن طلبة ليسانس يتوزعون كما يلي:

المجموع	التجارة	التسيير	الاقتصاد	المالية	التخصص المستوى
570	100	120	200	150	السنة الأولى
600	125	115	150	210	السنة الثانية
350	70	80	80	120	السنة الثالثة
1520	295	315	430	480	المجموع

المطلوب: مثل معطيات هذا الجدول عن طريق الأعمدة المتلاصقة.

الحل:



2. **الأعمدة البيانية المجزأة:** وهي طريقة تشبه الأعمدة البيانية البسيطة و لكن يتم رسم عمود يمثل القيمة الأولى للمتغير، ثم يليه أو يرفعه عمود بياني قيمة المتغير الثاني و تكون بداية العمود الثاني هي نهاية العمود الأول، و من الأفضل هي هذه الحالة استخدام التكرارات النسبة المئوية حيث أن كل مستطيل طوله 100%.

مثال:

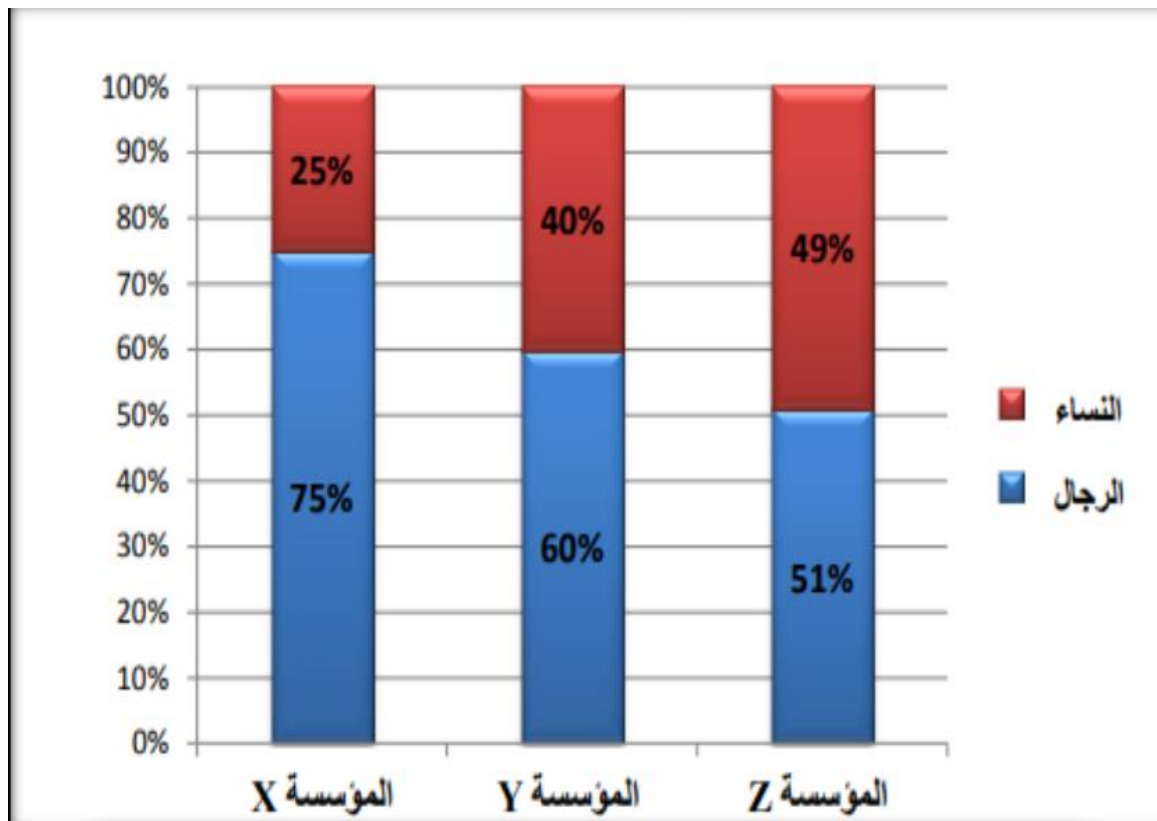
تتوزع نسبة الرجال و النساء العاملين في ثلاثة مؤسسات كما يلي:

دروس في مقياس : الإحصاء الوصفي و الاستدلالي 1

المؤسسة	المؤسسة	المؤسسة	المؤسسة
نسبة الرجال	75	60	51
نسبة النساء	25	40	49
المجموع	%100	%100	%100

المطلوب: مثل الظاهرة بطريقة الأعمدة البيانية المجزأة.

الحل:



2.7.2 العرض البياني للبيانات الكمية المنفصلة:

يتم تمثيل التوزيع التكراري المطلق أو النسبي في حالة البيانات الكمية المنفصلة (المتغير الكمي المنفصل) أو المتقطعة بطريقة الأعمدة البيانية و ذلك بتعيين النقاط المطلوبة على المحور الأفقي و إنشاء أعمدة من تلك النقط يتناسب مع أطوالها مع التكرارات المناظرة على المحور العمودي.

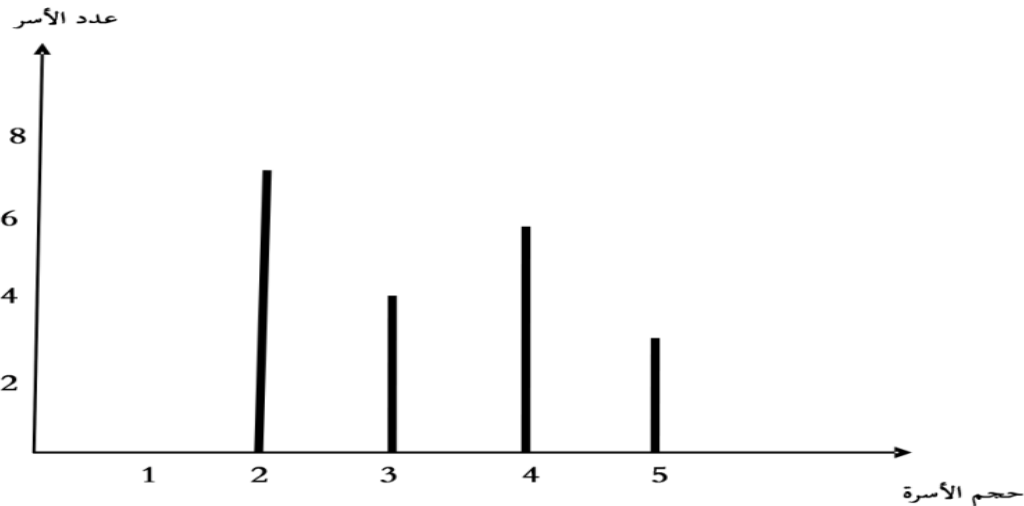
مثال:

ليكن التوزيع التكراري ل 20 أسرة حسب عدد الأفراد ببلدية من ولاية بسكرة.

عدد الأفراد x_i	الأسر n_i
2	7
3	4
4	6
5	3
المجموع	20

المطلوب: مثل الظاهرة بطريقة الأعمدة البيانية.

الحل:



3.7.2 العرض البياني للبيانات الكمية المتصلة:

أ. **المدرج التكراري:** و هو عبارة عن تمثيل الجدول التكراري بيانيا بواسطة مستطيلات تتناسب مساحتها مع التكرارات طرديا بأعمدة راسية متلاصقة مع بعضها البعض و ذلك لأن نهاية كل فئة هي بداية الفئة التالية, و بذلك تكون ارتفاعات المستطيلات متناسبة طرديا مع التكرارات.

ملاحظة: عند إيصال منتصف القواعد العلوية للمستطيلات المشكلة للمدرج التكراري بمستقيمات نحصل على المضلع التكراري و إذا تم إيصال هذه النقاط بخط اليد نحصل على المنحني التكراري.

ب. **المضلع التكراري:** لرسم التكراري نقوم بحساب مراكز الفئات و هو تمثيل بياني أيضا للجدول التكراري البسيط حيث تمثل التكرارات على المحور العمودي و مراكز الفئات على المحور الأفقي حيث يعتبر مركز الفئة التقدير المناسب لقيمة كل مفردة من مفردات الفئة لعدم معرفة القيم الفعلية لتكرار كل مفردة و يتم إيجاد مركز الفئة بالعلاقة التالية:

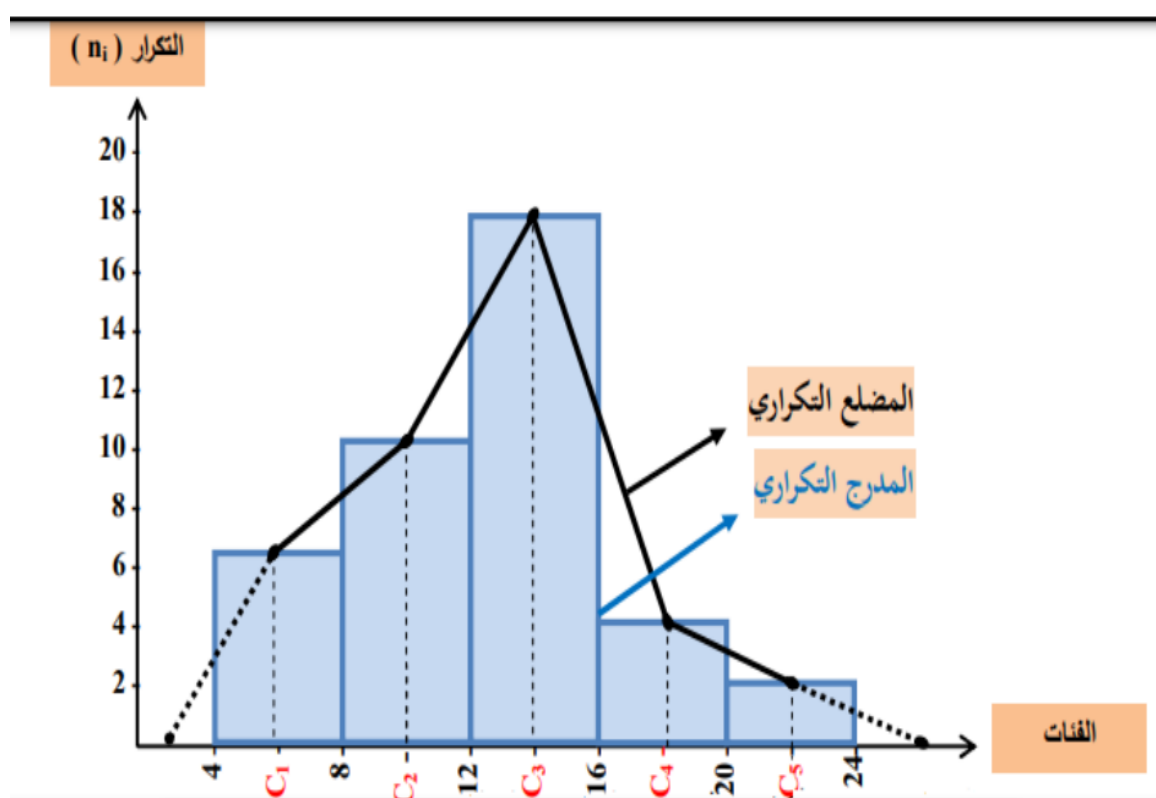
$$c_i = \frac{\text{الحد الأدنى} + \text{الحد الأعلى}}{2}$$

مثال:

الجدول التالي يمثل توزيع النفقات اليومية لعينة من 40 طالب.

فئات النفقات X_i	[8 – 4]	[12 – 8]	[16 – 12]	[20 – 16]	[24 – 20]	المجموع
التكرار n_i	6	10	18	4	2	40

توزيع النفقات اليومية لعينة 40 طالب



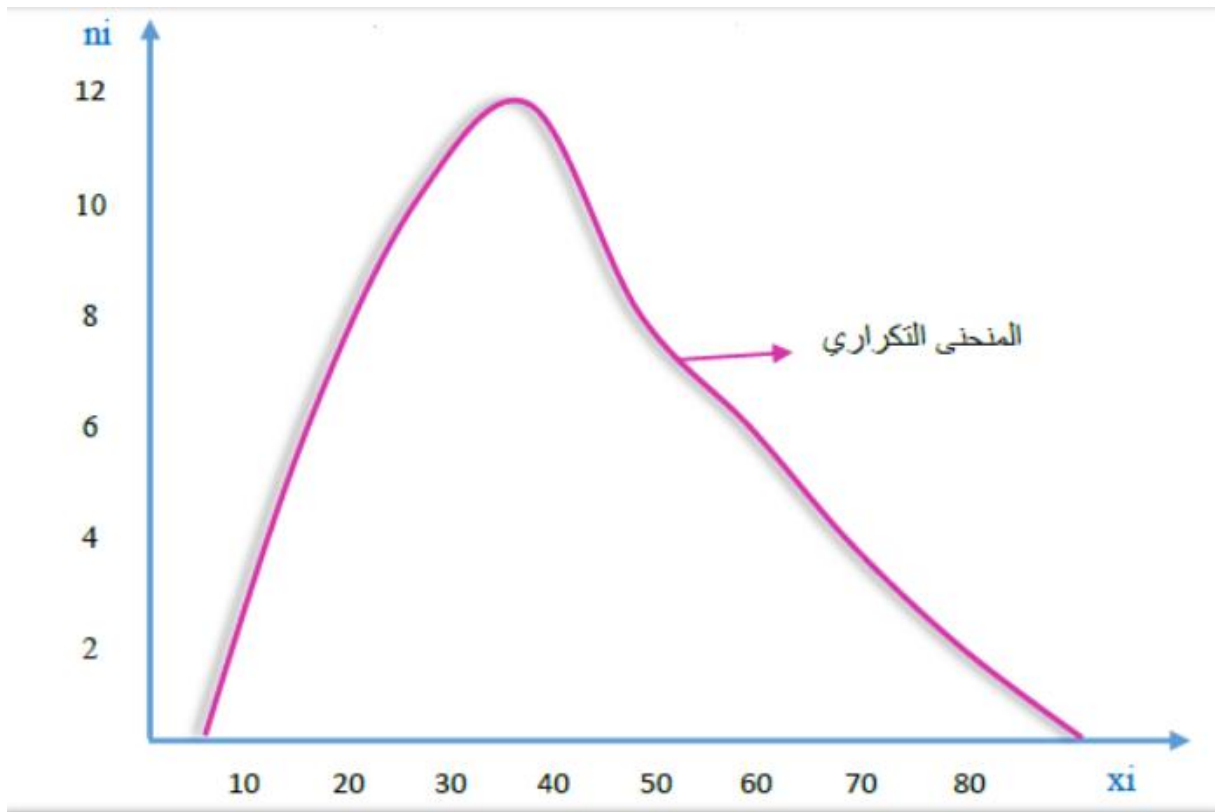
ت. المنحني التكراري: و يكون بإتباع نفس الخطوات السابقة عند رسم المضلع التكراري يمكن رسم المنحني التكراري، حيث تمثل التكرارات على المحور العمودي و تمثل الفئات أو القيم على المحور الأفقي ثم يتم توصيل الإحداثيات بخطوط منحنية.

مثال:

لتكن لدينا الجدول التالي و المطلوب إنشاء المنحني التكراري.

الفئات	20 – 10	30 – 20	40 – 30	50 – 40	60 – 50	70 – 60	80 – 70	المجموع
التكرار	6	10	12	8	6	4	2	48

الشكل التالي: هو التمثيل البياني للمنحني التكراري



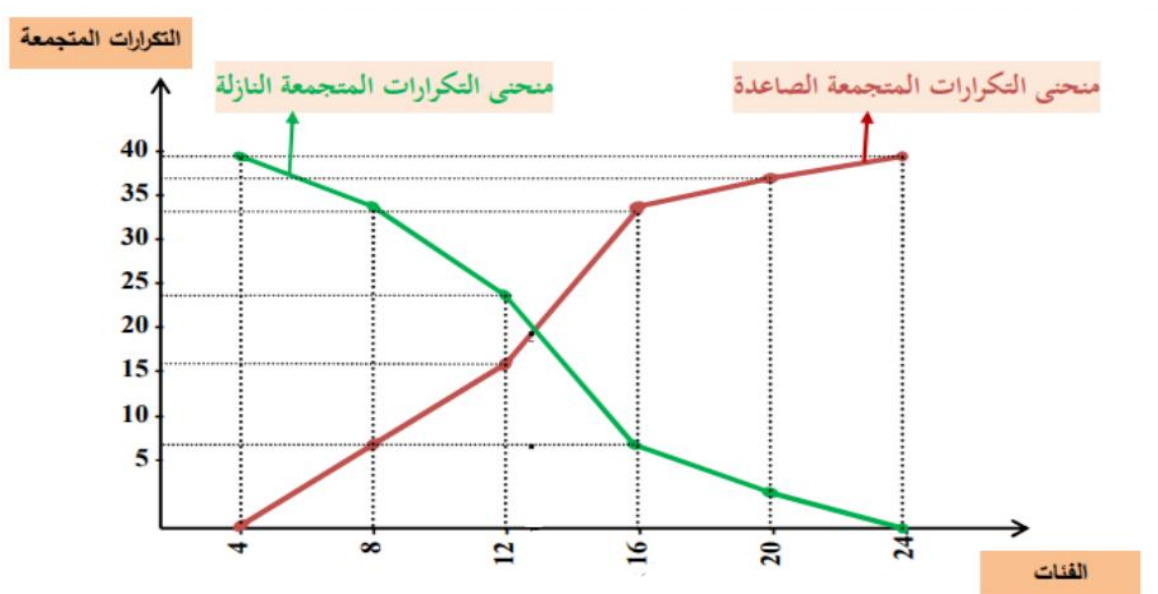
ث. المنحني التكراري المتجمع الصاعد و المنحني التكراري المتجمع النازل: هذا المنحني يمثل التكرار المتجمع الصاعد أو النازل للفئات، فتضع الفئات على المحور الأفقي و التكرار المتجمع الصاعد أو النازل على المحور العمودي، و مقابل كل فئة و تكرارها المتجمع الصاعد أو النازل توضع نقطة، عندما توصل النقاط نحصل على المنحني التكراري المتجمع الصاعد أو النازل.

مثال:

الجدول التالي يمثل التكرارات المتجمعة الصاعدة أو النازلة.

$F_i^{\downarrow}$	$F_i^{\uparrow}$	التكرار n_i	فئات النفقات X_i
40	6	6	$]8 - 4]$
34	16	10	$]12 - 8]$
24	34	18	$]16 - 12]$
6	38	4	$]20 - 16]$
2	40	2	$]24 - 20]$
-	-	40	المجموع

اعتمادا على بيانات الجدول نقوم بتمثيل التكرارات المتجمعة الصاعدة والنازلة:



8.2 سلسلة تمارين مقترحة عن الفصل 2

تمرين 1:

البيانات التالية تمثل عينة التقديرات التي حصل عليها 20 طالب في شهادة البكالوريا كعينة مختارة في إحدى الثانويات:

ممتاز	جيد	مقبول	مقبول	جيد جدا	مقبول	جيد	جيد جدا	مقبول	جيد
جيد	مقبول	جيد جدا	جيد	ممتاز	جيد	مقبول	جيد جدا	مقبول	مقبول

1. ما هو المتغير المدروس و بين نوعه.
2. قم بعرض البيانات السابقة في جدول توزيع تكراري يوضح تقديرات الطلبة.
3. احسب التكرارات النسبية (f_i) و التكرارات النسبية المئوية (f_{i0})

تمرين 2:

البيانات التالية تبين عدد مرات تردد طلبة فوج من أفواج قسم العلوم الاجتماعية على مكتبة الكلية من اجل المطالعة:

3	5	3	3	4	6	4	9	9	4	9	4	10	8	4	3	5	4	6
8	8	4	6	5	4	3	6	3	3	3	5	4	5	8	5	5	3	10

1. حدد كل من المجتمع الإحصائي، الوحدة الإحصائية، المتغير المدروس و بين نوعه.
2. بوب البيانات السابقة في جدول توزيع تكراري.

3. اوجد التكرارات المتجمع الصاعد $(F_i^{\uparrow})$ و النازلة $(F_i^{\downarrow})$.

4. ما عدد الطلبة الذي تردوا على المكتبة على الأقل 8 مرات . على الأكثر 6 مرات.

تمرين 3:

البيانات التالية تمثل النفقات الشهرية بالآلاف دينار جزائري لعينة مكونة 50 أسرة تقطن في بلدة معينة:

53	47	36	40	55	75	43	46	21	10
32	66	56	46	35	47	48	52	41	30
22	27	25	57	15	37	21	63	61	62
32	54	42	35	49	39	31	45	72	50
44	65	18	79	23	48	51	32	44	42

1. حدد المتغير المدروس و بين نوعه.

2. بويب البيانات السابقة في جدول توزيع تكراري بعد تحديد طول الفئة حسب طريقة .sturges

3. احسب التكرارات النسبية (f_i) و النسبة المئوية $f_i\%$ و مراكز الفئات.

4. اوجد التكرارات المتجمع الصاعد و النازل.

5. ما عدد الأسر التي نفقاتها الشهرية تقل عن 34 دج. تساوي أو تزيد عن 50 دج.

تمرين 4 :

البيانات التالية تمثل واردات بلد ما بملايين الدولارات حسب المنطقة في سنة معينة

دروس في مقياس : الإحصاء الوصفي و الاستدلالي 1

الجهة	أوروبا	أمريكا	إفريقيا	آسيا	بقية العالم
قيمة الواردات	24	10	8	5	3

1. ما هو المتغير المدروس و ما هو نوعه.
2. احسب التكرارات النسبية و النسبية المئوية.
3. ما هي التمثيلات البيانية المناسبة للخاصية المدروسة.

تمرين 5:

الجدول التالي يبين توزيع عينة من 30 طالب حسب عدد الغياب خلال السداسي.

عدد الغياب	1	2	3	4
عدد الطلبة	6	4	14	6

1. حدد المتغير المدروس و بين نوعه.
2. مثل بيانات المعطيات السابقة.
3. مثل بيانات التكرار المتجمع الصاعد و النازل.

تمرين 6 :

يبين الجدول التالي توزيع 100 شخص حسب دخلهم الشهري (الوحدة 1000 دج)

الدخل الشهري	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
عدد الأشخاص	6	12	20	36	18	8

1. حدد المجتمع الإحصائي، الوحدة الإحصائية، المتغير المدروس و بين نوعه.
2. ما التمثيل المناسب لهذا التوزيع.

3. مثل بيانيا التكرارات المتجمعة الصاعدة و النازلة.

9.2 حلول التمارين

حل التمرين 1:

1. المجتمع الإحصائي المدروس: الطلبة، الوحدة الإحصائية: الطالب، المتغير المدروس: تقديرات النجاح، نوعها: كيفية قابلة للترتيب.
2. عرض البيانات في جدول توزيع تكراري بسيط:

تقدير النجاح X_i	عدد الطلبة n_i	التكرار النسبي f_i	التكرار النسبي المئوي $f_i\%$
مقبول	8	0.4	40
جيد	6	0.3	30
جيد جدا	4	0.2	20
ممتاز	2	0.1	10
المجموع	20	1	100

حل التمرين 2:

1. المجتمع الإحصائي المدروس: الطلبة، الوحدة الإحصائية: الطالب، المتغير المدروس: عدد مرات التردد على المكتبة، نوعه: كمي منفصل.
2. تبويب البيانات في جدول توزيع تكراري بسيط:

$F_i^{\downarrow}\%$	$F_i^{\uparrow}\%$	$f_i\%$	$F_i^{\downarrow}$	$F_i^{\uparrow}$	عدد الطلبة	X_i
100	22.22	22.22	36	8	8	3
77.78	44.44	22.22	28	16	8	4
55.56	63.88	19.44	20	23	7	5
36.12	74.99	11.11	13	27	4	6
25.01	86.1	11.11	09	31	4	8
13.90	94.43	8.33	05	34	3	9
5.57	100	5.56	02	36	2	10
-	-	100	-	-	36	المجموع

3. عدد الطلبة الذي تردوا على المكتبة على الأقل 8 مرات هو 9 طلبة.
4. عدد الطلبة الذي تردوا على المكتبة على الأكثر 6 مرات هو 27 طالب.

حل التمرين 3:

- المجتمع الإحصائي المدروس: الأسر، الوحدة الإحصائية: أسرة، المتغير المدروس: النفقات الشهرية، نوعه: كمي متصل.
- تبويب البيانات في جدول توزيع تكراري ذو فئات: نوع المتغير المدروس كمي متصل، و لتكوين الجدول التكراري لهذا المتغير الإحصائي نتبع الخطوات التالية:

- تحديد المدى (المجال): هو الفرق بين أكبر قيمة و اصغر قيمة فنجد:

$$R = X_{max} - X_{min} = 79 - 10 = 69$$

- تحديد عدد الفئات باستخدام معادلة ستيرجس (Sturges) $n = 50$ ، عدد القيم.

$$k = 1 + 3.22 \log(n) = 1 + 3.22 \log(50) \approx 7$$

• تحديد طول الفئة : يتم تحديد طول الفئة بالعلاقة التالية:

$$L = \frac{R}{k} = \frac{69}{7} \simeq 10$$

عند تحديد طول الفئة يجب مراعاة المتباينة التالية:

$$\text{طول الفئة} \times \text{عدد الفئات} \leq 70 = 10 \times 7 \quad 69 < 70$$

و منه جدول التوزيع التكراري للنفقات الشهرية لعينة الأسر يكون كما يلي:

النفقات X_i	عدد الأسر n_i	مركز الفئة c_i	f_i	$f_i\%$	$F_i^\uparrow$	$F_i^\downarrow$
[20-10]	3	15	0.06	6	3	50
[30-20]	6	25	0.12	12	9	47
[40-30]	10	35	0.2	20	19	41
[50-40]	15	45	0.3	30	34	31
[60-50]	8	55	0.16	16	42	16
[70-60]	5	65	0.1	10	47	8
[80-70]	3	75	0.06	6	50	3
المجموع	50	-	-	100	-	-

حل التمرين 4:

1. المتغير المدروس: جهة الواردات (منطقة الاستيراد) نوعه كفي.

2. التمثيلات البيانية المناسبة للخاصية المدروسة.

• الدائرة البيانية

حساب زاوية كل قطاع بتطبيق القانون

$$\alpha_i = \frac{n_i}{n} \times 360^\circ$$

$$= f_i \times 360^\circ$$

- الزاوية التي تمثل أوروبا:

$$\frac{24}{50} \times 360 = 172.8\%$$

- الزاوية التي تمثل أمريكا:

$$\frac{10}{50} \times 360 = 72\%$$

- الزاوية التي تمثل إفريقيا:

$$\frac{5}{50} \times 360 = 36\%$$

- الزاوية التي تمثل بقية العالم:

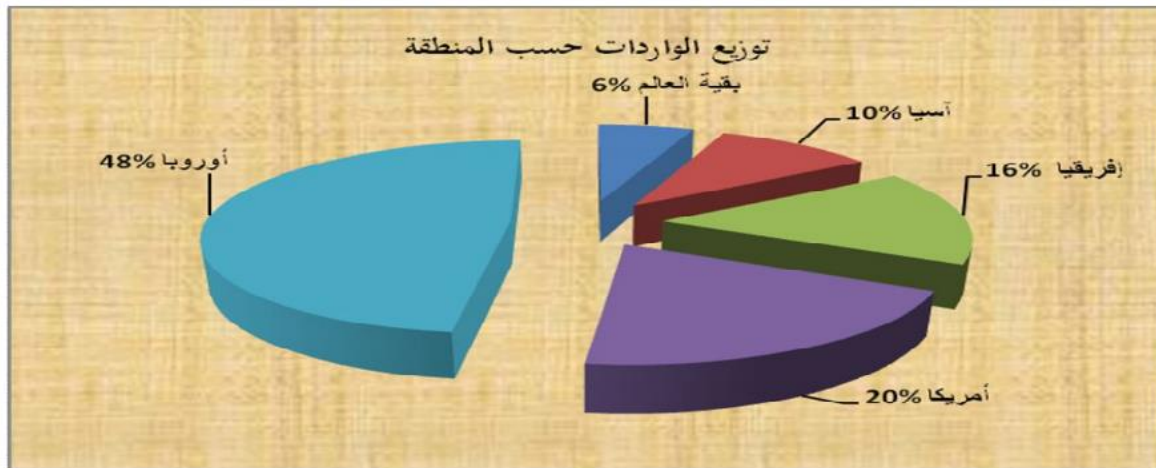
$$\frac{3}{50} \times 360 = 21.6\%$$

عند جمع جميع الزوايا نحصل على 360° .

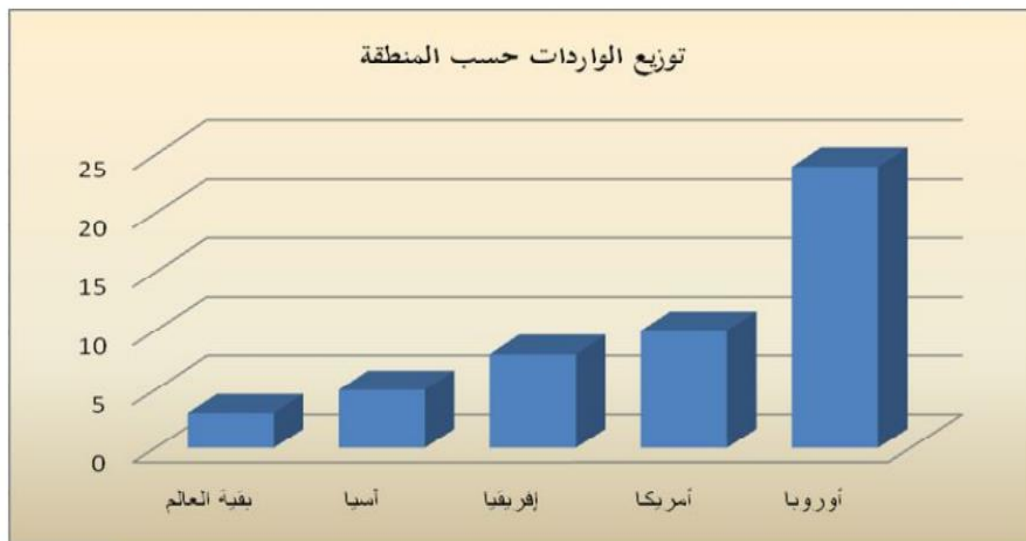
الزاوية المركزية	$f_i\%$	f_i	قيمة الواردات	الجهة
172.8	48	0.48	24	أوروبا
72	20	0.2	10	أمريكا
57.6	16	0.16	8	إفريقيا
36	10	0.1	5	آسيا

دروس في مقياس : الإحصاء الوصفي و الاستدلالي 1

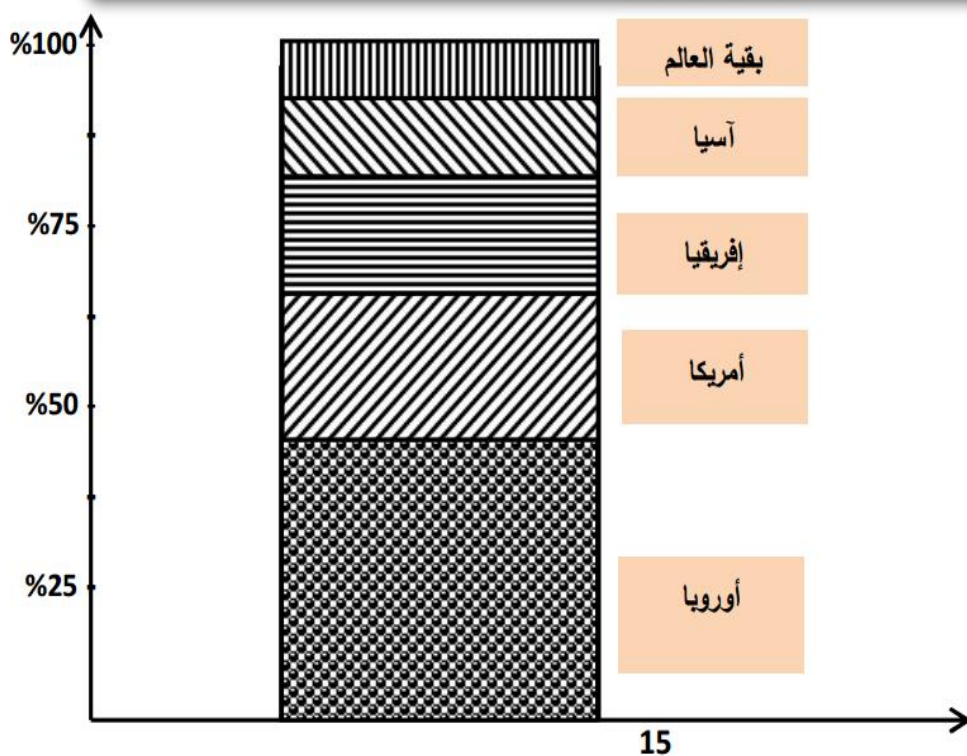
21.6	6	0.06	3	بقية العالم
360	100	1	50	المجموع



• التمثيل بالأعمدة المستطيلة.



• التمثيل بالأعمدة المجزأة



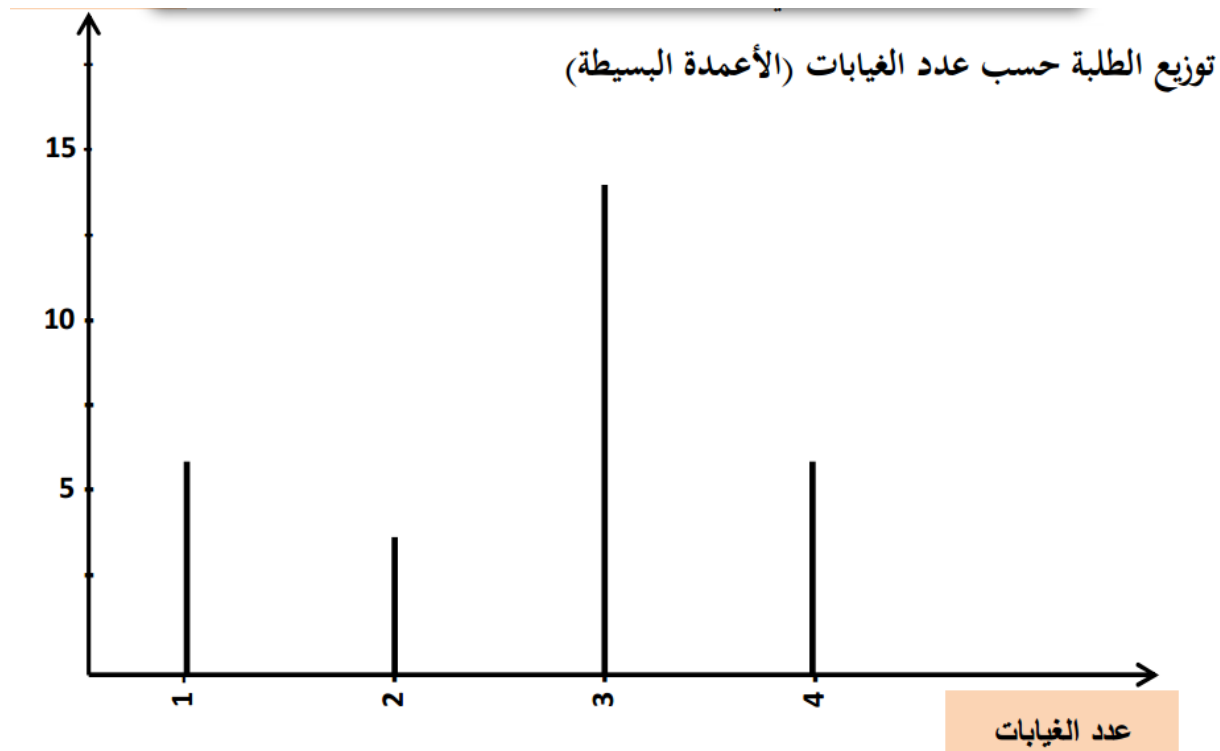
حل التمرين 5:

الجدول التالي يبين توزيع عينة من 30 طالب حسب عدد الغياب خلال السداسي.

عدد الغياب	عدد الطلبة	$F_i^{\uparrow}$	$F_i^{\downarrow}$
1	6	6	30
2	4	10	24
3	14	24	20
4	6	30	6
المجموع	30	-	-

1. المتغير المدروس : عدد الغياب، نوعه: كمي منفصل.

2. التمثيل البياني: أفضل طريقة لعرض هذه البيانات هي الأعمدة البسيطة.



حل التمرين 6:

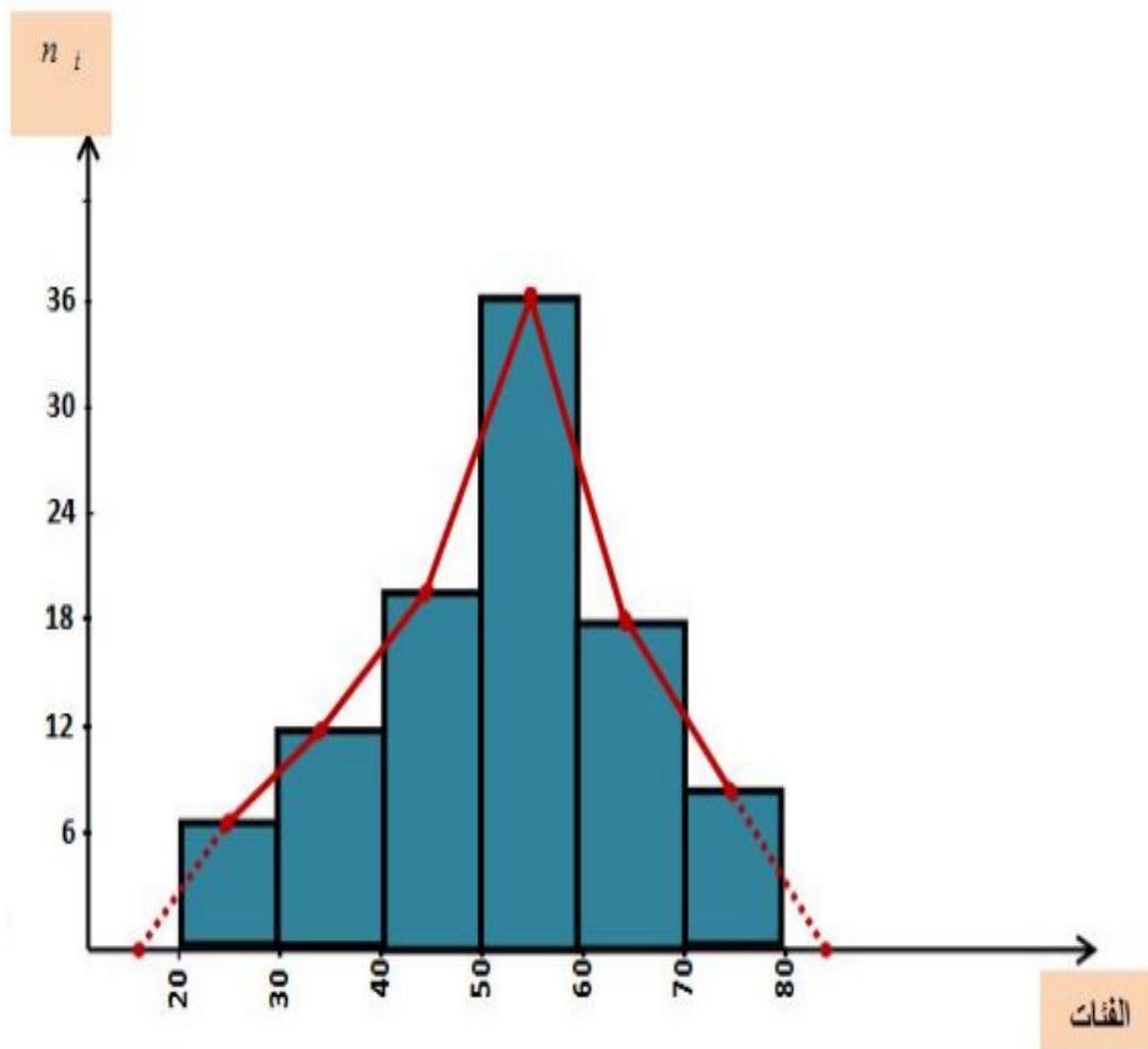
$F_i^{\downarrow}$	$F_i^{\uparrow}$	عدد الأشخاص n_i	الدخل الشهري X_i
100	6	6	[30-20]
94	18	12	[40-30]
82	38	20	[50-40]
62	74	36	[60-50]
26	92	18	[70-60]
8	100	8	[80-70]
-	-	100	المجموع

دروس في مقياس : الإحصاء الوصفي و الاستدلالي 1

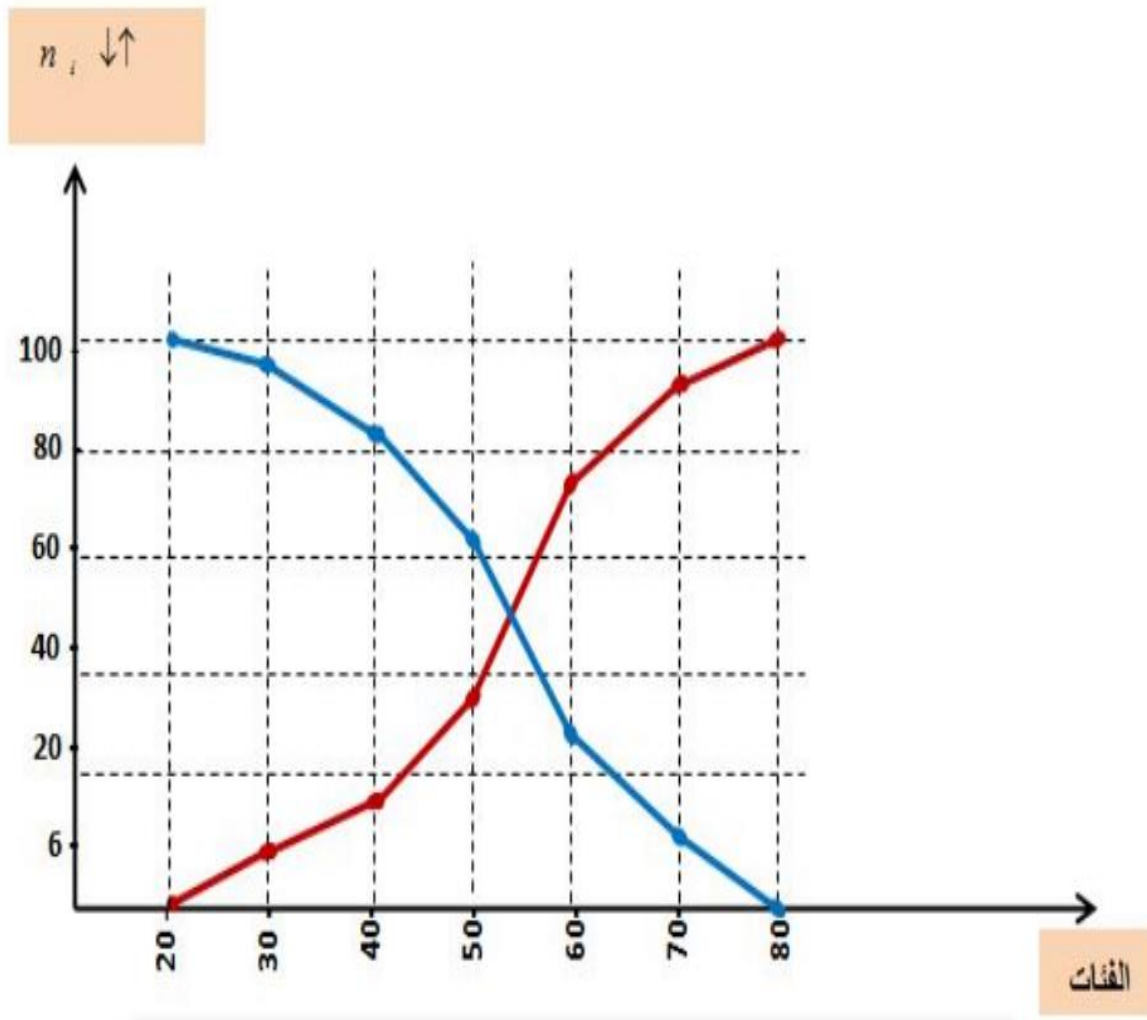
1. المجتمع الإحصائي: الأشخاص، الوحدة الإحصائية: شخص الواحد، المتغير

المدرّوس: الدخل الشهري، طبيعته: كمي مستمر (متصل).

2. بما أن المتغير كمي متصل فإن أحسن تمثيل بياني هو: المدرج التكراري.



3. تمثيل بيانيا تكرار المتجمع الصاعد و النازل



3. الفصل 3: مقاييس النزعة المركزية

تمهيد:

إن البحث في الميدان الإحصائي لا يكفي بجمع المعلومات و تبويبها وتمثيلها بيانيا يحاول استعمال بعض العمليات و القوانين لكي يختصر هذه البيانات و هذا باستعمال المؤشرات.

ففي معظم الحالات معطيات السلسلة لها ميل نحو الانتشار حول قيمة مركزية، هذه الأخيرة تستعمل كخاصة تنوب عن باقي المعطيات، و تعبر عن قيم المجموعة التي يشملها البحث، و هي تستعمل أساسا من اجل المقارنة مع سلاسل إحصائية أخرى و من اجل معرفة خصائص السلسلة في حد ذاتها.

من بين مقاييس النزعة المركزية لدينا: الوسط الحسابي، الوسيط، المنوال، الوسط الهندسي، الوسط ألترابيقي، الوسط التوافقي و الربيعيات.

مفهوم مقاييس النزعة المركزية:

عبارة عن قيم تتمركز حولها باقي القيم، وتمثلها أحسن تمثيل، أو قيم تتوسط البيانات بحيث تكون البيانات التي على يسارها مساويا للبيانات في أسفلها من ناحية عامودية، أو تكون أكثر قيم تكرار (مامن فيصل، 2020-2021).

مقاييس النزعة المركزية:

أولا: المتوسط الحسابي

ثانيا: الوسيط

1.3 المتوسط الحسابي:

المتوسط الحسابي يرمز له بالرمز $\bar{X}$ ويعتبر من المقاييس التي تعتمد على الحساب يعرف المتوسط الحسابي لمجموعة من البيانات او القيم على انه مجموع كل البيانات و قسمتها على عددها، يختلف حسابه باختلاف نوع المتغير المدروس و طريقة تصنيف البيانات مبوبة أو غير مبوبة.

1.1.3 المتوسط الحسابي لبيانات غير مبوبة:

لتكن $x_1, x_2, \dots, x_n$ سلسلة بيانات من القيم عددها n فان متوسطها الحسابي يعطى بالقانون:

$$\bar{X} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

مثال:

احسب المتوسط الحسابي للبيانات التالية:

20 , 16 , 14 , 12 , 10, 8 , 5, 3, 2

الحل :

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

$$= \frac{2 + 3 + 5 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16 + 20 \dots + x_n}{9} = 10$$

2.1.3 المتوسط الحسابي لبيانات مبوبة لمتغير متقطع:

ليكن متغير ذو القيم $x_1, x_2, \dots, x_k$ و $n_1, n_2, \dots, n_k$ تكرارات هذه القيم على الترتيب معناه هذه القيم لسلسلة بيانات من n مشاهدة، المتوسط الحسابي لهذه القيم هو:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n n_i * x_i}{\sum_{i=1}^k n_i} = \frac{x_1 * n_1 + x_2 * n_2 + \dots + x_n * n_k}{\sum_{i=1}^k n_i}$$

مثال:

الجدول الموالي يمثل توزيع الأسر حسب عدد الأولاد لحي يتكون من 50 أسرة.

المطلوب: احسب المتوسط الحسابي لعدد الأولاد.

عدد الأولاد x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	المجموع
عدد الأسر	1	4	6	9	10	8	7	5	50

الحل:

حساب المتوسط الحسابي

$$\begin{aligned} \bar{X} &= \frac{\sum_{i=1}^8 n_i * x_i}{\sum_{i=1}^8 n_i} \\ &= \frac{(1 * 0) + (4 * 1) + (6 * 2) + (9 * 3) + (10 * 4) + (8 * 5) + (7 * 6) + (5 * 7)}{50} \\ &= \frac{4 + 12 + 27 + 40 + 40 + 42 + 35}{50} = \frac{172}{50} = 3.44 \approx 3 \end{aligned}$$

و يمكننا حساب المتوسط الحسابي على نفس الجدول السابق كما هو ادناه:

القيم x_i	التكرار n_i	$n_i x_i$
0	1	0
1	4	4
2	6	12
3	9	27
4	10	40
5	8	40
6	7	42
7	5	35
المجموع	50	172

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^8 n_i * x_i}{\sum_{i=1}^8 n_i} = \frac{172}{50} = 3.44$$

3.1.3 المتوسط الحسابي للبيانات المبوبة لمتغير كمي مستمر:

ليكن المتغير X موزع في جدول توزيع تكراري يحتوي k فئة، في هذه الحالة نحتاج الى حساب مراكز الفئات و ليكن $x_1, x_2, \dots, x_k$ نتعامل مع مركز الفئة على انها قيمة x_i ، و ليكن $n_1, n_2, \dots, n_k$ تكرارات هذه الفئات و n اجمالي التكرارات أي $n = \sum_{i=1}^k n_i$ ، و القانون المستخدم هنا لحساب المتوسط الحسابي هو نفس قانون المتوسط الحسابي للقيم المبوبة لمتغير متقطع ما عدا القيم تحل محلها مراكز الفئات أي :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i * x_i}{n} = \frac{n_1 * x_1 + n_2 * x_2 + \dots + n_k * x_k}{n}$$

حيث: $x_i = c_i$ يمثل مركز للفئات.

مثال:

الجدول التالي يعرض توزيع التكراري لأوزان مجموعة من التلاميذ:

فئات الوزن	34- 32	36 – 34	38 - 36	40 - 38	42 - 40	44 - 42
عدد التلاميذ	4	7	13	10	5	1

المطلوب: اوجد المتوسط الحسابي لأوزان هؤلاء التلاميذ.

الحل:

لحساب المتوسط الحسابي يستخدم القانون السابق يجب إتباع الخطوات التالية:

- إيجاد مجموع التكرارات
- حساب مراكز الفئات
- ضرب مركز الفئة في التكرار المقابل لها
- حساب المجموع التكرارات مضروب في مراكز الفئات و الجدول التالي يلخص هذه الخطوات:

فئات الوزن	التكرار	مراكز الفئات x_i	$n_i * x_i$
34 – 32	4	$\frac{(34 + 32)}{2} = 33$	132
36 – 34	7	35	245
38 – 36	13	37	481
40 – 38	10	39	390

205	41	5	42 – 40
43	43	1	44 – 42
1469	-	40	المجموع

❖ خصائص المتوسط الحسابي:

يمتاز المتوسط الحسابي بعده خصائص يجب على الباحث أن يعلمها، حيث تفيد في كثير من الأحيان و توفر له الجهد و الوقت، و من أهم هذه الخصائص:

- هذا المقياس سهل الحساب، و أكثر مقاييس النزعة المركزية استخداما.
- يتأثر المتوسط الحسابي بالقيم المتطرفة و الشاذة و هي القيم الواقعة في طرفي مجال الدراسة.
- يستعمل المتوسط الحسابي في حالة المتغيرات كمية أي القابلة للقياس.
- أساس المتوسط الحسابي هو الحساب التجميعي.
- يوجد وسط حسابي وحيد بالنسبة لتوزيع تكراري معين أو سلسلة إحصائية معينة.
- يعتمد في حساب المتوسط الحسابي على كل القيم.
- لا يمكن استخدامه في حالة الظواهر الوصفية غير الرقمية.

2.3 المتوسط الحسابي المرجح (الموزون):

يستخدم المتوسط الحسابي المرجح لإيجاد المتوسط الحسابي لأكثر من مجموعة من القيم في حالة دمجهم مع بعض في مجموعة واحدة، فإذا كانت لدينا مثلاً مجموعة من n_1 من القيم وسطها الحسابي $\bar{X}_1$ ، و مجموعة ثانية تتكون من n_2 من القيم وسطها الحسابي $\bar{X}_2$ ، فإن المتوسط الحسابي للمجموعتين هو:

$$\bar{X} = \frac{n_1 * \bar{X}_1 + n_2 * \bar{X}_2}{n_1 + n_1}$$

مثال:

يبين الجدول التالي عدد الطلبة و متوسط نقاطهم في مقياس الإحصاء ل 03 أفواج

في دفعة ما:

الأفواج	الفوج الأول	الفوج الثاني	الفوج الثالث
عدد الطلبة n_i	35	38	42
متوسط النقاط $\bar{X}_i$	11	10.4	10.8

المطلوب: احسب المتوسط الحسابي لنقاط طلبة الدفعة.

الحل:

$$\begin{aligned} \bar{X} &= \frac{n_1 * \bar{X}_1 + n_2 * \bar{X}_2}{n_1 + n_2 + n_3} = \frac{(35 * 11) + (38 * 10.4) + (42 * 10.8)}{n_1 + n_2 + n_3} \\ &= \frac{358 + 395.2 + 453.6}{114} = 10.58 \end{aligned}$$

متوسط نقاط مجموع الطلبة في الدفعة في مقياس الإحصاء هو 10.58.

3.3 الوسيط :

الوسيط يرمز له بالرمز Med و يعتبر من المقاييس التي تعتمد على الموقع و هي تسمية و مشتقة من الطريقة التي تعرف بها هذا المقياس، و بالتالي فان حساب هذا المقياس يتطلب ترتيب البيانات ترتيبا تصاعديا أو تنازليا ثم تحديد المقياس.

يعرف **الوسيط** على انه القيمة الوسطى للقيم بعد ترتيب القيم تصاعديا أو تنازليا، أي عدد القيم الأقل منها يساوي عدد القيم الأكثر منها، أو انه القيمة التي اقل من 50 % من القيم و اكبر منها 50 % من القيم (مصطفى زايد، 2008).

1.3.3 الوسيط لبيانات غير مبوبة:

• عدد القيم فردي:

يعرف الوسيط على انه القيمة ذات الرتبة:

$$\frac{n + 1}{2}$$

مثال:

إذا كانت لدينا البيانات التالية:

7 ,11 ,2 ,15, 5,13,9

فاننا نرتبها ترتيبا تصاعديا:

2 , 5, 7, 9 , 11 , 13 , 15 و الوسيط هو القيمة التي ترتيبها

$$\frac{n + 1}{2} = \frac{7 + 1}{2} = 4$$

$$\text{و بالتالي فان الوسيط هو } Med = x_{\frac{n+1}{2}} = 9$$

• عدد القيم n زوجي:

يعرف الوسيط على انه القيمة التي تتوسط القيمة ذات الرتبة

$$\frac{n}{2}$$

و القيمة ذات الرتبة:

$$\frac{n}{2} + 1$$

مثال:

إذا كانت لدينا البيانات التالية:

$$7, 11, 2, 15, 5, 13, 9$$

أولا : نرتب القيم ترتيبا تصاعديا:

$$2, 5, 7, 9, 11, 13, 15$$

و الوسيط هو القيمة التي تتوسط القيم 9 و 11 و بالتالي فان الوسيط

$$Med = \frac{x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}}{2} = \frac{9 + 11}{2} = 10$$

2.3.3 الوسيط لبيانات مبوبة لمتغير متقطع :

إذا كانت $x_1, x_2, \dots, x_k$ قيم لمتغير متقطع و $n_1, n_2, \dots, n_k$ تكرارها على الترتيب و لايجاد الوسيط نقوم بالخطوات التالية:

1. إيجاد التكرار المتجمع الصاعد .

2. تحديد رتبة الوسيط

$$\frac{n}{2}$$

3. استخراج الوسيط مباشرة من الجدول باعتباره القيمة المقابلة للتكرار المتجمع

الصاعد الذي يحتوي رتبة الوسيط $\frac{n}{2}$, أو اكبر منها أي :

$$F_{Med}^{\uparrow} \geq \frac{n}{2}$$

مثال:

حساب الوسيط للبيانات التالية:

القيم x_i	1	3	5	7	المجموع
التكرار n_i	15	20	15	10	60

الحل:

1. إيجاد التكرار المتجمع الصاعد:

القيم x_i	التكرار n_i	تكرار المتجمع الصاعد $F_{\uparrow}$
1	15	15

35	20	3
50	15	5
60	10	7
-	60	المجموع

رتبة الوسيط هي:

$$\frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$$

نبحث في العمود الخاص بالتكرار المتجمع الصاعد عن القيمة المساوية لتكرار المتجمع الصاعد 30

قيمة الوسيط هي القيمة الثانية أي:

الوسيط:

$$Med = 3$$

3.3.3 الوسيط لبيانات مبوبة لمتغير مستمر :

إذا كانت $x_1, x_2, \dots, x_k$ قيم مراكز الفئات لتوزيع تكراري من k فئة لمتغير مستمر X و $n_1, n_2, \dots, n_k$ تكراراتها على الترتيب و $\sum_{i=1}^k n_i = n$ لايجاد الوسيط نتبع الخطوات التالية:

1. إيجاد التكرار المتجمع الصاعد.

2. تحديد رتبة الوسيط

$$\frac{\sum_{i=1}^k n_i}{2} = \frac{n}{2}$$

3. تحديد الفئة الوسيطة التي تكرر ها المتجمع الصاعد يحتوي رتبة الوسيط $\frac{n}{2}$.

4. حساب الوسيط من خلال القانون التالي:

$$Med = a + \left[\frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}^{\uparrow}}{n_{Med}} \right] \times L$$

حيث:

a: الحد الأدنى لفئة الوسيط.

$F_{i-1}^{\uparrow}$: التكرار المتجمع الصاعد للفئة السابقة لفئة الوسيط.

n_{Med} : التكرار العادي لفئة الوسيط.

L: طول الفئة التي تحتوي الوسيط.

مثال:

احسب الوسيط للبيانات التالية.

فئات الإنتاج بالقنطار	10 – 5	15 -10	20 – 15	25 - 20	30 - 25	35 - 30	40 - 35	المجموع
عدد البساتين	2	8	12	30	26	12	10	100

الحل:

إيجاد التكرار المتجمع الصاعد:

الفئات	التكرار	$F_i^{\uparrow}$	$F_i^{\downarrow}$
10 – 5	2	2	100

98	10	8	15 – 10
90	22	12	20 – 15
78	52	30	25 – 20
48	78	26	30 – 25
22	90	12	35 – 30
10	100	10	40 -35
-	-	100	المجموع

رتبة الوسيط هي:

$$\frac{n}{2} = \frac{100}{2} = 50$$

فئة الوسيط هي: 25 – 20

حساب الوسيط:

$$Med = a + \left[\frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}^{\uparrow}}{n_{Med}} \right] \times L$$

$$= 20 + \frac{50 - 22}{30} \times 5 = 24.66$$

الوسيط بيانيا:

نحصل على الوسيط بيانيا من إسقاط نقطة تقاطع منحنى التكرار المتجمع الصاعد و منحنى التكرار المتجمع النازل على محور البيانات الفئات .

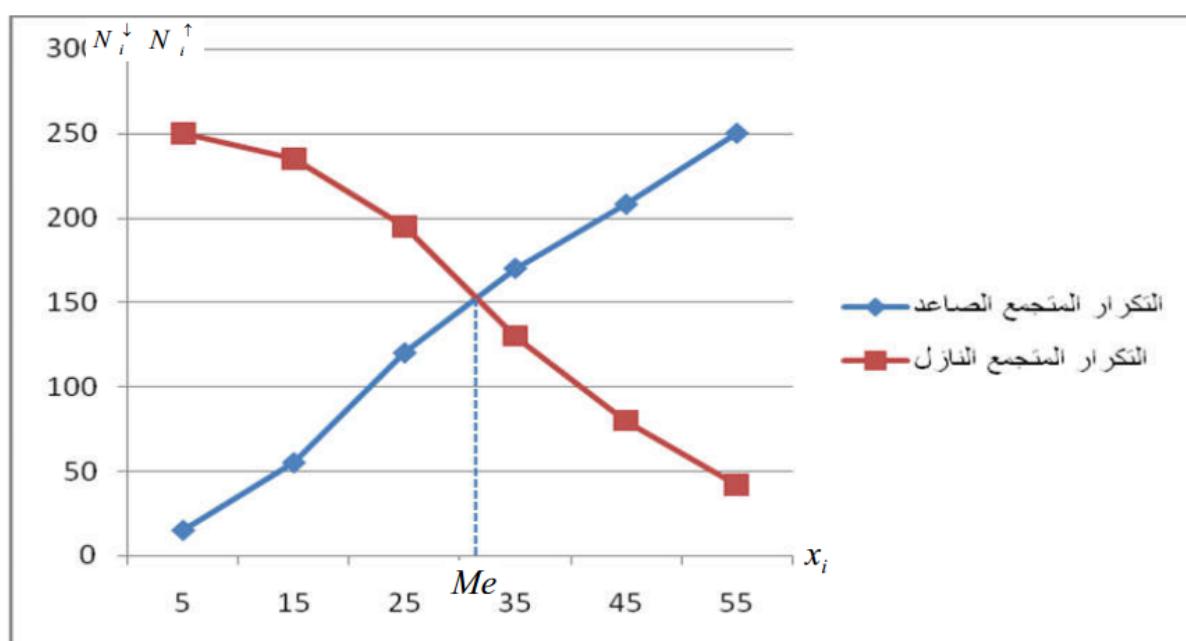
مثال :

الجدول التالي يمثل توزيع السكان حسب السن.

الفئات	$]10 - 0]$	$]20 - 10]$	$]30 - 20]$	$]40 - 30]$	$]50 - 40]$	$60 - 50$
التكرارات	10	14	26	30	10	7

المطلوب : تعيين الوسيط بيانيا.

الحل :



4.3 المنوال:

المنوال Mode و يرمز له بالرمز Mod و يعتبر من المقاييس التي تعتمد على التكرار و يحسب المنوال حسب حالة البيانات و نوع المتغير الإحصائي (ساعد بن فرحات عبد الحميد قطوش، 2013-2014).

1.4.3 بيانات غير مبوبة:

المنوال: هو القيمة الأكثر تكرار أو الأكثر شيوعا لمجموعة من البيانات.

مثال 01 :

اوجد المنوال للبيانات التالية:

5, 7, 8, 11, 14, 8, 13, 6, 9

الحل:

المنوال هو القيمة (8) لأنها تكررت مرتين.

مثال 02 : اوجد المنوال للقيم التالية:

7, 9, 11, 15, 17, 9, 13, 16, 7

الحل:

القيمتان 7 و 9 هما المنوال لأنها تكررتا مرتين، و باقي القيم تكررت مرة واحدة.

مثال 03:

اوجد المنوال للقيم التالية:

6, 5, 9, 13, 17, 19, 5, 4, 11, 6, 5

الحل:

المنوال هو القيمة 5 لأنها تكررت 3 مرات، و باقي القيم تكررت أما مرتين أو مرة واحدة.

مثال 04 : اوجد المنوال للقيم التالية:

8, 11, 7, 5, 7, 8, 5

الحل:

لا يوجد منوال لهذه القيم لأنها تكررت بنفس العدد.

2.4.3 بيانات مبوبة لمتغير متقطع:

المنوال في هذه الحالة هو القيمة المقابلة لأكبر تكرار.

مثال:

اوجد المنوال لتوزيع الأسر حسب عدد الأولاد ل 50 أسرة .

المتغير عدد الأولاد	0	1	2	3	4	5	المجموع
التكرار عدد الأسر	2	5	9	11	15	8	50

الحل :

المنوال هو القيمة المقابلة لأكبر تكرار أي:

$$Mod = 4$$

3.4.3 بيانات مبوبة لمتغير مستمر:

حساب المنوال: نعتمد في حساب المنوال في هذه الحالة على الفئة المنوالية و هي الفئة الأكبر تكرار و أيضا على الفئتين السابقتين (التي قبل الفئة المنوالية) و اللاحقة (التي بعد الفئة المنوالية) و نستخدم طريقة الفروق لبيرسون، و هذه الطريقة تكون باستخدام القانون التالي:

$$Mod = A + \left[\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right] \times L$$

حيث:

Mod: المنوال

A: الحد الأدنى للفئة المنوالية.

d_1 : الفرق بين تكرار الفئة المنوالية و تكرار الفئة السابقة.

d_2 : الفرق بين تكرار الفئة المنوالية و تكرار الفئة اللاحقة.

L: طول الفئة.

ملاحظة:

1. يمكن أيضا استخراج قيمة المنوال من الرسم البياني للمدرج التكراري حيث نحدد أولا الفئة المنوالية ثم نصل حدها الأعلى بالفئة السابقة و نصل حدها الأدنى بالحد الأدنى للفئة اللاحقة نسقط بنقطة التقاطع على محور الفئات نحصل على المنوال.
2. يعد المنوال من مقاييس النزعة، و لا يعتمد سوى منوالين فقط سواء كانت القيم غير مبوبة أو مبوبة، حيث يعتبر هو القيمة الأكثر تكرار من بين القيم، إذا تساوى التكرار لقيمتين فتعتبران منوالين، لكن إذا تساوت التكرارات لكثير من قيمتين أو فئتين فلا يكون هناك منوال.

مثال:

الجدول التالي يمثل توزيع الإنتاج السنوي للتمور بالقنطار من البساتين الفلاحية (1 هكتار لكل بستان) لولاية بسكرة.

فئات الإنتاج بالقنطار	10 – 5	15 – 10	20 – 15	25 - 20	30 - 25	35 – 30	40 – 35	المجموع
عدد البساتين	2	8	12	30	26	12	10	100

المطلوب: إيجاد المنوال لهذا التوزيع حسابيا.

الحل :

المنوال لهذا التوزيع حسابيا:

البيانات جاءت على شكل فئات لمتغير كمي و منه حساب المنوال بتطبيق القانون:

$$Mod = A + \left[\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right] \times L$$

الفئة المنوالية هي : 20 - 25

$$\begin{aligned} Mod &= 20 + \left[\frac{(30 - 12)}{(30 - 12) + (30 - 26)} \right] \times 5 \\ &= 24.09 \end{aligned}$$

• المنوال بيانيا:

يستخرج المنوال بيانيا من خلال المدرج التكراري، وذلك بربط أية أطول مستطيل
بنهاية المستطيل الذي قبله بقطعة مستقيمة، ثم ربط بداية أطول مستطيل ببداية
المستطيل الذي يليه بقطعة مستقيمة، وتقاطع القطعتين المستقيمتين يعطينا المنوال .

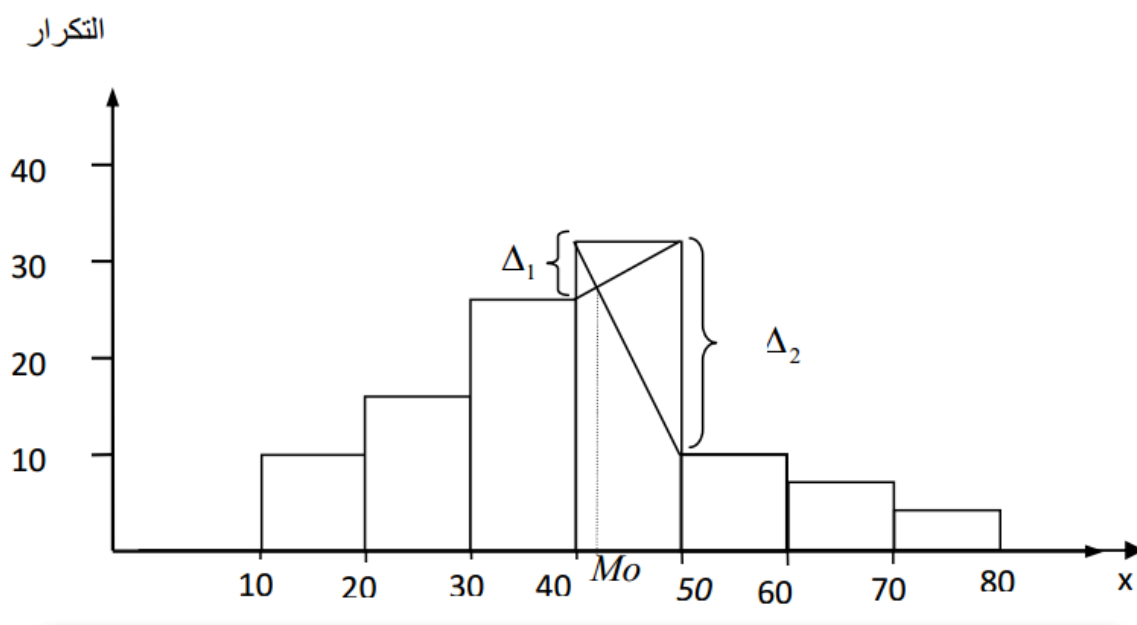
مثال :

نستخدم البيانات الجدول التالي يمثل توزيع 100 عمال حسب الأجر الشهري (بآلاف
الدينارات)

الفئات	$]20 - 10]$	$]30 - 20]$	$]40 - 30]$	$]50 - 40]$	$]60 - 50]$	$]70 - 60]$	$]80 - 70]$
التكرارات	10	14	26	30	10	7	3

المطلوب: تعيين المنوال بيانيا:

الحل:



خصائص المنوال:

- يمكن إيجاده بسهولة.
- لا يتأثر بالقيم المتطرفة، لأنه يستخدم تكرارات القيم أو الفئات.
- يمكن إيجاده بيانيا.
- يمكن إيجاده من الجداول المفتوحة.

5.3 سلسلة تمارين مقترحة عن الفصل 3

تمرين 1:

لتكن البيانات التالية لسلسلتين إحصائيتين:

السلسلة رقم 1: 15, 16, 13, 14, 17, 12, 18, 10

السلسلة رقم 2: 26, 33, 29, 30, 32, 33, 28, 32, 27, 25, 32

1. اوجد المتوسط الحسابي.

2. اوجد الوسيط.

3. اوجد المنوال.

تمرين 2:

يمثل الجدول التالي عدد أيام التغيب عن العمل لمجموعة من العمال خلال شهر ديسمبر:

عدد الأيام	1	2	4	5	6
عدد العمال	12	10	18	6	4

1. اوجد المتوسط الحسابي ثم احسب الوسيط.

2. ما هو التغيب الشائع.

تمرين 3:

يبين الجدول التالي توزيع النفقات اليومية (الوحدة 10 دج) لمجموعة من الأشخاص.

النفقات اليومية	]10 – 15]	]15 – 20]	]20 – 25]	]25 – 30]	]30 – 35]	]35 – 10]
عدد الأشخاص	10	20	30	24	14	12

1. اوجد المتوسط

2. حدد حسابيا و بيانيا قيمة الوسيط و المنوال.

6.3 حلول التمارين

حل التمرين 1:

سلسلة البيانات رقم 1

- المتوسط الحسابي :

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^8 x_i}{n} = \frac{10 + 18 + 12 + 17 + 14 + 13 + 16 + 15}{8}$$
$$= \frac{115}{8} = 14.375$$

- الوسيط : لحساب الوسيط نقوم بترتيب البيانات (القيم) تصاعديا أو تنازليا

$$\begin{array}{cccccccc} x_8 & x_7 & x_6 & x_5 & x_4 & x_3 & x_2 & x_1 \\ 18 & 17 & 16 & 15 & 14 & 13 & 12 & 10 \end{array}$$

بما أن عدد البيانات $n = 8$ زوجي فإن:

$$Med = \frac{(x_5 + x_4)}{2} = \frac{14 + 15}{2} = 14.5$$

- المنوال: بما أن قيم هذه السلسلة تتكرر مرة واحدة (لها نفس المستوي من الأهمية) و عليه نقول لا يوجد منوال لهذه البيانات.

سلسلة البيانات رقم 2

- المتوسط الحسابي :

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^8 x_i}{n} = \frac{32 + 25 + 27 + 32 + 28 + 33 + 32 + 30 + 29 + 33 + 26}{11}$$

$$= \frac{327}{11} = 29.7272$$

- الوسيط: أولاً: نقوم بترتيب البيانات تصاعدياً

$$\begin{array}{cccccccccccc} x_{11} & x_{10} & x_9 & x_8 & x_7 & x_6 & x_5 & x_4 & x_3 & x_2 & x_1 \\ 33' & 33' & 32' & 32' & 32' & 30' & 29' & 28' & 27' & 26' & 25 \end{array}$$

بما أن عدد البيانات $n = 11$ فردي فإن الوسيط هو القيمة المقابلة للترتبة:

$$\frac{n+1}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

أي:

$$Med = \frac{x_6}{2} = 30.$$

- المنوال: بما أنه القيمة الأكثر تكرار من خلال البيانات القيمة الأكثر تكرار هي 32 أي :

$$Mod = 32.$$

حل التمرين 2 :

- حساب المتوسط الحسابي:

$F_i^{\wedge}$	$x_i * n_i$	عدد العمال n_i	عدد الأيام x_i
12	12	12	1
22	20	10	2
40	72	18	4
46	30	6	5

50	24	4	6
-	158	50	المجموع

و عليه فان متوسط أيام التغيب للعمال هو 3 أيام.

• الوسيط لحساب الوسيط لهذه البيانات نتبع الخطوات التالية:

1. نقوم بحساب التكرار المتجمع الصاعد.

$$2. \text{ نحدد رتبة الوسيط } = \frac{50}{2} = 25$$

3. نبحث في العمود الخاص بالتكرار المتجمع الصاعد عن القيمة التي تكرارها

المتجمع الصاعد يساوي رتبة الوسيط أو أعلى منها مباشرة، و عليه تكون رتبة

الوسيط قيمة x_i التي تقابل القيمة 40.

و منه فان قيمة الوسيط هي $Med = 4$

• التغيب الشائع (المنوال): هو القيمة المقابلة لأكبر تكرار اكبر تكرار هو 18 و عليه فان

قيمة المنوال هي $Mod = 4$ التغيب الشائع لدى العمال هو 4 أيام.

حل التمرين 3:

حساب المتوسط الحسابي:

الفئات النفقات اليومية X	عدد الأشخاص n_i	مركز الفئة x_i	$x_i * n_i$	$F_i^{\uparrow}$
15-10	10	12.5	125	10
20-15	20	17.5	350	30
25-20	30	22.5	675	60
30-25	24	27.5	660	84
35-30	14	32.5	455	98
40-35	12	37.5	450	110
المجموع	110	-	2715	-

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^6 x_i * n_i}{\sum_{i=1}^6 n_i} = \frac{2715}{110} = 24.68$$

و عليه فان متوسط أيام التغيب للعمال هو 3 أيام.

• تحديد الوسيط : لتحديد الوسيط نتبع الخطوات التالية:

1. نقوم بحساب التكرار المتجمع الصاعد.

$$2. \text{ نحدد رتبة الوسيط } 55 = \frac{110}{2} = \frac{n}{2}$$

3. تحديد الفئة الوسيطة (الفئة التي ينتمي إليها الوسيط)، و هي الفئة التي تقابل

التكرار المتجمع الصاعد الذي يساوي رتبة الوسيط أو أعلى منها مباشرة، (60)

أكبر مباشرة من رتبة الوسيط 55) و عليه فان الفئة الوسيطة هي: 25-20

4. نحدد و نحسب الوسيط بتطبيق العلاقة الإحصائية للوسيط:

$$Med = a + \left[\frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}^{\uparrow}}{n_{Med}} \right] \times L = 20 + \frac{55 - 30}{30} \times 5$$

$$= 24.17$$

- المنوال حسابيا: الفئة المنوالية هي الفئة المقابلة لأكبر تكرار هو 30 و عليه الفئة المنوالية هي 20-25

$$Mod = A + \left[\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right] \times L$$

أي :

$$Mod = 20 + \left[\frac{(30 - 20)}{(30 - 20) + (30 - 24)} \right] \times 5$$

$$= 20 + \frac{10}{10 + 6} \times 5 = \frac{370}{16} = 23.12$$

و منه: $Mod = 23.12$

7.3 تمارين مقترحة

تمرين 1:

الجدول التالي يبين التوزيع التكراري لعدد الغياب التي سجلها عمال مؤسسة ما خلال الثلاثي الأول من السنة.

المتغير الإحصائي (الغياب)	0	1	2	3	4	5	المجموع
التكرار (العمال)	3	5	10	6	4	2	30

1. احسب المتوسط الحسابي، المنوال و الوسيط.
2. مثل بيانات الجدول باستخدام طريقة الأعمدة البسيطة. ثم استنتج قيمة المنوال ببيانيا.
3. ارسم منحنى التكرارات المتجمعة الصاعدة و النازلة. ثم استنتج قيمة الوسيط ببيانيا.

تمرين 2:

الجدول التالي يمثل التوزيع التكراري للأجر اليومي ل : 40 عاملا بالدينار:

الفئات (الأجر)	100-200	200-300	300-400	400-500	500-600	600-700	700-800	المجموع
التكرار العمال	12	7	8	5	4	3	1	40

1. احسب المقاييس التالية: المتوسط الحسابي، المنوال، الوسيط.
2. ارسم المدرج التكراري لهذا التوزيع و استنتج قيمة المنوال ببيانيا.
3. ارسم منحنى التكرارات المتجمعة الصاعدة و النازلة. ثم استنتج قيمة الوسيط ببيانيا.

4. الفصل 4 :مقاييس التشتت

تمهيد:

إن مقاييس النزعة المركزية غير كافية لوحدها في تحديد خواص الظاهرة المدروسة بشكل جديد خاصة عند المقارنة بين عدة مجموعات من الظواهر المدروسة لأنه لا يمكن أن يكون إحصائيين نفس المتوسط الحسابي و لكنهما يختلفان تماما من حيث توزيع القيم حول المتوسط، و بالتالي نجد أن هناك ضرورة لقياس مقدار ابتعاد هذه المشاهدات عن هذه القيمة المتوسطة.

مفهوم التشتت:

تشتت بيانات ظاهرة ما يقصد به درجة أو مقدار الاختلاف لقيم البيانات أو توزيع التكراري عن بعضها البعض أو عن إحدى مقاييس النزعة المركزية و تحديداً (المتوسط الحسابي، الوسيط، المنوال)، و تعتبر بيانات الظاهرة متجانسة عندما تكون قيمها قريبة من بعضها البعض، و نقول في هذه الحالة أنها غير مشتتة، أما إذا كانت بيانات الظاهرة متباعدة فهي غير متجانسة فنقول أن مفردات الظاهرة مشتتة.

1.4 قياس تشتت البيانات

تعد مقاييس التشتت مؤشرات إحصائية وصفية تستخدم لقياس مدى تباعد أو الاختلاف ما بين قيم مجموعة البيانات أو توزيع التكراري هناك بعض المقاييس تقيس تقارب أو تباعد القيم عن بعضها البعض و هي المدى و الانحراف المعياري، مقاييس أخرى تقيس قرب أو بعد القيم من قيمة معينة كالمتوسط الحسابي مثلا و هي الانحراف المعياري، الانحراف المتوسط.

1.1.4 المدى العام:

يستخدم هذا المقياس عندما يكون الحصول على مقياس سريع لمدى تشتت القيم دون الإهمال الكبير بالدقة في القياس (إبراهيم و عقيل، 2012).

1. حساب المدى للبيانات غير المبوبة :

المدى لمجموعة من البيانات هو الفرق بين أكبر قيمة في البيانات و أصغر قيمة لها و يرمز له بالرمز، و هو معطى بالعلاقة التالية:

المدى العام = أكبر قيمة – أصغر قيمة

$$R = X_{max} - X_{min}$$

مثال:

اوجد المدى للبيانات التالية:

30, 22, 28, 18, 12

الحل:

المدى العام = أكبر قيمة – أصغر قيمة

$$R = X_{max} - X_{min}$$

$$= 30 - 12 = 18$$

2. حساب المدى في البيانات المبوبة :

حالة خاصة: المدى العام في حالة توزيع تكراري بفئات يحسب بعدة طرق:

المدى العام: مركز الفئة الأخيرة – مركز الفئة الأولى

$$R = C_k - C_l$$

المدى العام: الحد الأدنى للفئة الأخيرة - الحد الأدنى للفئة الأولى

$$R = U_R - L_1$$

مثال:

احسب المدى لبيانات 20 طالبا في مادة الإحصاء.

الفئات	التكرار
14 – 10	2
18 – 14	3
22 – 18	5
26 -22	6
30 – 26	4
المجموع	$n = 20$

الحل:

بما أن الفئات مفتوحة نحتاج حساب مركز الفئة.

مركز الفئة c_i	التكرار	الفئات
12	2	14 -10
16	3	18 – 14
20	5	22 – 18
24	6	26 – 22

28	4	30 – 26
-	20	المجموع

المدى = مركز الفئة الأخيرة - مركز الفئة الأولى

$$R = 28 - 12 = 16$$

خواص المدى العام:

- بسيط الحساب و سهل الفهم و يعتمد في حسابه على قيمتين فقط.
- شديد التأثير بالقيم المتطرفة.

2.1.4 المدى الربيعي:

للتخلص من بعض عيوب المدى و التي من أهمها تأثيره بالقيم المتطرفة، وجد مقياس آخر و هو المدى الربيعي حيث نقوم في هذا المقياس بإهمال الربع الأول و الربع الأخير من البيانات المرتبة تصاعدياً، و في هذه الحالة تكون أكبر قيمة في البيانات هي الربع الثالث و أصغر قيمة في البيانات هي الربع الأول و الفرق بينهما يعطي ما يسمى بالمدى الربيعي.

يستخدم هذا المقياس عندما تكون هناك قيم متطرفة جداً، يتم حساب هذا المقياس من البيانات الخام (الأولية) أو من جداول التوزيع التكرارية باستخدام العلاقة التالية:

$$I_Q = Q_3 - Q_1 \quad \text{المدى الربيعي}$$

مثال:

احسب المدى الربيعي للبيانات التالية:

دروس في مقياس : الإحصاء الوصفي و الاستدلالي 1

الأجر x_i	20 – 10	30 – 20	40 – 30	50 – 40	60- 50	70 - 60
العمال n_i	18	30	25	17	12	8

الحل:

يوضح الجدول التالي كيفية تحديد فئة الربيع الأول و الثالث.

• رتبة الربيع الأول:

$$\frac{n}{4} = \frac{110}{4} = 27.5$$

• رتبة الربيع الثالث:

$$\frac{3n}{4} = 82.5$$

$F_i^{\wedge}$	التكرار i	فئات الأجر i
18	18	20 – 10
Q_1 رتبة 48	30	30- 20
73	25	40- 30
Q_2 رتبة 90	17	50 – 40
102	12	60 – 50
110	8	70 – 60
-	110	المجموع

حساب الربيع الأول Q_1 :

$$\begin{aligned}Q_1 &= a_1 + \left[\frac{\frac{n}{4} - F_{i-1}^{\uparrow}}{n_{Q_1}} \right] \times L \\&= 20 + \frac{27.5 - 18}{30} \times 10 \\&= 23.17 * 10^3 \text{ DA}\end{aligned}$$

حساب الربع الثالث Q_3 :

$$\begin{aligned}Q_3 &= a_3 + \left[\frac{\frac{3n}{4} - F_{i-1}^{\uparrow}}{n_{Q_3}} \right] \times L \\&= 40 + \frac{82.5 - 73}{17} * 10 \\&= 45.59 * 10^3 \text{ DA}\end{aligned}$$

المدى الربيعي:

$$I_Q = Q_3 - Q_1 = 45.59 - 23.17$$

$$I_Q = 22.42$$

خواص المدى الربيعي:

- صعب الفهم و الحساب.
- يشمل فقط 50 من القيم.
- لا يتأثر بالقيم المتطرفة.

3.1.4 الانحراف المتوسط:

مقاييس التشتت هي مقاييس لقوة تجمع البيانات حول بعضها، و من حيث أن التجمع يكون حول قيمة متوسطة، فإذا كان مقدار الاختلاف (الانحراف) بين القيمة موسطاتها كبيرا دل ذلك على عدم تجانسها و العكس صحيح.

1. تعريف الانحراف المتوسط :

يعرف الانحراف المتوسط بأنه المتوسط الحسابي للقيم المطلقة لانحرافات القيم عن متوسطها الحسابي و نرسم للانحراف المتوسط بالرمز $E_{\bar{X}}$ يحسب حسب طبيعة البيانات.

• حساب الانحراف المتوسط:

2. حساب الانحراف المتوسط في البيانات غير المبوبة:

إذا كانت $x_1, x_2, \dots, x_n$ تمثل قيم ظاهرة معينة ذات المتغير X فان الانحراف المتوسط معطى بالعلاقة التالية:

$$E_{\bar{X}} = \frac{|x_1 - \bar{X}| + |x_2 - \bar{X}| + \dots + |x_n - \bar{X}|}{n}$$
$$= \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{X}|}{n}$$

مثال:

اوجد الانحراف المتوسط لنقاط الطلبة في مقياس الإحصاء.

10,9,10,11,8,16,5,9,14,10

الحل:

أولاً: نحسب المتوسط الحسابي لنقاط الطلبة:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{10 + 14 + 9 + 5 + 16 + 8 + 11 + 10 + 9 + 10}{10} = 10.2$$

ثانيا: حساب الانحراف المتوسط

المجموع	10	9	10	11	8	16	5	9	14	10	x_i
21.2	0.2	1.2	0.2	1.2	2.2	5.8	5.2	1.2	3.8	0.2	$(x_i - \bar{X})$

$$E_{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{X}|}{n} = \frac{21.2}{10} = 2.12$$

3. حساب الانحراف في البيانات المبوبة :

• في حالة متغير كمي متقطع:

إذا كانت $x_1, x_2, \dots, x_k$ قيم المتغير المتقطع X و $x_1, x_2, \dots, x_k$ تكراراتها على الترتيب يعرف الانحراف المتوسط بالعلاقة :

$$E_{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i |x_i - \bar{X}|}{\sum_{i=1}^k n_i}$$

• في حالة متغير كمي مستمر:

إذا كانت القيم $x_1, x_2, \dots, x_k$ تمثل مراكز الفئات للمتغير المستمر X و $n_1, n_2, \dots, n_k$ تكراراتها على الترتيب يعرف الانحراف المتوسط بالعلاقة :

$$E_{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i |x_i - \bar{X}|}{\sum_{i=1}^k n_i}$$

خواص الانحراف المتوسط:

- سهل الفهم و الحساب و التطبيق.
- يقيس مدى تباعد المشاهدات عن وسطها الحسابي
- يعتمد في حسابه على جميع المشاهدات.

مثال (متغير متقطع):

في جدول التوزيع التكراري التالي اوجد الانحراف المتوسط مع العلم أن $\bar{X} = 3.10$.

x_i	1	2	3	4	5	المجموع
n_i	20	26	35	37	22	140

الحل:

الجدول التالي يلخص العمليات الحسابية:

x_i	n_i	$ x_i - \bar{X} $	$n_i * x_i - \bar{X} $
1	20	2.1	42
2	26	1.1	28.6
3	35	0.1	3.5
4	37	0.9	33.3
5	22	1.9	41.8

المجموع	$n = 140$	-	149.2
---------	-----------	---	-------

حساب الانحراف المتوسط:

$$E_{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^5 n_i * |x_i - \bar{X}|}{n} = \frac{149.2}{140} = 1.06$$

مثال(متغير مستمر):

اوجد تشتت البيانات المبوبة في الجدول التالي باستخدام الانحراف المتوسط.

الأجر	20 - 10	30 - 20	40 - 30	50 - 40	60 - 50	70-60	المجموع
عدد العمال	18	30	25	17	12	8	110

الحل:

الجدول التالي يلخص كل خطوات حساب الانحراف المتوسط.

فئات الأجر X	التكرار n_i	مركز الفئة x_i	$n_i * x_i$	$x_i - \bar{X}$	$n_i * x_i - \bar{X} $
20 - 10	18	15	270	19.9	358.2
30 - 20	30	25	750	09.9	297
40 - 30	25	35	875	0.1	2.5
50 - 40	17	45	765	10.1	171.1
60 - 50	12	55	660	20.1	241.2

240.8	30.1	520	65	8	70 - 60
1310.8	-	3840	-	110	المجموع

أولا :حساب المتوسط الحسابي:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^6 n_i * x_i}{n = \sum_{i=1}^6 n_i}$$

$$= \frac{3840}{110} = 34.9 * 10^3 DA$$

حساب الانحراف المتوسط:

$$E_{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^6 n_i * |x_i - \bar{X}|}{\sum_{i=1}^6 n_i} = \frac{1310.8}{110} = 11.92$$

4.1.4 التباين

يعتبر التباين من أشهر مقاييس التشتت، ويعرف بأنه متوسط مربع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي و هو يقيس مدى انتشار أو ابتعاد كل قيمة من القيم التي تأخذها الظاهرة المدروسة عن وسطها الحسابي، و يرمز له بالرمز δ_X^2 أو $Var(X)$ ، ويحسب حسب حالة البيانات كما يلي:

1. بيانات غير مبوبة :

في حالة وجود سلسلة إحصائية من القيم $x_1, x_2, \dots, x_n$ غير مبوبة يحسب التباين بالعلاقة:

$$\delta_X^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n}$$

مثال:

أوجد التباين للقيم التالية:

9,10,11,10,8,16,5,9,14,10

الحل:

أولاً: إيجاد المتوسط الحسابي

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{10 + 14 + 9 + 5 + 16 + 8 + 10 + 11 + 10 + 9}{10} = 10.2$$

ثانياً: حساب التباين

لتسهيل عملية الحساب نلخص كل العمليات في الجدول التالي:

المجموع	9	10	11	10	8	16	5	9	14	10	x_i
/	-1.1	-0.2	1.2	-0.2	-2.2	5.8	-5.2	-1.2	3.8	-0.2	$(x_i - \bar{X})$
84.4	1.44	0.04	1.44	0.04	4.84	33.64	27.04	1.44	14.44	0.04	$(x_i - \bar{X})^2$

ومنه :

$$\delta_X^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n} = \frac{84.4}{10} = 8.44$$

2. بيانات مبوبة متقطع :

إذا كانت لدينا القيم $x_1, x_2, \dots, x_k$ لمتغير متقطع X ، كل قيمة تتبع بالتكرارات $n_1, n_2, \dots, n_k$ على الترتيب في هذه الحالة يحسب التباين بالعلاقة التالية:

$$\delta_X^2 = \frac{\sum_{i=1}^k n_i * (x_i - \bar{X})^2}{n}$$

مثال:

اوجد التباين للبيانات التالية مع العلم أن $\bar{X} = 3.10$.

x_i	1	2	3	4	5	المجموع
n_i	20	26	35	37	22	140

الحل:

يمكن نلخص العمليات في الجدول التالي:

x_i	n_i	$x_i - \bar{X}$	$(x_i - \bar{X})^2$	$n_i * (x_i - \bar{X})^2$
1	20	-2.1	4.41	88.2
2	26	-1.1	1.21	31.46
3	35	-0.1	0.01	0.35
4	37	0.9	0.81	29.97
5	22	1.9	3.61	79.42
المجموع	140	-	-	229.4

ومنه:

$$\delta_X^2 = \frac{\sum_{i=1}^k n_i * (x_i - \bar{X})^2}{n} = \frac{229}{140} = 1.63$$

3 . بيانات مبوبة متغير مستمر (فئات) :

في هذه الحالة جدول التوزيع التكراري يحتوي على فئات ذات مراكز $x_1, x_2, \dots, x_k$ وذات التكرارات $n_1, n_2, \dots, n_k$ على الترتيب يحسب التباين بالعلاقة التالية:

$$\delta_X^2 = \frac{\sum_{i=1}^k n_i * (x_i - \bar{X})^2}{n}$$

بحيث $x_1, x_2, \dots, x_k$ في هذه الحالة تمثل مراكز الفئات.

مثال:

احسب التباين للبيانات التالية:

المجموع	60 - 50	50 - 40	40 - 30	30 - 20	20 - 10	x_i
42	6	8	13	11	4	n_i

الحل:

نلخص كل العمليات لحساب التباين في الجدول:

$n_i * (x_i - \bar{X})^2$	$(x_i - \bar{X})^2$	$n_i * x_i$	x_i	n_i	X
1637	409.25	60	15	4	20 - 10
1151.15	104.65	275	25	11	30 - 20
0.65	0.05	455	35	13	40 - 30
763.6	95.45	360	45	8	50 - 40
2345.1	390.85	330	55	6	60 - 50
5897.5	-	1480	-	42	المجموع

و منه : حساب المتوسط الحسابي:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i * x_i}{n} = \frac{1480}{42} = 35.23$$

حساب التباين:

$$\begin{aligned}\sigma_X^2 &= \frac{\sum_{i=1}^k n_i * (x_i - \bar{X})^2}{n} \\ &= \frac{5897.5}{42} = 140.41\end{aligned}$$

خواص التباين:

- سهل الفهم و الحساب و التطبيق.
- يقيس مدى تباعد القيم عن وسطها الحسابي.
- يعتمد في حسابه على جميع المشاهدات.
- التباين لا يتأثر بجمع أو طرح مقدار ثابت من المتغير أي

$$\begin{aligned}Var(X \pm C) &= Var(X) \pm Var(C) \\ &= Var(X)\end{aligned}$$

لأن $Var(C) = 0$

- التباين يتأثر بضرب أو قسمة مقدار ثابت في المتغير X أي

$$Var(aX) = a^2 Var(X)$$

- وحسب علاقة كوينغ فان التباين يساوي مربع المتوسط التربيعي منقوصاً منه مربع المتوسط الحسابي أي:

$$\sigma_X^2 = Var(X) = \frac{\sum_{i=1}^k n_i X_i^2}{n} - \bar{X}^2$$

حيث: $n = \sum_{i=1}^k n_i$

5.1.4 الانحراف المعياري:

يعتبر هذا المقياس من أكثر المقاييس التششت أهمية و أكثر استخداما، يستند على عمليات جبرية محددة بدقة و يعتمد على خصائص رياضية مناسبة، و يعرف الانحراف المعياري بأنه الجذر التربيعي لمتوسط انحرافات القيم عن وسطها الحسابي، و هو أيضا يقيس مدى انتشار أو ابتعاد كل قيمة من القيم التي تأخذها الظاهرة المدروسة عن وسطها الحسابي، و يحسب حسب حالة البيانات:

1. في حالة البيانات غير المبوبة :

في حالة وجود سلسلة إحصائية ل n مشاهدة $x_1, x_2, \dots, x_n$ يحسب الانحراف المعياري بالعلاقة:

$$\sigma_X = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n}}$$

2. في حالة بيانات مبوبة متغير متقطع:

إذا كانت $x_1, x_2, \dots, x_k$ قيم متغير متقطع و $n_1, n_2, \dots, n_k$ تكراراتها يعرف الانحراف المعياري بالعلاقة:

$$\sigma_X = \sqrt{\sigma_X^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k n_i * (x_i - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^k n_i}}$$

3. حالة بيانات مبوبة متغير مستمر:

إذا كانت القيم $x_1, x_2, \dots, x_k$ تمثل مراكز فئات المتغير المستمر و $n_1, n_2, \dots, n_k$ تكراراتها على الترتيب يحسب الانحراف المعياري في هذه الحالة بالعلاقة:

$$\sigma_X = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k n_i * (x_i - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^k n_i}}$$

خواص الانحراف المعياري:

- سهل الفهم و الحساب و التطبيق.
- يقيس مدى تباعد المشاهدات عن وسطها الحسابي
- يعتمد في حسابه على جميع المشاهدات.

ملاحظة: يمكن اعتبار الانحراف المعياري هو الجذر التربيعي للتباين.

مثال:

القيم التالية تمثل علامات خمسة طلاب في امتحان المنهجية 16, 7, 14, 8, 10
المطلوب: حساب الانحراف المعياري.

الحل:

أولا : حساب الوسط الحسابي:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i}{n} = \frac{16 + 7 + 14 + 8 + 10}{5} = \frac{55}{5} = 11$$

ثانيا: حساب الانحراف المعياري:

المجموع	16	7	14	8	10	X
-	5	-4	3	-3	-1	$x_i - \bar{X}$
60	25	16	9	9	1	$(x_i - \bar{X})^2$

بما أن البيانات غير مبوبة نستخدم القانون التالي:

$$\sigma_X = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{X})^2}{n}} = \sqrt{\frac{60}{5}} = \sqrt{12} = 3.46$$

مثال:

لتكن البيانات التالية:

الفئات	4 - 0	8 - 4	12 - 8	16 - 12	20 - 16	المجموع
n_i	8	10	14	5	3	40

الحل:

نلخص كل العمليات في الجدول التالي:

الفئات	n_i	x_i	$n_i * x_i$	$x_i - \bar{X}$	$(x_i - \bar{X})^2$	$n_i * (x_i - \bar{X})^2$
4 - 0	8	2	16	-6.5	42.25	338
8 - 4	10	6	60	-2.5	6.25	62.5
12 - 8	14	10	140	1.5	2.25	31.5
16 - 12	5	14	70	5.5	30.25	151.25
20 - 16	3	18	54	9.5	90.25	270.75
المجموع	40	-	340	-	-	854

أولاً : حساب المتوسط الحسابي

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i}{n} = \frac{340}{40} = 8.5$$

بما أن البيانات مبوبة لمتغير مستمر (فئات) نستخدم القانون التالي:

$$\sigma_X = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 n_i * (x_i - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^k n_i}} = \sqrt{\frac{854}{40}} = \sqrt{21.35}$$

$$\sigma_X = 4.62$$

الانحراف المعياري

ملاحظة:

1. في حالة بيانات المجتمع التباين يرمز له بـ σ_X^2 و الانحراف المعياري σ_X اما في

حالة بيانات البيانات للعينة التباين يرمز له بـ S^2 و الانحراف المعياري بـ S

في حين ان قانون التباين و الانحراف المعياري يعرف بالقانون التالي :

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{X})^2}{n - 1}$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{X})^2}{n - 1}}$$

أي في مكان n نضع $n - 1$ في حالة بيانات العينة.

2. مقاييس التشتت تستخدم لدراسة صلاحية عينة عشوائية لأغراض الدراسة فكلما

زادت قيمة التشتت كلما زاد التباعد بين البيانات للعينة و بالتالي عدم صلاحيتها

للدراسة و العكس صحيح.

2.4 سلسلة تمارين مقترحة عن الفصل 4

تمرين 1:

يمثل الجدول التالي عدد أفراد العائلة لعينة مكونة من 50 أسرة.

عدد الأفراد	3	4	5	6	7
عدد الأسر	12	10	18	6	4

1. احسب المدى.
2. احسب التباين.
3. احسب الانحراف المعياري.

تمرين 2 :

الجدول التالي يبين توزيع الأجر الساعي بالدينار الجزائري لعينة من العمال.

فئة الأجر	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100	100-110
عدد العمال	12	45	30	19	18	26

1. احسب المدى
2. احسب الانحراف المعياري.
3. بفرض أن توزيع آخر حيث $\bar{Y} = 71$ و $\sigma_Y = 23$ قارن تشتت التوزيعين.

تمرين 3:

في إطار تقديم المساعدات إلى العائلات المعوزة أخذت مصالح الإحصاء بالبلدية عينة من 100 عائلة من ذوي الدخل المحدود و أحصت عدد الأولاد في كل عائلة حسب الجدول التالي:

دروس في مقياس : الإحصاء الوصفي و الاستدلالي 1

عدد الأولاد X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
عدد العائلات n_i	2	4	6	8	10	12	15	18	12	8	5

المطلوب:

1. حساب المدى.
2. حساب المدى الربيعي.
3. حساب الانحراف المتوسط.
4. حساب الانحراف المعياري و التباين.

3.4 حلول التمارين

حل التمرين 1 :

1. حساب المدى:

$$\begin{aligned} E &= X_{max} - X_{min} \\ &= 7 - 3 \\ &= 4 \end{aligned}$$

2. حساب التباين:

$$Var(X) = \sigma_X^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n}$$

لتسهيل عملية الحساب نستعين بالجدول التالي:

عدد الأفراد X_i	عدد الأسر n_i	$n_i * x_i$	$x_i - \bar{X}$	$(x_i - \bar{X})^2$	$n_i * (x_i - \bar{X})^2$
3	12	36	-1.5	2.25	27
4	10	40	-0.5	0.25	2.5
5	18	90	0.5	0.25	4.5
6	6	36	1.5	2.25	13.5
7	4	28	2.5	6.25	25
المجموع	50	230	-	-	72.5

أولاً: حساب المتوسط الحسابي $\bar{X}$:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i * x_i}{\sum_{i=1}^k n_i} = \frac{230}{50} = 4.5$$

ثانيا: حساب التباين:

$$\sigma_X^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^k n_i} = \frac{72.5}{50} = 1.45$$

• حساب الانحراف المعياري:

$$\sigma_X = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^k n_i}} = \sqrt{Var(X)} = \sqrt{1.45} = 1.20$$

حل التمرين 2 :

1. حساب الانحراف المعياري:

لتسهيل عملية الحساب نستعين بالجدول التالي:

الفئات X	عدد العمال n_i	مركز الفئة c_i	$n_i * x_i$	$x_i - \bar{X}$	$(x_i - \bar{X})^2$	$n_i * (x_i - \bar{X})^2$
60-50	12	55	660	-24.27	588.87	7066.45
70-60	45	65	2925	-14.27	203.54	9159.2
80-70	30	75	2250	-4.27	18.20	546.13
90-80	19	85	1615	5.73	32.87	624.55
100-90	18	95	1710	15.73	247.54	4455.68
110-100	26	105	2730	25.73	662.20	17217.32
المجموع	150	-	11890	-	-	39069.332

أولاً: حساب المتوسط الحسابي $\bar{X}$:

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{\sum_{i=1}^k n_i * x_i}{\sum_{i=1}^k n_i} = \frac{\sum_{i=1}^n n_i * c_i}{\sum_{i=1}^k n_i} \\ &= \frac{11890}{150} = 79.27\end{aligned}$$

ثانياً: حساب التباين:

$$\sigma_X^2 = \frac{\sum_{i=1}^n n_i * (x_i - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^k n_i} = \frac{39069}{150} = 262.21$$

ومنه حساب الانحراف المعياري:

$$\sigma_X = \sqrt{\sigma_X^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n n_i * (x_i - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^k n_i}} = \sqrt{262.21} = 16.19$$

2. المقارنة بين تشتت التوزيعين بفرض أن توزيع آخر حيث $\bar{Y} = 71$ و $\sigma_Y = 23$

من خلال مقارنة الانحراف المعياري نقول أن توزيع X هو توزيع أقل تشتت (متجانس) مقارنة بتوزيع Y .

حل التمرين 3:

1. حساب المدى:

$$\begin{aligned}E &= X_{max} - X_{min} \\ &= 10 - 0 \\ &= 10\end{aligned}$$

2. حساب المدى الربيعي:

لتسهيل عملية الحساب نستعين بالجدول التالي:

$F_i^{\uparrow}$	$n_{i*} x_i - \bar{X} $	$n_i * (x_i - \bar{X})^2$	$(x_i - \bar{X})^2$	$x_i - \bar{X}$	$n_i * x_i$	n_i	X_i
2	11.48	65.8952	32.9476	-5.74	0	2	0
6	22.96	89.8704	22.4676	-4.74	4	4	1
12	22.44	83.9256	13.9876	-3.74	12	6	2
20	21.92	60.0608	7.5076	-2.74	24	8	3
30	17.4	30.276	3.0276	-1.74	40	10	4
42	8.88	6.5712	0.5476	-0.74	60	12	5
57	3.9	1.014	0.0676	0.26	90	15	6
75	22.68	28.5768	1.5876	1.26	126	18	7
87	27.12	61.2912	5.1076	2.26	96	12	8
95	26.08	85.0208	10.6276	3.26	72	8	9
100	21.3	90.738	18.1476	4.26	50	5	10
-	206.16	603.2472	-	-	574	100	المجموع

أولاً: حساب المتوسط الحسابي $\bar{X}$:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i * x_i}{\sum_{i=1}^k n_i}$$

$$= \frac{574}{100} = 5.74$$

• حساب المدى الربيعي:

$$E_Q = Q_3 - Q_1$$

إيجاد الربيعي الأول و الثالث:

رتبة الربيعي الأول و الثالث: $Q_3 = 75$, $n_{Q_1} = 25$

أي: $Q_3 = 7$, $Q_1 = 4$

المدى الربيعي:

$$\begin{aligned} E_Q &= 7 - 4 \\ &= 3 \end{aligned}$$

• حساب الانحراف المتوسط:

$$\begin{aligned} E_{\bar{X}} &= \frac{\sum_{i=1}^n n_i * |x_i - \bar{X}|}{\sum_{i=1}^k n_i} \\ &= \frac{206.16}{100} = 2.0616 \end{aligned}$$

• حساب الانحراف المعياري:

$$\sigma_X = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n n_i * (x_i - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^k n_i}} = \sqrt{\frac{603.2472}{100}} = 2.456$$

4.4 تمارين مقترحة

تمرين 1:

أوجد المدى، المدى الربيعي، الانحراف المتوسط، الانحراف المعياري، التباين للبيانات التالية:

25, 19, 2, 12, 91, 4, 8, 3, 11, 7, 5

تمرين 2 :

الجدول التالي يمثل توزيع 100 مستفيد من السكن لبلدية من بلديات بسكرة حسب العمر.

متغير العمر	25-35	45 -35	55 - 45	65 - 55	65-75	المجموع
عدد المستفيدين	16	18	24	30	412	100

1. أوجد المدى و المدى الربيعي.

2. أوجد الانحراف المتوسط ، الانحراف المعياري و التباين.

5. الفصل 5 :مقاييس الشكل

تمهيد:

إذا كانت مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت تسمح بتلخيص بيانات أي ظاهرة في صورة أرقام بسيطة تعطي فكرة عن خصائص توزيع هذه البيانات ودرجة تجانسها أو اختلافها فإن هذا الوصف الذي تعطيه يبقى تنقصه الدقة الكافية المطلوبة للتعرف على خواص التوزيع خاصة من حيث انتشار البيانات على المنحى البياني الممثل لها من حيث التوائه أو تفلطحه عن الوضع الطبيعي كذلك دعت الحاجة لاستخدام مقاييس أخرى لتحقيق هذا الغرض سميت هذه المقاييس بمقاييس الالتواء والتفلطح التي يتطلب بدوره معرفة كيفية حساب ما يعرف بالعزوم.

1.5 العزوم:

العزوم قد تكون حول نقطة الأصل أو حول المتوسط الحسابي أو حول أي نقطة معينة، فالعزم الأول حول نقطة الأصل مثلاً هو متوسط قيم الظاهرة والعزم حول المتوسط الحسابي هو متوسط انحرافات قيم التوزيع عن المتوسط الحسابي لها. أما رتبة العزم فتتحدد بدرجة القوة (الأس) التي ترفع إليها القيم أو انحرافاتهما عن المتوسط الحسابي. وتستخدم العزوم في إيجاد المعامل العزمي للالتواء وكذلك معامل التفلطح.

1. العزوم حول نقطة الصفر:

إذا كانت لدينا القيم $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ فإن:

العزم الأول:

$$m_1 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

العزم الثاني:

$$m_2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}$$

العزم الثالث:

$$m_3 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^3}{n}$$

⋮

العزم النوني:

$$m_n = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^n}{n}$$

مثال 1:

إذا كانت لدينا القيم 1، 2، 5، 8 أوجد العزم الأول والثاني والثالث حول نقطة الأصل (الصفر) ؟

الحل:

العزم الأول:

$$m_1 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{1 + 2 + 5 + 8}{4} = \frac{16}{4} = 4$$

العزم الثاني:

$$m_2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} = \frac{1^2 + 2^2 + 5^2 + 8^2}{4} = \frac{94}{4} = 23.5$$

العزم الثالث:

$$m_3 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^3}{n} = \frac{1^3 + 2^3 + 5^3 + 8^3}{4}$$

$$= \frac{1 + 8 + 125 + 512}{4} = \frac{646}{4} = 161.5$$

نلاحظ أن: العزم الأول = المتوسط الحسابي والتباين = العزم الثاني – مربع العزم الأول
ومنه فإن التباين في المثال السابق :

$$\sigma_X^2 = 16 - 23.5 = 7.5$$

• أما إذا كانت البيانات مبوبة في فئات فإن:

العزم الأول:

$$m_1 = \frac{\sum_{i=1}^k n_i * x_i}{\sum_{i=1}^k n_i}$$

العزم الثاني:

$$m_2 = \frac{\sum_{i=1}^k n_i * x_i^2}{\sum_{i=1}^k n_i}$$

العزم الثالث:

$$m_3 = \frac{\sum_{i=1}^k n_i * x_i^3}{\sum_{i=1}^k n_i}$$

⋮

العزم النوني:

$$m_n = \frac{\sum_{i=1}^k n_i * x_i^n}{\sum_{i=1}^k n_i}$$

حيث x_i : التكرار.

مجموع التكرارات: $\sum_{i=1}^k n_i$

x_i : القيم أو مراكز الفئات

مثال:

أوجد العزم الأول والثاني والثالث للبيانات المبوبة في جدول التوزيع التالي، ثم أوجد التباين

والانحراف المعياري؟

الفئة	3 - 1	5 - 3	7 - 5	9 - 7	11 - 9	المجموع
التكرار	1	2	3	4	6	16

الحل :

الفئة X	التكرار n_i	مركز الفئة x_i	$n_i * x_i$	$n_i x_i^2$	$n_i * x_i^3$
3 - 1	1	2	2	4	8
5 - 3	2	4	8	32	128
7 - 5	3	6	18	108	648
9 - 7	4	8	32	256	2048
11 - 9	5	10	60	600	6000
المجموع	16	-	120	1000	8832

العزم الأول:

$$m_1 = \frac{\sum_{i=1}^k n_i * x_i}{\sum_{i=1}^k n_i} = \frac{120}{16} = 7.5 = \bar{X}$$

العزم الثاني:

$$m_2 = \frac{\sum_{i=1}^k n_i * x_i^2}{\sum_{i=1}^k n_i} = \frac{1000}{16} = 62.5$$

العزم الثالث:

$$m_3 = \frac{\sum_{i=1}^k n_i * x_i^3}{\sum_{i=1}^k n_i} = \frac{8832}{16} = 552$$

التباين = العزم الثاني – مربع العزم الأول

$$\sigma_X^2 = 62.5 - 56.25 = 6.25$$

و منه الانحراف المعياري:

$$\sigma_X = \sqrt{\text{التباين}} = \sqrt{6.25} = 2.5$$

ونرمز للعزم حول المتوسط الحسابي بالرمز μ

2. العزم حول المتوسط الحسابي :

العزم الأول حول المتوسط الحسابي

$$\mu_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})}{n}$$

العزم الثاني حول المتوسط الحسابي :

$$\mu_2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n}$$

العزم الثالث حول المتوسط الحسابي :

$$\mu_3 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^3}{n}$$

⋮

العزم النوني حول المتوسط الحسابي :

$$\mu_n = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^n}{n}$$

مثال:

أوجد العزم الأول والثاني والثالث حول المتوسط الحسابي للقيم التالية 2، 4، 6؟

الحل:

أولاً: حساب المتوسط الحسابي:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{2 + 4 + 6}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

$(x_i - \bar{X})^3$	$(x_i - \bar{X})^2$	$(x_i - \bar{X})$	x_i
-8	4	-2	2
0	0	0	4
8	4	2	6
0	8	0	المجموع

و منه:

العزم الأول حول المتوسط الحسابي :

$$\mu_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})}{n} = \frac{0}{3} = 0$$

العزم الثاني حول المتوسط الحسابي :

$$\mu_2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n} = \frac{8}{3} = 2.66$$

العزم الثالث حول المتوسط الحسابي :

$$\mu_3 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^3}{n} = \frac{0}{3} = 0$$

2.5 أشكال التوزيع التكرارات:

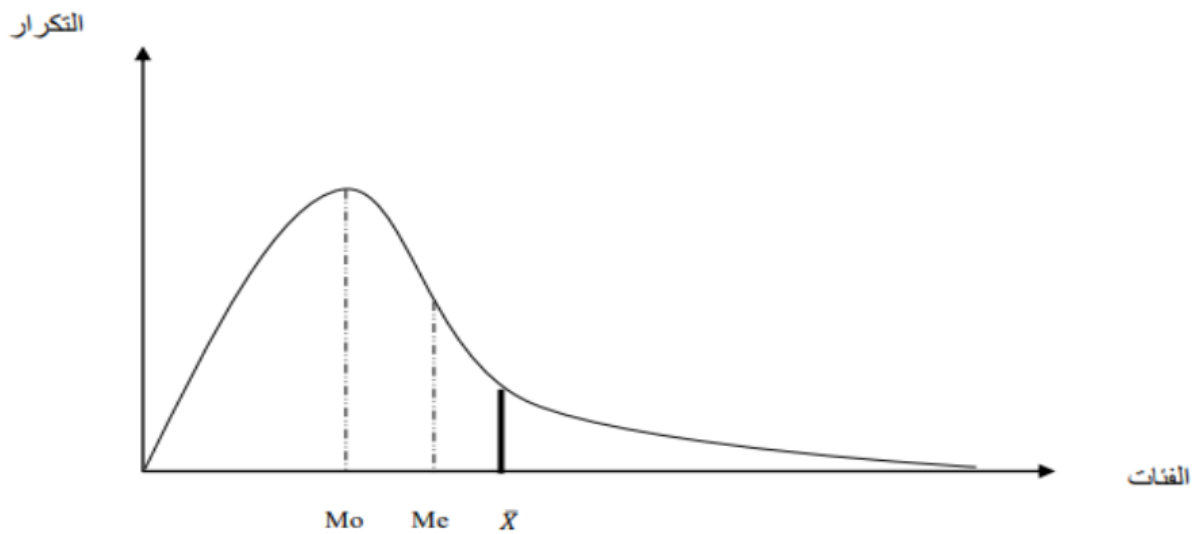
يعرف الالتواء على انه درجة عدم التماثل أو درجة التباعد أو تقارب المنحني من شكل التماثل الذي تتساوى عنده مقاييس النزعة المركزية (المتوسط الحسابي و المنوال و الوسيط)، و عليه تنقسم أشكال التوزيعات التكرارية إلى توزيعات ملتوية نحو اليمين، توزيعات ملتوية نحو اليسار، توزيعات متماثلة (2020-2021).

1.2.5 توزيع تكراري ملتوي نحو اليمين (موجب الالتواء):

هذا التوزيع يكون ممتد نحو اليمين (نحو $+\infty$)، و رياضيا يكون:

$$\bar{X} > Med > Mod$$

كما نلاحظ في الشكل التالي:

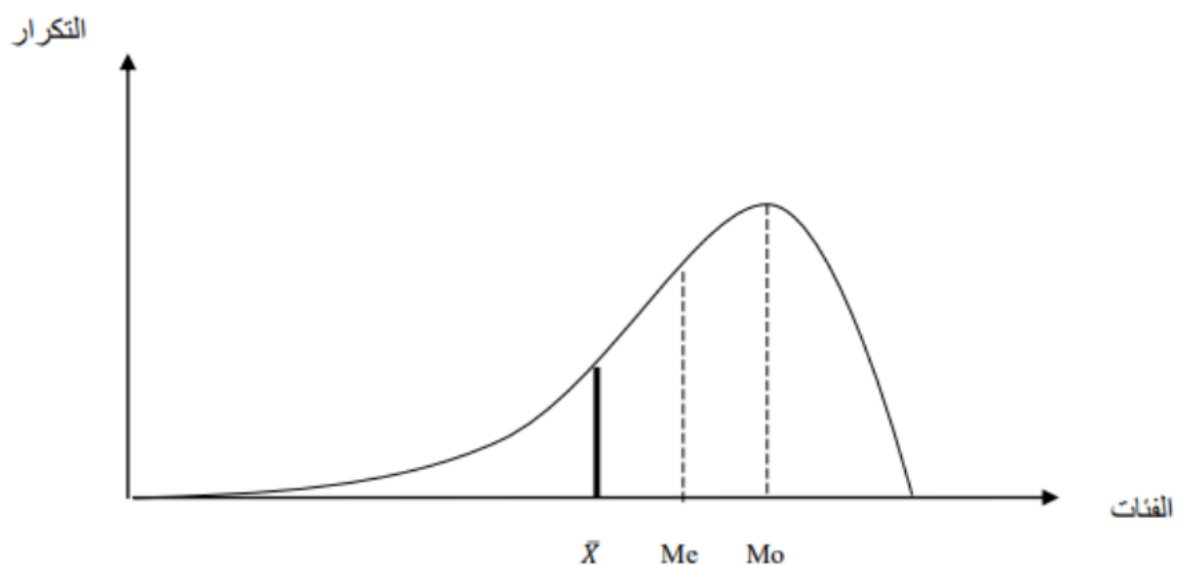


2.2.5 توزيع تكراري ملتوي نحو اليسار (سالب الالتواء):

هذا التوزيع يكون ممتد نحو اليسار (نحو المبدأ)، و رياضيا يكون:

$$\bar{X} < Med < Mod$$

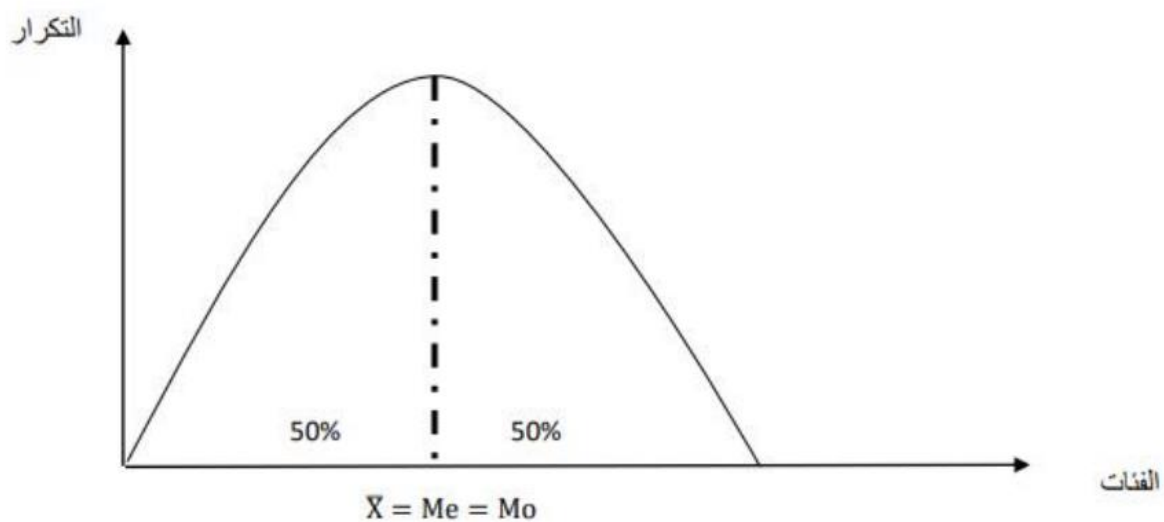
كما نلاحظ في الشكل التالي:



3.2.5 توزيع تكراري مماثل:

هو التوزيع الذي يكون متناظر و الوسط الحسابي يقسمه إلى نصفين متساويين، و رياضيا يتساوى فيه الوسط الحسابي، الوسيط و المنوال أي:

$$\bar{X} = Med = Mod$$



3.5 مقياس الالتواء

ويقاس الالتواء بأحد المعاملات التالية:

1.3.5 معاملات بيرسون للالتواء:

1. معامل بيرسون الأول P_1 : يعطى معامل بيرسون للالتواء بالعلاقة التالية:

$$P_1 = \frac{\bar{X} - Mod}{\delta}$$

و يتم تحديد شكل التوزيع كما يلي:

- إذا كان $P_1 = 0$ فان منحني التوزيع يكون متماثل (متناظر).
- إذا كان $P_1 > 0$ فان منحني التوزيع يكون مائل لليمين.
- إذا كان $P_1 < 0$ فان منحني التوزيع يكون مائل لليسار.

2. معامل بيرسون الثاني P_2 : يعطى معامل بيرسون لالتواء بالعلاقة التالية:

$$P_1 = \frac{3 * (\bar{X} - Med)}{\delta}$$

و يتم تحديد شكل التوزيع كما يلي:

- إذا كان $P_2 = 0$ فان منحني التوزيع يكون متماثل (متناظر).
- إذا كان $P_2 > 0$ فان منحني التوزيع يكون مائل لليمين (موجب الالتواء).
- إذا كان $P_2 < 0$ فان منحني التوزيع يكون مائل لليسار (سالب الالتواء).

3. معامل فيشر لالتواء بدلالة العزوم F_1 : يعطى هذا المعامل بالعلاقة التالية:

$$F_1 = \frac{\mu_3}{\sigma^3}$$

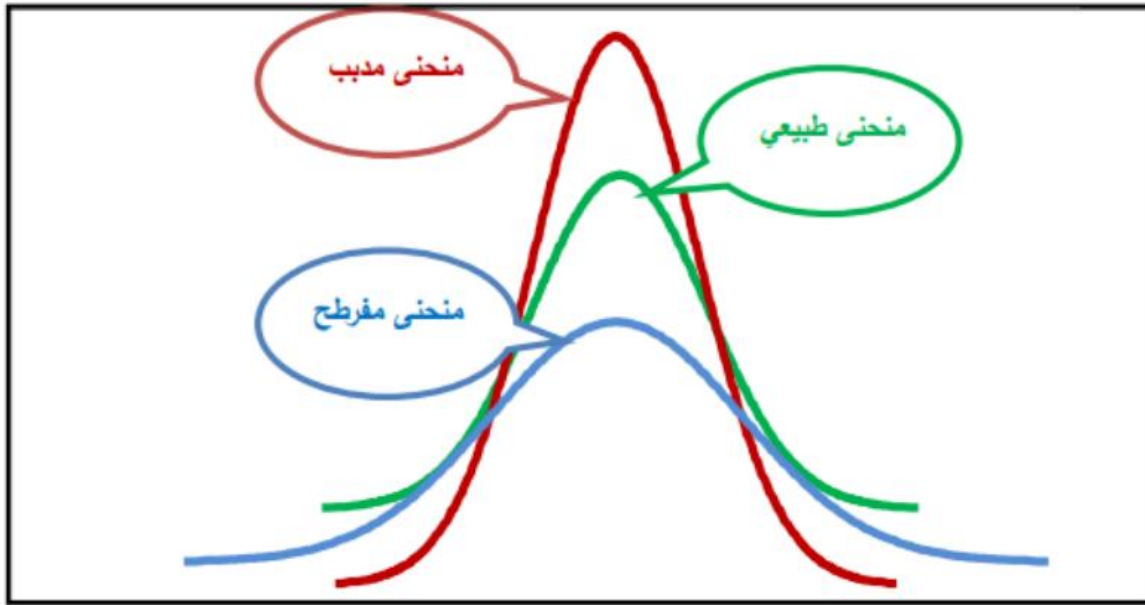
و يتم تحديد شكل التوزيع كما يلي:

- إذا كان $F_1 = 0$ فان منحني التوزيع يكون متماثل (متناظر).
- إذا كان $F_1 > 0$ فان منحني التوزيع يكون مائل لليمين.
- إذا كان $F_1 < 0$ فان منحني التوزيع يكون مائل لليسار.

حيث μ_3 العزم المركزي (حول المتوسط الحسابي) من الدرجة الثالثة و σ هو الانحراف المعياري .

4.5 مقياس التفرطح:

التفرطح: هو قياس درجة علو قمة التوزيع بالنسبة للتوزيع الطبيعي، أي يقصد به مدى اتساع أو ضعف قمة منحنى التوزيع، فكلما كان الشكل أكثر ارتفاعاً من الشكل الطبيعي نقول أن الشكل مدبب، أما إذا كان أقل ارتفاعاً من الشكل الطبيعي فنقول عنه أنه مفرطح، و التمثيل البياني التالي يبين ذلك:



1.4.5 معامل بيرسون للتفرطح β : يعطى هذا المعامل بالعلاقة التالية:

$$\beta = \frac{\mu_4}{\mu_2^2}$$

حيث μ_2 العزم المركزي (حول المتوسط الحسابي) من الدرجة الثانية و μ_4 هو العزم المركزي (حول المتوسط الحسابي) من الدرجة الرابعة و يتم تحديد شكل التوزيع كمايلي:

- إذا كان $\beta = 3$ فان منحنى التوزيع يكون طبيعي.
- إذا كان $\beta > 3$ فان منحنى التوزيع مدبب.
- إذا كان $\beta < 3$ فان منحنى التوزيع مفرطح (منبسط).

2.4.5 معامل فيشر للتفرطح F_2 : هو عبارة عن معامل بيرسون مطروحا منه القيمة 3 و يعطى معامل فيشر للتفرطح بالعلاقة التالية:

$$F_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} - 3 = \beta - 3$$

و يتم تحديد شكل التوزيع كما يلي:

- إذا كان $F_2 = 0$ فان منحنى التوزيع يكون طبيعي.
- إذا كان $F_2 > 0$ فان منحنى التوزيع مدبب.
- إذا كان $F_2 < 0$ فان منحنى التوزيع مفرطح (منبسط).

مثال 1:

الجدول التالي يمثل توزيع 100 عامل في احد المصانع الكبيرة حسب العمر.

فئات العمر	[25 – 20]	[30 – 25]	[35 – 30]	[40 – 35]	[45 – 40]	[50 – 45]	[55 – 50]	[60 – 55]	المجموع
عدد العمال	50	110	180	200	250	100	70	40	1000

المطلوب :

- حساب معامل بيرسون.
- حساب معامل يول.
- حساب معامل فيشر للاتواء.

الحل:

دروس في مقياس : الإحصاء الوصفي و الاستدلالي 1

فئات العمر	n_i	x_i	$n_i * x_i$	$x_i - \bar{X}$	$n_i (x_i - \bar{X})^2$	$n_i (x_i - \bar{x})^2$	$F_i^\uparrow$
]25 – 20]	50	32.5	1625	-6.85	2346.125	-16040.9563	50
]30 – 25]	110	27.5	3025	-11.85	15446.475	-183040.729	160
]35 – 30]	180	32.5	5850	-6.85	8446.05	-57858.4425	340
]40 – 35]	200	37.5	7500	-1.85	674.5	-1266.325	540
]45 – 40]	250	42.5	10625	3.15	2480.625	7813.96875	790
]50 – 45]	100	47.5	4750	8.15	6642.25	54134.3375	890
]55 – 50]	70	52.5	3675	13.15	12104.575	15175.169	960
]60 – 55]	40	57.5	2300	18.15	13176.9	239160.735	1000
المجموع	1000	-	39350	-	261327.5	202050.75	-

1. حساب معامل بيرسون

$$P_2 = \frac{3(\bar{X} - Med)}{\sigma}$$

أولاً: حساب المتوسط الحسابي:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i x_i}{\sum_{i=1}^k n_i} = \frac{39350}{1000} = 39.35$$

ثانياً: حساب الانحراف المعياري:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k n_i (x_i - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^k n_i}} = \sqrt{\frac{261327.5}{1000}} = 7.83$$

ثالثاً: حساب الوسيط :

- رتبته:

$$\frac{n}{2} = \frac{1000}{2} = 500$$

- فئته: $[40 - 35]$

- الوسيط هو:

$$Med = 35 + \frac{500 - 340}{200} * 5 = 39$$

و منه معامل بيرسون هو:

$$P_2 = \frac{3(39.3 - 39)}{7.83} = 0.11$$

النتيجة : $P_2 > 0$ التواء موجب (التواء جهة اليمين).

2. حساب معامل يول

أولا : حساب الربيعيات:

- الربع الأول: رتبته $\frac{n}{4} = 250$ فئته $[35 - 30]$

$$Q_1 = 30 + \frac{250 - 160}{180} * 5 = 32.5$$

- الربع الثاني: رتبته $\frac{n}{2} = 500$ فئته $[40 - 35]$

$$Q_2 = Med = 39$$

- الربع الثالث: رتبته $\frac{3n}{4} = 750$ فئته $[45 - 40]$

$$Q_3 = 40 + \frac{750 - 540}{250} * 5 = 44.2$$

ومنه معامل يول:

$$C_k \frac{Q_1 + Q_3 - 2Q_2}{Q_3 - Q_1} = \frac{44.2 + 32.5 - 2 * 39}{44.2 - 32.5} = -0.11$$

النتيجة: $C_k < 0$ التواء موجب (التواء جهة اليمين).

3. حساب معامل فيشر للتواء:

أولاً: حساب العزم حول المتوسط من الدرجة الثالثة.

$$\mu_3 = \frac{\sum n_i (x_i - \bar{X})^3}{\sum n_i} = \frac{202050.75}{1000} = 202.05$$

ومنه معامل فيشر:

$$F_1 = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{202.05}{480.26} = 0.42$$

النتيجة: $F_1 > 0$ التواء موجب (التواء جهة اليمين).

مثال 2:

حساب مقياس التفرطح لبيرسون و فيشر مستخدماً بيانات المثال 1.

الحل:

فئات العمر	n_i	x_i	$n_i * x_i$	$n_i (x_i - \bar{x})^4$
[25 – 20]	50	32.5	1625	110086.05
[30 – 25]	110	27.5	3025	2169032.64
[35 – 30]	180	32.5	5850	396309.781
[40 – 35]	200	37.5	7500	2342.70125
[45 – 40]	250	42.5	10625	24614.0016
[50 – 45]	100	47.5	4750	441194.851
[55 – 50]	70	52.5	3675	2093153.37
[60 – 55]	40	57.5	2300	4340767.34
المجموع	1000	-	39350	9577500.75

1. حساب معامل بيرسون للتفرطح:

أولاً: حساب العزم حول المتوسط من الدرجة الثالثة.

$$\mu_4 = \frac{\sum n_i (x_i - \bar{X})^4}{\sum n_i} = \frac{9577500.73}{1000} = 9577.5$$

ثانيا:

حساب معامل التفرطح لبيرسون.

$$\beta = \frac{\mu_4}{\sigma^4} = \frac{9577.5}{7.834} = 2.54$$

النتيجة: $\beta < 3$ التوزيع منبسط القمة او مفرطح.

2. حساب معامل فيشر للتفرطح:

$$F_2 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 = 2.54 - 3 = -0.46$$

النتيجة: $F_2 < 0$ التوزيع منبسط القمة او مفرطح.

5.5 سلسلة تمارين مقترحة عن الفصل 5

تمرين 1:

ادرس شكل التوزيع التالي من حيث الالتواء؟

الأجر i	20 – 10	30 – 20	40 - 30	50 - 40	60 – 50	70 - 60
عدد العمال n_i	18	30	25	17	12	8

تمرين 2:

ادرس شكل منحنى التوزيع التكراري الآتي باستخدام معاملات فيشر؟

الفئة	8 – 6	10 – 8	12 – 10	14 -12	16 - 14	18 - 16	20 - 18	المجموع
التكرار	3	1	26	33	14	8	6	100

تمرين 3 :

ادرس شكل التوزيع التكراري باستخدام معاملات بيرسون ؟

الفئة	8-10	10-12	12-14	14-16	16- فأكثر	المجموع
التكرار	12	16	20	25	17	90

6.5 حلول التمارين

حل التمرين 1 :

الأجر	عدد العمال n_i	مركز الفئة x_i	$n_i * x_i$	$x_i - \bar{X}$	$n_i (x_i - \bar{X})^2$	$n_i (x_i - \bar{X})^3$	$F_i^\uparrow$
20-10	18	15	270	-19.91	7135.35	-142064.82	18
30-20	30	25	750	-9.91	2946.24	-29197.24	48
40-30	25	35	875	0.09	0.2025	0.018	73
50-40	17	45	765	10.09	1730.74	17463.17	90
60-50	12	55	660	20.09	4843.29	97301.69	102
70-60	8	65	520	30.09	7243.26	217949.69	110
المجموع	110	-	3840	-	23899.08	161452.50	-

أولاً: حساب مقاييس النزعة المركزية

• حساب المتوسط الحسابي:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^6 n_i * x_i}{\sum_{i=1}^6 n_i} = \frac{3840}{110} = 34.91$$

• حساب التباين:

$$\sigma_X^2 = \frac{\sum_{i=1}^6 n_i (x_i - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^6 n_i} = \frac{23899.08}{110} = 217.27$$

ومنه الانحراف المعياري:

$$\sigma_X = \sqrt{\sigma_X^2} = 14.74$$

• حساب المنوال:

الفئة المنوالية هي الفئة الأكبر تكرار و منه : 20 - 30

$$\begin{aligned} Mod &= A + \left[\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right] \times L \\ &= 20 + \left[\frac{(30 - 18)}{(30 - 18) + (30 - 25)} \right] \times 10 \\ &= 27.06 \end{aligned}$$

• حساب العزم المركزي الثالث:

$$\mu_3 = \frac{\sum_{i=1}^6 n_i (x_i - \bar{X})^3}{\sum_{i=1}^6 n_i} = \frac{161452.50}{110} = 1467.75$$

• حساب الوسيط:

- حساب تكرار المتجمع الصاعد

- رتبة الوسيط هي:

$$\frac{n}{2} = \frac{110}{2} = 55$$

- تعيين فئة الوسيط: الرتبة 55 محصورة بين 48 > 55 ≥ 73 و منه

الفئة الوسيطة هي التي تقابل التكرار 73 هي 30 - 40

و منه

$$Med = a + \left[\frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}^{\uparrow}}{n_{Med}} \right] \times L$$

$$= 30 + \frac{55 - 48}{25} \times 10 = 32.8$$

❖ معامل بيرسون الأول : يعطى معامل بيرسون الأول للالتواء بالعلاقة التالية:

$$P_1 = \frac{\bar{X} - Mod}{\sigma_X} = \frac{34.9 - 27.05}{14.81} = 0.53$$

بما أن : $p_1 > 0$ ، فإن منحنى التوزيع ملتو من اليمين (موجب الالتواء).

❖ معامل بيرسون الثاني : يعطى معامل بيرسون الثاني للالتواء بالعلاقة التالية:

$$P_2 = \frac{3 * (\bar{X} - Med)}{\sigma_X} = \frac{3 * (34.9 - 32.8)}{14.81} = 0.425$$

بما أن : $p_1 > 0$ ، فإن منحنى التوزيع ملتو من اليمين (موجب الالتواء).

❖ معامل فيشر للالتواء : يعطى معامل فيشر للالتواء بالعلاقة التالية:

$$F_1 = \frac{\mu_3}{\sigma_X^3} = \frac{1474,271}{(14.81)^3} = 0.45$$

بما أن : $F_1 > 0$ ، فإن منحنى التوزيع ملتو من اليمين (موجب الالتواء).

حل التمرين 2:

حساب المتوسط الحسابي:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^7 n_i * x_i}{\sum_{i=1}^7 n_i} = \frac{1286}{100} = 12.86$$

$n_i (x_i - \bar{X})^4$	$n_i (x_i - \bar{X})^3$	$n_i (x_i - \bar{X})^2$	$n_i (x_i - \bar{X})$	$x_i - \bar{X}$	$n_i * x_i$	مركز الفئة x_i	n_i	الفئات
3537.62	-603.69	103.0188	-17.58	-5.86	21	7	3	8-6
2219.98	-575.1245	148.996	-38.36	-3.86	90	9	10	10-8
311.18	-167.30	89.9496	-48.36	-1.86	286	11	26	12-10
0.01267	0.09055	0.6468	4.62	0.14	429	13	33	14-12
293.61	137.20	64.1144	29.96	2.14	210	15	14	16-14
2350.12	567.66	137.1168	33.12	4.14	136	17	8	18-16
8527.56	1388.85	226.19	36.84	6.14	114	19	6	20-18
17240.11	747.69	770.04	-	-	1286	-	100	المجموع

$$\mu_2 = \frac{\sum_{i=1}^7 n_i (x_i - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^k n_i} = \frac{770.04}{100} = 7.7$$

$$\mu_3 = \frac{\sum_{i=1}^7 n_i (x_i - \bar{X})^3}{\sum_{i=1}^k n_i} = \frac{747.69}{100} = 7.48$$

$$\mu_4 = \frac{\sum_{i=1}^7 n_i (x_i - \bar{X})^4}{\sum_{i=1}^k n_i} = \frac{17240.11}{100} = 172.40$$

❖ معامل فيشر للالتواء :

$$F_1 = \frac{\mu_3}{\sigma_X^3} = \frac{7.48}{(2.77)^3} = 0.35$$

بما أن $F_1 > 0$ ، فإن منحنى التوزيع ملتو من اليمين (موجب الالتواء).

❖ معامل فيشر للتفرطح :

$$F_2 = \frac{\mu_4}{(\mu_2)^2} - 3 = \frac{172.4}{(7.7)^2} - 3 = -0.092$$

مما يعني أن منحنى التوزيع يميل للتفرطح.

حل التمرين 3:

الفئات	التكرار n_i	مركز الفئة x_i	$n_i * x_i$	$x_i - \bar{X}$	$n_i (x_i - \bar{X})^2$	$n_i (x_i - \bar{X})^3$	$n_i (x_i - \bar{X})^4$	$F_i^\uparrow$
10-8	12	9	108	-4.42	234.44	-1036.22	4580.09	12
12-10	16	11	176	-2.42	64.42	-226.76	548.75	28
14-12	20	13	260	-0.42	2.29	-1.4817	0.6223	48
16-14	25	15	375	1.58	37.45	98.61	155.80	73
16 فأكثر	17	17	289	3.58	217.88	780.01	2792.43	90
المجموع	90	-	1208	-	556.48	-385.84	8077.69	-

• حساب المتوسط الحسابي:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^5 n_i * x_i}{\sum_{i=1}^5 n_i} = \frac{1208}{90} = 13.42$$

• حساب التباين:

$$\sigma_X^2 = \frac{\sum_{i=1}^5 n_i (x_i - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^5 n_i} = \frac{556.48}{90} = 6.18$$

ومنه الانحراف المعياري:

$$\sigma_X = \sqrt{\sigma_X^2} = 2.49$$

• حساب المنوال:

الفئة المنوالية هي الفئة الأكبر تكرار و منه : 14 - 16

$$\begin{aligned} Mod &= A + \left[\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right] \times L \\ &= 14 + \left[\frac{(25 - 20)}{(25 - 20) + (25 - 17)} \right] \times 10 \\ &= 14.38 \end{aligned}$$

• حساب العزم المركزي الثالث:

$$\mu_3 = \frac{\sum_{i=1}^5 n_i (x_i - \bar{X})^3}{\sum_{i=1}^5 n_i} = \frac{-385.84}{90} = -4.2870$$

• حساب الوسيط:

- حساب تكرار المتجمع الصاعد
- رتبة الوسيط هي:

$$\frac{n}{2} = \frac{90}{2} = 45$$

- تعيين فئة الوسيط: الرتبة 55 محصورة بين $48 \geq 45 > 28$ و منه

الفئة الوسيطة هي التي تقابل التكرار 48 هي 12 - 14

و منه

$$Med = a + \left[\frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}^{\uparrow}}{n_{Med}} \right] \times L$$

$$= 12 + \frac{45 - 28}{20} \times 2 = 13.7$$

❖ معامل بيرسون الأول : يعطى معامل بيرسون الأول للالتواء بالعلاقة التالية:

$$P_1 = \frac{\bar{X} - Mod}{\sigma_X} = \frac{13.42 - 14.38}{2.49} = -0.386$$

بما أن : $p_1 < 0$ ، فإن منحنى التوزيع ملتو من اليسار (سالبة الالتواء).

❖ معامل بيرسون الثاني : يعطى معامل بيرسون الثاني للالتواء بالعلاقة التالية:

$$P_2 = \frac{3 * (\bar{X} - Med)}{\sigma_X} = \frac{3 * (13.42 - 13.7)}{2.49} = -0.337$$

بما أن : $p_1 < 0$ ، فإن منحنى التوزيع ملتو من اليسار (سالبة الالتواء).

❖ حساب معامل بيرسون للتفرطح : يعطى معامل بيرسون للتفرطح بالعلاقة التالية:

$$\beta = \frac{\mu_4}{\sigma_X^4}$$

$$= \frac{89.75}{(2.49)^4} = 2.35$$

بما أن : $\beta < 3$ ، فإن منحنى التوزيع يكون مفترطح.

قائمة المراجع:

باللغة العربية :

1. محمد راتول : الإحصاء الوصفي، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، الطبعة الثانية 2006.
2. سعدي شاكر حمودي : مبادئ علم الإحصاء و تطبيقاته، دار الثقافة للنشر و التوزيع، عمان، الأردن، الطبعة الأولى 2009.
3. شرف الدين خليل : الإحصاء الوصفي، شبكة الأبحاث و الدراسات الاقتصادية، القاهرة، الطبعة الأولى 2008.
4. سالم عيسى بدر، عماد غضاب عبابنة : مبادئ الإحصاء الوصفي و الاستدلالي، دار المسيرة للنشر و التوزيع، الأردن، الطبعة الأولى 2007.
5. مامن فيصل : الإحصاء الوصفي و الاستدلالي 1 ، مطبوعة جامعية موجهة لطلبة السنة الأولى ماستر تخصص تنظيم وعمل، جامعة خنشلة، 2020-2021.
6. احمد سعد جلال : مبادئ الإحصاء تطبيقات و تدريبات عملية على برنامج ،الدار الدولية للاستثمارات الثقافية، القاهرة، الطبعة الأولى 2008.
7. إبراهيم و عقيل : مبادئ في الإحصاء، دار أسامة للنشر و التوزيع، الأردن، عمان الطبعة الأولى 2012.
8. مصطفى زايد، علم الإحصاء، الطبعة الثانية، مطابع الهندسية، القاهرة، 2008.
9. ساعد بن فرحات عبد الحميد قطوش : محاضرات في الإحصاء 1 مدعمة بتمارين و امتحانات محاولة، مطبوعة موجهة لطلبة السنة الأولى علوم اقتصادية و علوم تجارية و علوم التسيير، جامعة فرحات عباس، سطيف، 2013-2014.

1. Keller,Gand Waracck, B (2001) : **Statistics for Management and Economics**, 6 th Edition Dux bury.
2. Wonnacott, Thomas and Wonnacott, Ronald (1990)
Introductory statistics for Business and Economics, John wiley and soon, New York, USA.
3. Amany Mousa: Cairo (2005) **Statistical Data Analysis**, Center for Advancement of postgraduate studies and Research, Faculty of Engineering, Cairo University.