

Méthode autoréférentielle pour automatisation des images Moiré en vue des applications en métrologie tridimensionnelle-2D-3D

MOHAMMEDI Ferhat, Bensaada Said, Bouziane M..Toufik

Groupe de recherche laser et Métrologie Laboratoire LARHYSS

Université de Biskra Algérie.

Résumé : *L'aspect qui prédomine et dicte la vision de ce travail est formé par les basses fréquences spatiales susceptibles d'apparaître dans la combinaison des répartitions lumineuses à caractère périodiques. On décrit une méthode qui permet la prédétermination précise de la localisation des franges en interférométrie moiré. Nous présentons, dans cet article, l'analyse de la formation des franges moiré résultant de la superposition de deux réseaux de périodes identiques non en contact. La méthode utilise la notion du chemin optique ; elle est valable lorsque l'objet est éclairé par une source incohérente (projecteur), ou cohérente (un laser). Divers cas d'application sont traités de façon complète, objets plans, cylindriques et sphériques et aussi des surfaces convexes et concaves.*

Les prédéterminations théoriques ont été confrontées par l'expérience.

Mots clefs : *Moiré, Réseaux, Cohérence, Interférométrie.*

Summary: *The aspect which prevails and dictates the vision of this work is formed by the space low frequencies to appear in the combination of the luminous distributions with character periodicals. The paper describes a method that allows the accurate prediction of the fringe localization in moiré interferometry. We present the analysis of the moiré fringes self of two gratings of identicals periods. The method uses the optical path concept; it is valid in the case of coherent and incoherent illumination. Several applications are emphasized: plane, cylindrical and spherical objects. Theoretical predictions are compared with experimental results.*

Key words: *moiré, gratings, partial coherence, interferometry.*

1. Introduction

Le problème de la localisation des franges de moiré, et en particulier la frange de référence a été étudié par peu d'auteurs. Parmi les différentes méthodes proposées, citons celle de Umasaki et Becker et Zandmann.) ; Se réfère à la numérotation qu'il donne aux traits des réseaux de référence ainsi qu'à ceux du réseau projeté sur l'objet (voir fig.-1). Dans la première approche, la seconde approche avec deux longueurs d'onde différentes et la troisième en regroupant les franges similaires. Nous avons essayé de développer une méthode qui utilise la notion du chemin optique et qui permet le calcul précis de la localisation des franges et particulièrement la frange de référence dans le cas de deux réseaux de traits rectilignes et équidistants (ou légèrement différents) sont éclairés par un champ lumineux cohérent (laser), ou incohérent une lampe- projecteur focalisés et filtrés. Nous nous sommes limités au cas du système de projection à axes non parallèles ; les principes mis à la base de la théorie montrent que les résultats sont valables dans le cas de l'interférométrie, en général, avec expositions multiples, comme dans le cas de l'holographie.

Nous décrivons ici le principe de l'évolution des franges moiré des différents montages proposés.

I- Expression générale de moiré : Analyse mathématique et interférométrique :

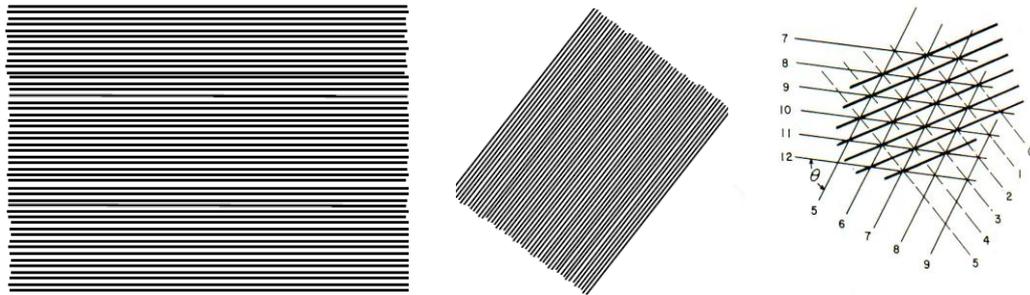


Fig.-1. le moiré c'est après la superposition des deux réseaux

L'analyse mathématique du profil de moiré est d'une extrême difficulté puisque un effet microscopique imperceptible a un effet macroscopique. Dans le cas où les réseaux sont constitués de lignes droites, de lignes radiales, de cercles concentriques, la théorie ne quitte guère le terrain familier de la géométrie élémentaire. Soient deux réseaux (F) et (G) formés de traits rectilignes et équidistants, que nous superposons dans un plan O x y uniformément éclairé le premier réseau de pas (P1) et le second de pas (P2) les lignes sont numérotés par :

$h = \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$ pour le premier

$s = \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$ Pour le second réseau

La première équation figure 1 le réseau à gauche est donnée par :

$$F(x, y) = y(h) \text{ avec } h = x/P1.$$

La seconde équation de la figure à droite incliné est :

$$G(x, y) = y(s) = s, \text{ avec } s = (x \cos \theta - y \sin \theta) / P2.$$

Si l'on superpose deux tels réseaux comme sur la figure 1 on voit apparaître des "bandes" foncées séparées par des bandes plus claires. On voit également que ces bandes sont d'autant plus larges que l'angle entre les deux réseaux est plus faible le moiré de la figure 1 sera obtenu par :

Équation fondamentale de moiré (1), de cette relation découle le moiré soustractif et additif. L'expression générale de l'intensité de l'image du moiré deux réseaux de périodes légèrement différents projeter dans l'espace dans le plan (O, x, y, z) sachant que o, y c'est l'axe optique, avec f, g sont les fonctions de transmissions des réseaux, on obtient après superposition l'intensité de l'image moiré dans le plan u.v.
 fig.-2

$$f(\alpha) = \sum_h a_h \exp \left\{ 2\pi i h \frac{\alpha}{P_1} \right\}$$

$$g(\beta) = \sum_s c_s \exp \left\{ 2\pi s i \frac{\beta}{P_2} \right\}$$

Avec les pas des réseaux

$$P_1(1 + \delta) = P_2$$

donc l'intensité s'écrira

$$I(x, y) = \Gamma(x, y) = \sum_{hs} \sum_{mn} a_m a_n c_h c_s \exp\{U\} \exp\{V\} \quad (1a)$$

On voit donc apparaître dans le plan observation des franges rectilignes et parallèles, le moiré correspond aux diagonales des quadrilatères comme le montre la Figure -1.

Cette relation (1') d'après [3] contient à la fois la structure à haute fréquences spatiales des réseaux générateurs et la structure à basse fréquence spatiale relative au moiré. Ce système d'équation provient de la théorie de la superposition de deux structures périodiques de pas h avec $P_1=P_2$ c'est à dire des réseaux identiques donnera la forme mathématique suivante : Remplaçons h par leur valeur dans les équations précédentes on obtient la formule générale du moiré qui peut s'écrire sous la forme de la théorie générale [11-13-15], la fonction de transmission suivante :

$$(x, y) \rightarrow \psi\left(\frac{-y}{h}\right) \psi\left(\frac{\lambda x - y}{h}\right) \quad (2).$$

Nous l'abordons du point de vue optique géométrique. Si on fait une coupe transversale on remarque comme le montre la figure 2 ci dessous, les franges sont réparties dans l'espace sous formes des plans S, S₀, S₁, S₂,..., et chaque point M dans le plan image (U, V) a son homologue dans le plan des franges P₀, P, ..., correspondant aux franges 0, 1, 2, Dans un montage à axes parallèles.

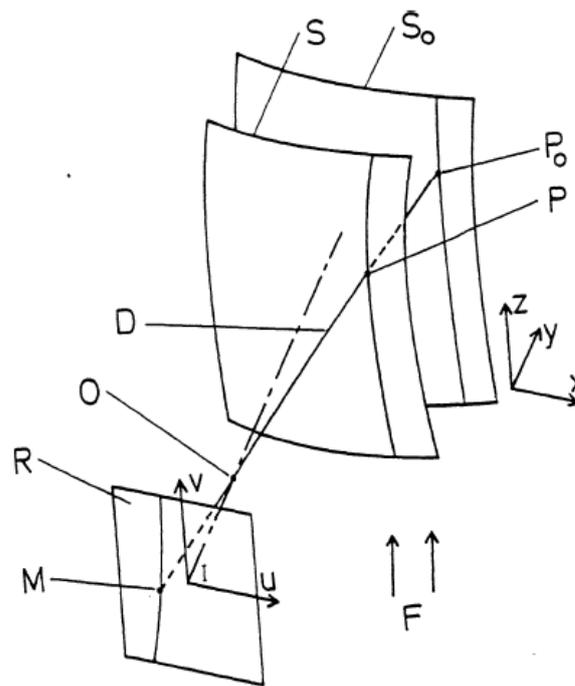


Fig.-2. Schéma théorique des surfaces moiré dans l'espace.

II- Analyse géométrique de moiré :

Les deux structures "interfèrent" pour produire le moiré, Nous constatons que les franges de moiré dépendent dans les deux cas de la géométrie du montage.

Cas du montage parallèle :

Nous observons d'après le montage à axes parallèles que les franges associées à une série de plans, la figure précédente présente la représentation théorique des franges moiré pour ce cas. Les surfaces associées sont donc des plans parallèles, voir le schéma théorique dans les figures 2, 3. Les franges correspondent comme pour le moiré d'ombre à des lignes de niveau de l'objet [8,9]. De façon similaire au moiré d'ombre lors de la double illumination. Il est possible d'utiliser un second système de projection à condition de le placer absolument symétriquement par rapport à l'optique d'observation.

De même, le principe du déplacement de la grille lors de l'exposition pour le moiré d'ombre, est applicable au moiré de projection en déplaçant ensemble les réseaux d'observation et de projection la condition simultanée de ces deux techniques supplémentaires permet d'obtenir des images de moiré d'excellente qualité [10].

Les axes de projection et d'observation parallèles limite l'angle entre le rayon de projection en un point de l'objet et le rayon d'observation de ce point, de cet angle dépend la sensibilité du système. C'est pour cette raison que l'on utilise généralement un autre montage.

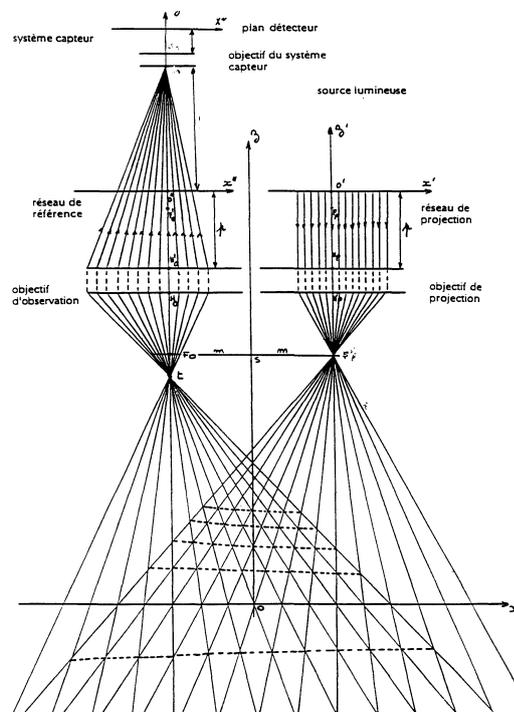


Fig.-3 cas du montage à axes parallèles.

Cas du montage non parallèle.

Nous avons vu qu'en utilisant le montage à axes de projection et d'observation parallèles avec des réseaux de traits parallèles et équidistants les surfaces associées sont des plans perpendiculaires aux axes de projection et d'observation. Nous allons maintenant étudier ce que deviennent ces surfaces lorsque les deux axes sont inclinés, en gardant les mêmes réseaux suivant la figure 4.

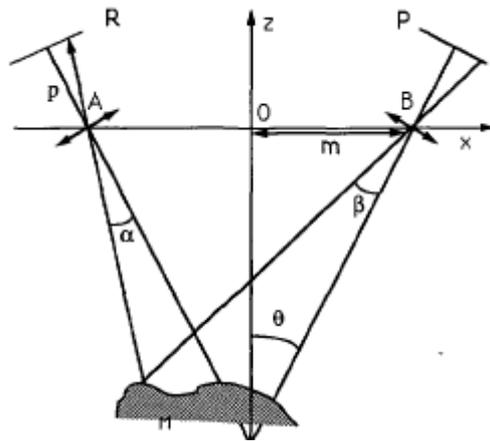


Fig. 4. Éléments du système de montage non parallèle [13].

Après changement de variable et développement des équations selon le montage précédent et selon la théorie de J. Harthong [13] on obtient le système d'équation (3) :

$$\begin{aligned} x - m &= p \sin \theta + t \cos \theta \\ Z &= p \cos \theta - t \sin \theta \\ y &= s \\ x + m &= -p \sin \theta + u \cos \theta \\ z &= p \cos \theta + u \sin \theta \\ y &= v \end{aligned}$$

(3)

Nous remarquons d'après la relation ci-dessus que les surfaces associées sont des surfaces elliptiques indépendantes de l'axes (C, y) passant toutes par les points C, A, B voir figure (5)

Nous notons par **A** et **B** les centres optiques des objectifs, et C l'intersection des deux axes optiques. L'origine 0 du système de coordonnées cartésiennes dans l'espace (x, y, z), est placé au milieu du segment AB, liant les centres optiques des objectifs. De même nous définissons des systèmes de coordonnées dans les plans des réseaux : (t, s) pour P, (u, v) pour R, s et v étant orientés parallèlement aux lignes des réseaux et perpendiculairement au plan (x, z) de la figure ci-dessous :

Les formules de transformations géométriques nous permettent de passer du système de coordonnées dans l'espace (x, y, z) aux systèmes de coordonnées des réseaux P et R par le système d'équation : d'après [13] on aura :

De l'équation (1) et (3) on peut déduire une équation :

$$P(x, y, z) = \frac{Y_s^2 + Z_s^2}{(X_s^2 + Y_s^2 + Z_s^2)^{3/2}} \pm \frac{Y_h^2 + Z_h^2}{(X_h^2 + Y_h^2 + Z_h^2)^{3/2}} = 0 \quad (4)$$

Représente l'équation de la répartition des franges selon un montage non parallèle.

Le moiré est appliqué ici pour déterminer la topographie de la surface étudiée

À partir de la répartition des franges de moiré, et par conséquent de restituer la forme de l'objet analysé. Dans ce cas la fonction de contour du moiré $f(u, v)$ telle que les franges de moiré soient des courbes d'équations $f(u, v) = h.n$ ou h est le pas des réseaux et n un entier est connue et nous recherchons la fonction $h(x, y)$. Pour le passage du plan objet au plan image, découlera de l'équation suivante :

$$\mathbf{P(x, y, z) = f(u, v.)} \quad (5)$$

Les équations de localisation des franges dues à un élément de surface ΔS sont donc

$$\frac{\partial \Delta L}{\partial x} = \frac{\partial \Delta L}{\partial z} = 0 \quad (6)$$

On suppose que le déplacement de ΔV de chaque point $P(x, y, z)$ de l'objet est petit par rapport à LP et LR

$$\Delta L = \nabla L \cdot \Delta V = \frac{(V-V_P)\Delta V}{\|V-V_P\|} \pm \frac{(V-V_R)\Delta V}{\|V-V_R\|} \quad (7)$$

Sachant que V_R c'est la distance de l'objet à la caméra CCD.

$$\text{Et } \|V - V_i\| = \left\{ (x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2 \right\}^{1/2}$$

Tenir compte de la relation générale de moiré : $f(u, v) = h.n$

Avec h pas des réseaux identique c'est à dire même pas, n un entier, si $n=0$, pour la frange zéro un disque en 2D et sphère en 3D ; faisons intervenir les paramètres du montage, et la notion du chemin optique. Ou L est la différence du chemin optique de LP et LR de la projection (source) à la référence (image) en passant par le point C position de l'objet. Comme le montre les illustrations de figures 4, 5, 6. La combinaison de ce système d'équations en les inconnus x, y, z sera en général une courbe de l'espace que nous appellerons espace de répartition des franges et leurs formes en trois dimensions. De ces relations découlent les équations des franges du moiré sous formes elliptiques.

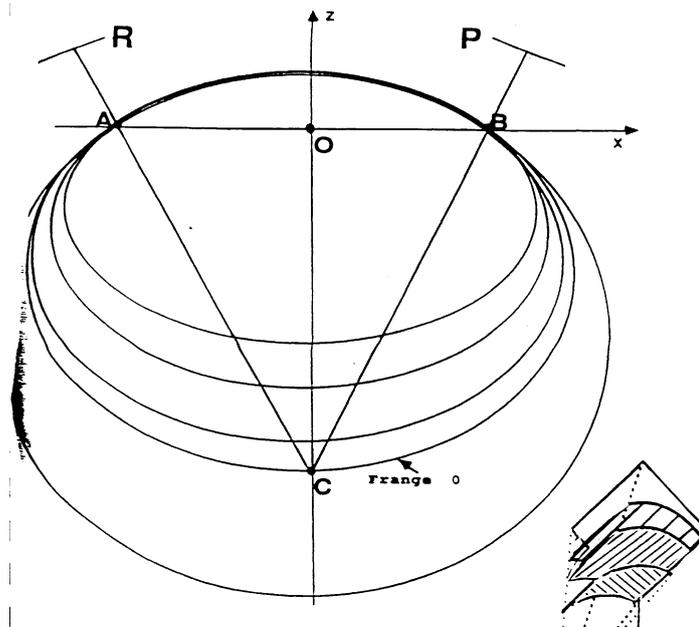


Fig.-5. Evolution des franges dans le cas du montage non parallèles à axes symétriques

A partir de ces études, nous étudierons notre approche, il s'agit d'une méthode autoréférentielle basée sur les considérations géométriques et physiques liées aux différents paramètres du montage, notre cas c'est le montage d'un système de moiré de projection à montage non parallèle avec des axes symétriques, ainsi la répartition des franges suivant une surface donnée. Le cas des objets simple paraît immédiat.

III- Condition pour une méthode autoréférentielle :

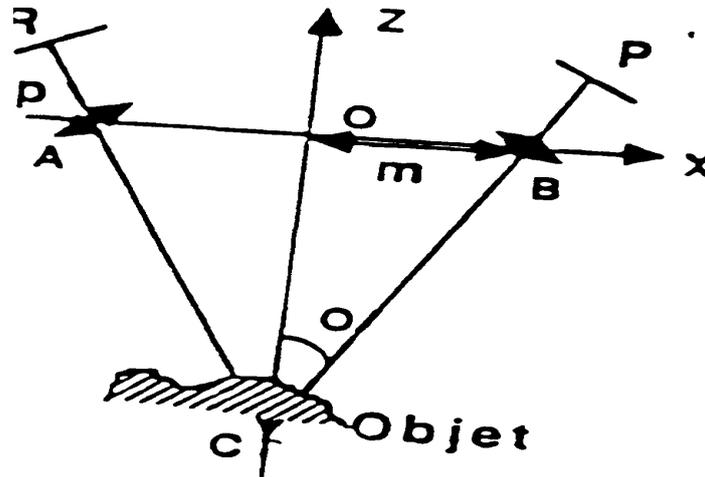


Fig.-6. Position de l'objet par rapport au système non parallèle.

Rares sont les études faites sur le problème de l'indexage de franges et l'incapacité de déterminer facilement l'ordre des franges ainsi que leur identification explique probablement cet état de fait. Afin de déterminer l'ordre des franges plusieurs approches ont été proposées [Umazaki, Becher et Zandmann, et autres...]. Choisissons un système d'axes O, x, y, z tel que le plan xz soit parallèle à la surface RS des franges provenant de la surfaces de l'objet.

Les deux postulats à la base de la théorie de la localisation des franges sont :

a) la caméra à travers le réseau de référence restitue une réplique fidèle du champ diffracté par l'objet. les points A, B, C du montage (figure.5). L'équation de la frange zéro (centrale) provienne du (4) et (5) En considérant une coupe méridienne au niveau des axes optiques l'objet (ici une sphère), devient un cercle d'équation:

$(z-c)^2+x^2 = R^2$. Sachant que les centres respectifs de la sphère et de la frange de référence se trouvent dans l'axe z , donc les coordonnées respectives de leur centres dans le repère (o, x, y, z) sont : $S_o (0, 0, c)$ pour l'objet et $F_o (0, 0, z_o)$ pour la frange zéro.

b) Les franges d'interférences sont uniquement dues aux rayons diffractés par des les réseaux et les surfaces des objets projetés. les surfaces de moiré représentent des ellipses (fig.-5) qui passent par les points A, B , exprimé dans le repère de référence

$(0, x, y, z)$ (fig. 7). En particulier pour $N = 0$ ($n = o$), la surface moiré correspondant à la frange zéro est un cylindre qui passe par les pont A, B, C .

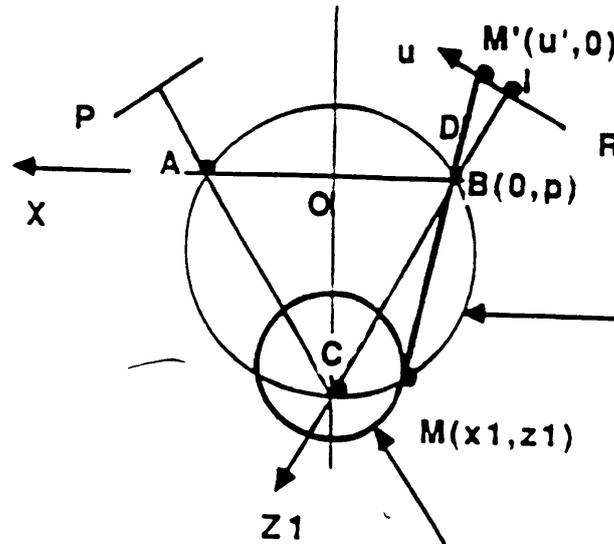


Fig.-7. Position d'une sphère avec la frange centrale.

- une première condition, est nécessaire pour l'intersection de ces deux surfaces, il faut que la distance qui sépare les deux centres soit inférieure à la somme de deux rayons:

$$d(S_o, F_o) < RF + RS$$

Avec RF : rayon de la frange zéro - RS, : rayon de la sphère

- Une deuxième condition : il faut qu'un des points de l'image ait son homologue sur le champ d'intersection de deux surfaces. Le point image et son homologue appartiennent donc à une droite qui passe par le centre optique (principe du lancer de rayon).

A partir de ces deux conditions nous pouvons positionner notre objet de telle façon sa surface coïncide avec la frange zéro.

$$(z - z_o)^2 + x^2 = R_o^2 \quad \text{équation de la frange}$$

$$(Z - c)^2 + x^2 = R'_o{}^2 \quad \text{équation de la sphère}$$

$$z = ax + b \quad \text{équation de la droite}$$

Il faut chercher z_o' (o, o, c), c'est à dire à partir du montage nous pouvons positionner notre objet de telle façon la frange zéro (référence) apparaisse sur l'objet.

Cette méthode autoréférentielle de montage permet de prévoir et d'expliquer les cas particuliers qu'on peut rencontrer dans les expériences pour certaines formes de surfaces gauches ; elle permet aussi de choisir la position de l'objet par rapport au montage ; afin d'amener les franges dans une direction choisie, compatible évidemment avec les équations de localisation. Les équations 3, 4, 5, 6, 7 permet le calcul de la courbe de la localisation à partir de la direction d'observation varie pour chaque point de l'objet. La figure 6 montre une courbe de localisation de la frange zéro (centrale) correspondant à une position particulière du montage. La source S a été placée dans le plan xz et symétrique par rapport à la caméra CCD. Cette disposition permet d'observer la formation des franges et en particulier la frange centrale comme tache, dans le cas des translations suivant le plan xz; et de même les translations latérales à l'ordre microscopique nous observons l'effet macroscopique sur l'évolution des franges de l'ordre 0,1 ; 2 ; 3 ; 4 ; etc. pour donner enfin l'objet et sa forme sphérique. Les figures 8b et 10a montrent que dans ce type de mouvements les franges sont toujours localisés. Les résultats précédents s'appliquent immédiatement à des objets cylindriques, et autres comme la figure 12 montre une tôle soumise à des contraintes de déformation.

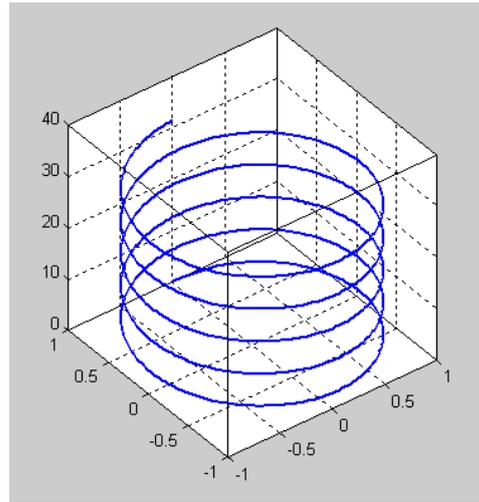


Fig.-8a, reconstruction théorique de la frange zéro (centrale) en 3D.

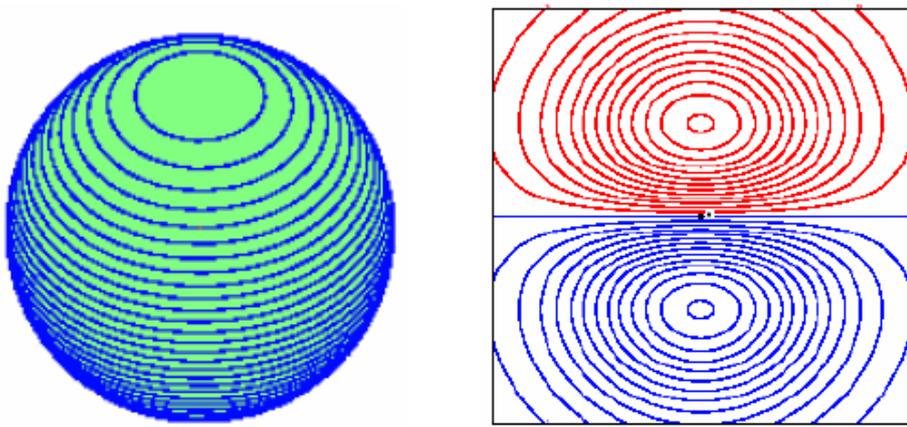


Fig. 8b des franges colorées de moiré d'une sphère (a) la sphère soumise à des contraintes (b).

IV- Approche informatique

Les procédures informatiques du traitement d'image-moiré :

Les différentes étapes nécessaires à partir de l'acquisition de l'image en passant par les procédures informatiques jusqu'au résultat final, c'est-à-dire la reconnaissance des formes, cela nécessite :

-système de configuration (matériel figure 9.)

-algorithmes de squelettisation (logiciel) en suivant les procédures ci-dessous :

❖ Binarisation l'algorithme :

Pour tout pixel à i dans *image*

$image_binaire[i] := 1$

$S_d[i] < valeur_seuil_ombre$

$Si (r_a[i] + g_b[i] + b_d[i]) < valeur_seuil$

$Image_binaire[i] := 0$

❖ Dilatation voila l'algorithme

$Pixel := 1$

Pour tout i dans image
 Pour tout j dans élément
 $Pixel := pixel \& (! \text{élément}[j] \& image[i + j])$
 $image2[i][i] := pixel$
 $Image := image2$

Erosion

$Pixel := 0$
 Pour tout i dans image
 Pour tout j dans élément
 $Pixel := pixel \& (\text{élément}[j] \& image[i + j])$
 $image2[i] := pixel$
 $Image := image2$

- ❖ Squelettisation – amincissement –pour la comparaison par la suite de l’image théorique à image optique réelle voir figure 10..
- ❖ **Difficultés :** La densité des franges ne doit pas dépasser la résolution de la caméra, parfois le nombre de pixel (384X256) ceci limite la pente de la surface à analyser.
 - Les effets opto- mécaniques liées aux sensibilités de l’image moiré aux postions de la caméra par rapport aux réseaux et aux objectifs du montage cela demande un support stable et un bon alignement de la source.
 - la mauvaise qualité de l’image, elle résulte de la qualité des réseaux ou des caractéristiques de la rugosité et du non uniformité en réflectivité du relief de la surface.



dans le plan du réseau d'observation et montée sur une table mobile sur les axes ox et oy permet de relever la position des franges et d'effectuer différents mouvements de translation et de rotation.

Pour chaque mouvement, les expériences ont révélé un parfait accord entre les résultats expérimentaux et les prédéterminations. Elles ont confirmé l'existence de dispositions géométriques particulières à fin de repérer de façon assez précise la frange de référence.

L'extension de la théorie aux cas d'objets non plans a été vérifiée à l'aide d'un objet cylindrique et d'autres surfaces présentées aux figures (7) et (8) sont en parfait accord avec l'expérience.

Tous les essais ont confirmés la grande précision des prédéterminations, connaissant les paramètres géométriques, il est possible à l'aide du dispositif informatique de reconstituer l'objet en 3D, à l'aide de la méthode proposée aussi de déterminer la localisation la frange de première espèce (ou frange de référence dite frange zéro).

VI-Résultats expérimentaux

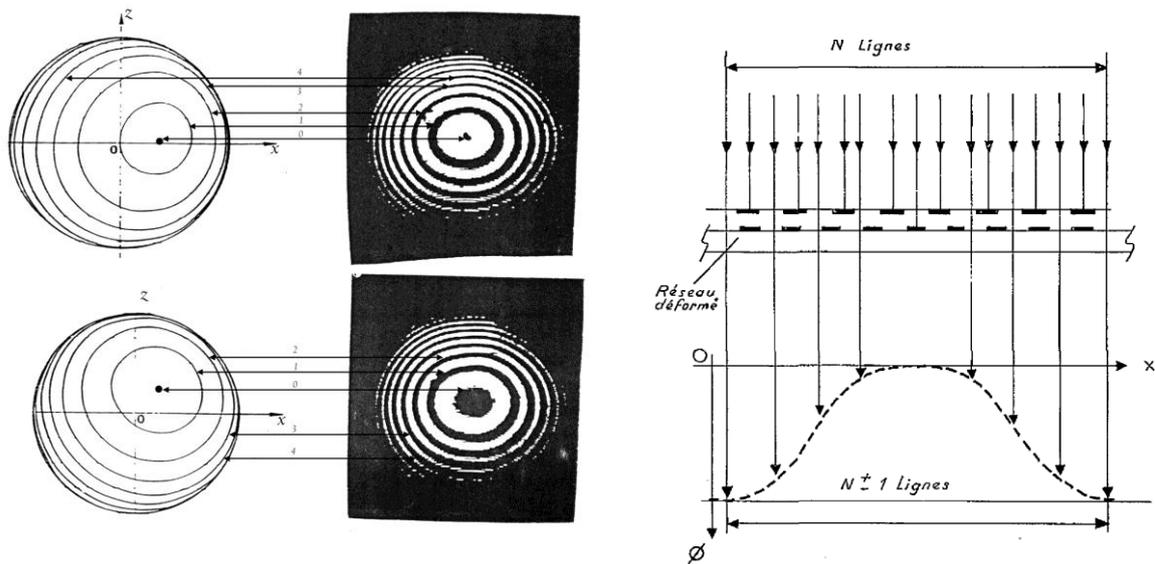


Fig.-10. Une sphère- Image théorique (gauche) – Image optique réelle (droite).

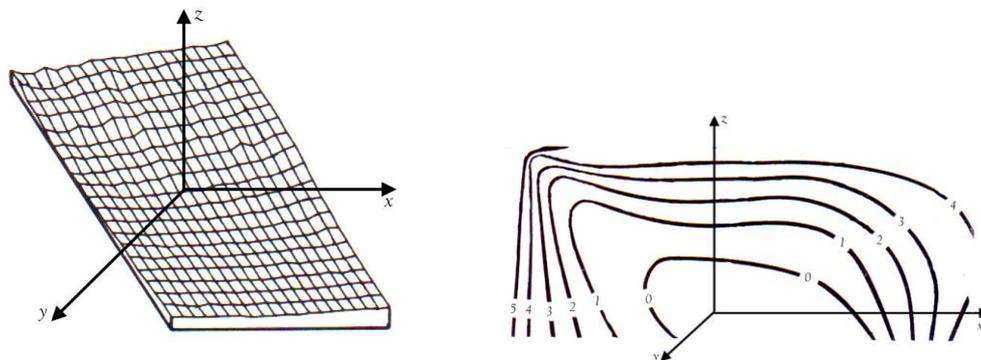


Fig.-11. Surface d'une tôle reconstituée numériquement soumise à une tension.

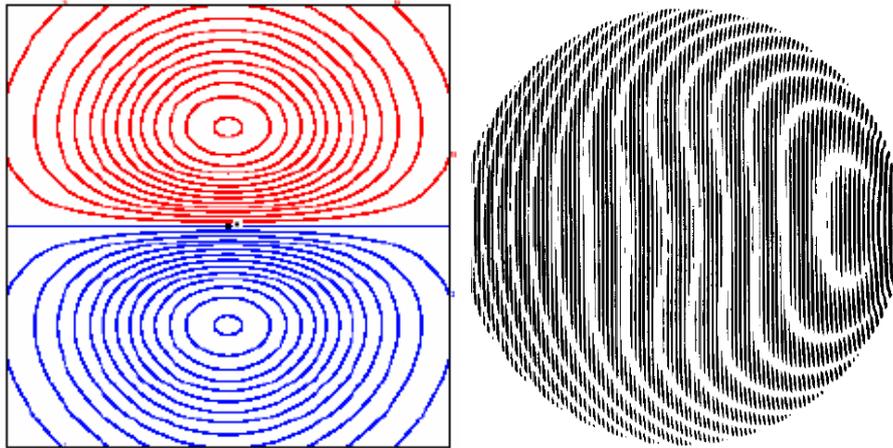
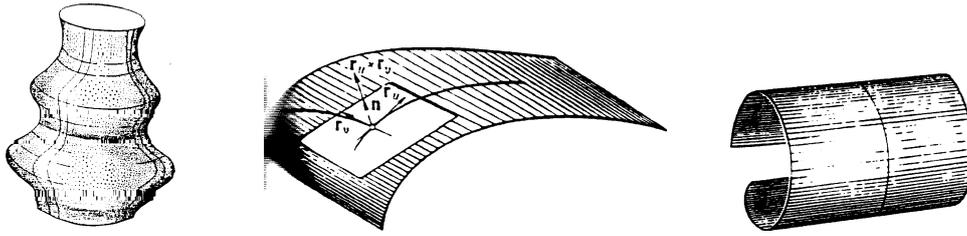


Fig.-13. Exemples des surfaces mathématiques traitées.

Références bibliographiques

- (1) J. EBBENI. Etude générale du phénomène de moirure thèse de doctorat. Université de Bruxelles 1969.
- (2) H.TAKASAKI , Moiré topography, applied optics 12, 1970
- (3) DECKERS (CHR). Structure de cohérence des champs lumineux. Classe Scie. Journal soc. Ame., 1975.
- (4) RAMESCH .K, V.R GANESAN « Digital image processing of photo elasticity fringes next approach .Tech, exp. 41-46 Sept 1991.
- (5) HICHAM SAHLI, these de DOCTORAT, ULP-Strasbourg 1991.
- (6) F.MOHAMMEDI, memoire DEA -ENSPS, ULP-Strasbourg oct.1990.
- (7) OLIVERO D. D SOARERS, OPTICAL METROLOGY, APPLIED Sciences n°131, Martinis Nijhof publishers 1987.
- (8) J.L BATOZ and GOURI DHATT, solides élastiques, HERMES 1991.
- (9) OHTA, A.KOSGUE measurement stress by moiré fringe INT. Journal fracture 1, 13; 199-77.
- (10) E. Mathieu, et P. Benoît, contrôle optique de la forme 3D, technique CEM, mars, 1973.
- (11) F. MOHAMMEDI, thèse de Doctorat, Etudes topographiques par projection des franges de moiré. ENSPS-ULP –STRASBOURG, 16, 10,1993.
- (12) J. HARTHONG, thèse de Doctorat d'état ès sciences, Strasbourg France, 1981.
- (13) HARTHONG J. Le moiré, adv. Appl. Maths 2 (1981) 24 – 75.
- (14) J. LEROY, localisation des franges en interférométrie holographique ; Nouvelle Revue d'Optique, 1975, t. 6, n° 6 ; pp. 329-337.
- (15) C. LOBRY & T. SARI, analyse non standard et représentation du réel deux exemples en automatique juillet 2007, Université haute Alsace Mulhouse.