

ETUDE DE LA TRANSFORMEE EN ONDELETTES DANS LA COMPRESSION D'IMAGES FIXES

Z-E. BAARIR, A. OUAFI

Laboratoire de recherche LESIA, Département d'Electronique
Université Mohamed Khider, Bp 145, Biskra, Algérie.
www.lesia.net, info@lesia.net

RÉSUMÉ

La Transformée en Ondelettes est devenue en quelques années un sujet de recherche très débattu. On ne compte plus aujourd'hui les applications qui utilisent cette technique. Il s'agit d'un algorithme permettant de calculer une représentation d'un signal en bandes de fréquences indépendantes. Cette représentation est particulièrement utile pour le traitement d'images.

Dans ce travail, on étudie les principales caractéristiques des ondelettes qui influent sur la compression d'image. On utilise la transformée en ondelettes discrètes (DWT) pour décomposer des images biomédicales fixes ; ensuite, on applique une quantification vectorielle et scalaire, puis un codage entropique. Cette étude nous a permis de déterminer les méthodes conduisant aux meilleurs résultats possibles

MOTS-CLES

Compression, Images Fixes Biomédicales, Transformée en Ondelettes, Quantification Vectorielle, Codage Entropie.

1 INTRODUCTION

La compression est un traitement sur une donnée qui a pour but de diminuer sa taille et donc de faciliter son stockage. Tous les types de données peuvent être compressés, les textes, les images, la vidéo, l'audio... La compression d'image fait l'objet de nombreuses études qui portent sur l'amélioration des algorithmes de compression ainsi que la mise au point de nouvelles techniques et formats de compression. Aujourd'hui, on distingue deux principaux types de compression qui semblent destinés à connaître un bel avenir et susceptibles de remplacer les formats actuels (en particulier la norme JPEG). Ces deux types de compression sont les Fractales et la compression par Ondelettes.

Le succès de ce dernier type de méthode s'explique par le fait que la décomposition en ondelettes de la plupart des signaux ne fait apparaître des coefficients significatifs qu'à un petit nombre de positions dans le plan temps-échelle, c'est-à-dire que l'énergie est localisée préférentiellement à certaines fréquences et certaines positions. Cette caractéristique est utile pour la compression d'image car un petit nombre de coefficients suffisent à en reconstruire l'essentiel.

La transformation par ondelettes ne compresse absolument rien. La compression vient plus tard, en utilisant d'autres procédés de quantification et de codage entropique.

2 TRANSFORMATION EN ONDELETTES DISCRETES (DWT)

La transformée en ondelettes discrètes est une représentation multi-résolutions/multi-fréquences, [8]. C'est un outil qui découpe les données, les fonctions ou les opérateurs en composantes fréquentielles suivant une résolution adaptée à l'échelle. Ce principe est illustré en figure 1.

2.1 Choix d'ondelettes

Il n'y a pas une ondelette qui soit meilleure qu'une autre. Tout dépend de l'application utilisée. Dans certains cas, l'ondelette la plus simple (Haar) sera optimale. Pour d'autres applications, ce sera le pire des choix possibles. En pratique, il semblerait que l'élément le plus important soit le nombre de moments nuls (2.2). Pour la plupart des applications, il est désirable d'avoir le plus de coefficients d'ondelettes nuls et donc plus de moments nuls implique une meilleure transformation. Cependant, les ondelettes ayant un plus grand nombre de moments ont aussi un support plus grand ce qui signifie que si la fonction ou le signal a des discontinuités brusques, elle sera plus sujette aux phénomènes de Gibbs.

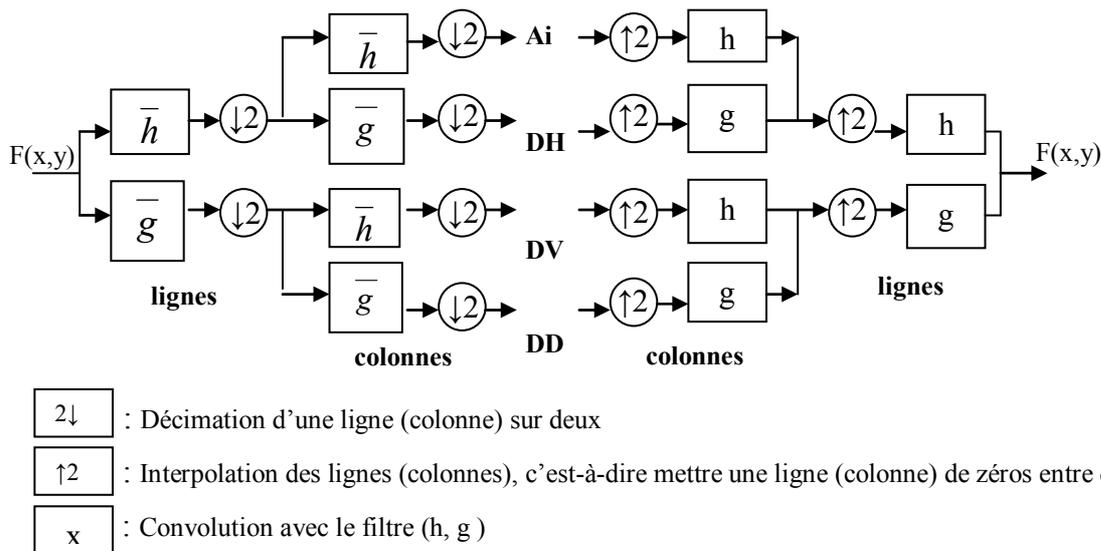


Figure 1 : Analyse multi-résolutions en deux dimensions

2.2 Nombre de moments nuls et relation avec la régularité de l'ondelette

On dit qu'une ondelette a N moments nuls si pour :

$$i = 0, \dots, N - 1 : \int x^i \psi_{j,i}(x) dx = 0 ;$$

En particulier, toute ondelette se doit d'avoir au moins un moment nul. Brièvement, on peut expliquer l'utilité pratique d'avoir un bon nombre de moments nuls, en supposant qu'on prend la transformée par ondelettes d'une fonction f avec des ondelettes ayant un support compact et N moments nuls, localement, et que f a l'expansion de Taylor suivante :

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \dots$$

$$+ f^{N-1}(a)(x-a)^{N-1} / (N-1)! + \text{erreur}(x)$$

Nous avons alors :

$$\int f(x) \psi_{j,i}(x) dx = \int \text{erreur}(x) \psi_{j,i}(x) dx$$

où l'intégrale n'est prise que dans le voisinage de f sujet à l'expansion de Taylor. On suppose ici implicitement que le support de l'ondelette est compris dans ce voisinage, mais pour une fonction partout régulière, on peut faire l'expansion de Taylor pour n'importe quel a et on peut donc centrer l'expansion dans le support de l'ondelette. Comme on peut le voir, un grand nombre de moments nuls nous permet d'affirmer que pour une fonction très régulière, les coefficients d'ondelettes seront petits. Ce détail est important pour les applications. Comme la fonction d'erreur prend localement la forme :

$$f^{(N)}(\xi)(x-a)^N / N! \text{ (théorème de Taylor),}$$

On voit que plus les ondelettes auront un petit support, plus les coefficients d'ondelettes seront petits. En prenant donc le ratio des coefficients d'ondelettes correspondant à des échelles différentes, on peut donc espérer mesurer la régularité de f .

En résumé, pour une fonction f très régulière, les coefficients d'ondelettes seront petits, et cela est d'autant plus vrai pour les ondelettes très localisées (échelles fines).

3 QUANTIFICATION

La performance du codage par la transformée en ondelettes dépend du type du quantificateur employé, [8]. La décomposition d'une image en un ensemble de résolutions, produit des sous-images où leurs caractéristiques statiques sont plus faciles à utiliser que celles de l'image originale, [9]. La quantification réduit le nombre de bits nécessaires pour le stockage des coefficients après la transformation, par une dégradation de la précision de ces derniers. La quantification peut être appliquée sur des coefficients individuels (quantification scalaire QS) ou sur un ensemble de coefficients (quantification vectorielle QV).

3.1 Quantification scalaire

La quantification scalaire est l'approximation de chaque valeur du signal aléatoire $x(t)$, par une valeur qui appartient à un ensemble fini de codes $\{y_1, y_2, \dots, y_l\}$. A toute amplitude x comprise dans l'intervalle $[x_{i-1}, x_i]$, on fait correspondre une valeur quantifiée y_i située dans cet intervalle.

3.2 Quantification vectorielle

La quantification vectorielle comporte les mêmes opérations que la QS sauf que la partition s'effectue dans \mathbb{R}^k .

R : Ensemble des nombres réels.

k : Dimension des vecteurs utilisés.

Elle concerne la représentation d'un vecteur x , dont les k composantes sont à valeurs réelles continues $x \in \mathbb{R}^k$ par un vecteur appartenant à un ensemble fini $Y = \{y_i \in \mathbb{R}^k, i=1,2,\dots,N\}$ appelé dictionnaire. N est la taille du dictionnaire.

La QV se décompose en deux parties, une partie de codage et une partie de décodage.

Le rôle du codeur consiste, pour tout vecteur x du signal d'entrée (bloc d'image), à rechercher dans le dictionnaire Y le code vecteur y le plus proche. C'est uniquement l'adresse du code vecteur y ainsi sélectionnée qui sera transmise.

Le décodeur dispose d'une réplique du dictionnaire et consulte celui-ci pour fournir le code-vecteur d'indice correspondant à l'adresse reçue.

De nombreux algorithmes de génération du dictionnaire ont été proposés ; parmi ces algorithmes, on trouve : LBG,[3] ; K-MEANS,[3] ; KOHONEN,[7] et l'algorithme d'apprentissage à compétition, [6].

4 CODAGE ENTROPIQUE

Pour mesurer la quantité d'informations codées dans un message, la théorie d'information utilise le terme «entropie». Plus l'entropie d'un message est grande, plus il contient d'informations,[4]. L'entropie d'un symbole dans un message est définie comme, [4,5] :

Avec :

nb : Nombre de bits affectés au symbole.

P : Probabilité d'apparition du symbole dans le message.

L'entropie d'un message est simplement la somme des entropies de tous les symboles du message. Si la probabilité des symboles d'un message était connue, il devrait exister une manière de coder les symboles, de façon à ce que le message prenne moins de place. Parmi ces méthodes, on cite : Shannan-Fano, Huffman, Huffman-Adaptatif, et Codage Arithmétique, [4,5].

5 STRUCTURE DU PROGRAMME

Dans notre étude de compression d'images, on a utilisé la DWT pour décomposer l'image en sous-bandes, à travers une architecture pyramidale. Les coefficients représentant la bande lissée subit une quantification scalaire (QS) pour minimiser les distorsions. Ceux représentant les sous-bandes détails sont codés par quantification vectorielle. Après la quantification, les coefficients seront codés par un codage entropique, avant l'opération de transmission ou d'archivage. La structure générale de compression (analyse et synthèse) sur laquelle repose ce travail est illustrée en figure 2.

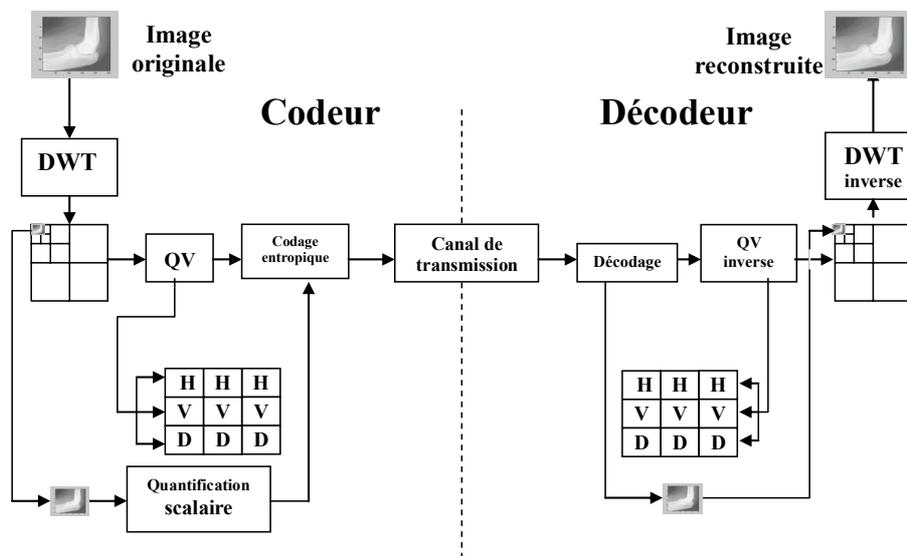


Figure 2 : Structure générale d'une compression d'image par Ondelettes

6 RESULTATS

La technique proposée précédemment est appliquée sur des images médicales de différents types. On a pris des images de taille (256*256) pixels à 256 niveaux de gris (8

bits/pixel), comme images de test.

Avant d'appliquer cette technique, il faut que les dictionnaires soient élaborés précédemment. Cette étape est dite phase d'apprentissage. Nous avons utilisé six images de chaque type comme une séquence d'apprentissage afin

d'obtenir des dictionnaires propres à chaque type. Les images de la séquence d'apprentissage subit premièrement une décomposition en ondelettes à trois niveaux. On obtient donc neuf sous-images "détails", et une image approximée pour chacune. Une fois la décomposition terminée, on assemble les détails (DH, DV, DD) correspondant à chaque niveau de décomposition de toutes les six images de chaque type pour construire les dictionnaires propres à chacune des sous-images détails. La taille des vecteurs est choisie égale à 16 pour les vecteurs de la première résolution, à 4 pour la deuxième et à 2 pour la troisième. La taille de tous les dictionnaires est choisie égale à 128.

Nous présenterons les résultats obtenus pour les différentes images de test utilisées en termes de rapport signal sur bruit crête (PSNR en db) et taux de compression RC (%). Ces paramètres sont exprimés par les relations suivantes :

$$PSNR(db) = 10 \log_{10} \left[\frac{(Pic)^2}{EQM} \right]$$

Avec :

Pic : valeur maximale (niveau de gris) de l'image originale, égale à 255 pour des images en 8 bits/pixel.

EQM : erreur quadratique moyenne.

$$EQM = \frac{1}{n \times m} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (x_i - y_j)^2$$

n, m : Longueur et largeur de l'image.

x_i, y_j : Valeur (niveau de gris) de l'image originale et l'image reconstruite.

$$RC(\%) = 100 \times \left(1 - \frac{\text{taille de l'image après le codage entropique}}{\text{taille de l'image originale}} \right)$$

Les images illustrées en figures (3.1 – 3.10) représentent les résultats obtenus pour une image radiologique de test compressée par différents types d'ondelettes, [10].

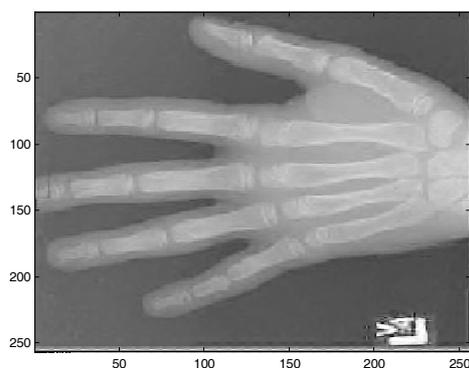


Figure 3.1 : Image radiologique reconstruite par l'ondelette Daubechies.4

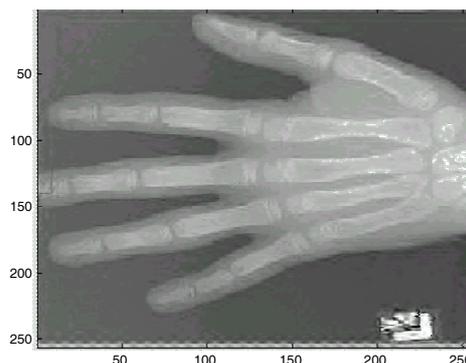


Figure 3.2 : Image radiologique reconstruite par l'ondelette Daubechies.14

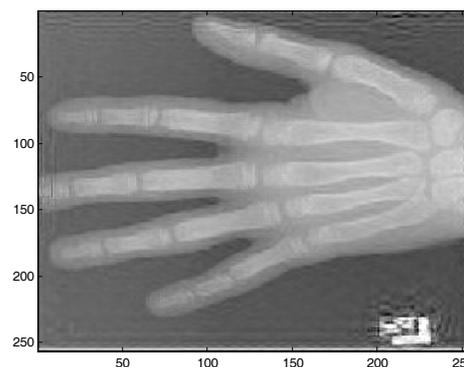


Figure 3.3 : Image radiologique reconstruite par l'ondelette Daubechies.20



Figure 3.4 : Image radiologique reconstruite par l'ondelette biorthogonale.1.3



Figure 3.5 : Image radiologique reconstruite par l'ondelette biorthogonale.2.2

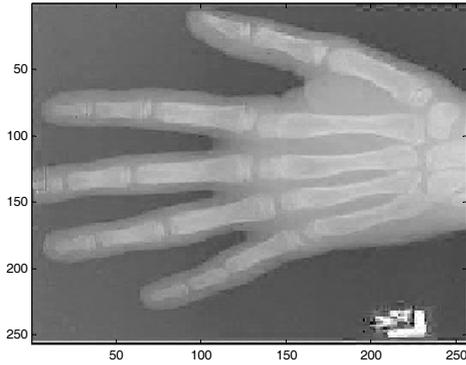


Figure 3.6 : Image radiologique reconstruite par l'ondelette biorthogonale.3.3

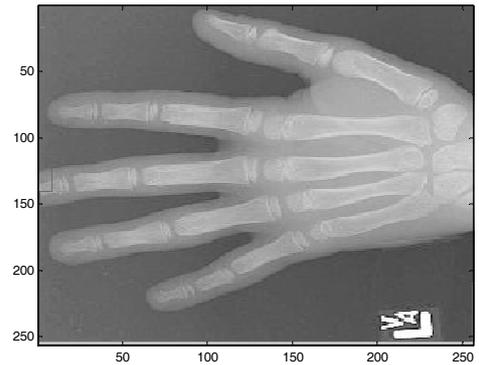


Figure 3.10 : Image radiologique originale

Figure 3 : Image radiologique de test reconstruite pour différentes ondelettes en utilisant la quantification vectorielle par l'algorithme LBG et codage arithmétique.

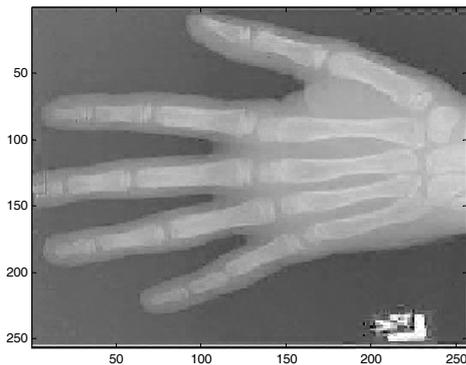


Figure 3.7 : Image radiologique reconstruite par l'ondelette de Haar



Figure 3.8 : Image radiologique reconstruite par l'ondelette de Meyer



Figure 3.9 : Image radiologique reconstruite par l'ondelette de Littelwood-paley

7 DISCUSSIONS

On a obtenu un taux de compression RC de l'ordre de 93%, pour les différents types d'ondelettes, ainsi que pour les différents types de quantification vectorielle dans le cas où le codage arithmétique est utilisé. Pour les autres types de codage entropique (Huffman, Shannan-Fano), le taux de compression varie entre 73% et 95%, selon la nature de l'image, le type d'ondelettes, et l'algorithme de QV utilisés.

Le rapport de dégradation PSNR obtenu pour les trois types de QV «k-Means, LBG, et apprentissage à compétition» est pratiquement constant (pour une image et un type d'ondelettes donnés) et ne dépasse pas une tolérance de 0.5 db. Par contre, pour la méthode de KOHONEN, les résultats sont mauvais par rapport aux trois autres méthodes, la différence entre les valeurs du PSNR peut atteindre les 4 db. D'un autre côté, l'algorithme de KOHONEN est le plus complexe parce qu'il nécessite l'initialisation de plusieurs paramètres. Pour les algorithmes de «K-Means» et «A-Compétition», le problème du choix du dictionnaire initial est posé. Ce problème est résolu pour l'algorithme «LBG» par l'utilisation de la méthode de «splitting». Cependant, le temps écoulé pour l'élaboration des dictionnaires pour les quatre algorithmes est dans l'ensemble similaire (comparable).

Le PSNR ne varie pas d'une manière remarquable pour les neuf types d'ondelettes utilisées (Ondelettes de Haar, Daubechies4, Daubechies14, Daubechies20, Meyer, Biorthogonale1.3 iorthogonale2.2, Biorthogonale3.3 et Littelwood-Paley). Cette variation ne dépasse pas 2db, et dépend des images de même nature, ainsi qu'aux différents types d'ondelettes.

La valeur du PSNR ne dépend pas de l'ordre de l'ondelette pour la famille de Daubechies ; ces ondelettes donnent des résultats très proches. Pour la famille des ondelettes Biorthogonales, l'ondelette d'ordre deux donne généralement des résultats meilleurs que l'ondelette d'ordre trois, qui donne des résultats meilleurs que celle d'ordre un.

Malgré la bonne reconstitution de l'image, on remarque une légère dégradation au niveau des contours ; ceci est dû au fait que les contours ne sont pas bien représentés dans les dictionnaires (choix de la taille des vecteurs et insuffisance de la longueur des dictionnaires). Une autre remarque sur la qualité visuelle des images, concerne la présence des «Artefacts» minimales à la frontière des zones homogènes essentiellement. Ces «Artefacts» dépendent de la régularité de l'ondelette de décomposition et du nombre des coefficients des filtres. Pour plus de détails, ces «Artefacts» sont minimales pour les ondelettes les plus régulières, comme l'ondelette Daubechies.4 et les ondelettes Biorthogonales, et importants pour les ondelettes moins régulières, comme les ondelettes de Littelwood-Paley et l'ondelette Daubechies20.

8 CONCLUSION

En général, on peut dire que l'approche proposée permet d'atteindre de très bons résultats des points de vue qualité des images reconstruites d'une part et le taux de compression d'autre part. En effet, elle permet de réduire énormément la quantité de données contenues dans les images biomédicales tout en conservant leurs propriétés originales. Ces résultats dépendent du type de l'ondelette, de l'algorithme de QV et du type de codage entropique utilisés.

Le codage arithmétique est plus efficace par rapport au codage à longueurs entières de bits. Les résultats de la QV dépendent du choix des longueurs des dictionnaires et des tailles des vecteurs.

Le choix de l'ondelette de compression porte essentiellement sur la conservation de l'information, la régularité et le nombre de coefficients des filtres. Le premier paramètre est essentiel dans toutes les méthodes de compression tandis que les deux autres sont liés à l'utilisation de la QV et permettent de minimiser les

distorsions. Les ondelettes les plus régulières qui ont un nombre réduit de coefficients donnent les meilleurs résultats.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Z. YANG, R.A. DE VORE, Bradely J.LACIER. «Effect of wavelet bases on compressing digital mammograms», Journal of Electronic Imaging N° 0739-5175, September 1995.
- [2] I. DAUBECHIES. «Ten lectures on wavelets». Society For Industrial And Applied Mathematics Philadelphia, Pennsylvania, 1992, pp 46-50.
- [3] P. FICHE, V. RICORDEL, C. LABI. «Etude d'algorithmes de quantification vectorielle arborescente pour la compression d'images fixes». Rapport de recherche INRIA, N°2241, Janvier 1994.
- [4] M. NELSON. «La compression des données». Editions DUNOD, 1993, pp 23-29, 65-66, 99-106
- [5] H. GUITTER. «La compression des images numériques». Edition HERMES, Paris, 1995.
- [6] M. LAHDIR, S. AMEUR, A. ADANE. «compression d'images en sous-bandes par transformation en cosinus et quantification vectorielle». communication présentée au SIT'99 CDTA, Alger.
- [7] P. NAIM, «réseaux de neurones», éditions EYROLLES 1993, pp 149-150.
- [8] S. PANCHANATHAN, N. GAMAZ, A. JAIN. «Image scalability using wavelet vector quantization». Journal of Electronic imaging, April 1996, vol 5(2)/167.
- [9] M. BARLENT. «Wavelets in image communication». Edition ELSEVER, 1994.
- [10] A. OUAFI «Compression d'images fixes biomédicales par les transformées en ondelettes associées aux algorithmes de quantification vectorielle et de codage entropique». Thèse de magister en Electronique, université de Biskra, Mai 2001.