

SEGMENTATION NON SUPERVISEE D'IMAGES BASEE SUR LES MODELES DE MARKOV CACHES

N. RECHID⁽¹⁾, A. KHELIFA⁽¹⁾, A. TOUMI⁽¹⁾, A. TALEB-AHMED⁽²⁾, M. MIMI⁽³⁾ & K. BENMAHAMMED⁽⁴⁾

⁽¹⁾University Mohamed Khidher Biskra Algérie

abida_ba@yahoo.fr, Rechidnaima@yahoo.fr, allakh25150@hotmail.com

⁽²⁾LAMIH UMR CNRS UVHC 8530, le Mont Houy 59313 Valenciennes Cedex 9, France
taleb@univ-valenciennes.fr

⁽³⁾Université Abdelhamid Ben Badis, département de Génie Electrique, Mostaghanem
mimi_malika2001@yahoo.fr

⁽⁴⁾Université Farhat Abbas Setif Algérie
khierben@yahoo.fr

RESUME

En raison du grand nombre d'images, il y a un besoin évident pour des outils d'analyse efficaces et automatiques. Ce travail décrit la segmentation non supervisée d'images dans le cadre des modèles de Markov cachés précisément les champs et les chaînes de Markov cachées et l'estimation des paramètres du modèle. Particulièrement les chaînes de Markov cachées, basées sur le parcours d'hilbert-peano de l'image, sont une alternative rapide et efficace que les champs de Markov cachées pour l'estimation des paramètres et la segmentation non supervisée d'images. Des résultats obtenus sur des images réelles sont présentés.

MOTS-CLES : champs de Markov cachés, chaînes de Markov cachées, estimation des paramètres, ICE, segmentation

1 INTRODUCTION

Les modèles de Markov cachés sont très attractifs par le fait qu'ils fournissent un cadre probabiliste très général pour l'analyse d'images. On distingue en particulier les champs de Markov cachés et les chaînes de Markov cachées. Les modèles de champs de Markov cachés permettent d'avoir une interprétation des interactions tant locales que globales dans une grille de variables aléatoires. Tandis que les chaînes de Markov cachées permettent d'exprimer des corrélations statistiques entre les états qui se présentent successivement dans un processus observé de l'extérieur [1].

Dans le cas de segmentation non supervisée, les propriétés statistiques des classes sont inconnues et doivent être estimées. Nous pouvons estimer les paramètres caractéristiques avec des méthodes itératives comme estimation maximisation (EM), estimation maximisation stochastique (SEM), ou estimation conditionnelle itérative (ICE) [4].

Dans cette étude, nous nous limitons à la méthode d'estimation d'ICE et le critère de classification MPM [5]. En analysant une image, la seule entrée introduite par l'utilisateur est le nombre de classes. Des essais ont été effectués sur des images réelles.

Ce travail est organisé comme suit: Dans la section 2 nous présentons la modélisation markovienne basée sur les champs et les chaînes de Markov cachées, aussi bien que les probabilités différentes qui seront nécessaires pour l'estimation des paramètres et la segmentation. La méthode d'estimation des paramètres ICE est présentée dans la section 3.

Nous décrivons la classification MPM dans la section 4 pour la segmentation de l'image, assumant que les paramètres sont connus pour les modèles de Markov cachés. Des résultats d'estimation et de segmentation obtenus sur une image du cerveau sont annoncés dans la section 5. On donne nos conclusions dans la section 6.

2 LES MODELES DE MARKOV CACHES

Soit S un ensemble fini correspondant à une image de N pixels. On considère deux processus aléatoires $X = (X_S)_{S \in S}$ et $Y = (Y_S)_{S \in S}$. Y représente l'image observée et X représente une classe d'image inconnue. Chaque variable aléatoire X_S prend ses valeurs dans l'ensemble fini des classes $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_k\}$, alors que chaque Y_S est une valeur réelle. On dénote la réalisation de X et Y par $x=(x_1, \dots, x_N)$ et $y=(y_1, \dots, y_N)$ respectivement. On suppose ici

que les variables aléatoires $Y = (Y_s)_{s \in S}$ sont conditionnellement indépendants à X , et la distribution de chaque Y_s conditionnelle à X est égale à sa distribution conditionnelle à X_s . D'ici, tout les distributions de Y sachant X_s sont déterminées par les K distributions de Y_s avec $X_s = \omega_1, \dots, X_s = \omega_k$ qui sera dénoté f_1, \dots, f_k [1] [6]:

$$P(Y = y | X = x) = \prod_{s \in S} P(Y_s = y_s | X_s = x_s) = \prod_{s \in S} f_{x_s}(y_s) \quad (1)$$

X est dans la plupart des cas mieux décrit par un modèle markovien. Généralement, nous referons comme étant un modèle de Markov caché, lorsque X n'est pas directement observable. Le problème de classification consiste à estimer $X=x$ à partir de l'observation $Y=y$.

2.1 Les champs de Markov cachés

Soit X un champ aléatoire indexé par l'ensemble S . X est dit champ Markovien associé au système de voisinages V si et seulement si [1] [9]

$$P(X = x) > 0 \quad (2)$$

$$P(X_s = x_s | (X_t = x_t)_{t \in S, t \neq s}) = P(X_s = x_s | (X_t = x_t)_{t \in V_s}) \quad (3)$$

Les relations élémentaires à l'intérieur du système de voisinage sont données par l'ensemble C des cliques. La Figure 1 montre un système de voisinage associé aux cliques de 4 connections.

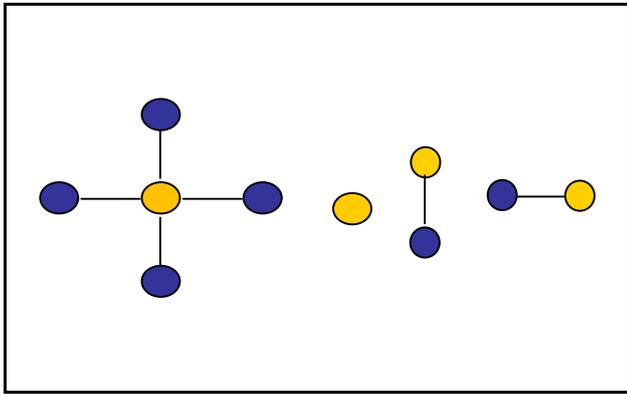


Figure 1 : Voisinage de pixel et clique de 4 connections.

Le théorème de Hammersley-Clifford rend possible de relier les probabilités locales et globales. En faite les probabilités a priori conditionnelles locales peuvent s'écrire [5] :

$$P(X_s = x_s | (X_t = x_t)_{t \in V_s}) = \frac{1}{Z_s} \exp(-U(x_s, (x_t)_{t \in V_s})) \quad (4)$$

$$Z_s = \sum_{\omega_i \in \Omega} U_s(\omega_i, (x_t)_{t \in V_s}) \quad (5)$$

Où Z_s est le facteur de normalisation et $U_s(X_s, (X_t)_{t \in V_s})$ est la fonction d'énergie locale. Il y'a plusieurs méthodes de calcul $U_s(X_s, (X_t)_{t \in V_s})$ incluant le modèle d'Ising [16] et le modèle de Potts [23]. Pour simplifier, on se limite au modèle de Potts, 4 connections (où un site a 4 voisins) et des cliques d'ordre 2 définit comme:

$$U_s(x_s, (x_t)_{t \in V_s}) = -\lambda \sum_{\{s,t\} \in C} \delta(x_s, x_t) \quad (6)$$

$$\delta(x_s, x_t) = \begin{cases} 1 & \text{si } x_s \neq x_t \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

où δ est le symbole de Kroneker. Par conséquent, $U_s(x_s, (x_t)_{t \in V_s})$ est le nombre de pixel $t \in V_s$ pour lesquelles $x_t \neq x_s$, multiplié par un paramètre de régularité λ .

Ce modèle a priori pénalise deux sites voisins possédant des étiquettes différentes, le poids de cette pénalité est de valeur fixée λ . On suppose que le paramètre spatial λ est positif afin de favoriser les cliques homogènes.

L'énergie U dans (4) est calculée de façon similaire, sauf qu'on somme les potentiels des cliques d'ordre deux horizontaux et verticaux dans l'image.

La règle de Bayes :

$$P(X = x | Y = y) = \frac{P(Y = y | X = x)P(X = x)}{P(Y = y)} \quad (7)$$

et l'indépendance conditionnelle des échantillons nous permet d'écrire la probabilité a posteriori comme :

$$P(X = x | Y = y) = \frac{1}{Z'} \exp\left(-U(x) + \sum_{s \in S} \log f_{x_s}(y_s)\right) \quad (8)$$

Les distributions a posteriori conditionnelles locales correspondantes peuvent s'écrire comme :

$$\begin{aligned} P(X_s = x_s | Y_s = y_s, (X_t = x_t)_{t \in V_s}) \\ = \frac{1}{Z_s} \exp\left(-U(x_s, (x_t)_{t \in V_s}) + \log f_{x_s}(y_s)\right) \end{aligned} \quad (9)$$

Où Z' et Z_s sont des facteurs de normalisations obtenus par sommation de tout les dénominateurs possibles similaires à Z et Z_s . Les distributions $f_{x_s}(y_s)$ sont les termes d'attache aux données tandis que les $U_s(x)$ sont les termes portant l'information a priori. Substituons $U'(X) = U(X) - \sum_{s \in S} \log f_{x_s}(y_s)$ dans (8), on remarque que X conditionnel à Y est un champ de Gibbs.

Il n'est pas possible de créer des réalisations a posteriori de X directement à partir de (8), mais elles peuvent être approximées itérativement par l'algorithme de Metropolis ou l'échantillonneur de Gibbs [2]. Ici, nous considérons seulement le dernier.

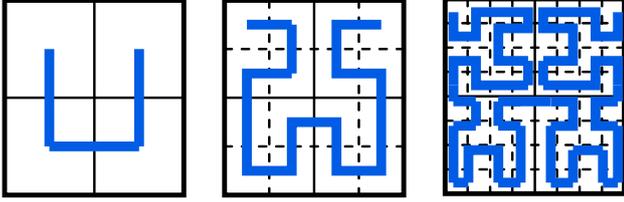


Figure 2: Parcours d'Hilbert-Peano

2.2 Les Chaînes de Markov cachés

Dans le cadre des chaînes de Markov, une image 2D peut être facilement transformée en une image 1D, par exemple en parcourant l'image ligne par ligne ou colonne par colonne. Une autre alternative est d'utiliser le parcours de Hilbert-Peano, présentée dans la Figure 2 [3]. Selon la définition, X est une chaîne de Markov si pour $1 < n \leq N$ [1].

$$\begin{aligned} P(\mathbf{X}_n = \mathbf{x}_n \mid \mathbf{X}_1 = \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{X}_{n-1} = \mathbf{x}_{n-1}) \\ = P(\mathbf{X}_n = \mathbf{x}_n \mid \mathbf{X}_{n-1} = \mathbf{x}_{n-1}) \end{aligned} \quad (10)$$

Une chaîne de Markov homogène sera par conséquent entièrement déterminée par la donnée de sa distribution X_1 , dénoté par π , et l'ensemble des matrices de transitions $(A^n)_{1 \leq n < N}$, dont ses éléments sont

$$a_{ij}^n = P(X_{n+1} = \omega_j \mid X_n = \omega_i)$$

La chaîne étant stationnaire, ces probabilités sont déduites des probabilités conjointes qui sont indépendante de n

2.2.1 les probabilités conjointes

$$C_{ij} = P(X_n = \omega_i, X_{n+1} = \omega_j) \quad (11)$$

-la loi initiale

π_i représente la probabilité que l'état de départ du modèle soit la classe ω_i

$$\pi_i = P(X_1 = \omega_i) = \sum_{j=1}^k C_{ij} \quad (12)$$

2.2.2 Les probabilités de transition

a_{ij} représente la probabilité que le modèle évolue de la classe ω_i à la classe ω_j .

$$a_{ij} = P(X_{n+1} = \omega_j \mid X_n = \omega_i) = \frac{C_{ij}}{\sum_{j=1}^k C_{ij}} \quad (13)$$

2.2.3 La probabilité a priori

En faite, la distribution a priori de X est entièrement déterminée par les K^2 paramètres (C_{ij}) , et on peut écrire

$$P(X = x) = P(X_1 = \omega_{i_1}, \dots, X_N = \omega_{i_N}) = \pi_{i_1} a_{i_1 i_2} \dots a_{i_{N-1} i_N} \quad (14)$$

2.2.4 Probabilités Forward et Backward

Les probabilités appelées Forward et Backward :

$$\alpha_n(i) = P(X_1 = \omega_i, Y_1 = y_1, \dots, Y_n = y_n) \quad (15)$$

et

$$\beta_n(i) = P(Y_{n+1} = y_{n+1}, Y_N = y_N \mid X_n = \omega_i) \quad (16)$$

peuvent être facilement calculées récursivement. Pour ce faite, la probabilité jointe est remplacée par la probabilité a posteriori

$$\alpha_n(i) = P(X_1 = \omega_i \mid Y_1 = y_1, \dots, Y_n = y_n) \quad (17)$$

$$\beta_n(i) = \frac{P(Y_{n+1} = y_{n+1}, \dots, Y_N = y_N \mid X_n = \omega_i)}{P(Y_{n+1} = y_{n+1}, \dots, Y_N = y_N \mid Y_1 = y_1, \dots, Y_n = y_n)} \quad (18)$$

En ce qui suit, on utilise des itérations de Forward et Backward numériquement stable résultant de cette approximation :

2.2.5 Les probabilités Forward

Initialisation :

$$\alpha_1(i) = \frac{\pi_i f_i(y_1)}{\sum_{j=1}^k \pi_j f_j(y_1)} \text{ pour } 1 \leq i \leq k \quad (19)$$

Induction : pour $1 \leq i \leq k$, $1 \leq n \leq N$

$$\alpha_{n+1}(i) = \frac{f_i(y_{n+1}) \sum_{j=1}^k \alpha_n(j) a_{ij}}{\sum_{l=1}^k f_l(y_{n+1}) \sum_{j=1}^k \alpha_n(j) a_{il}} \quad (20)$$

2.2.6 Les probabilités Backward

Initialisation : $\beta_N(i) = 1$ pour $1 \leq i \leq k$ (21)

Induction : pour $1 \leq i \leq k$, $1 \leq n \leq N - 1$

$$\beta_n(i) = \frac{\sum_{j=1}^k a_{ij} f_j(y_{n+1}) \beta_{n+1}(j)}{\sum_{l=1}^k f_l(y_{n+1}) \sum_{j=1}^k \alpha_n(j) a_{jl}} \quad (22)$$

2.2.7 La probabilité jointe

La probabilité jointe de deux classes successives sachant toutes les observations

$$\psi_n(i, j) = P(X_n = \omega_i, X_{n+1} = \omega_j | Y = y) \quad (23)$$

peut être écrite comme une fonction des probabilités Forward Backward :

$$\psi_n(i, j) = \frac{\alpha_n(i) a_{ij} f_j(y_{n+1}) \beta_{n+1}(j)}{\sum_{l=1}^K f_l(y_{n+1}) \sum_{j=1}^K \alpha_n(j) a_{jl}} = \frac{\alpha_n(i) a_{ij} f_j(y_{n+1}) \beta_{n+1}(j)}{\sum_{l=1}^K \sum_{m=1}^K \alpha_n(l) a_{lm} f_m(y_{n+1}) \beta_{n+1}(m)} \quad (24)$$

2.2.8 La probabilité a posteriori marginal

C'est la probabilité d'avoir la classe ω_i dans l'élément i sachant toutes les observations Y , peut être aussi exprimé en des termes de probabilités Forward-Backward :

$$\xi_n(i) = P(X_n = \omega_i | Y = y) = \sum_{j=1}^K \psi_n(i, j) = \frac{\alpha_n(i) \beta_n(i)}{\sum_{l=1}^K \alpha_n(l) \beta_n(l)} \quad (25)$$

2.2.9 La distribution a posteriori

La distribution a posteriori de X , $P(X=x | Y=y)$, est une chaîne de Markov non stationnaire, avec une matrice de transition

$$t_{ij}^{n+1} = P(X_{n+1} = \omega_j | X_n = \omega_i, Y = y) = \frac{a_{ij} f_j(y_{n+1}) \beta_{n+1}(j)}{\sum_{l=1}^K a_{il} f_l(y_{n+1}) \beta_{n+1}(l)} \quad (26)$$

Ainsi la simulation des réalisations de X selon sa distribution a posteriori peut être faite directement, en utilisant (26) récursivement. La classe du premier pixel est tirée aléatoirement à partir de la distribution a posteriori marginal $\zeta_1(i)$ (25). Par la suite, pour chaque nouveau pixel, la probabilité de transition (26) est calculée, la classe du pixel précédent ω_i est fixée, et la classe ω_j est obtenue par un prélèvement aléatoire selon cette distribution..

3 ESTIMATION DES PARAMETRES

En pratique, les paramètres de régularités et les paramètres des distributions des classes sont souvent inconnus, ils doivent être estimés à partir de l'observation $Y = y$. Ainsi le problème est double : on ne connaît pas les caractéristiques des classes et on ne connaît pas quels sont les pixels qui représenteront chaque classe. Par la suite, on présentera l'estimation des paramètres par la méthode d'ICE [4] [8].

3.1 L'algorithme ICE pour les champs de Markov cachés

On a utilisé l'algorithme des K-means pour une classe d'image initiale à partir de laquelle les paramètres de classe sont calculés.

Dans le cas d'un champ de Markov caché, l'algorithme ICE crée itérativement des réalisations a posteriori et recalcule les paramètres de classes associés à $f_i^0(\mu, \sigma)$ et de régularité spatiale (λ). Dans le cadre d'estimation d'un mélange gaussien, les étapes de calcul suivantes sont effectuées pour chaque itération q et avec $1 \leq i \leq k$:

- Un certain nombre de réalisations a posteriori (avec l'indice r) sont simulées avec l'échantillonneur de Gibbs, en utilisant la formule (9) et les paramètres θ_i^{q-1} (défini par f_i^{q-1}) obtenus dans l'itération précédente.
- Les paramètres de classe $\theta_i^{q,r}$ (qui sont la valeur de la moyenne (μ_i^q) et la variance (σ_i^q) pour une classe de distribution gaussienne) sont estimés pour chaque réalisation, et puis moyennés pour avoir θ_i^q :

$$\mu_i^q = \frac{\sum_{n=1}^N y_n \delta(x_n - \omega_i)}{\sum_{n=1}^N \delta(x_n - \omega_i)} \quad (27)$$

$$(\sigma_i^q)^2 = \frac{\sum_{n=1}^N (y_n - \mu_i^q)^2 \delta(x_n - \omega_i)}{\sum_{n=1}^N \delta(x_n - \omega_i)} \quad (28)$$

On a choisit d'estimer les paramètres de régularité λ^q dans chaque itération de ICE avec une approche de gradient stochastique [4], réalisée à travers une série de réalisations a priori calculées avec l'échantillonneur de Gibbs en utilisant la formule (4).

Dans le but de réduire le temps de calcul, généralement, on simule seulement une réalisation a posteriori pour chaque itération ICE et seulement une réalisation a priori pour chaque itération de gradient stochastique. Cette simplification ne cause aucune perte de performance significative.

On utilise une approximation de l'équation du gradient stochastique [2] [4]. Soit $U_{\text{posteriori}}^q$ l'énergie de la

réalisation a posteriori courante et U_{apriori}^q l'énergie de la réalisation a priori dans l'itération r du gradient stochastique. Posant $\lambda^{q,0}$ la valeur obtenue dans l'itération précédente λ^{q-1} de ICE et on répète le calcul jusqu'à convergence :

$$\lambda^{q,r} = \lambda^{q,r-1} + \frac{1}{r} \frac{U_{\text{apriori}}^{q,r} - U_{\text{aposteriori}}^q}{U_{\text{aposteriori}}^q} \quad (29)$$

3.2 L'algorithme ICE pour les chaînes de Markov cachés

On initialise l'algorithme ICE en utilisant l'algorithme des K-means pour définir les paramètres de classe θ_i^0 ainsi les distributions conditionnelles marginales f_i^0 , les probabilités a priori distribuées uniformément π_i^0 et la matrice de transition générique $A^0 = \{a_{ij}^0\}$ où $a_{ij}^0 = 0.5$ quand $i=j$ et $a_{ij}^0 = 1/2(k-1)$ quand $i \neq j$.

Chaque itération q de ICE est basée sur un calcul de probabilité Forward Backward selon les étapes suivantes [1] [4]:

-Pour chaque élément n de la chaîne et pour chaque classe possible ω_i , on calcule :

- Les probabilités forward $\alpha_n^q(i)$ (20),
- Les probabilités backward $\beta_n^q(i)$ (22) et
- Les probabilités a posteriori marginales $\xi_n^q(i)$ (25)

Cela permet de calculer

- Les nouvelles probabilités conditionnelles jointes $\psi_n^q(i, j)$ (24),
- Les nouveaux éléments de la matrice de transition stationnaire

$$a_{ij}^q = \frac{\sum_{n=1}^N \psi_n^q(i, j)}{\sum_{n=1}^N \xi_n^q(i)} \quad (30)$$

et les nouvelles probabilités initiales

$$\pi_i^q = \frac{\sum_{n=1}^N \xi_n^q(i)}{N} \quad (31)$$

On calcule une série de réalisations a posteriori basées sur f_i^{q-1} et (26). Pour chaque réalisation (avec index r) nous estimons les paramètres de classe $\theta_i^{q,r}$ qui sont moyennées pour obtenir θ_i^q et ainsi f_i^q . Nous limitons généralement le

nombre de réalisations a posteriori à un pour chaque itération ICE.

4 SEGMENTATION D'IMAGE

Le processus d'une segmentation complète présenté dans la figure 3 est le suivant : Donner une image Y , calculer l'histogramme et initialiser la moyenne et la déviation, en utilisant l'algorithme des K-means. Ensuite, en utilisant l'algorithme ICE, on estime θ . Quand l'estimé finale $\hat{\theta}$ des paramètres est obtenu, on procède à la segmentation ordinaire (segmentation supervisée) avec des paramètres connus en utilisant l'algorithme MPM [5].

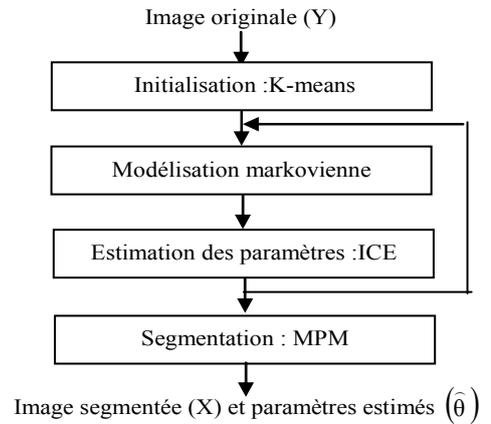


Figure 3 : Organigramme de la procédure de segmentation d'images

5 RESULTATS ET DISCUSSION

Il a été décidé de segmenter l'image du cerveau (Figure 4 a)) dans quatre classes. Considérons les algorithmes d'ICE et de MPM basés sur le modèle des champs et chaînes de Markov cachées. Nous employons 30 itérations pour l'algorithme d'ICE, avec seulement une réalisation a posteriori par itération. Les Figures 4 b) et c) présentent le résultat de la segmentation obtenue par MPM.

En générale, les résultats de segmentation obtenus sont satisfaisants pour les deux algorithmes qui présentent des performances semblables en termes d'estimation des paramètres des modèles et en terme de segmentation. Si l'on analyse les variations des segmentations au point de vue visuel et au sens du critère d'évaluation PSNR, on remarque qu'elles sont cohérentes, mais on peut tirer quelques remarques :

- La première constatation est que les deux méthodes donnent des résultats similaires et de bonne qualité. Cette impression est confirmée par les valeurs du PSNR associées à chaque résultat de segmentation présentée dans la table 1.
- On constate que les deux méthodes ne capturent pas les mêmes détails de l'image réelle, notamment d'un point de vue visuel, la segmentation par champ (Figure.4(b))

est clairement moins satisfaisante que la segmentation par chaîne (Figure.4(c)). Ceci est confirmé par la valeur PSNR=25.423 pour le champ inférieur à la valeur PSNR=26.809 pour la chaîne.

- La qualité complète est comparable pour les deux résultats de classification, mais le temps de calcul est tout à fait différent. En revanche, avec des images de taille plus grande, les écarts de temps de calculs se trouvent accentués. En particulier, la procédure d'échantillonneur de Gibbs se montre très coûteuse, puisqu'elle nécessite plus d'une heure pour finir un résultat de segmentation par les champs de Markov cachés. Le programme basé sur les chaînes de Markov cachées, était plus rapide que le programme basé sur les champs de Markov cachés.

6 CONCLUSION

Ce travail décrit la classification non supervisée des images dans le cadre des modèles de Markov cachés et l'estimation d'un mélange gaussien. Les champs de Markov cachés sont fréquemment employés pour imposer des contraintes de régularité spatiales dans l'estimation de paramètre et les étapes de classification. Cette approche produit des résultats excellents dans de nombreux cas, mais nos expériences indiquent que l'estimation du paramètre de régularité λ est un problème délicat. Le temps considérable de calcul est un autre inconvénient. Les méthodes basées sur les chaînes de Markov cachées, appliquées au parcourt de Hilbert-Peano de l'image, constituent une alternative intéressante. L'estimation des paramètres de régularité, qui représentent les éléments d'une matrice de transition, semble être beaucoup plus robuste.

Les frontières de région sont souvent légèrement irrégulières avec cette approche, mais des structures excellentes sont généralement mieux préservées que pour le cas des champs de Markov cachés. En plus de l'estimation robuste des paramètres de régularité, la vitesse de calcul est l'avantage principal de l'approche des chaînes de Markov cachées. Dans nos expériences c'était environ 25 fois plus rapide que le programme basé sur les champs de Markov cachés.

Plusieurs faits ressortent de cette étude expérimentale. D'abord, l'intérêt de la prise en compte de l'information spatiale pour la classification des pixels d'une image apparaît de manière évidente dans les différents exemples traités. Comme il fallait s'y attendre, le choix d'un modèle de mélange gaussien conduit à des segmentations acceptables et l'on observe une nette amélioration au niveau de l'homogénéité de la segmentation avec un modèle spatial. Ce résultat est satisfaisant car cela confirme, dans le cas du champ, et montre, dans le cas des chaînes, que les approximations d'un modèle de Markov caché utilisé préservent l'information markovienne.

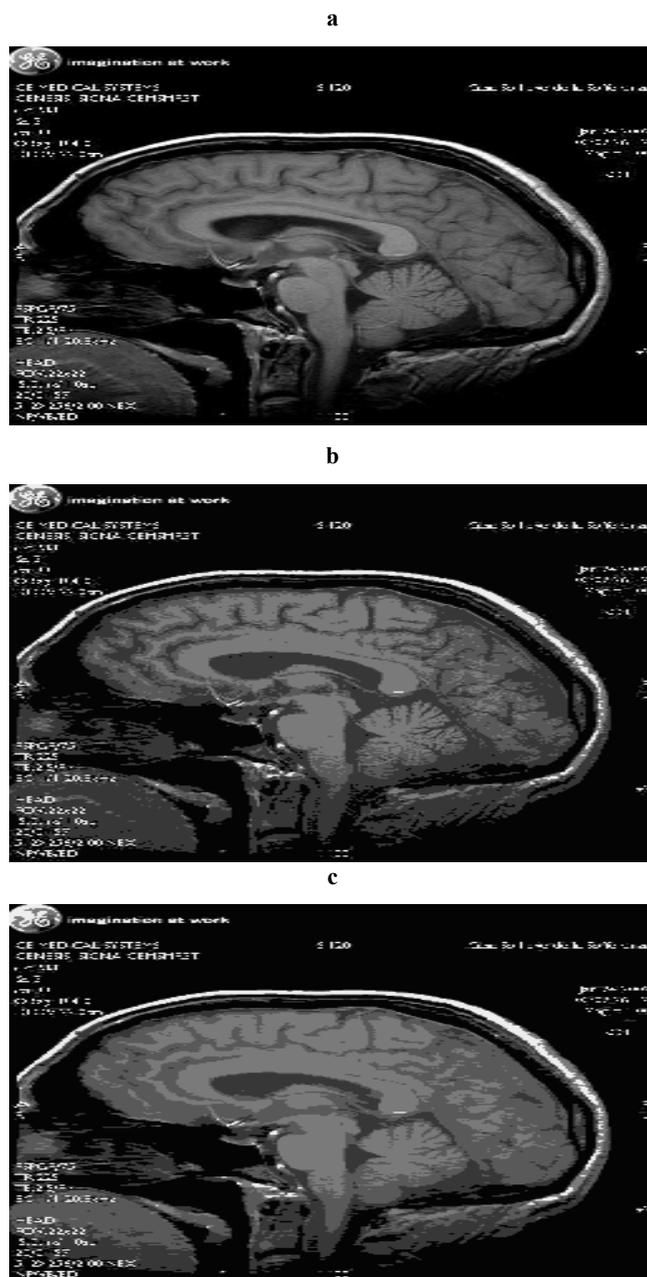


Figure 4 : Image segmentée du cerveau a) image originale, b) selon algorithme en champ de Markov caché et c) selon algorithme en chaîne de Markov caché

Table 1 : Evaluation par le PSNR

	λ	PSNR	Temps
Champ Markov Caché	0.815	25.423	2h, 56mn ; 47s
Chaîne Markov Cachée		26.809	1mn,7s

BIBLIOGRAPHIE

- [1] R. Fjortoft and al, "Unsupervised classification of radar images based on hidden Markov models and generalised mixture estimation," in Conf. On SAR Image Analysis, Modelling, and Techniques, Barcelona, Spain, 25-29 September 2000, vol. SPIE 4173.
- [2] S. Geman and D. Geman, "Stochastic relaxation, Gibbs distributions and the Bayesian restoration of images", IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 6, No. 6, pp. 721-741, 1984.1987.
- [3] Stephen G. Simpson, "Partial Realizations of Hilbert's Program"February 4, 1986.
- [4] W. Pieczynski, EM and ICE in hidden and triplet Markov models, Stochastic Modeling Techniques and Data Analysis international conference (SMTDA '10), Chania, Greece, June 8-11, 2010.
- [5] M. L. Comer and E. J. Delp, "The EM/MPM Algorithm for Segmentation of Textured Images: October 2000, pp. 1731-1744.
- [6] J. Lapuyade-Lahorgue, W. Pieczynski, Partially Markov models and unsupervised segmentation of semi-Markov chains hidden with long dependence noise, in: Proceedings of the International Symposium on Applied Stochastic Models and Data Analysis, ASMDA 2007, Chania, Greece, May 2007.
- [7] W. Pieczynski, Convergence of the iterative conditional estimation and application to mixture proportion identification, in: IEEE Statistical Signal Processing Workshop, SSP 2007, Madison, WI, USA, August 26-29, 2007.
- [8] V. Barra, « Modélisation Markovienne en imagerie », Institut Supérieur d'informatique, de Modélisation et de leurs Applications, Campus des Cézeaux – B.P. 1025 – 63173 AUBIERE CEDEX, Master MSI, 2006