

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministère de l'enseignement Supérieur et de la Recherche scientifique



Université Mohamed Khider Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Electrique
Filière : Electrotechnique
Option : Machines Electriques

Réf:.....

Mémoire de Fin d'Etudes
En vue de l'obtention du diplôme:
MASTER

Thème

Modélisation des Phénomènes Electromagnétiques par la
Méthode des Volumes Finis

Présenté par :
GAREH HAMZA
Soutenu le : 05 Juin 2013

Devant le jury composé de :

Dr.KHENE Mohamed- Lotfi

Dr .ALLOUI LOTFI

Dr .REZIG Mohamed

M.A.A

M.C.A

M.A.A

President

Encadreur

Examineur

Remerciements

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été effectués au sein du Département d'électrotechnique de l'université de Biskra et au laboratoire de génie électrique L de Biskra.

J'exprime mes remerciements à Monsieur **L. ALLOUI** Maître de conférences à l'université de Biskra, pour avoir dirigé ce travail, pour la confiance et l'intérêt qu'il a témoignés tout au long de la réalisation de ce travail.

Je remercie vivement Monsieur **KHENE Mohamed Lotfi** Maître de conférences à l'université de Biskra, pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury de ma soutenance.

J'adresse mes respectueux remerciements à Monsieur, **REZIG Mohamed** Maître de conférences à l'université de Biskra, pour m'avoir accepté d'examiner ce travail.

Je tiens à remercier Monsieur **K. SRAIRI** professeur à l'université de Biskra, Monsieur **K. Ben Alia**, Monsieur **S. GAREH** pour leurs conseils et leurs aides tout au long de ce travail.

Enfin, je ne pourrai terminer sans exprimer mes remerciements à ma famille et mes amis :
RAHMONI SALIH, **DJIOMAA OUSAMA**, **AMAID TAREK.KRAIBAA**
HAMZA,HARZALI Aimad,TINA Salah, GAREH Lotfi, MENASIR Hossame.

Sommaire	
Introduction General.....	1
Chapitre I	
1.1 Introduction.....	4
1-2 Description des Lois fondamentales de l'électromagnétisme.....	4
1-2-1 Loi de faraday.....	5
1-2-2 Loi d'Ampère.....	6
1-2-3 Théorème de conservation de flux.....	8
1-2-4 Théorème de gauss.....	9
1-2-5 Loi de comportement des matériaux (milieux physiques).....	12
1-2-6 Interprétation physique des équations de Maxwell.....	13
2. Introduction.....	16
Chapitre II	
2.1 Modèle magnétostatique linéaire.....	16
2.1.1. Formulations de la magnétostatique.....	17
2.1.2 Formulation en potentiel vecteur magnétique.....	19
2.2. Modèle magnétodynamique.....	20
2.2.1. Formulations de la magnétodynamique.....	21
2.2.2. Formulation en potentiels A-V.....	21
2.3. Prise en compte de la non linéarité magnétique.....	22
2.3.1. Méthodes existantes.....	23
2.3.2. Formulation magnétostatique non linéaire en potentiel A.....	24
2.4. Méthodes numériques de discrétisation.....	24
2-4-1 Méthode des éléments finis.....	25
2-4-2 Méthode des éléments finis.....	25
2-4-3 méthode des volumes finis.....	26
2.5. Conclusion.....	27

Chapitre III

3.1. Introduction..... 28

3.2. Discrétisation géométrique..... 29

3.3. Discrétisation des formulations électromagnétiques..... 30

3.3.1. Discrétisation de la formulation magnétostatique..... 30

3.3.1.1. Intégration de $\nabla \times (\nu \nabla \times A)$ 30

3.3.1.2. Intégration de $\nabla(\nu \nabla \cdot A)$ 33

3.3.1.3. Intégration du terme source..... 34

3.3.1.4. Construction du système matriciel..... 34

3.3.2. Discrétisation de la formulation magnétodynamique..... 35

3.3.2.1. Intégration du terme..... $35 \sigma \left(-\frac{\partial A}{\partial t} \right)$

3.7. Conclusion..... 36

Chapitre IV

4.1. introduction..... 37

4.1. Dispositif étudié.....38

4.2. Résultats des simulations.....40

Conclusions.....49

Conclusion General..... 50

Fig.2.1. Schématisation d'un plan de symétrie.....	18
Fig3-1 Volume élémentaire D_p	29
Fig3-2 .Types de maillages réalisés, vue.....	29
Fig.3.3. Approximation linéaire du potentiel à travers la n	31
Fig.3.4. Illustration des nœuds fictifs.....	32
Fig.4.1. Montage réalisé.....	38
Fig.4.2. schéma équivalent du montage réalisé.....	39
Fig.4.3. Maillage tridimensionnel du dispositif a modélisé.....	40
Fig.4.4. Vue de coupe du dispositif à modélisé selon : Le plan X-Z.....	41
Fig.4.5. Répartition spatiale de l'induction magnétique B au sein du circuit..... magnétique calculé à partir de la formulation magnétique jaugé .	43
Fig.4.6. Répartition spatiale de l'induction magnétique B au sein du circuit..... magnétique calculé à partir de la formulation magnétique non-jaugé	43
Fig.4.7. Répartition spatiale du vecteur potentiel magnétique A , au sein du circuit magnétique calculé à partir de la formulation magnétique jaugé.....	44
Fig.4.8. Répartition spatiale du vecteur potentiel magnétique A , au sein du circuit magnétique calculé à partir de la formulation magnétique non-jaugé.....	44
Fig.4.9. Répartition spatiale du champ d'induction magnétique B en dessous du bobinage calculée à partir de la formulation magnétique jaugé.....	45
Fig.4.10. Répartition spatiale du champ d'induction magnétique B en dessous du bobinage calculée à partir de la formulation magnétique non-jaugé.....	45
Fig.4.11. Répartition spatiale du vecteur potentiel magnétique A , en dessous du bobinage calculé à partir de la formulation magnétique jaugé.....	46
Fig.4.12. Répartition spatiale du vecteur potentiel magnétique A , en dessous du bobinage calculé à partir de la formulation magnétique non-jaugé.....	46

Liste de figure

- Fig.4.13.** Répartition spatiale du champ d'induction magnétique B dans l'entrefer séparant le bobinage et le circuit magnétique calculée à partir de la formulation magnétique jaugé47
- Fig.4.14.** Répartition spatiale du champ d'induction magnétique B dans l'entrefer séparant le bobinage et le circuit magnétique calculée à partir de la formulation magnétique non-jaugé..... 47
- Fig.4.15.** Répartition spatiale du vecteur potentiel magnétique A dans l'entrefer séparant le bobinage et le circuit magnétique calculée à partir de la formulation magnétique jaugé.....48
- Fig.4.16.** Répartition spatiale du vecteur potentiel magnétique A dans l'entrefer séparant le bobinage et le circuit magnétique calculée à partir de la formulation magnétique non- jaugé..48
-
-

C'est semble –t-il, l'expérimentateur anglais Michael Faraday (1791-1867) qui, proposa de décrire l'action de l'électricité en termes d'influence plutôt que de mouvement ; le concept de champ qui reprend cette intuition allait se relever extrêmement fécond. James Clerk MAXWELL(1831-1879) généralisa et formalisa les résultats obtenus par les nombreux pionniers de l'étude des phénomènes électromagnétiques en leur donnant, en 1872, une forme quasi définitive.

Désormais, les phénomènes électriques et magnétique se comprennent tous comme étant dus à la présence d'un champ électromagnétique. Les équations de Maxwell décrivent l'évolution couplée des champs électriques et magnétiques et d'un ensemble de particule chargée : l'intensité et la variation du champ dépendent des densités de charge et des densités du courant des particules, tandis que le mouvement des particules est affecté par l'intensité et la direction des champs électriques et magnétiques présents.

Les équations de MAXWELL Jouent un rôle important dans l'étude de la forme et les caractéristiques de l'induction magnétique, Mais ce sujet d'équations a une gamme de solutions non-limitée, ce qui peut affecter la forme et la valeur de l'induction magnétique. À partir de ces équations, nous devons ajouter une jauge, généralement la jauge de Coulomb est introduite afin d'assurer l'unicité de la solution obtenue par la résolution des équations de Maxwell par une des méthodes numériques.

Pour tenir compte de l'influence de la jauge Coulomb sur la formulation électromagnétique tridimensionnelle, nous avons modélisé le comportement électromagnétique d'un circuit magnétique composé de deux bobines. . Parmi les méthodes numériques qui existent, nous avons sélectionné la méthode des volumes finis. Cette dernière à été adoptée comme méthode de résolution. Cette dernière a été utilisée en mécanique des fluides puis elle à été appliqué pour le calcul des champs magnétiques vue son efficacité et sa robustesse pour la résolution de tels problèmes.

Notre travail est articulé autour de quatre chapitres qui sont organisé comme suit :

Le premier chapitre contient les lois fondamentales de l'électromagnétisme qui sont décrites par les équations de Maxwell, les modèles mathématiques dans le cas magnétodynamique sont présentés.

Dans le deuxième chapitre, nous devons trouver une équation magnétodynamique. Celle-ci est décrite par un système d'équations aux dérivées partielles qui doit être résolue par une des méthodes numériques en particulier dans le cas tridimensionnel.

Dans le troisième chapitre nous introduisons la méthode des volumes finis utilisée pour la résolution des équations magnétodynamiques dans le cas tridimensionnel.

Dans le quatrième chapitre Nous faisons une comparaison entre les résultats obtenus à partir de la formulation jaugé et la formulation non-jaugé. Ces résultats sont obtenus à partir d'un code de calcul développé et implémenter sous l'environnement Matlab.

Chapitre I

Les équations de Maxwell sont l'aboutissement de nombreux travaux, parmi lesquels se distinguent ceux d'Ampère et ceux de Faraday. Elles constituent les postulats de l'électromagnétisme.

James Clark Maxwell, alors professeur au collège Cavendish, publie, en 1873, un ouvrage fameux : << Treatise on Electricity And Magnétism >> sous une forme mathématique. Il pose en quatre équations les fondements de l'électromagnétique [MND91]. Celles ci exprimées dans un langage moderne, constituent le système suivant :

$$\nabla \times E = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{Loi de Faraday}) \quad (1-1)$$

$$\nabla \times H = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{Loi d'Ampère}) \quad (1-2)$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (\text{Théorème de la conservation}) \quad (1-3)$$

$$\nabla \cdot D = \rho \quad (\text{Théorème de Gauss}) \quad (1-4)$$

Tels que :

E: Champ électrique

D: Induction électrique

H: Champ magnétique

B: Induction magnétique

\vec{J} : Densité de courant de conduction

\vec{J}_D : Densité de courant de déplacement

ρ : Densité de Charge électrique

A ce système, on ajoute les lois constatatives du milieu :

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (1-5)$$

$$\vec{J}_D = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (1-6)$$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad (1-7)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (1-8)$$

Tels que :

σ : Conductivité électrique

μ : Perméabilité magnétique

ε : Permittivité électrique

1.2. Description des lois fondamentales de l'électromagnétisme

1.2.1. Loi de faraday

La loi de faraday s'énonce ainsi : Un circuit fermé \odot traversé par un flux magnétique Φ variable est le siège d'une force électromotrice d'induction [MJR99]:

$$e = -\frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (1-9)$$

La variation du flux à travers le circuit peut également être produit par un circuit fixe avec un champ magnétique variable dans le temps.

La force électromotrice d'induction peut être définie comme la circulation sur le circuit fermé

\odot d'un champ électrique \vec{E} :

$$e = \oint_c \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (1-10)$$

Reprenons la loi de faraday :

$$\oint_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (1-11)$$

On peut écrire, on utilisant le théorème de Stokes :

$$\oint_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_s \text{rot } \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (1-12)$$

Donc:

$$\int_s \text{rot } \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_s \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad (1-13)$$

(S) étant une surface quelconque s'appuyant sur le circuit \odot , si le circuit est fixe, \vec{B} dépend du temps, il vient :

$$\int_s \text{rot } \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_s -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s} \quad (1-14)$$

Finalement on peut écrire :

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1-15)$$

1.2.2. Loi d'Ampère

Enoncé : considérons dans le vide, une courbe fermée orientée \odot et une surface s'appuyant sur cette courbe. L'orientation de la courbe \odot définit, conformément à la règle d'orientation positive de l'espace, une normale positive en tout point de la surface S. la circulation du vecteur induction magnétique divisée par μ_0 est égale au courant I traversant algébriquement la surface S [MJR99] :

$$\oint_c \frac{\vec{B}}{\mu_0} \cdot d\vec{l} = I \quad (1-16)$$

Si la courbe effectue N fois tour du fil, la circulation est alors égale à N.I.

Précision que :

- La courbe \odot peut avoir a priori une forme quelconque, mais le théorème d'ampère ne présente un intérêt que si cette courbe exploite les propriétés de symétrie éventuelles.
- Le courant I, qui traverse la surface s'appuyant sur le contour fermé, peut être la résultante de plusieurs courants indépendants.

Dans ce cas, I sera pris égal à leur somme algébrique. On a :

$$I = \int_s \vec{J} \cdot \vec{ds} \quad (1-17)$$

D'après (1-16) :

$$\oint_c \frac{\vec{B}}{\mu_0} \cdot \vec{dl} = I \quad (1-18)$$

Alors :

$$\oint_c \frac{\vec{B}}{\mu_0} \cdot \vec{dl} = \int_s \vec{J} \cdot \vec{ds} \quad (1-19)$$

D'après le théorème de stocks :

$$\oint_c \frac{\vec{B}}{\mu_0} \cdot \vec{dl} = \int_s \text{rot} \frac{\vec{B}}{\mu_0} \cdot \vec{ds} \quad (1-20)$$

Avec :

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} \quad (1-21)$$

Donc :

$$\int_s \text{rot} \vec{H} \cdot \vec{ds} = \int_s \vec{J} \cdot \vec{ds} \quad (1-22)$$

Finalement, on obtient :

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{J} \quad (1-23)$$

\vec{J} : Le vecteur densité de courant de conduction.

1.2.3. Théorème de conservation de flux

Enoncé : << soit une surface fermée (S), prise dans une région où règne un champ magnétique \vec{B} , le flux magnétique à travers cette surface est nul >>

$$\oint_s \vec{B} \cdot \vec{ds} = 0 \quad (1-24)$$

Soit un volume V limité par la surface fermée (S) , d'après le théorème de Green-Ostrogradski:

$$\oint_S \vec{B} \cdot \vec{ds} = \int_V \text{div } \vec{B} \cdot dv = 0 \quad (1-25)$$

Finalement, la conservation du flux se traduit donc par l'équation :

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (1-26)$$

C'est-à-dire que les lignes vectorielles de l'induction magnétique ne commencent et ne se terminent nul part. Elles sont donc soit fermées sur elles-mêmes ou soit fermées à l'infinie.

Comme $\text{div}(\vec{rot}) = 0$, on voit qu'on peut prendre \vec{B} sous forme d'un rotationnel. On définit ainsi un vecteur \vec{A} par:

$$\vec{B} = \vec{rot } \vec{A} \quad (1-27)$$

\vec{A} : est le potentiel-vecteur magnétique.

On a aussi, d'après (1-15) et (1-27):

$$\vec{rot } \vec{E} = \vec{rot} \left(- \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) \quad (1-28)$$

Ou:

$$\vec{rot} \left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0 \quad (1-29)$$

Comme $\vec{rot}(\vec{grad}) = \vec{0}$, on peut prendre $\left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right)$ sous forme d'un gradient et définir un

potentiel électrique $\left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = - \vec{grad } V$, d'où :

$$\vec{E} = - \vec{grad } V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (1-30)$$

1.2.4 Théorème de gauss

Enoncé :<<soit une surface (S) fermée, enveloppant un certain volume, orientée vers l'extérieur [MJR99].

Le flux électrique sortant à travers cette surface, flux du vecteur champ électrique que multiplie la permittivité, est égale à la charge totale contenue à l'intérieur de cette surface. >>

$$\Psi = \oint \epsilon_0 \vec{E} \cdot d\vec{s} = Q_{\text{int}} \quad (1-31)$$

Précisions que

- La surface de gauss (S) est une surface qui n'est pas forcément matérialisée par une paroi, elle correspond à une surface parfaitement définie géométriquement, mais peut être imaginaire. On la choisit arbitrairement, en tenant compte des systèmes éventuels.
- La charge Q_{int} est la somme de toutes les charges ponctuelles ou continues situées à l'intérieur de la surface, c'est-à-dire dans le volume délimité par la surface fermée.
- Le théorème de gauss est valable en présence de charges à l'extérieur de la surface de gauss.

Si les charges sont réparties uniformément selon une densité ρ le théorème de gauss devient:

$$\oint_s \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_v \rho \cdot dv \quad (1-32)$$

D'après le théorème d'Ostrogradski-gauss on a :

$$\oint_s \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_v \text{div } \vec{E} \cdot dv \quad (1-33)$$

Donc :

$$\int_v \text{div } \vec{E} \cdot dv = \frac{1}{\epsilon_0} \int_v \rho \cdot dv \quad (1-34)$$

Alors on trouve :

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (1-35)$$

Généralisation

Si l'on introduit un diélectrique, il faut tenir compte des charges dues au phénomène de polarisation, La loi de Gauss devient:

$$\operatorname{div} \varepsilon_0 \vec{E} = \rho + \rho_p \quad (1-36)$$

Avec ρ_p : densité de charge liée due à la polarisation $\rho_p = \operatorname{div} \vec{P}$ donc :

$$\operatorname{div} \varepsilon_0 \vec{E} = \rho + \operatorname{div} \vec{P} \quad (1-37)$$

On aura:

$$\operatorname{div}(\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) = \rho \quad (1-38)$$

$\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$: est le vecteur d'induction électrique \vec{D} .

Finalement on trouve que:

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho \quad (1-39)$$

1.2.5 Conservation de la densité du courant total

Parmi les principes de conservation sur quoi repose la physique (conservation de la quantité de mouvement, de l'énergie etc.) figure un principe de conservation de la charge électrique [EP89].

Enoncé: <<les charges électrique ne peuvent ni apparaitre ni disparaitre>>

Exprimons ceci de manière quantitative:

Soit une surface de volume (v) à l'intérieur du quel des charges électriques sont réparties Avec une densité volumique $\rho(p,t)$ qui peut dépendre du temps à cause du mouvement des charges.

A l'instant t, la charge Q(t) contenue dans (v) est :

$$Q(t) = \int_v \rho(p,t) dv \quad (1-40)$$

La variation temporelle de cette charge est caractérisée par :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \int_v \frac{\partial \rho}{\partial t} dv \quad (1-41)$$

Du fait de la conservation de la charge électrique. Cette variation doit être rigoureusement égale à l'intensité traversant la frontière(S) de l'extérieur vers l'intérieur:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = -\oint_s \vec{J}_c \cdot \vec{ds} \quad (1-42)$$

Ou le signe(-) s'explique quand on se souvient que le flux à travers une surface fermée est, par convention, le flux sortant: Si des charges sortant de (v) la charge contenue dans (v) diminue. Egalent les deux expressions:

$$\int_v \frac{\partial \rho}{\partial t} dv = -\oint_s \vec{J} \cdot \vec{ds} \quad (1-43)$$

Transformons le membre de droite par le théorème de Green-Ostrogradsky, il vient:

$$\oint_s \vec{J} \cdot \vec{ds} = \int_v \text{div } \vec{J} dv \quad (1-44)$$

Donc on aura :

$$\int_v \frac{\partial \rho}{\partial t} dv = -\int_v \text{div } \vec{J} dv \quad \Rightarrow \quad \int_v (\text{div } \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t}) dv = 0 \quad (1-45)$$

Cette relation doit être identiquement vérifier quel que soit la volume (v) sur lequel effectue bilan. On en déduit:

$$\text{div } \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (1-46)$$

Cette équation locale est l'expression de la convention de charge électrique, elle porte le nom d'équation de continuité et est relation fondamentale de la physique.

Mais, il faut modifier l'équation locale $\text{rot } \vec{H} = \vec{J}$ traduisant le théorème d'Ampère, de façon à obtenir une relation compatible avec l'équation de continuité.

Pour cela on a:

$$\text{div } \vec{D} = \rho \quad (1-47)$$

Par substitution à l'équation de continuité on arrive à:

$$\operatorname{div} \vec{J} + \operatorname{div} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = 0 \quad (1-48)$$

On aura donc:

$$\operatorname{div} \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) = 0 \quad (1-49)$$

Comme $\operatorname{div}(\operatorname{rot}) = 0$, on peut prendre $\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ sous forme d'un rotationnel et définir un champ

magnétique \vec{H} par:

$$\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \operatorname{rot} \vec{H} \quad (1-50)$$

D'où:

$$\vec{H} = \vec{J}_t = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (1-51)$$

Finalement on trouve:

$$\vec{J}_t = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (1-52)$$

Tels que:

\vec{J} : Vecteur densité de courant de conduction

$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$: Vecteur densité de courant de déplacement (\vec{J}_D)

Par cette procédure maxwell à modifier la loi d'ampère de façon que la densité de courant doive considérer non seulement la densité de courant de conduction \vec{J}_D mais aussi la densité de courant de déplacement \vec{J}_D .

1.3. Loi de comportement des matériaux (milieux physiques)

Au système d'équations de Maxwell il fallait introduire des relations traduisant le comportement physique du milieu.

Induction et champ électrique

Pour tout champ électrique, dans un milieu isotrope, de permittivité, nous avons [JEE85] :

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad (1-53)$$

$$\text{Ou: } \varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r \quad (1-54)$$

ε_0 : Permittivité absolue du vide [F/m]

ε_r : Permittivité relative du milieu.

Cette relation décrit la relation entre le vecteur induction électrique \vec{D} et le vecteur champ électrique \vec{E} . Elle est linéaire si ε est constante.

Dans le cas des conducteurs non polarisés, nous avons:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \vec{E} \quad (1-55)$$

Avec:

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{36 \cdot \pi \cdot 10^9} \text{ [F/m]}$$

Induction et champ magnétiques

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} \quad (1-56)$$

Avec:

$$\mu = \mu_0 \mu_r \quad (1-57)$$

Ou':

μ_0 : Perméabilité magnétique absolue du vide, $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$ [H/m],

μ_r : Perméabilité relative du milieu.

Dans le cas d'un aimant permanent, nous avons :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} + \vec{B}_{re} \quad (1-58)$$

\vec{B}_{re} : Vecteur induction magnétique rémanente.

1.4. Interprétation physique des équations de Maxwell

L'objet des équations de Maxwell consiste à relier, par des équations locales, les champs \vec{E} et \vec{B} à leurs sources: les densités de charges et de courants, (ρ) et (\vec{J}) dans le cas le plus générale, en particulier, en régime variable.

La loi de Faraday donnée par l'équation (1-1), exprime le couplage électrique –magnétique en régime dynamique et où la variation temporelle du vecteur champ d'induction magnétique (\vec{B}) détermine la variation spatiale du vecteur champ électrique (\vec{E}) .

La deuxième loi exprimée par la relation (1-51) indique que toute variation spatiale du vecteur Champ magnétique (\vec{H}) est égal à la densité du courant. Elle exprime la dépendance du champ magnétique de la densité du courant totale (conduction + déplacement). Cette relation peut être interprétée comme étant le taux de variation spatial du champ en fonction du taux de mouvement des charges.

Ces deux équations ((1-1) et (1-51)) assurent le couplage électrique magnétique.

La loi de la divergence de l'induction magnétique (\vec{B}) donnée par la relation (1-4) indique que, le flux, à travers une surface quelconque fermée S, est toujours nul. C'est-à-dire que les lignes vectorielles de l'induction ne commencent et ne se terminent nulle part. Elles sont donc, fermées sur elles-mêmes, créant ainsi des trajectoires circulaires, soit elle se ferme à l'infini.

La loi de la divergence de l'induction électrique (\vec{D}) donnée par la relation (1-5) indique que, toute charge électrique est considérée comme une source d'un champ électrique; autrement

dit, les lignes de champs électriques commencent et se terminent autour des charges électriques. L'équation (1-56) détermine la relation entre le champ magnétique et l'induction magnétique.

Cette relation donne la courbe d'aimantation $\vec{B} = f(\vec{H})$. Une variation de \vec{H} conduit à une

variation de l'induction \vec{B} , on trouve par la suite le cycle d'hystérésis dont la forme se diffère d'un matériau à un autre; donc d'un dispositif électrotechnique à un autre. On peut constater que cette équation, et celle qui lie l'induction électrique au champ électrique, interprète l'influence des propriétés des matériaux sur le rendement du système.

Chapitre II

Dans ce chapitre on va utiliser des différent formules de maxwell pour trouver le model générale de notre étude.

2.1. Modèle magnétostatique linéaire

En absence de la variation temporelle des champs magnétiques, on est amené à résoudre le modèle de la magnétostatique donné par le couple d'équations :

$$\nabla \times H = J_s \quad (2-1)$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (2-2)$$

Dans (I.11) J_s représente la densité de la courante source. On considère que les milieux sont linéaires ($\mu = cste$), on ajoute à ces deux équations la loi constitutive suivante :

$$B = \mu H \quad (2-3)$$

Les équations (2-1), (2-2) et (2-3) constituent ce qu'on appelle le modèle des problèmes magnétostatiques linéaires. Plusieurs formulations ont été développées en vue de sa modélisation. Par la suite nous allons citer les plus utilisées.

2.1.1. Formulations de la magnétostatique

Le modèle de la magnétostatique issu du système de Maxwell fait apparaître deux variables \mathbf{B} et \mathbf{H} . Suivant le type du problème étudié, différentes formulations permettant de calculer la distribution des champs, peuvent être utilisées. De nombreuses formulations ont déjà été développées en deux ou en trois dimensions. Elles s'écrivent en terme de potentiel scalaire [Peng 84], en potentiel scalaire réduit [Sawa 90] ou en potentiel vecteur magnétique [Demerdash 90].

D'autres utilisent l'induction magnétique \mathbf{B} comme inconnue. Dans un problème de calcul de champ crée par une bobine dans l'air et sans la présence de matériaux ferromagnétiques, la formulation en \mathbf{B} est supérieure à celle en potentiel du point de vue précision [Shaikh 88].

Une formulation mixte utilisant comme inconnues les deux grandeurs \mathbf{B} et \mathbf{H} a prouvé son efficacité dans les problèmes magnétostatiques linéaires, surtout quand il s'agit d'un saut important de la perméabilité d'un milieu à un autre [Alotto 98]. L'idée principale

de cette formulation consiste à minimiser le résidu de la relation constitutive (2-3) et à considérer les deux équations (2-1) et (2-2) comme des contraintes à respecter. La résolution de tel problème, nécessite l'utilisation des multiplicateurs de Lagrange afin de transformer le problème posé en un problème sans contrainte.

Cependant, il est à noter que la méthode aboutit à un système matriciel global avec des inconnues supplémentaires : les multiplicateurs de Lagrange. Une autre formulation, moins utilisée dans la bibliographie, est celle qui utilise le champ magnétique \mathbf{H} comme variable d'état [Kanayama 90].

La formulation la plus générale est celle en potentiel vecteur magnétique. Elle est très commode quand il s'agit des problèmes avec des régions multiples connexes et contenant plusieurs sources [Yun 97]. Dans le but de développer un code de calcul possédant un caractère général pour la résolution des problèmes magnétostatiques, nous avons opté pour cette formulation.

2.1.2. Formulation en potentiel vecteur magnétique

Compte tenu de l'équation (2-2), l'induction magnétique \mathbf{B} peut être exprimée comme suit :

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (2-4)$$

On appelle \mathbf{A} le potentiel vecteur magnétique. La combinaison des équations (2-1), (2-3) et (2-4), conduit à la formulation magnétostatique en potentiel \mathbf{A} :

$$\nabla \times (\nu \nabla \times \mathbf{A}) = \mathbf{J}_s \quad (2-5)$$

Où ν est la reluctivité magnétique (inverse de μ).

La résolution de (2-5) nécessite la connaissance des conditions aux limites relatives au domaine d'étude. Une condition aux Limites usuelle est d'imposer un champ magnétique nul sur la surface extérieure Γ .

Dans le calcul, on impose alors :

$$A = 0 \text{ dans le contour } \Gamma$$

Cette condition est dite condition de type Dirichlet. En présence d'un plan de symétrie, une autre condition dite de Newman peut être utilisée :

$$\frac{\partial A}{\partial t} = 0 \text{ Sur } \Gamma_s$$

Où Γ_s est le plan de symétrie de vecteur unitaire normal \mathbf{n} (Fig.2.1).

En effet la connaissance des conditions aux limites n'est pas suffisante pour avoir la solution du problème. Si \mathbf{A} est solution de (2-5), alors il existe une infinité de solutions données par la forme :

$$\mathbf{A} + \nabla \Phi \quad (2-6)$$

Où Φ est une grandeur scalaire quelconque.

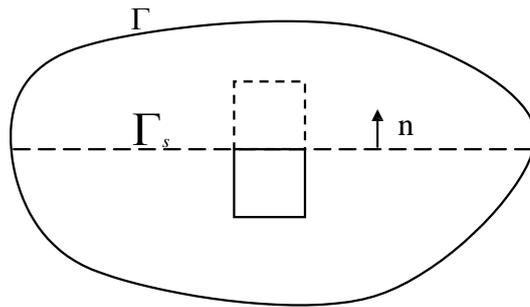


Fig.2.1. Schématisation d'un plan de symétrie

L'unicité du potentiel vecteur magnétique doit être assurée par l'utilisation d'une jauge. Dans la pratique, selon la méthode numérique de discrétisation utilisée, forcer la solution d'être unique peut entraîner des instabilités numériques dans le processus de calcul [Demerdash 90] et [Golovanov 97]. Dans d'autres cas, des difficultés numériques peuvent avoir lieu si on ne considère pas la jauge [Biro 96].

En effet le problème de jauge est largement évoquée dans la méthode des éléments finis et à notre connaissance, l'effet de la jauge n'est pas encore discuté dans la méthode des volumes finis. Dans la littérature, on trouve que la jauge de Coulomb est la plus couramment utilisée [Fetzer 97] :

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0 \quad (2-7)$$

L'introduction de la jauge de Coulomb dans la formulation (2-5) assure l'unicité de la solution du potentiel vecteur magnétique et par conséquent conduit à une meilleure stabilité numérique [coulomb 81] et [Preis 91] il est recommandé d'introduire la jauge de Coulomb par pénalité à travers le terme $\nabla(\nu_p \nabla \cdot A)$ [Nath93]. Dans ce cas, la formulation jaugée est donnée par l'équation :

$$\nabla \times (\nu \nabla \times A) - \nabla(\nu_p \nabla \cdot A) = \mathbf{J}_s \quad (2-8)$$

Cela est démontré aussi par Biro dans [Biro 89]. Afin d'avoir une meilleure approximation du potentiel, le terme ajouté ν_p est remplacé par la relativité ν du domaine [Fetzer 96], alors on obtient :

$$\nabla \times (\nu \nabla \times A) - \nabla(\nu \nabla \cdot A) = \mathbf{J}_s \quad (2-9)$$

On appelle cette équation : la formulation en potentiel vecteur magnétique jaugée.

2.2. Modèle magnétodynamique

Tenant compte des hypothèses simplificatrices, le modèle de la magnétodynamique issu des équations de Maxwell s'écrit :

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2-10)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (2-11)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2-12)$$

Avec :

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (2-13)$$

Pour définir complètement le problème de la magnétodynamique, il est encore nécessaire de considérer les relations constitutives des milieux.

2.2.1. Formulations de la magnétodynamique

Plusieurs formulations ont été développées pour représenter le modèle de la magnétodynamique en vue de sa modélisation. Les principales formulations rencontrées peuvent être classées en deux grandes familles [Abakar 01] :

- Formulations de type électrique: \mathbf{E} , \mathbf{A} et $A-V$
- Formulations de type magnétique : \mathbf{H} et $T-\Phi$

La formulation en champ électrique \mathbf{E} [Boussavit 90], est obtenue en dérivant par rapport au temps l'équation (2-11) et la combinant avec la relation (2-3). Cette formulation n'est pas utilisable dans tous les cas. Selon le problème étudié et la méthode de discrétisation utilisée, elle nécessite certain traitement [Abakar 01].

A l'heure actuelle, la formulation qui reste attractive surtout quand il s'agit des problèmes de calcul des courants induits en dimension 3, est la formulation en potentiel $A-V$ (V : potentiel scalaire électrique) [Pascal 03] et [Kanayama06]. Egalement, la formulation en \mathbf{A} a été introduite par plusieurs auteurs tel que Par exemple dans [Kanayama 03]. Dans ces travaux, Kanayama a montré que la convergence des solveurs itératifs, est plus rapide avec le potentiel scalaire V que sans lui.

Dans les problèmes de la magnétodynamique, la formulation en \mathbf{H} a fait l'objet de plusieurs travaux. Etudiée par Boussavit et Vérité dans [Boussavit 83], cette formulation a été intégrée dans le code de calcul éléments finis TRIFOU pour l'étude des courants de Foucault.

Il faut noter que dans l'ensemble des travaux cités ci-dessus, c'est la méthode des éléments finis MEF qui a été employée comme technique de discrétisation. En effet, les travaux de modélisation des problèmes de l'électrotechnique sont très peu étudiés par la méthode des volumes finis (MVF).

Dans [Yaoqin 01] et [Yaoqin 02], Yaoqin a utilisé la formulation $T-\Phi$ (\mathbf{T} : potentiel vecteur électrique, Φ potentiel scalaire magnétique) pour le calcul de la distribution des courants induits dans une plaque conductrice. Dans ces deux articles, l'auteur a montré l'efficacité de la MVF dans le domaine de calcul des courants induits.

Dans ce travail de mémoire, nous avons opté pour la formulation la plus générale A-V. Certains reportent l'inconvénient de cette formulation dans le cas 3D, par le nombre élevé des inconnues (A_x, A_y, A_z, V). A nos jours, avec les progrès des calculateurs (vitesse, mémoires ...) et aussi l'apparition des nouvelles méthodes comme la parallélisation des codes de calcul, la résolution algébrique multiniveaux ou bien la méthode de décomposition des domaines, ce problème n'est plus posé.

2.2.2. Formulation en potentiels A-V

En tenant compte de la relation (2-5) du potentiel vecteur magnétique \mathbf{A} , la remplaçant dans (2-10) on trouve:

$$\nabla \times \left(\mathbf{E} - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) = 0 \quad (2-14)$$

Cette forme nous permet de définir un potentiel scalaire électrique V , tel que :

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla V \quad (2-15)$$

Combinant les équations (2-3), (2-5), (2-11) et (2-15) nous obtenons :

$$\nabla \times (\nu \nabla \times \mathbf{A}) + \sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla V \right) = \mathbf{J}_s \quad (2-16)$$

En considérant la loi de conservation (2-13), on trouve comme deuxième équation :

$$\nabla \cdot \left[-\sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla V \right) \right] = 0 \quad (2-17)$$

2.3. Prise en compte du non linéarité magnétique

A cause des phénomènes de saturation intervenant dans les matériaux ferromagnétiques, la perméabilité magnétique μ va dépendre du champ \mathbf{H} [Feliachi81]. De nombreuses techniques ont été développées pour l'étude de ce type de non linéarité.

2.3.1. Méthodes existantes

- Algorithme de Newton-Raphson
- Méthode μ -B
- Technique M-B

La méthode de Newton-Raphson est la plus utilisée dans la littérature [Ayoub92]. Elle offre l'avantage d'une convergence au voisinage de la solution exacte en un nombre réduit d'itérations. Et comme cette convergence dépend fortement de la valeur d'initialisation de l'inconnue [Shyamkumar 88], la méthode de Newton-Raphson n'est pas toujours sollicitée.

Elle échoue surtout quand il s'agit d'une caractéristique $B(H)$ avec une saturation rapide. En revanche, les techniques linéaires (μ -B, M-B) mêmes si elles ne sont pas rapides par rapport à Newton-Raphson, elles assurent la convergence quelque soit le type de la caractéristique $B(H)$ [Kanai 87].

La méthode μ -B a été implémentée dans la méthode des éléments finis et différences finis pour les problèmes 2D par Demerdash [Demerdash 76]. Elle a été appliquée dans le cas 3D pour la première fois dans les éléments finis dans [Demerdash 81], et par la suite par d'autres auteurs dans d'autres méthodes, telle que la méthode des intégrales μ_r de frontières MIF [Shao 88]. Dans la pratique, il existe plusieurs manières pour implémenter cette technique, mais le principe est toujours le même. Après chaque itération l , la perméabilité relative doit être calculée par la relation suivante [Hafla 05] :

$$\mu_r^{(l)} = \frac{B(H_m^{(l)})}{\mu_0 H_m} \quad \text{si } H^{(l)} < H_m \quad (2-18)$$

$$\mu_r^{(l)} = \frac{B^{(l)}}{\mu_0 H(B^{(l)})} \quad \text{si } H^{(l)} \geq H_m \quad (2-19)$$

Où H_m est la valeur maximale du champ de la caractéristique $\mu_0(H)$ du matériau. La méthode M-B (M : aimantation) permet de remplacer un problème non linéaire par une série de problèmes linéaires, qui peuvent être résolus successivement par un schéma

itératif. Dans [Bloomberg 85] cette méthode est présentée comme nouvelle méthode pour le traitement des problèmes magnétostatiques non linéaires.

La méthode M-B qui appartient à la famille des méthodes itératives, offre l'avantage d'être efficace concernant l'occupation de mémoire. Un autre avantage, est que la matrice globale du système obtenu par discrétisation reste inchangée, alors elle est calculée et assemblée une fois pour toute [Kurz 97].

Il existe également d'autres techniques, tels que la méthode des points fixes et la méthode TLM (Transmission Line Modeling).

De point de vue formulation, la méthode des points fixes ressemble à la méthode M-B. Dans les deux méthodes, le terme $\nabla \times M$ est pris en considération pour tenir compte de la non linéarité [Ossart 99]. La méthode TLM, basée sur le principe d'analyse des circuits électriques, a été implémentée dans [Lobry 96]. Dans cette méthode, le matériau non linéaire est remplacé par un matériau linéaire et homogène et la non linéarité est ramenée dans le terme source.

2.3.2. Formulation magnétostatique non linéaire en potentiel A

La présence des matériaux non linéaires, dans lesquels μ dépend du champ appliqué nécessite un certain traitement. Cependant et dans l'ordre d'implémenter la méthode M-B dans la méthode des volumes finis, on ajoute l'équation constitutive non linéaire suivante :

$$B = \mu_0(H + M) \quad (2-20)$$

Où M est l'aimantation induite dans le matériau, elle est proportionnelle au champ magnétique appliqué. Les équations (2-1), (2-11) et (2-18) constituent le modèle de la magnétostatique non linéaire. Combinant (2-11) et (2-18), on obtient :

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu_0} B \right) = J_s + \nabla \times M \quad (2-21)$$

En terme de potentiel vecteur magnétique \mathbf{A} défini par (2-4), on réécrit l'équation (2-19) comme suit :

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{A} \right) = \mathbf{J}_s + \mathbf{J}_a \quad (2-22)$$

\mathbf{J}_a est le courant d'aimantation, donné par :

$$\mathbf{J}_a = \nabla \times \mathbf{M} \quad (2-23)$$

Tenant compte de la jauge de Coulomb, la formulation devient:

$$\frac{1}{\mu_0} [\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) - \nabla (\nabla \cdot \mathbf{A})] = \mathbf{J}_s + \mathbf{J}_a \quad (2-24)$$

2.3. Méthodes numériques de discrétisation

2-3-1. Méthode des différences finis

C'est méthode la plus ancienne, connue depuis Gauss [GBW23]. Le principe fondamental de cette méthode consiste à appliquer au domaine d'étude un maillage des nœuds dont la finesse permet de donner une bonne approximation des contours du domaine. Ensuite en appliquant le développement limité de série de Taylor de la Fonction à déterminer dans chaque nœud du maillage, ce qui permet d'obtenir un nombre d'équation algébriques égale au nombre des valeurs d'inconnues des grandeurs étudiées.

La solution par une des méthodes connues permet la connaissance, en chaque maille du domaine, la valeur de la variable étudiée.

Cependant, les méthodes utilisées dans la résolution des systèmes d'équation issus de la méthode des différences finies ne s'adaptent pas très bien a la modélisation de système de forme complexe et sont toujours obérées par la nécessité de prendre en compte les conditions d'interfaces. Elle est petit à supplanté par la méthode d'éléments finis.

2-3-2. Méthode des éléments finis

Cette méthode, utilisée depuis longtemps en mécanique. Elle a été introduite en électromagnétisme par P.Silvester et M.V.chari 1970 [SC51].

Elle a connu depuis, un développement considérable dans ce domaine, grâce au rapport successif des équipes universitaires de McGill au Canada, Rutherford en Grande-Bretagne et Grenoble en France et par quelques grands laboratoires industriels de recherches.

Le principe fondamental de cette méthode consiste à subdiviser le domaine d'étude en régions élémentaires (élément finis) et à représenter l'inconnue par une approximation polynômiale dans chacune de ces régions, ensuite, l'erreur due à l'approximation doit être minimisée.

La MEF est actuellement utilisée avec succès pour les problèmes en magnétique qu'en magnétodynamique parce qu'est une méthode très puissante et s'adapte aux géométries complexes. Par contre sa mise en oeuvre est assez compliquée et demande une place mémoire assez importante.

2.3.3. Méthode des volumes finis

La méthode des volumes finis(MVF) utilisée, en particulier en mécanique de fluides ou elles apparues une vingtaine d'années [SVP80]. Cette méthode est formellement très proche de la méthode des différences finis mais son expression est plus 'physique'. Les inconnues sont cette fois les valeurs moyennes dans chaque maille.

La méthode des volumes finis intègre sur des volumes élémentaires (volumes de contrôles) de forme simple, les équations écrites sous forme d'EDP.

On prend comme volume de contrôle une maille et on discrétise l'équation intégrale précédente sur chaque face de cette maille. Sa mise en oeuvre est simple si les volumes élémentaires sont des rectangles(ou parallélépipèdes rectangles en dimensions trois).

Cependant, la méthode des volumes finis permet d'utiliser des volumes élémentaires de forme quelconque, donc de traiter des géométries complexes, ce qui a un avantage sur la différence finis.

Il existe une grande variété de méthode selon le choix des géométries des volumes élémentaires (maillage régulier ou maillage irrégulier).

Après la discrétisation des EDP, on arrive à construire un système d'équation algébrique qui va être résolu par une des méthodes connues (itératives par exemple) .

2.4. Conclusion

Dans ce deuxième chapitre, nous avons rappelé les équations de Maxwell, les principales formulations des modèles qui nous intéressent ; le modèle magnétostatique linéaire et le modèle magnétodynamique. Afin de tenir compte de la non linéarité dans les problèmes magnétostatiques, nous avons donné un aperçu sur les techniques souvent employées :

Newton-Raphson, μ -B et M-B . Vu qu'elle s'adapte bien à tout type de non linéarité, nous avons choisi la méthode M-B . En effet, nous avons insisté sur les trois formulations que nous allons discrétiser dans le second chapitre. Ces formulations sont :

- Formulation en potentiel **A** du modèle magnétostatique linéaire.
- Formulation A-v du modèle magnétodynamique.
- Formulation en potentiel **A** du modèle magnétostatique non linéaire avec la technique M-B

Dans le suivant chapitre, on va discrétiser avec la méthode des volumes finis, les formes différentielles données par (2-9), (2-23).

Chapitre III

Le principe de la méthode des volumes finis (MVF) est basé sur le calcul de la forme intégrale de l'équation aux dérivées partielles (EDP) électromagnétique, comme dans le cas de la loi de Gauss pour le champ électrostatique et la loi d'Ampère pour la magnétostatique. Donc on note une signification physique de la méthode plus explicite que dans le cas des autres méthodes numériques [Zou 04^a]. La grande simplicité de sa mise en œuvre a fait que la MVF a connu un essor fulgurant depuis les années quatre vingt.

Considérons un domaine Ω dans lequel un champ U , scalaire ou vectoriel, est la solution de l'équation EDP suivante :

$$\mathfrak{Z}(U) = F \quad (3-1)$$

Où \mathfrak{Z} est un opérateur différentiel et F est une fonction connue, appelée terme source. La solution de l'équation (3.1) par la méthode des volumes finis, consiste d'abord à découper

le domaine Ω en volumes élémentaires $D_i = (i = 1, 2, \dots)$. Dans la branche de la physique, différents éléments ont été développés; tétraèdres, hexaèdres et prismes. Concernant les problèmes d'électrotechnique, on trouve souvent l'élément hexaédrique utilisé pour la discrétisation [Davies 96], [Yaoqin 01], [Yaoqin 02] et [Zou 04^b]. En effet, pour un problème donné, l'élément hexaédrique est supérieur par rapport aux autres éléments en termes de temps de calcul et de précision [Nakata 90], [Muramatsu 91] et [Kovalev 05].

La résolution numérique basée sur la MVF consiste à intégrer l'équation (3.1) dans chaque volume élémentaire dans lequel le champ U est approximé par une fonction linéaire :

$$\int_{D_i} \mathfrak{Z}(U) = \int_{D_i} F \quad (3-2)$$

Il est à noter que la méthode des volumes finis peut être vue comme une méthode de résidus pondérés dans laquelle les fonctions de poids sont égales à l'unité.

3.2. Discrétisation géométrique

Traditionnellement, comme dans toutes les méthodes numériques de discrétisation on commence par la construction du maillage ; pour cela on découpe le domaine d'étude en volumes élémentaires de taille réduite. Ces éléments sont, dans le cas tridimensionnel, soit de formes hexaèdre , tétraèdres ou des prismes. Nous limiterons cette étude aux formes hexaédriques. A chaque élément hexaédrique de volume $D_p = (i = p)$, on associé un nœud principal P et six facettes : e et w selon la direction x , n et s selon la direction y , t et b selon la direction z (Fig.3.1). Les volumes élémentaires voisins de l'élément D_p , sont représentés par leurs nœuds principaux : E et W suivant l'axe x , N et S suivant l'axe y , T et B suivant l'axe z .

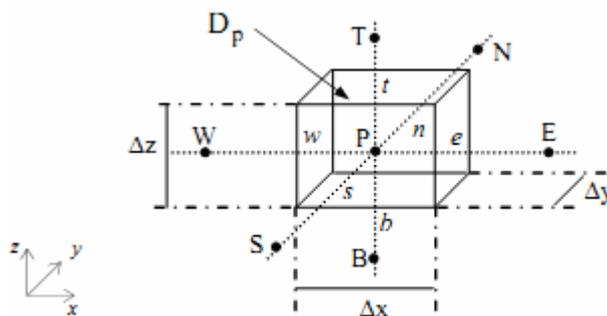


Fig3-1 Volume élémentaire D_p

Souvent, en particulier dans le cas 3D, les problèmes à modéliser sont constitués de plusieurs objets (régions) ayant différentes dimensions. Afin d'adapter notre maillage à ce type de problème, nous avons considéré deux types de grilles ; régulière et irrégulière (Fig.3.2). Pour éviter une forte discontinuité, le maillage irrégulier est réalisé avec une progression logarithmique dans l'espace (Fig.3.2.b).

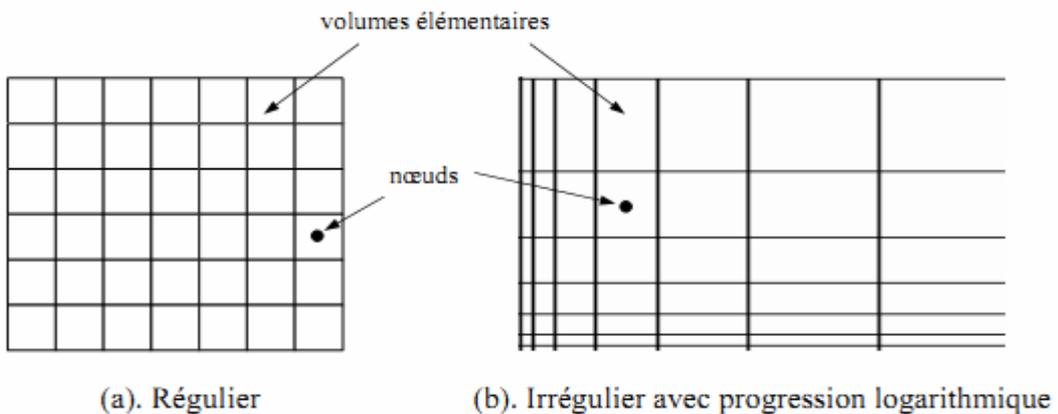


Fig3-2 .Types de maillages réalisés, vue

3.3. Discrétisation des formulations électromagnétiques

3.3.1. Discrétisation de la formulation magnétostatique

La formulation en volumes finis du modèle magnétostatique, consiste à intégrer l'équation(I.21) dans le volume élémentaire D_p , ainsi elle s'écrit :

$$\iiint_{D_p} \nabla \times (\nu \nabla \times A) dx dy dz - \iiint_{D_p} \nabla (\nu \nabla \cdot A) dx dy dz = \iiint_{D_p} \mathbf{J}_s dx dy dz \quad (3-3)$$

Par la suite, on va calculer directement cette intégrale sans faire de transformations sur les Opérateurs ∇ . Dans un souci d'alléger le développement, on ne considère par la suite que la composante x de l'intégrale (3.3).

3.3.1.1. Intégration de $\nabla \times (\nu \nabla \times A)$

$$\iiint_{D_p} \langle \nabla \times (\nu \nabla \times A) \rangle_x \quad (3-4)$$

$$= \int_w^e \int_s^n \int_b^t \left[\frac{\partial}{\partial y} \nu \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \nu \left(\frac{\partial A_x}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \nu \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \nu \left(\frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \right] dx dy dz \quad (3-5)$$

Les quatre termes différentiels dans (3.4), peuvent être représentés par une forme générale donnée par :

$$\frac{\partial}{\partial i} \nu \left(\frac{\partial A_{x,y,z}}{\partial k} \right) \quad \text{Avec } i,k=x,y,z \quad (3-6)$$

Tenant compte de cette écriture, on distingue deux cas ; $i=k$ et $i \neq k$. Soit par exemple le calcul du Deuxième terme dans (3.4) et qui correspond à $i=k=y$:

$$\int_w^e \int_s^n \int_b^t \left[\frac{\partial}{\partial y} \nu \left(\frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \right] dx dy dz \quad (3-7)$$

$$\int_w^e \int_b^t \left[\left\{ \nu \left(\frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \right\}_s \right] dx dz \quad (3-8)$$

On suppose que les dérivées du potentiel aux facettes n et s sont constantes sur les surfaces de ces facettes, (3.6) conduit à:

$$\left\{ \nu \left(\frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \right\} \Big|_s^n \Delta x \Delta z \tag{3-9}$$

$$= \left[\left\{ \nu \left(\frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \right\} \Big|_n - \left\{ \nu \left(\frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \right\} \Big|_s \right] \Delta x \Delta z \tag{3-10}$$

L'idée de base de la MVF est de considérer ensuite une variation linéaire du potentiel à travers les facettes n et s (Fig.3.3), on peut alors écrire :

$$\left\{ \nu \left(\frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \right\} \Big|_n = \nu_n \frac{A_x^N - A_x^P}{\Delta y_n} \tag{3-11}$$

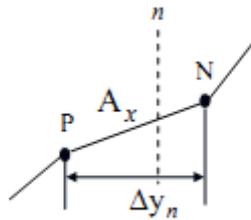


Fig.3.3. Approximation linéaire du potentiel à travers la facette n

De même, on exprime la dérivée sur la facette s . Remplaçant ces dérivées dans (3.7), on aura la combinaison linéaire :

$$c_n A_x^N + c_s A_x^S - (c_n + c_s) A_x^P \tag{3-12}$$

Tel que :

$$C_m = \nu_m \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y_m} \text{ pour } m=n,s \tag{3-13}$$

Où ν_n et ν_s sont respectivement, les reluctivités magnétiques des facettes n et s .

Développement du cas $i=k=y$. Afin de donner une idée complète sur le calcul des différents termes, prenons le deuxième cas ($i \neq k$), soit par exemple le terme $i=y$ et $k=x$:

$$\int_w^e \int_s^n \int_b^t \left[\frac{\partial}{\partial y} v \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} \right) \right] dx dy dz \tag{3-14}$$

$$= \left\{ v \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} \right) \right\} \Big|_s^n \Delta x \Delta z \tag{3-15}$$

Ici la dérivée de la composante y du potentiel A_y doit être exprimé aux facettes n et s . Une approche qui peut être utilisée, consiste à annuler ce type de termes et de considérer par la suite seulement les dérivées qui sont orthogonales aux facettes, comme par exemple dans (3.8). Toutefois, garder ces termes dans la formulation augmente la précision de laméthode. Cependant, on est amené à ajouter d'autres nœuds qu'on appellera 'nœuds fictifs' (Fig.3.4). Dans ce cas, on peut exprimer la dérivée à la facette n en fonction des potentiels aux nœuds fictifs :

$$\left\{ v \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} \right) \right\} \Big|_x = V_n \frac{A_y^{ne} - A_y^{nw}}{\Delta x} \tag{3-16}$$

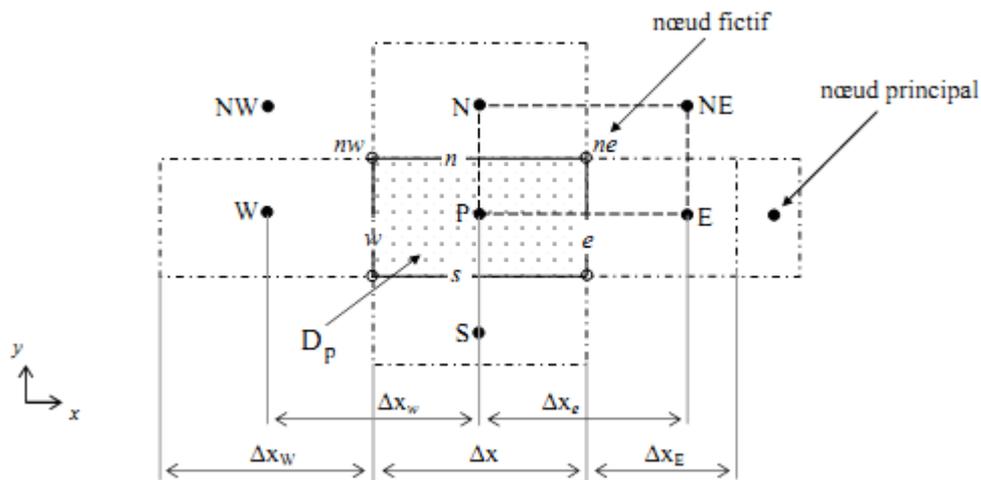


Fig.3.4. Illustration des nœuds fictifs

D_p Avant de poursuivre le calcul, considérons la Fig.3.4. Dans cette figure, il est montré que le maillage peut être régulier $\Delta x = \Delta x_w$ ou irrégulier $\Delta x \neq \Delta x_E$, et dans tous les cas les facettes sont situées aux médianes des nœuds, par exemple les facettes e et n sont situées sur les médianes des segments P-E et P-N, respectivement. Cela nous permet d'exprimer le potentiel au nœud fictif ne , comme suit :

$$A_y^{ne} = \frac{1}{4} (A_y^P + A_y^E + A_y^N + A_y^{NE}) \quad (3-17)$$

De même :

$$A_y^{nw} = \frac{1}{4} (A_y^P + A_y^W + A_y^N + A_y^{NW}) \quad (3-18)$$

De même on calcule la dérivée de la facette s . Après arrangement, le terme (3.11) aboutit à une combinaison linéaire donnée par la forme suivante :

$$q_n (A_y^{NE} - A_y^{NW}) - q_s (A_y^{SE} - A_y^{SW}) \quad q_m = \frac{1}{4} \nu_m \Delta z \quad \text{avec pour } m=n,s \quad (3-19)$$

De la même manière, on intègre les autres termes dans (3.4).

3.3.1.2. Intégration de $\nabla(\nu \nabla \cdot A)$

$$\iiint_{D_p} \langle \nabla(\nu \nabla \cdot A) \rangle_x dx dy dz \quad (3-20)$$

$$= \int_w^e \int_s^n \int_b^t \left[\frac{\partial}{\partial x} \nu \left(\frac{\partial A_x}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \nu \left(\frac{\partial A_y}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \nu \left(\frac{\partial A_z}{\partial z} \right) \right] dx dy dz \quad (3-21)$$

Il est clair que les trois termes différentiels dans (3.17) peuvent être écrits sous la forme générale (3.5). Ainsi leurs développements conduits aux mêmes étapes précédemment détaillées. Le résultat de l'intégrale de (3.17) donne une combinaison linéaire, qu'on peut mettre sous la forme :

$$(c_e + c_w) A_x^P + \sum_{\substack{i=x,y,z \\ m=n,s,\dots}} q_m A_i^M \quad (3-22)$$

Où

$$C_m = V_m \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x_m} \quad \text{Pour } m=n,s \quad (3-23)$$

3.3.1.3. Intégration du terme source

On suppose une distribution uniforme et constante du courant source dans le volume élémentaire D_p , on peut alors écrire :

$$\iiint_{D_p} \langle J_s \rangle_x dx dy dz = J_{sx} \Delta x \Delta y \Delta z \quad (3-24)$$

3.3.1.4. Construction du système matriciel

Après calcul de l'ensemble des termes provenant du développement de la composante x de l'équation (3.3), on obtient la combinaison algébrique donnée par (3.21). Cette expression donne la composante x du potentiel vecteur magnétique au nœud P (A_x^P) en fonction des potentiels A_x , A_y et A_z aux nœuds voisins. Le schéma volumes finis ainsi obtenu, est constitué de 14 branches (nombre des nœuds voisins de P).

$$A_x^P = \frac{1}{C_P} \left[\sum_{m=e,w\dots} C_m A_x^M + \sum_{\substack{i=x,y \\ m=e,w\dots}} q_m A_i^M + J_{sx} D_P \right], \text{ avec } C_P = \sum_{m=e,w\dots} C_m \quad (3-25)$$

Notons que (II.21) est évaluée pour l'élément élémentaire D_p ($D_p = \Delta x \Delta y \Delta z$). De même les composante y et z du potentiel sont :

$$A_y^P = \frac{1}{C_P} \left[\sum_{m=e,w\dots} C_m A_y^M + \sum_{\substack{i=x,z \\ m=e,w\dots}} q_m A_i^M + J_{sy} D_P \right] \quad (3-26)$$

$$A_z^P = \frac{1}{C_P} \left[\sum_{m=e,w\dots} C_m A_z^M + \sum_{\substack{i=x,y \\ m=e,w\dots}} q_m A_i^M + J_{sz} D_P \right] \quad (3-27)$$

L'écriture de (II.21), (II.22) et (II.23) pour l'ensemble des éléments du maillage, conduit a un système matriciel qu'on peut le mettre sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} & k_{xz} \\ k_{yx} & k_{yy} & k_{yz} \\ k_{zx} & k_{zy} & k_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{sx} \\ J_{sy} \\ J_{sz} \end{bmatrix} \quad (3-28)$$

Sous une forme condensée on écrit :

$$[K] [A] = [Js] \quad (3-29)$$

K est la matrice globale du système, dans le cas général elle est creuse et symétrique.

3.3.2. Discrétisation de la formulation magnétodynamique

La formulation volumes finis du modèle magnétodynamique s'écrit :

$$\begin{aligned} & \int_{w} \int_{s} \int_{b} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \nabla \times (\nu \nabla \times A) - \nabla (\nu \nabla \cdot A) dx dy dz dt \\ & = \int_{w} \int_{s} \int_{b} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} J_s dx dy dz dt + \int_{w} \int_{s} \int_{b} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \sigma \left(-\frac{\partial A}{\partial t} \right) dx dy dz dt \end{aligned} \quad (3-30)$$

Tenant compte des termes calculés dans la partie de la magnétostatique, dans (3.26) il nous ne reste à calculer que le intégrale :

$$\int_{w} \int_{s} \int_{b} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \sigma \left(-\frac{\partial A}{\partial t} \right) dx dy dz dt \quad (3-31)$$

3.3.2.1. Intégration du terme $\sigma \left(-\frac{\partial A}{\partial t} \right)$

$$\int_{w} \int_{s} \int_{b} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \sigma \left(-\frac{\partial A}{\partial t} \right) dx dy dz dt \quad (3-32)$$

$$= \left[-\sigma \left(A \Big|_{t_0}^{t_0+\Delta t} \right) \right] \Delta x \Delta y \Delta z \quad (3-33)$$

$$= -(\sigma_{t_0+\Delta t} * A_{t_0+\Delta t} - \sigma_{t_0} * A_{t_0}) \Delta x \Delta y \Delta z \quad (3-34)$$

3.4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons appliqué la méthode des volumes finis aux équations aux dérivées partielles établies au chapitre 2. Les formes discrétisées correspondantes sont implémentées dans un code de calcul sous l'environnement Matlab.

Chapitre IV

Dans ce chapitre, nous présentons les résultats des simulations obtenus à partir du code numérique développé et implémenter sous l'environnement MATLAB dans le but d'étudier l'influence de la jauge de coulomb dans la formulation électromagnétique tridimensionnelle. La méthode des volumes fins à été adoptée pour résoudre le problème électromagnétique régis par des équations aux dérivées partielles. la validité du travail est obtenue par des validations expérimentales réalisées localement.

4.1. Dispositif étudié

Afin de traité le problème, nous avons procédé à la modélisation d'un dispositif composé d'un circuit magnétique composé de deux bobines. Le circuit magnétique de section $S = (29 \times 30) \times 10^{-6} \text{ m}^2$ et de longueur $l=34.8\text{cm}$ est alimenté par une bobine soumise a une tension sinusoïdale $V = 220\sin(314t)$. des validations expérimentaux ont été réalisés dans le but de validé l'ensemble des résultats obtenus. La Fig.4.1. représente le montage réalisé :

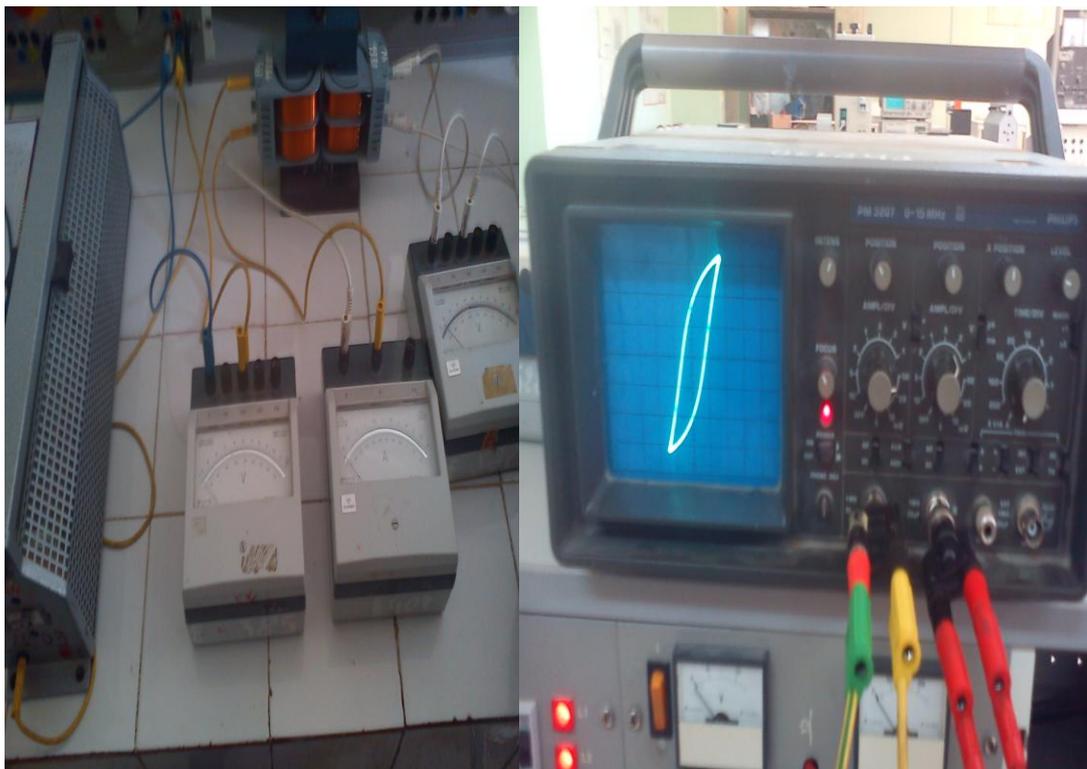


Fig.4.1. Montage réalisé

Le matériel utilisé dans la manipe est décrit ci-dessous

- Un circuit magnétique ($n_1=600$ spire, $n_2=300$).
- deux ampèremètres.
- deux voltmètres.
- Une résistance de valeur de $1\text{M}\Omega$ et une Capacité de valeur de $2.2\mu\text{F}$ en secondaire, ces derniers jouent le rôle d'un filtre ou d'un intégrateur.
- Une résistance de 1Ω , celle-ci permet de tracer l'allure du champ magnétique H.
- L'oscilloscope à partir duquel on relève la courbe $B = f(H)$.
- Générateur de source alternatif de valeur efficace de 220V .

Le schéma équivalent du montage réalisé est présenté ci-dessous :

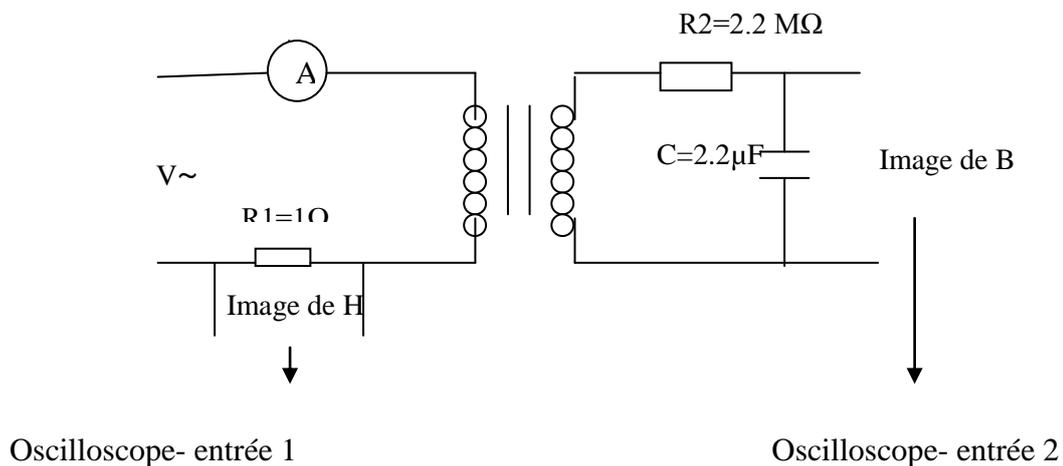


Fig.4.2. schéma équivalent du montage réalisé.

Afin de compléter notre étude nous avons relevé le cycle d'hystérise du noyau magnétique. Ce dernier à été implémenté par l'introduction de la non-linéarité due a la perméabilité magnétique du circuit magnétique. Celle-ci à été introduite dans notre modèle par l'utilisation des tableaux donnés ci-dessous :

B(T)	2.78	2.70	2.56	2.19	1.83
H(A/m)	6896	5172	3448	1724	0
B(T)	1.83	0.73	-1.24	-2.19	-2.78
H(A/m)	0	-1724	-3448	-5172	-6896
B(T)	-2.78	-2.70	-2.56	-2.19	-1.83
H(A/m)	6896-	-5172	-3448	-1724	0
B(T)	-1.83	-0.73	1.24	2.19	2.78
H(A/m)	0	1724	3448	5172	6896

4.2. Résultats des simulations

La figure ci-dessous représente une vue tridimensionnelle du maillage réalisé. L'inducteur a été supposé comme une pièce massive parcouru par une densité de courant $J = 60000 \cdot \sin(\omega t)$ A/m².

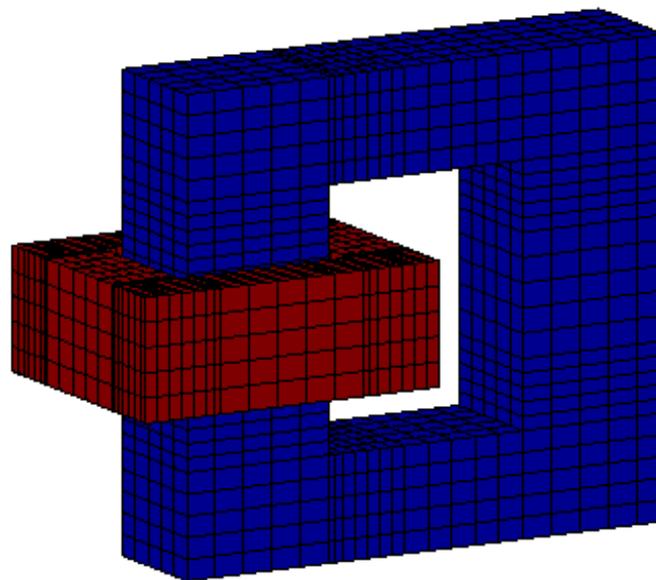


Fig.4.3. Maillage tridimensionnel du dispositif a modélisé.

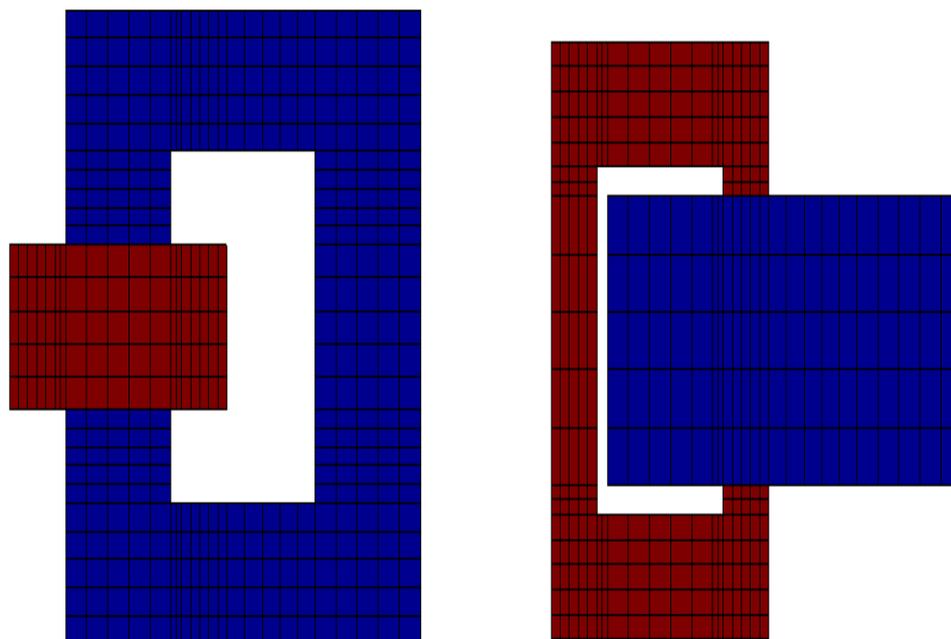


Fig.4.4. Vue de coupe du dispositif à modélisé selon :

a. Le plan X-Z, b. selon le plan X-Y

La Fig.4.5 représente la répartition spatiale de l'induction magnétique B au sein du circuit magnétique obtenu à partir de la formulation électromagnétique jaugé (le cas où la jauge de coulomb est introduite dans la formulation électromagnétique) et la formulation magnétique non-jaugé.

Selon les résultats présentés, on constate que la jauge de coulomb à diminué considérablement la valeur du champ d'induction magnétique B au sein du circuit magnétique.

La Fig.4.6 représente la répartition spatiale du potentiel vecteur magnétique A au sein du circuit magnétique obtenu à partir de la formulation électromagnétique jaugé (le cas où la jauge de coulomb est introduite dans la formulation électromagnétique) et la formulation magnétique non-jaugé.

Selon les résultats présentés dans la Fig.4.6, on constate que la répartition du champ de vecteur du potentiel magnétique A n'est pas très influé par la jauge de coulomb.

La Fig.4.7 représente la répartition spatiale du champ d'induction magnétique B en dessous du bobinage calculée à partir de la formulation magnétique jaugeé et non-jaugeé. On comparant les résultats obtenus, on peut dire que la valeur et la répartition du champ d'induction magnétique B ne peuvent être influées par la présence ou l'absence de la jauge de coulomb. Ceci est vrai dans le cas alors de l'absence d'un corps magnétique de perméabilité magnétique relative importante.

Pour vérifié cette hypothèse, nous avons calculé la répartition spatiale du champ d'induction magnétique B dans l'entrefer séparant le bobinage et le circuit magnétique calculée à partir de la formulation magnétique jaugeé et non-jaugeé. Les résultats obtenus sont montrés dans la Fig.4.9. Ces résultats confirment l'hypothèse précédente ou nous remarquons qu'au voisinage du circuit magnétique, le champ magnétique diminue considérablement dans de la présence de la jauge de Coulomb.

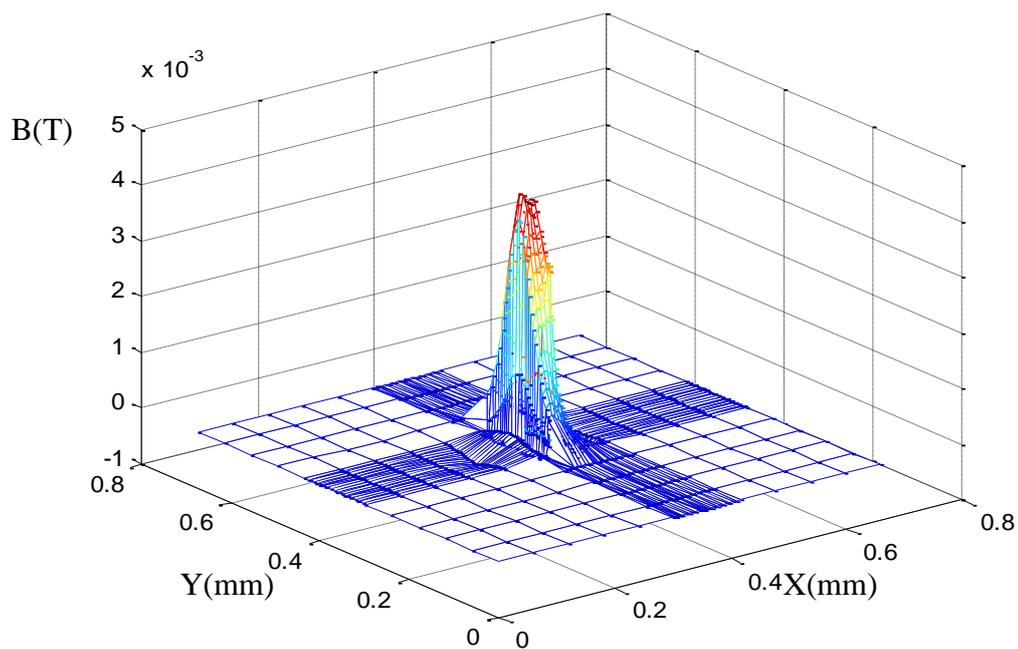


Fig.4.5. Répartition spatiale de l'induction magnétique B au sein du circuit magnétique calculé à partir de la formulation magnétique jaugé.

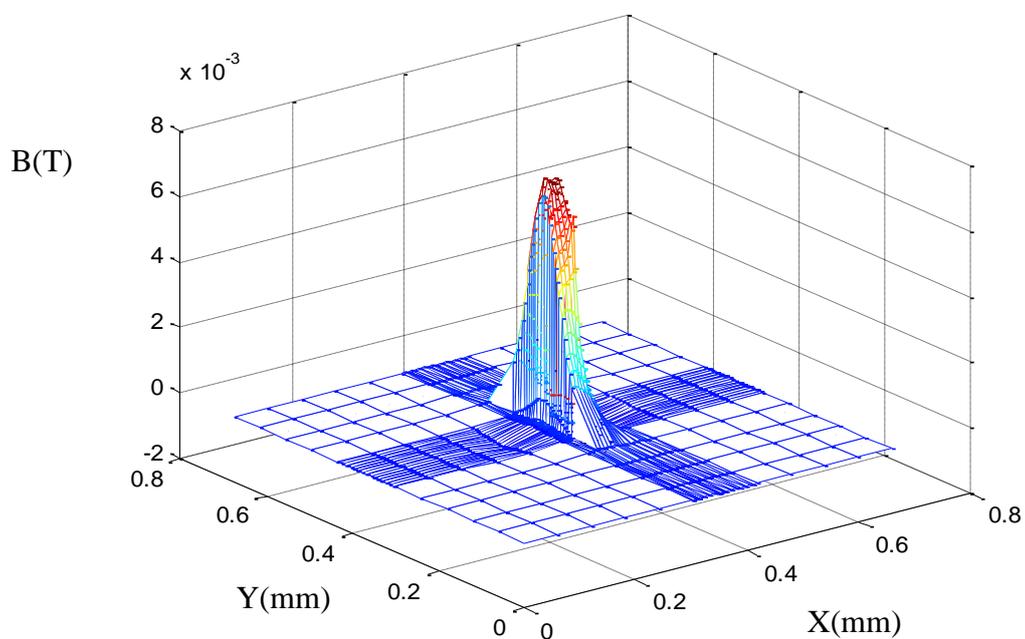


Fig.4.6. Répartition spatiale de l'induction magnétique B au sein du circuit magnétique calculé à partir de la formulation magnétique non-jaugé.

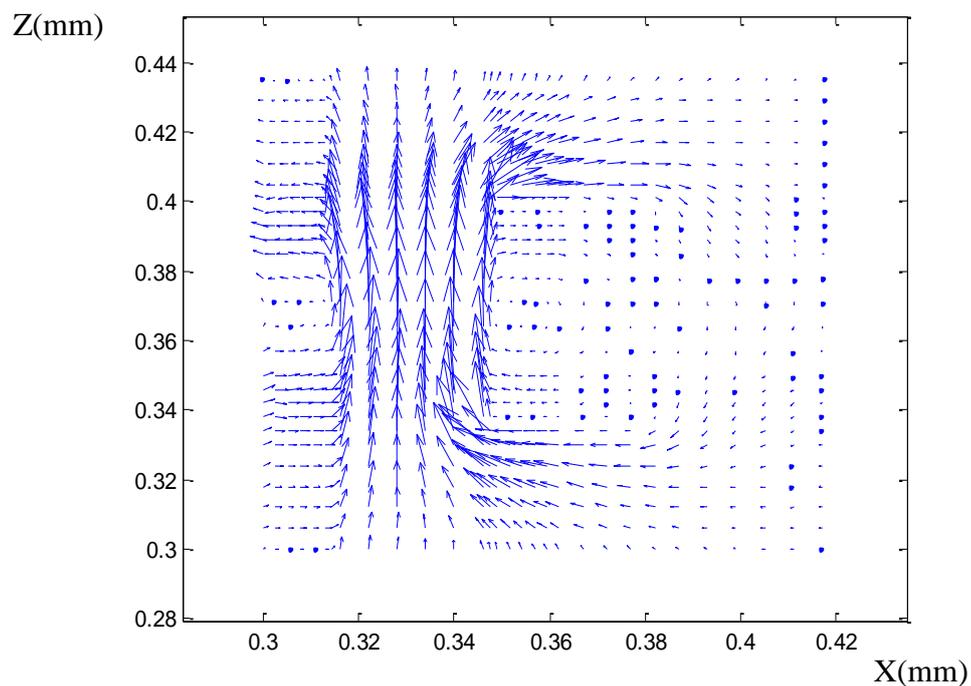


Fig.4.7. Répartition spatiale du vecteur potentiel magnétique A , au sein du circuit magnétique calculé à partir de la formulation magnétique jaugé.

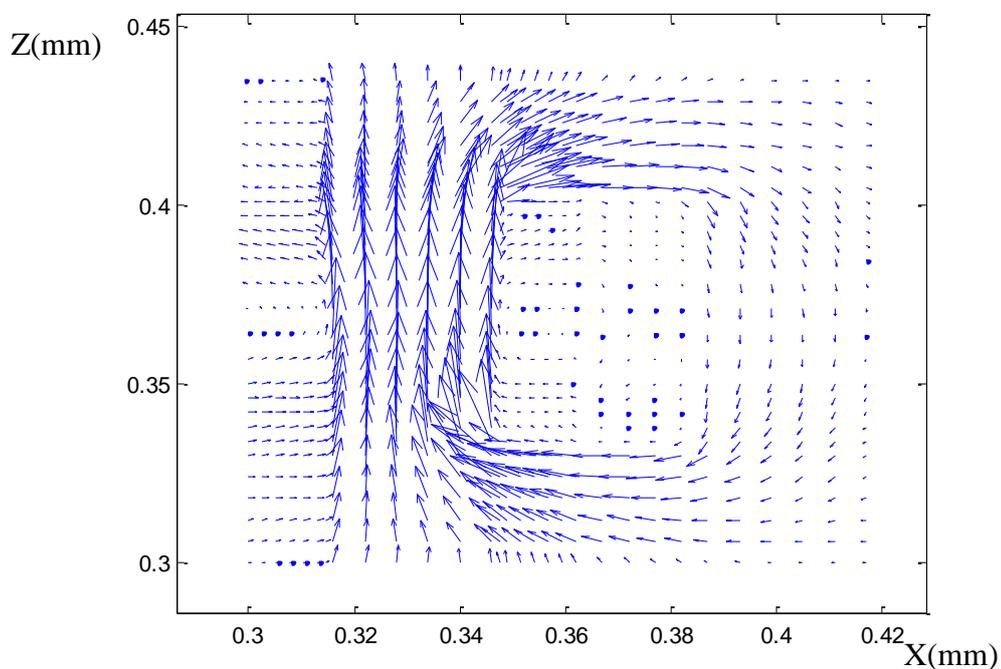


Fig.4.8. Répartition spatiale du vecteur potentiel magnétique A , au sein du circuit magnétique calculé à partir de la formulation magnétique non-jaugé.

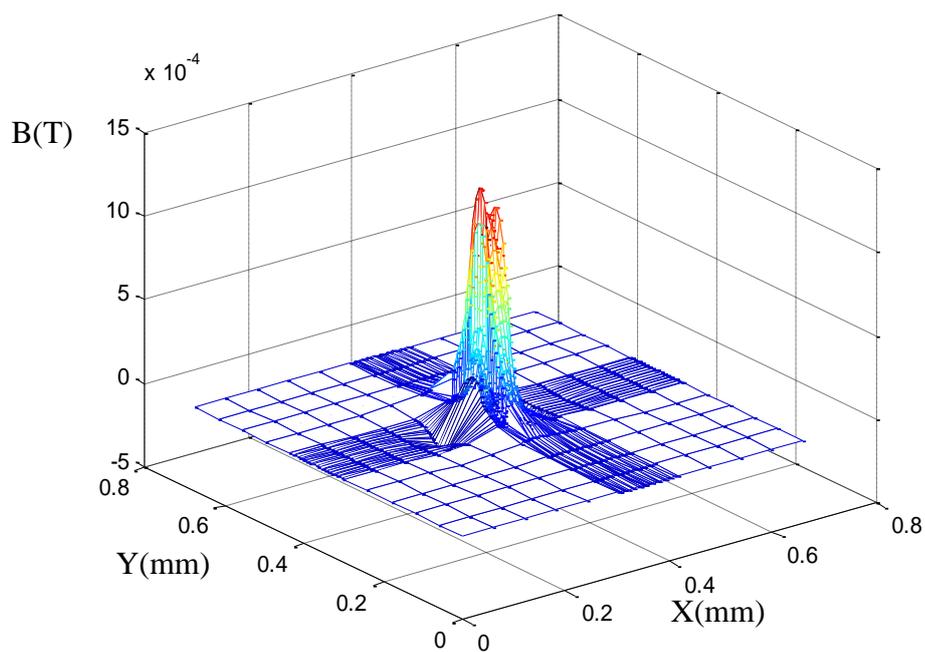


Fig.4.9. Répartition spatiale du champ d'induction magnétique B en dessous du bobinage calculée à partir de la formulation magnétique jaugé.

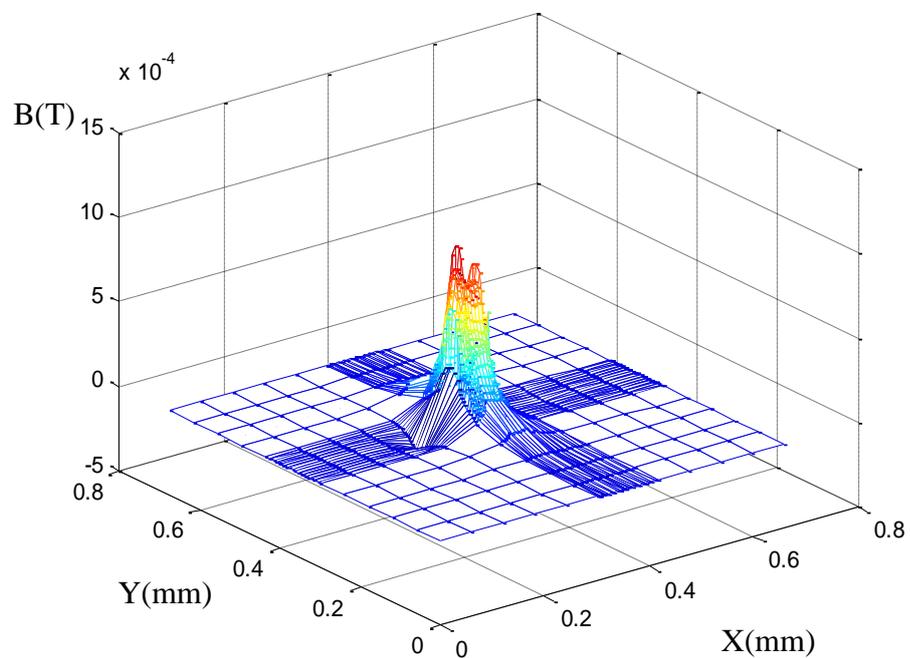


Fig.4.10. Répartition spatiale du champ d'induction magnétique B en dessous du bobinage calculée à partir de la formulation magnétique jaugé et non-jaugé.

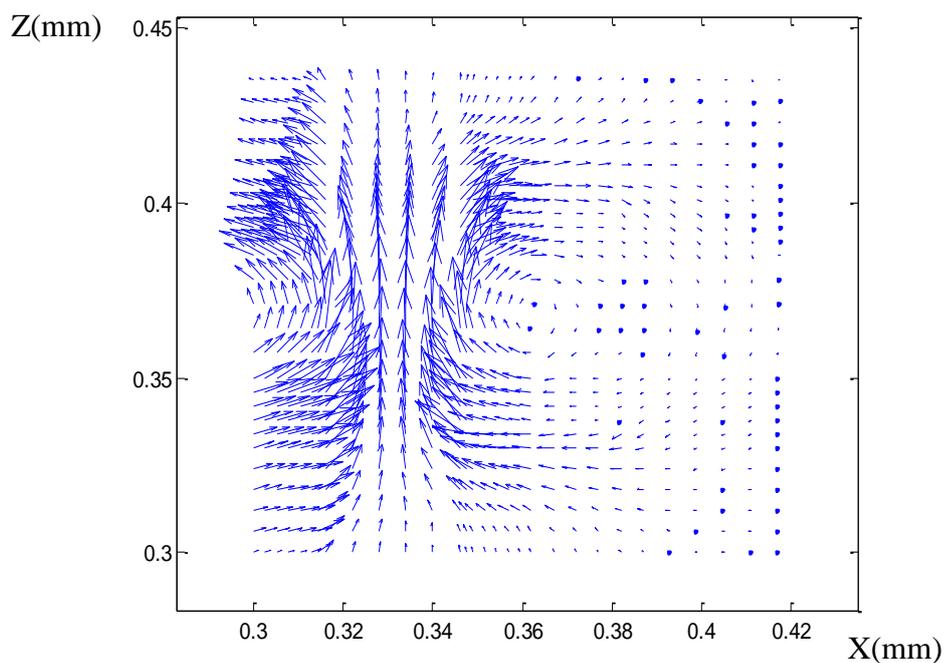


Fig.4.11. Répartition spatiale du vecteur potentiel magnétique A , en dessous du bobinage calculé à partir de la formulation magnétique jaugé.

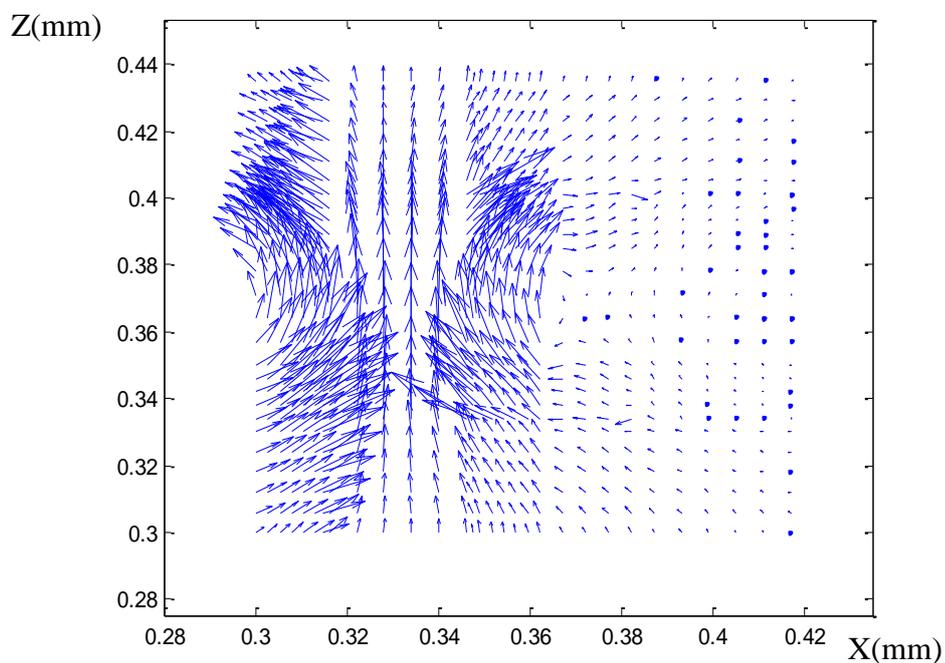


Fig.4.12. Répartition spatiale du vecteur potentiel magnétique A , en dessous du bobinage calculé à partir de la formulation magnétique non-jaugé.

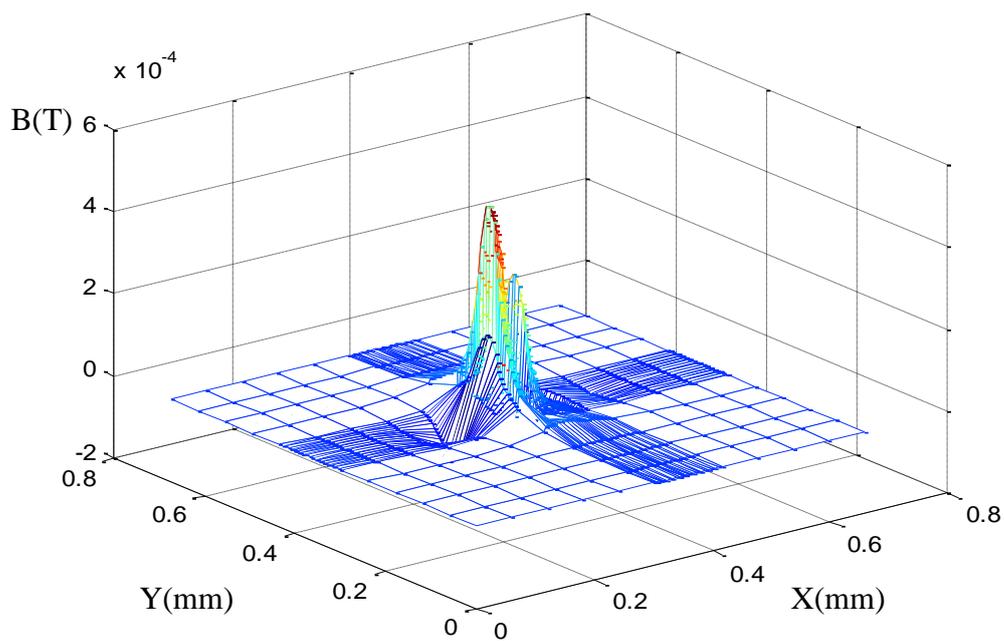


Fig.4.13. Répartition spatiale du champ d'induction magnétique B dans l'entrefer séparant le bobinage et le circuit magnétique calculée à partir de la formulation magnétique jaugé.

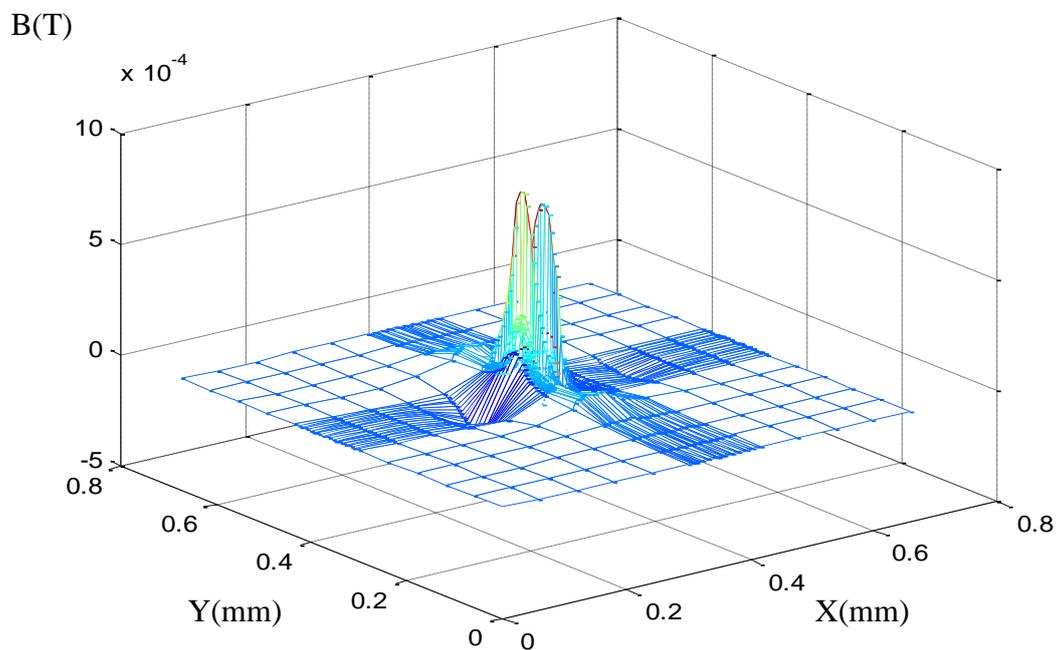


Fig.4.14. Répartition spatiale du champ d'induction magnétique B dans l'entrefer séparant le bobinage et le circuit magnétique calculée à partir de la formulation magnétique non- jaugé .

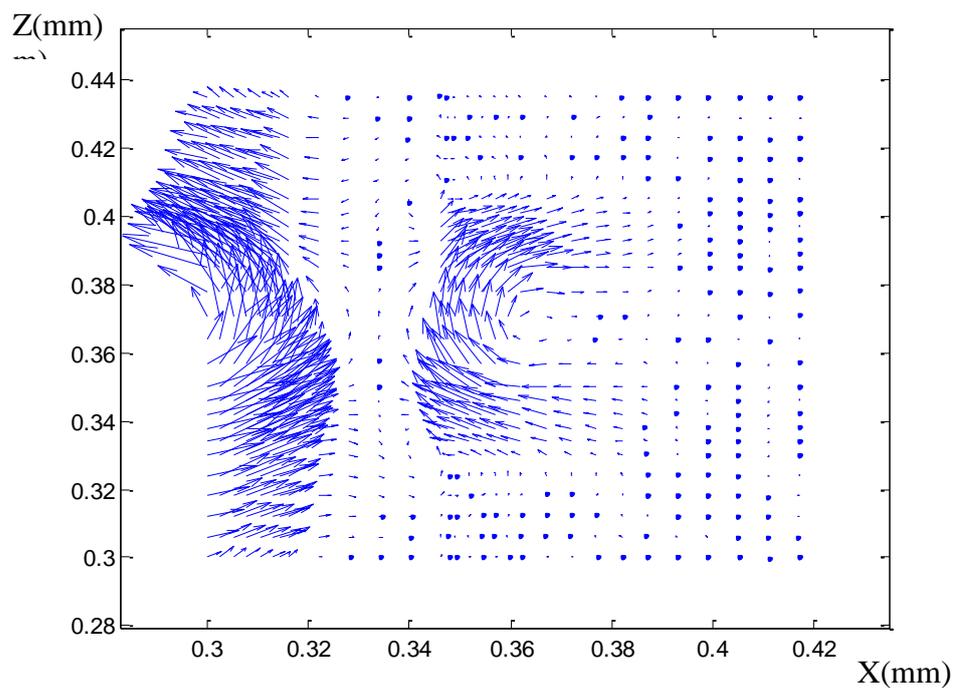


Fig.4.15. Répartition spatiale du vecteur potentiel magnétique A dans l'entrefer séparant le bobinage et le circuit magnétique calculée à partir de la formulation magnétique jaugé.

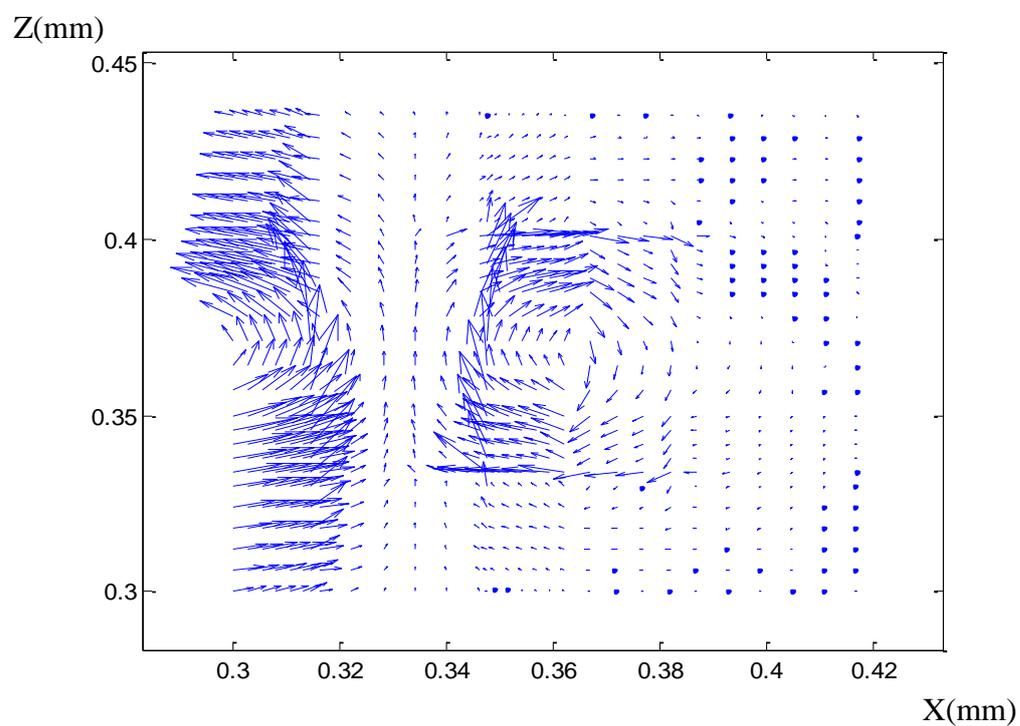


Fig.4.16. Répartition spatiale du vecteur potentiel magnétique A dans l'entrefer séparant le bobinage et le circuit magnétique calculée à partir de la formulation magnétique non- jaugé.

Conclusions :

Selon les résultats présentés dans ce chapitre nous constatons que la jauge de coulomb a diminué considérablement la valeur du champ d'induction magnétique B au sein du circuit magnétique, dessous du bobinage et l'entrefer séparant le bobinage et le circuit magnétique on constate que la répartition du champ de vecteur du potentiel magnétique A n'est pas très influé par la jauge de coulomb.

Chapitre I

[MND91] : MICHEL HULIN, NICOLE HULIN et DENISE PERRIN

<<Equation de MAXWELL ondes électromagnétique>>
Dunod, France : 1991

[MJR99] : M.BERTIN, J.P.FAROUX et J.RENAULT

<<Electromagnétique électrostatique et magnétique>>
Dunod , paris, France : 1999

[EP89] : EDGARD ELBAZ

<<L'électromagnétisme à l'électrofaible magnétique>>
Ellipses, paris : 1989

[JEE85] : JOSEPH A.EDMINISTER

<<Electromagnétisme>>
Série schaum, paris 1985

[Peng 84] : J. P. Peng, S. Salon and M. V. K. Chari, "A comparison of finite element and boundary element formulations for three-dimensional magnetostatic problems", IEEE Trans. Magn., Vol. 20, No. 5, pp. 1950-1952, Sep. 1984

Chapitre II

[Sawa 90] : K. Sawa and T. Hirano, "An evaluation of the computational error near the boundary with magnetostatic field calculation by B.E.M.", IEEE Trans. Magn., Vol. 26, No. 2, pp. 403-406, Mar. 1990.

[Demerdash 90]: N. A. Demerdach and R. Wang, "Theoretical and numerical difficulties in 3-D vector potential methods in finite element magnetostatic computations", IEEE Trans. Magn., Vol. 26, No. 5, pp. 1656-1658, Sep.1990.

[Shaikh 88]: Z. H. Shaikh, H. Yamashita, E. Nakamae, "A three dimensional magnetic field analysis by a novel finite element method using magnetic flux density directly as an unknown variable", IEEE Trans. Power Deliv., Vol. 3, No. 1, pp. 249-254, Jan. 1988.

[Alotto 98]: P. Alotto, F. Delfino *et al.*, "A mixed face-edge finite element formulation for 3D magnetostatic problems", IEEE Trans. Magn., Vol. 34, No. 5, pp. 2445-2448, Sep. 1998.

Bibliographie

- [Kanayama 90]: H. Kanayama, H. Motoyama *et al.*, “Three-dimensional Magnetostatic analysis using Nedelec’s elements”, IEEE Trans. Magn., Vol. 26, No. 2, pp. 682-685, Mar. 1990.
- [Yun 97]: Z. Q. Yun, B. D. Tan and J. Hung, “Alternative vector formulations for magnetostatics”, IEEE Trans. Mag, Vol. 33, No. 2, pp. 1239-1242, Mar. 1997.
- [Golovanov 97]: C. Golovanov, “Développement de formulations éléments finis 3-D en potentiel vecteur magnétique: application à la simulation de dispositifs électromagnétiques en mouvement”, Thèse de doctorat, Spécialité génie électrique, Institut national polytechnique de Grenoble, 1997.
- [Biro 96]: O. Biro, K. Preis and K. R. Richter, “On the use of the magnetic vectorpotential in the nodal and edge finite element analysis of D magnetostatic problems”, IEEE Trans. Magn., Vol. 32, No. 3, pp. 651-654, May 1996.
- [Fetzer 97]: J. Fetzer, S. Kurz and G. Lehner, “Comparison of analytical and numerical integration techniques for the boundary integrals in the BEM- FEM coupling considering TEAM workshop problem no. 13”, IEEE Trans. Magn., Vol. 33, No. 2, pp. 1227-1230, Mar. 1997.
- [coulomb 81]: J. L. Coulomb, “Finite element three dimensional magnetic field computation”, IEEE Trans. Magn., Vol. 17, No. 6, pp. 3241-3246, Nov. 1981.
- [Preis 91]: K. Preis, I. Bardi, *et al.*, “Numerical analysis of 3-D magnetostatic fields”, IEEE Trans. Magn., Vol. 27, No. 5, pp. 3798-3803, Sep. 1991.
- [Nath93]: S. Nath and W. Lord, “Three dimensional hybrid finite- boundary element model for eddy current NDE”, IEEE Trans. Magn., Vol. 29, No. 2, pp. 1853-1856, Mar. 1993.
- [Biro89]: O. Biro and K. Preis, “On the use of the magnetic vector potential in the finite element analysis of three dimensional eddy currents”, IEEE Trans. Magn., Vol. 25, No. 4, pp. 3145-3159, Jul. 1989.
- [Fetzer 96]: J. Fetzer, S. Kurz and G. Lehner, “Comparison between different formulations for the solution of 3D nonlinear Magnetostatic problems using BEM-FEM coupling”, IEEE Trans. Magn., Vol. 32, No. 3, pp
-
-

Bibliographie

- [Abakar 01]: A. Abakar, "Modélisation tridimensionnelle de systèmes électromagnétiques comportant des régions filaires et des régions minces : application en CEM 50Hz à des dispositifs EDF", Thèse de doctorat, Spécialité génie électrique, Institut national polytechnique de Grenoble, 2001.
- [Boussavit 90]: A. Boussavit, "Le calcul des courants de Foucault en dimension 3 avec le champ électrique comme inconnu", Rev. Phys. App. Vol. 25, No. 2, pp. 189-197, 1990.
- [Pascal 03]: R. Pascal, "Modélisation des traitement thermique superficiel par induction", Thèse de doctorat, Spécialité mécanique, Ecole centrale de Lyon, 2003.
- [Kanayama 06]: H. Kanayama and S. I. Sugimoto, "Effectiveness of A- λ method in a parallel computing with an iterative domain decomposition method", IEEE Trans. Magn., Vol. 42, No. 4, pp. 539-542, Apr. 2006.
- [Kanayama 03]: H. Kanayama, D. Tagami, K. Imoto, and S. Sugimoto, "Finite element computation of magnetic field problems with the displacement current," Jour. Comput. Appl. Math., 159, pp. 77-84, 2003.
- [Boussavit 83]: A. Boussavit and J. C. Vérité, "The TRIFOU code : solving the 3-D eddy currents problem by using H as state variable", IEEE Trans. Magn., Vol. 19, No. 6, pp. 2465-2470, Nov. 1983.
- [Yaoqin 01]: X. Yaoqin, L. Feng and M. Xinshan, "Computation of eddy current problems by the finite volume method", ICEMS'2001, International conference on electrical machines and systems, Vol. 2, pp. 1117-1120, Aug. 2001.
- [Yaoqin 02]: X. Yaoqin, L. Feng and M. Xinshan, "Calculation of TEAM problem 21 by the finite volume method", IEEE'2002, International conference on communications circuits and systems, Vol. 2, pp. 968-971, Jun. 2002.
- [Feliachi 81]: M. Feliachi, "Contribution au calcul du champ électromagnétique par la méthode des éléments finis en vue d'une modélisation dynamique de machines électriques", Thèse de doctorat, Spécialité génie électrique, Conservatoire national des arts et métiers Paris, 1981.
- [Shyamkumar 88]: B. B. Shyamkumar, Z. J. Cendes, "Convergence of iterative methods for nonlinear magnetic field problems", IEEE Trans. Magn., Vol. 24, No. 6, pp. 2585-2587, Nov. 1988.
-
-

Bibliographie

[Kanai 87]: Y. Kanai, T. Abe *et al.*, "Fast and stable non-linear converging method", IEEE Trans. Magn., Vol. 23, No. 5, pp. 3290-3292, Sep. 1987.

[Demerdash 76]: N. A. Demerdach and T. W. Nehl, "Flexibility and economics of implementation of the finite element and difference techniques in nonlinear magnetic fields of power devices", IEEE Trans. Magn., Vol. 12, No. 6, pp. 1036-1038, Nov. 1976.

[Shao 88]: K. R. Shao and K. D. Zhou, "The iterative boundary element method for nonlinear electromagnetic field calculations", IEEE Trans. Magn., Vol. 24, No. 1, pp. 150-153, Jan. 1988.

[Bloomberg 85]: D.S. Bloomberg, V. Castelli, "Reformulation of nonlinear magnetostatic equations for rapid iterative convergence", IEEE Trans. Magn., Vol. 21, No. 2, pp. 1174-1180, Mar. 1985.

[Kurz 97]: S. Kurz, J. Fetzer and G. Lehner, "A novel iterative algorithm for the nonlinear BEM-FEM coupling method", IEEE Trans. Magn., Vol. 33, No. 2, pp. 1772-1775, Mar. 1997.

[Ossart 99]: F. Ossart et V. Ionita, "Convergence de la méthode du point fixe modifiée pour le calcul de champ magnétique avec hystérésis", EPJ. App. Phys., Vol. 5, No. 1, pp. 63-69, Jan. 1999.

[Lobry 96]: J. Lobry, J. Trécat and C. Broche, "Symmetry and TLM method in nonlinear magnetostatics", IEEE Trans. Magn., Vol. 32, No. 3, pp. 702-705, May 1996.

[GBW23]: Gauss(C.f); Beriefan gerling. Werke, 9, 278-81 (décembre 26 1823).

[SC51]: SILVESTER (P) , CHARI ; Finit element solution of saturable magnétique field probleme, IEEE Trans. PAS 89, n 7,1970,p. 1642-1651.

[SVP80]: S. V. Patankar, "Numerical Heat Transfer and Fluid flow", Hemisphere publishing, 1980.

Chapitre III

[Zou 04^b]: J. Zou, Y. Q. Xie *et al.*, "Analysis of the thin plate eddy-current problem by finite volume method", IEEE Trans. Magn., Vol. 40, No. 2, pp. 1370-1373, Mar. 2004.

[Davies 96]: J. B. Davies and A. J. Dean, "Finite volume with non-uniform mesh for the solution of Maxwell's equations", IEEE Trans. Magn., Vol. 32, No. 3, pp. 1417-1420, May 1996.

Bibliographie

[Nakata 90]: T. Nakata, N. Takahashi *et al.*, “Comparison of different finite elements for 3-D eddy current analysis”, IEEE Trans. Magn., Vol. 26, No. 2, pp. 434-437, Mar. 1990.

[Muramatsu 91]: K. Muramatsu, T. Nakata *et al.*, “Investigation of effectiveness of 3-D nonconforming mesh”, IEEE Trans. Magn., Vol. 27, No. 6, pp. 5211-5213, Nov. 1991.