

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministère de l'enseignement Supérieur et de la Recherche scientifique



Université Mohamed Khider Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Electrique
Filière :Electronique
Option :Télécommunication

Réf:.....

**Mémoire de Fin d'Etudes
En vue de l'obtention du diplôme:**

MASTER

Thème

**La Détection de la lésion par la linéarisation d'un modèle non linéaire
de l'image IRM**

Présenté par :
Legroun Aichouche
Soutenu le : 06 Juin 2013

Devant le jury composé de :

Mme Toumi Abida

Dr K.El kourd

Mlle MDAOUAKH Saida

MCB

MCA

MCB

Président

Encadreur

Examineur

Année universitaire : 2012 / 2013

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministère de l'enseignement Supérieur et de la recherche scientifique



Université Mohamed Khider Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Electrique
Filière :Electronique
Option :Télécommunication

Mémoire de Fin d'Etudes
En vue de l'obtention du diplôme:

MASTER

Thème

**La Détection de la lésion par la linéarisation d'un modèle non linéaire
de l'image IRM**

Présenté par :

Legroun Aichouche

Avis favorable de l'encadreur :

Dr K.Elkourd

signature

Avis favorable du Président du Jury

Nom Prénom

Signature

Cachet et signature



Université Mohamed Khider Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Electrique
Filière :Electronique
Option :Télécommunication

Thème :

**La Détection de la lésion par la linéarisation d'un modèle non linéaire
de l'image IRM**

Proposé par : Dr K.Elkour

Dirigé par : Dr K.Elkour

RESUMES (Français et Arabe)

Résumé :

Notre projet est basé sur la linéarisation d'un modèle non linéaire à l'aide de la méthode du runge kutta, puis appliquer la technique d'AVOVA pour détecter la tumeur sur le cerveau pathologique de l'image médicale IRM et l'image CT-scan. Enfin, voir la comparaison entre notre résultat et l'Anova de la technique linéaire. Le logiciel appliqué et la Matlab12.

الملخص

ويستند المشروع على الخطية لنموذج غير خطي باستخدام رونج كوتا ثم تطبيق تقنية انوفا للكشف عن الورم في الدماغ للصورة المريضة للصورة الرنين المغناطيسي والتصوير الطبي و CT-مسح الصورة وفي الاخير رؤية ومقارنة النتائج مع التكنولوجيا الخطية لنظرية انوفا ويتم التطبيق في هذا المشروع باستخدام ماتلاب 12

Dédicace

Je dédie ce modeste travail

A mes très chers parents et ma grande famille.

A tous les enseignants de département

D'électronique a université de Biskra.

*A mes très chers frères Lotfi, Mohamed, Sadek et
Abdelhamid et mes sœurs Manel et Rania.*

*A mes amis Naoual, Wassila, Kaouther, Saliha,
, Mays, Jalila, Nahed Rahma, Fatima, Nadia, Manel,
Naam, Sara, Jahida, Mebarqa, Asma, Saousen, Hakima,
Asouma, Iman, Karima, Amina, Djamila, Hafidha, Hana
Bilal, Manu, Fares, Taki eddine, Mounir, Soufian, Jayou
(Mohamed), King-89, Ahmed et Khaled Lemmouchia et
tous mes amis .*

A tous qui m'aiment et que j'aime.

A vous.

Choucha

Remerciements

*Je exprime mes remerciements à mon encadreur **Dr:K.Elkourd** , pour la grande bienveillance qu'elle m'a accordé et pour leur efficaces et précieuses aides, tout le long d'achèvement de ce mémoire.*

Je remercie également tous les membres du jury d'avoir accepté de jurer ce travail.

Et enfin je remercié l'ensemble d'enseignants et collègues de notre promotion.

Liste des tableaux

(Tab.I.1) : Tableau d'analyse de variance 'ANOVA'	21
(Tab.II.1) : Valeur du T1 de certains tissus dans un champ de 1 Tesla.....	39
(Tab.II.2) : Valeur du T2 de certains tissus dans un champ de 1 Tesla.....	40

Liste des figures

(Fig.I.1) :représentation graphique de la loi normale réduite et valeur des surfaces $S(u)$	6
(Fig.I.2) :présentation graphique de la loi de student.....	7
(Fig.I.3) :représentation de graphique de la loi de fisher-snedecor.....	8
(Fig.I.4) :représentation graphique de la loi du khi-deux.....	9
(Fig.II.1) : image binaire.....	26
(Fig.II.2) : exemple d'une image en niveau de gris.....	27
(Fig.II.3) : image montrant le contraste.....	29
(Fig.II.4) : image médicale bruitée.....	29
(Fig.II.5) : schéma de traitement d'image.....	30
(Fig.II.6) : schéma représentant les techniques de segmentation.....	31
(Fig.II.7) : Radiographie.....	32
(Fig.II.8) : l'appareil d'IRM.....	34
(Fig.II.9) : représentation la coupe sagittale.....	34
(Fig.II.10) : représentation la coupe coronale de l'image IRM.....	35
(Fig.II.11) :représentation la coupe axial.....	35
(Fig.II.12) :Moment magnétique μ et son orientation en l'absence de champs magnétique...	36
(Fig.II.13) : Orientation du champ magnétique en présence de champs magnétique.....	37
(Fig.II.14) : orientation de la magnétisation du proton sous l'effet de champs magnétiques	38
(Fig.II.15) : Signaux temporel et fréquentiel.....	38
(Fig.II.16) : Mesure de T2.....	40
(Fig.II.17) : Imagerie par résonance magnétique (IRM) du cerveau – coupe axiale pondération T1 : le liquide du système ventriculaire (flèche) est hyper intense.....	42
(Fig.II.18) : Imagerie par résonance magnétique (IRM) du cerveau coupe axiale pondération T2 – le liquide du système (flèche) est hyperintense.....	42
(Fig.III.1) :schéma synoptique de l'algorithme.....	48
(Fig.III.2) :image pathologique en IRM	50

Liste des figures

(Fig.III.3) :image IRM normal.....	50
(Fig.III.4) : représentation de l'échantillon d'une image pathologique.....	51
(Fig.III.5) : représentation de l'échantillon d'une image normale.....	51
(Fig.III.6) : l'erreur (couleur rouge) entre y et y estimé.....	52
(Fig.III.7) :détection de la zone pathologique (image IRM) pour surface 200x200 et $\alpha=0.01$	53
(Fig.III.8)Exécution f_{cal} à l'aide de l'hypothèse H_0	54
(Fig.III.9) présentation de la lésion par deux méthodes d'Anova.....	55
(Fig.III.10.1) : image normal de CT scan.....	55
(Fig.III.10.2) : image pathologique de CT scan.....	55
(Fig.III.11) : l'erreur (couleur rouge)entre y et y estimé pour $n=120$	56
(Fig.III.12) :détection de la lésion de l'image CT Scan.....	57
(Fig.III.13) présentation les résultats d'anova.....	57

Liste de abréviations

Anova : L'analyse de la variance (analyse of variance)

IRM : L'imagerie par résonance magnétique

CT-scan : Computerized Tomography

RMN : résonance magnétique nucléaire

M.C : moindre carrée

TR : temp de répétition

TE : temp d'écho

SCE_{facteur} : variabilité inter-classe.

SCE_{residu} : variabilité intra-classe,

Résumé

Notre projet est basé sur la linéarisation d'un modèle non linéaire à l'aide de la méthode du runge kutta, puis appliquer la technique d'ANOVA pour détecter la tumeur sur le cerveau pathologique de l'image médicale IRM et l'image CT-scan. Enfin, voir la comparaison entre notre résultat et l'Anova de la technique linéaire. Le logiciel appliqué est Matlab12.

Les mots clé : IRM , analyse de variance , régression linéaire

الملخص:

ويستند المشروع على الخطية لنموذج غير خطي باستخدام رونج كوتا ثم تطبيق تقنية انوفا للكشف عن الورم في الدماغ للصورة المريضة لصورة الرنين المغناطيسي والتصوير الطبي وCT - مسح الصورة وفي الاخير رؤية ومقارنة النتائج مع التكنولوجيا الخطية لنظرية انوفا ويتم التطبيق في هذا المشروع باستخدام ماتلاب .

الكلمات الرئيسية: التصوير بالرنين المغناطيسي، تحليل التباين، الانحدار الخطي

Table de matière

Introduction générale	1
Chapitre I : Le régression linéaire et la technique d'ANOVA	
I.1 Introduction.....	4
I.2 Histoire.....	4
I.3 Analyse de la variance.....	4
I.3.1 La variance.....	5
I.4 Hypothèses fondamentales.....	5
I.4.1 Hypothèses à tester.....	5
I.4.2 Etude de quelques lois de probabilités continues utiles pour l'interprétation de données expérimentales	6
I.4.2.1 Loi de Gauss (Loi Normale et Loi Normale Réduite).....	6
I.4.2.2. Loi de Student	6
I.4.2.3 Loi de Fisher-Snédecor	7
I.4.2.4 Fractiles de la loi de Fisher	8
I.4.2.5. Loi du Khi-deux	8
I.5. Corrélation et Régression.....	10
I.5.1 Le Coefficient de Corrélation.....	10
I.5.2. Covariance.....	11
I.5.3. Relation entre deux variables different (covariance).....	11
I.5.4 Régression linéaire d'un modèle simple.....	12
I.5.4.1.Estimation.....	13
I.5.5.Régression linéaire d'un modèle multiple.....	14
I.5.5.1 Modèle.....	14
I.5.5.2. Estimation.....	15
I.5.5.3. Estimation par M.C.....	15
I.5.5.4. Sommes des carrés.....	16
I.6. Linéarisation d'un modèle non linéaire mathématique.....	16
I.7. Méthode runge kutta	16
I.7.1. Principe de la méthode de Runge-Kutta.....	17
I.7.2. La méthode de runge kutta classique d'ordre quatre (RK4).....	17
I.8. Analyse de la variance à un facteur.....	18

Table de matière

I.8.1. Décomposition de la variance	18
I.8.2. Test de Fisher.....	19
I.8.3. Conditions d'utilisations	20
I.10. Analyse de la variance à deux facteurs.....	21
I.10.1 Décomposition de la variance.....	21
Conclusion	23
Chapitre II : Le principe générale de l'image et l'image IRM	
II.1 Introduction	25
II.2 Définition d'une image	25
II.3 Image analogique	25
II.4 Image numérique	26
II.4.1 Image binaire.....	26
II.4.2 Image à niveaux de gris	27
II.4.3 Image en couleur	27
II.5 Caractéristiques d'une image numérique	28
II.5.1 Pixel et son voisinage	28
II.5.2 La résolution	28
II.5.3 La luminance	28
II.5.4 Le contraste.....	28
II.5.5 Le bruit	29
II.5.6 Histogramme	29
II.6 Système de traitement d'image	30
II.6.1 Prétraitement des images	30
II.6.2 Segmentation	30
II.6.3 Quantification	31
II.7 But de traitement d'image	31
II.8 Domaine d'application	32
II.8.1 Imagerie médicale	32
II.8.1.1 La radiographie	32
II.8.1.2 l'échographie.....	33
II.8.1.3.1 Histoire	33
II.8.1.3.2 définition	33
II.8.1.3.3 Fonctionnement de technique	34
II.8.1.3.4 . Principe de fonctionnement de l'IRM.....	36

Table de matière

II.8.1.3.4.1 . Magnétisme et atome.....	36
II.8.1.3.4.2 . Résonance et signal.....	37
II.8.1.3.4.3. La relaxation.....	39
II.8.1.4. Séquence IRM, pondération T1 et T2.....	41
II.8.1.4.1. Pondération	41
II.8.1.4.1.1. Pondération T_1	41
II.8.1.4.1.2. Pondération T_2	41
II.8.1.4.2. Technique echo de spin	42
II.9 Les avantages et les inconvénients de l'IRM.....	43
II.9.1 Les avantages	43
II.9.2 Les inconvénients	43
II.10. Image CT scan	43
II.10.1 définition	43
II.10.2. le principe de CT-scan	44
Conclusion	44
Chapitre III :la conception et les résultats obtenu	
III.1 Introduction	46
III.2 Identification de l'ordinateur	46
III.3 Présentation de Matlab	46
III.4 Les intérêts de Matlab:.....	47
III.5 Algorithm	48
III.6 conception et résultat :.....	49
III.6.1 Exemple sur l'image IRM.....	49
III.6.1.1 Le protocole 1:.....	49
III.6.1.1.1 Comment identifier le type de tumeur soient bénignes ou malignes ?.....	49
III.6.1.2 Lire l'Image IRM :.....	50
III.6.1.2.1 Echantillon de la figure (Fig.III.2)	51
III.6.1.3 Calcule l'erreur de la regression linéaire.....	52
III.6.1.4 Application de la technique 'ANOVA'	52
III.6.1.4.1 Calcul de F_{cal}	52
III.7 Comparaison entre la technique Anova linéaire et par la linéarisation d'un modèle non linéaire.....	54
III.8 Exemple sur l'image CT scan	55
III.9 Comparaison entre la technique Anova linéaire et par la linéarisation d'un modèle non..	

Table de matière

linéaire.....	56
III.10 Comparaison avec Anova linéaire.....	57
Conclusion.....	58
Conclusion générale et perspective.....	59
Bibliographie.....	60
Annexe	63

Introduction générale

ANOVA a été initialement proposée par le statisticien britannique Sir Ronald Aylmer Fisher[1] dans les années 1920. Il a inventé l'expression «analyse de variance», défini comme «la séparation de la variance attribuable à un ensemble de causes de la variance imputable aux autres groupes."

Fisher était très intéressé par la génétique. ANOVA utilise Fisher distribution F dans le cadre du test de signification statistique. Certains de ses articles célèbres incluent «Sur les fondements mathématiques de la statistique théorique», publié dans les Philosophical Transactions de la Royal Society en 1922, et «Applications de la distribution de Student», publié en 1925.

L'objectif principal de ce projet est l'application de la technique statistique de l'analyse de variance (ANOVA) sur des images médicales pour détecter la tumeur sur le cerveau pathologique de l'image médicale IRM .

Il est impossible d'arriver à des conclusions sans des analyses de la variance dans la plupart des disciplines scientifiques où on pense en termes des facteurs d'influence et de réponse ;pour cette raison en a choisie ce projet.

Avant d'entreprendre ce projet, en doit posé une série de questions comme problématique :

Que défini la régression linéaire ?Comment faire la linéarisation d'un modèle non linéaire ?Quel est le principe de runge kutta ?, quel est le fondement de principe de la technique ANOVA? Quels sont les résultats obtenus ? Quel est la différence entre technique ANOVA d'un modèle non linéaire et Anova d'un modèle linéaire ?

Le projet est divisé en trois chapitres :

Le premier chapitre est basé sur la régression linéaire et la technique ANOVA (analyse of variance).

Le deuxième chapitre est basé sur le principe général de l'image et l'image IRM .

Introduction générale

Le troisième chapitre est basé sur la conception et les résultats obtenu.

les trois références importantes qu'on a utiliser dans ce mémoire sont :

- http://infochimie.u-strasbg.fr/master/Cours_stat_pdf/PROBA.PDF
- Renée Veysseyre, aide-mémoire statistique et probabilités pour l'ingénieur,
- PHILIPPE BESSE Pratique de la modélisation Statistique .

Pour réaliser ce projet on a besoin de faire un stage chez le docteur « yaker » a view kouba d'Alger pour comprendre la machine d'IRM et d'obtenir des protocoles pour analysé notre technique.

Ce projet a une difficulté de comprendre la théorie de l'estimation et le test statistique.

Chapitre I

La régression linéaire et la technique

ANOVA (analyse of variance)

I.1 Introduction :

Parmi les techniques statistiques qui sont à la portée de tout un chacun, l'analyse de la variance reste encore un peu à l'ombre, parce que, quoiqu'elle ait été définie dans son principe depuis assez longtemps, elle n'a été mise à la portée des statisticiens non spécialistes qu'avec la diffusion générale des moyens de calcul modernes. [1]

I.2 Histoire :

Ronald Aylmer Fisher employa[2], le premier, le mot de variance, dans un article de 1918 intitulé « *The Correlation between Relatives on the Supposition of Mendelian Inheritance* » où il définit la variance comme le carré de l'écart type. Dans ce document il préfère clairement la variance à l'écart type en tant que mesure de la variabilité d'un phénomène observé. Il utilise ce terme à nouveau au congrès de mathématiques de Toronto en 1924[3]. C'est lui qui définit aussi l'analyse de variance telle qu'on la pratique aujourd'hui dans son livre « *Statistical methods for research workers* » paru en 1925 [2] [3] [4]

I.3 Analyse de la variance

L'analyse de la variance (terme souvent abrégé par le terme ANOVA : *ANalysis Of VAriance*) est un permettant de vérifier que plusieurs échantillons sont issus d'une même population. [5][6]

Ce test s'applique lorsque l'on mesure une ou plusieurs variables explicatives catégorielles (appelées alors facteurs de variabilité, leurs différentes modalités étant parfois appelées « niveaux ») qui ont de l'influence sur la distribution d'une variable continue à expliquer. On parle d'analyse à un facteur, lorsque l'analyse porte sur un modèle décrit par un facteur de variabilité, d'analyse à deux facteurs ou d'analyse multifactorielle. [5][6]

I.3.1 La variance.

Selon la définition classique, la variance est la moyenne des carrés des écarts par rapport à la moyenne. On a n observations d'une variable, chaque observation pouvant être désignée comme x_i ; leur moyenne est égale à

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (\text{Equ.I.1})$$

c'est-à-dire : la moyenne est égale au quotient qu'on obtient en divisant par le nombre n des données la somme de toutes les valeurs observées de la variable (de la première à la $n^{\text{ième}}$). Ceci

posé, la variance est une autre moyenne, celle qu'on obtient à partir du carré des différences qui séparent les n observations de la moyenne \bar{x} :

$$\text{var } x = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} \quad (\text{Equ.I.2})$$

c'est-à-dire : la variance est égale au quotient qu'on obtient en divisant par le nombre n des données la somme des carrés de toutes les différences qui séparent les observations individuelles de leur moyenne commune. En fait, surtout avec les moyens modernes de calcul, il est beaucoup plus facile d'obtenir la variance avec des données pour lesquelles on n'a pas besoin de connaître d'avance la moyenne \bar{x} :

$$\text{Var } x = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2 = \frac{1}{n} \left(\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right) \quad (\text{Equ.I.3})$$

En d'autres termes : on calcule la somme des x , et en même temps la somme de leurs carrés ; si nous appelons S la somme des x et SS la somme des carrés de x , nous divisons par n le carré de S et nous retirons de SS le quotient, après quoi nous redivisons par n la différence obtenue. Les trois formulations ci-dessus sont strictement équivalentes. [1]

I.4 Hypothèses fondamentales

La forme générale de l'analyse de variance repose sur le test de Fisher et donc sur la normalité des distributions et l'indépendance des échantillons. [5][6]

I.4.1 Hypothèses à tester :

L'hypothèse nulle correspond au cas où les distributions suivent la même loi normale.

L'hypothèse alternative est qu'il existe au moins une distribution dont la moyenne s'écarte des autres moyennes :

$$\begin{cases} H_0 : m_1 = m_2 = \dots = m_k = m \\ H_1 : \exists (i, j) \text{ tel que } m_i \neq m_j \end{cases}$$

I.4.2 Etude de quelques lois de probabilités continues utiles pour l'interprétation de données expérimentales

I.4.2.1 Loi de Gauss (Loi Normale et Loi Normale Réduite)

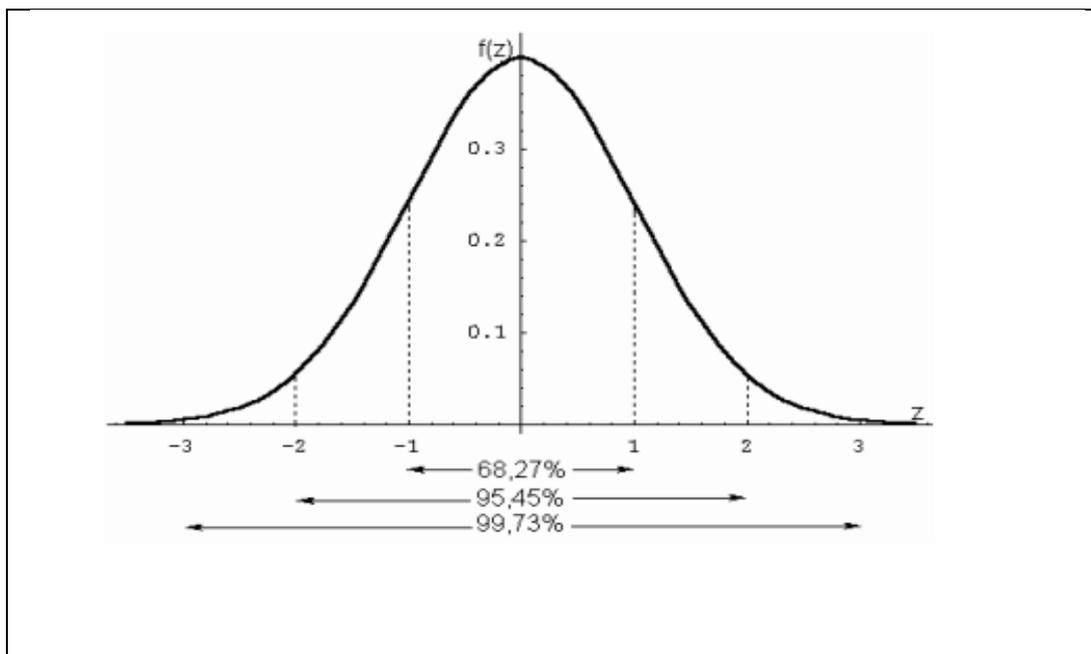
a) Expression de la densité de probabilité

La loi Normale est une fonction continue dépendant des deux paramètres m et σ : [7]

$$g(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} \quad (\text{Equ.I.4})$$

b) La loi est donc symétrique et le mode et la médiane sont égaux à la moyenne.

L'aplatissement prend une valeur caractéristique, $\gamma = 3$ qui est prise comme référence lorsqu'on veut comparer les autres lois statistiques à la loi Normale. [7]

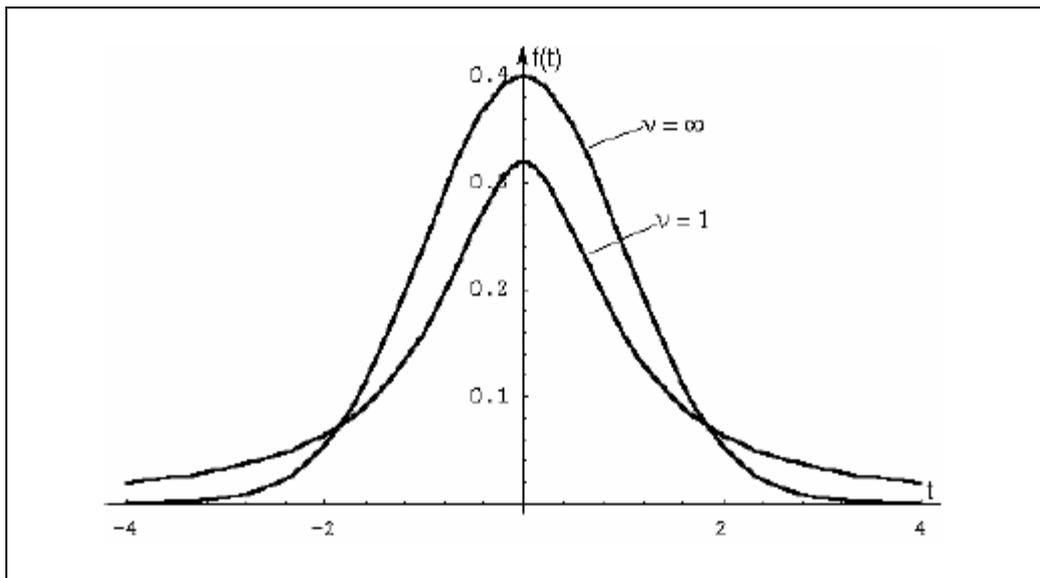


(Fig.I.1) : représentation graphique de la loi normale réduite et valeur des surfaces $f(z)$ [7]

I.4.2.2. Loi de Student

Sa densité de probabilité dépend d'un paramètre v , appelé "nombre de degrés de liberté".

Elle est symétrique et a pour représentation graphique la famille de courbes dont quelques unes sont représentées ci-dessous :



(Fig.I.2) :présentation graphique de la loi de student [7] [8]

Les courbes présentent la même allure qu'une courbe de Gauss mais elles sont plus aplaties.

Lorsque $\nu \rightarrow \infty$ (en pratique lorsque $\nu > 40$) la loi de Student est quasiment équivalente à la loi de Gauss. [7]

a) Intérêt de la loi de Student

On peut montrer que pour un échantillon de n observations indépendantes d'une grandeur X distribuée aléatoirement suivant une loi Normale $N(m, \sigma)$

$$\text{la grandeur } \frac{\bar{x}-m}{s/\sqrt{n}} \text{ ou } s = \sqrt{\frac{\sum_i (x_i - m)^2}{n-1}} \quad (\text{Equ.I.5})$$

suit une loi de Student à $\nu = n - 1$ degrés de liberté.

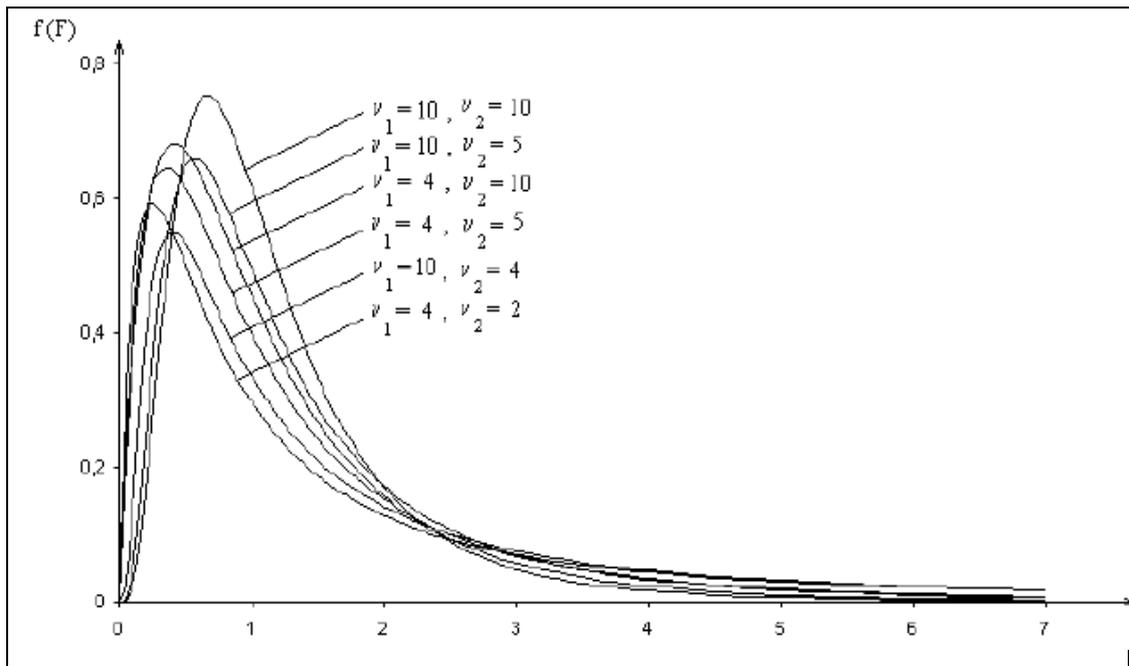
Cette loi présente donc un intérêt considérable dans tous les tests statistiques relatifs aux moyennes de petits échantillons.

I.4.2.3 Loi de Fisher-Snédecor

a) Expression de la densité de probabilité

C'est la loi d'une variable aléatoire continue appelée F dont la densité de probabilité dépend de deux paramètres ν_1 et ν_2 (nombre de degrés de liberté) :

Les représentations graphiques sont données à la figure 13 en fonction de ses deux paramètres ν_1 et ν_2 . La loi est dissymétrique et d'autant plus aplatie que ν_1 et ν_2 sont petits. [7]



(Fig.I.3) : représentation de graphique de la loi de fisher-snedecor [7]

I.4.2.4 Fractiles de la loi de Fisher

Les tables donnent les valeurs des fractiles supérieurs $F(\nu_1, \nu_2, 1-\alpha)$ pour une valeur donnée de α , c'est à dire que les deux entrées de la table sont ν_1 et ν_2 . On prend généralement $\alpha = 0,05$ ou $\alpha = 0,01$ et on a toujours $P = 1 - \alpha$

Les fractiles inférieurs peuvent être calculés sachant que

$$F(\nu_2, \nu_1, \alpha) = \frac{1}{F(\nu_1, \nu_2, 1-\alpha)} \tag{Equ.I.6}$$

(Attention à l'échange des degrés de liberté ν_1 , et ν_2)

Comme pour toutes les lois statistiques, les fractiles deviennent infinis lorsque ν_1 et ν_2 sont nuls. Numériquement, les valeurs sont très élevées lorsque $\nu_2 < 3$.

a) Intérêt de la loi de Fisher-Snedecor

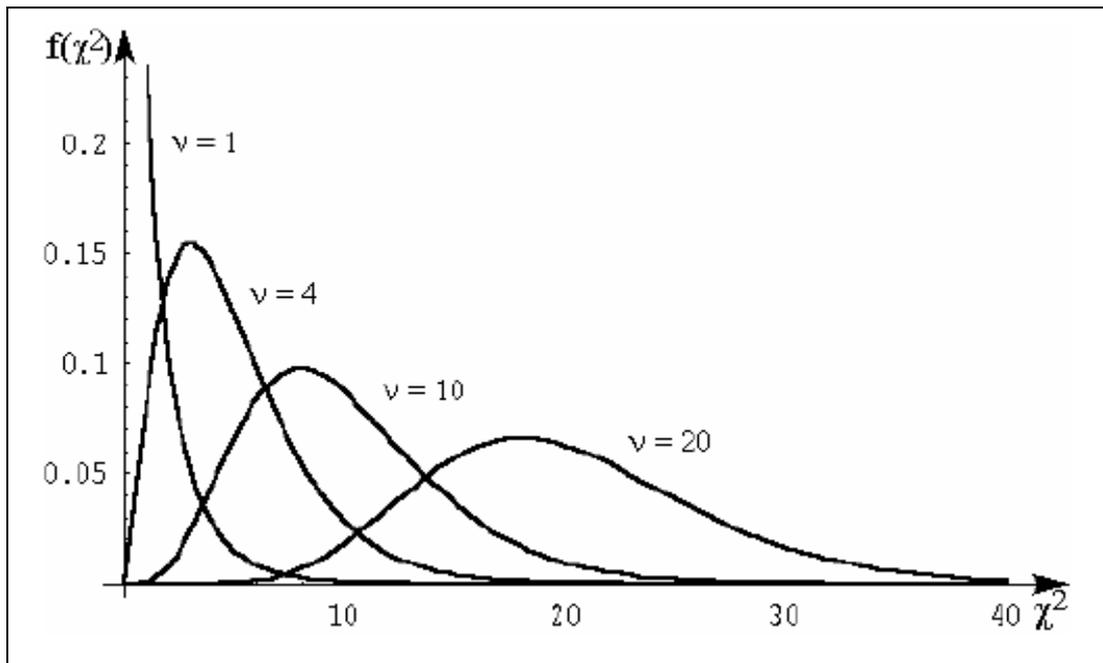
Par conséquent, la loi de Fisher-Snedecor intervient dans tous les problèmes qui font intervenir des comparaisons de variances, c'est à dire les problèmes de précision et de qualité des mesures physico-chimiques.

I.4.2.5. Loi du Khi-deux

a) Densité de probabilité

La densité de probabilité **dépend d'un paramètre** ν appelé "nombre de degrés de liberté".

La loi de Khi-deux, appelée aussi loi de Pearson, a pour représentation graphique en fonction de ν , une famille de courbes représentées à la Fig(I.4) :



(Fig.I.4) : représentation graphique de la loi du khi-deux [7][8]

$$E(x^2)=v \quad V(x^2) = 2v \quad (\text{Equ.I.7})$$

Elle est dissymétrique et d'autant plus aplatie que v est plus élevé (évolution contraire par rapport aux autres lois.)

a) Fractiles de la loi du χ^2

Comme pour la loi de Fisher, α représente la surface de la courbe entre χ^2 et l'infini. On représente les fractiles soit en fonction de P, soit en fonction de $\alpha = 1 - P$ ($\alpha < 0,5$ et $P > 0,5$).

b) Intérêt de la loi de Khi-deux

Dans le cas d'un échantillon de v observations indépendantes d'une grandeur X qui suit une loi Normale $N(m, \sigma)$, la somme :

$$\sum_1^n \left(\frac{x_i - m}{\sigma} \right)^2 \quad (\text{Equ.I.8})$$

suit une loi de χ^2 à v degrés de liberté.

La somme ci-dessus est d'autant plus petite que les valeurs de x_i sont proches de la moyenne. La loi du χ^2 est donc utilisée dans les problèmes d'adéquation, c'est à dire lorsqu'il faut prouver que des valeurs expérimentales x_i sont proches de valeurs modèles (x_i (théoriques).

[7][8]

I.5. Corrélation et Régression :

Pour faire une relation entre x et y , il faut étudier le coefficient de corrélation et la covariance qu'on peut mieux comprendre dans les titres suivant. [9]

I.5.1 Le Coefficient de Corrélation

Le coefficient de corrélation est un coefficient statistique permettant de mettre en évidence, une liaison entre deux types de séries de données statistiques. Il est compris entre 1 et -1 et on considère généralement que si sa valeur absolue est supérieure à 0,95, c.à.d. il y a une liaison forte entre les deux séries. [9]

Si la valeur est proche de 1, les séries évoluent dans le même sens, si elle est proche de -1, elles évoluent en sens opposé. [9]

Une faiblesse de la Covariance est qu'elle n'est pas invariante dans un changement d'unités utilisées pour exprimer les valeurs des deux variables x et y . Par exemple, la valeur de la Covariance de "Taille" et "Poids" d'une population change si les tailles sont exprimées en pouces au lieu de centimètres, ou les poids sont exprimés en "pounds" au lieu de kilogrammes, alors que la force du lien entre ces deux grandeurs ne dépend évidemment pas des unités utilisées pour les exprimer. [10]

Supposons que l'unité utilisée pour mesurer x soit divisée par 2 (et donc que les valeurs de x soient multipliées par 2). Alors la covariance $Cov(x, y)$ est également multipliée par 2. Mais l'écart-type (racine carrée de la variance) de x est également multiplié par 2, et donc le rapport :

$$Cov(x, y) / (Var(x))^{1/2}$$

reste inchangé. Le même argument s'applique à y , et plus généralement, à tout changement d'unités pour la mesure de x et de y . Donc, en toute généralité, le nombre :

$$\rho = \frac{Cov(x,y)}{\sqrt{Var(x).Var(y)}} \quad (\text{Equ.I.9})$$

ne dépend pas des unités dans lesquelles x et y sont exprimées (voir animation).

Ce nombre s'appelle le **Coefficient de Corrélation** des variables (x, y) . Il peut être perçu comme la version standardisée de la Covariance.

Le Coefficient de Corrélation sera noté :

* $\rho(x, y)$ lorsque les distributions des variables sont connues (ou supposées connues) [10]

I.5.2. Covariance :

Si deux caractères quantitatifs x et y sont mesurés sur n individus, on peut considérer l'échantillon bidimensionnel comme nuage un de n points dans \mathbb{R}^2 . Différentes caractéristiques statistiques permettent de résumer l'information contenue dans sa forme. Si \bar{x} et \bar{y} désignent les des moyennes empiriques deux caractères, le point (\bar{x}, \bar{y}) est le centre de gravité du nuage. Les variances imprpmiques S_x^2 et S_y^2 traduisent la dispersion des abscisses et des ordonnées. Pour aller plus loin dans la description, il faut calculer la covariance [11]

I.5.3. Relation entre deux variables different (covariance):

a) Notion de lien entre deux variables

Soient x et y deux telles variables. Deux situations extrêmes peuvent se rencontrer :

1. Il n'existe aucun lien entre x et y . La connaissance de la valeur prise par x n'apporte aucune information permettant de réduire l'incertitude sur la valeur que va prendre y . Les deux variables sont alors dites indépendants.
2. Il existe entre x et y un lien si fort qu'il est en fait fonctionnel. Il existe une fonction complètement déterministe $y = f(x)$ telle que :

$$y = f(x)$$

Alors, connaître la valeur prise par x permet de connaître sans aucune incertitude la valeur prise par y . [12]

Dans les situations réalistes, le lien entre x et y est le plus souvent "entre les deux" : la connaissance de la valeur prise par x réduit, dans une certaine mesure, l'incertitude pesant sur la valeur que va prendre y .

Il n'existe pas de grandeur universelle permettant la mesure de la force de ce lien dans les situations intermédiaires. La Covariance est une grandeur qui, malgré ses limitations, est très utile en pratique. [12]

Pour avoir une bonne prédiction de $f(x)$ par rapport à la fonction x ; il faut passer par la régression et régression estimée, ensuite la méthode moindres carrés qu'on peut voir leur principe au titres suivants.

I.5.4 Régression linéaire d'un modèle simple :

On note Y la variable aléatoire réelle à expliquer et X la variable explicative (déterministe) ou effet fixe ou facteur contrôlé. Le modèle revient à supposer, qu'en moyenne, $E(Y)$, est une fonction affine de X . [13]

$$E(Y)=f(X)=\beta_0+\beta_1X. \tag{Equ.I.10}$$

Pour une séquence d'observations aléatoires identiquement distribuées

$$\{(y_i, x_i) \mid i = 1, \dots, n\} \quad (n > 2)$$

et les x_i non tous égaux), le modèle s'écrit avec les observations :

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + u_i \quad i = 1, \dots, n \tag{Equ.I.11}$$

ou sous la forme matricielle :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u} \end{aligned} \tag{Equ.I.12}$$

Où : le vecteur u contient les erreurs.

Les *hypothèses* relatives à ce modèle sont les suivantes :

- i. La distribution de l'erreur u est indépendante de X **ou** X est fixe,
- ii. L'erreur est centrée et de variance constante (homoscédasticité) :

$$\forall i = 1, \dots, n \quad E(u_i) = 0, \quad \text{Var}(u_i) = \sigma_u^2 \tag{Equ.I.13}$$

iii. β_0 et β_1 sont constants, pas de rupture du modèle.

iv. Hypothèse complémentaire pour les inférences : $u \sim N(0, \sigma_u^2 I_p)$ [13]

I.5.4.1. Estimation

L'estimation des paramètres $\beta_0, \beta_1, \delta^2$ est obtenue en maximisant la vraisemblance, sous l'hypothèse que les erreurs sont gaussiennes, ou encore par minimisation de la somme des carrés des écarts entre les observations et le modèle (moindres carrés). Pour un jeu de données $\{(x_i, y_i) | i = 1 \dots, n\}$, le critère des moindres carrés s'écrit : [13]

$$\min_{\beta_0, \beta_1} \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2 \tag{Equ.I.14}$$

On pose :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \tag{Equ.I.15}$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \tag{Equ.I.16}$$

$$S_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \tag{Equ.I.17}$$

$$S_y^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \tag{Equ.I.18}$$

$$S_{xy} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \tag{Equ.I.19}$$

$$r = \frac{S_{xy}}{S_x S_y} \tag{Equ.I.20}$$

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i x_i - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)(\sum_{i=1}^n x_i)}{n}}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Les moindres carrés sont obtenus par :

$$b_1 = \frac{S_{xy}}{S_x^2} , \tag{Equ.I.21}$$

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x} . \tag{Equ.I.22}$$

On montre que ce sont des estimateurs sans biais et de variance minimum parmi les estimateurs fonctions linéaires des y_i (resp. parmi tous les estimateurs dans le cas gaussien). `A chaque valeur de X correspond la valeur *estimée* (ou prédite, ajustée) de Y :

$$\hat{y}_i = b_0 + b_1 x_i, \tag{Equ.I.23}$$

les *résidus* calculés ou estimés sont :

$$e_i = y_i - \hat{y}_i. \tag{Equ.I.24}$$

La variance δ_u^2 est estimée par la variation résiduelle :

$$S^2 = \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n e_i^2 \quad (\text{Equ.I.25})$$

I.5.5. Régression linéaire d'un modèle multiple :

Le modèle de régression linéaire multiple est l'outil statistique le plus habituellement mis en œuvre pour l'étude de données multidimensionnelles. Cas particulier de modèle linéaire, il constitue la généralisation naturelle de la régression simple. [13]

I.5.5.1 Modèle

Une variable quantitative Y dite à *expliquer* (ou encore, réponse, exogène, dépendante) est mise en relation avec p variables quantitatives X^1, \dots, X^p dites *explicatives* (ou encore de contrôle, endogènes, indépendantes, régresseurs). [13]

Les données sont supposées provenir de l'observation d'un échantillon statistique de taille n ($n > p+1$) de $\mathbb{R}^{(p+1)}$

$$(x_i^1, \dots, x_i^j, \dots, x_i^p, y_i) \quad i = 1, \dots, n \quad (\text{Equ.I.26})$$

L'écriture du *modèle linéaire* dans cette situation conduit à supposer que l'espérance de Y appartient au sous-espace de \mathbb{R}^n engendré par $\{1, X^1, \dots, X^p\}$ où 1 désigne le vecteur de \mathbb{R}^n constitué de "1".

C'est-à-dire que les $(p + 1)$ variables aléatoires vérifient :

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i^1 + \beta_2 x_i^2 + \dots + \beta_p x_i^p + u_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{Equ.I.27})$$

avec les hypothèses suivantes :

- i. Les u_i sont des termes d'erreur, d'une variable U , non observés, indépendants et identiquement distribués ; $E(u_i) = 0$, $\text{Var}(U) = \delta_u^2 I$.
- ii. Les termes x_i^j sont supposés déterministes (facteurs contrôlés) **ou bien** l'erreur U est indépendante de la distribution conjointe de X^1, \dots, X^p . On écrit dans ce dernier cas que :

$$E(Y/X^1, \dots, X^p) = \beta_0 + \beta_1 X^1 + \beta_2 X^2 + \dots + \beta_p X^p \text{ et } \text{Var} \left(\frac{Y}{X^1}, \dots, X^p \right) = \sigma_u^2 \quad (\text{Equ.I.28})$$

- iii. Les paramètres inconnus β_0, \dots, β_p sont supposés constants.

- iv. En option, pour l'étude spécifique des lois des estimateurs, une quatrième hypothèse considère la normalité de la variable d'erreur U ($N(0, \delta_u^2 I)$). Les u_i sont alors i.i.d. de loi $N(0, \delta_u^2)$. [13]

Les données sont rangées dans une matrice $X(n \times (p + 1))$ de terme général x_i^j , dont la première

colonne contient le vecteur 1 ($x_0^i = 1$), et dans un vecteur Y de terme général y_i . En notant les vecteurs $u = [u_1 \cdots u_p]'$ et $\beta = [\beta_0 \beta_1 \cdots \beta_p]'$, le modèle s'écrit matriciellement :

$$y = X\beta + u. \tag{Equ.I.29}$$

I.5.5.2. Estimation

Conditionnellement à la connaissance des valeurs des X^j , les paramètres inconnus du modèle : le vecteur β et δ_u^2 (paramètre de nuisance), sont estimés par minimisation du critère des moindres carrés (M.C.) ou encore, en supposant (iv), par maximisation de la vraisemblance (M.V.). Les estimateurs ont alors les mêmes expressions, l'hypothèse de normalité et l'utilisation de la vraisemblance conférant à ces derniers des propriétés complémentaires.[13]

I.5.5.3. Estimation par M.C.

L'expression à minimiser sur $\beta \in \mathbb{R}^{p+1}$ s'écrit :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i^1 - \beta_2 x_i^2 - \cdots - \beta_p x_i^p)^2 &= \|y - X\beta\|^2 \\ &= (y - X\beta)'(y - X\beta) \\ &= y'y - 2\beta'X'y + \beta'X'X\beta \end{aligned} \tag{Equ.I.30}$$

Par dérivation matricielle de la dernière équation on obtient les "équations normales" :

$$X'y - X'X\beta = 0 \tag{Equ.I.31}$$

Dont la solution correspond bien à un minimum car la matrice Hessienne $2X'X$ est semi définie-positive.

Nous faisons l'hypothèse supplémentaire que la matrice $X'X$ est inversible, c'est-à-dire que la matrice X est de rang (p + 1) et donc qu'il n'existe pas de colinéarité entre ses colonnes. En pratique, si cette hypothèse n'est pas vérifiée, il suffit de supprimer des colonnes de X et donc des variables du modèle. Des diagnostics de colinéarité et des aides au choix des variables seront explicités plus loin. [13]

Alors, l'estimation des paramètres β_j est donnée par :

$$b = (X'X)^{-1}X'y \tag{Equ.I.32}$$

et les valeurs ajustées (ou estimées, prédites) de y ont pour expression :

$$\hat{y} = Xb = X(X'X)^{-1}X'y = Hy \tag{Equ.I.33}$$

où $H = X(X'X)^{-1}X'$ est appelée "*hat matrix*"; elle met un chapeau à y . Géométriquement, c'est la matrice de projection orthogonale dans \mathbb{R}^n sur le sous-espace $\text{Vect}(X)$ engendré par les vecteurs colonnes de X . [13]

On note :

$$e = y - \hat{y} = y - Xb = (I - H)y \quad (\text{Equ.I.34})$$

le vecteur des résidus ; c'est la projection de y sur le sous-espace orthogonal de $\text{Vect}(X)$ dans \mathbb{R}^n .

I.5.5.4. Sommes des carrés

SSE est la somme des carrés des résidus (*sum of squared errors*),

$$SSE = \|y - \hat{y}\|^2 = \|e\|^2 \quad (\text{Equ.I.35})$$

On définit également la somme totale des carrés (*total sum of squares*) par

$$SST = \|y - \bar{y}\mathbf{1}\|^2 = y'y - n\bar{y}^2 \quad (\text{Equ.I.36})$$

et la somme des carrés de la régression (*regression sum of squares*) par la somme des carrés de la régression (*regression sum of squares*) par :

$$SSR = \|\hat{y} - \bar{y}\mathbf{1}\|^2 = \hat{y}'\hat{y} - n\bar{y}^2 = y'Hy - n\bar{y}^2 = b'X'y - n\bar{y}^2 \quad (\text{Equ.I.37})$$

On vérifie alors : [13]

$$SST = SSR + SSE \quad (\text{Equ.I.38})$$

L'étude de la linéarisation d'un modèle non linéaire à l'aide (Runge Kutta), est mieux expliqué son principe aux titre suivant.

I.6. Linéarisation d'un modèle non linéaire mathématique :

Le principe des techniques de linéarisation est d'approcher des formulations d'estimateurs non linéaires par des expressions linéaires auxquelles on les assimile. [14]

Et pour faire la linéarisation d'un modèle non linéaire on utilise la méthode de Runge Kutta

I.7. Méthode Runge Kutta :

Les méthodes de Runge-Kutta sont des méthodes d'analyse numérique d'approximation de solutions d'équation différentielle'. Elles ont été nommées ainsi en l'honneur des mathématiciens Carl Runge [15] et Martin Wilhelm Kutta [15] lesquels élaborèrent la méthode en 1901.

Ces méthodes reposent sur le principe de l'itération, c'est-à-dire qu'une première estimation de la solution est utilisée pour calculer une seconde estimation, plus précise, et ainsi de suite. [15]

I.7.1. Principe de la méthode de Runge-Kutta

L'idée de cette ensemble de méthodes est d'essayer de répartir les endroits où l'on évalue $f(x)$ entre les abscisses x et $x+h$, plutôt que de calculer les dérivées successives jusqu'à un certain ordre de t en un point.

$$\text{Soient : } k_1 = f(x, y) \quad (\text{Equ.I.39})$$

$$k_2 = f(x + \alpha_1 h, y + \beta_{2,1} k_1 h) \quad (\text{Equ.I.40})$$

$$k_i = f(x + \alpha_i h, y + \sum_{j=1}^{i-1} \beta_{i,j} k_j h) \quad (\text{Equ.I.41})$$

On définit la méthode (implicite) de Runge-Kutta à E -étages par

$$(2) \quad \Phi(x, y, h) = \sum_{i=1}^E y_i k_i \quad (\text{Equ.I.42})$$

où $\alpha_i, \beta_{i,j}$ et y_i seront déterminés de façon à définir la méthode d'ordre le plus élevé possible.

Notons qu'il existe deux grandes familles de formules d'intégration numérique : les formules explicites et les formules implicites. Les secondes sont généralement stables alors que les premières ne le sont pas toujours. [16]

I.7.2. La méthode de runge kutta classique d'ordre quatre (RK4) :

C'est un cas particulier d'usage très fréquent, noté RK4.

Considérons le problème suivant :

$$y' = f(t, y), \quad y(t_0) = y_0 \quad (\text{Equ.I.43})$$

La méthode RK4 est donnée par l'équation :

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (\text{Equ.I.44})$$

Où :

$$k_1 = f(t_n, y_n) \quad (\text{Equ.I.45})$$

$$k_2 = f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_1\right) \quad (\text{Equ.I.46})$$

$$k_3 = f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_2\right) \quad (\text{Equ.I.47})$$

$$k_4 = f(t_n + h, y_n + hk_3) \quad (\text{Equ.I.48})$$

L'idée est que la valeur suivante (y_{n+1}) est approchée par la somme de la valeur actuelle (y_n) et du produit de la taille de l'intervalle (h) par la pente estimée. La pente est obtenue par une moyenne pondérée de pentes :

- k_1 est la pente au début de l'intervalle ;
- k_2 est la pente au milieu de l'intervalle, en utilisant la pente k_1 pour calculer la valeur de y au point $t_n + h/2$ par le biais de la méthode d'euler;
- k_3 est de nouveau la pente au milieu de l'intervalle, mais obtenue cette fois en utilisant la pente k_2 pour calculer y ;
- k_4 est la pente à la fin de l'intervalle, avec la valeur de y calculée en utilisant k_3 .

Dans la moyenne des quatre pentes, un poids plus grand est donné aux pentes au point milieu.

$$\text{pente} = \frac{k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4}{6} \quad (\text{Equ.I.49})$$

La méthode RK4 est une méthode d'ordre 4, ce qui signifie que l'erreur commise à chaque étape est de l'ordre de h^5 , alors que l'erreur totale accumulée est de l'ordre de h^4 .

Ces formules sont aussi valables pour des fonctions à valeurs vectorielles [17]

I.8. Analyse de la variance à un facteur

Également appelé *one-way ANOVA* (**en**), l'analyse de la variance à un facteur s'applique lorsque l'on souhaite prendre en compte un seul. [18]

I.8.1. Décomposition de la variance :

Le modèle s'écrit : $y_{ij} = \alpha_i + \epsilon_{ij}$ (Equ.I.50)

Dans ces conditions, on montre que la somme des carrés des écarts (et donc la) peut être calculée simplement par la formule :

$$\text{SCE}_{\text{total}} = \text{SCE}_{\text{facteur}} + \text{SCE}_{\text{residu}} \quad (\text{Equ.I.51})$$

La part de totale SCE_{total} qui peut être expliquée par le modèle ($SCE_{facteur}$, aussi appelée *variabilité inter-classe*, SSB ou *Sum of Square Between class*) et la part de la totale SCE_{total} qui ne peut être expliquée par le modèle (SCE_{residu} aussi appelée *variabilité aléatoire*, *variabilité intra-classe*, *bruit*, SSW ou *Sum of Square Within class*) sont données par les formules : [18]

$$SCE_{facteur} = \sum_{i=1}^p n_i (\bar{y}_i - \bar{y})^2 \quad (\text{Equ.I.52})$$

$$SCE_{residu} = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2 \quad (\text{Equ.I.53})$$

I.8.2. Test de Fisher

Par hypothèse, la variable observée y_i suit une loi normale. La du x^2 à k degrés de liberté étant définie comme étant la somme de k lois normales au carré, les sommes des carrés des écarts SCE suivent les lois du x^2 suivantes, avec P le nombre de niveaux du facteur de variabilité et n le nombre total d'individu : [18]

$$SCE_{facteur} = \sum_{i=1}^p n_i (\bar{y}_i - \bar{y})^2 \sim x^2(DDL_{facteur}) \text{ avec } DDL_{facteur} = \sum_{i=1}^{p-1} 1 = p - 1 \quad (\text{Equ.I.54})$$

$$SCE_{residu} = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2 \sim x^2(DDL_{residu}) \text{ avec } DDL_{residu} = \sum_{i=1}^p (n_i - 1) = (n_1 - 1) + (n_2 - 1) + \dots + (n_p - 1) = n - p \quad (\text{Equ.I.55})$$

Les variances s'obtiennent en faisant le rapport de la somme des carrés des écarts sur le nombre de degrés de liberté :

$$S_{facteur}^2 = \frac{SCE_{facteur}}{p-1} = \frac{1}{p-1} \sum_{i=1}^p n_i (\bar{y}_i - \bar{y})^2 \quad (\text{Equ.I.56})$$

$$S_{residu}^2 = \frac{SCE_{residu}}{n-p} = \frac{1}{n-p} \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2 \quad (\text{Equ.I.57})$$

La loi de Fisher étant défini comme le rapport de deux, le rapport $\frac{S_{facteur}^2}{S_{residu}^2}$ soit donc une loi de

Fisher :

$$F = \frac{S_{facteur}^2}{S_{residu}^2} = \frac{\frac{SCE_{facteur}}{p-1}}{\frac{SCE_{residu}}{n-p}} \sim F(p-1, n-p) \quad (\text{Equ.I.58})$$

Test d'adéquation à la loi de Fisher

$$F = \frac{\frac{SCE_{facteur}}{DDL_{facteur}}}{\frac{SCE_{total}}{DDL_{total}}} \quad (\text{Equ.I.59})$$

Il se trouve (comme on peut le voir dans la décomposition mathématique) que les deux termes sont tous les deux une estimation de la variabilité résiduelle si le facteur A n'a pas d'effet. De plus, ces deux termes suivent chacun une loi de χ^2 , leur rapport suit donc une loi de F (voir plus loin pour les degrés de liberté de ces lois). Résumons :

- Si le facteur A n'a pas d'effet, le rapport de S_a et S_r suit une loi de F et il est possible de vérifier si la valeur du rapport est « étonnante » pour une loi de F
- Si le facteur A a un effet, le terme S_r n'est plus une estimation de la variabilité résiduelle et le rapport $\frac{S_a}{S_r}$ ne suit plus une loi de F. On peut comparer la valeur du rapport à la valeur attendue pour une loi de F et voir, là aussi, à quel point le résultat est « étonnant ».[18]

Résumer les choses ainsi permet de clarifier l'idée mais renverse la démarche : on obtient en pratique une valeur du rapport $\frac{S_a}{S_r}$ qu'on compare à une loi de F, en se donnant un risque α . Si la valeur obtenue est trop grande, on en déduit que le rapport ne suit vraisemblablement pas une loi de F et que le facteur A a un effet. On conclut donc à une différence des moyennes.[18]

CM_B est l'estimateur S_A présenté au paragraphe précédent (première approche technique) et CM_W l'estimateur S_B . On en déduit le F de Fisher, dont la distribution est connue et tabulée sous les hypothèses suivantes :

- Les résidus ϵ sont distribués normalement
- Avec une espérance nulle
- Avec une variance σ^2 indépendante de la catégorie i
- Avec une covariance nulle deux à deux (indépendance)

Le respect de ces hypothèses assure la validité du test d'analyse de la variance. On les vérifie *a posteriori* par diverses méthodes (tests de normalité, examen visuel de l'histogramme des résidus, examen du graphique des résidus en fonction des estimées) voir **condition d'utilisation** ci-dessous.[18]

I.8.3. Conditions d'utilisations :

1. Le paramètre étudié suit une distribution normale.
2. Les variances des populations sont toutes égales.
3. Les échantillons sont prélevés aléatoirement et indépendamment dans les populations.[19]

****Procédure de calcul d'une ANOVA :**

1. Déterminer si les échantillons varient de la même manière
2. si nous démontrons l'homogénéité des variances, alors nous pouvons comparer les moyennes de ces échantillons.[19]

Source de la variance	Sommes des carrés des écarts	Degrés de liberté	Variance	F	p-value
Inter-classes	$SCE_{facteur}$	$DDL_{facteur}$	$S_{facteur}^2 = \frac{SCE_{facteur}}{DDL_{facteur}}$	$F = \frac{S_{facteur}^2}{S_{residu}^2}$	$P_{H_0}(F > F_{obs})$
Intra-classe	SCE_{residu}	DDL_{residu}	$S_{residu}^2 = \frac{SCE_{residu}}{DDL_{residu}}$		
Total	SCE_{total}	DDL_{total}			

Tabl(I.1) : Tableau d'analyse de variance 'ANOVA'[18]

I.10. Analyse de la variance à deux facteurs

Également appelé *two-way ANOVA (en)*, l'analyse de la variance à deux facteurs s'applique lorsque l'on souhaite prendre en compte deux facteurs de variabilité. [18]

I.10.1 Décomposition de la variance

Soit un premier facteur de variabilité pouvant prendre les niveaux $i=1 \dots p$, un second facteur de variabilité pouvant prendre les niveaux $j=1 \dots q$, n_{ij} le nombre d'individus dans le niveau i du premier facteur et le niveau j du second facteur, n le nombre d'individus total et r le nombre

d'individu dans chaque sous-groupe (pour un niveau i et un niveau j donné). La variable à expliquer s'écrit y_{ijk} avec $i=1...p$, $j=1...n_i$ et $k=1...m_j$. [18]

La variable à expliquer peut être modélisée par la relation :

$$Y_{ijk} = \alpha_i + \beta_j + \gamma_{ij} + \epsilon_{ijk} \quad (\text{Equ.I.60})$$

Avec α_i l'effet du niveau i du premier facteur, β_j l'effet du niveau j du second facteur, γ_{ij} l'effet d'interaction entre les deux facteurs et ϵ_{ijk} l'erreur aléatoire (qui suit alors une loi normale $N(0, \sigma^2)$). [18]

Le calcul présenté dans le cas à un facteur peut être transposé au cas à deux facteurs :

$$SCE_{total} = SCE_{facteur\ 1} + SCE_{facteur\ 2} + SCE_{interaction} + SCE_{residu} \quad (\text{Equ.I.61})$$

La part de la variance totale expliquée par le premier facteur ($SCE_{facteur\ 1}$), la part de la variance totale expliquée par le second facteur ($SCE_{facteur\ 2}$), l'interaction entre les deux facteurs ($SCE_{interaction}$) et la part de la variance totale qui ne peut être expliquée par le modèle (SCE_{residu} , appelé aussi *variabilité aléatoire* ou *bruit*) sont données par les formules :

$$SCE_{facteur\ 1} = rq \sum_{i=1}^p (\bar{y}_i - \bar{y})^2 \quad (\text{Equ.I.62})$$

$$SCE_{facteur\ 2} = rp \sum_{j=1}^q (\bar{y}_j - \bar{y})^2 \quad (\text{Equ.I.63})$$

$$SCE_{interaction} = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q (\bar{y}_{ij} - \bar{y}_i - \bar{y}_j + \bar{y})^2 \quad \text{Equ.I.64}$$

$$SCE_{residu} = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q \sum_{k=1}^{n_{ij}} (y_{ijk} - \bar{y}_{ij})^2 \quad (\text{Equ.I.65})$$

L'analyse de l'interaction entre facteurs est relativement complexe. Dans le cas où les facteurs sont indépendants, on peut s'intéresser qu'aux effet principaux des facteurs. La formule devient alors : [18]

$$SCE_{total} = SCE_{facteur1} + SCE_{facteur2} + SCE_{residu} \quad (\text{Equ.I.66})$$

Conclusion :

D'après ce chapitre dans lequel nous avons étudié la régression linéaire avec l'étude de la technique de l'analyse de variance et certaines lois de la probabilité (gausse, student....).

Dans le chapitre suivant, nous allons parler de façon générale de l'image et les différents types des images

Chapitre II

Le principe générale de l'image et
l'image IRM

II.1 Introduction :

Le traitement d'image désigne en informatique l'ensemble des traitements automatisée qui permettent, à partir d'images numérisée, de produire d'autres images numériques ou d'en extraire de l'information.

Dans cette chapitre en commence par une étude des principes généraux des images numériques analogiques nécessaires et sachant que en voir les images médicale.

II.2 Définition d'une image :

L'image est définie comme étant la reproduction exacte ou la reproduction analogique d'une scène réelle.

Une image en tant que terme informatique est un ensemble structuré d'informations qui après affichage à une signification pour l'œil humaine.

L'une des nombreuses définitions de l'image, suivant ce principe, est qu' elle peut être décrire sous forme d'une fonction $F(x,y)$ de brillance analogique continue définie dans un domaine borné tel que x et y sont le coordonnées spatiales d'un points de l'image ,et F est une fonction d'intensité lumineuse et de couleur .

.Dans ce cas une étape préalable s'impose pour la rendre exploitable sur l'ordinateur qui ne connaît que le langage binaire, c'est la numérisation d'image. [20] [21]

II.3 Image analogique :

Avec la parole, l'image consiste l'un des moyens les plus importants qu'utilise l'homme pour communiquer avec autrui. C'est un moyen de communication universel dont la richesse du contenu permet aux êtres humains de tout âge et de toute culture de se comprendre

Elle est définie comme étant la reproduction exacte ou la reproduction analogique d'une scène réelle.

Elle peut être décrire sous la forme d'une fonction $F(x,y)$ de brillance analogique continue, définie dans un domaine borné [noir, blanc], tel que x et y sont les coordonnées spatiales d'un point de l'image, et F est une fonction d'intensité lumineuse et de couleur . Sous cette forme , l'image est inexploitable par l'ordinateur qui ne connaît que le langage binaire ce qui nécessite sa numérisation [22]

II.4 Image numérique :

C'est une image dont la surface est divisée en éléments de tailles fixes appelés pixels, ayant chacun comme caractéristique un niveau de gris ou de couleur prélevé à l'emblavement correspondant dans l'image réelle, ou calculé à partir d'une description interne de la scène à représenter [23]

On distingue généralement deux grandes catégories d'image :

-Bitmap (appelées aussi images matricielle) : il s'agit d'images pixellisées, c'est-à-dire un ensemble de points (pixels) contenus dans un tableau, chacun de ces points possédant une ou plusieurs valeurs décrivant sa couleur.

-Vectorielles : les images vectorielles sont des représentations d'entités géométriques telles qu'un cercle, rectangle ou un segment .Ceux-ci sont représentés par des formules mathématiques (un rectangle est défini par deux points, un cercle par un centre et un rayon , une courbe par plusieurs points et une équation)

Dans ce qui suit nous donnons trois exemples d'image numériques

II.4.1 Image binaire :

Une image binaire est une image dont les pixels ne peuvent avoir que les valeur 0 et 1 voir la figure (II.1).

Le 0 correspond à un pixel noir et 1 à un blanc. Le niveau de gris est donc codé sur un seul bit [24]



(Fig.II.1) : image binaire [24]

II.3.2 Image à niveaux de gris :

Dans une image en niveaux de gris (nuances de gris) (fig(II.2), celle qui sera l'objet de notre étude , la couleur d'un pixel peut prendre des valeurs allant du noir (0) au blanc (255) en passant par un nombre fini de niveaux intermédiaires obtenus par dégradation du noir . Le pixel est ainsi codé sur un octet. [25]



(Fig.II.2) : exemple d'une image en niveau de gris [25]

II.4.3 Image en couleur :

Elle est obtenue par la combinaison de trois couleurs dites primaires : rouge , vert et bleu (RVB) .chaque couleur est codée comme une image à niveaux de gris , avec des valeurs allant de 0 à 255. Pour $R=V=B=0$ nous auront un noir pur ; et pour $R=V=B=255$ nous auront un blanc pur. La représentation des images couleurs se fait donc soit par une image dont la valeur du pixel est une combinaison linéaire des valeurs des trois composantes couleurs , soit par trois images distinctes représentant chacune une composante couleur , on distingue généralement deux types d'images [26]:

- Images 24 bits
- Images à palettes (256 couleurs)

II.5 Caractéristiques d'une image numérique :

Comme nous l'avons vu, l'image est un ensemble structuré d'informations parmi ses caractéristiques nous pouvons citer les paramètres suivants :

II.5.1 Pixel et son voisinage :

Une image numérique est constituée d'un ensemble de points appelés pixels (pixel est une abréviation de (PICTure Elément) le pixel représente ainsi le plus petit élément constitutif d'une image numérique, l'ensemble de ces pixels est contenu dans un tableau à deux dimensions constituant l'image

II.5.2 La résolution :

Elle est déterminée par le nombre de points par unité de surface, exprimé en points par pouce (PPP , en anglais DPI pour Dots Per Inch) ; un pouce représentant 2.54 cm [27]

II.5.3 La luminance :

La luminance est le degré de luminosité de chaque point de l'image .Elle est définie comme étant le quotient de l'intensité lumineuse d'une surface [26]

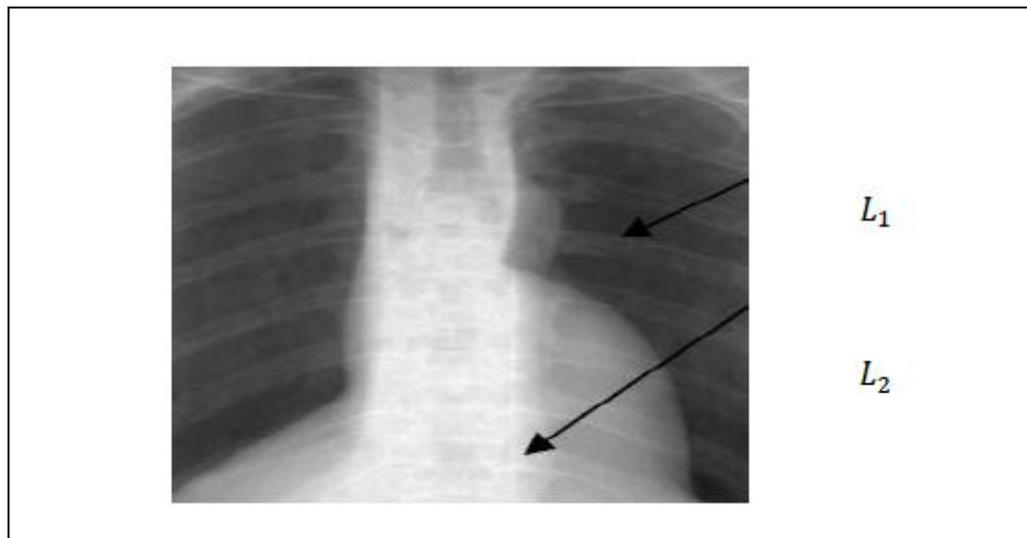
II.5.4 Le contraste :

C'est l'opposition marquée deux régions d'une image ,plus précisément entre les régions sombres et claires. Le contraste est défini en fonction des luminances de deux zones d'image et voir la Fig(II.3)

Soient L_1 et L_2 les degrés de luminosité respectivement de deux zones voisines. Le contraste est défini par le rapport : [26][27]

$$C = \frac{L_2 - L_1}{L_1 - L_2} \quad (\text{Equ.II.1})$$

Le L_1 représente l'os , et le L_2 représente les poumons.



(Fig.II.3) : image montrant le contraste [26]

II.5.5 Le bruit :

Un bruit (parasite) dans une image est considéré comme un phénomène de brusque variation de l'intensité d'un pixel par rapport à ses voisins, la Fig(II.4) il provient de l'éclairage des dispositifs optiques et électroniques du capteur. [28]

La figure suivante illustre une image IRM bruitée :



(Fig.II.4) : image médicale bruitée [28]

II.5.6 Histogramme :

L'histogramme est un mode de représentation graphique de la distribution tonale d'une image. Autrement dit, c'est la représentation visuelle, sur l'écran arrière du reflex comme dans le logiciel de traitement d'image, des intensités de chacun des niveaux qui composent une image numérique.

Selon le type de boîtier et sa configuration via les menus, vous avez la possibilité d'afficher l'histogramme sur l'écran arrière après chaque prise de vue. Cet affichage est celui de

l'histogramme de luminosité. D'autres histogrammes – de couleurs – sont disponibles selon les boîtiers. Nous nous limitons à l'histogramme de luminosité dans cet article.

L'histogramme associe à chaque niveau – de 0 pour noir à 255 pour blanc – le nombre de pixels correspondant dans l'image considérée. Le niveau 128 représente en toute théorie le gris moyen, qui se situe donc à mi-chemin entre le noir et le blanc. On peut ainsi dire que l'histogramme représente la distribution des valeurs de pixels dans une image.[29]

II.6 Système de traitement d'image :

Traitement d'images envisagé en trois phases et représenté dans le Fig(II.5) :

- Prétraitements :
 - permettre une meilleure visualisation de l'image
 - faciliter les traitements ultérieurs
- Segmentation : créer une partition de l'image en régions.
- Quantification : fournir des indices quantitatifs ou géométriques.

On ne traite pas ici du traitement d'images couleur.[22]



(Fig.II.5) : schéma de traitement d'image

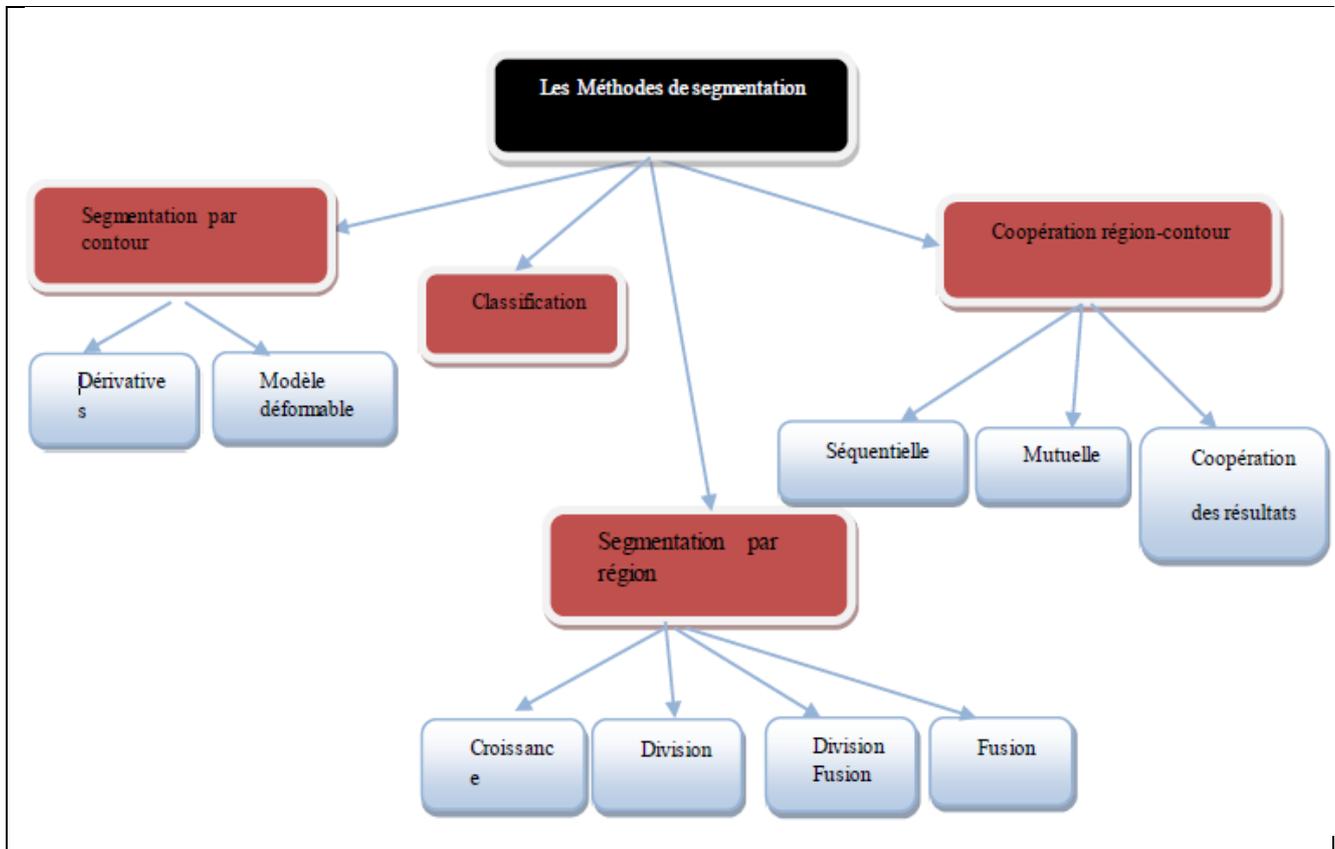
II.6.1 Prétraitement des images :

Le prétraitement est la deuxième étape de notre système de traitement d'image, il a pour but la réduction des bruits induits par les capteur afin d'améliorer la perception de certains détails. Cette étape renforce aussi la ressemblance entre pixels de même région et la dissemblance des pixels de régions différents surtout dans les cas où le contraste et la luminosité sont faibles. On se propose de présenter quelques-uns de ces prétraitements. [30]

II.6.2 Segmentation :

Il n'est pas aisé de trouver une seule définition de la segmentation, voir fig(II.6), car cette tâche est souvent confondue avec la classification, nous pouvons néanmoins essayer d'en trouver une.

Segmenter une image signifie, trouver ses régions doivent correspondre aux parties sont supposées être pertinents, c'est-à-dire que les régions doivent correspondre aux parties significatives des objets du monde réel, et les contours à leurs frontières apparentes [31]



(Fig.II.6) : schéma représentant les techniques de segmentation [31]

II.6.3 Quantification :

Transformation d'une amplitude à valeurs continues en une amplitude qui ne peut prendre qu'un nombre fini de valeurs distinctes

- Pour une image à 256 niveaux de gris, chaque amplitude est codée sur un octet (8 bits)

II.7 But de traitement d'image :

Améliorer la qualité de l'image en réduisant les bruits ou les parasites introduits lors de son acquisition (corriger les erreurs liées à l'acquisition) dont le but est de se rapprocher au mieux de l'image originale.

Cherche à résoudre le problème de la détection de présence de certaines formes, certains contours ou certaines textures du modèle connu, sans vouloir préciser les autres informations contenues dans l'image.

Comprimer l'image pour gagner en vitesse lors de la transmission, et en capacité de stockage.

Donc le traitement d'image est très utile et peut être utilisé dans plusieurs domaines [20]

II.8 Domaine d'application :

Le traitement d'image possède l'aspect multidisciplinaire. On trouve ses applications dans les domaines très variés tels que : Médecine (radiographie, tomographies,...) Biologie météorologie ,Astronomie, Géologie, Physique , Application militaire ,Applications industrielles, Photographie, Publicité ..etc.

II.8.1 Imagerie médicale :

II.8.1.1 La radiographie :

La radiographie est une technique d'imagerie qui vise à visualiser un organe ou une partie du corps sur une pellicule photosensible. Réalisée par un radiologue en hôpital ou « en ville », elle utilise les rayons X. Par extension, le terme « radiographie » désigne également le cliché radiographique. [32]

La radiographie repose sur l'utilisation des rayons X Fig(II.7). Le faisceau est émis à partir d'une source (un tube) fixe et non rotatif comme pour le scanner. Les rayons sont plus ou moins absorbés par les tissus - en fonction de la densité de ces derniers – avant d'être recueillis sur une pellicule photosensible placée derrière le patient. Sur le cliché, les rayons X laissent une trace plus ou moins opaque, selon la densité des tissus traversés. En cas d'exploration spécifique (du tube digestif ou d'un organe richement vascularisé par exemple), le médecin peut décider l'injection préalable d'un produit de contraste. Celui-ci permet d'améliorer la lisibilité des clichés.[32]



(Fig.II.7) : Radiographie [32]

II.8.1.2 l'échographie :

L'examen échographique utilise des ondes sonores de hautes fréquences (supérieure à 20 000 Hz) et un ordinateur pour construire les images des différents organes du corps humain.

Durant l'examen échographique, une sonde est déplacée sur la peau. Cette sonde émet des ondes sonores qui se propagent dans les différents tissus. En raison de phénomènes de réflexion, une partie du faisceau d'ondes sonores retourne vers la sonde d'échographie. Ces ondes sonores réfléchies (échos) sont recueillies par la sonde et transmises à un ordinateur. Grâce à l'analyse de ces données, des images vont être obtenues.

Des organes comme le foie, la vésicule biliaire, la rate ou les reins sont analysée de manière détaillée par l'échographie. Une simple manipulation de la sonde permet d'avoir des images dans n'importe quel plan de l'espace et en temps réel.[33]

II.8.1.3 Imagerie par résonance magnétique (IRM)

II.8.1.3.1 Histoire :

Conçu par **Édouard Mills Purcell**[33] et **Félix Bloch**[33], qui ont obtenu le prix Nobel de physique 1952 pour cela, le phénomène de résonance magnétique, a permis d'obtenir des images à partir de 1972, et tout particulièrement, des **applications médicales** dans les années 80.[34]

II.8.1.3.2 définition :

L'IRM ou imagerie par résonance magnétique nucléaire est une technique d'imagerie médicale. L'imagerie médicale permet d'obtenir des images virtuelles de l'intérieur du corps humain, très précises, sans intervention délabrant et la figure (II.8) représentation l'appareil de IRM.

Elle est utilisée pour poser un diagnostic, ou pour diriger un traitement ou à des fins d'étude. L'image recueillie est aujourd'hui traitée par des systèmes informatiques et on obtient des représentations tridimensionnelles des organes, tissus, lésions. On peut aussi obtenir des images cinétiques, des images quantitatives aussi bien que qualitatives. Plusieurs techniques d'imagerie sont disponibles, chacune est utilisée en fonction de l'organe et du type d'éléments que l'on recherche.[35]



(Fig.II.8) : l'appareil d'IRM [36]

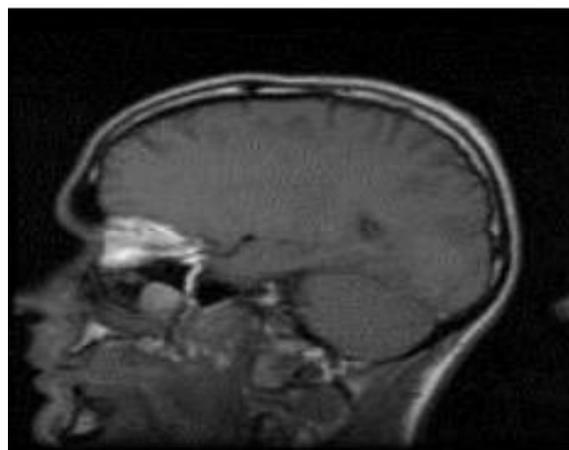
III.8.1.3 Fonctionnement de technique :

L'IRM est une technique récente (1980) qui utilise l'effet d'un champ magnétique intense sur le spin des protons.

Le spin est une propriété quantique intrinsèque associée à chaque particule, qui est caractéristique de la nature de la particule au même titre que sa masse et sa charge électrique. Elle permet de caractériser son comportement sous l'effet de la symétrie de rotation dans l'espace.[37]

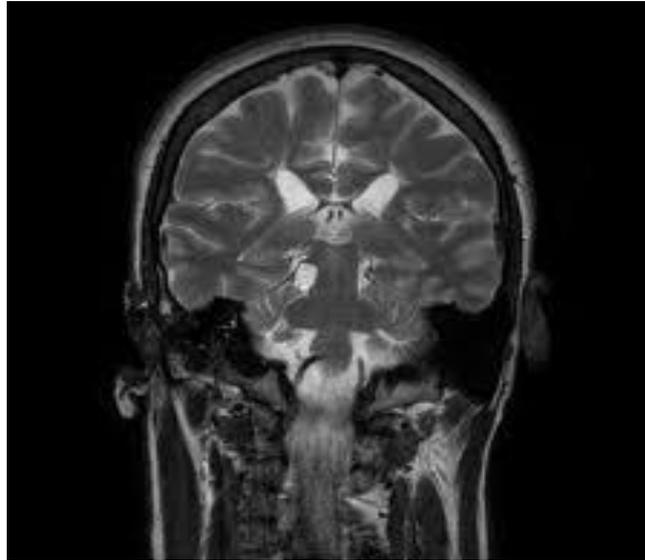
L'IRM permet d'obtenir des coupes virtuelles de l'organisme dans les trois dimensions de l'espace :

- a) **coupe sagittale**, parallèle au plan médian, qui sépare le corps en une partie gauche et une partie droite comme la figure suivant :[37]



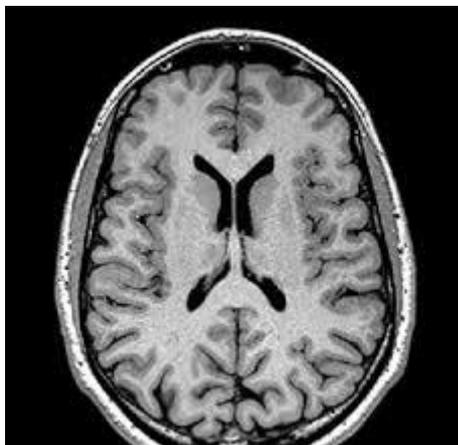
(Fig.II.9) : représentation la coupe sagittale [38]

- b) **coupe coronale**, parallèle au plan coronal Fig(II.10) qui coupe le corps en une partie avant et une partie arrière



(Fig.II.10) : représentation la coupe coronale de l'image IRM [37]

- c) **coupe axiale**, parallèle au plan axial, qui sépare le corps en une partie supérieure et une partie inférieure et représenter par la Fig(II.11)



(Fig.II.11) :représentation la coup axial [37]

Grâce aux différentes séquences de résonance magnétique, on peut obtenir des images très contrastées des tissus mous essentiellement, en fonction de leurs propriétés histologiques (différentes selon que le tissu est sain ou pathologique).

L'examen par IRM est un examen non irradiant, mais, tout objet métallique, sensible à un champ magnétique contre-indique sa pratique (piercing, prothèse métallique, pace-maker).

Avec le progrès de la technologie, l'IRM est devenue une technique majeure dans le domaine de l'imagerie médicale, sans cesse en développement. Peter Mansfield [37] et Paul Lanterbur [37] furent récompensés par le Prix Nobel de Médecine en 2003, «en reconnaissance de leurs découvertes concernant l'imagerie par résonance magnétique»[37]

II.8.1.3.4 . Principe de fonctionnement de l'IRM

L'IRM est une technique basée sur l'observation de la résonance magnétique nucléaire (RMN) des protons de l'eau. En effet, l'eau constitue environ 70% du corps humain et le proton ^1H est naturellement abondant et très sensible en RMN

L'intensité du signal observé va donc dépendre de la concentration en eau, mais aussi du temps de relaxation des spins nucléaires. Ainsi on pourra obtenir une image de la répartition en eau dans le corps du patient.

Le rôle des agents de contraste va être de diminuer ce temps de relaxation afin d'augmenter l'intensité des signaux.[39]

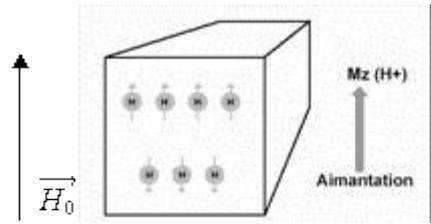
II.8.1.3.4.1 . Magnétisme et atome

Tout noyau porte une charge. Cette charge tourne autour de l'axe nucléaire et engendre un dipôle magnétique qui s'exprime par une grandeur appelée moment magnétique et noté $\vec{\mu}$. En absence de champs, les moments magnétiques ne sont pas orientés (Fig.II.12).[39]



(Fig.II.12) : Moment magnétique μ et son orientation en l'absence de champs magnétique.[39]

En présence d'un champ magnétique \vec{H}_0 statique, les moments magnétiques prennent $2I+1$ orientations soit deux orientations pour ^1H ($I=1/2$)(Fig.II.13). Ces deux orientations correspondent à deux états d'énergie.



(Fig.II.13) : *Orientation du champ magnétique en présence de champs magnétique.*[39]

En présence de ce champ, les moments magnétiques associés aux deux états d'énergie se mettent en mouvement et décrivent deux cônes de précession. Ce mouvement a une vitesse correspondant à une fréquence de précession ω_0 . [39]

II.8.1.3.4.2 . Résonance et signal

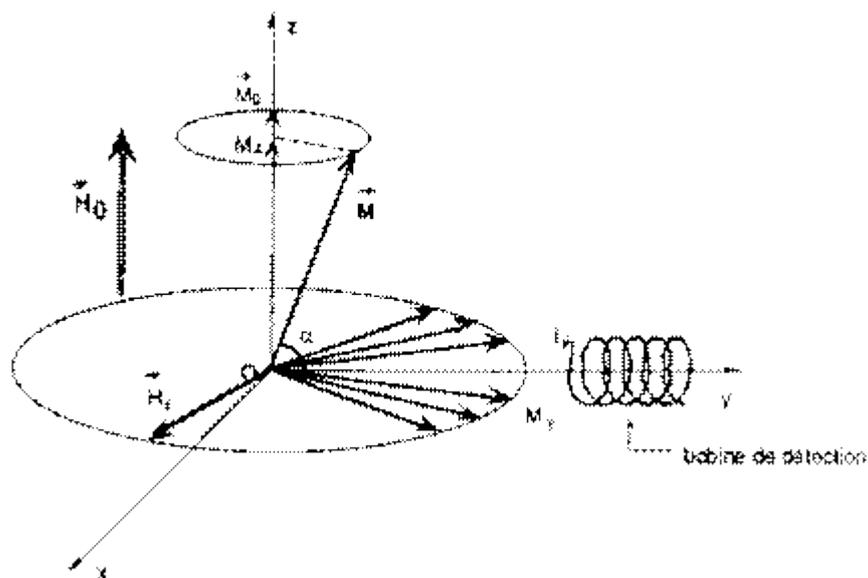
Pour observer la résonance (Figure 4), il faut fournir une énergie permettant aux noyaux de passer de l'état fondamental à l'état excité. Cette énergie est fournie par un second champ magnétique \vec{H}_1 d'intensité 10^6 fois plus faible que \vec{H}_0 . Dans le cas d'un spectromètre à transformée de Fourier, \vec{H}_1 est envoyé sous forme d'impulsions très brèves (de l'ordre de la microseconde) afin d'obtenir la résonance.

\vec{H}_1 , perpendiculaire à \vec{H}_0 , tourne autour de celui-ci à une vitesse angulaire variable w .

Lorsque la fréquence de rotation de \vec{H}_1 est égale à la fréquence de précession de spin, il y a résonance et passage du spin à un niveau d'énergie supérieur.

Les protons alignés dans le champ magnétique sont représentés par un vecteur de magnétisation \vec{M} qui a deux composantes, la magnétisation longitudinale M_z et la magnétisation transversale M_{xy} .

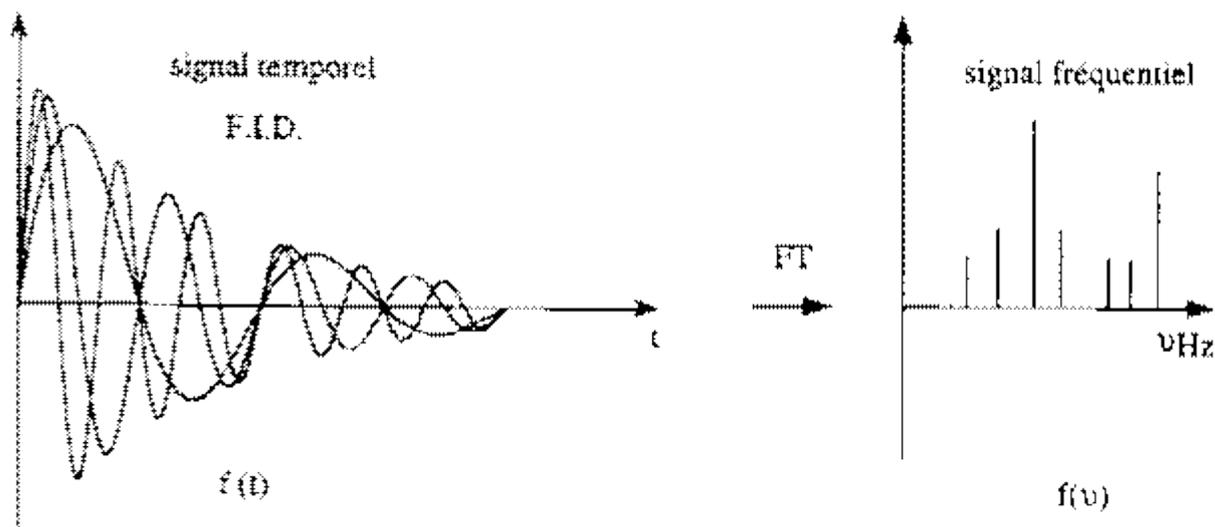
Si on supprime le champ \vec{H}_1 , le vecteur \vec{M} a tendance à revenir à sa position initiale c'est à dire colinéaire à l'axe Oz. Sa composante M_y se déphase et tend alors vers 0, de même pour M_x , tandis que M_z croît. Cette décroissance de M_y se fait de façon exponentielle et engendre un courant induit dans une bobine située sur l'axe Oy.[39]



(Fig.II.14) : Orientation de la magnétisation du proton sous l'effet de champs magnétiques.[39]

Une fois amplifié, le signal induit capté par la bobine est appelé FID (Free Induction Decay) ou encore signal de précession libre (Fig.II.15). Le signal FID représente un ensemble de sinusoïdes amorties en fonction du temps.

La transformée de Fourier du signal HD permet de rendre compréhensible le signal. On obtient ainsi un signal fonction de la fréquence représentant le spectre RMN final.[39]



(Fig.II.15) : Signaux temporel et fréquentiel.[39]

II.8.1.3.4.3. La relaxation

On parle de relaxation quand, après absorption de l'énergie électromagnétique fournie par \vec{H}_1 , les noyaux tendent à retrouver la distribution de Boltzmann (c'est à dire quand \vec{M} revient à sa position d'équilibre). On peut la décomposer en deux phénomènes, la relaxation longitudinale et la relaxation transversale.[39] [40]

A. La relaxation longitudinale

A l'équilibre $M_z = M_0$,

Après le basculement $M_z = 0$

Le retour de M_z à sa valeur de départ M_0 est exponentielle : $M_z(t) = M_0 (1 - e^{-t/T_1})$

Cette relaxation longitudinale, dite relaxation T1 ou encore relaxation "spin-réseau", correspond au retour à l'équilibre énergétique du système après l'excitation. La constante de temps T1 est le temps nécessaire pour que les protons atteignent les deux tiers de leur aimantation. Elle dépend en fait de la mobilité des atomes d'hydrogène ou de celle des molécules où ils sont engagés. T1 sera d'autant plus court que ces hydrogènes seront liés à de grosses molécules.[39]

Voici, à titre d'exemple, la valeur du T1 de certains tissus dans un champ de 1 Tesla (en millisecondes) (**Tab.II.1**)

Tissus humains	T ₁
Graisse	240 ms
Muscle	730 ms
Substance blanche	680 ms
Substance grise	809 ms

(**Tab.II.1**) : Valeur du T1 de certains tissus dans un champ de 1 Tesla.[39]

B. La relaxation transversale

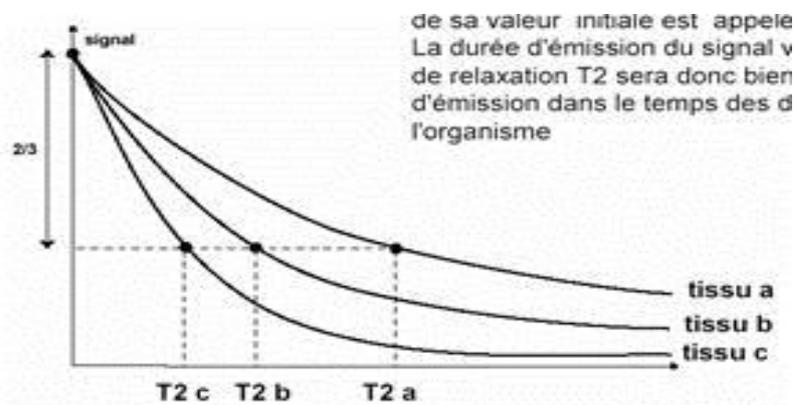
A l'équilibre $M_{xy} = 0$.

Après le basculement de 90 degrés, $M_{xy} = M_0$.

Le retour de M_{xy} vers 0 est exponentiel $M_{xy}(t) = M_0 e^{-t/T_2}$ Fig(II.16).

Cette décroissance de la composante transversale se fait en général plus vite que ne le veut le simple retour à l'équilibre de la composante longitudinale. Elle se caractérise par le temps de

relaxation T2 (encore appelé temps de relaxation "spin-spin"). T2 est en réalité le temps pendant lequel l'intensité décroît de deux tiers de sa valeur initiale.



(Fig.II.16) : Mesure de T2.

Ce temps de relaxation T2 est toujours inférieur au temps de relaxation T1. Il dépend lui aussi de la mobilité des atomes ou des molécules sur lesquelles ces protons sont engagés.

Ces temps de relaxation vont varier pour un tissu donné selon l'organisation physico-chimique de l'eau dans ce tissu, et c'est sur ces variations que l'on s'appuie pour détecter au sein d'un tissu les modifications liées à la présence d'une lésion. Voici quelques valeurs de T2 dans un champ de 1 Tesla (Tab.II.2)

Tissus humains	T ₂
Graisse	84 ms
Muscle	47 ms
Substance blanche	92 ms
Substance grise	101 ms

(Tab.II.2) : Valeur du T2 de certains tissus dans un champ de 1 Tesla.[39]

En résumé les temps de relaxation T1 et T2 des tissus dépendent de la mobilité des noyaux d'hydrogène présents dans ces tissus : ces temps de relaxation augmentent avec l'hydratation de ces tissus, ils diminuent lorsque cette hydratation diminue. C'est ce qui fait dire, très schématiquement, que la densité d'hydrogène, le T1 et le T2, pour un tissu donné lors d'une affection aiguë, varie dans le même sens. En effet un processus lésionnel aigu s'accompagne dans la plupart des cas de phénomènes inflammatoires et oedémateux qui ont pour résultat

d'augmenter la quantité d'eau dans ces tissus. Dans un tissu cicatriciel par contre ce sera le contraire.[39] [40]

II.8.1.4. Séquence IRM, pondération T1 et T2

II.8.1.4.1. Pondération :

Des tissus différents ont des T1 différents. Après stimulation de radio-fréquence avec un temps de répétition court, on ne laisse pas le temps aux atomes d'hydrogène de certains tissus de revenir en position d'équilibre alors que, pour d'autres atomes d'hydrogène d'autres tissus, le temps est suffisamment long pour qu'il y ait un retour à l'équilibre. Lorsque l'on mesure l'état d'énergie des atomes des tissus, on note des écarts d'état entre ces différents atomes. Si on laissait un temps trop long, tous les atomes auraient le temps de revenir en position d'équilibre et l'on ne noterait plus de différences entre différents tissus.

Des tissus différents ont des T2 différents. Après stimulation par un temps d'écho long, on retrouve des décroissances d'énergie d'amplitude plus importante entre les tissus. Les différences de T2 étant plus discriminants si le temps d'écho est long.[40]

II.8.1.4.1.1. Pondération T₁ :

Les paramètres de la pondération :

- temps d'écho : TE = 10 à 20 ms (*ms = millisecondes*)
- temps de répétition : TR = 400 à 600 ms

En utilisant un temps de répétition court et un temps d'écho court (neutralise les différences de temps T2), on obtient un contraste d'image pondérée en T1, pondération dite « anatomique » : en pondération T1 sur le cerveau, la substance blanche apparaît plus claire que la substance grise. Le liquide céphalo-rachidien, situé entre la substance grise et l'os apparaît lui nettement plus foncé.

Ces séquences sont également utilisées après injection de produit de contraste, pour caractériser une anomalie [40]

II.8.1.4.1.1. Pondération T₂ :

Les paramètres de la pondération :

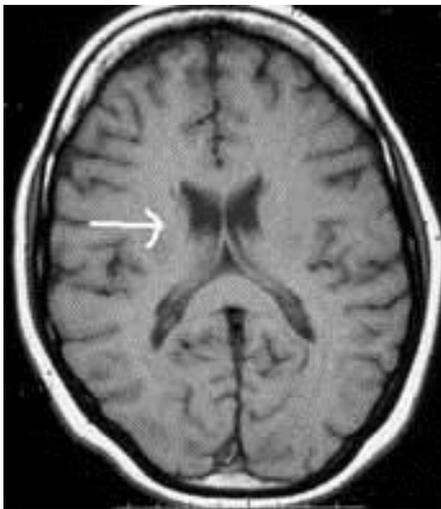
- temps d'écho : TE > 80 ms
- temps de répétition : TR > 2 000 ms

En utilisant un temps de répétition long (neutralise les différences de temps T1) et un temps d'écho long, on obtient un contraste d'image dite pondérée en T2, dite aussi pondération « tissulaire » : L'eau et l'œdème apparaissent en hypersignal.

Le temps de répétition (TR) est l'intervalle de temps entre deux excitations. Le temps d'écho est l'intervalle de temps entre l'excitation et la survenue du signal IRM. Une séquence IRM est un ensemble d'impulsion excitatrices dont les paramètres (TE, TR par exemple) sont ajustés pour obtenir des images ayant un contraste donné (T1 ou T2 par exemple).

Dans une image pondérée en T1, Fig(II.17) la graisse apparaît hyperintense (couleur claire) et l'eau hypointense.

Dans une image pondérée en T2, Fig(II.18) l'eau apparaît hyperintense (couleur claire) et la graisse un peu plus sombre que l'eau.[41]



Fig(II.17) : Imagerie par résonance magnétique (IRM) du cerveau - coupe axiale pondération T1: le liquide du système ventriculaire (flèche) est hypointense [42]



Fig(II.18) : Imagerie par résonance magnétique (IRM) du cerveau: coupe axiale pondération T2 – le liquide du système ventriculaire (flèche) est hyperintense.[42]

II.8.1.4.2. Technique echo de spin

Le déphasage de la composante transverse est utilisée pour créer un écho on utilise une impulsion RF qui refocalise l'aimantation transverse (celle qui perdure malgré le retour à l'équilibre) [41]

II.9 Les avantages et les inconvénients de l'IRM

II.9.1 Les avantages :

L'un des avantages de l'IRM est l'absence d'introduction de traceur extérieur. De plus, les rayonnements sont totalement inoffensifs. Cet examen fournit des informations multiparamétriques. Il effectue une exploration dans tous les plans de l'espace. Il fournit une image en haute-résolution.[43]

II.9.2 Les inconvénients :

L'IRM nécessite des aimants puissants, lourds, encombrants et très chers. En effet, le prix d'un appareillage d'IRM se situe entre 0.5 et 20 millions de francs. Un des autres inconvénients de l'IRM est l'inconfort du patient durant cet examen : le sujet est maintenu à l'intérieur d'un tube étroit et subit un bruit important. Le bruit, produit par les appareils fournissant à cadence élevée des impulsions électromagnétiques, est relativement fort.[43]

II.10. Image CT scan :

Qu'est ce que la TOMODENSITOMÉTRIE ?

II.10.1 définition :

La tomodensitométrie X (TDM) ou scanographie, appelée « Computerized Tomography » par les Anglo-Saxons, est une méthode de diagnostic radiologique tomographique, permettant d'obtenir des coupes transversales, reconstruites à partir de la mesure du coefficient d'atténuation du faisceau de rayons X dans le volume étudié. La tomodensitométrie a connu un essor considérable, justifié par son intérêt diagnostique et l'amélioration continue de ses performances techniques. Elle représente l'une des applications les plus réussies et les plus fécondes de l'application de l'informatique à la médecine et à l'imagerie médicale.[44]

CT scan: tomodensitométrie. Photos de structures au sein de l'organisme créé par un ordinateur qui prend les données à partir de plusieurs images à rayons X et les transforme en images sur un écran. CT est synonyme de tomographie assistée par ordinateur.

Le scanner peut révéler des structures des tissus mous et d'autres qui ne peuvent pas encore être vus dans conventionnel radiographies. En utilisant la même dose de rayonnement tel que celui

d'un appareil à rayons X ordinaire, une tranche entière du corps peut être rendue visible avec environ 100 fois plus de clarté, avec le scanner.

Les tomographies («coupures») pour les CT sont habituellement faites 5 ou 10 mm. La machine CT tourne de 180 degrés autour du corps du patient. La machine émet un faisceau de rayons X mince à 160 points différents. Cristaux positionnées au niveau des points opposés de la poutre captent et enregistrent les taux d'absorption de l'épaisseur du tissu et l'os variable. Les données sont ensuite transmises à un ordinateur qui transforme l'information en une image en deux dimensions en coupe transversale.

Le scanner a été inventé en 1972 par l'ingénieur britannique Godfrey N. Hounsfield [44](plus tard Sir Godfrey) et l'Afrique du Sud (plus tard américain) physicien Alan Cormack[44]. Tomodensitométrie était déjà en usage général, en 1979, l'année Hounsfield et Cormack ont reçu le prix Nobel de médecine ou physiologie pour son développement.

Le scanner est également connu comme le CAT (tomographie axiale informatisée) scan.[45]

II.10.2. le principe de CT-scan :

- Image matricielle d'une tranche expriment la densité radiologique des unités de volume (voxels) dans cette tranche.
- Image tomodensitométrie est reconstruire par ordinateur à partir d'une série de mesures successives

Elle diffère de l'image radiographique conventionnelle

*support d'enregistrement : détecteurs versus une projection

*reconstruction d'une image matricielle .[46]

II.11. Conclusion :

Nous avons présenté dans ce chapitre les principes générale de l'image et les différents étapes de traitement d'images numérique qui permettant de transformer des images brutes en images utiles pour la localisation d'objet

Chapitre III

La conception et les résultats obtenu

III.1 Introduction :

Dans ce chapitre on a appliqué la méthode d'analyse de variance ANOVA sur l'image IRM et l'image CT scan , puis extraire la place de lésion sur l'image pathologique et enfin voir la comparaison entre notre résultat avec la technique linéaire .

III.2 Identification de l'ordinateur :

- Fabricant : DriverPack Solution
- Modèle : TOSHIBA SATELLITE C850-A986
- Processeur : Intel(R) Pentium(R) CPU B950 @ 2.10Ghz
- Mémoire installée(RAM) : 4.00 Go
- Type de système : système exploitation 64 bits
- Logiciel : Matlab 12 (R2012a)

III.3 Présentation de Matlab :

Matlab (**MAT**rix **LAB**oratory) est un logiciel pour effectuer des calculs numériques. Il a été conçu initialement pour faciliter le traitement des matrices mais il est maintenant utilisé dans tous les domaines des sciences qui nécessite de faire des calculs. Il est utilisé dans les calculs scientifiques et les problèmes d'ingénierie parce qu'il permet de résoudre des problèmes numériques complexes en moins de temps requis par les langages de programmation, et ce grâce à une multitude de fonctions intégrées et à plusieurs programmes outils testés et regroupés selon usage (boites à outils ou Toolbox).

Matlab est un langage à niveau de comptes et de langage de programmation , caractérisée par la présence programme facilite le processus de traitement de celle-ci et comprend :

- les calculs mathématiques
- le traitement des données
- modélisation et simulation
- l'analyse des données et la présentation
- Les travaux de dessins d'ingénierie
- Application de travail, convivial(GUI)

Matlab permet le travail interactif soit en mode commande ,soit en mode programmation ,tout en ayant toujours la possibilité de faire des visualisations graphiques .

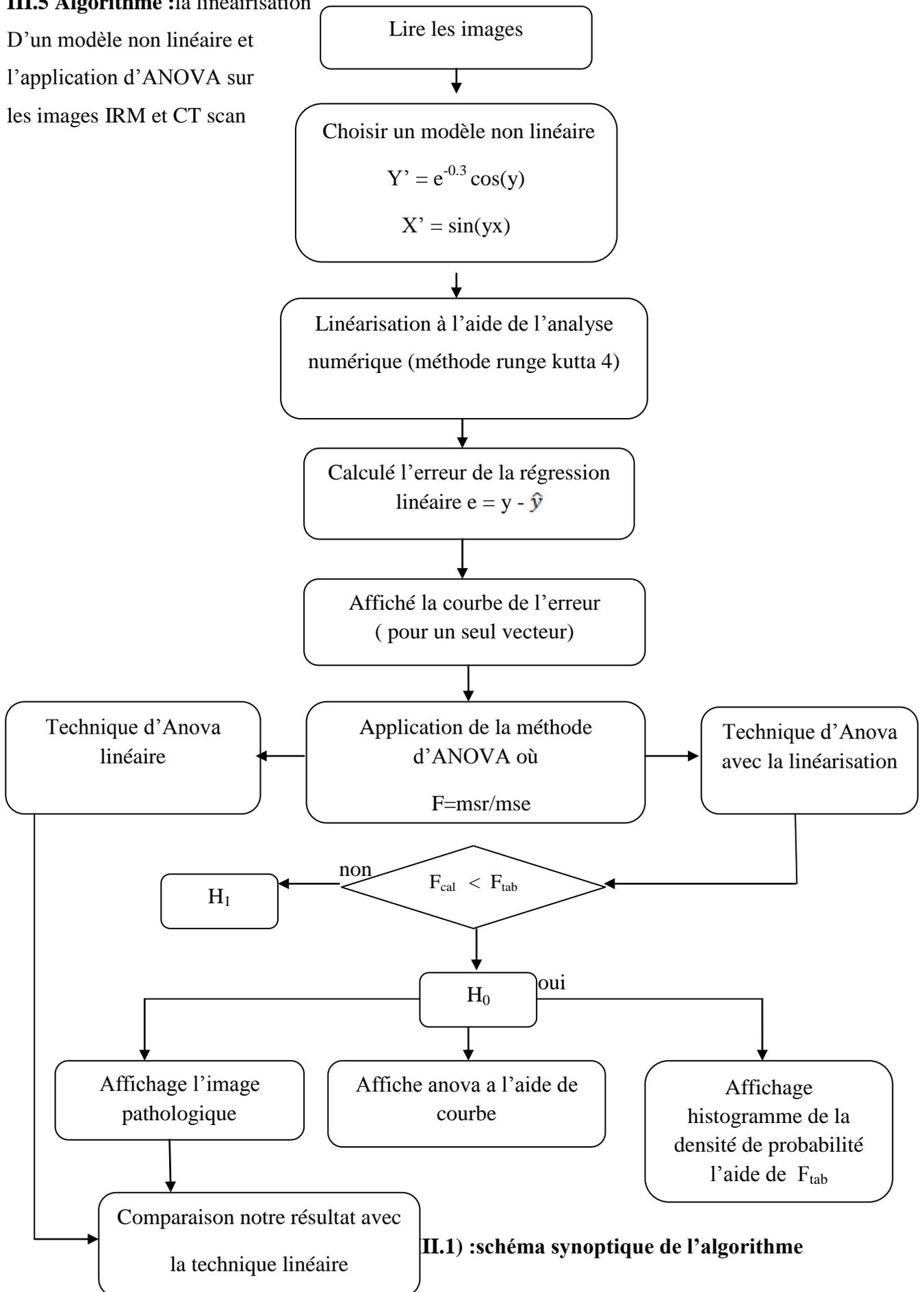
Considéré comme un des meilleurs langages de programmations (C ou Fortran), MATLAB possède les particularités suivantes par rapport à ces langage :

III.4 Les intérêts de Matlab:

- Programmation infiniment plus rapide pour le calcul et pour l'affichage
- Une librairie très riche
- Possibilité d'inclure un programme en C/C++
- Langage interprété : Pas de compilation donc pas d'attente pour compiler
- Possibilité d'exécuter du code en dehors du programme
- Code facile à comprendre et très lisible
- Une aide très bien faite

III.5 Algorithme :la linéairisation

D'un modèle non linéaire et l'application d'ANOVA sur les images IRM et CT scan



II.1) :schéma synoptique de l'algorithme

III.6 conception et résultat :

III.6.1 Exemple sur l'image IRM

III.6.1.1 Le protocole 1:

Ce rapport médical qui sont en notre possession est un protocole pour un malade de 55 ans, où il le processus de scanner est de l'IRM où le champ magnétique $B = 1,5 \text{ T}$.

La machine d'examen est de type SIEMENS .

Le patient à fait un scanner en pondération T2 de coupe axial

avec: temps d'écho : $TE > 80 \text{ ms}$,et le temps de répétition : $TR > 2 \text{ 000 ms}$

Le résultat de scanner présente d'un tumeur au milieu du terrain sur le côté gauche et la troisième ventricule est d'évoquer la tumeur. . gonalgiques problèmes sont les résultats de la croissance de la tumeur en compte région de l'axe hypothalamo.

III.6.1.1.1 Comment identifier le type de tumeur soient bénignes ou malignes ?

Si les enquêtes et les tests ont montré une tumeur dans le cerveau, le patient est dirigé vers un traitement de suivi avec un spécialiste du cancer du médecin (oncologue). Si un médecin spécialiste a constaté cancer tumeurs du cerveau (Neuro - oncologue) dans la région de résidence du patient, il est probablement l'a dirigé à poursuivre le traitement.

Ensuite, l'étape suivante qui consiste à confirmer l'existence d'un diagnostic de cancer du cerveau, déjà: un petit échantillon (biopsie) de la masse tumorale afin de déterminer le type de tumeur.

Le procédé, générale, pour obtenir un échantillon de la tumeur par la chirurgie. Impossible d'ouvrir un trou dans le crâne, afin d'éradiquer la totalité de la tumeur dans la même partie de la procédure chirurgicale, souvent. Ensuite, prendre un échantillon (biopsie) de la tumeur doit être testée en laboratoire.

Si le chirurgien ne peut pas enlever toute la tumeur pendant la chirurgie, ne fait que prendre un échantillon de la tumeur pour un examen de laboratoire.

Il peut être possible, dans certains cas, pour extraire une partie du tissu tumoral à l'examen sans ouvrir le crâne. Est déterminée par l'emplacement exact de la tumeur dans le cerveau d'une

manière de positionnement stéréotaxique (stéréotaxique), toute utilisation des techniques d'imagerie calculées tomographie (TDM) et l'imagerie par résonance magnétique (IRM), tandis que la tête est installée à l'intérieur du cadre.

Après cela, un petit trou est percé dans l'os du crâne est ensuite insérant une aiguille à travers la tumeur. Il s'agit, par l'aiguille, la capture et l'extraction de l'échantillon requis pour effectuer une biopsie.

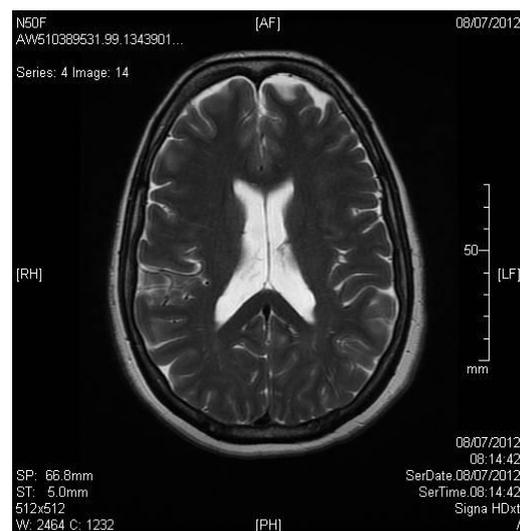
Après cela, l'échantillon est examiné au microscope par un pathologiste spécialisé / pathologie (pathologiste - un médecin qui se spécialise diagnostic des maladies par l'examen de cellules et de tissus).

III.6.1.2 Lire l'Image IRM :

La figure (Fig.III.2) , illustre une coupe de l'image IRM pour un personne malade , et la figure(Fig.III.3) illustre la même coupe mais pour un personne normale.

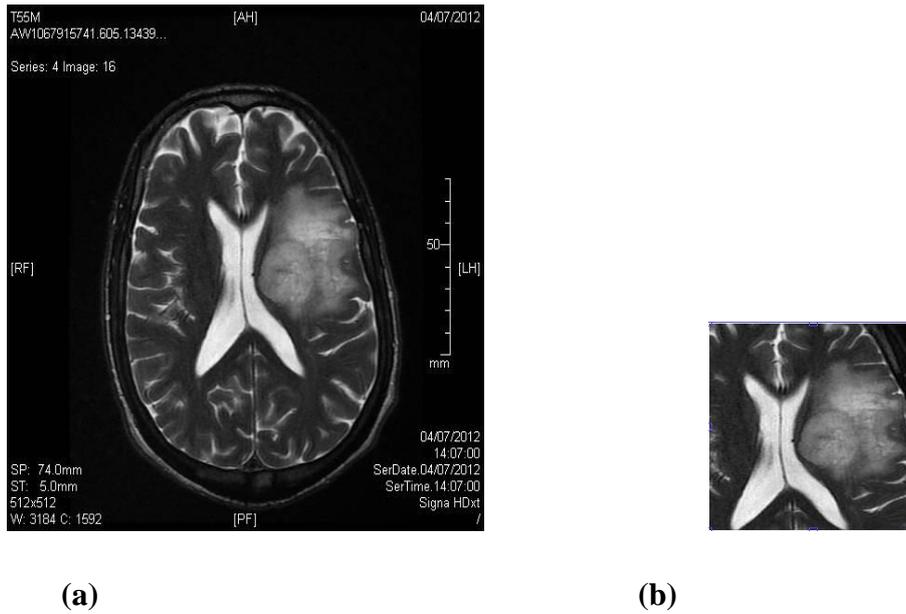


(Fig.III.2) :image pathologique en IRM



(Fig.III.3) :image IRM normal

-Ensuite Choisir un échantillon de l'image pathologique précédent comme la Fig.(III.4) présente. La même chose pour l'image normale .voir fig(III.5)



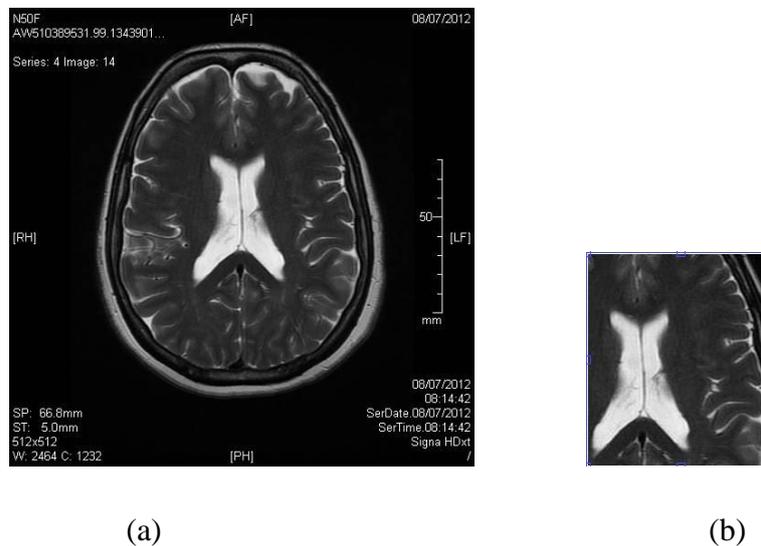
(Fig.III.4) : représentation de l'échantillon d'une image pathologique

(a) :L'emplacement de l'échantillon dans l'image

(b) :L'échantillon de l'image

III.6.1.2.1 Echantillon de la figure (Fig.III.2) :

-La même chose pour l'image normale ,on va dessiner la surface d'échantillon



(Fig.III.5) : représentation de l'échantillon d'une image normale

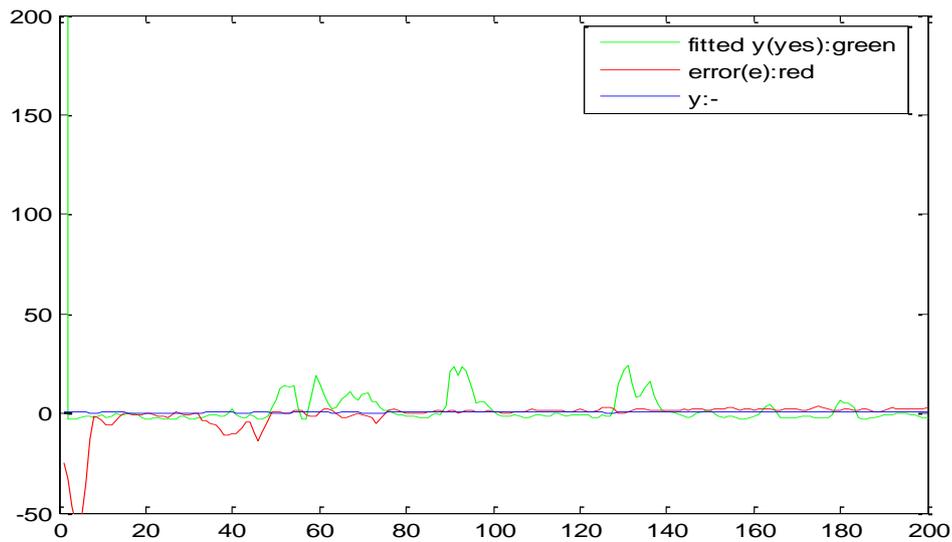
(a) : L'emplacement de l'échantillon dans l'image

(b) : L'échantillon de l'image

III.6.1.3 Calcule l'erreur de la regression linéaire

-L'étape suivant de l'algorithme est de calculé l'erreur ($e = y - \hat{y}$) de l'estimation de la régression linéaire (modèle linéaire) avant l'application de la technique Anova.

Le résultat obtenue pour $n=200$, est illustré a la figure (fig(III.6))



(Fig.III.6) : l'erreur (couleur rouge) entre y et y estimé

III.6

.1.4 Application de la technique 'ANOVA' :

Pour cette technique, on va calculer l'expression de Fisher puis, comparer avec le tableau de Fisher est bien illustré dans la distribution de gauss pour probabilité $\alpha=+0.01$.

III.6.1.4.1 Calcul de F_{cal} :

D'après l'étude théorique de chapitre 2, on donne comme rappel l'équation d'Anova pour précision de 1% et pour nombre d'échantillons $n=200$:

$$F_{cal} = msr/mse$$

Où :

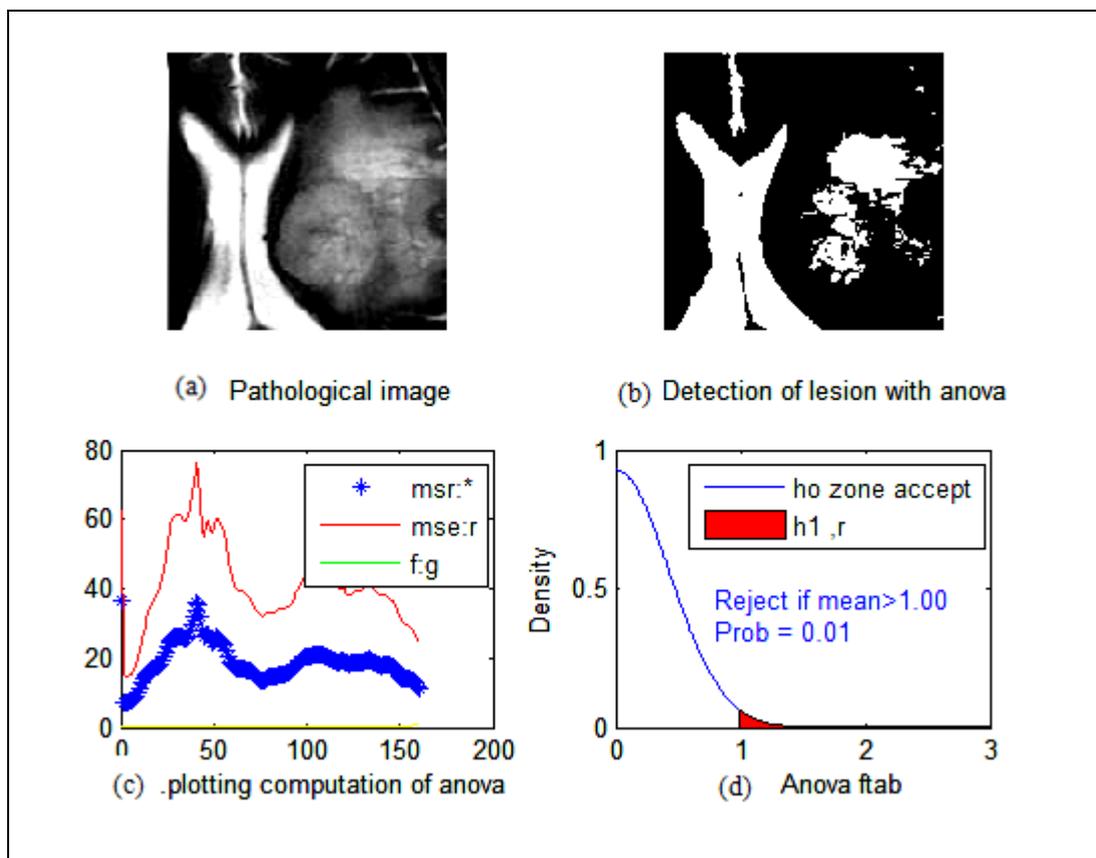
msr ($SCE_{facteur}$): La variance inter-groupe

mse ($SCE_{résidu}$): La variance intra-groupe.

-Niveau de signification $\alpha = 0.01$

-Degré de liberté $v = n-1=200-1=199$

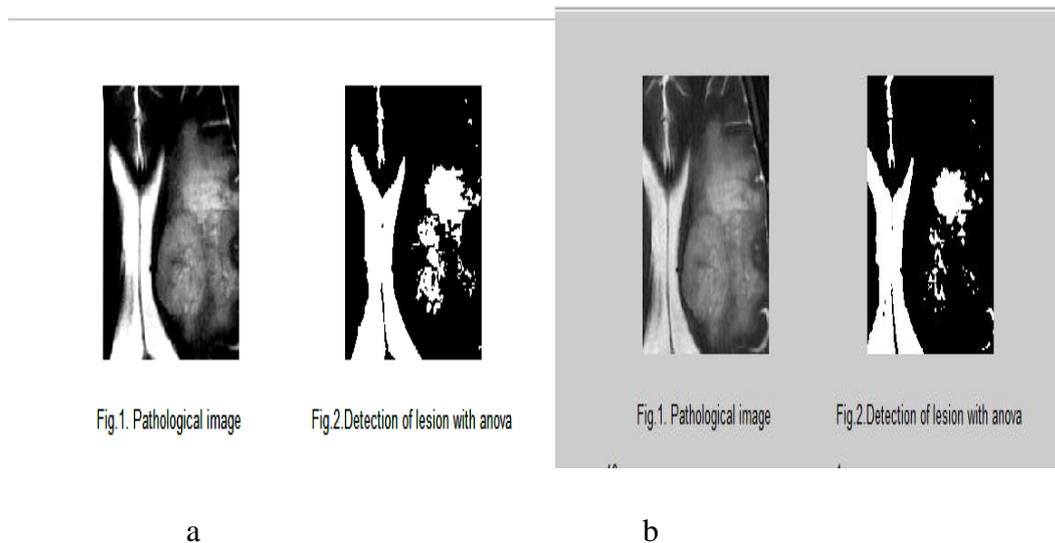
Les résultats obtenue est sur la fig(III.7):



(Fig.III.7) :détection de la zone pathologique (image IRM) pour surface 200x200 et $\alpha=0.01$

La figure (III.7) présente les étapes globale de notre algorithme ,où (a) ,illustre un échantillon de l'image pathologique ($n=200$) qui doit être transféré par un modèle choisie non linéaire (exponentiel) à un modèle linéaire à l'aide de l'analyse numérique et l'application de la méthode de Runge Kutta4.

La détection de la lésion est faite par deux méthodes :sous forme d'un courbe par calculer l'équation d'Anova (fcal) ,(voir (c)), ou de façon direct sur l'image pathologique(voir (b))où la lésion est présenté couleur blanc.



Fig(III.9) présentation de la lésion par deux méthodes d'Anova

a. Anova avec un modèle non linéaire b. Anova simple linéaire

D'après les deux résultats et comme les images (a,b) démontrent la place de tumeur, on constate que notre résultat à l'aide d'un modèle non linéaire présente une réponse précise. Donc (image a mieux que image b).

Voici un autre exemple mais pour image CT-scan

III.8 Exemple sur l'image CT scan :

On a passé par les mêmes étapes que l'image IRM :

-Extraire l'image normale et pathologique (voir fig(III.10.1)) et fig(III.10.2)

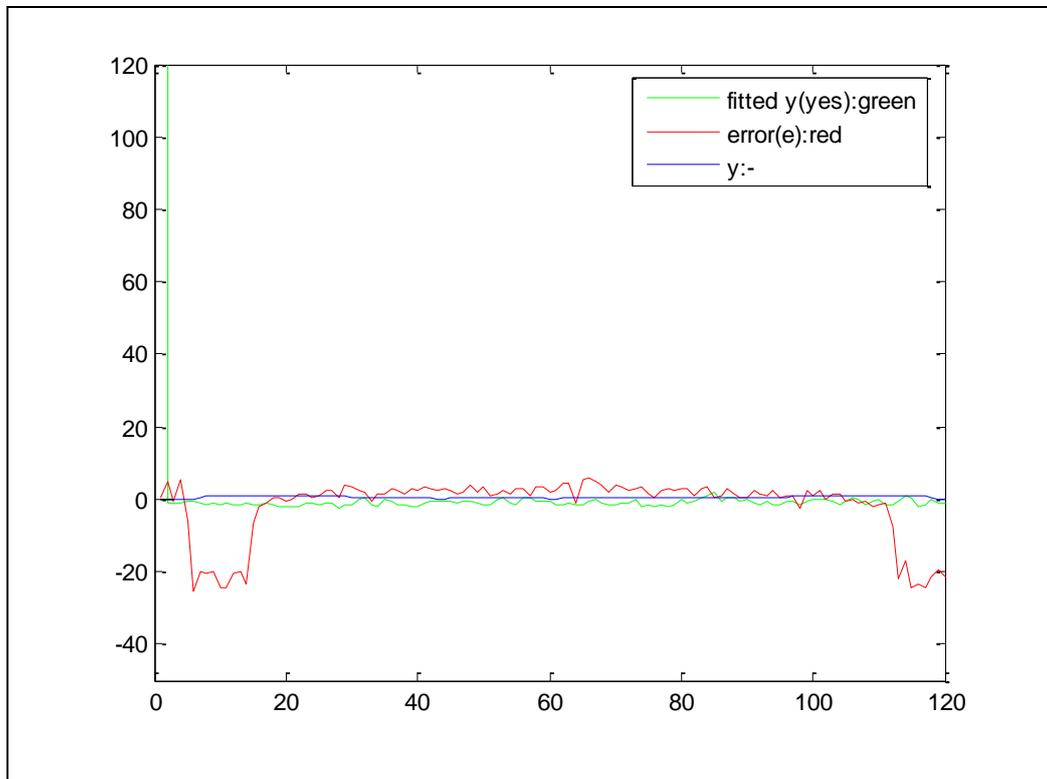


(Fig.III.10.1) : image normale de CT scan



(Fig.III.10.2) : image pathologique de CT scan

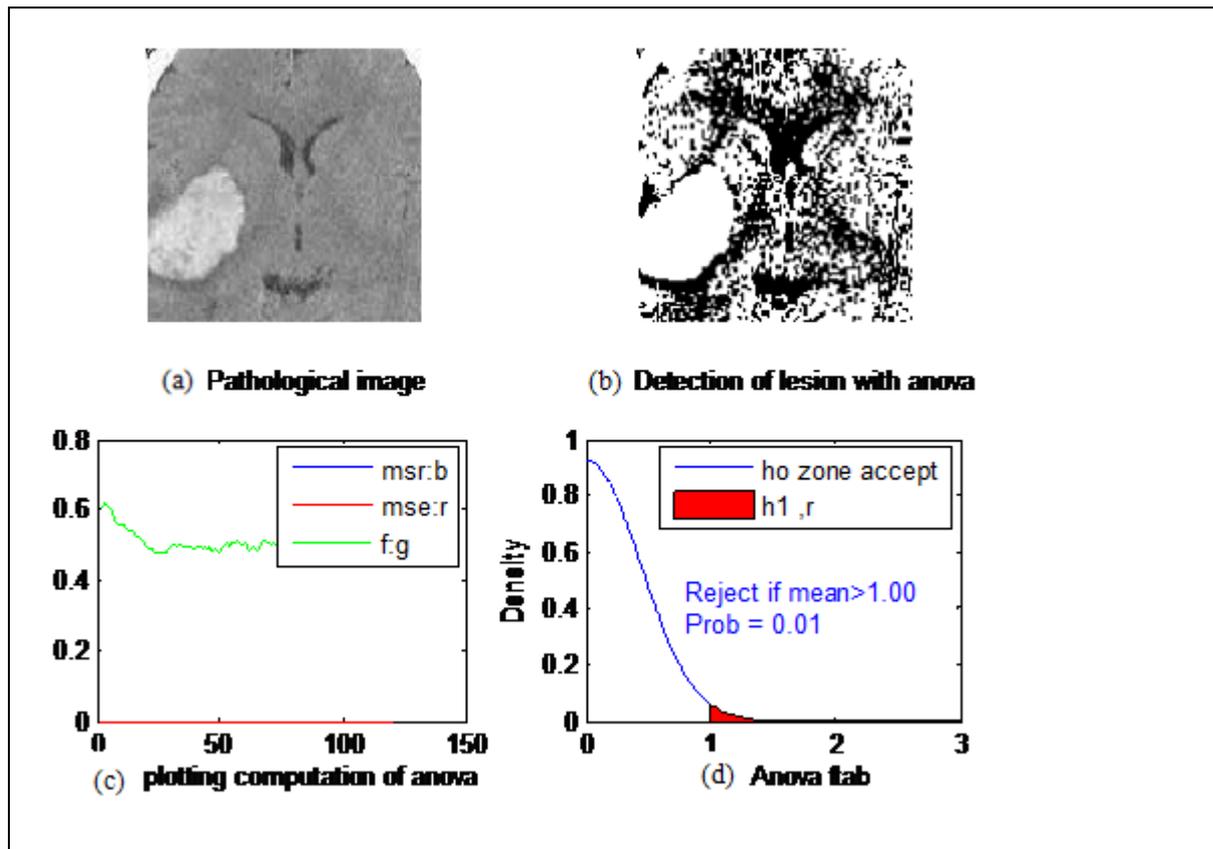
-Calcule l'erreur de la régression linéaire où la figure(Fig.III.11) illustre la place de l'erreur (couleur rouge) entre 0 et 15 et avant n=120. y estimé est de couleur vert et l'image normale (y) est de couleur bleu



(Fig.III.11) : l'erreur (couleur rouge)entre y et y estimé pour n=120

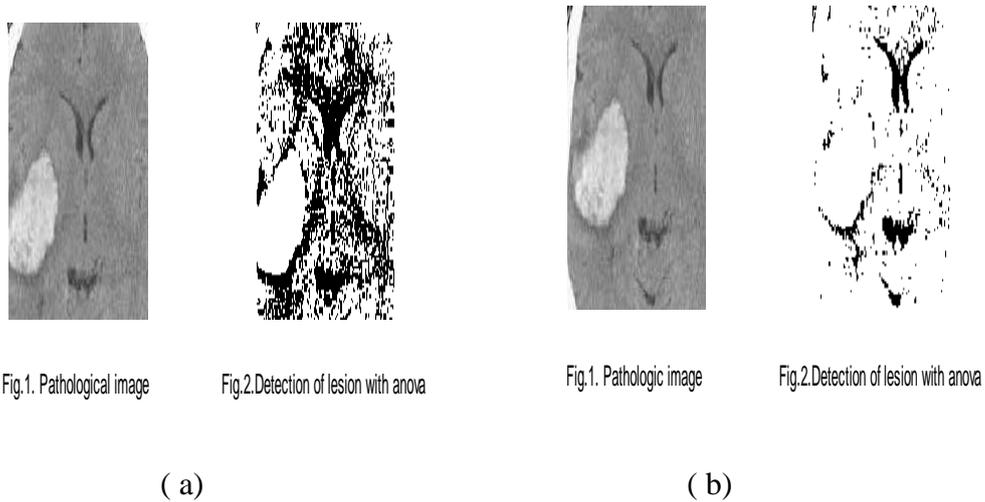
-Ensuite appliqué l'équation d'anova .voir figure(Fig.III.12) .La réponse finale est sur fig 2. malgré que ct-scan présente une image bruité mais la technique Anova à réussi de détecté les places de la lésion de façon précie.

III.9 Comparaison entre la technique Anova linéaire et par la linéarisation d'un modèle non linéaire.



(Fig.III.12) :détection de la lésion de l'image CT Scan

III.10 Comparaison avec Anova linéaire



Fig(III.13) présentation les résultats d'anova

(a) Anova avec un modèle non linéaire

(b) Anova simple linéaire

La figure (III.13) nous montre que l'utilisation d'un modèle non linéaire présente une réponse précis que la technique linéaire malgré que l'image ct-scan est bruité..

Conclusion

A l'aide de la technique anova , et l'application d'un modèle non linéaire , on obtenu un bon exécution de la lésion par rapport a la technique anova linéaire.

Dans ce chapitre on a présenté deux exemples : le premier sur l'image IRM et l'autre sur l'image CT-scan. L'image précédent est une image bruité et mal vue ; mais la puissance de la technique anova nous donne un bon résultat.

Conclusion générale

Notre projet pour le but de la détection de la tumeur à l'aide de la technique Anova et après ce qu'on a obtenue au chapitre trois on peut distinguer que :

-Anova est une technique très précise pour faire le test entre deux cas (image normale et autre pathologique) image IRM et CT-scan.

- L'application d'un modèle non linéaire, nous permet d'avoir une bonne exécution de la lésion par rapport a la technique anova linéaire.

En propose pour les chercheurs intéressent à cette sujet de continuer notre travail avec la même technique ANOVA mais pour multi images (bus de données).

Bibliographie

[1] : <http://u2.u-strasbg.fr/linguist/hug/ANOVABAE.html>

[2] [PDF] (en) Ronald A. Fisher, « The Correlation between Relatives on the Supposition of Mendelian Inheritance. », *Philosophical Transactions of the Royal Society of Edinburgh.*, vol. 52, 1918, p. 399–433 (page consultée le 25 avril 2012)]

[3] [PDF] Jean-Paul Benzécri, « Histoire et Préhistoire de l'Analyse des données : Partie 3 », *Les Cahiers de l'analyse des données*, vol. 1, n° 3, 1976, p. 221-241 (page consultée le 24 avril 2012)]

[4] [PDF] J.M. Faverge, « III. - L'analyse de la variance en psychologie. », *L'année psychologique.*, vol. 49, n° 1, 1948, p. 341-358 (page consultée le 24 avril 2012)]

[5] tdr33.pdf D. Chessel & A.B. Dufour Analyses de la variance Logiciel R version 2.9.2 (2009-08-24) tdr33.rnw Compile le 2009-10-19 Maintenance p:12 S. Penel, URL <http://pbil.univ-lyon1.fr/R/pdf/tdr33.pdf>

[6] bs7.pdf D. Chessel & A.B. Dufour Fiche de Biostatistique Analyses de la variance *Biométrie et Biologie Evolutive - Université Lyon Paris* 02-04-03 p :2-6

[7] : http://infochimie.u-strasbg.fr/master/Cours_stat_pdf/PROBA.PDF

[8]:Renée Veysseyre, aide-mémoire statistique et probabilités pour l'ingénieur, l'usine nouvelle DUNOD Paris, 2001,2006,France pp 186-191

[9] : <http://www.definitions-marketing.com/Definition-Coefficient-de-correlation>

[10] :http://www.aiaccess.net/French/Glossaires/GlosMod/f_gm_correlation_coefficient.htm

[11] : <http://w3.mi.parisdescartes.fr/smel/cours/sd/node12.html>

[12] : http://www.aiaccess.net/French/Glossaires/GlosMod/f_gm_covariance.htm

[13] : PHILIPPE BESSE Pratique de la modélisation Statistique univercite Paul SABATIER toulous Version janvier 2003 pp 9-21

[14] :http://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9thodes_de_Runge-Kutta

Bibliographie

- [15] : http://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9thodes_de_Runge-Kutta
- [16] : http://media4.obspm.fr/public/M2R/cours/chapitre3/souschapitre2/section4/page2/section3_2_4_2.html
- [17] : http://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9thodes_de_RungeKutta#La_m.C3.A9thode_de_Runge-Kutta_classique_d.27ordre_quatre_.28RK4.29
- [18] : http://fr.wikipedia.org/wiki/Analyse_de_la_variance
- [19] :Erie Depierieux et gathy grégory « Résumé of statistique applied to bionformatics » France ,2006/2007
- [20] :AYAD khadidja et MEZI siham, mémoire de fin d'études.(Compression sans perte d'information d'image Médicales). Volumétrie par la méthode d'ondelettes (Institut National de formation en informatique) (I.N.I) .Oued-smar Alger 2006/2007
- [21] : Gonzales .M ,Wintz .R.C. Digital image processing.Addison-wesley .1977
- [22] : Mr Slim Samir Mémoire de fin d'étude pour obtenisation du déplom d'ingénieur d'état en informatique “environnement de segmentation d'image à base d'une approche biomimétique “ Institut National de formation en Informatique (I.N.I) oued-smar Alger 2006/2007
- [23] : AKROUR Nawal,CHABI Lilia. Boiseg : une plate forme évolutive pour le développement d'approches biomimétique en segmentation d'image E.S.I.Algérie. 2008.2009
- [24] : BENAMROUZ Said, KETTANE Siham, Segmentation d'image par les méthodes adaptives basée sur les matrices de cooccurrences Université de UMMTO.2008/2009
- [25] : BEN YALLOUL Anisse, B EN SALEM Said-Eddine. Méthodes biomimétiques pour la segmentation d'image I.N.I.Algerie 2006/2007
- [26] : SLIM Samir. Environnement de segmentation d'image à base d'une approche biomimétique E.N.I.Algerie 2007/2008
- [27] : LAKHDARI Mohamed .Segmentation d'images par contour actif en appliquant les algorithmes génétiques I.N.N.Algerie. juin 2008
- [28] : www.kaddour.com/chap1/chap1.htm
- [29] : <http://www.nikonpassion.com/presentation-histogramme-et-comment-utiliser/>

Bibliographie

- [30] : BELHAMRA Hadjira, MELZI Soumia . La ségmentation d'image par croissance de régions.E.S.I.ALGERIE. 2009/2010
- [31] : LECOEUR Jérémy, BARILLOT Christian. Segmentation d'image cérébrales : état de l'art .IRISA , Campus universitaire de Beaulieu, 35042 Rennes Cedex (France). Rapport de recherche n 6306, version 3, version revisee Fevrier 2008.
- [32] http://www.futura-sciences.com/fr/definition/t/medecine-2/d/radiographie_8791/
- [33] : <http://www.info-radiologie.ch/echographie.php>
- [34] : <http://www.vulgaris-medical.com/encyclopedie-medicale/irm-imagerie-par-resonance-magnetique> 20/05/2013
- [35] : <http://www.centre-irm.com/>
- [36] : http://fr.wikipedia.org/wiki/Imagerie_par_r%C3%A9sonance_magn%C3%A9tique
- [37] : <http://www.centre-irm.com/technique.html> 23/05/2013
- [38] <http://www.techno-science.net/?onglet=glossaire&definition=8043> 23/05/2013
- [39] <http://chimie.sup.pagesperso-orange.fr/IRM.html> 12/04/2013
- [40]
http://fr.wikipedia.org/wiki/Imagerie_par_r%C3%A9sonance_magn%C3%A9tique#.C3.89cho_de_spin.
- [41] : Mr Toumi Walid Mémoire de fin d'étude pour obtention du diplôme de master d'état en électronique "Extraire la lésion de l'image irm à l'aide de la technique 'ANOVA' " Juin 2012
- [42] : http://www.info-radiologie.ch/resonance_magnetique.php 25/05/2013
- [43] : <http://simon.doligez.pagesperso-orange.fr/page3.htm> 15/04/2013
- [44] : <http://runphym.free.fr/NewFiles/scan.html> 31/05/2013 02 :00
- [45] : <http://www.medterms.com/script/main/art.asp?articlekey=2878> 25/05/2013
- [46] : http://www.uclimaging.be/ecampus/etu_med/bac3_2011/b3_2011_intro_tdm.pdf
31/05/2013 01 :45.

Annexe

, Pour $p = 0,01$ Retour à une analyse de la variance

Une différence significative entre les traitements est suggéré si votre valeur de F calculée est supérieure à la valeur de F sous forme de tableaux. Mais cela ne vous dit que vous avez des différences significatives entre les traitements dans son ensemble. Il ne vous dit pas quels traitements diffèrent les uns des autres.

Seuls quelques degrés de liberté sont affichés. Si vous voulez une valeur intermédiaire, utiliser un plus bas de la table.

D. of Freedom, v (for replicates)	Degrees of Freedom, u (for treatments)									
	1	2	3	4	5	6	8	12	∞	
1	4052	4999	5403	5625	5764	5859	5982	6106	6366	
2	98.5	99.0	99.2	99.3	99.3	99.3	99.4	99.4	99.5	
3	34.1	30.8	29.5	28.7	28.2	27.9	27.5	27.1	26.1	
4	21.2	18.0	16.7	16.0	15.5	15.2	14.8	14.4	13.5	
5	16.3	13.3	12.1	11.4	11.0	10.7	10.3	9.9	9.0	
6	13.7	10.9	9.8	9.2	8.8	8.5	8.1	7.7	6.9	
7	12.3	9.6	8.5	7.9	7.5	7.2	6.8	6.5	5.7	
8	11.3	8.7	7.6	7.0	6.6	6.4	6.0	5.7	4.9	
9	10.6	8.0	7.0	6.4	6.1	5.8	5.5	5.1	4.3	
10	10.0	7.6	6.6	6.0	5.6	5.4	5.1	4.7	3.9	
11	9.7	7.2	6.2	5.7	5.3	5.1	4.7	4.4	3.6	
12	9.3	6.9	6.0	5.4	5.1	4.8	4.5	4.2	3.4	
13	9.1	6.7	5.7	5.2	4.9	4.6	4.3	4.0	3.2	
14	8.9	6.5	5.6	5.0	4.7	4.5	4.1	3.8	3.0	
15	8.7	6.4	5.4	4.9	4.6	4.3	4.0	3.7	2.9	
16	8.5	6.2	5.3	4.8	4.4	4.2	3.9	3.6	2.8	
17	8.4	6.1	5.2	4.7	4.3	4.1	3.8	3.5	2.7	
18	8.3	6.0	5.1	4.6	4.3	4.0	3.7	3.4	2.6	
19	8.2	5.9	5.0	4.5	4.2	3.9	3.6	3.3	2.5	
20	8.1	5.9	4.9	4.4	4.1	3.9	3.6	3.2	2.4	
21	8.0	5.8	4.9	4.4	4.0	3.8	3.5	3.2	2.4	
22	7.9	5.7	4.8	4.3	4.0	3.8	3.5	3.1	2.3	
23	7.9	5.7	4.8	4.3	3.9	3.7	3.4	3.1	2.3	
24	7.8	5.6	4.7	4.2	3.9	3.7	3.4	3.0	2.2	
25	7.8	5.6	4.7	4.2	3.9	3.6	3.3	3.0	2.2	
30	7.6	5.4	4.5	4.0	3.7	3.5	3.2	2.8	2.0	
40	7.3	5.2	4.3	3.8	3.5	3.3	3.0	2.7	1.8	
120	6.9	4.8	4.0	3.5	3.2	3.0	2.7	2.3	1.4	
∞	6.6	4.6	3.8	3.3	3.0	2.8	2.5	2.2	1.0	