

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministère de l'enseignement Supérieur et de la Recherche scientifique



Université Mohamed Khider Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Electrique
Filière : Electronique
Option : Télécommunication

Réf:.....

Mémoire de Fin d'Etudes
En vue de l'obtention du diplôme:

MASTER

Thème

**Régularisation du problème inverse par
TIKHONOV**

Présenté par :
Larab Mahmoud
Soutenu le : 04 Juin 2013

Devant le jury compose de :

Mme Elkoured Kawther

MCA

Président

Mme Barkat Aicha

MAA

Encadreur

Mme Toumi Abida

MCB

Examineur

Année universitaire : 2012 / 2013

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministère de l'enseignement Supérieur et de la recherche scientifique



Université Mohamed Khider Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Electrique
Filière : Electronique
Option : **Télécommunication**

Mémoire de Fin d'Etudes
En vue de l'obtention du diplôme:

MASTER

Thème

Régularisation du problème inverse par
TIKHONOV

Présenté par :

Larab Mahmoud

Avis favorable de l'encadreur :

Mme. Barkat Aicha

Avis favorable du Président du Jury

Cachet et signature

Résumé

La localisation de l'activité cérébrale au moyen des techniques d'imagerie sans cesse en évolution est un champ d'investigation important depuis quelques années. Dans ce domaine les enregistrements électromagnétiques de l'activité neuronale possèdent la meilleure résolution temporelle et permettent de suivre le développement d'un processus cérébral. Les enregistrements EEG sont une mesure sur la surface de la tête reflétant l'activité électrique des générateurs de courant. Il est alors nécessaire de modéliser la tête en tant que volume conducteur et d'appliquer les lois de l'électromagnétisme pour estimer au mieux les distributions volumiques des sources de courants.

Les électrodes sont les capteurs de notre système. Ainsi l'ensemble de ce travail apporte de nouveaux développements dans le domaine de la localisation de l'activité électrique cérébrale.

Summary

The brain function and their localizations have been more and investigated in the last few years. Among all the techniques (PET, TEMP, IRMf), the EEG/MEG is a very powerful tool to study the spatio temporal dynamics of human brain functions.

The organization of neurons in macro column allows us to record EEG signal on the scalp. Modeling the head as the multi-shell spherical model and the macro columns as dipoles, we are able to estimate in a volume the electrical activity of the brain.

We focused our work on the distributed source model and used inverse solution SVD type and regularization TIKHONOV.

Mots clé: localisation, électrodes, neurone, dipôle, potentiel, topographique, activité cérébrale, sphérique, surfacique, sources, erreur, bruit.

Dédicace

De tout mon cœur je dédie ce modeste travail

A ma chère mère, la lumière qui nous a guidés vers

Le chemin de savoir.

A mon cher père, pour leur sacrifice.

A mes chères sœurs.

A toute ma famille.

A mes très chers amis les plus proches de mon cœur

Promotion BAC 2008

Promotion de l'électronique option télécommunication

Master 2013

Larabi Mahmoud

Merci

Merci à dieu qui nous permis de bien accomplir ce modeste travail.

La première personne que tenons à remercier est notre

Encadrant Mme Barkat Aicha, pour

L'orientation, la confiance et la patience.

Toute personne qui a contribué de près ou de loin,

directement ou indirectement

L'accomplissement de ce travail.

Liste des tableaux

<i>Tableau IV-1 : L'effet de la valeur de P sur la solution SVD.</i>	60
<i>Tableau IV-2 : Comparaison des 3 méthodes SVD, SVD_tr et TIKHONOV.</i>	65

Liste des figures

- Figure I-1 :** Schéma comparatif des résolutions temporelles et spatiales des différentes techniques d'imagerie fonctionnelle. Les échelles non linéaires permettent d'apprécier les caractéristiques de chacune d'elles. 3
- Figure I-2 :** Mécanisme ionique de propagation de l'influx nerveux. 5
- Figure I-3 :** Représentation et contribution d'un PSPI et d'un PSPE sur l'enregistrement d'un potentiel de surface. 6
- Figure I-4 :** Modélisation dipolaire de l'activation d'un neurone. Lors d'une activation synaptique, il y a apparition d'un puits de courant au niveau de la synapse dans le cas d'un PSPE, alors qu'une source apparaît à l'autre extrémité. L'apparition simultanée à une faible distance de ces deux accumulations de charges de signe opposé, suggère une modélisation dipolaire pour le neurone. 7
- Figure I-5 :** Représentation de cellules à champ fermé (A), à champ ouvert (B). 7
- Figure I-6 :** Chaque dipôle à l'intérieur du cerveau crée sur la surface de la tête un champ électrique et magnétique perpendiculaires. 8
- Figure I-7 :** Hans Berger, le père de l'électroencéphalogramme. 9
- Figure I-8 :** Exemples de cartes de potentiels en relation avec des tracés EEG multicanaux. Cartes d'activation liées à la présentation d'un stimulus dans les Champs Visuels Gauche (CVG – figure de gauche), Droit (CVD - figure de droite) et Central (CVC - figure du centre). 10
- Figure I-9 :** Projection de l'EEG sur la surface du scalp: Ces deux cartes représentent les composantes P100 de deux potentiels évoqués visuels, présentés dans les hémichamps droit et gauche. 11

- Figure I-10:** *Techniques d'analyse de l'EEG: GFP (a), courbe de dissimilarité (b), trajectoire antérieure-postérieure (c) et gauche-droite (d) des centres de masse des activités positives et négatives. Les maxima du GFP correspondent aux minima de la dissimilarité et vice-versa.* 15
- Figure I-11:** *Segmentation d'un potentiel évoqué visuel à l'aide de l'algorithme d'analyse de cluster. Les cartes 4 et 5 d'une part et 6 et 7 d'autre part paraissent très similaires, mais sont cependant assez différentes pour être considérées comme statistiquement différentes.* 16
- Figure I-12:** *Représentation des électrodes dans le diagramme de Nyquist pour la fréquence 10,5 Hz. Les distances électrodes-origine représentent la puissance pour chaque électrode de la fréquence étudiée. Ces puissances peuvent être reportées sur une carte prenant en compte la position individuelle des électrodes.* 18
- Figure I-13:** *(a) Lorsqu'il est possible de localiser les générateurs d'une fréquence définie, les points représentant les électrodes dans un diagramme de Nyquist sont sur une ligne. Les déphasages possibles sont alors seulement de 0 et π . (b) Projection des points représentant les électrodes sur la meilleure droite au sens de moindres carrés. La partie supérieure de la droite est assimilée à des valeurs positives, la partie inférieure à des valeurs négatives (droite).* 19
- Figure I-14:** *FFT approximation pour la bande de fréquence α . Pour chaque fréquence, nous pouvons calculer la droite qui minimise la somme des distances des points à la droite. Les points représentant les électrodes sont ensuite projetés sur cette droite. La distance électrode projetée-origine représente la nouvelle puissance de la fréquence. Le signe - est associé aux électrodes dont la projection se situe sur la demi-droite négative, le signe + est associé aux électrodes dont la projection se situe sur la demi-droite positive. Nous obtenons ainsi une carte de potentiels "approximatifs" utilisable pour localiser les générateurs de la fréquence considérée.* 20

Figure I-15 :	<i>Tracés EEG au cours des différents états de vigilance.</i>	22
Figure I-16 :	<i>Représentation du recueil des potentiels évoqués et leur répartition</i>	24
Figure II-1:	<i>(a) Le système MEG/EEG installé à l'Hôpital La Salpêtrière comportant 151 capteurs MEG et 64 canaux EEG, (b) Un schéma du dispositif des capteurs avec l'emplacement des gradiomètres et le réservoir à Hélium liquide (c) Une photographie du casque portant les bobines réceptrices.</i>	29
Figure II-2 :	<i>Principe du problème direct.</i>	30
Figure II-3 :	<i>Quelques exemples de modèle de tête.</i> <ul style="list-style-type: none"> • <i>A gauche, modèle sphérique à 3 couches.</i> • <i>Au milieu, modèle à géométrie réaliste homogène par morceaux.</i> • <i>A droite, modèle volumique à géométrie réaliste.</i> 	31
Figure II-4 :	<i>Principe du problème Inverse.</i>	34
Figure II-5:	<i>Les deux approches pour la localisation des sources électromagnétiques sont d'une part les modèles dipolaires utilisant des algorithmes d'optimisation non-linéaires itératifs et d'autre part les modèles de sources distribuées utilisant la résolution d'un système d'équations linéaires.</i>	36
Figure II-6:	<i>Localisation de l'activité Électrique cérébrale au moyen du modèle dipolaire en relation avec un stimulus dans le Champ Visuel Droit CVD (fig. de droite), dans le Champ Visuel Central CVC (fig. du centre) et dans le Champ Visuel Gauche CVG (fig. de gauche). La solution minimise par itérations successives la distance (carte résiduelle) entre les cartes mesurées et les cartes calculées. La variance expliquée (e.v) est alors maximum.</i>	36
Figure III-1 :	<i>Approche géométrique de la SVD : la SVD est équivalent à un changement de référentiel.</i>	48
Figure III-2 :	<i>schéma de l'algorithme de méthode de solution SVD</i>	50
Figure IV-1 :	<i>Représentation 3D de l'espace mesure défini par 148 électrodes.</i>	57
Figure IV-2 :	<i>Représentation 3D de l'espace mesure défini par 818 sources.</i>	58
Figure IV-3 :	<i>schéma de l'algorithme des méthodes de solution SVD et TIKHONOV</i>	59

Figure IV-4 :	<i>Représentation 3D pour la source désirée N° 410.</i>	61
Figure IV-5 :	<i>La densité de courant et la position de la source estimée N°410.</i>	62
Figure IV-6 :	<i>La densité de courant et la position de la source estimée N°410.</i>	62
Figure IV-7 :	<i>La densité de courant et la position de la source estimée N°410.</i>	63
Figure IV-8 :	<i>Représentation 3D de la source désirée N°505.</i>	63
Figure IV-9 :	<i>La densité de courant et la position de la source estimée N°505.</i>	64
Figure IV-10 :	<i>La densité de courant et la position de la source estimée N°505.</i>	64
Figure IV-11:	<i>La densité de courant et la position de la source estimée N°505.</i>	65

Liste des abréviations

- EEG : Electroencéphalographie
- MEG : Magnétoencéphalographie.
- PA : Potentiel d'action.
- PSP : Potentiel post-synaptique.
- IRM : Imagerie par Résonance Magnétique.
- IRMf : Imagerie par Résonance Magnétique Fonctionnelle.
- GFP : Global Field Power.
- FFT : Fast Fourier Transform.
- PE : Potentiels évoqués.
- PIMP : Pseudo Inverse de Moore-Penrose.
- MMC : Méthodes des Moindres Carres.
- SVD : Solution de la Décomposition aux Valeurs Singulières.
- MNE : Solution de Norme Minimale.
- WMNE : Solution de Norme Minimale Pondérée.
- LORETA : Low Résolution Électromagnétique Tomographie.

Table du Matières

Résumés
Dédicace
Remerciements
Liste des tableaux
Liste des figures
Liste des abréviations
Introduction générale

Chapitre I

Les techniques d'imagerie fonctionnelle

I - Introduction	3
I.1 - Les techniques d'imagerie fonctionnelle	3
II - Les sources de l'EEG	4
II.1 - Du neurone au dipôle	5
III - Représentation de l'EEG	8
III.1 - Historique de l'EEG	12
IV - Analyse de l'EEG	13
IV.1 - Analyse topographique	13
IV.2 - Micro-états fonctionnels	15
IV.3 - Analyse en fréquence - "FFT Approximation"	16
V - Les Potentiels Evoqués: méthodes d'exploration fonctionnelle de l'activité cérébrale	21
V.1 - Electroencéphalographie	21
V.2 - Les potentiels évoqués	23
V.3 - La P300	25
VI - Conclusion	26

Chapitre II

Problème de localisation de l'activité cérébrale

I – Introduction	28
II - Problème Direct	29
II.1 - Modélisation de la géométrie de la tête	30
II.1.a - Le modèle sphérique	30
II.1.b - Modelé réaliste surfacique	31
II.1.c - Modelé réaliste volumique	31
II.2 - Lois de l'électromagnétisme	32
III - Problème inverse	34
III.1 - Généralistes	34
III.2 - Analyse fonctionnelle	35
IV - Résolution du problème inverse	37
IV.1 - Pseudo Inverse de Moore-Penrose (PIMP)	38
IV.2 - Méthodes des Moindres Carres (MMC) $3M < (Ne-1)$	39
IV.3 - Calcul de la matrice Lead Field	40
IV.4 - Résolution du Problème Inverse pour $3M > Ne-1$	42
IV.4.3.a – Solution de la Décomposition aux Valeurs Singulières (SVD)	42
VI.4.3.b - Solution de Norme Minimale (MNE)	42
VI.4.3.c - Solution de Norme Minimale Pondérée (WMNE)	43
VI.4.3.d - LORETA	43
V - conclusion	44

Chapitre III

La démonstration des méthodes de la résolution

I - Introduction	46
II - La décomposition en valeur singulière	46
II.1 - Principe	46
II.2 - La décomposition	47
II.3 - Calcul du pseudo inverse	48
II.4 - Interprétation géométrique de la SVD	48

II.5 - L'algorithme	49
III – calcul de paramètres de régularisation (Tikhonov)	51
III.1 - La courbe en L	53
IV - Matrice de Résolution	53
IV.1 – Définition	53
IV.2 - Principe d'utilisation	54
IV.3 – Applications	54
V – Conclusion	55

Chapitre IV

Conception

I – Modelés et organigramme	57
II – Résultat et discussion	60
III – Conclusion	66

Conclusion générale

Références

Introduction générale

Comprendre comment fonctionne le cerveau humain est un domaine de recherche scientifique pour développer un mécanisme d'action précis de cellules cérébrales. Au début du siècle, applique dans la technique de l'électroencéphalographie chez l'homme par le neurologue allemand Hans Berger, a donné le premier tracé d'EGG de l'activité cérébrale, qui a aidé à développer un modèle du cerveau.

Les techniques d'imagerie médicale sont nombreuses : dissection, examen des lésions cérébrale à l'autopsie chez l'homme, imagerie par résonance magnétique, et électroencéphalographie... . Intéressons-nous plus particulièrement à électroencéphalographie, qui a la propriété d'être non invasive et de rendre compte du temporel de l'activité cérébrale.

Nous adapterons un modèle de source distribuées pour représenter les sources neuronales. La géométrie sphérique a 3 couche : modèle sphérique, modelé réaliste surfacique, modelé réaliste volumique délimitant le scalp, le crâne et le cerveau sera utilisée pour construire un modèle de la tête.

Le but de ce travail est alors de retrouver les sources neuronales qui sont responsable de l'énergie électromagnétique dans le cerveau et la localisation de l'activité cérébrale, ou donne la solution mathématique du problème inverse par la méthode SVD régularisé par TIKHONOV.

Notre travail dans ce mémoire est organisé en quatre chapitres :

Le premier chapitre il s'agit de donner une vue générale sur les différentes techniques fonctionnelle et d'étudier en particulier le signal EEG, le matériel de son enregistrement et son analyse topographique et fréquentielle.

Le deuxième chapitre traite le problème de localisation de l'activité cérébrale par la modélisation des équations de Maxwell en un système linéaire.

Dans le troisième chapitre sont représentées les différentes méthodes de résolution : SVD et SVD tronqué, ainsi que les paramètres de régularisation de TIKHONOV.

Dans le chapitre quatre, nous représentons l'organigramme de résolution du système linéaire. Ainsi les différents résultats obtenus par les algorithmes.

Nous terminerons ce travail par une conclusion.

I - Introduction

I.1 - Les techniques d'imagerie fonctionnelle

Depuis quelques années, les nouvelles techniques exploratoires de l'activité cérébrale, permettent d'accéder précisément à l'anatomie du cerveau (CT scan, Imagerie par Résonance Magnétique (IRM - MRI) ainsi qu'à l'activité cérébrale, La Tomographie par Emission de Positons (TEP - PET), Tomographie à Emission Mono-Photonique (TEMP - SPECT), L'imagerie par Résonance Magnétique Fonctionnelle (IRMf - fMRI), L'électroencéphalographie (EEG). La magnétoencéphalographie (MEG)). Ces dernières techniques, dites d'imagerie fonctionnelle, mesurent la variation des paramètres physiques et/ou physiologiques liés à la perception ou à la réalisation d'une tâche cognitive (tâches linguistiques, mémoire, reconnaissance de visages...) ou en relation avec un dysfonctionnement local cérébral, comme l'épilepsie par exemple.

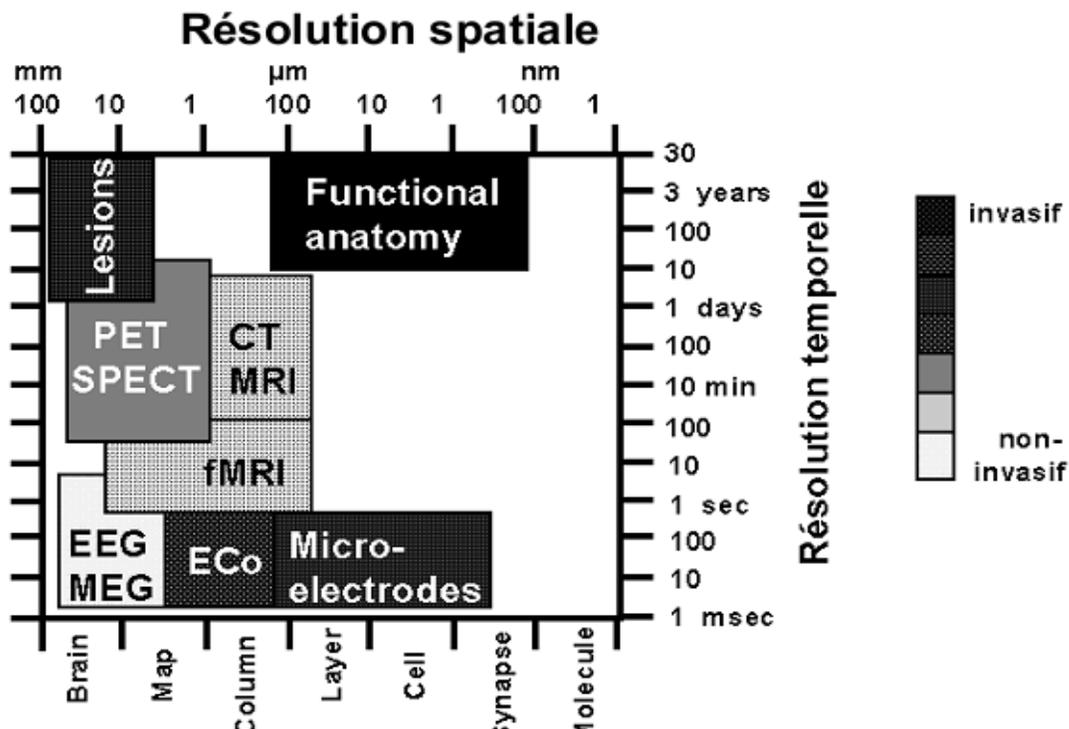


Figure I-1: Schéma comparatif des résolutions temporelles et spatiales des différentes techniques d'imagerie fonctionnelle. Les échelles non linéaires permettent d'apprécier les caractéristiques de chacune d'elles [1]

Dans le cas de PET [2], nous mesurons les variations locales du débit sanguin cérébral corrélées avec l'activité mentale par introduction d'un traceur dans la circulation, pour le l'IRMf nous mesurons des variations de débit sanguin permettant l'apport d'oxygène aux neurones actifs [3]. Toutes ces techniques d'imagerie possèdent des résolutions temporelles et spatiales très variables comme l'indique la (fig. I-1).

Contrairement à l'EEG/MEG qui permet de mesurer l'activité électrique du cerveau, provoquée par le courant généré dans les neurones, à l'aide d'électrodes placées sur le cuir chevelu (le scalp), l'IRMf et le PET reflètent seulement l'activité métabolique neuronale. De plus, l'EEG/MEG sont les techniques d'imagerie qui possèdent actuellement la meilleure résolution temporelle, de l'ordre de la milliseconde. Cette propriété des enregistrements électromagnétiques permet de suivre le développement de processus cognitifs [4] ou épileptiques [5]. Ainsi en analysant dans un premier temps la distribution spatiale des potentiels électriques ou des champs magnétiques de surface, puis en calculant la distribution volumique des sources électriques, nous sommes capables de suivre le déroulement d'un processus cérébral. L'évaluation d'une telle distribution nécessite la compréhension des phénomènes physiologiques sous-jacents. Il est alors nécessaire de modéliser physiquement et mathématiquement l'activité électrique neuronale ainsi que le volume de conduction que représente la tête (scalp, os crânien, cerveau).

II - Les sources de l'EEG

L'excitation d'un neurone à travers une synapse entraîne l'ouverture de canaux ioniques au niveau de sa membrane. La composition ionique étant différente à l'intérieur et à l'extérieur des cellules, l'ouverture des canaux engendre un mouvement de particules chargées dans le milieu intra- et extracellulaire. Ces courants dits 'primaires' sont à l'origine des mesures EEG ou MEG. Ce sont les courants post-synaptiques engendrés dans les dendrites des cellules qui sont captés majoritairement sur le scalp. Les potentiels d'action se propageant le long des axones des cellules nerveuses génèrent deux courants de sens opposés et donc un champ électromagnétique quadripolaire, qui s'atténue très vite avec la profondeur, et ne sont donc pas détectables à l'extérieur du crâne.

Les courants résultant de l'activité d'une macrocolonne de neurones sont modélisés par un dipôle de courant, dont la direction est donnée par l'orientation principale des dendrites, soit

perpendiculairement localement à la surface corticale, et dont l'amplitude représente l'intégrale des densités de courants dans la colonne considérée. L'amplitude moyenne d'un dipôle résultant de l'activité synchronisée de 10^4 neurones est de l'ordre de 10 nanoAmpères. [6]

II.1 - Du neurone au dipôle

L'EEG de surface ou intracrânien, contrairement aux enregistrements intracellulaires, mesure la somme de l'activité de centaines de milliers de neurones, Chaque neurone possède, de plus, un prolongement d'un diamètre et d'une longueur plus conséquente qui se termine en se ramifiant : il s'agit de l'axone. C'est le principal pôle émetteur du neurone. Quand un neurone est " au repos", il existe une différence de potentiel électrique entre son milieu intra Cellulaire et son milieu extracellulaire.

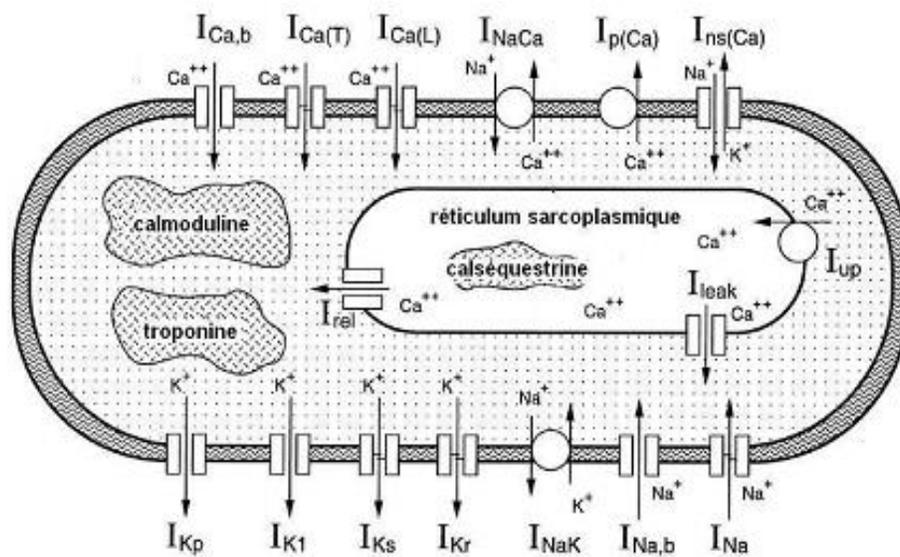


Figure I-2 : Mécanisme ionique de propagation de l'influx nerveux [7]

Elle est de -60 mV, l'intérieur présentant le potentiel le plus faible. Ceci est dû à un déséquilibre constant en ions K^+ et Na^+ , entre l'intérieur et l'extérieur de la cellule, qui est maintenu par un mécanisme de pompes à ions. La propagation de l'influx nerveux débute avec l'apparition d'un potentiel post-synaptique (PSP). Sous l'action de neurotransmetteurs, la perméabilité de la membrane à certains ions (principalement des ions Na^+ et K^+) est altérée et il se produit une accumulation de ces ions dans la cellule. Le potentiel à l'intérieur de la cellule augmente d'une

dizaine de millivolts pour une durée d'une dizaine de millisecondes. Plusieurs potentiels postsynaptiques peuvent se cumuler et si l'augmentation de potentiel qu'ils occasionnent localement l'intérieur de la cellule dépasse une valeur seuil, le neurone entre dans une phase d'émission avec naissance d'un potentiel d'action (PA). La cellule se dépolarise : le potentiel interne passe rapidement de -60mV à $+40\text{mV}$ (ouverture des canaux ioniques) puis se repolarise (après fermeture des canaux ioniques), déclenchant au passage un phénomène similaire dans un voisinage immédiat, assurant ainsi la propagation du signal. La durée de ce phénomène élémentaire est de l'ordre de la milliseconde. Ce PA se propage le long de l'axone et vient exciter ou inhiber d'autres neurones par l'intermédiaire des synapses. Ces dernières constituent une interface chimique permettant d'assurer le relais de l'influx nerveux d'un neurone au suivant. L'ensemble de ce processus physico-chimique nécessite, pour fonctionner, une certaine quantité d'énergie fournie notamment par le cycle d'oxydation de l'ATP (Fig. I-2).

A l'inverse, les PSP assimilés à des dipôles, ont une influence qui décroît $1/r^2$. Ils sont alors les principales sources de potentiel que nous enregistrons en surface. Ces PSP peuvent être inhibiteurs (PSPI) ou excitateurs (PSPE) selon le type de cellule à l'origine de la transmission synaptique (fig. I-3).

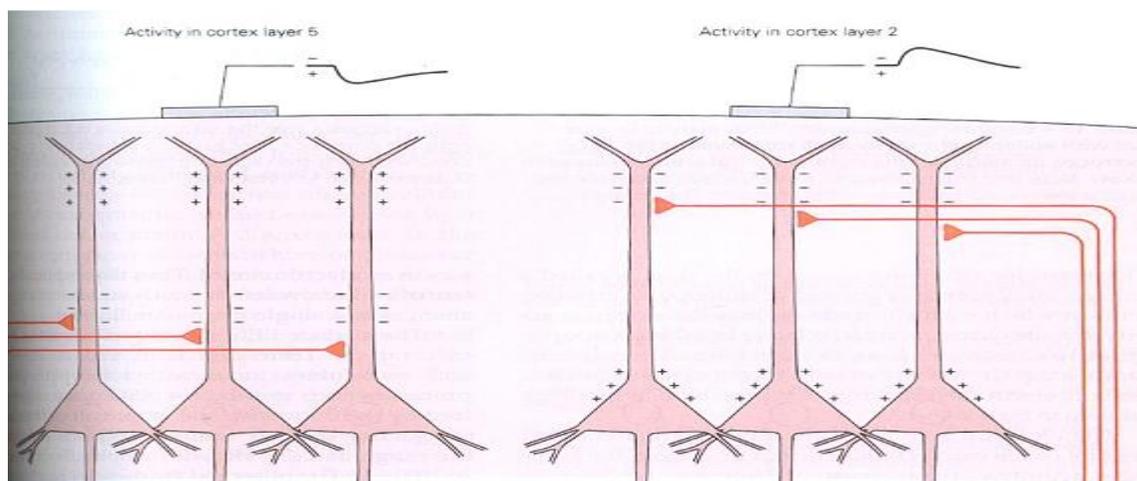


Figure I-3 : Représentation et contribution d'un PSPI et d'un PSPE sur l'enregistrement d'un potentiel de surface [8]

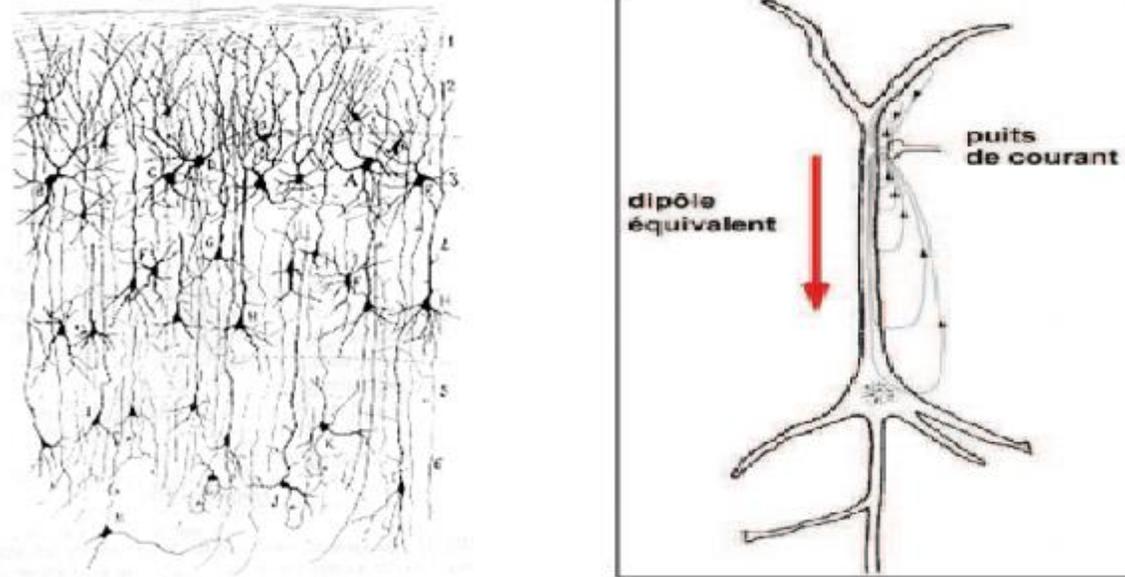


Figure I-4: Modélisation dipolaire de l'activation d'un neurone. Lors d'une activation synaptique, il y a apparition d'un puits de courant au niveau de la synapse dans le cas d'un PSPE, alors qu'une source apparaît à l'autre extrémité. L'apparition simultanée à un faible distance de ces deux accumulations de charges de signe opposé, suggère une modélisation dipolaire pour le neurone [9]

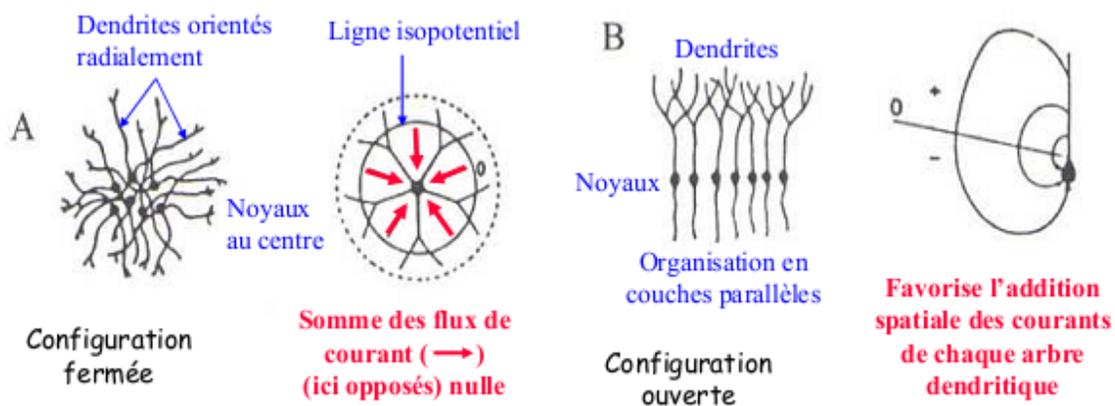


Figure I-5 : Représentation de cellules à champ fermé (A), à champ ouvert (B) [10]

L'orientation des cellules influence également de façon importante la distribution du champ électrique. Seules les cellules pyramidales possédant une orientation privilégiée contribuent aux potentiels de surface. En effet, pour les cellules ne possédant pas de direction privilégiée les lignes de champs s'annulent, on parle alors de cellules à champ fermé (fig. I-5).

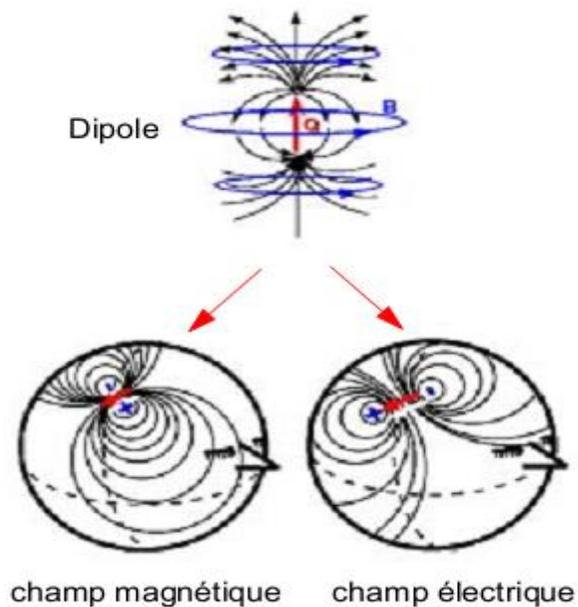


Figure I-6: Chaque dipôle à l'intérieur du cerveau crée sur la surface de la tête un champ électrique et magnétique perpendiculaires [11]

Nous pouvons ainsi considérer chaque neurone individuel comme un dipôle d'utiliser le dipôle pour modéliser l'activité neuronale à l'échelle de la macro-colonne plutôt qu'à celle du neurone individuelle. Ce dipôle peut avoir une orientation radiale ou tangentielle selon la localisation de l'activité électrique qu'il représente. En effet, les dipôles radiaux sont silencieux pour la MEG, c'est à dire qu'il ne produisent aucun champ magnétique mesurable en surface. (fig. I-6)

III - Représentation de l'EEG

Le premier tracé EEG a été relevé par le neurophysiologiste allemand Hans Berger en 1929, et mesurait le rythme cortical α d'un patient trépané. Le principe de mesure est resté le même jusqu'à nos jours, bien que les moyens techniques aient évolué. Il consiste à mesurer des différences de potentiel entre électrodes disposées à la surface de la tête, le contact électrique étant assuré par un gel conducteur. Le nombre d'électrodes utilisées peut être très variable, allant de 20 électrodes dans le montage international 10-20 longtemps utilisé pour la clinique à des nombres plus importants 64, 128 voire 256 essentiellement utilisés pour les Sciences Cognitives. Dans ce dernier cas, les électrodes sont disposées dans un bonnet électrique posé sur la tête du patient, alors que pour des enregistrements de longue durée, sur plusieurs jours comme c'est le cas en épilepsie,

les électrodes sont collées directement sur le scalp avec une pâte conductrice, permet d'avoir une représentation d'ensemble de l'activité électrique neuronale. [12]



Figure I-7: Hans Berger, le père de l'électroencéphalogramme. [12]

Nous pouvons visualiser l'activité électrique neuronale sous forme de tracés EEG, forme de carte topographique. Les valeurs électriques sont codées en couleur. Les techniques permettent pour obtenir une cartographie du potentiel du scalp (fig. I-8).

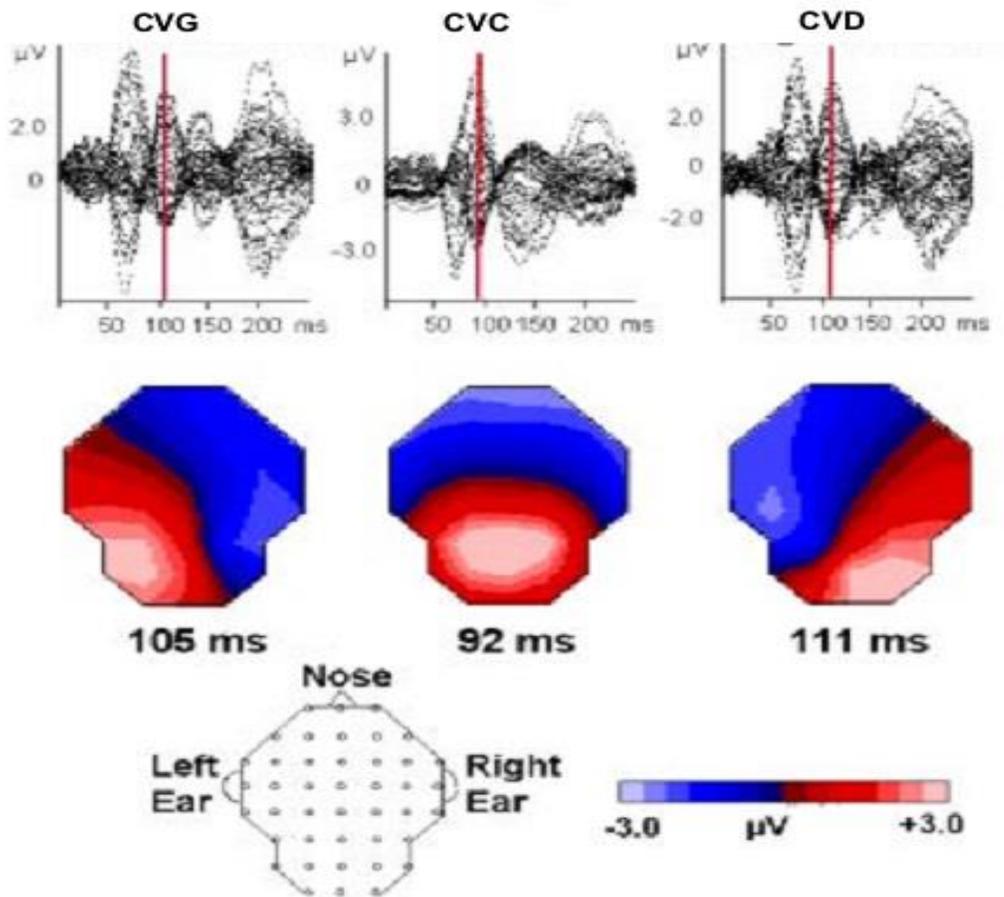


Figure I-8: Exemples de cartes de potentiels en relation avec des tracés EEG multicanaux. Cartes d'activation liées à la présentation d'un stimulus dans les Champs Visuels Gauche (CVG - figure de gauche), Droit (CVD - figure de droite) et Central (CVC - figure du centre). [12]

Le plus grand avantage de cette technique, est que la topologie des cartes est indépendante de la référence choisie pour l'enregistrement. En projetant les électrodes sur la surface du scalp extraite de l'IRM, nous pouvons corrélérer ces cartes de potentiels avec l'anatomie sous-jacente (fig. I-9).

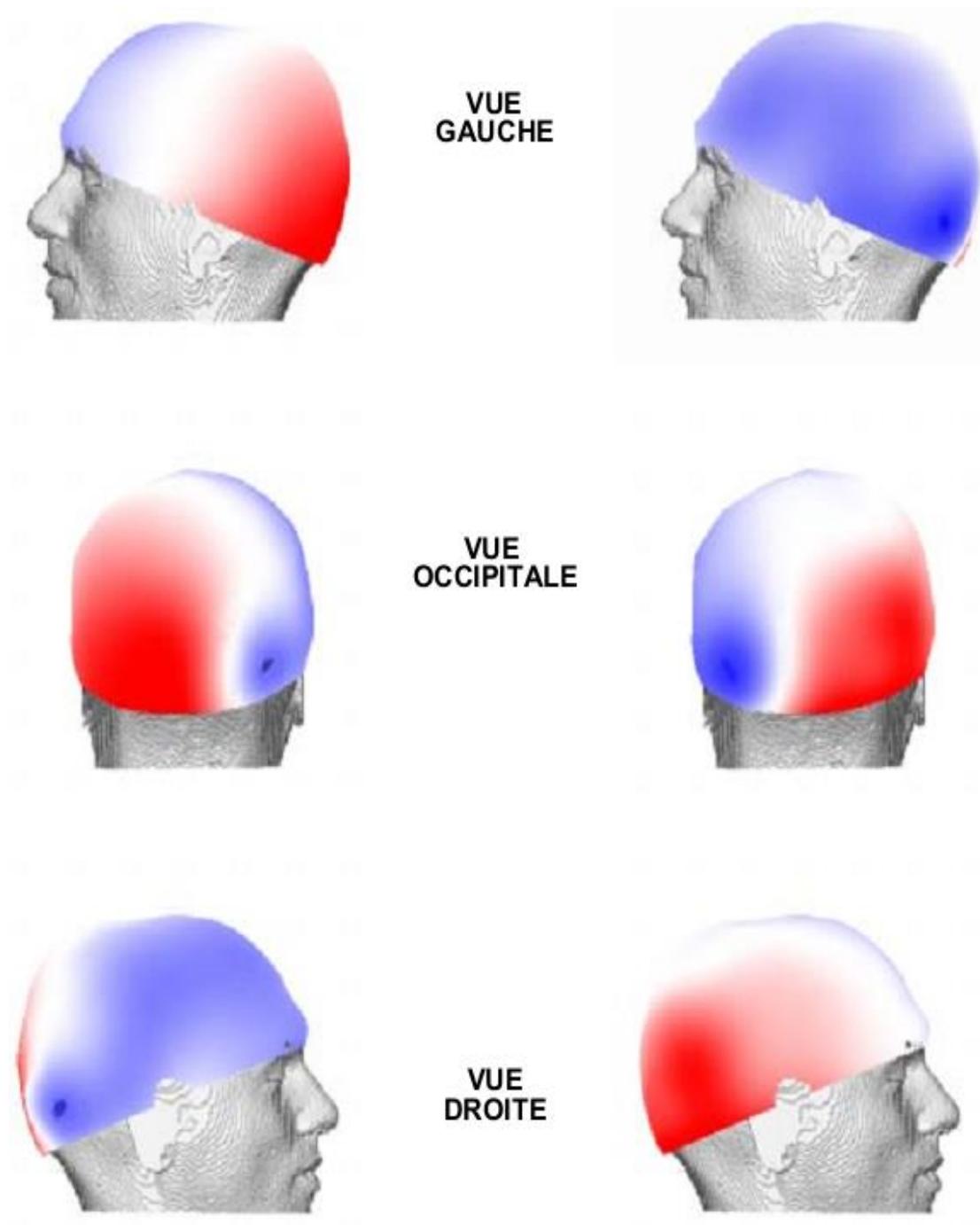


Figure I-9 : Projection de l'EEG sur la surface du scalp: Ces deux cartes représentent les composantes P100 de deux potentiels évoqués visuels, présentés dans les hémichamps droit et gauche. [12]

III.1 - Historique de l'EEG

Aujourd'hui, on attribue le premier enregistrement d'EEG sur les humains à Hans Berger en juillet 1924. Cependant, ses recherches étaient basées sur le travail de Richard Caton, qui des 1875 à Edimbourg, avait rapporté devant la British Medical Association des mesures de potentiel sur le cortex d'animaux changeant selon la stimulation utilisée : c'était la première corticographie.

Le neuropsychologue allemand, Hans Berger, a quant à lui donné son nom à l'EEG et réalisé de nombreuses expériences sur des patients humains. Il a publié son travail dans une série d'articles entre 1929 et 1938. [13]

En 1934, Fisher et Lowenback ont pour la première fois observé des pointes épileptiformes dans un électroencéphalogramme. Puis en 1947, l'American EEG Society est fondée et organise la même année les premiers congrès internationaux sur l'EEG.

Plus tard, afin de pouvoir réaliser de réelles études de groupe, le docteur Jasper définit une standardisation de la position des électrodes sur le scalp. Cela permit l'utilisation systématique de l'EEG dans le domaine clinique dès le début des années 1960. [14]

Initialement, les signaux étaient directement tracés sur des feuilles pour être ensuite lus par des neurologues. Depuis les années 1980 et l'amélioration des espaces de stockage numériques, les EEG sont maintenant directement numérisés et analysés avec des méthodes beaucoup plus poussées. Aujourd'hui, l'EEG est un peu moins utilisé depuis l'avènement de l'IRMf et d'autres imageries fonctionnelles. Cependant, l'EEG est indispensable pour l'épilepsie, et reste toujours principalement utilisée pour des diagnostics de coma, d'encéphalopathie ou de mort cérébrale.

IV - Analyse de l'EEG

L'analyse de l'EEG permet de chiffrer l'activité corticale en estimant l'aire sous la courbe des ondes cérébrales enregistrées, présentée en microvolt carré (μV^2). Plusieurs méthodes peuvent être utilisées pour analyser l'EEG, dont l'analyse spectrale, à l'aide de la transformation rapide de Fourier. Cette méthode nous permet de connaître le spectre de puissance du signal enregistré, qui est ensuite divisé en bandes de fréquences. [15]

Les techniques d'analyse des enregistrements EEG ont évolué de façon concomitante avec la qualité croissante de ces derniers. Ce paragraphe donne un aperçu succinct des outils descriptifs et d'analyse de l'EEG [16]

IV.1 – Analyse topographique :

Lehmann et Skrandies ont introduit en 1980 la notion de Global Field Power (GFP), qui est une mesure de la puissance d'une carte EEG. Le GFP décrit par la formule suivante est une mesure de la déviation standard spatiale à un instant t donné. Le GFP permet de réduire une carte EEG à une simple valeur exprimant la puissance de cette carte et de focaliser les analyses ultérieures sur les instants t , d'activité maximale.

$$GFP_t = \left(\sqrt{\sum_{i=1}^{ne} (v_i^t - \bar{v}^t)^2} \right) / (ne - 1) \quad (I-1)$$

$$\bar{v}^t = \left(\sum_{i=1}^{ne} v_i^t \right) / ne \quad \text{Reference moyenne / Average Reference}$$

Avec l'avènement de la cartographie EEG, des outils pour caractériser ces cartes ont été développés. Il est devenu nécessaire de pouvoir comparer la topographie de deux cartes et ce, indépendamment de leur puissance respective. Ainsi la dissimilarité entre deux cartes est une mesure objective d'un changement topographique. [17]

$$DISS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (U'_i - V'_i)^2}{n}} \quad (I-2)$$

$$U'_i = \frac{U_i - \hat{U}}{GFP_U} \text{ et } V'_i = \frac{V_i - \hat{V}}{GFP_V}$$

avec: u_i, v_i : voltages de la $i^{\text{ème}}$ électrode aux temps t_u et t_v

u, v : références moyennes aux temps t_u et t_v

GFP_u, GFP_v : global field power aux temps t_u et t_v

Pour chaque carte, nous pouvons aussi calculer les centres de masse des activités positive (C+) et négative (C-) ainsi que la position des extrema positif et négatif. [18] L'étude temporelle des trajectoires de ces points nous renseigne sur la configuration globale des cartes. (Fig. I-10) montre que toutes les techniques d'analyse possèdent des extréma à des instants t identiques. Ainsi, les minima du GFP correspondent à des changements topographiques majeurs (pics de dissimilarité, transition pour les trajectoires de C- et C+), alors que les maxima du GFP correspondent à des périodes topographiquement stables.

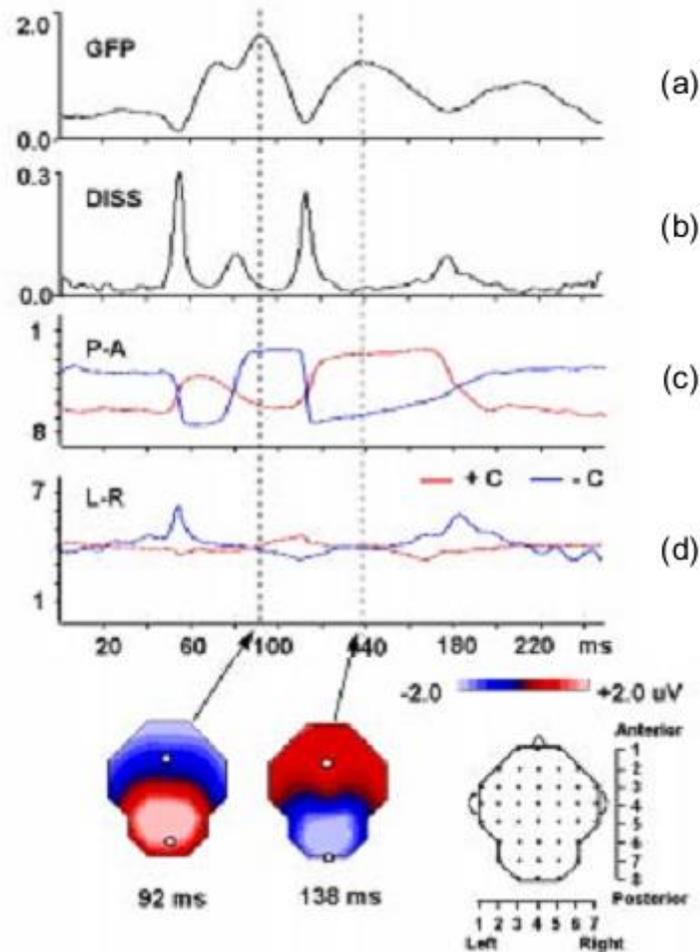


Figure I-10: Techniques d'analyse de l'EEG: GFP (a), courbe de dissimilarité (b), trajectoire antérieure-postérieure (c) et gauche-droite (d) des centres de masse des activités positives et négatives. Les maxima du GFP correspondent aux minima de la dissimilarité et vice-versa. [18]

IV.2 - Micro-états fonctionnels :

Lorsque l'on examine une suite de cartes, il apparaît des périodes de durée variable pendant lesquelles les cartes restent stables. Ces périodes de stabilité ont donné naissance au concept de segments ou micro-états fonctionnels [19]. Nous faisons alors l'hypothèse que la configuration du champ électrique reste stable pendant une certaine période, puis change rapidement pour retrouver une nouvelle configuration. Le problème a été de développer des outils pour définir de manière objective ces micro-états fonctionnels. La première solution pour déterminer les bords des segments est d'utiliser les outils d'analyse décrits précédemment. Nous avons vu que les minima

du GFP déterminent des périodes de stabilité topographique. Cependant, le GFP n'est pas une mesure directe de la topographie EEG, mais seulement une mesure de la puissance de ces cartes. La dissimilarité globale et l'étude des trajectoires de C- et C+ sont alors plus appropriées. Il faut cependant définir des fenêtres à l'intérieur desquelles les changements sont considérés comme significatifs [20]. La deuxième solution est d'utiliser l'analyse de cluster [21]. Cet algorithme itératif permet de sélectionner le nombre de segments optimums tel que la somme des distances entre chaque carte et le segment qui lui est assigné soit minimum. L'utilisation d'un tel algorithme permet de faire apparaître des micro-états différents en dehors des minima du GFP (fig. I-11)

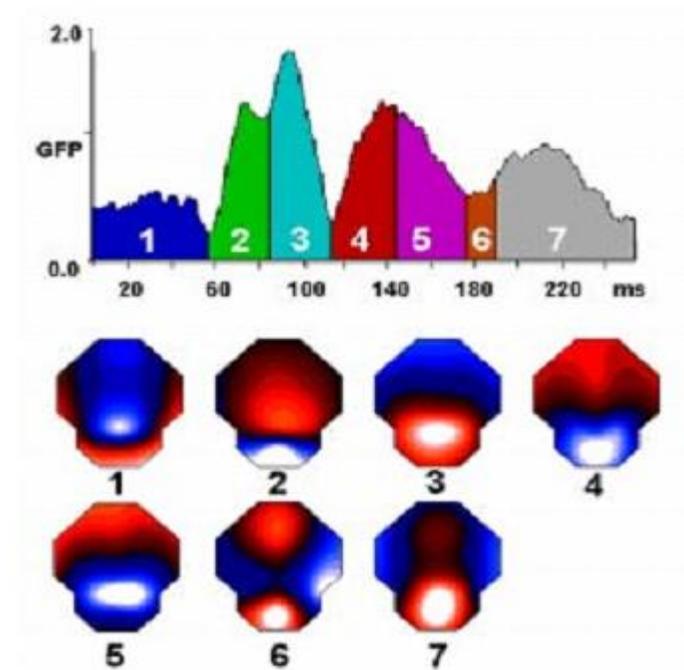


Figure I-11: Segmentation d'un potentiel évoqué visuel à l'aide de l'algorithme d'analyse de cluster. Les cartes 4 et 5 d'une part et 6 et 7 d'autre part paraissent très similaires, mais sont cependant assez différentes pour être considérées comme statistiquement différentes. [20]

IV.3 - Analyse en fréquence - "FFT Approximation" :

Nous venons de voir que nous pouvons extraire les composantes d'une réponse à un stimulus du "bruit de fond physiologique" en moyennant chacune des réponses cérébrales à ce stimulus. Pour ce type d'étude dite de potentiels évoqués, l'activité électrique cérébrale de fond constitue un bruit dont nous voulons nous affranchir. Cependant ce bruit est caractéristique de l'activité électrique à un instant donné et varie en fonction de l'état dans lequel se trouve le cerveau. L'application de la Transformée de Fourier (FFT=Fast Fourier Transform) à nos signaux permet de les décomposer en fréquences. Le spectre de fréquences ainsi obtenu est la signature d'un

certain état du cerveau: éveil, différents stades du sommeil, prises de médicaments [22]. Le cerveau possède une activité électrique dans une bande de fréquence allant de 0.5 Hz à 40 Hz environ, découpée en quatre bandes principales: delta (1,0 - 3,5 Hz), thêta (4 - 7,5 Hz), alpha (8 - 12 Hz), bêta-1 (12.5 - 20.5 Hz) et bêta-2 (21 - 30 Hz). Ces bandes ont été nommées ainsi par ordre chronologique. Si l'utilisation de la FFT permet de mettre en évidence les fréquences générées dans un état cérébral donné, il serait aussi intéressant de localiser les générateurs responsables de chacune des fréquences ou bandes de fréquences identifiées.

Dans un premier temps, nous avons obtenu le spectre de fréquence de chacune des électrodes. En tenant compte de la configuration géométrique des électrodes nous pouvons dresser maintenant la carte de puissance de chacune des fréquences. Ces cartes nous renseignent sur la distribution de chacune des fréquences sur la surface du scalp. Contrairement aux cartes de potentiels, la topographie de ces cartes de fréquence dépend de la référence choisie. De plus ces cartes n'ont pas de valeurs négatives (valeurs tirées des spectres des électrodes) ce qui rend leur interprétation délicate pour la localisation des générateurs. Pour ce faire, il convient d'utiliser la méthode "FFT approximation" [23]. La transformée de Fourier produit pour chacune des fréquences du spectre un nombre complexe que l'on peut reporter sur un diagramme de Nyquist (cosinus, sinus). Ainsi, pour chaque fréquence nous obtenons un nuage de points unique présentant les électrodes (fig. I-12). Le centre de gravité de ce nuage de points est défini par la référence moyenne qui fixe aussi l'origine de notre repère. La distance point-origine représente la puissance de la fréquence étudiée pour l'électrode considérée. La phase est donnée par l'angle entre l'axe des cosinus et la droite reliant l'électrode à l'origine.

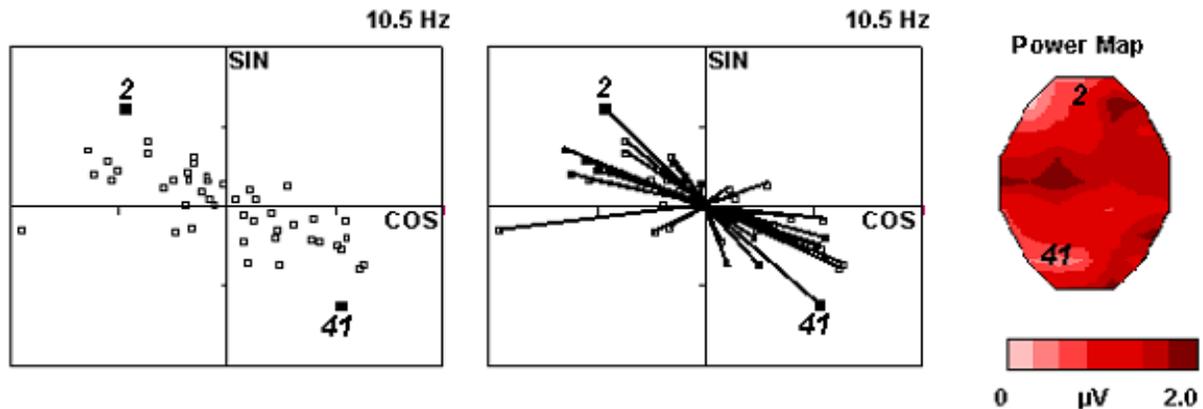


Figure I-12: Représentation des électrodes dans le diagramme de Nyquist pour la fréquence 10,5 Hz. Les distances électrodes-origine représentent la puissance pour chaque électrode de la fréquence étudiée. Ces puissances peuvent être reportées sur une carte prenant en compte la position individuelle des électrodes. [23]

Si l'on considère la matrice \mathbf{V}_t [n_e, n_t], représentant nos mesures EEG pour n_e électrodes et n_t échantillons dans le temps. \mathbf{V}_t peut s'écrire de la façon suivante:

$$\mathbf{V}_t = \vec{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{f}(t) \quad (\text{I-3})$$

où le vecteur \mathbf{d} représente une configuration de source prédéfinie et $\mathbf{f}(t)$ une fonction dépendante de la variable de temps t . Appliquer la transformée de Fourier à cette matrice, revient à prendre la transformée de Fourier de chacune des lignes de la matrice \mathbf{V}_t . Soit \mathbf{V}_ω la matrice obtenue,

$$\text{FFT}(\mathbf{V}_t) = \text{FFT}(\vec{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{f}(t)) \quad (\text{I-4})$$

$$\mathbf{V}_\omega = \vec{\mathbf{d}} \cdot \text{FFT} \mathbf{f}(t) = \vec{\mathbf{d}} \cdot \hat{\mathbf{f}}(\omega) \quad (\text{I-5})$$

$$\mathbf{V}_\omega = \vec{\mathbf{d}} \cdot (\mathbf{a} + i\mathbf{b}) \quad (\text{I-6})$$

Pour chaque fréquence nous obtenons donc une relation linéaire représentée par une droite dans le diagramme (cos, sin) suivant.

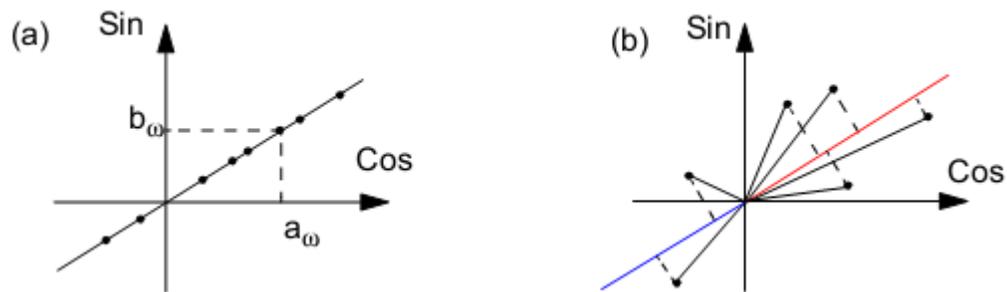


Figure I-13: (a) Lorsqu'il est possible de localiser les générateurs d'une fréquence définie, les points représentant les électrodes dans un diagramme de Nyquist sont sur une ligne. Les déphasages possibles sont alors seulement de 0 et π . (b) Projection des points représentant les électrodes sur la meilleure droite au sens de moindres carrés. La partie supérieure de la droite est assimilée à des valeurs positives, la partie inférieure à des valeurs négatives (droite) [23]

Si les points du diagramme de Nyquist sont sur une droite, nous pouvons alors rechercher les générateurs, le vecteur \mathbf{d} , responsable de la fréquence considérée. Dans le cas réel les électrodes se répartissent sur une ellipse. Il convient alors de calculer la droite qui minimise la somme des distances de chaque électrode à la droite. Les points de notre représentation sont alors projetés orthogonalement sur la droite (fig. I-13). Les distances entre l'origine et la projection des électrodes représentent maintenant notre nouvelle valeur du spectre pour la fréquence considérée. Si la projection est sur la demi-droite positive, la nouvelle valeur est convenue positive, dans le cas contraire la nouvelle valeur est convenue négative. Nous avons ainsi reconstruit une carte similaire à une carte de potentiels (fig. I-14). Cette carte peut être alors utilisée pour localiser les générateurs responsables de la fréquence considérée.

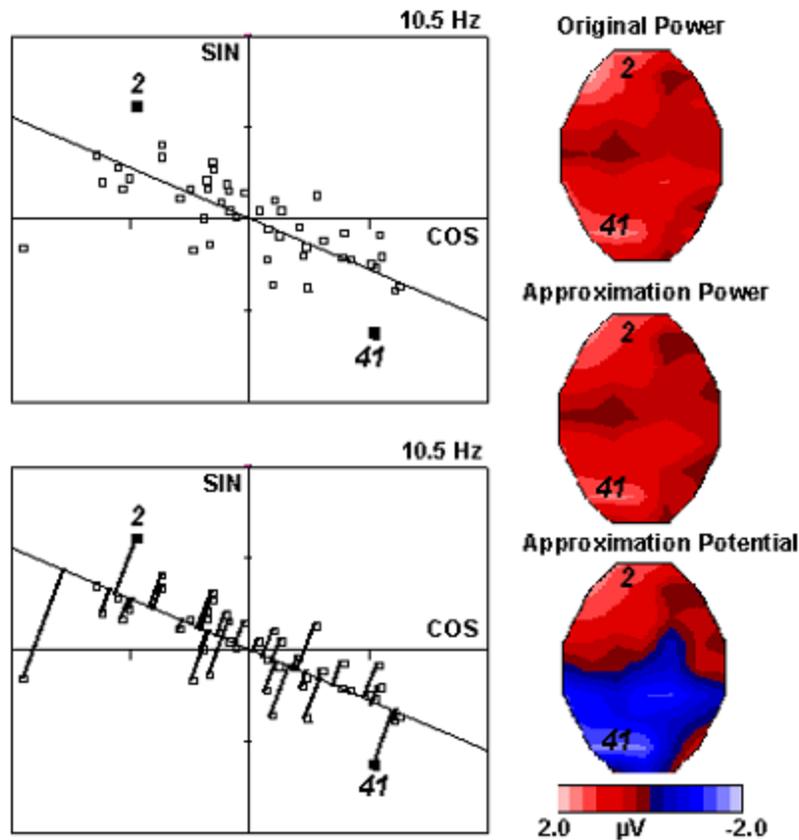


Figure I-14: FFT approximation pour la bande de fréquence α . Pour chaque fréquence, nous pouvons calculer la droite qui minimise la somme des distances des points à la droite. Les points représentant les électrodes sont ensuite projetés sur cette droite. La distance électrode projetée-origine représente la nouvelle puissance de la fréquence. Le signe - est associé aux électrodes dont la projection se situe sur la demi-droite négative, le signe + est associé aux électrodes dont la projection se situe sur la demi-droite positive. Nous obtenons ainsi une carte de potentiels "approximatifs" utilisable pour localiser les générateurs de la fréquence considérée. [23]

L'analyse des fréquences de l'EEG est de la première importance pour l'étude des phénomènes épileptiques. On retrouve souvent une fréquence dominante lors du début des crises. La localisation des générateurs de ces fréquences sont alors un outil supplémentaire d'investigation. Lorsque ce type d'analyse est combiné avec un modèle de la tête prenant en compte l'anatomie du patient, les solutions obtenues peuvent être comparées avec des enregistrements intracrâniens et interprétées en fonction de l'anatomie cérébrale.

Nous venons de voir que depuis 1930, les techniques d'enregistrement de l'EEG n'ont cessé de progresser pour fournir aujourd'hui des données avec une résolution temporelle de l'ordre de la milliseconde avec un nombre d'électrodes supérieur à 100. La numérisation de l'EEG et l'apparition sur le marché d'ordinateurs performants pour un coût réduit, a permis le développement de techniques d'analyse de plus en plus sophistiquées, et la généralisation de ces techniques. Cependant, contrairement aux techniques d'imagerie de type IRM ou nucléaire, l'EEG, même s'il mesure l'activité électrique des neurones n'est pas une technique d'imagerie au sens où l'information enregistrée (le potentiel) est obtenue pour un nombre limité de points situés sur une surface. Pour localiser l'activité électrique cérébrale en 3D, nous devons alors modéliser le cerveau en tant que volume conducteur et appliquer les lois de l'électromagnétisme pour estimer les sources qui ont généré les potentiels électriques et les champs magnétiques mesurés sur la surface.

V - Les Potentiels Evoqués: méthodes d'exploration fonctionnelle de l'activité cérébrale

V.1- Electroencéphalographie

L'électroencéphalographie (EEG) est une technique qui permet de mesurer l'activité électrique du cerveau provoquée par le courant généré dans les neurones. Cette technique a été créée en 1924 par Hans Berger, en Allemagne. L'analyse se fait en plaçant un certain nombre d'électrodes, seules ou par paires, à la surface du crâne. Si les électrodes sont placées individuellement, une "électrode de référence" commune est alors utilisée.

Cheque électrode doit relever une mesure de tension de surface, puis transmettre ce signal, qui est ensuite amplifié et enregistré. À l'origine, ces enregistrements étaient tracés sur papier à l'aide d'un stylet, De plus en plus aujourd'hui, les sorties sont enregistrées par un numériseur, puis sauvegardées sur ordinateur (EEG numérique). Dans certaines applications, les électrodes sont placées sur le cuir chevelu ou en contact direct avec le cerveau.

L'EEG peut enregistrer les fluctuations rythmiques des potentiels électriques du cerveau (par exemple, les ondes alpha chez une personne au repos ou des ondes plus lentes pendant le sommeil); le potentiel évoqué par un stimulus particulier (une tonalité ou un faisceau de lumière, par exemple); ou les signaux pathologiques tels que des pointes d'activité épileptique.

Les principales fonctions de l'EEG en milieu hospitalier sont les suivantes : le diagnostic, la communication de l'information aux cliniciens et aux unités de soins, la formation et la recherche. L'EEG mesure l'activité électrique des cellules cérébrales pendant les processus physiologiques en situation normale et pathologique, à l'état de veille et pendant le sommeil (fig. I-15). La structure et la composition chimique des neurones aboutissent à la production d'un potentiel électrique qui correspond à une différence relative dans la charge électrique le long de la membrane des cellules nerveuses.

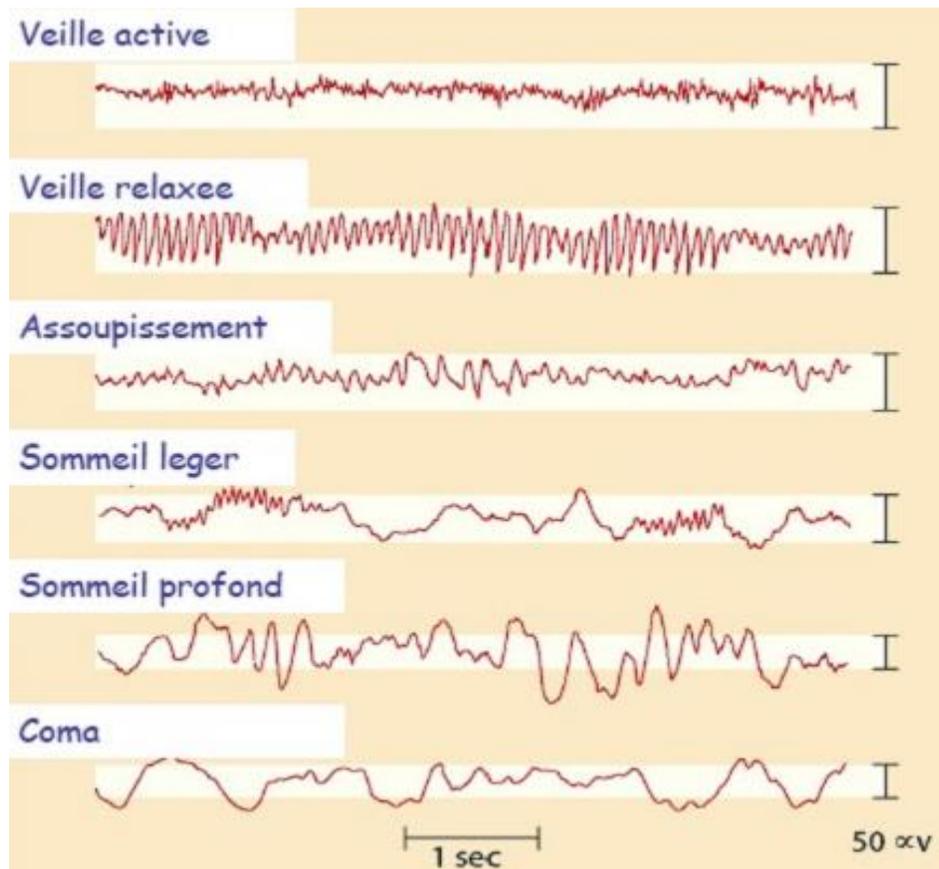


Figure I-15 : Tracés EEG au cours des différents états de vigilance [10]

La fréquence des correspond au nombre de courbe par unité de temps, par secondes. On différencie les EEG par leur fréquence, en voici l'exemple ci-contre :

Les techniques Electroencéphalographie (EEG) magnétoencéphalographie (MEG) sont toutes deux des technologies d'imagerie de la fonction électrophysiologie cérébrale. Elles mesurent l'activité électrique du cerveau sous certaines conditions après un stimulus ou au moment d'un événement pathologique. Certaines autres techniques d'Imagerie cérébrale fournissent uniquement des informations structurelles ou anatomiques, et sont complémentaires à l'information fonctionnelle (la MEG et l'EEG ne fournissent aucune information sur la structure du cerveau). D'autres techniques évaluent le débit sanguin ou l'oxygénation (qui sont aussi des mesures de la fonction cérébrale), mais a une résolution temporelle de beaucoup inférieure. La MEG et L'EEG est les seules modalités d'imagerie fonctionnelle qui procurent des mesures directes de l'activité neuronale. De plus, l'EEG (comme la MEG) est une technique non invasive (sauf lorsque les électrodes d'EEG sont en position sous-durale ou placées profondément dans le cerveau, technique alors très invasive ne convenant qu'à certains cas cliniques) et inoffensives, n'impliquant ni radioactivité ni injection.

V.2 - Les potentiels évoqués

Le cerveau est le siège d'une activité spontanée biochimique et électrique. Cette activité électrique intracérébrale donne naissance à des fluctuations de différences de potentiel entre deux points du scalp de l'homme. Cette activité physiologique évolue avec la maturation cérébrale depuis l'extrême prématurité jusqu'à l'enfance, et varie en fonction du déroulement du temps et des états comportementaux.

L'enregistrement des fluctuerions constitue l'électroencéphalographie. Le déclenchement et le déroulement de processus mentaux, comme la sensation, la perception de stimulations, le traitement cognitif des informations sensorielles, les mécanismes attentionnels, l'imagerie mentale ou la programmation d'actes moteurs mettent en jeu plusieurs zones cérébrales qui sont le siège de changement d'activités, Les modifications d'activité électrique donnent naissance sur le scalp de l'homme à des modifications de l'amplitud et de la répartition topographique des potentiels électriques et du champ magnétique un voisinage de la surface du scalp.

L'enregistrement des signaux électriques synchronises par rapport à l'apparition de ces processus mentaux porte le nom de « Potentiels évoques » ou plus généralement « Potentiels

liés à des événements » (en anglais : Event Related Potentials), Ces réponses évoquées sont en général, d'amplitude très faible par rapport à l'activité spontanée du cerveau, et sont superposées à l'activité cérébrale. Elles reflètent l'activité d'un grand nombre de neurones mis en jeu à la suite d'un événement (fig. I-16).

Elles doivent être extraites par une technique de moyennage, ce qui implique que l'événement déclenchant le processus soit répété plusieurs fois (plusieurs dizaines, voire plusieurs centaines). Ainsi on qualifie d'électroencéphalogramme un signal spontané, et un PE un signal induit par une stimulation, le PE doit être extrait des activités spontanées (du bruit), pour cela il est nécessaire de répéter la stimulation électrique un grand nombre de fois et d'avoir recours à des procédés de moyennage sur les sujets électrophysiologiques numérisés.

Le moyennage repose sur l'hypothèse d'absence de modifications du PE au cours de stimulations répétées, et l'hypothèse que l'activité EEG de base est le bruit de fond aléatoire vis à vis d'un stimulus. L'EEG est le bruit aléatoire, et la réponse est le signal stable. En sommant l'ensemble des activités, et en les moyennant, on augmente le rapport signal sur bruit d'un multiple qui est la racine carrée du nombre de stimulation.

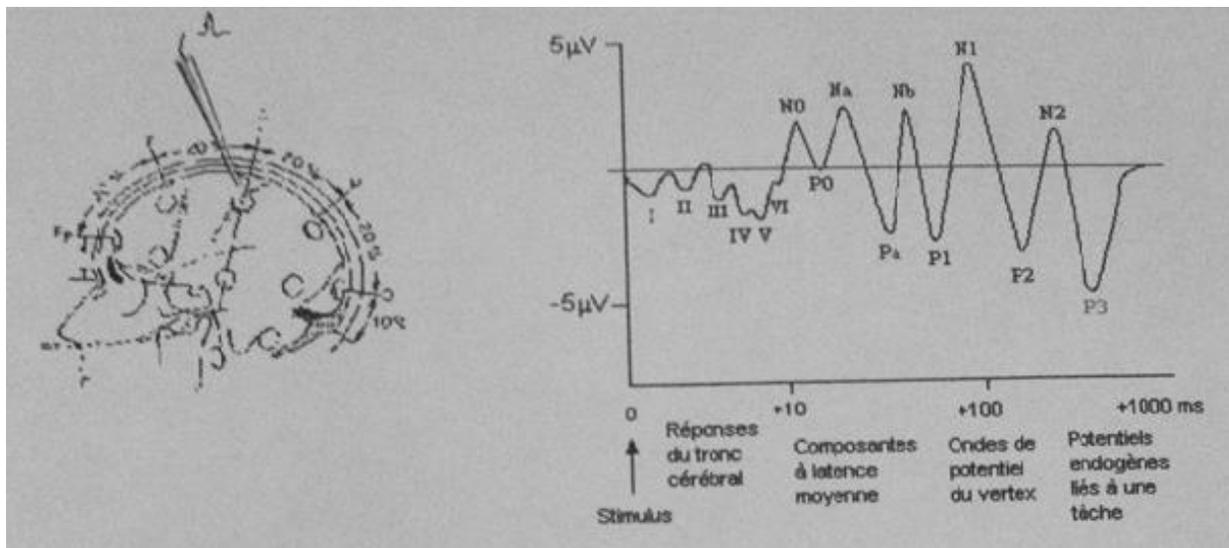


Figure I-16 : Représentation du recueil des potentiels évoqués et leur répartition. [10]

V.3 - La P300

Le PE moyen se présente sous la forme d'une succession de pics négatifs ou positifs et de points d'inflexion dont le temps de latence et d'amplitude permettent de caractériser le PE. Quatre types de composante peuvent être distingués : les réponses évoquées du tronc cérébral apparaissant entre 0 et 10 ms les potentiels de latence moyenne apparaissent entre 10 et 50 ms environ, dépendants largement des caractéristiques de la stimulation - apparaissent ensuite les potentiels à latence tardive, beaucoup plus amples, parmi lesquels on distingue les potentiels exogènes ; réponses obligatoires lorsqu'une stimulation est délivrée, et endogènes : phénomènes reflétant l'activité des structures cérébrales chargées de l'analyse cognitive du stimulus : reconnaissance de sa nature, de sa signification, mais aussi prise de décision et mise en mémoire de l'information contenue dans la stimulation. Les composantes exogènes constituent des réponses obligatoires au stimulus, apparaissent dans tous les cas lorsque la stimulation est délivrée.

Les composantes endogènes sont l'un des outils les plus privilégiés pour étudier l'activité Cognitive, Ces ondes varient en fonction de la signification que revêt le stimulus pour le sujet dans le contexte d'une tâche déterminée.

Aux alentours de 300 millisecondes après la présentation du stimulus culmine une onde positive, l'onde P300. Bien qu'insensible à la nature physique du stimulus, l'onde P300 varie en fonction des conditions expérimentales. Une de ces caractéristiques majeures est qu'elle n'apparaît que si le sujet effectue une détection consciente d'un stimulus : si le sujet ne porte pas d'attention au stimulus, on n'observe pas d'onde P300. La P300 serait associée à des processus psychologiques, elle n'est évoquée que par des stimuli qui sont importants pour le sujet, son amplitude varie donc d'autant plus que le sujet traite l'information activement.

On distingue par des critères de latence et de topographie deux composantes pour cette onde : la P3a et la P3b. La P3a serait plus précoce et liée à des processus rapides et automatiques. La P3b plus tardive est générée quand la tâche impose une prise de décision et une réponse. La P300 sera alors rapidement assimilée à la P3b et elles seront plus simplement dénommées onde P3. La P300 peut apparaître entre 300 et 600 ms suivant la présentation du stimulus, en fonction de la complexité de la stimulation. Elle représenterait la durée des étapes d'évaluation du stimulus (décodage, reconnaissance, classification, soit un traitement élaboré de la situation, et la catégorisation du stimulus. Dès lors Johnson suggère en 1986 après

avoir réuni l'ensemble des résultats concernant la P3 que l'amplitude de la P3 augmente avec la quantité d'informations transmises sans que la latence en soit affectée. L'augmentation de la probabilité d'apparition du stimulus a pour effet de diminuer l'amplitude et la latence. En fin, l'augmentation de la complexité de la tâche augmente l'amplitude mais pas la latence, de même la valence du stimulus (positive, négative ou neutre) augmente l'amplitude sans affecter la latence, La P3 apparaît alors comme une mesure de l'étendue dans laquelle notre système de traitement de l'information est active, ou utilise.

VI - Conclusion

Nous avons traité, dans ce chapitre, la base du traitement de l'information au niveau cellulaire et bipolaire, différentes techniques d'imagerie médicale fonctionnelle, surtout la technique de l'Electroencéphalographie (EEG) et la procédure d'enregistrement. A partir de ses enregistrements, nous pourrions analyser les signaux de l'Electroencéphalographie afin de chercher à mieux comprendre le fonctionnement cérébral.

I - Introduction

L'Electroencéphalographie (EEG), la Magnétoencéphalographie (MEG) sont des techniques d'imagerie médicale, qui mesurent la variation des paramètres physiques et/ou physiologiques liés à la perception ou à la réalisation d'une tâche cognitive (tâches linguistiques, mémoire, reconnaissance de visages...) ou en relation avec un dysfonctionnement local cérébral. L'EEG et la MEG mesurent simultanément les champs électriques et magnétiques à l'intérieur du volume cérébral qui nous donne une idée sur l'activité des neurones à l'intérieur du cerveau. Les enregistrements EEG sont donc des mesures sur la surface de la tête indiquant l'activité électrique des générateurs de courant. Pour effectuer ces mesures, il est nécessaire de modéliser la tête en tant que volume conducteur et d'appliquer les lois de l'électromagnétisme pour estimer les distributions volumiques des sources de courant. Le problème qui se pose dans ce domaine est de localiser les sources qui ont provoqués les signaux EEG et MEG et ceci pour savoir quand et où se déroulent les étapes de traitement de l'information dans le cerveau [24], En d'autres termes du fait que l'EEG et l'MEG possèdent une excellente résolution temporelle pour l'observation des phénomènes électrophysiologie, la question qui se pose alors est de savoir s'il est possible d'estimer la localisation spatiale et temporelle des différentes neurones en activation qui ont participé aux tâches d'activation dans le cerveau.

On peut définir comme suit les deux problèmes fondamentaux qui se posent en électrophysiologie:

le problème direct: une source \mathbf{q} étant donnée, trouver le potentiel Φ pour tout \mathbf{r} dans \mathbf{R}^3 . La solution est unique et déterminée par les conditions aux limites.

le problème inverse: le potentiel Φ étant donné dans \mathbf{R}^2 (surface fermée contenant \mathbf{q}), trouver la ou les sources \mathbf{q} avec $\mathbf{q}=\mathbf{0}$ sur la surface et à l'extérieur de la surface. Il existe alors un nombre infini de solutions dû à l'existence de sources silencieuses et au principe de superposition. Ce problème ne peut-être résolu par des méthodes classiques.

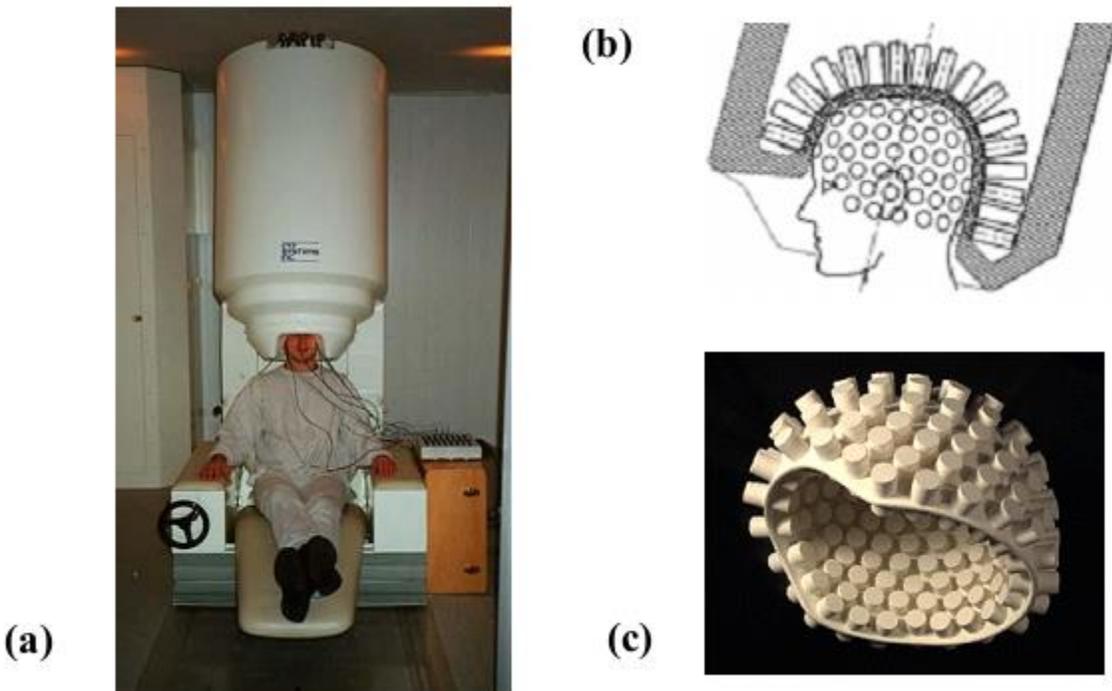


Figure II-1: (a) Le système MEG/EEG installé à l'Hôpital La Salpêtrière comportant 151 capteurs MEG et 64 canaux EEG, (b) Un schéma du dispositif des capteurs avec l'emplacement des gradiomètres et le réservoir à Hélium liquide (c) Une photographie du casque portant les bobines réceptrices [3]

II - Problème Direct

Le problème direct, dans le domaine de l'EEG et la MEG consiste à modéliser les potentiels électriques et champs magnétiques recueillis sur la surface du scalp et engendrés par une configuration de sources connue à l'intérieur du volume cérébrale (fig. II-1). La difficulté qui se pose pour la résolution du problème direct est que les tissus cérébraux ont une géométrie complexe, donc il faut d'une part prendre en compte les propriétés de conduction de ces tissus et d'autre part leurs conductivités qui sont mal connues et difficiles à mesurer.

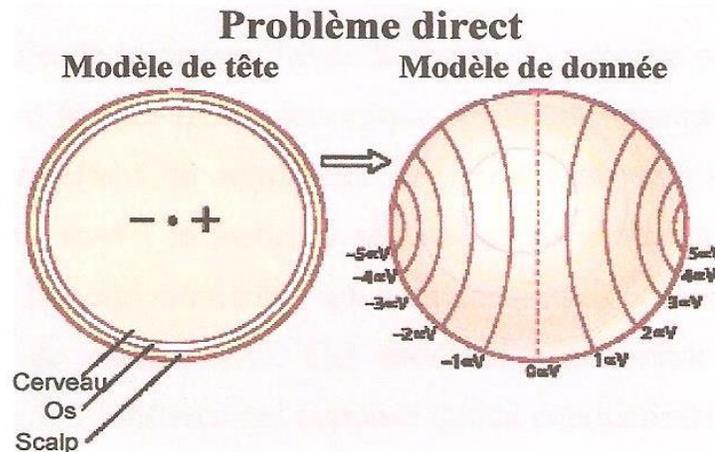


Figure II-2 : Principe du problème direct [11]

II.1 - Modélisation de la géométrie de la tête

Deux modèles sont utilisés pour représenter la tête, le modèle sphérique et le modèle réaliste. Le premier modèle est le plus ancien et le plus utilisé. Le deuxième modèle a surtout fait son apparition avec l'avancée des techniques de mesure anatomiques telle que l'IRM et il est proposé selon deux approches : volumique et surfacique

II.1.a - Le modèle sphérique

C'est le premier modèle à être employé et le plus simpliste. Il considère la tête comme une suite de sphères concentriques à conductivités homogènes et isotropes. Les modèles les plus simplifiés sont constitués de trois couches : le scalp, l'os et le volume intracrânien (ou tout simplement le cerveau). Les modèles à 4 couches rajoutent une couche pour le liquide céphalo-rachidien entre l'os et le cerveau, les modèles les plus complets comprennent cinq couches, ils rajoutent la matière grise et la matière blanche. La distance entre les différentes sphères correspond à la distance réelle moyenne entre les tissus représentés. Pour ce modèle, on connaît une solution analytique pour le problème direct. Ainsi, le modèle sphérique sert souvent de référence pour une première validation et évaluation des méthodes numériques. Le modèle à trois couches est le plus utilisé en clinique et en recherche, ce sont Rush et Driscoll en 1968 les premiers à l'avoir étudié [25]. Ils ont utilisé trois sphères concentriques avec des valeurs typiques de rayons :

$R_{\text{cerveau}} = 8\text{cm}$, $R_{\text{crane}} = 8.5\text{cm}$ et $R_{\text{scalp}} = 9.2\text{cm}$ (ou aussi après dimensionnement : 0.87, 0.92 et 1). Des modèles de sphères excentriques ou d'ellipsoïdes ont été également utilisés pour tenter de mieux représenter la géométrie des tissus de la tête. [26]

II.1.b - Modelé réaliste surfacique

Ce modèle considère la tête comme un ensemble de couches conductrices finies et électriquement homogènes, imbriquées les unes dans les autres. Ainsi seules les interfaces qui limitent ces couches nécessitent une modélisation et sont approchées par des éléments surfaciques, ce qui implique donc un maillage bi dimensionnel. Ce modèle permet la prise en compte des formes non sphériques du cerveau et des variations locales importantes de la géométrie des massifs osseux. [26]

II.1.c - Modelé réaliste volumique

Ce modèle permet de prendre en compte l'hétérogénéité et l'anisotropie locale des tissus de la tête. Il implique un maillage tridimensionnel de ces tissus qui sont approchés par des éléments volumiques, chaque élément possédant ses propres propriétés de conduction. Cette approche permet la description la plus réaliste de toutes les propriétés géométriques et de conductivité de la tête. [27]

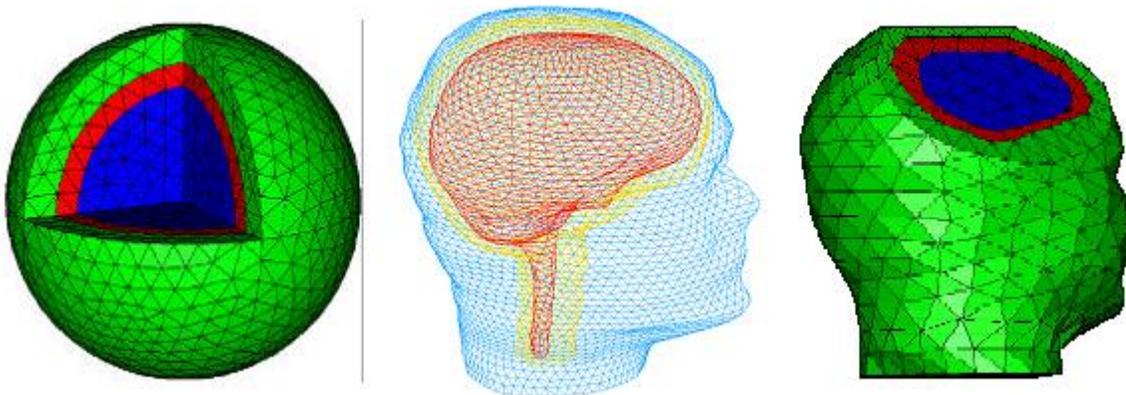


Figure II-3 — Quelques exemples de modèle de tête.

- A gauche, modèle sphérique à 3 couches.
- Au milieu, modèle à géométrie réaliste homogène par morceaux.
- A droite, modèle volumique à géométrie réaliste. [28]

II.2 - Lois de l'électromagnétisme

La physique du problème qui nous intéresse est décrite par les équations de Maxwell, dans leur forme quasi-statique.

$$\operatorname{div}(\vec{E}) = \rho / \epsilon_0 \quad (\text{II-1})$$

$$\overrightarrow{\operatorname{rot}}(\vec{E}) = \vec{0} \quad (\text{II-2})$$

$$\operatorname{div}(\vec{B}) = 0 \quad (\text{II-3})$$

$$\overrightarrow{\operatorname{rot}}(\vec{B}) = \mu_0 \vec{J} \quad (\text{II-4})$$

Où \mathbf{E} représente le champ électrique (V.m^{-1}), \mathbf{B} le champ magnétique (T), \mathbf{J} la densité de courant (A.m^{-2}), μ_0 la perméabilité du vide (T.m.A^{-1}) et ϵ_0 la permittivité du vide ($\text{A.s.V}^{-1}.\text{m}^{-1}$).

Les sources de courant primaire créent en chaque point de la tête des courants secondaires, dits de conduction, qui sont proportionnels à la conductivité du tissu et au champ électrique qui règne en ce point. L'application de la loi de conservation des charges et des équations de Maxwell permet de calculer le potentiel en tout point du volume cérébral, et donc sur les électrodes, connaissant la distribution des courants primaires et la conductivité en tout point du volume cérébral.

La densité de courant \mathbf{J} est la résultante des sources primaires \mathbf{J}_p produites au niveau des synapses, et \mathbf{J}_c courants volumiques qui apparaissent dans les milieux conducteurs.

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_p + \mathbf{J}_c = \mathbf{J}_p + \sigma \mathbf{E} \quad (\text{II-5})$$

Où, σ représente la conductivité du milieu considéré (S.m^{-1}). L'équation qui relie le champ électrique \mathbf{E} et le potentiel \mathbf{V} est donnée par la deuxième équation de Maxwell :

$$\mathbf{E} = -\nabla V = -\overrightarrow{\operatorname{grad}}(V) \quad (\text{II-6})$$

Si on prend la divergence de la quatrième équation de Maxwell, on trouve l'équation principale qui relie le potentiel V avec la densité de courant J :

$$\text{div} (\overrightarrow{\text{rot}} (\vec{B})) = 0 \quad \text{or} \quad \overrightarrow{\text{rot}} (\vec{B}) = \mu_0 \vec{J} \quad (\text{II-7})$$

D'où

$$\text{div} (\mu_0 \vec{J}) = 0 \quad (\text{II-8})$$

On obtient alors:

$$\mu_0 \text{div} (\vec{J}_p) - \mu_0 \text{div} (\sigma \overrightarrow{\text{grad}} (V)) = 0 \quad (\text{II-9})$$

Finalement on trouve alors l'équation à résoudre suivante :

$$\text{div} (\sigma \overrightarrow{\text{grad}} (V)) = \text{div} (\vec{J}_p) \quad (\text{II-10})$$

Le champ magnétique est ensuite obtenu sur chaque capteur ou sur chaque électrode par une intégration vectorielle des courants sources et des courants de conduction selon la loi de Biot et Savart, les courants de conduction étant calculés à partir des valeurs de potentiel par la loi d'Ohm.

Ainsi, il est nécessaire de connaître la conductivité de tous les tissus cérébraux dans la tête, ce qui impose de faire une bonne modélisation des structures constituant le cerveau et ces enveloppes, et surtout la connaissance des valeurs de conductivité de chaque partie. Il existe une grande diversité de valeurs de ces conductivités publiées dans la littérature. Pour cela plusieurs modèles de tête sont étudiés dans ce domaine pour bien étudier l'activité électrique du cerveau.

Le crâne a une conductivité anisotrope, c'est à dire que sa valeur dépend de la direction du courant; une conductivité dans la direction tangentielle à sa surface plus élevée que dans la direction radiale (un rapport de 3 à 10 a été mesuré entre les deux conductivités). La substance blanche possède aussi une conductivité anisotrope, la conduction étant plus importante dans la direction des fibres que dans les directions perpendiculaires.

III - Problème inverse

III.1 - Généralistes

Les problèmes inverses intéressent beaucoup de domaines dans la vie courante, elles intéressent aussi bien les thermiciens, les mathématiciens, les statisticiens, les géophysiciens, les mécaniciens, les ingénieurs, les électroniciens, et essentiellement le domaine de l'imagerie médicale auquel on s'intéresse dans ce rapport. Le but des méthodes inverses est de déterminer des grandeurs difficilement mesurables à partir de grandeurs facilement observables, c'est-à-dire à partir des mesures de potentiels à la surface du scalp on va déterminer la distribution des sources de neurones qui ont générés ces potentiels.

De manière générale, on peut dire qu'un problème inverse se réduit à l'extraction du maximum d'information contenue dans des observations d'un tel system physique. Donc les problèmes inverses en EEG sont considérés comme une meilleure solution au problème d'estimation de la dynamique du cerveau, En effet, le but du problème inverse dans l'EEG consiste à trouver les faisceaux de neurone. En l'origine des potentiels électriques mesures sur la surface de la tête. Il transforme un mélange de l'activité électrique du cerveau obtenue sur la surface du scalp en une estimation locale de chaque contribution significative. Donc c'est une localisation des différentes sources de courant qui provoque des perturbations à l'intérieur du cerveau comme l'épilepsie par exemple,

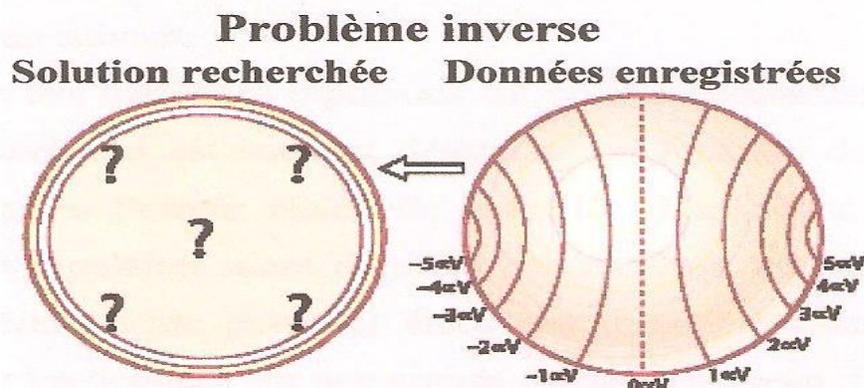


Figure II-4 : Principe du problème Inverse [11]

III.2 - Analyse fonctionnelle

En introduisant la notion de Lead Field \mathbf{K} nous pouvons réécrire la relation entre le potentiel et les sources sous la forme de la relation linéaire suivante :

$$\Phi(r_s) = \mathbf{K}(r_s, r_{sv}) \cdot \mathbf{J}(r_v) \quad (\text{II-11})$$

r_s^i avec $i=1 \dots N_e$ point sur la surface du scalp (électrodes).

r_v^j avec $j=1 \dots M$ point de la grille dans le cerveau.

$\mathbf{K}(r_s, r_v)$ est le Lead Field reliant le potentiel en surface mesure a la position r_s et la source de courant dans le volume au point de coordonnées r_v , \mathbf{K} ne dépend que des caractères géométriques du modelé utilise: nombre et positions des électrodes, répartition volumique des points de la grille, nombre de couches du modèle saphique. Le potentiel Φ est connu sur quelques points de mesure seulement ($N_e =$ nombre d'électrodes) et \mathbf{J} est représenté sur un ensemble discret de points formant une grille prédéfinie ($M =$ nombre de points de la grille). Chaque point de la grille est considère comme le centre de gravité d'un petit élément de volume dans lequel \mathbf{J} est uniforme et représente par un dipôle moyen localise sur le nœud de la grille.

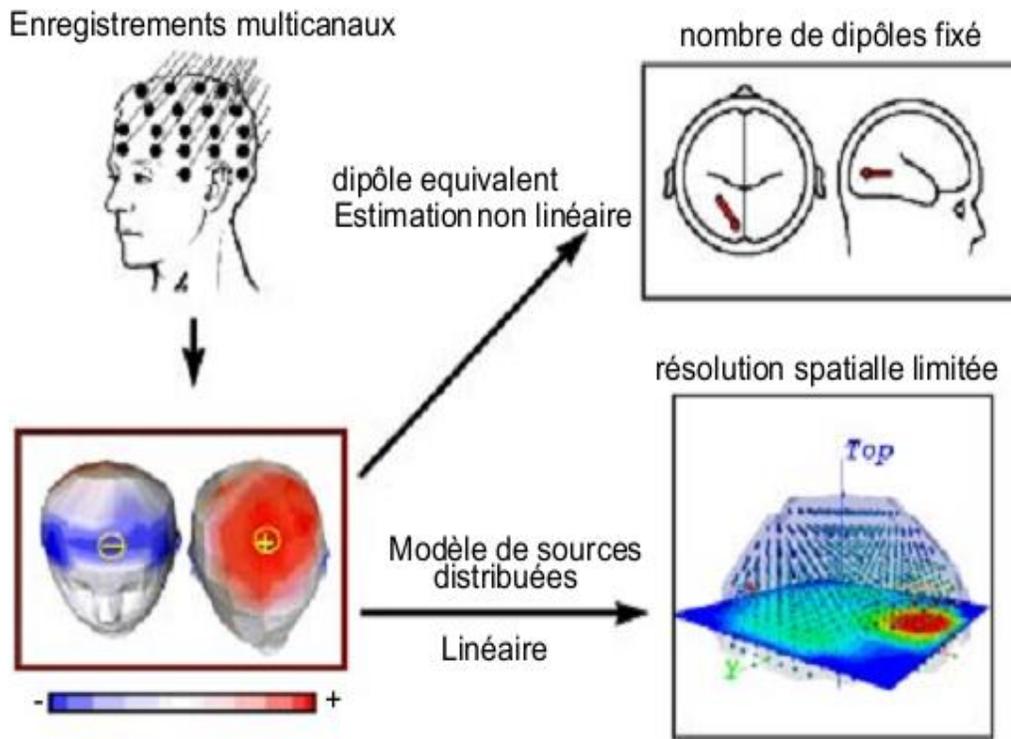


Figure II-5: Les deux approches pour la localisation des sources électromagnétiques sont d'une part les modèles dipolaires utilisant des algorithmes d'optimisation non-linéaires itératifs et d'autre part les modèles de sources distribuées utilisant la résolution d'un système d'équations linéaires [10]

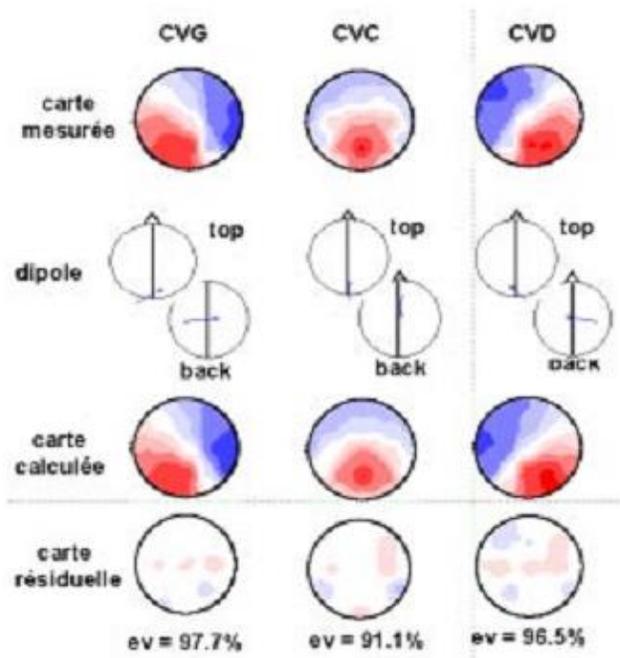


Figure II-6: Localisation de l'activité Électrique cérébrale au moyen du modèle dipolaire en relation avec un stimulus dans le Champ Visuel Droit CVD (fig. de droite), dans le Champ Visuel Central CVC (fig. du centre) et dans le Champ Visuel Gauche CVG (fig. de gauche). La solution minimise par itérations successives la distance (carte résiduelle) entre les cartes mesurées et les cartes calculées. La variance expliquée (e.v) est alors maximum. [10]

IV - Résolution du problème inverse

Nous sommes en présence d'un système linéaire. La résolution du problème dépend donc du nombre d'inconnues ($3M$ =coordonnées dans l'espace des M point de la grille qui représente les sources de courant recherchés dans le volume cérébrale) et du nombre d'équations (N_e =nombre d'électrodes positionnées à la surface du scalp pour la mesure de potentiel électrique ou champ magnétique). En pratique, dans le cas de l'EEG, nous constatons que les (N_{e-1}) équations sont indépendantes, trois types de solutions se présentent alors, en fonction de ces deux variables :

$3M < N_{e-1}$: il n'existe pas de solution exacte. Le système doit être résolu en utilisant la méthode des moindres carrés (régularisation nécessaire car mauvais conditionnement)

$3M = N_{e-1}$: une solution exacte mais instable (attention au problème de référence). En pratique le mauvais conditionnement du système (valeurs propres proches de zéro) nous ramène au cas précédent.

$3M > N_{e-1}$: il existe une infinité de solutions. La résolution du système nécessite de faire un choix de solution par introduction d'information a priori (par exemple: méthode de régularisation).

Soit le système d'équations linéaires suivant:

$$Y=AX \quad (II-12)$$

Où Y représente nos mesures, A un opérateur linéaire et X nos inconnues. La résolution de ce système de façon générale fait appel au pseudo inverse de Moore-Penrose.

IV.1 - Pseudo Inverse de Moore-Penrose (PIMP)

Soit la matrice \mathbf{A} $[m, n]$, il existe une matrice $\mathbf{A}^+ = [n, m]$ telle que:

$$\mathbf{A}^+ \mathbf{A} \mathbf{A}^+ = \mathbf{A}^+ \quad (\text{II-13})$$

$$(\mathbf{A} \mathbf{A}^+)^2 = \mathbf{A} \mathbf{A}^+ \quad (\text{II-14})$$

$$(\mathbf{A}^+ \mathbf{A})^2 = \mathbf{A}^+ \mathbf{A} \quad (\text{II-15})$$

La matrice \mathbf{A} peut-être décomposée de la manière suivante :

$$\mathbf{A} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{V}^t \quad (\text{II-16})$$

Avec :

\mathbf{U} = matrice unitaire contenant les vecteurs propres gauches $[3M, 3M]$

\mathbf{V} = matrice unitaire contenant les vecteurs propres droits $[Ne, Ne]$

\mathbf{D} = matrice diagonale des valeurs singulières λ $[3M, Ne]$

En utilisant ces notations, nous pouvons définir le pseudo-inverse de la manière suivante:

$$\mathbf{A}^+ = \mathbf{V} \cdot \mathbf{D}^+ \cdot \mathbf{U}^t \quad (\text{II-17})$$

Avec :

$$D_{ii}^+ = (1/\lambda_i) \quad \text{si} \quad \lambda_i \neq 0$$

$$D_{ii}^+ = 0 \quad \text{si} \quad \lambda_i = 0$$

Nous déduisons de la dernière équation une implémentation possible du PIMP.

Remarque: dans la suite de l'exposé nous utiliserons systématiquement le PIMP pour toute inversion de matrice. Si la matrice en question est inversible, le PIMP est alors l'inverse.

IV.2 - Méthodes des Moindres Carres (MMC) $3M < (Ne-1)$

Notre problème à résoudre se formule simplement de la manière suivante:

$$Y = A X \quad (\text{II-18})$$

Où Y représente nos mesures, A notre opérateur linéaire et X nos inconnues (solutions de notre problème). Reformulons ce problème de base en insérant une déviation ζ dans le modèle ci-dessus.

$$Y = AX + \zeta \quad (\text{II-19})$$

Le but de la MMC est de minimiser cette déviation, c'est à dire de minimiser la distance entre nos mesures Y et notre modèle AX . Soit ζ_i l'erreur entre la mesure du potentiel à l'électrode i et le modèle.

$$\zeta_i = Y_i - A_i^t \cdot X \quad \text{pour chaque colonne } i \text{ de } A \quad (\text{II-20})$$

$$\min \sum_{i=1}^{Ne} \|\zeta_i\|^2 = \min \sum_{i=1}^{Ne} \|Y_i - (A_i^t \cdot X)\|^2 \quad \text{par rapport à } X \quad (\text{II-21})$$

En utilisant la notation matricielle nous obtenons l'équation suivante:

$$\min (Y - AX)^t (Y - AX) = \min (Y^t - X^t A^t) (Y - AX) \quad (\text{II-22})$$

donc pour que cette fonction soit minimum il faut que sa dérivée s'annule, alors après une dérivation par rapport à X on obtient la forme suivante:

$$\frac{\partial}{\partial X} F(x) = -A^t Y - A^t Y + 2A^t AX = 0 \quad (\text{II-23})$$

$$-2(A^t Y) + 2A^t AX = 0 \quad (\text{II-24})$$

$$A^t A X = A^t Y \quad (\text{II-25})$$

A ce niveau, deux problèmes se posent, ou bien $A^t A$ est inversible, ou bien elle n'est pas inversible :

Si $A^t A$ est singulière ($\det(A^t A) = 0$) alors $A^t A$ est non injective c'est-à-dire non inversible, et il existe une infinité de solution de type moindres carres de la fonction $A^t A \cdot X = A^t Y$.

Par contre il existe une seule solution de moindres carrés. Cette solution est donnée par l'expression suivante :

$$\mathbf{X} = (\mathbf{A}^t \mathbf{A})^+ \mathbf{A}^t \mathbf{Y} \quad (\text{II-26})$$

Par contre si $\mathbf{A}^t \mathbf{A}$ est régulière ($\det(\mathbf{A}^t \mathbf{A}) \neq 0$), elle est mal conditionnée, cela implique qu'une petite erreur sur les mesures \mathbf{Y} entraîne une erreur importante sur la solution \mathbf{X} . La géométrie de la disposition des électrodes influe sur le résultat, c'est-à-dire pour deux configurations d'électrodes différentes on n'obtient pas le même résultat.

Certaines méthodes itératives convergent vers la solution de moindres carrés de moindre norme. Ces méthodes permettent un meilleur contrôle de la solution. Dans notre cas, $\mathbf{A} = \mathbf{H}\mathbf{K}$ et nous obtenons la solution de MMC et de moindre norme suivante :

$$\mathbf{J} = ((\mathbf{H}\mathbf{K})^t \mathbf{H}\mathbf{K})^+ (\mathbf{H}\mathbf{K})^t \Phi \quad (\text{II-27})$$

IV.3 - Calcul de la matrice Lead Field

On pose dans le cas EEG :

$$\mathbf{V} = \mathbf{K} \mathbf{J}, \quad \mathbf{X} = \mathbf{J}, \quad \mathbf{Y} = \mathbf{V} \quad (\text{II-28})$$

Avec \mathbf{K} est une matrice de grande taille contenant les mesures reliant le potentiel mesuré dans la position \mathbf{r}_s à la surface du scalp, et la source de courant générant ce potentiel dans le volume du cerveau au point de coordonnées \mathbf{r}_v .

Dans les coordonnées des points de mesures sont données par le vecteur de position cartésien suivant : $\mathbf{S} = (\mathbf{r}_{s1}, \mathbf{r}_{s2}, \dots, \mathbf{r}_{sNe})$, et les coordonnées des sources de courant dans le volume de cerveau sont données par le vecteur suivant :

$$\mathbf{V} = (\mathbf{r}_{v1}, \mathbf{r}_{v2}, \dots, \mathbf{r}_{vM}) \quad (\text{II-29})$$

Donc on peut écrire la relation suivante d'après l'équation $\mathbf{Y} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X}$:

$$\mathbf{V}(\mathbf{r}_s) = \mathbf{K}(\mathbf{r}_s, \mathbf{r}_v) \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}_v) \quad (\text{II-30})$$

K est une matrice (Ne, 3M), nommée matrice de transfert.

$$K = (K^t_{a1}, K^t_{a2}, \dots \dots \dots, K^t_{aM}) \tag{II-31}$$

Avec : $a= 1, \dots \dots \dots, Ne$

$$K_{aB} = (K_{xaB}, K_{yaB}, K_{zaB})^t \tag{II-32}$$

Où

$$K = \begin{bmatrix} K_{x11} & K_{y11} & K_{z11} & \dots & \dots & \dots & K_{x1M} & K_{y1M} & K_{z1M} \\ K_{x21} & K_{y21} & K_{z21} & \dots & \dots & \dots & K_{x2M} & K_{y2M} & K_{z2M} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & & \vdots & \vdots & \vdots \\ K_{xNe1} & K_{yNe1} & K_{zNe1} & \dots & \dots & \dots & K_{xNe1} & K_{yNe1} & K_{zNe1} \end{bmatrix}$$

On a

$$K = \frac{1}{4\pi\sigma} \cdot \frac{(r_s - r_v)}{|r_s - r_v|^3} \tag{II-33}$$

Donc on peut écrire la matrice K sous la forme suivant :

$$K = \frac{1}{4\pi\sigma} \cdot \begin{bmatrix} \frac{(r^1_s - r^1_v)_x}{|r^1_s - r^1_v|^3} & \frac{(r^1_s - r^1_v)_y}{|r^1_s - r^1_v|^3} & \frac{(r^1_s - r^1_v)_z}{|r^1_s - r^1_v|^3} & \bullet & \frac{(r^1_s - r^1_M)_x}{|r^1_s - r^1_M|^3} & \frac{(r^1_s - r^1_M)_Y}{|r^1_s - r^1_M|^3} & \frac{(r^1_s - r^1_M)_z}{|r^1_s - r^1_M|^3} \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \frac{(r^{Ne}_s - r^1_v)_x}{|r^{Ne}_s - r^1_v|^3} & \frac{(r^{Ne}_s - r^1_v)_y}{|r^{Ne}_s - r^1_v|^3} & \frac{(r^{Ne}_s - r^1_v)_z}{|r^{Ne}_s - r^1_v|^3} & \bullet & \frac{(r^{Ne}_s - r^M_v)_x}{|r^{Ne}_s - r^M_v|^3} & \frac{(r^{Ne}_s - r^M_v)_y}{|r^{Ne}_s - r^M_v|^3} & \frac{(r^{Ne}_s - r^M_v)_z}{|r^{Ne}_s - r^M_v|^3} \end{bmatrix}$$

Où : σ est la conductivité du milieu, et r_r est le vecteur de position de l'électrode de référence.

V est une matrice (Ne,1) constitué des mesures des différences de potentiel sur la surface du scalp.

\mathbf{J} est une matrice $(3M,1)$, $\mathbf{J} = (\mathbf{J}^t_1, \mathbf{J}^t_2, \dots, \mathbf{J}^t_M)^t$ est composé des densités de courant $J_B = (J_{xB}, J_{yB}, J_{zB})^t$ aux \mathbf{M} points dans le volume d'un cerveau avec $B=1 \dots \dots M$.

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} K_{x1} & K_{y1} & K_{z1} \\ K_{x2} & K_{y2} & K_{z2} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ K_{xM} & K_{yM} & K_{zM} \end{bmatrix}$$

IV.4 - Résolution du Problème Inverse pour $3M > N_e - 1$

Avant de traiter le problème pour l'électrophysiologie nous établissons les formules de résolution d'un système général d'équations pour lequel le nombre d'inconnues est supérieur au nombre d'équations :

IV.4.a – Solution de la Décomposition aux Valeurs Singulières (SVD)

Nous allons vous expliquer la définition de cette solution dans le chapitre III

IV.4.b - Solution de Norme Minimale (MNE)

Théorème: Soit une matrice A et un vecteur b , tels que $Ax=b$ alors, $x=A^+b$ est la solution de norme minimale (MNE).

Notre nombre d'inconnues étant supérieur au nombre d'équations, le système est indéterminé et possède donc une infinité de solutions. Parmi toutes les solutions, il en existe un particulier possédant la norme minimale [29]. Soit $J(rv)$ la distribution de densité de courant source, J est la solution MNE si:

$$J_{MNE} = K^t (KK^t)^+ \cdot \phi \quad (\text{II-34})$$

IV.4.c - Solution de Norme Minimale Pondérée (WMNE)

Nous venons de remarquer que la méthode de résolution du problème inverse, dite de norme minimale, ne peut localiser les sources de densité de courant situées en profondeur. En effet, les sources situées près de la surface ont beaucoup plus d'effet sur le potentiel électrique mesuré en surface que celle situées en profondeur. Cette propriété est répercutée au niveau des équations par le Lead Field K . Examinons la variation de K en fonction du rayon r_v d'excentricité de la source [30].

$$J_{WMNE} = W^{-2}K^t(KW^{-2}K^t)^+ \cdot \phi \quad (\text{II-35})$$

VI.4.d - LORETA

Le problème posé depuis le début est l'estimation de la distribution volumique de l'activité électrique neuronale à l'intérieur du cerveau à partir des mesures de potentiel électrique sur le scalp. Il existe une infinité de solutions capables de produire le même champ électrique en surface. Il faut alors appliquer une contrainte supplémentaire afin de limiter le nombre de solutions. Ainsi, la solution de norme minimum (MNE), pure ou pondérée (WMN) est une des solutions. Pour ce type de solutions, aucun modèle de type physiologique n'est appliqué.

La solution présentée maintenant sous le nom de LORETA [31] est basée sur l'hypothèse neurophysiologique suivante: des neurones ou groupes de neurones voisins ont une activité synchrone. En représentant l'activité de chaque neurone par une simple flèche, la première ligne du schéma ci-dessous exprime l'idée d'une activité coordonnée, régulière des neurones alors que la deuxième ligne représente une activité aléatoire.

$$J_{LORETA} = (WB^tBW)^{-1}K(WB^tBW)^{-1}K^t)^+ \cdot \phi \quad (\text{II-36})$$

V - Conclusion

Dans ce chapitre nous avons définis les deux problèmes fondamentaux qui se posent en électrophysiologie : le problème direct et le problème inverse.

Les différents modèles de la géométrie de la tête, linéariser l'équation qui relie le potentiel et les sources fait introduire, la notion de Lead Field K , K ne dépend que des caractères géométrique du modèles utilise : nombre et position des électrodes.

I - Introduction

L'emploi de techniques de régularisation est nécessaire lorsque les données avec lesquelles nous travaillons sont bruitées. Ce cas de figure peut se rencontrer lorsque les conditions l'enregistrement ne sont pas optimales (bruit physique) ou lorsque le nombre de stimulations pour une étude de potentiels évoqués n'est pas suffisant (bruit biologique). Dans ce cas, notre solution ne doit pas expliquer la totalité des données, puisque nous considérons que ces dernières contiennent du bruit.

II - La décomposition en valeur singulière

Elle est aussi considérée comme méthode de décomposition orthogonale propre, [32] ont indiqué que la SVD a été établi pour les matrices carrées réelles dans les années 1870 par Beltrami Jordan. Pour les matrices carrées complexes en 1902 par Autonne, et pour les matrices rectangulaire en général en 1939 by Eckart et Young. La SVD peut être vue comme une extension de la décomposition en valeurs propres dans le cas des matrices non carrées.

II.1 - Principe

L'idée essentielle de la SVD est de décomposer la matrice de données en trois matrices simples : deux orthogonales et une diagonale. Du fait qu'elle produise une estimation aux moindres carrés de la matrice de données de même dimension et d'un rang inférieur, elle est équivalente à PCA, et importante autant qu'elle.

L'un des avantages de la SVD est son pouvoir de réduction des données après leur blanchissement. En effet, cette technique fournit une description plus compacte des données contenues dans une matrice, exprimée par les premiers modes statistiques. Elle peut être considérée comme une méthode permettant de construire une partition de la variance d'une base de données, c'est à dire qu'elle fournit la base orthogonale qui maximise la variance au sens des moindres carrés. Ceci signifie que le mode « 1 » contient une variance maximale et qu'il contient la structure la mieux corrélée. De manière générale, les premiers modes de la décomposition devraient préférentiellement capter les structures cohérentes et les derniers modes les structures aléatoires du champ, c'est à dire sans structure particulière.

La décomposition en valeurs singulières utilise la décomposition en valeur propre d'une matrice semi définie positive obtenue par la multiplication d'une matrice par sa transposé, pour dériver une décomposition similaire applicable à toutes les matrices rectangulaires composées de nombres réels.

II.2 - La décomposition

Formellement, si « A » est une matrice rectangulaire, son SVD la décompose comme suit :

$$A = USV^t \quad (\text{III-1})$$

S : la matrice diagonale des valeurs singulières.

$S = \lambda^{1/2}$ avec Λ est la matrice diagonale des valeurs propres de la matrice AA^t et la matrice A^tA .

U : les vecteurs propres normalisés de la matrice AA^t , c'est-à-dire $U^tU = I$.

Les colonnes de « U » sont les vecteurs singuliers de gauche de A.

V : les vecteurs propres normalisés de la matrice A^tA , c'est-à-dire $V^tV = I$.

Les colonnes de « V » sont les vecteurs singuliers de droite de A.

La SVD a l'importante propriété de donner la meilleure approximation d'une matrice rectangulaire par une autre matrice de même dimension mais de rang inférieur, au sens des moindres carrés. Précisément si « A » est de dimension [IxJ] et de rang « L », donc « A » a « L » valeurs singulières non nulles.

En plus de la propriété de réduction de dimension, la SVD a l'avantage de pouvoir estimer l'inverse de n'importe quelle matrice qu'elle soit carrée ou rectangulaire, et surtout qu'elle soit singulière ou pas.

La clef de l'interprétation de la SVD est l'examen de la distribution des poids (les valeurs singulières). Cette dernière renseigne sur le degré de redondance des données, et fournit également des informations importantes, telles que les symétries par exemple. L'ordre décroissant de ces poids nous permet de dire que les premiers modes contiennent les propriétés principales des

données considérées. Plus exactement, ce sont les modes qui vont capter la majeure partie de la variance globale des données.

II.3 - Calcul du pseudo inverse

La décomposition en valeurs singulières permet le calcul de l'inverse d'une matrice et surtout de son pseudo inverse. En effet, le pseudo inverse d'une matrice M est souvent difficile et prend beaucoup de temps à être estimé directement ; mais connaissant sa décomposition en valeurs singulières $A = USV^t$, la tâche est facilitée, puisque l'inverse d'une matrice orthonormale est sa transposée. Puisque U est diagonale, U^{-1} est aussi diagonale. Son expression est donnée par :

$$A^{-1} = (V^t)^{-1} * S^{-1} * U^{-1} = V * S^t * U^{-1} \quad (\text{III-2})$$

$$A^+ = V * S^+ * U^t \quad (\text{III-3})$$

avec U^+ l'inverse de U où tout coefficient non nul est remplacé par son inverse. Le pseudo inverse lui-même permet de résoudre la méthode des moindres carrés.

II.4 - Interprétation géométrique de la SVD

La SVD peut être interprétée comme une transformation géométrique (une rotation) d'un repère orthogonal dans une nouvelle base ortho normale. Cette rotation géométrique sera précédée généralement, le cas échéant, d'une translation si nous centrons nos données, c'est-à-dire si nous procédons au retrait de la moyenne (suivant le type de données analysées).

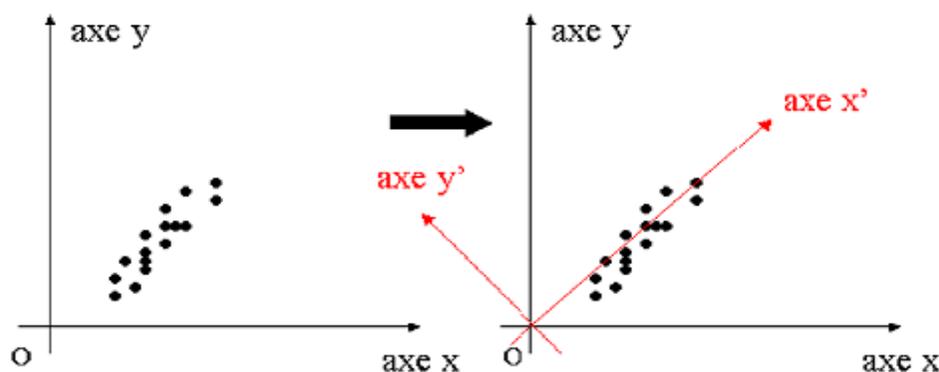


Figure III-1 : Approche géométrique de la SVD : la SVD est équivalente à un changement de référentiel. [33]

Dans un espace de dimension quelconque (supérieure ou égale à 3), la SVD revient à approximer le nuage de points par un hyperplan.

II.5 - L'algorithme

Avant d'être décomposé en valeur singulière, les données subissent en premier lieu une normalisation de manière à avoir une moyenne nulle et une déviation standard égale à « 1 ».

Puis nous passerons à la décomposition proprement dite, de la matrice image, en trois matrices U et V qui seront des matrices orthogonales carrées et S une matrice rectangulaire de même dimension que les données initiales :

$$A = USV^t \quad (\text{III-4})$$

Elle sont tronquées de manière à garder les valeurs singulière les plus significatives et leurs vecteurs propres correspondants on obtiendra ainsi de nouvelles matrices qui serviront à reconstituer l'essentiel des données :

$$A_P^+ = U_{[P]}S_{[P]}V_{[P]} \quad (\text{III-5})$$

Cette approximation de la matrice initiale nous a permis de redimensionné notre base de données de manière à garder uniquement les informations qui nous intéressent.

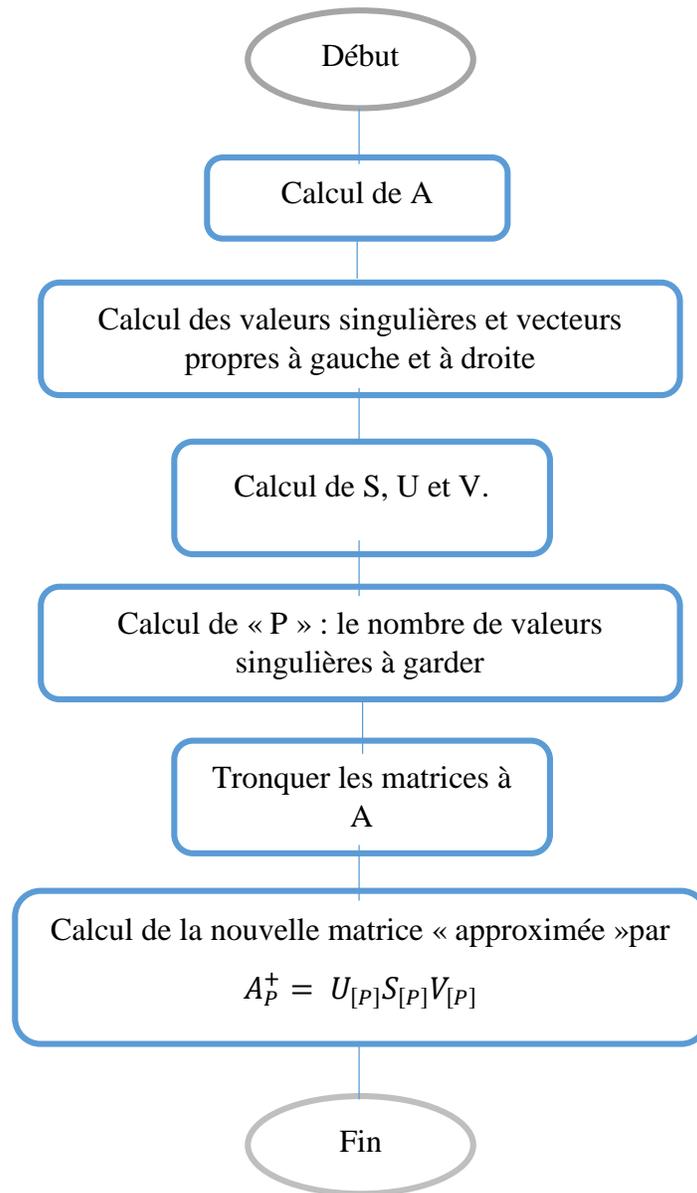


Figure III-2 : schéma de l'algorithme de méthode de solution SVD

III - Calcule de paramètres de régularisation (Tikhonov)

Nous introduisons un paramètre de régularisation dans la formulation du problème:

$$\min_j \{ \alpha \| \Phi - KJ \|^2 + (1 - \alpha) \| J \|^2 \} \text{ avec } (0 < \alpha < 1) \quad (\text{III-6})$$

L'expression ci-dessus définit une nouvelle fonctionnelle pour **J**. Selon la valeur de α , nous donnons plus ou moins d'importance à l'un ou l'autre des deux membres de l'équation. Ainsi quand α tend vers 0, la norme de **J** doit tendre vers un minimum, quel que soit le pourcentage de données expliquées, alors que quand α tend vers 1, les données doivent être expliquées à 100%, quelle que soit la norme de **J**. On exprime ce comportement par la formulation suivante :

$$\begin{aligned} & \min_j G(J, \alpha) \text{ avec } \lim_{\alpha \rightarrow 1} (G(J, \alpha)) = MNE \\ & \min_j \left\{ \alpha \| U(U^t \Phi) - UD(V^t J) \|^2 + (1 - \alpha) \| J \|^2 \right\} \\ & \min_j \left\{ \alpha \| (U^t \Phi) - D(V^t J) \|^2 + (1 - \alpha) \| V^t J \|^2 \right\} \\ & \min_j \sum_i \alpha (d_i \cdot (V^t J)_i - (U^t \Phi)_i)^2 + (1 - \alpha) (V^t J)_i^2 \end{aligned} \quad (\text{III-7})$$

En dérivant par rapport au terme de source ($V^t J$) et en posant la dérivée égale à zéro, nous obtenons l'expression suivante:

$$\begin{aligned} & \alpha (D_{ii} \cdot (V^t J)_i - (U^t \Phi)_i) D_{ii} + (1 - \alpha) (V^t J)_i = 0 \\ & (V^t J)_i = \frac{D_{ii}}{D_{ii}^2 + \left(\frac{1 - \alpha}{\alpha} \right)} (U^t \Phi)_i \end{aligned} \quad (\text{III-8})$$

Où les D_{ii}^2 sont les valeurs propres de la matrice KK^t . Pour deux valeurs du paramètre α , nous avons donc l'inégalité ci-après:

$$\text{si } (\alpha_1 < \alpha_2) \text{ alors } \| J_{\alpha_1}^{min} \| < \| J_{\alpha_2}^{min} \| < \| J_{\lim_{\alpha \rightarrow \infty}}^{min} \| = MNE \quad (\text{III-9})$$

Implémentation: Dans la pratique, les dimensions de la matrice \mathbf{K} sont importantes, il est alors difficile et long de calculer \mathbf{K}^+ . On utilise alors la propriété suivante:

$$\mathbf{K}^+ = \mathbf{K}^t(\mathbf{K}\mathbf{K}^t)^+ \quad (\text{III-10})$$

Développons l'équation ci-dessus puis dérivons par rapport à \mathbf{J} :

$$\min_J \{ (\Phi - \mathbf{K}\mathbf{J})^t (\Phi - \mathbf{K}\mathbf{J}) + \beta(\mathbf{J}^t\mathbf{J}) \}$$

$$\min_J \{ (\Phi^t - \mathbf{J}^t\mathbf{K}^t)(\Phi - \mathbf{K}\mathbf{J}) + \beta(\mathbf{J}^t\mathbf{J}) \}$$

$$\beta = \frac{1 - \alpha}{\alpha} \quad (\text{III-11})$$

$$\min_J \{ (\Phi^t\Phi - \mathbf{J}^t\mathbf{K}^t\Phi - \Phi^t\mathbf{K}\mathbf{J} + \mathbf{J}^t\mathbf{K}^t\mathbf{K}\mathbf{J}) + \beta(\mathbf{J}^t\mathbf{J}) \}$$

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{J}} G(\mathbf{J}, \beta) = 0 \Rightarrow -2(\mathbf{K}^t\Phi) + 2(\mathbf{K}^t\mathbf{K}\mathbf{J}) + 2\beta\mathbf{J} = 0$$

Nous obtenons alors la solution régularisée pour MNE

$$\mathbf{J}_\beta = \mathbf{K}^t(\mathbf{K}\mathbf{K}^t + \beta\mathbf{H})^+ \Phi \quad (\text{III-12})$$

En gardant toujours à l'esprit la mise en pratique des équations théoriques rencontrées nous voyons que la matrice $[\mathbf{K}^t\mathbf{K} + \beta\mathbf{I}]$, bien qu'inversible, ce qui rend le calcul coûteux en temps de calcul et en mémoire. Décomposons alors \mathbf{K} , tel que:

$$\mathbf{K} = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{V}^t \Rightarrow \mathbf{K}^t\mathbf{K} = \mathbf{V}\mathbf{D}^2\mathbf{V}^t \quad (\text{III-13})$$

Ainsi

$$(\mathbf{K}^t\mathbf{K} + \beta\mathbf{I})^t\mathbf{K}^t = (\mathbf{V}\mathbf{D}^2\mathbf{V}^t + \beta\mathbf{I})^+\mathbf{V}\mathbf{D}\mathbf{U}^t \quad (\text{III-14})$$

$$(\mathbf{K}^t\mathbf{K} + \beta\mathbf{I})^+\mathbf{K}^t = (\mathbf{V}(\mathbf{D}^2 + \beta\mathbf{I})\mathbf{V}^t)^+\mathbf{V}\mathbf{D}\mathbf{U}^t \quad (\text{III-15})$$

$$(\mathbf{K}^t\mathbf{K} + \beta\mathbf{I})^+\mathbf{K}^t = \mathbf{V}(\mathbf{D}^2 + \beta\mathbf{I})^+\mathbf{D}\mathbf{U}^t \quad (\text{III-16})$$

de même

$$\mathbf{K}^t(\mathbf{K}\mathbf{K}^t + \beta\mathbf{I})^+ = \mathbf{V}\mathbf{D}\mathbf{U}^t(\mathbf{U}\mathbf{D}^2\mathbf{U}^t + \beta\mathbf{I})^+ \quad (\text{III-17})$$

$$\mathbf{K}^t(\mathbf{K}\mathbf{K}^t + \beta\mathbf{I})^+ = \mathbf{V}\mathbf{D}\mathbf{U}^t(\mathbf{U}(\mathbf{D}^2 + \beta\mathbf{I})\mathbf{U}^t)^+ \quad (\text{III-18})$$

et finalement,

$$\mathbf{K}^t(\mathbf{K}\mathbf{K}^t + \beta\mathbf{I})^+ = \mathbf{V}\mathbf{D}(\mathbf{D}^2 + \beta\mathbf{I})^+\mathbf{U}^t = \mathbf{V}(\mathbf{D}^2 + \beta\mathbf{I})^+\mathbf{D}\mathbf{U}^t = (\mathbf{K}^t\mathbf{K} + \beta\mathbf{I})^+\mathbf{K}^t \quad (\text{III-19})$$

De la dernière équation nous déduisons l'égalité suivante:

$$(K^t K + \beta I)^+ K^t = K^t (K K^t + \beta I)^+ \quad (\text{III-20})$$

La matrice $[K K^t + \beta I]$ est acceptable pour une inversion. La solution précédente s'écrit alors sous la forme:

$$J_\beta = K^t (K K^t + \beta H)^+ \phi \quad (\text{III-21})$$

Lorsque β tend vers 0, nous retrouvons la solution de norme minimale établie précédemment.

Le choix du paramètre β peut paraître arbitraire à première vue. Il existe cependant plusieurs méthodes, pour déterminer au mieux le facteur β , voici la description :

III.1 - La courbe en L

Graphique $\|J\| = F(\|\Phi - KJ\|)$ pour différentes valeur de β , est une courbe hyperbolique (forme de L). On choisira alors pour β le point du graphe de courbure maximum. [34]

IV - Matrice de Résolution

Nous avons décrit plusieurs types de solutions. Il convient maintenant de comparer ces solutions en termes d'erreurs de localisation et de précision. L'étude de la matrice de résolution de chacune des solutions décrites nous permet d'en apprécier les qualités et les limitations.

IV.1 - Définition

Reprenons les équations de base de notre problème inverse de localisation des sources électriques dans le cerveau:

$$\Phi = K J \quad \text{équation direct} \quad (\text{III-22})$$

$$\hat{J} = T \Phi \quad \text{équation inverse} \quad (\text{III-23})$$

En remplaçant Φ dans l'équation inverse par son expression de l'équation directe nous obtenons une relation entre J réel et J calculé:

$$\hat{J} = TK \cdot J \Rightarrow \hat{J} = Res \cdot J \quad (\text{III-24})$$

Où R_{es} représente la matrice de résolution de la solution. [35]

IV.2 - Principe d'utilisation

La distance entre la matrice \mathbf{R}_{es} et la matrice identité \mathbf{I} est une mesure de la précision de la solution calculée. Lorsque le nombre d'inconnues est inférieur au nombre d'équations, la solution calculée est exacte, le pourcentage de données expliquées est 100%, alors $\mathbf{R}_{es} = \mathbf{I}$:

$$Res = TK = (K^t K)^+ K^t K = I \quad (\text{III-25})$$

Par contre, nous avons vu que lorsque le nombre d'inconnues est supérieur au nombre d'équations (solution de type distribuée), il existe une déviation entre les sources réelles et calculées. Soient deux matrices de transformation, \mathbf{T}_1 et \mathbf{T}_2 , correspondant à deux solutions inverses, calculons \mathbf{R}_{es1} et \mathbf{R}_{es2} les matrices de résolution associées. La matrice qui la plus proche de la matrice identité est alors associée à la meilleure estimation des sources.

IV.3 - Applications

Le but de cette application est de mettre en avant les erreurs de localisation de chacune des solutions. Pour tester ceci nous utiliserons des vecteurs \mathbf{J}_{i0} de courant de la forme suivante en faisant varier la position du 1 (position originale \mathbf{J}_{i0})

$$\mathbf{J}_{i0} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ 1 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} < \text{-ième ligne}$$

En multipliant la matrice de résolution par ce type de vecteur nous obtenons un vecteur \mathbf{J}_{ic} calculé qui représente une colonne de la matrice de résolution. Recherchons alors le maximum sur cette colonne (position calculée \mathbf{J}_{ic}) :

$$Err = \frac{\|range - dip1\|}{d} \quad (\text{III-26})$$

range : le rang de la source estimée

dip1 : le rang de la source désirée

d : max (range, dip1)

V – conclusion

Dans ce chapitre Nous avons identifié les équations mathématiques de la méthode SVD et SVD régularisation par TIKHONOV, et que nous utilisons dans le cas où les résultats de notre étude de l'activité cérébrale aux perturbations. Puits traite à l'erreur de la localisation et comment diminue cette erreur ou parfois nulle.

I - Modèle et Organigramme

Dans cette partie de simulation, nous avons pris un espace de mesure de 148 électrodes distribués uniformes sur la surface du scalp. L'espace de solution (le cerveau) consiste en une grille de 818 points avec une résolution spatiale de 7mm (Cube 3D de coté 7mm) [36], les figures IV-1 et IV-2 montrent la distribution des électrodes et l'espace de solution respectivement sur une échelle normalisée.

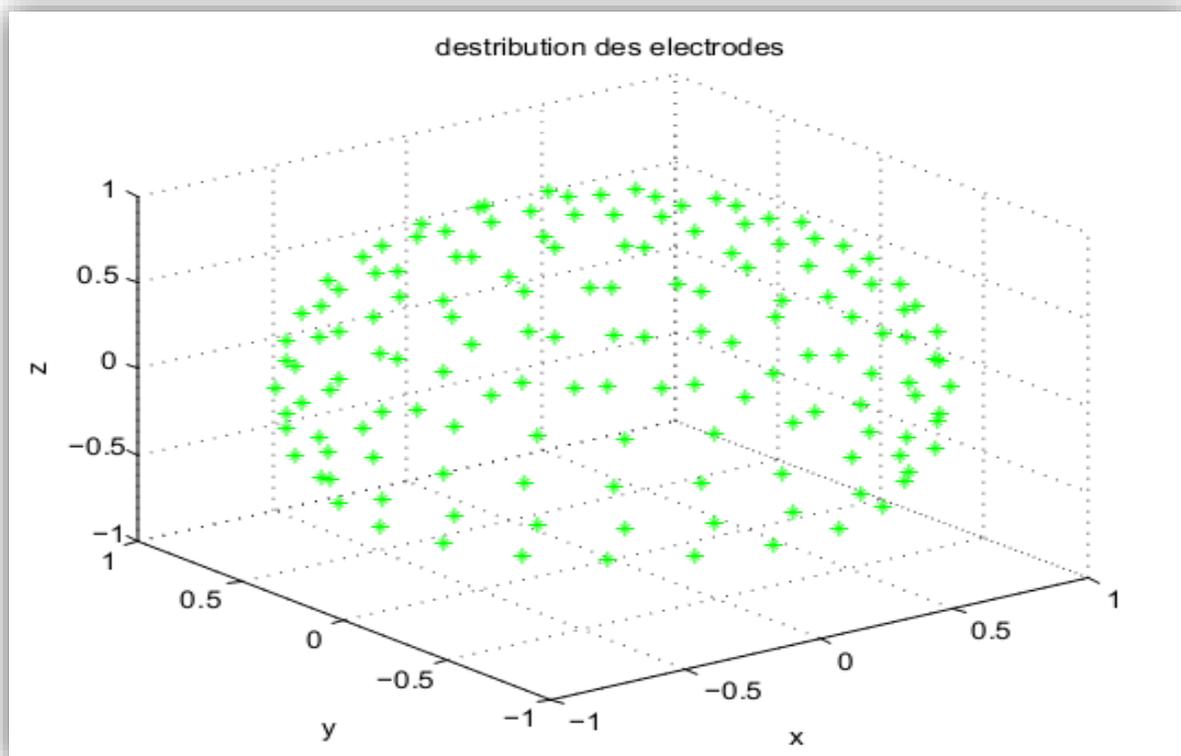


Figure IV-1 : Représentation 3D de l'espace mesure défini par 148 électrodes

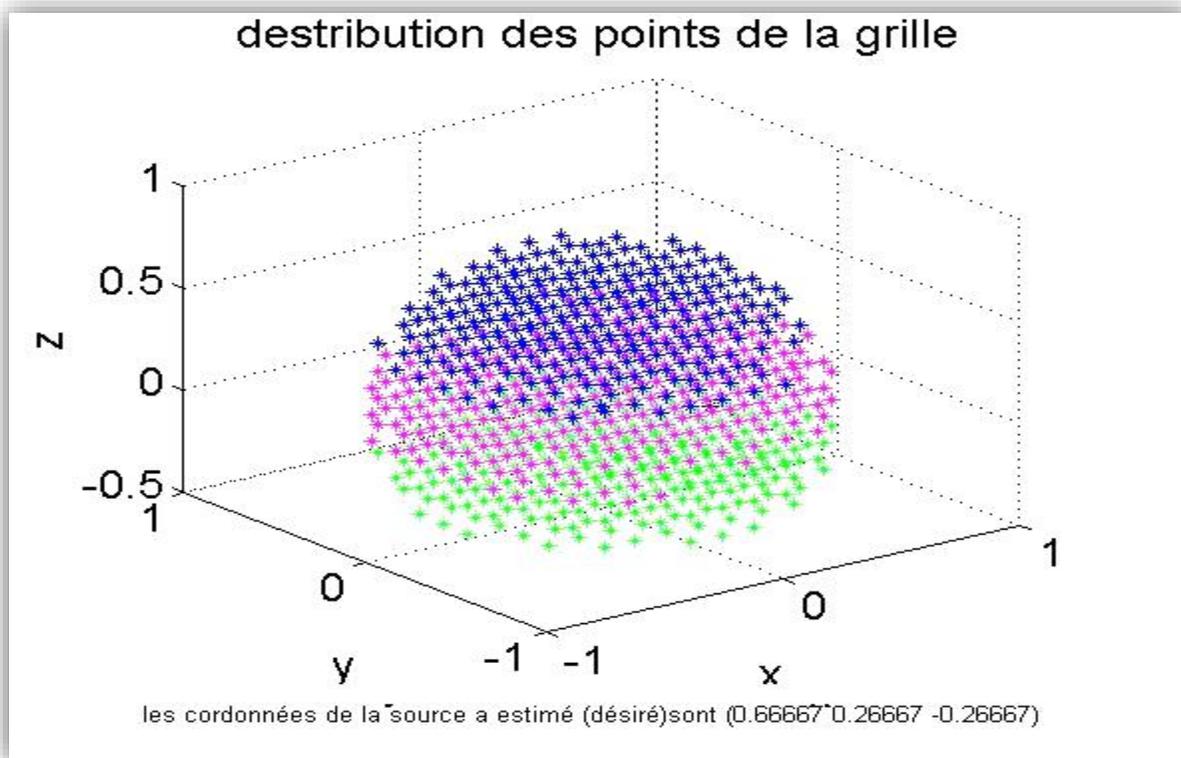


Figure IV-2 : Représentation 3D de l'espace mesure défini par 818 sources

Le modèle de la tête qu'on a utilisée est le modèle sphérique à trois couches donné par Talairach Humain Brian atlas, ce modèle est conçu par R.D.Pascual Marqui. [36]

Maintenant pour résoudre le problème

$$\phi = K J \quad (\text{IV-1})$$

Nous avons réalisé l'organigramme suivant :

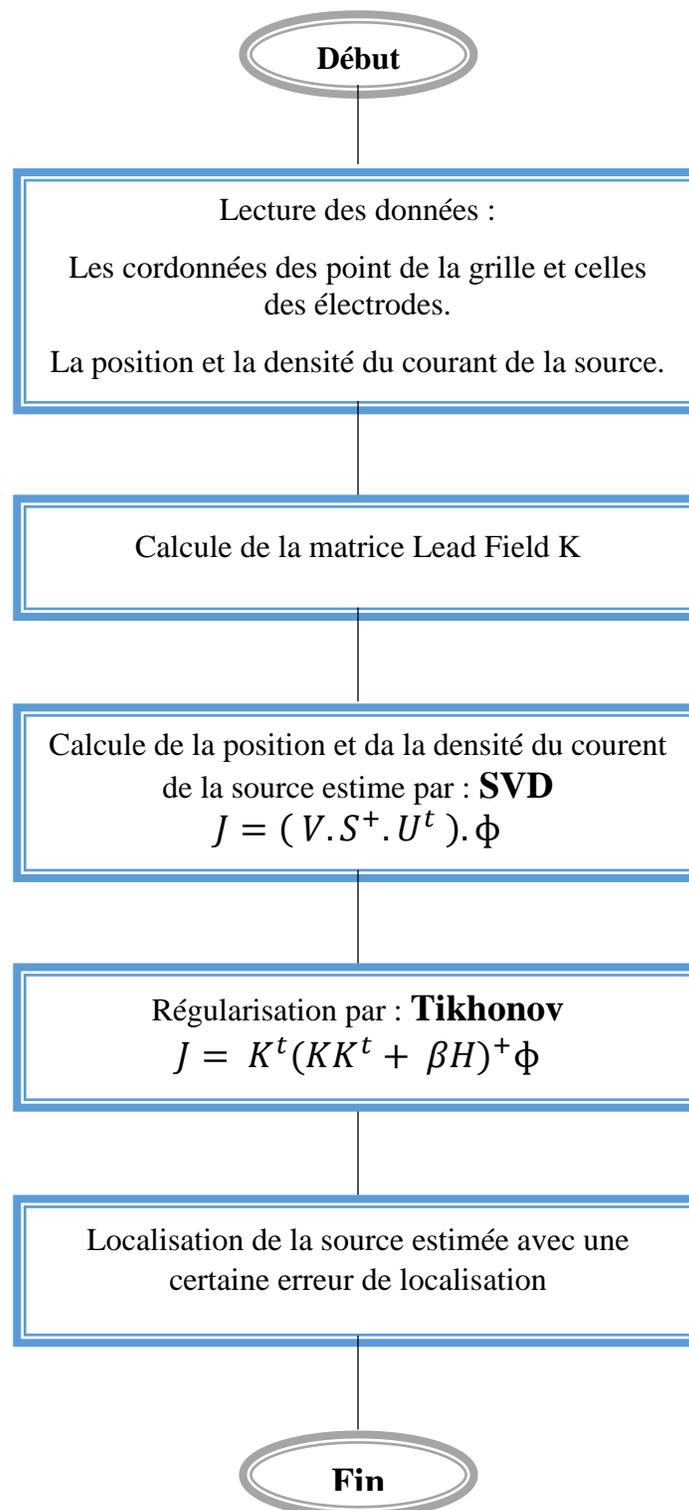


Figure IV-3 : schéma de l'algorithme des méthodes de solution SVD et TIKHONOV

II – Résultats et discussion

On calcule la matrice \mathbf{K} suivant les relations du chapitre II (PP : 41-42).

Et puis calcule de la solution selon la méthode de SVD :

$$\hat{\mathbf{J}} = (\mathbf{V} \cdot \mathbf{S}^+ \cdot \mathbf{U}^t) \cdot \phi \quad (\text{IV-2})$$

A cause de très petites valeurs propres, on procède à la SVD tronqué afin de les éliminées, alors on calcule de la solution selon la méthode de SVD_tr par :

$$\hat{\mathbf{J}} = (\mathbf{U}_P \cdot \mathbf{S}_P \cdot \mathbf{V}_P^t) \cdot \phi \quad (\text{IV-3})$$

Pour voir l'effet de la valeur de \mathbf{P} sur la solution par SVD, on prend différentes valeurs de \mathbf{P} et on calcule l'erreur de localisation selon l'équation (III-26)

p	Sources désirée	Sources estime	Erreur de la localisation
20	410	776	0.4716
	700	412	0.4114
100	410	521	0.2092
	700	617	0.1185
147	410	413	0.0072
	700	701	0.0014
148	410	5	0.9878
	700	2	0.9971

Tableau 1 : l'effet de la valeur de P sur la solution par SVD.

A partir de cette table on remarque que si \mathbf{P} augment l'erreur de la localisation des sources diminue, parce que nous avons pris la plus grande partie de l'information en tenant pas compte des très petites valeurs propres car celles-ci nous déstabilise la solution comme le montre la dernière ligne de tableau.

Enfin on régularise la solution selon la méthode de TIKHONOV :

$$\hat{\mathbf{J}} = \mathbf{K}^t (\mathbf{K}\mathbf{K}^t + \beta \mathbf{H})^+ \phi \quad (\text{IV-4})$$

Pour évaluer notre algorithme, on a pris différents sources désirés, on a entaché nos mesures par un bruit gaussien, ce bruit simule tous ce qu'il y'a comme bruit externe.

On calcule et on trace la position et la densité de courant de différents sources par les trois méthodes.

On prend comme exemple 1 la source désirée N°410.

La figure IV-4 représente la position de la source N°410.

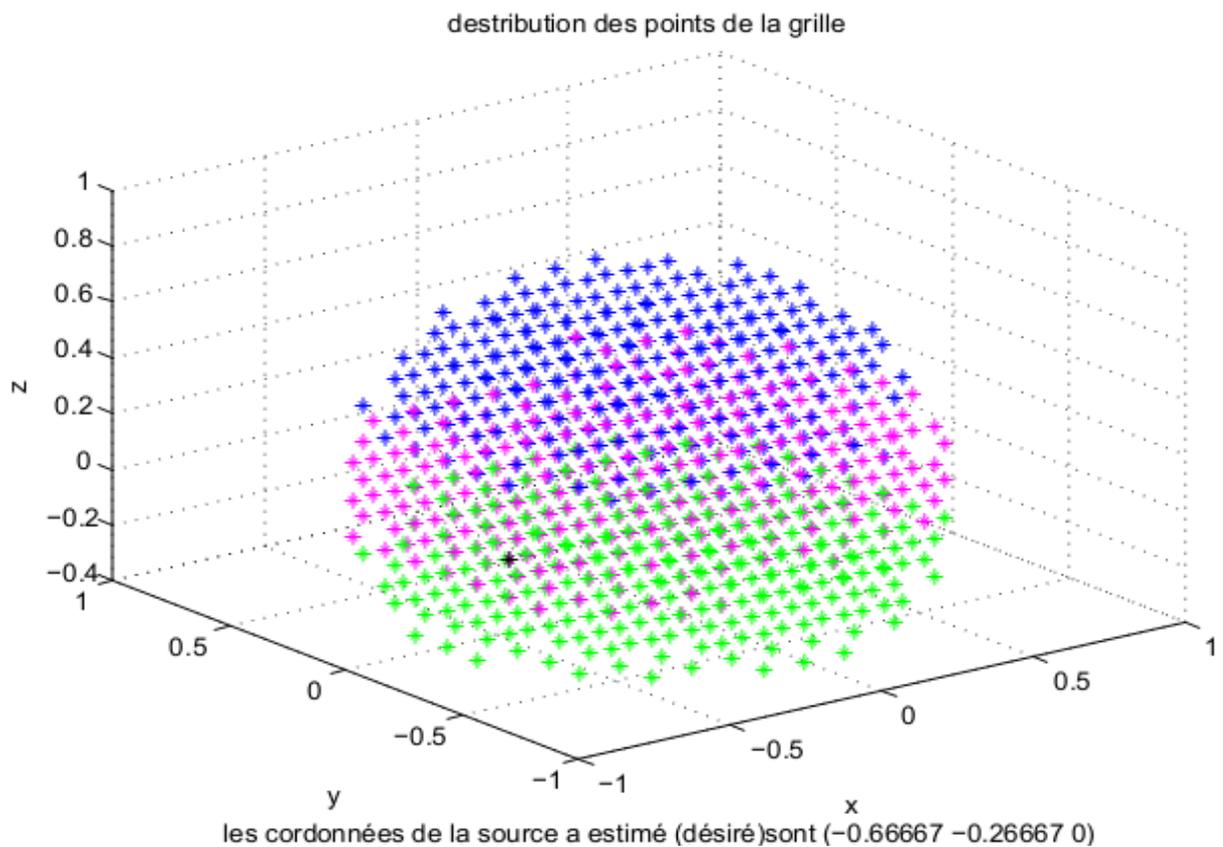


Figure IV-4 : Représentation 3D pour la source désirée N° 410

La figure IV-5 représente la position et la densité de courant de la source estimée N°410 par SVD.

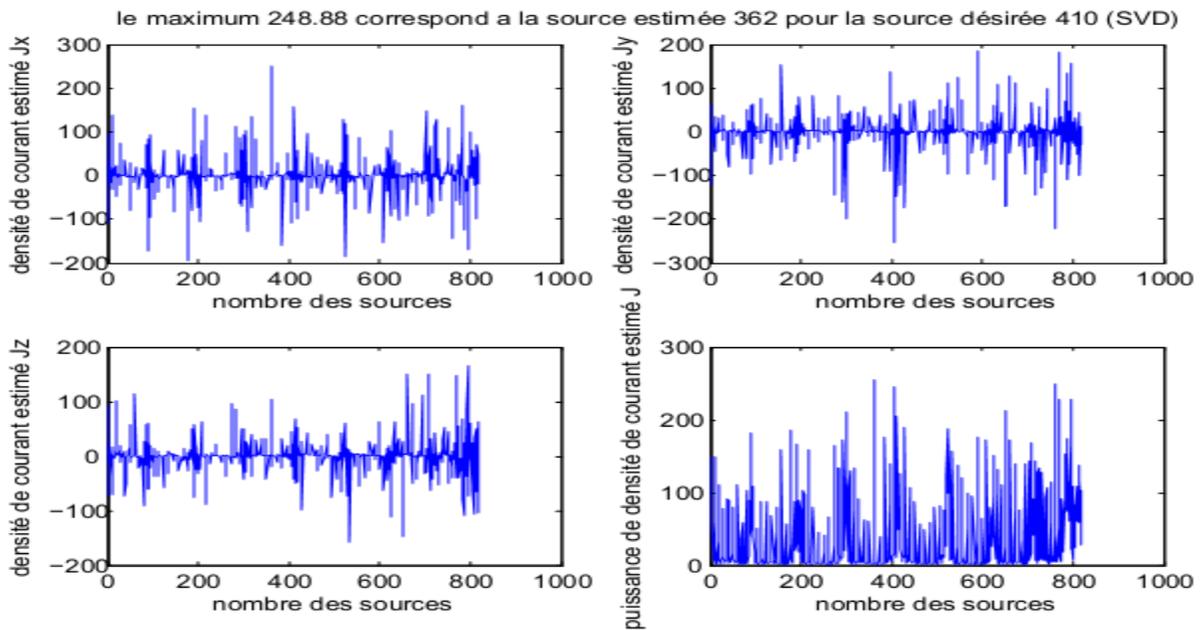


Figure IV-5 : La densité de courant et la position de la source estimée N°410

La figure IV-6 représente la position et la densité de courant de la source estimée N°410 par SVD_tr.

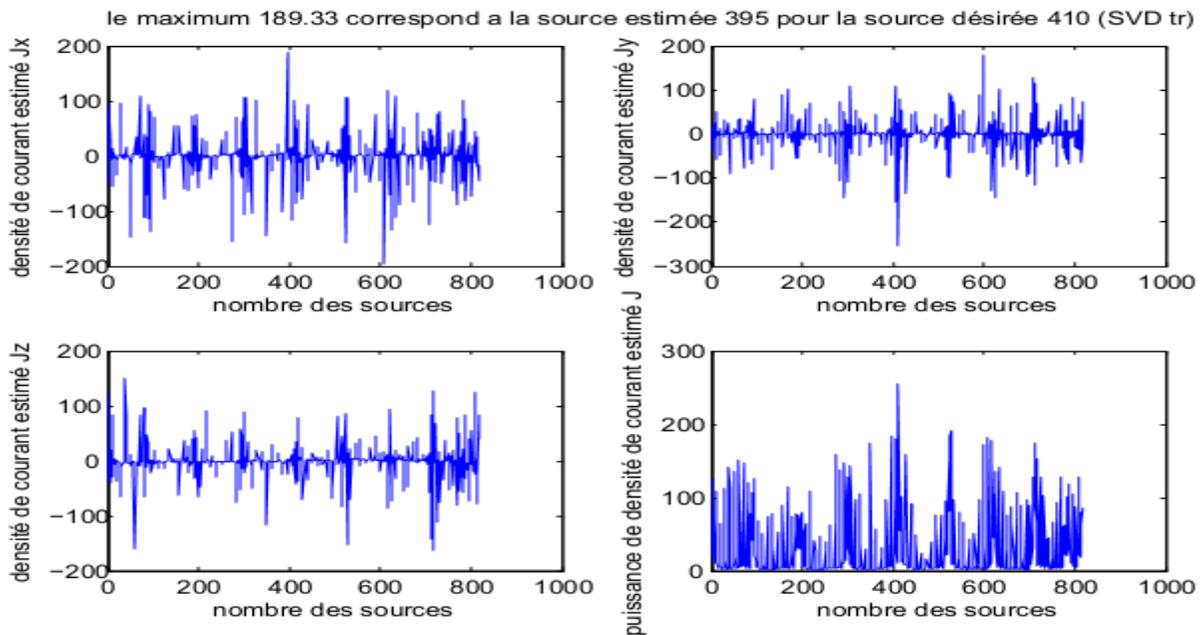


Figure IV-6 : La densité de courant et la position de la source estimée N°410

La figure IV-7 représente la position et la densité de courant de la source estimée N°410 par TIKHONOV.

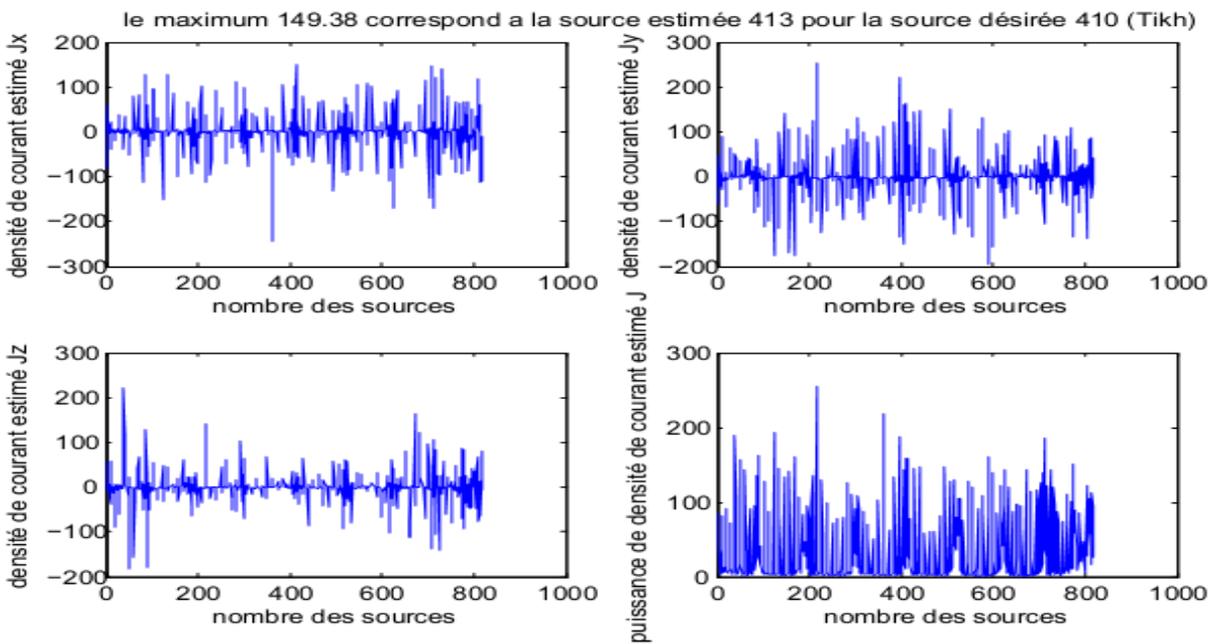


Figure IV-7 : La densité de courant et la position de la source estimée N°410
 Cette fois ci on prend comme exemple 2 la source désirée N°505.
 La figure IV-8 représente la position de la source N°505.

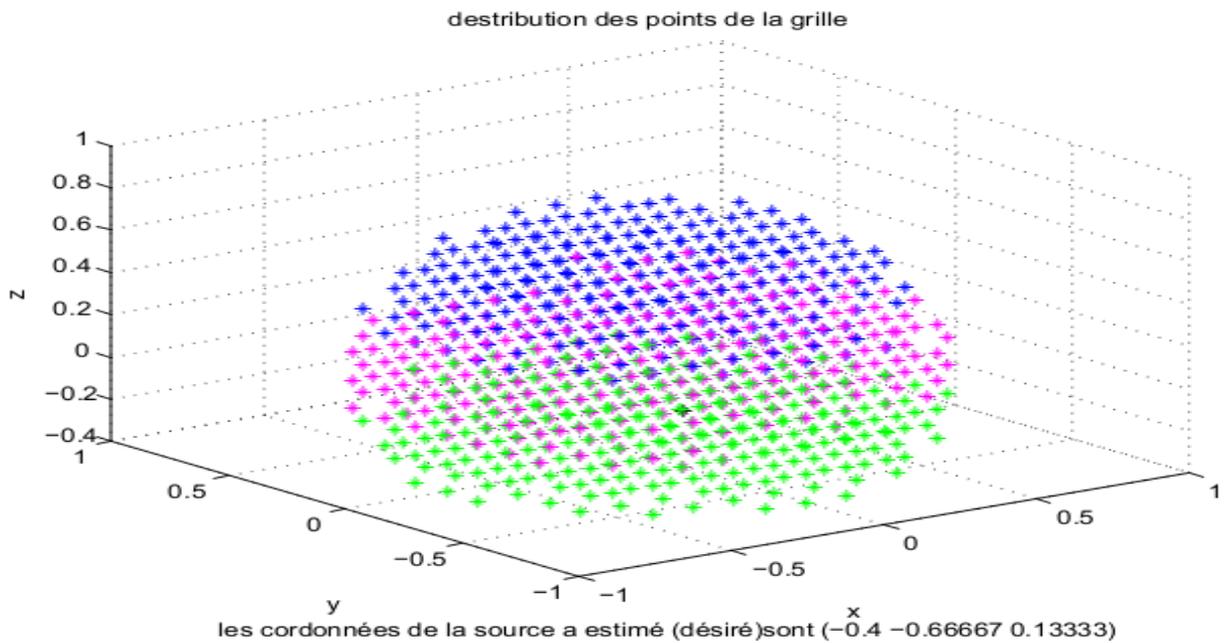


Figure IV-8 : Représentation 3D de la source désirée N°505

La figure IV-9 représente la position et la densité de courant de la source estimée N°505 par SVD.

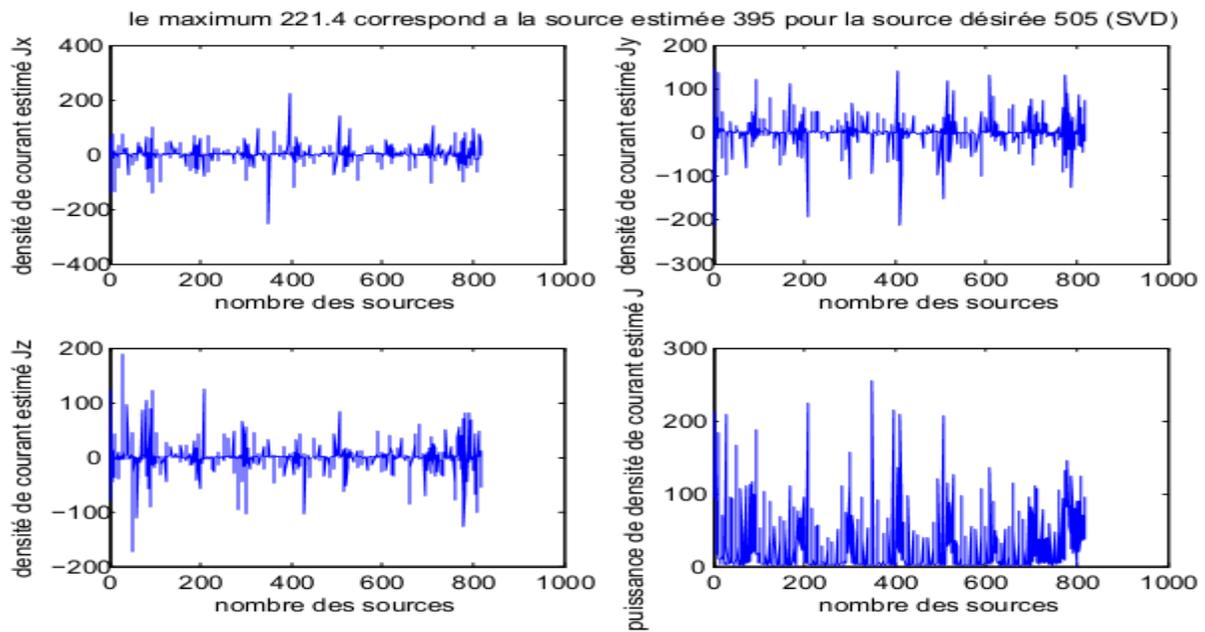


Figure IV-9 : La densité de courant et la position de la source estimée N°505

La figure IV-10 représente la position et la densité de courant de la source estimée N°505 par SVD_tr.

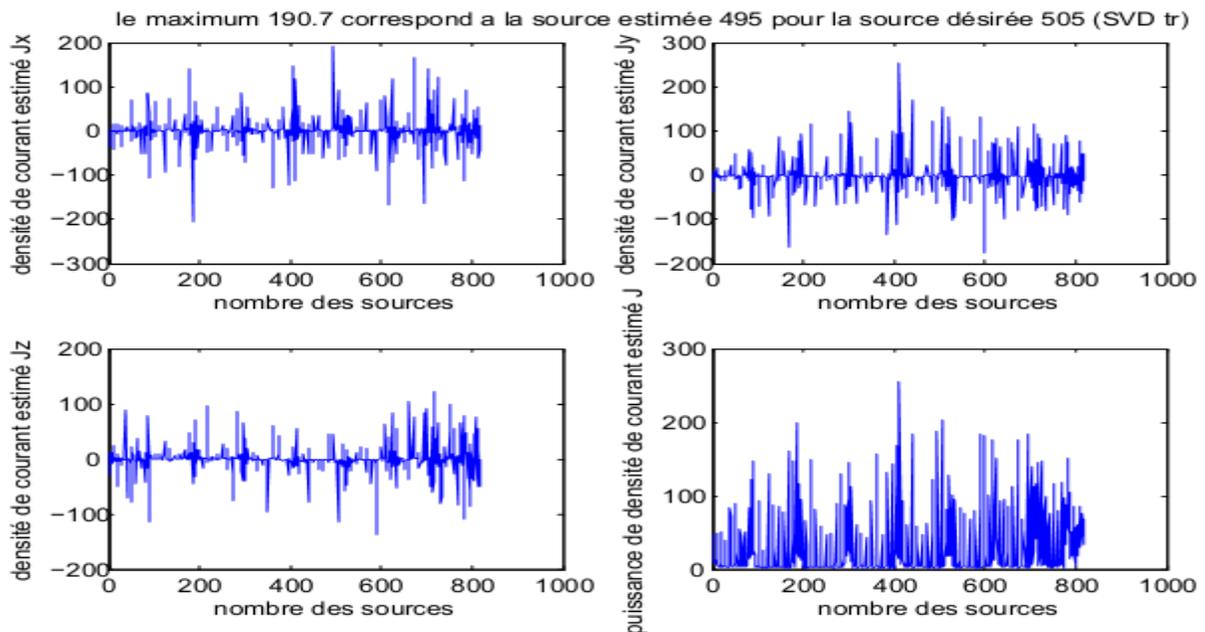


Figure IV-10 : La densité de courant et position de la source estimée N°505

La figure IV-11 représente la position et la densité de courant de la source estimée N°505 par TIKHONOV.

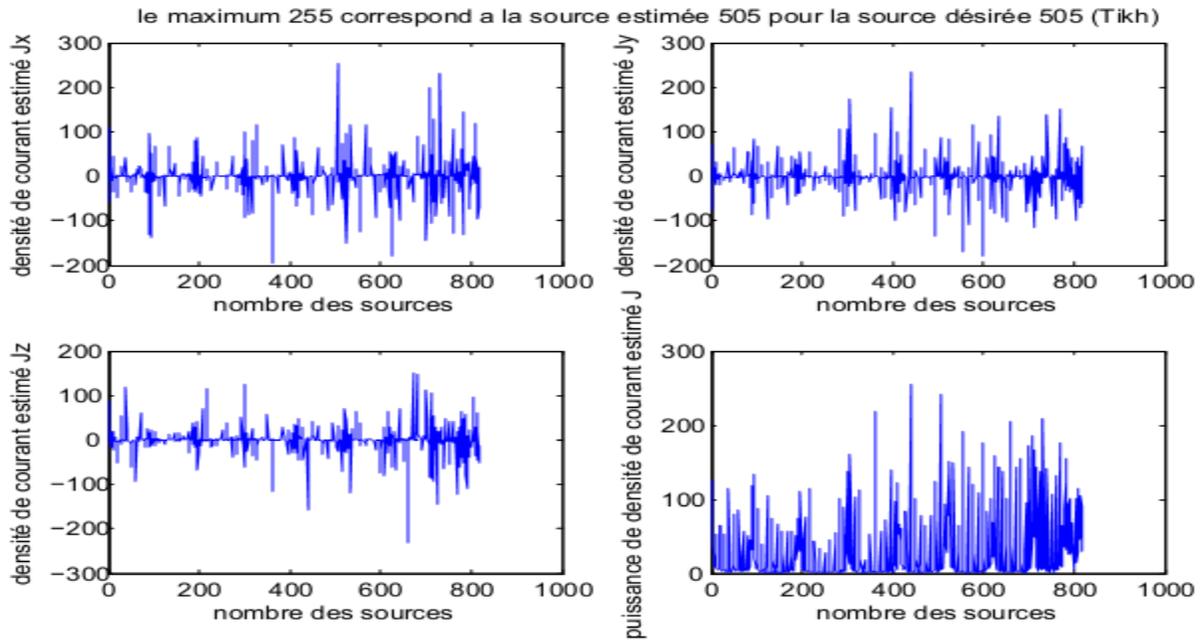


Figure IV-11 : La densité de courant et la position de la source estimée N°505

La table suivante présente une étude comparative des 3 méthodes: SVD, SVD_tr et SVD régularisé par la méthode TIKHONOV sur différentes sources dans différentes régions de la tête :

Source désirée	SVD		SVD_tr		TIKHONOV	
	Source estimée	Erreur de localisation	Source estimée	Erreur de localisation	Source estimée	Erreur de localisation
90	61	0.3222	90	0.0000	90	0.0000
300	300	0.0000	300	0.0000	300	0.0000
350	350	0.0000	350	0.0000	350	0.0000
410	362	0.1170	395	0.0365	413	0.0073
505	395	0.2178	495	0.0198	505	0.0000
600	617	0.0275	609	0.0150	609	0.0150
700	712	0.0168	701	0.0014	701	0.0014

Tableau 2 : comparaison des 3 méthodes SVD, SVD_tr et TIKHONOV.

Après le calcul de l'erreur de localisation selon l'équation (III-26) pour chaque source, on remarque que l'estimation des sources N°300, N°350 et N°700 par la méthode SVD donne un bon résultat avec une erreur de localisation nulle, alors que pour les sources N°90, N°410, N°505 et N°600 l'erreur de localisation n'est pas nulle à cause de leurs emplacements (sources profondes).

Par conséquent, l'utilisation de la méthode SVD_tr. On remarque que pour la source N°90 l'estimation est faite avec une erreur de localisation nulle, également pour les sources N°410, N°505 et N°600 l'erreur a diminué, mais l'estimation n'est pas très bonne.

Pour améliorer plus la localisation des sources N°410, N°505 et N°600, nous avons calculé l'estimation des sources par la méthode SVD régularisée par TIKHONOV, et nous avons obtenu une erreur de localisation plus petite.

III - Conclusion

Dans ce chapitre on a vu que lorsque les mesures ne sont pas bruitées on peut appliquer seulement la méthode SVD, mais en cas de mesures bruitées on peut appliquer soit la méthode SVD_tr ou bien la SVD régularisé par TIKHONOV.

On a vu aussi que cette dernière est la meilleure méthode en termes d'erreur dans la détermination de la localisation de l'activité cérébrale parce que le calcul est fait à travers toutes les valeurs propres, ainsi qu'elle est plutôt convenable à des mesures bruitées, ce qui est généralement le cas.



Chapitre IV

Conception



Chapitre III

La démonstration des méthodes
de la résolution

Chapitre II

Problème de localisation de
l'activité cérébrale

Chapitre I

Les techniques d'imagerie
fonctionnelle

Conclusion générale

Depuis l'avènement des enregistrements EEG, les progrès technologiques ont permis l'utilisation de cette technique comme outil d'investigation des fonctions cérébrales. Ainsi l'usage de l'EEG s'est intensifié tant en recherche fondamentale qu'en clinique. Les algorithmes de localisation de l'activité électrique cérébrale apparaissent alors comme des outils d'investigation puissants.

Nous avons investigué les deux méthodes de résolution le SVD et le SVD_{tr}, on a vu qu'elles sont efficaces pour la localisation de sources, mais quand il s'agit d'une étude de l'activité cérébrale sensible au bruit, cela conduit à une augmentation de l'erreur de la localisation de sources électriques cérébrales. Donc, nous avons appliqué la méthode de TIKHONOV et nous avons obtenu de bons résultats pour la localisation de sources, et l'erreur de localisation de l'activité cérébrale est diminuée et parfois nulle.

Nous pouvons dire que le SVD et le SVD tronqué sont des méthodes de résolution de problème inverse de bonne résolution, et l'introduction de la régularisation par Tikhonov est plus appropriée lorsque les mesures sont entachées de bruit et également quand les sources sont profondes comme perspective on peut changer le nombre des électrodes et voyant l'effet sur la résolution du problème inverse.

Références

- [1] Churchland P.S., et Sejnowski T.J., Perspectives on cognitive neuroscience, Science, November 1988.
- [2] Posner M.I., et Raichle M.E., Images of Mind, Images of the brain, Scientific American Library, New York, (PP: 1-28), 1994.
- [3] Savoy R., An introduction to fMRI, A one day workshop on functional MRI, Human Brain Mapping, Copenhagen, May 1997.
- [4] Pegna A.J., et al, Unraveling the cerebral dynamics of mental imagery, Human Brain Mapping, 1997.
- [5] Seeck M., et al, Non-invasive epileptic focus localization using EEG-triggered functional MRI and electromagnetic tomography, Electroencep, 1998.
- [6] Jean-Baptiste E., Comparaison de l'activité cérébrale de sujets "Rêveurs" et "Non-Rêveurs" pendant le sommeil et à l'éveil : Etudes en potentiels évoqués et en tomographie par émission de positons, L'Université Claude Bernard Lyon 1, août 2006.
- [7] Karima D, Modélisation de l'activité électrique du cœur et de sa régulation par le système nerveux autonome, université Paris sud 11, faculté de science d'Orsay, thèse de doctorat, 30 juin 2008, (P : 12).
- [8] Gilles H, Electro-encéphalogramme : bases électrophysiologiques, Université Paris VI, 2009.
- [9] Line G., Les bases physiques et physiologiques de La Magnétoencéphalographie et de l'Electroencéphalographie, Laboratoire de Neurosciences Cognitives et Imagerie Cérébrale CNRS-UPR640-LENA, (PP : 1-6).
- [10] Aurélie Campagne, méthodes de neuro imagerie Electroencéphalographie (EEG) et Magnétoencéphalographie (MEG), Université Pierre Mendès, France.

- [11] Line G, Imagerie Cérébrale Fonctionnelle : Techniques et applications, laboratoire de Neurosciences Cognitives & Imagerie Cérébrale, 2001.
- [12] Bernard P, Electro-encéphalogramme : bases électrophysiologies, Université Paris VI, 2008.
- [13] Berger H., Auber des électroencéphalogrammes des Mencken, archive faur Psychiatrie and Nervenkrankheiten, 98, 231, 14 articles ont été publiés dans cette série entre 1929 et 1938.
- [14] Jasper H. H., the 10-20 electrode system of the international federation, Electronceph clin neurophysiology, (P: 10).
- [15] Anne-Karine Gauthier, Étude de l'EEG quantifié en éveil et en sommeil chez des adolescents présentant un trouble anxieux, Université de Montréal, Département de psychologie, Faculté des arts et sciences, (PP : 25-26), Septembre 2010.
- [16] Michel C.M., Dynamic Functional Brain Mapping: spatio-temporal activity analysis of the electric activity of the human brain, Université de Genève, Juin 1997.
- [17] Lehmann D., et Skrandies W., Reference-free identification of components of checkerboard-evoked multichannel potential fields, Electroencephal. CLin. Neurophysiology, 1980.
- [18] Brandeis D. & Lehmann D., Spatial map features for accurate description of topographic change, Brain Topography, 1990.
- [19] Lehmann D., Principles of spatial analysis, in: Methods of Analysis of Brain Electrical and Magnetic Signals, 1987.
- [20] Strik W.K. & Lehmann D., Data determined window size and space oriented segmentation of spontaneous EEG map series, Electroenceph. Clin. Neurophysiol, (PP: 169-174), 1993.
- [21] Pascual-Marqui R.D., et al, Segmentation of brain electrical activity into microstates: model estimation and validation, IEEE Trans. Biomed. Eng., (PP: 658-665), 1995.
- [22] Boberly A.A., et al, Sleep deprivation: Effect on sleep stages and EEG power density in man, Electroenceph. Clin. Neurophysiol., (PP: 483-467), 1981.
- [23] Lehmann D. et Michel C.M., Intracerebral dipole source localization for FFT power maps, Electroenceph. andl clinical Neurophysiol, (PP: 271-276), 1990.

- [24] Wood C.C., Human Brain Mapping in Both time and space, Human Brain Map, (PP: 3-5), 1994.
- [25] Rush S. et Driscoll D. A., Current distribution in the brain from surface electrodes, Anesth. Analg, (PP: 717-723), 1968.
- [26] Mosher J. C. et al, EEG and MEG: forward solutions for inverse methods, IEEE Trans. Biomed. Eng., (PP: 245-259), 1999.
- [27] Maha Farah, Problèmes inverses de sources et lien avec l'électro-encéphalographie, université de Nice Sophia-Antipolis, (PP : 30-31), Juin 2007.
- [28] Marin, G., Utilisation de la méthode des éléments finis pour le calcul des champs électromagnétiques à l'aide d'un modèle réaliste de tête en MEG et EEG", Université Paris XI, 1997.
- [29] Hämäläinen M.S., et Ilmoniemi R.J., Interpreting measured magnetic fields of the brain: estimated of current distributions, University Helsinki, (P: 28), 1984.
- [30] Hämäläinen M.S. et Ilmoniemi R.J., Interpreting measured magnetic fields of the brain: minimum norm estimates, Med. & Biol. Eng. & Comput. University Helsinki, (PP: 25-42), 1994.
- [31] Pascual-Marqui R.D. et al, Low resolution electromagnetic tomography: a new method for localizing electrical activity in the brain, Int. J Psychophysiology., (PP: 49-65), 1994.
- [32] Klema V. C. et Laub A. J., The singular value decomposition: its computation and some applications, IEEE Transactions on Automatic Control 25, (PP:164-176), 1980.
- [33] Bounneche M. D., Réduction des données pour le traitement d'images, université Constantine, 2009, (P : 28).
- [34] Desbat L. ET Girard D., The "minimum reconstruction error" choice of regularization parameters some more efficient methods and their application to deconvolution problems, SIAM J. Sci. Compute., (1995).
- [35] Menke W., Geophysical data Analysis: Discrete Inverse Theory, Int. Geophysics Series, 1989.
- [36] <http://www.dacya.ucm.es/apascual>

