

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministère de l'enseignement Supérieur et de la Recherche scientifique



Université Mohamed Khider Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Electrique
Filière : Electrotechnique
Option : **Commande Electrique**

Réf:.....

**Mémoire de Fin d'Etudes
En vue de l'obtention du diplôme:**

MASTER

Thème

Calcul Analytique des Pertes dans les Matériaux Supraconducteurs
à Haute Température Critique (SHTc)

Présenté par :
Rouahna Farhat
Soutenu le : 05 Juin 2012

Devant le jury composé de :

Mr Mimoun Soury Mohamed
Mr Khene Mohamed Lotfi
Mr Alloui Lotfi

Prof.
MA.A
MC.A

Président
Encadreur
Examineur

Année universitaire : 2011 / 2012

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministère de l'enseignement Supérieur et de la Recherche scientifique



Université Mohamed Khider Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Electrique
Filière : Electrotechnique
Option : Commande Electrique

Mémoire de Fin d'Etudes
En vue de l'obtention du diplôme:

MASTER

Thème

Calcul Analytique des Pertes dans les Matériaux Supraconducteurs
à Haute Température Critique (SHTc)

Présenté par :

Rouahna Farhat

Avis favorable de l'encadreur :

Khene Mohamed Lotfi

signature

Avis favorable du Président du Jury

Mimoun Soury Mohamed

Signature

Cachet et signature

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministère de l'enseignement Supérieur et de la Recherche scientifique



Université Mohamed Khider Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Electrique
Filière : Electrotechnique
Option : **Commande Electrique**

Thème :

Calcul Analytique des Pertes dans les Matériaux Supraconducteurs
à Haute Température Critique (SHTc)

Proposé par : Rouahna Farhat

Dirigé par : Khene Mohamed Lotfi

RESUME (bilingues)

Résumé

La découverte des supraconducteurs dits à haute température critique en 1986 a suscité un grand intérêt nouveau pour ces matériaux. Leur utilisation en électrotechnique peut être sérieusement envisagée dans des domaines tels que la production, le transport, le stockage d'énergie, etc. dans le domaine de puissance, on envisage l'utilisation des supraconducteurs pour, entre autre, la fabrication des câbles, de machines ou de limiteurs de courant.

L'étude des pertes dans les matériaux supraconducteurs est nécessaire à la mise au point d'application dans le domaine de l'électrotechnique. De nombreux travaux ont déjà porté sur le calcul de ces pertes.

Dans notre travail, nous avons utilisé une méthode analytique pour le calcul des pertes dans une plaque supraconductrice et un tube supraconducteur. Ce calcul est basé sur un modèle propre basé par C. P. Bean dans les années 60. Ce modèle donne une relation simplifier entre le champ électrique et la densité de courant, dans les matériaux supraconducteurs.

المخلص :

منذ اكتشاف المواد فائقة الناقلية أين درجة الحرارة الحرجة لديها عالية من طرف Johannes Bednorz و Karl Müller سنة 1986 انطلقت الأبحاث بشكل مكثف في ميدان المواد (فائقة الناقلية) وخاصة في الميدان الصناعي.

من أهم استعمالات هذه المواد في الكهرباء التقنية نجد : (نقل الطاقة الكهربائية، التخزين المغناطيسي للطاقة، صناعة المحركات الكهربائية، صناعة المحولات الكهربائية، الرفع المغناطيسي...).
قمنا في عملنا هذا باستخدام الطريقة التحليلية لحساب الضياعات في صفيحة فائقة الناقلية، وأيضا أنبوب وأسطوانة (فائقنا الناقلية) خاضعتان إلى حقلها الخاص المتولد من سريان التيار الكهربائي فيهما ومن ثم خاضعتان لحقل خارجي متغير، وهذه الحسابات مبنية على نموذج Bean حيث يعطي هذا النموذج علاقة مبسطة بين الحقل الكهربائي وكثافة التيار في المواد (فائقة الناقلية).

Dédicace

Je dédie ce modeste travail :

Premièrement à Dieu tout puissant pour la volonté, la santé, et la patience, qu'il nous a données durant toutes ces années d'étude.

Nous exprimons nos profondes gratitudees à mes très chers parents pour leurs encouragements, leur soutien et pour les sacrifices qu'ils ont endurés.

A mes chères sœurs et frères .

A mes chères tantes.

A mes oncles

Mes cousins

A toute La famille : Rouahna..

A tout mes amis

A mes camarades de classe

A tous mes professeurs : qu'ils sont m'enseigner et guider dans mes études.

A tout qu'ils sont proche de moi.

Farhat Rouahna

Remerciement

Nous tenons à remercier tout d'abord et avant tous 'Dieu tout grand'.

Nous tenons à remercier chaleureusement tous se qui avait la main,
De près ou de loin pour la mise en œuvre de ce fruit intellectuelle.

Un grand honneur, un grand remerciement particulièrement à mon encadreur
Mr. Khene Mohamed Lotfi, et nous à fait preuve de bon foi pour ces directives
et ces remarques, sincèrement il nous à aidé achevé ce présent mémoire.

Un grand remerciement à **Pr. Mimoun Souri Mohamed** à son aide et
Pour sa disponibilité qu'il soit assuré de notre plus profonde reconnaissance.

Nous profonds remerciement à **Mr Alloui Lotfi**.
Pour leur soutient remarquable qui nous à donnés cette volonté.

nous remercions chaleureusement l'ensemble des amis et collègues
qui ont contribués à l'aboutissement de notre travaille.

Je remercie évidemment **toute ma famille**, merci pour votre support.

Liste des Tableaux

CHAPITRE I

Tableau I. 1 : Evénements ayant marqué l'histoire de la supraconductivité	4
Tableau I. 2 : Supraconducteurs à basse température (SBTc).....	14
Tableau I. 3 : Supraconducteurs à haute température critique (SHTc).....	14

Liste des figures

CHAPITRE I

Fig. I. 1 : La variation de la résistance électrique à $T = 4.2 \text{ K}$	3
Fig. I. 2 : a) : Illustration de l'effet Meissner.....	6
b) : mise en évidence expérimentale	6
Fig. I. 3 : Comparaison entre un conducteur parfait et un supraconducteur de type I lors d'un refroidissement sous champ	7
Fig. I. 4 : comparaison entre un conducteur parfait et un supraconducteur lors d'un refroidissement hors champ	8
Fig. I. 5 : a) Diagramme des phases d'un Supraconducteur de type I.....	16
b) Dépendance de l'aimantation avec l'excitation magnétique d'un Supraconducteur de type I.....	16
Fig. I. 6 : a) Diagramme des phases d'un supraconducteur de type II.....	17
b) Dépendance de l'aimantation avec l'excitation magnétique d'un Supraconducteur de type II.....	17
Fig. I. 7 : Aimantation d'un supraconducteur de type II.....	17
Fig. I. 8 : Surface critique.....	18
Fig. I. 9 : Diagramme des Phases des matériaux supraconducteurs.....	19
Fig. I. 10 : Distribution du courant un supraconducteur de type I.....	20
Fig. I. 11 : Distribution du courant dans un supraconducteur de type II en phase de Shubnikov. Le courant circule dans tout le volume et en particulier à travers la zone "London" des vortex	20
Fig. I. 12 : Force F_v exercées sur les vortex d'une plaque Supraconducteur de type II par la densité de courant J qui la parcourt	20
Fig. I. 13 : Pénétration des vortex dans le supraconducteur.....	21
Fig. I. 14 : Evolution de la température critique dans les nouveaux supraconducteurs suite à leur découverte.....	23
Fig. I. 15 : Train à lévitation magnétique.....	25
Fig. I. 16 : L'imagerie médicale.....	26

Fig. I. 17 : Vue d'un tokamak.....	27
Fig. I. 18 : Limiteur de Courant	28

CHAPITRE II

Fig. II. 1 : Caractéristique E(J) basée sur le Modèle de Bean.....	37
--	----

CHAPITRE III

Fig. III. 1 : Plaque supraconductrice soumise à un champ magnétique extérieur	40
Fig. III. 2 : Distributions de B, J et E à l'intérieur d'une plaque supraconductrice soumise à un champ magnétique extérieur variable en pénétration incomplète.....	44
Fig. III. 3 : Distributions de B dans la plaque, cas $B_0 = B_{max}$	45
Fig. III. 4 : Distributions de B, J et E à l'intérieur d'une plaque supraconductrice soumise à un champ magnétique extérieur variable en pénétration complète.....	48
Fig. III. 5 : Les pertes en fonction de B_{max} pour $f=50\text{Hz}$	51
Fig. III. 6 : Les pertes en fonction de B_{max} pour différents valeurs de fréquence	52
Fig. III. 7 : les pertes en fonction de B_{max} pour $a = 5 \text{ mm}$	52
Fig. III. 8 : les pertes en fonction de B_{max} pour $a = 20 \text{ mm}$	53
Fig. III. 9 : les pertes en fonction de B_{max} pour $a = 35 \text{ mm}$	53
Fig. III. 10 : les pertes en fonction de B_{max} pour différents valeurs de a.....	54
Fig. III. 11 : les pertes en fonction de B_{max} pour $J_c = 1.10^8 \text{ A/m}^2$	54
Fig. III. 12 : les pertes en fonction de B_{max} pour $J_c = 9.10^8 \text{ A/m}^2$	55
Fig. III. 13: les pertes en fonction de B_{max} pour différents valeurs de J_c	55
Fig. III. 14 : les pertes en fonction de B_{max} pour différents valeurs des fréquences.....	57
Fig. III. 15: les pertes en fonction de B_{max} pour différents valeurs de a.....	57
Fig. III. 16 : les pertes en fonction de B_{max} pour différents valeurs de J_c	58

CHAPITRE IV

Fig. IV. 1 : Cylindre supraconducteur parcouru par un courant.....	59
Fig. IV. 2 : Répartition de J et B lors de la première montée du courant dans un cylindre alimenté par un courant $i(t)$	61
Fig. IV. 3 : Répartition de J dans un supraconducteur alimenté par un courant $i(t)$ en Régime permanent	62
Fig. IV. 4 : Tube cylindrique supraconducteur	66
Fig. IV. 5 : les pertes en fonction de I_{\max} pour différents valeurs de R_{int}	70
Fig. IV. 6 : les pertes en fonction de I_{\max} pour une fréquence 50 Hz	70
Fig. IV. 7 : les pertes en fonction de I_{\max} pour différents valeurs des fréquences.....	71
Fig. IV. 8 : les pertes en fonction de I_{\max} pour différents valeurs de h	71
Fig. IV. 9 : les pertes en fonction de I_{\max} pour différents valeurs de I_c	72
Fig. IV. 10 : Distributions de B dans un cylindre, cas $B_0 = B_{\max}$	75
Fig. IV. 11 : les pertes en fonction de B_{\max} pour $f = 50$ Hz.....	80
Fig. IV. 12 : les pertes en fonction de B_{\max} pour différents valeurs des fréquences	80
Fig. IV. 13 : les pertes en fonction de B_{\max} pour $R = 5$ mm.....	81
Fig. IV. 14 : les pertes en fonction de B_{\max} pour $R = 20$ mm.....	81
Fig. IV. 15 : les pertes en fonction de B_{\max} pour $R = 35$ mm.....	82
Fig. IV. 16 : les pertes en fonction de B_{\max} pour différents valeurs de R	82
Fig. IV. 17 : les pertes en fonction de B_{\max} pour $J_c = 1.10^8$ A/m ²	83
Fig. IV. 18 : les pertes en fonction de B_{\max} pour $J_c = 9.10^8$ A/m ²	83
Fig. IV. 19 : les pertes en fonction de B_{\max} pour différents valeurs de J_c	84
Fig. IV. 20 : les pertes en fonction de B_{\max} pour différents valeurs des fréquences.....	87
Fig. IV. 21 : les pertes en fonction de B_{\max} pour $R = 5$ mm.....	87
Fig. IV. 22 : les pertes en fonction de B_{\max} pour $R = 22$ mm.....	88
Fig. IV. 23 : les pertes en fonction de B_{\max} pour $R = 35$ mm.....	88
Fig. IV. 24 : les pertes en fonction de B_{\max} pour différents valeurs de R	89
Fig. IV. 25 : les pertes en fonction de B_{\max} pour différents valeurs de J_c	89

Sommaire

INTRODUCTION GÉNÉRALE.....	1
 CHAPITRE I : GÉNÉRALITÉS SUR LES MATÉRIAUX SUPRACONDUCTEURS	
I. 1 Introduction	3
I. 2 Historique de la Supraconductivité.....	3
I. 3 Principales Caractéristiques Remarquables des Matériaux Supraconducteurs.....	5
I. 4 Supraconducteur et Conducteur Parfait.....	7
I. 5 Les Paramètres Spécifiques des Supraconducteurs.....	9
I. 5. 1 Longueurs caractéristiques.....	9
I. 5. 2 Longueurs de cohérence.....	9
I. 5. 3 Profondeur de pénétration.....	10
I. 6 Les Modèles Théoriques.....	11
I. 6 . 1 Théories de F et H. London.....	11
I. 6 .2 Théorie de Ginzburg-landau.....	12
I. 6. 3 Théorie BCS.....	12
I. 7 Les Grandeurs Critiques	13
I. 7. 1 Température critique T_c	13
I. 7. 2 Champ magnétique critique	15
I. 7. 3 Densité de courant critique.....	18
I. 7. 4 Surface critique.....	18
I. 8 Diagrammes des Phases d'un Supraconducteur	19
I. 9 Passage du Courant dans un Fil Supraconducteur de Type II.....	19
I. 9. 1 Répartition du courant dans un fil.....	19
I. 9. 2 Mouvement des vortex dans un fil parcouru par un courant.....	20
I. 9. 3 Pénétration des vortex dans le supraconducteur.....	21
I. 10 Les Supraconducteurs à Haute Température Critique.....	21
I. 11 Utilisation des Supraconducteurs à Haute Température Critique.....	23
I. 12 Applications des Supraconducteurs	24
I. 12. 1 Les trains à lévitation magnétique	24
I. 12. 2 Les applications médicales.....	25

I. 12. 3 Les tokamaks.....	26
I. 12. 4 Machines tournantes	27
I. 12. 5 Câbles de transport.....	27
I. 12. 6 Stockage d'énergie.....	28
I. 12. 7 Limitation de courant.....	28
I. 13 Conclusion.....	29

CHAPITRE II : FORMULATIONS MATHÉMATIQUES DES PHÉNOMÈNES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

II. 1 Introduction.....	30
II. 2 Équation de Maxwell.....	30
II. 3 Formulation des Équations Électromagnétiques.	32
II. 3. 1 Modèle électrostatique.....	32
II. 3. 2 Le modèle électrocinétique.....	33
II. 3. 3 Modèle magnétostatique.....	33
II. 3. 4 Modèle magnétodynamique.....	35
II. 4 Le Modèle de L'état Critique de Bean.....	36
II. 5 Le Modèle de Puissance (J^n)	38
II. 6 Conclusion.....	38

CHAPITRE III : CALCUL DES PERTES DANS UNE PLAQUE SUPRACONDUCTRICE

III. 1 Introduction.....	39
III. 2 Pertes en Régime Variable Périodique dans les Supraconducteurs.....	39
III. 3 Calcul des Pertes dans une Plaque Infiniment Longue Soumise à un Champ Magnétique Extérieur Variable Longitudinal.....	39
III. 3. 1 Pénétration incomplète de l'induction dans la plaque.....	44
III. 3. 2 Pénétration complète de l'induction dans la plaque.....	48
III. 3. 3 Facteur de pertes.....	50
III. 3. 3. 1 En pénétration incomplète.....	50
III. 3. 3. 2 Résultats de simulation et interprétation.....	51
III. 3. 3. 3 En pénétration complète.....	56
III. 3. 3. 4 Résultats de simulation et interprétation.....	56

III. 4 Conclusion.....58

**CHAPITRE IV: CALCUL DES PERTES DANS UN CYLINDRE
SUPRACONDUCTEUR**

IV. 1 Introduction.....59

IV. 2 Pertes en Régime Variable dans un Cylindre Supraconducteur Soumis à son Champ Magnétique Propre.....59

IV. 3 Pertes en Régime Variable dans un Tube Cylindrique Supraconducteur Soumis à son Champ Magnétique Propre (cas générale : le rayon intérieure est variable).....65

 IV. 3. 1 Résultats de simulation et interprétation.....69

IV. 4 Calcul des Pertes dans un Cylindre Supraconducteur Soumis à un Champ Magnétique Extérieur Longitudinal Variable Périodique.....72

 IV. 4. 1 En pénétration incomplète de l'induction dans le cylindre.....74

 IV. 4. 1. 1 Résultats de simulation et interprétation.....79

 IV. 4. 2 En pénétration complète de l'induction dans le cylindre.....84

 IV. 4. 2. 1 Résultats de simulation et interprétation.....86

IV. 5 Conclusion.....90

CONCLUSION GÉNÉRALE.....91

BIBLIOGRAPHIE.....92

Introduction Générale :

La découverte des supraconducteurs à haute température critique (SHTc) par Johannes Bednorz et Karl Müller du laboratoire de recherche IBM de Zurich en 1986 a permis le transfert des technologies basées sur les supraconducteurs à basse température critique (BTC) sur les supraconducteurs (SHTc) et d'étendre les applications des matériaux supraconducteurs. L'intérêt de ces céramiques HTC réside principalement dans la réduction du coût des installations cryogéniques nécessaires à leur fonctionnement et dans l'amélioration des performances des dispositifs [1] [2].

L'utilisation des supraconducteurs (SHTc) présente de large perspectives d'application en électrotechnique (aimants pour l'instrumentation scientifique et l'imagerie par résonance magnétique nucléaire (RMN), stockage magnétique de l'énergie, transport à grande vitesse par lévitation magnétique, câbles de transport d'énergie électrique...) et en électronique (dispositifs SQUID sensibles à la variation de champ magnétique et capables de détecter de très faibles courants et tensions, résonateurs pour filtres et oscillateurs, composants logiques présentant des fréquences d'horloge et une consommation d'énergie plus intéressantes que les semi-conducteurs, transistors à effet de champ, détecteurs et générateurs de radiofréquences..).

L'objectif de notre travail est de calculer les pertes dans deux dispositifs supraconducteurs, il s'agit d'une plaque supraconductrice soumise à un champ magnétique extérieur, et un tube supraconducteur soumis à son champ propre pour le premier cas et soumis à un champ magnétique extérieur pour le deuxième cas.

Pour calculer les pertes, nous utilisons une méthode analytique basé sur les équations de Maxwell et le modèle de Bean.

Ainsi, notre travail sera organisé de la manière suivante :

Le premier chapitre sera consacré à l'historique et le principe de la supraconductivité ainsi les théories des matériaux supraconducteurs et leur développement avec la présentation de quelle que application de matériaux supraconducteurs dans le domaine d'électrotechnique.

Le deuxième chapitre sera consacré à un rappel sur les équations mathématiques en électromagnétique plus précisément les équations de Maxwell et leurs interprétations physiques ainsi que le modèle de l'état critique de Bean.

Dans le troisième chapitre nous présentons la méthode analytique pour calculer les pertes dans une plaque infiniment longue soumise à un champ magnétique extérieur variable longitudinal pour le cas d'une pénétration incomplète puis une pénétration complète de l'induction magnétique ainsi nous présentons les résultats obtenu par notre programme sous l'environnement MATLAB.

Dans le quatrième chapitre nous présentons le développement des calculs de pertes à l'aide du modèle de Bean pour un cylindre et un Tube cylindrique soumis à son champ magnétique propre, et soumise à un champ magnétique extérieur pour le cas d'une pénétration incomplète puis complète de l'induction magnétique ainsi que les résultats de simulation.

Enfin, nous tirons une conclusion générale résumant notre travail et nous proposons quelques suggestions futures.

I. 1 Introduction

Beaucoup de corps, conducteurs ou non à température ordinaire, deviennent supraconducteurs à basse température : leur résistance électrique tombe à des valeurs extraordinairement basses, non mesurables en pratique, ce qui permet des densités de courant énormes (de l'ordre de 10^{11} A/m², pour certains composés) sans pertes ohmiques appréciables. Cette propriété en fait des vecteurs idéaux du courant électrique, avec d'ores et déjà beaucoup d'applications industrielles, et peut-être encore plus dans l'avenir si la supraconductivité à "haute" température devient utilisable [Kh, Ma, Pi, Ra, Ta]. Il conviendrait donc d'adapter les outils de calcul numérique des champs à la présence de supraconducteurs [3]. Dans ce chapitre on va présenter les propriétés, les caractéristiques et les applications de ces matériaux.

I. 2 Historique de la Supraconductivité

La supraconductivité a été découverte en 1911 par H. Kamerlingh Onnes dans le mercure, à 4.2 K. Elle se manifeste par une disparition brutale de la résistance électrique en dessous d'une certaine température critique T_c (figure I. 1). Cette découverte fait suite aux travaux de H. Kamerlingh Onnes sur les propriétés de la matière à très basse température, qui l'ont amené à réussir le premier la liquéfaction de l'hélium, et pour lesquels il reçoit le prix Nobel de physique en 1913 [4].

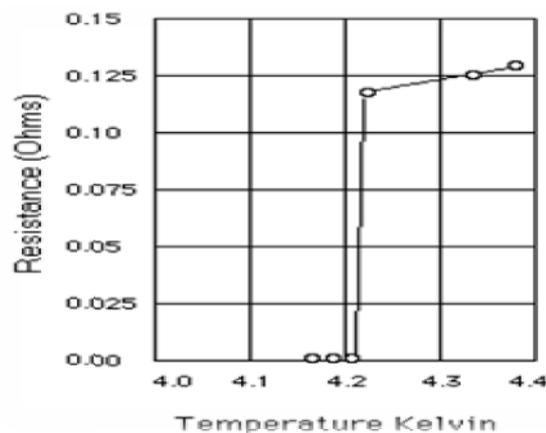


Fig. I. 1 : La variation de la résistance électrique à $T = 4.2$ K [5].

C'est en 1933 que Meissner et Ochsenfeld découvrent la deuxième signature des supraconducteurs : le diamagnétisme. Un supraconducteur soumis à un champ magnétique extérieur l'expulse de son volume. Les recherches sur la supraconductivité se sont poursuivies et de nombreuses théories essayant d'expliquer le phénomène ont vu le jour, mais ce n'est qu'en 1957 qu'une théorie parvint à expliquer le phénomène de manière convaincante : la théorie de Bardeen, Cooper et Schrieffer (BCS). La plus haute température en dessous de laquelle la supraconductivité existait alors était de l'ordre de 23 K avec un alliage à base de niobium [6].

En 1986, une révolution dans le monde de la supraconductivité arriva. Berdnoz et Müller découvrent que certaines céramiques à base d'oxyde de cuivre deviennent supraconductrices, et ce, jusqu'à des températures de l'ordre de 100 K. La température de l'azote liquide étant dépassée, les activités de recherche autour de cette supraconductivité dite à « haute température critique » se multiplient. La supraconductivité a déjà donné lieu à quatre prix Nobel. Le tableau suivant indique les dates importantes dans la recherche autour de la supraconductivité [6] :

Année	Faits ayant marqué la recherche autour de la supraconductivité
1908	Liquéfaction de l'hélium par K. Onnes
1911	Découverte de la supraconductivité par K. Onnes et G. Holst sur un échantillon de mercure dans un bain d'hélium liquide
1913	Échec du premier aimant supraconducteur
1933	Mise en évidence du diamagnétisme des supraconducteurs par Meissner et Ochsenfeld
1954	Premier aimant supraconducteur (Nb)
1957	Théorie microscopique de la supraconductivité par Bardeen Cooper et Schrieffer
1958	Mise au point de conducteurs NbZr et Nb ₃ Sn
1960	Découverte des fortes densités de courant sous induction élevée
1962	B. Josephson prédit les effets quantiques qui portent son nom (effet Josephson)
1964	Première application significative des supraconducteurs à Argonne
1965	Premiers cryoalternateurs
1968	Définition du brin multifilamentaire par le laboratoire Rutherford
1974	Mise en service de la chambre à bulle BEBC au CERN
1982	Premières images IRM, et première application industrielle et commerciale des supraconducteurs
1983	Mise au point des câbles multifilamentaires supraconducteurs alternatifs par Alcatel Alstom Recherche et GEC Alstom. Premier accélérateur supraconducteur (TEVATRON)

1986	Berdnoz et Muller découvrent la supraconductivité à haute température critique de céramiques à bas d'oxyde
1987	Envolée des températures critiques (YBaCuO, 93 K) Démarrage de TORE SUPRA à Cadarache
1988	Mise en fonctionnement de T15 (Nb ₃ Sn, 6.4 T, 4.5 K)
1989	Mise en fonctionnement du système de champ toroïdale de TORE SUPRA
1999	Test du premier système RMN à 900 MHz
1999	Test des bobines modèles d'ITER
1999	Début de construction du LHC

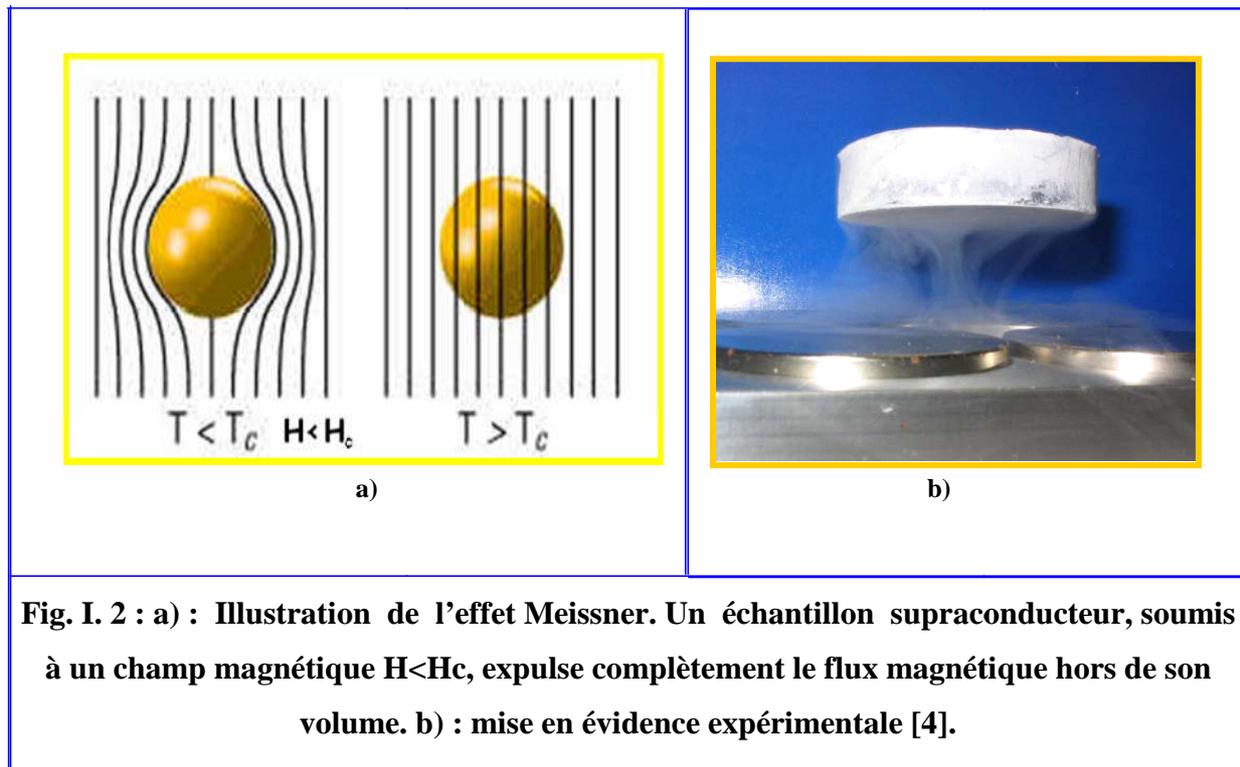
Tableau I. 1 : Evénements ayant marqué l'histoire de la supraconductivité [6].

L'utilisation des supraconducteurs permet un gain de performance considérable par rapport aux systèmes électrotechniques traditionnels, et ce, malgré un environnement cryogénique difficile à mettre en œuvre et relativement coûteux. C'est pourquoi les applications des supraconducteurs se situent dans la gamme des fortes puissances. Cet aspect freine le développement des applications industrielles. De ce fait, une grande partie de la recherche sur ce matériau concerne le moyen d'obtenir des supraconducteurs toujours plus « chauds » [6].

I. 3 Principales Caractéristiques Remarquables des Matériaux Supraconducteurs

La première propriété remarquable des supraconducteurs est leur résistance électrique nulle, mise en évidence dans l'expérience de Kamerlingh Onnes. La circulation d'un courant électrique persistant dans un anneau de matériau supraconducteur est une autre illustration du caractère de conducteur parfait de ces matériaux. Cette propriété n'existe que pour des intensités de courant I inférieures à un courant critique I_c au delà duquel la supraconductivité est détruite et le matériau revient dans l'état normal [4].

La seconde propriété remarquable des supraconducteurs est l'effet Meissner. Il correspond à l'expulsion totale du flux magnétique hors du volume de l'échantillon supraconducteur auquel on applique un champ magnétique (figure I.2). Les supraconducteurs présentent donc un diamagnétisme parfait. Cet effet ne se manifeste cependant que pour des champs H inférieurs à un champ limite, le champ critique thermodynamique H_c . Pour des valeurs supérieures à H_c , la supraconductivité est détruite [4].



On notera également la propriété de quantification du flux magnétique. Un anneau de matériau supraconducteur dans l'état normal, soumis à un champ magnétique H perpendiculaire à son plan, puis refroidi en dessous de T_c , piège le flux magnétique lorsqu'on annule le champ H . Le flux piégé est quantifié en unités de quantum de flux (I. 1) [4].

$$\Phi_0 = \frac{h}{2e} = 2,7 \cdot 10^{-15} \quad (\text{I. 1})$$

où

Φ_0 : quantum de flux en [Wb]

h : est la constante de Planck

e : la charge élémentaire de l'électron.

Une autre caractéristique remarquable des supraconducteurs est la présence d'une bande interdite (le gap supraconducteur) dans le spectre des excitations électroniques, qui sépare les états excités de l'état fondamental d'une énergie Δ [4].

I. 4 Supraconducteur et Conducteur Parfait

Peut-on considérer un supraconducteur comme un conducteur parfait, un conducteur parfait pourrait être défini comme ayant une résistance électrique nulle ($R=0$).

Le diamagnétisme serait donc la différence fondamentale entre un supraconducteur et un conducteur parfait. Nous intéressons au comportement magnétique d'un matériau supraconducteur lorsqu'un champ magnétique extérieur est appliqué.

Tout d'abord, voyons la cas du refroidissement sous champ:

Étape 1: le champ magnétique est appliqué.

Étape 2: le matériau est refroidi en dessous de sa température critique.

Étape 3: le champ magnétique extérieur s'annule.

La figure suivante représente, une comparaison entre un conducteur parfait et un supraconducteur lors d'un refroidissement sous champ [6].

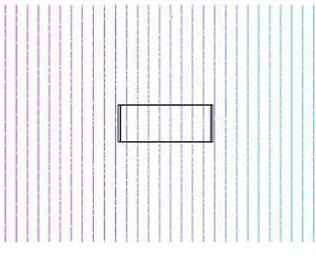
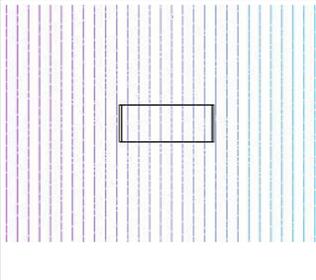
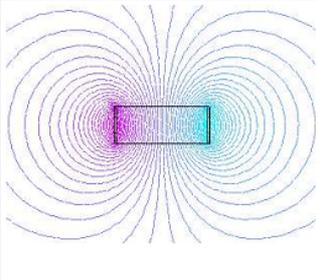
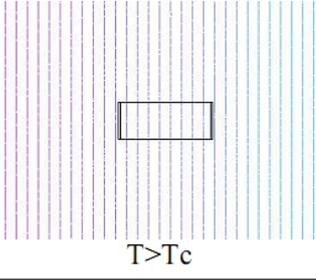
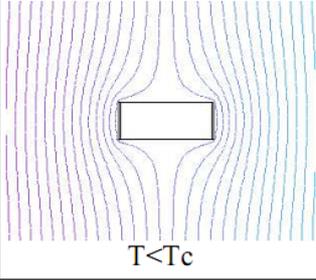
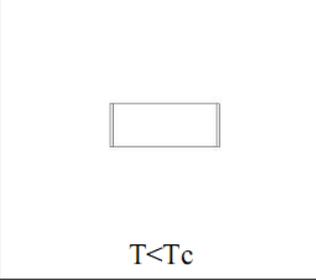
	<u>Étape 1</u> Sous champ $B=B_{max}$	<u>Étape 2</u> Sous champ $B=B_{max}$	<u>Étape 3</u> Hors champ $B=0$
Conducteur parfait			
Supra-conducteur			

Fig. I. 3 : Comparaison entre un conducteur parfait et un supraconducteur de type I lors d'un refroidissement sous champ [6].

Nous pouvons constater que lors de l'étape 1, les deux matériaux sont dans la même configuration.

Dans l'étape 2, le supraconducteur expulse le champ magnétique de son volume, il est dans l'état Meissner. Le conducteur parfait voit le champ magnétique dans tout son volume.

Pendant l'étape 3, lors de l'annulation du champ magnétique, le supraconducteur se retrouve dans l'état de l'étape 1, alors que le conducteur parfait a piégé le flux du champ magnétique extérieur qui le pénétrait dans l'étape 2.

Voyons maintenant le comportement de ces matériaux lors d'un refroidissement en champ extérieur nul.

Étape 1: la température est supérieure à la température critique du supraconducteur et le champ magnétique extérieur est nul.

Étape 2: la température descend en dessous de la température critique du matériau et, une fois le matériau dans l'état supraconducteur, le champ magnétique est appliqué.

Étape 3: le champ magnétique extérieur est annulé [6].

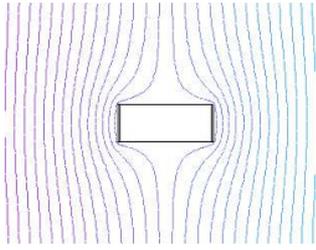
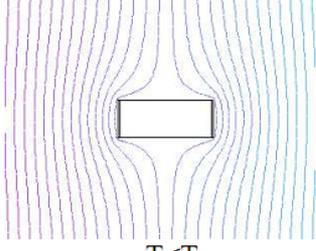
	Étape 1 Hors champ $B=0$	Étape 2 Sous champ $B=B_{max}$	Étape 3 Hors champ $B=0$
Conducteur parfait			
Supra-conducteur	 $T > T_c$	 $T < T_c$	 $T < T_c$

Fig. I. 4 : comparaison entre un conducteur parfait et un supraconducteur lors d'un refroidissement hors champ [6].

Nous voyons que le supraconducteur et le conducteur parfait ont le même comportement lors d'un refroidissement hors champ.

C'est à dire que même si l'état Meissner n'existait pas, un supraconducteur refroidi hors champ expulserait le champ magnétique de son volume.

Dans ce cas, le phénomène mis en jeu est la loi de Lenz : des courants se créent pour s'opposer à toute variation de flux magnétique.

Ces courants n'étant pas amortis, ils circulent et maintiennent le conducteur à une valeur de flux constante.

D'après cette loi, un conducteur parfait ne peut pas voir de variation de flux magnétique.

Nous verrons que l'état Meissner est détruit lorsque le champ magnétique extérieur dépasse quelques milliteslas [6].

En conclusion, si nous voulons modifier la répartition spatiale du champ magnétique à l'aide de supraconducteurs, nous devons utiliser un refroidissement hors champ [6].

I. 5 Les Paramètres Spécifiques des Supraconducteurs

I. 5. 1 Longueurs caractéristiques

Dans un supraconducteur, la conduction se fait par paires d'électrons. Ces électrons sont corrélés entre eux par une distance appelée longueur de cohérence (ζ). Par ailleurs, lorsqu'on applique un champ magnétique suffisamment faible à un échantillon supraconducteur, ce champ pénètre jusqu'à une certaine profondeur pour s'annuler, c'est la profondeur de pénétration (λ) [7].

I. 5. 2 Longueurs de cohérence

En 1953, Brian Pippard de l'université de Cambridge introduisit la notion de d'onde quantique associée aux paires de Cooper. Elle peut être définie comme l'épaisseur minimale de l'interface entre une région normale et une région supraconductrice. Elle représente aussi la demi-distance séparant les électrons de la paire de Cooper. L'expression de cette longueur, à T=0K est donnée par l'équation suivante [7] :

$$\xi_0 = \hbar V_F / \pi \Delta \quad (\text{I. 2})$$

$$V_F = P_F / m = (2 E_F / m)^{1/2} \quad (\text{I. 3})$$

Ou :

V_F : représente la vitesse des électrons à la surface de fermi du matériau.

2Δ : est le gap d'énergie nécessaire pour créer une paire d'électron supraconducteurs.

Ou :

$$\Delta = 2K_B T \quad (\text{I. 4})$$

La longueur de cohérence dépend de la pureté du métal, elle diminue lorsque la pureté diminue ou liée au libre parcours moyen par la relation [7] :

$$\xi = \sqrt{\xi_0 L_e} \quad (\text{I. 5})$$

L_e : libre parcours moyen des électrons.

La variation de longueur de cohérence en fonction de la température est donnée suivant le modèle de Ginzberg-landau par l'expression suivante [7] :

$$\xi(T) = 0.74[1 - T/T_c]^{-1/2} \quad (\text{I.6})$$

T_c : température critique [K].

I. 5. 3 Profondeur de pénétration

La profondeur critique de pénétration du champ magnétique λ_L est directement liée à la valeur du champ H_{cl} . On en détruit la concentration N_S en paires de Cooper par l'application de la relation [7] :

$$\lambda_L = (mC^2/4\pi N_S e^2)^{1/2} \quad (\text{I.7})$$

Ou :

N_S : densité des électrons supraconducteurs.

e : charge de l'électron.

C : vitesse de la lumière.

Cette longueur a été introduite avec les équations de F et H. London ou elle exprime la distance sur laquelle l'induction magnétique pénètre dans un domaine supraconducteur. La variation de λ_L en fonction de la température est donnée par l'expression suivante [7] :

$$\lambda_L(t) = \lambda_L(0)[1/1 - t^4]^{1/2} \quad (\text{I. 8})$$

Avec $t = T/T_C$

$\lambda_L(0)$ Profondeur de pénétration de London à $T=0$ K.

I. 6 Les Modèles Théoriques

La compréhension des phénomènes associés à la supraconductivité a été atteinte à différents niveaux. De nombreux résultats importants peuvent être décrits par des équations phénoménologiques : les équations de London et les équations de Ginzburg-Landau. Une théorie quantique de la supraconductivité a été élaborée avec succès par Bardeen, Cooper et Schrieffer, et a servi de base aux études ultérieures [7].

I. 6 . 1 Théories de F et H. London

La première théorie pour d'écrire l'état supraconducteur a été proposée par les frères London en 1935 et a été conçue pour expliquer le comportement électromagnétique des supraconducteurs. De nature phénoménologique, elle consistait à ajouter aux équations de Maxwell une équation donnant la relation entre la densité de courant supraconducteur et le champ magnétique.

Les deux premières équations de London (équation I. 9 et I. 10) donnent l'expression du champ électrique et du champ magnétique en fonction de la densité de courant.

$$E = \mu_0 \lambda_L^2 J \quad (\text{I.9})$$

$$B = -\mu_0 \lambda_L^2 \nabla J \quad (\text{I.10})$$

L'équation (I.10) de London ajoutée aux équations de Maxwell donne la relation (I.11) qui permet d'expliquer l'expulsion des lignes de champ magnétique et de définir la longueur de pénétration. Dans cette théorie, l'effet Meissner se traduit dans le supraconducteur par champ magnétique qui décroît de façon exponentielle avec la distance à la surface et dépend d'une longueur caractéristique dite longueur de pénétration de London λ_L [7].

$$\nabla^2 B = B / \lambda_L^2 \quad (\text{I.11})$$

I. 6 .2 Théorie de Ginzburg-landau

Cette théorie également phénoménologique, est directement issue de la théorie générale des transitions de phase du second ordre établie par L D. Landau. On suppose que, lors de la transition de l'état normal à l'état supraconducteur, il ya condensation d'une partie des électrons de conduction dans un état ordonné, qui peut être décrit par un paramètre d'ordre qui s'annule de façon continue au point de transition. Ce paramètre d'ordre est considéré comme étant une fonction d'onde décrivant, à l'échelle macroscopique, l'ensemble des électrons supraconducteurs. Cela signifie que la phase condensée est formée de particules fortement corrélées entre elles. La densité d'électrons supraconducteurs $n_s(r)$ est alors donnée par le carré du module de la fonction d'onde $\psi(r)$.

$$n_s = |\psi|^2 \quad (\text{I.12})$$

Les variations spatiales de ψ sont caractérisées par une longueur caractéristique ξ qui correspond à longueur de cohérence. La théorie de Ginzburg-Landau définit également un paramètre $K = \lambda/\xi$ qui permet de classer les supraconducteurs en deux catégories (type I et type II) [7].

I. 6. 3 Théorie BCS

Cette théorie est basée sur le couplage des électrons d'un métal en paire : les paires de Cooper. Elles forment un état unique, cohérent, d'énergie plus basse que celle du métal normal, avec des électrons non appariés. Le problème est d'expliquer cet appariement compte tenu de la répulsion coulombienne. Dans un métal, les électrons et se déplacent légèrement (les ions positifs ont une grande inertie). Les physiciens ont donné le nom de phonons à ces vibrations atomiques naturelles. Cette interaction entre les électrons et les phonons est à l'origine de la résistivité et de la supraconductivité : attirés par le passage très rapide d'un électron, les ions se déplacent et créent une zone locale électriquement positive. Compte tenu de l'inertie, cette zone persiste alors que l'électron est passé, et peut attirer un autre électron qui se trouve ainsi, par l'intermédiaire d'un phonon, apparié au précédent. Et ce malgré la répulsion coulombienne. L'agitation thermique finit par détruire ce fragile équilibre d'où l'effet néfaste de la température. Une particularité des paires de Cooper est que leur moment magnétique intrinsèque (aussi appelé spin) est nul. En effet, les deux électrons appariés ont le même spin, mais de signe opposé. C'est la condition pour que l'énergie de la paire soit inférieure à la somme des énergies des deux électrons. Ils forment alors un ensemble qui se

comporte comme un boson : les paires se déplacent sans rencontrer la moindre résistance. D'où la supraconductivité. La différence d'énergie entre l'état supraconducteur et l'état normal est appelée gap d'énergie. C'est l'énergie nécessaire pour passer de l'état supraconducteur à l'état normal en brisant les paires de Cooper. Cette énergie tend vers zéro lorsque la température tend vers la température critique. L'interaction électron-phonon joue un rôle essentiel pour l'appariement des électrons donc pour la supraconductivité cette théorie a été imaginée avant la découverte des matériaux supraconducteurs à hautes températures critiques [7].

I. 7 Les Grandeurs Critiques

Comme nous l'avons dit juste avant, la supraconductivité n'apparaît que pour des températures inférieures à la valeur de la température critique T_c . Cette valeur, n'est pas la seule grandeur critique de la supraconductivité. On définit d'autres grandeurs critiques, tels que, le champ magnétique critique H_c et la densité de courant critique J_c [8].

I. 7. 1 Température critique T_c

La température critique est la température en dessous de laquelle la supraconductivité apparaît. Cette température est différente pour chaque matériau et dépend de la densité de courant et du champ magnétique appliqué. A partir de la valeur de la température critique T_c , on distingue deux types de matériau supraconducteur, les supraconducteurs à basse température critique et les supraconducteurs à haute température critique.

Les supraconducteurs à basse température critique nécessitent des températures très basses. Généralement inférieures à 23 K, le tableau I. 2 donne quelques exemples des matériaux supraconducteurs à basse température critique, ainsi que leur température critique. Pour ce type de supraconducteurs, on utilise l'hélium liquide, caractérisé par une température de 4 K, comme milieu cryogénique, l'inconvénient majeur de ce type de matériau, est dû au coût élevé de l'hélium. Ce type de matériau, est utilisé pour la réalisation des enroulements supraconducteurs, très utilisé pour la réalisation des machines supraconductrices ou bien des transformateurs supraconducteurs [8].

Supraconducteur	$T_C(K)$
Nb-Ti	9
Nb ₃ Sn	18
Nb ₃ Al	19
Nb ₃ Ga	20
Nb ₃ Ge	22

Tableau I. 2 : Supraconducteurs à basse température (SBTc).

Les supraconducteurs à haute température critique qui sont généralement les supraconducteurs de type II ont une température critique nettement supérieure. Dans ce type de matériau, L'azote liquide (température de 77 K) est utilisé pour le refroidissement de ce type de matériau, ce dernier est caractérisé par un coût très faible par rapport à celui de l'hélium liquide. Le Tableau I. 3 donne quelques exemples de ces matériaux ainsi que leur température critique [8].

Supraconducteur	$T_C(K)$
La _{1.85} Ba _{0.15} Cu O ₄	35
La _{1.85} Sr _{0.5} CuO ₄	40
YBa ₂ Cu ₃ O ₇	95
Bi ₂ Sr ₂ Ca Cu ₂ O ₈	85
Bi ₂ Sr ₂ Ca ₂ Cu ₃ O ₁₀	110
Tl ₂ Ba ₂ Ca Cu ₂ O ₈	108
Tl ₂ Ba ₂ Ca ₂ Cu ₂ O ₁₀	125
HgBa ₂ Ca ₂ Cu ₃ O _{6+δ}	133.5

Tableau I. 3 : Supraconducteurs à haute température critique (SHTc).

I. 7. 2 Champ magnétique critique

Le comportement du supraconducteur en présence d'un champ magnétique extérieur. Dès que ce champ dépasse une valeur critique, la supraconductivité disparaît. Ce comportement est lié à la pénétration du champ dans un supraconducteur (Effet Meissner).

L'induction magnétique à l'intérieur du matériau est donnée par la relation suivante :

$$B = \mu_0(H + M) \quad (\text{I. 13})$$

Où :

B : Induction magnétique [T],

H : Champ magnétique appliqué [A.m^{-1}],

M : L'aimantation développée dans le matériau [A.m^{-1}],

μ_0 : Perméabilité magnétique [H.m^{-1}].

Pour une valeur donnée du champ appliqué H_0 , l'aimantation chute brutalement à zéro, et le champ magnétique pénètre dans le matériau.

On peut définir le champ magnétique critique H_c qui dépend de la température T par la formule suivante [8] :

$$\vec{H}_c = \vec{H}_0 \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right] \quad (\text{I.14})$$

Où :

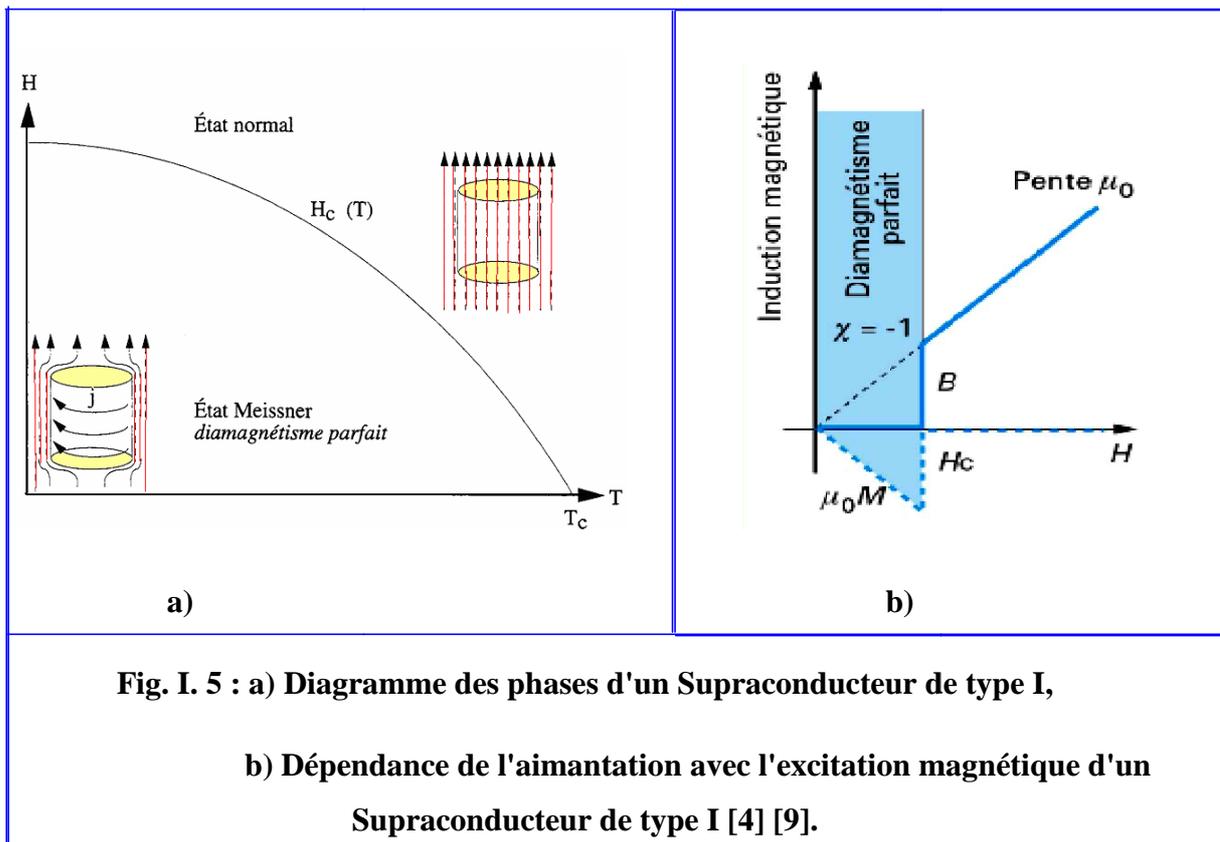
T_c : Température critique.

Selon les matériaux, deux comportements distincts sont observés, et permettent de classer les supraconducteurs en deux types (type I, type II).

➤ Supraconducteur de Type I

Les supraconducteurs de type I sont caractérisés par un seul champ magnétique critique, noté H_c . Le champ magnétique pénètre sur une épaisseur appelée Longueur de pénétration de London dans laquelle se développent des super courants.

Le comportement de ce type de supraconducteurs est simple car il n'existe que deux états. L'état normal correspond à une valeur élevée de la résistance du matériau et l'état supraconducteur est caractérisé par une résistance nulle et un diamagnétisme presque parfait [8].



Dans un supraconducteur de type I, L'excitation magnétique H atteint une valeur critique H_c .

➤ Supraconducteur de Type II

Ils voient sous le champ faible leur aimantation I compenser l'induction magnétique H et le champ magnétique B reste nul dans le matériau.

Cependant à la différence des précédents, l'aimantation des supraconducteurs de type II ne chute pas brusquement de $I=H$ à $I=0$ au champ critique H_c mais elle décroît lentement à partir d'un premier champ critique intérieur noté H_{c1} pour mourir à 0 à un second champ critique supérieur H_{c2} . Pour ces raisons, on choisie dans notre travail ce type de supraconducteur.

Le diagramme des phases devient celui de la figure I. 6 il fait apparaître un domaine d'effet Meissner complet, un domaine d'effet Meissner incomplets appelé aussi phases de Shubnikov et domaine normale [8].

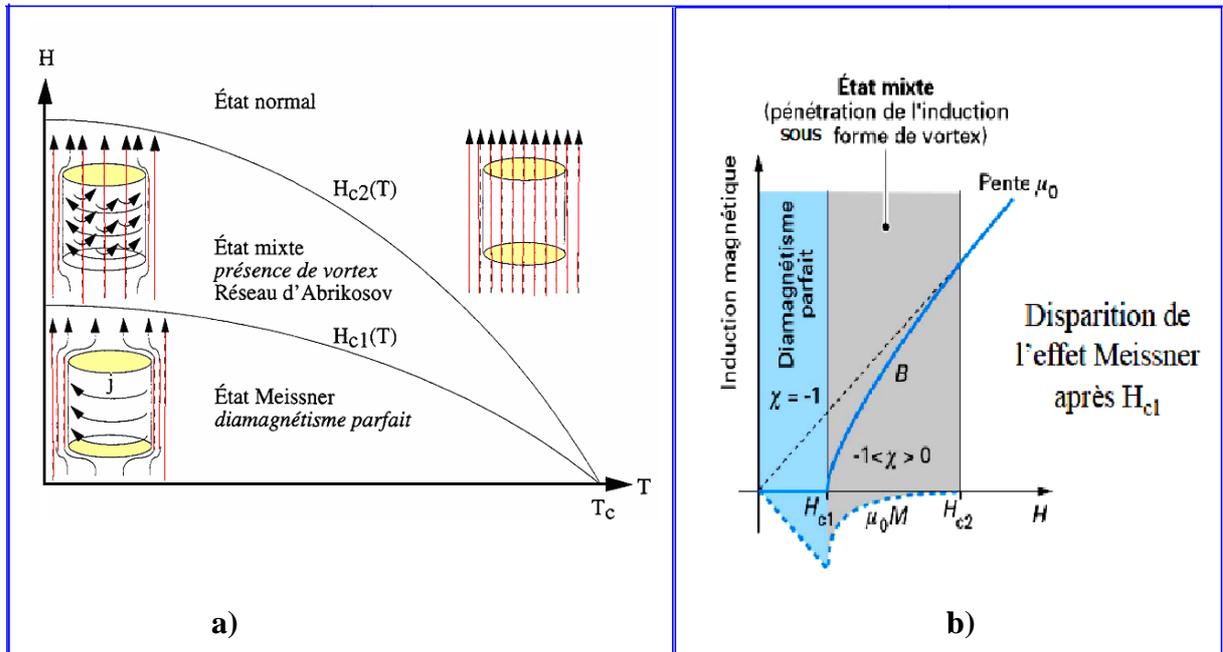


Fig. I. 6 : a) Diagramme des phases d'un supraconducteur de type II,
 b) Dépendance de l'aimantation avec l'excitation magnétique d'un Supraconducteur de type II [4] [9].

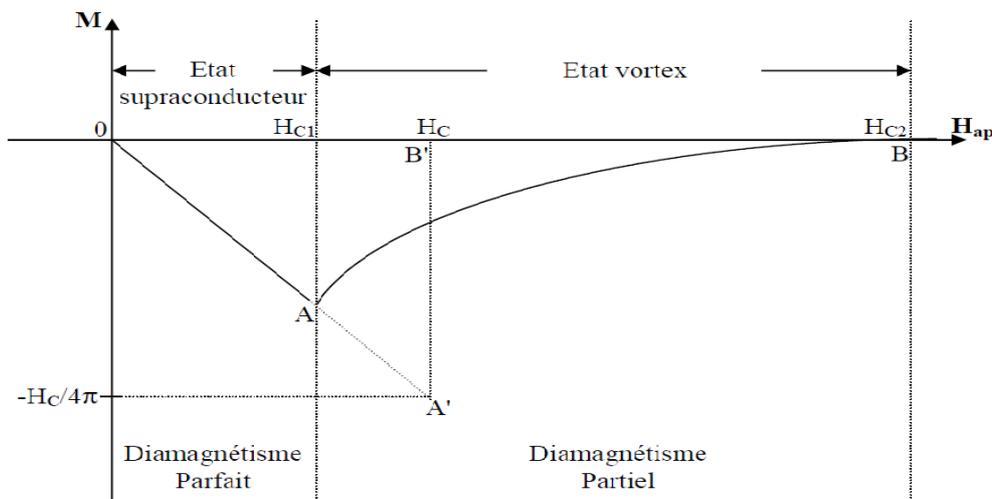


Fig. I. 7 : Aimantation d'un supraconducteur de type II [9].

I. 7. 3 Densité de courant critique

Dans un supraconducteur type I, la densité de courant critique est liée au champ magnétique critique H_c : le courant circulant dans un supraconducteur produit un champ magnétique à la surface du conducteur, le courant critique est simplement le courant pour lequel le champ magnétique produit est égal au champ magnétique critique.

Dans un supraconducteur type II, la définition d'une densité de courant critique est plus complexe du fait de la pénétration partielle du champ dans le matériau et de la simultanéité de deux phases : normale et supraconductrice. Pour des alliages couramment utilisés comme le NbTi ou le Nb₃Sn, la densité de courant critique, à champ faible, est supérieure à 10^5 A/cm².

Lorsque le courant dépasse une valeur critique, il détruit la supraconductivité. Donc la résistivité passe subitement de la valeur de zéro à une valeur non nulle [8].

I. 7. 4 Surface critique

Chaque valeur critique, de la température, du champ magnétique ou de la densité de courant, dépend des deux autres paramètres. On définit donc une surface critique (Figure I. 8) en dessous de laquelle le matériau reste supraconducteur [9].

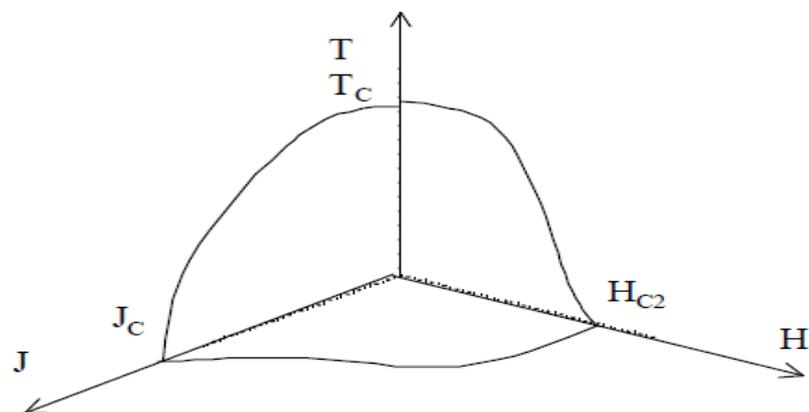


Fig. I. 8 : Surface critique.

I. 8 Diagrammes des Phases d'un Supraconducteur

Toutes les caractéristiques précédentes sont cependant détruites quand la température du supraconducteur dépasse T_c ou quand le champ magnétique dépasse un champ magnétique critique dépendant de la température $H_c(T)$. Il existe en pratique un autre paramètre important, la densité de courant critique J_c qui définit la transition vers un état normal et dissipatif. Ces grandeurs critiques sont toutes reliées et forment une surface critique dans le repère (T, B, J) , voir (Figure I. 9) [9].

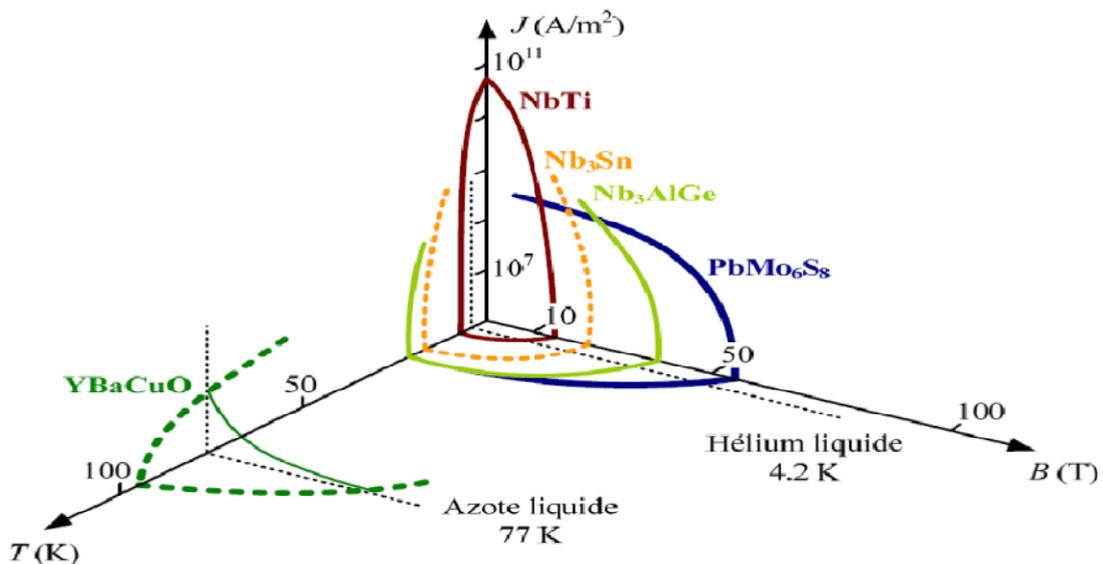


Fig. I. 9 : Diagramme des Phases des matériaux supraconducteurs.

I. 9 Passage du Courant dans un Fil Supraconducteur de Type II

I. 9. 1 Répartition du courant dans un fil

Dans un supraconducteur, (implicitement de type I), le courant imposé à un fil supraconducteur se concentrait au voisinage de la surface extérieur dans sa zone de London, avec une densité de courant décroissant exponentiellement à partir de la surface.

Dans un supraconducteur de type II, en régime Shubnikov (régime de vortex), le courant circule dans tout le volume et en particulier à travers les zones "London" des vortex. Tout au plus, le courant évite les cœurs des vortex qui se rapprochent d'une phase normale [9].

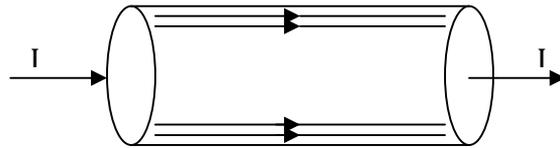


Fig. I. 10 : Distribution du courant un supraconducteur de type I.

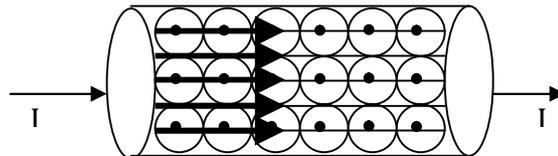


Fig. I. 11 : Distribution du courant dans un supraconducteur de type II en phase de Shubnikov. Le courant circule dans tout le volume et en particulier à travers la zone "London" des vortex.

I. 9. 2 Mouvement des vortex dans un fil parcouru par un courant

Les vortex placés dans un champ de courant subissent une force transversale obéissant à :

$$dF_v = J \wedge \phi_0 dl \tag{I.15}$$

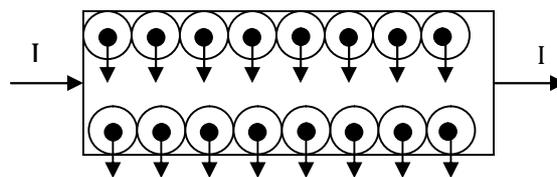


Fig. I. 12 : Force Fv exercées sur les vortex d'une plaque Supraconducteur de type II par la densité de courant J qui la parcourt.

En conséquence, comme on peut le voir à la Figure I. 12, les vortex subissent une force perpendiculaire à la densité de courant J. Cette force conduit les vortex se déplace transversalement et (rentre d'un côté pour sortir de l'autre) [8].

I. 9. 3 Pénétration des vortex dans le supraconducteur

La pénétration d'un vortex d'un l'échantillon revient à la formation d'une boucle de courant. Comme représenté à la figure I. 13, elle peut maître à partir distorsion du courant de London extérieur. Sur la figure I. 13, de 'a' vers 'c', la distorsion s'amplifie pour faire apparaître d'une boucle qui finit par se détacher 'e' sous l'effet de la force d'interaction avec la densité de courant J (Figure I. 13) [8].

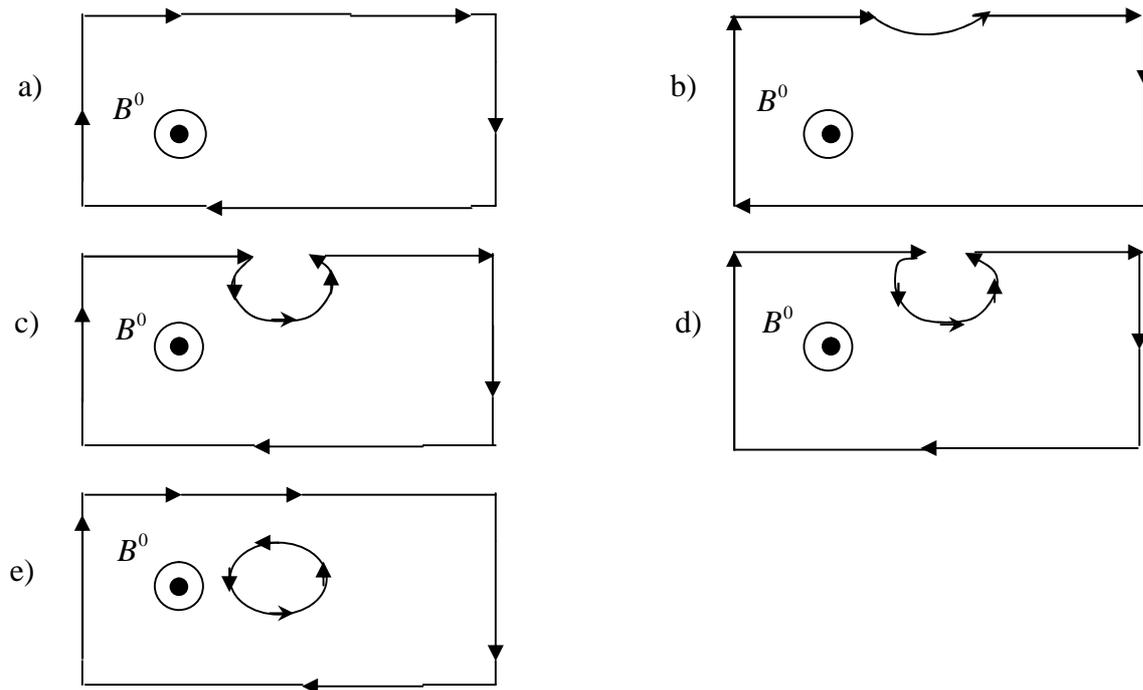


Fig. I. 13 : Pénétration des vortex dans le supraconducteur.

I. 10 Les Supraconducteurs à Haute Température Critique

Les supraconducteurs à haute température critique sont des céramiques. Certains sont constitués d'un matériau fritté, c'est à dire qu'ils sont constitués de grains qui ont été compressés. Les plus utilisés sont les BiSrCaCuO (Bi-2223 et Bi-2212).

Dans ce type de matériau, il convient de considérer deux densités de courant différentes : la densité de courant intra-grain et la densité inter-grains.

Pour les différentes applications de ces supraconducteurs, la densité à prendre en considération est la densité de courant inter-grains. En effet, les grains sont en général de très petite taille et les courants dominants sont ceux qui passent d'un grain à l'autre.

La densité de courant inter-grains est beaucoup plus faible que la densité intra-grain, elle peut être améliorée en texturant le matériau, c'est à dire en orientant les grains composant l'échantillon et ainsi, en favorisant une direction pour le courant. Cette texturation peut être réalisée par laminage ou par l'application d'un champ magnétique pendant certaines phases de fabrication.

Ces matériaux frittés ne possèdent pas d'anisotropie lors de leur fabrication, néanmoins, lors de leur texturation une anisotropie en terme de circulation du courant apparaît. L'axe de la texturation devra donc être choisi en fonction de l'utilisation du matériau.

D'autres matériaux, tels que l'YBaCuO, peuvent être constitués d'un mono domaine. La densité de courant à considérer est alors la densité intra-grain. Le mono domaine d'YBaCuO permet donc de développer une densité de courant très élevée, néanmoins, un mono domaine ne peut pas être produit avec une grande dimension, le diamètre maximale actuel est d'environ 50 mm et au delà de 100 mm en laboratoire.

Ce matériau possède naturellement une forte anisotropie en ce qui concerne la densité de courant [6].

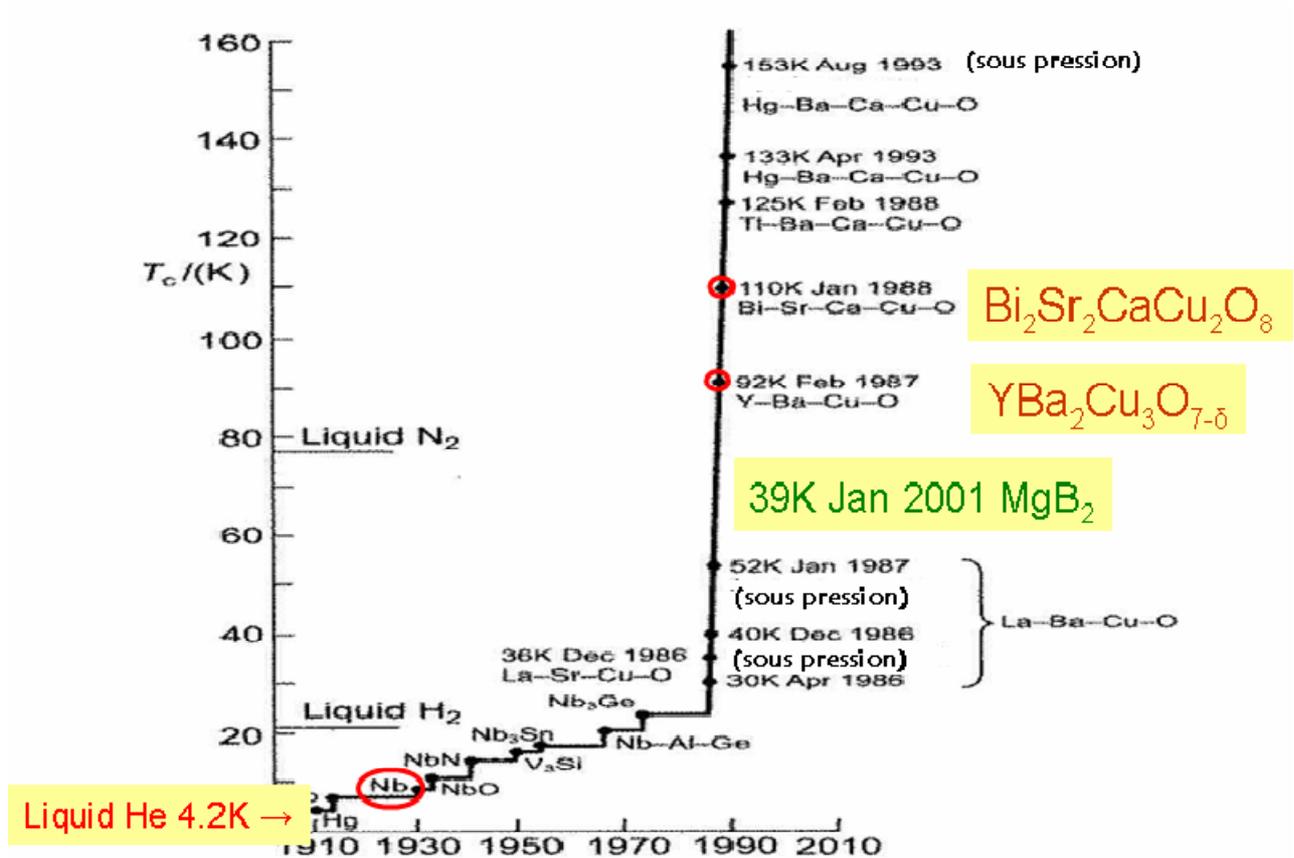


Fig. I. 14 : Evolution de la température critique dans les nouveaux supraconducteurs suite à leur découverte [4].

I. 11 Utilisation des Supraconducteurs à Haute Température Critique

Les supraconducteurs à haute température critique se trouvent sous trois formes. Sous la forme de pièces massives, dans les amenées de courant par exemple, ils sont formés de grains que l'on essaie d'aligner au mieux, pour obtenir les meilleures caractéristiques possibles, notamment en densité de courant (jusqu'à $J_c > 130 \text{ A/mm}^2$ sous 1T à 77 K°).

Sous la forme de conducteurs mono ou multifilamentaires, obtenus par la technique d'introduction d'une poudre de matériau supraconducteur dans un tube en argent (jusqu'à $J_c > 30 \text{ A/mm}^2$ sous 1T et 77K°), ils sont utilisés pour le transport de courant et la création de bobines.

Sous la forme de films, ils sont utilisés en électronique [10].

I. 12 Applications des Supraconducteurs

I. 12. 1 Les trains à lévitation magnétique

Imaginons un train qui glisse quelques centimètres au dessus de la voie plus de 500 km/h. Cela existe !

A l'échelle réduite, mais aussi à l'échelle 1/1, au Japon. Pour propulser le train, il faut d'abord qu'il entre en lévitation. Deux méthodes sont possibles : la lévitation magnétique de type électromagnétique ou celle de type électrodynamique.

La première ne fait pas appel à la supraconductivité, contrairement à la seconde. Cette dernière est basée sur la répulsion entre les éléments embarqués sur le train et des plaques conductrices (ou des bobines court-circuitées) situées sur la voie. L'avantage des bobines est de réduire la puissance dissipée.

L'entrefer (distance sol train) peut être de 10 cm si les aimants du train sont suffisamment puissants. Il faut faire appel à la supraconductivité. Par interaction entre un inducteur embarqué et des bobines sur la voie, le train se meut pour le plus grand bonheur des ruminants [6].

En 1997, le prototype ML 500 japonais atteignit la vitesse record de 517 km/h. Même le TGV Atlantique français ne put faire mieux treize ans après avec 515,3 km/h (chiffre qui reste cependant le record mondial de vitesse sur rails). Ces trains à lévitation présentent plusieurs avantages : outre le fait qu'ils circulent à de très hautes vitesses (ce qui raccourcit la durée des trajets), ils n'usent pas les voies (car il n'y a pas de contact direct), et le problème du captage du courant par pantographe ne se pose plus. Les contraintes des trains sur rails (contact pantographe-caténaire, adhérence, freinage, signalisation) n'autorisent pas aujourd'hui des vitesses commerciales au-delà de 350 km/h [6].

Les trains lévitation semblent donc prometteurs, mais les problèmes liés à leur mise au point (entre autres le problème du captage de l'énergie il n'y a plus de contact !) et les infrastructures nécessaires font qu'aujourd'hui, les trains conventionnels ont encore de beaux jours devant eux [11].



Fig. I. 15 : Train à lévitation magnétique

I. 12. 2 Les applications médicales

Une application médicale est l'imagerie par résonance magnétique (I.R.M.). L'I.R.M. est basée sur le principe suivant : un noyau atomique doté d'un moment magnétique et soumis à une induction B_0 constante décrit un mouvement de précession autour de son axe avec une vitesse angulaire proportionnelle B_0 . En appliquant un champ magnétique perpendiculaire à B_0 , on observe un phénomène de résonance si la fréquence d'excitation f est égale à la vitesse angulaire de précession [6].

On recueille ainsi un signal caractéristique. L'induction de polarisation B_0 varie dans l'espace, et f aussi donc, ce qui permet l'obtention des images.

L'induction magnétique de 0,5 à 4 Teslas nécessaire ne peut être obtenue qu'à l'aide d'aimants supraconducteurs. De plus, mis à part la phase d'établissement du courant, l'alimentation électrique n'a plus lieu d'être. La consommation de froid est très faible et le poids de l'engin est réduit. Le grand gagnant est le patient : celui-ci ne subit aucun effet nocif connu à ce jour et les images prises de son corps (crâne, corps, membres ...) sont d'excellente qualité, ce qui permet aux médecins de faire un diagnostic correct [6].

Une autre application sur le même principe que l'I.R.M. est la spectroscopie par résonance magnétique nucléaire (RMN). À la différence de l'I.R.M., deux champs magnétiques orthogonaux entrent en jeu (un à haute fréquence, l'autre continu). Sous leurs effets, les noyaux entrent en précession et émettent des signaux que l'on recueille ensuite pour l'analyse de la nature, la composition chimique et la structure des échantillons. Et comme il faut des inductions magnétiques supérieures à 7-13T, les aimants supraconducteurs sont extrêmement utiles [6].



Fig. I. 16 : L'imagerie médicale.

I. 12. 3 Les tokamaks

L'électricité d'origine nucléaire actuellement produite provient de la fission de noyaux d'atomes. On casse les gros noyaux et on en récupère l'énergie. Mais il existe aussi la fusion nucléaire (ce qui se passe dans le soleil par exemple) : des atomes légers se combinent pour former des atomes plus lourds. Il faut pour cela chauffer les noyaux très fortement (100 millions de degrés). Il va de soi que les noyaux chauffés ne peuvent toucher aucune paroi : il faut les maintenir à l'état de plasma confiné dans un réacteur, et le tokamak est une voie prometteuse.

Ce confinement est obtenu par voie magnétique (sous forme d'un anneau torique), et encore une fois, comme il faut des inductions très élevées (dizaine de Teslas) et que les volumes concernés sont grands, les bobines toroïdales supraconductrices s'y prêtent à merveille [6].

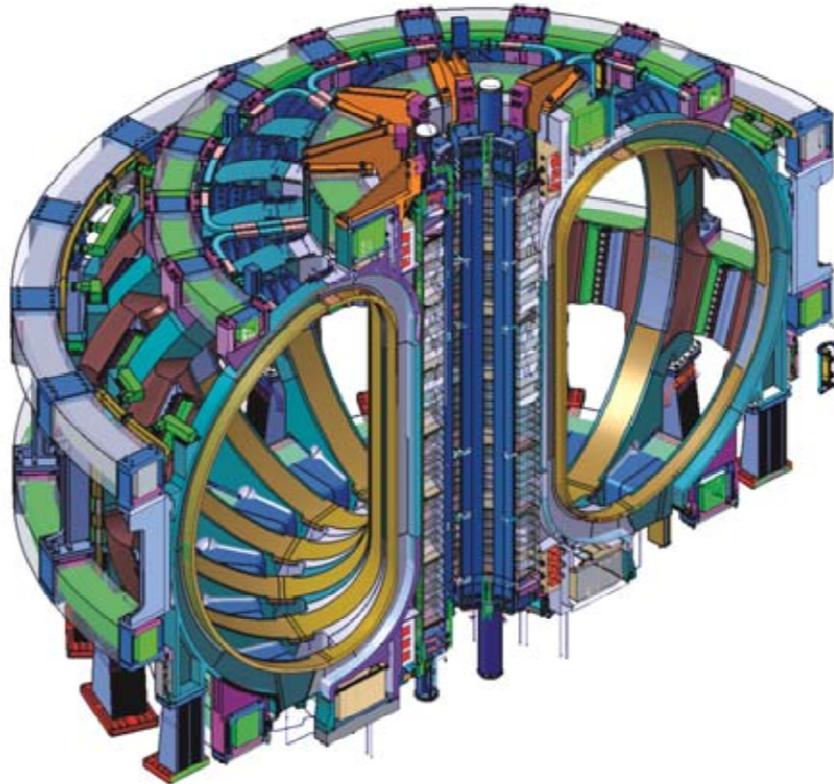


Fig. I. 17 : Vue d'un tokamak.

I. 12. 4 Machines tournantes

L'utilisation des supraconducteurs dans les cryoalternateurs est à l'origine de nombreux prototypes. Le remplacement des bobinages en cuivre par des enroulements supraconducteurs permet un gain de masse grâce aux grandes densités de courant du fil à la disparition du circuit magnétique.

Le fort couple massique de ces machines en fait une application intéressante pour les systèmes [6].

I. 12. 5 Câbles de transport

Les supraconducteurs créant nettement moins de pertes que les câbles classiques, ils sont très intéressants pour les applications de transport d'énergie.

Cependant le problème de la cryogénie sur de grandes longueurs peut s'avérer difficile à résoudre. Une solution consiste à faire circuler un fluide cryogénique dans un tube au centre du câble et à enrouler le fil supraconducteur autour. Avec l'accroissement de la demande en énergie, certaines lignes électriques nécessitent d'être renforcées. Cependant l'espace

nécessaire à la pose de nouveaux câbles n'est pas toujours suffisant, dans ce cas les supraconducteurs offrent une solution intéressante [6].

I. 12. 6 Stockage d'énergie

Le principal inconvénient de l'énergie électrique est qu'elle est difficilement stockable. L'énergie magnétique supraconductrice stocker (SMES) permet de stocker de l'énergie sous forme magnétique, cette dernière pouvant être restituée avec un très bon rendement.

Son fonctionnement consiste à court-circuiter une bobine supraconductrice, permettant ainsi au courant de se reboucler indéfiniment.

Le SMES peut servir comme réservoir d'énergie pour réguler les réseaux électriques, il peut également être utilisé comme source d'énergie impulsionnelle pour les lanceurs électromagnétiques ou le formage magnétique [6].

I. 12. 7 Limitation de courant

Le limiteur supraconducteur permet de protéger le réseau électrique des courants de court-circuit en agissant comme un régulateur naturel de courant [6].



Fig. I. 18 : Limiteur de Courant [9].

I. 13 Conclusion

Les matériaux supraconducteur sont caractérisés par des grandeurs magnétique et thermiques critique, chaqu'un de ces derniers, ont des propriétés remarquable qui rendent leur utilisation envisageable dans diverse domaine d'application industriel, et surtout en électrotechnique.

Dans le deuxième chapitre on va faire une modélisation des phénomènes électromagnétique dans les matériaux supraconducteurs (SHT_C).

II. 1 Introduction

Tous les phénomènes électromagnétiques que l'on veut généralement étudier au sein des dispositifs électrotechniques sont régis par les équations de Maxwell et les équations caractéristiques du milieu à étudier. Ces équations sont le couramment de vieux concepts de la physique [8].

Dans ce chapitre, nous allons exposer le modèle mathématique qui caractérise l'évolution spatiaux-temporelle du champ électrique la densité de courant et les pertes dans un matériau supraconducteur.

II. 2 Équation de Maxwell

C'est J. C. Maxwell (1831-1879), qui a apporté les travaux de Michael Faraday sur les champs électromagnétiques. A l'aide d'un formalisme mathématique abstrait, il établit la relation mathématique qui décrit les propriétés physiques communes aux champs électrique et magnétique. Fait apparaître pour la première fois les quatre équations différentielles qui décrivent l'évolution mutuellement dépendante des champs électriques et magnétiques dans l'espace et dans le temps. ces équation constituent aujourd'hui la base de l'électromagnétisme [8].

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{Lois de Faraday}) \quad (\text{II.1})$$

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} = \vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{Lois d'Ampère}) \quad (\text{II.2})$$

$$\vec{J}_c = \sigma \vec{E} \quad (\text{Lois de la conservation}) \quad (\text{II.3})$$

$$\text{div } \vec{D} = \rho \quad (\text{Théorème de Gauss}) \quad (\text{II.4})$$

Tels que :

\vec{E} : Champ électrique en $[\text{V.m}^{-2}]$,

\vec{D} : Inductance électrique en $[\text{C.m}^{-2}]$,

\vec{H} : Champ magnétique en $[A.m^{-1}]$,

\vec{B} : Induction magnétique en $[T]$,

$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$: Vecteur densité de courant de déplacement, négligeable aux basses fréquences $[A/m^2]$,

\vec{J}_c : Densité de courant de conduction en $[A.m^{-2}]$,

ρ : Densité de charge électrique en $[C.m^{-3}]$.

Ces équations ne suffisent pas pour résoudre les problèmes électromagnétiques, il faut leurs joindre des relations qui traduisent le rendement des milieux à étudier :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad \text{Où} \quad \vec{H} = \nu \vec{B} \tag{II.5}$$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \tag{II.6}$$

$$\vec{J}_c = \sigma \vec{E} \tag{II.7}$$

Tels que :

σ : Conductivité électrique en $[S.m^{-1}]$,

μ : Perméabilité magnétique en $[H.m^{-1}]$,

ε : Permittivité en $[F.m^{-1}]$,

ν : Réductivité magnétique en $[m.H^{-1}]$.

L'équation (II. 6) est définie dans un milieu diélectrique et l'équation (II. 7) est définie dans un milieu conducteur, mai dans un milieu supraconducteur la relation entre le champ électrique et la densité du courant électrique est non linéaire, c'est-à-dire :

$$\vec{J}_c = \sigma(E) \vec{E} \tag{II.8}$$

II. 3 Formulation des Équations Électromagnétiques

Les modèles de J. C. Maxwell décrivent globalement tous les phénomènes électromagnétiques, mais suivant les dispositifs que l'on étudie, certains phénomènes deviennent négligeables [8].

Les équations se découpent donnant alors naissance à des modèles plus simples. Parmi ces modèles, nous citons: le modèle électrostatique, électrocinétique, magnétostatique, magnétodynamique.

II. 3. 1 Modèle électrostatique

Dans ce modèle la répartition des charges électriques ne dépend pas de temps (régime stationnaire : cas de courant continu) de ce fait le champ magnétique crée ne varie pas dans le temps.

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0} \quad (\text{II.9})$$

Les équations de ce modèle se simplifient comme suit :

$$\text{div } \vec{D} = \rho \quad (\text{II.10})$$

$$\text{rot } \vec{E} = \vec{0} \quad (\text{II.11})$$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad (\text{II.12})$$

On a :

$$\vec{E} = \text{grad} V \quad (\text{II.13})$$

Le modèle se ramène alors à l'équation

$$\text{div} \left(\varepsilon \text{grad} V \right) + \rho = 0 \quad (\text{II.14})$$

II. 3. 2 Le modèle électrocinétique

Il est utilisable lorsque l'on veut étudier la répartition du courant électrique dans des conducteurs isolés soumis à des différences de potentiel continues. Le modèle est défini par les équations suivantes [8] :

$$\vec{rot} \vec{E} = \vec{0} \quad (\text{II.15})$$

$$\vec{div} \vec{J} = 0 \quad (\text{II.16})$$

$$\vec{J}_c = \sigma \vec{E} \quad (\text{II.17})$$

L'équation (1.15) implique qu'il existe un potentiel électrique scalaire V tel que :

$$\vec{E} = \vec{grad} V \quad (\text{II.18})$$

Ce potentiel est appelé la tension électrique, on aura donc à résoudre :

$$\vec{div} \left(\sigma \vec{grad} V \right) = 0 \quad (\text{II.19})$$

Ce modèle pose peu de problèmes et la technique actuelle permet de le traiter même dans les cas tridimensionnels complexes.

Dans le cas où le conducteur n'est plus soumis à des différences de potentiel continu, ce modèle n'est plus valable, car la variation du champ magnétique crée des courants induits qui modifient la répartition du courant global dans le conducteur.

II. 3. 3 Modèle magnétostatique

Dans ce modèle, le terme $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ est nul. Ceci s'explique par le fait que le champ magnétique est produit par des sources indépendantes du temps. Deux modèles existent [12] :

☞ *Modèle magnétostatique scalaire*

Dans ce cas, les courants électriques sont nuls, il vient alors que les champs ne dépendent pas du temps, on obtient :

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{0} \tag{II.20}$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \tag{II.21}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \tag{II.22}$$

\vec{H} Dérive d'un potentiel scalaire magnétique Φ , d'où la nomination du modèle magnétostatique scalaire, tel que : $\vec{H} = -\text{grad } \Phi$

Le modèle se ramène alors à l'équation :

$$\text{div} \left(\mu \text{grad } \Phi \right) = 0 \tag{II.23}$$

☞ **Modèle magnétostatique vectorielle**

Dans ce modèle, les courants électriques ne sont pas nuls. Il vient alors que :

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} \tag{II.24}$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \tag{II.25}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \tag{II.26}$$

La relation $\text{div } \vec{B} = 0$, permet de définir une fonction vectoriel \vec{A} appelée potentiel vecteur magnétique, tel que :

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A} \tag{II.27}$$

D'où le système d'équation :

$$\text{rot} \left(\nu \text{rot } \vec{A} \right) = \vec{J} \tag{II.28}$$

II. 3.4 Modèle magnétodynamique

Ce modèle s'applique aux dispositifs électromagnétiques dans lesquels les sources de courant ou de tension varient dans le temps. C'est à dire que le terme qui représente la variation temporelle de vecteur induction magnétique est non nul, ainsi, les champs électrique et magnétique sont alors couplés par la présence des courants de Foucault [12].

L'utilisation de ce modèle est très répandue dans l'étude des machines électriques, des dispositifs de chauffage par induction, des transformateurs, ... etc.

En se basant sur les équations de J. C. Maxwell, on peut formuler l'équation qui décrit l'évolution spatiale - temporelle des phénomènes électromagnétiques.

Il existe plusieurs formulations en électromagnétisme. Parmi ces formulations, on choisit la formulation en champ électrique \vec{E} [12].

En termes d'équations, nous avons :

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II.29})$$

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} \quad (\text{II.30})$$

A ces équations, nous ajoutons les lois caractéristiques du milieu :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (\text{II.31})$$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad (\text{II.32})$$

En prenant le rotationnel :

$$\text{rot rot } \vec{E} = -\text{rot } \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II.33})$$

Remplaçant l'équation (II.31) dans (II.33), on obtient :

$$\begin{aligned}
 \vec{\text{rot}} \vec{\text{rot}} \vec{E} &= -\vec{\text{rot}} \frac{\partial \mu \vec{H}}{\partial t} \\
 &= -\frac{\partial \vec{\text{rot}} \mu \vec{H}}{\partial t}
 \end{aligned}
 \tag{II.34}$$

On considère μ constante dans le temps, d'où l'équation précédente devient :

$$\vec{\text{rot}} \vec{\text{rot}} \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{\text{rot}} \vec{H}}{\partial t}
 \tag{II.35}$$

Finalement on obtient :

$$\vec{\text{rot}} \vec{\text{rot}} \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{J}}{\partial t}
 \tag{II.36}$$

Avec :

$$\text{div} \vec{E} = 0 \text{ (Pas de charge)}$$

On a :

$$\Delta \vec{E} = \mu \frac{\partial \vec{J}}{\partial t}
 \tag{II.37}$$

Où :

$$\left(\text{div grad} \right) \vec{E} = \mu \frac{\partial \vec{J}}{\partial t}
 \tag{II.38}$$

Et pour les milieux supraconducteurs, il existe plusieurs modèles qui lient le champ électrique avec la densité du courant électrique. Parmi ces modèles, nous citons :

II. 4 Le Modèle de L'état Critique de Bean

C'est le modèle le plus classique qui stipule qu'à une température donnée la densité de courant dans un supraconducteur est soit nulle, soit égale à la densité de courant critique J_c . Le supraconducteur est considéré comme non magnétique [13].

$$\vec{J} = J_c \frac{\vec{E}}{|\vec{E}|} \quad (\text{II.39})$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad (\text{II.40})$$

D'un point de vue plus mathématique, on traduit ces expressions avec les équations de Maxwell :

$$\text{rot} \vec{B} = \pm \mu_0 \vec{J}_c \quad (\text{II.41})$$

Ou :

$$\text{rot} \vec{B} = 0 \quad (\text{II.42})$$

Le modèle de Bean (1962) suppose, en plus, que la densité de courant critique est indépendante de la valeur de l'induction magnétique B [13].

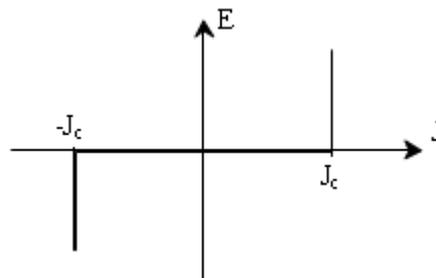


Fig. II. 1 : Caractéristique E(J) basée sur le Modèle de Bean.

Ce modèle a l'avantage d'être assez simple mathématiquement et permet pour des géométries simples, d'avoir des expressions analytiques et d'étudier les grandeurs importantes pour les pertes A.C. par exemple. Cependant, la discontinuité de ce modèle le rend peu utilisable pour des développements numériques ; de plus, il ne reflète pas toujours de façon satisfaisante le comportement des supraconducteurs [13].

II. 5 Le Modèle de Puissance (J^n)

$$\vec{E} = E_c \cdot \left(\frac{J}{J_c} \right)^n \frac{\vec{J}}{J} \quad (\text{II.43})$$

Donc l'équation (II.34) devient :

$$\text{div} \left(\vec{\text{grad}} E \right) = \mu_0 \frac{J_c}{E_c^n} \frac{\partial E^n}{\partial t} \quad (\text{II.44})$$

Une grande partie de problèmes magnétiques peut être traité en monodimensionnel, ce qui est le cas du problème des systèmes sur lesquels nous appliquerons notre modèle (magnétodynamique).

Dans les prochains chapitre, nous calculons les pertes dans des différents dispositifs supraconducteurs, une plaque supraconductrice, un cylindre supraconducteur et un tube cylindrique supraconducteur.

II. 6 Conclusion

Ce chapitre a été consacré à l'étude du modèle magnétodynamique dans un milieu supraconducteur, la formulation en champ électrique E à été utilisée.

III. 1 Introduction

Nous présentons dans ce chapitre le développement des calculs des pertes à l'aide du modèle de Bean pour une plaque supraconductrice soumise à un champ magnétique extérieur.

III. 2 Pertes en Régime Variable Périodique dans les Supraconducteurs

Les pertes en régime variable périodique dans les matériaux supraconducteurs sont des pertes par hystérésis [10].

Au niveau microscopique, elles sont dues au mouvement des vortex, lié à la variation du champ magnétique local. Ce mouvement crée un champ électrique qui, associé au courant, provoque des pertes.

Au niveau macroscopique la variation de l'induction magnétique produit un champ électrique variable. En chaque point soumis à ce champ électrique, la densité locale de courant devient légèrement supérieure à sa valeur critique. D'où l'apparition de pertes résistives liées à la présence en ces points de champ électrique et de densité de courant simultanément.

Le calcul de ses pertes peut se faire par : en intégrant sur tout le volume V du matériau et sur une période, le produit scalaire du champ électrique et de la densité de courant [10] :

$$P = \int_T \int_V \vec{E} \cdot \vec{J} \cdot dv \cdot dt \quad (\text{III.1})$$

III. 3 Calcul des Pertes dans une Plaque Infiniment Longue Soumise à un Champ Magnétique Extérieur Variable Longitudinal

Nous allons calculer les pertes dans une plaque supraconductrice infiniment longue de largeur $2a$, lorsqu'elle est soumise à un champ magnétique extérieur \vec{H}_a parallèle à sa surface (figure III.1) et orienté suivant l'axe y . Le problème est indépendant de l'axe z et de l'axe y . Toutes les grandeurs ne varient que suivant l'axe x .

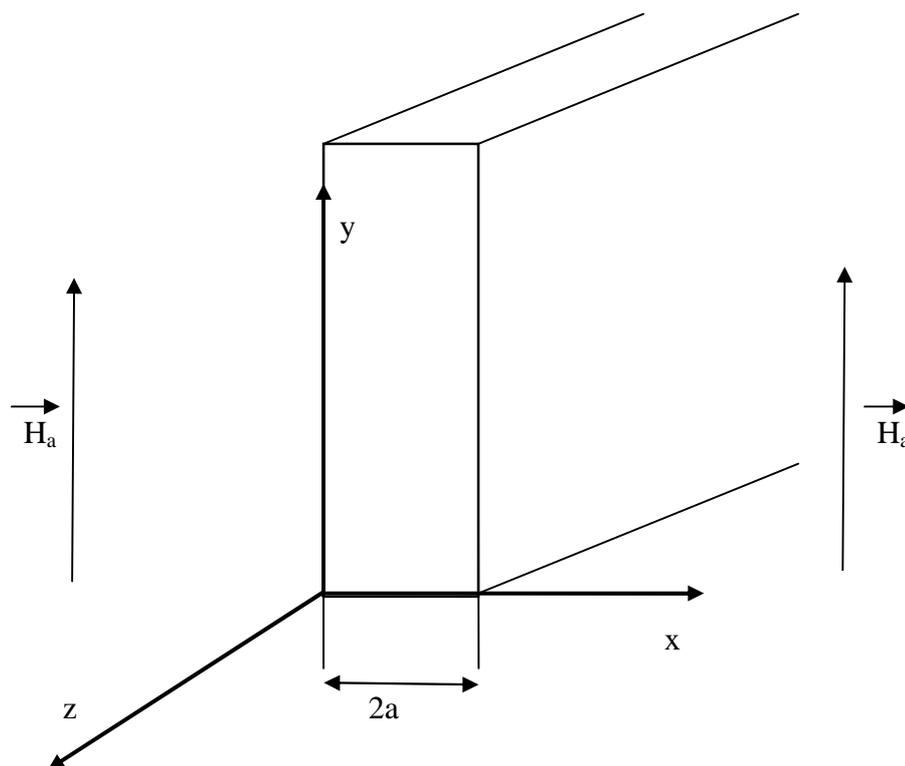


Fig. III. 1 : Plaque supraconductrice soumise à un champ magnétique extérieur.

Dans le cas considéré, les champs électrique et magnétique obéissent aux équations de Maxwell simplifiées :

$$\text{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \quad (\text{III.2})$$

$$\text{rot}\vec{H} = \vec{J} \quad (\text{III.3})$$

$$\text{div}\vec{B} = 0 \quad (\text{III.4})$$

$$\text{div}\vec{J} = 0 \quad (\text{III.5})$$

$$J = \sigma\vec{E} \quad \Rightarrow \text{div}\vec{J} = 0 \quad \Rightarrow \text{div}\vec{E} = 0 \quad (\text{III.6})$$

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{J} \quad \Rightarrow \quad \text{rot} \frac{1}{\mu_0} \vec{B} = \vec{J} \quad \Rightarrow \quad \text{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \quad (\text{III.7})$$

Les grandeurs J, E, A et B sont variables uniquement en fonction de x :

$$\vec{J} = J_z(x) \vec{i}_z$$

$$\vec{E} = E_z(x) \vec{i}_z$$

$$\vec{A} = A_z(x) \vec{i}_z$$

$$\vec{B} = B_y(x) \vec{i}_y$$

On a :

$$\vec{B} = \text{rot} \vec{A} \quad (\text{III.8})$$

Donc :

$$\text{rot} \vec{A} = \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & \frac{\partial A_z}{\partial y} - 0 \\ \frac{\partial}{\partial y} & 0 & 0 - \frac{\partial A_z}{\partial x} = -\frac{\partial A_z}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial z} & A_z & 0 \end{vmatrix} \wedge \quad \Rightarrow \quad B = \frac{-\partial A}{\partial x} \quad (\text{III.9})$$

On a aussi l'équation (III.2) :

$$\text{rot}\vec{E} = \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & \frac{\partial E_z}{\partial y} - 0 \\ \frac{\partial}{\partial y} & 0 & 0 - \frac{\partial E_z}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial z} & E_z & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\partial E_z}{\partial y} - 0 \\ 0 - \frac{\partial E_z}{\partial x} \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ -\frac{\partial E}{\partial x} \\ 0 \end{vmatrix} \quad (\text{III.10})$$

Par l'égalité entre les équations (III.2) et (III.10) on obtient :

$$\frac{-\partial E}{\partial x} = \frac{-\partial B}{\partial t}$$

D'où :

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\partial B}{\partial t} \quad (\text{III.11})$$

On a :

$$\text{rot}\vec{B} = \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 - \frac{\partial B_y}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & B_y & 0 - 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial B_y}{\partial x} - 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 - \frac{\partial B_y}{\partial z} \\ 0 \\ \frac{\partial B_y}{\partial x} - 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\partial B_y}{\partial x} \end{vmatrix} \quad (\text{III.12})$$

Par l'égalité entre les équations (III. 7) et (III. 12) on obtient :

$$\frac{\partial B}{\partial x} = \mu_0 J \quad (\text{III.13})$$

On utilisons le modèle de Bean, on obtient :

$$\frac{\partial B}{\partial x} = \pm \mu_0 J_c \quad (\text{III.14})$$

Soit $d(t)$ le profondeur instantané de pénétration du champ magnétique.

Pour $0 < x < d(t)$ l'équation (III. 11) devient :

$$E = \int_{d(t)}^x \frac{\partial B}{\partial t} dx$$

D'où :

$$E = \frac{\partial B}{\partial t} (x - d(t)) \quad (\text{III.15})$$

Donc :

$$E(x, t) = \frac{\partial B(x, t)}{\partial t} (x - d(t)) \quad (\text{III.16})$$

L'équation (III.14) devient :

$$B(x, t) = \pm \mu_0 J_c x + B_0(t) \quad (\text{III.17})$$

Donc

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\partial B_0}{\partial t} \quad (\text{III.18})$$

La profondeur de pénétration $d(t)$ maximale, change en fonction de l'induction magnétique maximal B_{\max} .

Si B_{\max} est faible, il y a pénétration incomplète du champ magnétique dans la plaque.

Si B_{\max} est grand, le champ magnétique pénètre complètement dans la plaque.

Nous allons considérer, dans ce qui suit, le cas d'une pénétration incomplète puis complète de B dans la plaque.

III. 3. 1 Pénétration incomplète de l'induction dans la plaque

Nous avons représenté sur la figure III. 2 les évolutions dans le temps et l'espace de B , E et J , en pénétration incomplète

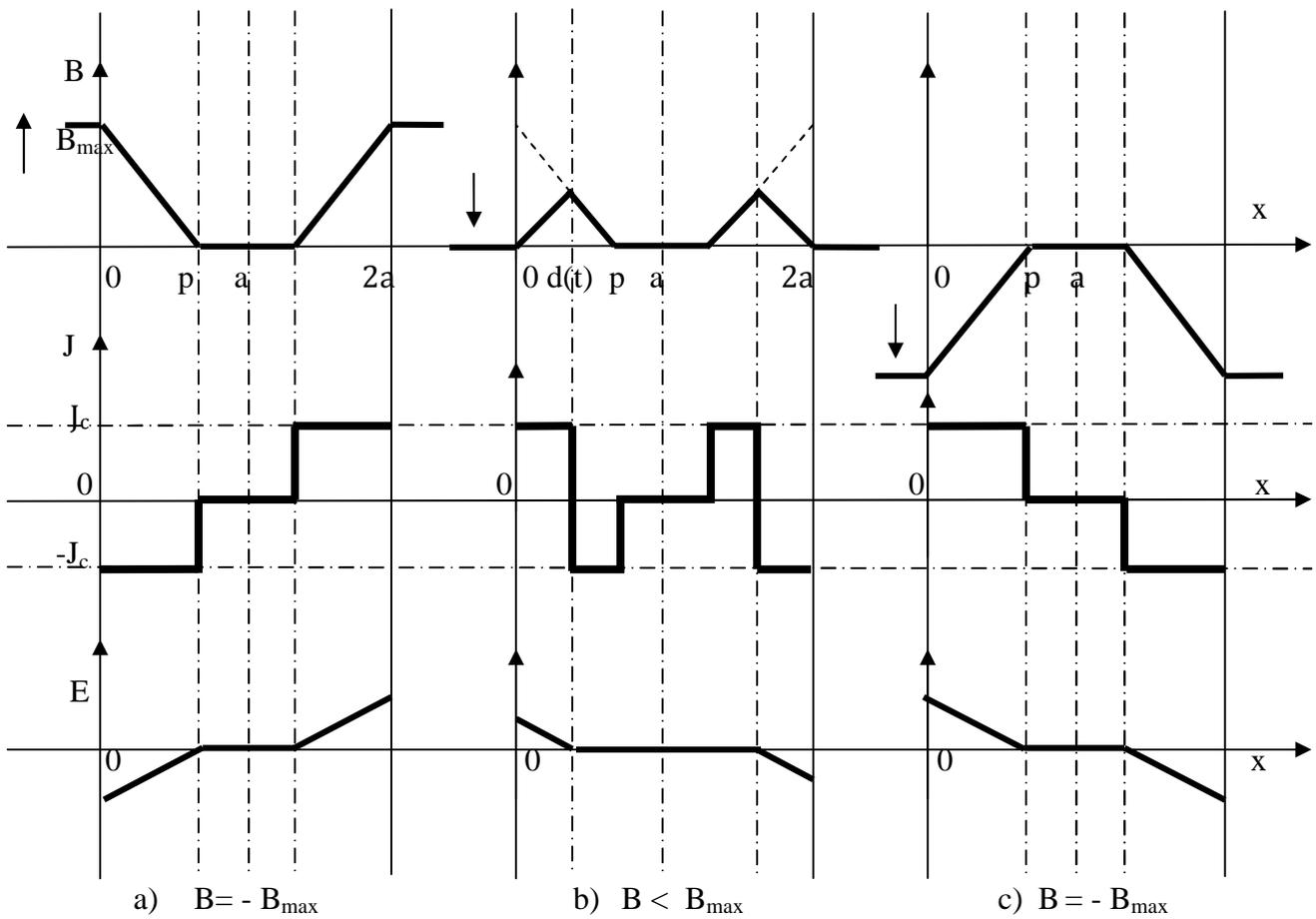


Fig. III. 2 : Distributions de B , J et E à l'intérieur d'une plaque supraconductrice soumise à un champ magnétique extérieur variable en pénétration incomplète.

Au moment où B atteint sa valeur maximum, $B = B_{\max}$, l'induction pénètre à l'intérieur du matériau sur une profondeur p , c'est à dire $B(p, t) = 0$.

On peut calculer p grâce à (III.17) :

$$-\mu_0 J_c p + B_{\max} = 0 \quad \Rightarrow \quad p = \frac{B_{\max}}{\mu_0 J_c} \quad (\text{III.19})$$

Lorsque $d(t) < x < p$ l'induction ne varie plus donc le champ électrique E égale à zéro. L'induction est variable lorsque $0 < x < d(t)$.

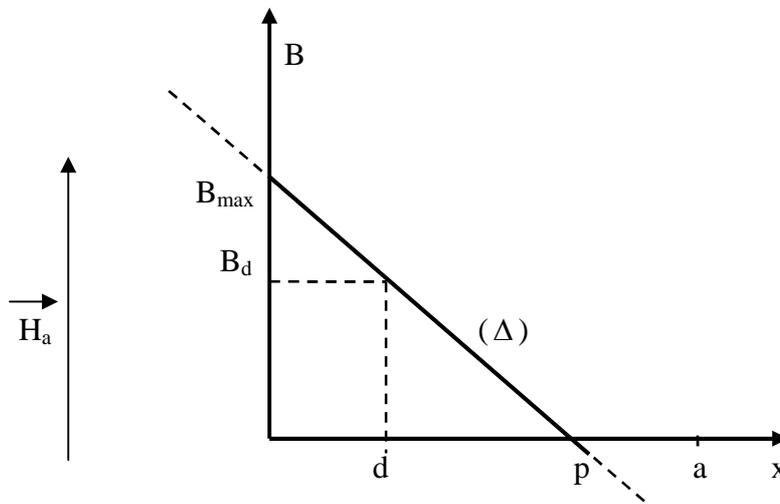


Fig. III. 3 : Distributions de B dans la plaque, cas $B_0 = B_{\max}$.

On a :

$$B(x, t) = \pm \mu_0 J_c x + B_0(t) \quad (\text{III.20})$$

$$\text{Quant } x=d : B_d = +\mu_0 J_c d + B_0(t) \quad (\text{III.21})$$

D'après la (Figure III. 3), l'équation de la droite (Δ) est :

$$B = \frac{-B_{\max}}{p} x + B_{\max} \quad (\text{III.22})$$

Pour : $x=d(t)$, l'équation (III.22) devient :

$$B_d = \frac{-B_{\max}}{p} d(t) + B_{\max} \quad (\text{III.23})$$

En remplaçant l'équation (III.19) dans l'équation (III.23) on obtient :

$$B_d = -\mu_0 J_c d(t) + B_{\max} \quad (\text{III.24})$$

Par l'égalité entres les équations (III.21) et (III.24) on obtient :

$$B_{\max} - B_0(t) = 2\mu_0 J_c d(t)$$

Donc :

$$d(t) = \frac{B_{\max} - B_0(t)}{2\mu_0 J_c} \quad (\text{III.25})$$

La puissance électromagnétique instantanée dissipée par unité de volume est égal à :

$$P_v(t) = \frac{1}{v} \int_0^{d(t)} \int_0^y \int_0^z E.J .dx dy dz + \frac{1}{v} \int_{2a-d(t)}^{2a} \int_0^y \int_0^z E.J .dx dy dz \quad (\text{III.26})$$

D'où :

$$P_v(t) = \frac{1}{a} \int_0^{d(t)} E.J_c .dx \quad (\text{III.27})$$

Après l'intégration :

$$P_v(t) = \frac{J_c}{a} \frac{\partial B_0}{\partial t} \left[\frac{x^2}{2} - d(t).x \right]_0^{d(t)} \quad (\text{III.28})$$

On obtient :

$$P_v(t) = \frac{-J_c}{a} \frac{\partial B_0}{\partial t} \left[\frac{(B_{\max} - B_0)^2}{8\mu_0^2 J_c^2} \right] \quad (\text{III.29})$$

Donc :

$$P_v(t) = \frac{-1}{a.8\mu_0^2 J_c} \left[-\frac{1}{3} \frac{\partial (B_{\max} - B_0)^3}{\partial t} \right] \quad (\text{III.30})$$

Finalement, la puissance électromagnétique est égal à :

$$P_v(t) = \frac{1}{a.24\mu_0^2 J_c} \cdot \frac{\partial (B_{\max} - B_0)^3}{\partial t} \quad (\text{III.31})$$

Quand $B_0(t)$ évolue de B_{\max} à $-B_{\max}$ il s'écoule une demi période. On peut calculer les pertes par unité de volume sur cette demi période et en déduire les pertes totale par unité de volume P_v :

$$P_v = \frac{2}{T} \int_{\frac{T}{2}} P_v(t).dt \quad (\text{III.32})$$

D'où :

$$P_v = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \frac{1}{a.24\mu_0^2 J_c} \cdot \frac{\partial (B_{\max} - B_0)^3}{\partial t} dt \quad (\text{III.33})$$

Après l'intégration :

$$P_v = \frac{2f}{24a\mu_0^2 J_c} \left[(B_{\max} - B_0)^3 \right]_{B_{\max}}^{-B_{\max}} \quad (\text{III.34})$$

On obtient :

$$P_v = \frac{2f.B_{\max}^3}{3a\mu_0^2 J_c} \quad (\text{III.35})$$

Nous remarquons que la puissance électromagnétique est dépend uniquement de l'induction magnétique maximal, la fréquence et la densité de courant critique.

III. 3. 2 Pénétration complète de l'induction dans la plaque

Nous avons représenté sur la figure III. 4 les évolutions dans le temps et l'espace de B, E et J, en pénétration complète.

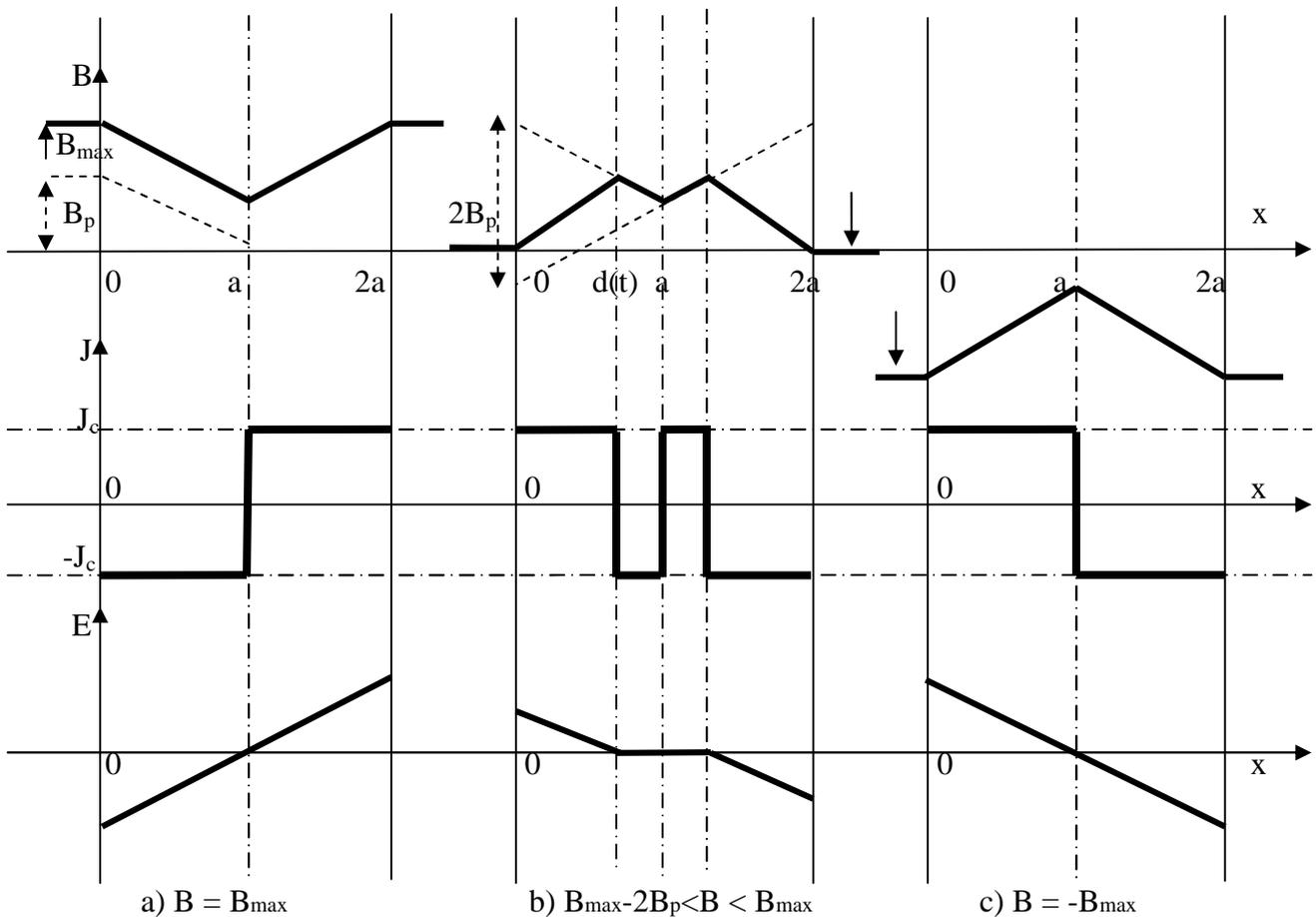


Fig. III. 4 : Distributions de B, J et E à l'intérieur d'une plaque supraconductrice soumise à un champ magnétique extérieur variable en pénétration complète.

Dans ce cas l'induction magnétique B pénètre entièrement dans la plaque à partir d'une valeur B_p , avec :

$$B_p = a\mu_0 J_c \quad (\text{III.36})$$

B ne varie plus que dans la zone où $0 < x < d(t)$ jusque $d(t)$ atteint (a) à l'instant t_1 .

On a :

$$d(t) = \frac{B_{\max} - B_0(t)}{2\mu_0 J_c}$$

A l'instant $t = t_1$, $d(t_1) = a$

On a :

$$a = \frac{B_{\max} - B_0(t_1)}{2\mu_0 J_c}$$

Donc :

$$2B_p = B_{\max} - B_0(t_1) \quad (\text{III.37})$$

On obtient :

$$B_0(t_1) = B_{\max} - 2B_p \quad (\text{III.38})$$

Quand B varie de B_{\max} à $-B_{\max}$ il existe deux phases :

Première phase : l'induction ne varie que dans une épaisseur $d(t)$ à partir de la surface, entre 0 et $d(t)$ et entre $2a-d(t)$ et $2a$. On a alors la même puissance instantanée dissipée $P_v(t)$ que précédemment (III.31).

Deuxième phase : l'induction ayant pénétrée dans toute la plaque, elle augmente progressivement en chaque point. Ceci se produit pour $B_{\max} - 2B_p > B_0(t) > -B_{\max}$. Ici $P_v(t)$ est constante puisque E et J sont figés. On obtient alors :

$$P_v(t) = \frac{1}{a} \int_0^a E \cdot J_c \cdot dx \quad (\text{III.39})$$

D'où :

$$P_v(t) = \frac{1}{a} \int_0^a \frac{\partial B}{\partial t} \cdot (x-a) J_c \cdot dx \quad (\text{III.40})$$

On obtient :

$$P_v(t) = \frac{-J_c \cdot a}{2} \cdot \frac{\partial B}{\partial t} \quad (\text{III.41})$$

La puissance électromagnétique des pertes par unité de volume est égale à :

$$P_v = \frac{2}{T} \int_{\frac{T}{2}} P_v(t) \cdot dt \quad (\text{III.42})$$

D'où :

$$P_v = 2 \cdot f \left[\int_{B_{\max}}^{B_{\max} - 2B_p} \frac{1}{24 \cdot a \cdot \mu_0^2 J_c} \cdot \frac{\partial (B_{\max} - B_0)^3}{\partial t} \cdot dt + \int_{B_{\max} - 2B_p}^{-B_{\max}} \frac{-J_c \cdot a}{2} \cdot \frac{\partial B}{\partial t} \cdot dt \right] \quad (\text{III.43})$$

Après simplification on obtient l'expression suivant :

$$P_v = 2 \cdot f \left[\frac{1}{3 \cdot a \cdot \mu_0^2 J_c} B_p^3 - J_c \cdot a (-B_{\max} + B_p) \right] \quad (\text{III.44})$$

Finalement, on obtient :

$$P_v = 2 \cdot f \cdot J_c \cdot a \left(B_{\max} - \frac{2}{3} a \mu_0 J_c \right) \quad (\text{III.45})$$

III. 3. 3 Facteur de pertes

Pour pouvoir comparer les pertes des différents cas étudiés, on exprime P_v en fonction du facteur de pertes $g(\gamma)$ où : $\gamma = \frac{B_{\max}}{B_p}$

III. 3. 3. 1 En pénétration incomplète

On a :

$$P_v = \frac{2f \cdot B_{\max}^3}{3a\mu_0^2 J_c} \quad (\text{III.46})$$

D'où :

$$P_v = \frac{2f \cdot B_{\max}^2 \cdot B_{\max}}{\mu_0 3B_p} \quad (\text{III.47})$$

On obtient :

$$P_v = \frac{2f \cdot B_{\max}^2}{\mu_0} g(\gamma) \quad (\text{III.48})$$

$$\text{Avec } g(\gamma) = \frac{\gamma}{3} \quad (\text{III.49})$$

En pénétration incomplète ($\gamma < 1$)

III. 3. 3. 2 Résultats de simulation et interprétation

Nous avons développé un programme sous l'environnement MATLAB pour calculer la densité des pertes dans une plaque supraconductrice à partir de l'équation (III.48), nous avons obtenu les résultats suivants :

La Figure III. 5 représente la variation de la densité des pertes en fonction de l'induction magnétique maximale pour une fréquence de 50 Hz :

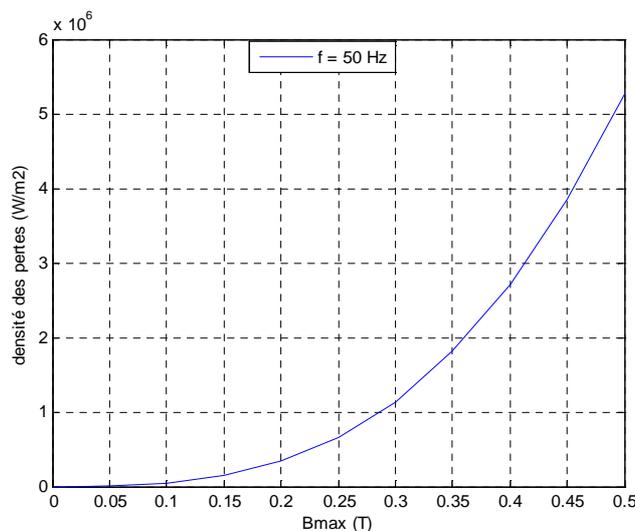


Fig. III. 5 : La densité des pertes en fonction de B_{\max} pour $f=50\text{Hz}$.

La Figure III. 6 représente la variation de la densité des pertes en fonction de l'induction magnétique maximale pour différents valeurs de la fréquence :

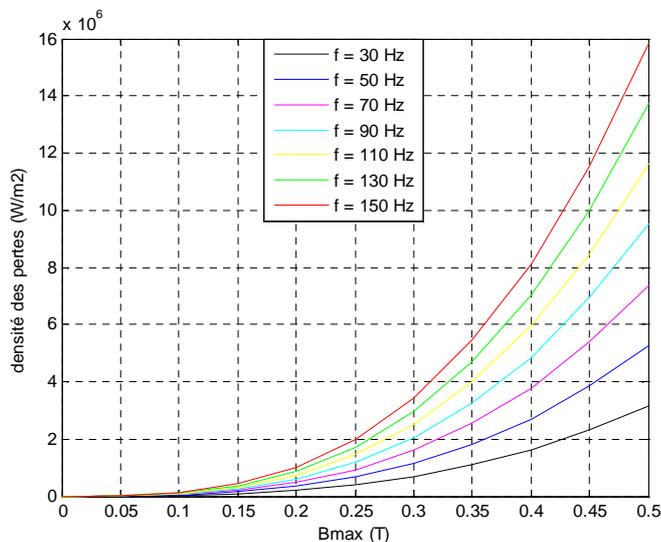


Fig. III. 6 : La densité des pertes en fonction de B_{max} pour différents valeurs des fréquences.

➤ **interprétation**

Nous remarquons que la densité des pertes augmente lorsque on augmente la fréquence, c'est-à-dire la densité des pertes sont proportionnelles à la fréquence.

La Figure III. 7 représente la variation de la densité des pertes en fonction de l'induction magnétique maximale pour un demi-épaisseur égale à 5 mm :

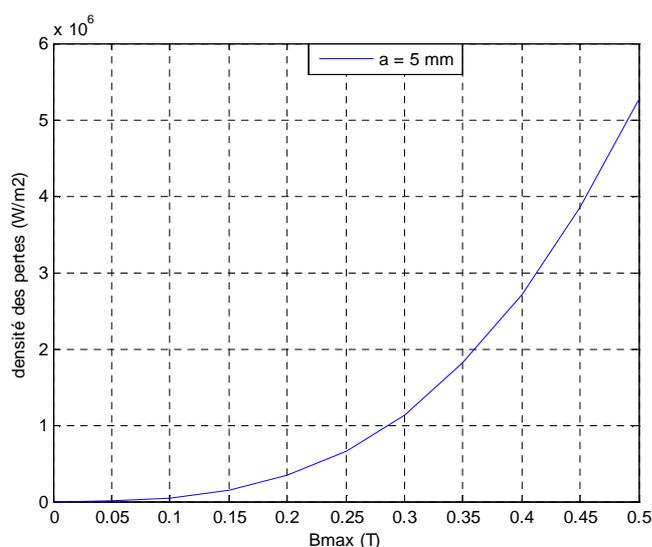


Fig. III. 7 : La densité des pertes en fonction de B_{max} pour $a = 5$ mm.

La Figure III. 8 représente la variation de la densité des pertes en fonction de l'induction magnétique maximale pour un demi-épaisseur égale à 20 mm :

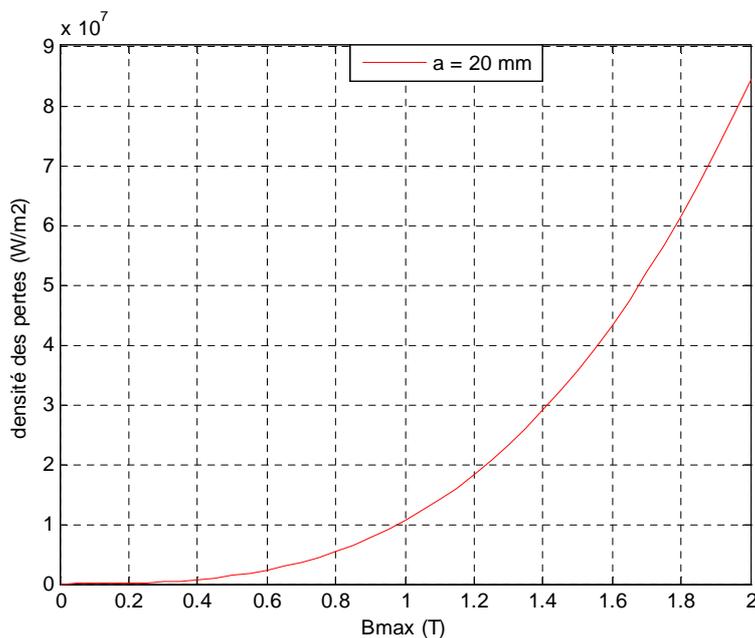


Fig. III. 8 : La densité des pertes en fonction de B_{\max} pour $a = 20$ mm.

La Figure III. 9 représente la variation de la densité des pertes en fonction de l'induction magnétique maximale pour un demi-épaisseur égale à 35 mm :

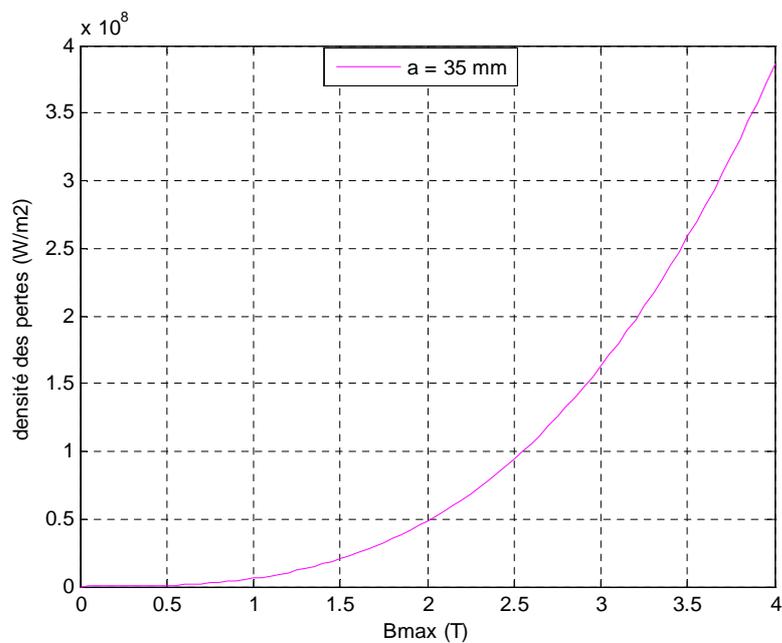


Fig. III. 9 : La densité des pertes en fonction de B_{\max} pour $a = 35$ mm.

La Figure III. 10 représente la variation de la densité des pertes en fonction de l'induction magnétique maximale pour différents valeurs de a :

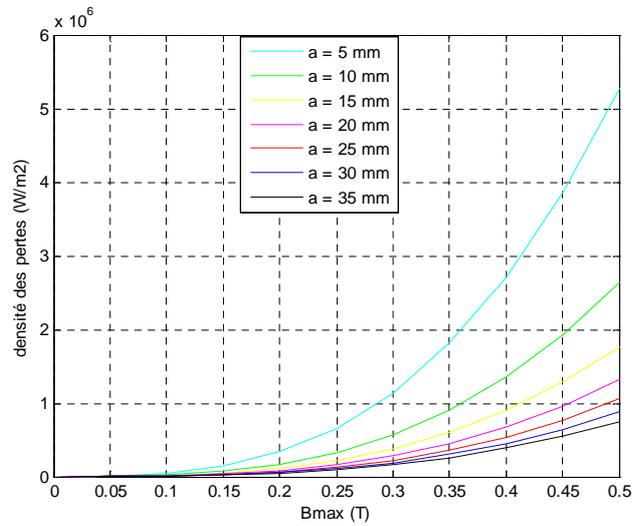


Fig. III. 10 : La densité des pertes en fonction de B_{max} pour différents valeurs de a .

➤ Interprétation

L'augmentation de l'épaisseur de la plaque augmente l'induction magnétique de pénétration qui devient très grand par rapport à B_{max} ($B_{max} = \text{cst} = 0.5 \text{ T}$) c'est-à-dire : $B_p \gg B_{max}$ donc la profondeur de pénétration va diminuer ce qui provoque une diminution de la densité des pertes.

La Figure III. 11 représente la variation de la densité des pertes en fonction de l'induction magnétique maximale pour un densité de courant critique $J_c = 1.10^8 \text{ A/m}^2$:

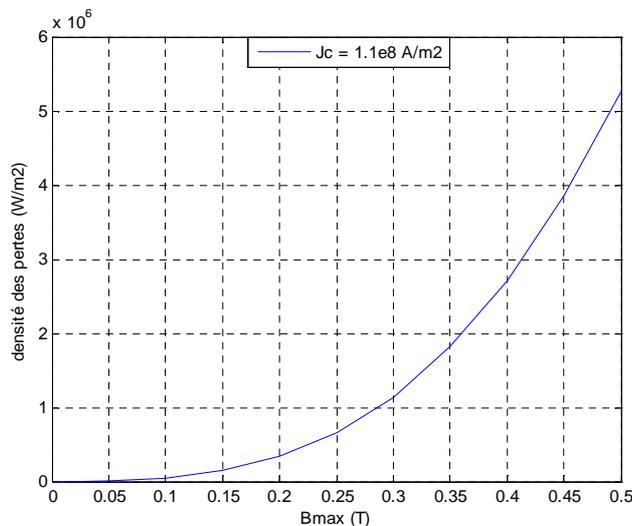


Fig. III. 11 : La densité des pertes en fonction de B_{max} pour $J_c = 1.10^8 \text{ A/m}^2$.

La Figure III. 12 représente la variation de la densité des pertes en fonction de l'induction magnétique maximale pour un densité de courant critique $J_c = 9.10^8 \text{ A/m}^2$:

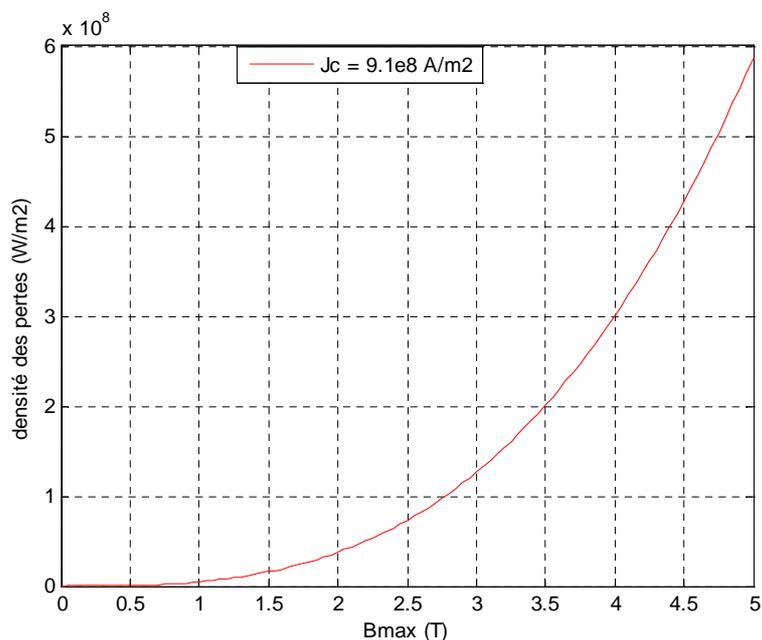


Fig. III. 12 : La densité des pertes en fonction de B_{max} pour $J_c = 9.10^8 \text{ A/m}^2$.

La Figure III. 13 représente la variation de la densité des pertes en fonction de l'induction magnétique maximale pour différents valeurs de la densité de courant critique :

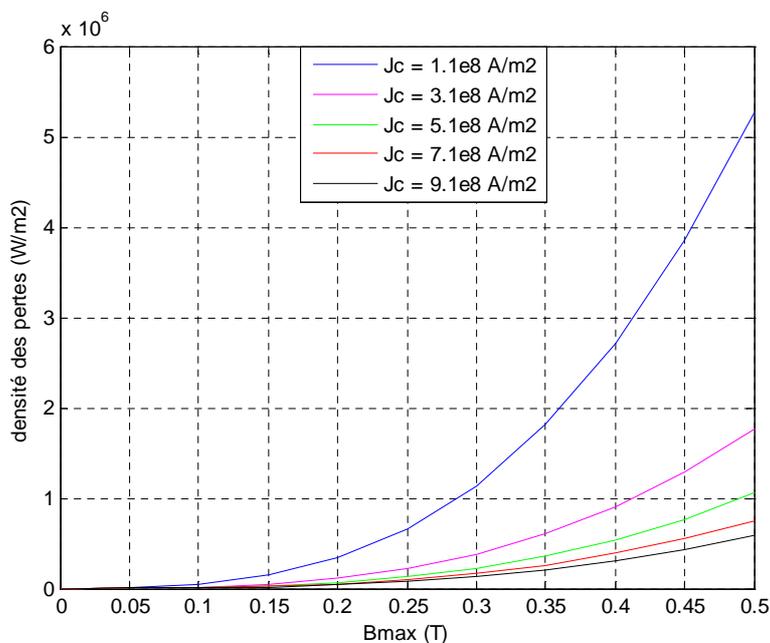


Fig. III. 13: La densité des pertes en fonction de B_{max} pour différents valeurs de J_c .

➤ Interprétation

L'augmentation de la densité de courant critique augmente l'induction magnétique de pénétration qui devient très grand par rapport à B_{\max} ($B_{\max} = \text{cst} = 0.5 \text{ T}$) c'est-à-dire :

$B_p \gg B_{\max}$ donc la profondeur de pénétration va diminuer ce qui provoque une diminution de la densité des pertes .

III. 3. 3 En pénétration complète

On a :

$$P_v = 2.f.J_c.a \left(B_{\max} - \frac{2}{3} a \mu_0 J_c \right) \quad (\text{III.50})$$

D'où :

$$P_v = \frac{2f}{\mu_0} \left(B_{\max} B_p - \frac{2}{3} B_p^2 \right) \quad (\text{III.51})$$

Après simplification, l'équation (III.51) devient :

$$P_v = \frac{2f.B_{\max}^2}{\mu_0} \left(\frac{B_p}{B_{\max}} - \frac{2}{3} \frac{B_p^2}{B_{\max}^2} \right) \quad (\text{III.52})$$

Finalement, on obtient :

$$P_v = \frac{2f.B_{\max}^2}{\mu_0} g(\gamma) \quad (\text{III.53})$$

$$\text{Avec } g(\gamma) = \frac{1}{\gamma} - \frac{2}{3\gamma^2} \quad (\text{III.54})$$

En pénétration complète ($\gamma > 1$)

III. 3. 3. 4 Résultats de simulation et interprétation

Nous avons développé un programme sous l'environnement MATLAB pour calculer la densité des pertes dans une plaque supraconductrice à partir de l'équation (III.53), nous avons obtenu les résultats suivants :

La Figure III. 14 représente la variation de la densité des pertes en fonction de l'induction magnétique maximale pour différents valeurs de la fréquence :

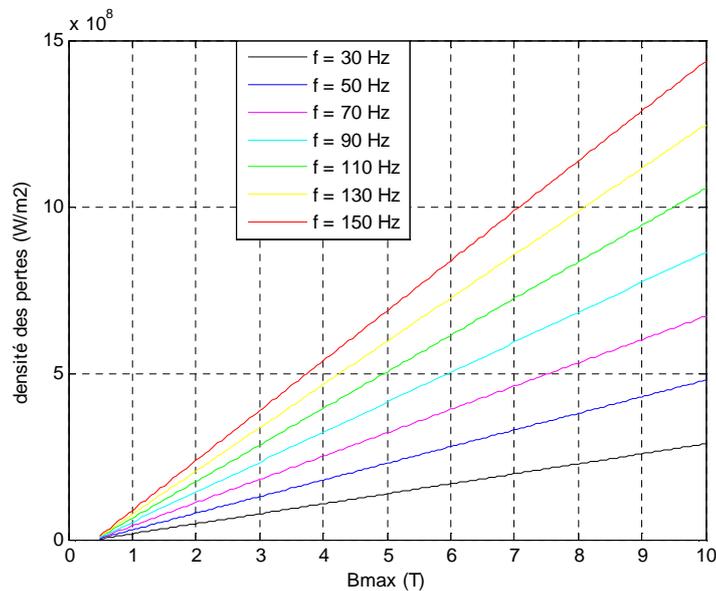


Fig. III. 14 : La densité des pertes en fonction de B_{\max} pour différents valeurs des fréquences.

➤ Interprétation

Nous remarquons que la densité des pertes augmente lorsque on augmente la fréquence, donc la densité des pertes sont proportionnelles à la fréquence.

La Figure III. 15 représente la variation de la densité des pertes en fonction de l'induction magnétique maximale pour différents valeurs de l'épaisseur de la plaque :

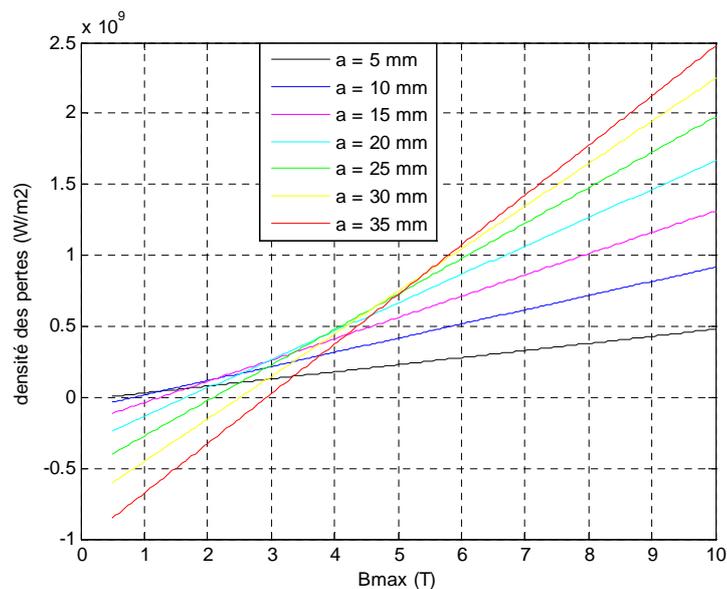


Fig.III. 15: La densité des pertes en fonction de B_{\max} pour différents valeurs de a.

➤ Interprétation

Nous remarquons que la densité des pertes augmente lorsque on augmente l'épaisseur de la plaque, donc la densité des pertes sont proportionnelles à l'épaisseur de la plaque conductrice.

La Figure III. 16 représente la variation de la densité des pertes en fonction de l'induction magnétique maximale pour différents valeurs de la densité de courant critique :

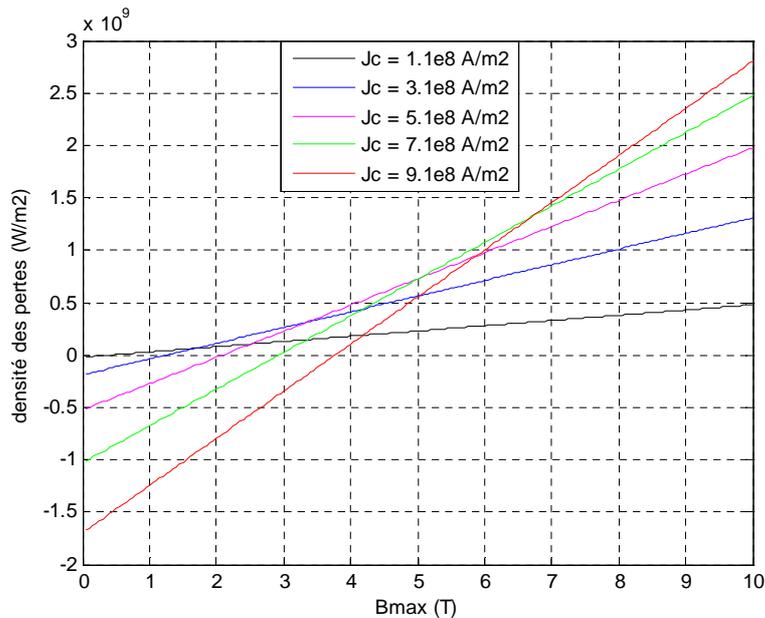


Fig. III. 16 : La densité des pertes en fonction de B_{max} pour différents valeurs de J_c .

➤ Interprétation

Nous remarquons que la densité des pertes augmente lorsque on augmente la densité de courant critique, donc la densité des pertes sont proportionnelles au densité de courant critique.

III. 4 Conclusion

La résolution des équations de Maxwell par la méthode analytique dont l'objectif de calculer de la densité des pertes dans une plaque supraconductrice sont présenté dans ce chapitre.

Conclusion Générale :

Ce travail consiste à calculer les pertes dans une plaque supraconductrice et un tube supraconducteur, l'ensemble de notre rapport se situe dans :

1- La modélisation des phénomènes électromagnétiques dans les matériaux supraconducteurs par les équations de Maxwell et le modèle de l'état critique de Bean.

2- Les caractéristiques des grandeurs magnétiques et électriques (induction magnétique, densité de courant, champ électrique et les pertes).

3- Le développement, l'implémentation sous l'environnement MATLAB d'un programme basé sur une méthode analytique pour calculer les pertes dans des dispositifs supraconducteurs.

4- Les différents résultats obtenus par notre programme développé basé sur la méthode analytique pour les deux dispositifs (plaque et tube) et dans les deux cas de pénétration, complète et incomplète de l'induction magnétique.

Ce travail explique l'importance des matériaux supraconducteurs dans la physique de coté scientifique et dans l'industrie de coté technologique, et leurs utilisations dans plusieurs applications dans la vie et surtout en l'électrotechnique.

En perspective, et enfin d'obtenir une vision entière sur le calcul des pertes par la méthode analytique, il serait intéressant de calculer les pertes dans les matériaux supraconducteurs avec un couplage électromagnétique-thermique. et d'utiliser d'autre modèle par exemple modèle de puissance où modèle de flux flow, flux creep.

Bibliographie

- [1] : K. BERGER, « Etude des phénomènes couplés magnétothermiques dans les supraconducteurs à haute température », Thèse de Doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy I, 21 septembre 2006.
- [2] : R. BERNARD, « Dynamique des réseaux de vortex dans des films minces supraconducteurs à haute température critique en vue de l'optimisation d'un transformateur à flux de vortex », Thèse de Doctorat, Université Paris XI, France, 28 Juin 2006.
- [3] : A. BOSSAVIT, « Notes sur les modèles macroscopiques de supraconducteurs, en vue du calcul numérique » Octobre 1994, Électricité de France, 1 Av. du Gal de Gaulle, 92141 Clamart, et Laboratoire de Génie Électrique de Paris (CNRS), Plateau du Moulon, 91192 Gif-sur-Yvette.
- [4] : A. BOUAADDI, « Ancrage et dynamique des vortex dans les couches minces de supraconducteurs à haute température critique d' $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ », Thèse de Doctorat, Université Ibn Zohr, Agadir, 6 Mars 2010.
- [5] : <http://www.magique.univ-montp2.fr/supra.wmv>
- [6] : P. MASSON, « Etude d'écrans supraconducteurs à haute température critique massifs. Application à la réalisation d'une machine électrique de conception originale », Thèse de Doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy I, 17 décembre 2002.
- [7] : M. L. HAMZAOUI et F. DAHMANI, « Etude, réalisation et modélisation des matériaux supraconducteurs destiné à lévitation », Thèse d'Ingénieur, Université de Biskra, 2010.
- [8] : M. H. KORICHI et L. GUEDJATI, « Etude, modélisation et réalisation d'un système de lévitation à base de supraconducteur », Thèse d'Ingénieur, Université de Biskra, 2010.
- [9] : S. BELKHIR et F. BEN MEBAREK , « Etude et modélisation d'un limiteur du courant à base de supraconducteur à haute température critique », Thèse d'Ingénieur, Université de Biskra, Juin 2011.
- [10] : B. DOUINE, « Etudes des pertes dans les supraconducteurs à haute température critique », Thèse de Doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy, France, 7 novembre 2001.

[11] : I. N. ELGHOUL et D. E. BARKAT, «Modélisation bidimensionnelle des matériaux supraconducteurs à haute température critique (SHTc) », Thèse d'Ingénieur, Université de Biskra, Juin 2011.

[12] : M. L. KHENE, « Modélisation des phénomènes électromagnétiques dans les structures à géométries complexes par adaptation de la méthode des volumes finis », Thèse de Magister, Université Batna, Juin 2006.

[13] : I. KLUTSCH, «Modélisation des supraconducteurs et mesure », Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 26 Septembre 2003.