

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministère de l'enseignement Supérieur et de la Recherche scientifique



Université Mohamed Khider Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Electrique
Filière : Automatique
Option : Génie des Systèmes Industriels

Réf:.....

Mémoire de Fin d'Etudes
En vue de l'obtention du diplôme:

MASTER

Thème

**Etude et Simulation d'un
Robot Manipulateur à 6ddl**

Présenté par :
Lakhdar NOUIBAT
Soutenu le : 04Juin 2014

Devant le jury composé de :

Mr H.GHODBANE

MCA

Président

Mr Y. KOURD

MCA

Encadreur

Mr A/G CHELIHI

MAA

Examineur

Année universitaire : 2013 / 2014

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministère de l'enseignement Supérieur et de la recherche scientifique



Université Mohamed Khider Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Electrique
Filière :Automatique
Option :Génie des Systèmes Industriels

Mémoire de Fin d'Etudes
En vue de l'obtention du diplôme:

MASTER

Thème

Etude et Commande d'un Robot Manipulateur à 6ddl

Présenté par :

Lakhdar NOUIBAT

Avis favorable de l'encadreur :

Dr.Yahia KOURD

Avis favorable du Président du Jury

Dr. Hatem GHODBANE

Signature

Cachet et signature

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministère de l'enseignement Supérieur et de la Recherche scientifique



Université Mohamed Khider Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Electrique
Filière :Automatique
Option :Genie des Systems Industrials

Thème :
**Etude et Commande d'un
Robot Manipulateur à 6ddl**

Proposé par : Yahia KOURD
Dirigé par : Yahia KOURD

Dédicaces

Je dédie ce mémoire à :

Ma mère, qui a travaillé pour ma réussite, et son amour et me soutenir, et tous les sacrifices et les précieux conseils, pour leur aide et leur présence dans ma vie, de passer à travers ce travail modeste soit-elle, pour m'aider à avancer dans la vie. Dieu a fait ce travail à terme; Merci pour vos nobles valeurs, l'éducation et le soutien permanent vient à vous. et exprimer mes sentiments et ma gratitude éternelle.

Mon père, qui peuvent être fiers et trouver ici comme un résultat de longues années de sacrifice et de difficultés pour m'aider à avancer dans la vie

Mes frères et sœurs qui n'ont cessé d'être pour moi des exemples de persévérance, de courage et de générosité.

Mes professeurs de automatiques qui doivent voir dans ce travail la fierté d'un savoir bien acquis.

Remerciements

· A DIEU, pour m'avoir donné la force dans les moments difficiles d'éditer ce mémoire.
Trouvez ici l'expression de ma profonde gratitude et reconnaissance.

· Mon père mosbah NOUIBAT et à ma mère hada BEL WADAH qui m'ont toujours entouré et motivé à sans cesse devenir meilleur ;

· Mes frères et sœurs : mohamad et laila et nadjet et salim et wafa et faouzi et fatoum qui m'ont assisté dans ces moments difficiles et m'ont servi d'exemple ;

· Parents proches et distants, chacun d'entre eux

· Mes amis et amies qui n'ont cessé de m'encourager ;

· Tous mes professeurs de automatiques pour leurs disponibilité et conseils ;

· Mon professeur encadreur Mr kourd YAHIA pour son aide et sa précieuse attention

· Tous mes compagnons de promotion ;

Liste des Tableaux

Tableau I.1 : Tableau de l’historique de la robotique de manipulation établi à partir du rapport IFR (IFR,2012) [7]	6
Tableau I.2 Types d’équations (Méthode de Paul).....	22
Tableau II.1 : Données de base.....	42
Tableau II.2 : Température ambiante.....	43
Tableau II.3 : Câbles de liaison.....	43
Tableau II.4 : Longueurs de câbles.....	44
Tableau II.5 : Les données robot KR 16.....	44
Tableau II.6 : Charges KR 16.....	46
Tableau II.7 : Description.....	48

Liste des Figures

Figure I.1: L'invention du premier robot industriel : Unimation (IFR, 2012) (a) développement du premier robot industriel (b) dans une usine de General Motors(1961) [7].....	5
Figure I.2 : Le robot tout électrique (IFR, 2012) (a):ASEA IRB-6 (1973), le premier tout électrique et (b): PUMA : le robot travaille en coopération avec des opérateurs [7].....	5
Figure I.3: (a) Le premier robot piloté par moteur électrique. (b) Le premier bras d'entraînement direct du monde. (c) premier robot SCARA à entraînement direct (IFR, 2012) [7].....	5
Figure I.4 : Les robots manipulateurs Kuka.....	6
Figure I.5: robot manipulateur avec articulation de rotation.....	7
Figure I.6: Vue générale et schéma d'entraînement d'une robot industriel 6 axes (Kuka) [7].....	9
Figure I.7: Schéma générale d'un robot manipulateur [7].....	10
Figure I.8 : La chaine cinématique d'une robot série.....	12
Figure I.9 : Paramètres de Denavit et Hartenberg.....	13
Figure I.10 : Transformation entre organe terminal et repère atelier.....	20
Figure I.11 Influence du type de l'articulation sur le repère terminal.....	24
Figure I.12. Bilan des efforts au centre de gravité.....	33
Figure II.1: Exemple d'un système de robot.....	40
Figure II.2: Sous-ensembles principaux du manipulateur.....	41
Figure II .3: Sens de rotation des axes.....	45
Figure II .4: La taille et la forme des enveloppes d'évolution pour les robots KR 16.....	45
Figure II .5: KCP de face.....	47
Figure II .6: Face arrière KCP.....	48
figure II .7: Sélecteur de mode.....	49

Figure II .8: Interrupteur d'ARRÊT D'URGENCE au KCP.....	50
Figure II .9: Vue avant circuits de refroidissement intérieur et extérieur.....	51
Figure II .10: Vue latérale circuit de refroidissement extérieur.....	51
Figure II .11: Circuits de refroidissement.....	51
Figure II .12: Unité de puissance.....	52
Figure II .13: Plage de pivotement porte/cadre calculateur.....	52
Figure II .14: Unité calculateur.....	53
Figure III.1: Démo de MATLAB pour Toolbox de robot.....	55
Figure III.2: Trajectoire particulière plus du mouvement de theta les joints 2 et 3.....	58
Figure III.3: Profils communs d'accélération.....	59
Figure III.4: Tracés contre le temps.....	62
Figure III.5: Idée du chemin cartésien suivi du manipulateur.....	62
Figure III.6: Du robot pour montrer l'orientation de poignet.....	63
Figure III.7: Du robot de kuka 16, mais changeant son endroit de nom et de base.....	64
Figure III.8: Des points de vue multiples du même robot.....	65
Figure III.9: De pouvoir conduire manuellement le robot kuka 16	66
Figure III.10: La transformation correspondant à une coordonnée particulière de joint.....	67
Figure III.11: Le mouvement cartésien à ligne directe.....	70
Figure III.12: Les couples communs peuvent être tracés en fonction du temps.....	76
Figure III.13: Une grande partie du couple sur les joints 2 et 3 d'un kuka kr16.....	77
Figure III.14: Tout le couple a exigé au-dessus des de trajectoire.....	78
Figure III.15: Stabilité et à rendement élevé face à la variation.....	79
Figure III.16: Le mouvement en résultant peut être tracé contre le temps.....	82
Figure III.17: Vitesse de rotation du bras supérieur et inférieur.....	83

Liste des abréviations

MGD	modèles géométriques directs
MGI	modèles géométriques inverses
MCD	modèles géométriques directs
MCI	modèles géométriques inverses
MDD	modèles géométriques directs
MDI	modèles géométriques inverses
A.F.N.O.R	L'Association Française de Normalisation
DDL	degré de liberté
RTL	Roulis - Tangage – Lacet

Résumé:

Le contrôle des systèmes mécaniques, plus particulièrement des manipulateurs robotiques, est un domaine actif de la recherche appliquée. Le but de ce travail c'est l'étude et la commande des bras manipulateurs à 6ddl. Nous sommes intéressés à la classe des robots manipulateurs rigides à chaîne ouverte simple comme le KUKA KR16. Nous présentons en premier lieu une étude détaillée sur les modèles utilisés pour le contrôle et la commande du robot, à savoir le modèle géométrique, cinématique et dynamique: directs et inverses. En supposant mesurables les variables de positions et de vitesses articulaires, nous avons étudié et commandé le système on utilisant le logiciel de simulation MATLAB.

Mots-clés : Robot rigide, Robot manipulateur, Commande non linéaire, Modélisation, 6ddl

المخلص:

السيطرة على الأنظمة الميكانيكية، وخاصة من الروبوت العامل، هو مجال نشطة من البحوث التطبيقية. الهدف من هذا العمل هو دراسة ومراقبة الذراع المتلاعبين 6 درجات حرية. ونحن مهتمون في فئة من الروبوت العامل الجامدة واحد سلسلة مفتوحة كما كوكا KR16. نقدم أول دراسة مفصلة عن النماذج المستخدمة لرصد ومراقبة للروبوت، أي نموذج هندسي، الحركات وديناميات: المباشرة والعكسية. على افتراض مواقف المتغيرات القابلة للقياس والسرعات مشتركة، درسنا ويتم التحكم في النظام باستخدام برامج المحاكاة MATLAB.

كلمات المفتاح : الروبوت الصلب, الروبوت العامل, التحكم اللاخطي, النمذجة, 6 درجات حرية.

SOMMAIRE

Introduction Générale.....	1
----------------------------	---

chapitre I :Etat de l'art

I.1 Définitions	5
I.2 Historique.....	5
I.3 Robots manipulateurs.....	8
I.4 Le Modèle géométrique direct du robot (MGD)	12
I.4.1. Introduction	12
I.4.2. Description de la géométrie des robots à structure ouverte simple	12
I.4.3 Paramétrage de Denavit -Hartenberg	13
I.4.4 Le MGD d'un robot manipulateur	16
I.4.5 Représentation des coordonnées opérationnelles.....	16
I.4.6. Les angles de Cardans (Roulis - Tangage – Lacet « RTL »).....	17
I.5 Espace de travail.....	17
I.5.1 Définition.....	17
I.6 Le Modèle géométrique inverse du robot (MGI)	19
I.6.1 Introduction.....	19
I.6.2 Position du problème.....	19
I.6.3 Calcul du MGI par la méthode de Paul	21
I.6.3.1 Principe	21
I.6.3. 2 Le découplage cinématique.....	23
I.7 Etude cinématique du robot.....	24
I.7.1 Le modèle cinématique direct (MCD).....	24
I.7.2 Calcul Indirect de la matrice Jacobienne.....	25
I.7.3 le calcul du MCD par les équations de récurrence	27
I.7.4 Jacobienne analytique	27
I.7.5 Utilisation de la matrice jacobienne	29
I.7.5. 1 Calcul des efforts statiques.....	29
I.7.5.2 Les positions de singularité.....	29

I.8	Vitesse et accélération	30
I.9	L'étude dynamique du robot.....	31
I.9.1	Introduction	31
I.9.2	Notation	31
I.9.3	Le modèle dynamique inverse (MDI)	32
I.9.3.1	Formalisme de Newton Euler	33
I.9.3.2	Formalisme de Lagrange	36
I.10	Conclusion.....	39

Chapitre II: Présentation du Bras manipulateur KUKA KR16

II.1	Introduction.....	41
II.2	Description du produit.....	41
II.2.1	Aperçu du système de robot.....	41
II. 3	Description du robot	42
II.3.1	Poignet à arbre creux	43
II.3.2	Bras	43
II.3.3	Epaule.....	44
II.3.4	Bâti de rotation.....	44
II.3.5	Embase.....	44
II.3.6	Installation électrique.....	44
II.4.	Caractéristiques techniques.....	44
II.4.1.	Données de base.....	44
II.4.2	Température ambiante.....	45
II.4.3	Câbles deliaison.....	45
II.4.4	Longueurs decâbles.....	46
II.5	Caractéristiques desaxes.....	46
II.5.1	Plage et Vitesse de mouvement.....	46
II.5.2	Enveloppe d'évolution.....	47
II.5.3	Charges du robot KR 16.....	48
II.6.	Description du KUKA Control Panel (KCP).....	48
II.6.1	Face avant.....	49
II.6.2	Face arrière.....	50

II.6. 3 Description.....	50
II.6.4 Sélecteur des modes.....	51
II.6.5 Dispositif d'ARRET D'URGENCE externe.....	51
II.6.6 Dispositif d'homme mort.....	52
II.7 Armoire de commande KRC2.....	53
II.7.1 Circuits de refroidissement.....	53
II.7.2 Unité de puissance.....	54
II.7.3 Plaque de pivotement porte/cadre calculateur.....	54
II.7.4 Unité calculateur dans l'armoire de commande KRC2.....	55
II.8 Conclusion	55

Chapitre III: Simulation du Robot KUKA KR16

III.1 Introduction.....	57
III.2. Implémentation du robot KUKA KR16	57
III.3 Simulation des Transformations	58
III.4. Simulation des Trajectoires.....	60
III.5. Cinématique Directe.....	63
III.6. Animation.....	66
III.7. Cinématique Inverse.....	69
III.8. La Jacobéenne du robot KUKA KR16.....	74
III.9. Dynamique Inverse	78
III.10 Dynamique directe.....	82
III. 11 Conclusion	86
 conclusion Générale.....	 87
Références bibliographiques.....	89

Introduction Générale

Le problème de la commande d'un robot manipulateur peut être formulé comme la détermination de l'évolution des forces généralisées (forces ou couples) que les actionneurs doivent exercer pour garantir l'exécution de la tâche tout en satisfaisant certains critères de performance.

Différentes techniques sont utilisées pour la commande des bras manipulateurs. La conception mécanique du bras manipulateur a une influence sur le choix de schéma de commande. Un robot manipulateur est une structure mécanique complexe dont les inerties par rapport aux axes des articulations varient non seulement en fonction de la charge mais aussi en fonction de la configuration, des vitesses et des accélérations.

La plupart des robots utilisent des servomoteurs électriques comme actionneurs. Les caractéristiques des servomoteurs ont un rôle important pour la sélection du système de commande.

En opposition, quand le robot utilise des servomoteurs avec de faibles rapports de réduction, les boucles de commande doivent compenser les effets des variations des forces d'inertie et de gravité fonctions de la configuration. Les lois de commande basées sur les modèles dynamiques des robots (appelée commande dynamique) donnent de très bons résultats dans ce cas. Ils permettent de maintenir la réponse dynamique du système dans certains critères de performance. En utilisant ce type de techniques les robots peuvent évoluer à grandes vitesses [1].

En effet la majorité des tâches confiées aux robots sont délicates et exigent une très grande précision sous des trajectoires rapides. Dans ce cas le type de commande nécessaire est la commande par découplage non linéaire, méthode qui est considérée comme la solution théorique idéale pour la commande de ce type de robot [2], [3], [4].

Notre travail porte sur l'étude et la commande d'un bras manipulateur en supposant que son application exige des évolutions rapides et une grande précision et nous n'aborde pas sa construction.

Le schéma de commande que nous proposons n'utilise que des capteurs proprioceptifs et reste ouvert pour l'inclusion de capteurs extéroceptifs (systèmes de vision, capteurs d'effort, capteurs tactiles,...) pour les boucles de commande de plus haut niveau. Le schéma de la figure 1 présente cette idée de façon simplifiée [5].

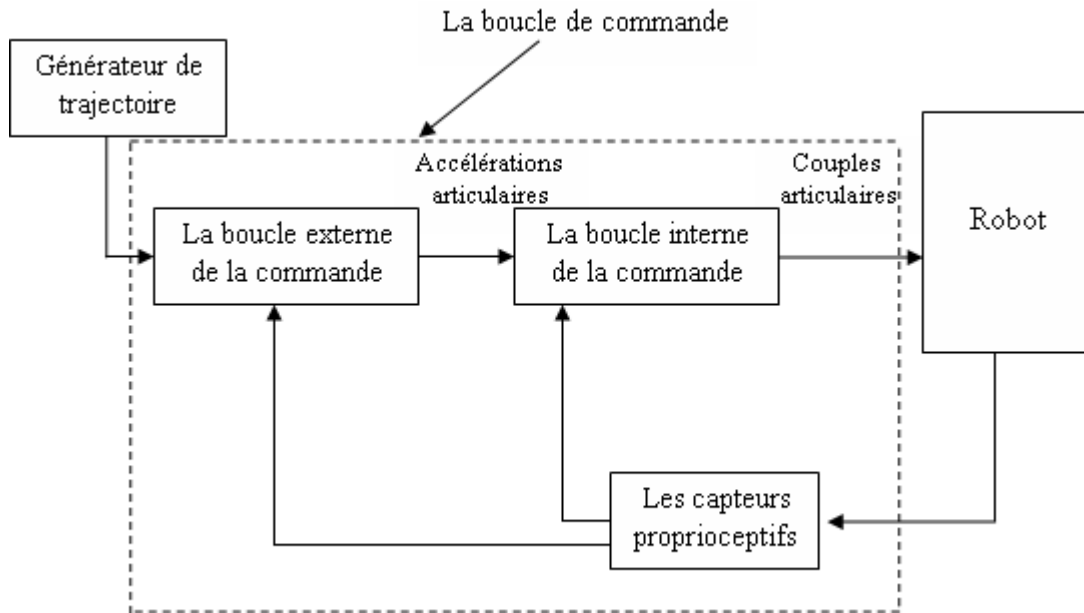


Figure 1. Schéma hiérarchique de la commande.

La commande se fait soit dans l'espace opérationnel, soit dans l'espace articulaire, le coût de calcul de la commande dans ce dernier cas est quasiment égal au nombre d'opérations nécessaires pour établir le modèle dynamique [6]. Ainsi, pour réaliser cette commande, on doit essentiellement disposer d'un algorithme de calcul du modèle dynamique performant.

Dans le cas où les modèles du robot sont parfaitement connus, cette méthode de commande présente des performances très satisfaisantes. Cependant, en pratique, cette condition n'est pas simple pour un robot à plus de trois ddl, on doit disposer d'un langage évolué comme le MATLAB, qui nous permet d'extraire les expressions de tous les modèles nécessaires, sous forme symbolique.

Problématique :

L'objectif de ce travail est :

- L'élaboration de tous les modèles du robot nécessaire à la commande : les modèles géométrique directs et inverses, les modèles cinématique directs et inverses, et les modèles dynamique directs et inverses.
- Trouver une loi complète de commande, permettant de contrôler le mouvement du bras manipulateur, en tenant compte de tous les problèmes qui surviennent lors du mouvement.

Organisation du mémoire :

Ce mémoire est organisé en 3 chapitres et une conclusion :

Chapitre 1: Etat de l'art: qui contient une recherche bibliographique sur les robots manipulateur et leurs historiques avec la présentation de modèle géométrique et inverse, on ajoute aussi le modèle cinématique et inverse et l'étude dynamique du robot permettant de calculer les couples qui doivent être fournis par les actionneurs. Nous présentons un formalisme du calcul dynamique des bras manipulateurs à structure ouverte puis on les applique au robot pour déterminer ces couples.

Chapitre 2 : Présentation du Bras manipulateur KUKA KR16.

Chapitre 3 : Simulation du robot **KUKA KR 16** par MATLAB.

Enfin on terminera cette manuscrite par une conclusion générale et les perspectives.

CHAPITRE

I

Etat de l'art

I.1 Définitions

Le Petit Larousse définit un robot comme étant un appareil automatique capable de manipuler des objets, ou d'exécuter des opérations selon un programme fixe ou modifiable.

En fait, l'image que chacun s'en fait est généralement vague, souvent un robot est défini comme un manipulateur automatique à cycles programmables .

Pour "mériter" le nom de robot, un système doit posséder une certaine flexibilité, caractérisée par les propriétés suivantes :

- La versatilité : Un robot doit avoir la capacité de pouvoir exécuter une variété de tâches, ou la même tâche de différente manière
- L'auto adaptativité : Un robot doit pouvoir s'adapter à un environnement changeant au cours de l'exécution de ses tâches.

L'Association Française de Normalisation (A.F.N.O.R.) définit un robot comme étant un système mécanique de type manipulateur commandé en position, reprogrammable, polyvalent (i.e. à usages multiples), à plusieurs degrés de liberté, capable de manipuler des matériaux, des pièces, des outils et des dispositifs spécialisés, au cours de mouvements variables et programmés pour l'exécution d'une variété de tâches. Il a souvent l'apparence d'un ou plusieurs, bras se terminant par un poignet. Son unité de commande utilise, notamment, un dispositif de mémoire et éventuellement de perception et d'adaptation à l'environnement et aux circonstances . Ces machines polyvalentes sont généralement étudiées pour effectuer la même fonction de façon cyclique et peuvent être adaptées à d'autres fonctions sans modification permanente du matériel [7].

I.2 Historique

L'invention du robot industriel remonte à 1954 quand George Devol a déposé un brevet pour le premier robot. La première entreprise à produire un robot était Unimation, fondée en 1956 par George Devol et Joseph Engelberger. Le premier robot a été mis en service dans une usine de General Motors en 1961 pour extraire des pièces d'une machine de moulage sous pression (Siciliano and Khatib, 2008, Figure 1.1). Le Stanford Arm a été conçu en 1969 par Victor Scheinman (Scheinman, 1968) comme un prototype pour la recherche. La conception de robots a par la suite été fortement influencée par les concepts de Scheinman. En 1973, la société ASEA (ABB aujourd'hui) a présenté le premier robot commandé par un microprocesseur, l'IRB-6, ce qui a permis le mouvement en trajectoire continue, une condition préalable pour le soudage à l'arc ou l'usinage (figure 1.2). [7]

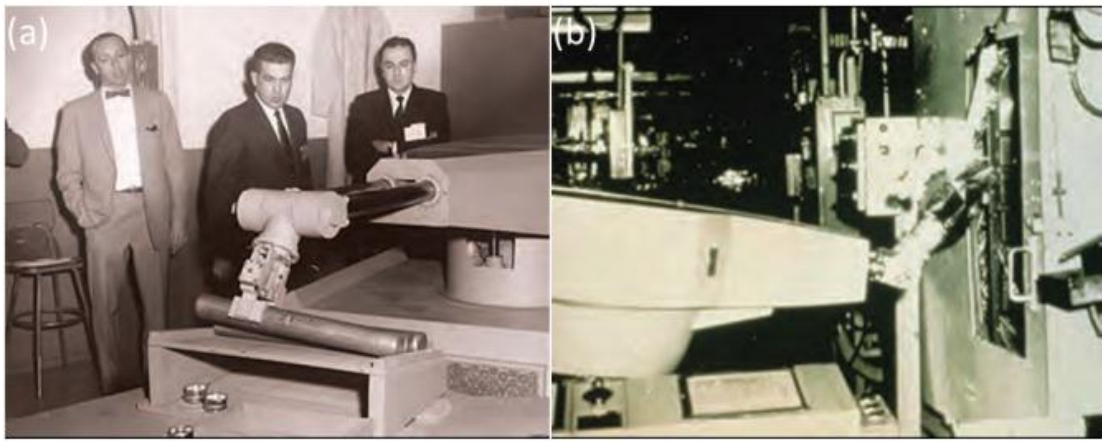


Figure 1.1: Invention du premier robot industriel : Unimation (IFR, 2012)
 (a) Développement du premier robot industriel (b) dans une usine de General Motors (1961)

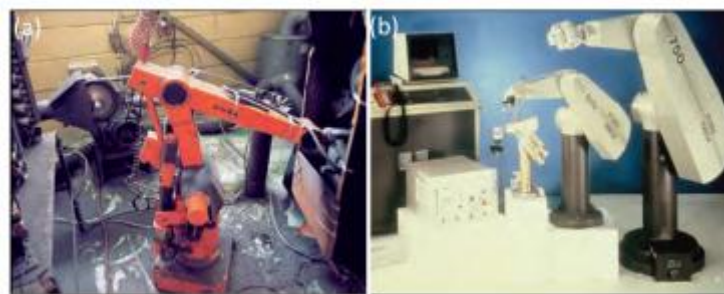


Figure I.2: (a): Premier Robot tout électrique ASEA IRB-6 (1973). (b): Robot PUMA travaille en coopération avec des opérateurs.



Figure I.3: (a) Robot piloté par moteur électrique. (b) Bras d'entraînement direct du monde. (c) premier robot SCARA à entraînement direct (IFR, 2012)



Figure I.4 : Robots manipulateurs ABB 6620 à gauche, FANUC i900A au milieu, KUKA KR500-3MT à droit.

Selon l'étude de la Fédération Internationale de Robotique (IFR) en 2012, il y a au moins 1153000 robots industriels opérationnels fin 2011 dans le monde. Le Tableau 1.1 établit une synthèse des contributeurs importants à l'industrie de la robotique selon le rapport annuel de l'IFR en 2012. Grâce aux avancées des technologies, la robotisation des fabrications industrielles s'est élargie ces dernières années. Toujours d'après (IFR, 2012), il y a une augmentation de 38% des robots industriels vendus en 2011 (soit 166K unités), dont 43 % en Europe [7].

Tableau I.1 : Tableau de l'historique de la robotique de manipulation établi à partir du rapport IFR (IFR, 2012) [7]

Année	Robot	Contribution
1959	Unimate	Devol et Engelderger développent le premier robot industriel
1961	Unimate	GM : première installation dans une usine
1962	Versatran	AMF : premier robot de type cylindrique
1969	Unimate	GM : installe le robot de soudage par points dans l'usine
1969	Trallfa	Norwegian labor shortage : premier robot de peinture
1673	Famulus	KUKA : premier robot électromécanique à axes entraînés
	Hitachi	Premier robot automatique de boulonnage
1974	T3	Le premier robot industriel min-contrôlé arrive sur le marché
	Hi-T-Hand	Kawasaki : le premier robot de soudage à l'arc
	IRB-6	ASEA : le premier robot tout-électrique
1975	SIGMA	Olivetti : l'un des premiers utilisés aux assemblages
1978	PUMA	Unimation : robot travaille en coopération avec des opérateurs
	SCARA	Univ. de yamanashi : Hiroshi Makino développe le robot
	RE15	SCARA
1979	Nachi	Reis : premier robot à 6 axes avec son propre système de
1981	Gantry	contrôle
1984	AdeptOne	Premier robot piloté par moteurs électrique
1992	Delta	PAR : Système introduit son premier robot pratique
1998	FlexPicker	Adept : premier robot SCARA à entraînement direct
1999	RV6L-CO2	Demaurex : premier robot pour application d'emballage
2004	NX100	ABB : robot rapide de cueillette (picking)
2006	WiTP	Reis : robot guidé par faisceau laser
2006	Kuka LWR	Motoman : commande synchronisée de quatre robots

2010	LVC	Comau : commande par interface sans fils Kuka robot léger à 7 axes Fanuc : le premier " Learning Control Robot "
------	-----	--

I.3 Robots manipulateurs

Un robot est un automate destiné principalement à la manipulation et doté d'un certain degré d'anthropomorphisme (figure I.5), ainsi que des possibilités élevées de programmation. Cette dernière propriété permet d'affecter le même robot à des tâches diverses [7].

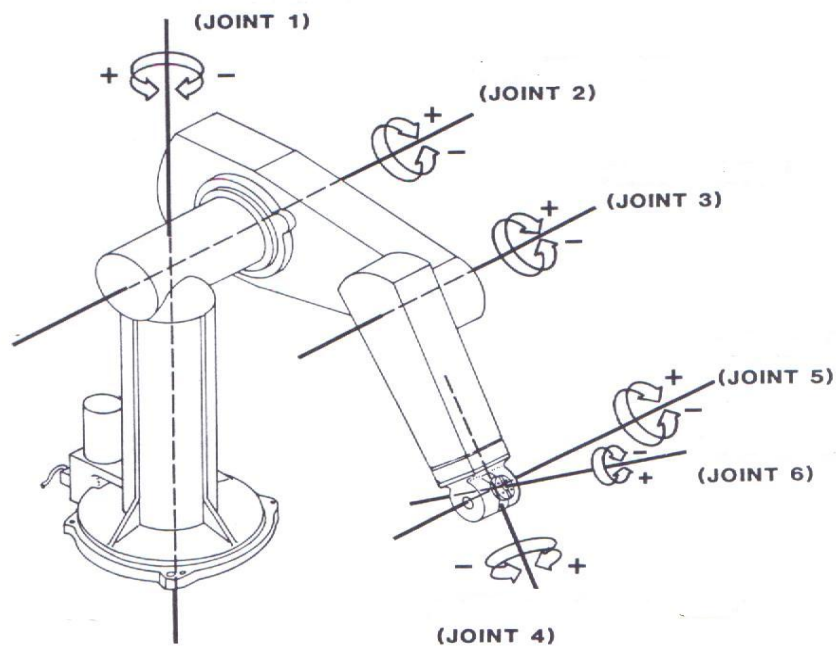


Figure I.5: Robot manipulateur à des articulations rotoïdes.

Les motivations ayant conduit à l'utilisation des robots, il y a évidemment la diminution des coûts de productions et l'amélioration de sa qualité ainsi que de sa reproductibilité. C'est pour cela que l'industrie automobile a connu une robotisation précoce et massive. Comme autre motivation, on peut distinguer la meilleure tolérance à l'environnement.

Les robots peuvent ainsi être substitués à l'homme pour effectuer des tâches en ambiance polluée ou dans des environnements à haut risque tels que ceux rencontrés dans l'énergie nucléaire. Les robots peuvent être classés en fonction de leur

- espace de travail
- charge utile
- mobilité (nombre de degrés de liberté)
- agilité
- précision et répétabilité.

Ces paramètres introduits à la fiabilité requis, dicteront la structure du manipulateur ainsi que son coût. Ils sont discutés succinctement ci-après. Ils sont en général interdépendants comme, par exemple, la charge et l'accélération maximum qui dépendent de l'endroit où l'on se trouve dans l'espace de travail ou encore de l'agilité qui peut, en excitant les modes flexibles, interférer avec la précision. Le manipulateur proprement dit est composé de sa structure articulée, de ses moteurs et ses transmissions et de capteurs proprioceptifs (ex: encodeurs) permettant de connaître sa configuration (Figure I.2). La complexité de la structure mécanique s'accroît rapidement avec le nombre de ddl. (Figure I.2). En effet, il apparaît d'une part que la position des moteurs a une influence sur l'inertie du manipulateur, et donc les couples nécessaires (agilité); d'autre part, les transmissions, parfois longues pour la raison évoquée ci-dessus, doivent être dépourvues de jeu afin de garantir une bonne répétabilité. L'ensemble de la problématique du fonctionnement d'un robot est schématisée à la figure I.3). Connaissant l'environnement dans lequel évolue le manipulateur, il est possible, au départ de la spécification de la tâche, de générer une trajectoire qui permettra son exécution en évitant les obstacles éventuels présents dans l'espace de travail. Cette génération de trajectoire se fait tout d'abord dans l'espace physique où évolue le manipulateur et doit être convertie dans l'espace des variables d'articulations. Cette conversion nécessite un modèle géométrique du manipulateur. Le processus de génération de trajectoire décrit ci-dessus porte le nom de programmation hors ligne, parce qu'elle s'effectue sans interaction directe avec le robot. Elle n'interrompt donc pas son fonctionnement, éliminant ainsi les temps morts en outre, elle permet de simuler et d'optimiser les trajectoires à l'aide d'un système CAO (Conception Assistée par Ordinateur). Nous verrons cependant que la programmation hors ligne impose des contraintes de précision considérables sur le modèle géométrique du manipulateur. En alternative à la programmation hors ligne, il est possible d'éviter l'opération de génération de trajectoire dans l'espace de travail et sa transformation dans l'espace des coordonnées articulaires, en soumettant le manipulateur à la procédure d'apprentissage.

Celle-ci consiste à effectuer la trajectoire avec l'organe effectué du manipulateur en enregistrant les variables articulaires θ pendant l'opération. Lors de son fonctionnement, le manipulateur se contente alors de reproduire la tâche qui lui a été enseignée. Cette procédure ne nécessite pas un modèle cinématique précis du manipulateur, mais elle impose des périodes d'arrêt dans l'utilisation du manipulateur afin d'effectuer l'apprentissage. Elle ne permet pas non plus d'effectuer des simulations dans un environnement CAO. Une fois que la trajectoire de l'organe effectué a été définie. Elle est entrée comme consigne au contrôleur qui en assure la régulation en boucle fermée, pour compenser les perturbations et les incertitudes.

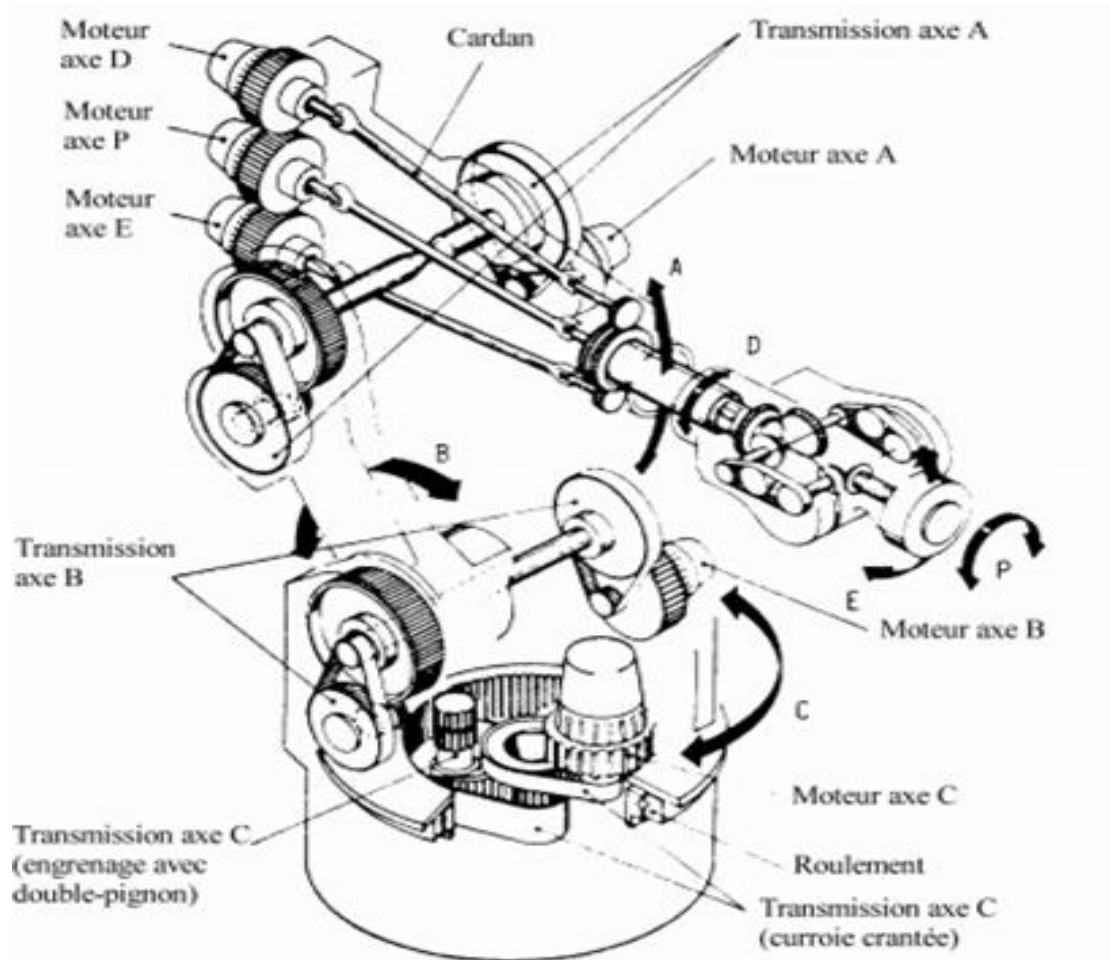


Figure I.6: Schéma d'entraînement d'un robot KUKA industriel 6 axes.

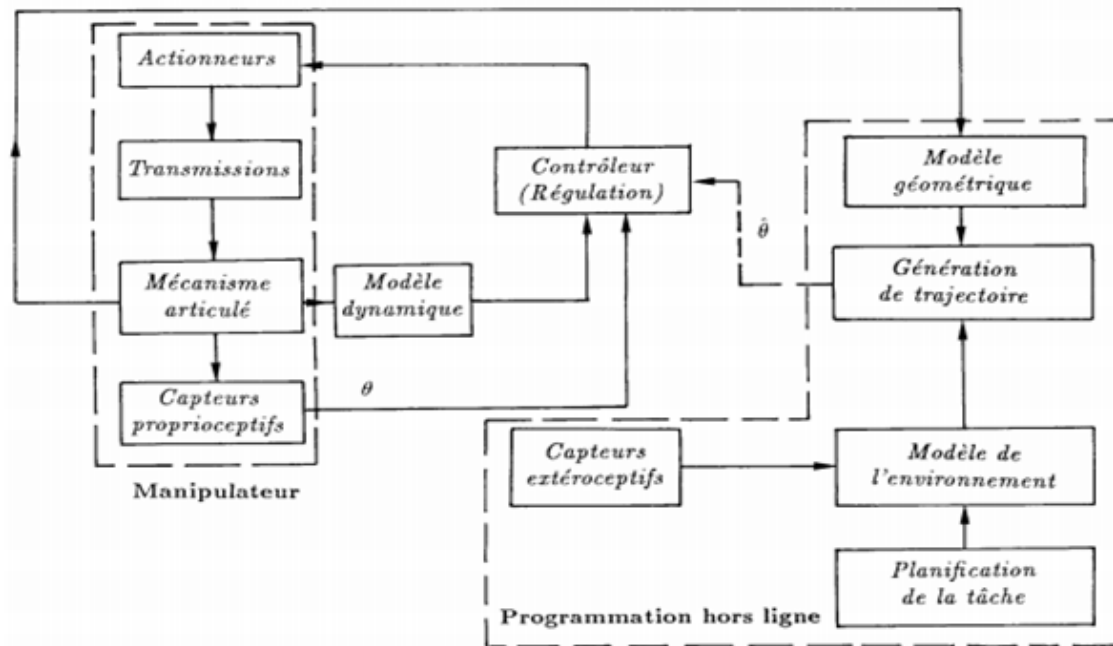


Figure I.7: Schéma générale d'un robot manipulateur.

La régulation en général, utilise un modèle dynamique du manipulateur et celui-ci, par rapport au manipulateur réel, contient des incertitudes de provenances diverses telles que la distribution des masses (il ne faut pas oublier que cette dernière est variable en fonction de la charge utile et de la configuration), les jeux ou les frottements. Les difficultés rencontrées dans les algorithmes de régulation résultent principalement du comportement hautement non linéaire des structures robotiques, ainsi que des incertitudes du modèle.

Dans le schéma général de la figure 1.3, les objectifs de ce cours sont plutôt limités. Ils visent essentiellement à l'établissement des modèles cinématique (géométrique) et dynamique de m mécanismes articulés formés de corps rigides. Ces sujets se rattachent essentiellement à la mécanique rationnelle. La théorie des mécanismes articulés a, dans un passé récent, élargi son champ d'application largement en dehors du robot manipulateur; soit par l'avènement de technologies nouvelles comme les structures spatiales déployables, qui ont nécessité son extension aux mécanismes flexibles; ou par son intégration directe aux systèmes CAO, qui lui a permis de franchir un pas vers les utilisateurs initiés [7].

I.4 Le Modèle géométrique direct du robot (MGD) :

I.4.1. Introduction :

Un robot manipulateur se compose d'un ensemble de corps reliés par des articulations, ces derniers peuvent être simples « 1ddl » rotoïde ou prismatique, ou bien complexes, « 2 ou 3ddl » une rotule ou un cardan. On suppose que toutes les articulations ont seulement 1ddl, puisque une articulation complexe peut être considéré comme une succession des articulations simples avec des liaisons de longueur zéro, avec cette supposition, l'action de chaque articulation peut être décrit par un nombre réel simple : l'angle de rotation dans le cas d'une articulation rotoïde ou le déplacement dans le cas d'une articulation prismatique.

L'objectif du modèle géométrique direct (MGD) est de déterminer l'effet cumulatif des variables articulaires, dans ce chapitre nous développerons un ensemble de conventions qui fournissent une procédure systématique pour calculer ce modèle. Il est, naturellement, possible d'effectuer le MGD même sans respecter ces conventions, mais pour un manipulateur de n liaisons le MGD peut être extrêmement complexe et les conventions présentées ci-dessous simplifient largement la modélisation et donnent une langue universelle avec laquelle les ingénieurs de la robotique peuvent communiquer [5]

I.4.2. Description de la géométrie des robots à structure ouverte simple

Un robot manipulateur à structure ouverte simple avec n articulations est composé de $n+1$ corps notés C_0, \dots, C_n , puisque chaque articulation relie deux corps, nous numérotions les articulations de 1 à n , et nous numérotions les corps de 0 à n , à partir de la base. On associe à chaque corps i du mécanisme un repère orthonormé direct x_i, y_i, z_i noté R_i . Les repères particuliers sont d'une part celui de la base x_0, y_0, z_0 noté R_0 et d'autre part R_n celui de l'organe terminal. Le repère de la base occupe une position et une orientation connue par rapport à un repère fixe noté R_{atelier} , si le robot est à un poste fixe dans un atelier. [5]

Le robot manipulateur pourrait lui-même être mobile (par exemple, il pourrait être monté sur une plateforme mobile ou sur un véhicule autonome), et il peut être manipulé facilement en prolongeant légèrement les techniques présentées ici

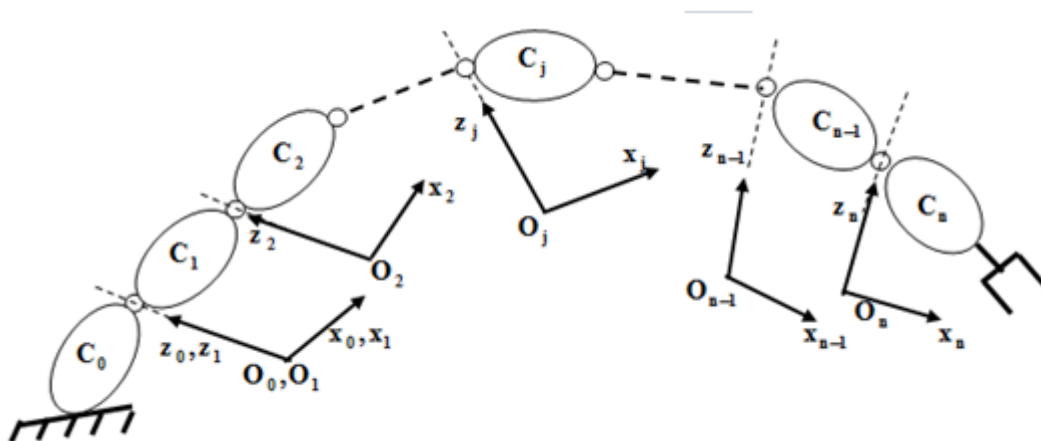


Figure I.8 : La chaîne cinématique d'un robot série

Dans la littérature il existe plusieurs méthodes et notations pour la description de la morphologie des robots, les plus répandues sont [8]

- La méthode de **Denavit-Hartenberg** qui est très bien adaptée pour les mécanismes à structures de chaînes simples où toutes les liaisons sont élémentaires, mais, elle présente des difficultés lorsqu'il s'agit de mécanismes à structures de chaînes complexes.
- La méthode de **Khalil-Kleinfinger** vient palier les inconvénients cités précédemment, mais elle présente des redondances pour les mécanismes à structures de chaînes simples [9]

On ne s'intéresse ici qu'à la première méthode puisque nous travaillons sur un robot à chaîne ouverte simple.

I.4.3 Paramétrage de Denavit -Hartenberg :

Les **paramètres de Denavit-Hartenberg** (également appelés paramètres de DH) sont les quatre paramètres associés à une convention particulière pour fixer les cadres de référence pour les liens d'une chaîne cinématique spatiale, ou le robot manipulateur

➤ Jacques Denavit et Richard Hartenberg ont introduit cette convention en 1955 afin de normaliser les cadres de coordonnées

Richard Paul a démontré sa valeur pour l'analyse cinématique de systèmes robotisés en 1981. Bien que de nombreuses conventions pour fixer les références des cadres ont été mises au point, la convention Denavit-Hartenberg reste l'approche standard.

Les paramètres de Denavit et Hartenberg sont quasi universellement adoptés par les roboticiens pour définir, avec un nombre minimum de paramètres, les matrices de transformations homogènes élémentaires qui permettent de passer du repère associé à un corps du robot au corps qui le suit dans la chaîne cinématique, les corps sont supposés parfaitement rigides et les articulations sont considérées comme idéales.

Un repère de référence \mathbf{R}_i est assigné pour chaque corps \mathbf{C}_i du robot à l'articulation i où elle rencontre le corps précédent \mathbf{C}_{i-1} , ce repère est défini comme suit:

- L'axe \mathbf{z}_i se dirige le long de l'axe de l'articulation i .
- l'axe \mathbf{x}_i est aligné suivant la direction de la perpendiculaire commune aux axes \mathbf{z}_i et \mathbf{z}_{i+1}
- l'axe \mathbf{y}_i , non représenté sur la figure, est choisi de manière à former un trièdre orthonormé direct avec \mathbf{x}_i et \mathbf{z}_i .

Les transformations élémentaires qui permettent d'exprimer le passage du repère \mathbf{R}_{i-1} au repère \mathbf{R}_i (Figure I.9) sont :

- une translation \mathbf{d}_i suivant \mathbf{x}_{i-1} égale à la longueur de la perpendiculaire commune.
- une rotation d'angle α_i autour de l'axe \mathbf{x}_{i-1} . α_i est l'angle entre \mathbf{z}_{i-1} et \mathbf{z}_i .
- une rotation d'angle θ_i autour de l'axe \mathbf{z}_i . θ_i est l'angle entre l'axe \mathbf{x}_{i-1} et l'axe \mathbf{x}_i .
- une translation suivant l'axe \mathbf{z}_i . L'amplitude de cette translation, notée r_i , est donnée par la distance (signée) entre l'axe \mathbf{x}_{i-1} avec l'axe \mathbf{x}_i [10].

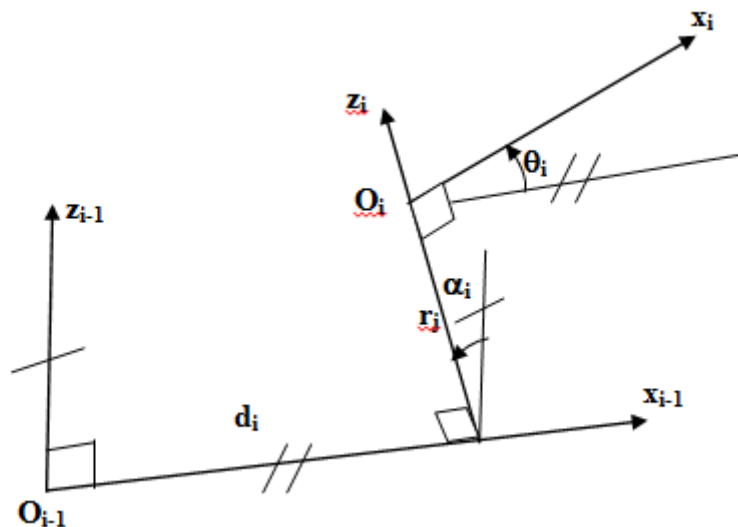


Figure I.9: Paramètres de Denavit et Hartenberg

Il est à noter que les angles sont positifs quand la rotation est dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

Les paramètres θ_i, r_i, α_i et d_i sont les paramètres de Denavit et Hartenberg. On remarque que seul quatre paramètres sont nécessaires pour passer d'un repère \mathbf{R}_{i-1} au repère \mathbf{R}_i , grâce notamment au choix de l'emplacement de ces derniers.

La variable articulaire q_i associée à la $i^{\text{ème}}$ articulation se traduit par la relation :

$$q_i = \sigma_i \theta_i + \bar{\sigma}_i r_i \quad (\text{I-1})$$

$$\text{tel que : } \begin{cases} \sigma_i = 0 & \text{si l'articulation } i \text{ est rotoïde} \\ \sigma_i = 1 & \text{si l'articulation } i \text{ est prismatique} \end{cases} \quad \text{et } \bar{\sigma}_i = 1 - \sigma_i \quad (\text{I-2})$$

En termes de matrice de transformation homogène, les quatre transformations élémentaires donnent la matrice suivante :

$${}^{i-1}\mathbf{T}_i = \mathbf{Rot}(\mathbf{X}, \alpha_i) \mathbf{Trans}(\mathbf{X}, d_i) \mathbf{Rot}(\mathbf{Z}, \theta_i) \mathbf{Trans}(\mathbf{Z}, r_i) \quad (\text{I-3})$$

Après son développement, on obtient :

$${}^{i-1}\mathbf{T}_i = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & d_i \\ C\alpha_i S\theta_i & C\alpha_i C\theta_i & -S\alpha_i & -r_i S\alpha_i \\ S\alpha_i S\theta_i & S\alpha_i C\theta_i & C\alpha_i & r_i C\alpha_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{I-4})$$

$$\text{Avec : } \quad C\theta_j = \cos(\theta_j) \quad \text{et} \quad S\theta_j = \sin(\theta_j)$$

La matrice de transformation homogène ${}^{i-1}\mathbf{T}_i$ est souvent notée sous la forme :

$${}^{i-1}\mathbf{T}_i = \begin{bmatrix} {}^{i-1}\mathbf{A}_i & {}^{i-1}\mathbf{P}_i \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^{i-1}\mathbf{s}_i & {}^{i-1}\mathbf{n}_i & {}^{i-1}\mathbf{a}_i & {}^{i-1}\mathbf{P}_i \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \quad (\text{I-5})$$

Tel que :

${}^{i-1}\mathbf{A}_i$: Est la matrice de rotation (3x3), appelé aussi matrice d'orientation ou matrice des cosinus directeurs, elle représente la rotation entre les deux repères \mathbf{R}_{i-1} et \mathbf{R}_i ,

Les colonnes de la matrice ${}^{i-1}\mathbf{A}_i$ représentent les composantes des vecteurs unitaires du repère \mathbf{R}_{i-1} dans le repère \mathbf{R}_i .

${}^{i-1}\mathbf{P}_i$ est la matrice de position (3x1) qui définit l'origine du repère \mathbf{R}_i dans le repère \mathbf{R}_{i-1} .

I.4.4 Le MGD d'un robot manipulateur : Il exprime la position et l'orientation du repère de référence \mathbf{R}_E lié à l'outil, relativement à un repère fixe \mathbf{R}_F , celui de l'atelier par exemple, en fonction des variables articulaires motorisées (et asservies électroniquement) $q_1, q_2 \dots q_n$ du mécanisme.

Après avoir donné les quatre paramètres $\theta_i, r_i, \alpha_i, d_i$ de tous les repères du robot, ainsi que la façon dont sa base est située dans l'espace, on peut complètement indiquer la géométrie du bras à n'importe quel moment.

Le MGD est obtenu par la multiplication successive des matrices de passage entre repères, il est exprimé donc sous forme d'une matrice définie comme suit :

$${}^F\mathbf{T}_E = {}^F\mathbf{T}_0 \cdot {}^0\mathbf{T}_1(q_1) \cdot {}^1\mathbf{T}_2(q_2) \dots {}^{n-1}\mathbf{T}_n(q_n) \cdot {}^n\mathbf{T}_E \quad (\text{I-6})$$

Il peut aussi être représenté par la relation :

$$\mathbf{X} = \mathbf{f}(\mathbf{q}) \quad (\text{I-7})$$

Où :

\mathbf{X} : est le vecteur des coordonnées opérationnelles, il peut être défini avec les éléments de la matrice ${}^F\mathbf{T}_E$ tel que :

$$\mathbf{X} = [\mathbf{p}_x \ \mathbf{p}_y \ \mathbf{p}_z \ \mathbf{s}_x \ \mathbf{s}_y \ \mathbf{s}_z \ \mathbf{n}_x \ \mathbf{n}_y \ \mathbf{n}_z \ \mathbf{a}_x \ \mathbf{a}_y \ \mathbf{a}_z]^T \quad (\text{I-8})$$

\mathbf{q} : est le vecteur des variables articulaires, noté :

$$\mathbf{q} = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ \dots \ q_n]^T \quad (\text{I-9})$$

➤ **I.4.5 Représentation des coordonnées opérationnelles**

Pour définir la situation de l'organe terminal du robot dans l'espace, il faut préciser sa position et son orientation.

$$\text{Soit } \mathbf{X} = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_p \\ \mathbf{x}_r \end{pmatrix} \quad (\text{I-10})$$

Où \mathbf{x}_p représente les trois coordonnées opérationnelles de position et \mathbf{x}_r représente les coordonnées opérationnelles d'orientation.

Pour les coordonnées \mathbf{x}_p tout le monde s'accorde pour choisir les composantes cartésiennes, mais pour spécifier une rotation, la matrice ${}^F\mathbf{A}_E$ présente un nombre surabondant de paramètres (neuf), tandis que, seul trois paramètres indépendants sont suffisants pour une telle représentation.

Plusieurs choix sont possibles et adoptés en pratique pour les coordonnées \mathbf{x}_r :

- angles d'Euler
- quaternions d'Euler
- angles de Cardans (Roulis - Tangage – Lacet) : c'est la méthode qu'on a choisi pour notre travail.

I.4.6. Les angles de Cardans (Roulis - Tangage – Lacet « RTL »)

Par analogie avec la terminologie des pilotes de véhicules, des avions notamment, dont la direction du mouvement est supposée dans le sens de l'axe \mathbf{z} , les angles de roulis (ϕ), tangage (θ) et lacet (ψ), présentent trois rotations successives défini comme suit [11]

$${}^F A_E = \text{rot}(\mathbf{z}, \phi) \text{ rot}(\mathbf{y}, \theta) \text{ rot}(\mathbf{x}, \psi) \quad (\text{I-11})$$

ce qui donne la matrice de rotation suivant:

$${}^F A_E = \begin{bmatrix} C\phi C\theta & C\phi S\theta S\psi - S\phi C\psi & C\phi S\theta C\psi + S\phi S\psi \\ S\phi C\theta & S\phi S\theta S\psi + C\phi C\psi & S\phi S\theta C\psi - C\phi S\psi \\ -S\theta & C\theta S\psi & C\theta C\psi \end{bmatrix} \quad (\text{I-12})$$

L'expression de ces angles en fonction des cosinus directeurs est comme suit :

$$\begin{aligned} \phi &= \text{atan2}(s_y, s_x) \quad \text{ou} \quad \phi = \text{atan2}(-s_y, -s_x) \\ \theta &= \text{atan2}(-s_z, C\phi s_x + S\phi s_y) \\ \psi &= \text{atan2}(S\phi a_x - C\phi a_y, -S\phi n_x + C\phi n_y) \end{aligned} \quad (\text{I-13})$$

Les coordonnées opérationnelles sont donc données par le vecteur:

$$\mathbf{X} = [p_x \quad p_y \quad p_z \quad \phi \quad \theta \quad \psi]^T \quad (\text{I-14})$$

➤ I.5 Espace de travail

I.5.1 Définition

L'espace de travail est l'ensemble des positions et /ou orientations accessible par l'organe terminal du robot.

Le volume ou l'espace de travail d'un robot dépend généralement de trois facteurs :

- De la géométrie du robot,
- De la longueur des segments,
- Du débattement des articulations (limité par des butées)

Soit $\mathbf{q} = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ \dots \ q_n]^T$ une configuration articulaire donnée et soit X l'élément de l'espace opérationnel correspondant, tel que : $\mathbf{X} = \mathbf{f}(\mathbf{q})$

On note Q l'ensemble des configurations accessibles compte tenu des butées articulaires, Par conséquent, Q sera appelé domaine articulaire.

L'image de Q par le modèle géométrique direct \mathbf{f} définit l'espace de travail W du robot:

$$\mathbf{W} = \mathbf{f}(Q) \quad (I-21)$$

Dans le cas général, Les orientations de l'organe terminal n'apparaissent pas dans la définition de ce volume de travail car ce n'est pas facile de les représentées.

W est donc la projection dans l'espace des positions [12].

Comme on l'a définie précédemment, la position de l'organe terminal dans le repère atelier est donnée par le vecteur de position \mathbf{P} dans la matrice de transformation ${}^E\mathbf{T}_E$.

On a développé un programme qui a comme paramètres d'entrée les limites articulaires de chaque articulation et comme sortie toutes les configurations possibles (les positions) de l'organe terminal, l'algorithme associé à ce programme est : [13]

Début

Entrer (q_{\min} et q_{\max}) pour chaque articulation ;

$i = 1$

Pour q_1 allant de q_{\min} à q_{\max} faire

 Pour q_2 allant de q_{\min} à q_{\max} faire

 Pour q_n allant de q_{\min} à q_{\max} faire

$px(i)=f(q)$

$py(i)=f(q)$

$pz(i)=f(q)$

$i=i+1$

 fin pour

 fin pour

 fin pour

Sortie (P_x, P_y, P_z)

fin du programme

I.6 Le Modèle géométrique inverse du robot (MGI)

I.6.1 Introduction

L'organe terminal d'un robot manipulateur doit effectuer des mouvements et/ou exercer des efforts dans un repère qui est lié à l'espace opérationnel (l'atelier). L'opérateur qui programme un robot par des moyens évolués lui fournit des instructions définies dans cet espace. Par contre, même s'il est doté de capteurs extérieurs (de position, de force) permettant de l'asservir localement à la tâche, le robot a ses asservissements élémentaires bouclés sur les informations issues de ses capteurs internes (articulaires) et mesurant plus ou moins directement les q_i et/ou les forces f_i . L'armoire de commande du robot doit donc contenir un module (un programme implanté sur calculateur numérique) qui calcule les consignes à envoyer aux asservissements « articulaires » en fonction des valeurs des variables de position, d'orientation et/ou d'efforts désirées dans l'espace opérationnel. Ces calculs font appel aux modèles théoriques des transformations de coordonnées inverses. Une condition nécessaire d'existence de ces modèles (nombre fini de solutions) est que le robot ne soit pas redondant vis-à-vis de la tâche : le nombre de variables opérationnelles spécifiées est égal à n , nombre de degrés de liberté du mécanisme. [14]

I.6.2 Position du problème

Le problème général du géométrique inverse peut être énoncé comme suit. Donner une transformation homogène (4×4) $\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{P} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix}$, trouver (un ou tous) les solutions de

$$\text{l'équation : } {}^f\mathbf{T}_E = \mathbf{H} \quad (\text{I.22})$$

Où

\mathbf{H} représente la position et l'orientation désirées de l'outil.

$${}^f\mathbf{T}_E = \mathbf{Z} {}^0\mathbf{T}_n(\mathbf{q})\mathbf{E} \quad (\text{I.23})$$

$\mathbf{Z} = {}^f\mathbf{T}_0$ est la matrice de transformation homogène définissant la situation du repère de base \mathbf{R}_0 du robot dans le repère atelier \mathbf{R}_f ;

${}^0\mathbf{T}_n$ est la matrice de transformation homogène du repère terminal \mathbf{R}_n dans le repère \mathbf{R}_0 (calculée par MGD) ;

$\mathbf{E} = {}^n\mathbf{T}_E$ est la matrice de transformation homogène définissant le repère outil \mathbf{R}_E dans le repère terminal \mathbf{R}_n .

En remplaçant la relation (I.23) dans l'équation (I.22) et en regroupant dans le coté droite tous les termes connus, on peut écrire :

$${}^0\mathbf{T}_n(\mathbf{q}) = \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{H} \mathbf{E}^{-1} \quad (\text{I.24})$$

Notre tâche est de trouver les valeurs des variables articulaires $\mathbf{q} = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ \dots \ q_n]^T$ de sorte que ${}^0\mathbf{T}_n(\mathbf{q}) = \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{H} \mathbf{E}^{-1}$.

Il est, trop difficile de résoudre directement ces équations, par conséquent, nous devons développer des techniques efficaces et systématiques qui exploitent la structure cinématique particulière du manipulateur.

Considérant que le MGD a toujours une solution unique (figure I.10), le MGI peut n'avoir pas une solution et même si elle existe, elle peut être pas unique.

À résoudre le MGI on s'intéresse à trouver une solution de forme analytique plutôt qu'une solution numérique. Chercher une solution analytique signifie de trouver un rapport explicite :

$$\mathbf{q}_i = \mathbf{f}(\mathbf{X}), i = 1 \dots n \quad (\text{I.25})$$

Les solutions analytiques sont préférables pour deux raisons. D'abord, les équations géométriques inverses doivent être résolues à une vitesse rapide, disent toutes les 20 millisecondes, et avoir des expressions plutôt qu'une recherche itérative est une nécessité pratique. En second lieu, le MGI en général à des solutions multiples, les solutions de forme analytique permettent de développer des règles pour choisir une solution particulière parmi plusieurs [15].

Une fois une solution aux équations mathématiques est identifiée, il doit encore vérifier pour voir si elle satisfait toutes les contraintes sur la gamme de mouvement commun possible.

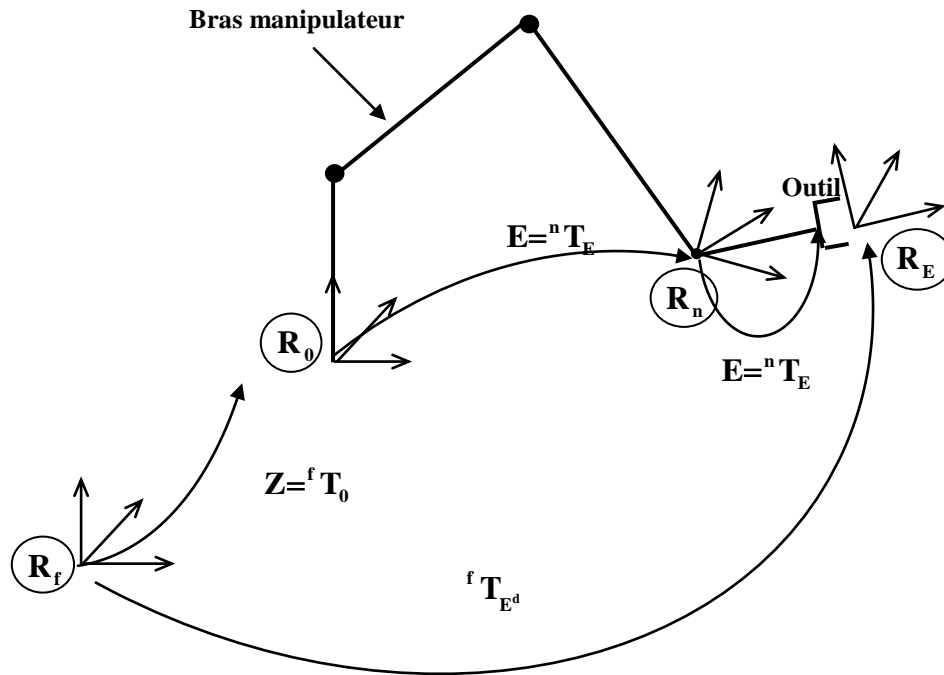


Figure I.10: Transformation entre organe terminal et repère atelier.

Le nombre de solutions dépend de l'architecture du robot, il est égal au produit de solutions possibles pour chaque axe [16].

Plusieurs méthodes, analytiques et numériques, sont proposées pour trouver le MGI d'un robot, parmi eux on s'intéresse à la méthode de Paul ; une méthode analytique qui traite séparément chaque cas particulier et convient pour la plupart des robots industriels.

I.6.3 Calcul du MGI par la méthode de Paul

I.6.3.1 Principe

La situation de l'organe terminal d'un robot manipulateur à n degrés de liberté est décrite par le modèle géométrique direct qui a pour expression :

$${}^0T_n = {}^0T_1(q_1) {}^1T_2(q_2) \dots {}^{n-1}T_n(q_n) \quad (I.26)$$

Cette même situation désirée sera notée par la matrice de transformation homogène U_0 telle que :

$$U_0 = \begin{bmatrix} A & P \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & n_x & a_x & p_x \\ s_y & n_y & a_y & p_y \\ s_z & n_z & a_z & p_z \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \quad (I.27)$$

On cherche à résoudre le système d'équations suivant :

$$\mathbf{U}_0 = {}^0\mathbf{T}_1(\mathbf{q}_1) {}^1\mathbf{T}_2(\mathbf{q}_2) \dots {}^{n-1}\mathbf{T}_n(\mathbf{q}_n) \quad (\text{I.28})$$

Pour trouver les solutions du système (I.24), Paul [11] a proposé une méthode qui consiste à pré multiplier successivement les deux membres de l'équation (I.28) par les matrices ${}^{j-1}\mathbf{T}_j$ pour j variant de 1 à $n-1$, opérations qui permettent d'isoler et d'identifier l'une après l'autre les variables articulaires que l'on cherche.

Pour un robot à 6 ddl à titre d'exemple, on procède comme suit :

- on multiplie à gauche l'expression (I.28) par ${}^0\mathbf{T}_1$:

$${}^0\mathbf{T}_1 \mathbf{U}_0 = {}^1\mathbf{T}_2 {}^2\mathbf{T}_3 {}^3\mathbf{T}_4 {}^4\mathbf{T}_5 {}^5\mathbf{T}_6 \quad (\text{I.29})$$

- par identification terme à terme des deux membres de l'équation (I.29), On se ramène à un système d'équations, fonction de \mathbf{q}_1 uniquement, qu'on résout selon le

Tableau I.3

- ensuite on multiplie à gauche l'expression (I.29) par ${}^2\mathbf{T}_1$ et on calcule \mathbf{q}_2 ,

La succession des équations permettant le calcul de tous les \mathbf{q}_i est la suivante:

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_0 &= {}^0\mathbf{T}_1(\mathbf{q}_1) {}^1\mathbf{T}_2(\mathbf{q}_2) {}^2\mathbf{T}_3(\mathbf{q}_3) {}^3\mathbf{T}_4(\mathbf{q}_4) {}^4\mathbf{T}_5(\mathbf{q}_5) {}^5\mathbf{T}_6(\mathbf{q}_6) \\ {}^1\mathbf{T}_0(\mathbf{q}_1)\mathbf{U}_0 &= {}^1\mathbf{T}_2(\mathbf{q}_2) {}^2\mathbf{T}_3(\mathbf{q}_3) {}^3\mathbf{T}_4(\mathbf{q}_4) {}^4\mathbf{T}_5(\mathbf{q}_5) {}^5\mathbf{T}_6(\mathbf{q}_6) \\ {}^2\mathbf{T}_1(\mathbf{q}_2)\mathbf{U}_1 &= {}^2\mathbf{T}_3(\mathbf{q}_3) {}^3\mathbf{T}_4(\mathbf{q}_4) {}^4\mathbf{T}_5(\mathbf{q}_5) {}^5\mathbf{T}_6(\mathbf{q}_6) \\ {}^3\mathbf{T}_2(\mathbf{q}_3)\mathbf{U}_2 &= {}^3\mathbf{T}_4(\mathbf{q}_4) {}^4\mathbf{T}_5(\mathbf{q}_5) {}^5\mathbf{T}_6(\mathbf{q}_6) \\ {}^4\mathbf{T}_3(\mathbf{q}_4)\mathbf{U}_3 &= {}^4\mathbf{T}_5(\mathbf{q}_5) {}^5\mathbf{T}_6(\mathbf{q}_6) \\ {}^5\mathbf{T}_4(\mathbf{q}_5)\mathbf{U}_4 &= {}^5\mathbf{T}_6(\mathbf{q}_6) \end{aligned} \quad (\text{I.30})$$

Avec : $\mathbf{U}_{j+1} = {}^{j+1}\mathbf{T}_j = {}^{j+1}\mathbf{T}_j \mathbf{U}_j$ pour $j = 0, \dots, 4$

Ces équations peuvent avoir des solutions évidentes, ou se ramènent aux principaux types rencontrés en robotique, mentionnés dans le tableau (I.3) ci-dessous [11]:

Types	Système
Type1	$\mathbf{Xr}_i = \mathbf{Y}$
Type2	$\mathbf{XS}\theta_i + \mathbf{YC}\theta_i = \mathbf{Z}$
Type3	$\mathbf{X1S}\theta_i + \mathbf{Y1C}\theta_i = \mathbf{Z1}$ $\mathbf{X2S}\theta_i + \mathbf{Y2C}\theta_i = \mathbf{Z2}$

Type4	$\mathbf{X1} \mathbf{r}_j \mathbf{S}\theta_i = \mathbf{Y1}$ $\mathbf{X2} \mathbf{r}_j \mathbf{C}\theta_i = \mathbf{Y2}$
Type5	$\mathbf{X1S}\theta_i = \mathbf{Y1} + \mathbf{Z1} \mathbf{r}_j$ $\mathbf{X2C}\theta_i = \mathbf{Y2} + \mathbf{Z2} \mathbf{r}_j$
Type6	$\mathbf{WS}\theta_j = \mathbf{XC}\theta_i + \mathbf{YS}\theta_i + \mathbf{Z1}$ $\mathbf{WC}\theta_j = \mathbf{XS}\theta_i - \mathbf{YC}\theta_i + \mathbf{Z2}$
Type7	$\mathbf{W1C}\theta_j + \mathbf{W2S}\theta_j = \mathbf{XC}\theta_i + \mathbf{YS}\theta_i + \mathbf{Z1}$ $\mathbf{W1S}\theta_j - \mathbf{W2C}\theta_j = \mathbf{XC}\theta_i - \mathbf{YC}\theta_i + \mathbf{Z2}$
Type8	$\mathbf{XS}\theta_i + \mathbf{YS}(\theta_i + \theta_j) = \mathbf{Z2}$ $\mathbf{XC}\theta_i + \mathbf{YC}(\theta_i + \theta_j) = \mathbf{Z1}$
avec : \mathbf{r}_i : variable de l'articulation prismatique \mathbf{i} $\mathbf{S}\theta_i, \mathbf{C}\theta_i$: sinus et cosinus de la variable θ_i de l'articulation rotoïde \mathbf{i}	

Tableau I.2 Types d'équations (Méthode de Paul)

I.6.3. 2 Le découplage cinématique

Pour un manipulateur 6ddl avec un poignet rotule, le MGI peut être découplé en deux problèmes plus simples, à savoir d'abord trouvant la position de point d'intersection des axes du poignet, ce dernier appelée le centre de poignet, et puis à conclure l'orientation du poignet.

Puisque le mouvement autour des axes du poignet, ne change pas la position de son centre, la position du poignet est en fonction des trois premières variables seulement $(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \mathbf{q}_3)$. Afin d'avoir l'organe terminal du robot au point donné par les coordonnées \mathbf{P} et une orientation donnée par \mathbf{A} , il est suffisant que le centre du poignet (\mathbf{O}_c) a des coordonnées données par :

$$\mathbf{P}_c = {}^0\mathbf{P}_6 \quad (\text{I.31})$$

En utilisant l'équation (I.31) nous pouvons trouver les valeurs des trois premières variables articulaires. Ceci détermine la transformation d'orientation ${}^0\mathbf{A}_3$ qui dépend seulement de ces variables. Nous pouvons maintenant déterminer l'orientation de l'organe terminal relativement au repère \mathbf{R}_3 de l'expression :

$${}^3\mathbf{A}_6 = ({}^0\mathbf{A}_3)^{-1}\mathbf{A} \quad (\text{I.32})$$

Noter que le côté droite de (I.32) est complètement connu puisque ; \mathbf{A} est indiqué l'orientation désirée) et ${}^0\mathbf{A}_3$, peut être calculée, une fois les trois premières variables articulaires sont connues [12] [5].

I.7 Etude cinématique du robot

I.7.1 Le modèle cinématique direct (MCD): L'outil principalement utilisé pour traiter le problème de la cinématique des robots est la matrice jacobienne. Elle représente un opérateur permettant de lier les vitesses des corps d'un robot exprimées dans différents espaces vectoriels [9].

Le Modèle Cinématique Direct (MCD) permet de calculer les composantes du torseur cinématique $\dot{\mathbf{X}}$ à partir des vitesses articulaires dites généralisées $\dot{\mathbf{q}}$, dérivées par rapport au temps des coordonnées généralisées \mathbf{q} . Le torseur cinématique est défini par :

$$\dot{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_n \\ \boldsymbol{\omega}_n \end{bmatrix} \quad (\text{I.48})$$

Le MCD fait intervenir la matrice jacobienne, fonction de la configuration du robot manipulateur, tel que :

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \quad (\text{I.49})$$

I.7.2 Calcul Indirect de la matrice Jacobienne

Le calcul indirect de la matrice jacobienne consiste à utiliser le modèle géométrique du robot manipulateur.

$$\mathbf{X} = \mathbf{f}(\mathbf{q}) \quad (\text{I.50})$$

Et par définition, la matrice jacobienne est la matrice des dérivées partielles de la fonction \mathbf{f} par rapport aux coordonnées généralisées, ainsi :

$$\mathbf{J}(\mathbf{q}) = \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{q}} \quad (\text{I.51})$$

Cette méthode de dérivation est facile à mettre en œuvre pour des robots à deux ou trois degrés de liberté dans le plan, mais pour des robots ayant plus de trois degrés de liberté la dérivation manuelle devient presque impossible.

I.7.4 Calcul direct de la matrice Jacobienne: On peut utiliser une méthode très répandue pour le calcul cinématique, qui permet d'obtenir la matrice jacobienne par un calcul direct fondé sur l'influence que produit chaque articulation d'ordre k de la chaîne sur le repère terminal \mathbf{R}_n .

On peut calculer $\mathbf{V}_{k,n}$ et $\boldsymbol{\omega}_{k,n}$ en considérant séparément les cas d'une articulation prismatique et d'une articulation rotoïde:

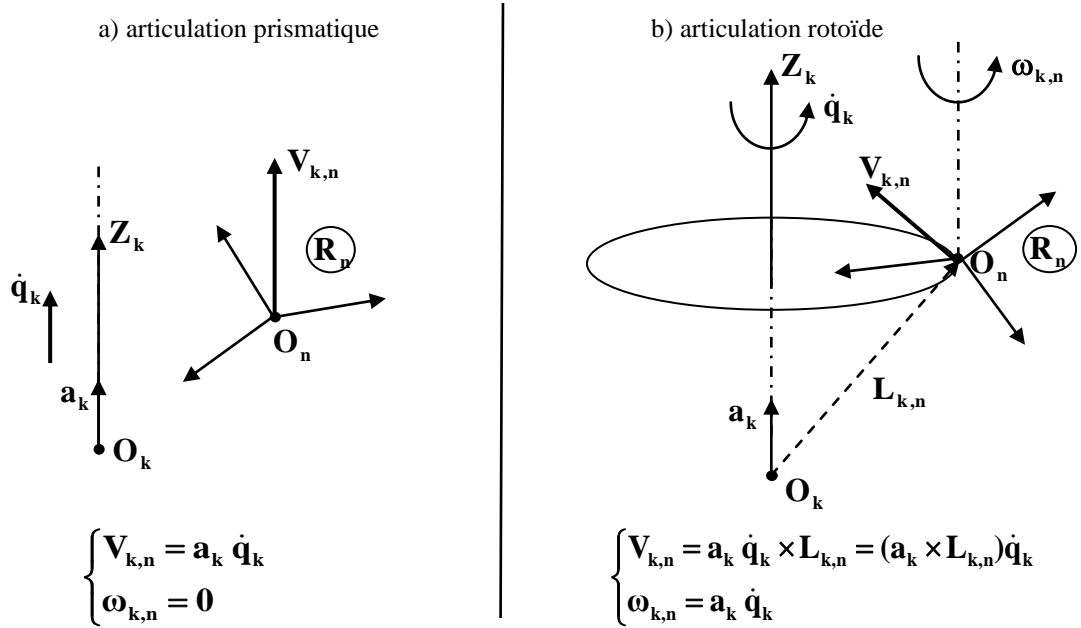


Figure I.11: Influence du type de l'articulation sur le repère terminal

où

$\mathbf{L}_{k,n}$: désigne le vecteur d'origine et d'extrémité \mathbf{O}_n

\mathbf{a}_k : est le vecteur unitaire porté par l'axe \mathbf{Z}_k de l'articulation k .

En introduisant le coefficient binaire σ_k , les vecteurs $\mathbf{V}_{k,n}$ et $\boldsymbol{\omega}_{k,n}$ s'écrivent :

$$\begin{cases} \mathbf{V}_{k,n} = (\sigma_k \mathbf{a}_k + \bar{\sigma}_k (\mathbf{a}_k \times \mathbf{L}_{k,n})) \dot{q}_k \\ \boldsymbol{\omega}_{k,n} = \bar{\sigma}_k \mathbf{a}_k \dot{q}_k \end{cases} \quad (\text{I.52})$$

Grâce au théorème de la composition des vitesses, on peut sommer toutes les contributions élémentaires de chaque articulation afin d'obtenir les vecteurs finaux des vitesses de translation et de rotation \mathbf{V}_n et $\boldsymbol{\omega}_n$ du repère terminal par l'expression :

$$\begin{cases} \mathbf{V}_n = \sum_{k=1}^n \mathbf{V}_{k,n} = \sum_{k=1}^n [\sigma_k \mathbf{a}_k + \bar{\sigma}_k (\mathbf{a}_k \times \mathbf{L}_{k,n})] \dot{q}_k \\ \boldsymbol{\omega}_n = \sum_{k=1}^n \boldsymbol{\omega}_{k,n} = \sum_{k=1}^n \bar{\sigma}_k \mathbf{a}_k \dot{q}_k \end{cases} \quad (\text{I.53})$$

Par identification avec la relation (I.49), la matrice Jacobienne exprimée dans le repère \mathbf{R}_n , notée \mathbf{J}_n , s'écrit :

$$\mathbf{J}_n = \begin{bmatrix} \sigma_1 \mathbf{a}_1 + \bar{\sigma}_1 (\mathbf{a}_1 \times \mathbf{L}_{1,n}) & \dots & \sigma_n \mathbf{a}_n + \bar{\sigma}_n (\mathbf{a}_n \times \mathbf{L}_{n,n}) \\ \bar{\sigma}_1 \mathbf{a}_1 & \dots & \bar{\sigma}_n \mathbf{a}_n \end{bmatrix} \quad (\text{I.54})$$

D'une façon générale, projetée dans le repère \mathbf{R}_i , la matrice jacobienne notée ${}^i \mathbf{J}_n$ s'écrit :

$${}^i \mathbf{J}_n = \begin{bmatrix} \sigma_1 {}^i \mathbf{a}_1 + \bar{\sigma}_1 ({}^i \mathbf{a}_1 \times \mathbf{L}_{1,n}) & \dots & \sigma_n {}^i \mathbf{a}_n + \bar{\sigma}_n ({}^i \mathbf{a}_n \times \mathbf{L}_{n,n}) \\ \bar{\sigma}_1 {}^i \mathbf{a}_1 & \dots & \bar{\sigma}_n {}^i \mathbf{a}_n \end{bmatrix} \quad (\text{I.55})$$

En remarquant que :

$${}^i \mathbf{a}_k \times {}^i \mathbf{L}_{k,n} = {}^i \mathbf{A}_k ({}^k \hat{\mathbf{a}}_k \times {}^k \mathbf{L}_{k,n}) \quad (\text{I.56})$$

Avec :

${}^i \mathbf{A}_k$: matrice d'orientation de dimension (3×3) du repère \mathbf{R}_k dans le repère \mathbf{R}_i ,

$${}^k \mathbf{a}_k = [0 \ 0 \ 1]^T \quad \text{et} \quad {}^k \mathbf{L}_{k,n} = {}^k \mathbf{P}_n = [{}^k \mathbf{P}_{nx} \quad {}^k \mathbf{P}_{ny} \quad {}^k \mathbf{P}_{nz}]^T$$

On calcule alors la $k^{\text{ième}}$ colonne de la matrice Jacobienne, notée ${}^i \mathbf{J}_{n;k}$, projetée dans le repère \mathbf{R}_i par la formule :

$${}^i \mathbf{J}_{n;k} = \begin{bmatrix} \sigma_k {}^i \mathbf{a}_k + \bar{\sigma}_k (-{}^k \mathbf{P}_{ny} {}^i \mathbf{s}_k + {}^k \mathbf{P}_{nx} {}^i \mathbf{n}_k) \\ \bar{\sigma}_k {}^i \mathbf{a}_k \end{bmatrix} \quad \mathbf{i} = 0, \dots, n; \quad \mathbf{k} = 1, \dots, n \quad (\text{I.57})$$

Où :

- ${}^i \mathbf{s}_k$, ${}^i \mathbf{n}_k$ et ${}^i \mathbf{a}_k$: sont respectivement le 1^{er}, 2^{ème} et le 3^{ème} vecteurs de la matrice ${}^i \mathbf{A}_k$.
- ${}^k \mathbf{P}_{nx}$ et ${}^k \mathbf{P}_{ny}$: sont respectivement la 1^{ère} et 2^{ème} composantes du vecteur ${}^k \mathbf{P}_n$ qui est la quatrième colonne de ${}^k \mathbf{T}_n$ calculée précédemment par le modèle géométrique direct.

I.7.3 le calcul du MCD par les équations de récurrence : Connaissant \mathbf{J}_n les vitesses de translation et de rotation du repère \mathbf{R}_n peuvent être obtenues à partir de la relation (I.49). De point de vue nombre d'opérations, il est cependant plus judicieux d'utiliser les équations de récurrence suivantes :

$$\begin{cases} {}^j \mathbf{V}_j = {}^j \mathbf{A}_{j-1} ({}^{j-1} \mathbf{V}_{j-1} + {}^{j-1} \hat{\boldsymbol{\omega}}_{j-1} \times {}^{j-1} \mathbf{p}_j) + \sigma \dot{\mathbf{q}}_j {}^j \mathbf{a}_j \\ {}^j \boldsymbol{\omega}_j = {}^j \mathbf{A}_{j-1} {}^{j-1} \boldsymbol{\omega}_{j-1} + \bar{\sigma} \dot{\mathbf{q}}_j {}^j \mathbf{a}_j \end{cases} \quad j = 1, \dots, n \quad (\text{I.58})$$

On initialise la récurrence avec les vitesses opérationnelles \mathbf{V}_0 et $\boldsymbol{\omega}_0$ de la base du robot.

La vitesse obtenue dans ce cas est ${}^n \dot{\mathbf{X}}_n$, pour trouver ${}^0 \dot{\mathbf{X}}_n$ on fait la projection de ce vecteur dans le repère \mathbf{R}_0 :

$${}^0 \mathbf{V}_n = {}^0 \mathbf{A}_n {}^n \mathbf{V}_n \quad \text{et} \quad {}^0 \boldsymbol{\omega}_n = {}^0 \mathbf{A}_n {}^n \boldsymbol{\omega}_n \quad (\text{I.59})$$

Le calcul du MCD, par la matrice jacobienne ou bien par les équations de récurrence, donne le vecteur $\begin{bmatrix} \mathbf{V}_n \\ \boldsymbol{\omega}_n \end{bmatrix}$ où \mathbf{V}_n est la dérivée par rapport au temps du vecteur de position \mathbf{P}_n , mais le $\boldsymbol{\omega}_n$ ne représente pas la dérivée de l'orientation, il faut trouver donc une relation entre les coordonnées opérationnelles \mathbf{X} et le modèle cinématique.

I.7.4 Jacobienne analytique : La matrice jacobienne développée ci-dessus s'appelle parfois la jacobienne géométrique pour la distinguer de la jacobienne analytique, dénoté $\mathbf{J}_a(\mathbf{q})$, qui est basée sur une représentation minimale pour l'orientation du repère de l'effecteur.

Soit $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_p \\ \mathbf{x}_r \end{pmatrix}$ une représentation de la situation du repère \mathbf{R}_n dans \mathbf{R}_0 , où \mathbf{x}_p représente les trois coordonnées opérationnelles de position et \mathbf{x}_r représente les coordonnées opérationnelles d'orientation, les vitesses opérationnelles sont donc $\dot{\mathbf{X}} = \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}}_p \\ \dot{\mathbf{x}}_r \end{pmatrix}$, on doit trouver la relation entre ces vitesses et les vecteurs vitesses

${}^0 \mathbf{V}_n$ et ${}^0 \mathbf{w}_n$ telle que :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_p = \boldsymbol{\Omega}_p {}^0 \mathbf{V}_n \\ \dot{\mathbf{x}}_r = \boldsymbol{\Omega}_r {}^0 \mathbf{w}_n \end{cases} \quad (\text{I.60})$$

Ou sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_p \\ \dot{\mathbf{x}}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Omega}_p & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \boldsymbol{\Omega}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^0 \mathbf{V}_n \\ {}^0 \mathbf{w}_n \end{bmatrix} = \boldsymbol{\Omega} \begin{bmatrix} {}^0 \mathbf{V}_n \\ {}^0 \mathbf{w}_n \end{bmatrix} \quad (\text{I.61})$$

Partant de la relation (I.60), on peut déduire que :

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_p \\ \dot{\mathbf{x}}_r \end{bmatrix} = \boldsymbol{\Omega} {}^0 \mathbf{J}_n \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_a \dot{\mathbf{q}} \quad (\text{I.62})$$

Avec : $\mathbf{J}_a = \boldsymbol{\Omega} {}^0 \mathbf{J}_n$

En général, la sous matrice Ω_p est égale à la matrice unité \mathbf{I}_3 car les coordonnées opérationnelles de position sont simplement les coordonnées cartésiennes de la position de l'outil. Par contre, la matrice Ω_r dépend du choix effectué pour les coordonnées opérationnelles de rotation. Cette matrice est parfois singulière ; par exemple dans le cas des quaternions d'Euler, elle est tout simplement non carrée c.-à-d. non inversible. Les cas pour lesquels la matrice Ω complète n'est pas inversible constituent des singularités mathématiques : ces singularités sont uniquement dues au choix des coordonnées opérationnelles, elles n'ont rien à voir avec le manipulateur lui même. [5]

Comme il est défini dans le premier chapitre le vecteur d'orientation qu'on a choisi est : $\mathbf{x}_r = [\phi \ \theta \ \psi]^T$

Dans ce cas [11]:

$$\Omega_r = \begin{bmatrix} C\phi \operatorname{tg}\theta & S\phi \operatorname{tg}\theta & 1 \\ -S\phi & C\phi & 0 \\ C\phi/C\theta & S\phi/C\theta & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{I.63})$$

Et

$$\mathbf{J}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \Omega_r \end{bmatrix} \mathbf{J}_n \quad (\text{I.64})$$

Singularité lorsque $\theta = \pm\pi/2$.

I.7.5 Utilisation de la matrice jacobienne : La matrice jacobienne \mathbf{J}_n est l'une des quantités les plus importantes dans l'analyse et la commande du mouvement de robot. Elle survient pratiquement dans chaque aspect de manipulation robotique : dans la planification, dans la détermination des configurations singulières, dans la dérivation des équations dynamiques du mouvement, et dans la transformation des forces et les couples du terminal aux joints de manipulateur [5]

I.7.5. 1 Calcul des efforts statiques: À partir du modèle cinématique, on peut écrire le modèle différentiel :

$$d\mathbf{X} = \mathbf{J}_n(\mathbf{q})d\mathbf{q} \quad (\text{I.65})$$

Supposons que les variables \mathbf{q}_i soient directement les variables associées aux déplacements relatifs des moteurs rotatifs ou linéaires. Chacun de ces derniers exerce une force ou un couple noté Γ_i , d'où pour l'ensemble des degrés de liberté un vecteur des efforts $\Gamma = [\Gamma_1 \ \Gamma_2 \ \dots \ \Gamma_n]^T$.

$$(\text{I.66})$$

Si l'on note \mathbf{F} le vecteur à six composantes de la force et du moment exercés par l'organe terminal sur l'environnement, le principe des travaux virtuels permet d'écrire :

$$\mathbf{F}^T d\mathbf{X} = \Gamma^T d\mathbf{q} \quad (\text{I.67})$$

D'où :

$$\mathbf{F} = \mathbf{J}_n^{-T} \Gamma \quad (\text{I.68})$$

Qui donne la répercussion des efforts moteurs sur l'environnement, en dehors des singularités.

On utilise la matrice jacobienne ${}^n \mathbf{J}_n$ ou ${}^0 \mathbf{J}_n$ selon que l'effort \mathbf{F} est défini dans le repère \mathbf{R}_n ou dans \mathbf{R}_0 respectivement. [14]

Dans le cas inverse, où on veut calculer le Γ que doivent fournir les actionneurs pour que l'organe terminal puisse exercer un effort \mathbf{F} , on peut déduire à partir de la relation (I.68) que :

$$\Gamma = \mathbf{J}_n^T \mathbf{F} \quad (\text{I.69})$$

I.7.5.2 Les positions de singularité: Le nombre de degrés de liberté **ddl** disponible à l'outil est égal à la dimension de l'espace engendré par les vecteurs \mathbf{V}_n et $\boldsymbol{\omega}_n$. Par exemple, cet espace est de dimension six si la structure (et la configuration instantanée) du manipulateur permet tous les mouvements de translation et de rotation imaginables pour l'outil. Considérant la relation (I.49), on constate que l'espace en question est généré par une combinaison linéaire des colonnes de la matrice \mathbf{J}_n , ces colonnes sont en nombre égal au nombre d'articulations, on a donc normalement : **ddl=n**, sauf si la matrice jacobienne est de rang moindre que **n**, les configurations (c.-à-d. les valeurs de **q**) pour lesquelles il y a perte de rang de cette matrice sont les configurations singulières du manipulateur. Il s'agit cette fois de singularités qui n'ont rien de mathématique ; elles résultent du manipulateur lui-même et de la configuration dans lequel il se trouve.

En conclusion, l'examen du rang de la jacobienne nous donne un moyen de déterminer quelles seront les éventuelles configurations singulières, lorsque la jacobienne est carrée, les singularités sont solution de **det(J_n) = 0** où **det(J_n)** désigne le déterminant de la jacobienne.

I.8 Vitesse et accélération

C'est peut-être un peu étonnant que les rapports inverses de vitesse et d'accélération sont conceptuellement plus simples que la position inverse. Rappel de (I.49) que les vitesses articulaires et les vitesses de terminal sont relié par la jacobienne en tant que $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{J}\dot{\mathbf{q}}$

Ainsi le problème inverse de vitesse devient :

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^{-1} \dot{\mathbf{X}} \quad (\text{I.70})$$

Qui est conceptuellement simple dans le cas régulier où la matrice jacobienne est carrée d'ordre n et son déterminant est non nul.

Différencier (I.49) donne les équations d'accélération :

$$\ddot{\mathbf{X}} = \dot{\mathbf{J}}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{J}\ddot{\mathbf{q}} \quad (\text{I.71})$$

Ainsi, donné le vecteur des accélérations de terminal $\ddot{\mathbf{X}}$, le vecteur d'accélération articulaire $\ddot{\mathbf{q}}$ est donné comme solution de :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{J}\ddot{\mathbf{q}}$$

$$\text{où : } \mathbf{Y} = \ddot{\mathbf{X}} - \dot{\mathbf{J}}\dot{\mathbf{q}} \quad (\text{I.72})$$

Pour les manipulateurs 6ddl les équations de vitesses et d'accélération articulaires peuvent être donc écrites comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^{-1} \dot{\mathbf{X}} \\ \ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^{-1} \mathbf{Y} \end{cases} \quad (\text{I.73})$$

La matrice \mathbf{J} doit être remplacée par la jacobienne analytique \mathbf{J}_a , Dans ce cas on a :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_a^{-1} \dot{\mathbf{X}} \\ \ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_a^{-1} \mathbf{Y} \end{cases} \quad (\text{I.74})$$

I.9 L'étude dynamique du robot

I.9.1 Introduction : Tandis que les équations cinématiques décrivent le mouvement du robot sans considération des forces et des moments produisant le mouvement, les équations dynamiques décrivent explicitement le rapport entre les couples (et/ou forces) appliqués aux actionneurs et le mouvement (positions, vitesses et accélérations articulaires).

Les principaux problèmes dans la dynamique du robot sont [17] :

La dynamique directe : (donner les forces et établir les accélérations), elle est employée principalement pour la simulation.

La dynamique inverse : (donner les accélérations, établir les forces), elle a des diverses utilisations, incluant : commande en ligne des mouvements et des forces de robot, conception de trajectoire et optimisation, conception du mécanisme du robot et le calcul des coefficients de l'équation du mouvement.

L'identification des paramètres inertiels.

I.9.2 Notation : Les principales notations utilisées sont les suivantes :

m_i : La masse du corps C_i

g : Accélération de la pesanteur.

$L_{0,i}$: Vecteur d'origine O_0 et d'extrémité O_i égal à 0P_i .

L_i : Vecteur d'origine O_{i-1} et d'extrémité O_i égal à ${}^{i-1}P_i$.

ω_i et $\dot{\omega}_i$: vitesse et accélération de rotation du corps C_i .

V_i et \dot{V}_i : vitesse et accélération du point O_i

V_{G_i} et \dot{V}_{G_i} : vitesse et accélération du centre de gravité (G_i) du corps C_i

$$a_i = [0 \ 0 \ 1]^T$$

F_i Résultante des forces extérieures sur le corps C_i .

C_i Moment des efforts extérieurs exercés sur le corps C_i autour de O_i .

S_i Vecteur d'origine O_i et d'extrémité G_i .

\hat{h} Le tenseur du vecteur h tel que :

$$\hat{h} = \begin{bmatrix} 0 & -h_z & h_y \\ h_z & 0 & -h_x \\ -h_y & h_x & 0 \end{bmatrix}$$

\times : désigne le produit vectoriel.

k_i Tenseur d'inertie du corps C_i par rapport au repère R_i qui s'exprime par :

$$k_i = \begin{bmatrix} \int (y^2 + z^2) dm & -\int xy dm & -\int xz dm \\ -\int xy dm & \int (x^2 + z^2) dm & -\int yz dm \\ -\int xz dm & -\int yz dm & \int (x^2 + y^2) dm \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{x_i} & I_{xy_i} & I_{xz_i} \\ I_{xy_i} & I_{y_i} & I_{yz} \\ I_{xz_i} & I_{yz} & I_{z_i} \end{bmatrix}$$

I_{G_i} Tenseur d'inertie du corps C_i par rapport à un repère parallèle à R_i et d'origine G_i .

f_i et c_i résultante et moment du torseur dynamique exercé sur le corps C_i par son antécédent et par l'actionneur i .

f_{e_i} et c_{e_i} résultante et moment du torseur dynamique exercé par le corps C_i sur

l'environnement.

$\mathbf{F}_s = [\mathbf{F}_{s1} \dots \mathbf{F}_{sn}]^T$, avec \mathbf{F}_{si} le paramètre de frottement sec de l'articulation i .

$\mathbf{F}_v = [\mathbf{F}_{v1} \dots \mathbf{F}_{vn}]^T$, avec \mathbf{F}_{vi} le paramètre de frottement visqueux de l'articulation i

I.9.3 Le modèle dynamique inverse (MDI) : Le modèle dynamique inverse (ou le modèle dynamique tout court) d'un robot permet de déterminer les équations du mouvement, c'est-à-dire : la relation entre les couples appliqués aux actionneurs et les positions, vitesses et accélérations articulaires [17].

Il est exprimé sous la forme :

$$\Gamma = \mathbf{f}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}, \mathbf{f}_e) \quad (\text{I.75})$$

Dans cette équation $\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}$ et Γ sont, respectivement, les vecteurs de position, vitesse, accélération et force, dans l'espace articulaire. Chacun est un vecteur de dimension n . Les variables de force sont définies tels que $\dot{\mathbf{q}}^T \Gamma$ est la puissance fournie par Γ au système. Ainsi, $\dot{\mathbf{q}}$ et Γ qualifiés comme ensemble de variables généralisées de vitesse et de force pour le système.

\mathbf{f}_e Est un vecteur (6) ; dénote la force externe agissant sur le robot, dû au contact avec l'environnement, ainsi le robot exerce une force de $-\mathbf{f}_e$ sur l'environnement.

Les deux principaux formalismes utilisés pour obtenir les équations différentielles qui décrivent le comportement d'un mécanisme à plusieurs corps articulés sont le formalisme de Newton (théorèmes généraux de la mécanique classique) et celui de Lagrange. [16]

I.9.3.1 Formalisme de Newton Euler

Cette méthode est fondée sur une double récurrence ; la récurrence avant de la base du robot vers l'effecteur, calcule successivement les vitesses et accélérations des corps, puis leur torseur dynamique, une récurrence arrière de l'effecteur vers la base, permet le calcul des couples des actionneurs en exprimant pour chaque corps le bilan des efforts. [11]

Les équations de Newton Euler expriment le torseur dynamique en \mathbf{G}_i des efforts extérieurs sur un corps i par les équations : [18]

$$\begin{cases} \mathbf{F}_i = \mathbf{m}_i \dot{\mathbf{V}}_{G_i} \\ \mathbf{C}_{G_i} = \mathbf{I}_{G_i} \dot{\boldsymbol{\omega}}_i + \boldsymbol{\omega}_i \times (\mathbf{I}_{G_i} \boldsymbol{\omega}_i) \end{cases} \quad (\text{I.76})$$

Cette méthode permet d'obtenir un MDI non linéaire par rapport aux paramètres inertiels, pour qu'il soit linéaire, le MDI doit être calculé en exprimant le torseur dynamique des efforts extérieurs en \mathbf{O}_i plutôt que \mathbf{G}_i .

Les équations de Newton Euler ainsi modifiées s'écrivent :

$$\begin{cases} \mathbf{F}_i = \mathbf{m}_i \dot{\mathbf{V}}_i + \dot{\boldsymbol{\omega}}_i \mathbf{m} \mathbf{S}_i + \boldsymbol{\omega}_i \times (\boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{m} \mathbf{S}_i) \\ \mathbf{C}_i = \mathbf{k}_i \dot{\boldsymbol{\omega}}_i + \boldsymbol{\omega}_i \times (\mathbf{k}_i \boldsymbol{\omega}_i) + \mathbf{m} \mathbf{S}_i \times \dot{\mathbf{V}}_i \end{cases} \quad (\text{I.77})$$

- **Récurrence avant** : elle permet de calculer \mathbf{F}_i et \mathbf{C}_i à partir de la relation (I.77).

Pour ce faire, il faut calculer $\boldsymbol{\omega}_i, \dot{\boldsymbol{\omega}}_i$ et $\dot{\mathbf{V}}_i$.

Les formules de composition des vitesses donnent :

$$\begin{cases} \boldsymbol{\omega}_i = \boldsymbol{\omega}_{i-1} + \bar{\sigma}_i \dot{\mathbf{q}}_i \mathbf{a}_i \\ \mathbf{V}_i = \mathbf{V}_{j-1} + (\boldsymbol{\omega}_{i-1} \times^{i-1} \mathbf{P}_i) + \sigma_i \dot{\mathbf{q}}_i \mathbf{a}_i \end{cases} \quad \mathbf{i} = 1, \dots, n \quad (\text{I.78})$$

La dérivée de l'équation (IV-4) par rapport au temps s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\omega}}_i = \dot{\boldsymbol{\omega}}_{i-1} + \bar{\sigma}_i (\ddot{\mathbf{q}}_i \mathbf{a}_i + \boldsymbol{\omega}_{i-1} \times \dot{\mathbf{q}}_i \mathbf{a}_i) \\ \dot{\mathbf{V}}_i = \dot{\mathbf{V}}_{j-1} + (\dot{\boldsymbol{\omega}}_{i-1} \times^{i-1} \mathbf{P}_i) + \boldsymbol{\omega}_{i-1} \times (\boldsymbol{\omega}_{i-1} \times^{i-1} \mathbf{P}_i + \sigma_i \dot{\mathbf{q}}_i \mathbf{a}_i) + \sigma_i (\ddot{\mathbf{q}}_i \mathbf{a}_i + \boldsymbol{\omega}_{i-1} \times \dot{\mathbf{q}}_i \mathbf{a}_i) \end{cases} \quad \mathbf{i} = 1, \dots, n \quad (\text{I.79})$$

Ce qui donne :

$$\dot{\mathbf{V}}_i = \dot{\mathbf{V}}_{j-1} + (\dot{\boldsymbol{\omega}}_{i-1} \times^{i-1} \mathbf{P}_i) + \boldsymbol{\omega}_{i-1} \times (\boldsymbol{\omega}_{i-1} \times^{i-1} \mathbf{P}_i) + \sigma_i (\ddot{\mathbf{q}}_i \mathbf{a}_i + 2\boldsymbol{\omega}_{i-1} \times \dot{\mathbf{q}}_i \mathbf{a}_i) \quad (\text{I.80})$$

On peut finalement calculer \mathbf{F}_i et \mathbf{C}_i , on initialise cette récurrence par $\boldsymbol{\omega}_0 = \mathbf{0}, \dot{\mathbf{V}}_0 = \mathbf{0}$ et $\dot{\boldsymbol{\omega}}_0 = \mathbf{0}$.

- **Récurrence arrière** : Les équations composant la récurrence arrière sont obtenues à partir du bilan des efforts sur chaque corps, écrit à l'origine \mathbf{O}_i , on obtient (**Figure I.13**)

$$\begin{cases} \mathbf{F}_i = \mathbf{f}_i + \mathbf{f}_{i+1} + \mathbf{m}_i \mathbf{g} - \mathbf{f}_{e_i} \\ \mathbf{C}_i = \mathbf{c}_i - \mathbf{c}_{i+1} - \mathbf{L}_{i+1} \times \mathbf{f}_{i+1} + \mathbf{S}_i \times \mathbf{m}_i \mathbf{g} - \mathbf{c}_{e_i} \end{cases} \quad (\text{I.81})$$

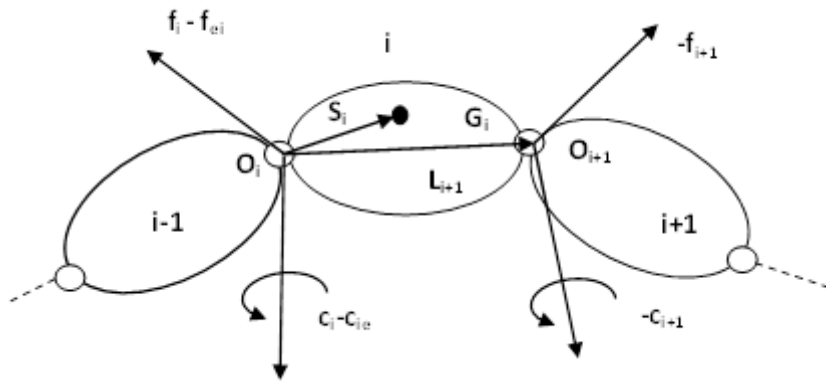


Figure I.12: Bilan des efforts au centre de gravité

On peut faire intervenir l'effet de la gravité sans avoir à la prendre en compte dans le bilan des efforts, pour cela on prend:

$$\dot{\mathbf{V}}_0 = -\mathbf{g} \quad (\text{I.82})$$

D'où l'on tire les équations suivantes :

$$\begin{cases} \mathbf{f}_i = \mathbf{F}_i + \mathbf{f}_{i+1} + \mathbf{f}_{ei} \\ \mathbf{c}_i = \mathbf{C}_i + \mathbf{c}_{i+1} + \mathbf{L}_{i+1} \times \mathbf{f}_{i+1} + \mathbf{c}_{ei} \end{cases} \quad (\text{I.83})$$

On obtient alors les couples aux actionneurs Γ_i en projetant, suivant la nature de l'articulation \mathbf{i} , les vecteurs \mathbf{f}_i ou \mathbf{c}_i sur l'axe du mouvement :

$$\Gamma_i = (\boldsymbol{\sigma}_i \mathbf{f}_i + \bar{\boldsymbol{\sigma}}_i \mathbf{c}_i)^T \mathbf{a}_i \quad (\text{I.84})$$

Les frottements doivent être pris en compte dans l'équation dynamique. Le modèle du type frottement sec (ou de Coulomb) fait l'hypothèse d'un couple constant de frottement en opposition au mouvement. Au début du mouvement (vitesse nulle), un couple supérieur au couple de frottement sec doit être développé pour amorcer le mouvement. De nombreuses études ont été réalisées afin de mieux analyser les frottements, menant à l'approximation suivante [19] :

$$\Gamma_f = \text{Diag}[\text{Sign}(\dot{q}_i)] \mathbf{F}_s + \text{Diag}(\dot{q}_i) \mathbf{F}_v \quad (\text{I.85})$$

On ajoute à l'équation (I.85) les termes correctifs représentant l'effet des frottements et des inerties des actionneurs, \mathbf{I}_{ai} , ce qui nous donne la relation suivante :

$$\Gamma_i = (\boldsymbol{\sigma}_i \mathbf{f}_i + \bar{\boldsymbol{\sigma}}_i \mathbf{c}_i)^T \mathbf{a}_i + \Gamma_{fi} + \mathbf{I}_{ai} \ddot{q}_i \quad (\text{I.86})$$

Les inerties des actionneurs sont calculées comme suit :

$$\mathbf{I}_{ai} = \mathbf{N}_i^2 \mathbf{J}_{mi} \quad (\text{I.87})$$

\mathbf{J}_{mi} est le moment d'inertie du rotor de l'actionneur \mathbf{i} , \mathbf{N}_i est le rapport de réduction de l'axe \mathbf{i} égal à \dot{q}_{mi} / \dot{q}_i et \dot{q}_{mi} désigne la vitesse du rotor de l'actionneur \mathbf{i} .

On déduit directement de l'équation (I.84) que les termes \mathbf{f}_i et \mathbf{c}_i ne dépendent que des paramètres inertiels du corps i et de ceux des corps situées en aval qui sont introduit par les termes \mathbf{f}_{n+1} et \mathbf{c}_{n+1} de la récurrence.

Pour utiliser pratiquement l'algorithme de Newton Euler exposé ci-dessus, il faut projeter dans un même repère les vecteurs et tenseurs qui apparaissent dans une même équation. [20]

Les équations de la récurrence avant peuvent être présentées par l'algorithme suivant:

- **Récurrence avant :**

Conditions initiales : ${}^0\boldsymbol{\omega}_0 = [0 \ 0 \ 0]^T$, ${}^0\dot{\boldsymbol{\omega}}_0 = [0 \ 0 \ 0]^T$ et ${}^0\dot{\mathbf{V}}_0 = -g\mathbf{a}_i$

Do $i = 1, 2, \dots, n$

$${}^i\boldsymbol{\omega}_{i-1} = {}^i\mathbf{A}_{i-1} {}^{i-1}\boldsymbol{\omega}_{i-1}$$

$${}^i\boldsymbol{\omega}_i = {}^i\boldsymbol{\omega}_{i-1} + \bar{\sigma}_i \dot{\mathbf{q}}_i \mathbf{a}_i$$

$${}^i\dot{\boldsymbol{\omega}}_i = {}^i\mathbf{A}_{i-1} {}^{i-1}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{i-1} + \bar{\sigma}_i ({}^i\boldsymbol{\omega}_{i-1} \times \dot{\mathbf{q}}_i \mathbf{a}_i + \ddot{\mathbf{q}}_i \mathbf{a}_i)$$

$${}^i\dot{\mathbf{V}}_i = {}^i\mathbf{A}_{i-1} ({}^{i-1}\dot{\mathbf{V}}_{i-1} + {}^{i-1}\mathbf{b}_{i-1} {}^{i-1}\mathbf{P}_i) + \sigma_i (2 {}^i\boldsymbol{\omega}_{i-1} \times \dot{\mathbf{q}}_i \mathbf{a}_i + \ddot{\mathbf{q}}_i \mathbf{a}_i) \quad (\text{I.88})$$

$${}^i\mathbf{F}_i = \mathbf{m}_i {}^i\dot{\mathbf{V}}_i + {}^i\mathbf{b}_i \mathbf{m}_i \mathbf{S}_i$$

$${}^i\mathbf{C}_i = {}^i\mathbf{k}_i {}^i\dot{\boldsymbol{\omega}}_i + {}^i\boldsymbol{\omega}_i \times ({}^i\mathbf{k}_i {}^i\boldsymbol{\omega}_i) + \mathbf{m}_i \mathbf{S}_i \times {}^i\dot{\mathbf{V}}_i$$

End do

$${}^i\mathbf{b}_i = {}^i\hat{\boldsymbol{\omega}}_i + {}^i\hat{\boldsymbol{\omega}}_i {}^i\hat{\boldsymbol{\omega}}_i \quad (\text{I.89})$$

Les équations de la récurrence arrière peuvent être présentées par l'algorithme suivant:

- **Récurrence arrière :**

Conditions initiales:

$${}^n\mathbf{f}_{n+1} = \mathbf{f}_e(1:3) \quad {}^n\mathbf{c}_{n+1} = \mathbf{f}_e(4:5)$$

Do $i = n, n-1, \dots, 1$

$${}^i\mathbf{f}_i = {}^i\mathbf{F}_i + {}^i\mathbf{f}_{i+1} + {}^i\mathbf{f}_{ei}$$

$${}^{i-1}\mathbf{f}_i = {}^{i-1}\mathbf{A}_i {}^i\mathbf{f}_i$$

$${}^i\mathbf{c}_i = {}^i\mathbf{C}_i + {}^i\mathbf{C}_{i+1} + {}^i\mathbf{P}_{i+1} \times {}^i\mathbf{f}_{i+1} + {}^i\mathbf{c}_{ei} \quad (\text{I.90})$$

$${}^{i-1}\mathbf{C}_i = {}^{i-1}\mathbf{A}_i {}^i\mathbf{c}_i$$

$$\Gamma_i = (\sigma_i {}^i\mathbf{f}_i + \bar{\sigma}_i {}^i\mathbf{c}_i)^T \mathbf{a}_i + \Gamma_{f_i} + \mathbf{I}_{ai} \ddot{\mathbf{q}}_i$$

End do

Dans cette formulation (Newton Euler), l'effet de la pesanteur est introduit par une accélération verticale de la base du robot. Si le robot manipulateur est situé sur un véhicule dont le mouvement est connu, on peut donc également introduire les fonctions du temps correspondantes (vitesses et accélérations) dans les premières récurrences directes qui partent de la base [14].

I.9.3.2 Formalisme de Lagrange : Les équations de Lagrange permettent d'obtenir directement les relations entre les efforts moteurs aux articulations et les mouvements. Par rapport aux équations de Newton, on perd au passage les informations sur les efforts de réaction aux articulations qui sont utiles au dimensionnement des parties mécaniques, mais n'interviennent pas dans un modèle utile à la commande automatique puisque les corps sont supposés indéformables [21].

Il s'agit de n équations différentielles non linéaires du second ordre obtenues à partir de :

$$\Gamma_i = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} \quad i = 1 \dots n \quad (I.91)$$

Avec :

L est le Lagrangien du système, c'est la différence entre E_C l'énergie cinétique du système, et E_P l'énergie potentielle du système.

$$L = E_C - E_P$$

(I.92)

Pour tous les systèmes mécaniques, l'énergie cinétique est une forme quadratique des vitesses :

$$E = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \quad (I.93)$$

où \mathbf{M} est une matrice $(n \times n)$ symétrique définie positive dépendant des masses et des inerties de chaque corps du mécanisme, et de la configuration \mathbf{q} . En effet :

$$E_C = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} (\boldsymbol{\omega}_i^T \mathbf{I}_{G_i} \boldsymbol{\omega}_i + m_i \mathbf{V}_{G_i}^T \mathbf{V}_{G_i}) \quad (I.94)$$

Et on a vu que les vitesses de translation et de rotation de chaque corps sont des fonctions linéaires des vitesses articulaires.

D'autre part, l'énergie potentielle est fonction de la configuration du mécanisme:

Il en résulte que les équations de Lagrange peuvent s'écrire :

$$\Gamma = \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{Q}(\mathbf{q}) \quad (\text{I.95})$$

Où le premier vecteur représente les forces ou couples d'inertie sur les articulations motorisées, le deuxième (du second degré par rapport aux vitesses) correspond aux effets centrifuges et de Coriolis, le troisième traduit les efforts dus à la pesanteur et aux ressorts. [22]

Le modèle dynamique lorsqu'on applique la force \mathbf{f}_e peut s'écrire sous la forme :

$$\Gamma = \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{Q}(\mathbf{q}) + \Gamma_e \quad (\text{I.96})$$

où :

$$\Gamma_e = \mathbf{J}_n^T \mathbf{f}_e$$

La matrice d'inertie est obtenue directement à partir de l'expression de l'énergie cinétique \mathbf{E}_C ; L'élément \mathbf{M}_{ii} est égal au coefficient de $\dot{\mathbf{q}}_i^2 / 2$ dans l'expression de l'énergie cinétique, tandis que l'élément \mathbf{M}_{ij} ($i \neq j$) est égal au coefficient de $\dot{\mathbf{q}}_i \dot{\mathbf{q}}_j$.

Le calcul des éléments de \mathbf{C} se fait à partir du symbole de Christoffel $\mathbf{c}_{i,jk}$ selon la relation :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{C}_{ij} = \sum_{k=1}^n \mathbf{c}_{i,jk} \dot{\mathbf{q}}_k \\ \mathbf{c}_{i,jk} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \mathbf{M}_{ij}}{\partial \mathbf{q}_k} + \frac{\partial \mathbf{M}_{ik}}{\partial \mathbf{q}_j} + \frac{\partial \mathbf{M}_{jk}}{\partial \mathbf{q}_i} \right] \end{array} \right. \quad (\text{I.97})$$

Le calcul de \mathbf{Q} se fait à partir de l'énergie potentielle :

$$\mathbf{Q}_i = \frac{\partial \mathbf{E}_p}{\partial \mathbf{q}_i} \quad (\text{I.98})$$

Si on prend en compte l'effet du frottement dans les liaisons sur le mouvement, on doit ajouter au deuxième membre de l'expression (I.98) le vecteur Γ_f .

L'équation dynamique devient :

$$\Gamma = \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{Q}(\mathbf{q}) + \Gamma_e + \Gamma_f \quad (\text{I.99})$$

Si on tient compte des inerties des actionneurs \mathbf{I}_{ai} ($i = 1 \dots n$), l'élément \mathbf{M}_{ii} de la matrice d'inertie doit être augmenté de \mathbf{I}_{ai}

Il est évident que pour trouver les éléments de \mathbf{M} , \mathbf{C} et \mathbf{Q} , il faut tout d'abord calculer les énergies cinétique et potentielle de tous les corps du robot.

Calcul de l'énergie cinétique :

L'expression de l'énergie cinétique totale d'un système composé de n corps rigides est :

$$\mathbf{E}_C = \sum_{i=1}^n \mathbf{E}_{C_i} \quad (\text{I.100})$$

Où \mathbf{E}_{C_i} désigne l'énergie cinétique du corps \mathbf{C}_i , qui s'exprime par :

$$\mathbf{E}_{C_i} = \frac{1}{2} (\boldsymbol{\omega}_i^T \mathbf{I}_{G_i} \boldsymbol{\omega}_i + \mathbf{m}_i \mathbf{V}_{G_i}^T \mathbf{V}_{G_i}) \quad (\text{I.101})$$

Etant donné que :

$$\mathbf{V}_{G_i} = \mathbf{V}_i + \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{S}_i \quad (\text{I.102})$$

Et sachant que :

$$\mathbf{k}_i = \mathbf{I}_{G_i} - \mathbf{m}_i \hat{\mathbf{S}}_i \hat{\mathbf{S}}_i^T \quad (\text{I.103})$$

La relation (I.102) devient :

$$\mathbf{E}_{C_i} = \frac{1}{2} (\boldsymbol{\omega}_i^T \mathbf{k}_i \boldsymbol{\omega}_i + \mathbf{m}_i \mathbf{V}_i^T \mathbf{V}_i + 2\mathbf{m}_i \mathbf{S}_i^T (\mathbf{V}_i \times \boldsymbol{\omega}_i)) \quad (\text{I.104})$$

Dans l'équation (I.106), tous les éléments doivent être exprimés dans le même repère. La façon la plus simple est de les exprimer dans le repère \mathbf{R}_i , l'équation devient donc :

$$\mathbf{E}_{C_i} = \frac{1}{2} ({}^i \boldsymbol{\omega}_i^T \mathbf{k}_i {}^i \boldsymbol{\omega}_i + \mathbf{m}_i {}^i \mathbf{V}_i^T {}^i \mathbf{V}_i + 2\mathbf{m}_i {}^i \mathbf{S}_i^T ({}^i \mathbf{V}_i \times {}^i \boldsymbol{\omega}_i)) \quad (\text{I.105})$$

Le calcul de ${}^i \mathbf{V}_i$ et de ${}^i \boldsymbol{\omega}_i$ se fait par la relation (I.114).

Calcul de l'énergie potentielle :

L'énergie potentielle s'écrit :

$$\mathbf{E}_P = \sum_{i=1}^n \mathbf{E}_{P_i} = \sum_{i=1}^n -\mathbf{m}_i \mathbf{g}^T (\mathbf{L}_{0,i} + \mathbf{S}_i) \quad (\text{I.106})$$

En projetant les vecteurs de cette relation dans \mathbf{R}_0 , on obtient :

$$\mathbf{E}_P = \sum_{i=1}^n \mathbf{E}_{P_i} = \sum_{i=1}^n -\mathbf{m}_i {}^0 \mathbf{g}^T ({}^0 \mathbf{P}_i + {}^0 \mathbf{A}_i {}^i \mathbf{S}_i) \quad (\text{I.107})$$

Les énergies cinétiques et potentielles étant linéaires par rapport aux paramètres inertiels, le modèle dynamique l'est également.

I.10 Conclusion

On a cité dans ce chapitre une méthode de calcul du modèle géométrique direct des robots à structure ouverte simple, qui est fondée sur l'utilisation du paramétrage de Denavit Hartenberg et nécessite le bon choix des repères.

On a vu que la représentation des coordonnées opérationnelles de rotation est faite par les cosinus directeurs puis par les angles de Cardans.

Comme on a présenté aussi le MGD d'un manipulateur est de déterminer la configuration (position et orientation) de son effecteur terminal en fonction de ses variables articulaires, le problème inverse de celui ci, c.-à-d., déterminer les variables articulaires en donnant une configuration désirée de l'effecteur terminal, est appelé le modèle géométrique inverse.

On a présenté aussi dans ce chapitre la méthode de Paul pour le calcul du MGI, cette méthode intuitive en ce sens qu'elle laisse à l'utilisateur le choix des équations à résoudre, elle est applicable à un grand nombre de chaînes cinématiques possédant surtout des paramètres géométriques particuliers : distance nulles ou angles dont les sinus et cosinus sont égaux à 0, 1, -1, en plus, cette méthode analytique donne toutes les solutions possibles du modèle géométrique inverse. Nous avons également résolu le modèle géométrique inverse du robot proposé grâce à cette méthode.

On a présenté aussi comment obtenir le modèle cinématique direct d'un robot en calculant ses matrices jacobienne, géométrique et analytique, ainsi que la détermination de son modèle cinématique inverse du premier et du deuxième ordre, ensuite on a appliqué ces principes sur le robot choisi. On a vu aussi l'intérêt de la matrice jacobienne dans la dynamique, la cinématique et dans la détermination des positions singulières.

On a présenté dans ce chapitre les deux formalismes les plus utilisés pour le calcul du modèle dynamique direct et inverse des robots manipulateurs à structure ouverte simple.

Après cette étude théorique du bras manipulateur, on va aborder dans le chapitre suivant l'étude du robot manipulateur KUKA de type KR16, qui va nous permettre de simuler ce robot en utilisant le MATLAB.

CHAPITRE

II

Présentation du Bras

manipulateur KUKA

KR16

II.1 Introduction

La société KUKA a été fondée en 1898 à Augsburg par Johann Josef Keller et Jakob Knappich. Le nom KUKA est né ce faisant de la réunion de l'abréviation des premières lettres de la désignation de l'entreprise « Keller und Knappich Augsburg ». KUKA se lance dans l'automatisation en 1956 avec la construction d'installations de soudage automatiques et fournit la première chaîne de soudage multipoint à la société Volkswagen AG.

En 1973, KUKA s'impose à la pointe du développement technique international avec le développement du premier robot industriel au monde doté de six axes à entraînement électromagnétique.

Depuis, KUKA Robot Group n'a pas arrêté de révolutionner le monde de la robotique. Et nous avons traité dans ce chapitre quelques-unes des caractéristiques de Robot KUKA et le plus important de ses pièces et sa technologie des composants et la façon de le contrôler, ainsi que l'étalonnage international.

II.2 Description du produit

II.2.1 Aperçu du système de robot

Un système de robot (Figure II.1) comprend tous les sous-ensembles d'un robot industriel, tels que le manipulateur (ensemble mécanique du robot avec installation électrique), l'armoire de commande, les câbles de liaison, les outils et les équipements auxiliaires. Les robots industriels KR 16 comprennent les composants suivants [23]:

- Manipulateur
- Commande de robot
- Câbles de liaison
- Boîtier de programmation portatif KCP
- Logiciel
- Options, accessoires

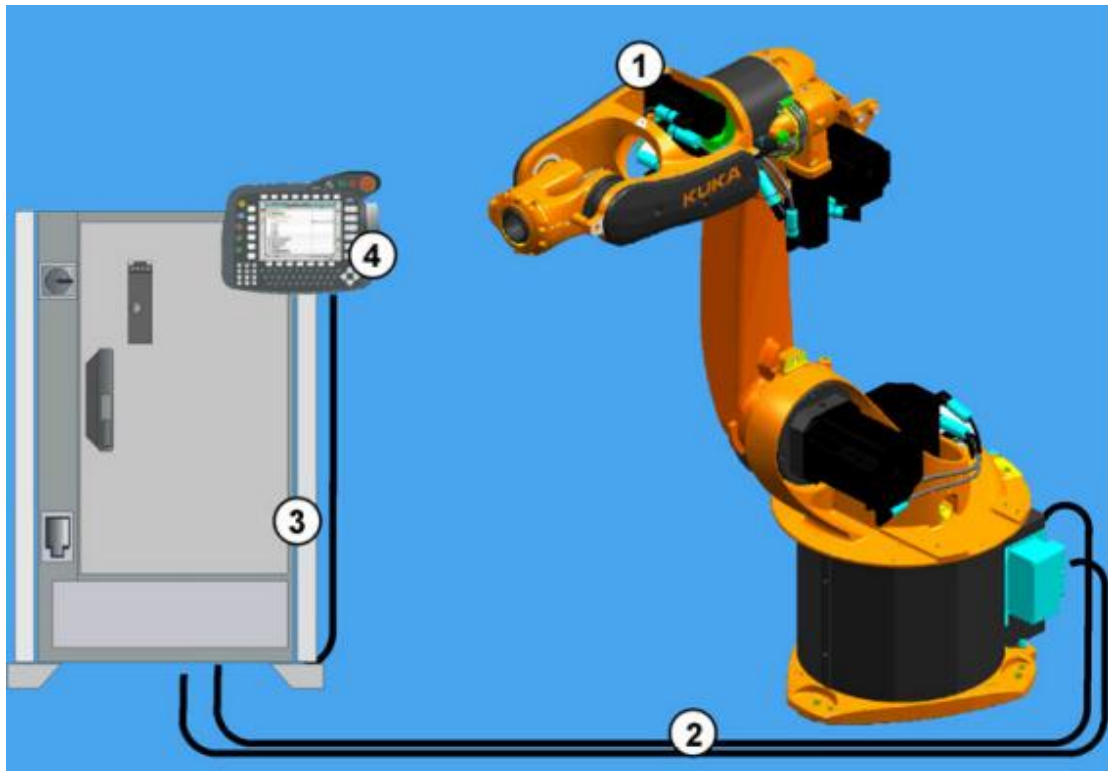


Figure II.1: Exemple d'un système de robot avec: 1) Manipulateur; 2) Câbles de liaison; 3) Commande de robot; 4) Boîtier de programmation portatif KCP.

II. 3 Description du robot

Ce robot manipulateur (Figure II.2) est conçu en tant que cinématique dotée d'un bras articulé à 6 axes. Ils sont constitués des sous-ensembles principaux suivants [23]:

- Poignet à arbre creux
- Bras
- Epaule
- Bâti de rotation
- Embase
- Installation électrique

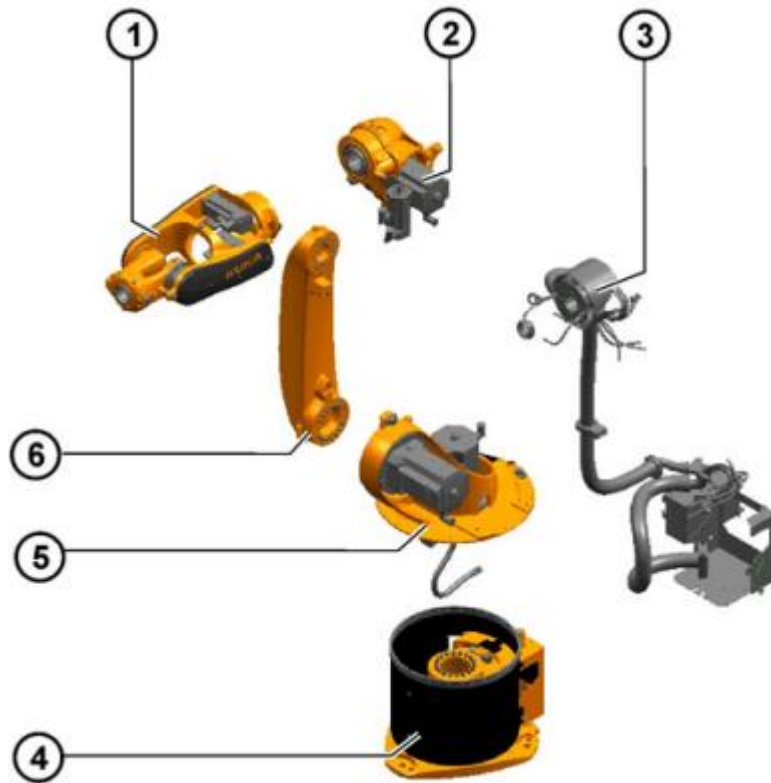


Figure II.2: Sous-ensembles principaux du bras manipulateur KUKA: 1) Poignet à arbre creux; 2) Bras; 3) Installation électrique; 4) Embase; 5) Bâti de rotation 6)Epaule.

II.3.1 Poignet à arbre creux : Les variantes de robot KR 16 sont équipées d'un poignet à arbre creux à 2 axes. Le poignet comprend les axes 5 et 6. Les moteurs de l'axe 5 et de l'axe 6 sont compris dans ce sous-ensemble. Les deux axes sont actionnés via de courroies dentées et des réducteurs. La structure constructive permet l'alimentation en fluides par le centre de l'axe 6, directement vers l'application. Le poignet en ligne dispose d'une bride de fixation pour le montage d'outils [23].

II.3.2 Bras : Le bras relie le poignet à arbre creux à l'épaule. Il loge les moteurs des axes du poignet 3 et 4. L'entraînement du bras se fait par le moteur de l'axe 3. L'angle de rotation maximum autorisé est limité mécaniquement par une butée dans chaque direction, positive et négative. Les tampons correspondants sont montés sur l'épaule. L'ensemble de l'entraînement de l'axe 4 est également intégré dans le bras. En outre, la chaîne porte-câbles pour les axes 5 et 6 du poignet se trouve également sous un recouvrement. Les possibilités de fixation pour l'application de soudage se trouvent sur la face arrière du bras [23]. L'alimentation en fluides pour l'outil est guidée de façon axiale à travers le bras

II.3.3 Epaule: L'épaule est le sous-ensemble logé entre le bâti de rotation et le bras. Elle est composée du corps de l'épaule et des tampons [23].

II.3.4 Bâti de rotation: Le bâti de rotation loge les moteurs A1 et A2. Le mouvement de rotation de l'axe 1 est exécuté par le bâti de rotation. Il est vissé à l'embase par le réducteur de l'axe 1. L'entraînement est assuré par un moteur dans le bâti de rotation. L'épaule est également logée dans le bâti de rotation [23].

II.3.5 Embase: L'embase est la base du robot. Elle est vissée aux fondations. Le flexible de protection pour l'installation électriques fixé à l'embase. De plus, le logement multifonctions (MFG) et le coffret de raccordement pour le câble de données se trouvent sur l'embase [23].

II.3.6 Installation électrique: L'installation électrique comprend tous les câbles moteurs et de commande des moteurs des axes 1 à 6. Toutes les connexions sont des connecteurs permettant un changement rapide et sûr des moteurs. La boîte RDW et le logement multifonctions MFG font partie de l'installation électrique et sont montés tous les deux à l'embase du robot. Les câbles de liaison venant de la commande du robot sont reliés à ces coffrets de raccordement avec des connecteurs. L'installation électrique comprend également un système de terre. Une chaîne porte-câbles supplémentaire est intégrée dans le bras pour l'alimentation des entraînements des axes de poignet. Elle garantit un guidage de câbles sans pliage sur l'ensemble de la plage de mouvement de l'axe 4 [23].

II.4. Caractéristiques techniques

II.4.1. Données de base: Les données de base du robot KUKA de type KR16 sont présentées au Tableau II.1 [23].

Tableau II.1 : Données de base du bras manipulateur KUKA KR16

Type	KR 16 arc HW
Nombre d'axes	6
Volume de travail	KR 16 arc HW : 15,44 m^3
Répétabilité de positionnement (ISO 9283)	KR 16 arc HW : $\pm 0,04$ m
Point de référence volume de travail	Point d'intersection des axes 4 et 5
Poids	KR 16 arc HW : 245 kg
Sollicitations dynamiques principales	Voir charges des fondations
Mode de protection du robot	IP 54 Opérationnel, avec câbles de liaison connectés (selon EN 60529)
Mode de protection du poignet en ligne	IP 54

Niveau sonore	< 75 dB (A) à l'extérieur de l'enveloppe d'évolution
Position de montage	Sol, plafond
Surface, peinture	Embase, recouvrements du poignet à arbre creux et bras : noir (RAL 9005), pièces mobiles : orange KUKA 2567

II.4.2 Température ambiante: Ce type des bras manipulateur besoin un milieu de travail à une température ambiante suivant le tableau II.2 [23].

Tableau II.2: Température ambiante

Service	+10 °C à +55 °C (283 K à 328 K)
Service avec Safe RDW	+10 °C à +50 °C (283 K à 323 K)
Stockage et transport	-40 °C à +60 °C (233 K à 333 K)
Mise en service	+10 °C à +15 °C (283 K à 288 K) Dans cette plage de température, il peut être nécessaire de réchauffer le robot en le faisant marcher. Autres limites de température sur demande.
Sollicitations environnementales humides	Classe d'humidité EN 60204/4.4.4 F

II.4.3 Câbles de liaison: Les câbles de liaison sont présentés dans le tableau II.3 [23].

Tableau II.3: Câbles de liaison

Désignation du câble	Désignation du connecteur Commande du robot	Interface robot
Câble moteur	X20 - X30	Connecteur Harting des deux côtés
Câble de données	X21 - X31	Connecteur Harting des deux côtés
Câble de données Safe Robot	X21.1 - X41	Connecteur Harting des deux côtés

II.4.4 Longueurs de câbles: Les longueurs de liaison sont présentées dans le tableau II.4 [23].

Tableau II.4: Longueurs de câbles.

Longueurs de câbles	Dimension en mètre
---------------------	--------------------

Standard	7 m, 15 m, 25 m, 35 m, 50 m
avec RoboTeam	7 m, 15 m, 25 m, 35 m
avec SafeRobot	7 m, 15 m, 25 m, 35 m

Uniquement avec KR C2: Pour des indications détaillées sur les câbles de liaison, voir la description des câbles de liaison (6.4 Câbles de liaison et interfaces).

II.5 Caractéristiques des axes

II.5.1 Plage et Vitesse de mouvement: Les données au tableau II.5 s'appliquent au robot KR 16 arc HW [23]:

Tableau II.5: Les données robot KR 16

Axe	Plage de mouvement, limitation logicielle	Vitesse pour charge nominale admissible
1	+/-185°	200 °/s
2	de +35° à -155°	200 °/s
3	de +154° à -120°	195 °/s
4	+/-165°	370 °/s
5	+/-130°	310 °/s
6	à rotation sans fin	610 s

La figure II.3 précise les sens du mouvement et l'affectation des différents axes.

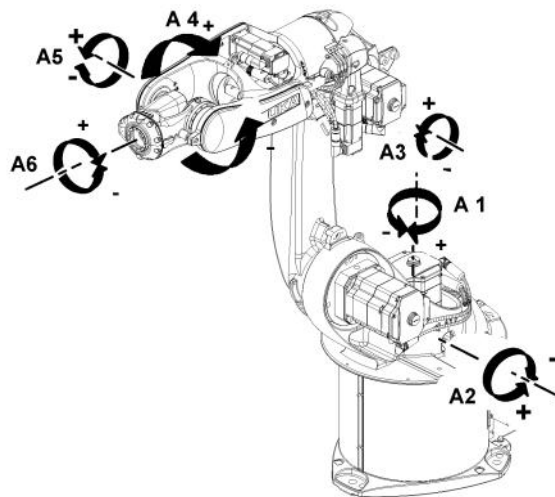


Figure II.3: Sens de rotation des axes.

II.5.2 Enveloppe d'évolution: La figure II.4 présente la taille et la forme des enveloppes d'évolution pour les robots KR 16. Le point de référence pour l'enveloppe d'évolution est le point d'intersection des axes 4 et 5. Les dimensions en mm [23].

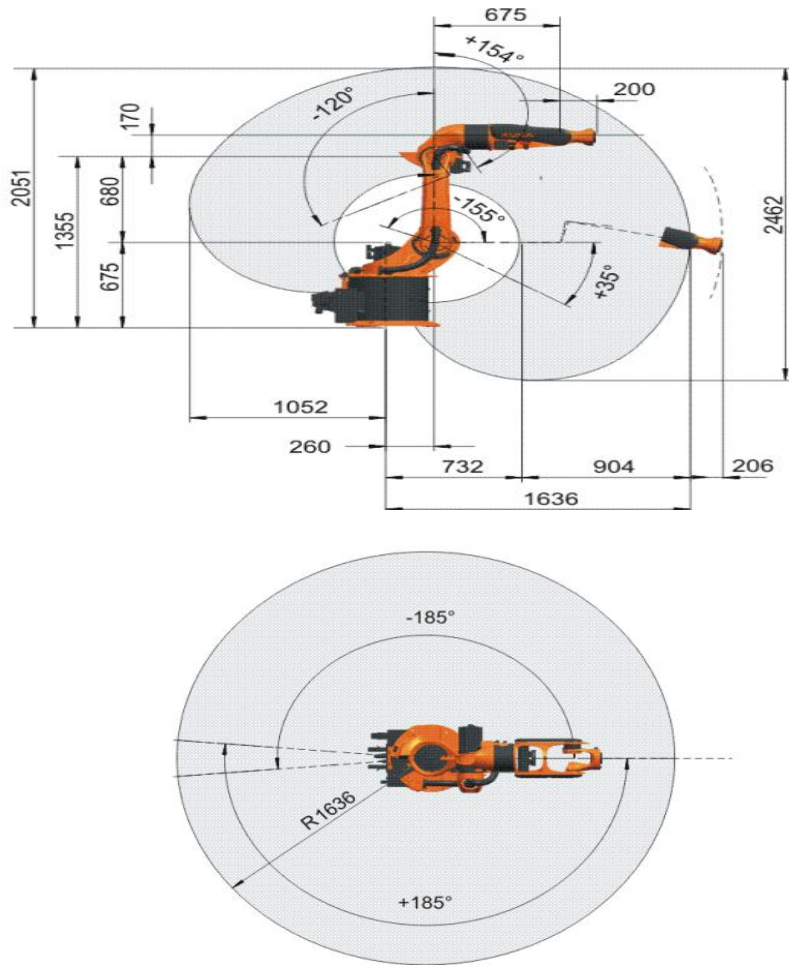


Figure II.4: Taille et la forme des enveloppes d'évolution pour les robots KR 16

II.5.3 Charges du robot KR 16 : La charge nominale de ce type des bras manipulateur sont présentés dans le tableau II.6 [23].

Tableau II.6: Charges nominale du robot de type KR 16

Robot KR 16	Nominale
Poignet en ligne	PL 16 arc HW
Charge nominale	16 kg
Distance avec centre de gravité de la charge Lz (horizontal)	120 mm
Distance avec centre de gravité de la charge Lxy (vertical)	80 mm
Moment d'inertie de masse admissible	0,36 kgm ²
Charge totale max.	48 kg
Charge supplémentaire bras	12 kg

Charge supplémentaire épaule	Aucune
Charge supplémentaire bâti de rotation	20 kg
Charge supplémentaire embase	Aucune

II.6. Description du KUKA Control Panel (KCP)

Le KCP (KUKA Control Panel) est le boîtier de programmation portatif pour le robot. Le KCP possède toutes les fonctions de commande et d'affichage indispensables à la commande et à la programmation du système de robot

II.6.1 Face avant: L'interface avant du pupitre de commande sera présentée dans la figure II.5.



Figure II .5: Pupitre de commande du robot KUKA de type KR avec:

- | | |
|----------------------------------|-----------------------------------|
| 1 Sélecteur des modes | 10 Pavé numérique |
| 2 Entraînements MARCHÉ | 11 Touches programmables |
| 3 Entraînements ARRET/ SSBGUI | 12 Touche Start en arrière |
| 4 Interrupteur d'ARRET D'URGENCE | 13 Touche Start |
| 5 Space Mouse | 14 Touche STOP |
| 6 Touches d'état, droite | 15 Touche de sélection de fenêtre |
| 7 Touche d'entrée | 16 Touche Echap |
| 8 Touches curseur | 17 Touches d'état, gauche |
| 9 Clavier | 18 Touches de menu |

II.6.2 Face arrière



Figure II .6: Face arrière de pupitre de commande du robot KUKA de type KR avec:

- | | |
|-----------------------------|-------------------------------|
| 1 Plaque signalétique | 4 L'interrupteur d'homme mort |
| 2 Touche Start | 5 L'interrupteur d'homme mort |
| 3 Interrupteur d'homme mort | |

II.6.3 Description: La description du pupitre de commande du robot KUKA de type KR sera présentée dans le tableau II.7.

Tableau II.7: Description du pupitre de commande

Élément	Description
Plaque signalétique	Plaque signalétique KCP
Touche Start	Cette touche lance le programme
L'interrupteur d'homme mort	<p>L'interrupteur d'homme mort a trois positions :</p> <p>1 / Non enfoncé 2 / Position moyenne 3 / Enfoncé</p> <p>Dans les modes T1 et T2, l'interrupteur d'homme mort doit être maintenu en position moyenne pour pouvoir déplacer le robot.</p> <p>Dans les modes Automatique et Automatique Externe, cet interrupteur reste sans fonction.</p>

II.6.4 Sélecteur des modes: Le robot industriel peut être exploité dans les modes suivants :

- Manuel Vitesse Réduite (T1)
- Manuel Vitesse Elevée (T2)
- Automatique (AUT)
- Automatique Externe (AUT EXT)

Le mode est sélectionné avec le sélecteur de mode au KCP. Le sélecteur est commandé avec une clé qui peut être retirée. Sans clé, le sélecteur est verrouillé et le mode ne peut plus être changé. Si le mode est changé lors du service, les entraînements sont arrêtés immédiatement. Le manipulateur et les axes supplémentaires (option) s'arrêtent avec un STOP 0 [23].

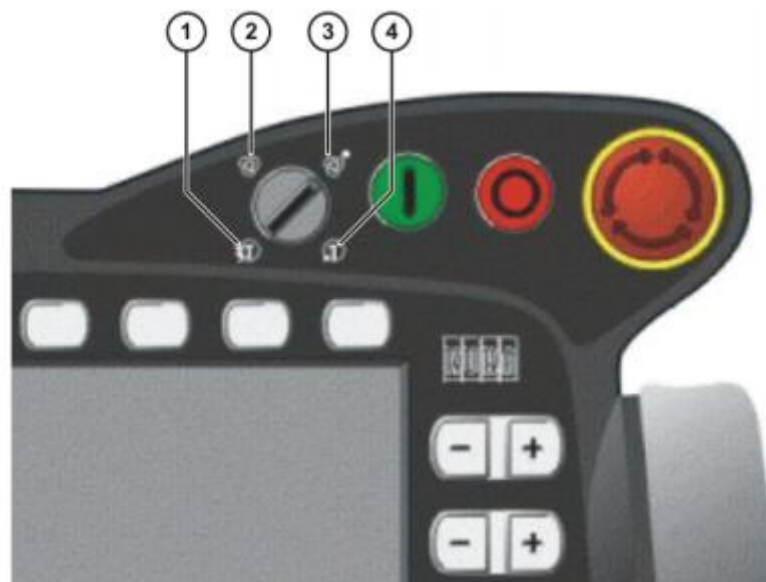


Figure II .7: Sélecteur de mode avec:

- 1) T2 (Manuel Vitesse Elevée); 2) AUT (Automatique); 3) AUT EXT (Automatique Externe); 4) T1 (Manuel Vitesse Réduite)

II.6.5 Dispositif d'ARRET D'URGENCE externe: Des dispositifs d'ARRET D'URGENCE doivent être disponibles à chaque station pouvant déclencher un déplacement du robot ou une autre situation susceptible de provoquer des dangers. L'intégrateur de système doit garantir cela. Un dispositif d'ARRET D'URGENCE externe au moins doit être installé. Ceci permet de disposer d'un dispositif d'ARRET D'URGENCE même lorsque le KCP est déconnecté. Les dispositifs d'ARRET D'URGENCE externes sont connectés via l'interface client. Les dispositifs d'ARRET D'URGENCE externes ne sont pas compris dans la livraison du robot industriel [23].



Figure II .8: 1) Interrupteur d'ARRÊT D'URGENCE au KCP.

II.6.6 Dispositif d'homme mort: Le dispositif d'homme mort du robot industriel est composé des interrupteurs d'homme mort au KCP (Figure II.7). Le KCP comprend 3 interrupteurs d'homme mort. Les interrupteurs d'homme mort ont trois positions :

- Non enfoncé
- Position moyenne
- Enfoncé

En modes de test, le manipulateur ne pourra être déplacé que si un interrupteur est maintenu en position moyenne (niveau du milieu). Lorsqu'on lâche l'interrupteur ou l'enfonce (Panique), les entraînements sont immédiatement arrêtés et le manipulateur s'arrête avec un STOP 0.

Les outils et autres dispositifs reliés avec le manipulateur doivent être intégrés dans le circuit d'ARRET D'URGENCE côté installation s'ils peuvent provoquer des dangers.

Des dangers de mort, des risques de blessures graves ou de dommages matériels importants peuvent s'ensuivre si cela n'est pas respect [23].

II.7 Armoire de commande KRC2: L'armoire de commande du robot de type KR16 à une spécification présentée dans les figures II.9 et II.10.

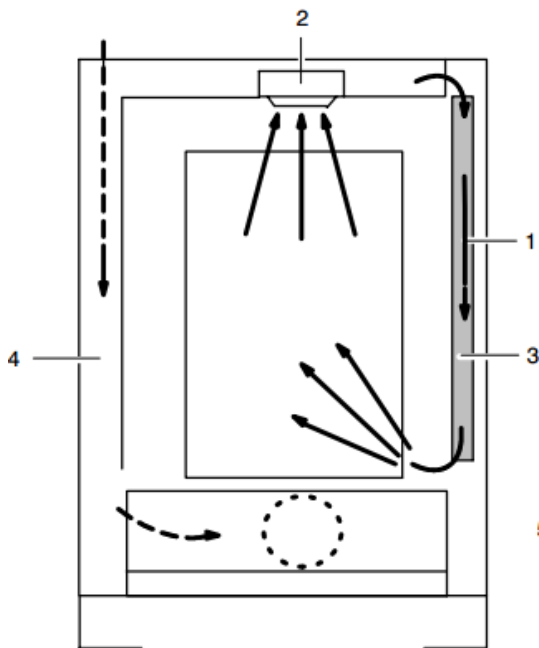


Figure II.9:

Vue avant circuits de refroidissement intérieur et extérieur

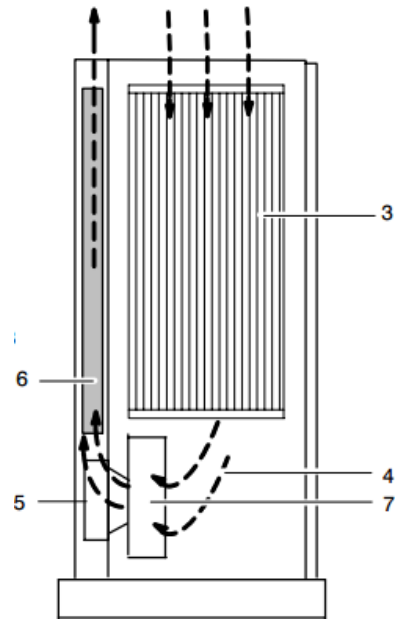


Figure II.10:

Vue latérale circuit de refroidissement extérieur avec:

- 1) Circuit de refroidissement intérieur; 2) Ventilateur circuit de refroidissement intérieur; 3) Echangeur de chaleur latéral; 4) Circuit de refroidissement extérieur; 5) Ventilateur circuit de refroidissement extérieur; 6) Echangeur de chaleur arrière; 7) Canal d'air

II.7.1 Circuits de refroidissement: Ces circuits seront présentés dans la figure II.11.

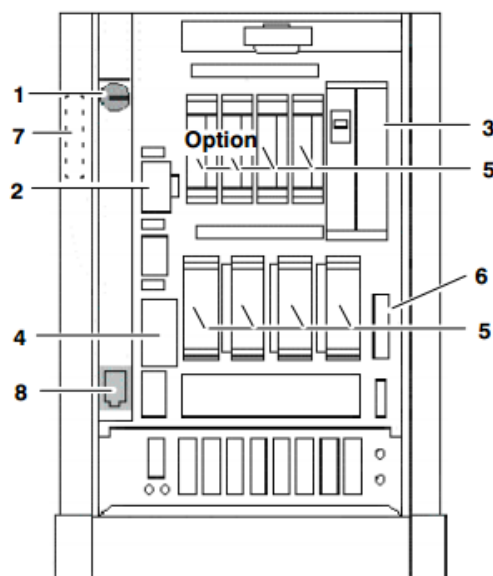


Figure II.11: Circuits de refroidissement dans l'armoire de commande KRC2. Avec:

1) Interrupteur principal; 2) Coupe circuit; 3) Bloc d'alimentation KPS; 4) Bloc d'alimentation BT; 5) Servo-variateurs (taille en fonction du type de robot); 6) Carte de sécurité ESC-CI; 7) Filtre secteur; 8) Prise SAV (option).

II.7.2 Unité de puissance: Cette unité sera schématisée dans la figure II.12

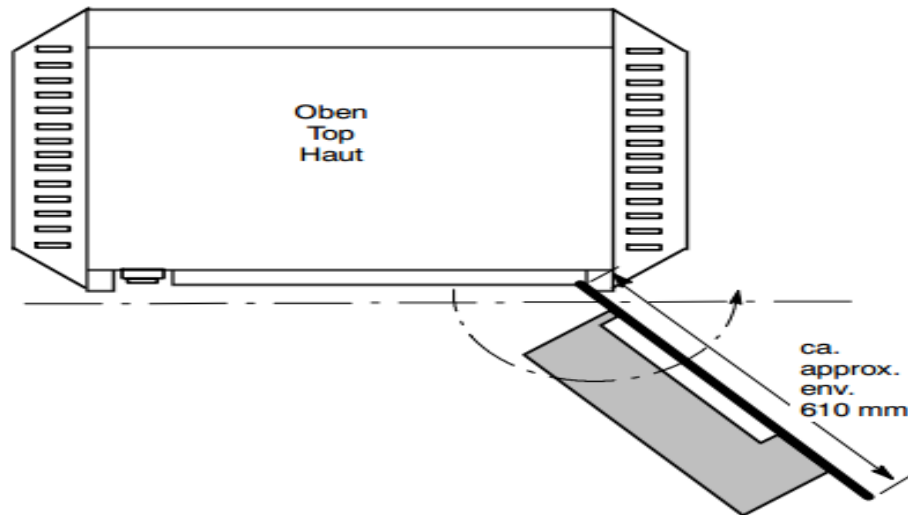


Figure II.12: Unité de puissance dans l'armoire de commande KRC2.

Plage de pivotement pour armoire individuelle: porte avec cadre calculateur env. 180° pour option "Dispositif porte ouverte env. 165° pour armoires juxtaposées: porte env. 155°.

II.7.3 Plage de pivotement porte/cadre calculateur: Le contenu de l'armoire de commande sera présenté dans la figure II.13.

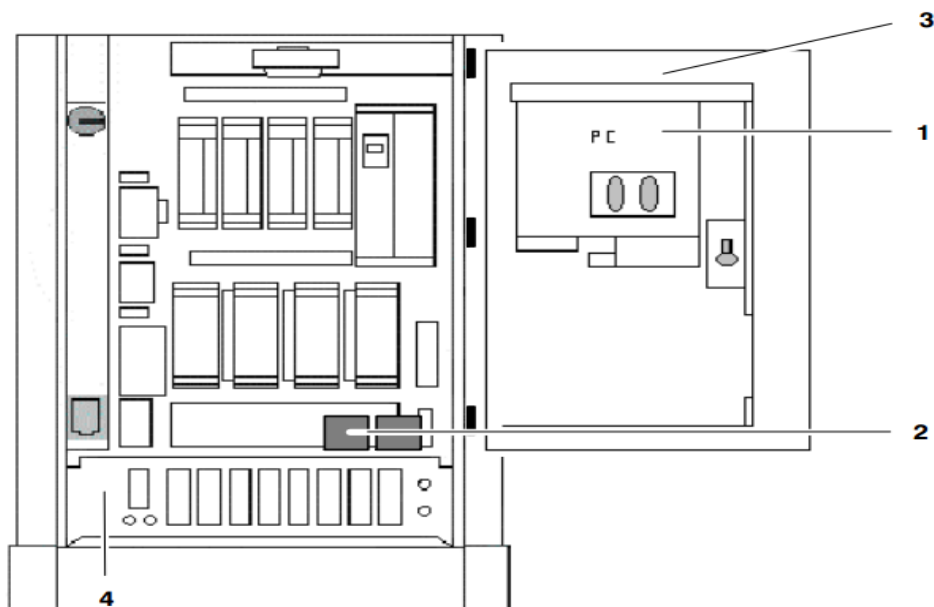


Figure II.13: Plage de pivotement porte/cadre calculateur. Avec: 1) Unité calculateur sur face intérieure porte; 2) accus; 3) Interfaces; 4) Panneau de raccordement

II.7.4 Unité calculateur dans l'armoire de commande KRC2: Cette unité située à l'armoire de commande KRC2 et sera présentée dans la figure II.4.

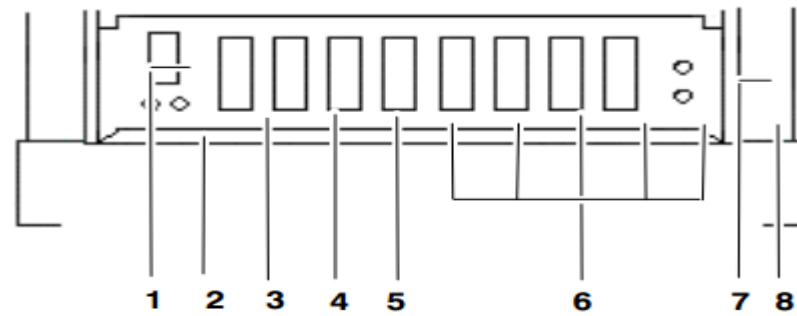


Figure II .14: Unité calculateur. 1) Alimentation X1; 2) Connexions terre; 3) Connecteur moteurs axes 1 à 6, X20; 4) Connecteur moteurs additionnel axes 1 à 3, X7 (option); 5) Connecteur moteurs axes 7 à 8, X7.1--7.2 (option); 6) Interfaces options et périphérie. 7) Alimentation KCP X19; 8) Connecteur données de positions axes 1 à 8, X21

II.8 Conclusion

Quelles que soient les étapes de processus à automatiser : avec un robot KUKA, vous avez tous les atouts en main, car vous profitez d'un maximum de performance et de flexibilité. 24 heures sur 24 durant l'année. Vous pouvez compter également 24 heures sur 24 sur la constance d'une précision absolue et d'une répétabilité allant jusqu'à 0,015 millimètres.

D'autres avantages décisifs des produits KUKA sont leur commande aisée, leur intégration simple et peu encombrante dans la chaîne de production ainsi que leur disponibilité de près de 100 pour cent.

CHAPITRE III

Simulation du Robot

KUKA KR16

II.1 Introduction

L'utilisation des outils mathématiques de modélisation est appropriée et justifiée pour les systèmes bien définis. Mais, quand la complexité augmente, ces outils deviennent moins efficaces. Le traitement des systèmes complexes nécessite souvent la manipulation d'informations incertaines. De façon naturelle, l'être humain est capable de manipuler de tels systèmes. Il décrit son comportement par des méthodes approximatives au lieu de raisonner en termes mathématiques.

Un robot doit posséder des capacités de perception et de mouvement nécessaires pour qu'il puisse exécuter ses tâches dans son environnement. La méthode générale pour contrôler un bras manipulateur consiste à calculer les modèles géométriques pour générer les mouvements du robot nécessaire pour l'accomplissement d'une tâche particulière. Cette approche produit de bons résultats pour des tâches répétitives dans des environnements connus. Notre travail s'inscrit dans le contexte de la robotique et nous nous focalisons sur le principe de la démarche humaine dans le sens de capturer l'imprécision de la pensée humaine et de l'exprimer avec des outils mathématiques appropriés.

III.2. Implémentation du robot KUKA KR16

Notre travail c'est la simulation des MGD, MGI, MCD, MCI, MDD et le MDI de robot KUKA KR16 sous MATLAB.

La boîte à outils est nécessaire pour la simulation des modèles ainsi pour analyser des résultats des expériences d'un robot réel. Application de paramétrage de Denavit-Hartenberg nous permet de calculer ces modèles:

« Cinématique vers l'avant et inverse, Jacobéennes » « Dynamique vers l'avant et inverse » « Bibliothèque et démonstrations de blockset de Simulink » « A inclus l'exécution de MEX de l'algorithme récursif de Newton-Euler écrit dans C. portable » }

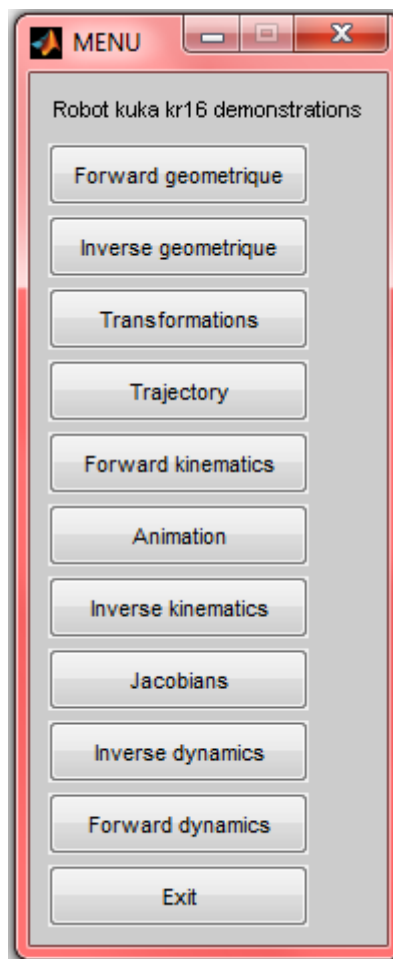


Figure III.1: L'interface graphique réalisée par le MATLAB pour le robot KUKA KR16.

III.3 Simulation des Transformations

Dans le domaine de la robotique il y a beaucoup de manières possibles de représenter des positions et des orientations, mais la transformation homogène est bien assortie aux outils puissants de MATLABs pour la manipulation de matrice.

Les transformations homogènes décrivent les rapports entre les armatures du même rang cartésiennes en termes de traduction et l'orientation.

Une traduction pure de 0.5m dans la direction de X est représentée près

$$\begin{pmatrix} 1.0000 & 0 & 0 & 0.5000 \\ 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \end{pmatrix}$$

Une rotation de 90 degrés au sujet de l'axe des ordonnées près

$$\begin{pmatrix} 0.0000 & 0 & 1.0000 & 0 \\ 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ -1.0000 & 0 & 0.0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \end{pmatrix}$$

Et une rotation de -90degrees autour de l'axe de Z près

$$\begin{pmatrix} 0.0000 & 1.0000 & 0 & 0 \\ -1.0000 & 0.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \end{pmatrix}$$

Ceux-ci peuvent être enchaînés par multiplication

t =

$$\begin{pmatrix} 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & 0.5000 \\ -1.0000 & 0.0000 & 0 & 0 \\ -0.0000 & -1.0000 & 0.0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \end{pmatrix}$$

Si cette transformation représentait l'origine d'une nouvelle armature du même rang avec le respect

A l'origine d'armature du monde (0, 0, 0), que la nouvelle origine serait donnée près

$$\mathbf{t} * [\mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{1}]' = \begin{pmatrix} 0.5000 \\ 0 \\ 0 \\ 1.0000 \end{pmatrix}$$

L'orientation de la nouvelle armature du même rang peut être exprimée en termes d'angles d'Euler

0 1.5708 -1.5708

Ou pain/lancement/angles d'inclinaison

-1.5708 0.0000 -1.5708

Il est important de noter que la multiplication de transforme n'est en général pas commutative comme montrée par l'exemple suivant

rotation par apport x(pi/2) * rotation par apport z(-pi/8)

$$\begin{pmatrix} 0.9239 & 0.3827 & 0 & 0 \\ -0.0000 & 0.0000 & -1.0000 & 0 \\ -0.3827 & 0.9239 & 0.0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \end{pmatrix}$$

rotation par apport z(-pi/8) * rotation par apport x(pi/2)

$$\begin{pmatrix} 0.9239 & 0.0000 & -0.3827 & 0 \\ -0.3827 & 0.0000 & -0.9239 & 0 \\ 0 & 1.0000 & 0.0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \end{pmatrix}$$

III.4. Simulation des Trajectoires

Le chemin déplacera le robot de sa pose zéro d'angle (ou PRÉPARER) à la pose droite.

Créer d'abord un vecteur de temps, accomplissant le mouvement en 2 secondes avec un intervalle d'échantillon de 56ms

Une trajectoire polynôme entre les 2 poses est calculée

Pour cette trajectoire particulière plus du mouvement est fait par les articulations 2 et 3, et ceci peut être commodément tracé utilisé des opérations standard de MATLAB

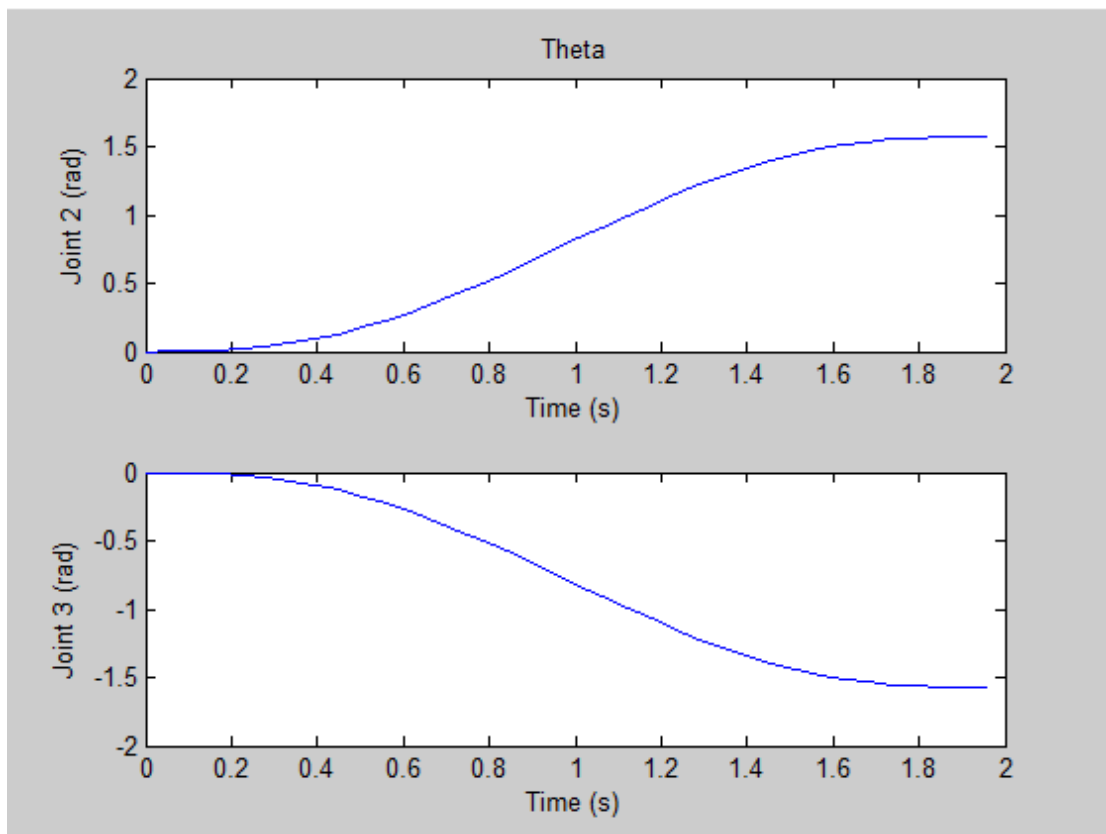


Figure III.2: Trajectoire générée par les articulations 2 et 3

Nous pouvons également regarder les profils de vitesse et d'accélération.

Nous pourrions différencier la trajectoire d'angle, mais des résultats plus précis peuvent être obtenus en demandant que la vitesse angulaire et l'accélération de retour de trajectoire comme suit

Ce qui peut alors être tracé en tant qu'avant
 pause(2)

Et les profils communs d'accélération

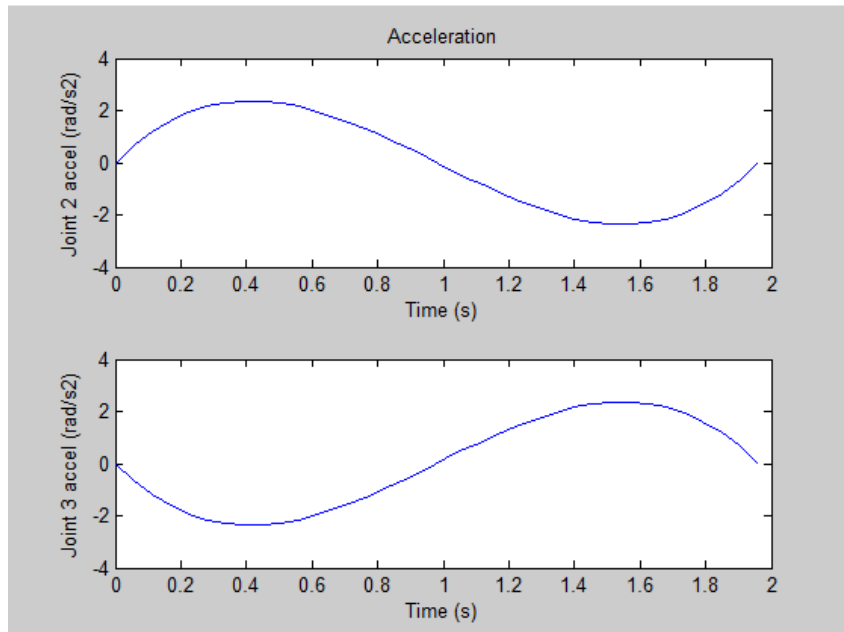


Figure III.3: Accélération des deux articulation 2 et 3.

III.5. Cinématique Directe

De cinématique vers l'avant est le problème de résoudre la position cartésienne et orientation d'un mécanisme donné la connaissance de la structure cinématique et des coordonnées communes.

Considérent l'exemple du kuka kr16 encore, et les coordonnées communes de zéro, qui sont définis par le

$$qz = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

La cinématique vers l'avant peut être calculée avec une description cinématique d'appropriée, dans ce cas-ci, la matrice kr16 qui définit la cinématique pour le kuka kr16 de 6 axes.

$$\begin{pmatrix} 1.0000 & 0 & 0 & 0.9400 \\ 0 & -1.0000 & -0.0000 & 0 \\ 0 & 0.0000 & -1.0000 & -0.1530 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \end{pmatrix}$$

Renvoie le homogène transforment la correspondance au dernier lien du manipulateur le peut également être employé avec un ordre de temps des coordonnées communes.

Alors que les homogènes transforment pour chaque ensemble de coordonnées communes est indiqué près

Là où T est une matrice à trois dimensions, les deux premières dimensions sont une transformation 4x4 homogène et la troisième dimension est temps.

Par exemple, le premier point est

T =

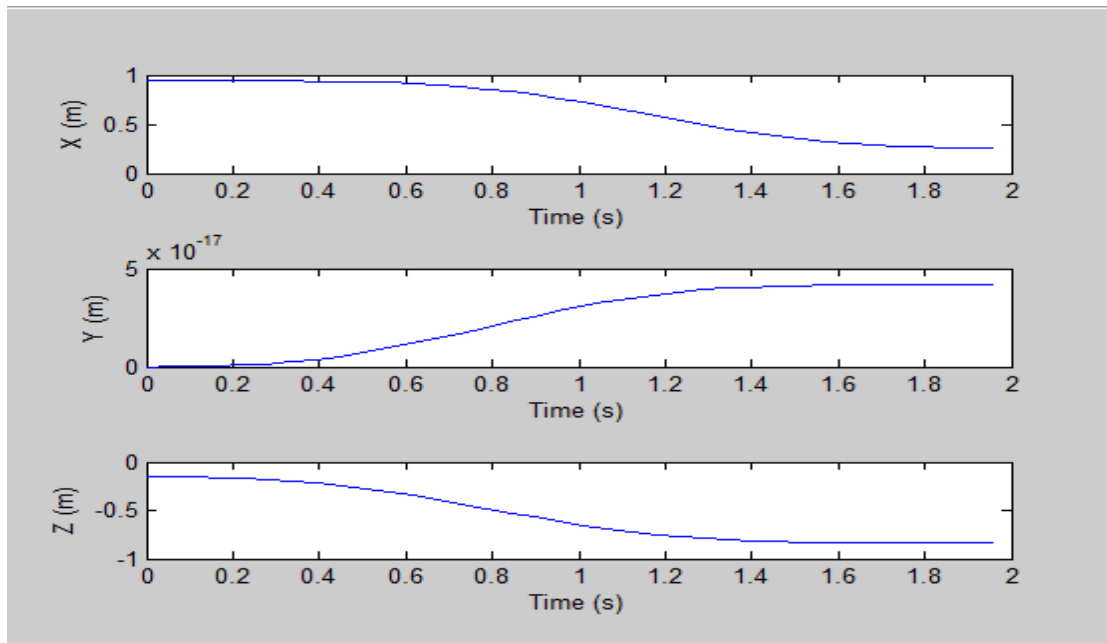
$$\begin{pmatrix} 1.0000 & 0 & 0 & 0.9400 \\ 0 & -1.0000 & -0.0000 & 0 \\ 0 & 0.0000 & -1.0000 & -0.1530 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \end{pmatrix}$$

et le dixième point est

T =

$$\begin{pmatrix} 1.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.9297 \\ -0.0000 & -1.0000 & -0.0000 & 0.0000 \\ 0 & 0.0000 & -1.0000 & -0.2712 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \end{pmatrix}$$

Éléments (1 : 3.4) correspondent à z de X, de Y et Respectivement, et peuvent être



tracés contre le temps

Figure III.4: Tracés contre le temps

Ou nous avons pu tracer X contre Z pour avoir une certaine idée du chemin cartésien suivi du manipulateur.

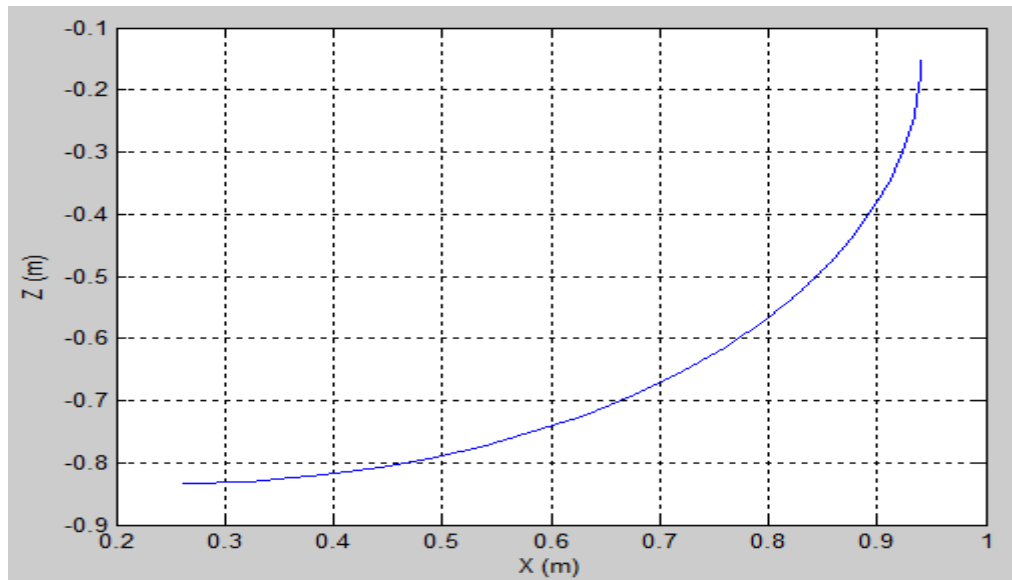


Figure III.5: Idée du chemin cartésien suivi du manipulateur.

III.6. Animation

La démonstration de trajectoire a montré comment une trajectoire du même rang commune peut être produite

la parcelle de terrain surchargée de fonction anime un chiffre robot de bâton se déplaçant le long d'une trajectoire.

La ligne segments tirée ne correspondent pas nécessairement aux liens de robot, mais joignent les origines des armatures de coordonnée de lien séquentiel. Une petite armature du même rang à angle droit est dessinée sur l'extrémité du robot pour montrer l'orientation de poignet.

D'ombre d'A apparaît au sol qui aide à donner une certaine meilleure idée de l'objet 3D.

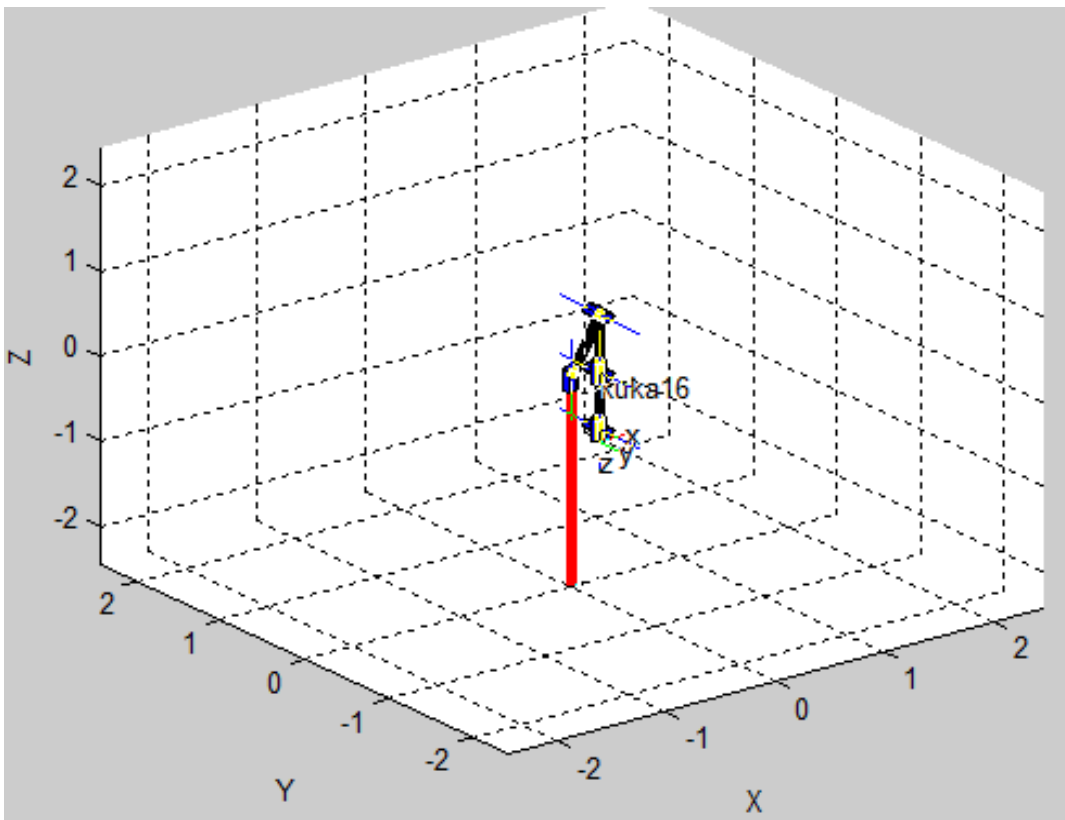


Figure III.6: Robot pour montrer l'orientation de poignet.

Nous pouvons également placer les robots additionnels dans une figure. Nous laissons faire un clone du robot de kuka 16, mais changeant son endroit de nom et de base

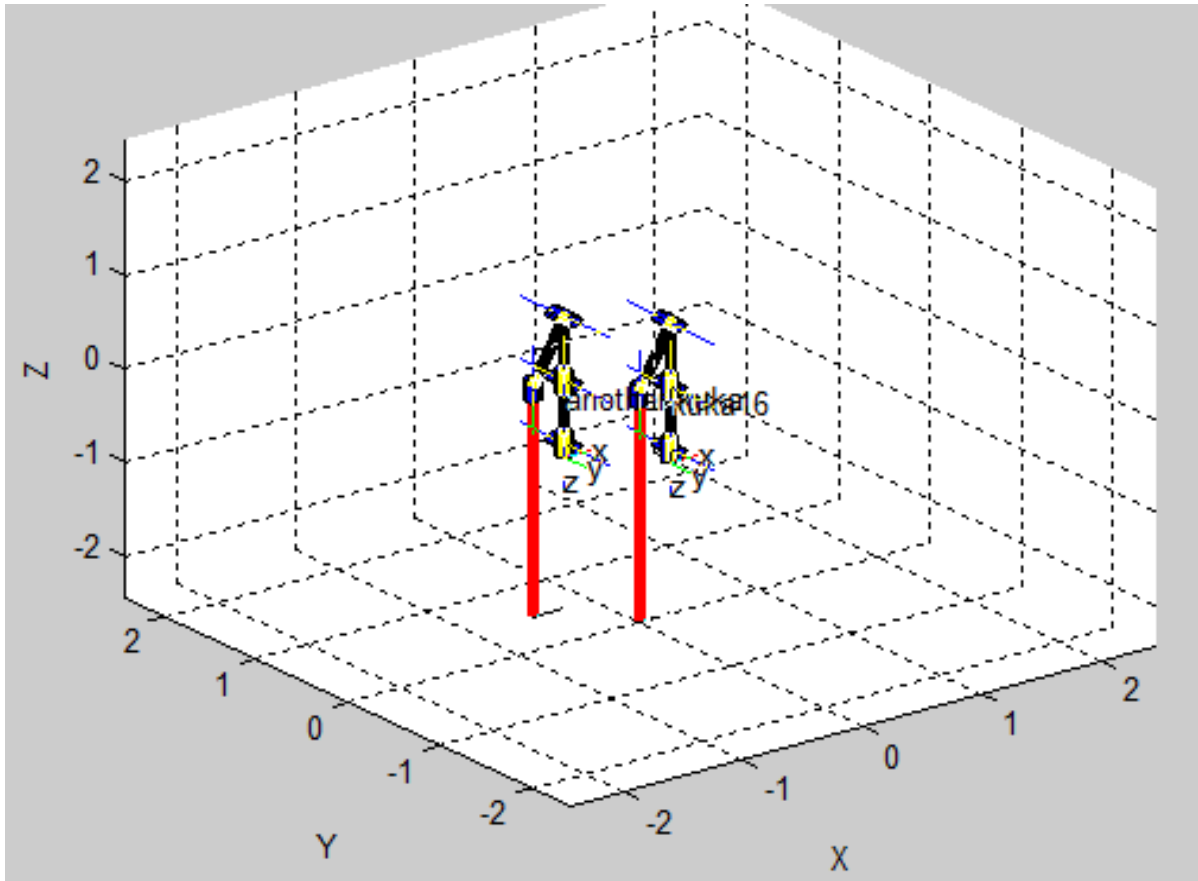


Figure III.7: Robot KUKA KR16, mais changeant son endroit de nom et de base

Nous pouvons également avoir des points de vue multiples du même robot

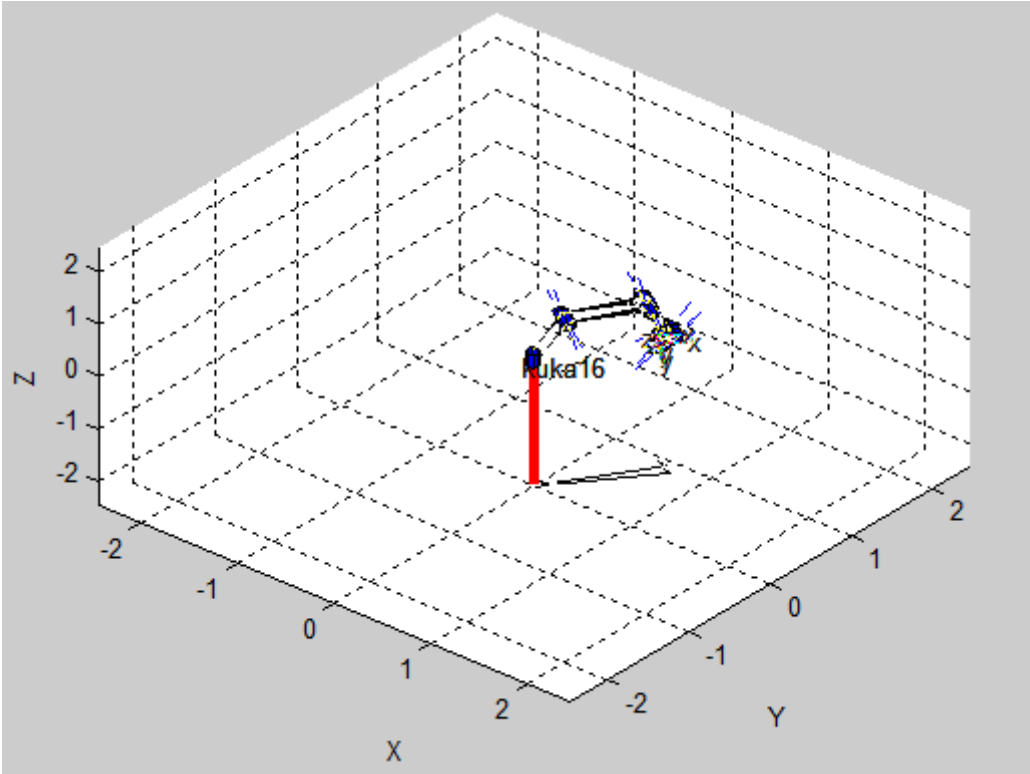


Figure III.8: Points de vue multiples du même robot

Parfois il est utile de pouvoir conduire manuellement le robot autour pour obtenir un arrangement de la façon dont cela fonctionne.

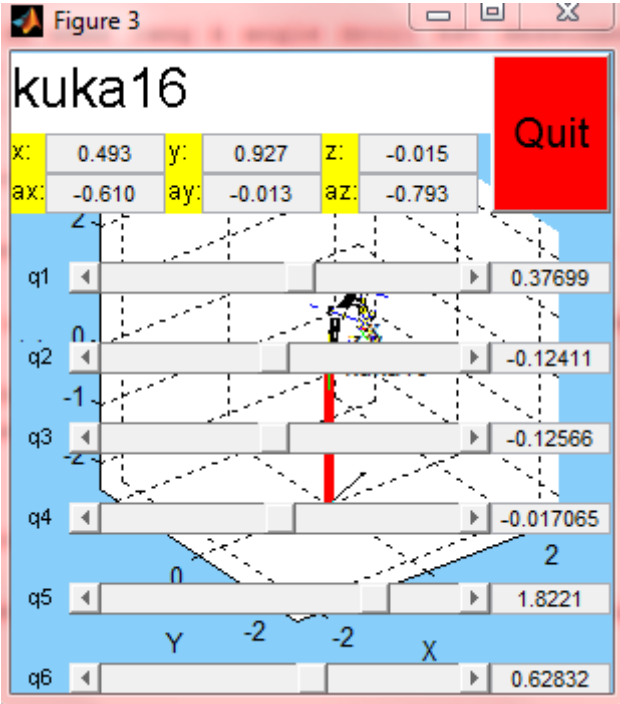


Figure III.9: Pouvoir conduire manuellement le robot kuka 16

Utiliser les glisseurs pour commander le robot (en fait les deux vues) Frapper le bouton stoppé par rouge quand vous êtes fait.

III.7. Cinématique Inverse:

La cinématique inverse est le problème de trouver les coordonnées de joint de robot, donné un homogène transformer représenter le dernier lien du manipulateur. Il est très utile quand le chemin est prévu dans l'espace cartésien,

Par exemple une ligne droite chemin suivant les indications de la démonstration de trajectoire.

D'abord produisent de la transformation correspondant à une coordonnée particulière de joint

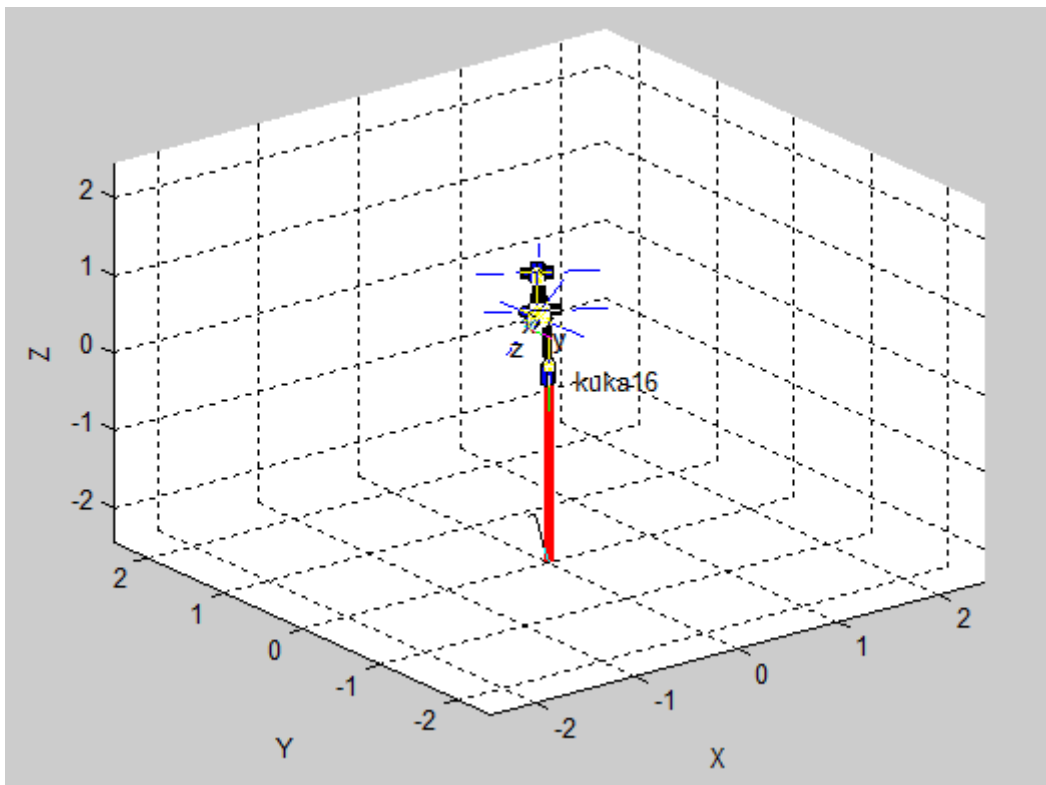


Figure III.10: Transformation correspondant à une coordonnée particulière de l'articulation

Maintenant le procédé cinématique inverse pour n'importe quel robot spécifique peut être dérivé symboliquement et en général une solution efficace de forme close peut être obtenue. Cependant nous sommes donnés seulement une description généralisée de manipulateur en termes de paramètres cinématiques ainsi une solution itérative sera

employée. Le procédé est lent, et le choix de la valeur commençante affecte de temps de recherche et la solution a trouvé, puisqu'en général un manipulateur peut avoir plusieurs poses qui ont comme conséquence la même chose transforment pour durent de lien.

Le point de départ pour le premier point peut être spécifié, ou bien il de défauts à zéro (qui n'est pas un choix particulièrement bon dans ce cas-ci)

$$\begin{pmatrix} -0.0000 \\ -0.7854 \\ -0.7854 \\ 0.0000 \\ 0.3927 \\ -0.0000 \end{pmatrix}$$

Ont rivalisé avec la valeur originale

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} 0 & -0.7854 & -0.7854 & 0 & 0.3927 & 0 \end{bmatrix}$$

Une solution n'est pas toujours possible, par exemple si spécifiques transforment décrit un préciser de la portée du manipulateur. Comme mentionné au-dessus de les solutions ne sont pas nécessairement uniques, et il y a des singularités auxquelles le manipulateur perd des degrés de liberté et des coordonnées de joint vont bien linéairement à la personne à charge.

Pour examiner l'effet à une singularité laisse la répétition le dernier exemple mais pour un de pose différente. À la position deux d'un "prêt" des haches du poignet du kuka sont alignés ayant pour résultat la perte d'un degré de liberté.

De cinématique inverse peuvent également être calculés pour une trajectoire si nous prenons une ligne droite cartésienne chemin

Résolvent maintenant la cinématique inverse. En résolvant pour une trajectoire, le commençant des coordonnées communes pour chaque point est pris comme resulta de solution inverse précédente.

Clairement cette approche est lente, et non approprié à un vrai contrôleur de robot où une solution cinématique inverse serait exigée en quelques millisecondes.

Examinons le joint espacer la trajectoire cette des résultats dans le mouvement cartésien à ligne directe

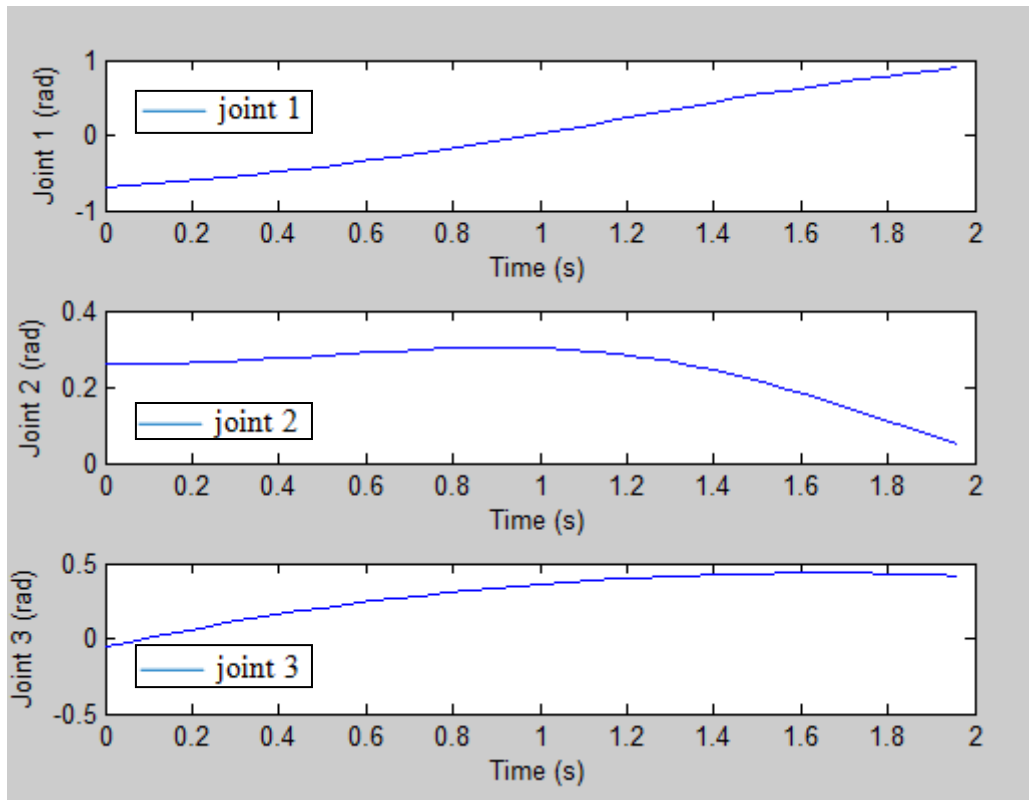


Figure III.11: Mouvement cartésien à ligne directe

III.8. La Jacobéenne du robot KUKA KR16

Jacobéenne c'est la démonstration différentielle de mouvement. Un mouvement différentiel peut être représenté par un vecteur de 6 éléments

Où les 3 premiers éléments sont une traduction différentielle, et les 3 derniers sont une rotation différentielle.

En traitant des rotations infinitésimal, l'ordre devient sans importance.

Généralement il est utile de savoir un mouvement différentiel dans un d'armature du même rang apparaît dans une autre armature.

Le calculé une matrice de 6x6 Jacobéenne qui transforme les différentiels de changements de la première armature au prochain.

La matrice de Jacobéenne du manipulateur rapporte différentiels de mouvement de coordonnée de joint au mouvement cartésien différentiel ;

Pour un manipulateur de n-joint le manipulateur Jacobéenne est une matrice de 6 x n est employé est beaucoup d'arrangements de commande de manipulateur.

Pour un manipulateur de 6 axes comme le KUKA KR16 le Jacobéenne est à angle droit deux de Jacobéenne sont fréquemment employés, qui expriment la vitesse cartésienne en l'armature de coordonnée universelle,

matrice Jacobéenne

$$J = \begin{pmatrix} -0.1531 & -0.6234 & -0.1622 & 0.0108 & -0.1150 & 0 \\ 1.5259 & -0.0625 & -0.0163 & -0.1072 & -0.0115 & 0 \\ -0.0000 & -1.2736 & -0.7760 & -0.0000 & -0.1077 & 0 \\ -0.0000 & -0.0998 & -0.0998 & -0.9925 & -0.0998 & 0.6782 \\ 0.0000 & 0.9950 & 0.9950 & -0.0996 & 0.9950 & -0.0681 \\ 1.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0707 & 0.0000 & 0.7317 \end{pmatrix}$$

Ou l'armature T6 du même rang

$$J = \begin{pmatrix} -0.0000 & -1.3265 & -0.6482 & -0.0000 & -0.1580 & 0 \\ -1.5336 & -0.0000 & -0.0000 & 0.1077 & -0.0000 & 0 \\ -0.0000 & 0.5048 & 0.4567 & 0.0000 & 0 & 0 \\ 0.6816 & 0 & 0 & -0.6816 & 0 & 0 \\ 0.0000 & -1.0000 & -1.0000 & 0.0000 & -1.0000 & 0.0000 \\ -0.7317 & -0.0000 & -0.0000 & -0.7317 & -0.0000 & -1.0000 \end{pmatrix}$$

NB: le bloc de la droite supérieure 3x3 est chacun des zéro. Ceci indique correctement, que de mouvement des articulations 4-6 ne cause aucun mouvement de translation des du terminal du robot.

Beaucoup d'arrangements de commande exigent l'inverse du Jacobéenne. La Jacobéenne dans cet exemple n'est pas singulier

$$J_i = \begin{pmatrix} 0.0000 & -0.7013 & -0.0000 & -0.1108 & -0.0000 & -0.0000 \\ -1.5958 & 0.0000 & -1.7129 & 0.0000 & 0.2521 & 0.0000 \\ 1.7638 & -0.0000 & 4.0830 & 0.0000 & -0.2787 & -0.0000 \\ 0.0000 & -0.7013 & -0.0000 & -1.5779 & 0.0000 & 0 \\ -0.1681 & 0.0000 & -2.3700 & 0.0000 & -0.9734 & -0.0000 \\ -0.0000 & 1.0263 & 0.0000 & 1.2356 & 0.0000 & -1.0000 \end{pmatrix}$$

La technique de commande classique est la commande de mouvement résolu du taux de Whitney

Ceci est une stratégie alternative à calculer une trajectoire cartésienne et à résoudre la cinématique inverse. Cependant comme cet autre arrangement, ce de stratégie rencontre également la difficulté à une singularité de manipulateur où le Jacobéenne est singulier.

En tant que déjà indiqué ce Jacobéenne rapporte la vitesse commune à de vitesse de terminal exprimée en armature de référence de terminal.

Nous pouvons souhaiter à la place pour spécifier la vitesse dans la base ou les coordonnées universelles.

Nous avons déjà vu à quel point les mouvements différentiels dans une armature peuvent être traduits à l'autre

De note que cette valeur de vitesse commune est très différente à cela ont calculé ci-dessus, qui était pour le mouvement dans la direction de l'axe des abscisses T6

A une singularité ou à une dégénérescence de manipulateur le Jacobéenne devient singulier.

A la position d'un "prêt" du **KUKA KR16** par exemple, deux des articulations de poignet sont alignés ayant pour résultat la perte d'un degré de liberté. Ceci est indiqué le grade du Jacobéenne

4

Et les valeurs singulières sont

2.3423

1.7386

0.7059

0.2115

0.0000

0

Quand pas réellement à une singularité le Jacobéenne peut fournir des informations au sujet de la façon dont « bien-conditionné » le manipulateur est pour assurer des mouvements, et désigné sous le nom du « manipulability ». On a proposé un certain nombre d mesures scalaires de manipulability. Un par de Yoshikawa

Est basé purement sur des paramètres cinématiques du manipulateur. Des autres par Asada tient compte de l'inertie du manipulateur qu'affecte l'accélération réalisable dans différentes directions. Cette mesure varie de 0 à 1, où 1 indique l'uniformité de l'accélération en tous les de directions

Tous les deux mesures indiqueraient que cette pose particulière n'est pas bien conditionnée.

III.9. Dynamique Inverse

Une classe intéressante des manipulateurs est ceux qui sont surabondants, c.-à-d., qu'ils ont plus de 6 degrés de liberté. Calculant le mouvement commun pour un tel manipulateur n'est pas simple. Les approches ont été suggérées basées sur le pseudo-inverse de Jacobienne (qui ne sera pas à angle droit) ou de décomposition de valeur singulière de Jacobienne.

La dynamique inverse calcule les couples communs exigés pour réaliser les spécifications d'état de position commune, de vitesse et d'accélération.

La formulation récursive de Newton-Euler est un algorithme orienté par matrice efficace pour calculer la dynamique inverse.

La dynamique inverse exige les paramètres d'inertie et de masse de chaque lien, aussi bien que les paramètres cinématiques.

Ceci est réalisé en augmentant la matrice de description avec les colonnes additionnelles pour les paramètres d'inertie et de masse pour chaque **link**.

Par exemple, pour un **KUKA KR16** dans la pose zéro d'angle, avec toutes les vitesses communes de 5rad/s et accélérations de 1rad/s/s, les couples communs exigés sont

Comme avec autre fonction la dynamique inverse peut être calculée pour chaque point sur une trajectoire.

Créer une trajectoire du même rang commune et calculer la vitesse et l'accélération aussi bien

Maintenant les couples communs peuvent être tracés en fonction du temps

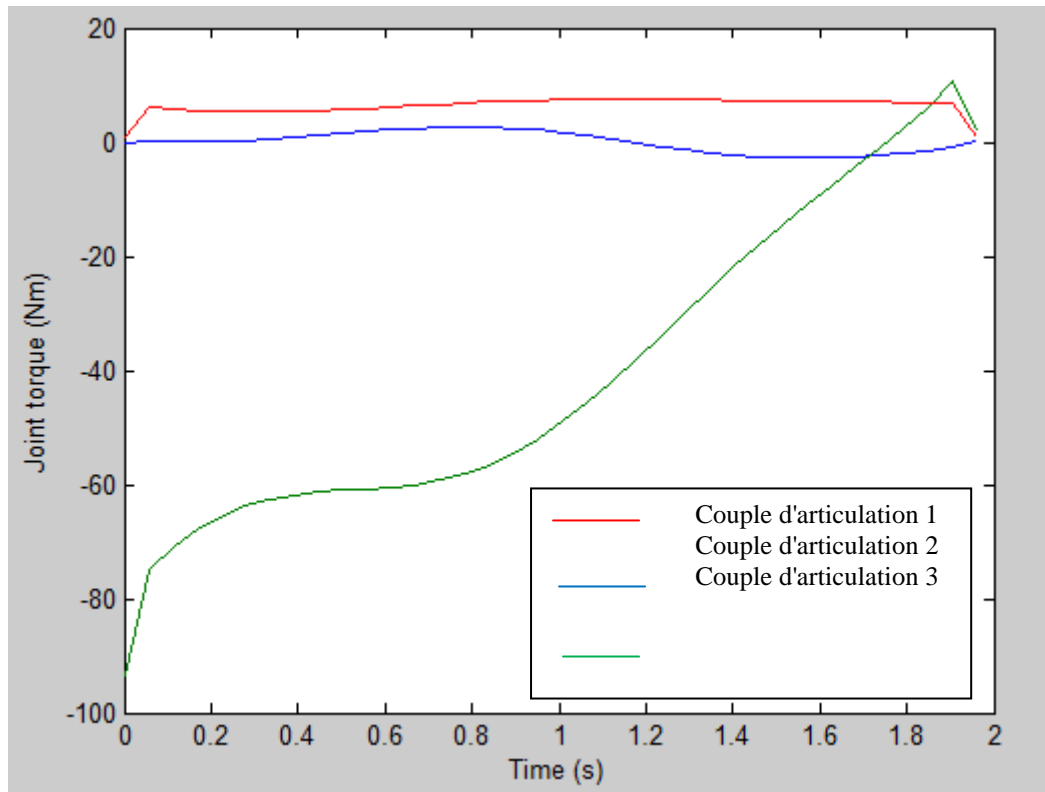


Figure III.12: Les couples de l'articulation 1, 2 et 3 en fonction du temps

Une grande partie du couple sur l'articulation 2 d'un kuka kr16 (monté par convention) est dû à la pesanteur.

Ce composant peut être calculé

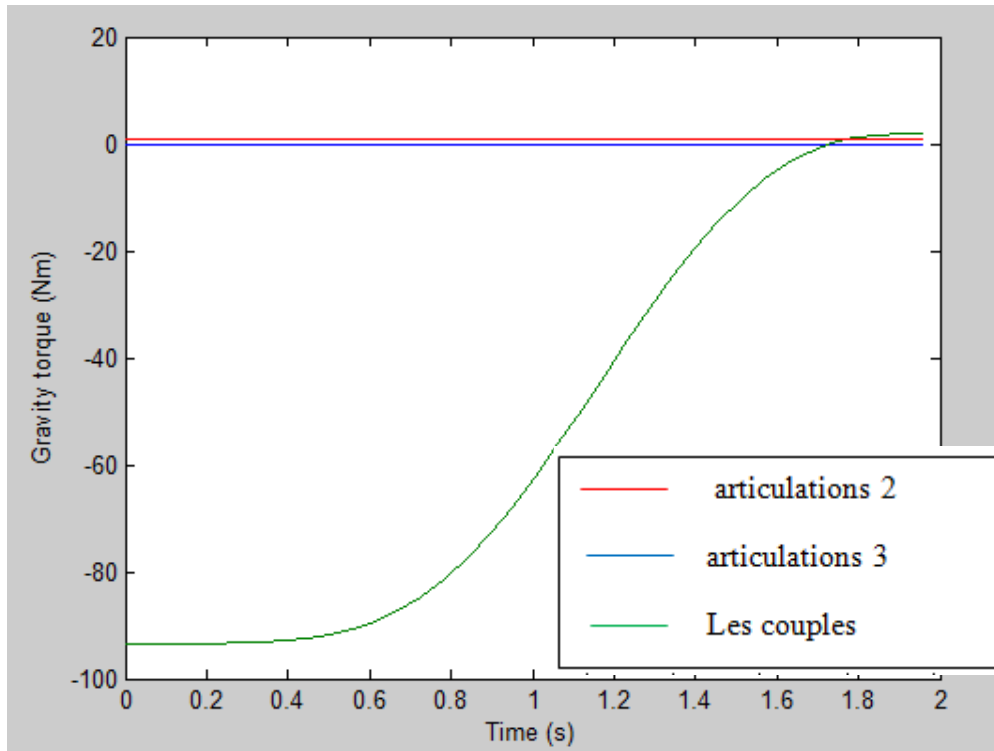


Figure III.13: Une grande partie du couple sur les articulations 2 et 3 du KUKA KR16

Laisse maintenant la parcelle de terrain qui comme fraction de tout le couple a exigé au-dessus des de trajectoire

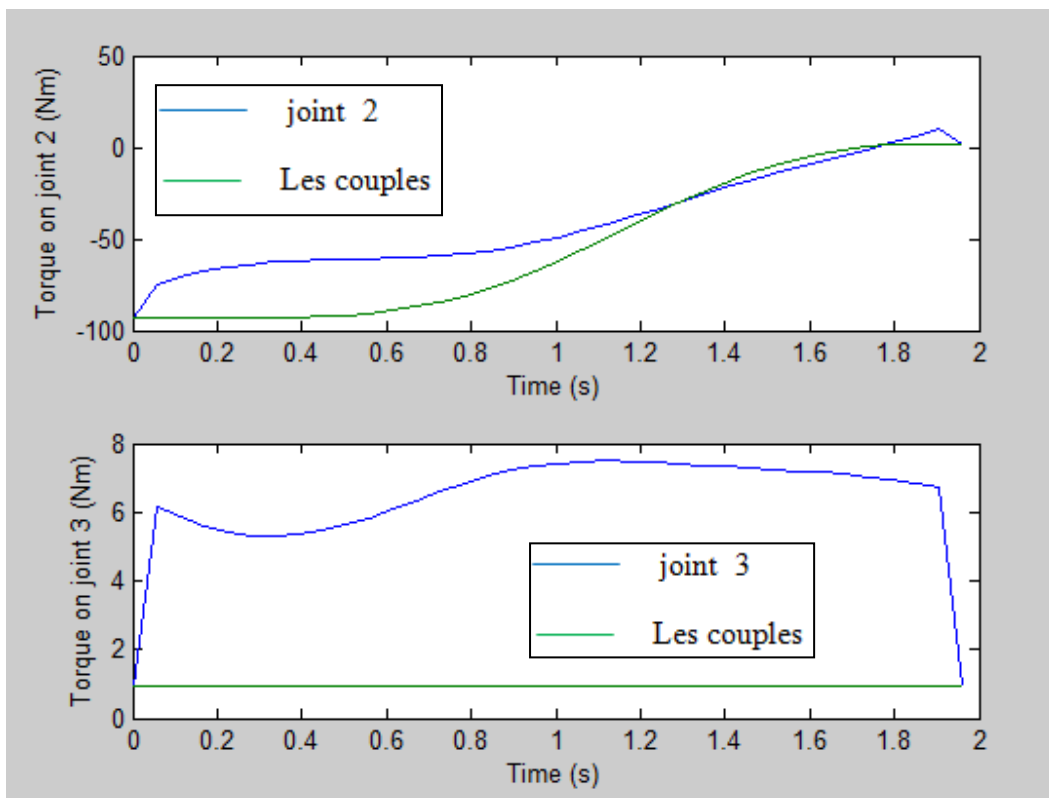


Figure III.14: Tout le couple a exigé au-dessus des de trajectoire

L'inertie vue par la taille (moteur de joint 1) change nettement avec de configuration de robot. L'inertie de **fonction** calcule la matrice d'inertie de manipulateur pour n'importe quelle configuration donnée.

Nous ont laissés calculer la variation de l'inertie du joint 1, celle sont M (1.1), comme le de manipulateur se déplace le long de la trajectoire (ceci peut prendre quelques minutes)

Clairement que l'inertie vue par le joint 1 varie considérablement au-dessus de ce chemin.

Ceci est l'un de beaucoup de défis à la conception de commande en robotique réalisant de stabilité et à rendement élevé face à la variation d'usine en fait pour cet exemple

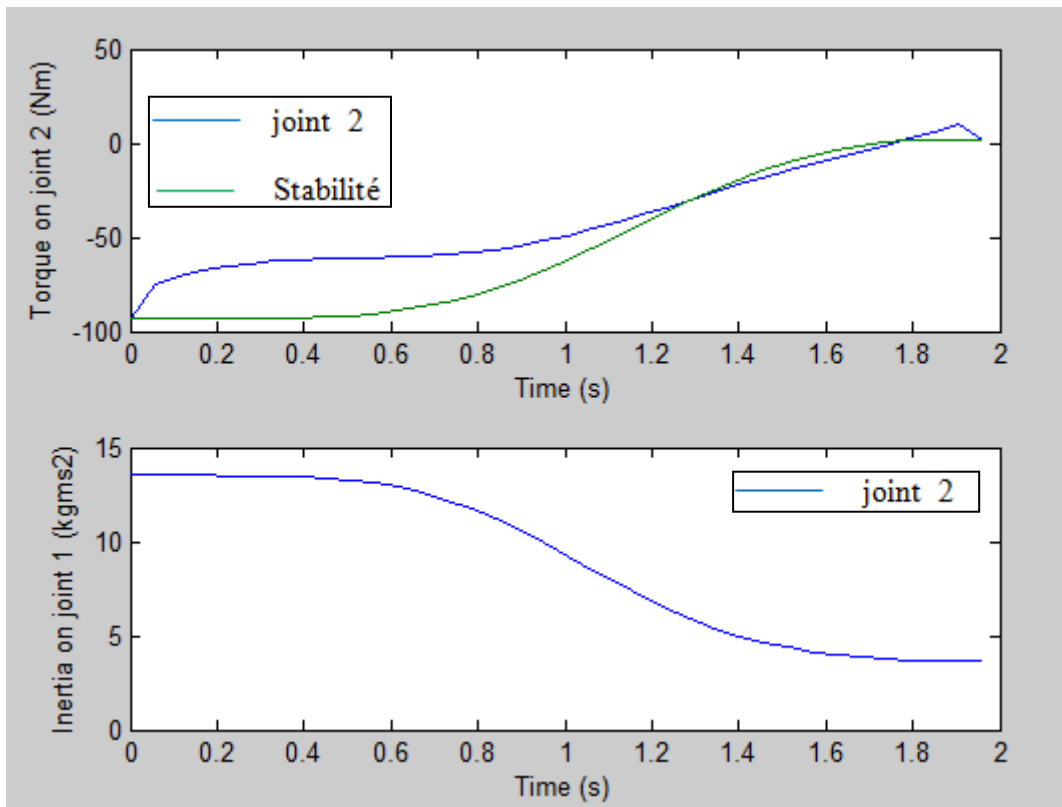


Figure III.15: Stabilité et à rendement élevé face à la variation

III.10 Dynamique directe

La dynamique vers l'avant est le calcul des accélérations communes indiquées la position et les d'état de vitesse, et des couples de déclencheur.

Il est utile dans la simulation d'un de système de contrôle de robot.

Considèrent un **KUKA KR16** au repos dans la pose zéro d'angle, avec communs appliqués zéro de couples.

A être utiles pour la simulation cette fonction doivent être intégrale le emploi de la **fonction** de MATLAB pour intégrer l'accélération commune.

Il permet également à pour qu'une fonction écrite par l'utilisateur calcule le couple commun en fonction de d'état de manipulateur.

Pour simuler le mouvement du **KUKA KR16** du repos dans la pose zéro d'angle avec les couples communs appliqués zéro

Et le mouvement en résultant peut être tracé contre le temps

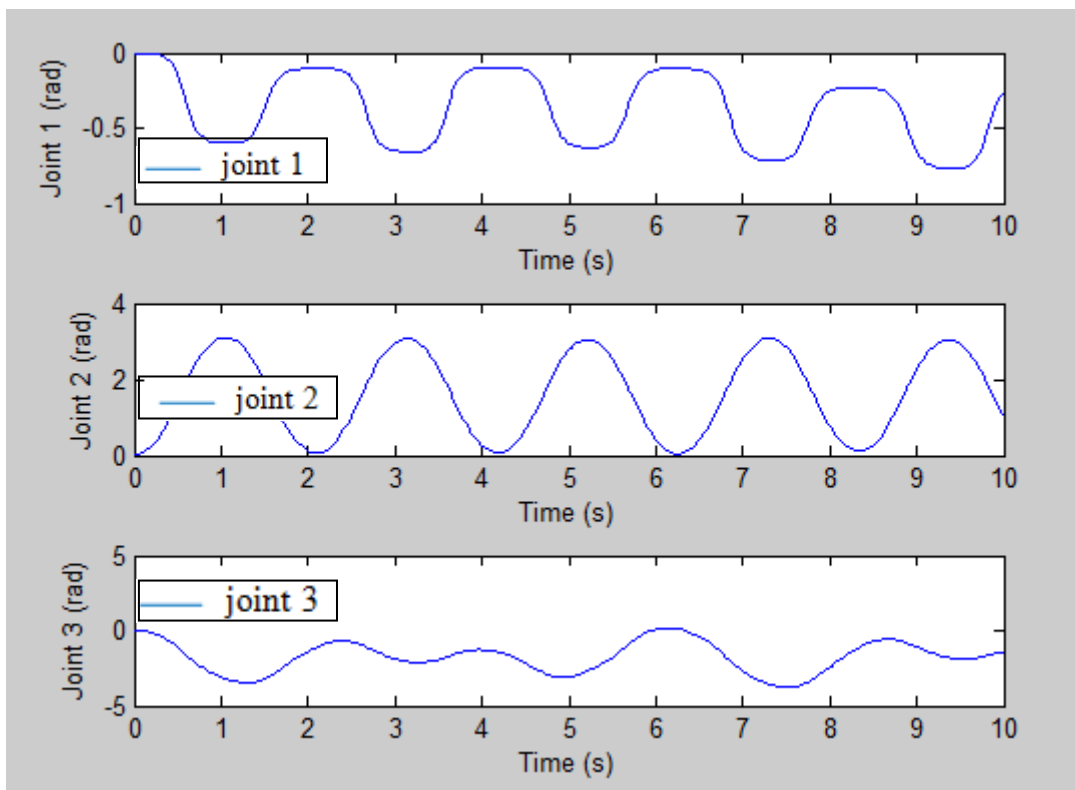


Figure III.16: Le mouvement résultant peut être tracé par rapport le temps

Clairement le robot s'effondre sous la pesanteur, mais il est intéressant à de note que la vitesse de rotation du bras supérieur et inférieur exerce centripètes et des couples de Coriolis sur le joint de taille, la faisant tourner.

Ceci peut être montré dans l'animation également

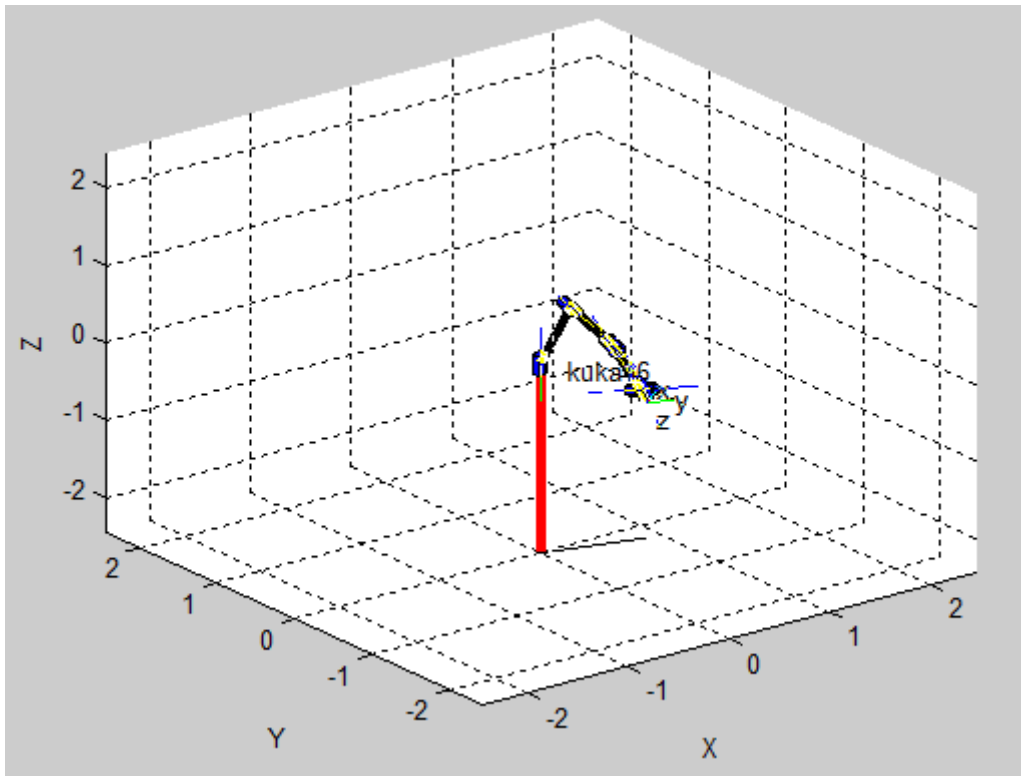


Figure III.17: Vitesse en un point particulier de rotation du bras supérieur et inférieur

III. 11 Conclusion

Dans ce travail, nous avons proposé une expérience avec le robot manipulateur KUKA KR16. Nous avons présenté une simulation de ce robot par le **MATLAB** pour la commande des mouvements.

La simulation permet de faire le calcul de la cinématique direct et inverse et la commande cartésienne, génération de trajectoire, affichage graphique, animation à trois dimensions.

Conclusion Générale et Perspectives

La commande des robots manipulateurs est l'une des préoccupations majeures des recherches en robotique. En effet, un robot manipulateur est caractérisé par un comportement purement non linéaire, de plus, la majorité des tâches qui lui sont confiées sont délicates et exigent une très grande précision sous des trajectoires rapides, excluant ainsi toute utilisation des méthodes classiques de synthèse du régulateur standard.

Dans le but d'améliorer les performances des manipulateurs, nous avons présenté dans ce travail une loi de commande très connue en robotique et nécessitant la connaissance précise du modèle dynamique du robot, à savoir la commande dynamique.

L'objectif de ce travail est la modélisation et la commande dynamique d'un robot manipulateur industriel à 6ddl de type KUKA KR16.

Ce travail est dédié en premier à la modélisation géométrique directe des robots à structure ouverte simple, où on a choisi de représenter les coordonnées opérationnelles de position par les coordonnées cartésiennes et celles de la rotation par les angles de Roulis Tangage Lacet. L'utilisation des paramètres de Denavit Hartenberg et le bon choix des repères,

La deuxième est relative au problème géométrique inverse, des solutions analytiques du modèle géométrique inverse ont été trouvées par l'utilisation de la méthode de Paul accompagnée par la méthode de découplage cinématique.

La suite est consacrée à l'étude cinématique du robot, on a fait le calcul de ses matrices jacobéenne, géométrique et analytique, ainsi que la détermination de son modèle cinématique inverse du premier et de deuxième ordre, ensuite on a appliqué ces principes sur le robot choisi.

On a commencé par l'application de la commande dans l'espace articulaire puis dans l'espace opérationnel, dont la correction pour ce dernier est faite soit dans l'espace articulaire ou bien dans l'espace opérationnel lui même en utilisant, dans ce cas, les angles de Roulis Tangage Lacet, comme signal de retour pour l'orientation, les positions singulières sont traitées par l'introduction de l'inverse généralisée de la matrice jacobéenne.

À partir des schémas de commande nous pouvons formuler trois remarques ; Tout d'abord la commande dans l'espace articulaire est très facile à mettre en œuvre mais, puisqu'on ne peut pas imaginer la trajectoire suivie par l'outil, cette méthode reste valable que lorsqu'on veut faire commander un axe après axe. Ensuite la commande dans l'espace opérationnel avec correction dans l'espace articulaire, malgré, qu'elle a résolu le problème de la précédente et qu'elle nous a donnée des bons résultats, elle a aussi le problème de la non unicité des solutions de MGI.

Finalement, la commande dans l'espace opérationnel avec correction dans cet espace donne une bonne précision, elle est robuste au passage des configurations singulières pendant le suivi d'un chemin réalisé en respectant les contraintes cinématiques, ce qui permet la réalisation des tâches « en aveugle ».

Des résultats de simulation Matlab/Simulink sont présentés pour valider les différentes approches.

A cause de suppositions tenues au cours de notre travail, on peut dire que ce travail ne réalise pas une recherche exhaustive pour satisfaire toutes les contraintes, mais essaie de proposer un schéma de commande qui permet la réalisation de différentes tâches en respectant des contraintes cinématiques lorsque l'information provient de capteurs proprioceptifs, dans le cas particulier de ce travail seules la position et la vitesse ont été utilisées.

Les perspectives ouvertes par ce travail peuvent concerner :

- Développer des techniques d'identification des paramètres inertiels et les paramètres de frottements du robot.
- Simplifier au maximum, les éléments de tous les modèles entrant dans la boucle de commande afin de réduire le temps d'exécution de la commande et de l'implanter sur calculateur.
- La loi de commande développée ici, peut être utilisée pour la commande de deux robots coopératifs, en supposant que ces deux derniers sont de même type. Les seuls paramètres qui seront changés, pour notre loi, sont les paramètres de la représentation des deux robots par rapport au repère atelier. Mais dans la pratique, il faut aussi étudier la loi de distribution des forces entre les deux robots.

Références Bibliographiques

- [1] I.H. Aguilar. « Commande des bras manipulateurs et retour visuel pour des applications à la robotique de service ». Thèse de doctorat, Université Toulouse III, 2007.
- [2] W. Khalil « Contribution à la commande automatique des manipulateurs avec l'aide d'un modèle mathématique des mécanismes », Thèse d'état. USTL. Montpellier, oct. 1978.
- [3] A.K Bejczy , Tarn T.J, Yun X, Hans S « Non linear feedback control of Puma 560 robot arm by computer », Proc 24th IEEE conf on Decision and control, Fort Lauderdale , déc 1985, p 1680-1688.
- [4] LUH J.Y.S. Walker M.W. Paul RCP, « Resolved acceleration control of mechanical manipulators », IEEE trans on Automatic control. Vol AC-25(3), juin , p 467-474 1980
- [5] W Mark . Spong, S. Hutchinson, M. Vidyasagar «Robot Dynamics and Control», Second Edition, January 28, 2004
- [6] W. Khalil, E. Dombre, « Modélisation, Identification et Commande des Robots », 2^{ème} édition, Hermes Science Publication, 1999
- [7] G. ABBA, « Commande hybride position/force robuste d'un robot manipulateur utilisé en usinage et/ou en soudage », thèse pour obtenir le grade de docteur, l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, 02 décembre 2013
- [8] A. Benmisra « Programmation des robots industriel et application sur le robot manipulateur Algérie machines outil 1 », mémoire de magister, Université de Saad Dahleb de Blida, Algérie, 2006
- [9] D, Jacques; H, Richard Scheunemann . "Une notation cinématique des mécanismes basés sur des matrices inférieure paires". *Trans ASME J. Appl. Mech* **23**: 215-221. (1955)
- [10] P, Richard manipulateurs de robots: les mathématiques, la programmation et contrôle: le contrôle de l'ordinateur de robots manipulateurs. Cambridge, MA: MIT Press ISBN 978-0-262-16082-7 (1981)

- [11] G. S. Chirikjian «Rigid-Body Kinematics», "Robotics and Automation Handbook", CRC Press LLC publication 2005
- [12] W. Khalil, E. Dombre, « Modélisation, Identification et Commande des Robots », 2^{ième} édition, Hermes Science Publication, 1999.
- [13] A. LIÉGEOIS « Modélisation et commande des robots manipulateurs», Techniques de l'Ingénieur, traité Informatique Industrielle, Doc S 7730, octobre 2007
- [14] B. Goodwine « Inverse Kinematics », "Robotics and Automation Handbook", CRC Press LLC publication 2005
- [15] A. Aissaoui, « Conception et commande neuronal d'une patte d'un robot marcheur », mémoire de magister, Université de Oum EL Bouaghi, Algérie, mars 2006
- [16] A. Aissaoui, « Conception et commande neuronal d'une patte d'un robot marcheur », mémoire de magister, Université de Oum EL Bouaghi, Algérie, mars 2006
- [17] R. Featherstone «Robot dynamics » publier le 9 /10/ 2007 sur le site Scholarpedia, www.scholarpedia.org/article/Robot_dynamics
- [18] J John .Craig, « Introduction to Robotics and control», Second Edition, Addison Wesley, Publication, 1989
- [19] O.A.VIVAS Albán « Contribution à l'identification et à la commande des robots parallèles » Thèse de doctorat, Montpellier II, le 10 novembre 2004
- [20] J. Boissonat, B. Faverjon « Technique de la robotique, Architecture et commande », Hermes sciences, paris, 1988
- [21] C. CHEN, «A Lagrangian Formulation in Terms of Quasi-Coordinates for the Inverse Dynamics of the General 6-6 Stewart Platform Manipulator», JSME International Journal Series C, Vol. 46, No. 3 (2003), pp.1084-1090
- [22] M. Žefran, F. Bullo « Lagrangian Dynamics », "Robotics and Automation Handbook", CRC Press LLC publication 2005.