

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Mohamed Khider – Biskra
Faculté des Sciences et de la technologie
Département : Chimie Industrielle



جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم و التكنولوجيا
قسم: الكيمياء الصناعية

Mémoire présenté en vue de l'obtention
du diplôme de Master en : Génie des Procédés

Option : Génie Chimique

Thème

***Résolution de l'équation de la conduction thermique
d'un fil fin utilise en thermométrie par la méthode
d'Adomian***

Présenté par:

MATAR Moustafa

Devant le jury composé de :

Président : Dr. MERZOUGUI Abdelkrim

Encadreur : Pr.HASSEINE Abdelmalek

Examineur : Dr. LAIADI Djemoui

Promotion Juin 2015

Remerciements

*Louange à Dieu qui ma donné la force, le courage et l'espoir
nécessaire pour accomplir ce travail et surmonter l'ensemble des difficultés*

*J'exprime ma gratitude, mes remerciements à **mes parents***

qui ont fait de leur mieux pour m'aider.

Je tiens remercier vivement:

- *Mon encadreur professeur ***Mr. HASSEINE Abdelmalek ****

Pour ces conseils et son suivi durant la réalisation de mon projet.

- *A ***Mr. LAIADI Djemoui*** et *** Mr. MERZOUGUI Abdelkrim ****

qui ont bien faire partie du jury.

*Je remercie aussi les personnes (**mes enseignants et mes collègues**)*

qui m'ont aidé et encouragé le long de ce travail.

SOMMAIRE

Résumé

L'objectif de cette étude est la détermination et la résolution de l'équation de la conduction de température en modes stationnaire et dynamique d'un fil utilisé comme capteur de température ; dans le but de déterminer l'influence des effets de conduction sur la mesure des fluctuations dans un écoulement turbulent.

On résout cette équation à l'aide de la méthode d'Adomian, nous avons obtenus la solution de référence dans le cas où la longueur du fil est infinie quand la conduction thermique longitudinale affecte la distribution de température du fil (Sans l'effet de la conduction) et dans le cas où la longueur du fil est finie (avec l'effet de la conduction).

Mots clés: fil thermométrie; la méthode d'Adomian; la conduction thermique ; température.

ملخص

الهدف من هذه الدراسة هو تحديد وحل معادلة درجة حرارة التوصيل في أوضاع ثابتة وديناميكية لسلك يستخدم في استشعار درجة الحرارة من أجل تحديد أثر التوصيل الحراري على قياس التقلبات في التدفق المضطرب.

قمنا بحل هذه المعادلة باستخدام طريقة Adomian , فحصلنا على حل المرجعية في الحالة التي يكون فيها طول السلك لانهاضي و ذلك عندما يؤثر التوصيل الحراري الطولي على توزيع درجة الحرارة (بدون تأثير التوصيل). وفي الحالة التي يكون فيها طول السلك منتهي (مع تأثير التوصيل) .

الكلمات المفتاحية: سلك قياس الحرارة ; طريقة Adomian ; توصيل الحرارة; درجة الحرارة.

Remerciement

Résumé

Nomenclatures

Liste des figures

Liste de tableaux

Introduction générale 1

Chapitre I : Revue Bibliographique

I.1. Introduction..... 2

I.2. Les couples thermoélectriques 2

I.3. Mesure de température à l'aide de thermocouple 3

I.3.1.Précautions à prendre 4

I.4.Théorie des thermocouples 4

I.4.1.Effet thermoélectrique 4

I.4.1.1.Lois des circuits de thermocouple..... 5

a. Loi des circuits homogènes 5

b. Loi des conducteurs intermédiaires 5

c. Lois des températures intermédiaires 6

I.4.1.2.L'effet Seebeck 6

a. Définition..... 6

b. Expression de la f.é.m. Seebeck 7

I.4.1.3.L'effet Peltier 8

a. Définition..... 8

b. Puissance thermique Peltier 9

c. Élément a effet Peltier 10

Nomenclatures

I.4.2.Elément thermoélectrique	10
I.4.3.Pouvoir thermoélectrique	12
I.5.Les couples thermoélectriques	13
I.6. Vieillessement des thermocouples.....	15
I.7.Thermocouples utilisés en qualité de générateurs de courant.....	15
I.8.La compensation du thermocouple	16
a. Thermocouple de compensation.....	16
b. La compensation électrique.....	16
c. Compensation par décalage d'échelle.....	17
I.9.Les travaux réalisés dans ce domaine.....	18
Chapitre II :Méthode d'Adomian	
II.1 introduction	19
II.2 Méthode d'Adomian	19
Chapitre III : Résultat et discussion	
III.1.Formulation du problème	22
III.2.Application de la méthode d'Adomian à l'état stationnaire	23
III.2.1Application numérique	25
III.3 Solution de référence dans le cas où la longueur du fil est infinie	26
III.3.1 Application numérique	28
III.4 La solution avec l'effet de la conduction	28
III.4.1 Application de la méthode d'Adomian à l'état dynamique	28
III.4.2 Application numérique	30
Conclusion générale	32
Références bibliographiques	33

α_d : Diffusivité thermique du fil: $\alpha_d = \frac{\lambda}{\rho c_p}$;

c_p : Chaleur massique du fil;

d : Diamètre du fil;

h : Coefficient d'échange thermique;

k : Caractérise la sensibilité du fil;

l : La longueur du fil;

$(t', (t))$: Temps réel (réduit: $t = \frac{t' \alpha_d}{d^2}$);

$T', (T)$: Température réelle (réduite: $T = \frac{T' - T'_0}{\Delta T}$, $\Delta T' = T'_c - T'_0$ écart de température de référence);

T'_0 : Température réelle des broches;

$T'_c, (T'_c)$: Température réelle (réduite) au centre du fil;

$x', (x)$: Abscisse (réduite $x = \frac{x'}{d}$);

α : Coefficient de température

β : Inverse de la constante de temps réduite: $\beta = \frac{1}{\tau}$;

θ : Température réduite $\theta = \beta_1 T - k_1$;

λ : Conductivité thermique du fil;

ρ : Masse volumique du fil;

ρ_0 : Résistance électrique du fil à T'_0 ;

$\tau'_1, (\tau_1)$: Constante de temps réelle du fil de longueur infinie (réduite: $\tau_1 = \tau'_1 \frac{\alpha_d}{d^2}$);

f : Fréquence.

Liste des figures

La liste des figures	Page
Figure 1.1 : Effet Seebeck	7
Figure 1.2 : Effet Peltier	8
Figure 1.3 : Circuit constitué par un fil en constantan, deux fils en cuivre et un galvanomètre; a et b désignent les soudures	11
Figure 1.4 : La production du voltage de thermocouples à température élevée	13
Figure 1.5 : La production du voltage de thermocouples à température basse	13
Figure 1.6 : Thermocouple de compensation	16
Figure 2.7 : Compensation électrique	17
Figure 1.8 : Compensation par décalage d'échelle	17
Figure 3.1 : Profile de la température d'équilibre du fil	26
Figure 3.2 : profile de la température sans l'effet de la conduction thermique	28
Figure 3.3 : Profile de la température avec l'effet de la conduction thermique	31

Liste des tableaux

La liste des tableaux	Page
Tableau 1.1 : Des f.é.m. thermoélectrique de deux thermocouples d'usage courant, en mV.	12
Tableau 1.2 : Les thermocouples les plus utilisés.	14

INTRODUCTION GÉNÉRALE

La notion de température a évolué au cours de l'histoire de la physique. On est ainsi passé du simple repérage de température qui établissait une relation d'ordre permettant de savoir si un corps était plus ou moins chaud ou froid qu'un autre, à la définition de la température thermodynamique comme grandeur mesurable.

L'anémométrie à fil est un appareil qui comporte un élément sensible et un surcircuit électrique associé.

L'élément sensible est un fil en platine ou en tungstène de quelque microns de diamètre, de 0.3 à 1 mm de long ; il est porté, dans le courant d'air, à une température 200°C environ par un courant électrique.

En générale les appareils à fil sont des appareils de choix pour l'étude expérimentale, en fonction de temps et de l'espace, grandeurs propres à un écoulement turbulent, et pour les raisons suivantes :

- Ils peuvent suivre des phénomènes très rapidement variables avec le temps;
- Ils occupent un espace restreint, donc ils n'apportent que de faibles perturbations ou mouvement du fluide à l'endroit ou en les places ;
- Ils peuvent être rendus très sensibles aux variations des grandeurs liées à l'écoulement, par exemple la vitesse locale.

Les théories existantes ont permis d'approfondir la connaissance de l'effet d'atténuation due à la conduction thermique. Celles-ci utilisent la technique de séparation des variables ou celle de l'intégrale de Fourier-Stieltjes [1]

L'analyse présentée ici est basée sur la méthode d'Adomian qui présente l'avantage de ne faire aucune hypothèse sur la forme de la solution.

Le travail présenté dans ce mémoire de Master sera organisé de la manière suivante : Une introduction générale donnant une idée sur l'intérêt du thème et trois chapitres sont:

Dans le premier chapitre, nous présenterons d'abord des rappelles théoriques sur les Thermocouples.

Le deuxième chapitre, présentera la méthode d'Adomian

Dans le dernier chapitre, les résultats de modélisation ainsi que la méthode de résolution avec et sans l'effet de conduction et leur discussions seront présentés.

Finalement le travail sera terminé par une conclusion générale qui récapitule les résultats les plus importants de cette étude.

CHAPITRE I REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

I.1.Introduction

Thermocouple, dispositif constitué de deux fils métalliques de nature différente reliés à leurs extrémités par des soudures. Toute différence de température entre ces deux points engendre un courant électrique que l'on peut amplifier et mesurer. Ce phénomène, bien connu en thermoélectricité, est appelé effet Seebeck, du nom du physicien allemand Thomas Seebeck qui a été le premier à l'observer en 1821. L'effet Seebeck est généralement présent en parallèle avec l'effet Peltier (effet inverse de l'effet Seebeck), découvert par le physicien français Jean Peltier en 1834.

Thermocouples sont les sondes de la température les plus populaires utilisés, ils sont bon marché, interchangeables, ont des connecteurs standard et peuvent mesurer une large gamme de températures.

Les thermocouples interviennent principalement dans les mesures de température où ils jouent le rôle de thermomètres très précis. Ils sont également employés dans des jauges servant à la mesure du vide [2].

I.2.Les Couples Thermoélectriques

Un grand nombre de combinaisons de deux éléments instrumentaux, sous la forme de métaux purs, d'alliages métalliques ou semi conducteurs de composés non métalliques, a été envisagé en vue d'obtenir des couples thermoélectriques, il nécessite que la mesure soit à des températures voisines de 50k, soit des températures élevées (jusqu'aux environs de 3000°C) a orienté les recherches vers des matériaux spéciaux l'étude chaque élément doit porter sur un ensemble de **propriétés physiques** (point de fusion, tension de vapeur), **mécaniques** (ductilité, malléabilité), **thermiques**(conductivité, dilatation, chaleur spécifique), **électriques** (résistivité, coefficient de température) et enfin **chimiques**(résistance à la corrosion par les atmosphères et les gaines protectrices ou isolantes); de plus la fabrication doit fournir des éléments parfaitement homogènes et interchangeables.

En fin; les forces électromotrices (f.é.m.) développée aux bornes des deux thermo éléments ne doit pas être altérée par les changements physiques externes nécessaire à la mise en forme ou créés lors de la mesure proprement dite.

Le choix du thermocouple doit s'effectuer en fonction de plusieurs facteurs dont nous retiendrons quelque uns :

- La zone de température;
- La nature de l'atmosphère environnante (inerte, oxydante, réductrice);
- Le pouvoir thermoélectrique (en rapport avec la précision et la sensibilité de l'appareil de mesure);
- La linéarité de la courbe de température –force électromotrice dans le domaine de travail,...etc.

Un seconde choix est ensuite nécessaire, il porte sur la section du fil; les fils doivent en général présenter des diamètres inférieurs à 1mm.

L'emploi des fils plus fins limite l'encombrement du capteur de température mais diminue la température maximale d'utilisation pour les nus (Les fils très fins des thermocouples permettent des mesures précises de températures ponctuelles); par contre les fils de gros diamètres présentent un avantage mécanique mais introduisent des pertes par conductivité thermique et atténuent l'importance des phénomènes thermiques enregistrés [3].

I.3. Mesures de température à l'aide de thermocouples

Le principal domaine d'application des thermocouples est la mesure des températures. Si l'une des soudures du thermocouple est maintenue à température constante par exemple à la température ambiante, et dans le cas de mesures plus précises, à la température de glace fondante (T_{ref}), la f.é.m. thermoélectrique du thermocouple ne dépendra que de la température de l'autre soudure. Après graduation d'un thermocouple, ce qui revient à établir une relation exacte entre la f.é.m. thermoélectrique et la différence des températures des deux soudures, on pourra déterminer les températures d'un corps mis en contact avec la soudure chaude en mesurant la f.é.m. thermoélectrique développé par le thermocouple.

La prise d'information se faisant au niveau d'une jonction dont les dimensions peuvent être très réduites:

- Le thermocouple permet des mesures de température ponctuelles.
- La capacité calorifique du capteur peut être très réduite assurant une vitesse de réponse élevée.

Les thermocouples utilisés pour la mesure des températures présentent de sérieux avantages en comparaison avec les thermomètres. Ils permettent de mesurer des températures très élevées (jusqu'à 2000°C et même au-delà), i.e. là où les thermomètres à liquide sont inutilisables.

On peut les utiliser pour la mesure de température très basses aux quelles tous les liquides thermométriques se solidifient. La précision des mesures de la température à l'aide de thermocouples, étant déterminée par la précision de la mesure des f.é.m. thermoélectriques, est notablement meilleure que celle que permettent d'obtenir les thermomètres à liquide.

Une propriété essentielle des thermocouples est leur grande vitesse de réaction aux variations de température; il importe beaucoup pour les applications industrielles des thermocouples qu'on puisse mesurer la température à distance; le galvanomètre peut se trouver à grande distance (à quelques kilomètres) du thermocouple. C'est pour cela qu'on utilise souvent les thermocouples dans les postes de mesure et de contrôle et dans les installations de contrôle automatiques (thermomètres enregistreurs, signalisation d'incendie, etc.), ainsi que dans la recherche scientifique. Dans ce dernier domaine, c'est la mesure de très petites différences de température qui présente un intérêt particulier. En utilisant des instruments très sensibles pour la mesure de petites différences de potentiel, on arrive à mesurer à l'aide de thermocouples des différences de température aussi petites que quelques millièmes de kelvin.

L'inconvénient du thermocouple, la mesure de température exige que la température de la jonction de référence soit parfaitement connue: Toute incertitude sur T_{ref} entraîne une incertitude du même ordre sur l'autre jonction [4].

I.3.1. Précautions à prendre

Les soudures devant être placées dans des milieux de natures différentes, il convient de prendre quelques précautions.

- Dans le cas des milieux non conducteurs (gaz, azote liquide, ...), la soudure est plongée directement dans le milieu.
- Si la soudure est plongée dans un milieu conducteur (eau, mélange eau glace,...), Il est nécessaire de la protéger par une gaine isolante (électriquement) [5]

I.4. Théorie des thermocouples

I.4.1. Effet thermoélectrique

Thermoélectricité, branche de la physique qui étudie les relations entre électricité et chaleur. De manière plus restrictive, la thermoélectricité désigne l'électricité produite par

application de chaleur au niveau de la jonction de deux matériaux; telle que dans un métal ou bloc métallique il y a des électrons libres, que l'on peut comparer aux molécules d'un gaz enfermées dans une enceinte à température homogène, la densité des électrons est la même par tout et le block est comme s'il était neutre.

Si l'extrémité d'un barreau métallique est chauffée l'énergie des électrons augmente dans cette région, et tout comme pour les molécules d'un gaz, il y'a diffusion des électrons vers les parties froides; il en résulte une polarisation positive de la partie chauffée mais non pour autant un courant de circulation; une boucle métallique chauffée en un point n'est par courue par aucun courant.

Si maintenant nous constituons une boucle formée de deux métaux différents la densité et la pression des électrons est différente dans les deux il y'a diffusion électronique d'un métal vers l'autre aux points de contact et apparition d'une force électromotrice de contact, si les deux soudures sont à la même température, la diffusion s'y fait de la même et il n'y' a pas de circulation du courant ; mais si, maintenant les soudures sont à température différentes, la diffusion aux points de contact n'est plus la même et une circulation peut avoir lieu. Elle se traduit par l'existence d'une force thermoélectrique qui se manifestent aux deux bornes d'une coupure du circuit [2].

I. 4.1.1. Lois des circuits de thermocouples

Dans la pratique, le phénomène thermoélectrique obéit à quelques lois simples :

a. Loi des circuits homogène

Aucun courant électrique n'apparaît dans un circuit d'un seul conducteur homogène, même si sa section varie, par application de la chaleur seule. La f.é.m. développée dans un circuit de deux conducteurs est donc indépendante des gradients de température qui peuvent exister le long de chacun des conducteurs pourvu que ceux-ci soient homogènes.

b. Loi des conducteurs intermédiaires

La somme algébrique des f.é.m. développées dans le circuit forme d'un nombre quelconque de conducteurs différents est nulle si tout le circuit est à la même température.

Ces deux premières lois sont constamment appliquées. Ainsi, l'introduction d'un appareil de mesure dans un circuit thermoélectrique ne fait apparaître aucune f.é.m. parasite

si les deux jonctions du couple à cet appareil sont à la même température ainsi que toutes les soudures entre métaux différents qu'il comporte.

De même, la soudure entre les éléments A et B du couple peut être assurée par troisième élément C à condition que les jonctions A/C et C/B soient à la même température. Par contre, si l'un des conducteurs présente des hétérogénéités (impuretés, différences d'état physique...) dans une partie qui traverse une région présentant un gradient de température, des f.é.m. parasites prendront naissance.

D'une manière général, on peut écrire, pour un nombre quelconque de conducteurs C, D, \dots, I interposés entre les conducteurs A, B .

$$E_{t_1}^{t_2}(A/B) = E_{t_1}^{t_2}(A/C) + E_{t_1}^{t_2}(C/D) + \dots + E_{t_1}^{t_2}(I/B)$$

Il est donc possible de choisir un conducteur de référence, le platine par exemple, et de dresser des tables des f.é.m. d'autre par rapport à lui. Il est ainsi possible de calculer la f.é.m. d'un couple de deux quelconques de ces conducteurs.

c. Lois des températures intermédiaires

La force thermoélectrique d'un couple de deux conducteurs A et B , dont les soudures sont aux températures t_1 et t_n est la somme algébrique des forces thermoélectriques de couples des mêmes conducteurs A et B dont les soudures seraient aux températures t_1 et t_2 , t_2 et t_3 , ..., t_{n-1} et t_n [1]:

$$E_{t_1}^{t_n}(A/B) = E_{t_1}^{t_2}(A/B) + E_{t_2}^{t_3}(A/B) + \dots + E_{t_{n-1}}^{t_n}(A/B)$$

I.4.1.2. Effet SEEBECK

a. Définition : Si deux fils conducteurs de nature différente sont reliés à leurs extrémités et qu'une extrémité est maintenue à une température plus élevée que l'autre, une différence de tension apparaît et un courant électrique circule entre les jonctions froide et chaude.

Pour une combinaison de matériaux donnée, la différence de tension ne dépend que de la différence de température entre les deux jonctions.

Ce phénomène peut être utilisé pour une mesure précise de la température au moyen d'un thermocouple, dans lequel la jonction d'un fil électrique est maintenue à une température de référence (par exemple, dans un bain glacé), l'autre jonction étant placée à l'endroit où la

température doit être mesurée. À des températures modérées, on utilise souvent des combinaisons de fils de cuivre et de fer, de fer et de constantan (alliage de cuivre - nickel), et de cuivre- constantan. à des températures élevées, sont employés de tels convertisseurs thermoélectriques, alimentés par des lampes à pétrole, sont encore utilisés en Russie et dans certaines républiques du Commonwealth pour fournir de l'énergie aux récepteurs radio dans les contrées isolées [2].

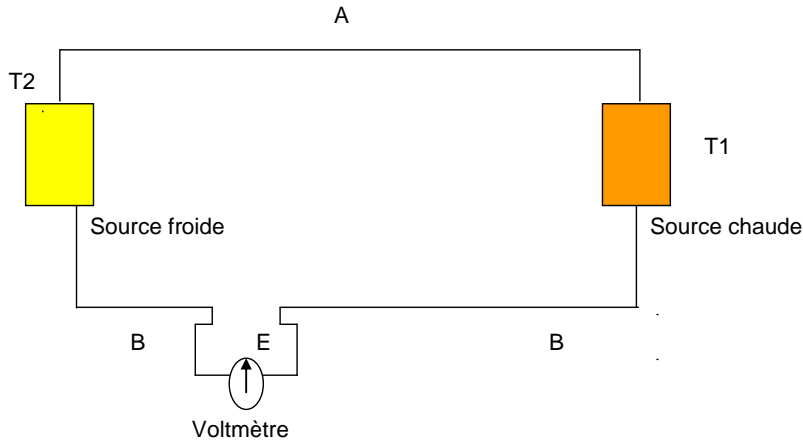


Figure 1.1 : Effet Seebeck

b. Expression de la f.é.m. Seebeck

$$\vec{E} = -g\vec{r}ad\Phi = -\frac{d\Phi}{dx} = \varepsilon \frac{dT}{dx}$$

Pour trouver la f.é.m. on intègre entre:

$$1 \text{ et } 2 : \int_1^2 d\phi = \phi_2 - \phi_1 = \int_{T_0}^{T_c} \varepsilon_B dT$$

$$2 \text{ et } 3 : \int_2^3 d\phi = \phi_3 - \phi_2 = -\int_{T_c}^{T_f} \varepsilon_A dT$$

$$3 \text{ et } 4 : \int_3^4 d\phi = \phi_4 - \phi_3 = \int_{T_0}^{T_c} \varepsilon_B dT$$

Donc la f.é.m. qui apparaît entre les bornes du potentiomètre est donnée par:

$$E = \int_{T_f}^{T_c} (\varepsilon_A - \varepsilon_B) dT = \int_{T_f}^{T_c} \varepsilon_{AB} dT$$

Où : ε_{AB} est le coefficient de Seebeck exprime en ($\mu V/^\circ C$) ; tel que peut être positif ou négatif; il peut atteindre de l'ordre du millivolt par degré pour les semi-conducteurs alors que les thermocouples platine -platine rhodié; il ne dépasse pas 40 microvolts par degré [6].

I.4.1.3. Effet PELTIER

a. Définition

Si l'on fait circuler un courant dans un circuit conçu avec deux fils conducteurs de nature différente, et dont les raccords sont à la même température, la chaleur est absorbée à une jonction et restituée à l'autre. Ce phénomène est l'effet Peltier, qui l'a découvert sur les métaux

Les systèmes à semi-conducteurs principe de l'effet Peltier peuvent être utilisés comme des réfrigérateurs miniaturisés de faible puissance pour des applications spécifiques, en articulier en astronautique et en électronique pour le refroidissement des composants de puissance.

En effet, si ces réfrigérateurs ont un rendement inférieur à celui des réfrigérateurs à compression, ils présentent de nombreux avantages :

- Une longue durée de vie,
- Une grande fiabilité,
- Une grande précision, un encombrement minimum et ils sont totalement silencieux [2].

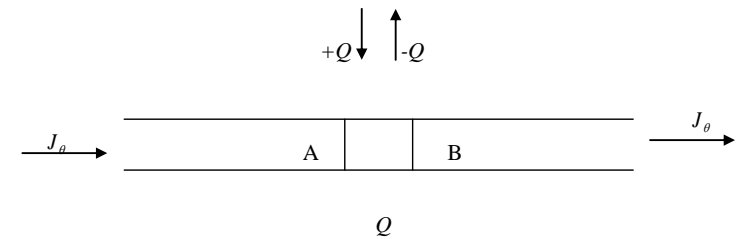


Figure 1.2: Effet Peltier

b. Puissance thermique Peltier

$$J_u(A) = J_q(A) + \phi J_\theta(A) \quad (1.1)$$

$$J_u(B) = J_q(B) + \phi J_\theta(B) \quad (1.2)$$

Par continuité du flux électrique, il vient :

$$J_\theta(A) = J_\theta(B) = J_\theta \quad (1.3)$$

Le bilan thermique à la jonction s'exprime par la relation :

$$Q = [J_u(A) - J_u(B)] a \quad (1.4)$$

Du fait que la jonction est isotherme, on obtient :

$$J_q(A) = \varepsilon_A T J_\theta \quad (1.5)$$

$$J_q(B) = \varepsilon_B T J_\theta \quad (1.6)$$

Où ε_A et ε_B sont les coefficients de Seebeck pour (A), (B), et T la température de la jonction, la relation (1.4) devient donc :

$$Q = (\varepsilon_A - \varepsilon_B) T J_\theta a \quad (1.7)$$

Où $(\varepsilon_A - \varepsilon_B) T = T \varepsilon_{AB} = \pi_{AB}$ « c'est la seconde relation de KELVIN »

Telle que π_{AB} est Le coefficient Peltier est défini comme la chaleur qui doit être fournie à la jonction quand un courant d'intensité unité passe de A en B. exprime en volts, ce qui donne pour la relation (1.7) :

$$Q = \pi_{AB} J_\theta a \quad (1.8)$$

Avec : $(J_\theta a)$ le courant (i) circulant dans les conducteurs, d'où

$$Q = \pi_{AB} i \quad (1.9)$$

Nous constatons que ' Q ' est proportionnel au courant i , le coefficient Peltier π_{AB} est donc la puissance qui correspond à l'unité de courant qui traverse la jonction [7].

c. Élément à effet Peltier

Suivant le signe de π_{AB} , une jonction peut, par effet Peltier, fournir ou absorber de l'énergie par chaleur.

- Si $\pi_{AB} < 0$, c'est-à-dire; si $\varepsilon_A > \varepsilon_B$, le passage du courant de A vers B fournit de la chaleur au milieu extérieur.
- Si $\pi_{AB} > 0$, c'est le contraire: le passage du courant de A vers B absorbe de la chaleur; une telle jonction peut donc servir à refroidir les corps placés dans son voisinage [6].

En remarque que; L'effet Thomson a été découvert bien plus tard que les deux autres effets thermoélectriques car il est beaucoup plus faible: la tension de Thomson n'est que de 8,4 microvolts par degré ($8,4 \times 10^{-6}$ V/K) dans le fer, tandis que la tension de Peltier est de 3 millivolts par degré (3×10^{-3} V/K) pour le couple fer / cuivre. De manière générale, les effets thermoélectriques ont été découverts très tardivement par rapport à la naissance de l'électricité [8].

I.4.2. Élément thermoélectrique

Considérons un circuit composé uniquement de conducteurs. On a vu qu'aucun courant n'apparaissait dans ce circuit, ce qui signifie que la somme de toutes les f.é.m. qui apparaissent aux frontières de séparation de conducteurs différents est égale à zéro.

Cette règle n'est ce pendant vérifiée que si toutes les soudures (lieux où les conducteurs sont réunis les uns aux autres) se trouvent à la même température. Si on chauffe l'une des soudures à l'aide d'un brûleur, par exemple (**figure '1.3'**)

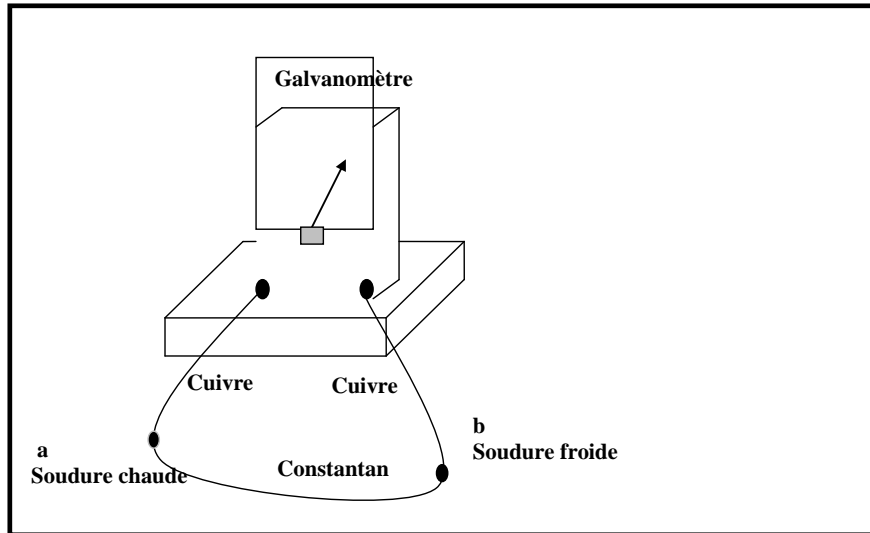


Figure 1.3 : Circuit constitué par un fil en constantan, deux fils en cuivre et un galvanomètre; a et b désignent les soudures

La situation change radicalement et le galvanomètre indique alors l'existence d'un courant électrique qui circulera dans le circuit tant que subsistera un différence de température entre les soudures **a** et **b**. Si on déplace le brûleur de manière à chauffer la soudure **b**, la soudure **a** étant froide, on observe encore un courant électrique, bien que de sens opposé.

Ces expériences montrent que la f.é.m. qui apparaît à la frontière de deux métaux dépend elle-même de la température. Lorsque l'une des jonctions des métaux est chauffée, elle développe une f.é.m. plus grande qu'une jonction froide. Par conséquent, si les jonctions de métaux différents se trouvent à des températures différentes, la somme de toutes les f.é.m. qui s'y développent n'est plus égale à zéro et la f.é.m. résultante permet d'entretenir dans le circuit un courant électrique durable. Par conséquent, un circuit composé de métaux différents, dont les lieux de soudure se trouvent à des températures différentes, est le siège d'une f.é.m. qu'on appelle f.é.m. thermoélectrique.

Tableau 1.1 : Des f.é.m. thermoélectrique de deux thermocouples d'usage courant, en mV.

Température de la soudure chaude, °C	0	100	200	300	400	500	600	700
Cuivre-const.	0	4.3	9.3	14.9	20.9	///	///	///
Platine-platine rhodié	0	0.64	1.44	2.31	3.25	4.22	5.23	6.27

L'expérience montre que la f.é.m. thermoélectrique des thermocouples est généralement assez petite et approximativement proportionnelle à la différence des températures des deux soudures. On indique dans le tableau I.1 les f.é.m. thermoélectriques de deux thermocouples: Cuivre-constantan et platine-platine rhodié (alliage à 90% de platine et à 10% de rhodium) lorsque la soudure froide est maintenue à 0°C [4].

I.4.3. Pouvoir thermoélectrique

Dans les mesures classiques du pouvoir thermoélectrique, on réalise un couple en soudant un fil du métal à étudier à un fil de référence et on détermine la courbe $E=f(T)$. Le tracé de la courbe dérivée fournit la variation du pouvoir thermoélectrique w (exprimé en μ v/°C) qui permet le calcul de la force thermoélectrique E entre deux métaux A et B dont les soudures sont à T_1 et T_2 :

$$E = (\omega_A - \omega_B)(T_2 - T_1)$$

Comme w est en général fonction linéaire de la température, la force électromotrice est vue fonction parabolique de température T [8].

Les graphiques en dessous exposent la production du voltage de thermocouples à températures différentes.

Type B (Platine- Rhodium(30%) / Platine- Rhodium(6%))

Type R (Platine-Rhodium(13%)/Platine)

Type S (Platine-Rhodium(10%) / Platine)

Type N (Nicrosil / Nisil)

Type K (Chrome / Alumelle)

- Type T (Cuivre / Constantan)
- Type E (Chrome / Constantan)
- Type J (fer / Constantan)

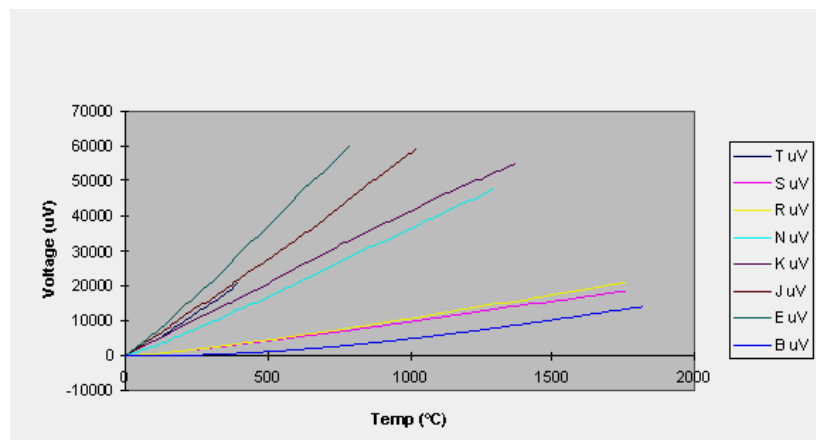


Figure 1.4 : La production du voltage de thermocouples à température élevée

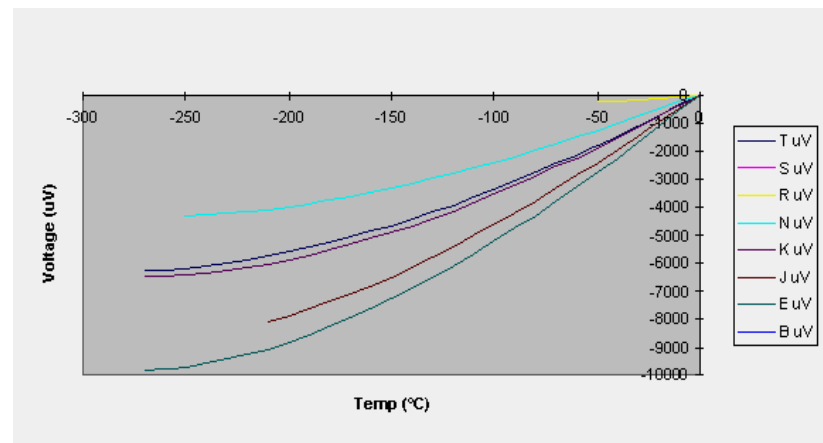


Figure 1.5 : La production du voltage de thermocouples à température basse

I.5. Les Couples thermoélectriques principaux

La sonde thermoélectrique, comme la sonde à résistance, comporte des éléments sensibles métalliques et des supports isolants ainsi qu'une gaine de protection. Dans les deux cas se posent le même problème d'isolement de contamination par l'atmosphère et les

supports, de réfractarité, d'autant plus difficiles à résoudre que la température à mesure est plus élevée.

Cependant, la f.é.m. d'un couple ne dépend pas du diamètre des fils qui le constituent, on peut donc utiliser des fils plus gros que pour les sondes à résistance, moins sensible par conséquent aux altérations. Ce gain sur le diamètre s'accompagne, de plus, d'un gain sur la résistance mécanique et, le fil n'ayant plus besoin d'un soutien tel qu'il fasse corps avec les isolants, a moins à craindre de leur action chimique. Ajoutons encore à cela que l'on peut utiliser pour les couples thermoélectriques des alliages, ce qui était à peu près exclu pour les utiliser pour les thermomètres à résistance. Aussi, le nombre des éléments de couples utilisables est –il relativement grand. Le choix est déterminé par le domaine de températures où les mesures doivent être faites, par la nature du milieu ambiant, par le prix, par la sensibilité, celle-ci restant malgré tout toujours inférieure à celle des résistances, Nous avons groupé dans le tableau I.1ci -dessous indique les thermocouples les plus utilisés [9] :

Tableau 1.2 : Les thermocouples les plus utilisés.

Couples	Limites d'utilisation (Tempéra. °C)	
Cuivre /Constantan	-200	+350°C
Fer /Constantan	-200	+600°C
Ni – Cr /Ni allié	+0	+1000°C
Platine / platine-10%Rhodié	+0	+1300°C
Pt- 20%Rh /Pt-5%Rh	+600	+1700°C
Pt- 30%Rh /Pt-6%Rh	+600	+1700°C
Pt- 40%Rh /Pt-10%Rh	+600	+1700°C
Pt- 40%Rh /Pt-20%Rh	+600	+1790°C
Iridium / Iridium - Rh	+600	+2100°C
Molybdène / Tungstène	+500	+1800°C
Charbon / Carborundum	+250	+1700°C
Tungstène/Tungestène -Molybdeen	+600	+3000°C

I.6. Vieillessement des thermocouples

Les thermocouples sont suffisamment durables afin de conserver à une température donnée, une f.é.m. invariable.

Il n'en est malheureusement pas toujours ainsi car, après un temps plus au moins long, les thermocouples subissent des modifications qui entraînent des variations de f.é.m.

Il serait bien difficile de préciser après combien de temps un thermocouple doit être remplacé, car le vieillissement dépend de plusieurs facteurs, parmi lesquels nous citerons: La température, l'atmosphère de l'enceinte, la gaine de protection, la nature des fils, ..., etc.

En ce qui concerne le diamètre des fils, on remarque que les thermocouples constitués des fils de gros diamètre, vieillissent plus lentement que ceux constitués des fils de petit diamètre.

En ce qui concerne l'atmosphère, celle-ci joue un grand rôle dans le vieillissement des thermocouples; à haute température, certains thermocouples se modifient.

En ce qui concerne la gaine de protection, elle doit être choisie avec soin. sa principale qualité étant. L'étanchéité parfaite à la température maximale d'emploi.

En ce qui concerne la température, celle-ci joue également un rôle très important si le thermocouple est toujours soumis à des températures moyennes inférieures à 700°C, pour les thermocouples fer constantan par exemple [3].

I.7. Thermocouples utilisés en qualité de générateurs de courant

On vient de noter que tout thermocouple est un générateur thermique de courant électrique, autrement dit que c'est un appareil dans lequel une partie de la chaleur fournie pour échauffer la soudure chaude est transformée en énergie électrique; la partie restante de la chaleur est dissipée par le soudeur froid dans le milieu ambiant. Or par suite de la grande conductibilité thermique des métaux, la quantité de chaleur transmise par conduction de la soudure chaude à la soudure froide est notablement plus grande que la quantité de chaleur transformée en énergie électrique. Par ailleurs, une partie de l'énergie électrique produite par le thermocouple y est convertie en chaleur et ne peut donc être utilisée. En conséquence, la quantité de chaleur qui doit être fournie à la soudure chaude est tellement grande que le rendement des thermocouples métalliques ne dépasse pas voisine à 0.50%. Ce qui implique que les thermocouples métalliques ne conviennent pas du tout à leur utilisation en qualité de générateur de courant [4].

I.8.La compensation du thermocouple

Rendement des thermocouples métalliques ne dépasse pas 0.5%, tandis que dans le cas des " Compenser le thermocouple " ou " compenser la soudure froide " consiste à ajouter une tension $e(\theta_a, 0)$ à celle $e(\theta, \theta_a)$ mesurée. Où $e(\theta, 0) = e(\theta, \theta_a) + e(\theta_a, 0)$

Trois solutions sont adoptées pour réaliser cette somme :

a. Thermocouple de compensation

On place dans le circuit du thermocouple de mesure, un autre thermocouple de même nature que le premier, dont la soudure de mesure est à 0°C dans un mélange eau/glacé.

Ce dernier délivre une tension $e(0, \theta_a)$ opposée à celle qu'il faut rajouter à $e(\theta_a, 0)$.

Il suffit donc de le placer en opposition avec le thermocouple de mesure. On lit alors directement $e(\theta, 0)$ sur l'appareil de mesure de e .

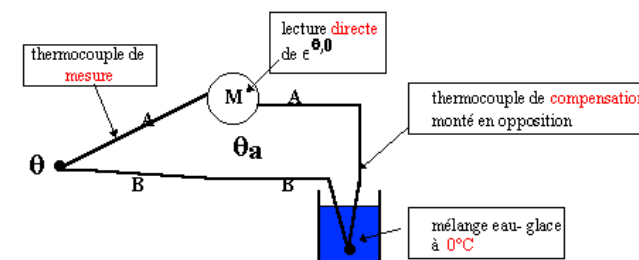


Figure 1.6 : Thermocouple de compensation

NB : Le thermocouple de compensation fournit "automatiquement" $e(\theta_a, 0)$ quelle que soit θ_a (la température ambiante), même si celle-ci varie au cours du temps. Cet avantage, que n'ont pas les deux autres méthodes, est contrebalancé par deux inconvénients :

- La nécessité de disposer de deux thermocouples au lieu du seul de mesure
- La nécessité de constituer un mélange eau/glacé à la température "exacte" de 0°C.

b. Compensation électrique

On réalise électriquement la tension à compenser. Il faut alors prendre garde de bien la mettre en série avec $e(\theta, \theta_a)$. La tension de compensation peut être mise en œuvre dans le circuit simple ci-dessous :

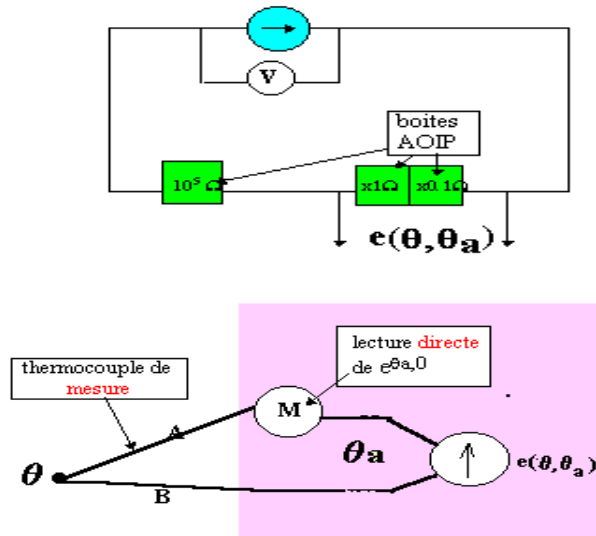


Figure 2.7 : Compensation électrique

NB : la tension électrique $e(\theta_a,0)$ est générée de façon automatique dans les montages dits "à compensation automatique" qui fournissent donc directement $e(\theta,0)$, quelle que soit θ_a . La température θ_a varie cependant dans un intervalle généralement assez restreint.

c. Compensation par décalage d'échelle

Si la mesure de e est réalisée sur une échelle, ajouter $e(\theta_a,0)$ revient à "décaler" ou "décaler" l'échelle de lecture. Ainsi, pour une position de l'aiguille correspondant à une tension mesurée égale à E , on lit $E + e'$, e' étant le décalage d'échelle réalisé. Il suffit alors de prendre $e' = e(\theta_a,0)$ [6].

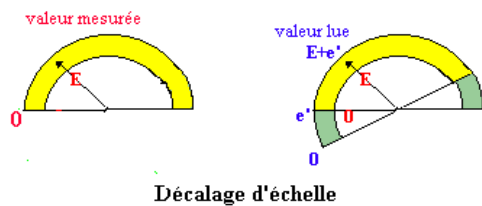


Figure 1.8: Compensation par décalage d'échelle

I.9. Les travaux réalisés dans ce domaine

Pour une mesure locale et instantanée de la vitesse ou de la température dans un écoulement turbulent, on utilise un capteur qui est un fil fin. Sa longueur doit être aussi faible que possible afin de réduire le domaine dans lequel sera effectuée la moyenne spatiale de la grandeur mesurée et de se rapprocher des conditions idéales de la mesure locale. Dans l'étude qui suit, on se placera donc dans le cas de l'homogénéité de la grandeur mesurée sur toute la longueur du fil.

Les mesures instantanées nécessitent la connaissance parfaite de la réponse du capteur en régime transitoire: il s'agit de préciser le domaine de fréquence ou il est possible d'obtenir une mesure correcte des fluctuations de vitesses ou de températures. Une première altération de la réponse en fréquence du capteur est due à l'inertie du fil.

Dans le cas d'un faible allongement, les travaux de Betchov, Maye, Millon et al, Hojstrup et al. Ont mis en évidence une influence de la conduction thermique longitudinale sur la réponse en fréquence des fils.

Les théories existantes ont permis d'approfondir la connaissance de l'effet d'atténuation due à la conduction thermique. Celles-ci utilisent la technique de séparation des variables ou celle de l'intégrale de Fourier-Stieltjes. [1]

CHAPITRE II

MÉTHODE D'ADOMIAN

II.1 Introduction:

La méthode de décomposition d'Adomian, est basée sur la recherche d'une solution sous la forme d'une série, et sur la décomposition de l'opérateur non-linéaire en série. Dans lequel les termes sont calculés de façon récursive en utilisant les polynômes d'Adomian.

Cette technique a montré nombreux avantages par rapport aux techniques classiques, elle sera appliquée à trouver la solution de l'équation de bilan de population satisfaisant les conditions aux limites appropriées pour le modèle spécifique.

La procédure de décomposition d'Adomian, ne nécessite pas de discrétisation des variables. Par conséquent, contrairement à d'autres méthodes numériques, cette méthode ne conduit pas à n'importe quel système d'équations linéaires ou non linéaires, et ne nécessitant pas de linéarisation ou la perturbation résultant d'un énorme calcul. Ainsi, elle n'est pas beaucoup affectée par le calcul erreurs d'arrondi, et il n'ya aucune nécessité d'une mémoire importante (informatique) et de temps. Si nous comparons cette dernière avec les autres méthodes par rapport à la résolution des problèmes non-linéaire, les solutions obtenues sont physiquement plus réaliste [10].

II.2 Méthode d'Adomian :

Nous commençons par considérer l'équation non linéaire suivante:

$$Lu + Ru + Nu = g \quad (2.1)$$

Où L est l'opérateur linéaire qui comprend habituellement la plus élevée dérivée partielle, R est l'opérateur restant linéaires et N représente le terme non linéaire. Nous pouvons écrire (2.1) sous la forme

$$Lu = g(t) - Ru - Nu \quad (2.2)$$

L'inverse de l'opérateur L est

$$L^{-1} = \int \dots \int (\cdot) (dt)^n \quad (2.3)$$

Opérons avec L^{-1} nous avons la forme canonique suivante:

$$u = u_0 - L^{-1}(Ru + Nu) \quad (2.4)$$

L'opérateur non-linéaire Nu peut être décomposé par une série infinie de polynômes donnés près

$$Nu = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \quad (2.5)$$

où les polynômes d'Adomian de et $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$ sont implicitement

$$A_n = \frac{1}{n!} \frac{d^n}{d\lambda^n} [N(\sum_{i=0}^{\infty} \lambda^i u_i)] |_{\lambda=0}, n = 0, 1, 2 \quad (2.6)$$

ϕ Est la solution de l'équation homogène :

$$L\phi = 0$$

Puis, en utilisant le schéma récursif standard d'Adomian,

$$u_0 = L^{-1}g + \phi \quad (2.7)$$

Pour notre modèle nous considérons le cas linéaire

$$Nu = 0 \quad (2.8)$$

Où

$$Lu(v, t) = \frac{\partial u(v, t)}{\partial t} \quad (2.9)$$

Et

$$Ru = \int_v^{\infty} u(t, s) ds + h(v) \cdot u(t, v) \quad (2.10)$$

L'équation (2.10) doit être déterminée par la condition initiale appropriée ou une condition au limite en conséquence que le problème est d'une valeur initiale, ou un problème de frontière.

La méthode de décomposition d'Adomian suppose que la fonction inconnue peut être exprimée par la somme :

$$u = \sum_{i=0}^{\infty} u_i \quad (2.11)$$

Par conséquent, la solution générale devient

$$u = u_0(R(\sum_{i=0}^{\infty} u_i)) \quad (2.12)$$

La solution de l'EDP linéaire sous la forme (2.11) avec la valeur initiale

$$u_0 = f(v) \quad (2.13)$$

Peut être déterminé par la série (2.12) avec le schéma récursif d'Adomian

$$u_{n+1}(v, t) = f(t) + L^{-1}Ru_n \quad (2.14)$$

La convergence de la solution de la série (2.11) est assurée pour le cas linéaire par la contraction de L, alors nous constatons que l'erreur de troncature maximum absolue de la série (2.11) pour le problème est:

$$\max_t |u - \sum_{i=0}^m u_i| \leq \frac{\alpha^m}{1-\alpha} \max_t |u_1 - u_0| \quad (2.15)$$

$$\text{Où } 0 < \alpha < 1$$

α est le paramètre de l'inégalité de Lipschitz

$$\|lu - lw\| \leq \alpha \|u - w\| \quad \forall (u, v) \quad (2.16)$$

CHAPITRE III

RÉSULTATS ET DISCUSSIONS

III.1. Formulation du problème :

Dans le cas où le terme de rayonnement thermique est suffisamment faible pour être linéaire et compte dans le coefficient de transfert $h = h_c$ (convection) + h_r (rayonnement), le bilan énergétique d'un fil (température uniforme dans toute section droite) l'éché par un écoulement de fluide à la température T'_g s'écrit :

$$\frac{\pi d^2}{4} \rho c \frac{\partial T'}{\partial t} = \lambda \pi \frac{d^2}{4} \frac{\partial^2 T'}{\partial x^2} + \frac{4I^2}{\pi d^2} \rho_0 [1 + \alpha(T' + T'_0)] - \pi d(T' + T'_g) \quad (3.1)$$

Dans cette équation, ρ , c et λ sont respectivement la masse volumique, la chaleur massique et la conductivité thermique du fil; d , I , h , ρ_0 et α désignent respectivement le diamètre, l'intensité du courant électrique, le coefficient de transfert latéral, la résistivité électrique et le coefficient de température.

En introduisant les grandeurs adimensionnelles suivantes:

$$T = (T' - T'_0) / \Delta T' \text{ avec}$$

$$\Delta T' = T'_c - T'_0$$

Où T'_c : est la température au centre du fil et T'_0 est conventionnelle, par exemple la température des broches

$$t = t' \alpha / d^2, \quad x = x' / d, \quad \beta_1 = 4h_1 d / \lambda - I_1^2 \left(\frac{4}{\pi}\right)^2$$

$$K_1 = \left[\frac{4h_1 d}{\lambda} (T'_g + T'_0) + \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \frac{I_1^2}{\alpha} \right]$$

$$I_1 = \frac{I'}{d} \left(\frac{\rho_0 \alpha}{\lambda} \right)^{\frac{1}{2}}$$

L'équation (3,1) sous sa forme réduite s'écrit :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \beta_1 T + K_1 \quad (3.2)$$

Cette équation aux dérivées partielles aux coefficients supposés constants, à laquelle il faut ajouter les conditions limites et une condition initiale, représente précisément le comportement thermique réel du fil.

Les conditions limites associées sont :

$$\text{À } x = \pm \frac{l}{2d}, T = T_s$$

$$\text{À } T = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0$$

La température réduite des broches, T_s , est ici supposée constante, c'est-à-dire qu'on admet la constante de temps des supports très grande devant celle du fil.

La condition initiale est donnée par la température d'équilibre du fil qui peut être obtenue en résolvant l'équation (3,2) à l'état stationnaire.

III.2. Application de la méthode d'Adomian à l'état stationnaire:

Le thermocouple est utilisé dans le but de mesurer des fluctuations de température dans un courant de fluide en convection naturelle.

La solution d'équilibre donnant la température indiquée par le fil est obtenue à partir de l'équation (3,2).

Le terme d'inertie ($\frac{\partial T}{\partial t}$) est nul, et l'équation (3,2) devient :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \beta_0 T + K_0 = 0$$

$$\text{Avec } \beta_0 = 4h_0 d / \lambda - I_0^2 \left(\frac{4}{\pi}\right)^2, \quad K_0 = \left[\frac{4h_0 d}{\lambda} (\Gamma'_{g0} + \Gamma'_{0}) + \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \frac{I_0^2}{\alpha}\right]$$

$$\text{Et } I_0 = \frac{l'}{d} \left(\frac{\rho_0 \alpha}{\lambda}\right)^{\frac{1}{2}}$$

L'application de la méthode d'Adomian donne le schéma récursif suivant:

$$T_{i+1} = \iint_0^x \beta_0 T_i \, dx \, dx$$

Avec:

$$T_0 = c1 + c2x - \frac{K_0 x^2}{2}$$

$$T_1 = \frac{1}{2} \beta_0 c1 x^2 + \frac{1}{6} \beta_0 c2 x^3 - \frac{1}{24} \beta_0 K_0 x^4$$

$$T_2 = \frac{1}{24} \beta_0^2 c1 x^4 + \frac{1}{120} \beta_0^2 c2 x^5 - \frac{1}{720} \beta_0^2 K_0 x^6$$

$$T_3 = \frac{1}{720} \beta_0^3 c1 x^6 + \frac{1}{5040} \beta_0^3 c2 x^7 - \frac{1}{40320} \beta_0^3 K_0 x^8$$

Par conséquent le terme général est donné par:

S

$$\begin{aligned} &= \sum_{m=0}^{Infinity} \frac{4^{1-m} c1 (\beta_0 x^2)^m}{\beta_0 x^2 \text{Pochhammer}[\frac{1}{2}, -1 + m] \text{Pochhammer}[1, -1 + m]} [c1 \text{Cosh}[\sqrt{\beta_0} x]] \\ &+ \sum_{m=0}^{Infinity} \frac{4^{1-m} c2 (\beta_0 x^2)^m}{\beta_0 x \text{Pochhammer}[1, -1 + m] \text{Pochhammer}[\frac{3}{2}, -1 + m]} \left[\frac{c2 \text{Sinh}[\sqrt{\beta_0} x]}{\sqrt{\beta_0}} \right] \\ &+ \sum_{m=0}^{Infinity} \frac{2^{1-2m} K_0 (\beta_0 x^2)^m}{\beta_0 \text{Pochhammer}[\frac{3}{2}, -1 + m] \text{Pochhammer}[2, -1 + m]} \left[\frac{k(-1 + \text{Cosh}[\sqrt{\beta_0} x])}{\beta_0} \right] \end{aligned}$$

Qui converge vers:

$$T = c1 \text{Cosh}[\sqrt{\beta_0} x] + \frac{c2 \text{Sinh}[\sqrt{\beta_0} x]}{\sqrt{\beta_0}} - \frac{K_0 (-1 + \text{Cosh}[\sqrt{\beta_0} x])}{\beta_0}$$

Introduisons les conditions aux limites:

Pour $x = +\frac{l}{2d}$ on à :

$$c1 \text{Cosh}[\sqrt{\beta_0} \frac{l}{2d}] - \frac{K_0 (-1 + \text{Cosh}[\sqrt{\beta_0} \frac{l}{2d}])}{\beta_0} + \frac{c2 \text{Sinh}[\sqrt{\beta_0} \frac{l}{2d}]}{\sqrt{\beta_0}} - T_s = 0$$

Pour $x = -\frac{l}{2d}$ on à :

$$c1 \cosh \left[\sqrt{\beta_0} \frac{l}{2d} \right] - \frac{K_0(-1 + \cosh \left[\sqrt{\beta_0} \frac{l}{2d} \right])}{\beta} - \frac{c2 \sinh \left[\sqrt{\beta_0} \frac{l}{2d} \right]}{\sqrt{\beta_0}} - T_s = 0$$

D'où la solution du système en c1 et c2:

$$c1 = \frac{(-K_0 + \beta_0 T_s + k \cosh \left[\sqrt{\beta_0} \frac{l}{2d} \right]) \operatorname{sech} \left[\sqrt{\beta_0} \frac{l}{2d} \right]}{\beta_0}$$

$$c2 = 0$$

Qui donne la température du thermocouple à l'équilibre:

$$T = \frac{k + (-k + \beta_0 T_s) \cosh \left[\sqrt{\beta_0} x \right] \operatorname{sech} \left[\sqrt{\beta_0} \frac{l}{2d} \right]}{\beta_0}$$

Ou bien et avec: $\operatorname{sech}(z) = 1/\cosh(z) \rightarrow$

D'où finalement

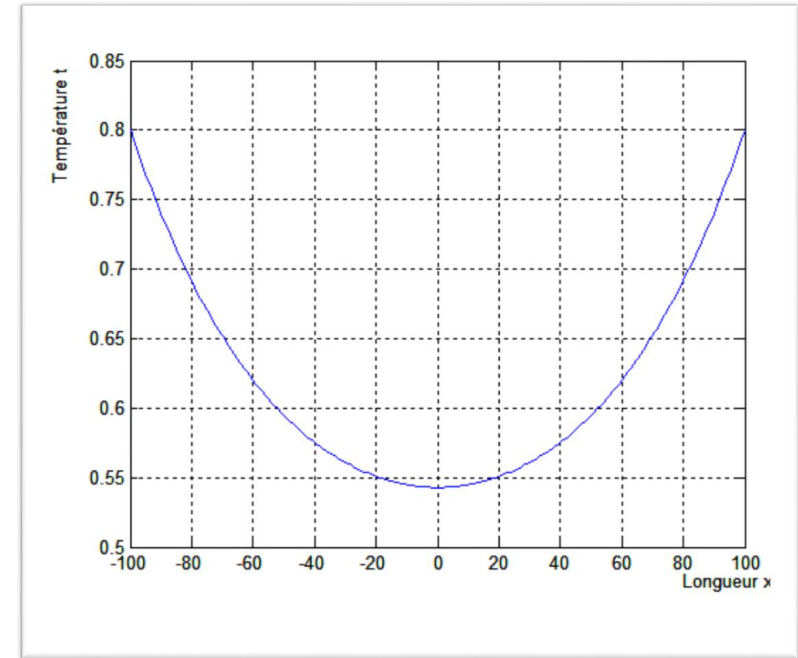
$$T(x, 0) = \left[T_s - \frac{k_0}{\beta_0} \right] \cosh \left[(\beta_0)^{\frac{1}{2}} x \right] / \cosh \left[(\beta_0)^{\frac{1}{2}} l/2d \right] + \frac{k_0}{\beta_0}. \quad (3.3)$$

III.2.1 Application numérique:

$$x = -100:1:100;$$

$$k_0 = 1.53 * 0.0001; \quad \beta_0 = 3.53 * 0.0001;$$

$$T_s = 0.8 \quad ; \quad l/2d = 100;$$



La figure 3.1: Profil de la température d'équilibre du fil.

La figure 3.1 représente la température d'équilibre du fil.

III.3 Solution de référence dans le cas où la longueur du fil est infinie:

Dans le cas d'un fil infiniment long, la température est uniforme et égale à l'équation (3.3) à :

$$T = \frac{k_0}{\beta_0} \quad (3.4)$$

En régime variable, le terme de conduction $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$ est nul et l'équation (3.2) devient :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \beta_1 T + K_1 \quad (3.2)$$

On a:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \rightarrow \frac{\partial T}{\partial t} = -\beta_1 T + K_1$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \beta_1 T - K_1 = 0 \quad (3.5)$$

Si on effectue le changement de fonction :

$$\theta = \beta_1 T - K_1 \quad \text{Avec:}$$

$$T = \frac{\theta + K_1}{\beta_1} \text{ Et}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial \left(\frac{\theta + K_1}{\beta_1} \right)}{\partial t}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{\beta_1} \frac{\partial \theta}{\partial t}$$

L'équation (3,5) devient :

$$\frac{1}{\beta_1} \frac{\partial \theta}{\partial t} + \theta = 0$$

On suppose que :

$$\tau = \frac{1}{\beta_1} \rightarrow$$

$$\tau \frac{\partial \theta}{\partial t} + \theta = 0 \tag{3.6}$$

Comme (3.6) est une équation différentielle du 1er degré cela implique la solution est de la forme suivante:

$$\theta(t) = c \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right)$$

Ou $\tau = \frac{1}{\beta_1}$ est la constante de temps réduite du fil de longueur infinie. La constante (c) est déterminé par la condition initiale exprimée par l'équation (3.4) et on a :

$$T_0 = \frac{k_0}{\beta_0}$$

$$\theta(t) = c \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right) \text{ a } t=0 \rightarrow \theta_0 = c$$

$$T_0 = \frac{k_0}{\beta_0} \rightarrow \frac{\theta_0 + K_1}{\beta_1} = \frac{k_0}{\beta_0}$$

$$\theta_0 = \frac{\beta_1 k_0}{\beta_0} - K_1 \rightarrow c = \frac{\beta_1 k_0}{\beta_0} - K_1$$

$$\theta(t) = \left[\frac{\beta_1 k_0}{\beta_0} - K_1 \right] \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right) \tag{3.7}$$

$$T = \frac{\theta + K_1}{\beta_1} \rightarrow (3.7) \text{ devient :}$$

$$T(t) = \left[\frac{k_0}{\beta_0} - \frac{k_1}{\beta_1} \right] \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right) + \frac{k_1}{\beta_1} \tag{3.8}$$

III.3.1 Application numérique:

$$k_0=1.53*0.0001; \quad \beta_0=3.53*0.0001;$$

$$\beta_1=2.309*0.0001; \quad k_1=2.309*0.0001;$$

$$\tau = 1/\beta_1 ; \quad t=0:40;$$

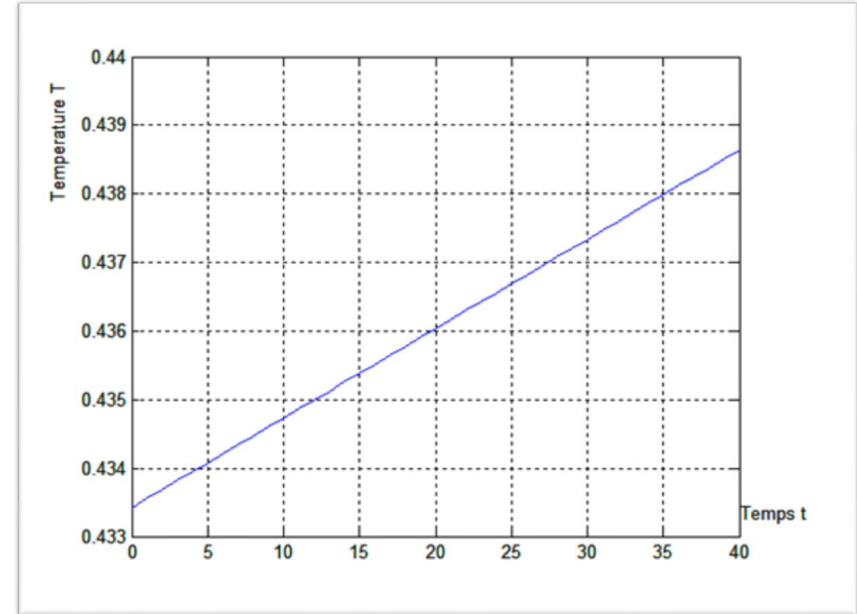


Figure 3.2 : Profile de la température sans l'effet de la conduction thermique

La figure 3.2 représente la température du fil on fonction de temps

III.4 La solution avec l'effet de la conduction :

Dans le cas ou la longueur du fil est finie, le terme, $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$ n'est pas nul et la conduction thermique longitudinale affecte la distribution de température du fil.

III.4.1 Application de la méthode d'Adomian a l'état dynamique:

On à L'équation:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \beta_1 T + K_1$$

Les conditions aux limites sont:

$$\text{à } x = \pm \frac{l}{2d}, T = T_s$$

$$\text{à } T = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0$$

Et une condition initiale:

$$T(x, 0) = \left[T_s - \frac{k_0}{\beta_0} \right] \cosh \left[(\beta_0)^{\frac{1}{2}} x \right] / \cosh \left[(\beta_0)^{\frac{1}{2}} l/2d \right] + \frac{k_0}{\beta_0}$$

On suppose que :

$$F = \left[T_s - \frac{k_0}{\beta_0} \right]$$

$$R = \frac{k_0}{\beta_0}$$

Donc la température d'équilibre peut s'écrire:

$$T(x, 0) = F \cosh \left[(\beta_0)^{\frac{1}{2}} x \right] / \cosh \left[(\beta_0)^{\frac{1}{2}} l/2d \right] + R$$

Le schéma récursif de la méthode d'Adomian, sous forme réduite s'écrit :

$$T_{i+1} = \int_0^t \left(\frac{\partial^2 T_i}{\partial x^2} - \beta T_i + k_1 \right) dt$$

Avec

$$T_0 = F \cosh \left[(\beta_0)^{\frac{1}{2}} x \right] / \cosh \left[(\beta_0)^{\frac{1}{2}} l/2d \right] + R$$

$$T_1 = t \left(k_1 - \beta_1 R + (\beta_0 - \beta_1) F \cosh \left[(\beta_0)^{\frac{1}{2}} x \right] \operatorname{sech} \left[(\beta_0)^{\frac{1}{2}} l/2d \right] \right)$$

$$T_2 = k_1 t + t^2 \left(\frac{1}{2} (-\beta_1 k_1 + \beta_1^2 R) + \frac{1}{2} (\beta_1 - \beta_0)^2 F \cosh \left[(\beta_0)^{\frac{1}{2}} x \right] \operatorname{sech} \left[(\beta_0)^{\frac{1}{2}} l/2d \right] \right)$$

$$T_3 = k_1 t - \frac{1}{2} \beta_1 k_1 t^2 + t^3 \left(\frac{1}{6} (\beta_1^2 k_1 - \beta_1^3 R) + \frac{1}{6} (\beta_1 - \beta_0)^3 F \cosh \left[(\beta_0)^{\frac{1}{2}} x \right] \operatorname{sech} \left[(\beta_0)^{\frac{1}{2}} l/2d \right] \right)$$

D'où on déduit le terme général par:

$$S = \sum_{m=1}^{\text{Infinity}} - \frac{F ((-\beta_1 + \beta_0)t)^m \cosh \left[(\beta_0)^{\frac{1}{2}} x \right] \operatorname{sech} \left[(\beta_0)^{\frac{1}{2}} l/2d \right]}{(\beta_1 - \beta_0)t \operatorname{Pochhammer}[1, -1 + m]} + \sum_{m=1}^{\text{Infinity}} \frac{(-k_1 + \beta_1 R)(-\beta_1 t)^m}{\beta_1 \operatorname{Pochhammer}[2, -1 + m]} + \sum_{m=1}^{\text{Infinity}} - \frac{k_1 (-\beta_1 t)^m}{\beta_1 \operatorname{Pochhammer}[2, -1 + m]} + R$$

Qui converge vers la solution générale suivante:

$$S = e^{(-\beta_1 + \beta_0)t} F \cosh \left[(\beta_0)^{\frac{1}{2}} x \right] \operatorname{sech} \left[(\beta_0)^{\frac{1}{2}} l/2d \right] - \frac{e^{-\beta_1 t} (-1 + e^{\beta_1 t}) (-k_1 + \beta_1 R)}{\beta_1} + \frac{e^{-\beta_1 t} (-1 + e^{\beta_1 t}) k_1}{\beta_1} + R$$

Ou bien après simplification:

$$T(x, t) = e^{(-\beta_1 + \beta_0)t} F \cosh \left[(\beta_0)^{\frac{1}{2}} x \right] \operatorname{sech} \left[(\beta_0)^{\frac{1}{2}} l/2d \right] - \frac{e^{-\beta_1 t} (-1 + e^{\beta_1 t}) (-k_1 + \beta_1 R)}{\beta_1} + \frac{e^{-\beta_1 t} (-1 + e^{\beta_1 t}) k_1}{\beta_1} + R$$

III.4.2 Application numérique:

$$k_0 = 1.53 * 0.0001;$$

$$\beta_0 = 3.53 * 0.0001;$$

$$\beta_1 = 2.309 * 0.0001;$$

$$k_1 = 2.309 * 0.0001;$$

$$Ts = 0.8;$$

$$l/2d = 100;$$

$$F = \left[T_s - \frac{k_0}{\beta_0} \right]; R = \frac{k_0}{\beta_0}$$

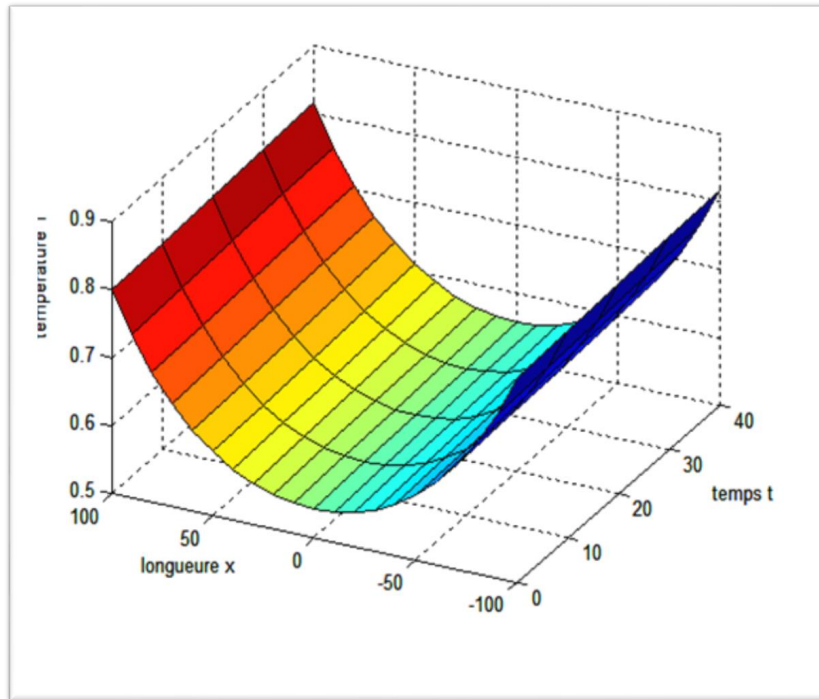


Figure 3.3 : Profile de la température avec l'effet de la conduction thermique

La figure 3.3. Présente la variation de température (T) on fonction du temps (t) et de la longueur (x)

Les solutions analytiques obtenues dans ce travail par la méthode d'Adomian sont les mêmes que celles obtenues dans des travaux antérieurs [1].

CONCLUSION GÉNÉRALE

Les thermocouples sont des capteurs très utilisés dans l'industrie ou en laboratoire, pour déterminer ou contrôler l'évolution de la température dans un fluide, gazeux ou liquide. Bien que d'autres techniques, optiques par exemple aient été récemment développées, ces capteurs demeurent fréquemment utilisés en raison de leur commodité d'emploi et leur faible coût de mise en œuvre.

L'accès est mis, dans ce travail sur la résolution de l'équation de la conduction de température en modes stationnaire et dynamique d'un fil en platine utilisé comme capteur de température dans le cas d'un courant en convection naturelle à l'aide de la méthode d'Adomian dans le but de déterminer l'influence de l'effet de la conduction.

Il s'en suit que la distribution permanente de la température du fil nous a permis de calculer le terme d'inertie.

La distribution de température d'un fil utilisé comme capteur de température a été calculée dans le but de déterminer l'influence des effets de conduction sur la mesure des fluctuations dans un écoulement turbulent.

En régime variable, nous avons obtenu la solution de référence dans le cas où la longueur du fil est infinie c'est à dire le terme de conduction $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$ est nul.

Dans le cas où la longueur du fil est finie, le terme, $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$ n'est pas nul et la conduction thermique longitudinale affecte la distribution de température du fil.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] A.AZZOUZ «Effet de la conduction thermique sur la constante de temps d'un fil fin utilise en anémométrie ou en thermométrie»;Université des Sciences et Technologies Houari Boumediene, Institut de Chimie Industrielle, Département de Cryogénique BP 32 El-Alia. Bab-Ezzouar, Alger;. 1991
- [2] Encyclopédie Universalise Version 9/ THERMOCOUPLE .2004
- [3] HASSEINE ABDEL MALEK «mémoire de fin d'études»,1991.
- [4] G. LANDSBERG «cours élémentaire de physique», 1987
- [5] JEAN- MARIE DONNINI, LUCIEN .QUARA NTA «Dictionnaire de physique expérimentale» tome II, 1997.
- [6] LUCIEN BOREL «Thermodynamique et énergétique»,1984 .
- [7] R.KLING «Thermodynamique général est application»,1980
- [8] NEILW.ASHOROFT ET N.DAVIDMERMIN «Physique des solides», 2002
- [9] G.CHAUDRON, F.TROMBE «Les hautes températures et leurs utilisations en Physique et en chimie», Paris1973.
- [10] G. ADOMIAN «A Review of the Decomposition Method in Applied Mathematics» JOURNAL OF MATHEMATICAL ANALYSIS AND APPLICATIONS 135, 501-544 (1988)