



Université Mohamed Khider Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Electrique
Filière : électronique
Option : **Télécommunication**

Réf:

**Mémoire de Fin d'Etudes
En vue de l'obtention du diplôme:**

MASTER

Thème

**Géolocalisation d'un mobile par mesure
d'atténuation (application au filtrage
particulaire)**

Présenté par :
Farik Ibrahim
Soutenu le : 3 Juin 2014

Devant le jury composé de :

Mr. Baarir-Z/E

Mr. ABDESSELAM Salim

Mr. Mdouakh-S

Dr

MAA

MAB

Président

Encadreur

Examineur

Année universitaire : 2013 / 2014

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministère de l'enseignement Supérieur et de la recherche scientifique



Université Mohamed Khider Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Electrique
Filière : électronique
Option : Télécommunication

Mémoire de Fin d'Etudes
En vue de l'obtention du diplôme:

MASTER

Thème

Géolocalisation d'un mobile par mesure d'atténuation
(application au filtrage particulière)

Présenté par :

Farik Brahim

Avis favorable de l'encadreur :

ABDESSELAM Salim

signature

Avis favorable du Président du Jury

Nom Prénom

Signature

Cachet et signature



Université Mohamed Khider Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Electrique
Filière : électronique
Option : Télécommunication

Thème :

Géolocalisation d'un mobile par mesure d'atténuation (application au filtrage particulière)

Proposé par : **ABDESSELAM Salim**

Dirigé par : **ABDESSELAM Salim**

RESUMES (Français et Arabe)

Ce mémoire présente une étude statistique du problème de la géolocalisation d'un mobile dans un réseau cellulaire urbaine. Nous modélisons le mobile par des systèmes dynamiques stochastiques détectés par des processus d'observation par les BTS (équation d'observation). La principale difficulté repose sur le fait que l'estimation des états nécessite de connaître les associations des observations. Nous avons choisit d'utilisé la méthode du filtrage particulière pour estimer l'état du système à un instant donnée en fonction des observations passées et courants.

Dans notre application, nous avons la possibilité de choisir des configurations variables possèdent des bâtiments comme des obstacles, et des stations de bases comme source d'observation (mesures) du signal, et la spécification de la trajectoire du mobile

Mots-clés : géolocalisation, réseau cellulaire, modèle de Markov cachée, méthode Monto Carlo, filtres particuliers.

ملخص:

هذه المذكرة تطرح الدراسة الإحصائية لمشكل التحديد الجغرافي لمتحرك ما داخل الشبكة الخلوية الحضرية . سننمذج هذا المتحرك بواسطة أنظمة حركية عشوائية ملتقطة بواسطة تجارب ملاحظات محطات القياس (معادلة الملاحظة). الصعوبة الرئيسية تكمن في إنجاز تقدير للحالات بناءً على الملاحظات المهمة. لقد اخترنا إستعمال طريقة مصافي الجزئيات من أجل تقدير حالة النظام في لحظة معينة بدلالة الحالات السابقة والحالية.

في تطبيقنا هذا يمكننا اختيار هيآت مختلفة لشكل المنطقة الجغرافية، حيث تحوي هذه المنطقة على عمارات كحواجز، ومحطات أساسية كمصدر ملاحظة (قياسات) للإشارة، وكذلك تعيين مسار المتحرك.

الكلمات الدلالية :

التحديد الجغرافي، الشبكة الخلوية، نموذج ماركوف غير الظاهر، طريقة مونتي كارلو، مصافي الجزئيات.

Le mémoire contient par ordre d'apparition:

- Dédicaces
- Remerciements
- Liste des Tableaux
- Liste des Figures
- Liste des abréviations
- Résumés (bilingue)

Sommaire :

- * Introduction générale
- * Chapitre 1, 2, 3...
(Chaque chapitre commence par une Introduction et se termine par une conclusion)
- * Conclusion générale et perspectives
- * Bibliographie
- * Annexe

Type d'écriture:

- Times new Roman 12
- Les titres en Gras
- Interligne 1.5
- Formules et Figures sont numérotées par chapitre :
exp. Fig. n°Chap. n°figure (Fig. I.1) ou (Equ. I.1)

Remarques :

- Eviter le glaçage de la page de garde.
- Respecter le contenu par ordre d'apparition.
- Ecrire les résumés bilingues dans une seule page...

- عدم تجليد الصفحة الأولى
- احترام المحتوى المذكور أعلاه
- كتابة ملخص للمذكرة باللغتين
(العربية والفرنسية) و في صفحة
واحدة... الخ

DEDICACES

Je dédie ce modeste travail :

À mes chers parents,

À mes frères,

À mes sœurs,

À toute ma famille,

À tous mes enseignants durant mon étude,

À tous ceux qui m'ont aidé et soutenu,...

FARIK BRAHIM

Remerciements

Je remercie en premier lieu mon Dieu qui m'a donné le courage et la volonté afin d'achever ce travail.

Je remercie en second mes parents, qui ont sacrifié leur vie pour notre bien.

Je tiens à adresser mes sincères remerciements et mon grand respect à mon promoteur Monsieur Abdesselam Salim. Sa disponibilité, son savoir, ses conseils judicieux, ses commentaires et ses corrections ont rendu possible la réalisation de ce mémoire.

Je tiens à exprimer mes remerciements à tous les membres du jury.

Je remercie chaleureusement Monsieur Aiede Fouad pour le soutien et les conseils qu'il m'a fourni tout au long de ce travail.

Je tiens à adresser des vifs remerciements à tous ceux et à toutes celles qui m'ont aidé, de près ou de loin, à sa réalisation. Grâce à leurs participations diverses, par leur savoir, leur expérience, leur attention ou leur amitié, ce travail a pu être mené à terme.

Mes remerciements vont également à l'ensemble des enseignants et tout personnel de l'université de Biskra.

Je remercie enfin Toute ma famille, mes frères et sœurs et mes amis pour leurs encouragements et leur soutien.

Farik Brahim

Liste des tableaux

Tableau.1.1 : Paramètre α en fonction de l'environnement	14
Tableau.3.1 : Relation entre le temps de calcul et le nombre des particules	41

Liste des figures

Figure.1.1 : Une cellule	1
Figure.1.2 : Réseau cellulaire typique	2
Figure.1.3 : Architecture générale d'un réseau GSM	4
Figure.1.4 : Liaison entre mobile et station de base pour le réseau GSM	5
Figure.1.5 : Représentation d'une O.E.M se propageant dans l'espace	6
Figure.1.6 : Réflexion	8
Figure.1.7 : La réfraction	9
Figure.1.8 : La diffraction	9
Figure.1.9 : La diffusion	10
Figure.1.10 : D.D.R d'une antenne directionnelle	11
Figure.1.11 : D.D.R d'une antenne omnidirectionnelle	12
Figure.1.12 : Bâtiment situé dans le faisceau	13
Figure 2.1 : Représentation graphique d'un processus markovien caché	16
Figure.2.2 : Méthode de la fonction de répartition	20
Figure.2.3 : Les trajectoires des particules	25
Figure.2.4 : Redistribution des particules selon leur poids	27
Figure. 3.1 : Géolocalisation d'un mobile ...	32
Figure.3.2 : La zone géographique	35
Figure.3.3 : Placement d'obstacle	35
Figure.3.4 : Placement des stations de base (points vert)	35
Figure.3.5 : Niveaux du signal du mobile par rapport à chaque BTS	36
Figure.3.6 : Trajectoire du mobile (en bleu)	36
Figure.3.7 : Démarche de la simulation	38
Figure.3.8 : Déviation de la trajectoire estimée en utilisant 50 particules	39
Figure.3.9 : L'erreur entre la trajectoire estimée et la trajectoire réelle pour 50 particules	39
Figure.3.10 : Déviation de la trajectoire estimée en utilisant 100 particules	39
Figure.3.11 : L'erreur entre la trajectoire estimée et la trajectoire réelle pour 100 ...	39
Figure.3.12 : Déviation de la trajectoire estimée en utilisant 200 particules.	40
Figure.3.13 : L'erreur entre la trajectoire estimée et la trajectoire réelle pour 200 ...	40
Figure.3.14 : Déviation de la trajectoire estimée en utilisant 500 particules	40
Figure.3.15 : L'erreur entre la trajectoire estimée et la trajectoire réelle pour 500 ...	40
Figure.3.16 : Déviation de la trajectoire estimée en utilisant 900 particules	41
Figure.3.17 : L'erreur entre la trajectoire estimée et la trajectoire réelle pour 900 ...	41

Figure.3.18 : La zone géographique couverte par une seule BTS	42
Figure.3.19 : la trajectoire estimée avec des mesures d'une seule BTS	42
Figure.3.20 : L'erreur pour une seule BTS	42
Figure.3.21 : La zone géométrique couverte par les deux BTS	43
Figure.3.22 : la trajectoire estimée avec des mesures de deux BTS	43
Figure.3.23 : L'erreur pour deux BTS	43
Figure.3.24 : La zone géographique couverte par les trois BTS	44
Figure.3.25 : la trajectoire estimée avec des mesures de trois BTS	44
Figure.3.26 : L'erreur pour trois BTS	44
Figure.3.27 : La zone géographique couverte par quatre BTS	45
Figure.3.28 : la trajectoire estimée avec des mesures de 4 BTS	45
Figure.3.29 : L'erreur pour 4 BTS	45
Figure.3.30 : Passage du mobile à l'extérieur d'un obstacle.	46
Figure.3.31 : Les trajectoires	46
Figure.3.32 : L'erreur d'estimation	46
Figure.3.33 : Le mobile se déplacé entre les obstacles.	47
Figure.3.34 : Les trajectoires	47
Figure.3.35 : L'erreur d'estimation	47

Liste des abréviations

GSM	G lobal S ystem for M obile communication
RTC	R éseau T éléphonique C ommuté
NSS	N etwork S witching S ubsystem
BSS	B ase S tation S ubsystem
OSS	O perational S ubsystem
SIM	S ubscriber I dentify M odule
MS	M obile S tation
BTS	B ase T ransceiver S tation
TRX	T ransmitter/ R eceive
BSC	B ase S tation C ontrolle
HLR	H ome L ocation R egister
VLR	V isitor L ocation R egister
AuC	A uthentication C enter)
MSC	M obile S witching C entre
GMSC	G ateway M SC
EIR	E quipment I dentify R egister
OMC	O perating and M aintenance C entre
OEM	O nde E lectromagnétique
MMC	M odèle de M arkov C aché
HMM	H idden M arkov M odel
SIR	S ampling I mportant R esampling

Liste des notations

∇ : L'opérateur gradient

$P(A)$: Probabilité de l'événement A

$A \triangleq B$: A est égal à B par définition

$E[X]$: Espérance de (la loi de) X

$Cov(X) = E[(X - E[X])(X - E[X])^*]$: Covariance de (la loi de) X

$X \perp Y$: Les variables X et Y sont indépendantes

i.i.d : indépendantes et identiquement distribuées

$f(X)$: densité de la loi de la variable X , i.e. $P(X \in A) = \int_A f(X) dX$

$\delta_{x_0}(X)$: mesure de Dirac au point x_0 , i.e. $\int g(X) \delta_{x_0}(X) dX = g(x_0)$

$f_n = f(X_n | Y_{1:n})$: Densité conditionnelle

$f_{n|n-1} = f(X_n | Y_{1:n-1})$: densité prédite

$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$: Loi gaussienne de moyenne μ et de variance σ^2

$\mathcal{U}[a, b]$: Loi de probabilité uniforme sur l'intervalle $[a, b]$.

C^* : Matrice transposée de C

I : Matrice identité

$X \sim f$: X est distribué suivant la densité f

$f \propto \tilde{f}$: f est proportionnel à \tilde{f}

ω^i : Poids des particules ξ^i

Résumé :

Cemémoire présente une étude statistique du problème de la géolocalisation d'un mobile dans un réseau cellulaire urbaine. Nous modélisons le mobile par des systèmes dynamiques stochastiques détectés par des processus d'observation par les BTS (équation d'observation). La principale difficulté repose sur le fait que l'estimation des états nécessite de connaître les associations des observations. Nous avons choisi d'utiliser la méthode du filtrage particulière pour estimer l'état du système à un instant donné en fonction des observations passées et courantes.

Dans notre application, nous avons la possibilité de choisir des configurations variables possèdent des bâtiments comme des obstacles, et des stations de bases comme source d'observation (mesures) du signal, et la spécification de la trajectoire du mobile

Mots-clés : géolocalisation, réseau cellulaire, modèle de Markov cachée, méthode Monto Carlo, filtres particulières.

ملخص:

هذه المذكرة تطرح الدراسة الإحصائية لمشكل التحديد الجغرافي لمتحرك ما داخل الشبكة الخلوية الحضرية. سننمذج هذا المتحرك بواسطة أنظمة حركية عشوائية ملتقطه بواسطة تجارب ملاحظات محطات القياس (معادلة الملاحظة). الصعوبة الرئيسية تكمن في إنجاز تقدير للحالات بناءً على الملاحظات المهيأة. لقد اخترنا إستعمال طريقة مصافي الجزئيات من أجل تقدير حالة النظام في لحظة معينة بدلالة الحالات السابقة والحالية. في تطبيقنا هذا يمكننا اختيارهيات مختلفة لشكل المنطقة الجغرافية، حيثتحتوي هذه المنطقة على عمارات كحواجز، ومحطات أساسية كمصدر ملاحظة (قياسات) للإشارة، وكذلك تعيين مسار المتحرك.

الكلمات الدلائلية :

التحديد الجغرافي، الشبكة الخلوية، نموذج ماركوف غير الظاهر، طريقة مونتني كارلو، مصافي الجزئيات.

Sommaire

Introduction générale

Chapitre 1 : Système GSM et Antennes

1.1. Introduction	1
1.2. Le système cellulaire	1
1.3. Le réseau GSM	2
1.3.1. L'architecture réseaux du GSM	2
a) Le sous-système radio BSS (Base Station Sub-System)	3
b) Le sous-système d'acheminement NSS (Network Sub-System)	3
c) Le sous-système d'exploitation et de maintenance OSS	4
1.3.2. Les fréquences utilisées	5
1.4. Propagation des ondes électromagnétiques	5
1.4.1. Définition une onde électromagnétique	5
1.4.2. Rappel sur les équations de Maxwell.	6
1.4.3. Équation d'onde électromagnétique dans le vide	7
1.4.4. Caractéristiques d'une onde électromagnétique	8
1.4.5. Les phénomènes de propagation	8
a) La réflexion	8
b) La réfraction	9
c) La diffraction	9
d) La diffusion	10
1.5. Les antennes	10
1.5.1. Définition	10
1.5.2. Antennes pour les stations fixes du service mobile	10
a) Les antennes directives].	11
b) Atténuation due aux effets de masques	12
1.5.3. Bilan de liaison	12
a) Atténuation en espace libre	12
b) Atténuation due aux effets de masques	13
1.6. Conclusion	14

Chapitre 2 : Le filtrage particulaire

2.1. Introduction	15
2.2. Modèle de Markov caché	15
2.2.1. Définition	15
2.2.2. Chaînes de Markov	15
2.2.3. Problèmes de base des HMM	16
2.3. Approximation particulaire	17
2.3.1. Méthodes de Monte Carlo	17
2.3.2. Simulation de variables aléatoires	19
a) Générateurs de nombres aléatoires	19
b) Méthode de l'inverse de la fonction de répartition	19
c) Méthode d'acceptation/rejet	21
2.3.3. Échantillonnage d'importance (Importance Sampling)	21
2.3.4. Les équations du filtrage particulaire	23
a) Problème de dégénérescence	26
b) Ré-échantillonnage	26
2.3.5. Redistribution	27
a) Redistribution multinomiale	28
b) Redistribution de Kitagawa	28
c) Redistribution Résiduelle	28
2.3.6. Les algorithmes du filtre particulaire	29
2.4. Conclusion	31

Chapitre 3 : Géolocalisation d'un mobile (Application au filtrage particulaire)

3.1. Introduction	32
3.2. Carte numérique	33
3.3. Système d'état	34
3.4. Système d'observation	34
3.5. Démarche de la simulation	35
3.5.1. Préparation de la plate forme	35
3.5.2. Estimation par filtrage particulaire	37
3.6. Interprétation des résultats	39
3.6.1. Rapport entre le nombre des particules et l'erreur d'estimation	39
3.6.2. Rapport entre le nombre des particules et le temps de calcul	41
3.6.3. Rapport entre le nombre des BTS et l'erreur d'estimation	42
3.6.4. Rapport entre le nombre d'obstacles et l'erreur d'estimation	46
3.7. Conclusion	48
Conclusion générale	
Bibliographie	
Annexes	

Introduction générale

Depuis quelques années, les techniques de la géolocalisation sont devenues de plus en plus importantes dans la vie quotidienne. Ces techniques permettent de connaître la position plus ou moins exacte d'un mobile (un individu ou un objet) dans un environnement donné. Une des applications les plus importantes de ces techniques est la géolocalisation des mobiles pour les surveillances tant civiles (contrôle du trafic aérien) que militaires (défense aérienne, ...etc.).

Le développement des services de géolocalisation est plus rapide et moins coûteux et répond à une demande croissante. Outre des applications militaires ou industrielles critiques exigeant une grande précision et robustesse, la géolocalisation s'ouvre au grand public. On peut citer par exemple les dernières technologies de téléphones mobiles équipés de modules de positionnement (GPS).

Le réseau GSM (*Global System for Mobile Communications*), est largement utilisé pour localiser un mobile équipé d'un téléphone portable, par mesure d'atténuation, ce qui permet d'avoir sa position dans un laps de temps restreint.

Dans le réseau GSM on dispose de trois approches de localisation, soit par mesure d'angle d'arrivée, temps d'arrivée ou par mesure du niveau de puissance du signal. Pour notre cas, nous avons choisi d'utiliser la dernière approche qui estime la distance entre le mobile et les stations de base.

L'objectif de notre mémoire est d'estimer la trajectoire d'un mobile pour trouver la meilleure position possible du mobile en un minimum de temps, ce problème décrit par un système d'équation non linéaire. La régulation de ce problème est par l'utilisation d'une des techniques du filtrage non linéaire. Dans notre travail on va utiliser *la méthode du filtrage*

particulaire. C'est une version séquentielle des méthodes de Monte Carlo pour résoudre le filtrage. Elle a été introduite par Del Moral, Rigal, Salut, Gordon, Salmond et Smith. Cette méthode propose de représenter la loi conditionnelle de l'état par un nombre fini de masses de Dirac pondérées. Un ensemble de points appelés *particules* est généré, chacune de ces particules représente un état probable du système. Les coefficients de pondération (poids) sur chaque particule sont une mesure du degré de confiance, que l'on peut avoir en ces dernières pour représenter effectivement l'état. Les particules évoluent suivant l'équation d'état du système (étape de prédiction) et les poids sont ajustés en fonction des observations (étape de correction). Notre choix, pour cette méthode, est justifié par les meilleurs résultats obtenus si elle est appliquée aux systèmes non linéaires.

Nous avons utilisé comme support de calcul numérique le fameux MATLAB sous sa version 7.10.

Notre travail repose essentiellement sur les travaux de Mr. Fabien Campillo [26]. Notre objectif est de maîtriser cette technique d'estimation d'états cachés. Dans notre cas, le scénario choisi est variable, c'est-à-dire qu'on peut choisir n'importe quelle configuration, ce qui nous a permis de bien tester les performances de cette technique et aller au bout de ces limites.

Notre mémoire est réparti sur trois chapitres, comme suit :

Dans le *1^{er} chapitre*, une introduction sur le système cellulaire est donnée, afin de bien connaître les éléments de base de ce système, ainsi qu'une étude sur le niveau du signal durant la propagation de l'onde électromagnétique.

Ensuite et dans le *chapitre 2*, une étude sur la méthode d'estimation des états cachés par filtrage particulaire est détaillée.

À la fin, le 3^{ème} chapitre est consacré à l'explication de notre application pour la localisation d'un mobile dans une zone géographique couverte par un système cellulaire.

Chapitre 1

Système GSM et Antennes

1.1. Introduction

Nous parlons dans ce chapitre de l'architecture des réseaux cellulaires surtout le réseau GSM. C'est un réseau utilisé pour la communication sans fils. Les communications sans fil connaissent une très grande croissance mondialement, car il est devenu plus économique et plus rapide d'installer des réseaux sans fil que de mettre en place une infrastructure filaire pour assurer la couverture géographique.

Aussi nous rappelons sur les antennes les plus utilisées dans le réseau cellulaire, dont chaque type d'antenne est utilisé selon la zone de couverture. Ainsi que l'atténuation dans la transmission du signal entre l'antenne et le mobile, il est causé par les obstacles rencontrés le signal.

1.2. Le système cellulaire

Le réseau de cellule est formé par plusieurs cellules. Chaque cellule est servie par une station de base qui consiste d'un émetteur, un récepteur et une unité de contrôle [1].

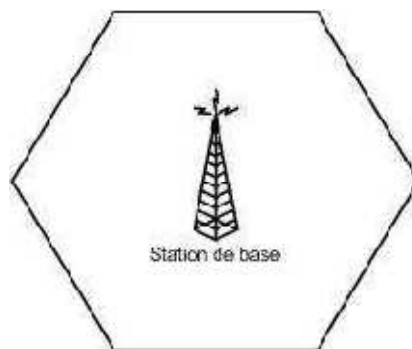


Figure.1.1 : Une cellule [1]

Pour palier au problème de limitation de fréquence, chaque zone géographique à desservir est découpée en cellules de taille variable. Dont la puissance d'émission varie selon la taille de la cellule. Nous pouvons ainsi distinguer plusieurs types de cellules [2][3]:

- ✓ **Les macro-cellules** : Ce sont des cellules de tailles importantes allant jusqu'à 35 Km, adaptées aux zones rurales faiblement peuplées. Vu leur tailles les émetteurs doivent fournir des puissances très grandes.

- ✓ **Les micro-cellules** : adaptées aux zones urbaines denses, se sont des cellules de très petites tailles de quelques centaines de mètres de rayon. Elles permettent d'écouler un trafic important par unité de surface.
- ✓ **Les pico-cellules** : de rayon de quelques dizaines de mètres sont adaptées à la propagation à l'intérieur des bâtiments.

La forme hexagonale des cellules a été universellement adoptée comme représentation théorique du dessin cellulaire. En effet l'hexagone désigne la forme géométrique la plus proche du cercle (propagation des ondes radio dans un espace sans obstacles) [3].

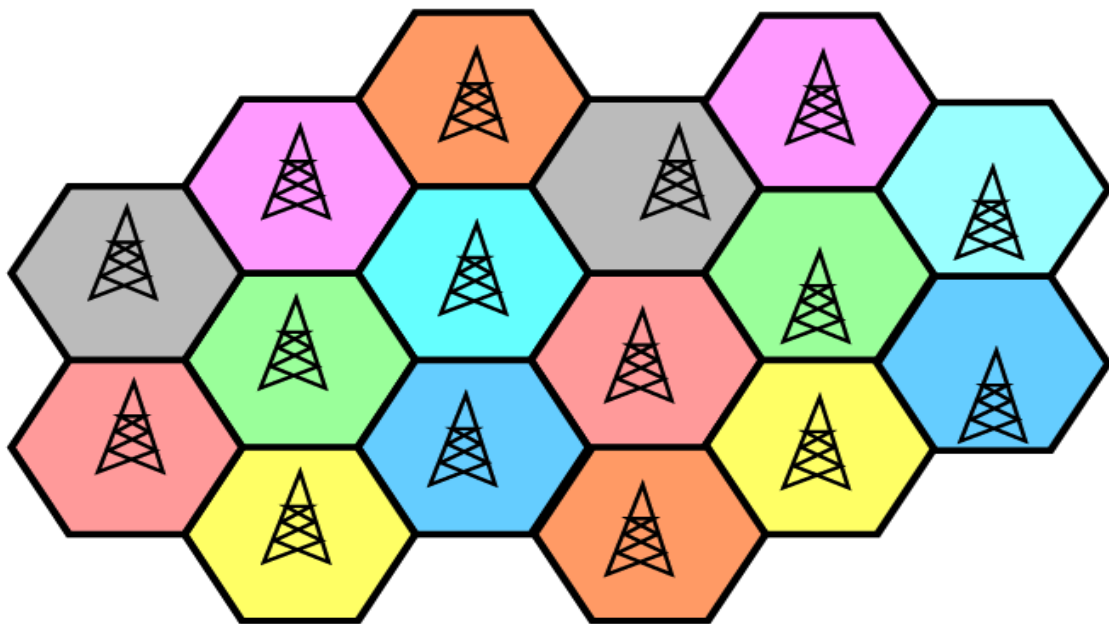


Figure.1.2 :Réseau cellulaire typique [4].

1.3.Le réseau GSM

Le GSM pour « Global System for Mobile communication » est une norme de communication cellulaire radiophonique. Il assure un ensemble de services de télécommunications aux utilisateurs quelques soient leurs déplacements à l'intérieur d'un territoire [2][3].

1.3.1.L'architecture réseaux du GSM

Est un réseau de radiotéléphonie a pour premier rôle de permettre des communications entre deux abonnées mobiles. [2]

Le réseau GSM est composé de trois sous ensembles [2] :

- **NSS** : Network and Switching Subsystem : Communication et interconnexion avec les autres réseaux
- **BSS** : Base Station Subsystem : transmission depuis le mobile vers le NSS
- **OSS** : Operation Subsystem: Administration du réseau GSM

a) Le sous-système radio BSS (Base Station Sub-System)

Le BSS est principalement composé de trois parties comme suivants :

- ✓ *MS (Mobile Station)* : la MS est le mobile GSM, est composé d'un équipement électronique, et la carte SIM (Subscriber Identity Module) [2], et suffisent à réaliser l'ensemble des fonctionnalités nécessaires à la transmission et à la gestion des déplacements (localisation) à partir de la station mobile (MS) [3].
- ✓ *BTS (Base Transceiver Station)* : il réalise les fonctions principales suivantes :
 - BTS : ensemble d'émetteurs/récepteurs ou TRX (Transmitter/Receiver) [5].
 - Management de la transmission et la réception radio (modulation/démodulation, codage, correcteur d'erreurs...) [3][5].
 - Assure le lien radioélectrique entre le réseau terrestre et les stations mobiles [2].
- ✓ *BSC (Base Station Controller)* : contrôle les stations de base et assure la commutation entre les ressources terrestres et radio [2].

b) Le sous-système d'acheminement NSS (Network Sub-System)

Réalise les tâches suivantes :

- ✓ Acheminement des communications (gestion des appels, gestion de la mobilité, gestion des abonnées) [5].
- ✓ Assure le routage et le transport des données entre deux abonnés [2].

Le NSS est constitué par trois entités principales [2] :

- Le *MSC (Mobile service Switching Center)* : il assure l'inter fonctionnement du système cellulaire avec les différents réseaux de télécommunication.
- L'*HLR (Home Location Register)* : c'est une base de données où sont enregistrées les données de références propres à chaque abonné.

- Le VLR (Visitor Location Register) : cette entité contient les données de travail relatives aux abonnés présents dans la zone du MSC. Il permet de minimiser l'accès au HLR.

c) Le sous-système d'exploitation et de maintenance OSS (Operation Sub-System)

Assuré les fonctions suivantes:

- administrative du réseau (Maintenance, Performances, Sécurité...)[5].
- Centre d'authentification (AUC)[5].
- Enregistreur des identités d'équipements EIR [2].
- Modification des configurations du réseau [3].

On résumer l'architecture générale du réseau GSM est représenté par la figure ci-dessous :

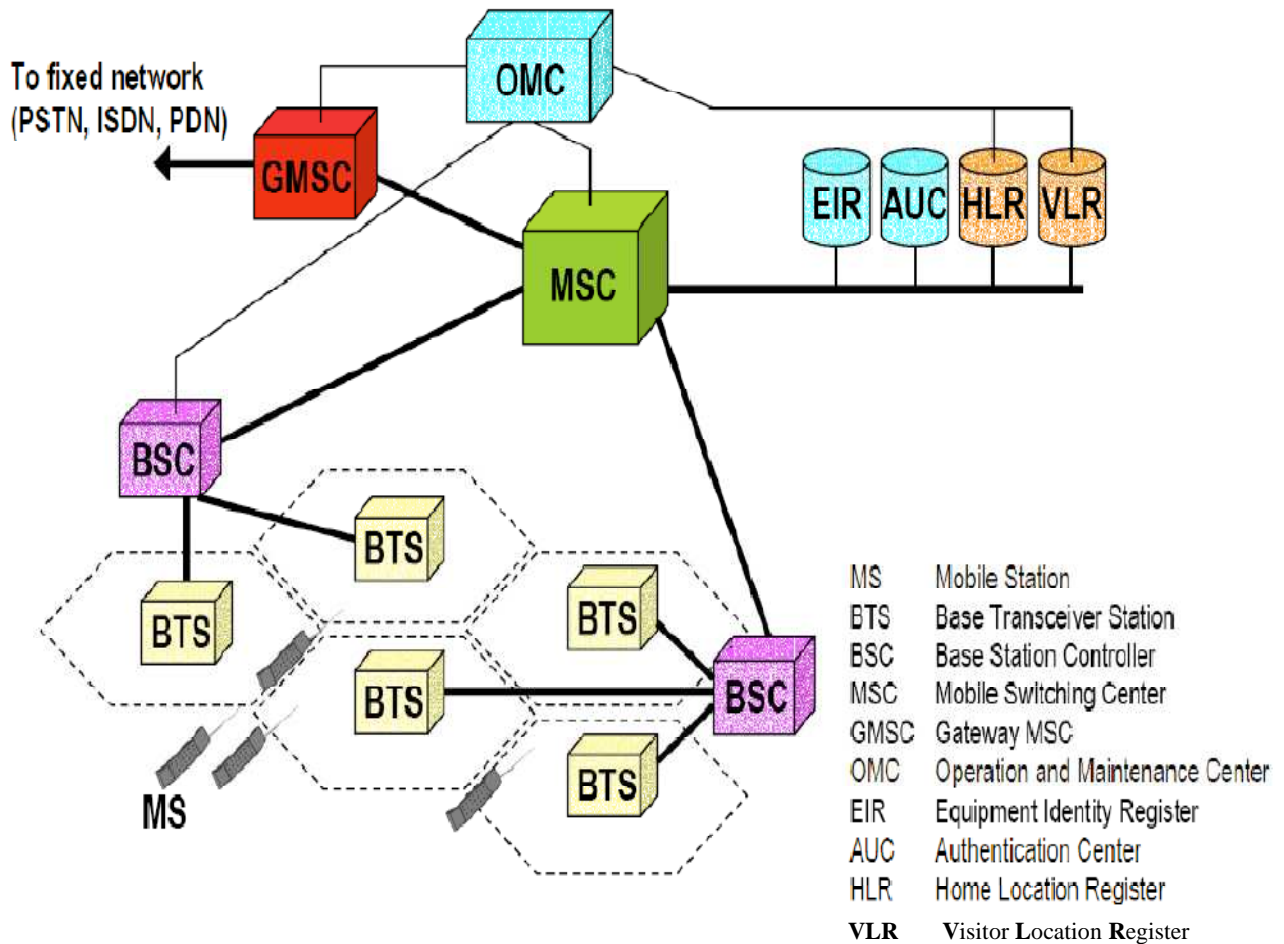


Figure.1.3 :Architecture générale d'un réseau GSM [1]

1.3.2. Les fréquences utilisées

Le GSM est un système radiophonique à qui l'on a alloué deux bandes de fréquences larges de 25MHz chacune [2] :

- 880 à 915 MHz pour les communications du mobile vers le fixe.
- 925 à 960 MHz pour les communications du fixe vers le mobile

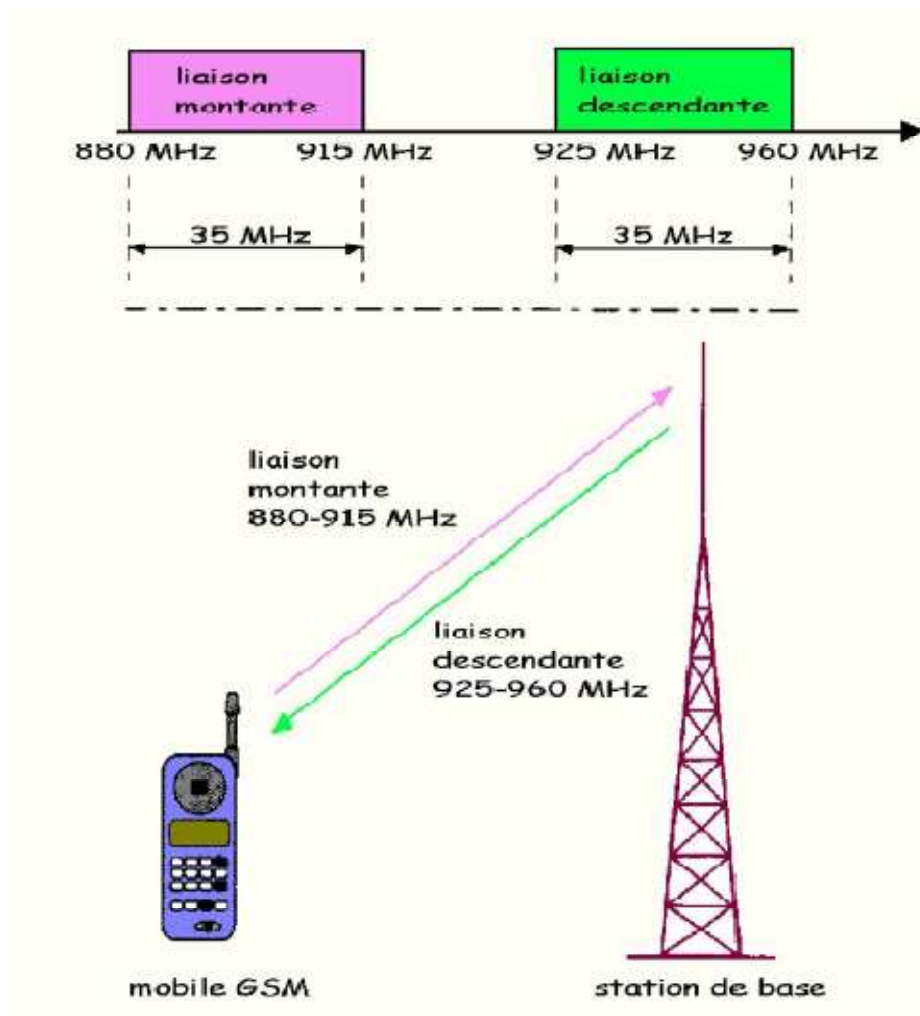


Figure.1.4 : Liaison entre mobile et station de base pour le réseau GSM [6]

1.4. Propagation des ondes électromagnétiques

1.4.1. Définition une onde électromagnétique

Les ondes électromagnétiques. Ils créent par deux champs l'un électrique et l'autre magnétique. Ils oscillent transversalement à la même fréquence, dans une direction d'oscillation perpendiculaire à celle du champ électrique. [7]

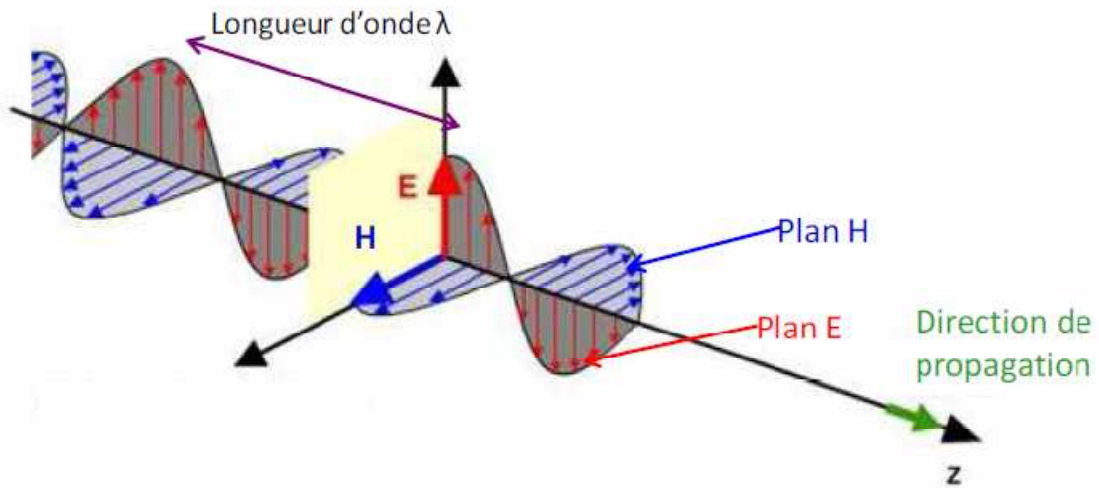


Figure.1.5 : Représentation d'une onde électromagnétique se propageant dans l'espace [8]

1.4.2. Rappel sur les équations de Maxwell

Les équations de Maxwell représentent les bases de l'électromagnétisme, c'est à dire que ces équations permettent de décrire les évolutions spatio-temporelles du champ électrique et du champ magnétique [9].

$$\text{MG: Maxwell - Gauss : } \operatorname{div} \vec{D} = \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho \quad (1.1)$$

$$\text{M}\emptyset. \text{ Maxwell - flux : } \operatorname{div} \vec{B} = \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (1.2)$$

$$\text{MF: Maxwell - Faraday : } \overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{E} = \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1.3)$$

$$\text{MA: Maxwell - Ampère : } \overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{H} = \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (1.4)$$

Avec :

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}, \text{ et } \vec{B} = \mu_0 \vec{H} :$$

Dans le vide, il n'y a pas de charges donc pas de courants ($\rho = 0$ et $\vec{j} = \vec{0}$, Les équations de Maxwell deviennent alors [9]:

$$\operatorname{div} \vec{E} = 0 \quad (1.5)$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (1.6)$$

$$\overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1.7)$$

$$\overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (1.8)$$

Avec :

$$\frac{1}{c^2} = \epsilon_0 \mu_0$$

Où :

\vec{E} : est le champ électrique [V/m].

\vec{B} : est le champ magnétique [Tesla].

\vec{D} : L'induction électrique (déplacement électrique) [C/m²].

ϵ : La permittivité diélectrique absolue du milieu [F/m], $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$, avec : ϵ_r la permittivité relative du milieu, dans le vide.

Le terme $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ est communément appelé densité de courant de déplacement.

t : temps [s].

μ : La perméabilité magnétique absolue du milieu [H/m], $\mu = \mu_0 \mu_r$, avec μ_r la perméabilité magnétique relative. $\mu_r = 1$ pour un milieu non magnétique.

1.4.3. Équation d'onde électromagnétique dans le vide

A partir des équations de Maxwell on peut trouver l'équation de propagation de l'OEM dans le vide [10]:

- En fonction du champ électrique :

En prenant le rotationnel de l'équation (1.7) alors :

$$\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot}\vec{E}) = -\frac{\partial}{\partial t}(\overrightarrow{rot}\vec{B}) \quad (1.9)$$

avec:

$$\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot}\vec{E}) = \overrightarrow{grad}(\text{div}\vec{E}) - \Delta\vec{E} = -\Delta\vec{E} \quad (1.10)$$

En remplace l'équation (1.8) dans l'équation (1.9)

$$-\Delta\vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \quad (1.11)$$

$$\Delta\vec{E} = \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (1.12)$$

- En fonction le champ magnétique

En prenant le rotationnel de l'équation (1.8) alors

$$\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot}\vec{B}) = \overrightarrow{rot} \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

$$\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot}\vec{B}) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} (\overrightarrow{rot}(\vec{E})) \quad (1.13)$$

avec:

$$\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot}\vec{B}) = \overrightarrow{grad}(\text{div}\vec{B}) - \Delta\vec{B} = -\Delta\vec{B} \quad (1.14)$$

En remplace l'équation (1.7) dans l'équation (1.13)

$$-\Delta\vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) \quad (1.13)$$

$$\Delta \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} \quad (1.14)$$

Avec :

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \quad (1.15)$$

1.4.4. Caractéristiques d'une onde électromagnétique

Les ondes électromagnétiques sont caractérisées par [11]:

- La période : $T = \frac{1}{f}$ (temps mis par une vibration pour se retrouver dans le même état, en s).
- La vitesse de propagation v (dans le vide de même vitesse de lumière $v = c = 3.10^8 \text{ m/s}$).
- la longueur d'onde : $\lambda = \frac{c}{f}$ (longueur parcourue pendant une vibration, en m)

1.4.5. Les phénomènes de propagation

Les obstacles rencontrés par un champ électromagnétique lors d'une transmission agissent différemment et engendrent différents phénomènes en fonction de la taille des obstacles par rapport à la longueur d'onde, de leurs natures et de leurs formes [12].

Les phénomènes physiques de base de la propagation dans un milieu contiennent des obstacles sont : la réflexion, la réfraction, la diffraction, la diffusion et l'absorption [12]

a) La réflexion

Lorsque le milieu change, une partie de l'onde électromagnétique repart vers le milieu d'origine. La réflexion sur un obstacle (bâtiment,...), il cause une perte de puissance sur le signal. On donne la figure suivante pour illustrer le phénomène de réflexion [12][13] :

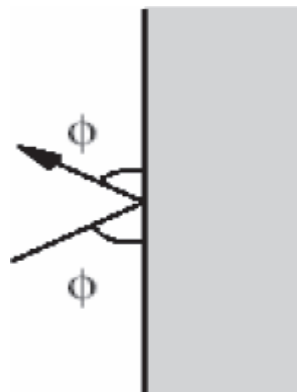


Figure.1.6 : Réflexion [12]

b) La réfraction

Lorsque le milieu change, d'un milieu à un autre avec des indices différents, la direction de propagation est déviée dans le deuxième milieu vers l'indice le plus grand [12][13].

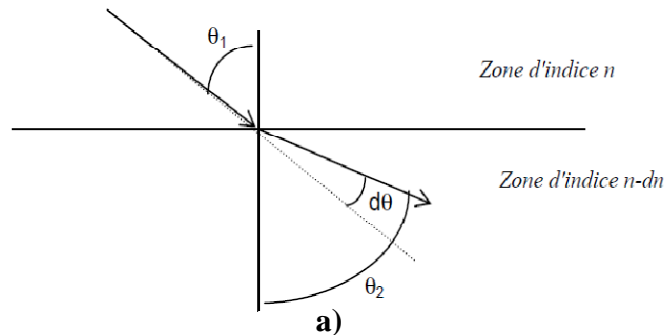


Figure.1.7 : La réfraction [12]

c) La diffraction

Cette phénomène produit lorsque la ligne visée entre l'émetteur et le récepteur est obstruée par un obstacle opaque, de grandes dimensions par rapport à la longueur d'onde ou alors sur des obstacles dont la dimension est proche de la longueur d'onde [14][15].

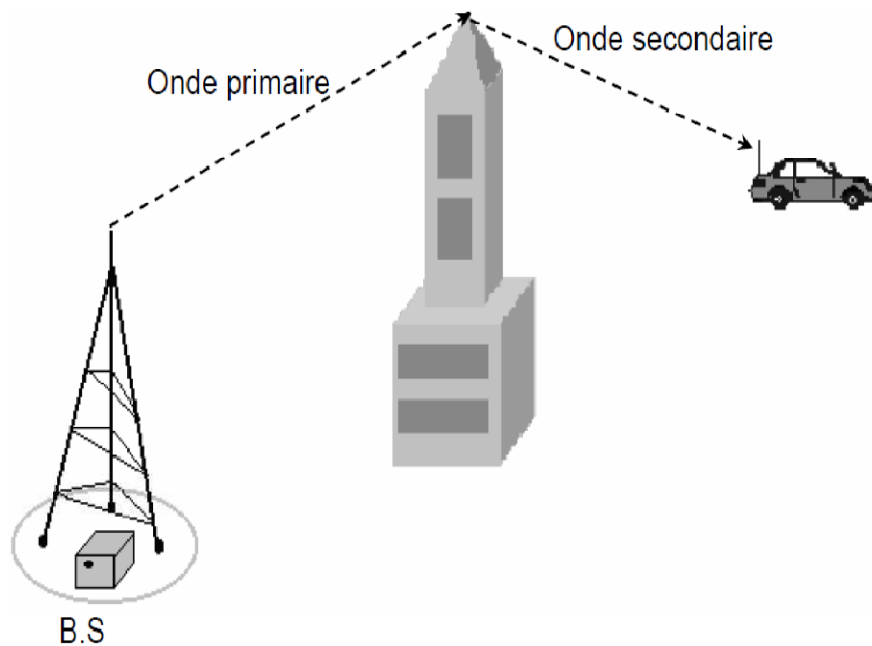


Figure.1.8 : La diffraction [14]

d) La diffusion

Lorsqu'une onde électromagnétique rencontre un milieu contenant beaucoup d'obstacle de dimensions comparables à la longueur d'onde. Dans ce cas l'onde est réémise dans toutes les directions avec des atténuations différentes [12] [13].



Figure.1.9: La diffusion [12]

1.5. Les antennes

1.5.1. Définition

L'antenne c'est un transducteur passif qui convertit les grandeurs électriques d'un conducteur ou d'une ligne de transmission (tension et courant) en grandeurs électromagnétiques dans l'espace (champ électrique et champ magnétique) et inversement [12].

1.5.2. Antennes pour les stations fixes du service mobile

On cite les antennes le plus utilisées dans les réseaux cellulaires :

- les antennes omnidirectionnelles : à monter en extérieur et principalement destinées aux zones rurales,
- antennes sectorielles,
- les antennes directionnelles à installer en extérieur sur des mâts et utilisées pour couvrir les zones urbaines et aussi rurales

En expliquons seulement ici les antennes utilisées pour la couverture des micro-cellules, sont les antennes directionnelles et omnidirectionnelles [16].

a) **Les antennes directives**

Ces antennes concentrent l'énergie dans une partie du plan horizontal. Dans ce cas, plusieurs antennes (généralement 2 ou 3) sont installées sur un même site (pylône ou bâtiment), de manière à couvrir les différentes directions. Ils sont utilisés généralement dans des réseaux point à point ou point à multipoint [12][16].

Les antennes sont caractérisées par leurs diagrammes de rayonnement, qui représentent leurs gains dans les différentes directions de l'espace [16].

Chaque station de base couvre trois régions comme montré dans la figure 10.

On donne la figure ci-dessous pour illustrer le rayonnement d'une antenne directive

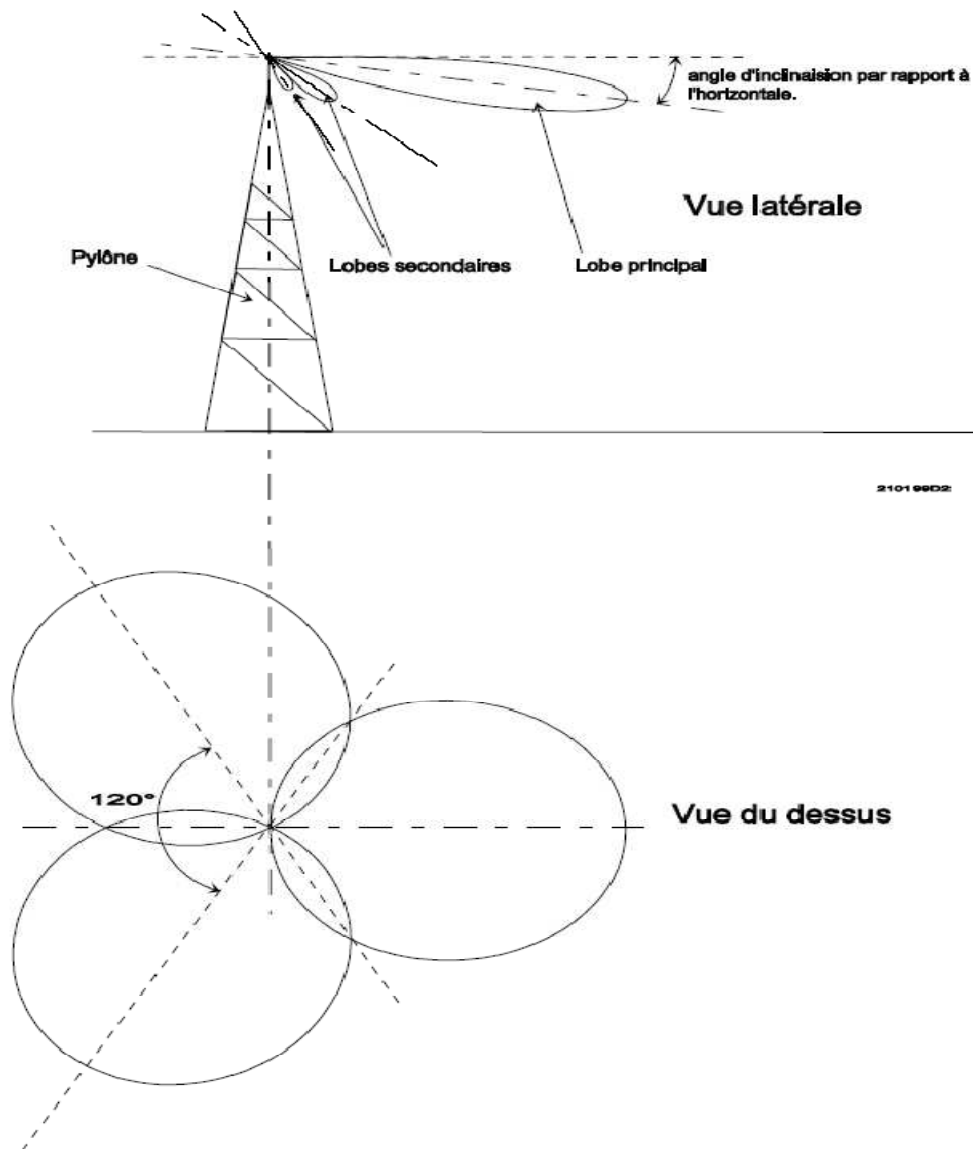


Figure.1.10 : Diagrammes de rayonnement d'une antenne directionnelle dans les plans vertical (en haut) et horizontal (en bas) [16].

b) Les antennes omnidirectionnelles

Ces antennes rayonnent la même puissance dans toutes les directions du plan horizontal, elles sont constituées d'un réseau de dipôles et ont l'aspect d'un barreau vertical. Ils sont utilisés pour des liaisons de type point a multipoint [16][17].

La figure ci-dessous illustre le rayonnement d'une antenne omnidirectionnelle.

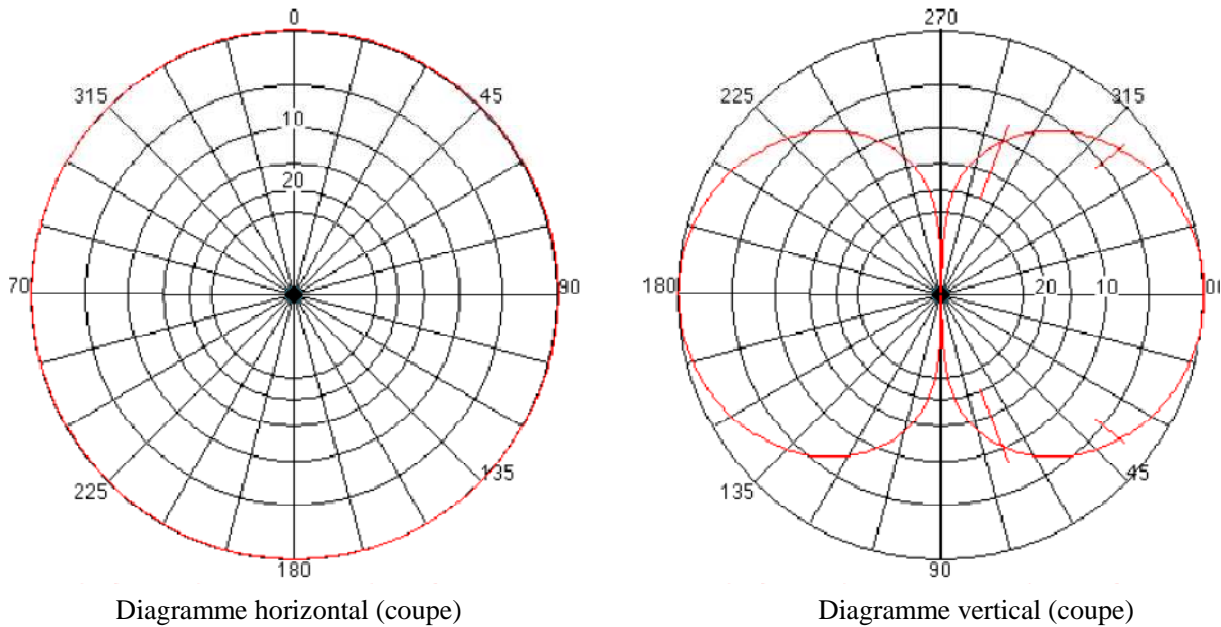


Figure.1.11 :Diagrammes de rayonnement d'une antenne omnidirectionnelle [18].

1.5.3. Bilan de liaison

Le bilan de liaison permet d'évaluer l'ensemble des paramètres permettant de vérifier l'équilibrage de la liaison [8][20].

- Déterminer la puissance reçue connaissant la puissance émise, les caractéristiques des antennes et la perte liée à la propagation de l'onde électromagnétique, et en déduire la qualité du signal reçu.
- Déterminer la perte de propagation maximale connaissant la puissance émise.

a) Atténuation en espace libre

La puissance reçue P_r par une antenne de gain G_r est donnée par la formule suivante [8][20] :

$$P_r = \frac{P_t G_t G_r}{(4\pi \frac{d}{\lambda})^2} \quad (1.16)$$

La puissance reçue diminue avec le carré de la distance. Il s'agit d'une perte de propagation aussi appelée **PathLoss**. Cette perte de propagation en espace libre L_s peut s'écrire :

$$L_s = \frac{P_t G_t}{P_r G_r} = \frac{\lambda^2}{(4\pi d)^2} = \left(\frac{4\pi}{c} \times d \times f \right)^2 \quad (1.17)$$

La perte en dB

$$L_s(\text{dB}) = 32.4 + 20 \log(d(\text{km})) + 20 \log(f(\text{MHz})) \quad (1.18)$$

Avec :

P_r : La puissance du signal reçu, par la BTS.

P_t : Puissance du signal émis

G_t : Gain antenne d'émission

G_r : Gain antenne de réception

b) Atténuation due aux effets de masques

L'atténuation la plus forte que peut subir la puissance du signal est due aux obstacles naturels ou artificiels (arbres, bâtiments,...) [14].



Figure.1.12 : Bâtiment situé dans le faisceau [16]

Le modèle des pertes de puissance en présence des obstacles est une formule en fonction de la distance « d » entre les antennes d'émission (BTS) et de réception (mobile) comme suit [19][21][22] :

$$P_r = P_t \left(\frac{d}{d_0} \right)^\alpha \quad (1.19)$$

$$P_r(dB) = P_t - \alpha 10 \log \left(\frac{d}{d_0} \right) \quad (1.20)$$

Avec :

P_r : La puissance du signal reçu, par la BTS.

P_t : Puissance du signal émis

α : L'indice du milieu (variable aléatoire)

d_0 : Distance de référence

D'où cette variable aléatoire α correspond à la nature de milieu de propagation. Pour cela on donne le tableau suivant pour différents milieux [23] :

Engrènement	α
L'espace libre	2
Radio cellulaire dans la ville (GSM urbain)	De 2.7 à 3.5
Radio cellulaire dans la ville : liaison obstruée	De 3 à 5
L'intérieur des bâtiments- liaison directe	< 2
L'intérieur des bâtiments- liaison sans visibilité	De 4 à 6
Liaison sans visibilité dans les usines	De 2 à 3

Tableau.1.1 : Paramètre α en fonction de l'environnement

1.6. Conclusion

Le réseau cellulaire consiste à organiser le découpage du réseau en cellules de façon à satisfaire les contraintes de couverture et de trafic. Et chaque cellule créée par une antenne, dont la taille de la cellule correspond de la géographie de la zone. Et le niveau du signal est en fonction de la distance entre le mobile et l'antenne du BTS.

Chapitre 2

Le filtrage particulaire

2.1. Introduction

Le filtrage particulaire est une technique utilisée pour l'estimation de modèles non linéaires à distribution Gaussiennes ou non, elle utilisée dans plusieurs domaines (localisation, poursuite, vision, ...etc.). Elle consiste à estimer l'état d'un système dynamique à partir d'observations partielles et bruitées. On cherche à chaque instant à estimer la vraie valeur de l'état à partir des observations. Utiliser une technique numérique permettant d'approcher la distribution de probabilité conditionnelle de l'état sachant les observations, au moyen de la distribution empirique d'un système de particules. Les particules se déplacent selon des réalisations indépendantes, à partir de l'équation d'état. Elles sont corrigées ou pondérées en fonction de leur cohérence avec les observations.

Pour cela nous présentons le modèle stochastique de Markov caché (MMC), est un modèle statistique permettant de représenter un processus de Markov dont l'état est non observable.

2.2. Modèle de Markov caché

2.2.1. Définition

Dans un modèle de Markov Caché (HMM pour **H**idden **M**arkov **M**odel), l'état courant interne du système n'est pas directement observable, il est caché. Pour cela en revanche, une autre variable est observable, et est conséquence de cet état interne. Cette variable est appelée *observation*, où chaque observation associé à une fonction de densité de probabilité [24] [25].

2.2.2. Chaînes de Markov

On considère un processus $X = (X_n)_{n \geq 0}$ à valeurs dans Ω , a une loi de probabilités $P(X_{0:n} = x_{0:n})$ pour tout $n \geq 0$ et $x_0, x_1, \dots, x_n \in \Omega$ vérifie la loi conditionnelle suivante : [26]

$$P(X_{0:n} = x_{0:n}) = P(X_0 = x_0) \times P(X_1 = x_1 | X_0 = x_0) \times P(X_2 = x_2 | X_{0:1} = x_{0:1}) \\ \times \dots \times P(X_n = x_n | X_{0:n-1} = x_{0:n-1}) \quad (2.1)$$

Ce processus est dit *markovien* lorsque :

$$P(X_n = x_n | X_{0:n-1} = x_{0:n-1}) = P(X_n = x_n | X_{n-1} = x_{n-1}) \quad (2.2)$$

Ainsi la loi d'un tel processus possède une structure particulière :

$$P(X_{0:n} = x_{0:n}) = P(X_0 = x_0) \prod_{k=1}^n P(X_k = x_k | X_{k-1} = x_{k-1}) \quad (2.3)$$

Ce processus à une loi initiale définit par :

$$f(x) \triangleq P(X_0 = x), \forall x \in \Omega$$

Et la probabilité de transition :

$$\pi(x, y) \triangleq P(X_k = x_k | X_{k-1} = x_{k-1}), \forall x, y \in \Omega \quad (2.4)$$

La chaîne de Markov est homogène si π ne dépend pas de k . [27]

$$\pi(x, y) \triangleq P(X_k = x_k | X_{k-1} = x_{k-1}) = P(X_1 = y | X_0 = x) \text{ pour tout } k \quad (2.5)$$

Toute matrice de transition vérifie les propriétés suivantes : [28]

- (1) Pour tout couple (x, y) de Ω , $0 \leq \pi(x, y) \leq 1$.
- (2) Pour tout $x \in \Omega$, on a $\sum_{y \in \Omega} \pi(x, y) = 1$.

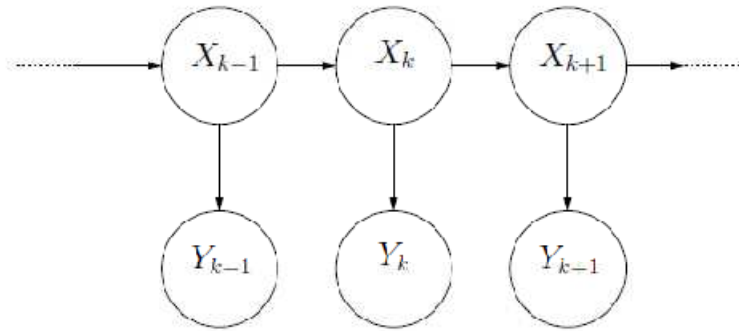


Figure.2.1 : Représentation graphique d'un processus markovien caché, $\{X_k\}$ est le processus indirectement observé par Y_k . [29]

2.2.3. Problèmes de base des HMM

On considère une chaîne de Markov $X = (X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ à espace d'états Ω fini de loi initial f et de matrice de transition π . Avec la chaîne X est caché (n'est pas directement observable). On dispose d'observations $Y = \{Y_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ à valeur dans un espace d'observation O . On suppose que les observations sont recueillies au travers d'un canal sans mémoire, c'est-à-dire que, conditionnellement aux états X_n . Chaque observation ne dépend que de l'état X_n , et mutuellement indépendantes. On notera $\varphi(x, y)$ la vraisemblance associée. [26]

Dans le cas dénombrable comme dans le cas continu, il y a trois problèmes de bases sont soulevés par l'utilisation des HMM sont : [26] [30] [31] [32]

- Étant donnée la séquence d'observations $Y_{0:n}$, et les paramètres du modèle $M = (f, \pi, \varphi)$. Pour le calcul de la vraisemblance de la séquence d'observation, la solution est l'utilisation de l'algorithme « Forward » de Baum.
- Étant donnée la séquence d'observations $Y_{0:n}$, et les paramètres du modèle $M = (f, \pi, \varphi)$. Pour choisir une séquence d'états $X_{0:n}$ optimale, dans un certain sens, on peut considérer les trois cas suivants:

1. l'estimation de l'état courant X_n , est un problème de filtrage résolu par l'algorithme « Forward » de Baum;
 2. l'estimation d'un état intermédiaire X_k (pour $k < n$), est un problème de lissage résolu par les algorithmes « Forward » et « Backward » de Baum;
 3. l'estimation de la trajectoire complète $X_{0:n}$, ce point est résolu par l'algorithme de Viterbi.
- Étant donnée la séquence d'observations $Y_{0:n}$, comment ajuster les paramètres $M = (f, \pi, \varphi)$ du modèle (apprentissage), pour maximiser $\varphi(x, y)$. Ce point est résolu par l'algorithme de « Baum-Welch », avec : [26]

$$\varphi(x, y) \triangleq P(Y_n = y | X_n = x) \quad x \in \Omega, y \in O \quad (2.6)$$

Après l'explication du modèle de Markov caché, on déplace à l'approximation particulaire pour estimer l'état caché par une observation disponible.

2.3. Approximation particulaire

L'approximation particulaire est basée sur une méthode de Monte-Carlo, qui consiste à simuler des échantillons de la loi a posteriori. [26]

2.3.1. Méthodes de Monte Carlo

Les méthodes de Monte-Carlo, sont définies comme étant des techniques statistiques, ayant pour but d'estimer la valeur des différents moments d'une distribution, à l'aide d'un échantillon aléatoire [33]. Elles représentent des techniques de génération d'échantillons aléatoires à partir de densités de probabilité [34].

Soit X une variable aléatoire dans \mathcal{R}^d distribuée selon la loi de densité de probabilité f , et $(X^i)_{i=1:\dots:N}$ des variables aléatoires indépendantes sur \mathcal{R}^d de même loi que X . Pour toute fonction g mesurable bornée de $\mathcal{R}^d \rightarrow \mathcal{R}$. [35]

On souhaite estimer numériquement, à partir d'une méthode de simulation de Monte Carlo, le paramètre d'intérêt I_g . [36]

$$I_g = \int_{\mathcal{R}^d} g(x) f(x) dx = E[g(x)] \quad (2.7)$$

Où : $f(x) \geq 0$ et $\int_{\mathcal{R}^d} f(x) dx = 1$.

La méthode de Monte Carlo standard, consiste à réaliser N tirages aléatoires indépendants (ξ_1, \dots, ξ_N) suivant la loi f et à considérer :

$$c_g = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g(\xi_i) \quad (2.8)$$

La loi des grands nombres assure que, presque sûrement (p.s), la moyenne empirique tend vers l'espérance :

$$c_g = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g(\xi_i) \xrightarrow{N \rightarrow \infty} E[g(X)] \quad (2.9)$$

La variance de c_g vaut :

$$\text{var}(c_g) = \frac{\sigma^2}{N} \quad (2.10)$$

Avec :

$$\sigma^2 = \int (g(x) - E[g(x)])^2 f(x) dx \quad (2.11)$$

Le théorème central limite nous donne la loi de l'erreur de $(g(x) - E[g(x)])$ quand N tend vers l'infini.

$$\frac{\sqrt{N}}{\sigma} (g(x) - E[g(x)]) \xrightarrow{N \rightarrow \infty} \mathcal{N}(0,1) \quad (2.12)$$

Avec : $\mathcal{N}(0,1)$ est la loi normale centrée réduite.

Où : $\sigma^2 = \text{var}[g(x)]$

Ce dernier résultat (2.12) est très important en pratique, il permet par exemple d'écrire : [26][37]

$$I_g = c_g \mp \sigma^N \frac{1.96}{\sqrt{N}}$$

un intervalle de confiance pour $E[g(x)]$ avec probabilité $\simeq 0.95$.

En général σ^N ne sera pas calculable et on l'approximera par une méthode de Monte-Carlo puisque :

$$(\sigma^N)^2 \triangleq \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g^2(\xi_i) - \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g(\xi_i) \right)^2$$

La vitesse de convergence est donc de l'ordre de $\frac{1}{\sqrt{N}}$. Cette vitesse peut paraître faible en petite dimension, mais présente les avantages : [37]

- d'être insensible à la dimension ;
- de ne pas dépendre de la régularité de la fonction g à intégrer, pourvu que $g(x_1)$ soit de carré intégrable.

On remarque cependant le rôle important joué par l'écart-type σ dans la qualité de l'approximation. Par ailleurs on peut se demander s'il est possible de diminuer σ dans (2.12), c'est le problème de réduction de variance.

2.3.2. Simulation de variables aléatoires

Comment générer une suite de nombres $\xi^1 \dots \xi^N$ dits *pseudo aléatoires*, qui "ressemblent" à un échantillon de taille N de la loi de densité $f(x)$? [26]

Tous les langages de programmation des ordinateurs possèdent un générateur de nombres pseudo-aléatoires. Il s'agit d'un programme qui génère une suite de nombres parfaitement déterministe, et en plus périodique, mais dont les propriétés statistiques lui donnent beaucoup de caractéristiques de la réalisation d'une suite de variable aléatoire indépendantes, toutes de loi uniforme sur l'intervalle $[0, 1]$. [38]

a) Générateurs de nombres aléatoires

À l'aide de changement de variables, certains générateurs se déduisent de générateurs de lois uniformes. [26]

Pour générer des nombres aléatoires issus de la loi Normale, une approche largement utilisée est la méthode de Box-Muller. Elle utilise le fait que si η_1 et η_2 sont deux tirages indépendants sur $\mathcal{U}[0, 1]$, alors : [39]

$$X_1 = (-2 \log (\eta_1))^{1/2} \cos (2\pi\eta_2)$$

$$X_2 = (-2 \log (\eta_1))^{1/2} \sin (2\pi\eta_2)$$

Sont deux tirages indépendants issus d'une loi Normale centrée réduite $\mathcal{N}(0,1)$.

b) Méthode de l'inverse de la fonction de répartition

La méthode d'inversion utilise la fonction de répartition. Soit F_x la fonction de répartition d'une variable aléatoire. X . Alors :

$$\forall x \in \mathcal{R}, F_X(x) = \int_{-\infty}^x f(x)dx = P(X \leq x) \quad (2.13)$$

Nous définissons l'inverse, $F^{-1}(x)$ de cette fonction par : [36]

$$\forall u \in]0,1[, F^{-1}(u) \triangleq \inf \{ x \in \mathcal{R}; F(x) \geq u \} \quad (2.14)$$

On se donne un N -échantillon de la loi uniforme $\omega^{1:N} \rightarrow \mathcal{U}[0,1]$ et on pose :

$\xi^i = F^{-1}(u^i)$ alors : $\xi^{1:\dots:N} \sim f(x)$. Voir (fig.2.2).

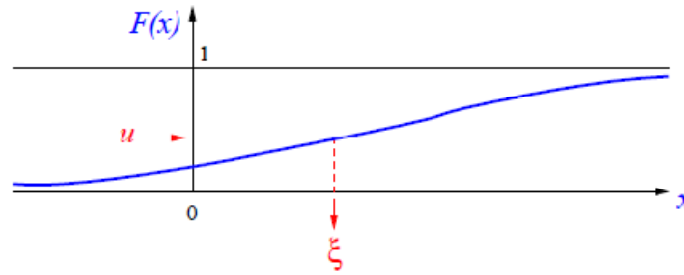


Figure.2.2 : Méthode de la fonction de répartition [26]

La génération d'une variable aléatoire selon une loi discrète est donnée par l'algorithme 1.

```

 $u \sim U[0, 1]$ 
 $j \leftarrow 1$ 
Tant que  $\omega^1 + \dots + \omega^j < u$  faire
 $j \leftarrow j + 1$ 
Fin tant que
 $\xi \leftarrow x^j$ 
rendre  $\xi$ 
    
```

Algorithme.2.1: Générateur de la loi discrète $f(x) = \sum_{i=1}^N \omega^i \delta_{x^i}(x)$ par la méthode de l'inverse de la fonction de répartition [26].

Cette méthode s'applique par exemple à la loi exponentielle ou à la loi de Weibull. On peut également l'appliquer à la loi discrète : $P(X = x^i) = \omega^i$ avec $\omega^i \geq 0$ et $\sum_{i=1}^N \omega^i = 1$ i.e. $f(x) = \sum_{i=1}^N \omega^i \delta_{x^i}(x)$. On obtient alors l'algorithme 3 (voir § 2.3.4.b). [26]

Exemple de simulation d'une loi exponentielle [37] [38]

Rappelons qu'une variable aléatoire X suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$ si et seulement si pour tout $z, x \in \mathcal{R}$, de densité $f(z) = \lambda e^{-\lambda z}$

Alors : $F(x) = \int_0^x \lambda e^{-\lambda z} dz = 1 - e^{-\lambda x}$

$F^{-1}(u) \triangleq -\frac{\log(1-u)}{\lambda}$

Si $u \approx \mathcal{U}[0, 1]$, la variable X a donc la même loi que $\frac{-\log(1-u)}{\lambda}$ et aussi par symétrie que $\frac{-\log(u)}{\lambda}$.

c) Méthode d'acceptation/rejet

On veut simuler une variable aléatoire X dont la loi a pour densité f et on suppose qu'il existe une loi de densité g facilement simulable et une constante $c > 0$ telles que : [40]

$$f(x) \leq c g(x) \quad \forall x \in \mathcal{R} \quad (2.15)$$

La méthode est composée des étapes suivantes : [41]

1. Tirer un échantillon u selon la distribution $\mathcal{U}[0, 1]$;
2. Tirer un échantillon ξ selon la distribution $\tilde{f}(\xi)$, indépendante de u ;
3. Si $u \leq \frac{f(\xi)}{c \tilde{f}(\xi)}$ la méthode renvoie $x = \xi$, autrement elle rejette ξ et retourne à l'étape 1

Soit l'algorithme 2 de rejet suivant :

```

répéter
 $u \sim \mathcal{U}[0, 1]$ 
 $\xi \sim \tilde{f}(x)$ 
Jusqu'à  $u \leq \frac{f(\xi)}{c \tilde{f}(\xi)}$ 
Rendre  $\xi$ 
    
```

Algorithme.2.2 : Générateur d'une loi $f(x)$ par méthode d'acceptation/rejet. [26]

Exemple : Cauchy → Normale [42]

Supposons de vouloir générer des nombres à partir de la densité de probabilité suivante :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-x^2/2)$$

Loi de proposition

$$\tilde{f}(x) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{1+x^2}$$

Choix de c :

$$\frac{f(x)}{\tilde{f}(x)} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} (1+x^2)e^{-x^2/2} \leq \sqrt{\frac{2\pi}{e}} = 1.52$$

Valeur atteinte en ± 1 . Probabilité d'acceptation $1/c = 0.66$.

2.3.3. Échantillonnage d'importance (Importance Sampling)

La procédure « Importance Sampling » est couramment utilisée pour améliorer la qualité des estimations d'intégrales par les méthodes de Monte Carlo. La démarche est naturelle. Elle consiste simplement à donner plus d'importance aux points les plus cruciaux [43].

Considérons une loi $f(x)$ absolument continue par rapport à une autre loi $\tilde{f}(x)$.

On appelle $\tilde{f}(x)$ la densité d'importance. Avec : [44]

$$f(x) = 0 \Rightarrow \tilde{f}(x) = 0 \quad (2.16)$$

et $\tilde{f}(x) > 0$ quand $f(x) > 0$

L'approximation (2.7) de (2.8) est valide pour toute fonction g . Il s'agit donc d'une approximation de la loi $f(x)$, en effet : [26]

$$f(x) = f^N(x) \triangleq \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta_{\xi^i}(x) \quad \text{où : } \xi^{1:N} \stackrel{iid}{\sim} f(x) \quad (2.17)$$

Ainsi, $f^N(x)$ est une approximation particulière de la loi $f(x)$. Plus généralement, une approximation particulière sera de la forme :

$$f^N(x) = \sum_{i=1}^N \omega^i \delta_{\xi^i}(x) \quad (2.18)$$

Avec : $\omega^i \geq 0$ et $\sum_{i=1}^N \omega^i = 1$. L'avantage de ce genre d'approximation réside dans le fait que les calculs d'intégrales sous cette loi sont très simples, en effet :

$$E_g(X) = \int g(x)f(x) \simeq \int g(x) f^N(x)dx = \sum_{i=1}^N \omega^i g(\xi^i) \quad (2.19)$$

Le principe consiste à approximer la formule (2.18). Pour générer N -échantillons $(\xi^1, \xi^2, \dots, \xi^N)$ selon la loi $\tilde{f}(x)$ si on ne sait pas générer des échantillons selon $f(x)$. [45]

$$\begin{aligned} E_g(X) &= \int_x g(x)f(x)dx \\ &= \int_x g(x)f(x) \frac{\tilde{f}(x)}{\tilde{f}(x)} dx \\ &= \int_x g(x) \frac{f(x)}{\tilde{f}(x)} \tilde{f}(x) dx \\ &= \int_x g(x)\omega(x)\tilde{f}(x)dx \end{aligned}$$

Après la loi des grands nombres on obtient : [26] [46]

$$E_g(X) = \sum_{i=1}^N \omega^i g(\xi^i) \quad (2.20)$$

Avec ω^i est les poids d'importance de chaque particule ξ^i de la variable aléatoire X définit par : [47]

$$\omega^i = \frac{f(x)}{\tilde{f}(x)} \text{ et } \xi^i \sim \tilde{f}(x) \quad (2.21)$$

Ce n'est pas une méthode d'acceptation/rejet : ici toutes les simulations sont utilisées et on n'a pas à majorer $\frac{f(x)}{\tilde{f}(x)}$. Toutefois si $\frac{f(x)}{\tilde{f}(x)}$ n'est pas borné, la valeur des poids ω^i dans (2.21) risquent alors de beaucoup varier et les particules correspondant à un poids faible contribuent peu à l'approximation de $E_g(X)$. [26]

Exemple

On souhaite par exemple approcher $E[g(X)|Y]$, alors que l'on ne sait/veut pas échantillonner selon la loi conditionnelle $f(X|Y)$ mais selon $f(X)$. En faisant appel à la formule de Bayes, on a :

$$E[g(X)|Y] = \int g(X) f(X|Y) dX = \int g(X) \frac{f(Y|X)}{f(Y)} f(X) dX$$

Alors :

$$E[g(X)|Y] \simeq \sum_{i=1}^N \omega^i g(\xi^i)$$

Où :

$$\xi^{1:N} \stackrel{iid}{\sim} f(x) \text{ et } \omega^i \propto f(Y|X = \xi^i).$$

On peut relire ce résultat de la façon suivante : on dispose, avant toute observation, d'un N-échantillon $\xi^{1:N}$ de la loi a priori $f(X)$. Cet échantillon nous permet d'écrire une approximation de la loi à priori :

$$f(x) \simeq f^N(X) \triangleq \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta_{\xi^i}(X) \quad \text{où} \quad \xi^{1:N} \stackrel{iid}{\sim} f(x)$$

Après observation de Y , on peut calculer la vraisemblance $f(Y|X = \xi)$ associée à chacune des particules ξ^i . Ces vraisemblances permettent de repondérer les particules ξ^i , on obtient une approximation de la loi a posteriori :

$$f(X|Y) \simeq f^N(X|Y) \triangleq \sum_{i=1}^N \omega^i \delta_{\xi^i}(X) \quad \text{où} : \quad \omega^i \triangleq \frac{f(Y|X=\xi^i)}{\sum_{j=1}^N f(Y|X=\xi^j)}$$

2.3.4. Les équations du filtrage particulaire

On considère le problème simple suivant, où il s'agit d'estimer l'état X_k caché d'un système (par exemple la position et la vitesse d'un mobile), au vu d'observations (Y_0, \dots, Y_k) (par exemple des observations d'angles et/ou de distance par rapport à une ou plusieurs stations) recueillies dans un bruit blanc additif, pas nécessairement gaussien. [48]

Considérons un système non linéaire dynamique et le modèle de mesure sont régité par les équations suivantes : [49]

$$X_n = F_n(X_{n-1}, W_n) \tag{2.22}$$

$$Y_n = H_n(X_n, V_n) \tag{2.23}$$

La première équation, appelée *équation d'état*, définit un processus markovien, tandis que la seconde, appelée *équation d'observation*, donne la mesure de l'état à travers une

fonction non linéaire H_n , dont W_n bruit de l'état et V_n bruit d'observation, il sont indépendantes de l'un à l'autre.

Le filtrage particulaire basé sur l'approximation d'une densité par une combinaison convexe de Dirac. On suppose qu'à l'instant $n - 1$, on a une approximation de la distribution conditionnelle :

$f(X_{n-1}|Y_{1:n-1})$ de l'état X_{n-1} sachant les mesures $Y_{1:n-1} = Y_1, \dots, Y_{n-1}$ de la forme : [35]

$$\begin{aligned} f(X_{n-1}|Y_{1:n-1}) &\approx \sum_{i=1}^N \omega_{n-1}^i \delta(X_{n-1} = \xi_{n-1}^i) \\ &\approx \sum_{i=1}^N \omega_{n-1}^i \delta_{\xi_{n-1}^i}(X_{n-1}) \end{aligned} \quad (2.24)$$

Les ω_{n-1}^i sont des poids positifs de somme 1, $\xi_{n-1}^1, \dots, \xi_{n-1}^N$ sont des vecteurs dans R^d appelée *particules*.

A chaque instant n , on détermine des suites : [44]

$$(\omega_{n-}^i, \xi_{n-}^i) \text{ et } (\omega_n^i, \xi_n^i), (i = 1, \dots, N)$$

Pour cela on réaliser les deux étapes suivantes :

L'étape de prédiction :

On considère $f(X_n, X_{n-1}|Y_{1:n-1})$ comme la densité conjointe (conditionnelle) alors on a : [35]

$$f(X_n|Y_{1:n-1}) = \int f(X_n, X_{n-1}|Y_{1:n-1}) dX_{n-1} \quad (2.25)$$

Par définition de la probabilité conditionnelle on a :

$$f(X_n, X_{n-1}|Y_{1:n-1}) = f(X_n|X_{n-1}, Y_{1:n-1})f(X_{n-1}|Y_{1:n-1}) \quad (2.26)$$

Par l'hypothèse, on a :

$$f(X_n|X_{n-1}, Y_{1:n-1}) = f(X_n|X_{n-1}) \quad (2.27)$$

D'où :

$$f(X_n|Y_{1:n-1}) = \int f(X_n|X_{n-1}) f(X_{n-1}|Y_{1:n-1}) dX_{n-1} \quad (2.28)$$

Si on approche $f(X_{n-1}|Y_{1:n-1}) \approx \sum_{i=1}^N \omega_{n-1}^i \delta(X_{n-1} = \xi_{n-1}^i)$, on a alors :

$$f(X_n|Y_{1:n-1}) = \sum_{i=1}^N \omega_{n-1}^i f(X_n|X_{n-1} = \xi_{n-1}^i) \quad (2.29)$$

La loi de densité prédite $f(X_n|Y_{1:n-1})$ s'approche par :

$$f(X_n|Y_{1:n-1}) \approx \sum_{i=1}^N \omega_{n|n-1}^i \delta(X_n - \xi_{n|n-1}^i) \approx \sum_{i=1}^N \omega_{n-1}^i \delta_{\xi_{n-1}^i}(X_n) \quad (2.30)$$

Avec $\xi_{n|n-1}^i$ qui sont obtenues par des réalisations indépendantes de la loi de transition

$f(X_n|X_{n-1} = \xi_{n-1}^i)$ et les poids $\omega_{n|n-1}^i$ ne change pas, alors : $\omega_{n|n-1}^i = \omega_{n-1}^i$.

L'étape de correction :

À l'étape de correction, on passe de la loi de densité prédite $f(X_n|Y_{1:n-1})$ à la loi de densité conditionnelle $f(X_n|Y_{1:n})$. [35]

De même une approximation de $f(X_n|Y_{1:n})$ est donc : [53]

$$f(X_n|Y_{1:n}) = \frac{f(Y_n|X_n)f(X_n|Y_{1:n-1})}{\int f(Y_n|X_n) f(X_n|Y_{1:n-1})dX_n} \quad (2.31)$$

$$f(X_n|Y_{1:n}) \approx \sum_{i=1}^N \omega_{n|n}^i \delta(X_n - \xi_n^i) = \sum_{i=1}^N \omega_{n|n}^i \delta_{\xi_n^i} (X_n) \quad (2.32)$$

Où :

$$\omega_{n|n}^i = \frac{\omega_{n-1}^i f(Y_n | X_n = \xi_{n-1}^i)}{\sum_{j=1}^N \omega_{n-1}^j f(Y_n | X_n = \xi_{n-1}^j)} \quad (2.33)$$

En résumé, on obtient l'approximation suivante

Prédiction

$$f^N(X_n|Y_{1:n-1}) = \sum_{i=1}^N \omega_{n-1}^i \delta_{\xi_{n-1}^i} (X_n) \quad (2.34)$$

Avec : $\omega_{n-1}^i = \omega_{n-}^i$ et $\xi_{n-1}^i = \xi_{n-1}^i$

Correction

$$f^N(X_n|Y_{1:n}) = \sum_{i=1}^N \omega_{n|n}^i \delta_{\xi_n^i} (X_n) \quad (2.35)$$

Avec : $\omega_{n|n}^i = \frac{\omega_{n-1}^i f(Y_n | X_n = \xi_{n-1}^i)}{\sum_{j=1}^N \omega_{n-1}^j f(Y_n | X_n = \xi_{n-1}^j)}$ et $\xi_n^i = \xi_{n-1}^i$

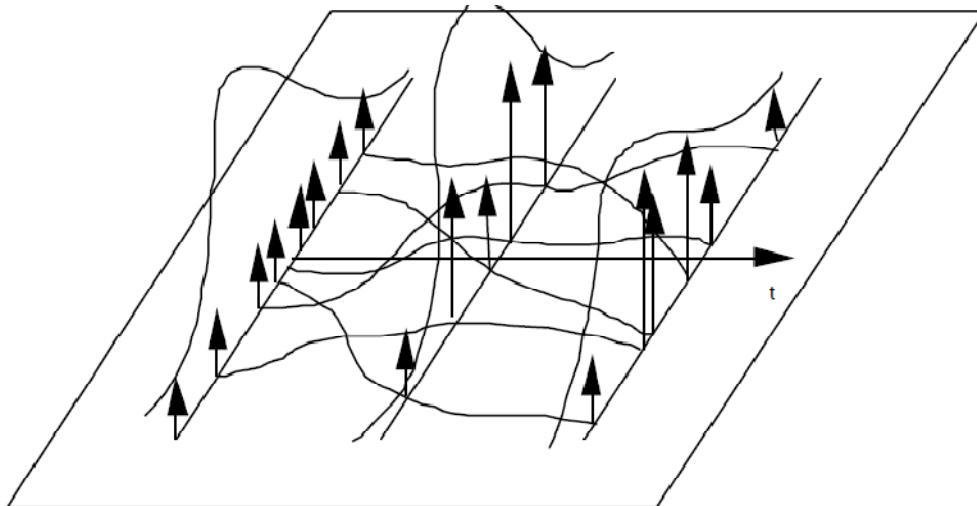


Figure.2.3: Les trajectoires des particules sont représentées par les courbes et leur poids respectifs par la hauteur des flèches [54]

a) Problème de dégénérescence

En pratique, lorsque l'on implémente le filtrage particulaire, on constate une dégénérescence des poids des particules. Après quelques itérations des équations (2.34) et (2.35), seules quelques particules ont un poids encore significatif, tandis que la plupart ont un poids nul. On perd alors le bénéfice du nombre de particules. Idéalement les poids doivent tous rester proches de $\frac{1}{N}$. La dégénérescence est typiquement estimée par le nombre efficace de particules par le critère suivant : [26] [49] [52]

$$N_n^{eff} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N (\omega_n^i)^2} \in [1, N] \quad (2.36)$$

Lorsque N_n^{eff} est proche de N , alors les particules sont d'égale importance. Il y a dégénérescence des poids lorsque N_n^{eff} est proche de 1. [26]

Le second critère de ré-échantillonnage est basé sur le calcul de l'entropie des pondérations. [35]

$$Ent = \log(N) + \sum_{i=1}^N \omega_n^i \log(\omega_n^i) \quad (2.37)$$

On a toujours

$$0 < Ent \leq \log(N)$$

Le critère est nul, si tous les poids sont égaux à $\frac{1}{N}$, et vaut $\log(N)$. N_n^{eff} lui sera préféré car beaucoup moins coûteux à calculer.

Cette divergence peut être limitée en introduisant une étape de ré-échantillonnage des particules selon la loi discrète estimée. [51]

b) Ré-échantillonnage

Si N_n^{eff} est petit alors la plupart des particules ont des poids proche de 0 et ont donc une contribution négligeable dans l'approximation [26]. L'idée de la redistribution ou ré-échantillonnage des particules est de défavoriser les particules de poids très petit au profit des particules importantes. On favorise ces dernières en les dupliquant au détriment des autres. Ici le nombre de particules reste constant [53].

La loi des grands nombres suppose qu'une estimation efficace est assurée par des particules de poids proches du cas équiprobable ($\sim 1/N$). Dans ce cas, $N_n^{eff} \rightarrow N$ et le filtre particulaire assure une utilisation optimale des particules. [55]

Par exemple, le ré-échantillonnage multinomial consiste à déterminer le nouvel ensemble de particules équipondérées en effectuant N tirages avec remise parmi l'ensemble des particules avec la probabilité de choisir la particule j égale à son poids ω_n^j . [55]

Cela revient à simuler un N-échantillon tiré selon la loi discrète [26]

$$\sum_{i=1}^N \omega_n^i \delta_{\xi_n^i}(X)$$

On peut considérer un ré-échantillonnage multinomial. A partir des particules $\{\xi_n^1, \dots, \xi_n^N\}$ avec les probabilités $\{\omega_n^1, \dots, \omega_n^N\}$ fait un échantillonnage de N particules de poids $1/N$. Cela revient à multiplier les particules les plus importantes. [44]

Procédure *rééchantillonnage*($\omega^{(1:N)}, \xi^{(1:N)}$)

Pour $i = 1:N$ faire

Générer $u \sim \mathcal{U}[0, 1]$

$j \leftarrow 1$

Tant que $\omega^1 + \dots + \omega^j < u$ faire

$j \leftarrow j + 1$

Fin tant que

$\check{\xi}^i \leftarrow \xi^j$

Fin pour

Sortie $\check{\xi}^{1:N}$

Algorithme.2.3: Redistribution multinomial: produit un N-échantillon $\check{\xi}^{1:N}$ de loi discrète $(\omega^i, x^i)_{i=1:N}$ [32]

Pour éviter d'utiliser l'algorithme de ré-échantillonnage à chaque itération, on utilise un seuil N_s . Si N_n^{eff} est inférieur de ce seuil on effectue un ré-échantillonnage. [46]

2.3.5. Redistribution

Le problème de l'algorithme de ré-échantillonnage est qu'il est très lent. Pour cela on propose une autre procédure.

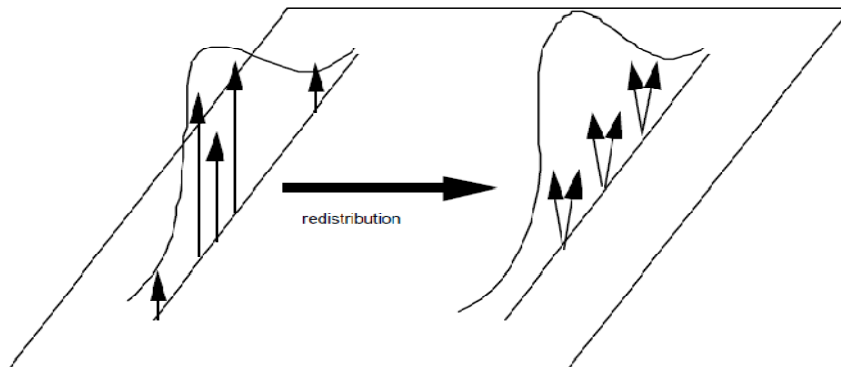


Figure.2.4: Redistribution des particules selon leur poids [54]

a) Redistribution multinomiale

L'idée du ré-échantillonnage multinomial est de tirer à l'instant n donné, N particules parmi $\{ \xi_{0:n}^1, \xi_{0:n}^2, \dots, \xi_{0:n}^N \}$ avec les probabilités $\{ \omega_n^1, \omega_n^2, \dots, \omega_n^N \}$, le problème se résume alors au choix des indices des particules. Ce qui peut être fait par la méthode d'inversion. Les particules résultantes sont alors équi-pondérées de poids $\frac{1}{N}$. Du fait de la lenteur de cette procédure, une première amélioration peut être obtenue en triant au préalable les poids d'importance. Cependant la complexité qui était de $O(N \log(N))$ demeure inchangée. Le gain est observé au niveau du nombre de tests effectués qui diminue. Une deuxième amélioration est obtenue en ayant recours aux statistiques d'ordre en utilisant le résultat suivant : [32]

Soient U_1, \dots, U_N une suite de variables aléatoires i.i.d de distribution $\mathcal{U}[0, 1]$ et $U_1 \leq U_2 \leq \dots \leq U_N$ les statistiques d'ordre associées. Alors :

$$U_N^{1/N}, U_N^{1/N} U_{N-1}^{1/(N-1)}, \dots, U_N^{1/N} U_{N-1}^{1/(N-1)} \dots U_1^{1/1}$$

a même distribution que : U_N, U_{N-1}, \dots, U_1

Avec ce résultat, il est alors aisé de générer ces statistiques d'ordre. Avec, sa complexité algorithmique est de $O(N)$.

b) Redistribution de Kitagawa

Tous les algorithmes précédents seront toujours coûteux dans la mesure où ils font appel à N nombres pseudo aléatoires. On peut imaginer de faire moins appel à ces générateurs. À la limite, au lieu de simuler des statistiques d'ordre, on simule uniquement u^1 et assigne de façon déterministe les $N - 1$ autres u^i de la manière suivante : [26]

$$u^1 \sim \mathcal{U}[0, \frac{1}{N}] \quad u^i = u^1 + \frac{i}{N}, i = 2 : N$$

c) Redistribution Résiduelle

Cette technique est une amélioration du tirage multinomial, dans le but de diminuer la variance $\text{var}[N_i^s]$ des particules dupliquées. On crée $[N\omega^i]$ copies de la particule ξ^i où $[\cdot]$ dénote la partie entière. Pour garder un nombre constant de particules, il reste à choisir [35] $\bar{N} = \sum_{i=1}^N (N\omega^i - [N\omega^i])$ particules. Pour ce faire on peut utiliser l'échantillonnage résiduel qui consiste à générer un N échantillon parmi (ξ^1, \dots, ξ^N) selon l'algorithme 3 qui est pondérées maintenant par les poids résiduels :

$$\tilde{\omega}^i = \omega^i N - [N\omega^i] \quad \text{et} \quad \tilde{\omega}^i = \frac{(\omega^i N - [N\omega^i])}{\bar{N}}$$

2.3.5. Les algorithmes du filtre particulaire

Pour mettre en œuvre cette méthode de filtrage particulaire il est nécessaire de savoir : [26]

- (1) simuler selon $f(X_0)$;
- (2) simuler selon $f(X_{n+1} | X_n = \xi)$ quelque soit ξ ;
- (3) calculer la vraisemblance $f(Y_n | X_n)$ pour tout X_n (à Y_n fixé) et de disposer d'une routine de redistribution.

Lorsque le filtre perd la piste : Un seul problème peut survenir, mais il est de taille. Imaginons qu'à un instant n , toutes les vraisemblances locales sont nulles, i.e. :

$$f(Y_n | X_n = \xi^i) = 0 \quad \forall i = 1:N$$

i.e. les particules ne correspondent plus du tout à l'observation. Dans ce cas les algorithmes (2.4) et (2.5) sont en échec : il est en effet impossible de normaliser les poids. Il est alors nécessaire de réinitialiser le filtre : supposons qu'à tous les instants on dispose d'une information, même grossière, sur la position de X_n sous forme d'une loi $\check{f}(X_n)$. Lorsque les vraisemblances locales sont toutes nulles ont peu échantillonner selon $\check{f}(X_n)$.

```

 $\xi^{1:N} \stackrel{iid}{\sim} f(X_0)$  % initialisation
 $\omega^{1:N} \leftarrow 1/N$ 
pour n=1,2,3 ...faire
     $\check{\xi}^i \sim f(X_n | X_{n-1} = \xi^i)$  pour i=1 :N % prédiction
     $\check{\omega}^i \leftarrow \omega^i f(Y_n | X_n = \xi^i)$  pour i=1 : N % correction
     $\check{\omega}^i = \check{\omega}^i / \text{som}(\check{\omega}^i)$  pour i=1 : N % normalisation
     $N^{eff} \leftarrow 1 / \text{som}((\check{\omega}^{1:N})^2)$ 
    Si  $N^{eff} / N \leq 0.75$  alors
         $\xi^{1:N} \leftarrow \text{rééchantillonnage}(\check{\omega}^{1:N}, \check{\xi}^{1:N})$  % sélection
         $\omega^{1:N} \leftarrow 1/N$ 
    Sinon
         $\xi^{1:N} \leftarrow \check{\xi}^{1:N}$ 
         $\omega^{1:N} \leftarrow \check{\omega}^i$ 
    Fin si
Sortie ( $\omega^{1:N}, \xi^{1:N}$ )
Fin pour

```

Algorithme.2.4: Filtre SIR (Sampling Important Resampling) avec test sur le nombre efficace de particules.

```

 $\xi^{1:N} \stackrel{iid}{\sim} f(X_0)$  % initialisation
pour n=1, 2, 3 ...faire
     $\xi^i \sim f(X_n|X_{n-1} = \xi^i)$  pour i=1:N % prédiction
     $\omega^i \leftarrow f(Y_n|X_n = \xi^i)$  pour i=1:N % correction
     $\omega^i = \omega^i / \text{som}(\omega^{1:N})$  pour i=1:N % normalisation
     $\xi^{1:N} \leftarrow \text{rééchantillonnage}(\omega^{1:N}, \xi^{1:N})$  % sélection
    Sortie  $\xi^{1:N}$ 
Fin pour

```

Algorithme.2.5: Filtre SIR (Sampling Important Resampling) avec ré-échantillonnage systématique.

```

Procédure rééchantillonnage ( $\omega^{1:N}, \xi^{1:N}$ )
     $u^1 < u^2 < \dots < u^N \stackrel{iid}{\sim} \mathcal{U}[0, 1]$ 
    ( $\omega^{1:N}, s[1 : N]$ )  $\leftarrow \text{sort}(\omega^{1:N})$ 
     $j \leftarrow 1$ 
    Pour  $i = 1 : N$  faire
        Tant que  $\omega^1 + \omega^2 + \dots + \omega^j < u$  faire
             $j \leftarrow j + 1$ 
        Fin tan que
         $\xi^i \leftarrow \xi^{s[j]}$ 
    Fin pour
    Rendre  $\xi^{1:N}$ 

```

Algorithme.2.6: Redistribution par échantillonnage multinomiale avec statistique d'ordre.

$\xi^{1:N} \stackrel{iid}{\sim} f(X_0)$	% initialisation
pour n=1,2,3 ...faire	
$\xi^i \sim f(X_n X_{n-1} = \xi^i)$ pour i=1 :N	% prédiction
$\omega^i \leftarrow f(Y_n X_n = \xi^i)$ pour i =1 : N	% correction
Si $sum(\omega^{1:N}) \neq 0$ alors	
$\omega^i \leftarrow \omega^i / sum(\omega^{1:N})$ pour i = 1 :N	% normalisation
$\xi^{1:N} \leftarrow \text{rééchantillonnage}(\omega^{1:N}, \xi^{1:N})$	% sélection
Sinon	
$\xi^{1:N} \stackrel{iid}{\sim} \tilde{f}(X_n)$	% reset
Fin si	
Sortie $\xi^{1:N}$	
Fin pour	

Algorithme.2.7 : Filtre SIR (Sampling Important Resampling) avec redistribution systématique et test de réinitialisation

2.4. Conclusion

Nous avons décrit dans ce chapitre la technique de filtrage particulaire, elle est basée sur la densité de probabilité conditionnelle entre l'état caché et l'observation disponible, elle est décrite par des particules distribuées selon la densité d'importance (poids).

Chapitre 3

Géolocalisation d'un mobile

(Application au filtrage particulière)

3.1. Introduction

L'objectif de notre application est la localisation d'un mobile (piéton) dans un réseau cellulaire urbain (GSM) à partir d'un téléphone mobile qui communique simultanément avec une ou plusieurs stations de bases (BTS), qui sont effectuées des mesures radio (**Figure 3.1**). Ces mesures radio peuvent être :

- *Le temps d'arrivée du signal* : à partir de l'échange du signal entre le mobile et la BTS, on peut mesurer le temps de propagation du signal entre eux, afin de calculer la distance.
- *L'angle d'arrivée du signal* : le mobile rayonne de l'énergie dans des différentes directions vers les BTS. Chaque station capte le même signal avec des angles différents, ce qui permet de calculer la position du mobile par triangulation.
- *Le niveau de puissance reçue* : le mobile génère une puissance. Cette énergie est reçue par plusieurs BTS avec des niveaux différents, ce qui permet aussi de calculer la position du mobile

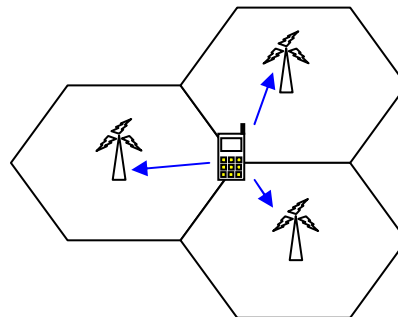


Figure. 3.1: Géolocalisation d'un mobile dans un réseau cellulaire urbain.

Le mobile communique simultanément avec plusieurs stations.

Dans notre travail, nous avons choisi la mesure par niveau de puissance reçue en fonction de la distance. Notre travail repose sur la création d'une carte numérique qui contienne le niveau du signal dans chaque position dans la zone géographique.

3.2. Carte numérique

Le mobile émis un signal reçu par la station de base, ce signal varie en fonction de la distance entre le mobile et la station de mesure, on peut donc en mesurer l'atténuation. L'idée est de mettre en correspondance ce signal mesuré avec une carte d'atténuation de référence. Cette carte associe à chaque position de la zone géographique la puissance du signal d'un mobile supposé être dans cette position, Il s'agit d'une carte numérique. Ces cartes peuvent être établies de façon empirique à l'aide de mesures de terrain, elles peuvent être également simulées.

La relation entre la puissance reçue par la BTS et la puissance émise par le mobile est donnée par la relation suivante :

$$P_r(dB) = P_t(dB) - \alpha 10 \log \left(\frac{d}{d_0} \right) \quad (3.1)$$

d_0 et α sont des paramètres donnés, pour notre application : $d_0 = 2$ et $\alpha = 2$

Avec

d : La distance entre le mobile et la station.

P_r : La puissance reçue par la BTS.

P_t : La puissance transmise.

Afin de tenir compte des imperfections on "bruite" le modèle, comme suit :

$$P_r(dB) = P_t - \alpha 10 \log \left(\frac{d}{d_0} \right) + v \quad (3.2)$$

Où : $v \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$. Lorsque le mobile est à l'intérieur d'un bâtiment, on suppose que la puissance du signal décroît de façon significative (jusqu'à 40% qu'à l'extérieur).

On donne l'algorithme suivant, qui permet de calculer l'atténuation dans la zone géographique :

Pour s= 1 : S	%Nombre de stations
$d = \text{distance}(\text{station}(s), \text{mobile})$	% distance mobile-station
$P_{reçu} = P_{transmis} - 10. \alpha. \log \left(\frac{d}{d_0} \right)$	% puissance reçus par la station
Bruit = $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$	% bruit additive
$\text{Carte_bruit}(s) = P_{reçu} + \text{Bruit}$	% carte d'atténuation bruité

Fin pour

Algorithme 3.1 : l'atténuation dans la zone géographique

3.3. Système d'état

Le vecteur d'état exprime la position du mobile à l'instant n , avec dimension en 2D :

$X_n = \begin{pmatrix} X_n^1 \\ X_n^2 \end{pmatrix}$. On suppose que le piéton se déplace d'une manière aléatoire. Alors on donne

l'équation d'état suivante :

$$\begin{aligned} X_{n+1}^1 &= X_n^1 + \sigma_w \sqrt{\Delta T} W_n^1 \\ X_{n+1}^2 &= X_n^2 + \sigma_w \sqrt{\Delta T} W_n^2 \end{aligned}$$

Où : W_n^1 et W_n^2 sont des bruits blancs gaussiens $\mathcal{N}(0, 1)$ statiquement indépendants, ΔT est la durée de temps entre deux observations successive. Le paramètre σ_w est choisit afin de correspondre à la vitesse de déplacement d'un piéton.

3.4. Système d'observation

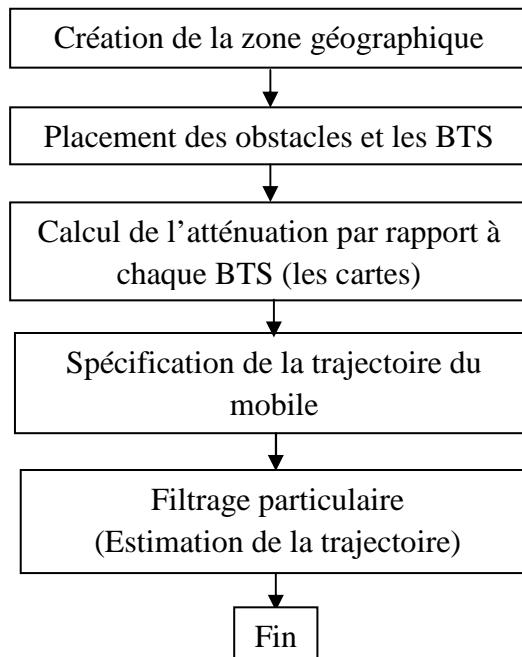
Le piéton est en relation avec le nombre S des stations. Pour chacune des stations on dispose d'une mesure de puissance de la forme :

$$Y_n^s = H_s(X_n) + \sigma_v V_n$$

Où : $(V_n)_{n \geq 0}$ est un bruit d'observation blanc gaussien $\mathcal{N}(0, 1)$, et σ_v l'écart type de bruit d'observation. La fonction d'observation $H_s(X_n)$ est la puissance sur la carte numérique de la station pour un piéton en position X_n .

La non linéarité assez remarquable dans l'équation d'observation, dont la fonction de mesure H_s est non linéaire, avec cette équation basée sur la loi *a posteriori*. Donc puisque s'agit d'un contexte non linéaire pour cela on utilise le filtrage particulaire.

Pour résumer ce travail on donne l'organigramme suivant qui possède tous les étapes :



Organigramme 3.1 : Les étapes du travail

3.5. Démarche de la simulation

On peut diviser notre travail en deux étapes, la première consiste à préparer la plate forme et la deuxième à l'application du filtrage particulaire afin d'estimer la trajectoire du mobile.

3.5.1. Préparation de la plate forme

1. Création de la zone géographique qui est choisie comme un carré, donné (figure 3.2) ;
2. Placement des obstacles (un ou plusieurs bâtiments) et les BTS (figures 3.3 et 3.4) ;
3. Calcul et affichage des cartes d'atténuation des BTS (figure 3.5)
4. Spécification de la trajectoire du mobile.

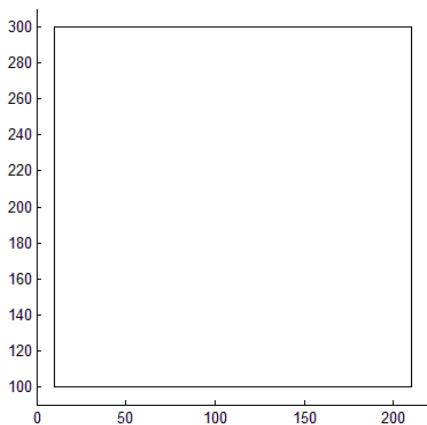


Figure.3.2 : La zone géographique

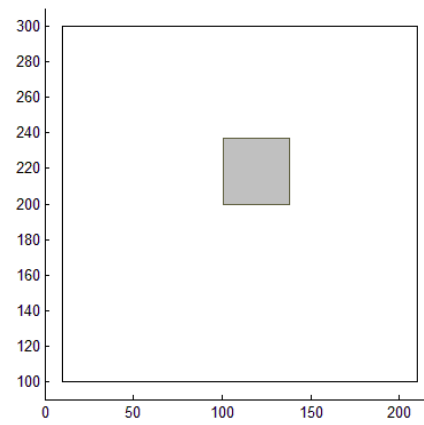


Figure.3.3 : Placement d'obstacle

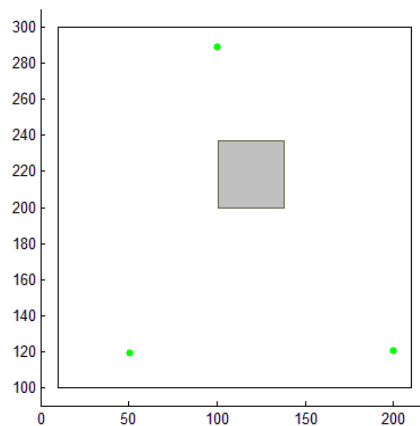


Figure.3.4 : Placement des stations de base (points vert)

La zone géographique est le milieu de traitement, est en mètre. Le placement du bâtiment pour concerne l'influence des obstacles sur l'estimation.

Le placement des BTS pour assurer la mesure (l'observation). Pour cela il faut supposer une puissance satisfaisante rayonné par des BTS. Dans notre travail la valeur de la puissance d'émission est égale 120dB, et l'hauteur de l'antenne ne prendre en considération dans notre travail.

On construit donc pour chaque station une carte d'atténuation à l'aide du modèle représenté par l'équation 3.2. On obtient les figures suivantes :

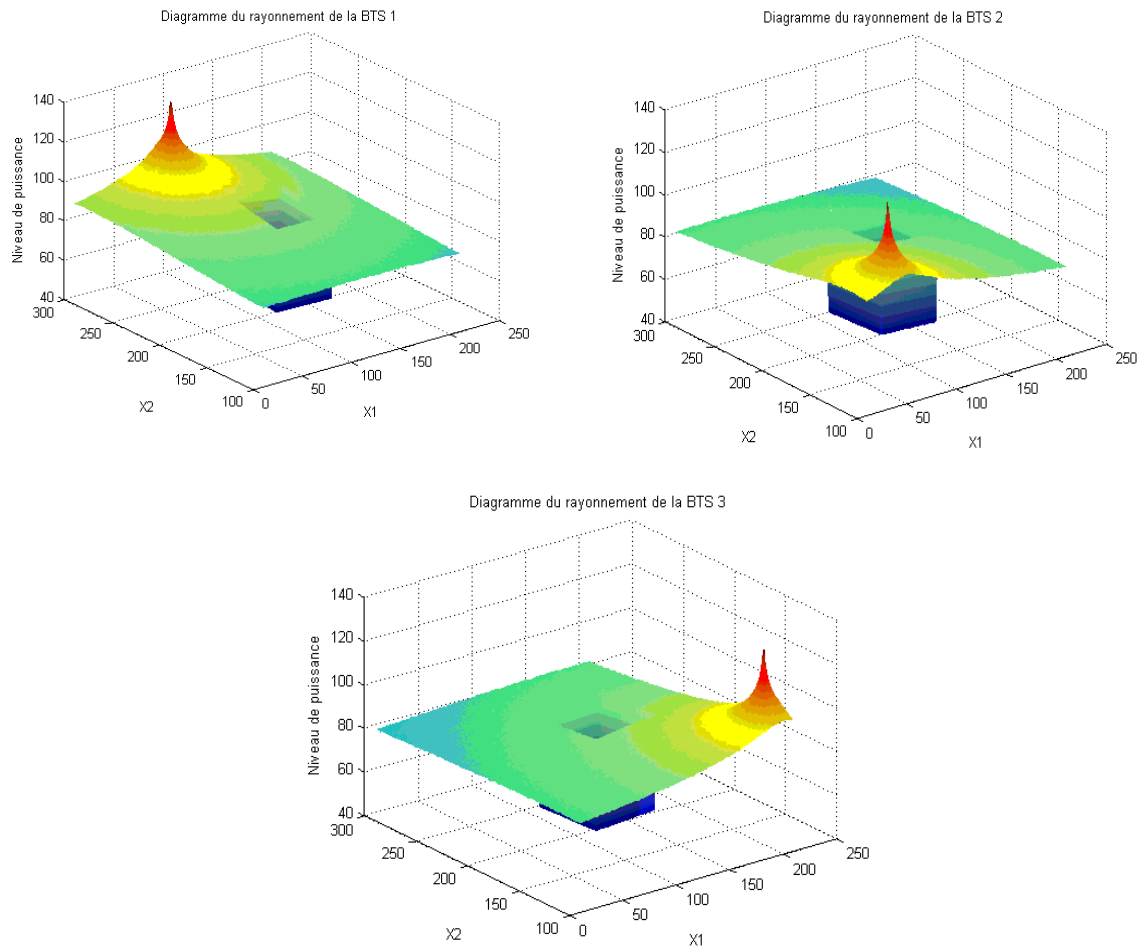


Figure.3.5 : Niveaux du signal du mobile par rapport à chaque BTS.

La spécification de trajectoire du mobile est représentée par la figure suivante :

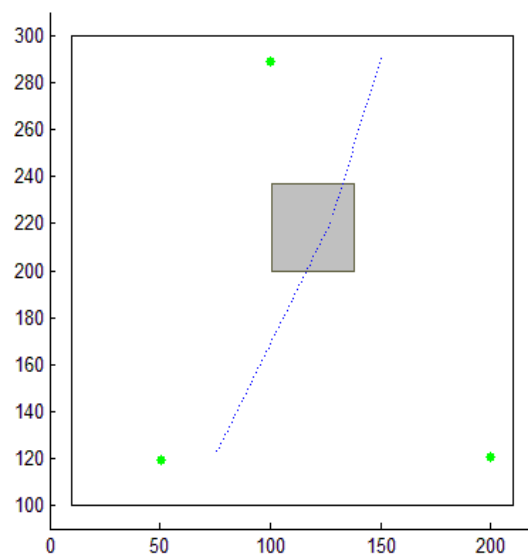
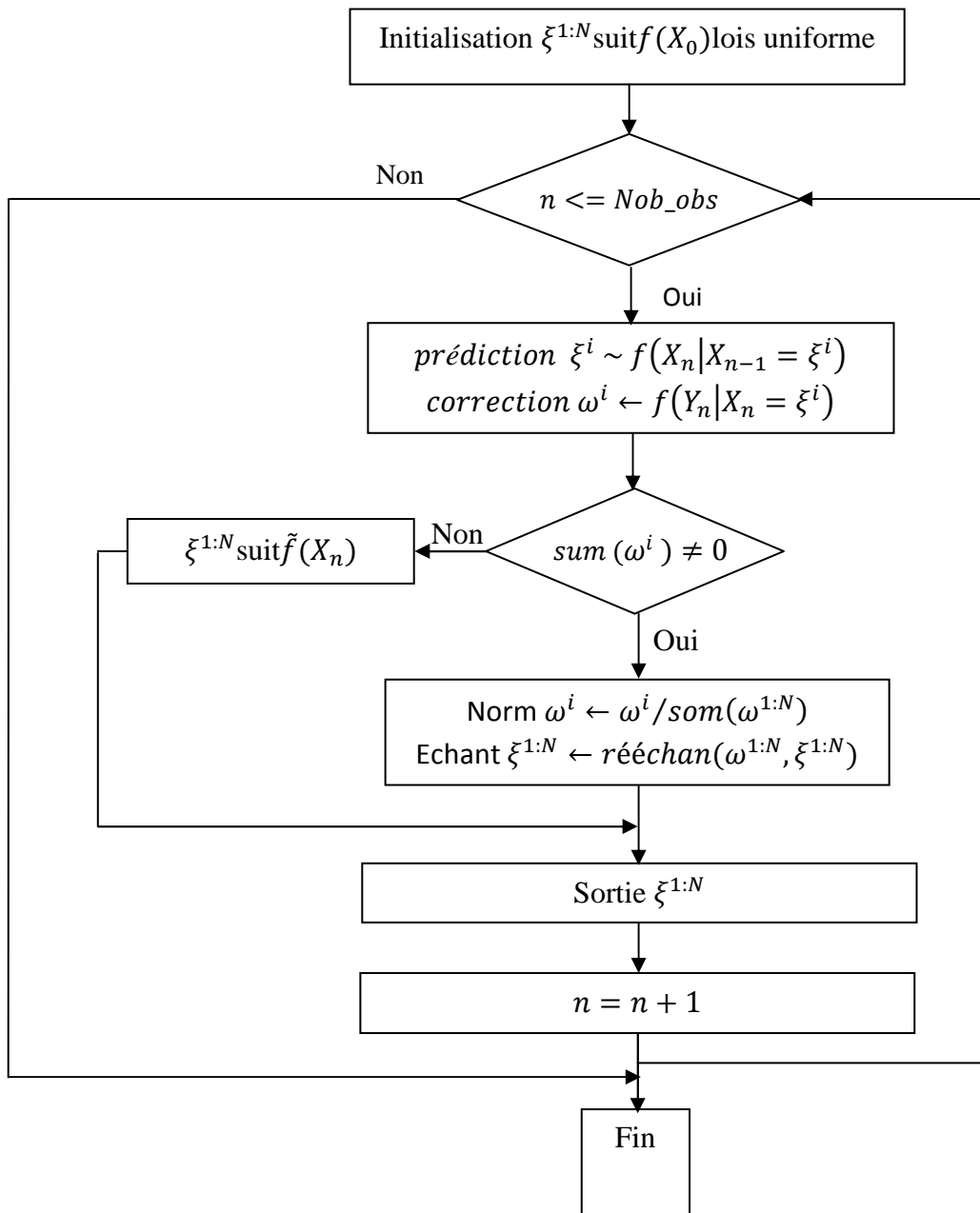


Figure.3.6 : Trajectoire du mobile (en bleu)

3.5.2. Estimation par filtrage particulaire

Nous avons choisi la méthode du filtrage particulaire comme une méthode d'estimation de la trajectoire du mobile. Pour bien comprendre cette méthode on donne l'organigramme suivant qui résume les étapes du filtre :



Organigramme 3.2 : Les étapes du filtrage particulaire

La figure 3.7 représente la démarche de notre simulation, avec un scénario choisi de trois BTS, un bâtiment comme obstacle et une trajectoire qui passe à travers cet obstacle.

Le nuage en rouge représente les particules (N=600 état du filtre), avec une distribution uniforme au début (initialisation), et le point en bleu représente le mobile dans sa trajectoire spécifiée. Cette configuration nous permet de suivre l'opération du filtrage, et le résultat obtenu est la trajectoire mesurée en bleu avec son estimation en vert.

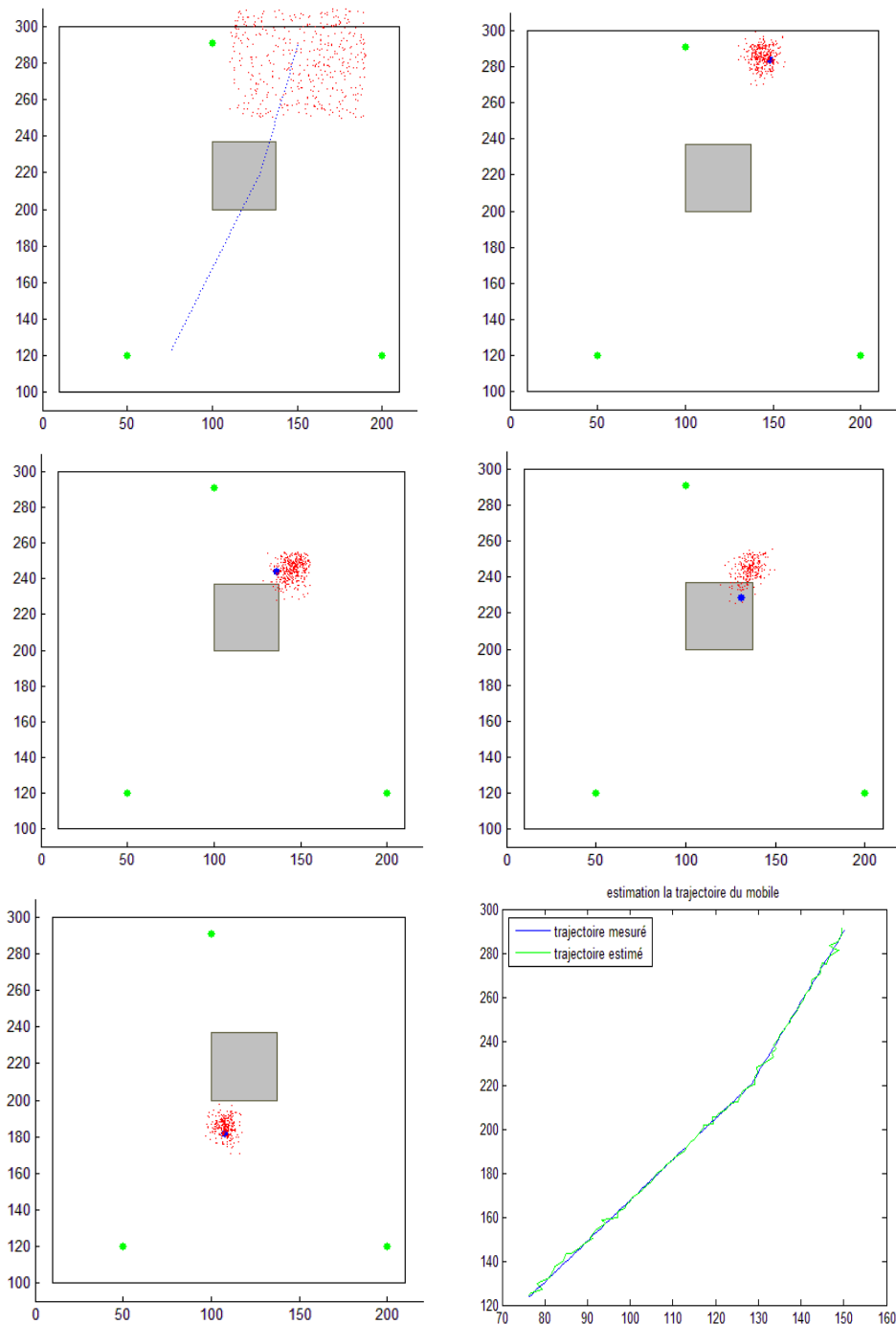


Figure.3.7 : Démarche de la simulation.

3.6. Interprétation des résultats

3.6.1. Rapport entre le nombre des particules et l'erreur d'estimation

En gardant le même scénario précédant, on va essayer de relever le rapport entre le nombre de particule utilisé par le filtre et l'erreur d'estimation de la trajectoire.

Dans ce qui va suivre, on va représenter les résultats obtenus par le changement du nombre de particules, entre 50 jusqu'à 900 particules.

- **résultats pour 50 particules :**

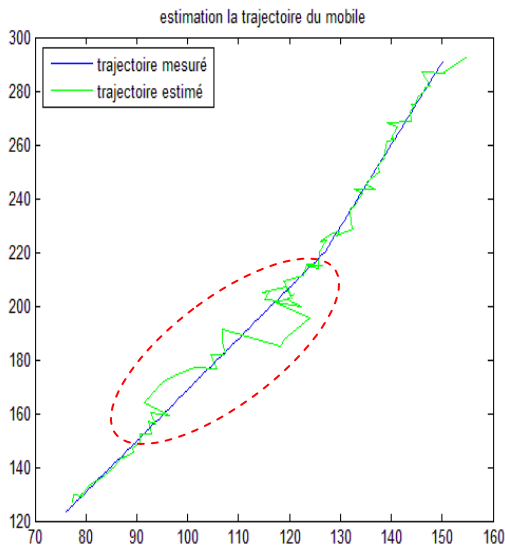


Figure.3.8 : Déviation de la trajectoire estimée en utilisant 50 particules.

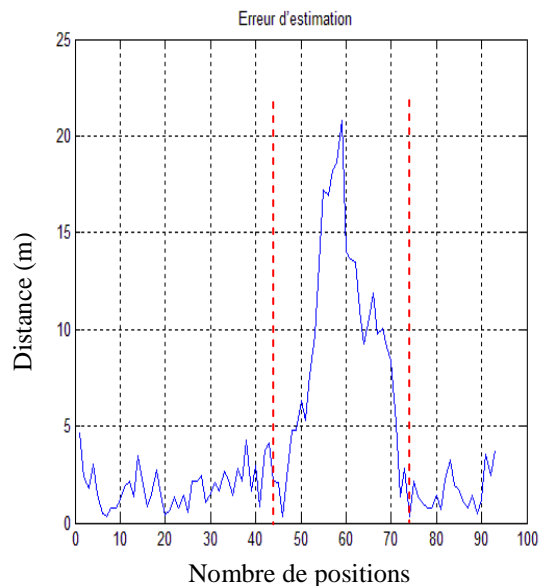


Figure.3.9 : L'erreur entre la trajectoire estimée et la trajectoire réelle pour 50 particules

On remarque que l'erreur dépasse 20m.

- **résultats pour 100 particules :**

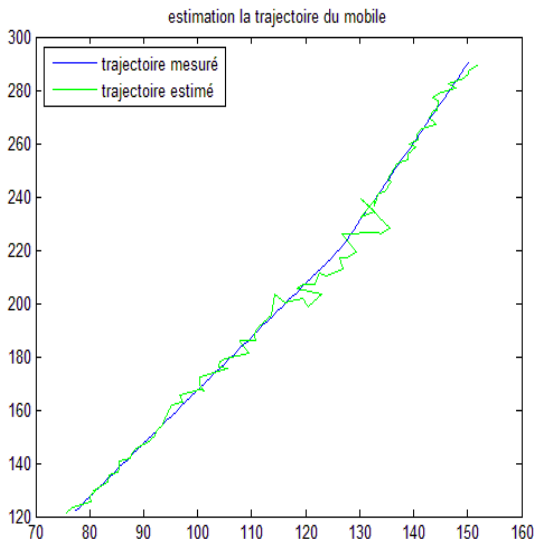


Figure.3.10 : Déviation de la trajectoire estimée en utilisant 100 particules.

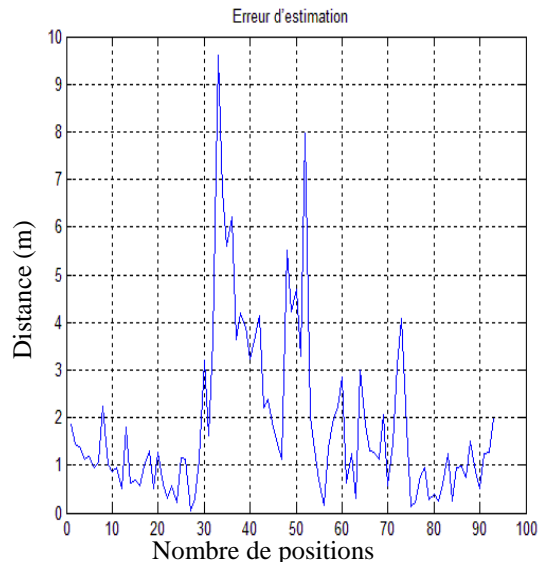


Figure.3.11 : L'erreur entre la trajectoire estimée et la trajectoire réelle pour 100 particules

On remarque que l'erreur ne dépasse pas 10m, c'est-à-dire il y a une amélioration.

- **résultats pour 200 particules :**

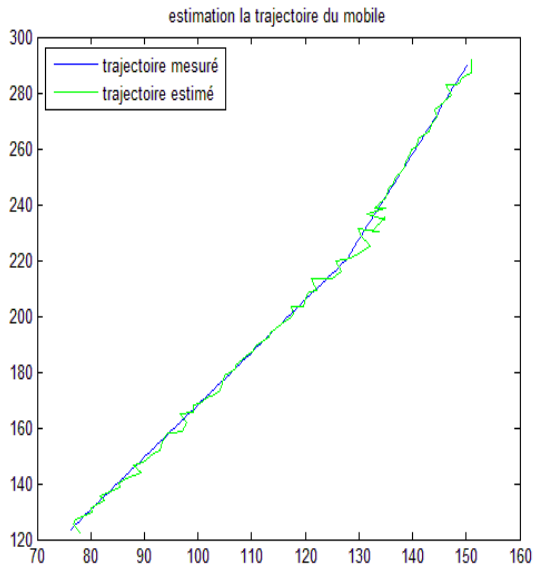


Figure.3.12 : Déviation de la trajectoire estimée en utilisant 200 particules.

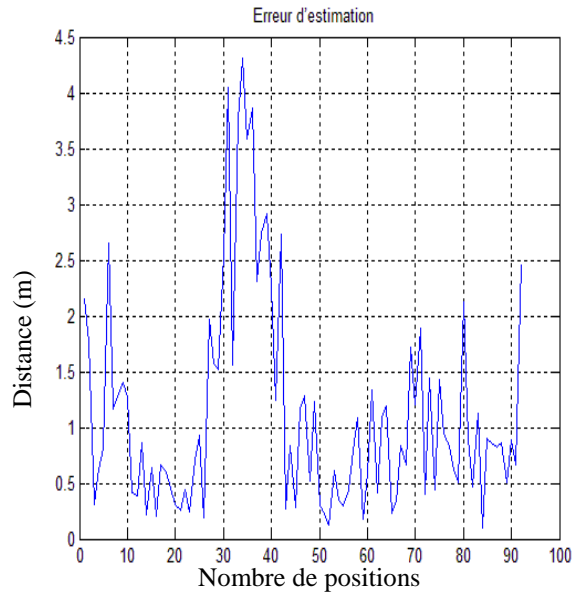


Figure.3.13 : L'erreur entre la trajectoire estimée et la trajectoire réelle pour 200 particules

On remarque que l'erreur ne dépasse pas 4,5m, ce qui représente une autre amélioration.

- **résultats pour 500 particules :**

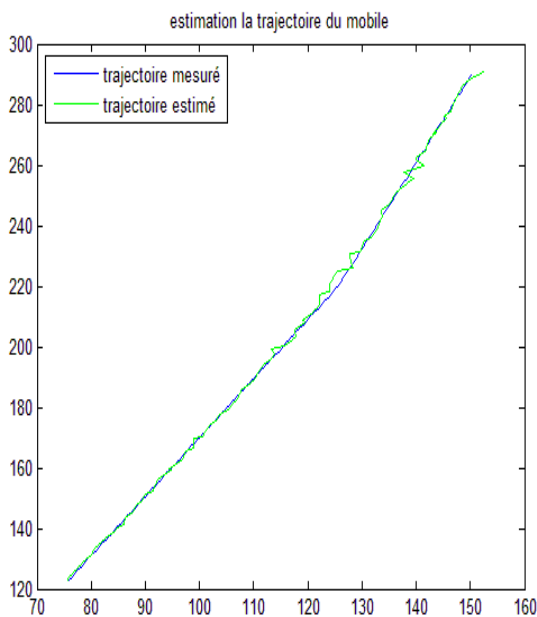


Figure.3.14 : Déviation de la trajectoire estimée en utilisant 500 particules.

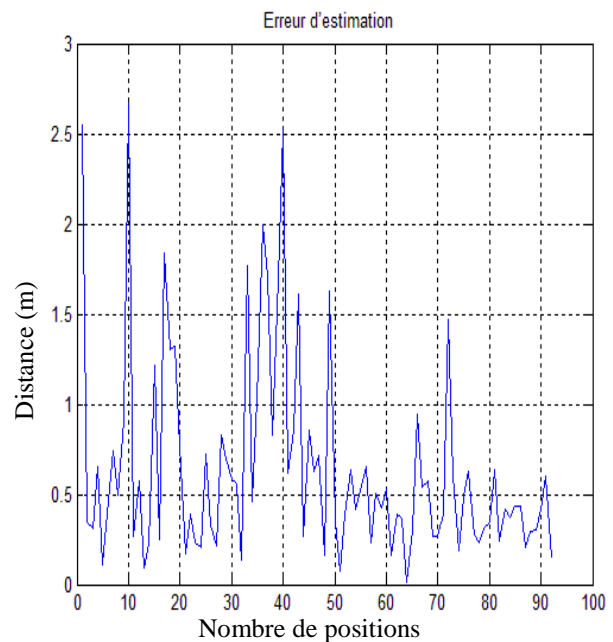


Figure.3.15 : L'erreur entre la trajectoire estimée et la trajectoire réelle pour 500 particules.

On remarque que l'erreur dépasse 2,5m, ce qui représente aussi une amélioration.

• **résultats pour 900 particules :**

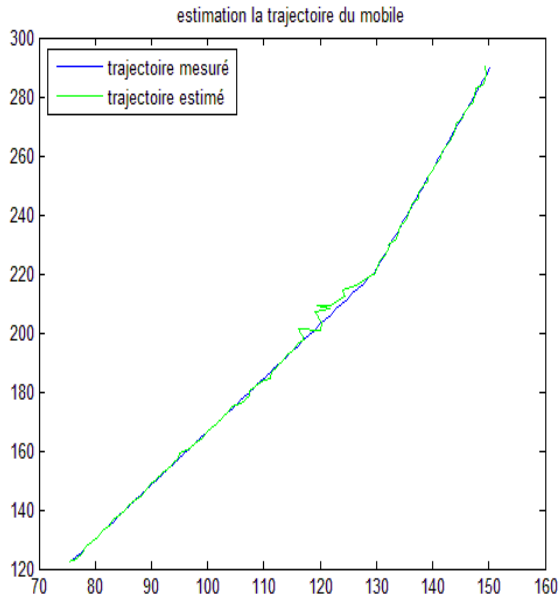


Figure.3.16 : Déviation de la trajectoire estimée en utilisant 900 particules.

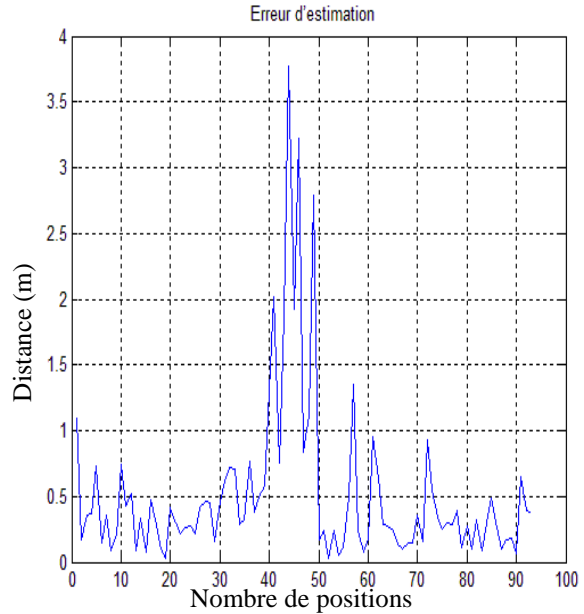


Figure.3.17 : L'erreur entre la trajectoire estimée et la trajectoire réelle pour 900 particules.

On remarque que l'erreur dépasse 3,5m, ce qui ne représente pas une amélioration (moins d'un mètre), mais ces résultats sont localisés bien sur la zone de l'obstacle, où il y a erreurs et moins d'erreurs dans le reste de la carte.

3.6.2. Rapport entre le nombre des particules et le temps de calcul

Dans notre simulation nous avons utilisé un PC portable acer équipé d'un processeur Intel core i3 de 2,3GHz, une RAM de 4Gb DDR3 et une carte graphique Intel HD Graphics 3000.

On obtient le tableau suivant qui représente la relation entre le temps de calcul et le nombre de particules utilisés :

Nombre des particules	Temps du calcul (en second)
50	9.15
100	9.80
200	9.90
500	10.20
900	11.10

Tableau.3.1 : Relation entre le temps de calcul et le nombre des particules

D'après les résultats obtenus :

- Dans le cas où le nombre des particules varie entre 50 et 100, les résultats ne sont pas satisfaisants. D'après les graphes (3.9 et 3.11).
- Dans le cas où le nombre des particules augmente à 500, l'estimation est acceptable.
- Dans le cas où le nombre des particules est 900, l'estimation est aussi acceptable, avec une amélioration dans la zone d'obstacle.

D'après le tableau qui donne la relation entre le nombre de particules utilisés et le temps de calcul, on peut dire que le choix de la valeur 500 est acceptable par rapport à notre scénario choisi.

3.6.3. Rapport entre le nombre des BTS et l'erreur d'estimation

En gardant le même scénario, mais cette fois on va changer le nombre des BTS de 1 jusqu'à 4, pour voir l'influence des mesures sur le filtrage.

- résultats pour une seule BTS :

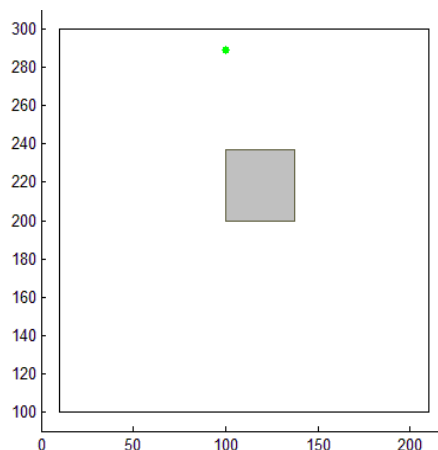


Figure.3.18 : La zone géographique couverte par une seule BTS

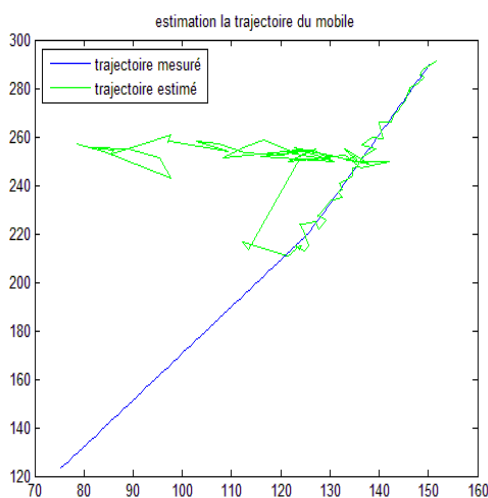


Figure.3.19 : la trajectoire essimée avec des mesures d'une seule BTS.

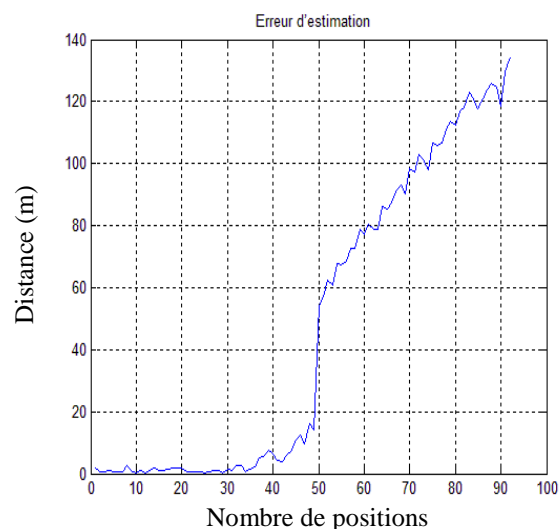


Figure.3.20 : L'erreur pour une seule BTS.

On remarque qu'il y a une bonne estimation au début, puisque cette zone est couverte par notre BTS, mais une fois que le mobile s'éloigne et entre dans la zone où il y a un obstacle, c'est-à-dire qu'il y a absence de mesures alors notre système diverge et représente une mauvaise estimation, qui est expliqué par l'augmentation brusque de l'erreur (figure 3.20).

- **résultats pour deux BTS :**

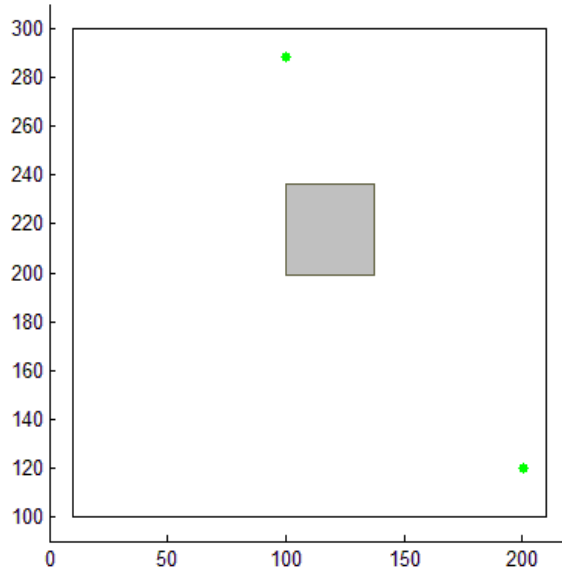


Figure.3.21 : La zone géométrique couverte par les deux BTS.

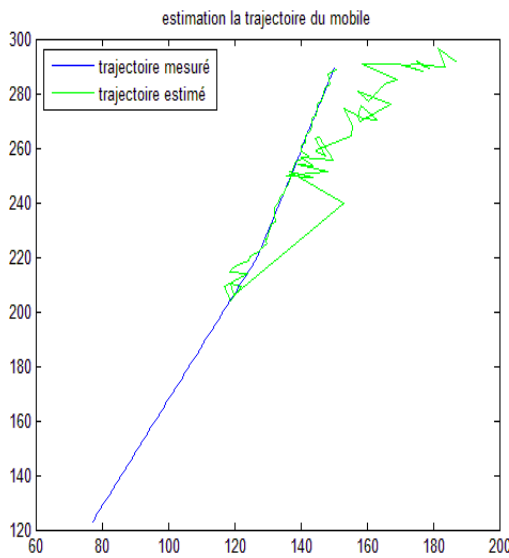


Figure.3.22 : la trajectoire estimée avec des mesures de deux BTS.

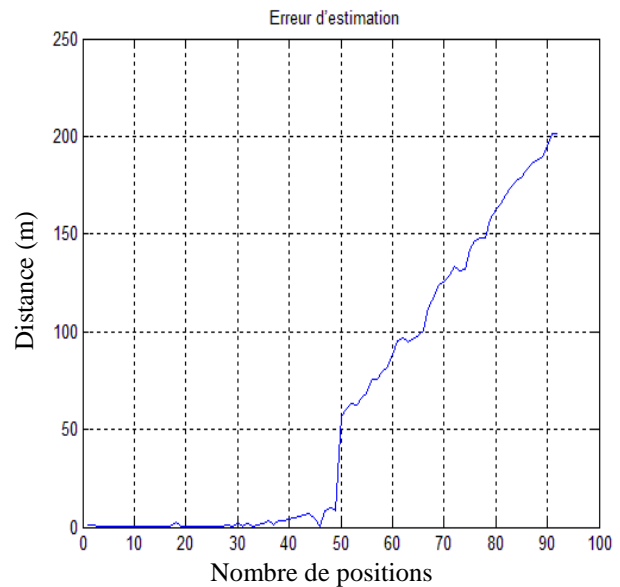


Figure.3.23 : L'erreur pour deux BTS.

D'après ces résultats on peut dire que la présence de la deuxième BTS n'a pas d'influence, parce que le mobile a entré dans la zone d'obstacle avant d'avoir de fortes mesures de la deuxième BTS. Alors, pour améliorer nos résultats pour ce cas, il faut changer la position de la deuxième BTS d'une façon d'avoir un maximum de chevauchement de couverture entre celle-ci et la première.

- résultats pour trois BTS :

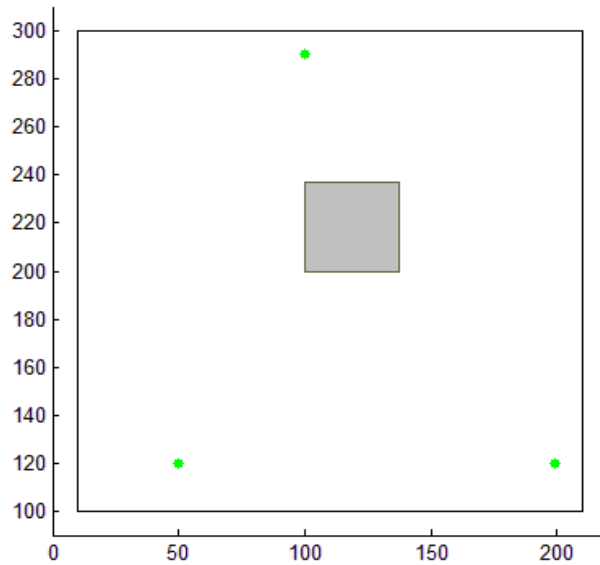


Figure.3.24 : La zone géographique couverte par les trois BTS

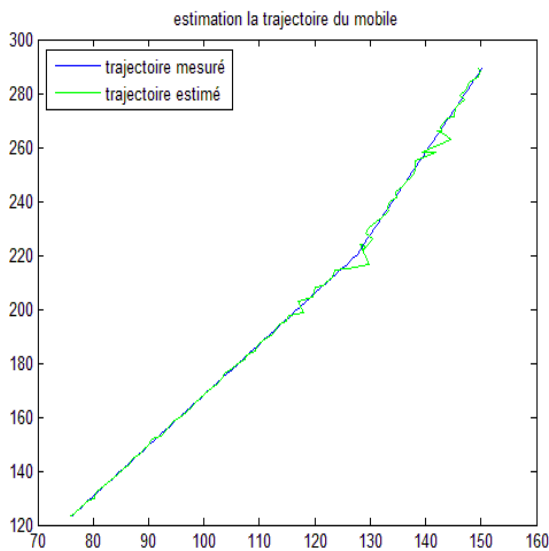


Figure.3.25 : la trajectoire estimée avec des mesures de trois BTS.

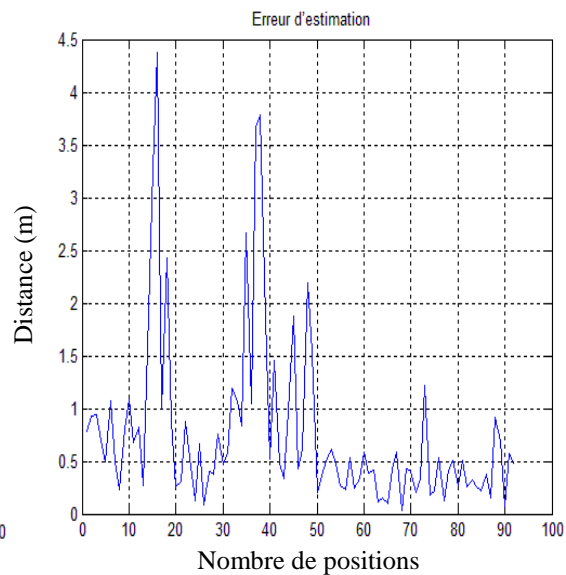


Figure.3.26 : L'erreur pour trois BTS.

On remarque qu'il y a des erreurs négligeables au début, puis une fois que le mobile s'éloigne et entre dans l'obstacle, il y a eue des erreurs, ensuite les erreurs diminuant par la présence des deux derniers BTS.

- résultats pour quatre BTS :

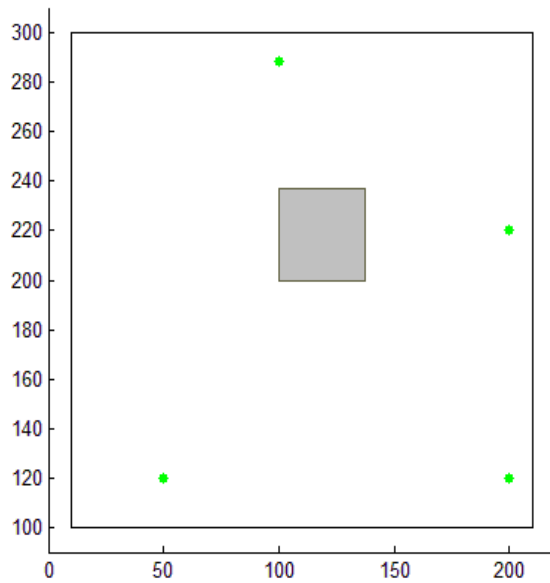


Figure.3.27 : La zone géographique couverte par quatre BTS.

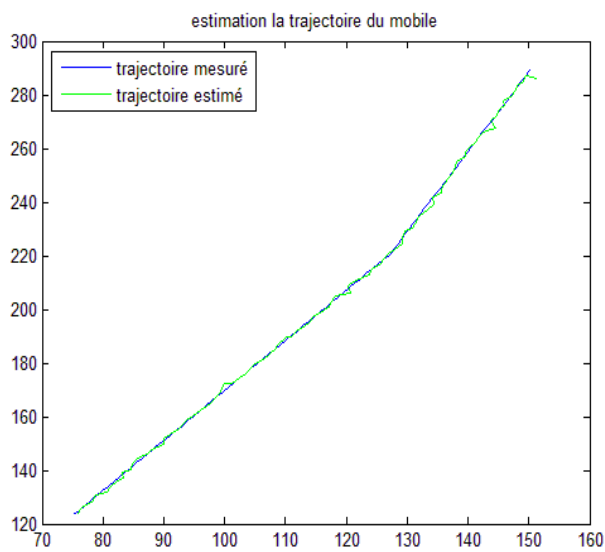


Figure.3.28 : la trajectoire estimée avec des mesures de 4 BTS.

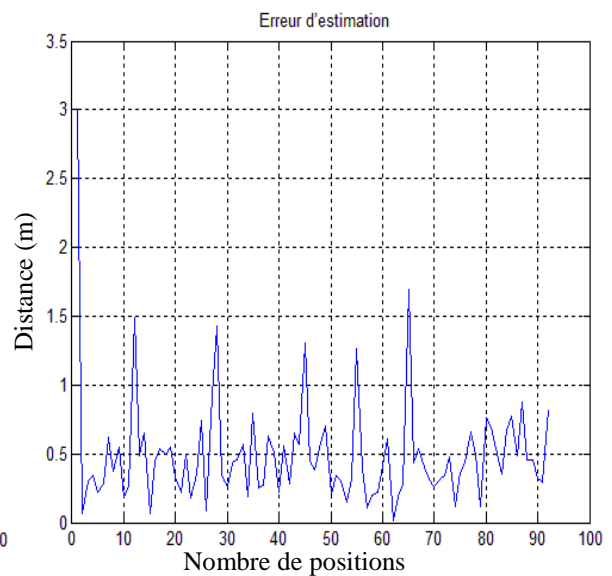


Figure.3.29: L'erreur pour 4 BTS.

L'ajout de la 4^{ème} BTS a amélioré considérablement nos résultats, qui sont bien claires, selon la figure 3.29.

3.6.4. Rapport entre le nombre d'obstacles et l'erreur d'estimation

On reste toujours sur le même scénario, mais cette fois on va présenter nos résultats pour le cas où le mobile ne traverse aucun obstacle et un deuxième cas où il y a quatre obstacles, pour voir l'influence des mesures sur le filtrage.

- résultats pour un passage à l'extérieur d'un obstacle :

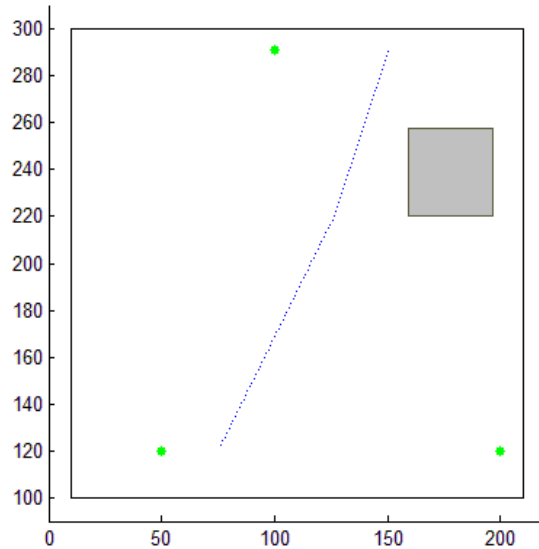


Figure.3.30 : Passage du mobile à l'extérieur d'un obstacle.

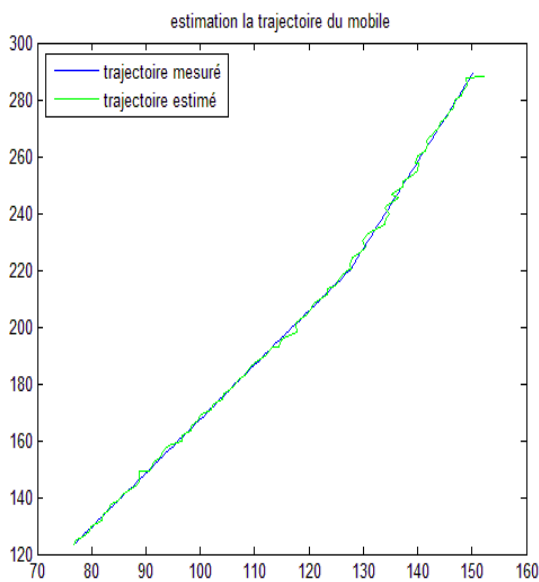


Figure.3.31 : Les trajectoires.

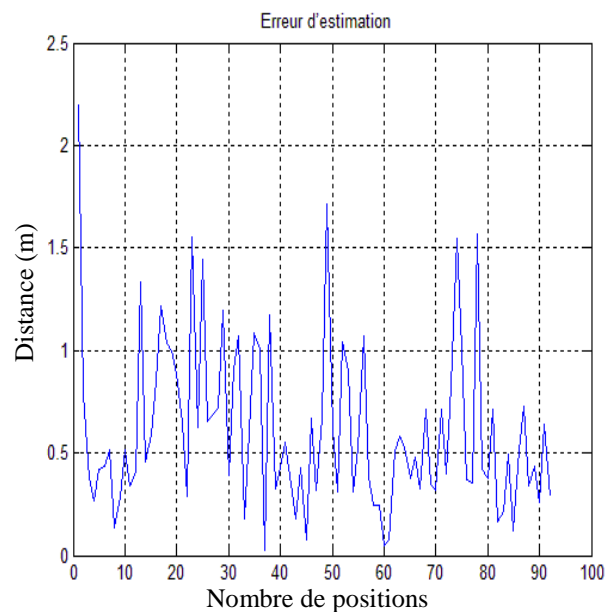
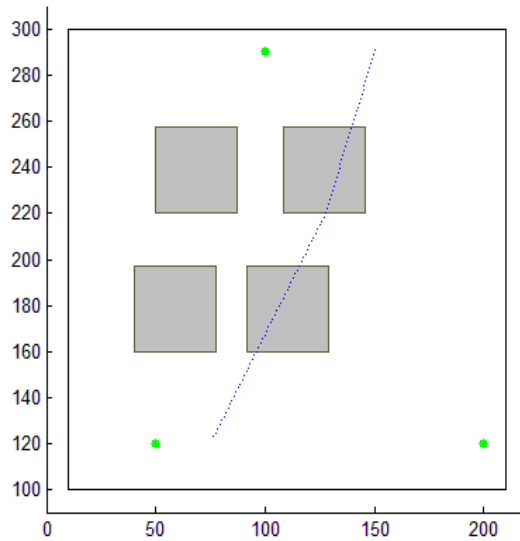


Figure.3.32: L'erreur d'estimation.

On remarque qu'il a une faible erreur pour ce cas, à cause de la faible influence de l'obstacle.

• résultats pour quatre obstacles :

Maintenant on suppose que le mobile se déplace entre les obstacles.



e

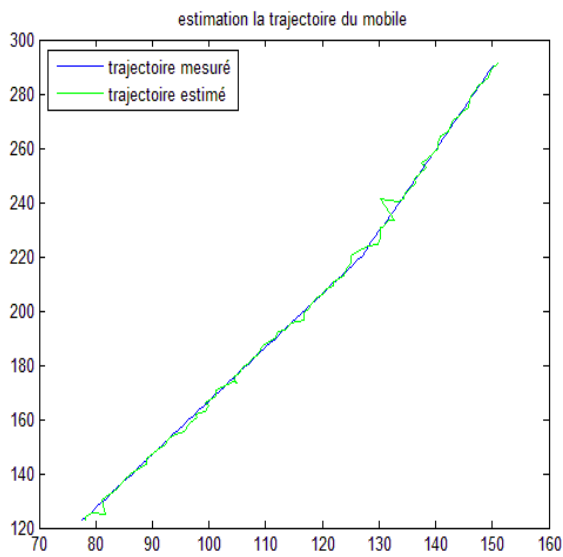


Figure.3.34 : Les trajectoires.

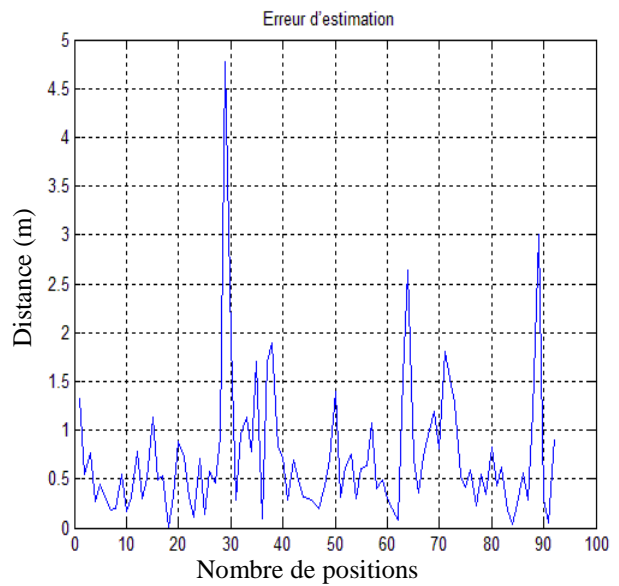


Figure.3.35: L'erreur d'estimation.

Pour le 1^{er} obstacle il y a une erreur considérable par rapport au 2^{ème} obstacle, puisque dans le 1^{er} il n'y a qu'une seule BTS qui donne des mesures, tandis que pour le 2^{ème} il y a deux BTS.

3.7. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons appliqué le filtrage particulaire sur notre plateforme afin d'estimer la position d'un mobile dans une zone géographique en supposant un scénario bien déterminé. Notre application a la possibilité de créer n'importe quel scénario et non à ce limité dans un scénario fixe.

D'après les résultats obtenus dans les différentes situations (variation du nombre : de particule, des BTS et des obstacles), afin de tester les performances de notre système, nous avons les constatations suivantes :

- Pour localiser un mobile par la méthode de mesure du niveau de puissance, il faut disposer d'un nombre suffisant de BTS pour lever les ambiguïtés sur la position du mobile ;
- Le filtrage particulaire donne une bonne localisation dans le cas où le mobile est à l'extérieur du bâtiment ;
- L'inconvénient du filtrage, est dans le cas où le mobile est caché c.à.d. à l'intérieur du bâtiment où il n'est pas observable. L'erreur d'estimation est très importante ;
- Le choix du nombre des particules influe proportionnellement sur le temps de calcul ;
- Le filtrage particulaire est une technique basée sur les observations assurées par les BTS.
- Le bon placement des BTS, contenir d'influence sur l'impacte de l'estimation.

Conclusion générale

Ce mémoire a porté principalement sur la localisation du mobile dans une zone géographique donnée. Dont on suppose un scénario bien déterminé. Notre application a la possibilité de créer n'importe quel scénario et non à ce limité dans un scénario fixe.

Le filtrage particulaire est une méthode intéressante pour la résolution d'un système non linéaire. Le filtrage particulaire est une technique basée sur l'approximation de Monte Carlo. Il estime récursivement la densité conditionnelle à partir d'un échantillon pondéré appelé *nuage de particules*. Ce nuage est propagé suivant la dynamique et corrigé suivant la vraisemblance de la mesure.

Le but de ce mémoire est d'étudier l'influence des paramètres de la zone géographique (les obstacles, et les stations de mesure), ainsi que le nombre des particules du filtre sur l'estimation de la position du mobile.

D'après notre expérience, nous pouvons dire que :

- La force du filtrage particulaire est basée sur la disponibilité des observations disposées par les stations de mesure dans notre cas.
- Le point faible du filtrage particulaire est dans le manque des observations.
- La mesure de la puissance du signal reçu donne une approximation acceptable mais pas précise. Pour avoir de la précision il faut ajouter d'autres mesures tel que l'angle d'arrivée ...etc.

Comme perspective, nous pouvons proposer l'utilisation de plusieurs mesures et de ne pas se contenter d'une seule, pour avoir la variété et la robustesse dans notre système de localisation, nous envisagerons des méthodes de débruitage pour minimiser l'effet des bruits additifs.

Bibliographie

- [1]. DANG Hoang Minh. Étude du système de service de message multimédia. Hanoï, 15 juillet 2005
- [2]. Thibaud Levrard all. Global System For Mobile. Universitaire de Technologie de TOURS. Promotion 2004-2006
- [3]. M. Chaker MEZIOUD. Recherche sur la Résolution des Problèmes Complexes d'Affectation de Fréquences Basses Bandes pour les Opérateurs de la Téléphonie Mobile. DOCTERA. Université Mentouri de Constantine. 26 /05/ 2011
- [4]. Pierre Brisson, and Peter Kropf. Global System for Mobile Communication. Université de Montréal
- [5]. Alexandre CAMINADA. GSM L'architecture du réseau. Université de Technologie & Belfort-Montbéliard. 2-2006.
- [6]. Jean-Philippe-Muller. Le réseau GSM et le mobile. 07/2002.
- [7]. Joelle Pire. Les ondes électromagnétiques. Faculté des sciences UCL. 2003
- [8]. Alexandre Boyer. ANTENNES. INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE TOULOUSE. Octobre 2011
- [9]. BORDJI Nadjat. Caractérisation des modes de surfaces sur des interfaces diélectriques-métamatériau. Application aux guides plasmonique. MAGISTER. UNIVERSITE ABOU BEKR BELKAID-TLEMEN. Janvier 2011.
- [10]. DJELOUAH Hakim. Électromagnétisme. Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene. 2012-2013.
- [11]. Tristan Dubois. Étude de l'effet d'ondes électromagnétiques sur le fonctionnement de circuits électroniques – Mise en place d'une méthode de test des systèmes. Doctorat. Électronique. Université de Montpellier 2. 21 octobre 2009
- [12]. DREINA Emmanuel. Conception, optimisation et intégration RF d'un système d'antennes miniatures multicapteurs utilisant la diversité en vue d'augmenter les performances radio d'un terminal mobile 4G. Doctorat. Université de Grenoble. France. 1Juillet 2010
- [13]. Amraoui Asma et Baghli Wassila. Synthèse de profils applicatifs dans le cadre des réseaux radio cognitive. Master. Université d'Abou Bakr Belkaid. Tlemcen. 2010-2011.

- [14]. Amel AISSAOUI. SYNCHRONISATION ADAPTATIVE DU CODE PN DANS LES SYSTEMES DE COMMUNICATION DS/SS. Doctorat. Université MENTOURI Constantine. Juin 2008
- [15]. Michel Terré. Propagation. Conservatoire National des Arts et Métiers. Version 7.0. 2005-2006
- [16]. Willy PIRARD. CHAMPS ELECTROMAGNETIQUES A PROXIMITE DES ANTENNES-RELAIS DE MOBILOPHONIE. Mai 2000
- [17]. Lina MOUSTAFA. Conception d'antennes à Bande Interdite Électromagnétique large bande et multibandes à base de métasurfaces. Doctorat. SCIENCES ET TECHNIQUES. UNIVERSITE DE LIMOGES. France. 22 septembre 2009
- [18]. Karim ZAYANA. Méthode de mesure et de modélisation des canaux de propagation radiomobile en macrodiversité. Doctorat. École Nationale Supérieure des France 24 janvier 2003
- [19]. C. Pham. Les réseaux sans-fils. Université de Pau et des Pays de l'Adour
- [20]. Martial COULON. Canal de Propagation. INP ENSEEIHT. Toulouse. 2007-2008
- [21]. AHMAD AL MASRI. LOCALISATION SUR UNE PLATEFORME RADIO DÉFINIE PAR LOGICIEL. UNIVERSITÉ DU QUÉBEC EN ABITIBI-TÉMISCAMINGUE. DÉCEMBRE 2012
- [22]. Herve KAMDEM. TECHNIQUES ET APPROCHES POUR LE DEPLOIEMENT DES RESEAUX SANS FIL AVEC INFRASTRUCTURE. IFI. 2008-2009
- [23]. VU Van Yem. Conception et réalisation d'un sondeur de canal multi-capteur utilisant les corrélateurs cinq-ports pour la mesure de propagation à l'intérieur des bâtiments. Doctorat. l'École Nationale Supérieure des Télécommunications. Paris. France. 01 décembre 2005
- [24]. Vincent Luba & AinaneYounes. Modèles de Markov cachés Reconnaissance de la parole. POLYTECHNIQUE DE MONS. 2004-2005
- [25]. Guillaume Infantes. Apprentissage de modèles de comportements pour le contrôle d'exécution et la planification robotique. Doctra. Université Paul Sabatier. Toulouse. France. 5 Octobre 2006
- [26]. Fabien Campillo. FILTRAGE PARTICULAIRE & MODÈLES DE MARKOV CACHÉS. Version V.2. France. 24 janvier 2006
- [27]. E. Pommiéss, S. Robin. Introduction aux chaînes de Markov homogènes. Institut National Agronomique Paris-Grignon. France. 16 juin 2004
- [28]. Jean-Jacques. Chaînes de Markov. Agrégation Bordeaux 1. 2012 - 2013
- [29]. Paul Frogerais. MODÉLISATION ET IDENTIFICATION EN ÉPILEPSIE :

DE LA DYNAMIQUE DES POPULATIONS NEURONALES AUX

SIGNAUX EEG. Doctrat. Université de Rennes 1. Rennes. France. 16 juillet 2008

[30]. Vincent Barra. Apprentissage. Campus des Cézeaux - B.P. 1025 - 63173 AUBIERE CEDEX. ISIMA. 2005/2006

[31]. Anisa CAJA. Modèles de Markov cachés. ISFA. 16 Mars 2012.

[32]. Mouhamad M. Allaya. Méthodes de Monte-Carlo EM et approximations particulières : Application à la calibration d'un modèle de volatilité stochastique. Doctorat. UNIVERSITÉ PARIS I PANTHÉON-SORBONNE. France. 09 décembre 2013

[33]. GUILLAUME TOUZIN. ÉTUDE DES MÉTHODES DE MONTE-CARLO ET DE LEURS EFFICACITÉS RELATIVES. Université du Québec à Trois-Rivières. AVRIL 2013.

[34]. Anis Saidi. Particules Gaussiennes Déterministes en Maximum de Vraisemblance Non-linéaire : Application au Filtrage Optimal des Signaux Radar et GPS. Doctrat. Laboratoire d'analyse et d'Architecture des systèmes du CNRS. Université de Toulouse. France. 2007

[35]. Karim DAHIA. Nouvelles méthodes en filtrage particulière Application au recalage de navigation inertielle par mesures altimétriques. Doctrat. Université Joseph Fourier. 04 Janvier 2005.

[36]. Nicolas BAUD. Méthodes de Monte Carlo appliquées au pricing d'options et à la gestion des risques multiples. Groupe de Recherche Opérationnelle. Crédit Lyonnais. France.

[37]. LAURE ELIE & BERNARD LAPEYRE. Introduction aux Méthodes de Monte-Carlo. Septembre 2001

[38]. É. Pardoux. Processus de Markov et applications. 11 septembre 2006

[39]. Emmanuel Flachaire. Méthodes de Simulations. Université Paris I Panthéon-Sorbonne. Mars 2003.

[40]. Annie MILLET. Méthodes de Monte-Carlo. Universités Paris 7 et Paris 1. France

[41]. Gianluca Bontempi. Modélisation et simulation. Université Boulevard de Triomphe - CP 212

[42]. JEAN-YVES TURNERET. Méthodes de Monte-Carlo par chaînes de Markov. Toulouse. France

[43]. Vivien ROSSI. Filtrage non linéaire par noyaux de convolution Application à un procédé de dépollution biologique. Doctrat. ECOLE NATIONALE SUPÉRIEURE AGRONOMIQUE DE MONTPELLIER. 2 décembre 2004

[44]. Matéo ROBINSON. Filtrage non linéaire en temps discret

Application du filtre particulaire avec un bruit d'observation uniforme. Laboratoire d'Électricité, Signaux et automatique. Université d'ANTANANARIVO. BP 1500, Ankatso Antananarivo 101, MADAGASCAR. 1, 2013

[45]. Nicolas PAUL. Filtrage Particulaire. Conservatoire National des Arts et Métiers. France. jeudi 2 Mars 2006

[46]. Camille Sutour, Émilie Darrin. Étude d'une nouvelle modélisation des erreurs de multitrajets en navigation GPS. Université Bordeaux 1. 2011-2012

[47]. François Le Gland. Filtrage Bayèsien et Approximation Particulaire. INRIA Rennes. France. 10 septembre 2007

[48]. François LEGLAND¹. Filtrage particulaire. IRISA / INRIA. Campus de Beaulieu, 35042 RENNES Cédex, Franc

[49]. J.-M. Brossier, P.-O. Amblard.. Particulaire et communications numériques. SEE, 18 juin 2004

[50]. Abdellatif BABA. Cartographie de l'Environnement et Suivi Simultané de Cibles Dynamiques par Un Robot Mobile. Doctorat. Université Paul SABATIER. Toulouse. France. 18 Décembre 2007

[51]. Audrey Giremus. Apports des techniques de filtrage non linéaire pour la navigation avec les systèmes de navigation inertielle et le GPS. Doctorat. École Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace. France. 08 Décembre 2005.

[52]. Emin Orhan. Particle Filtering. August 11, 2012

[53]. ELYAAQOUBI Hamza all. FILTRAGE PARTICULAIRE Ollaboration. France

[54]. ESTIMATION NON LINEAIRE OPTIMALE FILTRAGE PARTICULAIRE. Pôle d'activités des Milles. OCTOBRE 1996

[55]. Benoit FORTIN. Méthodes conjointes de détection et Suivi basé-mode de cibles distribuées par filtrage non-linéaire dans les données lidar à balayage. Doctorat. Université du Littoral Côte d'Opale. France. 22 novembre 2013

Annexe

Dans cette annexe on explique quelques notions sur la probabilité.

Lois et lois conditionnelles (dans l'espace d'état fini)

On s'intéresse ici à des variables aléatoires et de processus à valeur dans un ensemble fini Ω .

La loi d'une variable aléatoire X à valeur dans Ω est une mesure de probabilité sur Ω c'est-à-dire collection $[P(X = x)]_{x \in \Omega}$ de nombre positive dont la somme est 1 :

$$P(X = x) \in [0, 1] \text{ et } \sum_{x \in \Omega} P(X = x) = 1$$

Naturellement $P(X = x)$ est la probabilité que $X = x$. Pour tout $A \subset \Omega$, la probabilité pour que X appartienne à A est :

Dont : $1_A(x)$, fonction indicatrice de l'ensemble A (=1 si $x \in A$, 0 sinon)

Loi conditionnelle

Soient X et Y deux variables aléatoires à valeurs dans des ensembles finis Ω et O , on définit la loi conditionnelle de X sachant Y par :

$$P(X = x|Y = y) \triangleq \frac{P(X = x, Y = y)}{P(Y = y)} = \frac{P(X = x, Y = y)}{\sum_{x' \in \Omega} P(X = x', Y = y)}$$

Pour tout $x \in \Omega$ et $y \in \Omega$ tel que : $P(Y = y) > 0$. On vérifie aisément que pour tout $x, y \rightarrow P(X = x|Y = y)$ est une mesure de probabilité sur Ω .

Deux variables aléatoires X et Y sont dites indépendantes et notés $X \perp Y$ lorsque :

$$P(X = x, Y = y) = P(X = x)P(Y = y), \forall x \in \Omega, y \in O$$

Si $X \perp Y$, alors la loi conditionnelle de X sachant Y est simplement la loi de X , en effet :

$$P(X = x|Y = y) \triangleq \frac{P(X = x, Y = y)}{P(Y = y)} = \frac{P(X = x)P(Y = y)}{P(Y = y)} = P(X = x)$$

Formule de Bayes

D'après la définition de la loi conditionnelle, la loi jointe $P(X = x, Y = y)$ se décompose en $P(X = x|Y = y)P(Y = y)$ ou bien $P(Y = y|X = x)P(X = x)$, d'où la formule de Bayes

$$\begin{aligned} P(X = x|Y = y) &= \frac{P(Y=y|X=x)P(X=x)}{P(Y=y)} \\ &= \frac{P(Y=y|X=x)P(X=x)}{\sum_{x' \in \Omega} P(Y=y|X=x')P(X=x')} \end{aligned}$$

Ainsi la loi a posteriori est proportionnelle au produit de la vraisemblance et de la loi à priori :

$$P(X = x|Y = y)P(Y = y) \propto P(Y = y|X = x)P(X = x).$$

Lois et lois conditionnelles (dans l'espace d'état continu)

On considère une variable aléatoire X à valeurs dans $\Omega = \mathcal{R}^n$ (ou dans un sous ensemble continu de \mathcal{R}^n comme $[a, b]^n$ ou $[0, \infty]^n$). Le comportement aléatoire de cette variable est décrit par sa loi, i.e. par :

$$A \rightarrow P(X \in A)$$

On suppose ici que les lois de toutes les variables aléatoires admettent des densités, c'est-à-dire :

$$P(X \in A) = \int_A f(X) dX, \quad \forall A \in \Omega$$

La densité (de la loi) d'une variable aléatoire à valeurs dans \mathcal{R}^n est une fonction positive dont l'intégrale sur \mathcal{R}^n vaut 1. La loi de X est également déterminée par la donnée de la famille d'espérances :

$$E_g(X) \triangleq \int_{\mathcal{R}^n} g(X) f(X) dX, \quad \forall g \in C_b(\mathcal{R}^n)$$

Où $C_b(\mathcal{R}^n)$ désigne l'ensemble des fonctions continues et bornées de \mathcal{R}^n à valeurs dans \mathcal{R} .

La loi de X est donc entièrement caractérisée par la donnée de $P(X \in A)$ pour tout $A \in \Omega$, ou par la donnée de $E_g(X)$ pour toute fonction continue bornée, ou bien encore par la donnée de sa densité $f(X)$.

On définit la moyenne de (la loi de) X

$$E[X] = \int_{\mathcal{R}^n} X f(X) dX \in \mathcal{R}^n$$

Indépendance

Soit (X, Y) un vecteur aléatoire à valeurs dans $\mathcal{R}^n \times \mathcal{R}^d$ et de loi $f(X, Y)$.

Les variables X et Y sont dites indépendantes, et notés $X \perp Y$, lorsque :

$$P(X \in A, Y \in B) = P(X \in A) \times P(Y \in B)$$

pour tout $A \in \mathcal{R}^n$ et $B \in \mathcal{R}^d$. Une définition équivalente de l'indépendance est :

$$E[g(x)\varphi(Y)] = E[g(x)]E[\varphi(Y)]$$

Pour tout $g \in C_b(\mathcal{R}^n)$ et $\varphi \in C_b(\mathcal{R}^d)$

Concernant les densités, $X \perp Y$ est équivalent à une des propriétés suivantes :

- $f(X, Y) = f(X)f(Y)$.
- $f(X|Y) = f(X)$.
- $f(Y|X) = f(Y)$.

- Soit $X \perp Y$, alors :

$$E[X|Y] = E[X]$$

- Soit (X, Y, Z) tel que : $Y \perp (X, Z)$

$$E[X|Y, Z] = E[X|Z]$$

Formule de Bayes

La densité jointe $f(X, Y)$ s'écrit donc de deux façons :

$$f(X, Y) = f(X|Y)f(Y) = f(Y|X)f(X)$$

On en déduit la formule de Bayes :

$$f(X|Y) = \frac{f(Y|X)f(X)}{f(Y)} = \frac{f(Y|X)f(X)}{\int f(Y|X)f(X)dX}$$

Loi gaussienne

Une variable aléatoire à valeurs dans \mathcal{R}^n , suit une loi gaussienne centrée et réduite, notée : $X \sim \mathcal{N}(0, I)$ (où I est la matrice identité), lorsque :

$$f(X) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n}} e^{(-\frac{1}{2}|X|^2)}$$

Sa moyenne est $E[X] = 0$ et sa covariance $cov(X) \triangleq E[(X - E[X])(X - E[X])^*] = I$

Un vecteur aléatoire gaussien X à valeurs dans \mathcal{R}^n est, par définition, la transformée linéaire d'un vecteur aléatoire gaussien centré et réduit, i.e. $X = \mu + C\tilde{X}$ où : $\tilde{X} \sim \mathcal{N}(0, I)$. La moyenne de X est alors $E(X) = \mu$, sa covariance est $cov(X) = CC^*$. On note $X \sim \mathcal{N}(\mu, T)$ où : $T = CC^*$.

Étant donné un vecteur aléatoire gaussien $X \sim \mathcal{N}(\mu, T)$, si la matrice T est inversible alors sa densité est :

$$f(X) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n}} e^{\left(-\frac{1}{2}(X-\mu)^* T^{-1} (X-\mu)\right)}$$

Lorsque T n'est pas inversible, la loi de X n'admet pas de densité au sens classique.

De façon générale la loi d'une variable X est gaussienne si et seulement si la fonction caractéristique de cette loi est donnée par

$$E[e^{ir^*X}] = e^{(ir^*\mu - \frac{1}{2}r^*Tr)}$$

Où $i^2 = -1$