

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'enseignement Supérieur et de la Recherche scientifique



Université Mohamed Khider Biskra

Faculté des Sciences et de la Technologie

Département de Génie Mécanique

Filière : Génie Mécanique

Option: Systèmes Energétiques Et Développement Durable

Réf:.....

**Mémoire de Fin d'Etudes**

**En vue de l'obtention du diplôme de:**

**MASTER**

***Thème***

**REFROIDISSEMENT PAR CONVECTION  
NATURELLE D'UNE SOURCE DE CHALEUR  
LOCLISEE AU FOND D'UNE ENCEINTE  
REMPLEE DE NANOFUIDE**

**Présenté par :**

**LEBBIHI Saci**

**Proposé et dirigé par :**

**Dr : N. BELGHAR**

**Promotion : Juin 2014**

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

# Dédicaces

*Je dédie ce modeste travail:*

*A mon très Cher Père*

*A ma très Chère Mère*

*A mes très Cher Frères*

*A mes très cher sœurs*

*A mes chers et fidèles amis : Bouhelal Abdelhamid,*

*Madani Samir, Talbi Mouhib Eddine, Settou*

*Abdelfatah, Ben Omor Sameh, Ouamane Samir.*

*A toute la promotion Génie mécanique énergétique*

*Sassi*

# Remerciements

Le remerciement infini avant tout est à *Dieu* le plus puissant qui m'a comblé des bienfaits de l'Islam et de la Science.

Le moment est venu d'exprimer toute ma reconnaissance à mon encadreur, **Dr N.BELGHAR**, pour son enthousiasme et son soutien sans faille durant la réalisation de ce mémoire. Il a toujours été disponible pour me prodiguer ses conseils.

Je tiens également à remercier chaleureusement **Mr.B.BOUDJALKAH** et **Dr. N.ZEMMAR** pour la collaboration fructueuse que nous avons eue, et pour ses nombreux conseils qui m'ont été d'un grand intérêt.

J'adresse mes sincères remerciements au **Pr. A. MOUMMI** et **Mr.A.BEGHAR** pour l'intérêt qu'ils ont manifesté à ce mémoire, en acceptant de l'examiner.

J'exprime ma gratitude à ma famille qui m'a toujours soutenue et encouragée dans la voie que je m'étais fixée. Je remercie particulièrement mes parents qui m'ont stimulé et encouragé pendant mes études.

En fin, je remercie tous ceux qui m'ont aidée et soutenue de près ou loin.

*Grand merci à tous*

# Table des matières

Dedicases.....	i
Remerciements .....	ii
Tables des matières .....	iii
Table des figures .....	vii
Nomenclatures.....	xi
Introduction générale .....	1

## Chapitre I: ANALYSE BIBLIOGRAPHIQUE

I.1. Introduction .....	3
I.2. Synthèse bibliographique .....	3
I.3. Généralité sur les Nanofluides .....	6
I.3.1. Définition .....	6
I.3.2. Préparation des nanofluides .....	7
I.3.3. Les applications de nanofluides .....	8
I.3.4. Autres applications.....	9
I.3.5. Les avantages des nanofluides .....	9
I.3.6. Les inconvénients des nanofluides .....	10
I.3.7. Propriétés thermo physiques des nanofluides .....	10
I.3.7.1. la fraction volumique ( $\varphi$ ).....	10
I.3.7.2 .Conductivité thermique ( $K$ ).....	11
I.3.7.3. Viscosité dynamique ( $\mu$ ).....	13
I.3.7.4. La masse volumique ( $\rho$ ) .....	15
I.3.7.5. La chaleur massique ( $C_p$ ).....	15

I.3.7.6. Coefficient d'expansion volumique ( $\beta$ ).....	16
I.4. Généralité sur le transfert de chaleur.....	16
I.4.1. Introduction .....	16
I.4.2. Transfert de chaleur par conduction.....	16
I.4.3. Transfert de chaleur par rayonnement.....	17
I.4.4. Transfert de chaleur par convection .....	17
I.4.4.1. La convection naturelle .....	17
I.4.4.2. La convection forcée .....	17
I.4.4.3. La convection mixte .....	17
I.4.5. Les nombres sans dimension.....	18
I.4.5.1. Nombre de Reynolds .....	18
I.4.5.2. Nombre de Prandtl.....	19
I.4.5.3. Nombre de Nusselt .....	19
I.4.5.4. Nombre de Grashof .....	19
I.4.5.5. Nombre de Rayleigh.....	20
I.4.6. La convection dans les enceintes .....	21
I.4.6.1. Enceinte avec gradient verticale de température .....	21
I.4.6.2. Déplacement d'une goutte de fluide.....	23
I.4.6.3. Trainée visqueuse et diffusion de la chaleur .....	24
I.4.6.4. Enceinte avec gradient horizontale de température .....	25

## **Chapitre II: FORMULATION MATHÉMATIQUE**

II.1. Introduction .....	27
II.2. Définition géométrique.....	27
II.2.1. Premier cas : La source circonscrite à gauche .....	28
II.2.2. Deuxième cas : La source localisée au milieu .....	28

---

II.2.3. Troisième cas : La source circonscrite à droite.....	29
II.3. Modèle mathématique .....	29
II.3.1. Introduction.....	29
II.3.2. Equation de continuité .....	30
II.3.3. Equation de quantité de mouvement.....	30
II.3.4. Equation de conservation d'énergie.....	30
II.4. Les hypothèses.....	31
II.5. Equations du problème .....	32
II.5.1. Equations de continuité.....	32
II.5.2. Equations de quantité de mouvement .....	32
II.5.3. Equations de l'énergie.....	33
II.6. Adimensionnalisation des équations .....	33
II.7. Conditions aux limites .....	34
II.7.1. Premier cas : La source localisée à gauche .....	35
II.7.2. Deuxième cas : La source localisée au milieu .....	36
II.7.3. Troisième cas : La source localisée à droite .....	37
II.8. Le coefficient d'échange par convection : Le nombre de Nusselt .....	38
II.8.1. Le nombre de Nusselt local.....	38
II.8.2. Le nombre de Nusselt moyen .....	39

## **Chapitre III: FORMULATION NUMERIQUE**

III.1. Introduction .....	40
III.2. Principe de la méthode des volumes finis .....	40
III.3. Maillage.....	41
III.4. Procédure du calcul numérique .....	43
III.4.1. Maillage de domaine dans « GAMBIT » .....	43

III.4.2. Résolution des équations et calcul avec « FLUENT » .....	43
III.5. Géométrie de l'enceinte (2D) .....	45
III.6. Propriétés thermophysiques .....	46

## **Chapitre VI: RESULTATS ET DISCUSSIONS**

IV.1. Introduction .....	48
IV.2. La convergence .....	49
IV.3. Résultats .....	50
IV.3.1. Les effets de la fraction volumique solide.....	50
IV.3.2. Les effets de l'emplacement de la source de chaleur .....	51
IV.3.3. Nombre de Nusselt moyen .....	52
Conclusion.....	81
Bibliographie.....	82
Annexe .....	84



## Liste des figures

<b>Figure I.1:</b> Nanofluides vue au microscope électronique : éthylène glycol + cuivre 0.5% ; eau + nanotube ; eau + alumine ; eau + or à 2nm .....	7
<b>Figure I.2:</b> Procèdes de synthèse de nanofluide en une seule étape (Argonne National Laboratory, USA).....	8
<b>Figure I.3:</b> Schéma représentant la configuration de la convection de Rayleigh-Bénard.....	22
<b>Figure I.4:</b> Schéma représentant les rouleaux de la convection de Rayleigh-Bénard.....	22
<b>Figure I.5:</b> Schéma représentant le déplacement d'une goutte de fluide .....	24
<b>Figure I.6:</b> Schéma représentant la force de trainée visqueuse .....	25
<b>Figure I.7:</b> Schéma représentant la diffusion thermique .....	26
<b>Figure I.8:</b> Schéma de la convection dans une enceinte avec gradient horizontale de température.....	26
<b>Figure II.1:</b> Schéma représentant l'enceinte à une source de chaleur circonscrite à gauche..	28
<b>Figure II.2:</b> Schéma représentant l'enceinte à une source de chaleur localisée au milieu.....	28
<b>Figure II.3:</b> Schéma représentant l'enceinte à une source de chaleur circonscrite à droite....	29
<b>Figure II.4:</b> Les conditions aux limites sous forme dimensionnelles et Adimensionnelles (1 <sup>er</sup> cas) .....	36
<b>Figure II.5:</b> Les conditions aux limites sous forme dimensionnelles et Adimensionnelles (2 <sup>eme</sup> cas) .....	37
<b>Figure II.6:</b> Les conditions aux limites sous forme dimensionnelles et Adimensionnelles (3 <sup>eme</sup> cas) .....	38
<b>Figure III.1:</b> Schéma représentant le volume de contrôle bidimensionnel.....	41
<b>Figure III.2:</b> Schéma représentant le maillage décalé .....	42
<b>Figure III.3:</b> Organisation de calcul.....	44
<b>Figure III.4:</b> Schéma représentant l'enceinte à une source de chaleur localisée au milieu ....	45
<b>Figure III.5:</b> Schéma représentant l'enceinte à une source de chaleur circonscrite à gauche	45
<b>Figure IV.1:</b> Le maillage utilisé.....	49
<b>Figure IV.2 :</b> Evolution de résidu pour une enceinte à une source de chaleur localisé au milieu, $\varphi = 0.1$ , $Ra = 10^3$ .....	49
<b>Figure IV.3 :</b> Représentation des lignes de courant dans l'enceinte à $Ra = 10^3$ , $\varphi = 0$ , source localisé au milieu.....	53
<b>Figure IV.4 :</b> Représentation des lignes de courant dans l'enceinte à $Ra = 10^3$ , $\varphi = 0.1$ , source localisé au milieu.....	53
<b>Figure IV.5 :</b> Représentation des lignes de courant dans l'enceinte à $Ra = 10^3$ , $\varphi = 0.2$ , source localisé au milieu.....	54

<b>Figure IV.6</b> : Représentation des lignes de courant dans l'enceinte à $Ra=10^4$ , $\varphi = 0$ , source localisé au milieu.....	54
<b>Figure IV.7</b> : Représentation des lignes de courant dans l'enceinte à $Ra=10^4$ , $\varphi = 0.1$ , source localisé au milieu.....	55
<b>Figure IV.8</b> : Représentation des lignes de courant dans l'enceinte à $Ra=10^4$ , $\varphi = 0.2$ , source localisé au milieu.....	55
<b>Figure IV.9</b> : Représentation des lignes de courant dans l'enceinte à $Ra=10^5$ , $\varphi = 0$ , source localisé au milieu.....	56
<b>Figure IV.10</b> : Représentation des lignes de courant dans l'enceinte à $Ra=10^5$ , $\varphi = 0.1$ , source localisé au milieu.....	56
<b>Figure IV.11</b> : Représentation des lignes de courant dans l'enceinte à $Ra=10^5$ , $\varphi = 0.2$ , source localisé au milieu .....	57
<b>Figure IV.12</b> : Représentation des lignes de courant dans l'enceinte à $Ra=10^6$ , $\varphi = 0$ , source localisé au milieu.....	57
<b>Figure IV.13</b> : Représentation des lignes de courant dans l'enceinte à $Ra=10^6$ , $\varphi = 0.1$ , source localisé au milieu.....	58
<b>Figure IV.14</b> : Représentation des lignes de courant dans l'enceinte à $Ra=10^6$ , $\varphi = 0.2$ , source localisé au milieu.....	58
<b>Figure IV.15</b> : Représentation des isothermes dans l'enceinte à $Ra=10^3$ , $\varphi = 0$ , source localisé au milieu.....	59
<b>Figure IV.16</b> : Représentation des isothermes dans l'enceinte à $Ra=10^3$ , $\varphi = 0.1$ , source localisé au milieu.....	59
<b>Figure IV.17</b> : Représentation des isothermes dans l'enceinte à $Ra=10^3$ , $\varphi = 0.2$ , source localisé au milieu.....	60
<b>Figure IV.18</b> : Représentation des isothermes dans l'enceinte à $Ra=10^4$ , $\varphi = 0$ , source localisé au milieu.....	60
<b>Figure IV.19</b> : Représentation des isothermes dans l'enceinte à $Ra=10^4$ , $\varphi = 0.1$ , source localisé au milieu.....	61
<b>Figure IV.20</b> : Représentation des isothermes dans l'enceinte à $Ra=10^4$ , $\varphi = 0.2$ , source localisé au milieu.....	61
<b>Figure IV.21</b> : Représentation des isothermes dans l'enceinte à $Ra=10^5$ , $\varphi = 0$ , source localisé au milieu.....	62
<b>Figure IV.22</b> : Représentation des isothermes dans l'enceinte à $Ra=10^5$ , $\varphi = 0.1$ , source localisé au milieu.....	62
<b>Figure IV.23</b> : Représentation des isothermes dans l'enceinte à $Ra=10^5$ , $\varphi = 0.2$ , source localisé au milieu.....	63
<b>Figure IV.24</b> : Représentation des isothermes dans l'enceinte à $Ra=10^6$ , $\varphi = 0$ , source localisé au milieu.....	63

<b>Figure IV.25</b> : Représentation des isothermes dans l'enceinte à $Ra=10^6$ , $\varphi = 0.1$ , source localisé au milieu.....	64
<b>Figure IV.26</b> : Représentation des isothermes dans l'enceinte à $Ra=10^6$ , $\varphi = 0.2$ , source localisé au milieu.....	64
<b>Figure IV.27</b> : Représentation des lignes de courants dans l'enceinte à $Ra=10^3$ , $\varphi = 0$ , source circonscrite à gauche .....	65
<b>Figure IV.28</b> : Représentation des lignes de courants dans l'enceinte à $Ra=10^3$ , $\varphi = 0.1$ , source circonscrite à gauche.....	65
<b>Figure IV.29</b> : Représentation des lignes de courants dans l'enceinte à $Ra=10^3$ , $\varphi = 0.2$ , source circonscrite à gauche.....	66
<b>Figure IV.30</b> : Représentation des lignes de courants dans l'enceinte à $Ra=10^4$ , $\varphi = 0$ , source circonscrite à gauche .....	66
<b>Figure IV.31</b> : Représentation des lignes de courants dans l'enceinte à $Ra=10^4$ , $\varphi = 0.1$ , source circonscrite à gauche.....	67
<b>Figure IV.32</b> : Représentation des lignes de courants dans l'enceinte à $Ra=10^4$ , $\varphi = 0.2$ , source circonscrite à gauche.....	67
<b>Figure IV.33</b> : Représentation des lignes de courants dans l'enceinte à $Ra=10^5$ , $\varphi = 0$ , source circonscrite à gauche .....	68
<b>Figure IV.34</b> : Représentation des lignes de courants dans l'enceinte à $Ra=10^5$ , $\varphi = 0.1$ , source circonscrite à gauche.....	68
<b>Figure IV.35</b> : Représentation des lignes de courants dans l'enceinte à $Ra=10^5$ , $\varphi = 0.2$ , source circonscrite à gauche.....	69
<b>Figure IV.36</b> : Représentation des lignes de courants dans l'enceinte à $Ra=10^6$ , $\varphi = 0$ , source circonscrite à gauche .....	69
<b>Figure IV.37</b> : Représentation des lignes de courants dans l'enceinte à $Ra=10^6$ , $\varphi = 0.1$ , source circonscrite à gauche.....	70
<b>Figure IV.38</b> : Représentation des lignes de courants dans l'enceinte à $Ra=10^6$ , $\varphi = 0.2$ , source circonscrite à gauche.....	70
<b>Figure IV.39</b> : Représentation des isothermes dans l'enceinte à $Ra=10^3$ , $\varphi = 0$ , source circonscrite à gauche .....	71
<b>Figure IV.40</b> : Représentation des isothermes dans l'enceinte à $Ra=10^3$ , $\varphi = 0.1$ , source circonscrite à gauche .....	71
<b>Figure IV.41</b> : Représentation des isothermes dans l'enceinte à $Ra=10^3$ , $\varphi = 0.2$ , source circonscrite à gauche .....	72
<b>Figure IV.42</b> : Représentation des isothermes dans l'enceinte à $Ra=10^4$ , $\varphi = 0$ , source circonscrite à gauche .....	72
<b>Figure IV.43</b> : Représentation des isothermes dans l'enceinte à $Ra=10^4$ , $\varphi = 0.1$ , source circonscrite à gauche .....	73

**Figure IV.44** : Représentation des isothermes dans l'enceinte à  $Ra=10^4$ ,  $\varphi = 0.2$ , source circonscrite à gauche ..... 73

**Figure IV.45** : Représentation des isothermes dans l'enceinte à  $Ra=10^5$ ,  $\varphi = 0$ , source circonscrite à gauche ..... 74

**Figure IV.46** : Représentation des isothermes dans l'enceinte à  $Ra=10^5$ ,  $\varphi = 0.1$ , source circonscrite à gauche ..... 74

**Figure IV.47** : Représentation des isothermes dans l'enceinte à  $Ra=10^5$ ,  $\varphi = 0.2$ , source circonscrite à gauche ..... 75

**Figure IV.48** : Représentation des isothermes dans l'enceinte à  $Ra=10^6$ ,  $\varphi = 0$ , source circonscrite à gauche ..... 75

**Figure IV.49** : Représentation des isothermes dans l'enceinte à  $Ra=10^6$ ,  $\varphi = 0.1$ , source circonscrite à gauche ..... 76

**Figure IV.50** : Représentation des isothermes dans l'enceinte à  $Ra=10^6$ ,  $\varphi = 0.2$ , source circonscrite à gauche ..... 76

**Figure IV.51** : Profile de Nombre du Nusselt local au long de la source de chaleur au milieu de l'enceinte ..... 77

**Figure IV.52** : Profile de Nombre du Nusselt local au long de la source de chaleur circonscrite à gauche de l'enceinte..... 78

**Figure IV.53** : Profile de Nombre du Nusselt moyen au long de la source de chaleur au milieu de l'enceinte pour différentes nombre de Rayleigh ..... 79

**Figure IV.54** : Profile de Nombre du Nusselt moyen au long de la source de chaleur circonscrite à gauche de l'enceinte pour différentes nombre de Rayleigh..... 79

**Figure IV.55** : La variation de la température maximale de la source de chaleur au milieu de l'enceinte en fonction de la fraction volumique pour différentes nombres du Rayleigh ..... 80

**Figure IV.56** : La variation de la température maximale de la source de circonscrite à gauche de l'enceinte en fonction de la fraction volumique pour différentes nombres du Rayleigh .... 80

## Nomenclature

$C_p$ :	la chaleur massique ( $J.kg^{-1}.K^{-1}$ )
$g$ :	Accélération de la pesanteur ( $m.s^{-2}$ )
$Gr$ :	Nombre de Grashof
$h$ :	le coefficient d'échange par convection ( $W.m^{-2}.K^{-1}$ )
$K$ :	La conductivité thermique ( $W.m^{-1}.K^{-1}$ )
$L$ :	Longueur de cavité (m)
$l$ :	Le long de la source de chaleur (m)
$m$ :	La masse (Kg)
$Nu_x$ :	nombre de Nusselt local sur la surface de la source de chaleur
$\overline{Nu}$ :	nombre de Nusselt moyen au long de la source de chaleur
$p$ :	pression du fluide (Pa)
$P$ :	pression adimensionnelle
$Pr$ :	Nombre de Prandtl
$Ra$ :	Nombre de Rayleigh
$Re$ :	Nombre de Reynolds
$T$ :	la température ( $^{\circ}C$ ) ou ( $K$ )
$T_{\infty}$ :	La température du fluide loin de la paroi ( $^{\circ}C$ )
$u, v$ :	Composantes de la vitesse dans les directions x,y ( $m.s^{-1}$ )
$U, V$ :	Composantes de la vitesse adimensionnelle
$V$ :	Le volume ( $m^3$ )
$x, y$ :	Les coordonnées cartésiennes
$X, Y$ :	Les coordonnées adimensionnelles

### Symbole Grecque :

$\alpha$ :	la diffusivité thermique ( $m^2.s^{-1}$ )
$\beta$ :	coefficient d'expansion thermique ( $K^{-1}$ )
$\Delta T$ :	la différence de température
$\varphi$ :	La fraction volumique
$\theta$ :	Température adimensionnelle
$\mu$ :	La viscosité dynamique ( $N.s.m^{-2}$ )

$\vartheta$  : La viscosité cinématique ( $m^2.s^{-1}$ )  
 $\rho$  : La densité ( $Kg.m^{-3}$ )

**Indice :**

*c* : chaude  
*f* : froid  
*f* : Fluide de base  
*nf* : nanofluide  
*s* : Particules solide

***INTRODUCTION***

***GENERALE***

---

# Introduction générale

Le transfert de chaleur peut jouer un rôle important dans divers processus industriels. L'efficacité de tels processus est souvent limitée par les propriétés thermophysiques des fluides utilisés.

La conductivité thermique d'un liquide non métallique étant très faible, il faut trouver un moyen de l'augmenter artificiellement.

Or, quoi de plus simple que d'ajouter des particules d'un matériau, doté d'une bonne conductivité thermique, dans le liquide de base pour prévoir augmenter la valeur moyenne de la conductivité thermique du mélange (nanofluide).

Il est avéré qu'un bon nanofluide apporte un coup de pouce à l'efficacité d'un système de refroidissement liquide quelconque sans avoir plus de bruit et sans consommer plus. Au contraire, l'efficacité générale étant améliorée, on peut penser à réduire la ventilation ou à prendre une pompe moins puissante, tout en gardant un palier de performance identique si le silence de fonctionnement est la priorité.

Les nanofluides présentent un coefficient de transfert thermique imbattable par rapport aux simples fluides caloporteurs (l'eau, l'huile ou l'éthylène-glycol). L'augmentation de la conductivité thermique des fluides de refroidissement en géométrie confinée constitue un enjeu important pour le développement des futurs systèmes de refroidissement dans le domaine du micro et nanotechnologie.

Dans le présent mémoire, nous étudions numériquement le transfert de chaleur par convection naturelle laminaire stationnaire des nanofluides remplies dans une enceinte rectangulaire contenant une source de chaleur isotherme, placé dans différentes positions. Les simulations numériques sont réalisées pour prédire l'effet de la fraction volumique, le nombre de Rayleigh et la position de la source de chaleur sur le transfert thermique.



Dans ce mémoire, nous avons consacré le premier chapitre à une synthèse bibliographique des travaux antérieurs concernant les nanofluides et la convection naturelle dans les cavités.

On présente aussi dans ce chapitre une étude recensant les paramètres thermophysiques rencontrés lors de l'étude des nanofluides en vue de mieux préciser ces différentes grandeurs associées à un nanofluide.

Nous présentons ensuite au deuxième chapitre, la formulation mathématique conduisant à la mise en équation du problème de la convection naturelle en configuration en question, dans le cas où le nanofluide est assimilé à un fluide incompressible de caractéristiques thermophysiques particulières. L'étude est faite dans le cadre de l'approximation de Boussinesq.

Nous préciserons à la suite dans le troisième chapitre, les conditions aux limites choisies et la méthode numérique de résolution adoptée.

Le quatrième chapitre traite des résultats de simulations numériques en configuration 2D de la convection naturelle dans une cavité chauffée par le bas (différentes positions). Nous avons utilisés pour cela le logiciel industriel FLUENT, basé sur une méthode de volume finis.

Enfin, la conclusion où nous dégagerons les points forts et les résultats de notre étude et les perspectives qu'elle offre.

# *Chapitre I*

---

*ANALYSE BIBLIOGRAPHIQUE*

---

# Chapitre I :

## ANALYSE BIBLIOGRAPHIQUE

### I.1.Introduction :

L'étude du transfert de chaleur par convection est un domaine de recherche depuis plusieurs décennies. Il existe une grande quantité de publications scientifiques consacrées à l'étude de convection naturelle dans les cavités. Mais peu d'entre elles ont été consacrées aux nanofluides.

La plupart des études ayant été généralement menés avec l'eau, l'huile ou l'air comme fluide de base. On sait que les transferts de chaleur par convection peuvent augmenter considérablement en changeant la configuration de l'écoulement ou en augmente les surfaces d'échange entre la paroi et le fluide.

### I.2.Synthèse bibliographique :

Cette partie est employée à une synthèse des principales études effectuées par le passé sur la convection libre dans les entourées remplies de nanofluides et qui sont en relation directe avec notre cas d'étude.

Ibrir .N et Rahal.S. [1] ont mené une étude numérique de la convection naturelle dans une enceinte rectangulaire contenant du métal liquide et soumise à un gradient horizontal de température.

La convection naturelle dans les métaux liquides a fait l'objet d'études menées par les métallurgistes et les ingénieurs des réacteurs nucléaires parce que les métaux liquides sont un excellent milieu de transfert de chaleur, Une modélisation du problème, en 2D et 3D, a été menée par l'utilisation du code ANSYS, qui se base sur la méthode des éléments finis, les résultants montrent l'influence de la nature du fluide sur les écoulements convectifs, des

fluides, à hauts nombres de Prandtl (tel l'eau) et d'autres à bas nombres de Prandtl (tels le mercure et le gallium).

Sébastien Ferrouillat al. [2] ont réalisé une étude expérimentales pour objectifs de déterminer les performances thermo-hydrauliques d'un nanofluide SiO<sub>2</sub>/eau dans des conditions de température de paroi impose (refroidissement ou chauffage du nanofluide) pour des régimes d'écoulement laminaire à turbulent.

Les résultats montrent que les pertes de pression sont bien représentées par les corrélations classiques si les propriétés thermo-physiques du fluide sont correctement prises en considération. Le coefficient d'échange thermique semble être plus élevé que celui du fluide de base en régime turbulent. Enfin, il a été remarqué que le fluide à hautes concentrations de nanoparticules (34% en masse) conduit raisemblablement à la modification de l'état de surface de la paroi, probablement en raison de dépôts de nanoparticules. Cette modification d'état de surface génère une augmentation des pertes de pression ainsi que du coefficient d'échange. Des essais complémentaires seront nécessaires afin de consolider ces premiers résultats et afin de comprendre ce probable phénomène de dépôt qui conditionne les performances thermo hydrauliques du nanofluide.

Mohamed EL HATTAB et al. [3] ont présente une étude numérique de la convection naturelle des nanofluides confinés dans une enceinte carrée chauffée par une source de chaleur isotherme montée sur sa paroi gauche. Les équations qui régissent l'écoulement hydrodynamique et le transfert de chaleur sont décrites par les équations de Navier Stockes et de l'énergie. Ces équations sont discrétisées par la méthode des volumes finis en utilisant un schéma en loi de puissance. La viscosité dynamique et la conductivité thermique effective du nanofluide sont approximées respectivement par le modèle de Brinkman et de Maxwell-Garnetts. Les simulations numériques sont effectuées dans le cas de l'eau pure et des mélanges d'eau et des nanoparticules (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, Cu et TiO<sub>2</sub>) pour un nombre de Rayleigh variant de 10<sup>3</sup> à 10<sup>6</sup> et une fraction volumique des nanoparticules comprise entre 0 et 0,1. Les

résultats obtenus montrent que le transfert de chaleur s'améliore si on augmente la fraction volumique des nanoparticules et le nombre de Rayleigh.

SALHI Hicham. [4] présente une étude numérique de la convection naturelle laminaire stationnaire dans une enceinte carrée chauffée et remplie d'un mélange d'eau et des nanofluides. Pour différentes positions de source de chaleur et différentes fractions volumiques pour les nanofluides. Les équations gouvernantes ont été discrétisées par la méthode des volumes finis par l'utilisation d'un schéma hybride. Les champs thermique et dynamique ont été obtenus ainsi que le nombre de Nusselt.

La procédure de simulation a été validée par comparaison des résultats obtenus avec ceux d'autres travaux. L'influence des paramètres (nombre de Rayleigh, type de nanofluide, la position des sources de chaleur) a été considérée. Des corrélations entre le nombre de Nusselt et les différents paramètres de contrôle de la configuration en question ont été également obtenues.

Putra et al. [5] ont réalisé une étude expérimentale sur le transfert de chaleur en convection naturelle pour des nanofluides ( $Al_2O_3 + eau$ ) et ( $CuO + eau$ ) à l'intérieur d'un cylindre horizontal dont les deux faces verticales sont soumises à des températures constantes et différentes. Ils ont trouvé que pour un nombre de Rayleigh du nanofluide entre 106 et 109 le transfert de chaleur diminue au lieu d'augmenter lorsque l'on augmente la fraction volumique des nanoparticules. Donc observe une détérioration du transfert de chaleur.

Bachir Glades et Benhadid.[6] ont entamé une étude théorique et numérique en vue de quantifier l'importance du transfert de chaleur convectif par convection naturelle dans une cellule horizontale chauffée par le bas (configuration de Rayleigh-Benard), ils ont utilisés cinq types de nanofluides ( $Al_2O_3+eau$ ), ( $CuO+eau$ ), ( $Cu+eau$ ), ( $Ag+eau$ ) et ( $Au+eau$ ) chacun doté de propriétés thermophysiques différentes, ils ont montrés que dans ce travail que dans la configuration de Rayleigh-Benard, après l'apparition de la convection, le transfert de chaleur

est plus élevé dans le fluide de base par rapport au nanofluides. Le nombre de Rayleigh dans les nanofluides diminue avec l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules.

Ainsi, les nanoparticules en suspension dans l'eau vont retarder l'apparition de la convection dans ce dernier.

### **I.3. Généralité sur les Nanofluides :**

#### **I.3.1. Définition :**

Les nanofluides sont des dispersions de particules de taille nanométrique (dont le diamètre est typiquement inférieur à 100 nm), appelées nanoparticules, dans un fluide de base afin d'en améliorer certaines propriétés.

Dans le cas des fluides caloporteurs, un des premiers paramètres à prendre en compte afin d'évaluer le potentiel d'échange de chaleur est la conductivité thermique. Or, les fluides les plus employés tels que l'eau, l'huile ou l'éthylène-glycol (EG) ne disposent que d'une conductivité thermique faible par rapport à celle des solides cristallins. Avec les nanofluides, l'idée est alors d'insérer, au sein du fluide de base, des nanoparticules afin d'augmenter la conductivité thermique effective du mélange [7]. Ce terme nanofluide a été introduit par Choi.

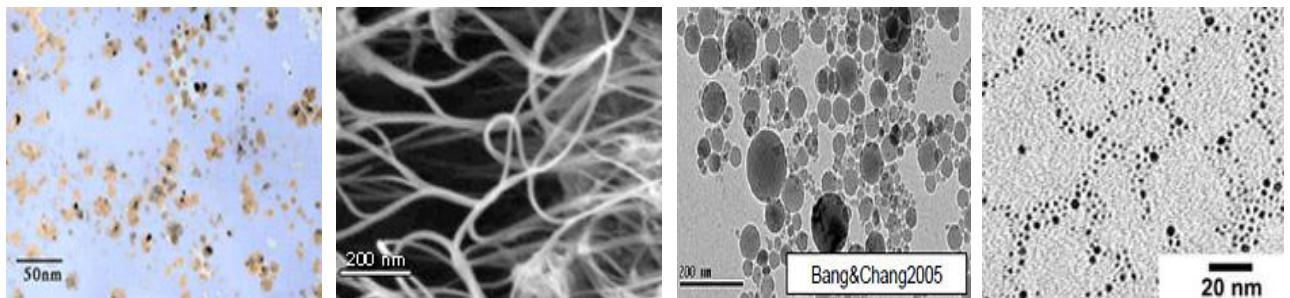
Les types de nanoparticules sont [6] :

- ✓ **Métalliques** : le cuivre (Cu), l'aluminium (Al), l'or (Au), l'argent (Ag).
- ✓ **Oxydes** : l'oxyde de cuivre (CuO), l'oxyde de l'aluminium ( $Al_2O_3$ ), le de titane ( $TiO_2$ ).
- ✓ **Nanotubes de carbone.**

Un nanofluide est une solution colloïdale contenant des particules solides de petite taille, désignée sous le terme de « nanoparticules », en suspension dans un liquide de base dont on veut modifier au progresser certaines de propriétés, notamment thermiques.

Le choix des liquides de bases est primordial pour un nanofluide, il permet d'assurer la stabilité de la suspension dans le temps et d'éviter tout phénomène d'agrégation, la sélection d'un telle fluide se fera en fonction de la nature de nanoparticule, les solvants plus utilisés sont :

- ✓ L'eau
- ✓ L'éthyléneglycol, EG
- ✓ Les huiles
- ✓ Le toluène



**Figure I.1:** Nanofluides vue au microscope électronique : éthylène glycol + cuivre 0.5% ; eau + nanotube ; eau + alumine ; eau + or à 2nm

### I.3.2. Préparation des nanofluides :

Les procédés de fabrication de nanoparticules sont nombreux. Ils peuvent être classés en deux catégories :

- Les procédés physiques, comme le broyage mécanique.
- Les procédés chimique, comme la pyrolyse laser ou la précipitation chimique.

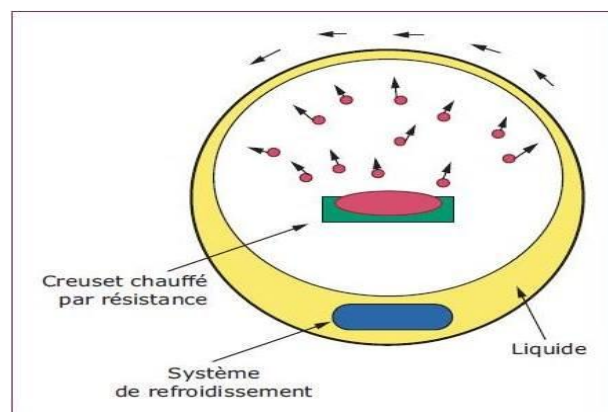
En outre, il existe deux méthodes principales pour produire des nanofluides :

**La méthode en deux étapes :** consiste à produire dans un premier temps les nanoparticules, puis à les disperser dans le fluide de base. Pour permettre une bonne dispersion, une forte

action mécanique à l'aide d'un agitateur rotatif ou d'ultrason est souvent nécessaire afin de briser agglomérant. En outre, pour éviter l'agglomération due aux forces d'attraction entre les particules, on utilise des forces de répulsion électrostatique en chargeant la surface des particules en adaptant le pH.

On peut également utiliser les forces de répulsion stérique à l'aide de molécule adsorbé ou greffées sur la surface.

**La méthode en une seule étape :** consiste à produire les nanoparticules dans le fluide de base. Moins industrielle, elle n'est utilisable que pour certains nanofluides mais permet d'éviter l'agglomération et plus la conductivité thermique du mélange est améliorée. Néanmoins, pour une famille de nanofluides donnée, les résultats de la littérature présentent une dispersion assez forte. Cette dispersion peut être attribuée au mode de synthèse des nanofluides et/ou à la méthode de mesure.



**Figure I.2:** Procèdes de synthèse de nanofluide en une seule étape (Argonne National Laboratory, USA) [7].

### I.3.3. Les applications des nanofluides :

Les dispersions de nanoparticules trouvent déjà de nombreux domaines d'applications pour leurs propriétés magnétiques (paliers magnétiques à ferrofluides, agents de contraste en imagerie médicale), pour leurs propriétés électriques (dépôt conducteur électromouillage pour



lentilles liquides), et de marquage de cellules ou de contrefaçon avec des nanoparticules fonctionnalisées.

En thermique, les nanofluides peuvent être utilisés partout où des flux de chaleur importants doivent être évacués par des boucles liquides fermées : refroidissement de composants électriques et électroniques, radars, automobile...etc).

Les nanofluides pourraient apporter une solution intéressante dans le refroidissement des miroirs, cibles et filtres des lasers et rayons X de forte puissance, ainsi que des Micro Electro Mechanical Systems [7].

#### **I.3.4. Autres applications:**

- ✓ L'échangeur de chaleur.
- ✓ le refroidissement d'éléments électroniques (produire un nanofluide stable qui est compatible avec des circuits et des composants électroniques).
- ✓ Nanoparticules pour l'efficacité des réfrigérateurs (formulations de lubrifiants et liquides de refroidissement mélangés avec des nanoparticules pourraient entraîner une augmentation de l'efficacité énergétique des réfrigérateurs)
- ✓ Aéronautique et spatial.
- ✓ Refroidissement des systèmes nucléaire.
- ✓ Transport (gestion de refroidissement / véhicule moteur thermique).
- ✓ Autres applications (caloducs, piles à combustible, le chauffage solaire d'eau, forage, stockage thermique).

#### **I.3.5. Les avantages des nanofluides :**

- Une grande surface de transfert de chaleur entre les particules et les fluides.
- Haute dispersion et stabilité avec prédominante mouvement brownien des particules.
- Réduit par rapport au liquide pur pour obtenir équivalent intensification de transfert de chaleur.

- Particules réduites de colmatage par rapport aux conventionnelles boues, favorisant ainsi la miniaturisation du système.
- Propriétés ajustables, dont la conductivité thermique et la mouillabilité de la surface, en faisant varier les concentrations de particules en fonction de différentes applications.

### **I.3.6. Les inconvénients des nanofluides :**

- Fortes pertes de charge.
- Erosion.
- Sédimentation.
- Bouchons dans les écoulements.
- Le coût élevé des nanofluides.
- Difficultés dans le processus de production.

### **I.3.7. Propriétés thermo physiques des nanofluides :**

De nombreuses études ont été menées afin de mesurer, mais aussi d'expliquer et de prédire, l'augmentation de la conductivité thermique des nanofluides. Différentes méthodes de mesure de conductivité thermique ont été employées, la plus courante reste la méthode utilisant un fil chaud en régime transitoire. Néanmoins, compte tenu de la dispersion des résultats, des biais expérimentaux ont été suspectés et d'autres méthodes de mesure ont été utilisées, comme la méthode  $3\omega$ , les méthodes stationnaires utilisant une différence de température entre deux plaques ou deux cylindres et les méthodes optiques basées sur la variation de l'indice de réfraction en fonction de la température [8].

#### **I.3.7.1. la fraction volumique ( $\phi$ ):**

La fraction volumique est un rapport sans dimension entre deux volumes, le volume de solide ou particule (nanoparticules) sur le volume total (nanoparticules + fluide de base). La

valeur de la fraction volumique est variée entre 0 (fluide de base pure) et 1. La fraction volumique est donnée par la relation suivant :

$$\varphi = \frac{\text{Volume solide}}{\text{Volume total du nanofluide}} = \frac{V_s}{V_s + V_f} \quad (\text{I.1})$$

Où  $V_s$  : Volume des nanoparticules solides [ $\text{m}^3$ ].

$V_f$  : Volume du fluide de base [ $\text{m}^3$ ].

### **I.3.7.2 .Conductivité thermique (K) :**

La conductivité thermique généralement est une propriété importante, principalement dans notre étude parce qu'elle joue un rôle très importants dans le phénomène de transfert de chaleur, elle peut indiquer clairement l'efficacité du transfert de chaleur du fluide ou du solide, la conductivité dépend de la température.

En plus de sa variation en fonction de la température, la conductivité thermique du nanofluide varié en fonction de la fraction volumique aussi, la conductivité thermique d'un nanofluide est calculée selon les deux modèles suivant :

#### **A-Modèle de Maxwell :**

Maxwell à présenter son modèle pour calculer la conductivité thermique d'un nanofluide en fonction de la fraction volumique de nanofluide, mais ce modèle est valable uniquement dans le cas des nanofluides qui contiennent des nanoparticules sphériques, et que cette condition peut être considéré comme un point négative pour le modèle, donc pour l'utilisation de ce modèle on est obligée de considérer seulement les nanoparticules du forme sphériques. Le modèle de Maxwell (1873) est donné par la formule suivante :

$$K_{nf} = \frac{K_s + 2K_f + 2(K_s - K_f)\varphi}{K_s + 2K_f - (K_s - K_f)\varphi} K_f \quad (\text{I.2})$$

Où  $K_{nf}$ : La conductivité thermique du nanofluide.

$K_f$ : La conductivité thermique du fluide de base.

$K_s$ : La conductivité thermique des particules solides.

### **B-Modèle de Hamilton et Crosser :**

Le modèle de Hamilton et Crosser (1962) a été établi pour résoudre la limite de modèle de Maxwell.

Puisque ce dernier n'est valable que dans le cas des particules sphériques une chose qui rend le modèle moins efficace pour la description du phénomène étudié. Pour cela le modèle de Hamilton et Crosser a été développé pour rendre plus efficace le calcul de la conductivité thermique du nanofluide quelque soit la forme de la nanoparticule, et ça en introduisant la notion du facteur géométrique appelé la sphéricité ( $\psi$ ). Ce facteur est défini comme étant le rapport de la surface de la sphère ayant le même volume que les nanoparticules sur la surface d'une nanoparticule.

La conductivité thermique apparente du milieu est donnée par l'expression suivante :

$$K_{nf} = \frac{K_s + (n - 1)K_f - (n - 1)(K_f - K_s)\psi}{K_s + (n - 1)K_f + (K_f - K_s)\psi} K_f \quad (\text{I. 3})$$

Où ( $n$ ) est un facteur de forme empirique donné par :  $n = \frac{3}{\Psi}$

$n=3$  pour les particules sphériques et  $n=6$  pour les particules cylindriques.

Pour ( $\psi=1$ ) (particules sphériques) le modèle de Hamilton et Crosser est identique au modèle de Maxwell.

### **C-Modèle de Yu et Choi :**

Une autre expression pour calculer la conductivité thermique a été introduite par Yu et Choi (2003). Ils ont proposé de modéliser les nanofluides comme un liquide de base et des

particules solides séparés par une couche nanométrique. Cette couche agit comme un pont thermique entre le fluide et les nanoparticules. De plus, ils ont supposé que la conductivité thermique de la couche nanométrique est plus grande que la conductivité thermique de liquide. Le modèle de Maxwell est donné par la formule suivante :

$$K_{nf} = \frac{K_s + 2K_f + 2(K_s - K_f)(1 + \beta)^3 \varphi}{K_s + 2K_f - (K_s + K_f)(1 + \beta)^3 \varphi} K_f \quad (\text{I.4})$$

Où  $\beta$  est le rapport de l'épaisseur de la couche nanométrique sur le rayon des particules.

### D-Modèles corrélations semi-empirique :

Il existe plusieurs corrélations semi-empiriques basées sur des résultats expérimentaux utilisées pour calculer la conductivité thermique des différents nanofluides:

$$K_{nf} = (28.905\varphi^2 + 2.8273\varphi + 1)K_f \quad \text{Pour le nanofluide (EG+Al}_2\text{O}_3) \quad (\text{I.5})$$

$$K_{nf} = (-13\varphi^2 + 6.3\varphi + 1)K_f \quad \text{Pour le nanofluide (Al}_2\text{O}_3\text{+eau)} \quad (\text{I.6})$$

$$K_{nf} = (11.6\varphi^2 + 9.6\varphi + 1)K_f \quad \text{Pour le nanofluide (Cu+eau)} \quad (\text{I.7})$$

$$K_{nf} = (7146\varphi^2 + 76.6\varphi + 1)K_f \quad \text{Pour le nanofluide (huile+ntc)} \quad (\text{I.8})$$

Les équations (I.5), (I.6), (I.7) et (I.8) sont des corrélations empiriques utilisées pour estimer la conductivité thermique des nanofluides (EG+Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>), (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>+eau), le nanofluide (Cu+eau) et le nanofluide (huile+nanotube de carbone) respectivement.

### I.3.7.3. Viscosité dynamique ( $\mu$ ) :

La viscosité peut être définie comme étant une propriété d'un fluide pour qu'il résiste aux déformations lorsqu'il est mis en mouvement.

On peut donc parler de la viscosité comme étant une mesure du frottement interne d'un fluide.

Un liquide très visqueux est un liquide qui présente un frottement interne élevé.

La dispersion des nanoparticules dans un liquide a un effet sur la viscosité dynamique de ce dernier. La viscosité obtenue devient la viscosité dynamique du nanofluide qui peut être influencé énormément par la qualité de la dispersion de la nanoparticule dans le fluide de base et de la température. Cette viscosité dynamique peut être calculée à partir de la viscosité du fluide de base et la fraction volumique du nanofluide. Pour ce qui suit nous allons citer deux modèles pour le calcul des viscosités apparentes :

### **A-Modèle d'Einstein :**

La viscosité dynamique d'un nanofluide est donnée par Einstein (1906) pour un mélange contenant des suspensions diluées de particules fines sphériques et rigides est la suivantes :

$$\mu_{nf} = \mu_f(1 + 2.5\varphi) \quad (\text{I. 9})$$

Où  $\mu_{nf}$ : La viscosité dynamique du nanofluide.

$\mu_f$ : La viscosité dynamique du fluide de base.

$\varphi$ : La fraction volumique des nanoparticules.

Cette relation est valable juste pour  $\varphi = 0.03$

### **B-Modèle de Brinkman :**

Par contre, Brinkman (1952) a étudié la formule d'Einstein pour couvrir une large plage de concentrations volumiques.

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1 - \varphi)^{2.5}} \quad (\text{I. 10})$$

**Remarque :** Pour les faibles fractions volumiques, la relation de Brinkman conduit exactement à celle d'Einstein. Ces relations n'intègrent pas les effets du mouvement Brownien ni ceux de la taille des particules.

### I.3.7.4. La masse volumique ( $\rho$ ) :

La détermination de la masse volumique d'un nanofluide parfaitement homogène (bonne dispersion des nanoparticules dans le fluide) en fonction de la fraction volumique à une température donnée, se fait à partir de la définition de la masse volumique d'un mélange.

Dans le cas d'un mélange, la masse volumique est donnée par la relation suivante :

$$\rho_{nf} = \left[ \frac{m}{V} \right]_{nf} = \frac{m_f + m_s}{V_f + V_s} = \frac{\rho_f V_f + \rho_s V_s}{V_f + V_s} \quad (\text{I. 11})$$

A partir de la relation (I.1), on déduit alors la masse volumique du nanofluide :

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi)\rho_f + \varphi\rho_s \quad (\text{I. 12})$$

Où  $\rho_{nf}$ : La masse volumique du nanofluide.

$\rho_f$ : La masse volumique du fluide de base.

$\rho_s$ : La masse volumique des nanoparticules.

### I.3.7.5. La chaleur massique ( $C_p$ ) :

La chaleur massique ou la chaleur spécifique est la capacité calorifique par unité de masse d'une substance ou d'un système homogène  $C_p = dQ/mdT$ . La chaleur spécifique correspond à l'apport de chaleur nécessaire pour élever la température de l'unité de substance de 1 K lors de la transformation considérée. Pour la détermination de la chaleur spécifique d'un nanofluide, on peut citer les deux modèles suivantes :

#### A-Modèle du Pak et Cho :

Pak et Cho (1998) ont utilisé la formule suivante :

$$(C_p)_{nf} = (1 - \varphi)(C_p)_f + \varphi(C_p)_s \quad (\text{I. 13})$$

#### B-Modèle du Xuan et Roetzel :

Xuan et Roetzel (2000) ont utilisé la formule suivante :

$$(\rho C_p)_{nf} = (1 - \varphi)(\rho C_p)_f + \varphi(\rho C_p)_s \quad (\text{I. 14})$$

### I.3.7.6. Coefficient d'expansion volumique ( $\beta$ ) :

Pour calcul la valeur de ce coefficient pour les nanofluides, de très nombreux auteurs ont utilisé à la suite des premiers travaux sur les nanofluides et par analogie avec la relation (I.12), on déduit l'expression suivante :

$$\beta_{nf} = (1 - \varphi)\beta_f + \varphi\beta_s \quad (\text{I. 15})$$

Où  $\beta_{nf}$ : Le coefficient de dilatabilité du nanofluide.

$\beta_f$ : Le coefficient de dilatabilité du fluide de base.

$\beta_s$ : Le coefficient de dilatabilité des nanoparticules.

## I.4. Généralité sur le transfert de chaleur :

### I.4.1. Introduction

Le transfert de chaleur est un processus d'une grande importance dans le domaine de l'industrie et des technologies. Bien qu'il manifeste sous diverses formes (rayonnement, conduction et convection), cette dernière est la plus visée dans certains domaines bien spécifiés tels que le refroidissement des processeurs et des composantes électroniques, les radiateurs et les échangeurs de chaleur, ... etc. [9].

### I.4.2. Transfert de chaleur par conduction :

La conduction thermique est la propagation de chaleur de molécule à molécule, dans un corps ou dans plusieurs corps contigus et non réfléchissants, sans qu'il y ait mouvement du milieu ou que ce mouvement intervienne dans la transmission. Ce mode de transmission caractérise essentiellement les transferts de chaleur dans les solides ou entre corps solides contigus. La conduction intervient également dans les liquides et les gaz mais sauf dans le cas



des liquides très visqueux ou des gaz emprisonnés dans des matériaux poreux, son effet est marginal par rapport à celui de la convection.

### **I.4.3. Transfert de chaleur par rayonnement :**

Le rayonnement est le transfert de chaleur d'un corps à un autre corps, sans aucun contact entre eux, par le déplacement d'ondes dans l'espace. Cette de transfert de chaleur concerne les longueurs d'ondes comprises entre 100  $\mu\text{m}$  et 0,01  $\mu\text{m}$  et va de l'infrarouge à l'ultraviolet en couvrant le visible.

### **I.4.4. Transfert de chaleur par convection :**

La convection caractérise la propagation de chaleur dans un fluide, gaz ou liquide dont les molécules sont en mouvement. On distingue deux types de convection par la suite.

#### **I.4.4.1. La convection naturelle :**

En convection naturelle, les mouvements des particules de fluide ont pour origine les différences de masse volumique induites par un gradient de température imposé, en présence du champ de gravités.

#### **I.4.4.2. La convection forcée :**

La convection forcée dans laquelle le mouvement est provoqué par un procédé mécanique (pompe, ventilateur, etc.) indépendant des phénomènes thermiques, c'est donc un gradient de pression extérieur qui provoque les déplacements des particules du fluide.

#### **I.4.4.3. La convection mixte :**

La convection mixte correspond au couplage des deux phénomènes précédents (convection naturelle et forcée) quand les vitesses d'écoulement, fictives, dues aux deux types de convections sont considérées séparément, du même ordre de grandeur.

### I.4.5. Les nombres sans dimension :

L'étude des problèmes de transfert de chaleur par convection implique la résolution d'équations différentielles qui décrivent la mécanique des fluides, les échanges d'énergie, les transferts de masse. Ces équations sont généralement liées et difficiles à résoudre théoriquement, ce qui conduit à associer à la théorie l'expérimentation permettant de trouver les valeurs des grandeurs recherchées.

L'expérimentation est souvent menée à une échelle différente de la réalité industrielle. La nécessité de définir des corrélations qui soient applicables à des appareils de tailles différentes opérant dans des situations différentes conduit à l'utilisation de paramètres adimensionnels qui permettent de définir des similitudes.

On peut déterminer les nombres sans dimensions en considérant toutes les forces qui peuvent s'appliquer sur un fluide. Ainsi, on a défini les forces et leurs unités de mesure dans le système international [SI] par rapport aux variables fondamentales :

- les forces d'inertie :  $F_a = ma \quad [F_a] = \rho L^2 V^2$

- les forces de viscosité :  $F_\mu = \tau s \quad [F_\mu] = \mu LV$

- les forces de gravité :  $F_g = mg \quad [F_g] = \rho g L^3$

#### I.4.5.1. Nombre de Reynolds :

Le nombre de Reynolds est proportionnel au rapport entre les forces d'inertie et les forces de viscosité. Il peut être exprimé comme :

$$\frac{F_a}{F_\mu} = \frac{\text{forces d'inertie}}{\text{forces de viscosité}} \quad (\text{I. 16})$$

$$\frac{F_a}{F_\mu} = \frac{\rho L^2 V^2}{\mu LV} = \frac{\rho VL}{\mu} = Re \quad (\text{I. 17})$$

Où  $V$  : La vitesse moyenne [m/s].

$L$  : La longueur caractéristique [m].

Le nombre de Reynolds permet de quantifier les écoulements laminaires et turbulents. Les écoulements à nombre de Reynolds élevé sont générale turbulents, alors que les écoulements où les forces d'inertie sont faibles par rapport aux forces visqueuses sont plus souvent laminaires.

#### **I.4.5.2. Nombre de Prandtl :**

Le nombre de Prandtl est proportionnel au rapport entre le diffusivité de quantité de mouvement et la diffusivité thermique. Il caractérisé l'importance relative des effets thermiques et visqueux.

Il peut être exprimé comme :

$$Pr = \frac{\mu C_p}{K} \quad (\text{I. 18})$$

#### **I.4.5.3. Nombre de Nusselt :**

Le nombre de Nusselt est proportionnel au rapport entre le transfert thermique total et le transfert par conduction.

Il peut être exprimé comme :

$$Nu = \frac{hL}{K} \quad (\text{I. 19})$$

Où  $h$  : Le coefficient d'échange thermique [ $\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ ].

#### **I.4.5.4. Nombre de Grashof :**

Le nombre de Grashof est proportionnel au rapport entre les forces de gravité par les forces visqueuse.

Il peut être exprimé comme :

$$\frac{F_g}{F_\mu} = \frac{\text{forces de gravité}}{\text{forces de viscosité}} \quad (\text{I. 20})$$

$$\frac{F_g}{F_\mu} = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot L_c^3 \cdot \rho^2}{\mu^2} = Gr \quad (\text{I. 21})$$

Où  $g$  : L'accélération de la pesanteur [ $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ ].

$\Delta T$ : La différence de température [ $^{\circ}\text{C}$ ].

#### I.4.5.5. Nombre de Rayleigh :

Le nombre de Rayleigh est proportionnel entre l'importance relative de la poussée d'Archimède et le produit de la trainée visqueuse par le taux de diffusion thermique.

Il peut être exprimé comme :

$$Ra = \frac{g}{\nu \alpha} (T_s - T_\infty) L_c^3 = Gr \cdot Pr \quad (\text{I. 22})$$

Où  $T_s$  : La température de la paroi [ $^{\circ}\text{C}$ ].

$T_\infty$  : La température du fluide loin de la paroi [ $^{\circ}\text{C}$ ].

$\nu$  : La viscosité cinématique =  $\frac{\mu}{\rho}$  [ $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ].

$\alpha$  : La diffusivité thermique =  $\frac{K}{\rho c}$  [ $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ].

- L'élément perturbateur : poussée d'Archimède.
- Les éléments stabilisateurs : la viscosité et la conductivité thermique.
  - ✓ Si  $Ra < 1710 = Ra_c$ , l'écoulement est stable.
  - ✓ Si  $Ra \geq 1710$ , apparition des rouleaux de Bénard.

$Ra_c$  étant la valeur critique de Rayleigh dans une couche horizontale infinie.

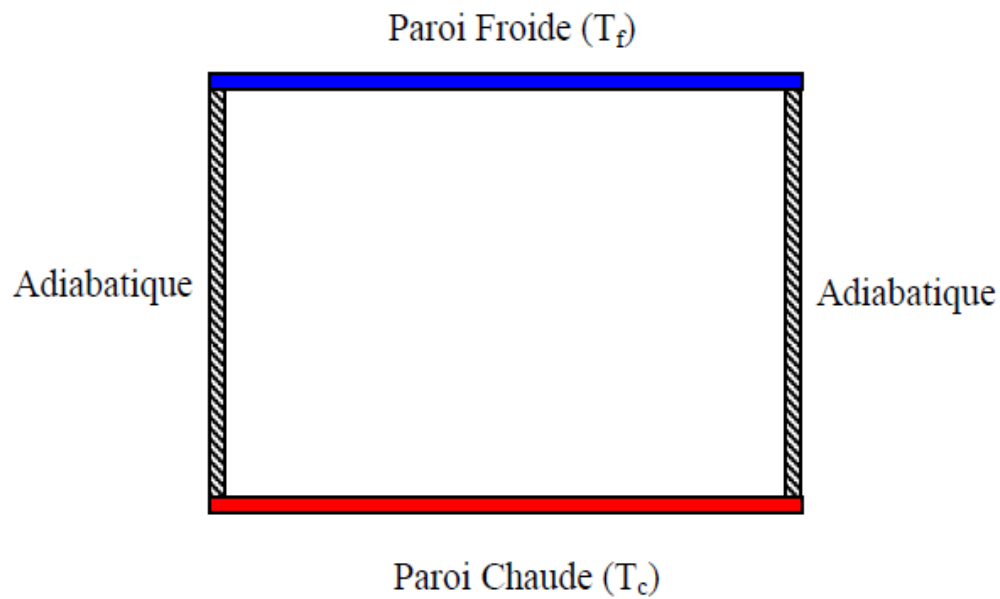
### **I.4.6. La convection dans les enceintes :**

L'étude de la convection naturelle dans les enceintes a fait l'objet d'un très grand nombre de travaux tant théoriques qu'expérimentaux. L'intérêt de telles études réside dans son implication dans de nombreuses applications industrielles telles que le refroidissement des composants électroniques, la thermique des bâtiments, l'industrie métallurgique, la croissance des cristaux pour l'industrie des semi-conducteurs, et le cas d'une génération chaleur accidentelle due à un incendie dans un bâtiment pour réacteur nucléaire, etc.

L'enceinte rectangulaire continue à être la géométrie qui présente le plus d'intérêt. Dans ce type d'enceinte, généralement deux parois sont maintenues à des températures différentes tandis que les autres sont isolées. On distingue principalement deux configurations, la première est celle d'une enceinte contenant un fluide et soumise à un gradient vertical de température (convection de Rayleigh-Bénard), la seconde étant celle d'une cavité avec un gradient horizontal de température.

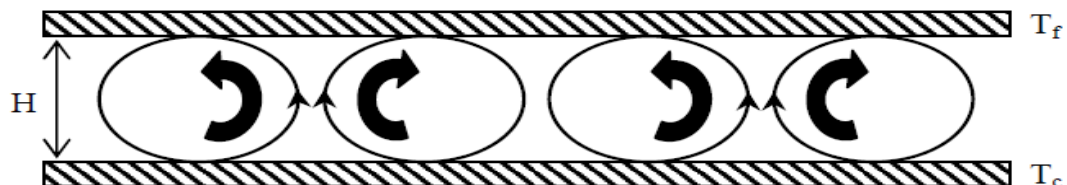
#### **I.4.6.1. Enceinte avec gradient verticale de température :**

L'enceinte qui est chauffée par le bas et refroidie par le haut correspond à la configuration de la convection de Rayleigh-Bénard qui traite de la stabilité et le mouvement d'un fluide confiné entre deux plaques qui sont maintenues à des températures uniformes et distinctes (figure I.3). La convection de Rayleigh-Bénard a une longue et riche histoire, elle été étudiée durant des enceintes aussi bien pour ses différentes applications industrielles que du point de vue de recherche fondamentale.



**Figure I.3:** Schéma représentant la configuration de la convection de Rayleigh-Bénard

Au-delà d'une valeur critique de l'écart de température, des rouleaux contrarotatifs, d'axes horizontaux apparaissent au sein du fluide (figure I.4).



**Figure I.4:** Schéma représentant les rouleaux de la convection de Rayleigh-Bénard.

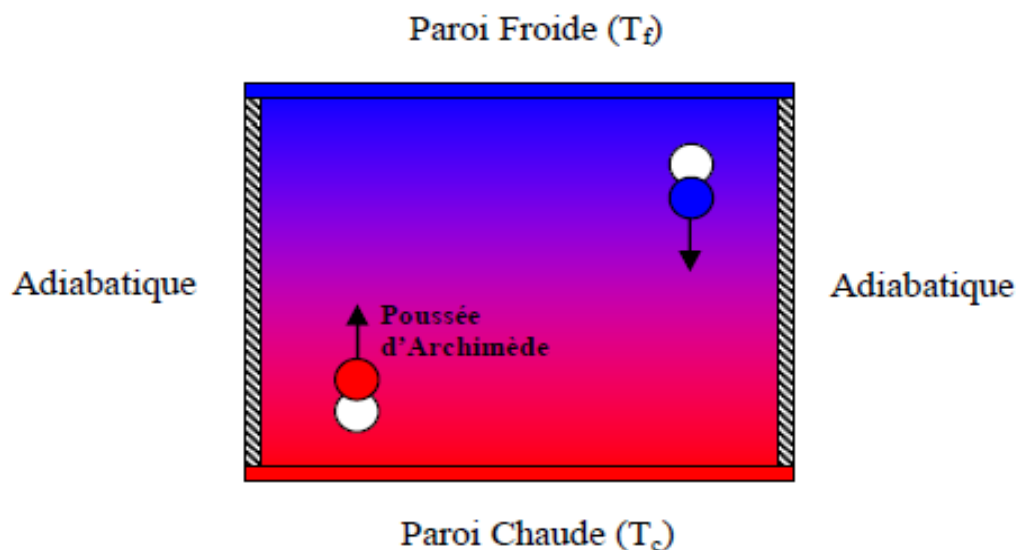
Pour illustrer le mécanisme de base de la convection Rayleigh-Bénard et les forces en présence qui en compétition, on considère le mouvement d'une goutte de fluide selon ce qui suit.

### I.4.6.2. Déplacement d'une goutte de fluide :

Tout d'abord, considérons une goutte située dans le fond d'une couche de fluide, où la densité est plus faible que la densité moyenne. Tant que la goutte reste immobile, elle est entourée de fluide de même densité et la poussée d'Archimède est nulle. Supposons maintenant une perturbation aléatoire provoquant d'un léger déplacement de la goutte vers le haut. Cette dernière est alors entourée de fluide de densité plus grande et de température plus petite.

Ainsi la poussée d'Archimède, proportionnelle à la différence de densité et au volume de la goutte, va s'exercer vers la haut et va amplifier le mouvement ascendant initial de la goutte.

On peut raisonner de la même façon pour une goutte de fluide située au sommet de la couche. La goutte subissant un léger déplacement aléatoire vers le bas et alors entourée d'un fluide moins dense et tend à s'enfoncer vers le bas de la couche. Ces écoulements ascendants et descendants définissent la convection naturelle.

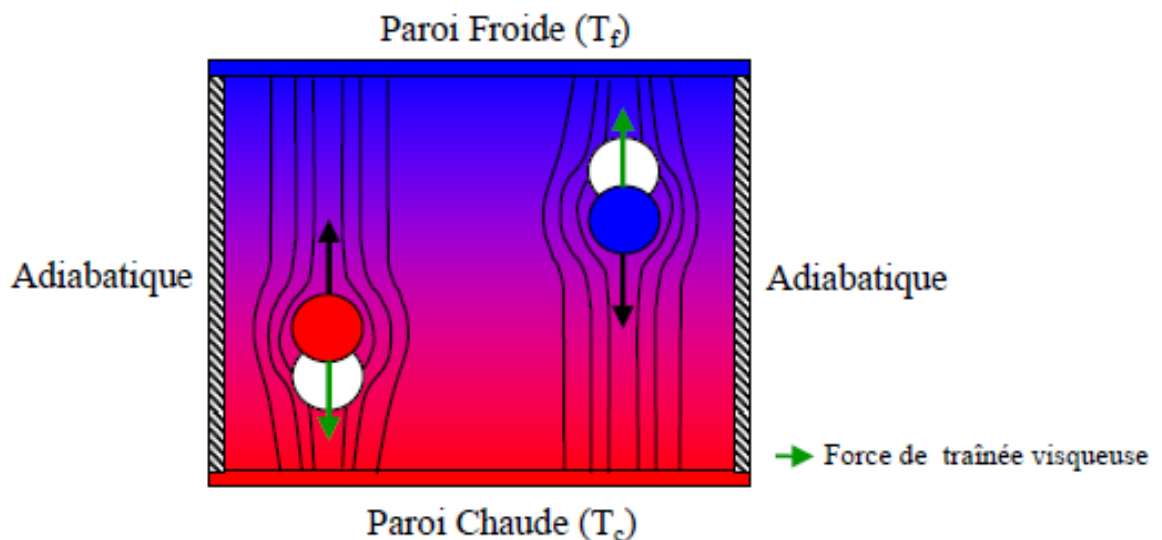


**Figure I.5:** Schéma représentant le déplacement d'une goutte de fluide.

### I.4.6.3. Trainée visqueuse et diffusion de la chaleur :

On peut supposer que l'existence d'un gradient de température suffit pour entraîner en écoulement convectif. En réalité, pour que le régime convectif s'amorce. Le gradient de température doit atteindre un certain seuil.

En effet, deux autres facteurs jouent un rôle important pour le mouvement d'une goutte de fluide. Le premier est la trainée visqueuse (force de frottements) dirigée dans le sens opposé au mouvement (figure I.5). Sa valeur dépend de la viscosité du fluide. Donc, il n'y a pas de mouvement tant que la trainée visqueuse est égale à la poussée d'Archimède.

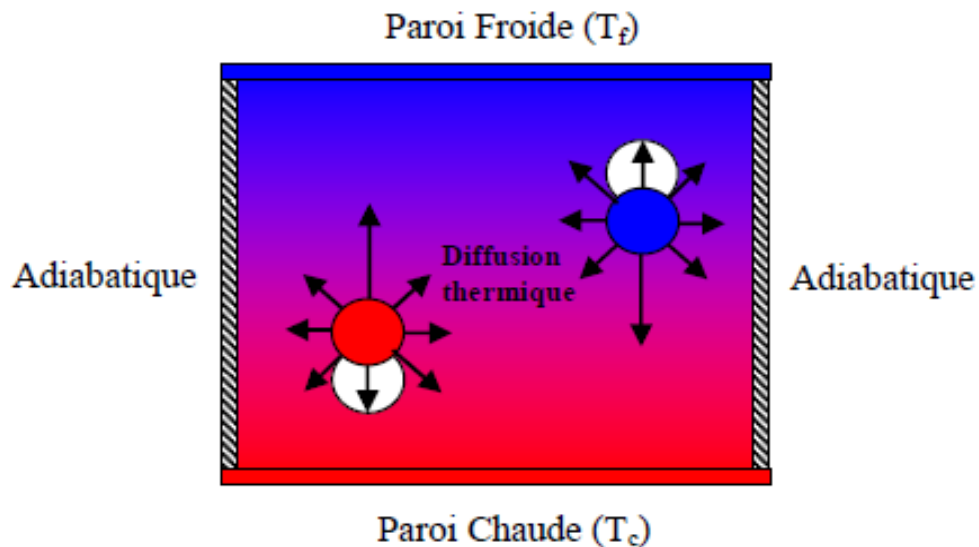


**Figure I.6:** Schéma représentant la force de trainée visqueuse.

Le second facteur est la diffusion de la chaleur (figure I.6). Le flux de chaleur, qui se propage par transfert d'énergie thermique de molécule à molécule voisine, donne de la chaleur à un environnement plus froid. Réciproquement, une goutte froide qui tend à descendre vers le fond de la couche reçoit de la chaleur. Ce transfert de chaleur contribue à la diminution du gradient de température, et donc à la réduction de la poussée d'Archimède.



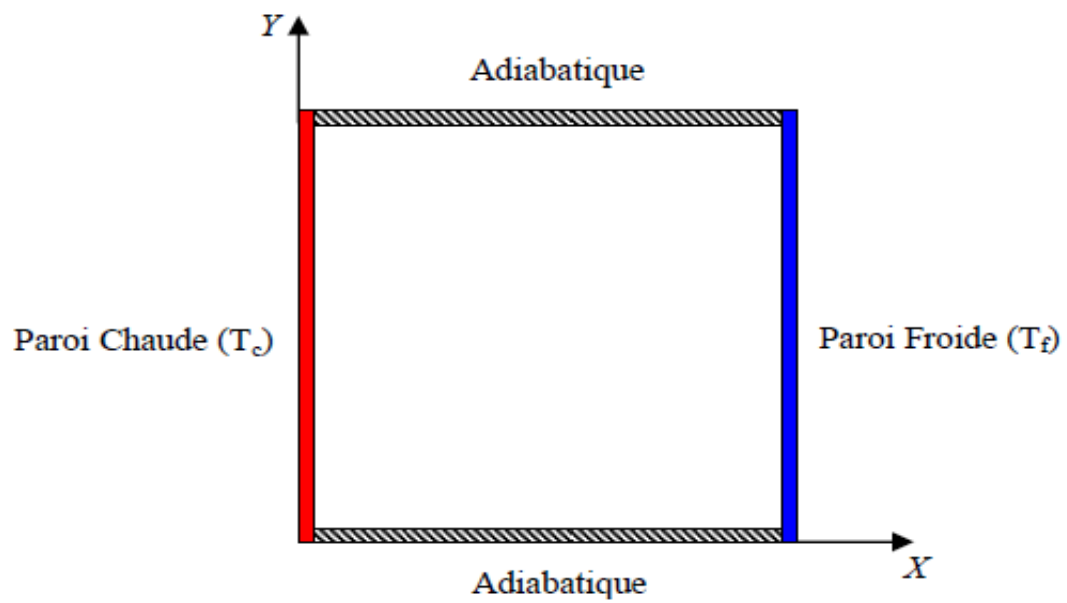
L'équilibre thermique d'une goutte de fluide avec son environnement est donc atteint à partir d'un certain temps dépendant de la diffusivité thermique du fluide. Si ce temps de diffusion thermique est inférieur ou égal au temps nécessaire pour que la goutte effectue un déplacement d'une longueur caractéristique. La poussée d'Archimède et la traînée visqueuse se compensent et l'écoulement convectif n'est pas entretenu.



**Figure I.7:** Schéma représentant la diffusion thermique.

#### **I.4.6.4. Enceinte avec gradient horizontale de température :**

Dans cette configuration, l'une des parois verticales est chauffée tandis que l'autre est refroidie, les parois horizontales étant considérées adiabatique (figure I.7). Pour cette configuration, il n'y a pas de gradient critique de température et le fluide est alors ascendant le long de la paroi chaude et descendante le long de la paroi froide [10].



**Figure I.8:** Schéma de la convection dans une enceinte avec gradient horizontale de température.

# *Chapitre II*

---

*FORMULATION MATHÉMATIQUE*

---

## **Chapitre II :**

# **FORMULATION MATHÉMATIQUE**

### **II.1. Introduction:**

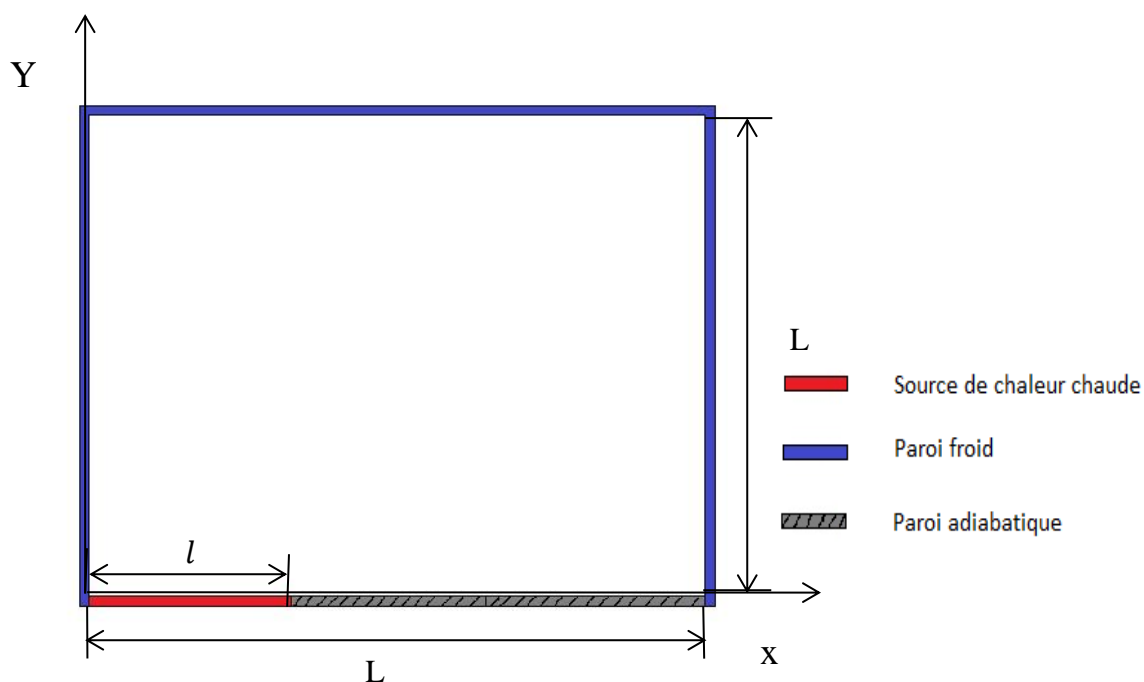
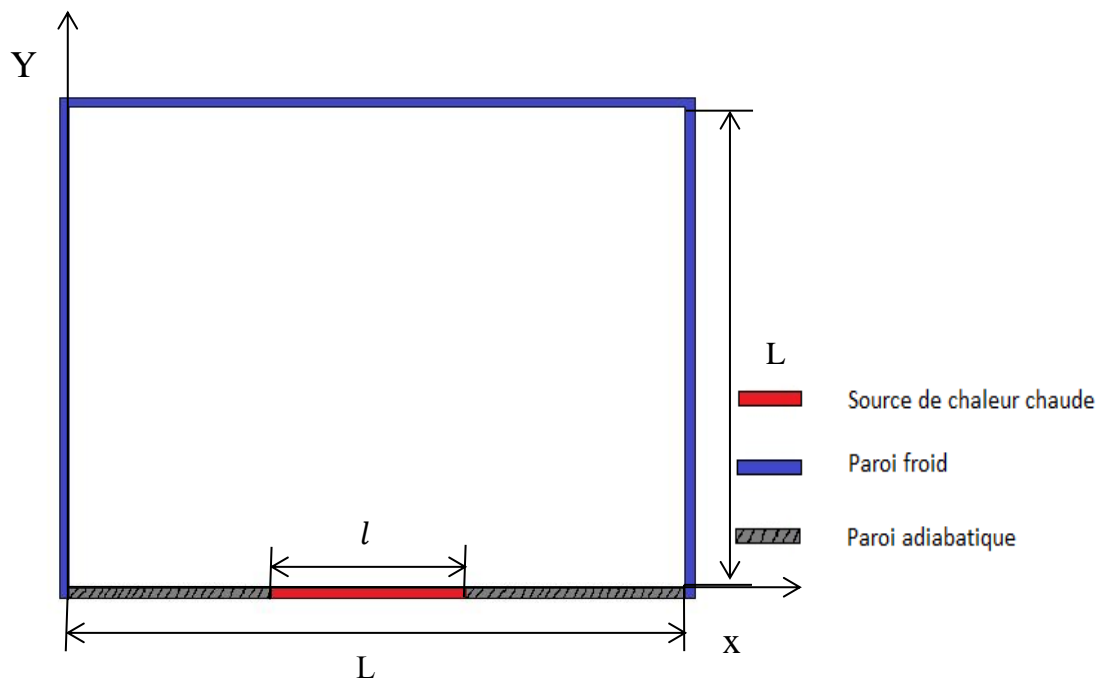
Le transfert de chaleur par convection libre aperçoit son vigilance dans divers progrès industriels comme le refroidissement d'équipement électronique, la technologie solaire et la sûreté des réacteurs nucléaires, ...etc.

L'efficacité de tels processus est généralement étroite par les propriétés thermo physiques des fluides utilisés. L'évolution des recherches traitant les nano fluides a pour queue de progresser de façon appréciable les transferts de chaleur en introduisant dans un fluide pur une faible concentration de nanoparticules (des solutions colloïdales composées de particules de taille nanométrique, taille inférieure à 100 nm).

### **II.2. Définition géométrique :**

La géométrie du problème considérée est représentée par les figures (II.1, II.2, II.3). Elle est basée sur une enceinte carrée de longueur ( $L$ ) dont les parois supérieures et verticales sont maintenue à une température relativement basse de la longueur  $L$  de l'enceinte est soit maintenue à une température constante (chaude) ou subit un flux de chaleur constante grâce à une source de chaleur.

La source de chaleur placée à chaque fois dans des positions différentes de la paroi inférieur de l'enceinte (Figures : II.1, II.2, II.3), les autres parties de la paroi inférieur sont isolées thermiquement (adiabatique). L'écoulement dans cette enceinte est provoqué par la force de flottabilité résultant de la source de chaleur.

**II.2.1. Premier cas : La source circonscrite à gauche :****Figure II.1:** Schéma représentant l'enceinte à une source de chaleur circonscrite à gauche**II.2.2. Deuxième cas : La source localisée au milieu :****Figure II.2:** Schéma représentant l'enceinte à une source de chaleur localisée au milieu

### II.2.3. Troisième cas : La source circonscrite à droite :

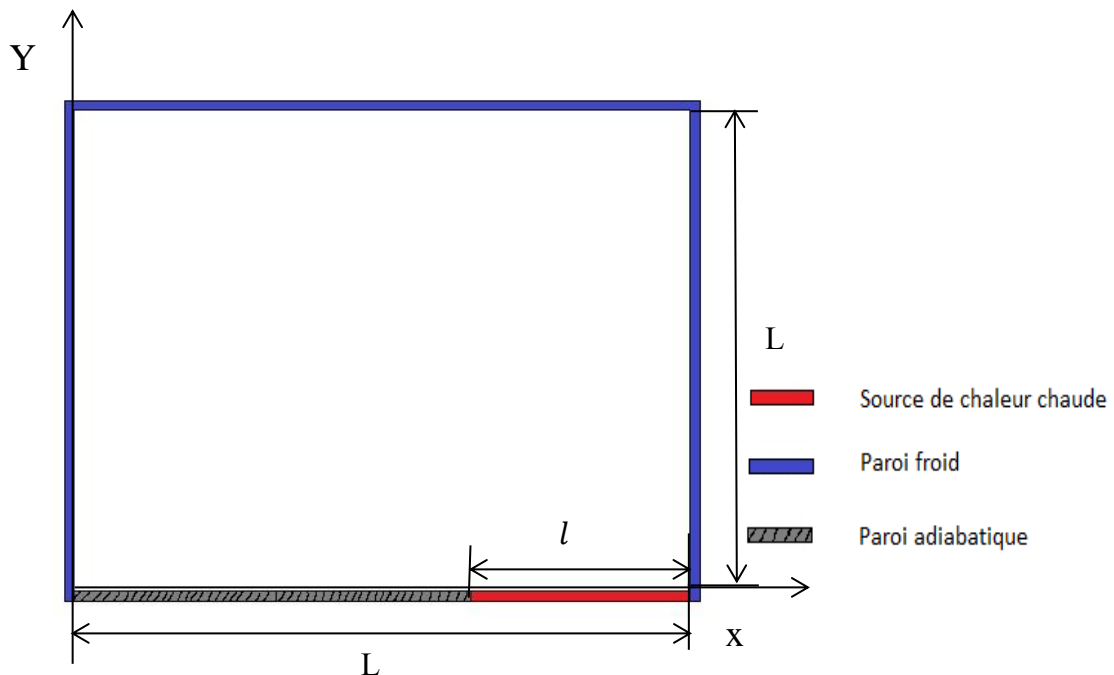


Figure II.3: Schéma représentant l'enceinte à une source de chaleur circonscrite à droite

## II.3. Modèle mathématique :

### II.3.1. Introduction :

Chaque phénomène physique est souvent formulé par des équations mathématiques (équations différentielles) qui représentent une modélisation de ce phénomène. Une modélisation doit obligatoirement exprimer le comportement du phénomène dans l'espace et dans le temps.

En mécanique des fluides, on suppose que le fluide est un milieu continu, ce qui permet d'utiliser les lois classiques de conservation à savoir : [10]

1. Conservation de masse.
2. la quantité de mouvement.
3. Conservation d'énergie.

### II.3.2. Equation de continuité :

C'est l'équation qui exprime la loi de conservation de la masse pour un volume de contrôle matériel. Elle s'exprime mathématiquement sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \cdot V) = 0 \quad (\text{II. 1})$$

Où  $\rho$  est la masse volumique et  $V$  est le vecteur de vitesse.

### II.3.3. Equation de quantité de mouvement :

Le principe de conservation de la quantité de mouvement permet d'établir les relations entre les caractéristiques du fluide lors de son mouvement et les causes qui le produisent. Il indique que le taux de variation de quantité de mouvement contenu dans le volume de contrôle est égal à la somme de toutes les forces extérieures qui lui sont appliquées. Il s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{D}{Dt}(\rho \cdot V) = \rho F - \text{grad}(p) + \mu \Delta V + \frac{1}{3} \mu \text{grad}(\text{div}(V)) \quad (\text{II. 2})$$

Où  $F$  est une force par unité de volume.

### II.3.4. Equation de conservation d'énergie :

L'équation de conservation d'énergie est obtenue à partir du premier principe de la thermodynamique. Ce principe met en relation les différentes formes d'énergie, soit :

$$\frac{D}{Dt}(\rho c_p T) = \Delta(K \cdot T) + q + \beta T \frac{Dp}{DT} + \mu \Phi \quad (\text{II. 3})$$

Avec :

$\frac{D}{Dt}(\rho c_p T)$  : La variation totale d'énergie (par accumulation et convection).

$\Delta(K.T)$  : La variation d'énergie par conduction.

$q$  : Puissance volumique dissipée.

$\beta T \frac{Dp}{DT}$  : La variation d'énergie due à la compressibilité.

$\mu \phi$  : La dissipation irréversible due au frottement visqueux.

#### II.4. Les hypothèses :

Il est maintenant nécessaire d'effectuer un certain nombre d'hypothèses afin d'établir un modèle mathématique simple qui décrit la physique de ce problème, donc on adopte les hypothèses suivantes :

- ✓ L'écoulement est stationnaire et bidimensionnel.
- ✓ Le fluide est Newtonien et incompressible.
- ✓ L'écoulement engendré est laminaire.
- ✓ Le flux de la source de chaleur est constant dans le temps.
- ✓ Le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable.
- ✓ La puissance volumique dissipée est négligeable.
- ✓ Le travail, induit par les forces visqueuses et de pression, est négligeable.
- ✓ La masse volumique du fluide varie linéairement avec la température. Cette variation est donnée par la relation :

$$\rho = \rho_0[1 - \beta(T - T_0)] \quad (\text{II. 4})$$

D'où:  $T$ : Représente la température du fluide en un point donné du système.

$T_0$ : La température de référence qui correspond généralement à la valeur moyenne de la température dans le système.

$\rho_0$ : La masse volumique du fluide à la température de référence.



$\beta$ : Le coefficient d'expansion volumique thermique du fluide, il est donné par :

$$\beta = - \frac{1}{\rho_0} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (\text{II. 5})$$

On utilise une hypothèse simplificatrice connue par l'hypothèse de Boussinesq, qu'elle dit: « la masse volumique ( $\rho$ ) du fluide est supposée constante dans les équations hydrodynamiques, sauf dans le terme générateur de la convection naturelle ( $\rho \cdot g$ ), ou ses variations induisent directement des forces de poussée d'Archimède. Toutes les autres caractéristiques thermo-physiques du fluide (la viscosité dynamique  $\mu$ , la conductivité thermique  $k$  et la chaleur massique à pression constante  $C_p$ ) sont considérées comme constantes et définies à la température de référence  $T_0$  ».

## II.5. Equations du problème :

On peut établir les différentes équations nécessaires à la résolution du problème considéré dans notre étude comme suit :

### II.5.1. Equations de continuité :

Après d'application des précédentes hypothèses on obtient :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{II. 6})$$

$u$  et  $v$  étant les composantes du champ de vitesse  $V(u,v)$  dans la direction  $x$  et  $y$  respectivement.

### II.5.2. Equations de quantité de mouvement :

Les équations de quantité de mouvement s'écrivent de la manière suivante :

Suivant  $x$  :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II. 7})$$

Suivant y :

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - g \beta (T - T_0) \quad (\text{II. 8})$$

### II.5.3. Equations de l'énergie :

L'équation de l'énergie est obtenue en appliquant le principe de la conservation de l'énergie dans la direction x et y comme suit :

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II. 9})$$

Les équations différentielles de la continuité, de la quantité de mouvement et de l'énergie forment le modèle mathématique de l'écoulement de la convection naturelle laminaire.

### II.6. Adimensionnalisation des équations :

L'adimensionnalisation ou normalisation consiste à transformer les variables dépendantes et indépendantes en des variables sans dimension, c'est-à-dire qu'elles seront normalisées par rapport à certaines dimension caractéristiques. Cela permet de spécifier les conditions d'écoulement avec un nombre restreint de paramètres de façon à rendre la solution plus générale.

De façon à rendre les équations précédentes adimensionnelles, elles seront transformées par les relations suivantes :

$$X = \frac{x}{L}, \quad Y = \frac{y}{L}, \quad U = \frac{u}{\left(\frac{\alpha_f}{L}\right)}, \quad V = \frac{v}{\left(\frac{\alpha_f}{L}\right)}, \quad \theta = \frac{T - T_f}{T_c - T_f}, \quad P = \frac{p}{\rho \left(\frac{\alpha_f}{L}\right)^2}$$

En introduisant les grandeurs sans dimension dans les équations de conservation de masse (II.6), de mouvement (II.7 et II.8) et d'énergie (II.9), on obtient respectivement :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (\text{II. 10})$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf} \alpha_f} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (\text{II. 11})$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf} \alpha_f} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf} \beta_f} \text{Ra Pr } \theta \quad (\text{II. 12})$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (\text{II. 13})$$

D'où:  $T_f$ : La température des parois froides (parois: gauche, supérieure et droite).

$T_c$ : La température chaude de la source de chaleur.

$\alpha$ : La diffusivité thermique de fluide,  $\alpha = (k/\rho \cdot C_p)$ .

Les paramètres Ra et Pr dénotent respectivement les nombres de Rayleigh, et de Prandtl.

Dans notre étude, le nombre de Rayleigh donné en fonction de flux de chaleur  $q$  comme suit :

$$\text{Ra} = \frac{g \beta_f L^4 q}{v_f \alpha_f k}$$

## II.7. Conditions aux limites :

La résolution du système d'équation obtenu précédemment nécessite l'incorporation des conditions aux limites pour chaque variable dépendante. Les conditions de températures sont connues sur les parois. La température des parois verticales et supérieures sont

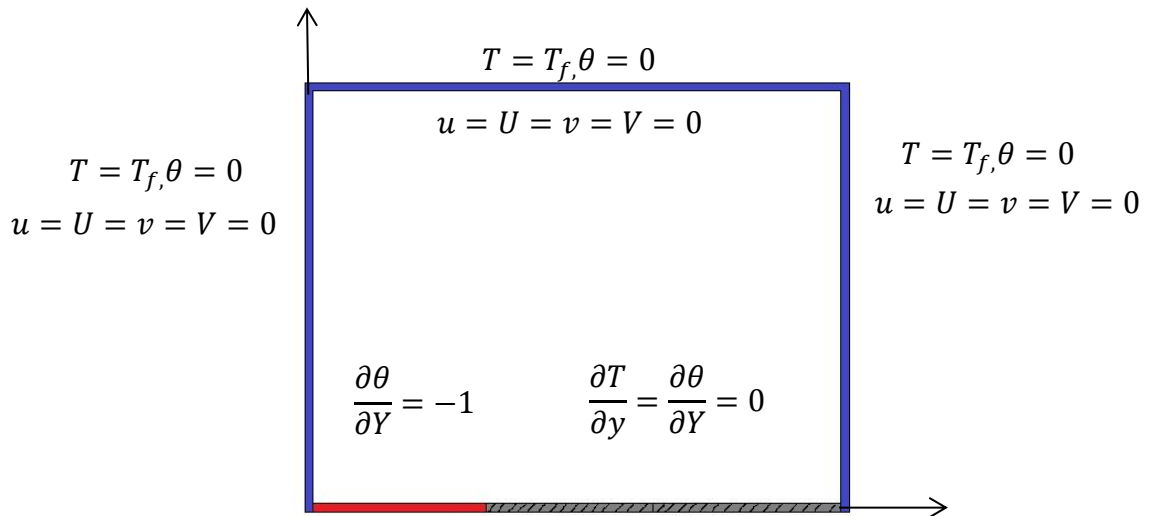
constante et égale à  $T_f$ . La partie chaude de la paroi inférieure est soumise un flux thermique constante est égale à  $q$ . La condition d'adiabacité  $\frac{\partial T}{\partial y} = 0$  est adoptée pour les autres parois inférieures.

Ces différentes conditions aux limites sous forme dimensionnelles et adimensionnelles peuvent être résumées pour chaque cas dans les tableaux II.1, II.2, II.3 et dans les figures II.1, II.2, II.3 :

### II.7.1. Premier cas : La source localisée à gauche :

Limites	Conditions hydrodynamiques		Conditions thermiques	
	Dimensionnel	Adimensionnel	Dimensionnel	Adimensionnel
$x = 0; \quad 0 < y < L$ $x = L; \quad 0 < y < L$ $y = L; \quad 0 < x < L$	$u = v = 0$	$U = V = 0$	$T(x, y) = T_f$	$\theta(X, Y) = 0$
$y = 0; \quad 0 < x < l$	$u = v = 0$	$U = V = 0$	$-Kl \frac{\partial T}{\partial y} = q$	$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = -1$
$y = 0; \quad l < x < L$	$u = v = 0$	$U = V = 0$	$\frac{\partial T}{\partial y} = 0$	$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0$

Tableau II.1: Les conditions aux limites (1<sup>er</sup> cas)

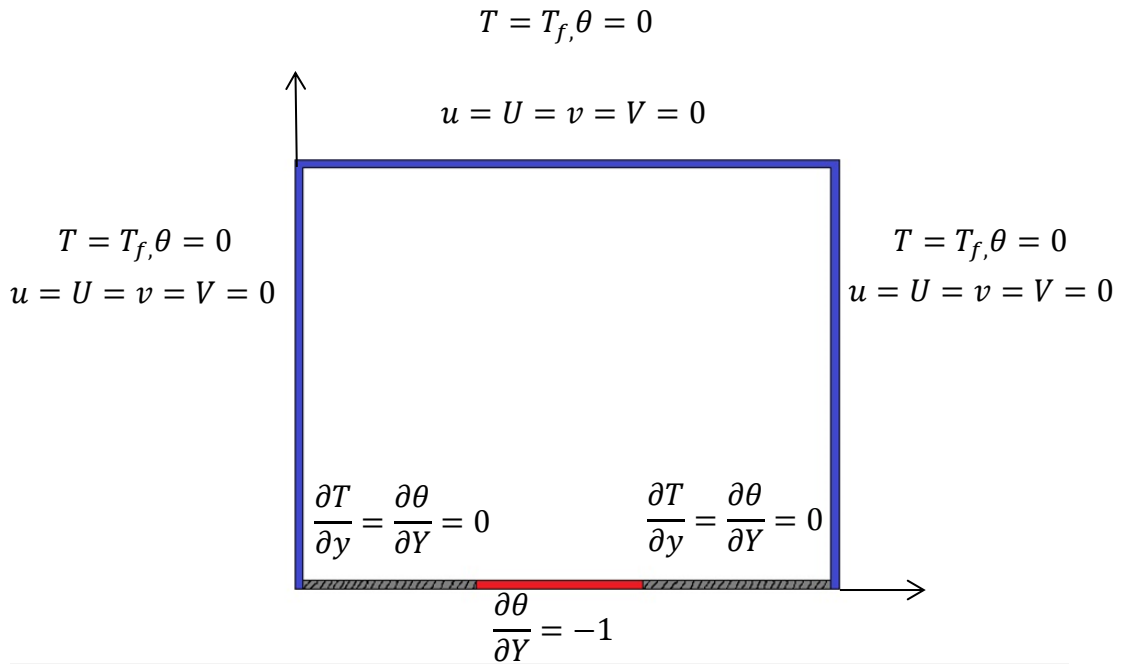


**Figure II.4:** Les conditions aux limites sous forme dimensionnelles et Adimensionnelles (1<sup>er</sup> cas)

**II.7.2. Deuxième cas : La source localisée au milieu :**

Limites	Conditions hydrodynamiques		Conditions thermiques	
	Dimensionnel	Adimensionnel	Dimensionnel	Adimensionnel
$x = 0; \quad 0 < y < L$ $x = L; \quad 0 < y < L$ $y = L; \quad 0 < x < L$	$u = v = 0$	$U = V = 0$	$T(x, y) = T_f$	$\theta(X, Y) = 0$
$y = 0; \quad 0 < x < \frac{L-l}{2}$ $y = 0; \quad \frac{L+l}{2} < x < L$	$u = v = 0$	$U = V = 0$	$\frac{\partial T}{\partial y} = 0$	$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0$
$y = 0; \quad \frac{L-l}{2} < x < \frac{L+l}{2}$	$u = v = 0$	$U = V = 0$	$-Kl \frac{\partial T}{\partial y} = q$	$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = -1$

**Tableau II.2:** Les conditions aux limites (2<sup>eme</sup> cas)

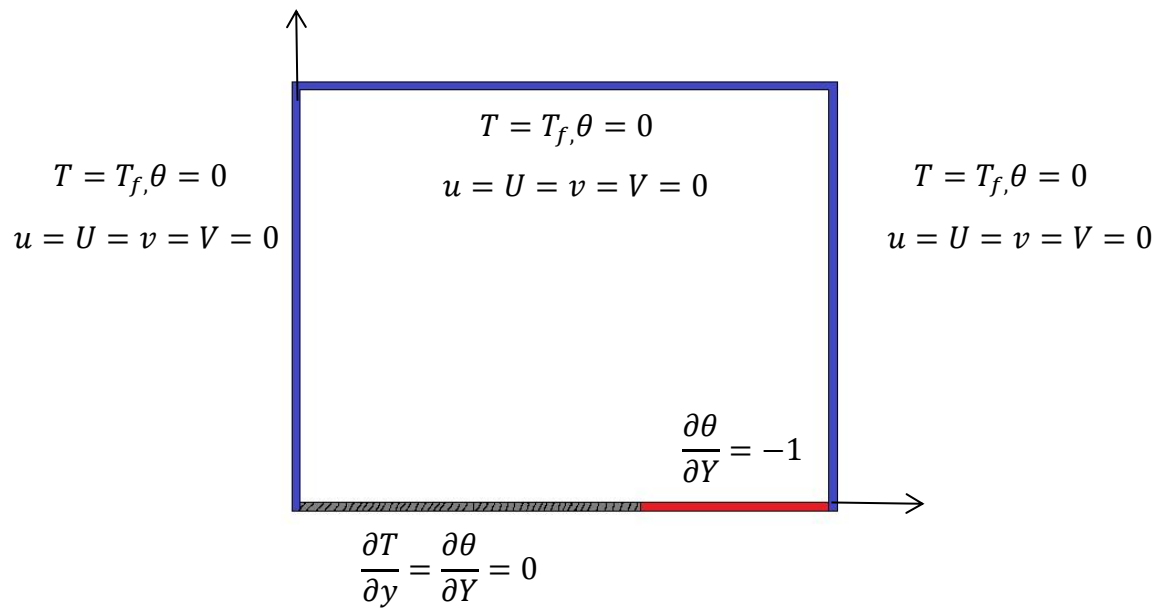


**Figure II.5:** Les conditions aux limites sous forme dimensionnelles et Adimensionnelles (2<sup>ème</sup> cas)

**II.7.3. Troisième cas : La source localisée à droite :**

Limites	Conditions hydrodynamiques		Conditions thermiques	
	Dimensionnel	Adimensionnel	Dimensionnel	Adimensionnel
$x = 0; \quad 0 < y < L$ $x = L; \quad 0 < y < L$ $y = L; \quad 0 < x < L$	$u = v = 0$	$U = V = 0$	$T(x, y) = T_f$	$\theta(X, Y) = 0$
$y = 0; \quad 0 < x < L - l$	$u = v = 0$	$U = V = 0$	$\frac{\partial T}{\partial y} = 0$	$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0$
$y = 0; \quad L - l < x < L$	$u = v = 0$	$U = V = 0$	$-Kl \frac{\partial T}{\partial y} = q$	$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = -1$

**Tableau II.3:** Les conditions aux limites (3<sup>ème</sup> cas)



**Figure II.6:** Les conditions aux limites sous forme dimensionnelles et Adimensionnelles (3<sup>ème</sup> cas)

## II.8. Le coefficient d'échange par convection : Le nombre de Nusselt

En convection naturelle, le phénomène de transfert de chaleur à la surface est évalué et caractérisé par le nombre adimensionnel est le nombre de Nusselt, qu'il désigne le rapport entre les quantités de chaleur échangées par convection et par la conduction pur.

Cette grandeur situe donc l'importance du flux thermique échangé par convection à la paroi du flux équivalent transmis par seule conduction (en l'absence tout mouvement du fluide), sous l'effet de même écart de température.

### II.8.1. Le nombre de Nusselt local:

Le nombre de Nusselt local représente des taux de transfert de chaleur, dans notre cas il est donné comme suit : [9]

$$Nu_x = \frac{q L}{k (T_c(x) - T_f)} \quad (\text{II. 14})$$

**II.8.2. Le nombre de Nusselt moyen:**

Le nombre de Nusselt moyen est défini par:

$$\overline{Nu} = \frac{\int_A^B Nu_x dx}{\int_A^B dx} \quad (\text{II. 15})$$

Où les bornes d'intégrales A, B varient de chaque cas comme suit:

Pour: 1<sup>er</sup> Cas (La source positionnée à gauche) :  $A = 0 ; B = l$ .

2<sup>ème</sup> Cas (La source positionnée au milieu) :  $A = \frac{L-l}{2} ; B = \frac{L+l}{2}$ .

3<sup>ème</sup> Cas (La source positionnée à droite) :  $A = L - l ; B = L$ .



# *Chapitre III*

---

*FORMULATION NUMERIQUE*

---

## **Chapitre III :**

# **FORMULATION NUMERIQUE**

### **III.1. Introduction :**

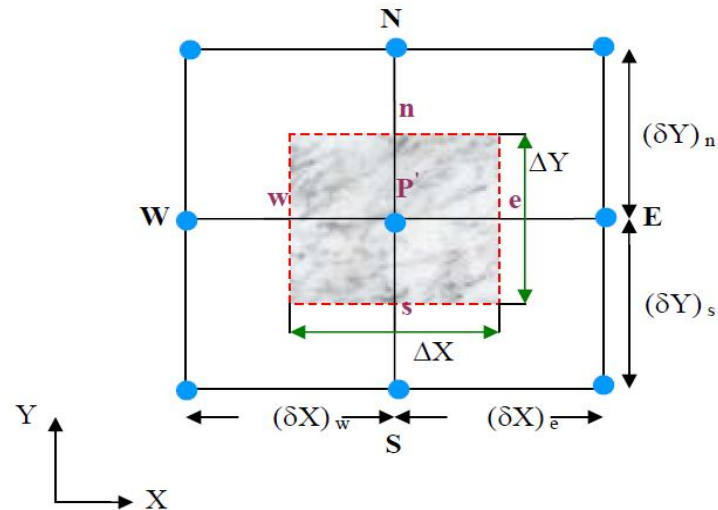
La résolution des équations d'un phénomène physique de convection thermique naturelle se fait par l'utilisation d'une méthode numérique. Cette dernière consiste à développer les moyens de la résolution de ces équations. A cette étape, intervient le concept de la discrétisation. Le résultat de la discrétisation des équations différentielles de transport est un système d'équations algébrique non linéaire, ces équations décrivent les propriétés discrètes du fluide aux nœuds dans le domaine de solution.

Dans notre travail, nous avons effectué une simulation numérique moyennant le code de calcul « FLUENT 6.3.26 », qui acquiesce la résolution des équations de transport par la méthode des volumes finis. Des paramètres adaptés d'écoulement et des conditions aux limites adéquates sont utilisés. Nous avons réalisé le maillage par le pré-logiciel « GAMBIT 2.4.6 ».

### **III.2. Principe de la méthode des volumes finis :**

Dans la simulation par la méthode des volumes finis, le domaine de calcul est divisé en un nombre fini de sous-domaines élémentaires, appelés le volume de contrôle. La méthode des volumes finis consiste à intégrer les équations aux dérivées partielles, décrites au chapitre précédent, sur chaque volume de contrôle. Chacun de ces derniers (volume de contrôle) contenant un nœud appelé le nœud principale. Un exemple de volume de contrôle est montré dans la figure ci-dessous. Pour un nœud principale (P'), les points E et W (E : Est, W : West) sont des voisins dans la direction X, tandis que N et S (N : Nord, S : Sud) sont ceux dans la direction Y. Le volume de contrôle entourant (P') est montré par les lignes discontinues. Les

faces du volume de contrôle sont localisées aux point (e) et (w) dans la direction X, (n) et (s) dans la direction Y. [10]



**Figure III.1:** Schéma représentant le volume de contrôle bidimensionnel.

### III.3. Maillage :

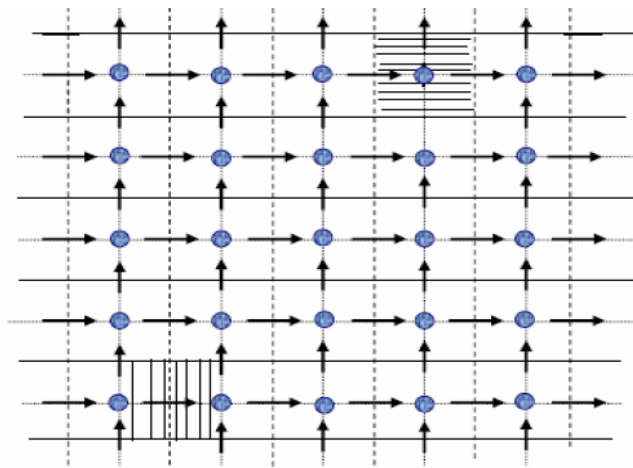
Le maillage est une ramification du domaine d'étude en grilles longitudinales et transversales dont l'intersection représente un nœud.

La discrétisation du domaine est obtenue par un maillage constitué d'un réseau de points (nœuds). Ainsi un élément de volume (volume de contrôle) est défini autour de chaque nœud.

Les grandeurs scalaires sont stockées dans le nœud ( $P'$ ) du maillage, tandis que les grandeurs vectorielles sont stockées aux milieux des segments reliant les nœuds. L'équation générale de transport est intégrée sur le volume de contrôle associé aux variables scalaires et les équations de quantité de mouvement sont intégrées sur le volume de contrôle associé aux composantes de la vitesse.

Le volume de contrôle de la composante longitudinale ( $U$ ) est décalé suivant la direction ( $X$ ) par rapport au volume de contrôle principal, celui de la composante transversale ( $V$ ) est décalé suivant la direction ( $Y$ ). Ce type de maillage appelé le maillage décalé, qui permet une bonne approximation des flux convectifs et une stabilisation numérique de la solution.

La construction des volumes de contrôle et le maillage décalé sont montrés dans le schéma suivant : [10]

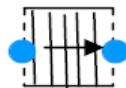


**Figure III.2:** Schéma représentant le maillage décalé.

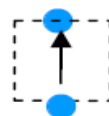
→ Nœud de vitesse ; ● Nœud des variables scalaires



Volume de contrôle pour les variables;



Volume de contrôle pour  $U$ ;



Volume de contrôle pour  $V$ .

### **III.4. Procédure du calcul numérique :**

La procédure numérique se conçoit en deux étapes, le maillage et le calcul itératif.

#### **III.4.1. Maillage de domaine dans « GAMBIT » :**

La procédure de création de maillage a été réalisée conformément au protocole suivant :

- Création du domaine physique 2 DD selon les dimensions choisies.
- Choix du maillage structuré, uniforme en tous les bords de l'enceinte.
- Affectation des conditions aux limites en tous les parois de l'enceinte.
- Vérification de la qualité par le contrôle de forme des maillages et leurs nombres.

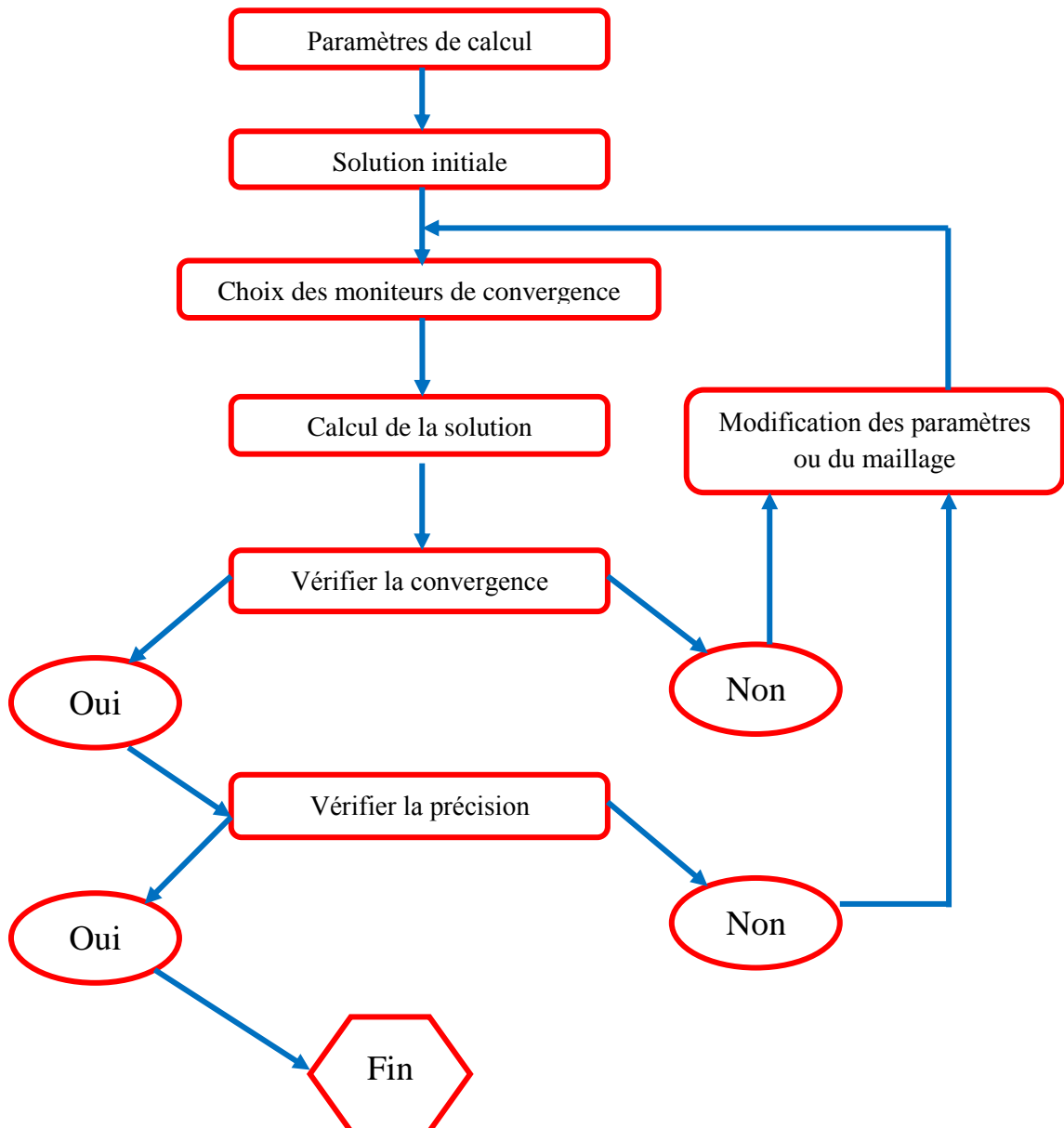
#### **III.4.2. Résolution des équations et calcul avec « FLUENT »:**

Une fois le maillage du domaine d'étude réalisé, nous avons procédé aux calculs selon les étapes suivantes :

- Importations du maillage 2D.
- Choix du 'solveur', le régime stationnaire.
- Choix le schéma implicite non couplé dans la résolution des équations de transport, car cette formulation résout les équations de continuité de quantité de mouvement et quand c'est nécessaire celle de l'énergie, séquentiellement, c'est-à-dire isolées les unes des autres (implicite par défaut).
- Choix du modèle laminaire pour tous les cas.
- Introduction des propriétés du nanofluide eau-cuivre (tableaux III.1, III.2 et III.3), on considère tous les propriétés sont constant sauf la densité on choisit le modèle de Boussinesq.
- Choix des caractéristiques des conditions aux limites appropriées (tableaux II.1, II.2 et II.3).

- Calculs itératifs jusqu'à la convergence.
- Post-traitement des résultats finaux obtenus.

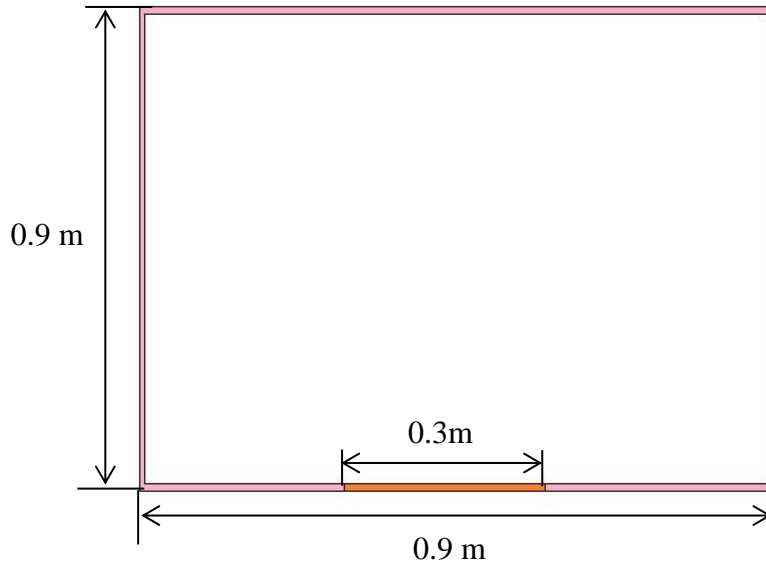
On peut résumer les étapes de la résolution du calcul numérique dans l'organigramme suivant (voir Annexe B) :



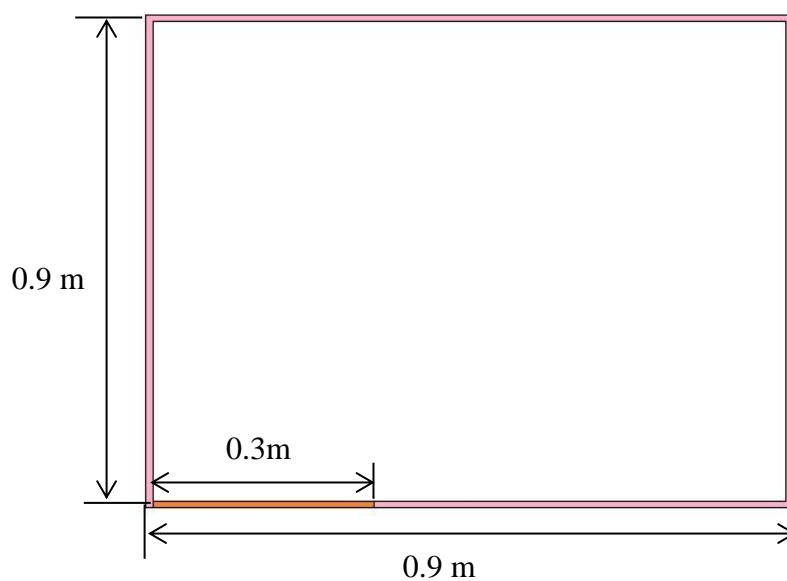
**Figure III.3:** Organisation de calcul.

### III.5. Géométrie de l'enceinte (2D):

Le calcul a examiné une simulation numérique du nanofluide dans une enceinte rectangulaire avec une source de chaleur localisée aux différentes positions. L'enceinte considérée sous forme carrée, voir (Figures III.4, III.5).



**Figure III.4:** Schéma représentant l'enceinte à une source de chaleur localisée au milieu



**Figure III.5:** Schéma représentant l'enceinte à une source de chaleur circonscrite à gauche

### III.6. Propriétés thermophysiques :

Dans nos calculs nous avons utilisés le nanofluide eau-cuivre (eau-Cu), les propriétés thermo- physiques sont déterminées à partir des modèles suivants :

- La conductivité thermique : Modèle de Maxwell, voir chapitre I, eq(I.2)
- La viscosité thermique : Modèle d'Einstein, voir chapitre I, eq (I.9)
- La masse volumique, voir chapitre I, eq (I.12)
- La chaleur massique : Modèle de Xuan et Roetzel, voir chapitre I, eq (I.14)
- Le coefficient d'expansion volumique, voir chapitre I, eq (I.15)

Les propriétés sont calculés à partir un code Matlab (voir Annexe A), ils sont reportées sur les tableaux (III.1, III.2, III.3, III.4)

	$K (W/m.K)$	$\mu (Kg/m.s)$	$\rho (Kg/m^3)$	$Cp (J/Kg.K)$	$\beta (1/K)$
<b>EAU</b>	0.593	0.001002	998.2	4181.8	$21.10^{-5}$
<b>Cu</b>	401	—	8954	385	$16,7.10^{-6}$

**Tableau III.1:** les propriétés de l'eau et le cuivre

	$K (W/m.K)$	$\mu (Kg/m.s)$	$\rho (Kg/m^3)$	$Cp (J/Kg.K)$	$\beta (1/K)$
<b>Eau-Cu</b>	0.593	0.001002	998.2	4181.8	$21.10^{-5}$

**Tableau III.2:** 1<sup>er</sup> Cas les propriétés de nanofluide  $\phi = 0$

	$K (W/m.K)$	$\mu (Kg/m.s)$	$\rho (Kg/m^3)$	$Cp (J/Kg.K)$	$\beta (1/K)$
<b>Eau-Cu</b>	0.7896	0.0012	1793.78	2286.5538	$1,906.10^{-4}$

**Tableau III.3:** 2<sup>eme</sup> Cas les propriétés de nanofluide  $\phi = 0.1$



	$K$ (W/m.K)	$\mu$ (Kg/m.s)	$\rho$ (Kg/m <sup>3</sup> )	$C_p$ (J/Kg.K)	$\beta$ (1/K)
<b>Eau-Cu</b>	1.0352	0.0015	2589.36	1555.9351	$1,713 \cdot 10^{-4}$

**Tableau III.4:** 3<sup>eme</sup> Cas les propriétés de nanofluide  $\phi = 0.2$

# *Chapitre IV*

---

*RESULTATS ET DISCUSSIONS*

---

## **Chapitre IV :**

# **RESULTATS ET DISCUSSIONS**

### **IV.1. Introduction :**

On s'intéresse, dans ce chapitre les résultats numériques obtenus à l'évolution du transfert de chaleur en convection naturelle dans une enceinte rectangulaire chauffée par le bas, par des sources de chaleur remplie d'un nanofluide (eau-cuivre).

Nous avons utilisé particulièrement, au niveau de cette simulation numérique, le logiciel commercial FLUENT pour résoudre les trois équations conservation (continuité, quantité de mouvement et d'énergie), avec les conditions aux limites, voir les tableaux (II.1 et II.2), dans ce chapitre on simule deux cas (source au milieu et source circonscrite à gauche) à cause de la symétrie entre le premier cas et le troisième (cas de la source de chaleur circonscrite à gauche et la source de chaleur circonscrite à droite).

La figure (VI.1) montre la grille utilisée. Cette grille est un maillage uniforme (91x91), le nombre des mailles est donc de 8281. Les parois horizontales et supérieures de l'enceinte sont maintenues à une température constante ( $T_f = 300 \text{ K}$ ) et les parois inférieures sont considérées comme adiabatique sauf la position de la source de chaleur représenté par un flux de chaleur ( $q$ ) constant.

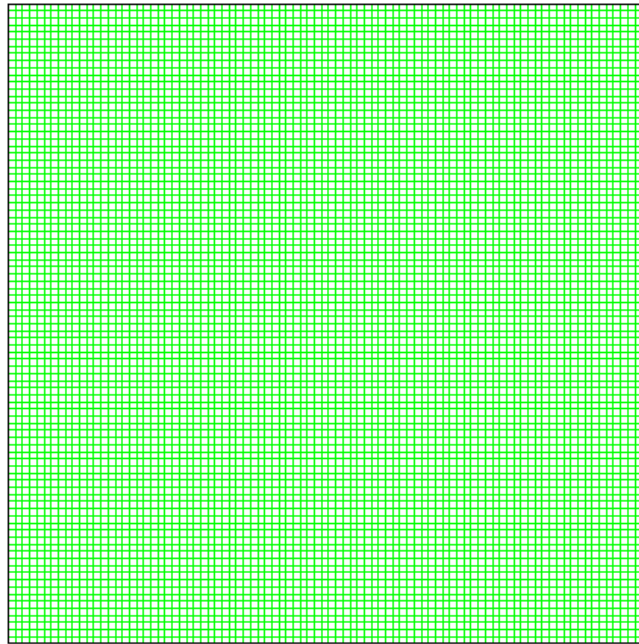


Figure IV.1: Le maillage utilisé.

## IV.2. La convergence :

On remarque que la convergence est atteinte après 1636 itérations figure (IV.2), elle oscille autour des valeurs insatisfaisantes.

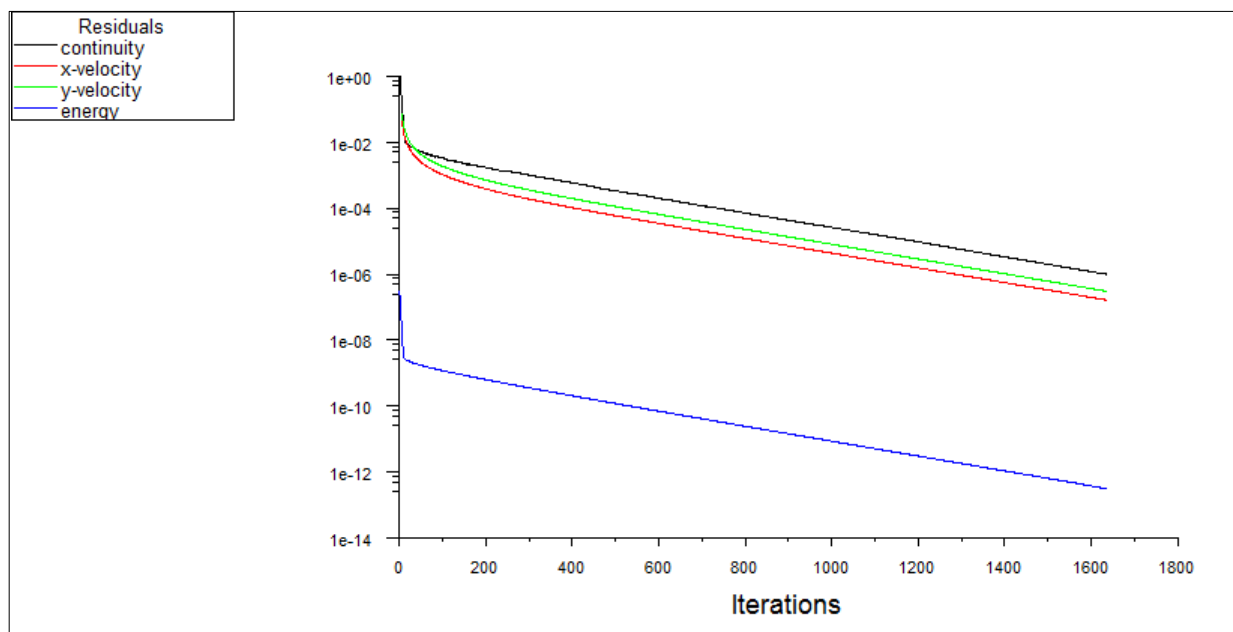


Figure IV.2. Evolution de résidu pour une enceinte à une source de chaleur localisé au milieu,  $\varphi = 0.1$ ,  $Ra = 10^3$

### IV.3. Résultats :

Les simulations numériques sont effectuées pour les nombres de Rayleigh ( $10^3$ ,  $10^4$ ,  $10^5$  et  $10^6$ ) et pour différentes positions de source de la chaleur avec différentes fractions volumiques pour le fluide pure ( $\varphi = 0$ ) et pour le nanofluide (eau-cuivre,  $\varphi$  égale à 0.1 et 0.2), la présentation des résultats concernant les isothermes de température, les lignes de courants, ainsi que le nombre de Nusselt local et le nombre de Nusselt moyen.

#### IV.3.1. Les effets de la fraction volumique solide :

Les figures (IV.3 à IV.14), présentent les lignes de courant pour différentes fractions volumiques d'un nanofluide ( $\varphi = 0.1$  et  $0.2$ ) et de l'eau pure ( $\varphi = 0$ ) à différentes nombres de Rayleigh, étant donné que la source de chaleur se trouve au milieu de la paroi inférieure. Les modèles d'écoulement symétriques sont observés dans l'enceinte. On observe aussi la formation de deux cellules contrarotatives, cet interprétation est valable pour toutes les différentes valeurs du nombre de Rayleigh.

On remarque aussi qu'avec l'augmentation du nombre de Rayleigh, l'intensité de la recirculation à l'intérieur de l'enceinte augmente à cause les forces de flottabilités sont plus fort. On peut observer que les cellules circulantes sont de même forme ne changent pas avec le nombre de Rayleigh. Il faut noter que le contact de ligne des zones de circulation symétriques par rapport à l'axe de symétrie de la source de chaleur pour les nombres de Rayleigh considérés comme condition de calcul.

Cette conclusion est valable pour les deux cas de la fraction volumique des particules/fluide ( $\varphi = 0.1$  et  $\varphi = 0.2$ ).

Les figures (IV.15 à IV.26), présentent les isothermes autour de la source de chaleur localisé au milieu pour différentes fractions volumiques ( $\varphi = 0.1$  et  $\varphi = 0.2$ ) et de l'eau pure ( $\varphi = 0$ ) à différentes nombres de Rayleigh, ces isothermes ont aussi de forme symétrique à

chaque  $Ra$ , cependant, ils présentent différentes formes lorsque le changement le nombre de Rayleigh.

Pour le cas  $Ra=10^3$ , où la conduction d'écoulement est dominante, les isothermes sont réparties à proximités de la source de chaleur et ont tendance à être parallèle à la source de chaleur.

On illustre, aussi que les isothermes se rapprochent les unes des autres dans la zone située proche de la paroi inférieure, c'est-à-dire que le gradient de la température devient plus élevé à proximité de cette paroi chauffée ce qui implique une augmentation du transfert thermique à travers la paroi inférieure de l'enceinte pour un plus grand nombre de Rayleigh.

Dans cette configuration on peut dire que les températures les plus élevées sont celles du fluide qui circule parallèlement à la paroi chauffée, tandis que les températures les plus basses sont celle du fluide qui circule parallèlement aux parois froides. Ainsi le fluide s'échauffe en contact du régime chauffé, se refroidit en contact des parois froides. De tous les résultats obtenues, on a pu remarquer aussi que la forme des isothermes n'est pas influencée par la présence des nanoparticules, mais que la valeur de la température, en une position  $(x,y)$  de l'enceinte est différents pour les deux cas de fraction volumique ( $\varphi = 0.1$  et  $\varphi = 0.2$ ).

### **IV.3.2. Les effets de l'emplacement de la source de chaleur :**

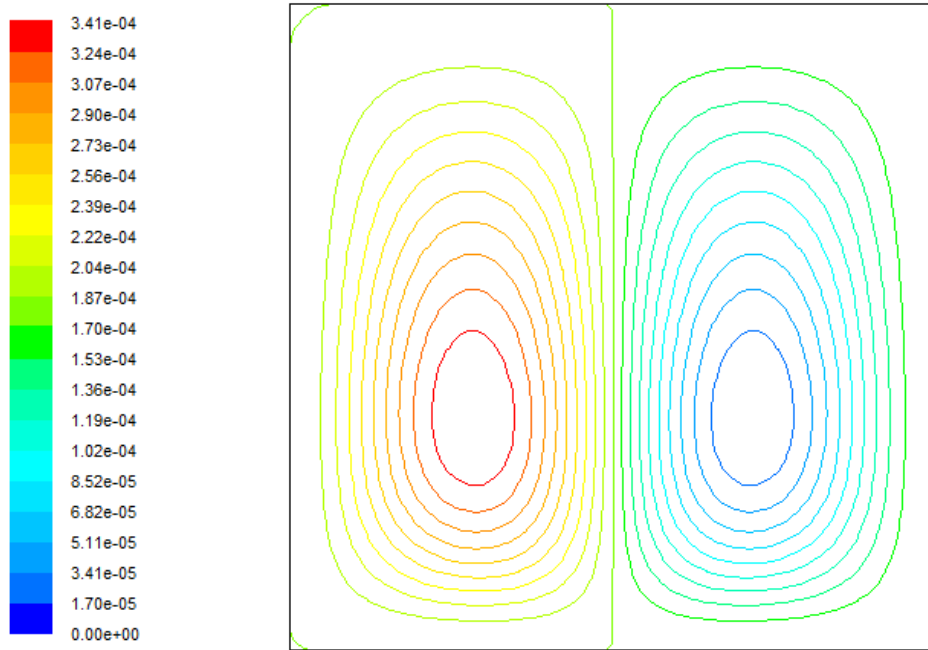
L'implantation de la source de chaleur dans différentes positions de l'enceinte distincte une variation remarquable de la structure de l'écoulement, en effet, sur les (IV.27 à IV.38) sur lesquelles sont illustrés les contours de fonction de courant.

Ces figures montrent clairement que la position de la source à une grande influence sur la structure (cellules engendrées) de la fonction de courant et des lignes isothermes, donc la structure des cellules contrarotatives varie en fonction de la position de la source de chaleur.

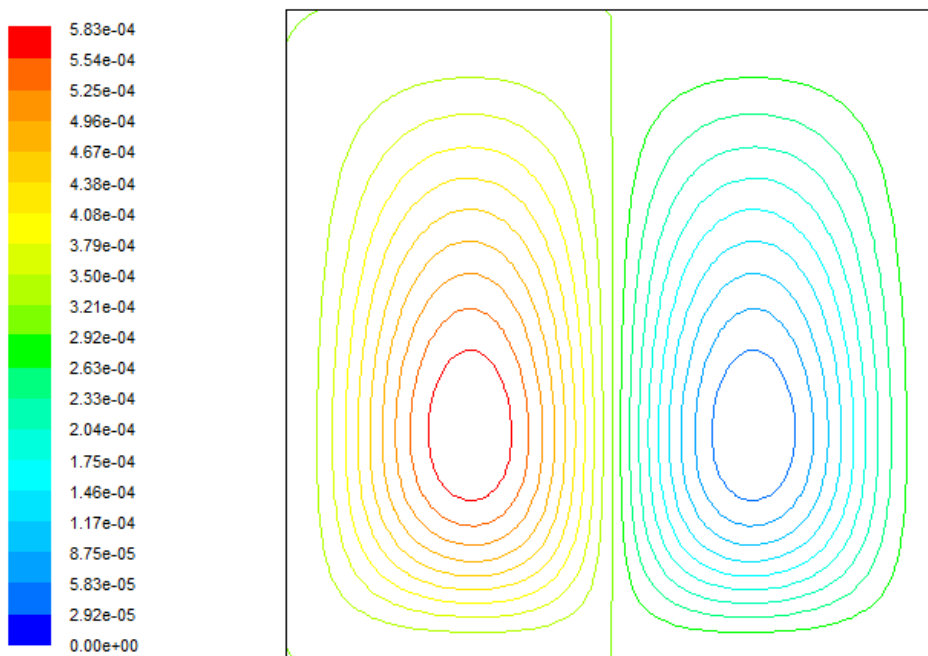
Nous remarquons, aussi que les lignes de courant contournent la source de chaleur (position milieu) et présentent deux zones de recirculation symétriques, par contre les lignes de courant contournent la source à gauche (et droite) ne présentent pas les zones de symétrie. Donc on peut illustrer que l'enceinte dont la position de la source en milieu, favorise le bon refroidissement à cause de recirculation symétriques.

### **IV.3.3. Nombre de Nusselt moyen :**

L'évolution du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh pour l'eau pure ( $\varphi = 0$ ) et pour le nanofluide ( $\varphi = 0.1$  et  $\varphi = 0.2$ ) est présentée sur les figures (IV.53 et IV.54). On constate que dans les trois cas, le nombre du Nusselt moyen augmente avec le nombre de Rayleigh, mais que les valeurs du Nusselt moyen pour le nanofluide sont plus élevées par rapport à celles de l'eau pure. Ceci est dû à l'augmentation de la conductivité du nanofluide (eau- cuivre) par rapport à celle de l'eau pure, ce qui augmente le transfert thermique par diffusion (conduction) à travers la paroi inférieure.

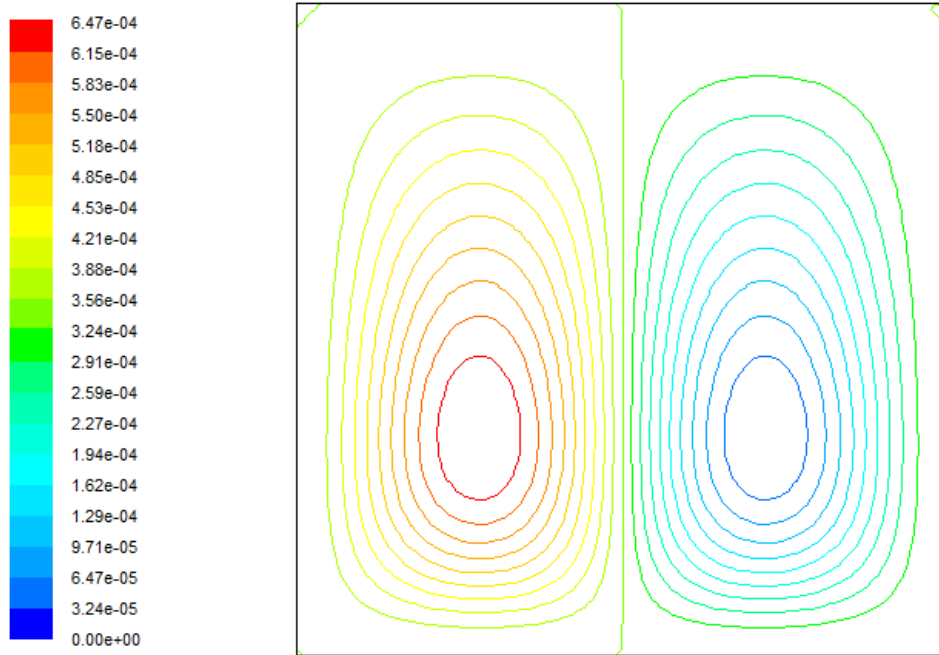


**Figure IV.3.** Représentation des lignes de courant dans l'enceinte à  $Ra=10^3$ ,  $\varphi=0$ , source localisé au milieu

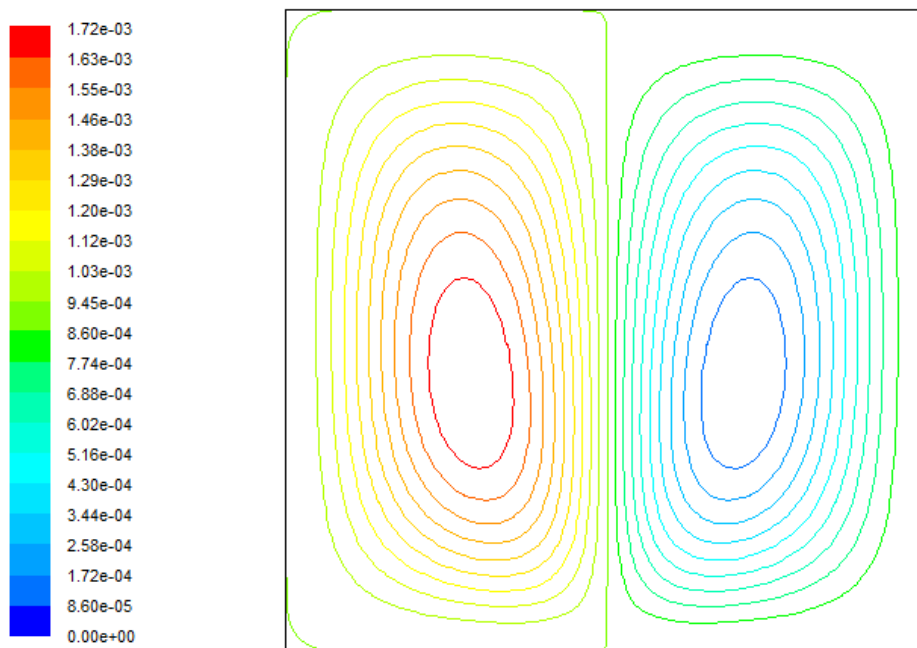


**Figure IV.4.** Représentation des lignes de courant dans l'enceinte à  $Ra=10^3$ ,  $\varphi=0.1$ , source localisé au milieu

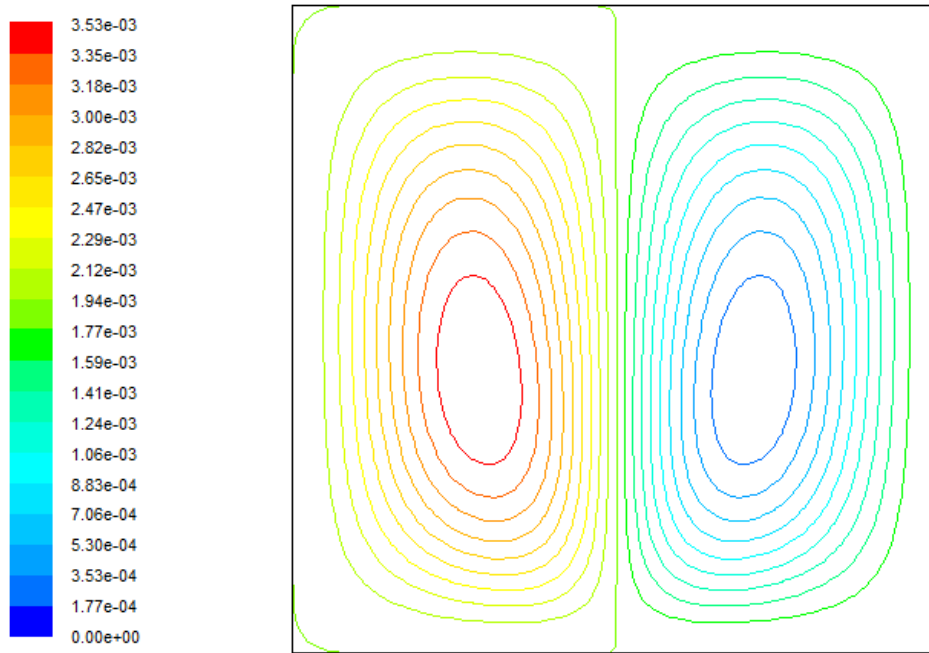




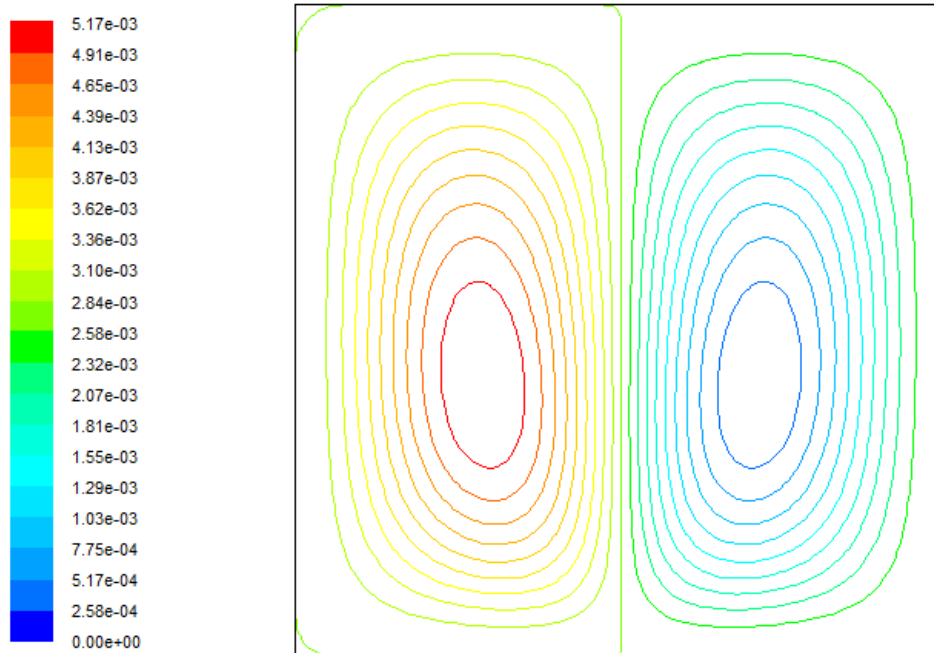
**Figure IV.5.** Représentation des lignes de courant dans l'enceinte à  $Ra=10^3$ ,  $\varphi = 0.2$ , source localisé au milieu



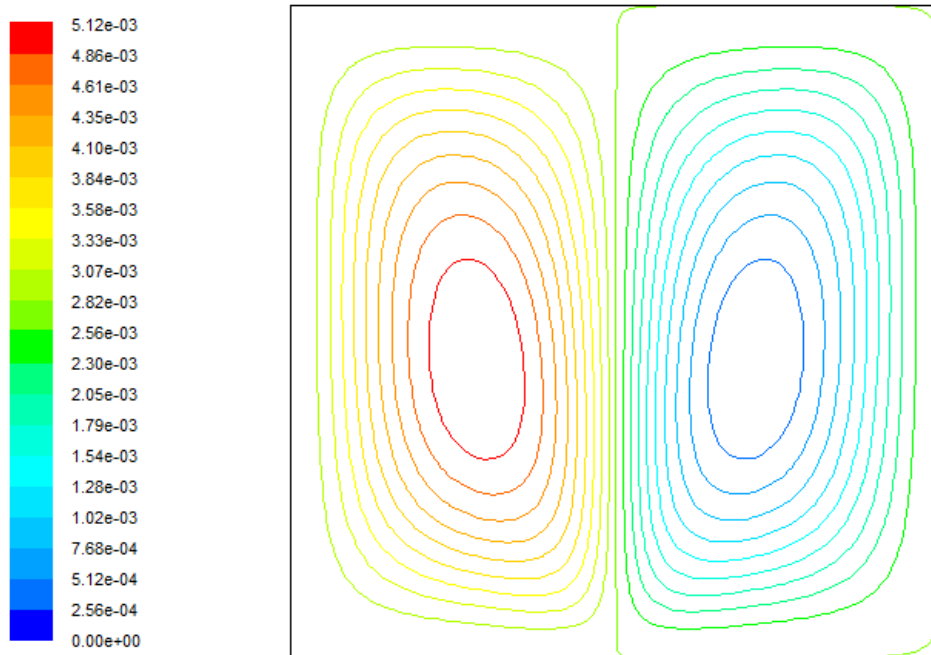
**Figure IV.6.** Représentation des lignes de courant dans l'enceinte à  $Ra=10^4$ ,  $\varphi = 0$ , source localisé au milieu



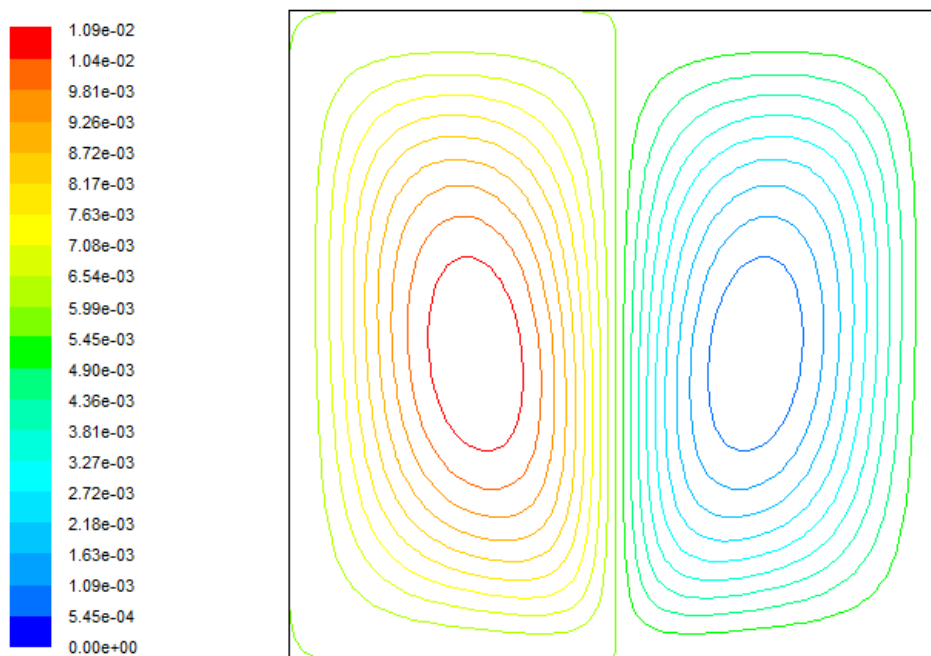
**Figure IV.7.** Représentation des lignes de courant dans l'enceinte à  $Ra=10^4$ ,  $\varphi = 0.1$ , source localisé au milieu



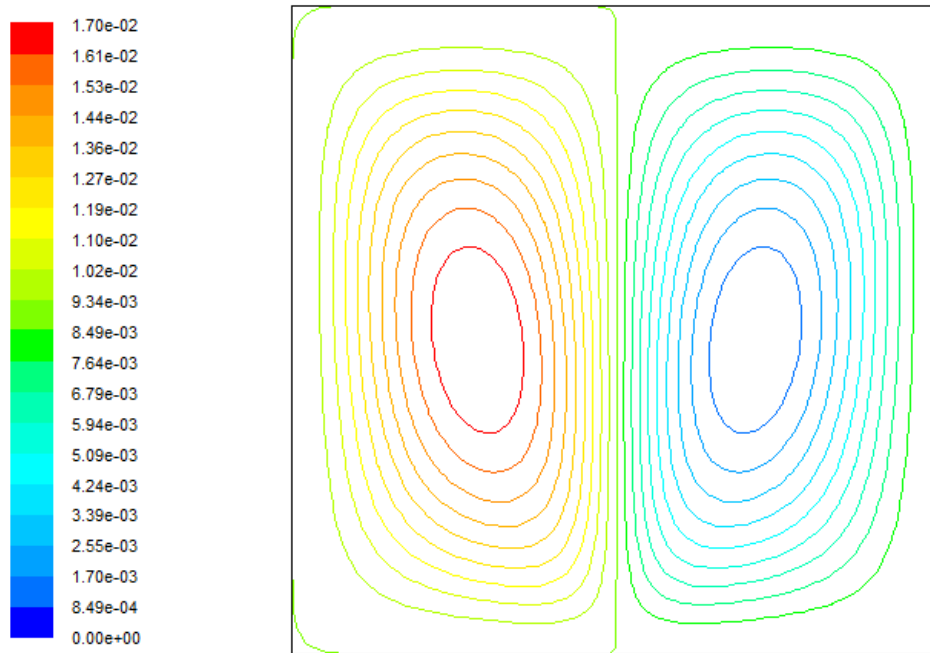
**Figure IV.8.** Représentation des lignes de courant dans l'enceinte à  $Ra=10^4$ ,  $\varphi = 0.2$ , source localisé au milieu



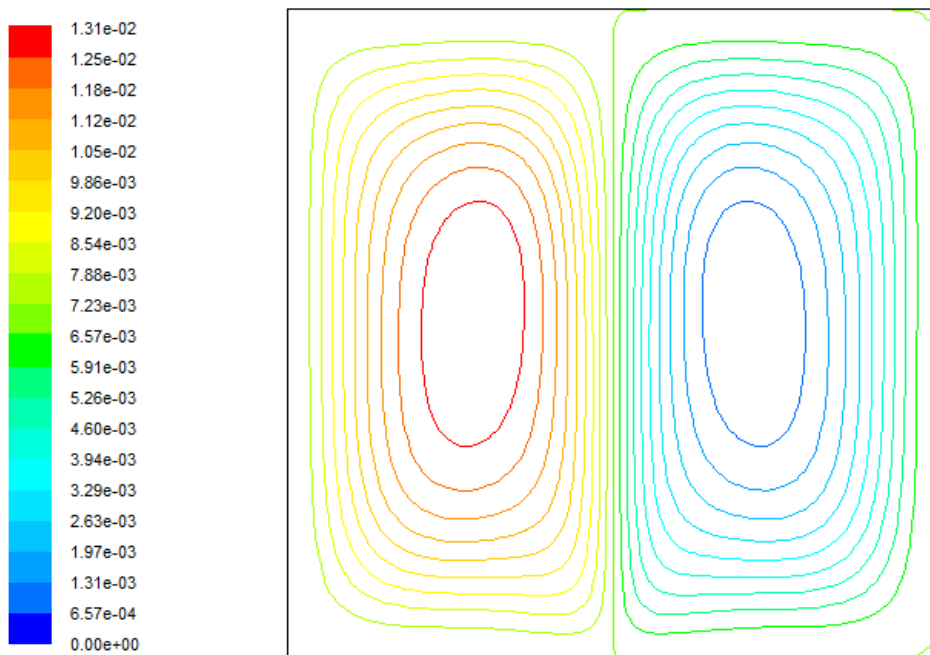
**Figure IV.9.** Représentation des lignes de courant dans l'enceinte à  $Ra=10^5$ ,  $\varphi = 0$ , source localisé au milieu



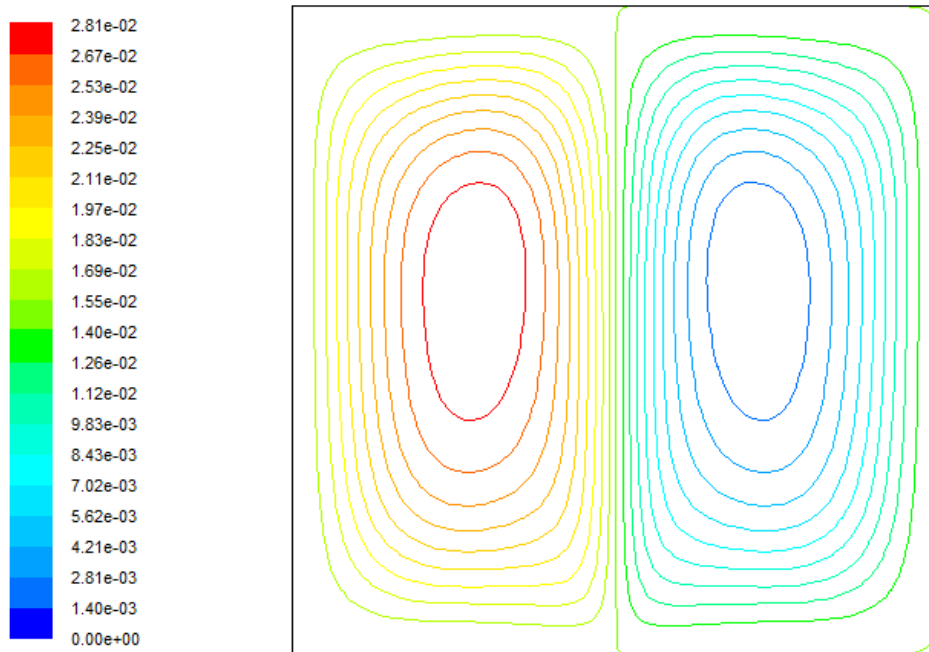
**Figure IV.10.** Représentation des lignes de courant dans l'enceinte à  $Ra=10^5$ ,  $\varphi = 0.1$ , source localisé au milieu



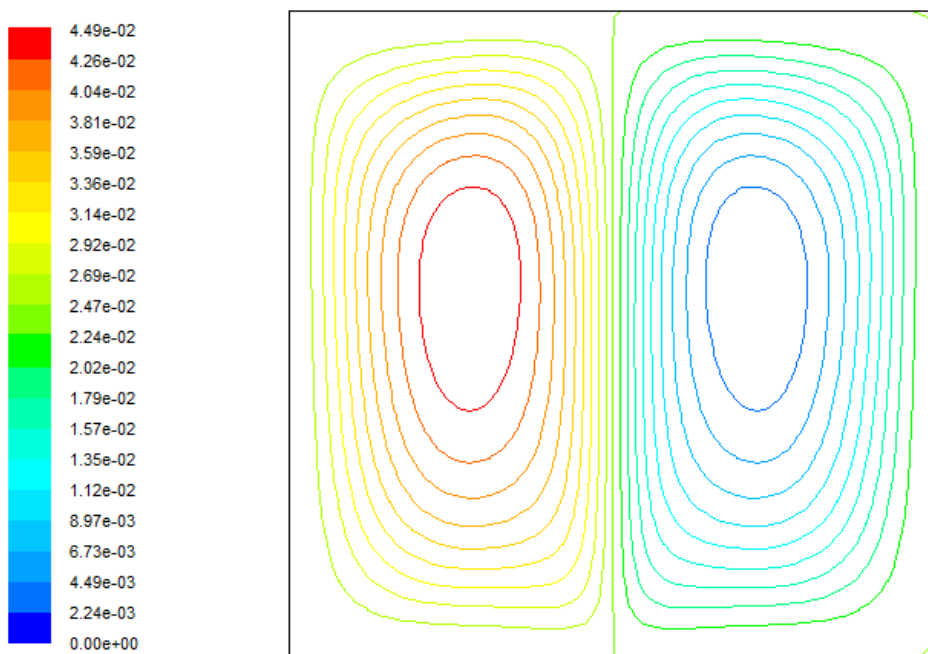
**Figure IV.11.** Représentation des lignes de courant dans l'enceinte à  $Ra=10^5$ ,  $\varphi = 0.2$ , source localisé au milieu



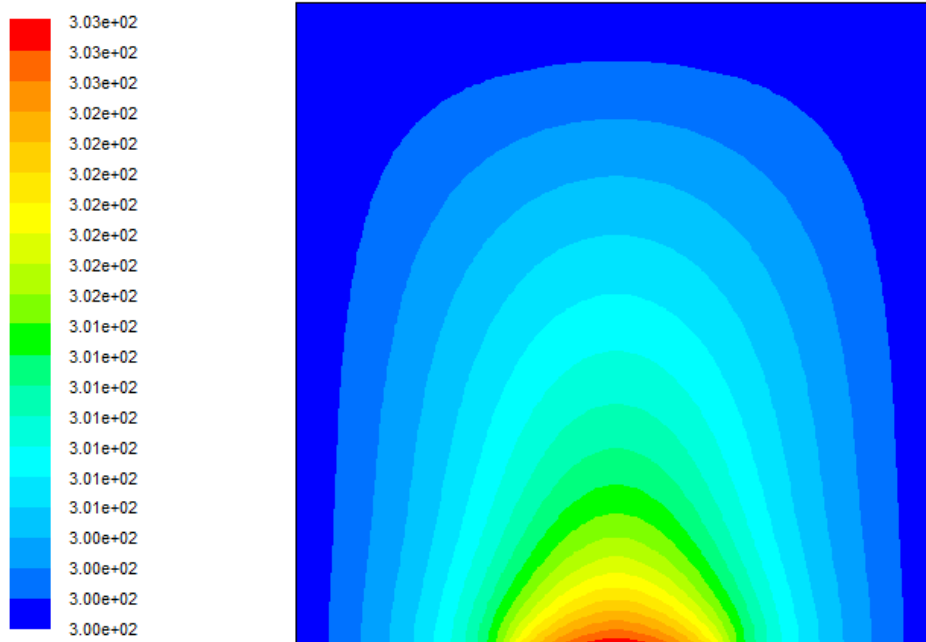
**Figure IV.12.** Représentation des lignes de courant dans l'enceinte à  $Ra=10^6$ ,  $\varphi = 0$ , source localisé au milieu



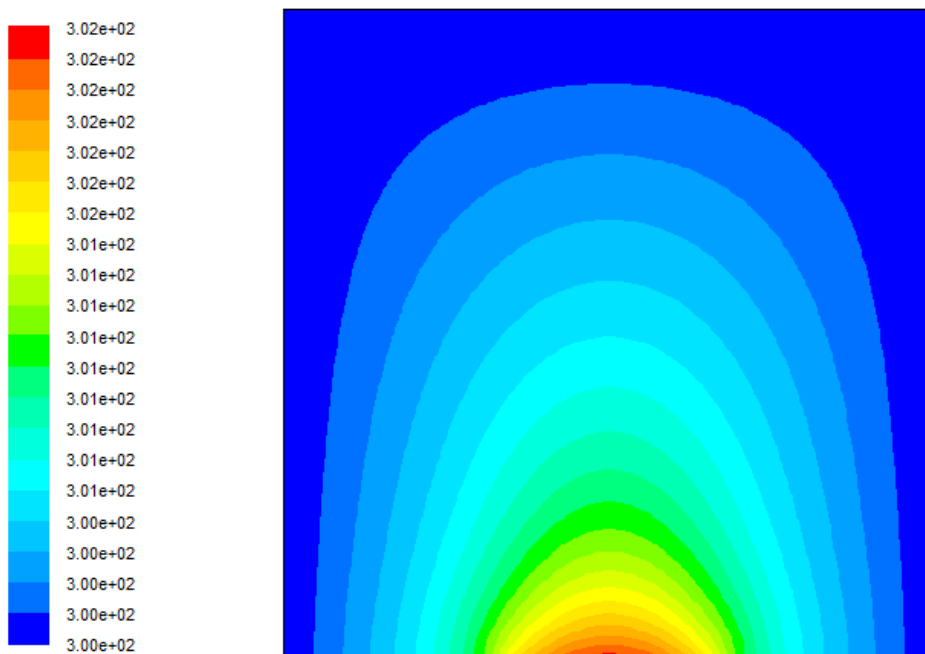
**Figure IV.13.** Représentation des lignes de courant dans l'enceinte à  $Ra=10^6$ ,  $\varphi = 0.1$ , source localisé au milieu



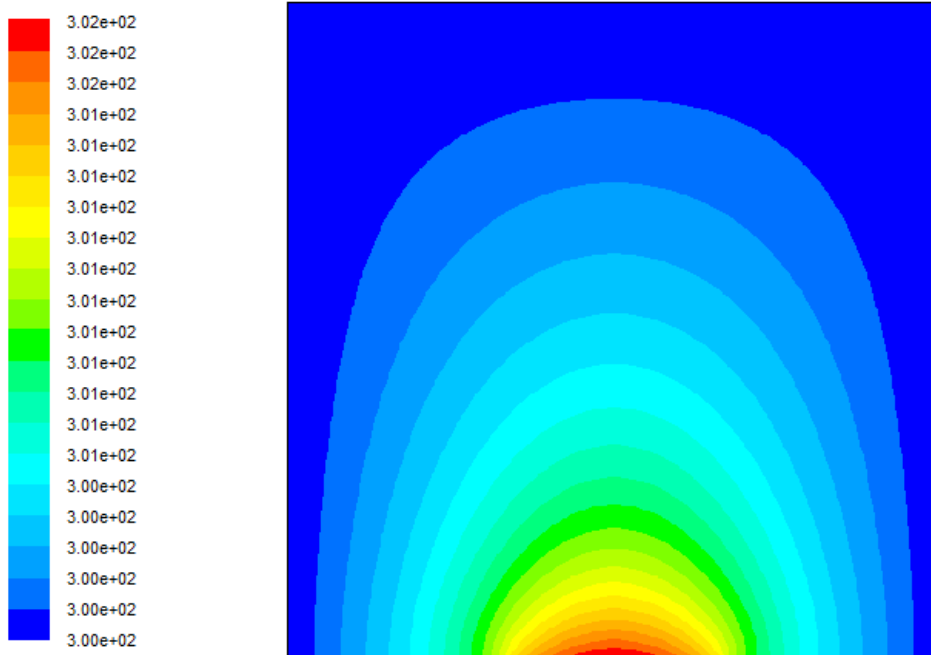
**Figure IV.14.** Représentation des lignes de courant dans l'enceinte à  $Ra=10^6$ ,  $\varphi = 0.2$ , source localisé au milieu



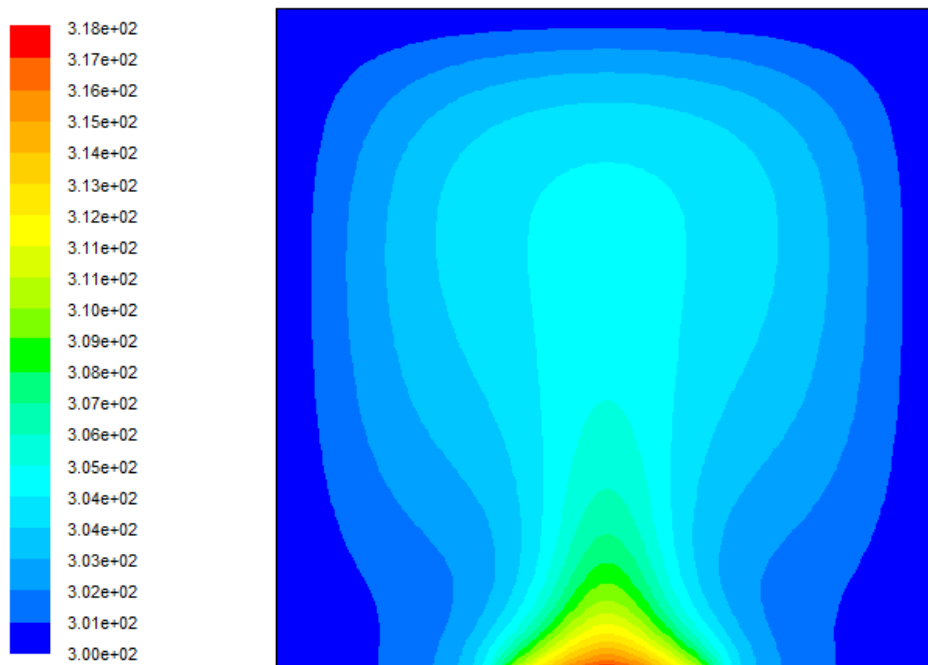
**Figure IV.15.** Représentation des isothermes dans l'enceinte à  $Ra=10^3$ ,  $\varphi = 0$ , source localisé au milieu



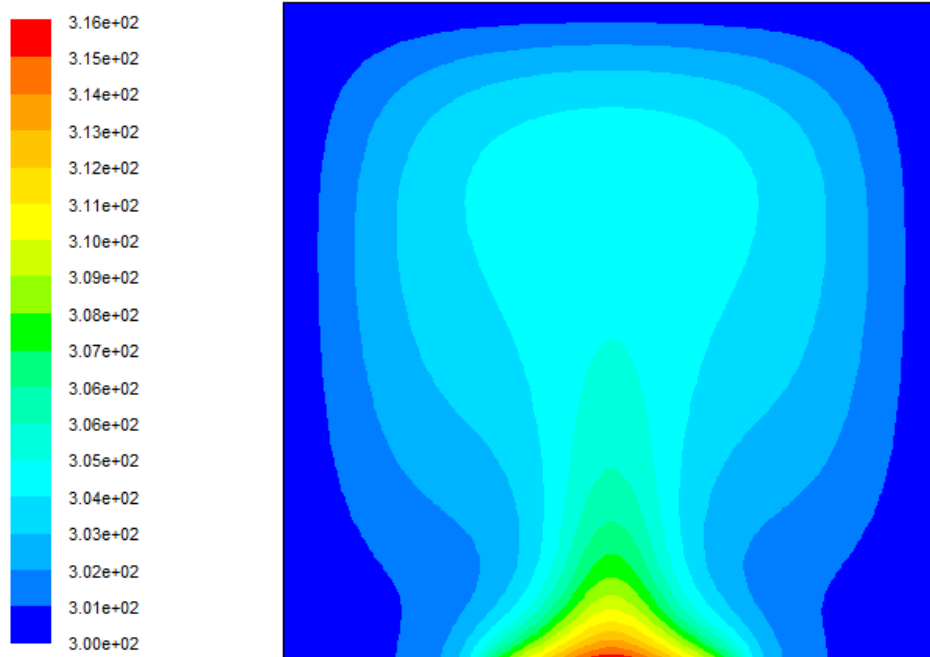
**Figure IV.16.** Représentation des isothermes dans l'enceinte à  $Ra=10^3$ ,  $\varphi = 0.1$ , source localisé au milieu



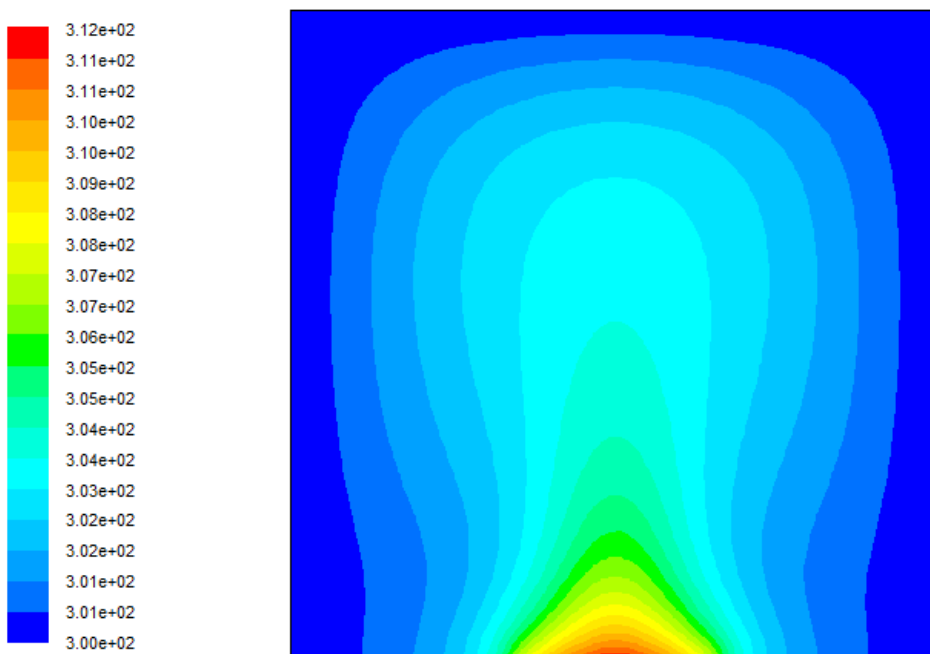
**Figure IV.17.** Représentation des isothermes dans l'enceinte à  $Ra=10^3$ ,  $\varphi = 0.2$ , source localisé au milieu



**Figure IV.18.** Représentation des isothermes dans l'enceinte à  $Ra=10^4$ ,  $\varphi = 0$ , source localisé au milieu

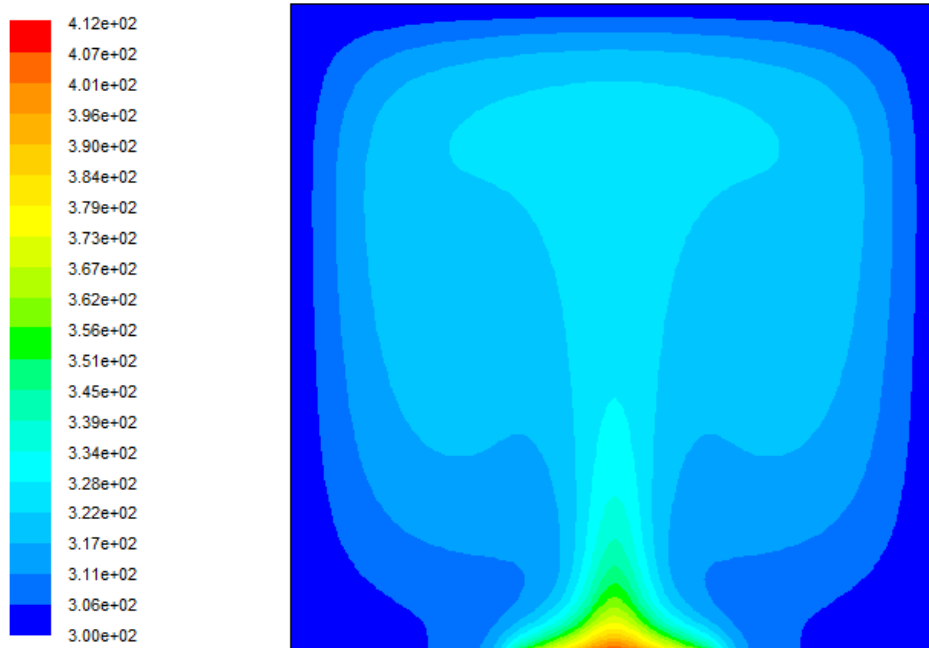


**Figure IV.19.** Représentation des isothermes dans l'enceinte à  $Ra=10^4$ ,  $\varphi = 0.1$ , source localisé au milieu

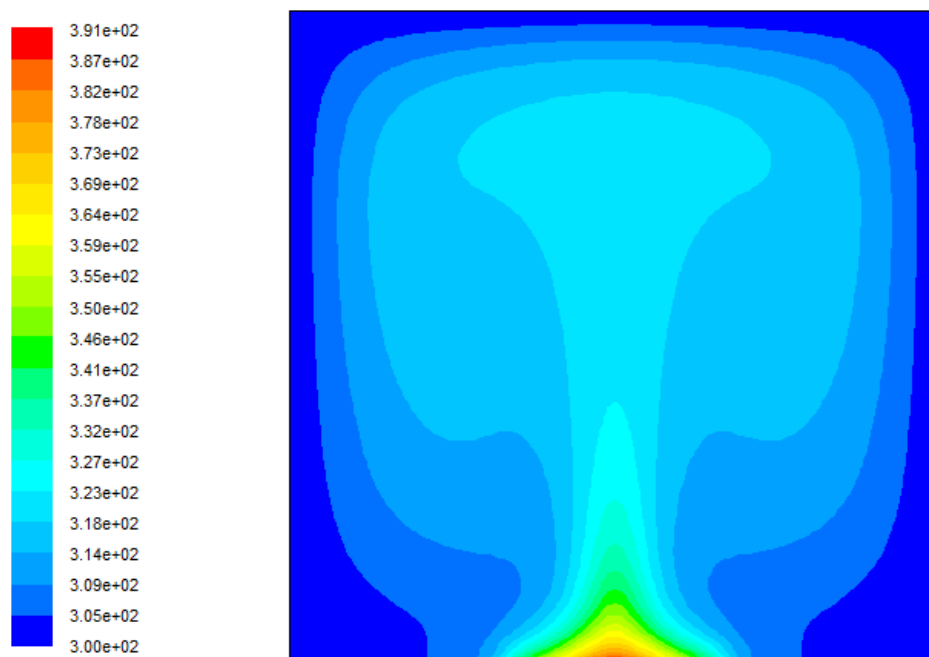


**Figure IV.20.** Représentation des isothermes dans l'enceinte à  $Ra=10^4$ ,  $\varphi = 0.2$ , source localisé au milieu

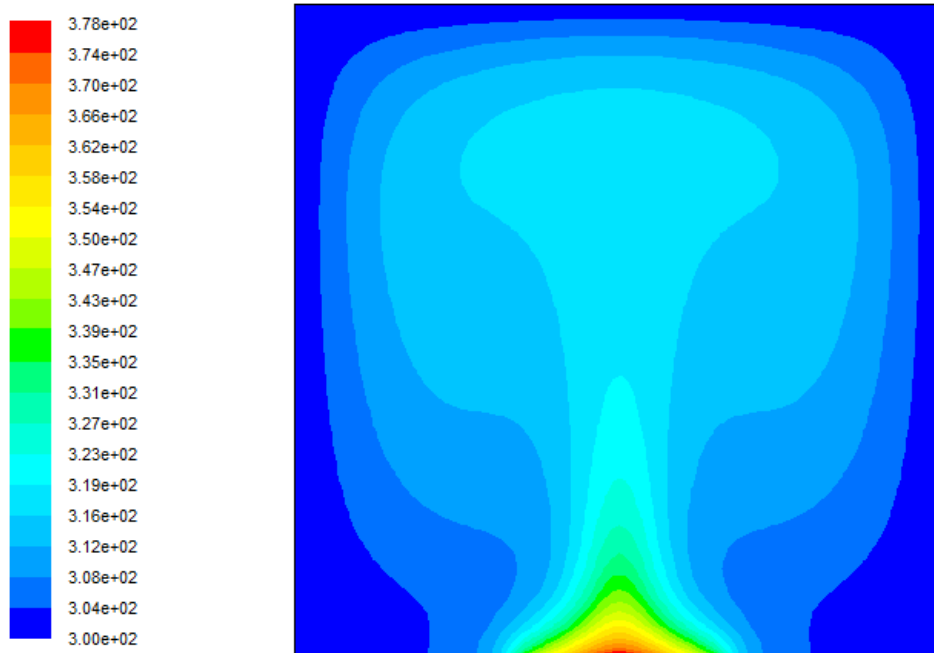




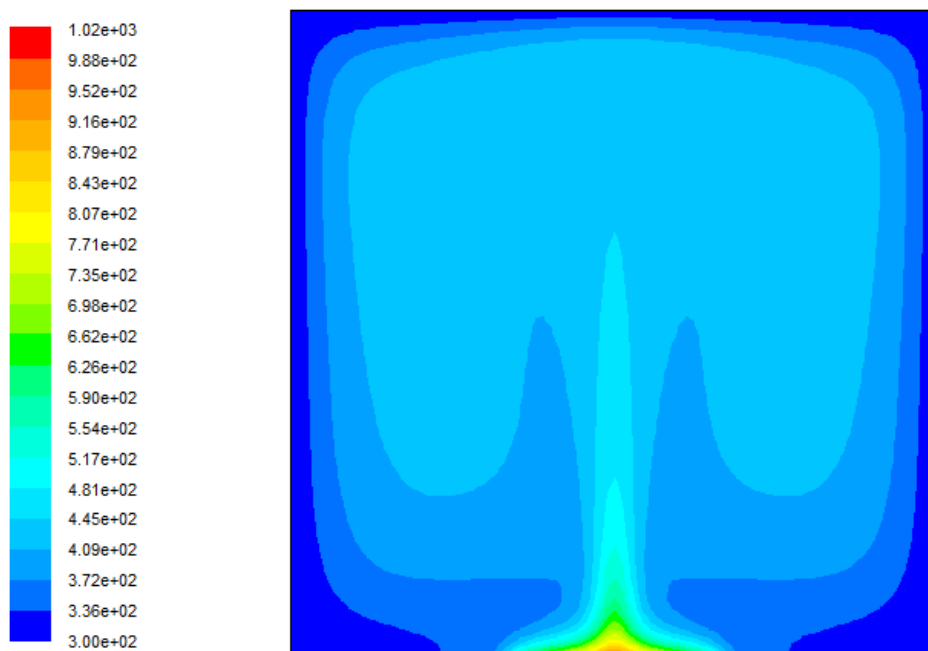
**Figure IV.21.** Représentation des isothermes dans l'enceinte à  $Ra=10^5$ ,  $\varphi = 0$ , source localisé au milieu



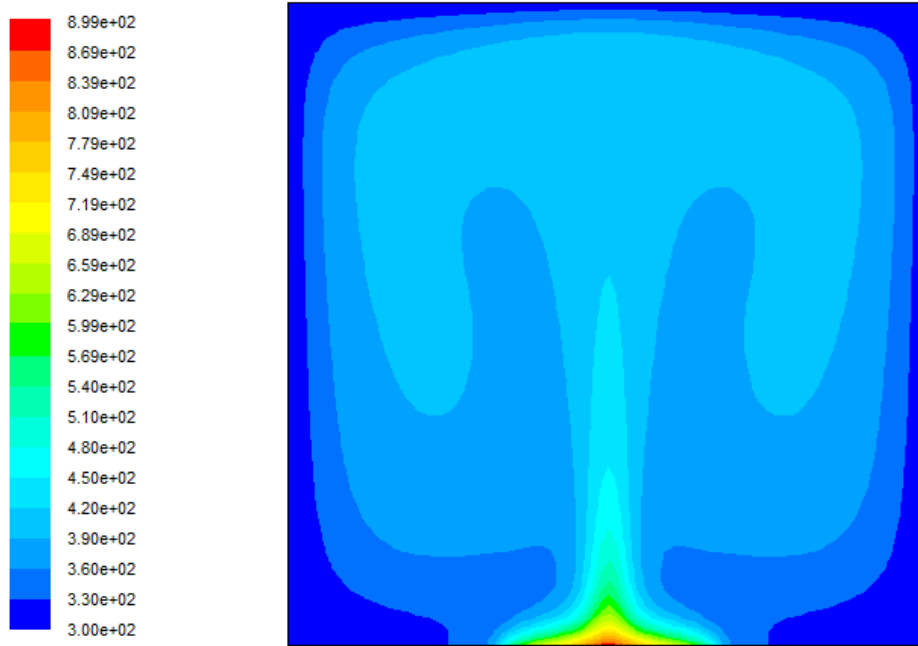
**Figure IV.22.** Représentation des isothermes dans l'enceinte à  $Ra=10^5$ ,  $\varphi = 0.1$ , source localisé au milieu



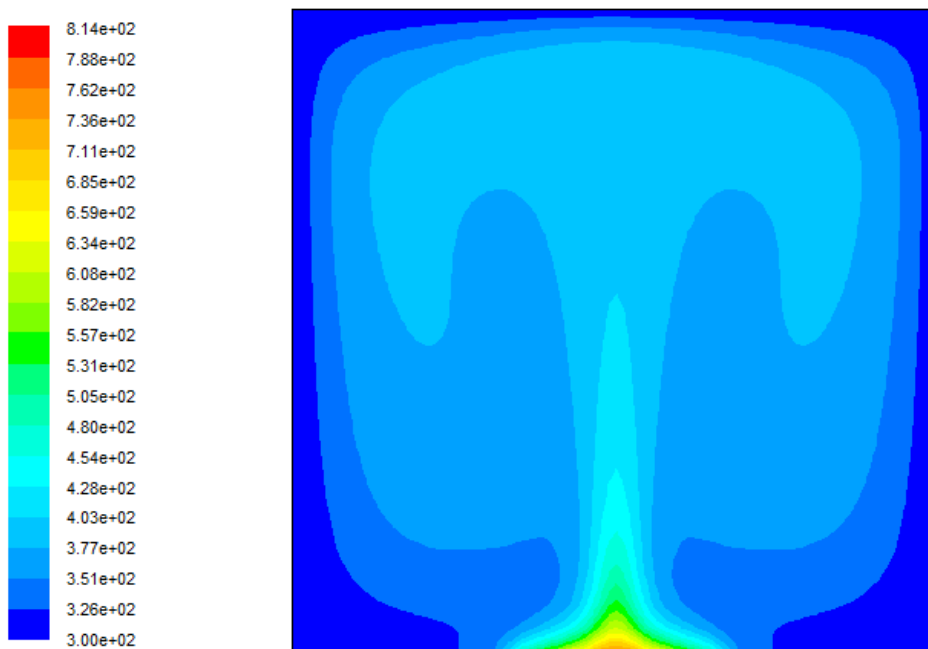
**Figure IV.23.** Représentation des isothermes dans l'enceinte à  $Ra=10^5$ ,  $\varphi = 0.2$ , source localisé au milieu



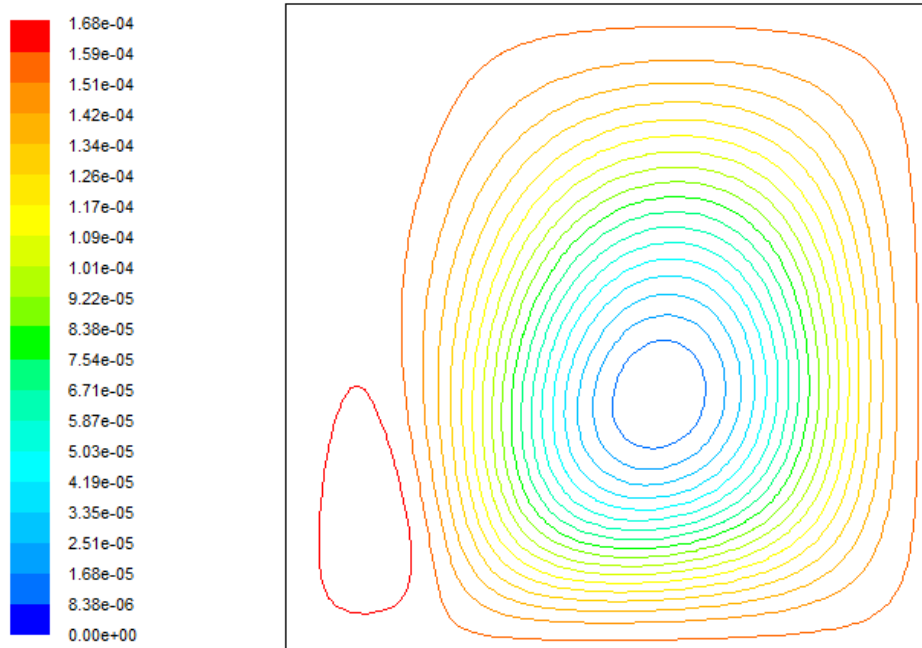
**Figure IV.24.** Représentation des isothermes dans l'enceinte à  $Ra=10^6$ ,  $\varphi = 0$ , source localisé au milieu



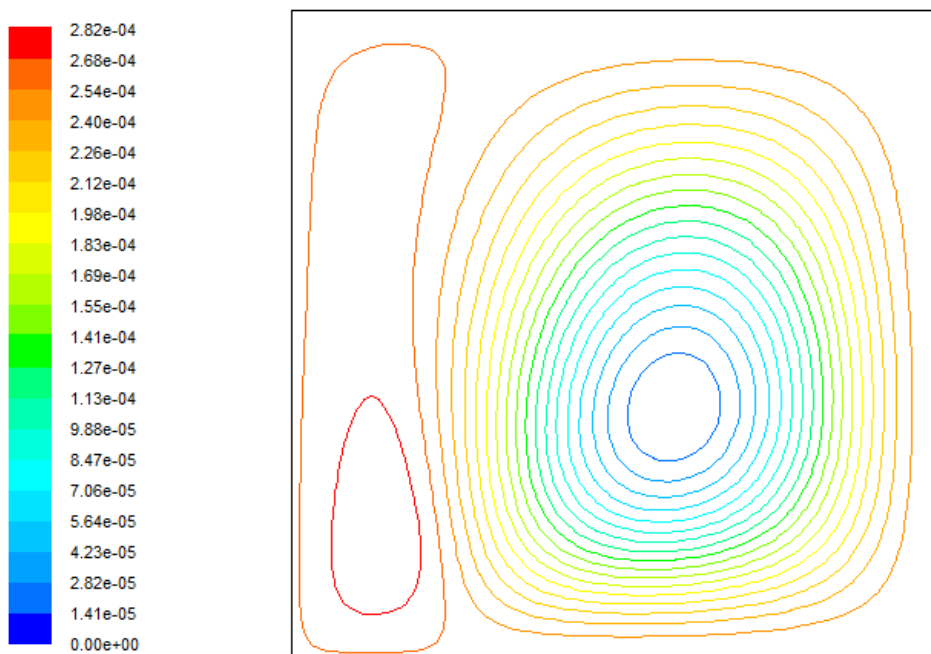
**Figure IV.25.** Représentation des isothermes dans l'enceinte à  $Ra=10^6$ ,  $\varphi = 0.1$ , source localisé au milieu



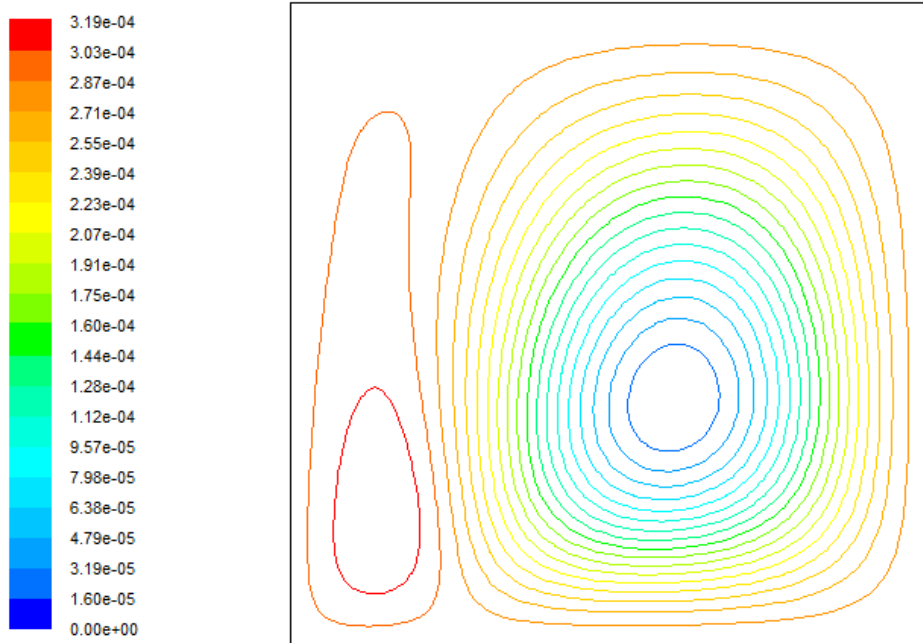
**Figure IV.26.** Représentation des isothermes dans l'enceinte à  $Ra=10^6$ ,  $\varphi = 0.2$ , source localisé au milieu



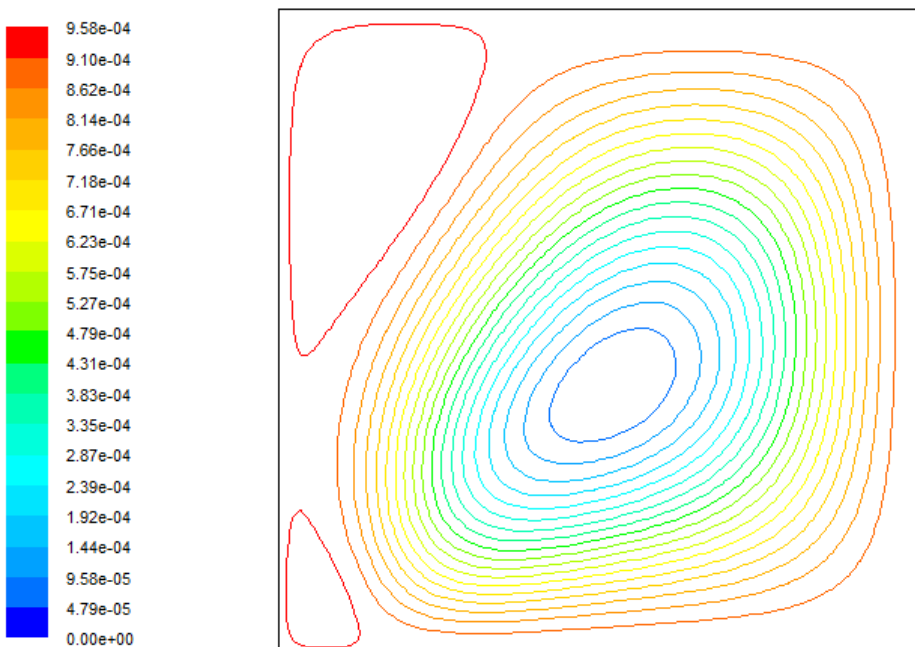
**Figure IV.27.** Représentation des lignes de courants dans l'enceinte à  $Ra=10^3$ ,  $\varphi = 0$ , source circonscrite à gauche



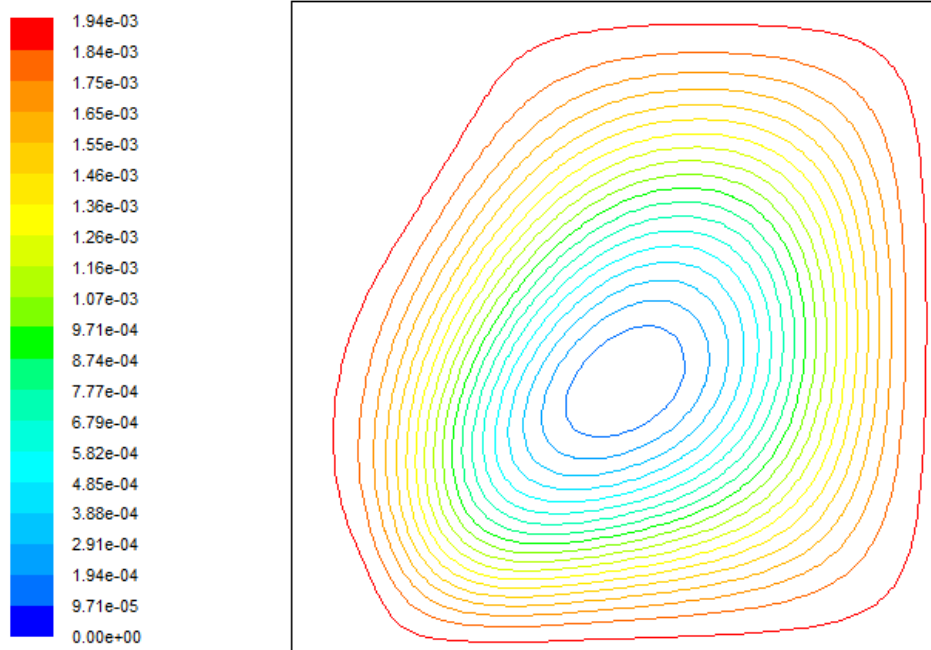
**Figure IV.28.** Représentation des lignes de courants dans l'enceinte à  $Ra=10^3$ ,  $\varphi = 0.1$ , source circonscrite à gauche



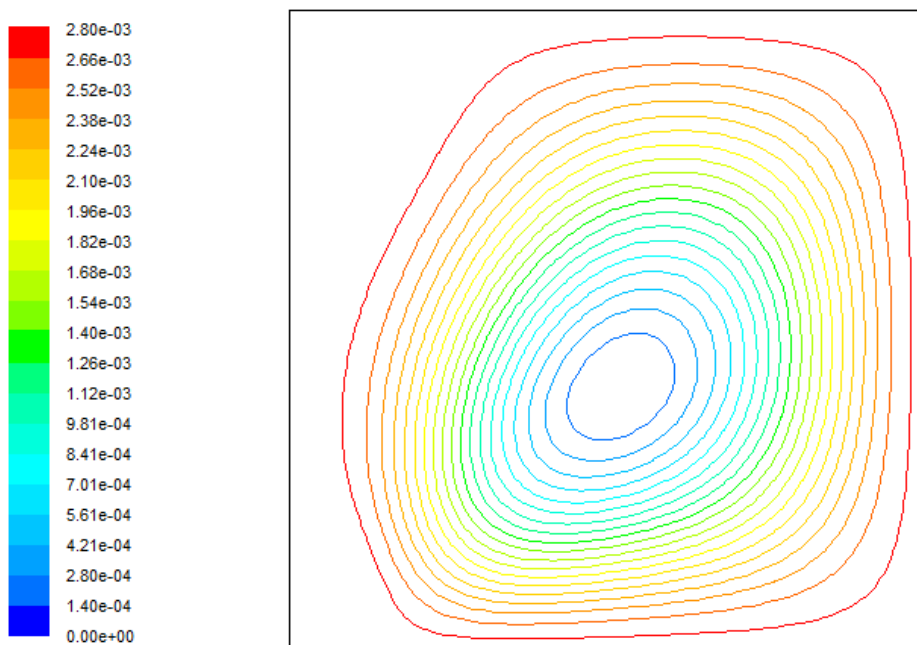
**Figure IV.29.** Représentation des lignes de courants dans l'enceinte à  $Ra=10^3$ ,  $\varphi = 0.2$ , source circonscrite à gauche



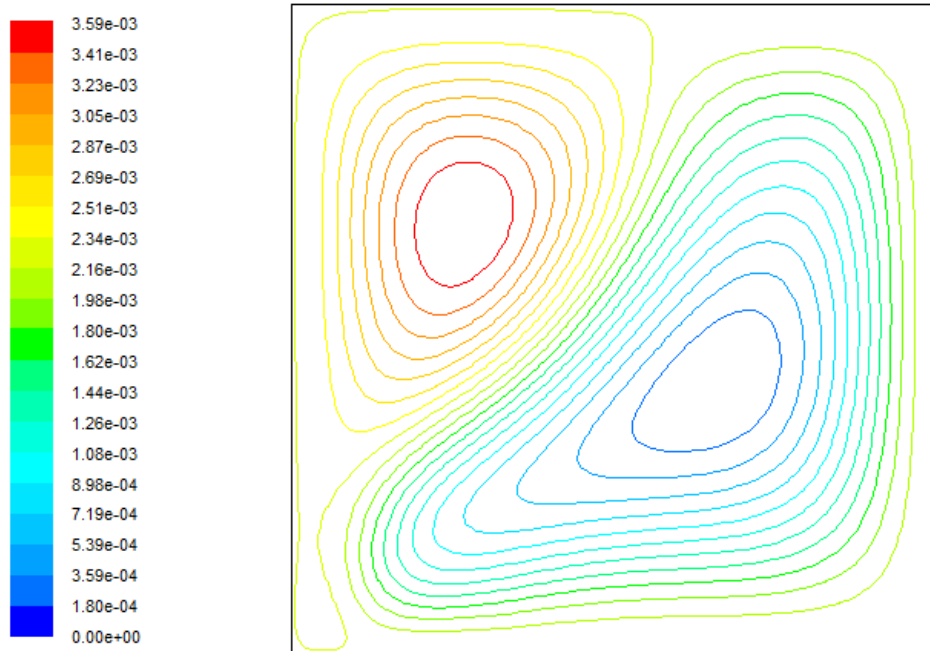
**Figure IV.30.** Représentation des lignes de courants dans l'enceinte à  $Ra=10^4$ ,  $\varphi = 0$ , source circonscrite à gauche



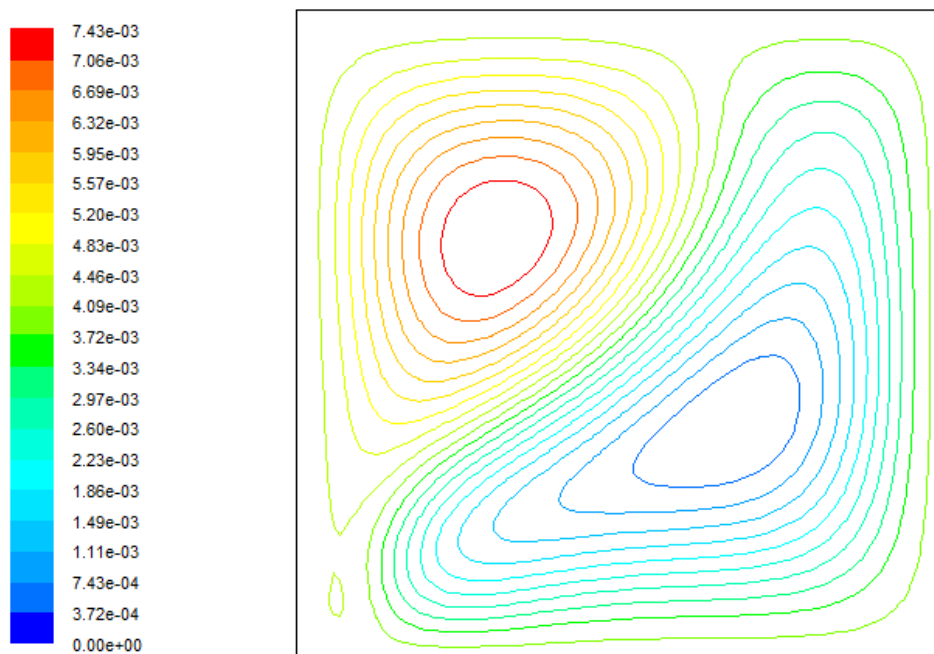
**Figure IV.31.** Représentation des lignes de courants dans l'enceinte à  $Ra=10^4$ ,  $\varphi = 0.1$ , source circonscrite à gauche



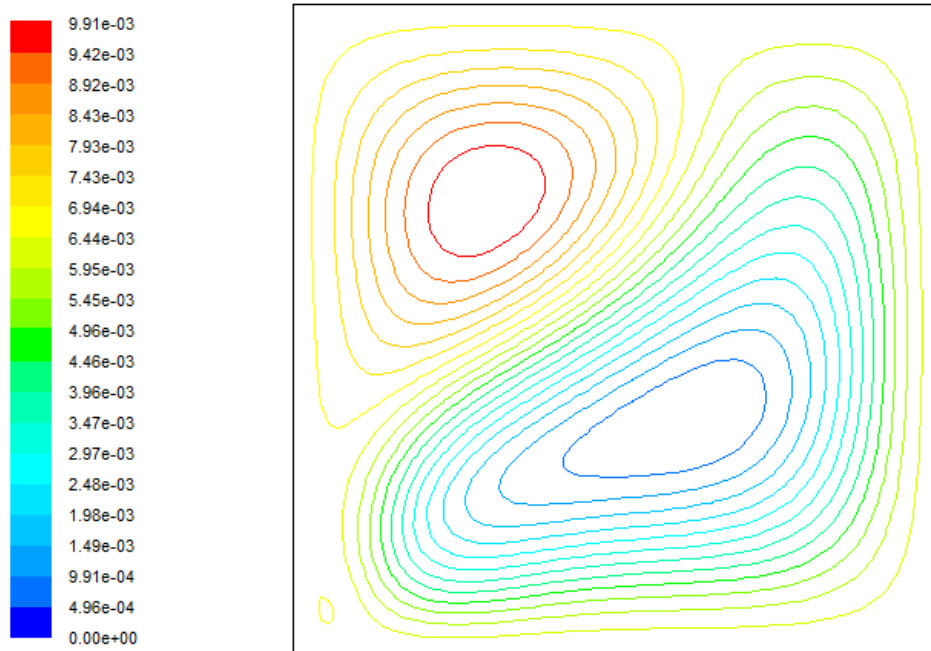
**Figure IV.32.** Représentation des lignes de courants dans l'enceinte à  $Ra=10^4$ ,  $\varphi = 0.2$ , source circonscrite à gauche



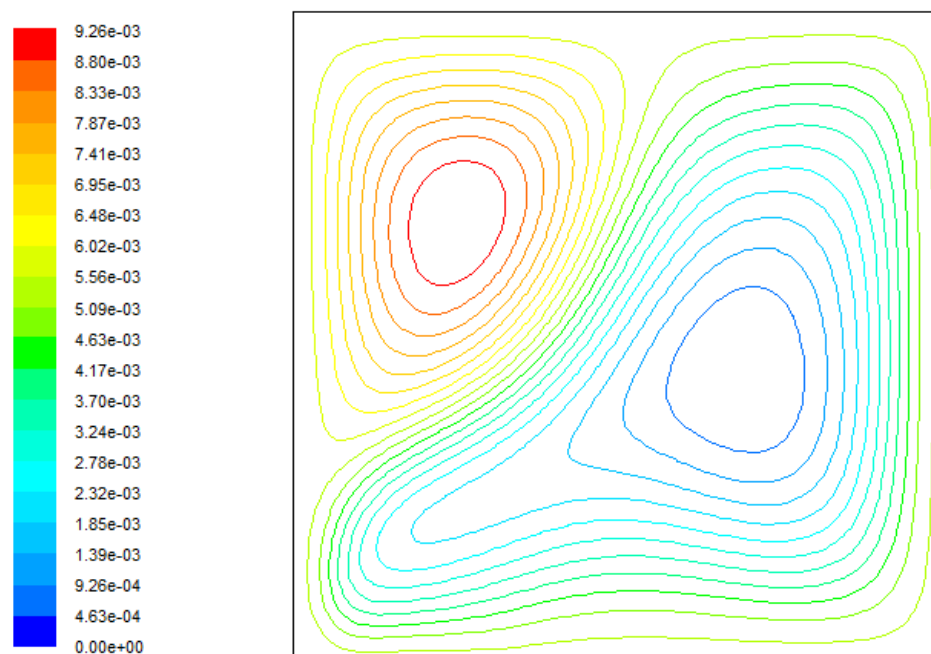
**Figure IV.33.** Représentation des lignes de courants dans l'enceinte à  $Ra=10^5$ ,  $\varphi = 0$ , source circonscrite à gauche



**Figure IV.34.** Représentation des lignes de courants dans l'enceinte à  $Ra=10^5$ ,  $\varphi = 0.1$ , source circonscrite à gauche

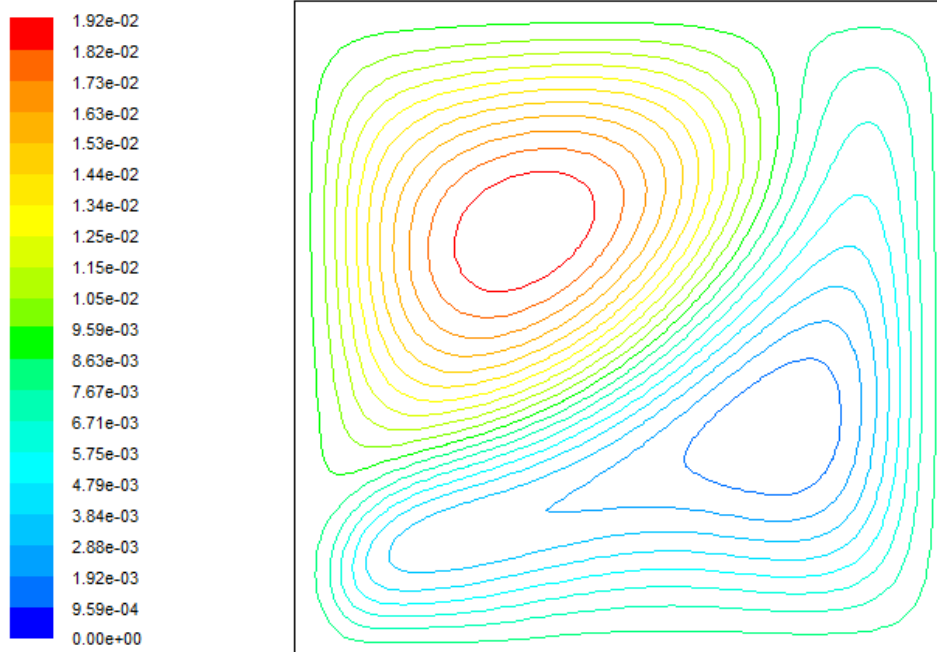


**Figure IV.35.** Représentation des lignes de courants dans l'enceinte à  $Ra=10^5$ ,  $\varphi = 0.2$ , source circonscrite à gauche

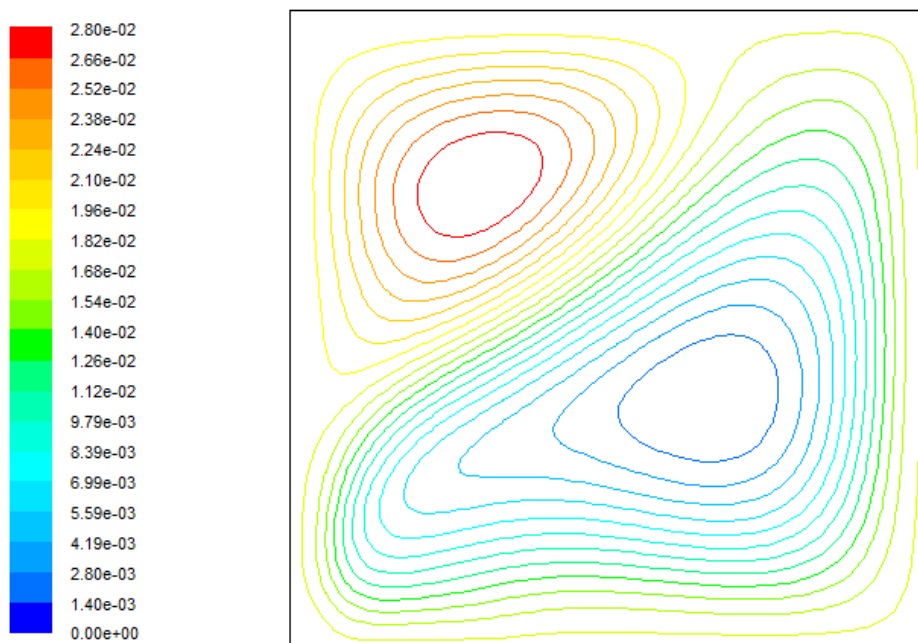


**Figure IV.36.** Représentation des lignes de courants dans l'enceinte à  $Ra=10^6$ ,  $\varphi = 0$ , source circonscrite à gauche

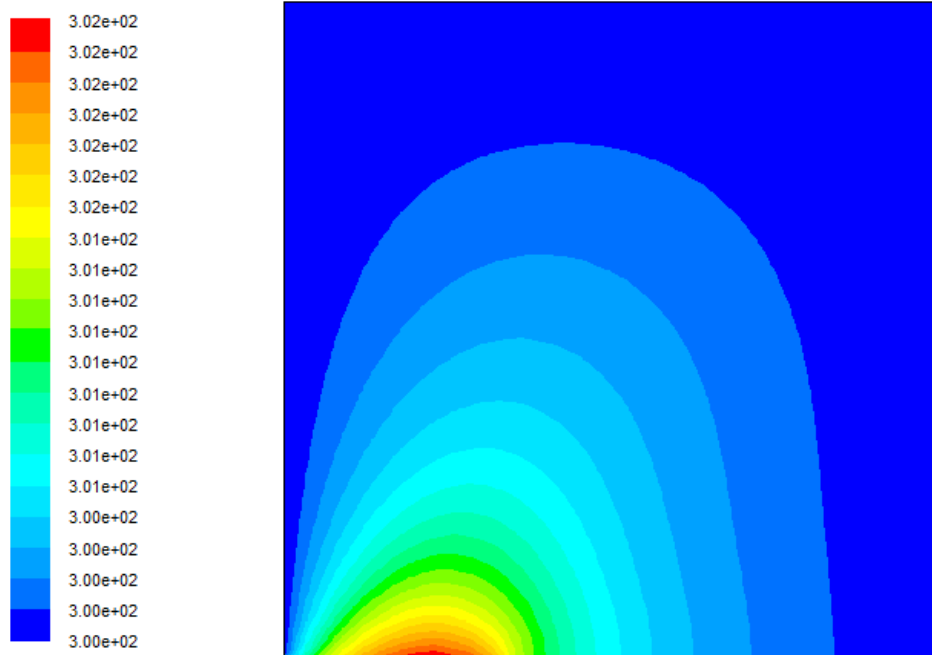




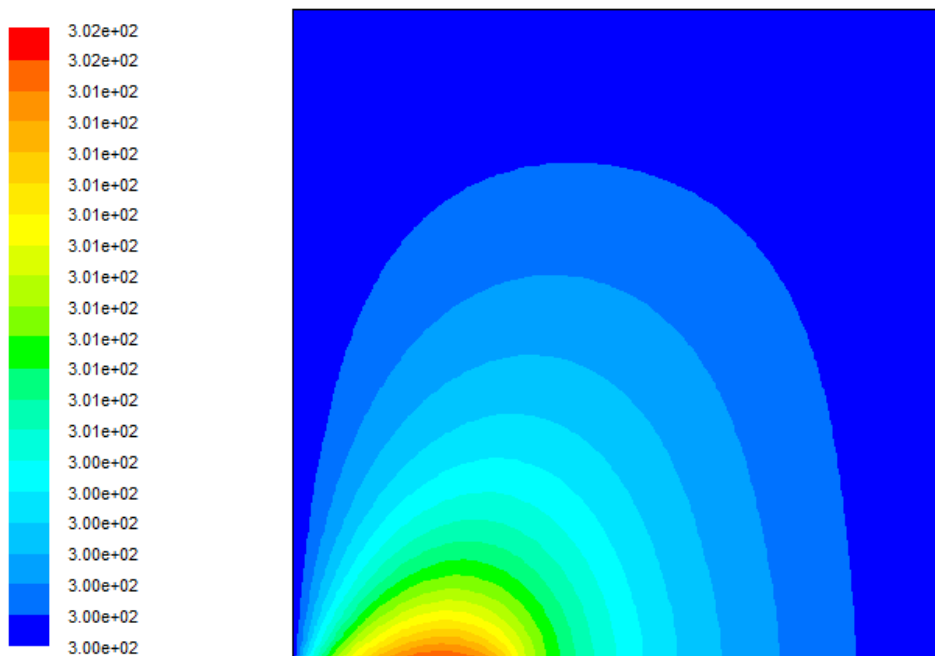
**Figure IV.37.** Représentation des lignes de courants dans l'enceinte à  $Ra=10^6$ ,  $\varphi = 0.1$ , source circonscrite à gauche



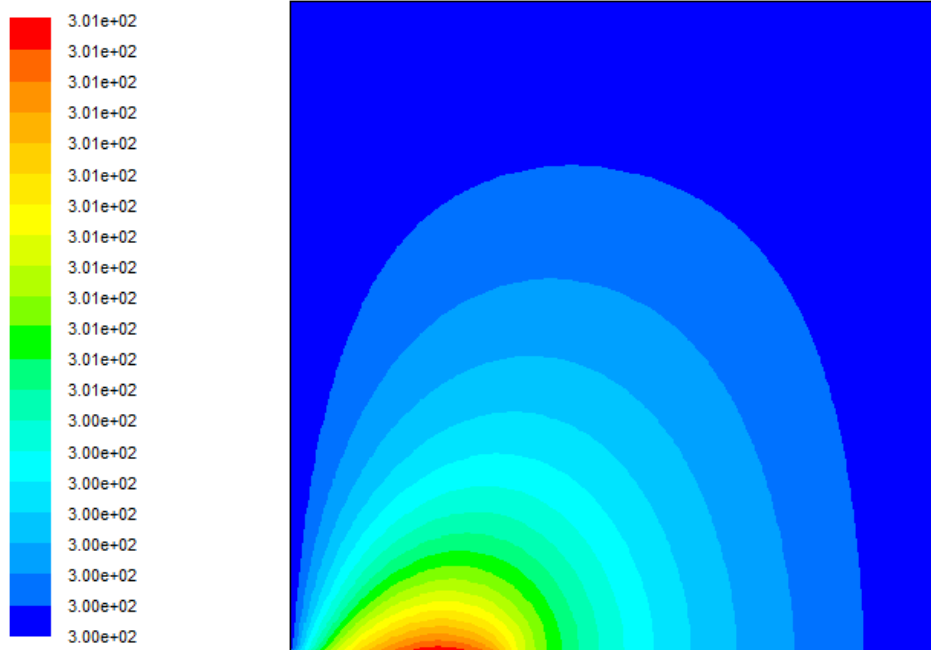
**Figure IV.38.** Représentation des lignes de courants dans l'enceinte à  $Ra=10^6$ ,  $\varphi = 0.2$ , source circonscrite à gauche



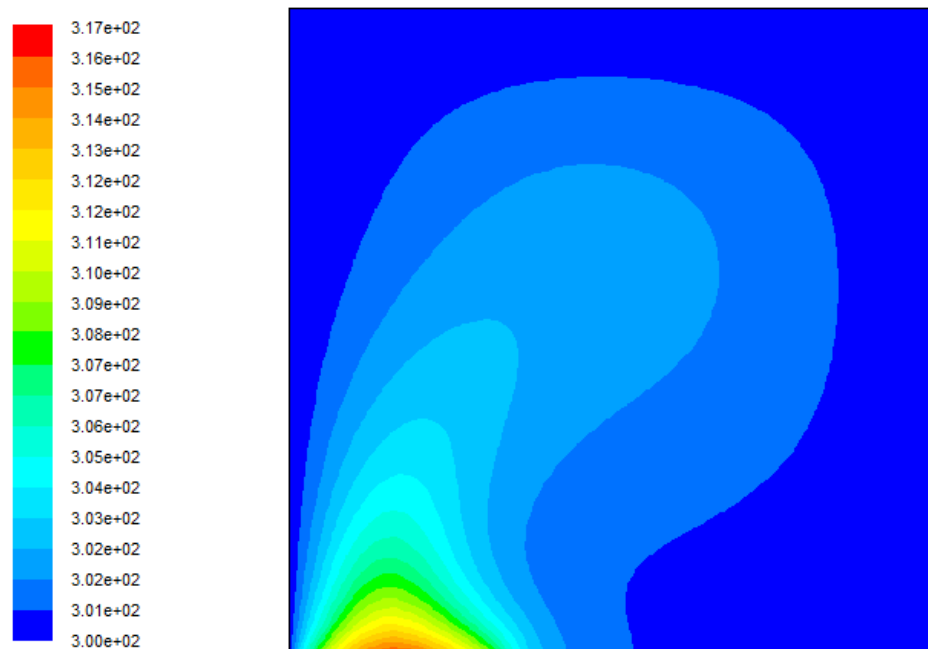
**Figure IV.39.** Représentation des isothermes dans l'enceinte à  $Ra=10^3$ ,  $\varphi=0$ , source circonscrite à gauche



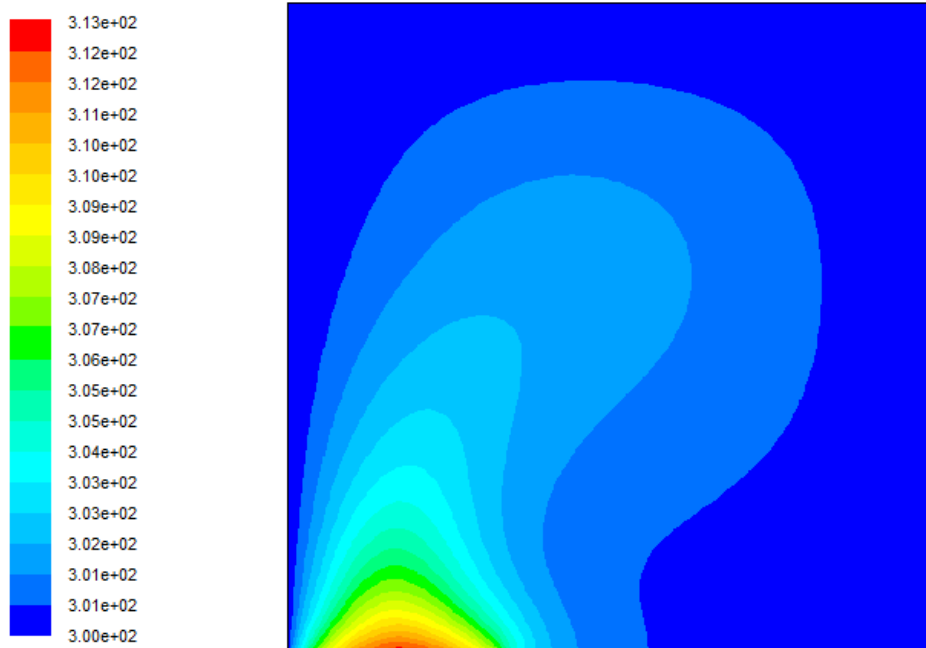
**Figure IV.40.** Représentation des isothermes dans l'enceinte à  $Ra=10^3$ ,  $\varphi=0.1$ , source circonscrite à gauche



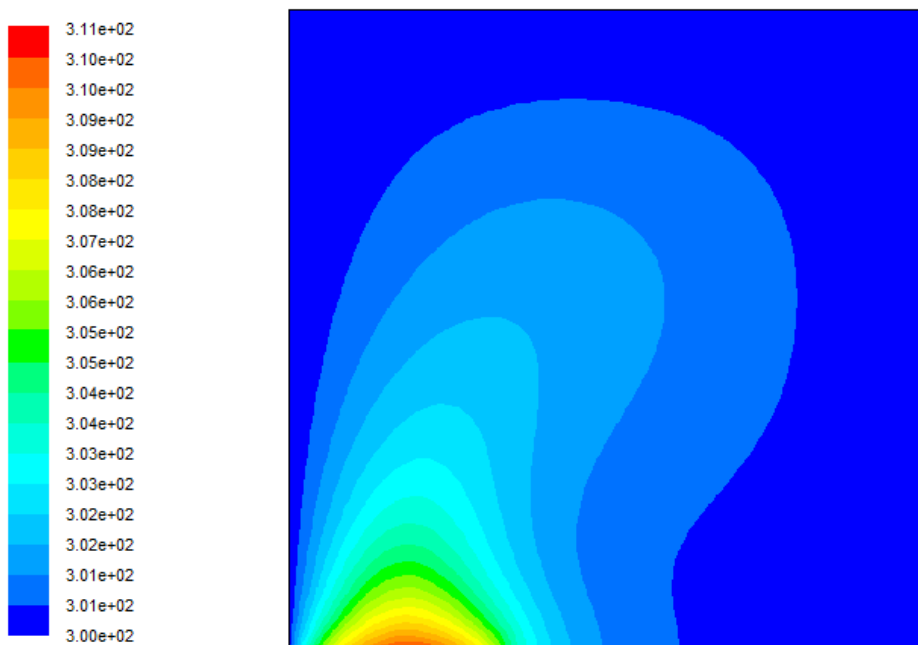
**Figure IV.41.** Représentation des isothermes dans l'enceinte à  $Ra=10^3$ ,  $\varphi = 0.2$ , source circonscrite à gauche



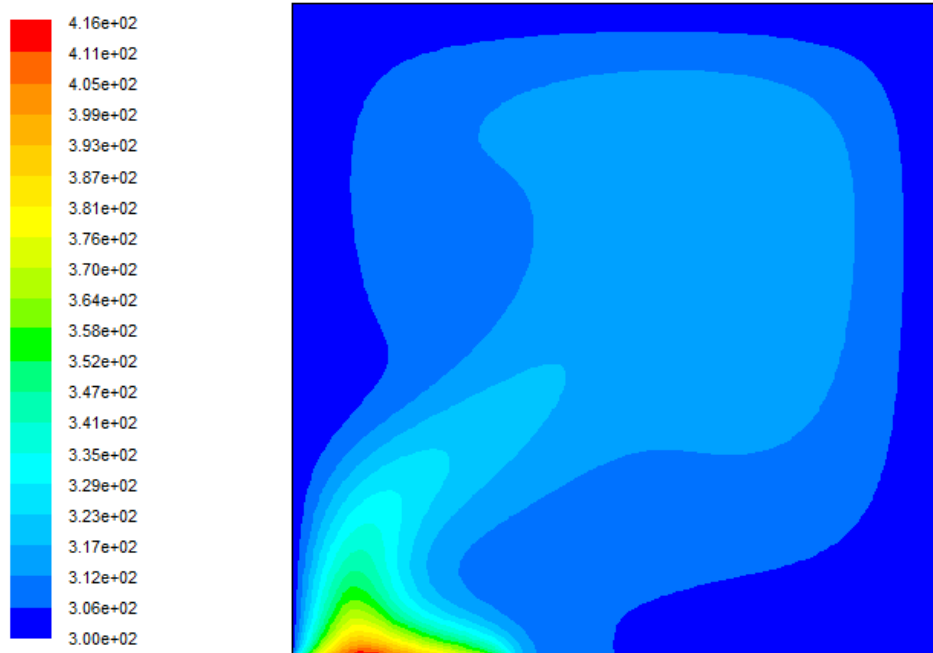
**Figure IV.42.** Représentation des isothermes dans l'enceinte à  $Ra=10^4$ ,  $\varphi = 0$ , source circonscrite à gauche



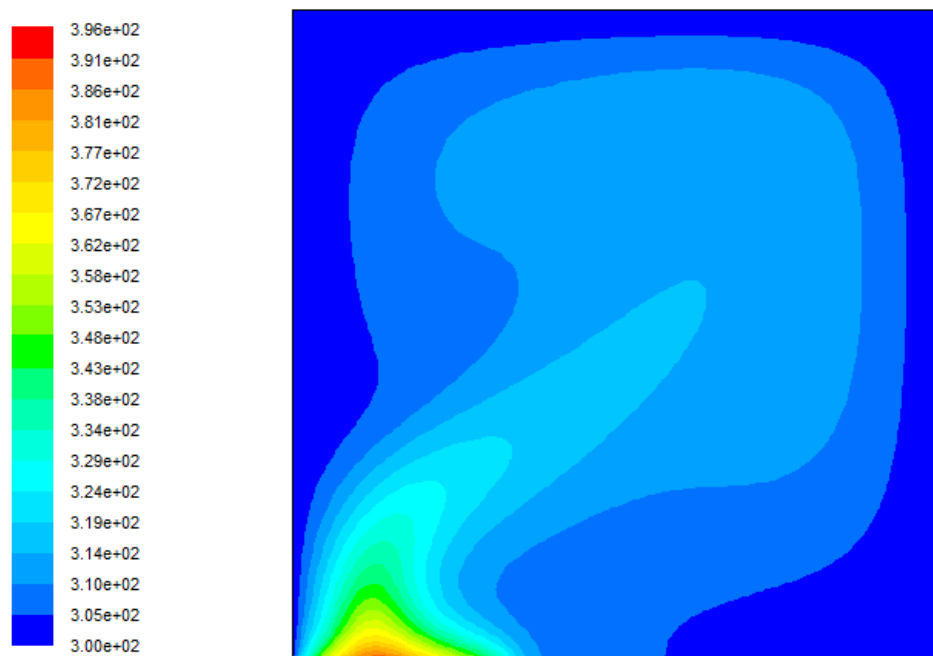
**Figure IV.43.** Représentation des isothermes dans l'enceinte à  $Ra=10^4$ ,  $\varphi = 0.1$ , source circonscrite à gauche



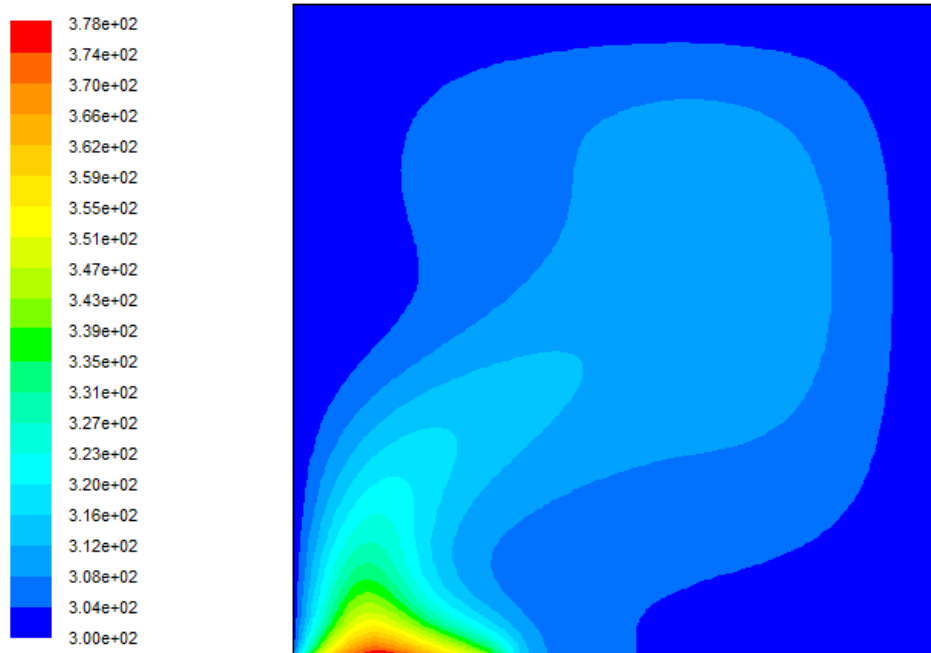
**Figure IV.44.** Représentation des isothermes dans l'enceinte à  $Ra=10^4$ ,  $\varphi = 0.2$ , source circonscrite à gauche



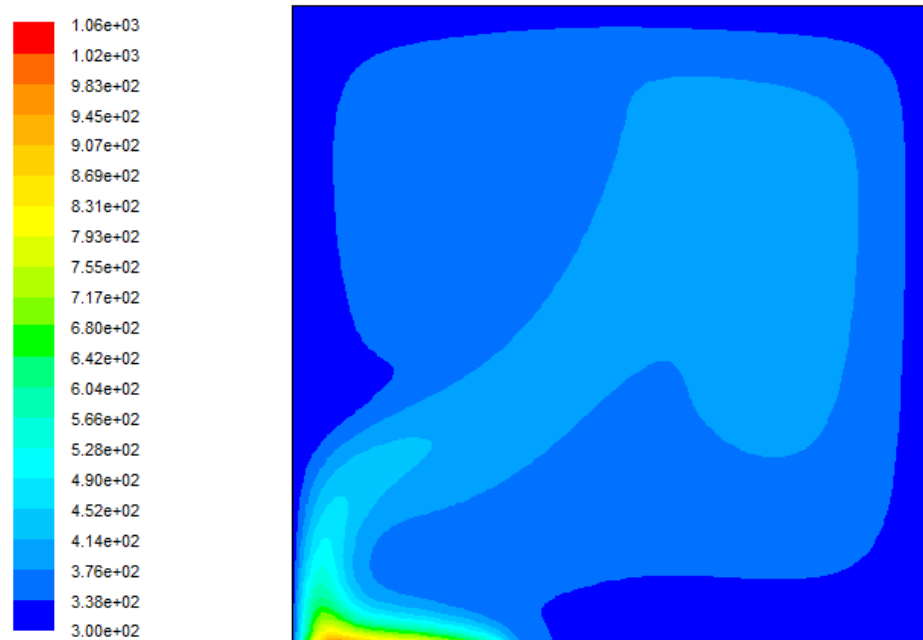
**Figure IV.45.** Représentation des isothermes dans l'enceinte à  $Ra=10^5$ ,  $\varphi = 0$ , source circonscrite à gauche



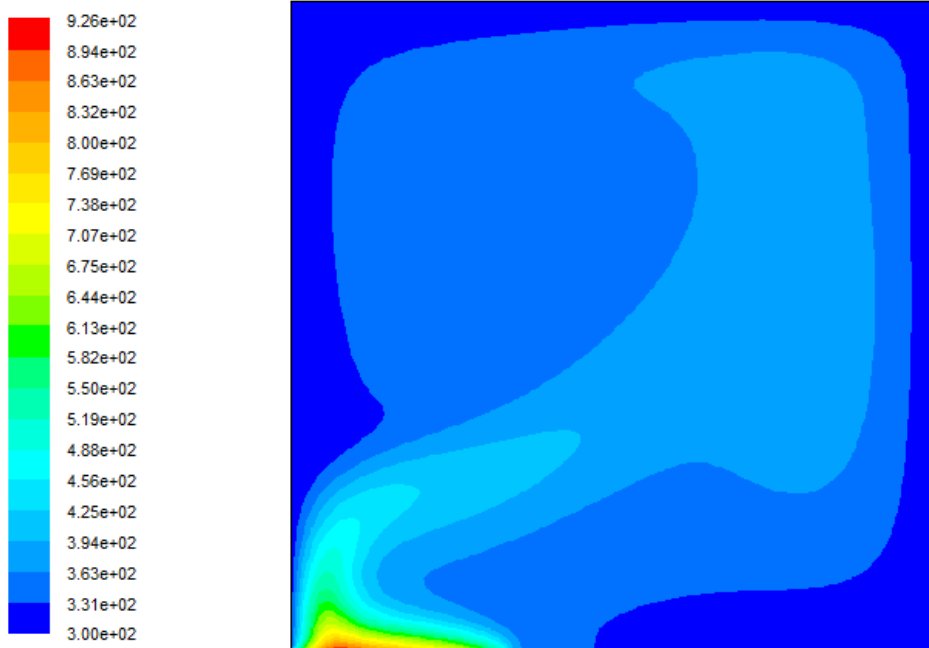
**Figure IV.46.** Représentation des isothermes dans l'enceinte à  $Ra=10^5$ ,  $\varphi = 0.1$ , source circonscrite à gauche



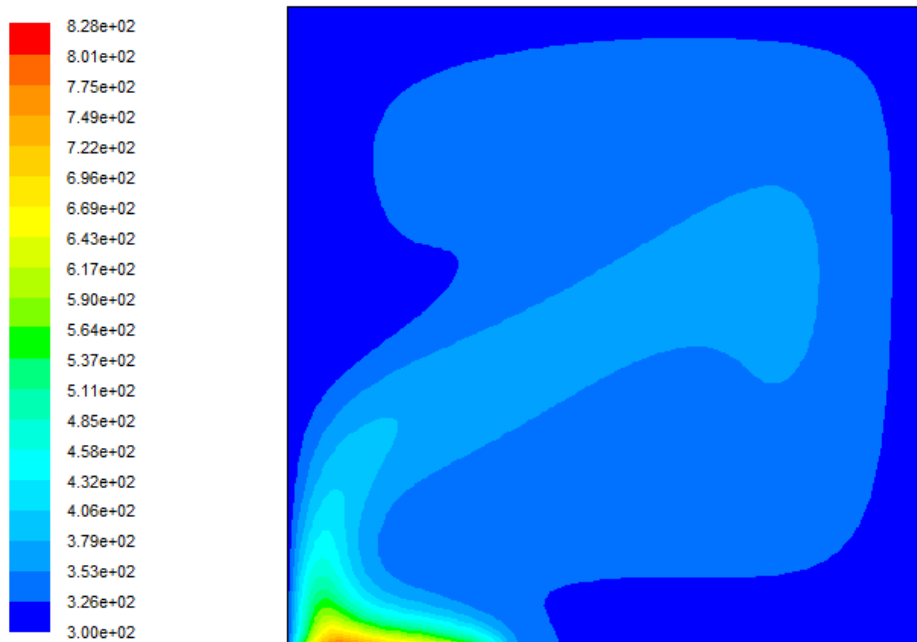
**Figure IV.47.** Représentation des isothermes dans l'enceinte à  $Ra=10^5$ ,  $\varphi = 0.2$ , source circonscrite à gauche



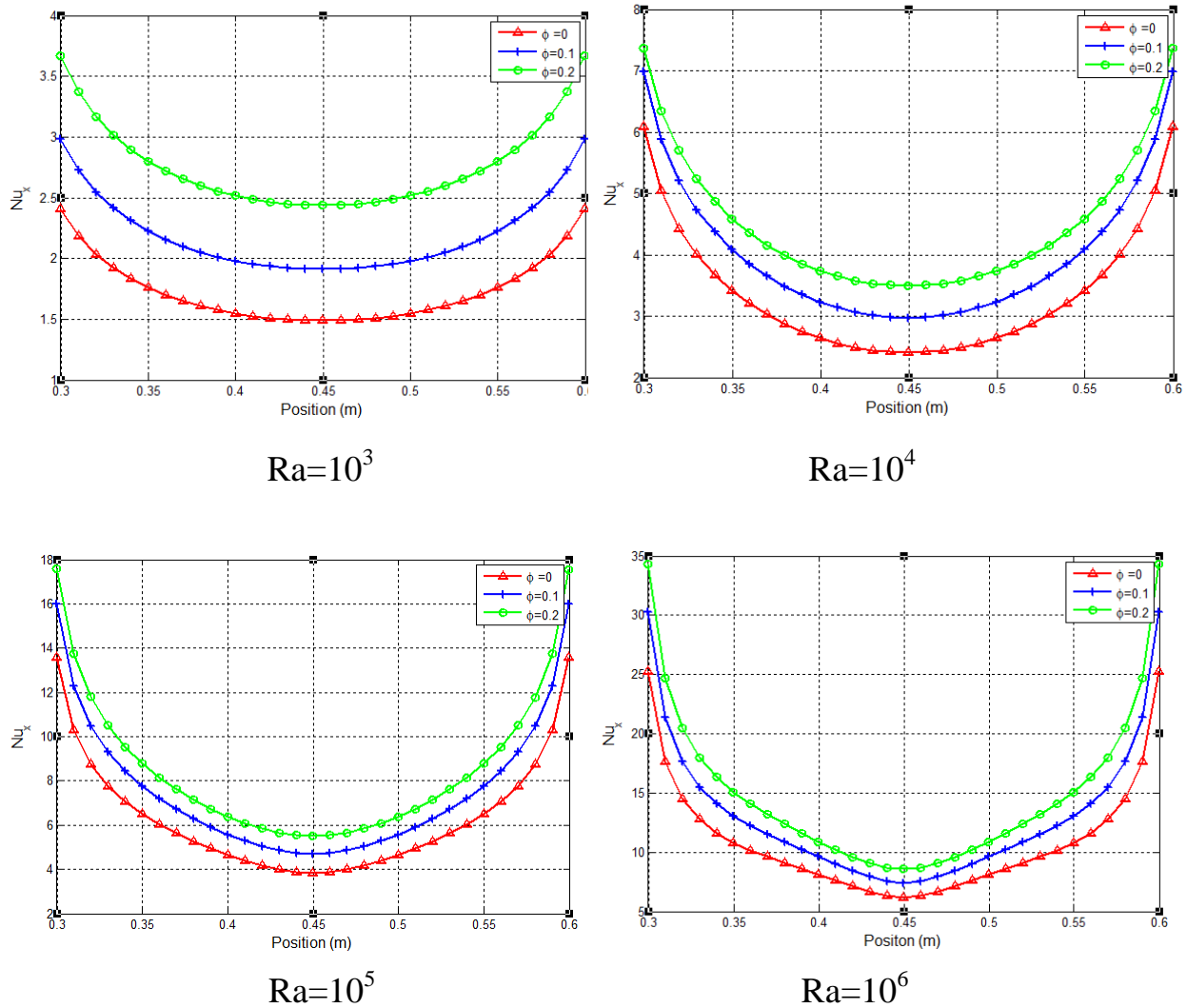
**Figure IV.48.** Représentation des isothermes dans l'enceinte à  $Ra=10^6$ ,  $\varphi = 0$ , source circonscrite à gauche



**Figure IV.49.** Représentation des isothermes dans l'enceinte à  $Ra=10^6$ ,  $\varphi = 0.1$ , source circonscrite à gauche

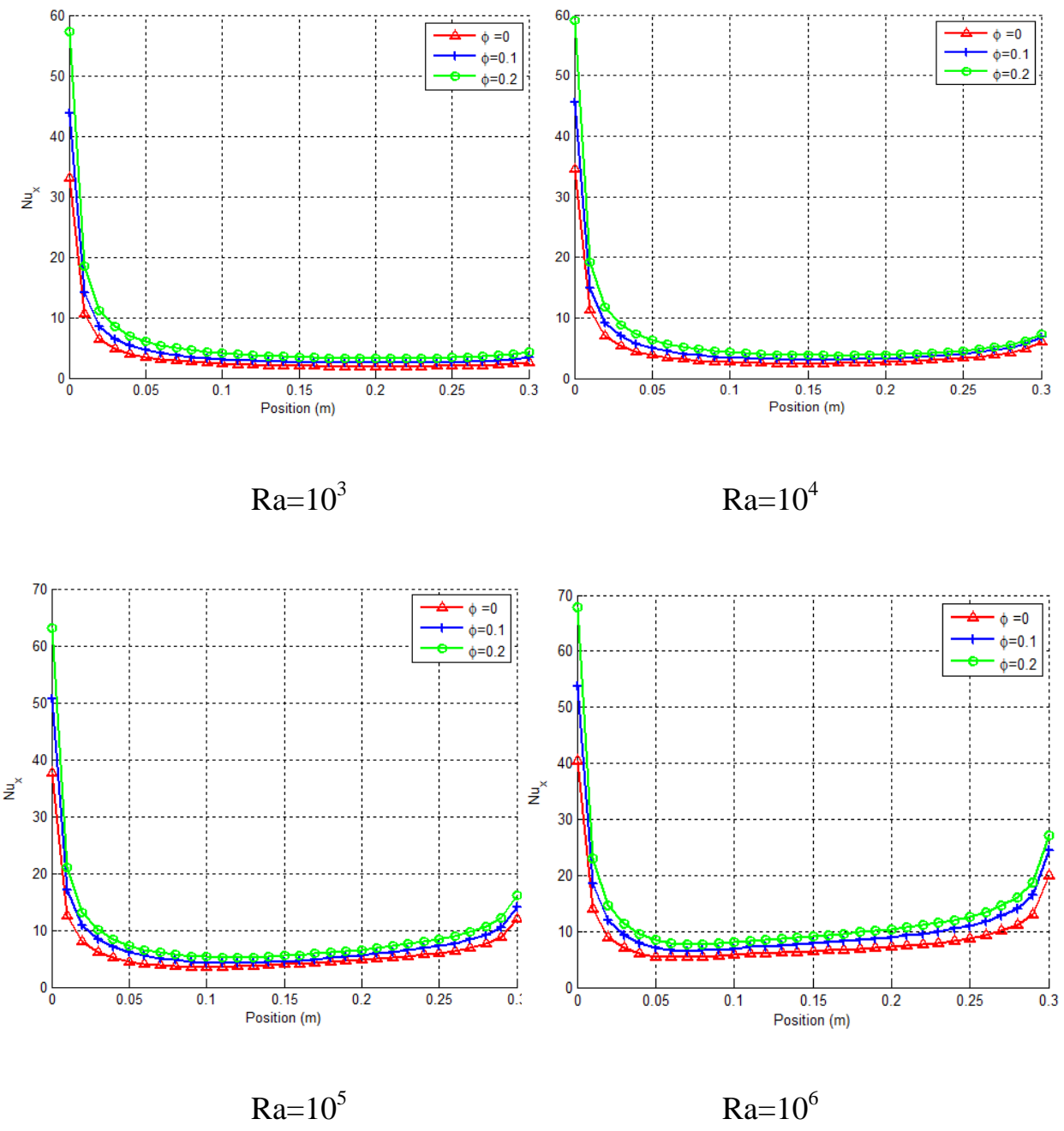


**Figure IV.50.** Représentation des isothermes dans l'enceinte à  $Ra=10^6$ ,  $\varphi = 0.2$ , source circonscrite à gauche

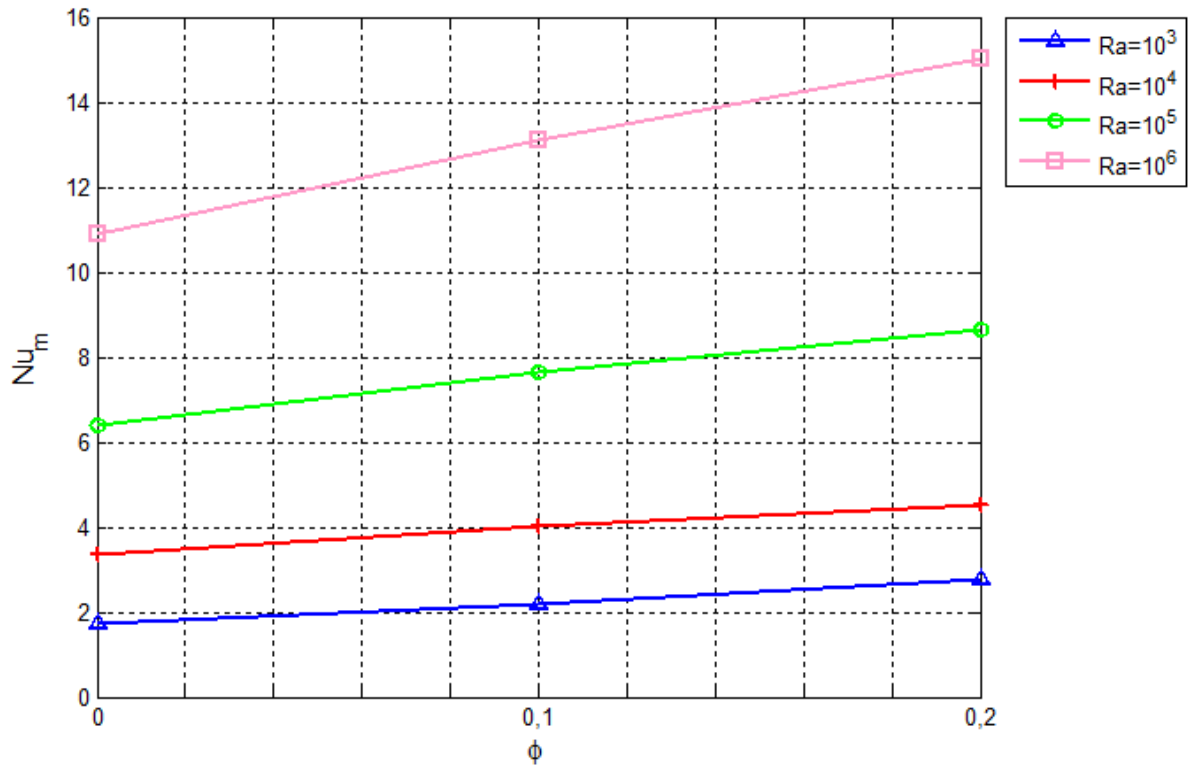


**Figure IV.51.** Profile de Nombre du Nusselt local au long de la source de chaleur au milieu de l'enceinte.

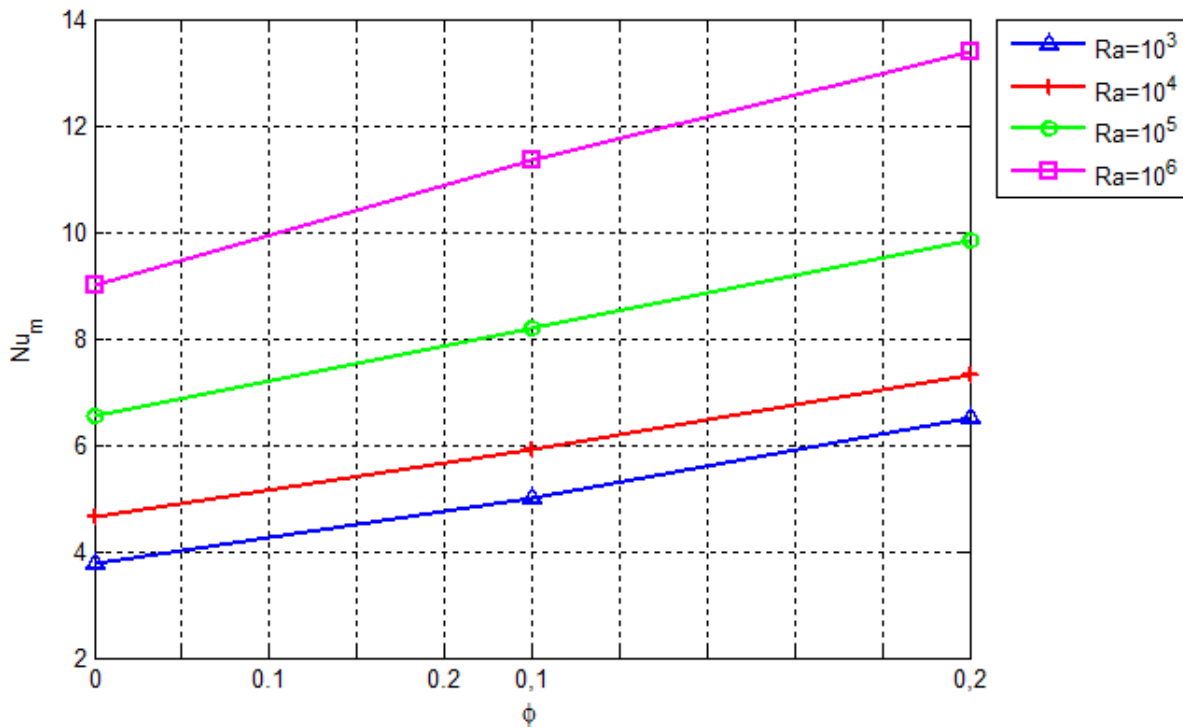




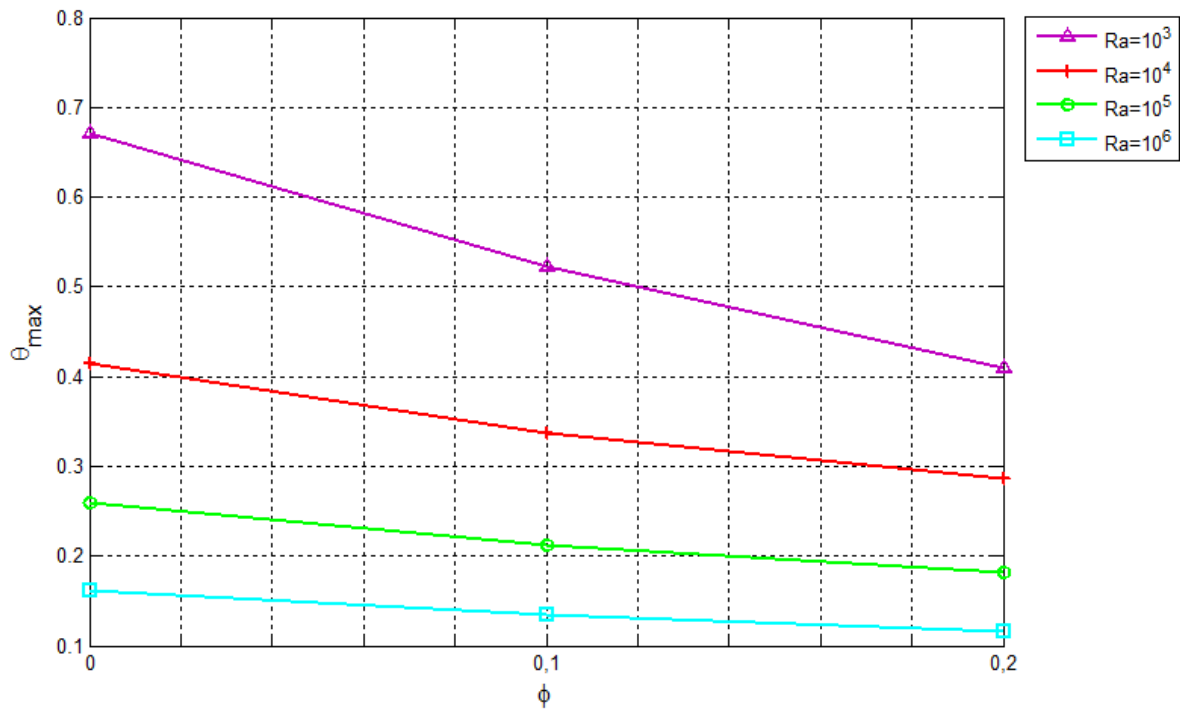
**Figure IV.52.** Profile de Nombre du Nusselt local au long de la source de chaleur circonscrite à gauche de l'enceinte.



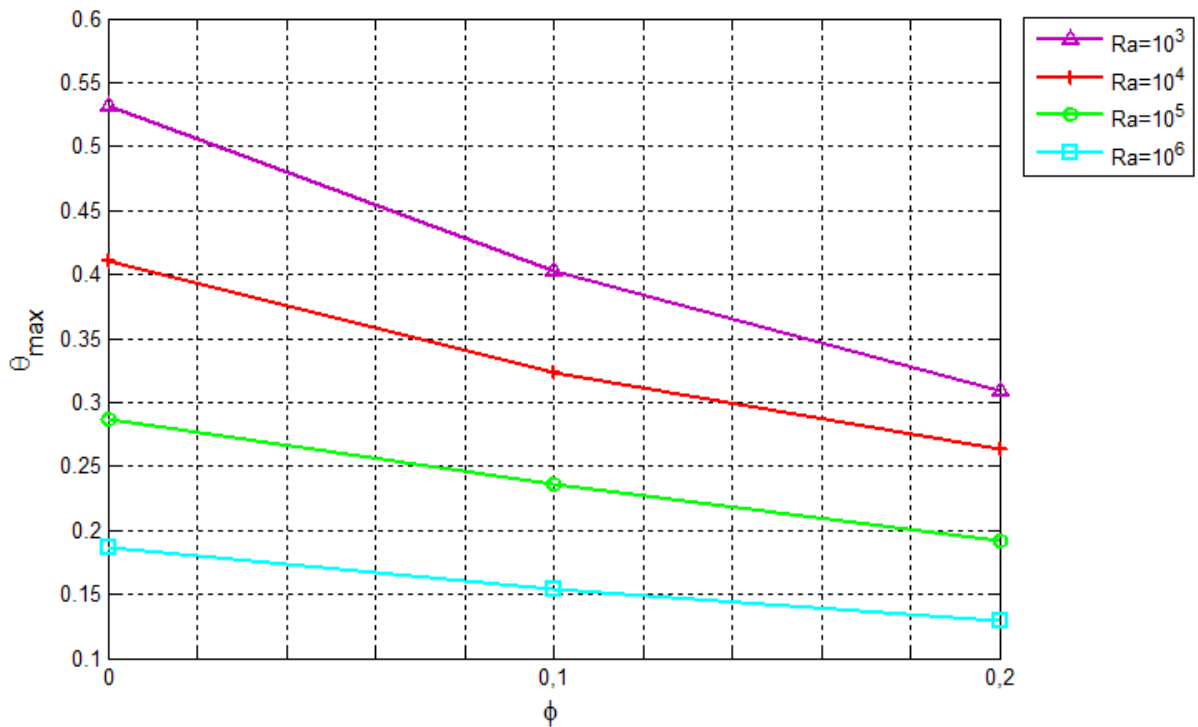
**Figure IV.53.** Profile de Nombre du Nusselt moyen au long de la source de chaleur au milieu de l'enceinte pour différentes nombre de Rayleigh



**Figure IV.54.** Profile de Nombre du Nusselt moyen au long de la source de chaleur circonscrite à gauche de l'enceinte pour différentes nombre de Rayleigh



**Figure IV.55.** La variation de la température maximale de la source de chaleur au milieu de l'enceinte en fonction de la fraction volumique pour différents nombres du Rayleigh



**Figure IV.56.** La variation de la température maximale de la source de circonscrite à gauche de l'enceinte en fonction de la fraction volumique pour différents nombres du Rayleigh

## Conclusion

Dans ce travail de mémoire nous avons mené une étude théorique et numérique en vue de quantifier l'importance du transfert convectif de chaleur par convection naturelle dans une enceinte chauffée par le bas (source différentes positions).

Les résultats que nous avons obtenus ici tendent à relativiser l'influence du mouvement brownien dans l'amélioration de la conductivité thermique effective des nanofluides. La conduction thermique au sein du fluide et entre le fluide et les nanoparticules semble être le facteur dominant de cette amélioration. On peut remarquer que ces améliorations importantes (pour une faible fraction volumique inférieure à 0,3, notre étude)

En particulier nous avons observé que la conductivité thermique effective de ce nanofluide augmente avec la concentration en nanoparticules.

Les résultats obtenus avec ce logiciel numérique sont intéressants car l'augmentation de la conductivité thermique atteint des valeurs importantes (cela justifier par le nombre de Nusselt moyenne et locale, ce dernier caractérise l'échange par conduction par rapport à l'échange par convection).

On conclue que l'augmentation de la fraction volumique de nanofluide et le nombre de Rayleigh peut améliorer la performance du transfert de chaleur convective dans une cavité géométrique donnée. Donc on peut considère le nanofluide est un fluide favorable pour les systèmes des refroidissements par apport les autre fluide (les fluides de base).

Finalement les résultats obtenus ont montré que l'addition des nanoparticules apporte une amélioration du transfert de chaleur.

## Bibliographie

[1] **IBRIR N**, 'Étude de la convection naturelle dans une cavité rectangulaire contenant du métal liquide', Thèse université de Batna, 2006.

[2] **FERROUILLAT Sébastien et al**, 'Intensification des échanges thermiques par l'utilisation de nanofluides SiO<sub>2</sub> / eau ' Thermal Issues in Emerging Technologies, theory and applications 2008. Proceedings – ThETA2, ThETA '08. Second International Conference on Cairo, Egypt Dec 17th – 20th 2008 Page(s): 261 – 270.

[3] **EL HATTAB Mohamed et al**, 'Simulation numérique de la convection naturelle des nanofluides dans une enceinte carrée chauffée par une source de chaleur', Revue internationale d'héliotechnique, Ecole National des Sciences appliquées, B.P. 1136, Agadir, Maroc, 2013.

[4] **SALHI Hicham**, 'Étude numérique de transfert de chaleur de nanofluide dans les enceintes', Thèse université de Batna, 2006.

[5] **Putra et al**, 'Natural convection of nanofluids', Heat Mass Transfer. Vol 39, 7-8, 775-784, 2003.

[6] **GLADES Bachir et Benhadid**, 'Contribution à l'étude de la convection naturelle dans les nanofluides en configuration de Rayleigh-Bénard', thèse université de Toulouse III-Paul Sabatier, 2010.

[7] **RIBIERO João-Paulo**, Dossier Technique de l'ingénieur, nm5115, Nanofluides pour les applications thermiques, 2009.

[8] **FOHANNO Stéphane et al**, 'Nanofluides et transfert de chaleur par convection naturelle', thèse université de Reims Champagne-Ardenne, France, 2012.

[9] **LELEU René**, Dossier Technique de l'ingénieur, j1080, Transfert de chaleur ,1992.

[10] **GUESTAL Mabrouk**, 'Modélisation de la convection naturelle laminaire dans une enceinte avec une paroi chauffée partiellement', thèse université de Mentouri Constantine, 2010.

# Annexes

## Annexe A : Programme de calculer les prammètre du nanofluide (eau-cuivre)

```

% -----
% Ce programme pour calcule les propriétés thermophysique d'un nanofluide
% conductivité thermique, viscosité dynamique, masse volumique, chaleur
% massique et coefficient d'expansion volumique et après enregistre les
% resultats dans un fichier 'propriété_nanofluide.txt.'
% -----
clear all;% Effacer les variables présidents
clc; % Effacer l'écran
%-----
% PARTIE (1) : LES ENTRES DU PROGRAMME
%-----
disp('-----')
phi=input('ENTREZ LA FRACTION VOLUMIQUE =');
disp('-----')
ks=401;
kf=0.593;
n=6;
Uf=1.002e-3;
rhos=8954;
rhof=998.2;
B=0.01;
cps=385;
cpf=4181.8;
Bs=16.7e-6;
Bf=210e-6;

%-----
% PARTIE (2) : CALCULES LES PROPRIETES THERMOPHYSIQUES DE NANOFLUIDE
%-----
% CALCULE LA CONDUCTIVITE THERMIQUE
% MODELE DE MAXWELL (1873)
knf1=((ks+2*kf+2*(ks-kf)*phi)*kf)/(ks+2*kf-(ks-kf)*phi);
% MODELE DE HAMILTON ET CROSSER (1962)
knf2=((ks+(n-1)*kf-(n-1)*(kf-ks)*phi)*kf)/(ks+(n-1)*kf+(kf-ks)*phi);
% MODELE YU ET CHO
knf3=((ks+2*kf+2*(ks-kf)*((1+B)^3)*phi)*kf)/(ks+2*kf-
(ks+kf)*((1+B)^3)*phi);
%-----
% CALCULE LA VISCOSITE DYNAMIQUE
% MODELE D'EINSTEIN (1906)
Unf1=Uf*(1+(2.5*phi));
% MODELE DE BRINKMAN (1952)
Unf2=Uf/((1-phi)^2.5);
%-----
% CALCULE LA MASSE VOLUMIQUE
rhonf=(1-phi)*rhof+(phi*rhos);
%-----
% CALCULE LA CHALEUR MASSIQUE
% MODELE DU PAK ET CHO (1998)
cpnf1=(1-phi)*cpf+(phi*cps);
% MODELE DU XUAN ET ROETZEL
cpnf2=((1-phi)*(rhof*cpf)+phi*(cps*rhos))/rhonf;
%-----

```

```

                                % CALCULE LE COEFFICIENT D'EXPANSION VOLUMIQUE
Bnf=(1-phi)*Bf+(phi*Bb);
%-----
%          % PARTIE (3): LAFFICHAGE DES RESULTATS OBTENUES
%-----
fid=fopen('EAU_CUIVRE.txt','wt')
fprintf(fid, '-----\n')
fprintf(fid, '\aLA FRACTION DU NANOFLUIDE =%6.3f\n',phi)
fprintf(fid, '-----\n')
fprintf(fid, '-----\n')
fprintf(fid, '\aLES PROPRIETES THERMOPHYSIQUES DE NANOFLUIDE:\n')
fprintf(fid, '-----\n')
fprintf(fid, '\a LA CONDUCTIVITE THERMIQUE:\n')
fprintf(fid, 'PAR:MODELE DE MAXWELL (1873)=\t\t\t')
fprintf(fid, 'K=%6.8f\n',knf1)
fprintf(fid, 'PAR:MODELE DE HAMILTON ET CROSSER (1962)=\t\t')
fprintf(fid, 'K=%6.8f\n',knf2)
fprintf(fid, 'PAR:MODELE YU ET CHO=\t\t\t\t\t')
fprintf(fid, 'K=%6.8f\n',knf3)
fprintf(fid, '-----\n')
fprintf(fid, '\a LA VISCOSITE DYNAMIQUE:\n')
fprintf(fid, 'PAR:MODELE D' 'EINSTEIN (1906)=\t\t\t\t')
fprintf(fid, 'mu=%6.8f\n',Unf1)
fprintf(fid, 'PAR:MODELE DE BRINKMAN (1952)=\t\t\t\t')
fprintf(fid, 'mu=%6.8f\n',Unf2)
fprintf(fid, '-----\n')
fprintf(fid, '\a LA MASSE VOLUMIQUE:\t\t\t\t\t')
fprintf(fid, 'Rho=%6.8f\n',rhof)
fprintf(fid, '-----\n')
fprintf(fid, '\a LA CHALEUR MASSIQUE:\n')
fprintf(fid, 'PAR:MODELE DU PAK ET CHO (1998)=\t\t\t\t')
fprintf(fid, 'Cp=%6.8f\n',cpnf1)
fprintf(fid, 'PAR:MODELE DE XUAN ET ROETZEL (1952)=\t\t\t\t\t')
fprintf(fid, 'Cp=%6.8f\n',cpnf2)
fprintf(fid, '-----\n')
fprintf(fid, '\a LE COEFFICIENT D' 'EXPANSION VOLUMIQUE:\t\t\t\t\t')
fprintf(fid, 'Betha=%6.8f\n',Bnf)
fprintf(fid, '-----\n')
format long
alpha=kf/(rhof*cpf);
sigma=Uf/rhof;
g=1.9584e-06;
L=0.4;
prod=(g*Bf*(L^4))/(sigma*alpha*kf);
Ra1=10^3;
Ra2=10^4;
Ra3=10^5;
Ra4=10^6;
Ra5=10^7;
Ra6=10^8;
Ra7=10^9;
Q1=Ra1/prod;
Q2=Ra2/prod;
Q3=Ra3/prod;
Q4=Ra4/prod;
Q5=Ra5/prod;
Q6=Ra6/prod;
Q7=Ra7/prod;
fprintf(fid, '-----\n')
fprintf(fid, '\a pour Ra= 10^3;\t\t\t\t\t')
fprintf(fid, 'Q=%6.6f\n',Q1)
fprintf(fid, '-----\n')

```



```
fprintf(fid, '-----\n')
fprintf(fid, '\a pour Ra= 10^4;\t\t')
fprintf(fid, 'Q=%6.6f\n', Q2)
fprintf(fid, '-----\n')
fprintf(fid, '-----\n')
fprintf(fid, '\a pour Ra= 10^5;\t\t')
fprintf(fid, 'Q=%6.6f\n', Q3)
fprintf(fid, '-----\n')
fprintf(fid, '-----\n')
fprintf(fid, '\a pour Ra= 10^6;\t\t')
fprintf(fid, 'Q=%6.6f\n', Q4)
fprintf(fid, '-----\n')
fprintf(fid, '-----\n')
fprintf(fid, '\a pour Ra= 10^7;\t\t')
fprintf(fid, 'Q=%6.6f\n', Q5)
fprintf(fid, '-----\n')
fprintf(fid, '-----\n')
fprintf(fid, '\a pour Ra= 10^8;\t\t')
fprintf(fid, 'Q=%6.6f\n', Q6)
fprintf(fid, '-----\n')
fprintf(fid, '-----\n')
fprintf(fid, '\a pour Ra= 10^9;\t\t')
fprintf(fid, 'Q=%6.6f\n', Q7)
fprintf(fid, '-----\n')

format long
g=1.9584e-06
L=0.4;
alpha=kf/(rhof*cpf);
nu=Uf/rhof;
prod=(g*Bf*(L^4))/(alpha*nu*kf);

Ra=input('Entrez Rayghly=');

Q=Ra/prod;
DT=(Q*L)/kf;

Tf=300;

Tc=DT+Tf;

T=input('Entrez la temperature=')

TETA=(T-Tf)/(Tc-Tf)

% -----FIN-----
```

## **Annexe B : les étapes de simulation par le solveur FLUENT**

Le calcul numérique a été réalisé à l'aide du code de calcul « FLUENT », qui utilise la méthode des volumes finis. Avant de résoudre le problème il faut d'abord l'identifier par module de maillage « Gambit ».

Dans ce qui suit, seront décrits la construction de la géométrie dans notre cas étudié, la génération de son maillage ainsi que l'incorporation des conditions aux limites telles qu'elles ont été élaborées dans le meilleur Gambit et le solveur Fluent.

La résolution numérique par FLUENT d'une manière générale, suit les étapes suivantes :

- ✓ Création de la géométrie sous le Logiciel Gambit.
- ✓ Choix de la stratégie de maillage et création de plusieurs grilles.
- ✓ Définition du problème sous le logiciel FLUENT, étude des différentes grilles de maillage et sélection du maillage retenue.
- ✓ Calcul avec Fluent pour les différentes cas retenue.
- ✓ Analyse des résultats obtenus.

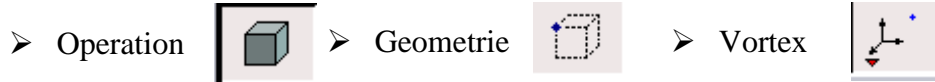
Les options de générations de maillage de GAMBIT offrent une flexibilité de choix. La géométrie peut être décomposé en plusieurs parties pour générer un maillage structuré, sinon GAMBIT génère automatique un maillage non structure adapté au type de la géométrie construite. Les défauts sont détectés à l'aide de son interface comportant plusieurs fenêtres d'outils de création, génération, vérification du maillage du modèle étudié et l'incorporation des conditions aux limites.

Dans notre travail, Gambit offre cette possibilité de définir une enceinte carrée, créer un surface représentant le domaine d'étude et générer son maillage.

## 1. Les étapes de création du maillage (Gambit 2.4.6) :


### Crénération de la géométrie :

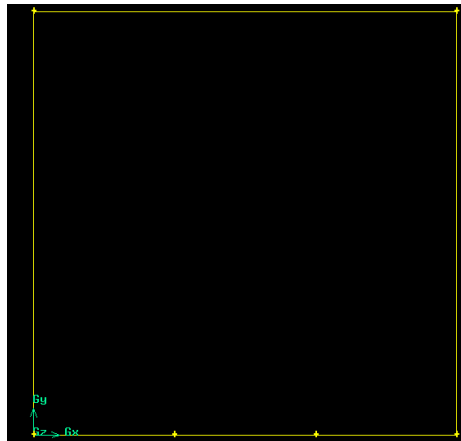
On choisit l'instrument suivant:



Puis, on usité les points suivant :

points	coordonées
A	(0, 0, 0)
B	(0.9, 0, 0)
C	(0.9, 0.9, 0)
D	(0, 0.9, 0)
E	(0.3, 0, 0)
F	(0.6, 0, 0)

En suite, on raccorde les points précédents on utilisant l'instrument Edge 



### Génération du maillage:

Pour déviser le domaine de calcul sous forme de grille, on utilise



On sélectionné toutes les arêtes.

On choisit **spacing: interval count** ( **ratio 1** )

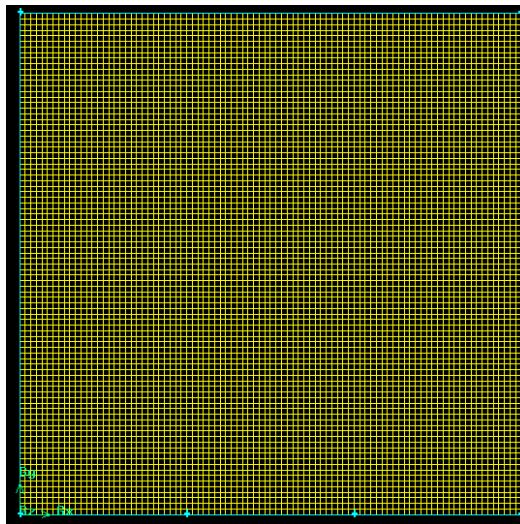
On vérifié que la case **Apply** sous **Grading** est cochée

- Pour les lignes : supérieur (**C D**), gauche (**B C**) et droite (**A D**) ; **Spacing = 90** .
- Pour les lignes inférieurs : gauche (**A E**), milieu (**E F**) et droite (**F B**) ; **Spacing = 30**.

Pour crée le maillage, on applique l'étape suivante:



On sélectionne toutes les lignes maillées, et on cliqué sur l'instrument **apply**, on trouve la figure suivante :



➤ Spécification des conditions aux limites:

Pour spécifié les conditions aux limites ; on suivre l'étape suivante :



Pour toutes les lignes du domaine d'étude, On utilise le type de condition au limite : « WALL ».Le traitement du maillage est terminé, on souvegarder le fichier sous form **Mesh** pour le discretisé dans le solveur **Fluent**.

## 2. Traitement du problème (FLUENT 6.2) :

- ✚ Définition le fichier Mech :

On lance Fluent et choisissons **2ddp**

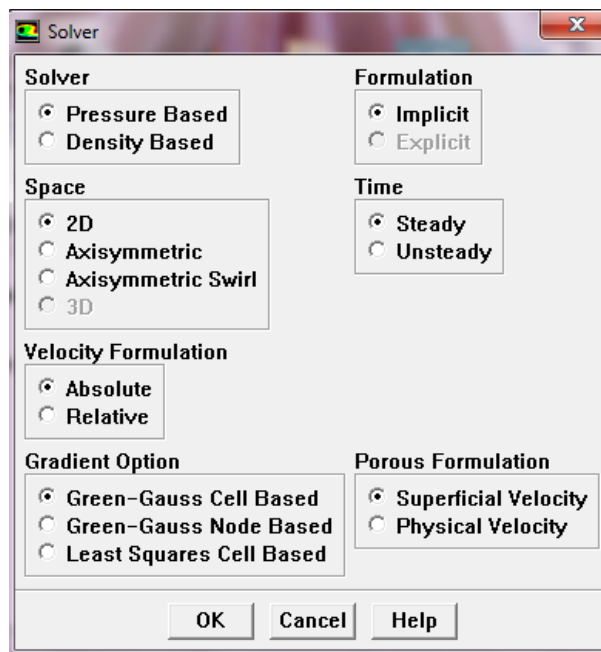
**File > Read > Case**

- ✚ Vérifier la grille :

**Grid > Check**

- ✚ Définir le type de solveur :

**Define > Models > Solver**



On lesse toutes les arrêtes par défaut :

- Méthode de résolution est une méthode implicite (**Formulation: Implicit**).
- Le régime permanent (**Time: Steady**).
- Type de coordonnées bi-dimensionnel (**Space : 2D**).
- Ecoulement incompressible (**Solver : Pressus pased**).

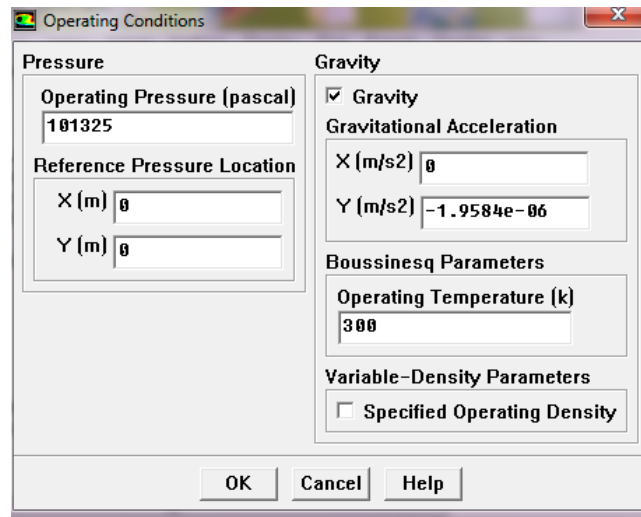
- ✚ Définition le comande d'énergie:

**Define > Models > Energy**

On coché **Energy Equation**, cette commande permettra d'entrer les valeurs de température sur les parois de l'enceinte.

- ✚ Définir les conditions extérieur:

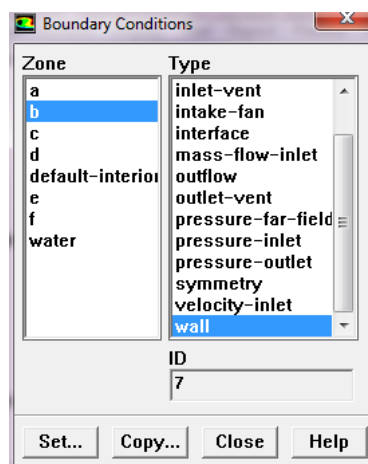
### Define > Operating conditions



- Laissons la pression atmosphérique à 101325 Pascal.
- On donne une valeur ( $-1.9584 \cdot 10^{-6}$ ) dans la composante **Y** de **Gravity**, pour prise en considération l'effet de gravité de pesanteur.

- ✚ Définir les conditions aux limites:

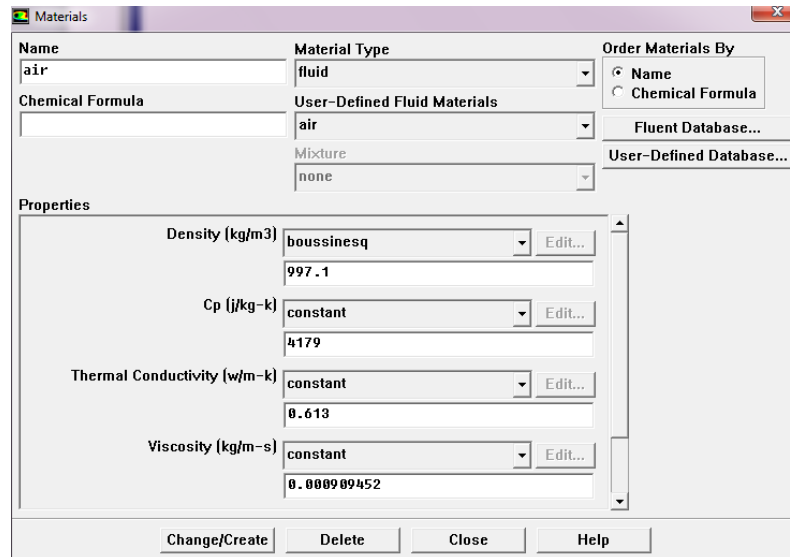
### Define > Boundary Conditions



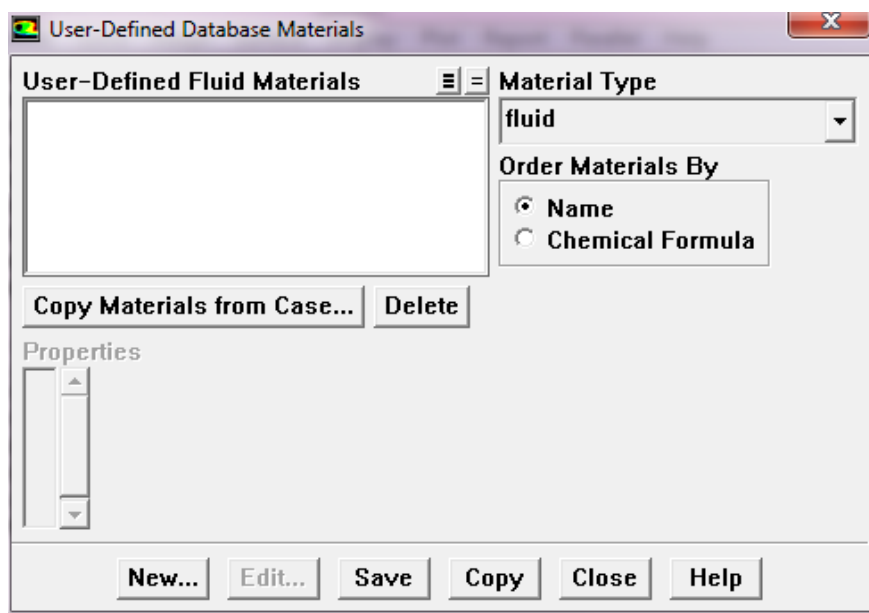
- On maintient les parois ; supérieur, gauche et droite à une température  $T_f = 300$  K.
- On entre un flux de chaleur sur la partie a ou b de la paroi inférieure ; et on maintient les autres parties à un flux d'ordre 0 (c.-à-d. Adiabatique).

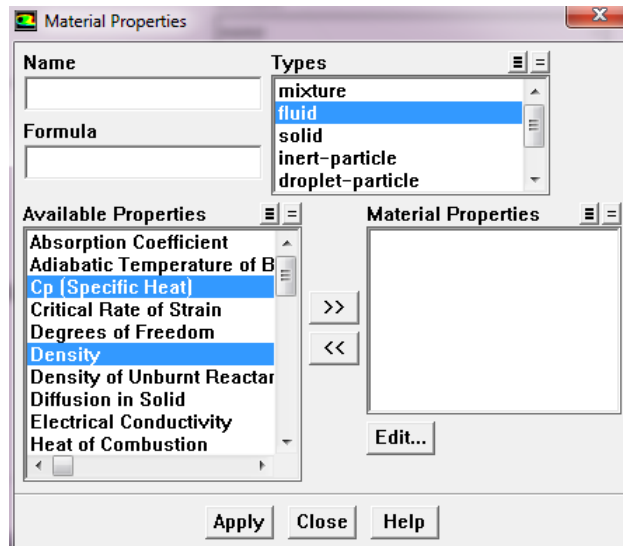
✚ Définir les caractéristiques de nanofluide:

### Define > Materials



- On coché le modèle de **Boussinesq** sur **Density**.
- On utilise l'instrument : **User - Defined Databases**. Puis **New**, pour créer un nouveau matériel.



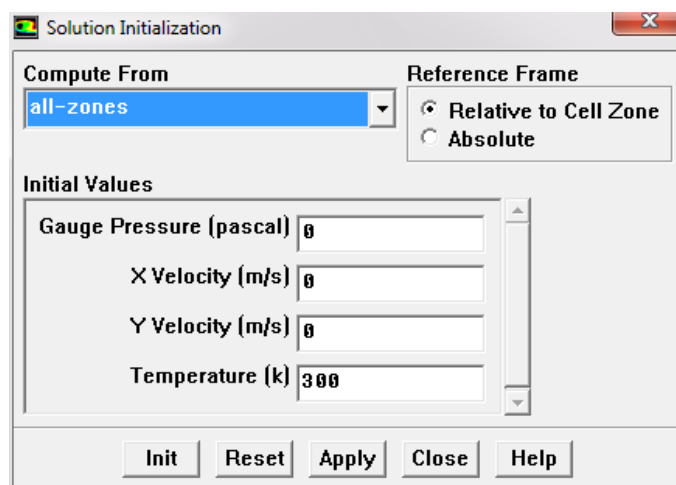


- On choisit le type du nouveau matériel (**Types: Fluid**).
- On sélectionné dans le tableau (**Available properties**) les propriétés du fluide: (**Specific Heat, Density, viscosity, Thermal conductivité and Thermal Expansion Coefficient**). Puis, on cliqué **Apply**.
- On peut maintenant entrer les valeurs les propriétés trouvés à partir le code Matlab dans chaque cas de fraction du nanofluide.

✚ Initialisation le calcul:

**Solve > Initialize > Initialize**

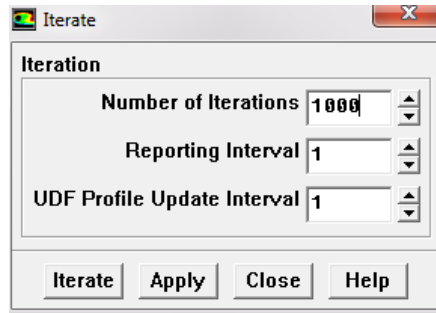
On choisit **all Zones**, puis on cliqué sur **Init**.





- ✚ Résolution du problème:

### Solve > Iterate



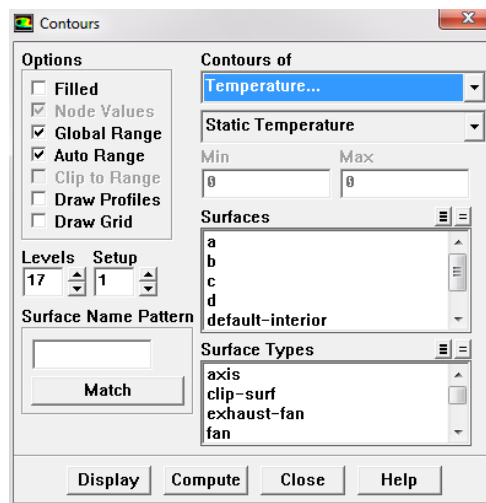
- On entre 1000 itérations dans; **Number of Iterations**, puis cliqué sur **Iterate**.

- ✚ Afficher les résultats:

- Le contour de température :

### Display > Contours

Choisissons Temperature, puis Display



- Le contour des lignes decourants :

Display > Contours

On choisit **Velocity**, **Steam Function** et on appliqué.

- Courbe de température :

### Plot > XY Plot

Puis on choisit une paroi dans la liste **Surfaces**, cliqué **Display**.

## Résumé :

Dans ce mémoire, on a mené une simulation numérique de la convection naturelle stationnaire dans une enceinte carrée chauffée le bas par une source de chaleur et remplie d'un mélange d'eau et des nanoparticules de cuivre. Les équations gouvernantes ont été discrétisées par la méthode des volumes finis en utilisant un meilleur maillage gambit. Un code industriel fluent de calcul a été conçu et réalisé dans ce contexte pour utiliser la simulation numérique comme outil d'investigation. Les résultats sont analysés à travers les champs thermique et avec une attention particulière au nombre de Nusselt. Une étude paramétrique a été menée en considérant le nombre de Rayleigh, la concentration du nanofluide.

Mots clés : Nanofluide, Convection naturelle, Nombre de Rayleigh, Fluent.

## ملخص :

نقوم في هذه المذكرة بمحاكاة عددية للحمل الطبيعي المستقر في داخل حجرة مربعة مسخنة من الأسفل بواسطة منبع حراري ومملوءة بمزيج من الماء وجزيئات النانو للنحاس. المعادلات المتحكمة يتم تحليلها بطريقة الحجم المنتهية باستخدام أحسن تقسيم في الجومبيت. برنامج فلونت يمكننا في هذا السياق باستخدام المحاكاة العددية كأداة تحقيق. يتم تحليل النتائج عبر الحقول الحرارية مع أخذ الاعتبار لعدد نيسلت. أجريت هذه الدراسة مع الأخذ بعين الاعتبار عدد رايلي ، تركيز النانوفلويد.

كلمات مفتاحية : نانوفلويد ، الحمل الطبيعي ، عدد رايلي ، فلونت.

## Abstract:

In this paper, we conducted a numerical simulation of natural convection stationary in a square bottom heated by a heat source, and pregnant filled with a mixture of water and copper nanoparticles. The governing equations were discretized by the finite volume method using a mesh gambit. An industrial fluent calculation code has been designed and realized in this context to use numerical simulation as investigative tool. The results are analyzed through the thermal fields and with particular attention to the Nusselt number. A parametric study was conducted by considering the Rayleigh number, the concentration of nanofluid.

Keys words: Nanofluid, Natural convection, Rayleigh number, Fluent.