

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université de Biskra

Faculté des Sciences et de la Technologie

Département de Génie Mécanique

Filière : Génie Mécanique

Option: Système Energétique et développement durable

Réf:.....

Mémoire de Fin d'Etudes

En vue de l'obtention du diplôme de:

MASTER

Thème

Etude d'un écoulement laminaire établie dans un canal courbé de section rectangulaire.

Présenté par:

Selma DAMMENE DEBBIH

Devant le jury composé de :

Dr. Nouredin BELGHAR

Dr. Chawki MAHBOUB

Dr. Abdel hakim BEN MACHICHE

Président

Encadreur

Examineur

Promotion : Juin 2017

Remerciements

je remerci Dieu le tout puissant de m'avoir donnée le courage, la volonté et la patience de mener à terme le présent mémoire.

*Nous tenons à exprimer notre profonde reconnaissance et nos sincères remerciements à notre encadreur **Dr . Chawki MAHBOUB**, Maître conférence à l'Université de Mohamed Khaider, Biskra, pour l'intérêt porté à notre travail, sa disponibilité, ses conseils précieux et surtout sa grande patience.*

*nous remercions également Monsieur **Pr.Abdel hafidh BRIMA***

Nous remercions les membres de jury d'avoir accepter de de participer au jury.

Tous nos remerciements et notre estime à tous les enseignants du département de génie mécanique

Enfin, à tous ceux et celles qui de près ou de loin ont contribué à la réalisation de ce travail, nous les remercions.

Sommaire

Sommaire

Dédicace.....	I
Remerciement.....	III
Sommaire.....	IV
List des figures	VI
Nomenclature	IX
Introduction générale.....	01
Chapitre I: Généralités sur les écoulements internes	
I.1. Généralité.....	04
I.1.1. Définition de l'écoulement interne	04
I.1.1.1. Ecoulement laminaire	04
I.1.1.2. écoulement laminaire dans une conduite circulaire	05
I.1.1.3. Elargissement et rétrécissement dans une conduite.....	05
I.1.1.4. L'écoulement dans un Coud	06
I.1.1.5. Écoulement dans un espace annulaire	06
I.1.1.6. Écoulement dans un conduit rectangulaire plat	07
I.2. Spécificité des écoulements internes	07
I.3. Les applications industrielles pour l'écoulement interne.....	09
I.4. Définition de nombre de Dean.....	09
I.5. Phénomène des recirculations de Dean	09
Chapitre II : Revue de littérature	
II.1. Introduction	13
II.2. Revue de littérature	13

Chapitre III : Formulations mathématiques et simulation numérique

III.1. Introduction.....	23
III.2. Description du problème et hypothèses.....	24
III.3. Equations de mouvement.....	25
III.4. Formulation de vorticité-fonction de courant.....	26
III.5. Adimensionnalisation des équations de mouvement.....	27
III.6. Conditions aux limites	28
III.7. Maillage du domaine physique et discrétisation des équations de mouvement.....	29
III.8. Algorithme de résolution numérique.....	32

Chapitre IV : Résultats et discussion

IV.1.Introduction	34
IV.2. Validation des résultats	34
IV.3. Effet de γ et de De sur la structure de l'écoulement secondaire.....	35
IV.3. Effet de γ et de De sur la vitesse de l'écoulement principal.....	38
IV.4. Facteur de frottement	41
IV.5. Conclusion	42

Chapitre V :Conclusion générale

conclusion générale	44
---------------------------	----

Bibliographies

Liste des tableaux

Tableau IV.1 :	34
-----------------------------	----

Liste des figures

Figure I.1 : écoulement interne dans un canal	04
Figure I.1 : Écoulement laminaire	05
Figure I.2 : Écoulement turbulent	05
Figure I.3 : Établissement du régime laminaire dans une canalisation de section circulaire ou entre deux plans parallèles	05
Figure I.4 : l'écoulement dans une conduite élargissement et rétrécissement	06
Figure I.5 : Evolution des lignes de courant dans un coude circulaire	06
Figure I.6 : Écoulement dans une canalisation annulaire	07
Figure I.6 : Écoulement dans une canalisation annulaire	07
Figure I.7 : Écoulement laminaire, veine fluide de section rectangulaire ou circulaire	07
Figure I.8 : Cellules de recirculation secondaires et coordonnées du système, (x, y, z) x étant normal au plan	10
Figure II.1 : Système de coordonnées et maillage numérique	12
Figure II.2 : Système de coordonnées et grille numérique	13
Figure II.3 : système de coordonnées pour la considération du mouvement du fluide à travers un tuyau de section circulaire enroulé en forme de cercle	13
Figure II.4 : Géométrie du problème et système de coordonnées	14
Figure II.5 : Système de coordonnées à canaux incurvés	15
Figure II.6 : Système de coordonnées et maillage	16
Figure II.7 : Coordonnées et configuration physique	17
Figure II.8 : Système de coordonnées toroïdales pour un tube de section circulaire courbé..	17
Figure II.9 : Système de coordonnées du canal carré courbé	18
Figure II.10 : Système de coordonnées des équations gouvernantes	19
Figure III.1 : Systèmes de coordonnées (\otimes le sens de l'écoulement principal)	22
Figure III.2 : Domaine physique	23
Figure III.3 : Domaine numérique	27
Figure IV .1 : le contour de ψ pour $\gamma=1$ et $De=50, 100, 150,200$	35

Liste des figures

Figure IV.2: le contour de ψ pour $\gamma=2$ et $De=50, 100, 150,200$	36
Figure IV.3 : le contour de ψ pour $\gamma=3$ et $De=50, 100,150,200$	37
Figure IV.4 : le contour de W pour $\gamma=1$ et $De=50, 100, 150,200$	38
Figure IV.5: le contour de W pour $\gamma=2$ et $De=50, 100, 150,200$	39
Figure IV. 6: le contour de W pour $\gamma=3$ et $De=50, 100, 150,200$	40
Figure IV.7: Variation du facteur de frottement en fonction du nombre de Dean	41

Nomenclature

Nomenclature

a	La hauteur	[m]
b	La largeur	[m]
De	Nombre de Dean	[sans unité]
D_h	le diamètre hydraulique	[m]
F_c	la force centrifuge	[N]
g	la force massique	[N/Kg]
L°	la longueur de référence	[m]
L_c	Longueur caractéristique	[m]
p', p_0	pression	[Pa]
p	la pression	[Pa]
p	le périmètre de section	[m]
q_m	le débit massique	[Kg/s]
R_c	le rayon de courbure	[m]
q_v	le débit volumique	[m ³ /s]
r, θ, s	les composant de repère cylindrique	[sans unité]
Re	nombre de Reynolds	[sans unité]
S	la section de passage	[m ²]
T_m	température moyenne	[°C]
u_m	vitesse moyenne	[m/s]
U, V, W	la vitesse adimensionnelle	[sans unité]
V	la vitesse	[m/s]
V°	la vitesse de référence	[m/s]
V_d	la vitesse débitante	[m/s]

Nomenclature

x, y, z	les composant de repère cartésienne	[m]
X, Y	les composant de repère cartésienne adimensionnelle	[sans unité]
Ψ	fonction du courant	[sans unité]
Ω	la vorticité	[sans unité]

Lettres grecques

ρ	la masse volumique	[Kg/m ³]
ν	la viscosité cinématique du fluide	[m ² /s]
μ	la viscosité dynamique	[pa.s]
ω	la vorticité	[s ⁻¹]

Introduction

La mécanique des fluides est une discipline ancienne, d'applications très variées et encore en pleine évolution. Il convient de toujours garder à l'esprit que l'évolution de cette discipline a eu, tout au long de l'histoire de l'humanité, deux moteurs, fortement imbriqués [1] :

- l'explication des phénomènes naturels : les vagues, le vent, la force de résistance sur un corps en mouvement dans l'air ou l'eau, l'aspiration d'une cheminée, le mouvement des bulles, la chute d'objets légers (les feuilles des arbres), les vibrations provoquées par un écoulement. . .
- l'exploitation des fluides à des fins pratiques : fabrication d'embarcations, pompage de puits, adduction d'eau, application "énergétiques" (moulins à eau ou à vent), propulsion et sustentation des aéronefs, bateaux, sous-marins, forces de frottement sur les véhicules ou sur l'homme dans le domaine du sport (cyclisme, natation). . . La mécanique des fluides a cet avantage sur d'autres disciplines de la physique qu'elle fait partie de notre quotidien [1].

Aussi, il est toujours bon d'appréhender un écoulement de fluide tout d'abord avec sa seule intuition. Les équations de la mécanique des fluides ont une structure mathématique complexe, et doivent être vues comme un ultime recours pour décrire ou quantifier un phénomène, là où l'intuition s'arrête. Les équations ne sont pas la mécanique des fluides, elles la décrivent. Cette accessibilité ne doit pas masquer cependant le fait que certains aspects, notamment la turbulence, restent encore mal compris, même si l'astuce des chercheurs et ingénieurs l'ont rendue accessible à la simulation quotidienne [1].

On dit qu'un fluide s'écoule en régime permanent, lorsque l'écoulement est établi : Alors la vitesse en un point quelconque ne dépend pas du temps t mais uniquement de la position M du point considéré. Donc en un point M donné de l'écoulement on aura toujours la même vitesse v [2].

Dans ce travail nous étudions le phénomène de l'écoulement laminaire établi dans un canal courbé le long de conduite rectangulaire pour un fluide permanent bidimensionnelle, l'étude de ce phénomène physique passé par la formulation des lois sous forme d'équation mathématique reliant les différentes variables intervenant dans le déroulement du phénomène.

Ces équations sont adoptées à notre modèle physique choisi par l'application des hypothèses simplificatrices.

Introduction générale

La description d'un problème donné passe aussi par la définition d'un certain nombre de conditions aux frontières qui représentent dans notre cas la condition d'adhérence à la paroi de la conduite.

La méthode numérique utilisée pour la résolution des équations gouvernantes est basée sur la méthode de différences finies utilisant l'algorithme de Gauss-Seidel et l'algorithme de Thomas (T.D.M.A). Notons ici que nous avons réalisé un code de calcul sous MTLAB pour déterminer le champ de vitesse et le coefficient de frottement (f).

Le présent travail s'organise en quatre chapitres précédés d'une introduction, suivis de conclusions.

Dans le premier chapitre, nous rappelons brièvement les régimes d'écoulement des fluides, ainsi que sont différents types et nous présentons également une vue générale sur les écoulements interne et les applications industrielles pour l'écoulement interne.

Dans le deuxième chapitre, nous allons présenter des revues de littérature sur la phénomène de Dean.

Le troisième chapitre est consacrée à la description des méthodes numérique de discrétisation et de résolution des équations non linéaires et aussi nous donnons le maillage du domaine physique et discrétisation des équations de mouvement et nous donnons l'algorithme de résolution numérique.

Le chapitre suivant, nous avons présenté et validé les résultats numériques de notre étude l'influence du rapport de forme sur les différents aspects de l'écoulement.

Enfin une conclusion générale qui clôturé ce travail.

I.1. Généralité:

I.1.1. Définition de l'écoulement interne:

Écoulement interne - écoulement confiné par des surfaces :

C'est un écoulement dans des tubes cylindriques, conduits, canal fermé. A l'encontre d'écoulement externes, les écoulements internes se différencient par :

- ✓ Le développement de la couche limite est irrésistible aux surfaces délimitant l'espace de l'écoulement.
- ✓ Les grandeurs caractéristiques : vitesse/température/concentration sont des grandeurs moyennes, vitesse moyenne u_m / température moyenne T_m / concentration moyenne $C_{A,m}$. Il ne s'agit pas alors de U_∞ , T_∞ , $C_{A,\infty}$

Dans la région d'entrée ($0 < x \leq l_e$) : les profils de u , T , C_A sans dimensions, varient avec x .

Pour l'écoulement établi : les profils sans dimensions ne varient plus avec x [3].

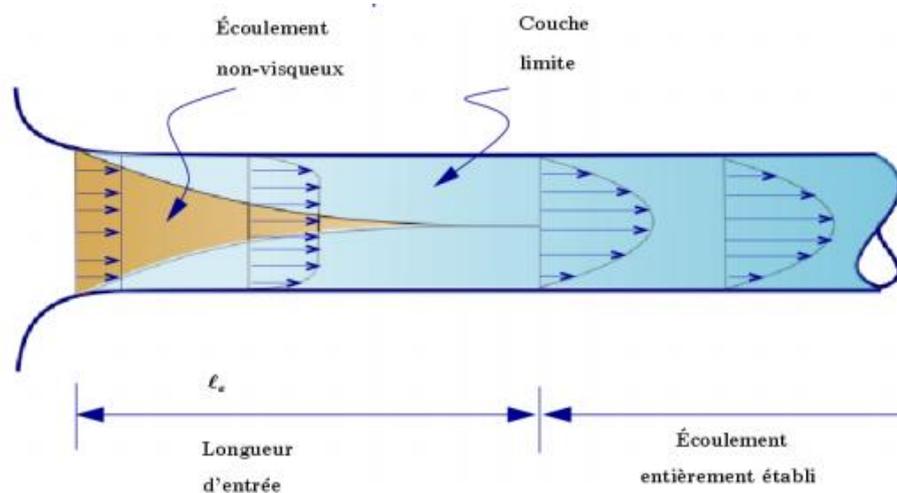


Figure I.1 : écoulement interne dans un canal [3]

I.1.1.1. Écoulement laminaire:

Même si les écoulements laminaires présentent peu d'intérêt en termes d'intensification des transferts thermiques et massiques, ils sont souvent rencontrés lorsque les fluides sont peu denses, visqueux ou que le diamètre du canal est faible. Ainsi l'écoulement est dit laminaire lorsque les forces d'inertie sont faibles devant les forces de viscosité, i.e. lorsque le nombre de Reynolds, Re , est bas ($Re \leq 2100$) :

$$Re = \frac{\rho.V.D_h}{\mu}$$

μ et ρ sont respectivement la viscosité dynamique et la masse volumique du fluide ; d_h , le diamètre hydraulique du canal et v , la vitesse débitante. Dans le cas d'une conduite rectangulaire, le diamètre hydraulique est défini par la relation suivante :

$$D_h = \frac{4.S}{p} = 2 \cdot \frac{a.b}{a+b}$$

a et b étant respectivement la hauteur et la largeur du canal. Lorsque la section de passage est carrée $a = b$ alors $D_h = a$. [4]



Figure I.2 : Écoulement laminaire

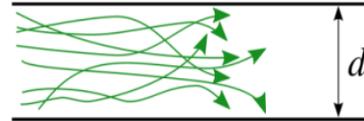


Figure I.3 : Écoulement turbulent [5]

I.1.1.2. écoulement laminaire dans une conduite circulaire:

L'écoulement présente une symétrie de révolution par rapport à l'axe de la conduite comme le montre la figure I.1

Le fluide aborde l'entrée avec une vitesse U_0 parallèle à l'axe. Il se crée à partir du bord d'entrée une couche limite dont l'épaisseur croît jusqu'à atteindre le rayon R de la conduite. Quand la couche limite a envahi toute la conduite, on dit que le « régime devient établi ». Le profil des vitesses devient alors parabolique et indépendant de l'abscisse.

I.1.1.3. Elargissement et rétrécissement dans une conduite:

La transition entre deux conduites de diamètre différent pour un écoulement en charge provoque une répartition transversale des vitesses longitudinales totalement différentes de celles vues précédemment. On constate une zone où les veines liquides proches de la paroi se décolle sur une longueur L . Dans cette zone, on observe des recirculations à l'origine de perturbations importantes dans l'écoulement. [6]

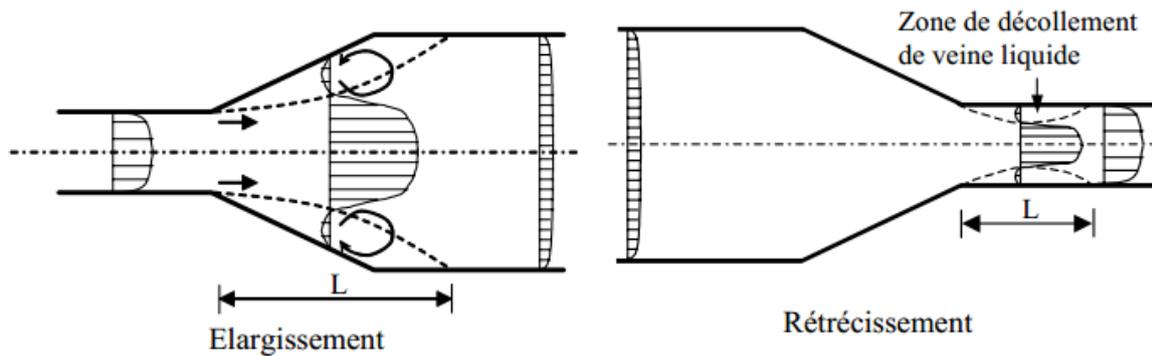


Figure I.4 : l'écoulement dans une conduite élargissement et rétrécissement [6]

I.1.1.4. L'écoulement dans un Coude:

En raison de la courbure de la conduite, un mouvement hélicoïdal des lignes de courant peut s'établir. La présence de ce mouvement de rotation persiste sur une longueur en aval du coude (à peu près 50 fois le diamètre de la conduite). Lorsque la courbure est importante, des zones de recirculation peuvent apparaître. Le mécanisme interne de l'écoulement au travers d'un coude n'est pas encore bien connu, malgré le grand nombre de chercheurs qui ont analysé cet élément important. [6]

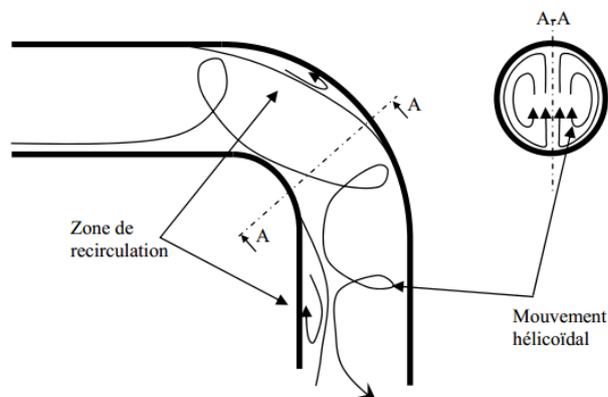


Figure I.5 : Evolution des lignes de courant dans un coude circulaire [6]

I.1.1.5. Écoulement dans un espace annulaire:

Examinons encore le cas d'un écoulement entre deux tuyaux droits coaxiaux, que l'on rencontre en particulier dans certains échangeurs, et aussi dans les forages pétroliers. On notera R_1 le plus petit rayon et R_2 le plus grand. [7]

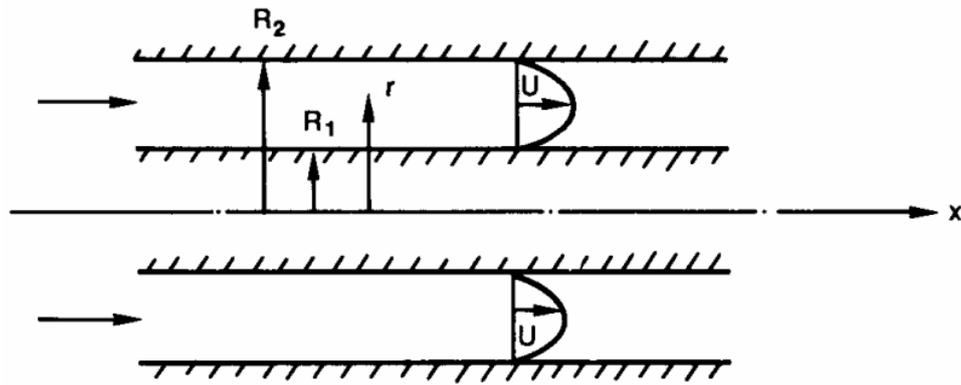


Figure I.6 : Écoulement dans une canalisation annulaire [7]

I.1.1.6. Écoulement dans un conduit rectangulaire plat:

Tout particulièrement dans les échangeurs à plaques, on rencontre des sections rectangulaires dont la largeur est grande par rapport à l'épaisseur, ce qui permet de négliger les effets de bords. Avec cette géométrie, le Reynolds critique pour la transition laminaire – turbulent est $Re_c > 2500$ environ. [7]

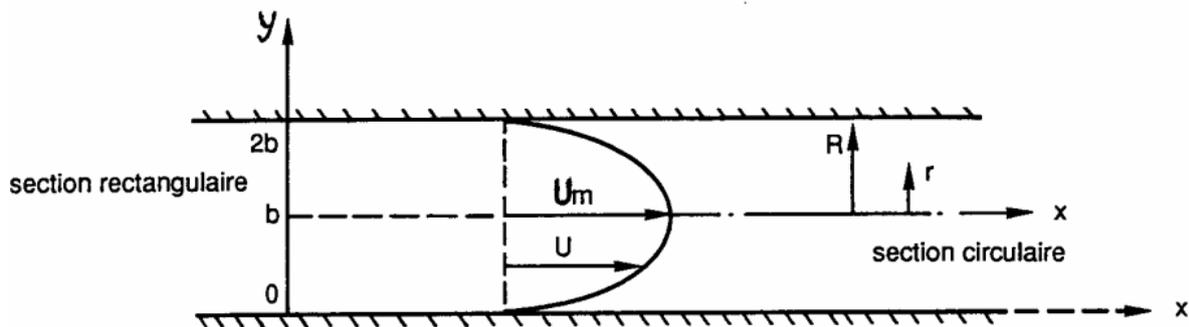


Figure I.7 : Écoulement laminaire, veine fluide de section rectangulaire ou circulaire [7]

I.2. Spécificité des écoulements internes:

Les écoulements internes ont pour caractère particulier l'absence de conditions aux limites à l'infini, ce qui n'est pas le cas des écoulements externes. L'influence des parois se manifeste donc dans toutes les directions, sauf éventuellement aux sections d'entrée et de sortie du fluide. La diversité des géométries possibles entraîne évidemment une grande variété dans la structure des écoulements, mais ce sont le plus souvent des écoulements de type couche limite, comme par exemple dans les canalisations. [7]

Quoi qu'il en soit, l'expression générale du nombre de Reynolds (critère de similitude relatif aux forces de viscosité) est bien entendu indépendante des conditions de l'écoulement, et l'on a toujours :

$$\text{Re} = \frac{V^\circ L^\circ}{\nu} \quad (\text{I.1})$$

mais les définitions conventionnelles de la vitesse de référence V° et de la longueur de référence L° ne sont pas les mêmes que pour les écoulements externes et doivent donc être précisées.

Pour cela, il faut bien noter dès maintenant que la grandeur physique la plus importante en pratique est souvent le débit total de fluide. Si x est la direction générale de l'écoulement et S_0 une section plane de la veine fluide perpendiculaire à x , ce débit a pour expression d'après la définition

$$q_m = \int_{s_0} \rho \cdot V \cdot n \cdot ds = \rho U ds \quad (\text{I.2})$$

Très souvent, dans les écoulements isochores, on évite de s'embarrasser du terme ρ en faisant usage du « débit-volume » (ou débit volumique) :

$$q_v = \int_{s_0} U ds \quad (\text{I.3})$$

On introduit alors une vitesse moyenne sur la section S_0 , appelée « vitesse débitante V_d », ou encore vitesse de mélange (par analogie avec la température de mélange, définie par :

$$V_d = \frac{q_v}{S_0} = \frac{q_m}{\rho \cdot S_0} \quad (\text{I.4})$$

C'est cette vitesse débitante, représentative de l'écoulement, qui est choisie comme vitesse de référence V° dans le nombre de Reynolds.

Quant à la longueur L° , ce sera le « diamètre hydraulique » D_h de la veine fluide, dont la définition précise sera analysée et justifiée un peu plus loin. Notons simplement pour l'instant que l'on a :

D_h = diamètre D pour une section circulaire

D_h = 2 fois l'épaisseur pour une section rectangulaire plate. En résumé, le nombre de Reynolds s'écrit donc ici :

$$\text{Re} = \frac{V_d \cdot D_h}{\nu} \quad (\text{I.5})$$

D'autre part, la vitesse débitante peut servir à exprimer la conservation de la masse (et donc du débit) dans l'écoulement. Si la canalisation est de section S variable, cette propriété s'écrit, en vertu de (I.4), pour un fluide isochore

$$S.V_d = Cte \quad (1.6)$$

Donc, la vitesse augmente lorsque la section diminue, et réciproquement. [7]

I.3. Les applications industrielles pour l'écoulement interne:

Les écoulements dans les conduites courbes sont présents dans des applications industrielles diverses, tels que les échangeurs de chaleur, les systèmes de refroidissement des aubes de turbines et des chambres de combustion, les systèmes de chauffe, les réacteurs chimiques et les systèmes de mélange. L'importance de ces écoulements réside dans la présence d'écoulements secondaires, qui favorisent nettement les taux d'échange et de transfert de la masse, de la chaleur, de la quantité de mouvement et du mélange. Dean fut le premier à étudier les instabilités dues aux courbures des lignes de courant d'un écoulement pleinement développé d'un fluide newtonien, il a montré, dans une analyse mathématique, qu'au delà d'une valeur critique du nombre de Dean Dn , une paire de cellules vortex (appelées vortex de Dean) apparaît au sein de l'écoulement à proximité de la paroi externe de la conduite courbe. Plusieurs définitions ont été adoptées pour le nombre de Dean, une revue de ces définitions, a été faite par Berger et al. Dans la présente étude il est défini par : [8]

$$D_n = Re (D_H / R_C)^{1/2} \quad D_H = 4.a.b.(a+b) \quad Re = \frac{\rho.v.D_h}{\mu}$$

I.4. Définition de nombre de Dean:

Le nombre de Dean est un nombre sans dimension utilisé en mécanique des fluides pour caractériser l'écoulement dans les tubes courbés. Ce nombre porte le nom de W. R. Dean, mathématicien et physicien britannique. [9]

Il se définit par la formule :

$$D = \frac{VL_c\rho}{\mu} \sqrt{\frac{L_c}{2R_c}} \quad (I.7)$$

Où :

- V - Vitesse
- L_c - Longueur caractéristique
- ρ - Masse volumique
- μ - Viscosité
- R - Rayon de courbure

Le nombre de Dean est donc un nombre de Reynolds corrigé par un facteur $\sqrt{\frac{L_c}{2R_c}}$ Ce nombre

fait partie des équations de Dean qui sont une approximation des équations de Navier-Stokes pour un écoulement d'un fluide newtonien dans un tube torique [9]

I.5. Phénomène des recirculations de Dean:

Contrairement aux écoulements en conduite rectiligne, les lignes de courant dans un canal incurvé ne sont pas parallèles à l'axe principal. Ce phénomène est dû à la présence de structures secondaires générées par la courbure du canal

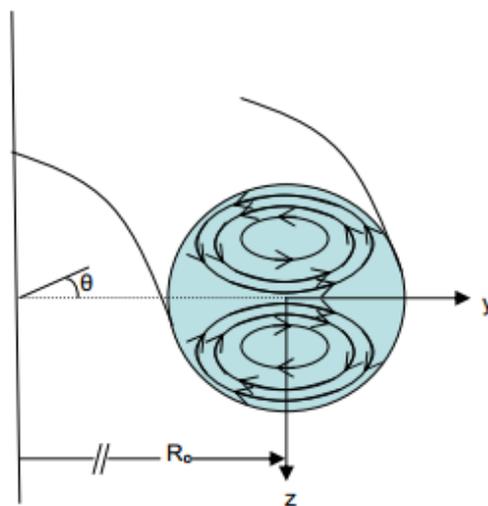


Figure I.8 : Cellules de recirculation secondaires et coordonnées du système, (x, y, z) x étant normal au plan [4]

En effet à l'entrée d'un coude, les éléments de fluide subissent les effets de la force centrifuge, F_c . Celle-ci est proportionnelle au carré de la vitesse axiale et normale à l'écoulement :

$$df = \frac{dm.VX^2}{R_c} . \bar{Y}$$

A cause de la contrainte de frottement à la paroi, la vitesse au cœur de l'écoulement est plus grande que le long des parois, la force centrifuge est donc plus importante. Il en résulte, au cœur de la section de passage, un mouvement de fluide du centre vers les parois (figure I.8). Lorsque la vitesse débitante est suffisamment importante pour négliger les effets de la viscosité et que $d_h \ll R_c$, l'équation des moments pour l'écoulement au cœur du canal s'écrit:

$$v_y \cdot V_y \frac{\partial V_y}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} - \frac{Vx^2}{\left(\frac{R_c}{d_h} \right)} = - \frac{\partial p}{\partial y} \quad (\text{I.8})$$

Ainsi plus la force centrifuge est importante, plus le gradient de pression est fort : les éléments de fluide au centre de l'écoulement vont être projetés contre le mur externe du coude et ceux situés le long des parois vont se déplacer de l'extérieur de la courbure vers l'intérieur, i.e. vers les basses pressions. Ces boucles de recirculation ont été mises en équation pour la première fois par W.R. Dean. Les premiers travaux expérimentaux ont montré que, contrairement au canal droit, la perte de charge dans un canal courbe ne subissait pas de saut lors de la transition entre régime laminaire et régime turbulent. C'est la perturbation de l'écoulement par les structures rotationnelles secondaires qui en est à l'origine. Elles apparaissent à faible nombre de Reynolds et leur intensité dépend du nombre de Dean, De :

$$De = Re \cdot \sqrt{\frac{d_h}{R_c}} \quad (\text{I.9})$$

R_c et d_h étant respectivement le rayon de courbure et le diamètre hydraulique. Dans le cas d'un canal dont le rayon de courbure est très grand devant le diamètre de la conduite (hypothèse de W.R. Dean), les premières structures secondaires apparaissent à [4]:

$$Re = 36 \cdot \sqrt{\frac{R_c}{d_h}} \quad \text{soit} \quad De = 36$$

II.1. Introduction

L'écoulement visqueux à travers des conduits rectilignes avec section droite de différentes formes est étudié de façon approfondie et il est bien compris. L'écoulement dans un conduit légèrement courbé peut être considéré comme étant une modification de l'écoulement laminaire dans un conduit droit, dans lequel les effets des forces centrifuges doivent être pris en considération [10]. Dean était un pionnier dans l'étude du mouvement des fluides et de l'écoulement secondaire dans les tubes courbés [11]. Il a étudié le mouvement du fluide incompressible à travers un tube circulaire courbé avec un rapport de courbure très petit dans le régime d'écoulement laminaire, il a fourni une solution théorique de la fonction de courant due aux expériences d'Eustice et il a observé un écoulement secondaire dans la section droite du tube. Il définit un nombre adimensionnel $K = 2Re^2a/R_c$ (connu plus tard comme De), qui représente l'impact des caractéristiques du fluide et de la géométrie des tubes courbés sur l'écoulement, où a est le rayon du tube, R_c est le rayon de courbure, et Re est le nombre de Reynolds. Il a indiqué que son analyse n'était valable que pour des petites courbures et pour $K \leq 576$ [12]. Au cours des années suivantes, de nombreux travaux, expérimentaux et principalement numériques, concernant les écoulements dans des canaux de section droite non circulaire (rectangulaire) ont été réalisés.

II.2. Revue de littérature

Cheng et **Akiyama** [13] ont présenté les résultats d'écoulement et de transfert de chaleur obtenus avec une méthode itérative de sur-relaxation pour un écoulement laminaire totalement développé dans des canaux rectangulaires courbés et dans des conditions aux limites thermiques de type Dirichlet et de type Neumann. La méthode numérique donne des solutions jusqu'à un nombre de Dean raisonnablement élevé pour les rapports d'aspect $y = 0.2, 0.5, 1, 2$ et 5 . Il est noté que la méthode de perturbation est applicable uniquement pour des nombres de Dean relativement faibles et l'approche de la couche limite est valide seulement pour des nombres de Dean élevés. Les résultats sont présentés sous forme graphique en terme de $fRe/(fRe)_0$ et $Nu/(Nu)_0$ vs. De pour $Pr = 0.73$. Des exemples typiques des profils de vitesse et de température axiale, des lignes de courant et des profils de vitesse pour l'écoulement secondaire et des isothermes sont également présentés. Pour le canal carré, l'effet du nombre de Prandtl sur le résultat du transfert de chaleur est également étudié. Comparaison entre le résultat de cette analyse et le résultat pour un doyen élevé Pour le canal carré incurvé

disponible dans la littérature montre clairement On peut estimer les résultats de flux et de transfert de chaleur pour le nombre Dean allant de 150 à 1000 Où les solutions actuellement précises ne sont pas disponibles.

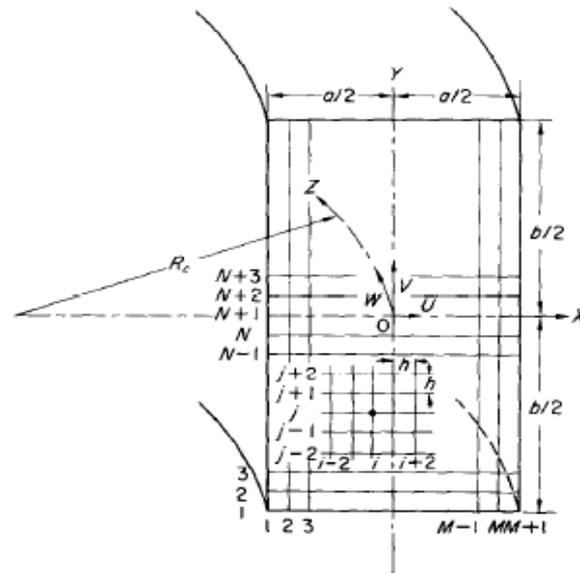


Figure II.1 : Système de coordonnées et maillage numérique [13]

À l'aide de la méthode de différences finies, méthode itérative et méthode de vorticité, **Akiyama** et **Cheng** [14] ont obtenu une solution numérique du problème de la convection forcée laminaire dynamiquement établi dans un tube courbé soumis aux conditions aux limites thermiques d'un flux de chaleur pariétal et d'une température de paroi axialement uniformes. La solution numérique converge jusqu'à un nombre de Dean raisonnablement élevé où le comportement asymptotique pour l'écoulement et le transfert thermique est déjà apparaît. L'effet du nombre de Prandtl sur le transfert thermique est clarifié pour la première fois, et il est montré que pour $Pr \geq 1$ le nombre de Nusselt Nu peut être corrélé par une seule courbe en utilisant un nouveau paramètre $Q = (De^2 Pr)^{\frac{1}{2}}$ avec une précision raisonnable. Les résultats numériques de cette analyse sont comparés avec ceux expérimentaux et théoriques disponibles dans la littérature. Les auteurs ont trouvé que la méthode de perturbation est clairement démontrée d'être invalide pour résoudre ce genre de problème, et qu'une certaine défaillance de l'approche de la couche limite est observée.

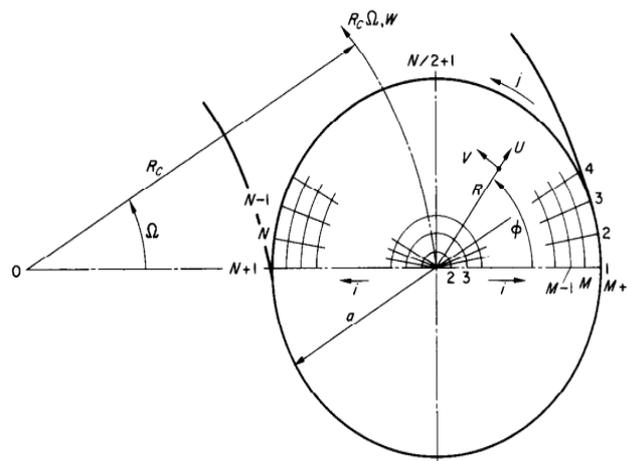


Figure II.2 : Système de coordonnées et grille numérique. [14]

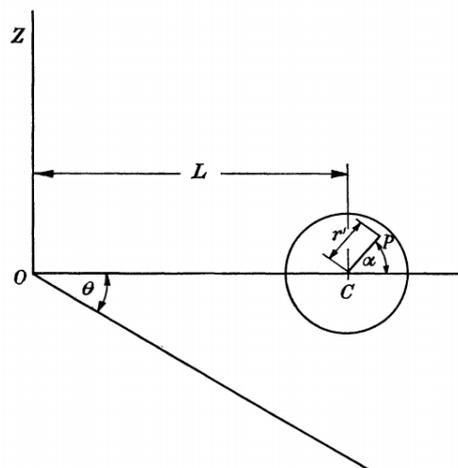
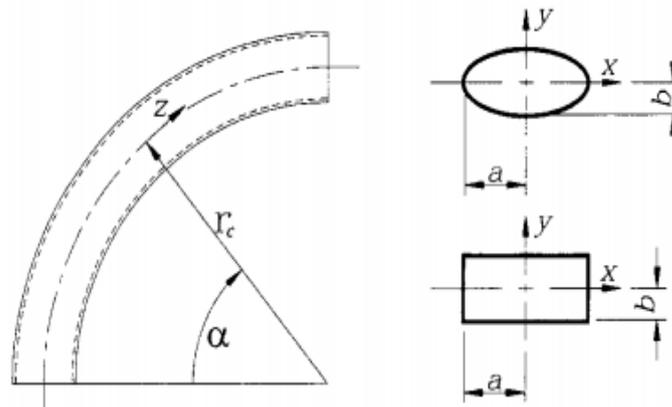


Figure II.3 : système de coordonnées pour la considération du mouvement du fluide à travers un tuyau de section circulaire enroulé en forme de cercle. [15]

McConalogue et **Srivastava** [15] ont refait approfondement l'étude effectuée par Dean sur l'écoulement stationnaire d'un fluide incompressible dans un tube courbé de section circulaire. Une méthode employant le développement en séries de Fourier est utilisée pour la formulation mathématique du problème, les équations non linéaires couplées qui en résultent ont été résolues numériquement. Les résultats sont présentés sous forme d'une seule variable $De = 4Re\sqrt{2a/L}$, où Re est le nombre de Reynolds, a le rayon de section transversale du tube, et L le rayon de la courbe. Les résultats couvrent l'intervalle de De de

96 jusqu'à plus de 600. On en déduit que l'écoulement secondaire devient très intense pour $De = 600$, déplaçant la position de la vitesse axiale maximale à une distance inférieure à $0.38a$ de la frontière extérieure, et diminuant le débit de 28% de sa valeur correspondante à un tube droit pour la même perte de charge. Le travail de ces auteurs dont le régime d'écoulement est laminaire est particulièrement intéressant dans l'étude du système cardiovasculaire.

Silva et al. [16] ont résolu les équations de Navier-Stokes et de la conservation de l'énergie pour l'écoulement stationnaire, développé et laminaire d'un fluide incompressible de propriétés physiques constantes, dans des canalisations à sections elliptiques ou rectangulaires (Figure II.4). Les équations sont résolues en utilisant la méthode des volumes finis, avec un système de coordonnées généralisées, adaptées aux conditions aux limites géométriques. Le taux de courbure, qui est inclus dans les équations de bilan, est maintenu constant. Les résultats sont obtenus pour plusieurs débits (nombre de Dean compris entre 30 et 400) et plusieurs type de sections (elliptique et rectangulaire, ayant un rapport hauteur/largeur compris entre 0,7 et 1,4). Les profils de température et de vitesses axiales et normales sont analysés, ainsi que le nombre de Nusselt et le facteur de frottement. Les résultats du modèle sont validés par comparaison avec des données issues de la littérature.



Gyves et Irvine [17] ont examiné l'écoulement laminaire établi et le transfert convectif conjugué dans des canaux de section droite rectangulaire. Le nombre de Nusselt moyenné \overline{Nu} est présenté en fonction du paramètre de conduction pariétale ϕ , le nombre de Dean De , et le

rapport d'aspect du canal λ . Les lignes de courant de l'écoulement secondaire pour le cas de $\lambda = 1/2$ sont présentées pour illustrer la stabilité améliorée dans les canaux rectangulaires courbés par rapport aux canaux courbés de section carrée. Une courbe illustrant la relation entre ϕ_{eff} (définie comme la valeur de ϕ à laquelle une condition aux limites de température de paroi constante peut être supposée) et De est présenté pour plusieurs valeurs de λ . La solution pour les canaux droits est également incluse dont on constate que ϕ_{eff} est indépendant de λ pour $\lambda \leq 1/4$.

Gyves et al. [18] ont examiné un écoulement laminaire entièrement développé dans un canal carré courbé avec une conduction paroi–fluide. Le nombre de Nusselt moyenné \overline{Nu} est donné en fonction de quatre paramètres : le paramètre de conduction pariétale ϕ , le nombre de Prandtl Pr , et deux nombres de Grashof, Gr_g et Gr_c , qui représentent respectivement les forces gravitationnelles et centrifuges. Les résultats numériques sont présentées pour $4.4 < De < 210.9$, $0.01 < \phi < 20$ et $0.01 < Pr < 7.2$. Pour un nombre de Dean constant, les valeurs du nombre de Nusselt \overline{Nu} de la convection mixte sont faibles par rapport à celles de la convection forcée en raison de l'affaiblissement de l'intensité de l'écoulement secondaire. La relation entre ϕ_{eff} (définie comme la valeur de ϕ à laquelle une condition aux limites de température de paroi constante peut être supposée) et De est présentée sous forme graphique.

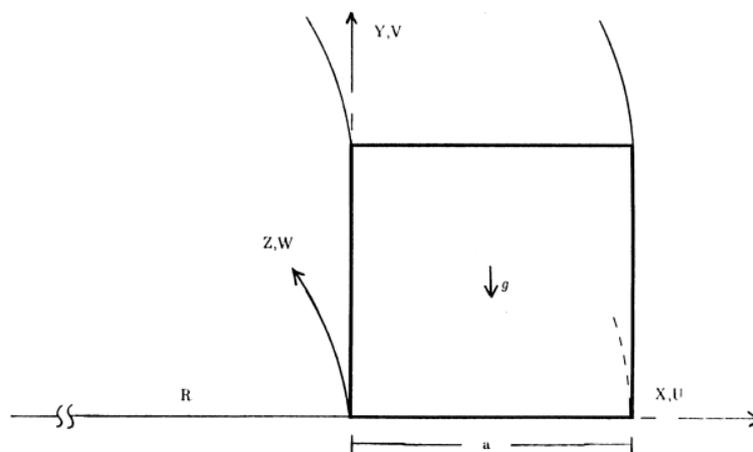


Figure II.5 : Système de coordonnées à canaux incurvés [17,18]

Cheng et al. [19] ont résolu par une méthode numérique le problème d'un écoulement laminaire incompressible entièrement développé dans des canaux rectangulaires courbés en tenant compte de l'effet de la courbure dans la formulation des équations de Navier-Stokes. Ils ont obtenu des solutions pour des rapports d'aspect $\gamma = 0.5, 1, 2, 5$ et un nombre de Dean varie de 5 à 715. Ils ont constaté en plus de l'écoulement secondaire familier, une apparition d'une paire de tourbillons supplémentaires de contre-rotation à proximité de la région centrale externe à un nombre de Dean relativement élevé tout dépend du rapport d'aspect. D'après les auteurs, ce phénomène est consistant avec le problème d'instabilité centrifuge de Dean, mais la structure d'écoulement secondaire avec deux paires de tourbillons à contre-rotation n'a pas été rapportée auparavant. A partir des résultats obtenus, des corrélations pour le facteur de frottement sont développées.

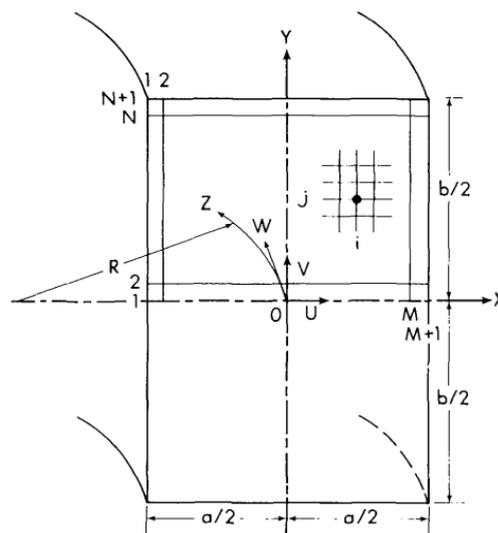


Figure II.6 : Système de coordonnées et maillage [19]

Une étude numérique a été réalisée par **Hwang et Chao** [20] pour étudier la convection laminaire forcée établie dynamiquement et thermiquement dans un canal courbé de section carrée et de parois isothermes. Ils ont obtenus des résultats avec une et deux paires de tourbillons superposées à l'écoulement principal. Dans la région thermiquement établie, l'équation d'énergie complète de type elliptique est réduite à une équation bidimensionnelle avec une valeur propre, et le terme de diffusion axiale est considéré dans le cas de petites valeurs du nombre de Peclet. Les auteurs ont étudié les caractéristiques de l'écoulement pour

un rayon de courbure adimensionnel R/D_H égal à ∞ , 50, 10 et 5 avec le carré du nombre de Dean allant de 0 à 10^6 . Pour des rayons de courbure très large par rapport au diamètre hydraulique du canal, les caractéristiques du transfert thermique sont également examinées pour un nombre de Prandtl égal à 0.7 et 7, et un nombre de Peclet égal à ∞ , 10, 5 et 1.

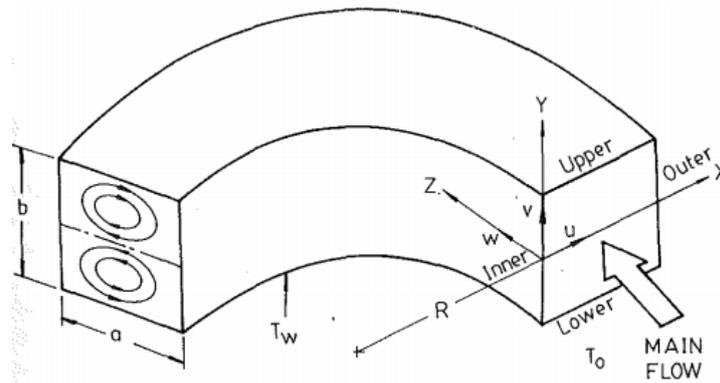


Figure II.7 : Coordonnées et configuration physique [20]

Zapryanov et al. [21] ont appliqué la méthode des étapes fractionnaires aux problèmes dynamiques et thermiques pour un écoulement stationnaire établi d'un fluide visqueux incompressible dans un tube circulaire courbé. Ils ont constaté que cette méthode numérique fournit de bons résultats à partir des valeurs faibles du nombre de Dean et de Prandtl jusqu'à des valeurs considérablement élevées. Des exemples typiques des profils de vitesse axiale et des profils de température, des lignes de courant et des profils de vitesse de l'écoulement secondaire et des isothermes sont donnés.

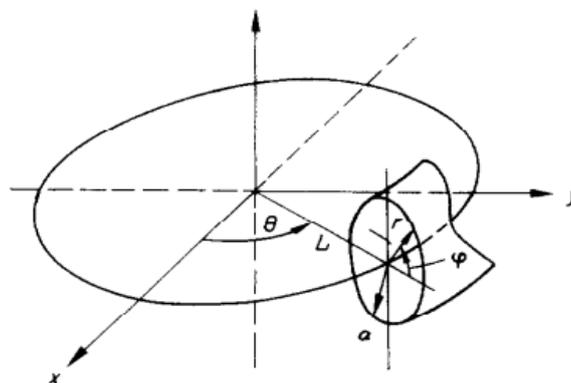


Figure II.8 : Système de coordonnées toroïdales pour un tube de section circulaire courbé

[21]

Mondal et al. [22] ont utilisé la méthode spectrale pour résoudre numériquement le problème de transfert de chaleur mixte dans un écoulement établi le long d'un canal courbé de section carrée dont la frontière extérieure est chauffée et la frontière intérieure est refroidie, et pour un nombre de Dean varie de 0 à 6000 et un rapport de courbure compris entre 0 et 0.5 et un nombre de Grashof égal à 100. Les solutions pour le cas stationnaire sont obtenues par la méthode itérative de Newton–Raphson dont les caractéristiques de leur stabilité changent drastiquement en raison d'une augmentation du rapport de courbure de 0.23 à 0.24. Pour le cas instationnaire, l'évolution temporelle des solutions ainsi que leurs analyses spectrales montrent que l'écoulement stationnaire se transforme en chaos à travers des écoulements périodiques ou multi-périodiques si le nombre de Dean est augmenté quelque soit la valeur du rapport de courbure. Alors que l'augmentation de ce dernier cause un retard de transition vers un état périodique ou chaotique. Ils ont constaté que le flux secondaire améliore considérablement le transfert de chaleur de la paroi chauffée au fluide ; et que si l'écoulement devient périodique et puis chaotique, due à l'augmentation du nombre de Dean, la vitesse de transfert de chaleur augmente remarquablement.

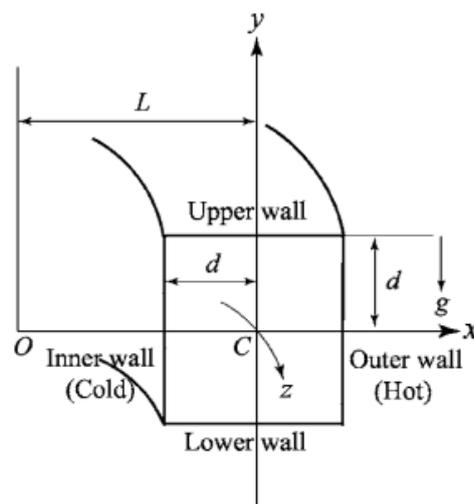


Figure II.9 : Système de coordonnées du canal carré courbé [22]

Chandratilleke et Nursubyakto [23] ont mené une simulation numérique pour déterminer les caractéristiques de l'écoulement secondaire dans un canal courbé de section rectangulaire dont la frontière extérieure (concave) est chauffée. Les forces massiques dues au chauffage externe sont incorporées dans la formulation mathématique du problème. Les équations de la quantité de mouvement, de la continuité et de l'énergie sont adimensionnées et transformées

en vorticité – fonction de courant. Les équations sont discrétisées avec la méthode des volumes finis et les vitesses sont définies sur un maillage décalé. Le système penta diagonal d'équations algébriques linéaires résultant de cette discrétisation est résolu en utilisant la méthode de Stone. Les calculs numériques sont effectués pour des canaux rectangulaires de rapport d'aspect varie de 1 à 8, un nombre de Dean compris entre 20 et 500 et un flux de chaleur à travers la frontière extérieure de 0 à 200 W/m². Le calcul capte avec précision l'influence du chauffage externe sur le mouvement du tourbillon secondaire et prédit l'apparition des tourbillons de Dean dans le présent problème. Avec le chauffage pariétal, la structure de l'écoulement s'écarte rapidement du mouvement symétrique du tourbillon observé dans les conditions isothermes. Ils ont remarqué que la formation des tourbillons de Dean a toujours lieu dans l'écoulement, bien qu'elle soit reportée à des débits plus élevés où la symétrie de l'écoulement secondaire est graduellement rétablie. Le nombre de tourbillons de Dean formés dans l'écoulement est fortement influencé par le rapport d'aspect des conduits. Le transfert de chaleur par convection est considérablement amélioré par le flux secondaire, en particulier lorsque les tourbillons de Dean émergent au voisinage de la paroi extérieure. Les caractéristiques prédites de l'écoulement secondaire et du transfert de chaleur concordent bien avec les données expérimentales disponibles.

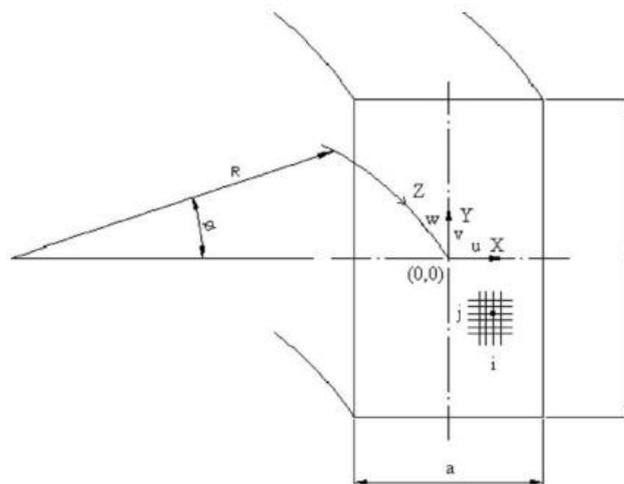


Figure II.10 : Système de coordonnées des équations gouvernantes [23]

III.1. Introduction

Les écoulements des fluides newtoniens sont gouvernés par les équations aux dérivées partielles de Navier-Stokes. Ces équations sont non linéaires et pour lesquelles une solution analytique n'est possible à obtenir qu'après plusieurs simplifications. Nous avons donc fait appel aux méthodes numériques et le choix est souvent porté sur la méthode des différences finies. En effet, cette méthode s'adapte parfaitement, d'une part à la géométrie du domaine d'étude et d'autre part à la nature des équations à résoudre. Dans la simulation numérique, la première étape consiste à définir le modèle géométrique représentant le domaine sur lequel la solution numérique devra être calculée. On procède ensuite à la discrétisation du domaine physique, c'est-à-dire le maillage du domaine suivant les propriétés de la géométrie et de l'écoulement. Par la suite, on choisit un schéma de discrétisation approprié pour chaque terme du système. Une fois les équations sont discrétisées, on applique la méthode convenable pour la résolution du système d'équations algébriques résultant [24].

Le traitement du problème physique envisagé nécessite l'utilisation des équations du mouvement déduites des principes classiques de conservation de la masse, de la quantité de mouvement. Dans le présent chapitre, nous allons tracer les grandes lignes de la démarche adoptée pour la résolution numérique des équations régissant notre problème dont la forme générale dans les coordonnées cylindriques s'écrit comme suit:

L'équation de continuité :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(ru_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_s}{\partial s} = 0 \quad (\text{III.1})$$

L'équation de Navier-Stokes suivant r :

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta^2}{r} + u_s \frac{\partial u_r}{\partial s} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + g_r + \dots \\ \dots + \nu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) - \frac{u_r}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial s^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{III.2})$$

L'équation de Navier-Stokes suivant θ :

$$\frac{\partial u_\theta}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r u_\theta}{r} + u_s \frac{\partial u_\theta}{\partial s} = -\frac{1}{\rho} \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + g_\theta + \dots$$

$$\dots + \nu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} \right) - \frac{u_\theta}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial s^2} \right) \quad (\text{III.3})$$

L'équation de Navier-Stokes suivant s :

$$\frac{\partial u_s}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_s}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_s}{\partial \theta} + u_s \frac{\partial u_s}{\partial s} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} + g_s + \dots$$

$$\dots + \nu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_s}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_s}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial s^2} \right) \quad (\text{III.4})$$

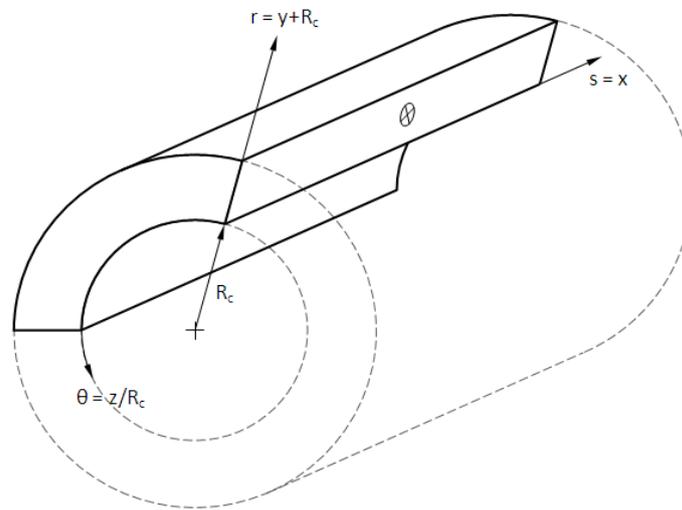


Figure III.1 : Systèmes de coordonnées (⊗ le sens de l'écoulement principal)

III.2. Description du problème et hypothèses :

La géométrie du problème étudié est bidimensionnelle dans le plan s,r (plan x,y dans le nouveau système de coordonnées, voir la **Figure III.1**). Le domaine physique dans lequel on doit chercher la solution des équations de mouvement est la section droite du canal courbé qui représente un domaine rectangulaire de largeur a et de hauteur b comme la **Figure III.2** le montre.

Pour notre problème les hypothèses suivantes sont prises en considération afin de simplifier les équations de mouvement (III.1)-(III.4) :

- 1- Le fluide est newtonien incompressible ($\rho = C^{ste}$) ;

- 2- L'écoulement est établi ($\partial/\partial\theta=0$ ou bien $\partial/\partial z=0$ dans le nouveau système de coordonnées) ;
- 3- L'écoulement est permanent ($\partial/\partial t=0$) ;
- 4- Le rayon de courbure est très large par rapport au diamètre hydraulique du canal ($D_h/R_c \ll 1$ ce qui implique que $a/R_c \ll 1$ et $b/R_c \ll 1$) ;
- 5- Les forces massiques sont négligeables ($g_r = g_\theta = g_s = 0$).

Faisant recours à l'hypothèse (4), l'analyse dimensionnelle nous a permis d'omettre certains termes qui ont un ordre de grandeur très petit devant celui des autres termes figurant dans la même équation. Suite à cette analyse, le terme u_r/r^2 est éliminé de l'équation (III.2) et les termes $u_r u_\theta/r$ et u_θ/r^2 sont éliminés de l'équation (III.3).

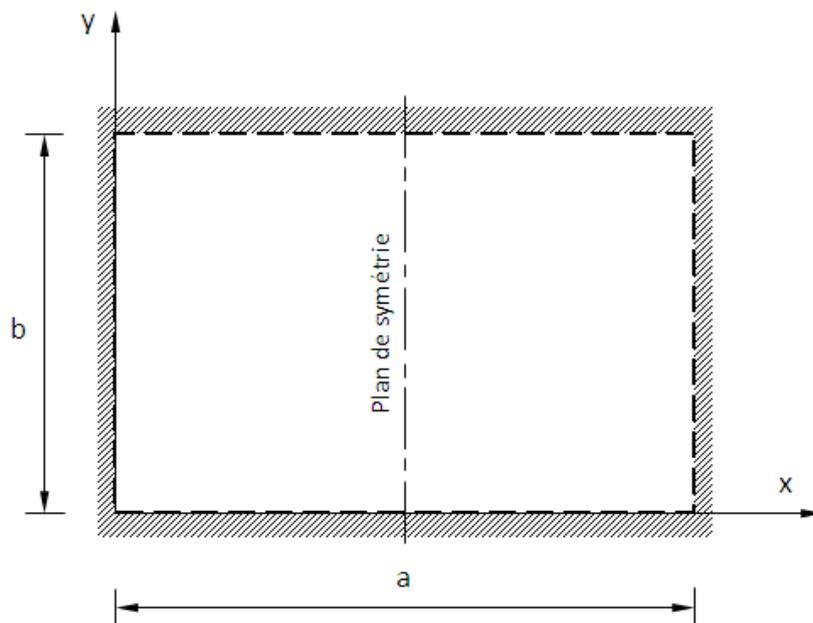


Figure III.2 : Domaine physique

III.3. Equations de mouvement :

En prenant compte de toutes les hypothèses précédentes et en faisant le changement de variables données par :

$$\begin{cases} s = x \\ r = y + R_c \\ \theta = z/R_c \end{cases} \quad (\text{III.5})$$

La pression à n'importe quel point se compose de deux parties, une distribution de pression le long de l'axe central du canal (z) et une distribution de pression dans le plan de la section droite du canal (x,y), telle que [9]:

$$p(x, y, z) = p_0(z) + p'(x, y) \quad (\text{III.6})$$

Et les équations de mouvement (III.1)-(III.4) s'écrivent dans le nouveau système de coordonnées sous la forme suivante :

L'équation de continuité :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{III.7})$$

L'équation de Navier-Stokes suivant x :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (\text{III.8})$$

L'équation de Navier-Stokes suivant y :

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{w^2}{R_c} \quad (\text{III.9})$$

L'équation de Navier-Stokes suivant z :

$$u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_0}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (\text{III.10})$$

On peut remarquer que dans l'équation (III.10) seule la pression p_0 est en fonction de z , ce qui implique que son gradient suivant l'axe z est constant. Et on pose :

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_0}{\partial z} = \frac{\nu^2 C}{D_h^3} \quad (\text{III.11})$$

III.4. Formulation de vorticité-fonction de courant :

Pour réduire le nombre des inconnues et par conséquent le nombre des équations, il est commode d'utiliser la formulation de vorticité-fonction de courant. Cette technique nous permet d'éliminer la pression p' des équations (III.8) et (III.9) en différenciant la première par

rapport à y et la seconde par rapport à x , et en soustrayant par la suite l'une de l'autre ; l'équation résultante aura comme variable dépendante la vorticité ω [25] :

$$u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \nu \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{R_c} \frac{\partial w^2}{\partial x} \quad (\text{III.12})$$

Dont la vorticité est définie par :

$$\omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (\text{III.13})$$

En introduisant la fonction de courant ψ définie par les équations de Cauchy-Riemann :

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = -v \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} = u \quad (\text{III.14})$$

L'équation (III.13) peut se récrire sous la forme :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\omega \quad (\text{III.15})$$

III.5. Adimensionnalisation des équations de mouvement :

Pour rendre les équations (III.10), (III.12), (III.14) et (III.15) régissant notre problème sous forme adimensionnelles, on fait appel à l'analyse dimensionnelle. Pour cela on va choisir des nouvelles variables adimensionnelles telles que :

$$X = \frac{x}{D_h} \quad Y = \frac{y}{D_h} \quad \Psi = \frac{\psi}{\nu} \quad \Omega = \frac{\omega D_h^2}{\nu}$$

$$U = \frac{uD_h}{\nu} \quad V = \frac{vD_h}{\nu} \quad W = \frac{wD_h}{C\nu}$$

En remplaçant chaque variable dans les équations précédente par son expression, on obtient :

$$U \frac{\partial W}{\partial X} + V \frac{\partial W}{\partial Y} = \frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2} + 1 \quad (\text{III.16})$$

$$U \frac{\partial \Omega}{\partial X} + V \frac{\partial \Omega}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \Omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial Y^2} + De^2 \frac{1}{W^2} \frac{\partial W^2}{\partial X} \quad (\text{III.17})$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial X} = -V \quad \frac{\partial \Psi}{\partial Y} = U \quad (\text{III.18})$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -\Omega \quad (\text{III.19})$$

La transformation effectuée conduit au système d'équations précédent dans lequel l'un des deux paramètres (nombre de Dean) affectant la solution de ce système fait apparaître explicitement, alors que l'autre paramètre (rapport d'aspect) fait intervenir implicitement à travers les conditions aux limites.

III.6. Conditions aux limites :

Le long des parois solides du canal le fluide possède une vitesse nulle, ce qui correspond à une condition d'adhérence :

$$U(0, Y) = V(0, Y) = W(0, Y) = 0 \quad (\text{III.20})$$

$$U\left(\frac{\gamma+1}{2}, Y\right) = V\left(\frac{\gamma+1}{2}, Y\right) = W\left(\frac{\gamma+1}{2}, Y\right) = 0 \quad (\text{III.21})$$

$$U(X, 0) = V(X, 0) = W(X, 0) = 0 \quad (\text{III.22})$$

$$U\left(X, \frac{\gamma+1}{2\gamma}\right) = V\left(X, \frac{\gamma+1}{2\gamma}\right) = W\left(X, \frac{\gamma+1}{2\gamma}\right) = 0 \quad (\text{III.23})$$

Etant donné que le problème étudié est symétrique par rapport au plan défini par $x = a/2$ ($X = \frac{\gamma+1}{4}$), nous allons résoudre les équations de mouvement seulement dans la moitié du domaine physique, puis nous allons en déduire la solution dans le domaine entier. Donc la condition de symétrie est donnée par :

$$U\left(\frac{\gamma+1}{4}, Y\right) = 0 \quad (\text{III.24})$$

$$\frac{\partial V}{\partial X}\left(\frac{\gamma+1}{4}, Y\right) = 0 \quad (\text{III.25})$$

$$\frac{\partial W}{\partial X}\left(\frac{\gamma+1}{4}, Y\right) = 0 \quad (\text{III.26})$$

A partir des équations de Cauchy-Riemann, nous pouvons déduire que la fonction de courant ψ le long des parois du canal ainsi que dans le plan de symétrie est égale à une constante qui peut prendre une valeur arbitraire. On va écrire alors :

$$\Psi(0, Y) = \Psi\left(\frac{\gamma+1}{2}, Y\right) = \Psi(X, 0) = \Psi\left(X, \frac{\gamma+1}{2\gamma}\right) = 0 \quad (\text{III.27})$$

$$\Psi\left(\frac{\gamma+1}{4}, Y\right) = 0 \quad (\text{III.28})$$

Pour la vorticité, il n'existe pas de conditions aux limites connues a priori. Cependant, elle peut être calculée aux limites du domaine physique à l'aide de l'équation (III.19) comme suit :

$$\Omega(0, Y) = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2}(0, Y) \quad (\text{III.29})$$

$$\Omega\left(\frac{\gamma+1}{2}, Y\right) = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2}\left(\frac{\gamma+1}{2}, Y\right) \quad (\text{III.30})$$

$$\Omega(X, 0) = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2}(X, 0) \quad (\text{III.31})$$

$$\Omega\left(X, \frac{\gamma+1}{2\gamma}\right) = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2}\left(X, \frac{\gamma+1}{2\gamma}\right) \quad (\text{III.32})$$

De même, on peut déduire qu'au plan de symétrie :

$$\Omega\left(\frac{\gamma+1}{4}, Y\right) = 0 \quad (\text{III.33})$$

III.7. Maillage du domaine physique et Discrétisation des équations de mouvement :

Le demi-domaine physique $a/2 \times b$ est décomposé en $(N-1) \times (M-1)$ sous-domaines élémentaires $\Delta X \times \Delta Y$, où N étant le nombre de nœuds suivant l'axe X et M étant le nombre de nœuds suivant l'axe Y comme le montre la **Figure III.3**.

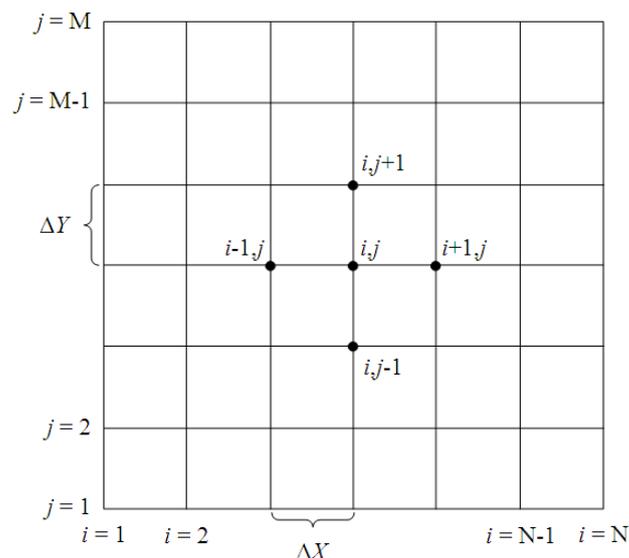


Figure III.3 : Domaine numérique

Pour la discrétisation du système d'équations (III.16)-(III.19) dans le domaine numérique, nous allons utiliser la méthode des différences finies. Comme l'étude menée concernant la résolution des équations aux dérivées partielles avec des termes correspondent à l'advection de la quantité de mouvement, nous allons utiliser un schéma décentré (upwind) pour approximer les dérivées premières apparaissent dans ces équations afin de bien représenter et avec précision l'influence directionnelle du transport de la quantité de mouvement [26].

Equation de transport de la vitesse axiale W (eq n III.16):

Comme nous avons déjà dit, le schéma upwind est utilisé pour approximer, par exemple, le terme $(U \partial W / \partial X)_{i,j}$ par l'expression $U_{i,j} (W_{i,j} - W_{i-1,j}) / \Delta X$ si la vitesse $U_{i,j}$ est positive ; et par $U_{i,j} (W_{i+1,j} - W_{i,j}) / \Delta X$ si la vitesse $U_{i,j}$ est négative. Le même raisonnement est appliqué pour l'approximation du second terme dans lequel figure la vitesse V . Tandis qu'une approximation par différences centrales est utilisée pour l'opérateur laplacien. Après le réarrangement, l'équation des différences finies pour la variable W qui en résulte s'écrit :

$$A W_{i,j} = B W_{i-1,j} + C W_{i+1,j} + D W_{i,j-1} + E W_{i,j+1} + S_w \quad (\text{III.34})$$

Où les coefficients de cette équation sont définis comme :

$$A = \frac{2}{\Delta X^2} + \frac{2}{\Delta Y^2} + \frac{|U_{i,j}|}{\Delta X} + \frac{|V_{i,j}|}{\Delta Y} \quad B = \frac{1}{\Delta X^2} + \frac{\max(U_{i,j}, 0)}{\Delta X} \quad C = \frac{1}{\Delta X^2} + \frac{\max(-U_{i,j}, 0)}{\Delta X}$$

$$D = \frac{1}{\Delta Y^2} + \frac{\max(V_{i,j}, 0)}{\Delta Y} \quad E = \frac{1}{\Delta Y^2} + \frac{\max(-V_{i,j}, 0)}{\Delta Y} \quad S_w = 1$$

L'équation (III.34) sera utilisée pour calculer la vitesse axiale W dans les nœuds définis par : $i = 2 : N$ et $j = 2 : M-1$. Où les conditions aux limites correspondantes sont données comme suit :

$$W_{1,j} = 0 \quad \text{Pour } j = 1 : M$$

$$W_{i,1} = 0 \quad \text{Pour } i = 1 : N$$

$$W_{i,M} = 0 \quad \text{Pour } i = 1 : N$$

$$\left(\frac{\partial W}{\partial X} \right)_{N,j} = 0 \Rightarrow W_{N+1,j} = W_{N-1,j} \quad \text{Pour } j = 2 : M-1$$

Equation de transport de la vorticité Ω (eq n III.17):

De manière analogue à l'équation précédente, on discrétise l'équation de vorticité. Il vaut mieux dans ce cas que le terme source s'écrive sous la forme $(De/\bar{w})^2 2W(\partial W/\partial X)$ pour obtenir une meilleure approximation. On obtient finalement l'équation des différences finies suivante pour la variable Ω :

$$A \Omega_{i,j} = B \Omega_{i-1,j} + C \Omega_{i+1,j} + D \Omega_{i,j-1} + E \Omega_{i,j+1} + S_{\Omega} \quad (\text{III.35})$$

O  les coefficients de cette équation sont définis comme :

$$A = \frac{2}{\Delta X^2} + \frac{2}{\Delta Y^2} + \frac{|U_{i,j}|}{\Delta X} + \frac{|V_{i,j}|}{\Delta Y} \quad B = \frac{1}{\Delta X^2} + \frac{\max(U_{i,j}, 0)}{\Delta X} \quad C = \frac{1}{\Delta X^2} + \frac{\max(-U_{i,j}, 0)}{\Delta X}$$

$$D = \frac{1}{\Delta Y^2} + \frac{\max(V_{i,j}, 0)}{\Delta Y} \quad E = \frac{1}{\Delta Y^2} + \frac{\max(-V_{i,j}, 0)}{\Delta Y} \quad S_{\Omega} = De^2 \frac{1}{\bar{w}^2} w_{i,j} \left(\frac{w_{i+1,j} - w_{i-1,j}}{\Delta X} \right)$$

L' quation (III.35) sera utilisée pour calculer la vorticité Ω dans les nœuds définis par : $i = 1 : N-1$ et $j = 1 : M$. Où les conditions aux limites correspondantes sont données comme suit :

$$\Omega_{1,j} = - \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \right)_{1,j} = -2 \frac{\Psi_{2,j} - \Psi_{1,j}}{\Delta X^2} \quad \text{Pour } j = 2 : M-1$$

$$\Omega_{i,1} = - \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} \right)_{i,1} = -2 \frac{\Psi_{i,2} - \Psi_{i,1}}{\Delta Y^2} \quad \text{Pour } i = 2 : N-1$$

$$\Omega_{i,M} = - \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} \right)_{i,M} = -2 \frac{\Psi_{i,M-1} - \Psi_{i,M}}{\Delta Y^2} \quad \text{Pour } i = 2 : N-1$$

$$\Omega_{N,j} = 0 \quad \text{Pour } j = 2 : M-1$$

Equation de la fonction de courant Ψ (eq n III.19) :

Cette équation est classifiée comme étant elliptique ( quation de diffusion), dont n'importe quel schéma numérique peut être utilisé pour exprimer l'opérateur laplacien avec précision suffisante [26]. L'approximation par différences centrales mènera à :

$$A \Psi_{i,j} = B \Psi_{i-1,j} + C \Psi_{i+1,j} + D \Psi_{i,j-1} + E \Psi_{i,j+1} + S_{\Psi} \quad (\text{III.36})$$

O  :

$$A = \frac{2}{\Delta X^2} + \frac{2}{\Delta Y^2} \quad B = \frac{1}{\Delta X^2} \quad C = \frac{1}{\Delta X^2} \quad D = \frac{1}{\Delta Y^2} \quad E = \frac{1}{\Delta Y^2} \quad S_\Psi = \Omega_{i,j}$$

L'équation (III.36) sera utilisée pour calculer la fonction de courant Ψ dans les nœuds définis par : $i = 2 : N-1$ et $j = 2 : M-1$. Où les conditions aux limites correspondantes sont données comme suit :

$$\Psi_{1,j} = \Psi_{N,j} = \Psi_{i,1} = \Psi_{i,M} = 0 \quad \text{Pour } j = 1 : M \quad \text{et} \quad i = 1 : N$$

III.8. Algorithme de résolution numérique :

- 1- Déclaration des données et estimation initiale
- 2- Calcul de W à partir de l'équation (III.34)
- 3- Calcul de Ω à partir de l'équation (III.35)
- 4- Calcul de ψ à partir de l'équation (III.36)
- 5- Calcul de l'erreur. Arrêter si l'erreur est inférieure à $\varepsilon = 10^{-5}$, Sinon répéter les étapes précédentes à partir de 2 jusqu'à 5.

Les équations de mouvement sont résolues par le moyen des méthodes itératives (Gauss-Seidel). Ces méthode reposent sur l'idée d'obtenir une solution finale d'un système d'équations algébriques à partir une estimation initiale dont la valeur sera améliorée à travers un calcul fait d'une manière séquentielle. Comme les équations à résoudre sont non-linéaires et couplées, l'utilisation de la méthode de sous-relaxation est éventuellement inévitable.

IV.1. Introduction

Dans ce chapitre nous allons présenter les principaux résultats de ce travail concernant l'influence du rapport de forme du canal courbé et du nombre de Dean sur le profil de la vitesse axiale, les lignes de courant de l'écoulement secondaire et aussi sur le facteur de frottement de Darcy.

Les résultats ci-dessous ont été obtenus à l'aide d'un programme de calcul que nous avons développé sous Matlab pour $\gamma = 1, 2, 3$ et pour $De = 50, 100, 150, 200$, en utilisant un maillage uniforme dont le nombre de nœuds le long de la hauteur du canal est $M = 31$.

A cause des problèmes de convergence rencontrés lors de l'exécution de notre programme pour certaines situations, nous avons utilisé le schéma centré pour approximer les termes convectifs dans les équations de mouvement. Pour assurer la convergence, nous avons utilisé la méthode de sous-relaxation dont les facteurs sont $w_1=1$, $w_2=0.51$ et $w_3=0.71$ respectivement pour les équations (III.34), (III.35) et (III.36).

IV.2. Validation des résultats :

Pour vérifier que notre programme fonctionne correctement, nous avons calculé le produit $f \times Re$ dans le cas d'un canal rectiligne ($De = 0$) pour plusieurs rapports de forme, puis les résultats obtenus sont comparés avec ceux calculés à l'aide de l'équation suivante développée par Gattouche [24]:

$$f \times Re = 96(1 - 1.353 \gamma^{-1} + 1.9431 \gamma^{-2} - 1.7141 \gamma^{-3} + 0.9936 \gamma^{-4} - 0.2766 \gamma^{-5}) \quad (IV.1)$$

Tableau IV.1 : Variation de $f \times Re$ en fonction de γ

γ	$f \times Re$		Erreur relatif (%)
	Présent travail	Gattouche [24]	
1	57.1033	56.5812	0.3274
2	62.3967	62.2176	0.0029
3	68.5783	68.3712	0.0030
4	73.1628	72.6989	0.0064
5	76.5260	76.3123	0.0028

Le tableau (IV.1) montre un très bon accord entre les résultats du présent travail et les résultats du travail présentés dans la référence précitée, avec une erreur relative maximale égale à 0.3274 %.

IV.3. Effet de γ et de De sur la structure de l'écoulement secondaire :

La figure IV.1 montre le contour des lignes de courant de l'écoulement secondaire dans la moitié de la section droite du canal de rapport de forme $\gamma=1$ pour différents nombre de Dean. Pour $De = 50$ et $De = 100$, on remarque l'apparition de deux vortex. Lorsque le nombre de Dean augmente ($De = 150$ et $De = 200$), le centre du vortex se décale un peu vers le bas à proximité des parois latérales laissant la place pour l'apparition d'un nouveau couple de vortex en haut dans le plan de symétrie du canal.

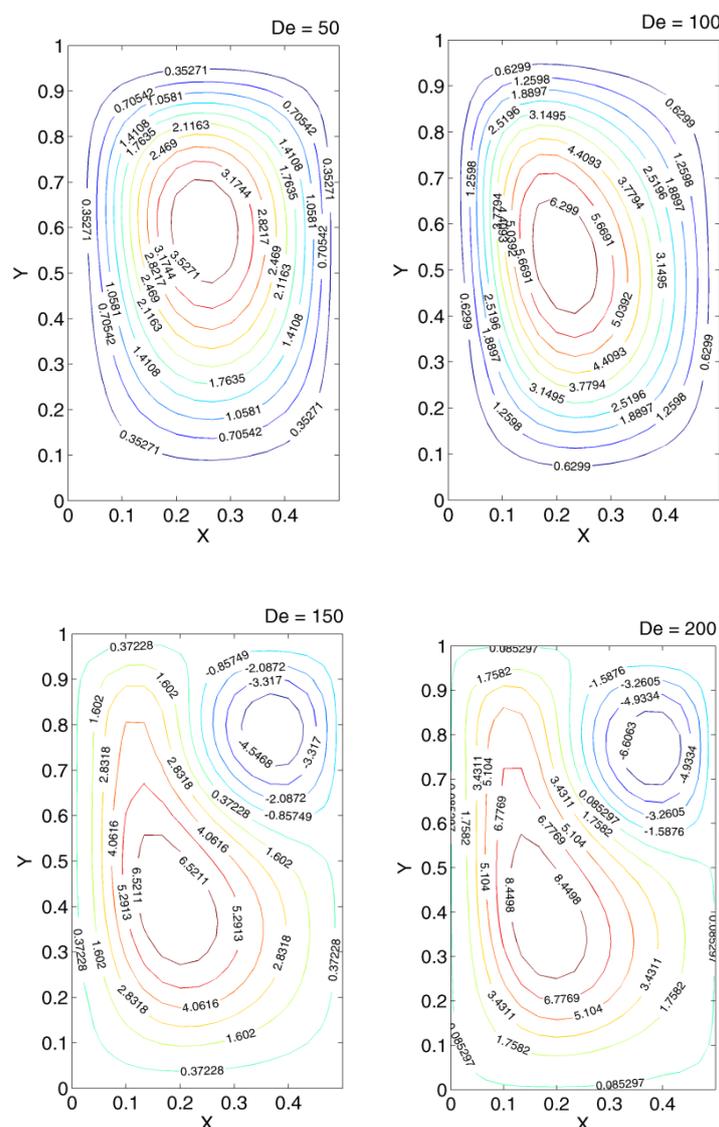


Figure IV.1 : Contour du Ψ pour $\gamma = 1$ et $De = 50, 100, 150, 200$

Les figures IV.2 et IV.3 montrent le contour des lignes de courant de l'écoulement secondaire dans la moitié de la section droite du canal de rapport de forme $\gamma = 2$ et $\gamma = 3$ respectivement. On remarque d'après ces figures que le deuxième couple de vortex apparaît à partir des nombres de Dean plus faible par rapport au cas de $\gamma = 1$. Le centre des vortex principaux est décalé vers les parois latérales même pour des nombres de Dean faibles. Lorsque γ augmente, le deuxième vortex occupe de plus en plus toute la région centrale du canal.

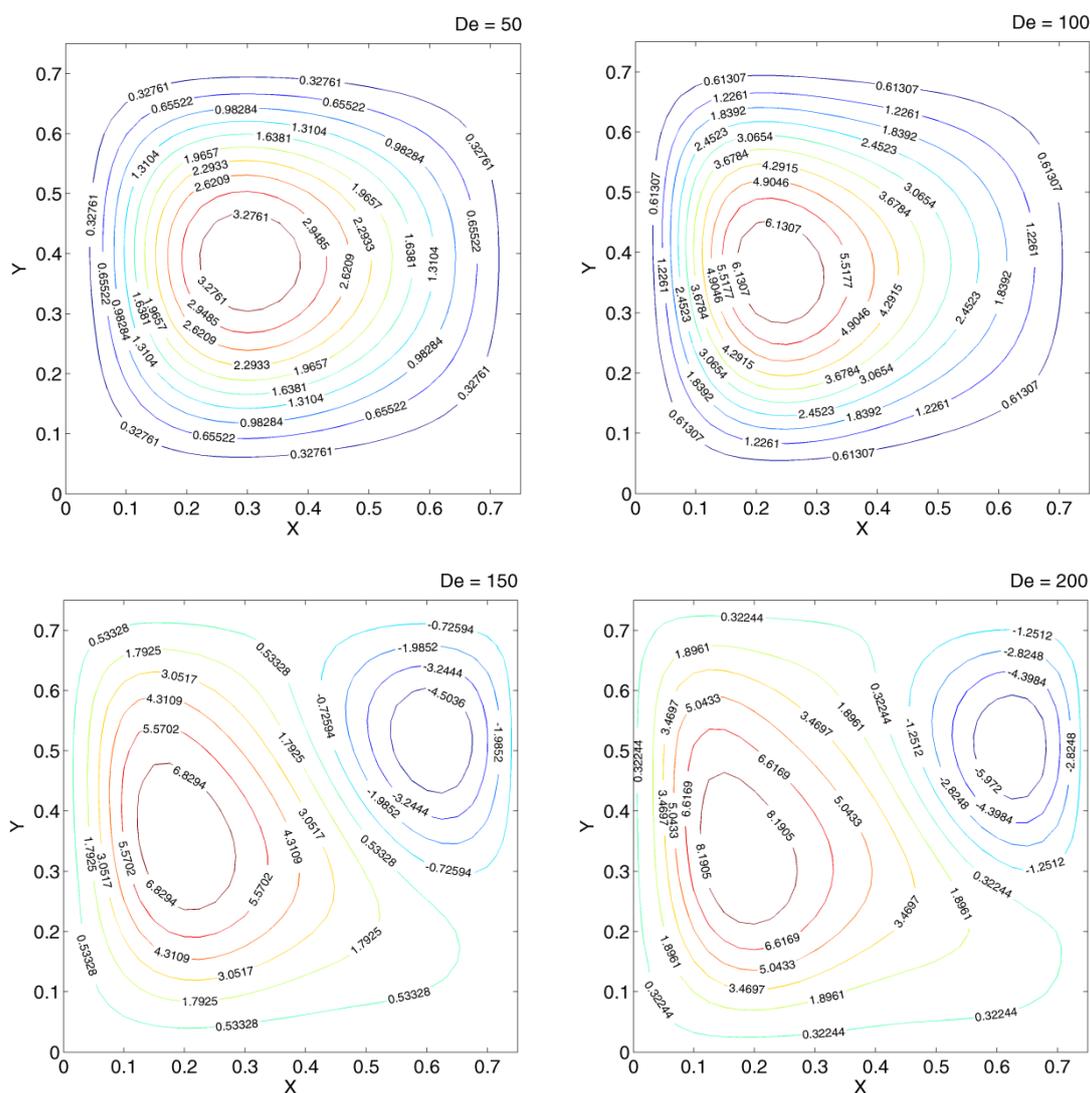


Figure IV.2: Contour du Ψ pour $\gamma = 2$ et $De = 50, 100, 150, 200$

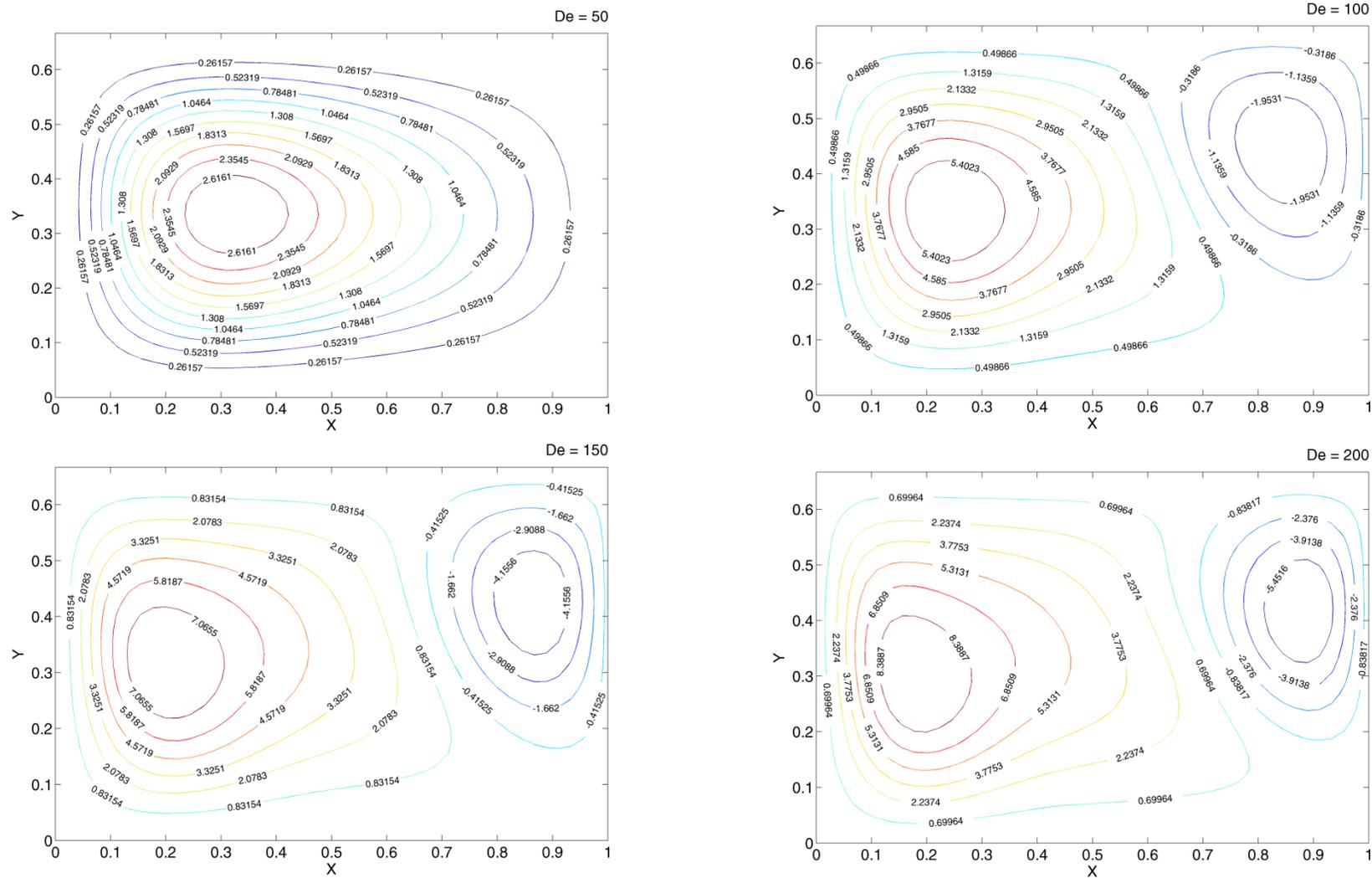


Figure IV.3: Contour du Ψ pour $\gamma = 3$ et $De = 50, 100, 150, 200$

IV.3. Effet de γ et de De sur la vitesse de l'écoulement principal :

Les figures IV.4, IV.5 et IV.6 montrent le contour de la vitesse axiale de l'écoulement principale dans la moitié de la section droite du canal de rapport de forme $\gamma=1$, $\gamma=2$ et $\gamma=3$ respectivement pour différents nombre de Dean.

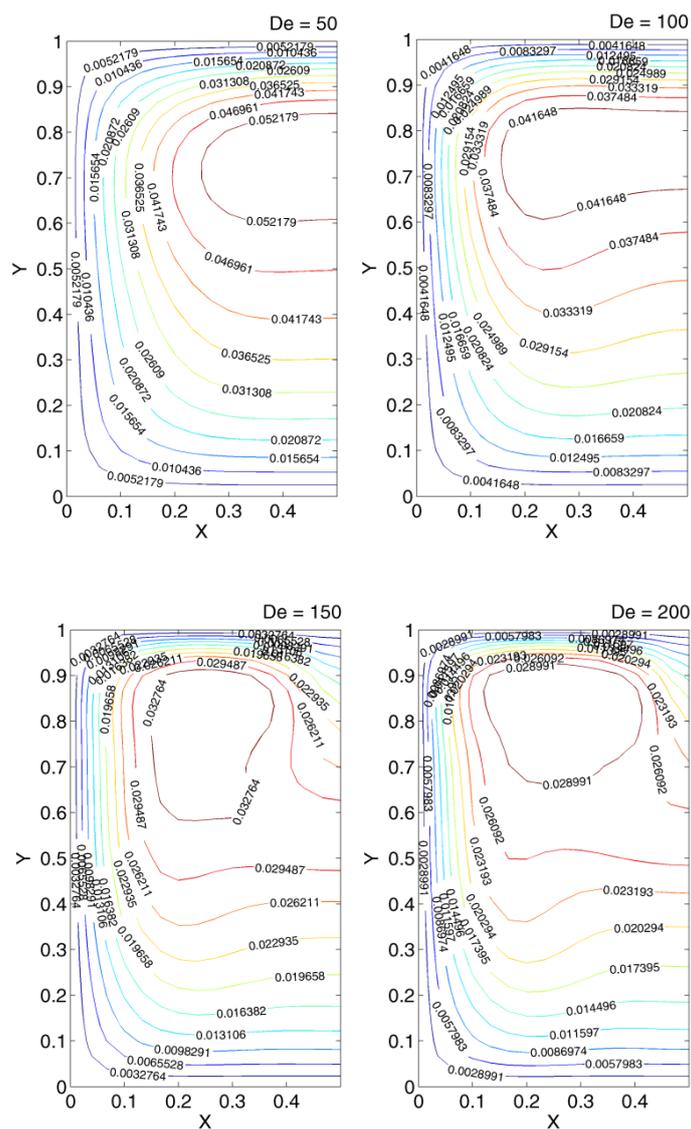


Figure IV.4: Contour du W pour $\gamma = 1$ et $De = 50, 100, 150, 200$

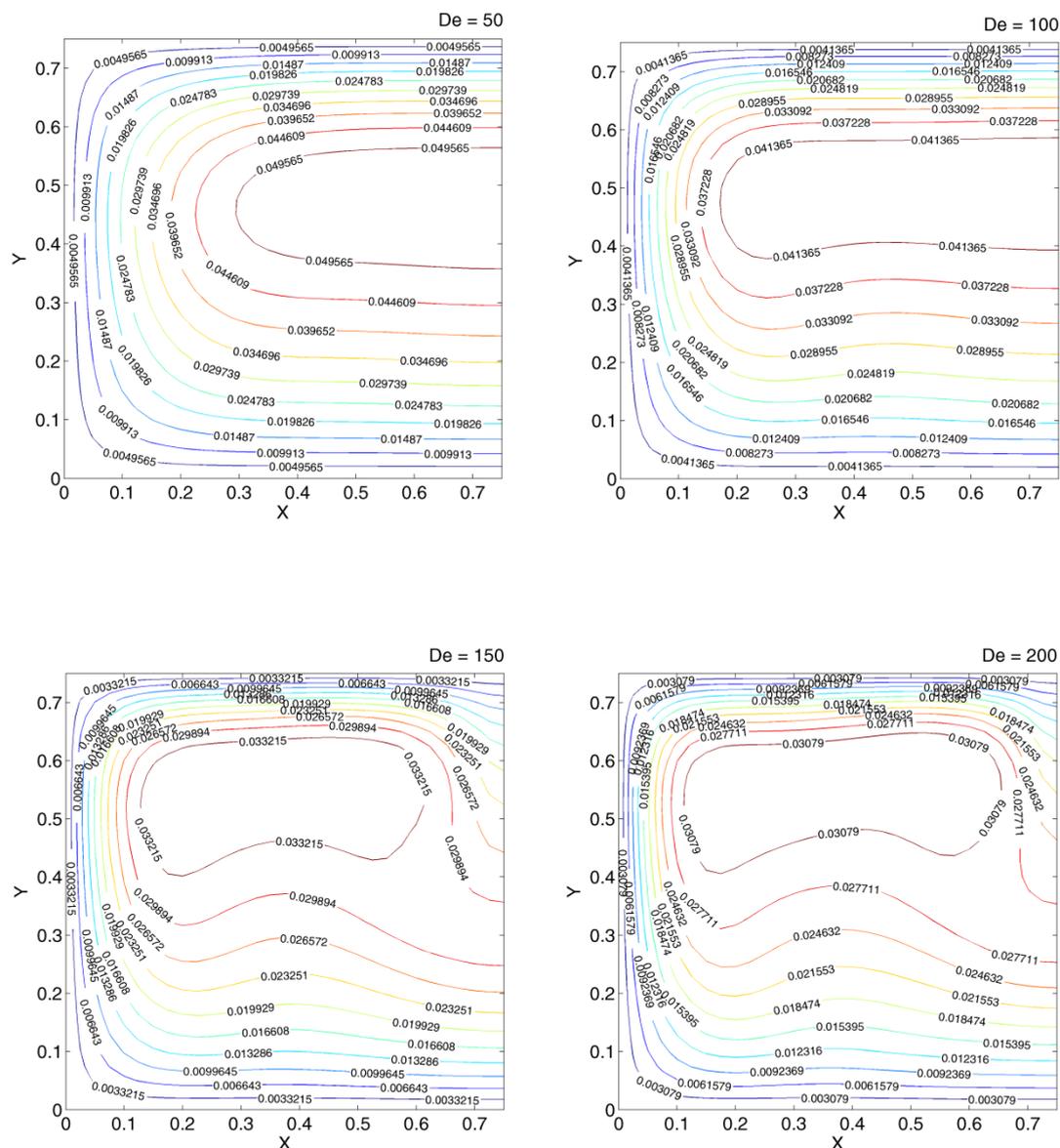


Figure IV.5: Contour du W pour $\gamma = 2$ et $De = 50, 100, 150, 200$

On peut voir que la distribution de la vitesse axiale est moins affectée par le nombre de Dean lorsque le rapport de forme augmente, dont sa valeur maximale est décalée vers la paroi supérieure du canal. La distorsion du profil de la vitesse est bien claire dans le cas de $\gamma=1$.

Pour des nombres de Dean faibles, la vitesse axiale maximale se trouve dans la région centrale du canal; alors qu'on peut observer pour des nombre de Dean plus élevée une apparition de deux pics de vitesse à gauche et à droite du plan de symétrie du canal.

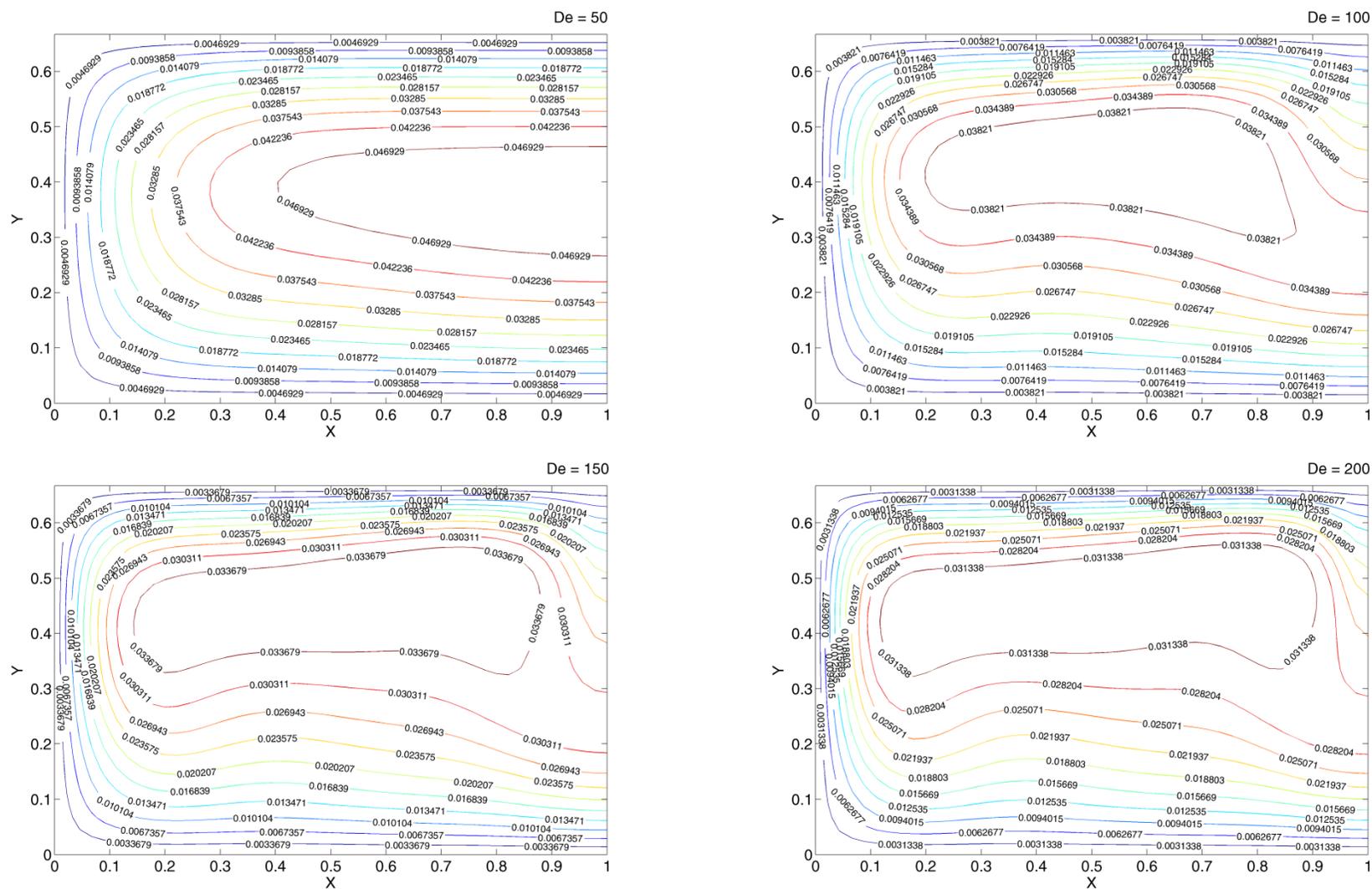


Figure IV.6: Contour du W pour $\gamma = 3$ et $De = 50, 100, 150, 200$

Il est important de mentionner que les résultats présentés plus haut sont obtenus avec un maillage uniforme dont le nombre de nœuds est relativement petit ce qui ne peut pas garantir la précision de ces résultats. Cependant, le maillage choisi peut garantir certain degré d'exactitude en faisant référence aux résultats des travaux réalisés par d'autres chercheurs.

La solution évidente qu'on peut recommander, afin de gagner en précision, est l'utilisation d'un maillage adaptatif (raffiné) pour détecter les gradients importants des variables. Ceci peut cependant apporter encore plus de complexité au niveau des formulations mathématiques, mais d'autre part, il peut considérablement réduire le coût de calcul numérique.

IV.4. Facteur de frottement :

Pour déterminer les pertes de charge dans le canal, il est commode d'utiliser un paramètre adimensionnel dit facteur de frottement de Darcy qui est défini par [24]:

$$f = \frac{(-\partial p / \partial z) D_h}{\rho \bar{w}^2 / 2}$$

On utilisant le changement de variables de la Section (III.5), ce facteur peut se réécrire sous la forme suivante:

$$f \times Re = \frac{2}{\bar{W}}$$

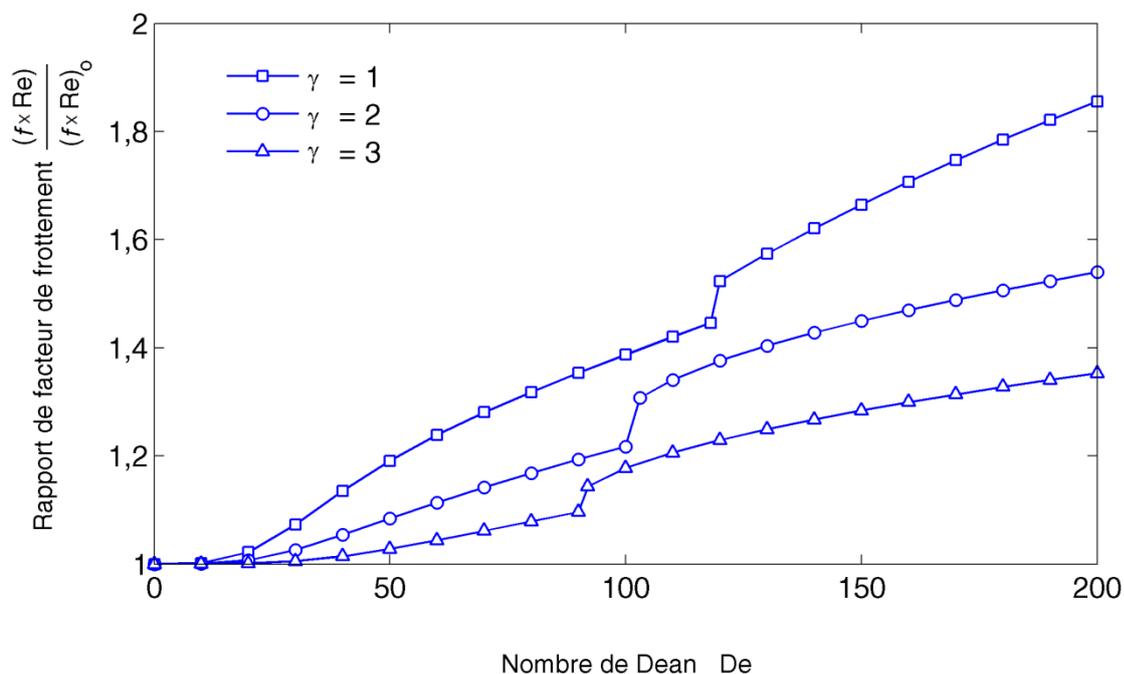


Figure IV.7 : Variation du facteur de frottement en fonction du nombre de Dean

La Figure.IV.7 montre la variation du rapport de facteur de frottement en fonction du nombre de Dean pour les trois valeurs du rapport de forme. On peut remarquer dans cette figure que dans le cas du nombre de Dean faible, le facteur de frottement est pratiquement identique à celui d'un canal rectiligne du fait que la force centrifuge s'exerçant sur les particules fluides est peu intense. On peut également voir que le nombre de Dean a un effet sur le rapport du facteur de frottement bien plus marqué pour le canal carré ($\gamma = 1$); et plus γ augmente plus cet effet est affaibli. Pour tout les rapports de forme, on remarque une augmentation brusque après certaine valeur du nombre de Dean; ceci est associé (d'après quelques résultats qui n'ont pas été présentés ici) à la formation du deuxième vortex à $De = 120$ pour $\gamma = 1$, $De = 110$ pour $\gamma = 2$ et $De = 100$ pour $\gamma = 3$.

IV.5. Conclusion:

Malgré les difficultés rencontrées au cours de la résolution numérique de ce problème, ce qui nous oblige à limiter notre étude à des situations un peu restreintes, les résultats que nous avons présenté dans ce chapitre représente un pas en avant vers la compréhension et la maîtrise d'une classe particulière et importante des écoulements de fluides visqueux.

Conclusion générale

Dans ce mémoire nous avons étudié le problème de l'écoulement laminaire établi dans un canal courbé de section rectangulaire dont l'objectif de ce travail est de déterminer la distribution de la vitesse dans cette section.

Les hypothèses prises en considération permettant de simplifier un peu ce problème et de réduire les équations de mouvement. Nous avons choisi par la suite la simulation numérique pour résoudre ces équations à cause de leur la complexité.

La méthode des différences finies est l'une des méthodes numériques les plus utilisées pour la résolution des problèmes aux valeurs limites. Elle a été utilisée avec succès pour la résolution des équations de Laplace et de Poisson et plus généralement pour les équations du type elliptique, parabolique et hyperbolique [28].

Le profile de la vitesse obtenue par la simulation numérique reflète bien le comportement dynamique de cet écoulement qui a été déjà observé dans d'autres travaux. La distribution de la vitesse dans le canal permet de déterminer ensuite tous les paramètres concernant l'écoulement de fluide y compris le facteur de frottement.

L'analyse dimensionnelle montre que pour un canal courbé de section rectangulaire, le produit du facteur de frottement et du nombre de Reynolds dépend du rapport de forme du canal et du nombre de Dean.

Ce produit $f \times Re$ semble plus affecté par le nombre de Dean lorsque le rapport de forme est plus petit, cela est probablement due à la distorsion considérable du profil de vitesse axiale relativement au cas où le rapport de forme est plus grand.

L'écoulement secondaire induit par la force centrifuge peut jouer un rôle important dans le cas où il y a un transfert de chaleur entre l'écoulement et les parois du canal, du fait que ce genre d'écoulement tourbillonnaire favorise l'échange thermique en créant un mélange de fluide de température homogène. Ce qui reste à prouver à travers l'étude thermique qui doit être mise en perspective.

Bibliographie

- [1] Olivier L. Cours de mécanique des fluides. 25 septembre 2012
- [2] webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:http://emmanuel.hourdequin.free.fr/documents/BTS_BAT_TP/cours/ecoulement_des_fluides.pdf. (02/05/2017)
- [3] RIDHA A. Transfert de Chaleur et de Masse. Cours, Université de Caen 2008-2009.
- [4] ANXIONNAZ Z. Etude de l'influence de la géométrie des canaux sur les performances d'un réacteur/échangeur. Thèse en vue de l'obtention du doctorat de l'université de Toulouse. 28 Octobre 2009.
- [5] ALLIOUZ F, COSTAL V, LETOURNEAU S, PETIT A, ZHANG B. Étude numérique d'écoulements dans un canal rectangulaire, Projet de P6-3 n°46. Année 2012.
- [6] VAZQUEZ J. Hydraulique générale. Ecole nationale du génie de l'eau et de l'environnement de Strasbourg.
- [7] TALLEYRAND. Chapitre 6 écoulements internes.
- [8] BOUTABAA M, MOMPEAN G. Etude numérique des vortex de Dean dans un écoulement d'un fluide viscoélastique dans une conduite courbe. 20^{ème} Congrès Français de Mécanique. Besançon, 29 août au 2 septembre 2011.
- [9] fr.wikipedia.org/wiki/Nombre_de_Dean. (02/05/2017)
- [10] Hille P, Vehrenkamp R, Schulz-Dubois E. 0. The development and structure of primary and secondary flow in a curved square duct. J. Fluid Mech. 151 : 219–241 (1985).
- [11] Binnie A M. Some notes on the study of fluid mechanics in Cambridge, England. Ann. Rev. Fluid Mech. 10: 1–10 (1978).
- [12] Wang Y, Dong Q, Wang P. Numerical Investigation on Fluid Flow in a 90-Degree Curved Pipe with Large Curvature Ratio. Mathematical Problems in Engineering Vol. 2015 (2015), Article ID 548262, 12 pages.
- [13] Cheng K C, et Akiyama M. Laminar forced convection heat transfer in curved rectangular channels. Int. J. Heat Mass Transfer 13; 471-490 (1970).
- [14] Akiyama M et Cheng K. C. Boundary vorticity method for laminar forced convection heat transfer in curved pipes. Int. J. Heat Mass Transfer 14; 1659-1675 (1971)
- [15] McConlogue D J et Srivastava R S. Motion of a fluid in a curved tube. Proc. Roy. Soc. A. 307; 37-53 (1968).

- [16] Silva R J, Valle R M, Ziviani M. Numerical hydrodynamic and thermal analysis of laminar flow in curved elliptic and rectangular ducts. *Int. J. Therm. Sci.* 38; 585-594 (1999)
- [17] Gyves T W et Irvine Jr T F. Laminar conjugated forced convection heat transfer in curved rectangular channels. *Int. J. of Heat and Mass Transfer* 43; 3953–3964 (2000).
- [18] Gyves T W., Irvine Jr T. F, Naraghi M H N. Gravitational and centrifugal buoyancy effects in curved square channels with conjugated boundary conditions. *Int. J. of Heat and Mass Transfer* 42 ; 2015–2029 (1999).
- [19] Cheng K G, Lin R. G., Ou J W. Fully Developed Laminar Flow in Curved Rectangular Channels. *J. of Fluids Engineering* 98 ; 41–48 (1976).
- [20] Hwang G J. et Chao C H. Forced Laminar Convection in a Curved Isothermal Square Duct. *J. of Heat Transfer* 113 ; 48–55 (1991).
- [21] Zapryanov Z, Christov C, E. Toshev. Fully developed laminar flow and heat transfer in curved tubes. *Int. J. heat mass transfer* 23; 873-880 (1980).
- [22] Mondal R N, Kaga Y., Hyakutake T, Yanase S. Effects of Curvature and Convective Heat Transfer in Curved Square Duct Flows. *J. of Fluids Engineering* 128; 1013-1022 (2006).
- [23] Chandratilleke T. T, Nursubyakto. Numerical prediction of secondary flow and convective heat transfer in externally heated curved rectangular ducts. *Int. J. of Thermal Sciences* 42 (2003) 187–198
- [24] Hadj A. Contribution à l'étude dynamique et thermique d'un écoulement pulsé dans une conduite horizontale en présence d'un obstacle cylindrique chauffé. Mémoire de magistère en physique. Université des sciences et de la technologie .Houari Boumedienne.11/10/2006.
- [25] Patankar S V. Numerical heat transfer and fluid flow. Hemisphere Publishing Corporation (1980).
- [26] Hoffmann K A, Chiang S T. Computational fluid dynamics-Volume I.Engineering Education System, Wichita, Kansas, USA (2000).
- [27] Linda G. perte de charge dans un écoulement laminaire établi le long des conduites rectangulaire de différents facteurs de forme. Mémoire de fin d'étude en vue de l'obtention du diplôme MASTER. 2014/2015
- [28] Habib J. Méthode des difference finies en Elasticité. Thèse présentée à l'université des sciences et technique de LILLE pour obtenir le grade de docteur Ingénieur. Soutenue le 25/05/1974.

Résumé

Dans ce travail nous avons effectué une étude numérique d'un écoulement laminaire établi dans un canal rectangulaire à faible courbure. La méthode des différences finies et la méthode de sous-relaxation ont été utilisées pour résoudre les équations de mouvement. Les résultats obtenus montrent, entre autre, que l'énergie mécanique dissipée lors de tel écoulement est en fonction du nombre de Dean et du rapport de forme du canal.

ملخص :

في هذا العمل قمنا بدراسة عددية لجريان صفائحي مستقر داخل قناة مستطيلة ذات انحناء طفيف. تم استخدام طريقة الفروق المحددة وطريقة غاوس-سايدل (مع معامل استرخاء) لحل معادلات الحركة. النتائج المتحصل عليها أظهرت من بين استنتاجات أخرى أن الطاقة الميكانيكية المتبددة في مثل هذا الجريان تتعلق بعدد دين وبنسبة العرض إلى الارتفاع لهاته القناة.