

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministère de l'enseignement Supérieur et de la Recherche scientifique



Université Mohamed Khider Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Electrique
Filière : Automatique

Option : Automatique et informatique
Industriel

Réf:

**Mémoire de Fin d'Etudes
En vue de l'obtention du diplôme:**

MASTER

Thème

**Commande d'une classe des systèmes non linéaire
par correcteur PID adaptatif**

Présenté par :

Bounif Asma

Soutenu le : De Juin 2018

Devant le jury composé de :

Mr. Rachid Naima

Mr. Chelhi Abdelghani

Mr. Mihi Asia

MAA

MCA

MAA

Président

Encadreur

Examineur

Année universitaire : 2017 / 2018

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministère de l'enseignement Supérieur et de la recherche scientifique



Université Mohamed Khider Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Electrique
Filière : Automatique
Option : Automatique et informatique industriel

Mémoire de Fin d'Etudes
En vue de l'obtention du diplôme:

MASTER

Thème

Commande d'une classe des systèmes non linéaire par correcteur
PID adaptative

Présenté par :

Asma BOUNIF

Avis favorable de l'encadreur :

Abdelghani CHELIHI

Avis favorable du Président du Jury

Naima RACHID

Cachet et signature



Université Mohamed Khider Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Electrique
Filière : Automatique

Option : Automatique et informatique industriel

Thème :

Commande d'une classe des systèmes non linéaire par correcteur PID adaptative

Proposé et Dirigé par : CHELIHI Abdelghani

Résumé

Ce travail présente la commande d'une classe des systèmes non linéaires par correcteur PID adaptative, qui centré autour de la stabilisation de ces systèmes en utilisant la théorie de la hyperstabilité. On étudie les systèmes non linéaires monovariables (SISO) et les systèmes non linéaires interconnectés par des lois de commande adaptatives décentralisées. Les résultats de simulation des lois de commande développées sur des systèmes physiques tels que le pendule inversé et le simulateur de vol d'hélicoptère ont été présentés.

Mots clés :

Système non linéaire, Hyperstabilité, PID adaptative, Commande adaptatif, Commande décentralisée.

ملخص

يقدم هذا العمل التحكم في فئة من الأنظمة غير الخطية بواسطة مصحح PID التكيفي، والذي يركز حول احلال الاستقرار هذه الانظمة باستخدام نظرية فرط الاستقرار. يتم دراسة الانظمة غير الخطية احادية المدخل و المخرج والانظمة غير خطية المترابطة بقوانين التحكم التآفلي اللامركزية. مع اظهار نتائج المحاكاة لقوانين التحكم للانظمة الفيزيائية مثل النواس المقلوب وجهاز محاكاة طيران هيلكوبتر مع إظهار نتائج المحاكاة.

الكلمات المفتاحية :

الانظمة غير الخطية, نظرية فرط الاستقرار, مصحح تكيفي, التحكم التآفلي, التحكم اللامركزي.

Dédicace

Je dédie ce travail :

A mon mari pour son résistance et son support

A ma famille : mes frères et son famille

A ma chère sœur

A mon mari famille

A mes amis

Remerciement

Louange au Dieu le tout puissant qui m'a accordé la foi, le courage et la patience pour mener ce travail.

J'adresse mes remerciement tout d'abord à monsieur Abdelghani CHELIHI pour l'encadrement qu'il m'a apporté, pour l'encouragement et sans oublier la relation de confiance.

Je remercie l'ensemble du corps enseignant de la faculté de sciences et techniques et particulièrement ceux de la spécialité d'automatique pour le soutien qu'ils nous ont apporté durant ces deux dernières années.

Je voudrais exprimer ma plus grande reconnaissance à toute ma famille pour leurs encouragements et leurs soutiens.

Enfin je remercie la commission du jury d'avoir bien accepté d'évaluer notre travail

Liste des tableaux

1.1	Avantages et inconvénients	8
3.1	The TRMS parameters	45

Table des figures

1.1	Structure série d'un PID.....	7
1.2	Structure parallèle d'un PID.....	7
1.3	Structure mixte d'un PID.....	8
2.1	Schéma fonctionnel d'une commande PID adaptative d'un système non linéaire incertain SISO.....	19
2.2	Schéma bloc équivalent du système de commande.....	22
2.3	Système pendule inversé.....	25
2.4	Réponses en position et en vitesse du système pendule inversé à un contrôleur PID adaptatif.....	27
2.5	Commande et erreurs de poursuite du système pendule inversé pour un contrôleur PID adaptatif.....	28
2.6	Réponses en position et en vitesse du système pendule inversé à une commande PID adaptative pour différentes conditions initiales.....	29
2.7	Commande appliquée au système pendule inversé pour différentes conditions initiales.....	29
2.8	Réponses en vitesse du système pendule inversé à une commande PID adaptative pour une référence à amplitude et fréquence variable.....	30
2.9	L'erreur de poursuite en position et en vitesse du système pendule inversé pour une référence à amplitude et fréquence variable.....	31
2.10	Commande appliquée au système pendule inversé pour une référence à amplitude et fréquence variable.....	32
3.1	Schéma bloc d'une commande PID adaptative décentralisée d'un système complexe constitué de N sous-systèmes non linéaires.....	35

3.2	Schéma bloc équivalent du sous-système S_i	41
3.3	Le simulateur d'hélicoptère TRMS (Twin Rotor MIMO System).....	43
3.4	Schéma bloc du TRMS directement exploitable sous Matlab/Simulink.....	46
3.5	Bloc diagramme d'une commande PID adaptative décentralisée du TRMS.....	47
3.6	Angle d'orientation du TRMS à une commande PID adaptative décentralisée en poursuite d'une référence sinusoïdale.....	49
3.7	Angle d'orientation du TRMS à une commande PID adaptative décentralisée en poursuite d'une référence sinusoïdale.....	49
3.8	vitesse d'orientation du TRMS à une commande PID adaptative décentralisée en poursuite d'une référence sinusoïdale.....	50
3.9	vitesse d'orientation du TRMS à une commande PID adaptative décentralisée en poursuite d'une référence sinusoïdale.....	50
3.10	Tensions de commande horizontale d'une commande PID adaptative décentralisée pour des signaux de référence sinusoïdale.....	51
3.11	Tensions de commande verticale d'une commande PID adaptative décentralisée pour des signaux de référence sinusoïdale.....	51
3.12	Angle d'orientation du TRMS à une commande PID adaptative décentralisée en poursuite d'une référence à fréquence et amplitude variable.....	52
3.13	Angle d'élévation du TRMS à une commande PID adaptative décentralisée en poursuite d'une référence à fréquence et amplitude variable.....	52
3.14	Vitesse d'orientation du TRMS pour des signaux de référence à fréquence et amplitude variable.....	53
3.15	Vitesse d'élévation du TRMS pour des signaux de référence à fréquence et amplitude variable.....	53
3.16	Erreur de position du TRMS pour des signaux de référence à fréquence et amplitude variable.....	54
3.17	Tensions de commande horizontale d'une commande adaptative PID décentralisée pour des signaux de référence à fréquence et amplitude variable.....	54
3.18	Tensions de commande verticale d'une commande adaptative PID décentralisée pour des signaux de référence à fréquence et amplitude variable.....	55

Table des matières

TABLE DES MATIERES

TABLE DES FIGURES

LISTE DES TABLEAUX

INRODUCTION GENERALE 1

CHAPITRE 1 : Rappels théoriques

1.1. Introduction.....	4
1.2. Les systèmes non linéaires.....	4
1.2.1. Modélisation des systèmes non linéaires.....	4
1.2.2. Les systèmes autonomes.....	5
1.3. Commande des systèmes non linéaires.....	5
1.3.1. Linéarisation entrée-sortie(LES).....	5
1.3.2. La commande adaptative.....	6
1.3.3. La commande prédictive.....	6
1.3.4. La commande robuste.....	6
1.4. Commande par correcteur PID.....	7
1.4.1. structure des correcteur PID.....	7
1.4.2. Avantages et inconvénients.....	8
1.4.3. Domaine d'application.....	8
1.5. Commande par correcteur PID adaptative.....	9
1.5.1. PID adaptative floue.....	9

1.5.2. PID adaptative neuronale.....	10
1.6. Méthode de stabilisation des systèmes non linéaires.....	10
1.6.1. Méthode de lyapunov.....	10
1.6.2. Méthode de hyperstabilité.....	12
1.7. Conclusion	13

CHAPITRE 2 : Commande PID Adaptatif des Systèmes non linéaires SISO, stabilisation par la théorie d’hyperstabilité

2.1. Introduction.....	15
2.2. Contexte et formulation.....	16
2.3. Commande PID adaptative d’un système non linéaire incertain SISO.....	19
2.3.1 Synthèse d’un contrôleur PID adaptatif.....	19
2.3.2. Conception de la loi d’adaptation.....	20
2.4. Simulation et résultats.....	25
2.5. Conclusion.....	31

CHAPITRE 3 : Commande PID adaptative décentralisée des systèmes non linéaires incertains interconnectés, stabilisation par la théorie de hyperstabilité

3.1. Introduction.....	34
3.2. Contexte et formulation.....	35
3.3. Commande PID adaptatif décentralisée proposée.....	37
3.3.1. Synthèse de la loi de commande PID adaptatif.....	38
3.3.2. Analyse de la stabilité en boucle fermée	40
3.4. Application à un simulateur de vol d’hélicoptère.....	43
3.4.1. Description du TRMS.....	43
3.4.2. Modèle mathématique.....	44
3.4.3. Résultat et simulation.....	46
3.5. Conclusion.....	56

CONCLUSION GENERALE

BIBLIOGRAPHIE

Introduction générale

Dans le domaine de l'automatique, l'étude des systèmes non linéaires constitue toujours un champ de recherche très attractif chez la communauté des ingénieurs et des chercheurs automaticiens. Contrairement aux systèmes linéaires pour lesquels l'automatique fournit une panoplie de méthodes d'analyse et de synthèse de lois de la commande, les systèmes non linéaires ne disposent pas d'outils et de méthodes générales pour l'analyse et la synthèse. Ceci est dû au fait que les systèmes non linéaires possèdent des structures extrêmement variées, des dynamiques complexes et peuvent présenter toutes sortes de comportements étranges.

Les études de la stabilité procèdent généralement avec un modèle mathématique décrivant la dynamique du système en question d'étude dont l'analyse est faite par plusieurs méthodes connues dans la littérature. Ces méthodes conduisant en effet à déterminer les conditions et les propriétés de stabilité du système étudié. Les conclusions concernant la stabilité du système tirées d'un modèle descriptive ne s'appliquent pas toujours directement au système physique réel, il faut mettre en évidence quelques hypothèses et contraintes d'implantation en temps réel. Le concept de stabilité des systèmes non linéaires a fait l'objet d'une riche littérature depuis le siècle dernier (Kraokovski, Lasalle, Poincaré). Parmi ces méthodes, l'étude de la stabilité au sens de Lyapunov est largement utilisée. Seulement, certains problèmes peuvent être apparus en utilisant cette méthode, tels que, le problème du choix de la fonction candidate, et le problème de la stabilité local, et d'autres qui sont discutés en détaille dans [25]. Cependant, la théorie d'hyperstabilité, que l'on appellera aussi théorie de Popov (Popov, 1973), peut être une alternative intéressante comme outil d'analyse de la stabilité. L'avantage essentiel de cet outil est qu'il s'agit d'une approche permettant d'étudier la stabilité d'un système indépendamment de son point d'équilibre, et qui présente, donc, dans ce sens un caractère plus général que la théorie de Lyapunov.

Dans cette mémoire, nous nous intéressons à la stabilisation des systèmes dynamiques continus non linéaires par la théorie d'hyperstabilité. Pour l'élaboration des lois de commande,

il est envisagé l'exploitation des contrôleurs classiques tel que le régulateur PID et des techniques de commande non linéaires telles que la commande adaptative. Ainsi, nos travaux visent d'impliquer ces techniques dans la conception des structures de commande adaptative à base d'un contrôleur PID à paramètres ajustable pour certaines classes de systèmes non linéaires dont l'analyse de la stabilité est faite par le concept d'hyperstabilité. Comme application, nous envisageons deux systèmes physiques, à savoir la pendule inversée et le simulateur de vol d'hélicoptère pour d'illustrer les lois de commande développées.

Ce mémoire est organisé en une introduction, trois chapitres et une conclusion :

Le premier chapitre est consacré à quelques rappels sur les modèles d'état des systèmes non linéaires, des méthodes de commande des systèmes non linéaires sont abordées brièvement, des descriptions sur le correcteur PID, le correcteur PID adaptatif et la théorie de stabilité des systèmes non linéaires hyperstabilité et Lyapunov sont également présentés.

Dans le deuxième chapitre nous présentons la synthèse et la stabilisation d'une loi de commande PID adaptative pour une classe importante des systèmes non linéaires monovariables dont l'analyse de la stabilité du système bouclé est faite par la théorie d'hyperstabilité. Un pendule inversé est utilisé comme exemple d'application.

Le troisième chapitre aborde le problème de stabilisation des systèmes non linéaires complexes multivariables. Ce dernier est composé d'un ensemble de sous-systèmes non linéaire mono-variable affines en la commande et interconnectés. La commande du système est réalisée par le développement des lois de commande PID adaptative locale pour chaque sous-système dont l'analyse est faite aussi par la théorie d'hyperstabilité où les interactions sont considérées comme étant des perturbations. Comme application, on a considéré un simulateur de vol d'hélicoptère.

Enfin, une conclusion générale présente le bilan de ce travail et les perspectives envisagées sera présentée à la fin de ce mémoire.

Chapitre 1

Rappels théoriques

Chapitre 1

Rappels théoriques.

البحرمة ١

** ليس كل سقوط نهاية فسقوط المطر أجمل بحداية **

1.1. Introduction

Dans ce chapitre nous rappelons des notions théoriques sur les systèmes non linéaires affine en la commande en termes de modélisation et commande ainsi que l'analyse de la stabilité. Premièrement, nous commençons avec une présentation générale sur les systèmes non linéaires. Puis, nous présentons quelques rappels des commandes très utilisées en littérature pour le contrôle de ce type des systèmes. Ensuite, nous présentons également quelques architectures des correcteurs PID et PID adaptative. Enfin de ce chapitre, nous donnons quelques rappels théoriques et des définitions de la stabilité au sens de Lyapunov et la théorie d'hyperstabilité.

1.2. Les systèmes non linéaires

Un système non linéaire est un système qui ne satisfait pas au principe de superposition, ou dont la production n'est pas proportionnelle à sa contribution moins technique, un système non linéaire est un problème ou les variables à résoudre pour ne peuvent pas être écrite comme une combinaison linéaire des composantes indépendantes. Les problèmes non linéaires sont d'intérêt pour les automaticiens, physiciens et mathématiciens, car la plupart des systèmes physiques sont intrinsèquement non linéaire dans la nature.[1]

1.2.1. Modélisation des systèmes non linéaires :

La forme la plus utilisée pour la représentation des systèmes non linéaires est la suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x(t), u(t), t), x(0) = x_0 \\ y(t) &= H(x(t), u(t), t), \forall t \geq 0 \end{aligned} \quad (1.1)$$

où t : est le temps, $x(t) \in R^n$: est le vecteur d'état. $y(t) \in R^q$: est vecteur de sortie. $u(t) \in R^m$: est le vecteur de commande ou d'entrée. $f = R^n * R^m * R_+ \rightarrow R^n$: est une fonction non linéaire.

1.2.2. Les systèmes non linéaires autonomes :

Le système non linéaire (1.1) est dit autonome si la fonction f ne dépend pas explicitement du temps t . Si non, le système (1.1) est dit non autonome. Parfois on utilise le terme de « invariant dans le temps ou stationnaire » au lieu « d'autonome » et « variant dans le temps » à la place de « non autonome ».

Dans le cas non autonome, si les variations des caractéristiques sont lentes dans le temps, on pourra approximer le système par une séquence de systèmes autonomes [1].

1.3. Commande des systèmes non linéaires

Parmi les nombreuses techniques de commande non linéaires, certaines ont fait l'objet de théories poussées mais néanmoins relativement complexes. Notre objectif dans ce paragraphe n'est pas de traiter en profondeur chacune d'elles, ni d'apporter un quelconque complément à ces dernières, mais de faire un exposé rapide sur ces techniques en présentant leurs avantages et leurs inconvénients. Certaines techniques, bien qu'ayant fait l'objet de nombreuses recherches, sont volontairement oubliées dans ce rappel (commande optimale par exemple).

1.3.1. Linéarisation entrée-sortie (LES)

Le principe de la (LES) consiste à transformer un système non linéaire donné en un système linéaire à l'aide d'un bouclage d'état et d'un changement de coordonnées sur l'état du système [2]. La commande des procédés non linéaires peut être vue sous différentes facettes. On distingue classiquement les problèmes de stabilisation, de régulation, de suivi d'une trajectoire générée par un modèle de référence, ou encore de suivi d'une trajectoire générale. Parmi ces problèmes, nous considérons le cas le plus général du suivi d'une trajectoire désirée.

L'objectif est alors de trouver une loi de commande $u(t)$ telle que la boucle fermée reste stable et que la sortie du système $y(t)$ suive la trajectoire désirée $y_d(t)$. En d'autres termes:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_0(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} [y_d(t) - y(t)] = 0 \quad (1.2)$$

Avec $y(t) \in Y$

Afin de pouvoir résoudre le problème de suivi de trajectoire, le système non linéaire doit assurer la condition de commandabilité de la sortie.

1.3.2. La commande adaptative

La commande adaptative est un ensemble de techniques utilisées pour l'ajustement automatique en temps réel des régulateurs des boucles de commande afin de réaliser ou maintenir un certain niveau de performances quand les paramètres du procédé à commander sont soit inconnus soit variantes dans le temps [3].

Un système de commande adaptative mesure un certain indice de performance (IP) du système à commander à partir de l'écart entre l'indice de performance désiré et l'indice de performance mesuré. Le mécanisme d'adaptation délivre certains paramètres du système ajustable ou introduit un signal supplémentaire de commande.

Trois approches ont été essentiellement considérées pour le développement des stratégies de commande adaptative destinées aux procédés à paramètres inconnus et/ou variables dans le temps.

1. Approximation des stratégies de commande optimale stochastique «Duale ».
2. Système de commande auto - ajustable (self- tuning control).
3. Commande adaptative à modèle de référence (MRAC) [6].

1.3.3. La commande prédictive

Le principe de la commande prédictive la rend séduisante pour de nombreuses applications que ce soit comme une commande linéaire ou non linéaire. La commande prédictive à base de modèle a joué un rôle très important dans le domaine de contrôle de processus, elle est basée sur l'utilisation d'un modèle pour prédire le comportement future du système sur un horizon du temps fini. Une séquence optimale des signaux de commande sur l'horizon de prédiction est obtenue par la minimisation d'un certain coût, le premier signal de la séquence de commande est transmis au processus et l'opération entière de « prédiction-optimisation » est répétée à chaque période d'échantillonnage.

Pour les systèmes non linéaires, cette approche implique un intervalle de temps considérable entre les actions de commande pour permettre la minimisation de la fonction du coût.

1.3.4. La commande robuste

La commande robuste est une première technique de commande de l'automatique traitant ce genre de problème. Dans la synthèse de la loi de commande sont pris en compte un modèle nominal du procédé à contrôler mais aussi les incertitudes paramétriques liées au modèle. La structure du contrôleur robuste est finalement composée d'une partie «nominale» mais aussi de termes additionnels permettant de compenser au mieux les incertitudes liées au modèle [1].

1.4. Commande par correcteur PID

Le correcteur PID (à actions proportionnelle(P), intégrale(I) et dérivée(D)) est le correcteur le plus présent dans l'industrie. Ce correcteur présente l'immense avantage de ne pas nécessiter de modélisation dynamique du processus.

1.4.1. Structure des correcteurs PID

En général, le correcteur ne fonctionne pas en action dérivée pure (trop instable). Il fonctionne en correcteur Proportionnel Intégral Dérivé (PID). Le triplet : Bonde Proportionnel, Temps Intégral, Gain Dérivé ; définit trois types de fonctionnement qui sont représentés sur les figures (1.1), (1.2), (1.3) [4].

a) Structure série : les trois corrections sont branchées en série :

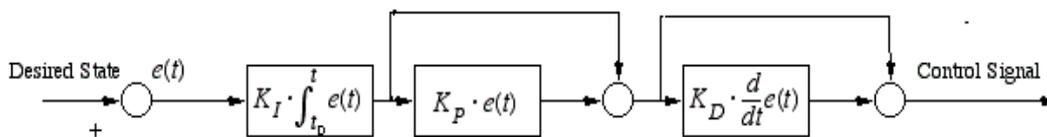


Figure 1.1 : Structure série d'un PID

b) Structure parallèle : les deux corrections sont branchées en parallèles

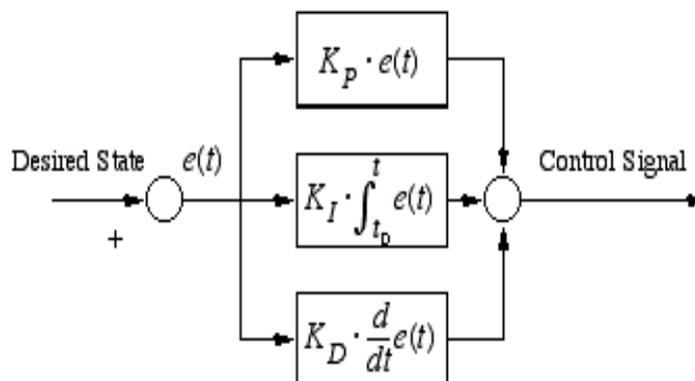


Figure 1.2 : Structure parallèle d'un PID

c) Structure mixte

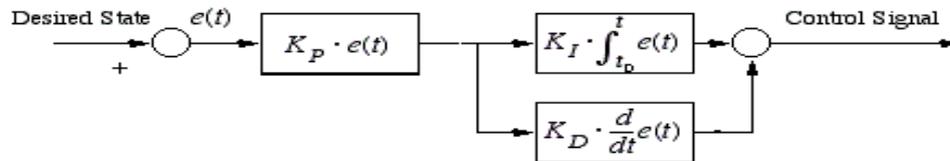


Figure 1.3 : Structure mixte d'un PID

1.4.2. Avantages et inconvénients

Le correcteur PID est le plus utilisé dans l'industrie, mais le réglage de ces paramètres plus difficiles. Dans ce tableau on récapituler les avantages et les inconvénients des correcteurs usuels [5] :

Action	Avantage	Inconvénient
Proportionnel	Diminue erreur statique. Diminue le temps de réponse.	Argumente dépassement. Diminue la stabilité.
Intégral	Annule l'erreur statique. Argumente la stabilité.	Système parfois lent en BF
Dérivé	Améliore stabilité et rapidité	Sensibilité du système aux bruits. Argumente le temps de réponse.

1.4.3. Domaine d'application

C'est le correcteur le plus utilisé en industrie à cause de sa simplicité et sans oublier qu'il regroupe les trois actions, alors il assure [6]:

L'action proportionnelle (P) : est souvent utilisée pour améliorer la rapidité du système bouclé.

L'action intégrale (I) : est employée pour améliorer le régime permanent, une précision parfaite, en outre, elle permet de filtrer la variable à régler d'où l'utilité pour le réglage des variables bruitées telles que la pression.

L'action dérive (D) : assure l'amélioration de la stabilité.

1.5. Commande par correcteur PID adaptatif

Dans la théorie de commande linéaire par correcteur PID, de nombreuses études ont été réalisées que se soit théoriques ou empiriques pour la conduite des systèmes industriels. Dans ce chapitre, nous allons citer que certains travaux pour donner une idée sur la diversité de cette théorie de commande dans la littérature qui teste comme même un sujet d'actualité [9].

1.5.1. Commande PID adaptative floue :

La commande adaptative est basée sur l'utilisation d'un mécanisme d'adaptation pour la commande des systèmes partiellement connus. La commande adaptative des systèmes linéaires et certaines classes spéciales des systèmes non linéaires a été bien développée depuis les années 70. Alors que la commande adaptative des systèmes non linéaires présente toujours un défi à la communauté de commande. Les modèles mathématiques ne pourraient pas être disponibles pour beaucoup des systèmes complexes en pratique, et le problème de la commande adaptative de ces systèmes est loin d'être résolu d'une manière satisfaisante.

Des systèmes flous basés sur les fonctions floues de base sont employés pour représenter les fonctions non linéaires inconnues des systèmes qui possèdent des variations intrinsèque connues. L'objectif est de conserver une bonne performance du système complet en adaptant le régulateur en fonction des variations du système. Les paramètres des systèmes flous tels que les fonctions d'appartenance caractérisées par des limites linguistiques sont mises à jour selon des lois d'adaptation.

Cette commande est utilisé pour étudier différent sujet, par exemple :

- *Commande floue en poursuite et stabilisation des systèmes non linéaires incertains* : Ce mémoire a pour objet de traiter le problème de commande floue en poursuite (Tracking) pour les systèmes non linéaires incertains et perturbés décrits par les modèles flous de type T-S (Takagi-Sugeno).
- *Une Structure Adaptative Basée Sur la Logique Floue Pour la Commande de la Vitesse d'un Moteur Asynchrone* : Cet article présente une commande adaptative de la vitesse d'un moteur asynchrone basée sur la logique floue.
- *L'optimisation d'un régulateur PID par la logique floue* : dans cette mémoire on présente un nouveau outil pour la supervision et l'optimisation intelligent d'un régulateur PID par la logique floue.

1.5.2. PID adaptatif neuronale

La commande adaptative neuronale a reçu un grand succès pour le contrôle des systèmes non linéaires incertains et complexes en raison de l'excellente capacité d'approximations des réseaux de neurones.

De nombreux résultats remarquables ont été obtenus pour les systèmes non linéaires affines en la commande basés sur la linéarisation par retour d'état, et l'approximation des fonctions non linéaires à l'aide des réseaux de neurones et logique floue [4], [6] et [7]. En pratique, de nombreux systèmes non linéaires ne peuvent pas être représentés sous la forme affine, et les problèmes deviennent beaucoup plus difficiles et compliqués où il y a moins de résultats disponibles dans la littérature.

La commande adaptative neuronale présentée dans différent étude, par exemple :

- *Sur La Commande Adaptative des Systèmes Non Linéaires « Approche Basée sur La Stabilité de Lyapunov »* : Le développement des lois de commande adaptative neuronale stable, c'est le principal objectif pour réaliser la commande en poursuite de certains classes de systèmes non linéaires SISO et MIMO non affine en la commande.
- *Combining a recurrent neural network and a PID controller for prognostic purpose* : Combinant un réseau de neurones récurrent à fonction de base radiales (RRBF) et régulateur PID est proposée.

1.6. Méthode de stabilisation des systèmes non linéaires

1.6.1. Méthode de Lyapunov

Pour l'étude de la stabilité non linéaire, la méthode la plus classique est basée sur la linéarisation et l'utilisation des valeurs propres du système linéarisé, Lyapunov a proposé une seconde méthode, en s'inspirant de l'idée de l'énergie mécanique de Lagrange qui a formulé le principe de stabilité des systèmes mécaniques "un système qui est dans un état où son énergie potentielle possède un minimum isolé est dans un état d'équilibre stable". Cette méthode, appelée aussi méthode directe de Lyapunov, est basée sur la recherche d'une fonction scalaire de signe défini à valeurs réelles. Quand sa dérivée par rapport au temps est définie de signe opposé, la vitesse du point x ($x \in IR^n$) est toujours dirigée vers l'intérieur, ce point finira par arriver à l'origine ; dans le cas contraire, le point x s'enécartera davantage. Dans quelques classes de systèmes physiques, la fonction V peut être choisie comme étant l'énergie du système.

Théorème 1.1 :

Considérons le système suivant :

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = F(x) \\ x(0) = x_0 \end{cases} \quad (1.3)$$

Supposons que l'origine est un point singulier de (1.2) et posons $V : U \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction de classe C^1 définie dans un voisinage U de l'origine, telle que

1. $V(0) = 0$
2. $V(x) > 0$ pour $x \neq 0, x \in U$

Si

1. $\frac{dV(x)}{dt} \leq 0$ dans $U - \{0\}$ l'origine est donc stable.
2. $\frac{dV(x)}{dt} < 0$ dans $U - \{0\}$ l'origine est asymptotiquement stable.
3. $\frac{dV(x)}{dt} > 0$ dans $U - \{0\}$ l'origine est instable.

Dans ces conditions, la fonction V est appelée fonction de Lyapunov ; elle est définie positive si 1 et 2 sont vérifiées. Notons qu'avec ces deux hypothèses, la fonction V est seulement une fonction candidate « fonction de Lyapunov ». Les propriétés de stabilité sont dites globales si U est égal à \mathbb{R}^n .

Remarque 1.1:

Ce théorème est une condition suffisante de stabilité mais ne permet pas de guider l'utilisateur dans le choix de la fonction de LYAPUNOV et ne permet pas de conclure si on ne trouve pas une telle fonction. Les formes quadratiques sont les plus utilisées notamment les fonctions définies positives qui sont des intégrales premières (c'est-à-dire dont la dérivée temporelle est nulle).

Malheureusement, la méthode directe de Lyapunov donne des conditions suffisantes mais pas nécessaires de stabilité (une exception est faite pour les systèmes linéaires et stationnaires) ; un système peut avoir une infinité de fonctions de Lyapunov ; par conséquent, le fait qu'une fonction ne prouve pas la stabilité n'implique pas l'instabilité et, de plus, il existe certaines classes de systèmes asymptotiquement stables qui ne possèdent pas une fonction de Lyapunov. L'utilité de la méthode réside surtout dans la détermination du domaine d'attraction ; elle permet aussi de répondre aux questions de stabilité quand la linéarisation ne donne aucune information. La difficulté de la recherche de la fonction V constitue un vrai handicap puisqu'on ne connaît pas de procédés pour la construction de fonctions adéquates dans le cas général ; cependant, il existe des techniques de construction applicables à des cas particuliers.

1.6.2 Méthode d'hyperstabilité :

Le concept d'hyperstabilité a été développé pour la première fois par Popov en 1973 résultats des travaux effectués sur l'analyse de stabilité des systèmes dynamiques avec une contre-réaction non linéaire en utilisant la théorie des systèmes passifs [5]. En réalité, la passivité dispose d'un lien étroit avec la théorie d'hyperstabilité, voire même identique selon Lyapunov pour des systèmes linéaires en considérant une fonction candidate de forme quadratique de l'état. Pour cela, nous considérons la représentation d'état d'un système linéaire $[x = (t) + (t), \forall t \geq t_0]$ avec $x(t_0)$ sa valeur initiale. Le résultat obtenu par Popov pour démontrer la stabilité de ce système est basé sur l'inégalité suivante [5]:

$$\underbrace{\int_{t_0}^t u^T(\tau)y(\tau)d\tau}_{\text{Energie fournie}} + \underbrace{\frac{1}{2}x^T(t_0)x(t_0)}_{\text{Energie initial}} \geq \underbrace{\frac{1}{2}x^T(t)x(t)}_{\text{Energie stokée}} \quad (1.4)$$

Cette inégalité exprime le principe de conservation d'énergie des systèmes passifs linéaires permettant de garantir la stabilité. Depuis, les travaux de Popov sont orientés vers l'extension de ce principe aux systèmes passifs réels, c'est-à-dire aux systèmes non linéaires. Comme résultat, Popov a pu démontrer que tous les systèmes dynamiques satisfont l'inégalité (1.4) admettent les mêmes propriétés de stabilité [5].

Hyperstabilité des systèmes non linéaires

L'hyperstabilité d'un système non linéaire démontré par Popov est obtenue à partir de l'inégalité (1.4). Un système non linéaire décrit par la représentation d'état (1.1) vérifie cette inégalité est globalement stable "hyperstable", d'où, il vient la définition suivante d'un système non linéaire hyperstable :

Définition 1.1 :

Soit le système décrit par la représentation d'état non linéaire (1.1) avec $m = q$, le système est strictement hyperstable si pour $t \geq t_0$ avec $t_0 \geq 0$, u vérifie l'inégalité :

$$\int_{t_0}^t u^T(\tau)y(\tau)d\tau \geq -\gamma_0^2 + \varrho_1 \|x(t)\|^2, \varrho_1 > 0 \quad (1.5)$$

Où $\gamma_0 = \sqrt{\frac{1}{2}x^T(t_0)x(t_0)}$ est une constante dépendante des conditions initiales, ϱ_1 est une constante strictement positive, $\|\cdot\|$ est la norme d'un vecteur.

Avec l'inégalité de Popov (1.5), il est possible d'étudier la stabilité d'un système physique quelconque sans faire recours à la résolution de l'équation différentielle qui gouverne sa dynamique.

La vérification de cette inégalité permet de savoir si le système est stable ou non et avec quel type de stabilité.

La définition 1.1 de l'hyperstabilité stricte est une condition suffisante et non nécessaire pour garantir la stabilité du système non linéaire [5]. Pour des systèmes décrits seulement par un modèle externes reliant les variables d'entrée et de sortie (les états du système ne sont pas pris en considération), Popov a introduit la notion de faible hyperstabilité ou hyperstabilité non stricte.

Définition 1.2:

Le système décrit par (1.1) avec $m = q$ est faiblement hyperstable, si l'inégalité intégrale suivante est vérifiée :

$$\int_{t_0}^t u^T(\tau)y(\tau)d\tau \geq -\gamma_0^2, \forall t \geq t_0 \quad (1.6)$$

Cette définition est particulièrement importante pour l'analyse de la stabilité des systèmes non linéaires (Popov, 1973).

Définition 1.3 : Hyperstabilité asymptotique

Le système décrit par (1.1) est asymptotiquement hyperstable, s'il est hyperstable et globalement asymptotique pour $u = 0$.

1.7. Conclusion

Ce chapitre a été consacré d'une part à quelques rappels sur les propriétés générale de la commande des systèmes non linéaires affines, la commande par correcteur PID, la commande PID adaptative et deux différent méthodes d'analyse de la stabilité, Lyapunov et l'hyperstabilité ont été présentés brièvement.

En se basant sur ces outils théoriques, le deuxième chapitre sera consacré à la commande d'une classe importante des systèmes non linéaires SISO par une correcteur PID adaptative dont un théorème est délivré.

Chapitre 2

Commande PID adaptative des systèmes non
linéaires SISO, stabilisation par la théorie
d'hyperstabilité

Chapitre 2

Commande PID adaptative des systèmes non linéaires incertains SISO, stabilisation par la théorie d'hyperstabilité.

الحكمه ٢

** من الطبيعي أن ترى السفينة في الماء لكن من الخطر أن ترى الماء في السفينة فكن أنت في قلب الدنيا ولا تجعل الدنيا في قلبك**

2.1. Introduction

Actuellement, la commande à base d'un contrôleur PID présente un intérêt major dans les milieux industriels. La conception de cette commande, caractérisée par sa simplicité, est basée sur des connaissances sur la dynamique du processus à commander. Elle dépend essentiellement de l'expérience de l'opérateur humain chargé du fonctionnement de l'installation [06]-[20] d'une part, et d'autre part sur l'avancé des techniques de synthèses de ce type de contrôleurs connue dans la littérature et son implémentation ([21]). Les recherches menées actuellement sont consacrées aux développements de régulateur pour des applications industrielles spécifiques [8], [9] et [17]. Dans leurs majorités, les résultats obtenus n'offrent pas une méthodologie de synthèse générale permettant d'établir des schémas de commande fondés sur l'analyse de la stabilité du système bouclé. Cela est dû essentiellement au caractère complexe des modèles manipulés, généralement non linéaires et multivariables, ce qui limite l'utilisation des outils mathématiques classiques pour l'analyse et la synthèse cette classe de contrôleurs. Cependant, des recherches récentes ont montré que certains classes de contrôleurs PID, en particulier les contrôleurs PID adaptatifs peuvent être approximer à des contrôleurs non linéaires robustes [14]. Ce résultat, très intéressant, a donné de nouvelles orientations à l'utilisation des contrôleurs PID adaptatifs dans diverses domaines de commande. En effet, plusieurs travaux ont été réalisés en combinant les contrôleurs PID avec d'autres techniques de synthèse avancées, telles que la commande adaptative [15], et la commande linéarisante [16]. L'analyse de la stabilité dans la pluparts des travaux est effectuée par la théorie de

Lyapunov. Cependant, peut de travaux ont employés le concept d'hyperstabilité pour l'étude de la stabilité.

Dans le présent chapitre, nous proposons un schéma de commande adaptative à base d'un contrôleur PID à paramètres adaptatifs (CPIDA), pour la commande d'une classe des systèmes non linéaires SISO. Le développement de la méthode proposée est basé principalement sur la combinaison d'une commande conventionnelle utilisant un contrôleur PID classique et une boucle secondaire d'adaptation chargée de l'ajustement des paramètres de ce même contrôleur. L'analyse de la stabilité de la loi de commande proposée est effectuée par la théorie d'hyperstabilité de point de vue différente par rapport aux travaux réalisés dans la littérature. Nous montrons que la loi de commande proposée approvisionne d'une part, la convergence asymptotique des erreurs de poursuite et par conséquent la bornitude des différents signaux intervenant dans la commande. D'autre part, la stabilité globale du système de commande est garantie par la théorie d'hyperstabilité qui permet en effet d'éviter les problèmes posés par la méthode de Lyapunov, tel que le problème de la stabilité locale. Les performances de cette commande PID adaptative sont examinées en simulation sur un pendule inversé.

2.2. Contexte et formulation

Considérant le système non linéaire monovarié d'ordre n affine dans la commande peut être décrit par les équations différentielles du première ordre suivantes [2]:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 \\
 \dot{x}_2 &= x_3 \\
 &\vdots \\
 \dot{x}_n &= f(x, t) + g(x, t)u \\
 y &= x_1
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

où $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T = [y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}]^T$ est le vecteur d'état, $u \in \mathfrak{R}$ est la commande scalaire, $y \in \mathfrak{R}$ est la sortie du système, $f(x, t)$ et $g(x, t)$ sont des fonctions non linéaires continues incertaines et bornées.

Cette description permet d'utiliser facilement les différentes approches basées sur la rétroaction pour résoudre les problèmes de poursuite de trajectoire ou de régulation. Tel que, l'écriture du système (2.1) sous une forme matricielle conduit à une expression plus compacte :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \Lambda x + \Gamma[f(x, t) + g(x, t)u] \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (2.2)$$

où

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \Gamma = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ et } C^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Hypothèses : Le système (2.1) est soumis à certaines hypothèses pour des raisons de simplification et de réalisation à savoir :

- **Hyp 2.1 :** La fonction du gain de commande $g(x, t)$ est supposée bornée et non nulle sur le domaine de fonctionnement ($g(x, t) \neq 0$), pour garantir la contrôlabilité du système (2.1);
- **Hyp 2.2 :** Le vecteur d'état des systèmes x est supposé observable ou mesurable;
- **Hyp 2.3 :** La trajectoire de référence $r(t)$ et ses dérivées sont connus, continus et bornés;

L'objectif de la commande est de forcer la sortie $y(t)$ à suivre un signal de référence borné $r(t)$, et le vecteur d'état $x(t)$ suit un vecteur de référence $x_m(t) = [r, \dot{r}, \dots, r^{(n-1)}]^T$ sous la contrainte que tous les signaux impliqués doivent être bornés. Plus spécifiquement, il s'agit de déterminer la commande u qui permet de conduire l'erreur de poursuite $x_e(t)$ définie par :

$$x_e(t) = x_m(t) - x(t) \quad (2.4)$$

A partir des équations (2.2) - (2.4), la dynamique des erreurs de poursuite sans correction est donnée par l'équation suivante :

$$\dot{x}_e(t) = \Lambda x_e(t) - \Gamma[f(x, t) + g(x, t)u - r^{(n)}] \quad (2.5)$$

Dans le cas où la dynamique du système est parfaitement connue et ce dernier ne subit aucune perturbation externe, la poursuite d'une trajectoire de référence r peut être assurée par une commande linéarisante qui nécessite la connaissance parfaite des fonctions non linéaires $f(x, t)$ et $g(x, t)$, où la loi de commande est formulée comme suit [3] :

$$u = u^* = \frac{1}{g(x,t)} [r^{(n)} + K_e^T x_e - f(x,t) - K_s \text{sgn}(y_e^T)] \quad (2.6)$$

où $r^{(n)}$ est la dérivée $n^{\text{ième}}$ valeur désirée de la trajectoire de référence,

Le terme $K_s \text{sgn}(y_e)$ est un terme de robustification ajouté pour compenser les erreurs de modélisation et les perturbations externes, où $\text{sgn}(y_e)$ est la fonction signe définie par :

$$\text{sgn}(y_e^T) = \begin{cases} 1 & \text{si } y_e^T > 0 \\ 0 & \text{si } y_e^T = 0 \\ -1 & \text{si } y_e^T < 0 \end{cases} \quad (2.7)$$

où K_s est un gain de correction qui peut être constant ou variable dans le temps, $y_e(t)$ est l'erreur filtrée de $x_e(t)$ calculée par:

$$y_e = C_e x_e \quad (2.8)$$

où $C_e \in \mathfrak{R}^n$ est un vecteur de paramètres de conception son expression sera donnée ultérieurement.

Le vecteur de gains $K_e^T = [k_0, k_1, \dots, k_{n-1}]$ permet d'imposer une dynamique d'erreur linéaire stable (Hurwitz) à travers un placement de pôles calculés à partir de l'équation caractéristique suivante :

$$s^n + k_{n-1}s^{n-1} + \dots + k_1s + k_0 = 0 \quad (2.9)$$

L'application de loi de commande (2.6) conduit à l'équation d'erreur (2.5) au résultat suivant :

$$\dot{x}_e = (\Lambda - \Gamma K_e^T) x_e - \Gamma [K_s \text{sgn}(y_e^T)] \quad (2.10)$$

où K_e est choisi afin que la matrice $\Lambda - \Gamma K_e^T$ avoir toutes ses valeurs propres à parties réelles négatives, par conséquent, un système bouclé stable. Néanmoins, la loi de commande (2.6) présente quelques inconvénients : (i) les états du système ne sont pas toujours mesurables, (ii) elle ne peut pas être implémentée dans le cas où le système est partiellement ou totalement inconnu, c'est-à-dire les fonctions $f(x,t)$ et $g(x,t)$, est connu avec précision, (iii) elle ne peut pas garantir les performances de poursuite en présence de perturbations externes ou de fortes variations paramétriques. Dans ces circonstances, la synthèse de la loi de commande (2.6) devient très difficile

à mettre en œuvre. Dans la littérature, pour résoudre le problème on propose d'utiliser en alternatif système flou pour approximer la loi de commande désirée.

Remarque 2.1: Le terme de robustification donné par (2.7) peut être lissé en remplaçant la fonction discontinue $sgn(y_e^T)$ par la fonction continue $\tanh(y_e^T/\lambda)$, où λ est une constante positive arbitrairement petite sa valeur influe principalement sur les performances en régime établi.

2.3. Commande PID adaptative d'un système non linéaire incertain SISO

La structure de commande adaptative par un contrôleur PID proposée dans ce travail permettant de résoudre les problèmes cités précédemment et garantir de bonnes performances de poursuite est schématisée par la figure (2.1). Le schéma de commande comporte deux boucles, la première boucle est une boucle de contre réaction classique sur la grandeur à commander permettant la poursuite instantanée de trajectoire de référence, la deuxième boucle est une boucle d'adaptation consacrée à la mise jour des paramètres du correcteur PID. L'adaptation des paramètres est faite en se basant sur la théorie d'hyperstabilité qui permet d'aboutir à des systèmes globalement stables et ceci sans aucune hypothèse restrictive sur la nature des non linéarités et qui nécessite pas un observateur d'état.

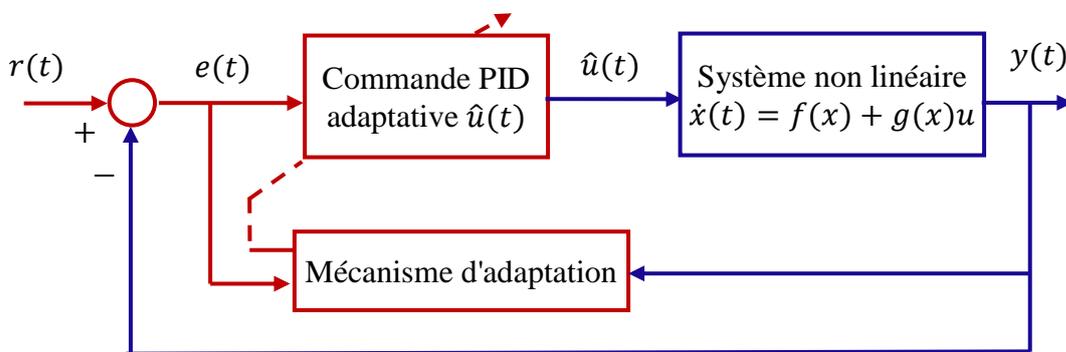


Figure 2.1 : Schéma fonctionnel d'une commande PID adaptative d'un système non linéaire incertain SISO.

2.3.1. Synthèse d'un contrôleur PID adaptatif:

Dans cette section, on s'intéresse à la mise en œuvre d'une loi de commande PID adaptative pour un système non linéaire dont la fonction $g(x, t)$ vérifie l'hypothèse suivante :

Hypothèse 2.4 :

Le gain de commande $g(x, t)$ est strictement positif et supérieur à une constante connue strictement positive g_0 : $g(x, t) \geq g_0 > 0$ pour tous $x \in \mathfrak{R}^n$.

Notre but consiste alors à essayer d'approcher cette loi de commande idéale inconnue u^* par une commande PID adaptative avec un mécanisme d'ajustement en temps réel robuste et stable. La loi de commande proposée est approximée ainsi par un contrôleur PID de la forme suivante :

$$u_{pid} = k_p e + k_I \int_0^t e(t) dt + k_D \frac{de(t)}{dt} \quad (2.11)$$

où k_p est le gain proportionnel, k_I le gain intégral et k_D le gain de dérivation.

Notons :

$$\pi(e) = [e(t) \int_0^t e(t) dt \frac{de(t)}{dt}]^T \quad (2.12)$$

et le vecteur des gains du contrôleur PID par :

$$\theta = [k_p \quad k_I \quad k_D] \quad (2.13)$$

Donc notre souci est de réajuster le vecteur θ durant le temps de commande afin de bien approcher la commande idéale u^* . Avec cette notation, nous pouvons écrire (2.11) sous la forme suivante

$$u_{pid}(e, \theta) = \pi^T(e)\theta \quad (2.14)$$

Nous supposons, ainsi, qu'il peut exister un vecteur des paramètres variables dans le temps θ avec des dérivées bornées tel que la commande idéale u^* la valeur désirée de la commande peut être écrite comme :

$$u_{pid}^*(e, \theta^*) = \pi^T(e)\theta^* + \varepsilon(x) \quad (2.15)$$

Avec $\varepsilon(x)$ est l'erreur d'approximation, θ^* est un vecteur des paramètres optimaux qui minimisent la fonction $|\varepsilon(x)|$.

Maintenant, l'objectif suivant est de concevoir un mécanisme d'adaptation pour le vecteur des paramètres réglable θ pour assurer que la loi de commande u_{pid} donnée par (2.14) peut estimer au mieux la commande idéale inconnue u^* donnée par (2.15).

2.3.2. Conception de la loi d'adaptation :

Dans cette section, nous allons concevoir une loi d'adaptation pour le vecteur des paramètres θ , et ceci, pour estimer la commande idéale u^* par le contrôleur PID. Le mécanisme d'adaptation sera développé dans le but de minimiser l'erreur entre la commande idéale u^* et la commande u fournie

par contrôleur PID, tout en garantissant la bornitude des paramètres estimés ainsi que la stabilité de la boucle fermée.

Pour cela nous définissons l'erreur entre u^* et u par :

$$e_u = u^* - u \quad (2.16)$$

En utilisant (2.14) et (2.15), l'erreur (2.16) entre la commande idéale u^* et u_{pid} s'écrit

$$e_u = \pi^T(e)\theta^* - \pi^T(e)\theta + \varepsilon(x) = \pi^T(e)\tilde{\theta} + \varepsilon(x) \quad (2.17)$$

avec $\tilde{\theta} = \theta^* - \theta$ est le vecteur d'erreur des paramètres estimés.

avec l'ayant et la soustraction de $g(x, t)u^*$ au membre de droite l'équation dynamique d'erreur (2.5), nous obtenons :

$$\dot{x}_e(t) = \Lambda x_e(t) - \Gamma[f(x, t) + g(x, t)u + g(x, t)u^* - g(x, t)u^* - r^{(n)}] \quad (2.18)$$

avec (2.6) et (2.17), (2.18) devient

$$\dot{x}_e(t) = (\Lambda - \Gamma K_e)x_e(t) - \Gamma[g(x, t)e_u + K_s \text{sgn}(y_e^T)] \quad (2.19)$$

En remplaçant l'erreur sur la commande e_u par son expression (2.17), nous pouvons réécrire l'équation dynamique de l'erreur (2.19) comme :

$$\dot{x}_e = (\Lambda - \Gamma K_e)x_e - \Gamma[g(x, t)\pi^T(e)\tilde{\theta} + g(x, t)\varepsilon(x) + K_s \text{sgn}(y_e^T)] \quad (2.20)$$

Hypothèse 2.5:

L'erreur de reconstruction $\varepsilon(x)$ est supposée petite et bornée selon la théorie d'approximation universelle, c'est-à-dire $\exists \varepsilon_0 \in \mathfrak{R}$ une constante positive, telle que

$$|\varepsilon(x)| \leq \varepsilon_0 \quad (2.21)$$

Sur la base du modèle dynamique d'erreur (2.20) obtenu, et afin d'assurer les objectifs de commande, les lois de mise à jour suivantes sont adoptées :

$$\theta = -\alpha \int_0^t y_e(t)\pi(e)dt - \beta y_e(t)\pi(e) \quad (2.22)$$

$$K_s = \delta \int_0^t |y_e^T(t)|dt \quad (2.23)$$

où α , β et δ , sont des poids d'adaptation spécifiés par l'utilisateur.

Ainsi, le problème de la commande PID adaptative consiste à déterminer l'expression d'adaptation du vecteur paramètres θ du contrôleur de manière à assurer la convergence asymptotique de l'erreur x_e vers zéro et garantir la stabilité du système bouclé. Pour ce faire, nous établissons le théorème suivant en se basant sur l'approche d'hyperstabilité et ses propriétés.

Théorème 2.1 :

Etant donné un système non linéaire monovariables donné par (2.1) et la loi de commande (2.14) avec les équations d'adaptation (2.22) et (2.23) dont le modèle dynamique de l'erreur peut être mis sous la forme (2.20), et en tenant compte des hypothèses 2.1, 2.2, 2.3, 2.4 et 2.5. Alors, le système en boucle fermée est hyperstable avec :

- (i) Tous les signaux et paramètres sont bornées.
- (ii) le vecteur erreurs converge asymptotiquement vers zéro, c'est-à dire $\lim_{t \rightarrow \infty} x_e(t) = 0$.

Démonstration :

La démonstration du théorème (2.1) est effectuée par la théorie d'hyperstabilité dont la stabilité absolue du système de commande en boucle fermée est garantit. Pour ce faire, l'équation d'erreur (2.20) peut être réécrite sous une forme compacte comme suit :

$$\dot{x}_e = A_e x_e - \Gamma v \quad (2.24)$$

avec

$$A_e = \Lambda - \Gamma K_e \quad (2.25)$$

$$v = g(x, t) \pi^T(e) \tilde{\theta} + g(x, t) \varepsilon(x) + K_s \text{sgn}(y_e^T) \quad (2.26)$$

L'hyperstabilité de la dynamique d'erreur donnée par les équations (2.24)-(2.26) qui peut être schématisée par la figure 2.2, est vérifiée si les deux conditions suivante sont satisfaites :

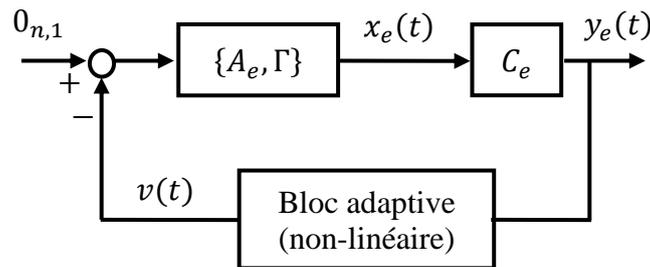


Figure 2.2 : Schéma bloc équivalent du système de commande

Premièrement, le bloc linéaire dans la chaîne directe décrit par la fonction de transfert définie par le triplet $\{A_e, \Gamma, C_e\}$ soit strictement positive réelle. Cette condition est satisfaite si le vecteur de gains C_e est calculé selon le théorème de Kalman-Yakubovich-Popov, par l'équation de Lyapunov suivante :

$$PA_e + A_e^T P = -Q \quad (2.27)$$

avec

$$C_e = \Gamma^T P \quad (2.28)$$

où $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ est une matrice définie symétrique positive, $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ est une matrice diagonale définie positive.

Dans la deuxième condition, le bloc non linéaire dans la chaîne de retour doit satisfaire l'inégalité de Popov suivante :

$$\int_0^t y_e^T(t) v(t) dt \geq -\gamma_0^2, \gamma_0 > 0, \text{ pour tout } t \geq 0 \quad (2.29)$$

En remplaçant $v(t)$ par son expression, l'inégalité (2.29) devient :

$$\int_0^t y_e^T(t) [g(x, t)\pi^T(e)\tilde{\theta} + g(x, t)\varepsilon(x) + K_s \text{sgn}(y_e^T)] dt \geq -\gamma_0^2 \quad (2.30)$$

En substituant (2.22) et (2.23) dans (2.30) et après réarrangement, on obtient

$$\begin{aligned} & \int_0^t g(x, t) y_e^T(t) \pi^T(e) \left(\alpha \int_0^t y_e(t) \pi(e) d\tau + \theta^* \right) dt + \int_0^t g(x, t) y_e^T(t) \pi^T(e) \beta \pi(e) y_e(t) dt \\ & + \int_0^t y_e^T(t) \left(g(x, t) \varepsilon(x) + \delta \text{sgn}(y_e^T) \int_0^t |y_e^T| dt \right) dt \geq -\gamma_0^2 \end{aligned} \quad (2.31)$$

L'inégalité (2.31) peut être écrite sous une forme de deux inégalités, d'où il vient

$$\begin{aligned} & \int_0^t g(x, t) y_e^T(t) \pi^T(e) \left(\alpha \int_0^t y_e(t) \pi(e) d\tau + \theta^* \right) dt + \\ & \int_0^t g(x, t) y_e^T(t) \pi^T(e) \beta \pi(e) y_e(t) dt \geq -\gamma_{01}^2 \end{aligned} \quad (2.32)$$

et

$$\int_0^t y_e^T(t) \left(g(x, t) \varepsilon(x) + \delta \text{sgn}(y_e^T) \int_0^t |y_e^T| dt \right) dt \geq -\gamma_{02}^2 \quad (2.33)$$

où, $\gamma_{01}^2 + \gamma_{02}^2 = \gamma_0^2$

Si on prend en considération l'hypothèse 2.4, l'inégalité (2.25) devient :

$$\begin{aligned} & \int_0^t g(x, t) y_e^T(t) \pi^T(e) \left(\alpha \int_0^t y_e(t) \pi(e) d\tau + \theta^* \right) dt + \\ & \int_0^t g(x, t) y_e^T(t) \pi^T(e) \beta \pi(e) y_e(t) dt \geq \\ & g_0 \int_0^t y_e^T(t) \pi^T(e) \left(\alpha \int_0^t y_e(t) \pi(e) d\tau + \theta^* \right) dt + \\ & g_0 \int_0^t y_e^T(t) \pi^T(e) \beta \pi(e) y_e(t) dt \geq -\gamma_{01}^2 \end{aligned} \quad (2.34)$$

Sous une forme plus compacte :

$$\int_0^t \theta_\alpha^T \alpha^{-1} \dot{\theta}_\alpha d\tau + \int_0^t \theta_\beta^T \beta^{-1} \dot{\theta}_\beta d\tau \geq -\gamma_{01}^2 \quad (2.35)$$

avec

$$\theta_\alpha = \alpha \int_0^t y_e(t) \pi(e) d\tau + \theta^* \quad (2.36)$$

$$\theta_\alpha = \beta y_e(t) \pi(e) \quad (2.37)$$

Le calcul intégrale de (2.35) donne les résultats suivants :

$$\begin{aligned} I_\alpha &= \int_0^t \theta_\alpha^T \alpha^{-1} \dot{\theta}_\alpha d\tau = -\frac{1}{2} [\theta_\alpha^T \alpha^{-1} \theta_\alpha]_{t=0}^t \\ &\geq -\frac{1}{2\alpha} \theta_\alpha^T(0) \theta_\alpha(0) \end{aligned} \quad (2.38)$$

avec

$$I_\beta = \int_0^t \theta_\beta^T \beta^{-1} \dot{\theta}_\beta d\tau \geq 0 \quad (2.39)$$

D'autre part, l'inégalité (2.33) avec $y_e^T = |y_e^T| \text{sgn}(y_e^T)$ devient :

$$\int_0^t |y_e^T| \left(\delta \int_0^t |y_e^T| dt + g(x, t) \varepsilon(x) \text{sgn}(y_e^T) \right) dt \geq -\gamma_{02}^2 \quad (2.40)$$

Sous les hypothèses 2.4 et 2.5, de (4.21) il vient

$$\int_0^t |y_e^T| \left(\delta \int_0^t |y_e^T| dt + g(x, t) \varepsilon(x) \text{sgn}(y_e^T) \right) dt \geq \int_0^t |y_e^T| \left(\int_0^t \delta_{fa} |y_e^T| dt - g_0 \varepsilon_0 \right) dt \quad (2.41)$$

avec

$$\int_0^t |y_e^T| \left(\int_0^t \delta |y_e^T| dt - g_0 \varepsilon_0 \right) dt = \frac{\delta}{2} \left(\int_0^t |y_e^T| dt - g_0 \varepsilon_0 / \delta \right)^2 \geq 0 \quad (2.42)$$

De (4.30)-(2.42), l'inégalité de Popov (2.29) est vérifiée. Donc, le système équivalent (2.24) - (2.26) est hyperstable et le vecteur erreurs converge vers zéro. D'où, selon les propriétés d'hyperstabilité, tous les signaux et paramètres du système bouclé sont bornés.

2.4. Simulation et résultats

Pour montrer l'efficacité et la performance de la méthode proposée en poursuite de trajectoire, on considère le système pendule inversé donné par la figure (2.3). Le mouvement du pendule peut être décrit par le système d'équations d'état suivant :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{g \sin x_1 - \frac{mlx_2^2 \cos x_1 \sin x_1}{m_c+m}}{l\left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 x_1}{m_c+m}\right)} + \frac{\frac{\cos x_1}{m_c+m}}{l\left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 x_1}{m_c+m}\right)} u \end{aligned} \quad (2.43)$$

où $x_1 = \theta$ (rad) désigne l'angle de rotation de la perche par rapport à la vertical, $x_2 = \dot{\theta}$ (rad/s) est la vitesse de rotation de la perche, u (N), force appliquée au chariot (variable de commande), $m_c = 1$ (kg) est la masse du chariot, $m = 0.1$ (kg) est la masse de la perche et $l = 0.5$ (m) est le demi-longueur de la perche.

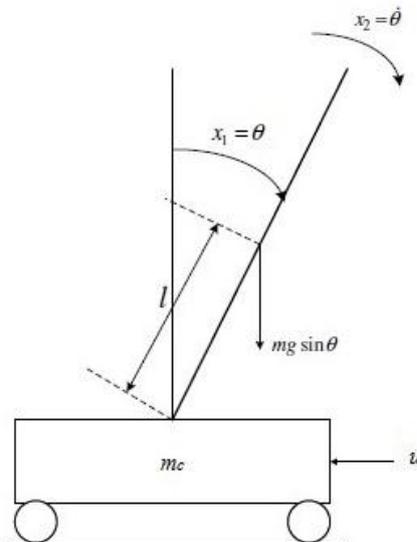


Figure 2.3 : Système pendule inversé

Les tests sont effectués avec des trajectoires de référence sinusoïdales (pour vérifier l'hypothèse 2.3) avec des fréquences et amplitudes variables.

La procédure de mise en œuvre de la loi de commande développée pour le pendule est effectuée selon l'algorithme suivant :

Phase de conception:

étape 1 : spécifier l'ordre du système à commander (n) et le vecteur de trajectoire désirée r

étape 2 : choisir les valeurs initiales du vecteur de gains $\theta(0)$ qui permet d'initialiser la commande (2.14),

étape 4 : calculer C_e selon les équations (2.27)-(2.28) et vérifier la positivité de $\{A_e, \Gamma, C_e\}$.

étape 5 : choisir les poids d'adaptations α et β empiriquement selon les recommandations de Stoten.

Phase de calcul en temps réel:

étape 1 : calculer l'erreur filtrée à partir d'équation (2.8),

étape 2: calculer le vecteur estimé des paramètres θ suivant l'équation (2.22),

étape 3 : calculer le signal de commande $u(t)$ à partir d'équation (2.14),

étape 4 : répéter les mêmes calculs pour l'itération suivante en allant à l'étape 1.

Puisque le système est de deuxième ordre, nous définissons les performances souhaitées par la matrice dynamique A_e et le vecteur du gain associé A_e :

$$A_e = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

où ω_n et ζ sont la pulsation naturelle et le facteur d'amortissement calculés par $\omega_n \simeq 4/t_s$. t_s est le temps de réponse désiré.

Pour satisfaire la positivité de la partie linéaire du système de commande, l'équation de Lyapunov est résolue pour le choix suivant des matrices Q et qui permet de calculer P et C_e :

$$Q = 2 \begin{bmatrix} \omega_n & 0 \\ 0 & (2d-1)/\omega_n \end{bmatrix}, P = \begin{bmatrix} d/\zeta + 2\zeta & 1/\omega_n \\ 1/\omega_n & d/(\zeta\omega_n^2) \end{bmatrix} \text{ et } C_e = 2[1/\omega_n \quad d/(\zeta\omega_n^2)] \quad (4.38)$$

où d est une constante positive, avec $d > 0.5$.

Pour une application numérique les paramètres t_s , ζ , d , α , β et δ sont telles que : $t_s = 0.5$, $\zeta = 0.7$, $d = 10$, $\alpha = 1$ et $\beta = 0.1$.

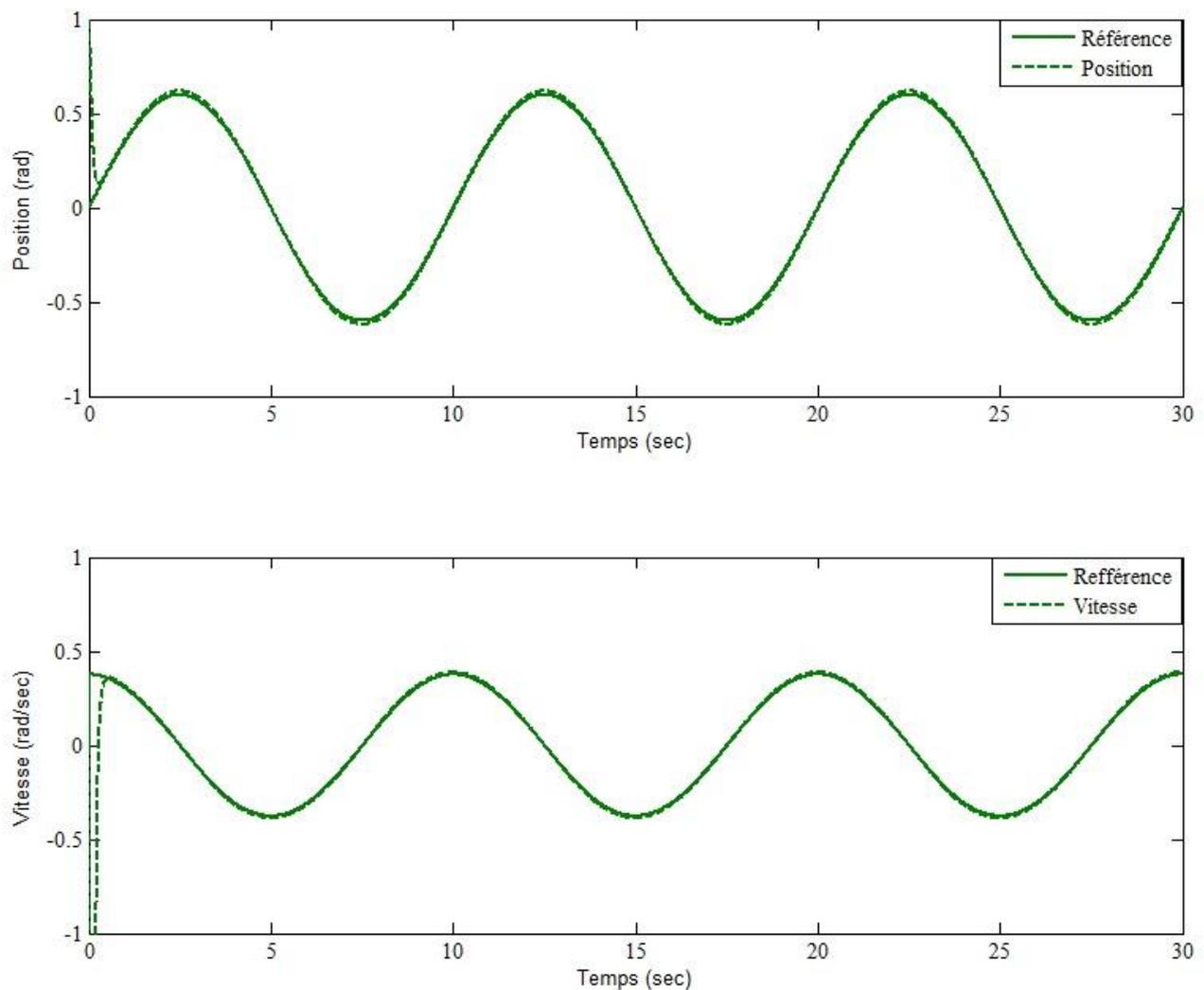


Figure 2.4 : Réponses en position et en vitesse du système pendule inversé à un contrôleur PID adaptatif.

Un test de performances est effectué par simulation pour un problème de poursuite avec un trajectoire de référence pour la position $y_d = 0.6 \sin(0.2\pi t)$ et des conditions initiales $x_1(0) = 0.4$ et $x_2(0) = 0$. Les résultats de simulation sont présentés dans les figures 2.4 et 2.5, nous remarquons que la dynamique de sortie et sa vitesse de variation rejoignent rapidement leurs signaux de référence correspondants même en présence des variations paramétriques. L'effort de commande suit la dynamique de la sortie avec une erreur de poursuite pratiquement nulle.

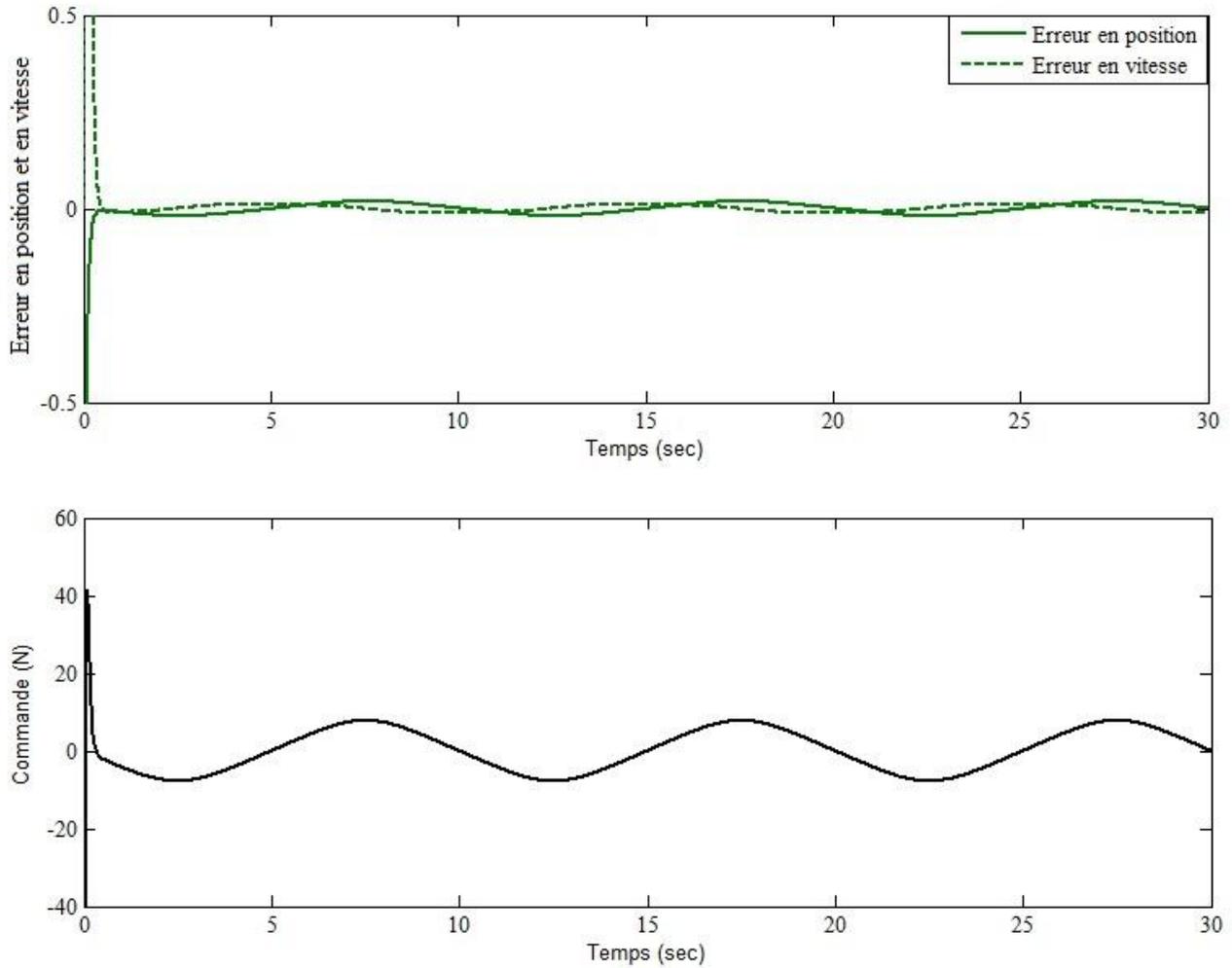


Figure 2.5 : Commande et erreurs de poursuite du système pendule inversé pour un contrôleur PID adaptatif.

La deuxième série de tests de simulation est effectuée pour une entrée $r = 0.8 \sin(0.2\pi t)$ avec différentes positions initiales, tel que, on a considéré trois points différents ; $x(0) = 0.6$, $x(0) = 1$ et $x(0) = -0.8$, la vitesse est initialisée toujours à zéro. Les résultats des simulations sont donnés par les figures (2.6) et (2.7).

La figure (2.6) montre la convergence rapide de la sortie du système et sa vitesse de variation vers les trajectoires désirées. Nous remarquons que le système atteint la trajectoire désirée même lorsque les conditions initiales sont loin de la trajectoire désirée. Nous pouvons constater que, pour toutes les conditions initiales, le système maintient un temps de réponse choisi $t_s = 0,5$ secondes. La figure (2.7) donne les couples appliqués qui ne présentent aucune variation brusque ni saturation et prend ces valeurs dans la région admissible. Nous pouvons remarquer que l'approche proposée permet de réduire considérablement l'effort appliqué notamment au démarrage.

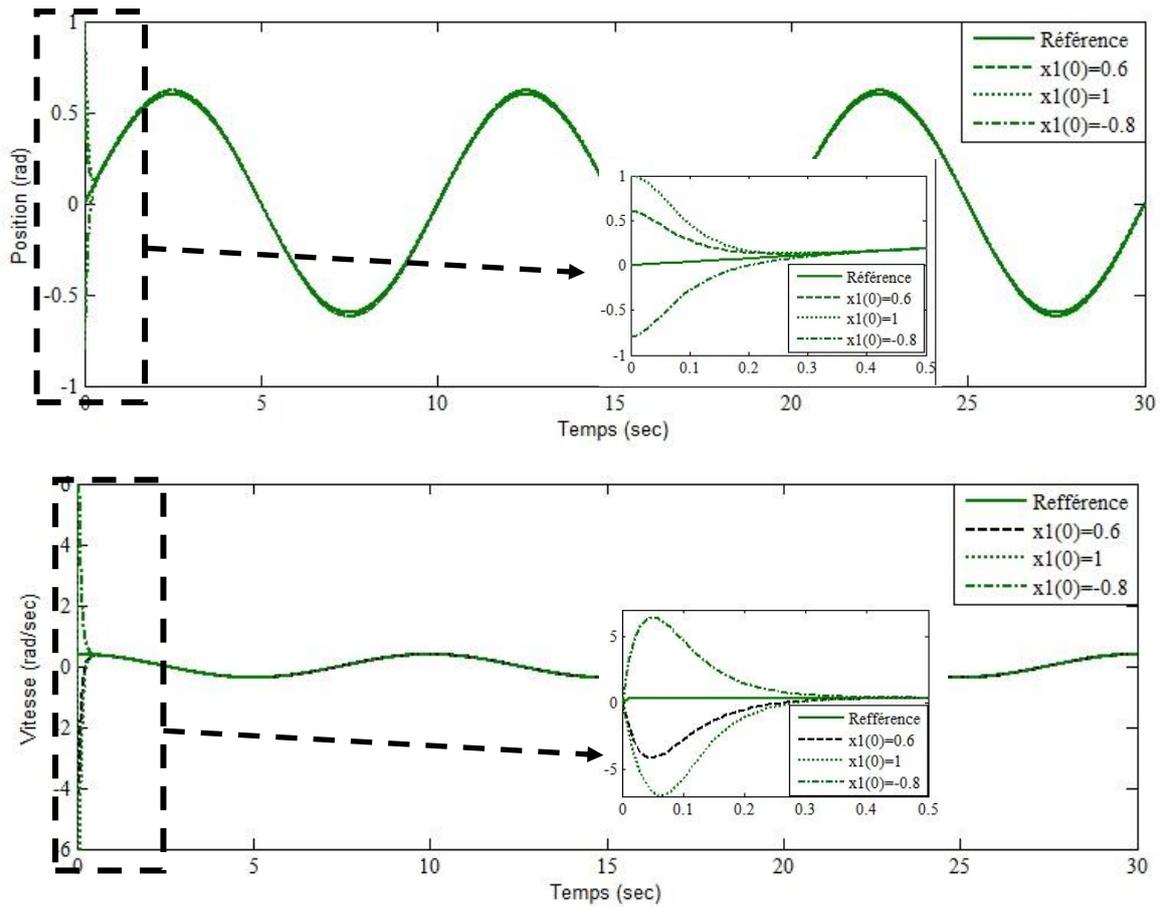


Figure 2.6 : Réponses en position et en vitesse du système pendule inversé à une commande PID adaptative pour différentes conditions initiales.

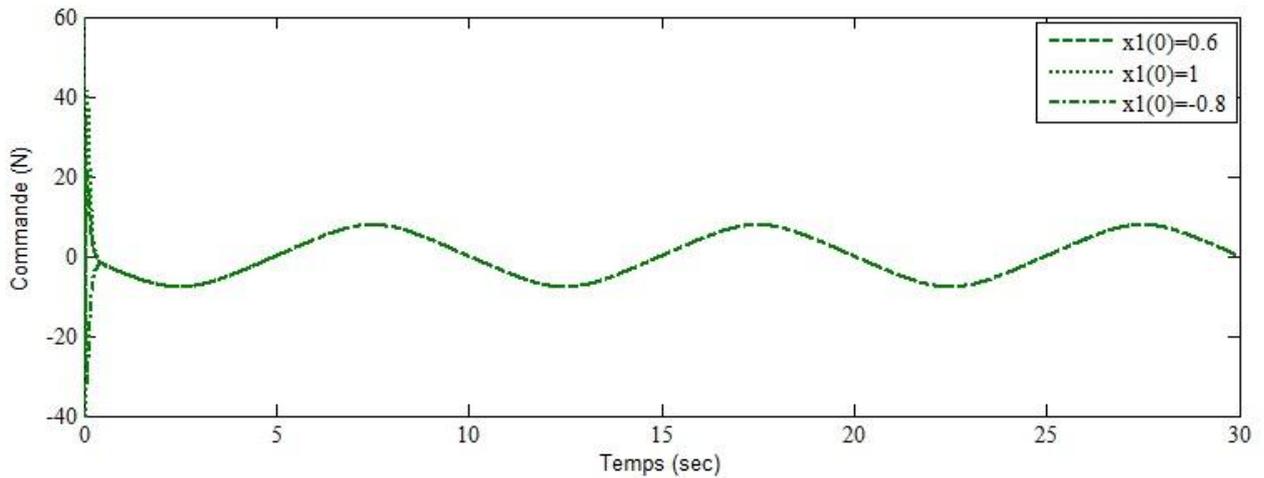


Figure 2.7: Commande appliquée au système pendule inversé pour différentes conditions initiales.

La Troisième série de simulation est faite pour un signal de référence dont le module et la fréquence changent. Pour cela, on considère la trajectoire suivant :

$$r = \exp(-(0.1t - 2)) * \sin(t - 2) * \cos(t - 2)$$

sur un profil de temps de 30 secondes.

La figure (2.8) donne les états du système (position et vitesse) ainsi que leurs trajectoires de référence respectives, telle que, les mêmes remarques ont été enregistré. La figure (2.9) montre également que l'erreur de poursuite (de position ou de vitesse) converge rapidement vers zéro. L'effort appliqué au système est donné par la figure (2.10). On remarque l'absence du saturation. On note également que lors de démarrage, en position et en vitesse, les transition d'un état vers une autre est immédiatement rattraper par le contrôleur pour s'adapter à la nouvelle trajectoire imposée et ne durent pas longtemps (pratiquement nulle), ce qui montre l'efficacité de notre approche.

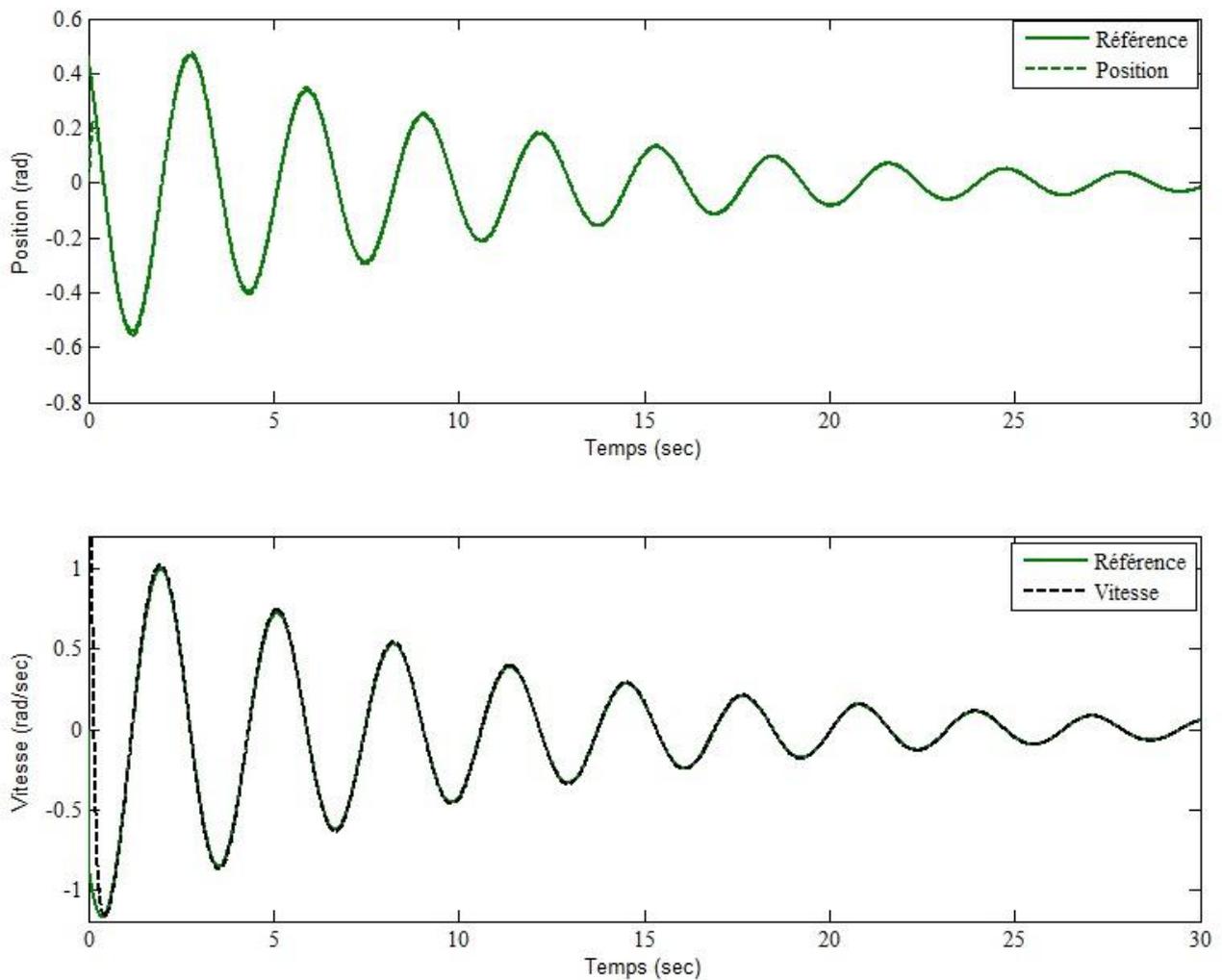


Figure 2.8 : Réponses en vitesse du système pendule inversé à une commande PID adaptative pour une référence à amplitude et fréquence variable.

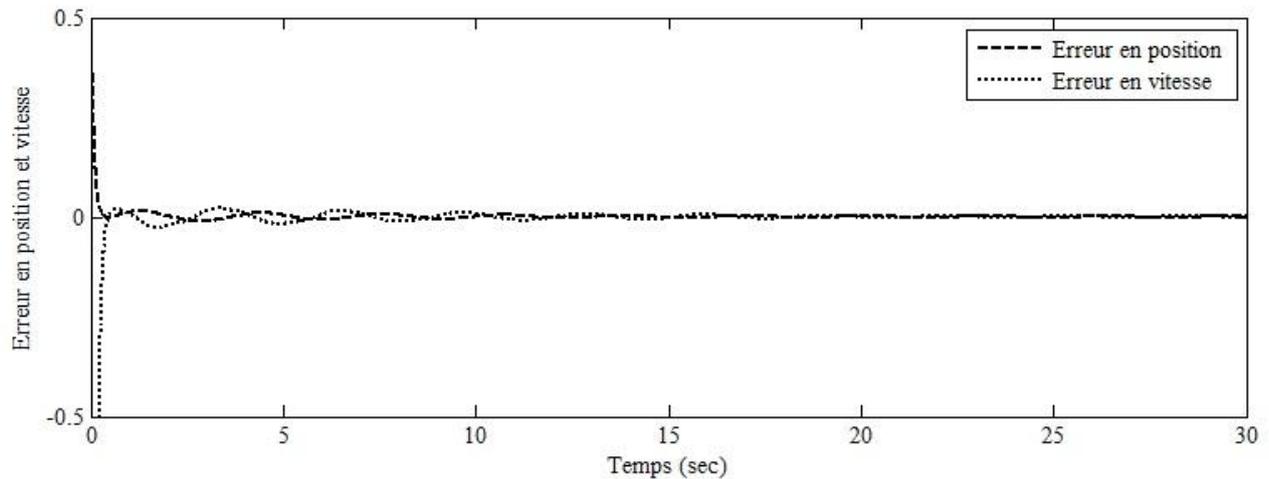


Figure 2.9 : L'erreur de poursuite en position et en vitesse du système pendule inversé pour une référence à amplitude et fréquence variable.

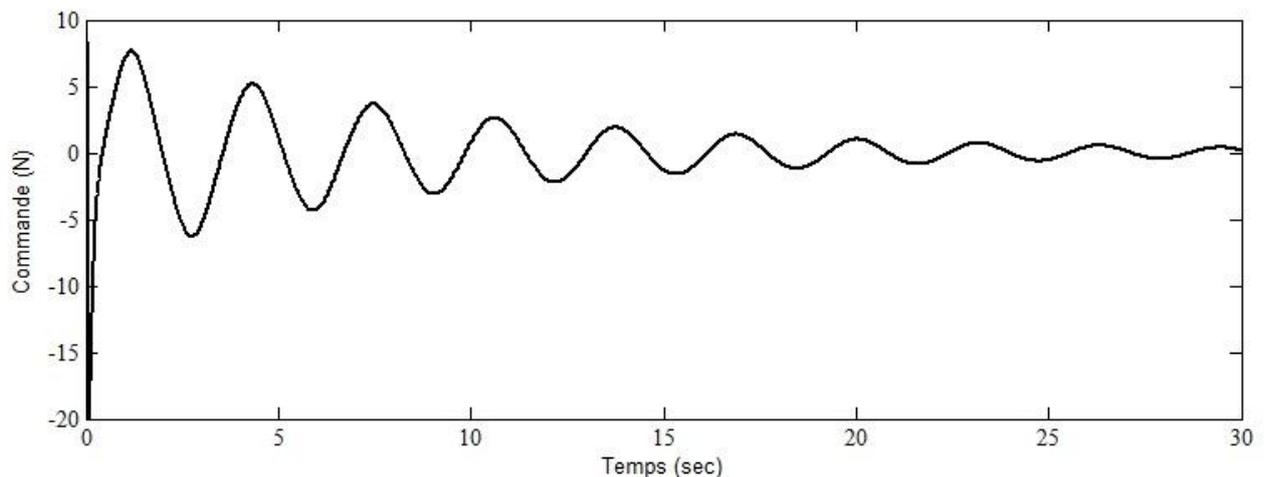


Figure 2.10 : Commande appliquée au système pendule inversé pour une référence à amplitude et fréquence variable.

2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, une structure de commande PID adaptative est développée pour prendre en charge une classe de systèmes non linéaires incertains SISO. La loi de commande développée est basée sur une approximation de la commande idéale linéarisante d'un système non linéaire SISO incertain par une commande PID adaptative. L'adaptation des paramètres de conception de cette loi, outre leur simplicité d'implémentation, est faite via un mécanisme tiré d'une analyse de performance du système bouclé. L'analyse est effectuée par la théorie d'hyperstabilité qui permet de garantir la stabilité globale du système en boucle fermée d'une part, d'autre part, assurer la bornitude des états du système et les paramètres de commande, ainsi que la convergence de l'erreur de poursuite vers zéro. En effet, la simplicité d'implémentation et le vif succès que connaît le contrôleur PID dans le domaine industriel sont les raisons qui nous ont poussé de développer ce contrôleur pour une classe

des systèmes non linéaires incertains. Les résultats de simulation issus de l'application de cette approche dans la commande d'un physique, pendule inversé, montrent bien la faisabilité et l'efficacité de cette approche dans les applications réels.

Chapitre 3

Commande PID adaptative décentralisée des
systèmes non linéaires incertains interconnectés,
stabilisation par la théorie d'hyperstabilité

Chapitre 3

Commande PID adaptative décentralisée des systèmes non linéaires incertains interconnectés, stabilisation par la théorie d'hyperstabilité.

الحكمه ٣

من إن خسرت شيئاً لم تتوقع يوماً أن تخسره ، فإن الله سيرزقك شيئاً لم تتوقع يوماً أن تملكه

3.1. Introduction

La loi de commande PID adaptative élaborée dans la section précédente dans le cas des systèmes non linéaires SISO est employée dans cette partie d'étude pour développer une structure de commande décentralisée d'un système non linéaire complexe constitué d'un ensemble de systèmes non linéaires incertains interconnectés via des interactions généralement sont inconnues [21]-[27]. La conception de la loi de commande décentralisée est réalisée par une commande PID adaptative appliquée à chaque sous-système, telle que, les interactions sont considérées comme des perturbations à compenser. La stabilité du système bouclé est garantie en utilisant également la théorie d'hyperstabilité, où la structure de commande opère selon l'algorithme suivant [23]:

- 1 On définit l'ensemble des sous-systèmes S_i constituant le système global S ; chaque sous-système est défini par le triplet (x_i, y_i, u_i) , x_i représente son vecteur d'état, u_i représente son signal de commande et y_i sa sortie appropriée ;
- 2 Pour les sous-système S_i les interactions, la dynamique non modélisée et les variations paramétriques sont rangées dans un vecteur h_i , ce vecteur est considéré comme vecteur de perturbation ;

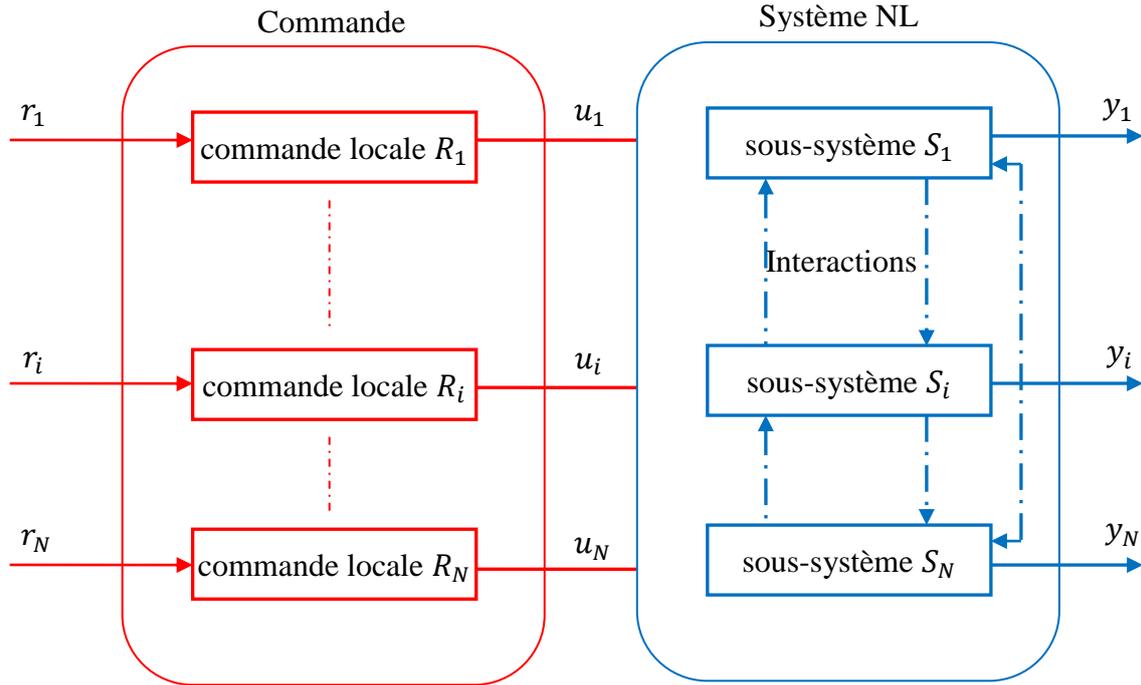


Figure 3.1: Schéma bloc d'une commande PID adaptative décentralisée d'un système complexe constitué de N sous-systèmes non linéaires.

- 1 Pour chaque sous- système, une commande PID adaptative locale monovariante est considéré selon le théorème (2.1).
- 2 pour chaque sous-système, une composante à structure variable est ajoutée à la loi de commande nominale dans le but de compenser l'effet du vecteur h_i sur les comportements désirés.

Cette approche consiste donc en une décentralisation du système global dont le fondement mathématique est décrit dans le prochain paragraphe. Les performances de cette commande PID adaptative décentralisée est examinée en simulation dans un environnement Matlab/Simulink, sur un simulateur de vol d'hélicoptère à deux degrés de liberté fabriqué par le constructeur Feedback Instrument Ltd [22].

3.2 Contexte et formulation

Soit un système non linéaire multivariable constitué de N sous-systèmes S_i $i = 1, \dots, N$ non linéaires monovariants interconnectés dont la dynamique de chaque sous-système est décrite par une équation d'état similaire à (4.1) comme [24]:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_{i,j} &= x_{i,j+1}, j = 1, \dots, n_i \\
 \dot{x}_{i,n_i}(t) &= f_i(x_i) + g_i(x_i)u_i + h_i(x, t) \\
 y_i &= x_{i,1}, i = 1, \dots, N
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

où $x = [x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n_1}; x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n_2}]^T \in \mathfrak{R}^n$ est le vecteur d'état complet supposé mesurable, $n_i, i = 1, \dots, N$ est le degré relatif du sous-système S_i avec $n = \sum_{i=1}^N n_i = n_i$, $u_i \in \mathfrak{R}$ la $u = [u_1, \dots, u_N]^T \in \mathfrak{R}^N$ est le vecteur d'entrée de commande, $y = [y_1, \dots, y_N]^T \in \mathfrak{R}^N$ est le vecteur de sortie commande locale, $f_i(x_i)$ et $g_i(x_i)$ sont des fonctions non linéaires supposées continues bornées incertaines. $h_i(x, t)$ est une fonction continue bornée représente l'ensemble des interactions, la dynamique non modélisée et les perturbations externes.

Notons

$$y^{(n)} = [y_1^{(n_1)}, \dots, y_N^{(n_N)}] \tag{3.2}$$

$$G(x) = \begin{bmatrix} g_1(x_1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \\ 0 & \dots & & g_N(x_N) \end{bmatrix} \tag{3.3}$$

$$F(x) = [f_1(x_1), \dots, f_N(x_N)] \tag{3.4}$$

$$H(x, t) = [h_i(x_1, \dots, x_N, t), \dots, h_N(x_1, \dots, x_N, t)]^T, i \neq j \tag{3.5}$$

Ainsi, le système S peut s'écrire

$$y^{(n)} = F(x) + G(x)u + H(x, t) \tag{3.6}$$

Ou encore sous une autre forme matricielle, l'ensemble des équations différentielles (3.1) peut être écrite comme suit :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_i &= \Lambda_i x_i + \Gamma_i [f_i(x_i) + g_i(x_i)u_i + h_i(x, t)] \\
 y_i &= C_i x_i
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

où l'expression de $\Lambda_i \in \mathfrak{R}^{n_i \times n_i}$, $\Gamma_i \in \mathfrak{R}^{n_i}$ et $C_i^T \in \mathfrak{R}^{n_i}$ sont donnés par :

$$\Lambda_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \Gamma_i = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ et } C_i^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3.8}$$

Par la suite, notre objectif est la synthèse d'une commande u pour le système (3.1) afin d'assurer la suivi d'une trajectoire $r = [r_1(t), \dots, r_2(t)]^T \in \mathfrak{R}^T$ tout en garantissant la bornitude de tous les

signaux de loi boucle fermée. Afin d'atteindre cet objectif, nous envisageons en synthèse d'une loi de commande PID adaptative décentralisée pour chaque sous-système, et ceci, en utilisant uniquement les informations locales propres à chaque sous-système. Pour cela les hypothèses suivantes sont retenues dans le reste de ce chapitre.

Hypothèse 3.1 : Chaque trajectoire de référence $r_i(t)$ est supposé continue, connu et borné.

Hypothèse 3.2 : Le gain de commande local $g_i(x_i)$ est non nul et de signe connu. Alors, il est soit strictement positif, soit strictement négatif, c'est-à-dire $\exists \bar{g}_i > 0$ avec $\infty > |g_i(x_i)| > \bar{g}_i, i = 1, \dots, N$ pour tout $x_i(t) \in \mathfrak{R}^N$

Hypothèse 3.3 : La fonction non linéaire $h_i(x, t)$ est supposée bornée telle que : $\exists \bar{h}_i, i = 1, \dots, N$ une constante strictement positive avec:

$$|h_i(x, t)| \leq \bar{h}_i \quad (3.9)$$

Pour chaque sous-système, soit l'erreur locale définie par :

$$x_{ei}(t) = \bar{x}_i(t) - x_i(t) \quad (3.10)$$

où $\bar{x}_i(t) = [r_i, \dot{r}_i, \dots, r_i^{(n_i-1)}]^T$ est le vecteur de références du sous-système S_i .

Le problème de commande du système (3.1) est ramené donc à synthétiser une loi de commande sous la forme (2.11) qui assure la stabilité du système bouclé est la convergence asymptotique de l'erreur de poursuite vers zéro. Pour ce faire, nous formulons pour chaque sous-système l'équation dynamique de l'erreur à partir des équations (3.1), (3.2) et (3.5) :

$$\dot{x}_{ei}(t) = \Lambda_i x_{ei}(t) + \Gamma_i [-f_i(x_i) - g_i(x_i)u_i - h_i(x, t) + k_{ei}^T x_{ei}] \quad (3.11)$$

Où k_{ei}^T est un vecteur de gains déterminant les performances d'une dynamique linéaire stable.

3.3. Commande PID adaptative décentralisée proposée :

D'après l'équation (3.11) et selon le concept de la commande par linéarisation, l'objectif de commande peut-être atteindre si les sous-systèmes sont isolés l'un de l'autre, c'est-à-dire

$h_i(x, t) = 0$. D'autre part la dynamique du chaque sous-système non linéaire (c'est-à-dire $f_i(x_i)$ et $g_i(x_i)$) est parfaitement connue, où la loi de commande décentralisée prend la forme [21]:

$$u_i^* = \frac{1}{g_i(x_i)} [-f_i(x_i) - k_i x_{ei}(t) + r_i^{(n)} - k_i \operatorname{sgn}(y_{ei})] \quad (3.12)$$

Cependant, il est supposé dans cette étude, que les fonctions non linéaire $f_i(x_i)$ et $g_i(x_i)$ sont incertaines et l'ensemble de sous-systèmes sont soumis à des interactions et des perturbations $h_i(x, t)$ non nulles ($h_i(x, t)$ est incertaine et non nulle). De ce fait l'implantation de la loi de commande (3.12) est délicate voir même impossible. Notre but consiste alors à essayer d'approcher cette loi de commande idéale inconnue par un algorithme de commande adaptative basé sur un contrôleur PID à paramètres ajustables avec un mécanisme d'adaptation robuste et stable.

3.3.1. Synthèse de la loi de commande PID adaptative :

Dans cette section, notre tâche consiste à surmonter la limitation de la loi de commande (3.12), où nous envisageons l'estimation de cette commande idéale u_i^* de chaque sous-système S_i $i = 1, \dots, N$ par un contrôleur PID local avec son mécanisme de mise à jour stable et robuste. Cette idée, consiste à utiliser l'erreur local entre le contrôleur idéal et le contrôleur PID pour adapter les paramètres réglables du PID.

Pour développer la loi de commande, nous supposons que chaque élément du vecteur de commande $u^* = [u_1^*, \dots, u_N^*]$ peut être approximé par un contrôleur PID de la forme suivant :

$$U_{pid_i} = K_{p_i} e_i(t) + K_{I_i} \int_0^t e_i(\tau) d\tau + K_{d_i} \frac{de_i(t)}{dt} \quad (3.13)$$

où K_{p_i} est le gain proportionnel, K_{I_i} le gain intégral, et K_{d_i} le gain de dérivation.

Notons

$$\pi_i(e_i) = [e_i(t), \int_0^t e_i(\tau) d\tau, \frac{de_i(t)}{dt}]^T \quad (3.14)$$

$$\theta_i = [K_{p_i}, K_{I_i}, K_{d_i}]^T \quad (3.15)$$

Le vecteur des gains du contrôleur PID local. Nous soulignons ici que le vecteur θ_i sera ajusté durant la commande afin de bien approcher la commande idéale de chaque sous-système.

Avec cette notation, nous pouvons écrire (3.9) sous la forme suivante :

$$u_{pid_i}(e_i, \theta_i) = \pi_i^T(e_i)\theta_i, \quad i = 1, \dots, N \quad (3.16)$$

Nous supposons, en plus, qu'il existe un vecteur des paramètres variables dans le temps θ_i^* avec des dérivées bornées tel que la commande idéale u_i^* vérifie.

$$u_i^* = \pi_i^T(e_i)\theta_i^* + \varepsilon_i(x_i), \quad i = 1, \dots, N \quad (3.17)$$

où $\varepsilon_i(x)$ est l'erreur d'approximation, θ_i^* est un vecteur des paramètres optimaux qui minimise la fonction d'erreur $|\varepsilon_i(x)|$. D'après la propriété d'approximation universelle, on peut supposer alors la bornitude des erreurs d'approximation, c'est-à-dire $\exists \bar{\varepsilon}_i > 0$ une constante positive telle que :

$$|\varepsilon_i(x_i)| \leq \bar{\varepsilon}_i, \quad i = 1, \dots, N \quad (3.18)$$

Notons

$$\varepsilon(x) = [\varepsilon_1(x_1), \dots, \varepsilon_N(x_N)]^T \quad (3.19)$$

$$\theta^* = [\theta_1^{*T}, \dots, \theta_N^{*T}] \quad (3.20)$$

Et

$$\pi(e) = \text{diag}[\pi_1(e_1), \dots, \pi_N(e_N)] \quad (3.21)$$

Donc, nous pouvons écrire

$$u^* = \pi^T(e)\theta^* + \varepsilon(x) \quad (3.22)$$

Puisque le vecteur des paramètres idéals θ^* est inconnu, son estimation par une loi d'adaptation est notre objectif dans ce qui suit. Soit θ une estimation de vecteur idéal θ^* ; nous définissons la loi de commande comme une approximation PID adaptative du contrôleur idéal (3.12), c'est -à- dire, la loi de commande pour le système (3.1) est choisie telle que :

$$u_i = u_{pid_i} = \pi_i^T(e_i)\theta_i \quad (3.24)$$

Sous forme matricielle pour le système global avec $\theta = [\theta_1^T, \dots, \theta_N^T]$, on obtient :

$$u = u_{pid} = \pi^T(e)\theta \quad (3.25)$$

Maintenant et après avoir spécifié la structure du contrôleur, l'objectif suivant est de concevoir un mécanisme d'adaptation pour le vecteur des paramètres θ pour assurer que la loi de commande u_{pid}

peut estimer aux mieux la commande idéale inconnue u^* . Pour cela, nous définissons l'erreur entre u_i^* et u_i par :

$$e_{ui} = u_i^* - u_i \quad (3.26)$$

En utilisant (3.17) et (3.23), l'erreur (3.25) entre la commande idéale u^* et u_{pid} de chaque sous-système s'écrit :

$$e_{ui} = u_i^* - \pi_i^T(e_i)\theta_i = \pi_i^T(e_i)\tilde{\theta}_i + \varepsilon_i(x_i) \quad (3.27)$$

Avec $\tilde{\theta}_i = \theta_i^* - \theta_i$ est le vecteur d'erreur des paramètres estimés.

Avec l'ajout et la soustraction de $g_i(x)u_i^*$ au membre de droite de l'équation différentielle de l'erreur (3.12) on obtient :

$$\dot{x}_{ei} = A_i x_{ei}(t) + I_i[-f_i(x_i) - g_i(x_i)u_i + g_i(x_i)u_i^* - g_i(x_i)u_i^* - h_i(x, t) + K_{ei}^T x_{ei}] \quad (3.28)$$

Avec (3.12) et (3.25), (3.27) devient

$$\dot{x}_{ei} = A_i x_{ei}(t) + I_i[-f_i(x_i) - g_i(x_i)u_i^* + g_i(x_i)e_{ui} - h_i(x, t) + K_{ei}^T x_{ei}] \quad (3.29)$$

En remplaçant u_i^* par son expression (3.12), il vient

$$\dot{x}_{ei} = (A_i + I_i K_{ei}^T)x_{ei}(t) - I_i[g_i(x_i)e_{ui} - h_i(x, t) + K_i \operatorname{sgn}(y_{ei})] \quad (3.30)$$

3.3.2. Analyse de la stabilité en boucle fermée :

Maintenant et après avoir spécifié la structure du contrôleur décentralisé. Nous allons étudier les performances de la boucle fermée. En particulier la convergence des erreurs de poursuite ainsi que la stabilité du système bouclé et les conditions sur le choix de paramètres de conception. Cela peut être montré en utilisant la théorie d'hyperstabilité.

Théorème 3.1:

Considérant le système non linéaire interconnecté (3.1) et supposons que les hypothèses (3.1), (3.2) et (3.3) sont satisfaites. Alors la loi de commande définie par l'équation (3.23) garantit l'hyperstabilité du système en boucle fermée dans le sens où tous les signaux sont bornés et les erreurs de poursuite convergent vers zéro, c'est-à-dire $x_{ei}(t) \rightarrow 0$ quant $t \rightarrow \infty$ pour $i = 1, \dots, N$.

Si les lois d'adaptations sont adaptées :

$$\theta_i = \alpha_i \int_0^t \pi(e_i) y_{ei}(t) dt + \beta_i \pi(e_i) y_{ei}(t) \quad (3.31)$$

$$K_i = \delta_i \int_0^t |y_{ei}^T| dt \quad (3.32)$$

Où α , β et δ sont des constantes choisies par le concept.

$y_{ei} = C_{ei}x_{ei}$ est l'erreur filtrée de chaque sous-système de commande dont le compensateur linéaire « C_{ei} » sera déterminés ultérieurement.

Démonstration :

L'équation dynamique de l'erreur locale après correction peut-être réécrite sous forme condensée :

$$\dot{x}_{ei} = (A_i - I_i k_{ei}^T)x_{ei} - \Gamma_i [g_i(x_i)e_{ui} + K_i \operatorname{sgn}(y_{ei}^T) - h_i(x, t)] \quad (3.33)$$

Avec l'équation (3.26), il vient

$$\dot{x}_{ei} = (A_i - I_i k_{ei}^T)x_{ei} - I_i [g_i(x_i) \pi_i^T(e_i) \tilde{\theta}_i + g_i(x_i) \varepsilon_i(x_i) + K_i \tanh(y_{ei}^T) - h_i(x, t)] \quad (3.34)$$

Sous une forme compacte, on peut écrire :

$$\dot{x}_{ei} = \bar{A}_i x_{ei}(t) - I_i v_i \quad (3.35)$$

$$v_i = g_i(x_i) \pi_i^T(e_i) \tilde{\theta}_i + g_i(x_i) \varepsilon_i(x_i) + K_i \operatorname{sgn}(y_{ei}^T) - h_i(x, t) \quad (3.36)$$

L'hyperstabilité du système (3.35) et (3.36), qui peut-être schématisé par la figure (3,2), est satisfaite si les conditions suivantes sont vérifiées.

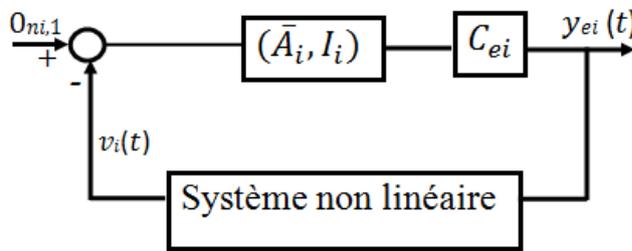


Figure 3.2 : Schéma bloc équivalent du sous-système S_i

La première condition : le bloc linéaire définie par le triplet $\{\bar{A}_i; I_i; C_{ei}\}$ est SPR avec $\bar{A}_i = A_i - I_i k_{ei}^T$. Cette condition est remplie pour C_{ei} calculé pour chaque sous-système par l'équation de Lyapunov suivante :

$$P_i A_{ei} + A_{ei}^T P_i = -Q_i \quad (4.37)$$

avec

$$C_{ei} = \Gamma^T P_i \quad (4.38)$$

Où $P_i \in \mathbf{R}^{n_i \times n_i}$ est une matrice symétrique définie positive, Q_i est une matrice diagonale définie positive.

La deuxième condition : le bloc non linéaire défini par l'équation (3.34) doit satisfaire l'inégalité de popov suivante :

$$\int_0^t y_{ei}^T(t) v_i(t) dt \geq \gamma_{0i}^2, \quad \gamma_{0i} > 0 \text{ pour tout } t \geq 0 \quad (3.39)$$

De (3.36), l'inégalité (3.39) devient :

$$\int_0^t y_{ei}^T [g_i(x_i) \pi_i^T(e_i) \tilde{\theta}_i + g_i(x_i) \varepsilon_i(x_i) - h_i(x, t) + K_i \operatorname{sgn}(y_{ei}^T)] \geq \gamma_{0i}^2 \quad (3.40)$$

L'inégalité (3.40) est satisfaite si les deux inégalités suivantes sont satisfaites eu même temps :

$$\int_0^t y_{ei}^T(t) \pi_i^T(e_i) \tilde{\theta}_i \geq \gamma_{1i}^2 \quad (3.41)$$

Et

$$\int_0^t y_{ei}^T(t) [g_i(x_i) \varepsilon_i(x_i) - h_i(x, t) + K_i \operatorname{sgn}(y_{ei}^T)] dt \geq \gamma_{2i}^2 \quad (3.42)$$

où $\gamma_{0i}^2 = \gamma_{1i}^2 + \gamma_{2i}^2$

La première composante de l'inégalité de Popov (3.40) est satisfaite selon le théorème 2.1. Démontré dans le chapitre 2 pour le cas des systèmes non linéaires SISO. Cependant, la deuxième composante de l'inégalité avec l'approximation de la grandeur y_{ei} par $y_{ei} = |y_{ei}| \operatorname{sgn}(y_{ei})$ devienne :

$$\int_0^t |y_{ei}^T| \left[\delta_i \int_0^t |y_{ei}^T| dt + (g_i(x_i) \varepsilon_i(x_i) - h_i(x, t)) \operatorname{sgn}(y_{ei}) \right] dt \geq -\gamma_{2i}^2 \quad (3.43)$$

De (3.18), on obtient l'inégalité suivante :

$$\begin{aligned} \int_0^t |y_{ei}^T| \left[\delta_i \int_0^t |y_{ei}^T| dt + (g_i(x_i) \varepsilon_i(x_i) - h_i(x, t)) \operatorname{sgn}(y_{ei}) \right] dt \geq \\ \int_0^t |y_{ei}^T| \left[\delta_i \int_0^t |y_{ei}^T| dt - (\bar{g}_i \bar{\varepsilon}_i + \max(|h_i(x, t)|)) \right] dt \end{aligned} \quad (3.44)$$

Sous les hypothèses 3.2 et 3.3, on a le résultat suivant :

$$\begin{aligned} \int_0^t |y_{ei}^T| \left(\delta_i \int_0^t |y_{ei}^T| dt - (\bar{g}_i \bar{\varepsilon}_i + \bar{h}_i) \right) dt = \\ \frac{\delta_i}{2} \left(\int_0^t |y_{ei}^T| dt - ((\bar{g}_i \bar{\varepsilon}_i + \bar{h}_i) / \delta_i) \right)^2 \geq 0 \end{aligned} \quad (3.45)$$

De (3.40) à (3.45), l'inégalité de Popov (3.39) est satisfaite. D'où, la loi de commande locale définie par les équations (3.24) et (3.31), pour chaque sous-système, assure l'hyperstabilité et la convergence asymptotique des erreurs de poursuite locales vers zéro. De plus, puisque les sous-systèmes de commande sont traités autant des unités indépendantes, cette loi de commande assure aussi l'hyperstabilité du système entier et la convergence asymptotique des erreurs de poursuite vers zéro de tous les sous-systèmes $S_i, i = 1, \dots, N$.

3.4 Application à un simulateur de vol d'hélicoptère

Le système considéré dans ce chapitre pour la validation en simulation la commande PID adaptative décentralisée proposée précédemment est un simulateur de vol d'hélicoptère appelé TRMS (Twin Rotor MIMO System) à deux degré de liberté (2DOF) fabriqué par Feedback instrument (Ltd) [22]. Une vue générale de ce simulateur d'hélicoptère est illustrée par la figure (2.1). Ce simulateur est destiné à l'enseignement et à la recherche sur la modélisation et la commande de ce type d'hélicoptères. Vu la complexité de sa structure, la modélisation et la commande de ce système requièrent une attention particulière par l'opérateur aussi bien pour la phase de conception que pour la phase de validation.

3.4.1 Description du TRMS

Le TRMS, comme est schématisé par la figure (3.2), est constitué d'une poutre pouvant pivoter sur sa base de manière à ce qu'elle puisse tourner librement dans les plans vertical et horizontal. A chaque extrémité de la tige (poutre) se trouvent deux hélices entraînées par deux moteurs à courant continu. L'hélice de queue assure un déplacement horizontal alors que l'hélice principale permet un déplacement vertical. Un contrepois permet d'ajuster une position d'équilibre désirée. Deux encodeurs optiques HEDS-9440 montés au niveau du pivot indiquent les positions horizontales et verticales de la tige.

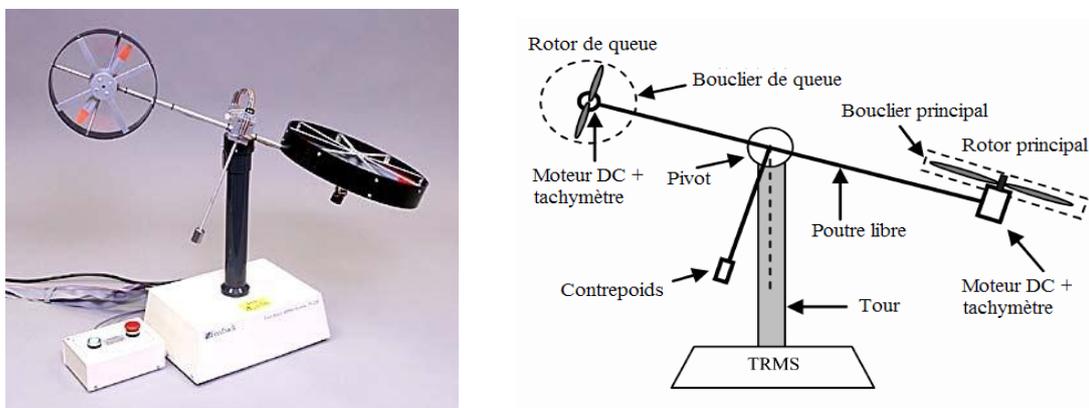


Figure 3.3 : le simulateur d'hélicoptère TRMS (Twin Rotor MIMO System)

Deux tachymètres installés sur les moteurs (un sur chaque moteur) indiquent la vitesse angulaire des moteurs. Le contrôle du système se fait par la commande en tension des deux moteurs.

3.4.2 Modèle mathématique

Le modèle mathématique est développé en faisant quelques simplifications; on suppose que la dynamique des moteurs peut être décrite par des équations du premier ordre et que le frottement dans le système est du type visqueux. La rotation peut être décrite en principe comme le mouvement d'un pendule.

Le mouvement de la tige autour de l'axe vertical est assuré par l'hélice secondaire. La rotation peut être décrite par la loi dynamique de Newton

$$\dot{\theta}_h = \Omega_h = \frac{S_h + J_{mr}\omega_m \cos \theta_v}{J_h} \quad (3.46)$$

$$\dot{S}_h = l_t F_h(\omega_t) \cos \theta_v - \Omega_h k_h \quad (3.47)$$

où la force aérodynamique $F_h(\omega_t)$ générée par le propulseur secondaire est une fonction non linéaire dépendante du vitesse de rotation de moteur ω_t de queue, telle que :

$$F_h(\omega_t) = -3 \cdot 10^{-14} \omega_t^5 - 1,595 \cdot 10^{-11} \omega_t^4 + 2,511 \cdot 10^{-7} \omega_t^3 - 1,808 \cdot 10^{-4} \omega_t^2 + 0,0801 \cdot \omega_t \quad (3.48)$$

Le propulseur (Moteur et Hélice) secondaire est décrit par une équations différentielle du premier ordre dépend d'une fonction non linéaire P_h déterminant les caractéristiques statiques de frottement. Elle est définie par :

$$\begin{cases} \dot{u}_{hh} = \frac{1}{T_{tr}} (-u_{hh} + K_{tr} u_h) \\ \omega_t = P_h(u_{hh}) \end{cases} \quad (3.49)$$

avec

$$\omega_t = 2020 u_{hh}^5 - 194,69 u_{hh}^4 - 4283,15 u_{hh}^3 + 262,27 u_{hh}^2 + 3796,83 u_{hh} \quad (3.50)$$

De façon similaire, on peut décrire les mouvements de la tige autour de l'axe vertical. On note que le couple d'entraînement est produit par le rotor et que le moment d'inertie dépend

de l'angle d'inclinaison de la tige. Le mouvement horizontal de la tige (autour de l'axe vertical) est décrit comme le mouvement rotationnel d'une masse solide.

$$\dot{\theta}_v = \Omega_v = \frac{S_v + J_{tr}\omega_t}{J_v} \quad (3.51)$$

$$\dot{S}_v = l_m F_v(\omega_m) + g((a - b) \cos \theta_v - e \sin \theta_v) - \Omega_v k_v + g_{hv} \quad (3.52)$$

où la force aérodynamique $F_v(\omega_m)$ générée par le propulseur principale est une fonction non linéaire dépendante du vitesse de rotation de moteur ω_m d'élévation, telle que :

$$F_v(\omega_m) = -3,48 \cdot 10^{-12} \omega_m^5 + 1,09 \cdot 10^{-9} \omega_m^4 + 4,123 \cdot 10^{-6} \omega_m^3 - 1,632 \cdot 10^{-4} \omega_m^2 + 9,544 \cdot 10^{-2} \omega_m \quad (3.53)$$

Le propulseur principal est décrit par une équation différentielle du premier ordre avec une fonction non linéaire P_v déterminant les caractéristiques statiques de frottement. Elle est définie par:

$$\begin{cases} \dot{u}_{vv} = \frac{1}{T_{mr}} (-u_{vv} + K_{mr} u_v) \\ \omega_m = P_v(u_{vv}) \end{cases} \quad (4.54)$$

avec

$$\omega_m = 90,99 u_{vv}^6 + 599,73 u_{vv}^5 - 129,26 u_{vv}^4 - 1238,64 u_{vv}^3 + 63,45 u_{vv}^2 + 1283,41 u_{vv} \quad (3.55)$$

Les différents paramètres et grandeurs sont définies dans le tableau (3.1).

Table 3.1 : The TRMS parameters

Parameter	Description	Value
<i>A</i>	Constant	0.0947
<i>B</i>	Constant	0.1105
<i>C</i>	Constant	0.011702
<i>D</i>	Constant	0.048814
<i>E</i>	Constant	0.0016087
<i>F</i>	Constant	0.006225
$J_v (Kg.m^2)$	the moment of inertia relative to horizontal axis	0.055448
$J_{mr} (Kg.m^2)$	the moments of inertia in DC-motor tail propeller subsystem	$1.6543 \cdot 10^{-5}$
$J_{tr} (Kg.m^2)$	the moments of inertia in DC-motor main propeller subsystem	$2.65 \cdot 10^{-5}$
$l_v (m)$	The length of vertical propeller part of the beam	0.240
$l_h (m)$	The length of horizontal propeller part of the beam	0.250
T_{mr}	Time constant of vertical propeller system	1.432
T_{tr}	Time constant of horizontal propeller system	0.3842
K_{mr}	Constant	1
K_{tr}	Constant	1
K_v	Constant	0.0054537
K_h	Constant	0.0095

La figure ci-dessous (voir Figure 3.4) représente le modèle Simulink obtenu à partir des équations (3.46) à (3.55). Cette représentation est donnée sous forme de diagramme bloc de différentes équations développées auparavant. Il est clair que le TRMS peut être assimilé à un système complexe, constitué de deux sous-systèmes non linéaires monovariables interconnectés représentant son comportement dynamique dans les plans horizontal et vertical. Où u_h et u_v , représentent les entrées en tension du moteur de queue et du moteur principal respectivement, θ_h et θ_v représentent respectivement les angles d'orientation et d'élévation de la poutre (la position du bras du TRMS) qui représentent les sorties en position de notre modèle.

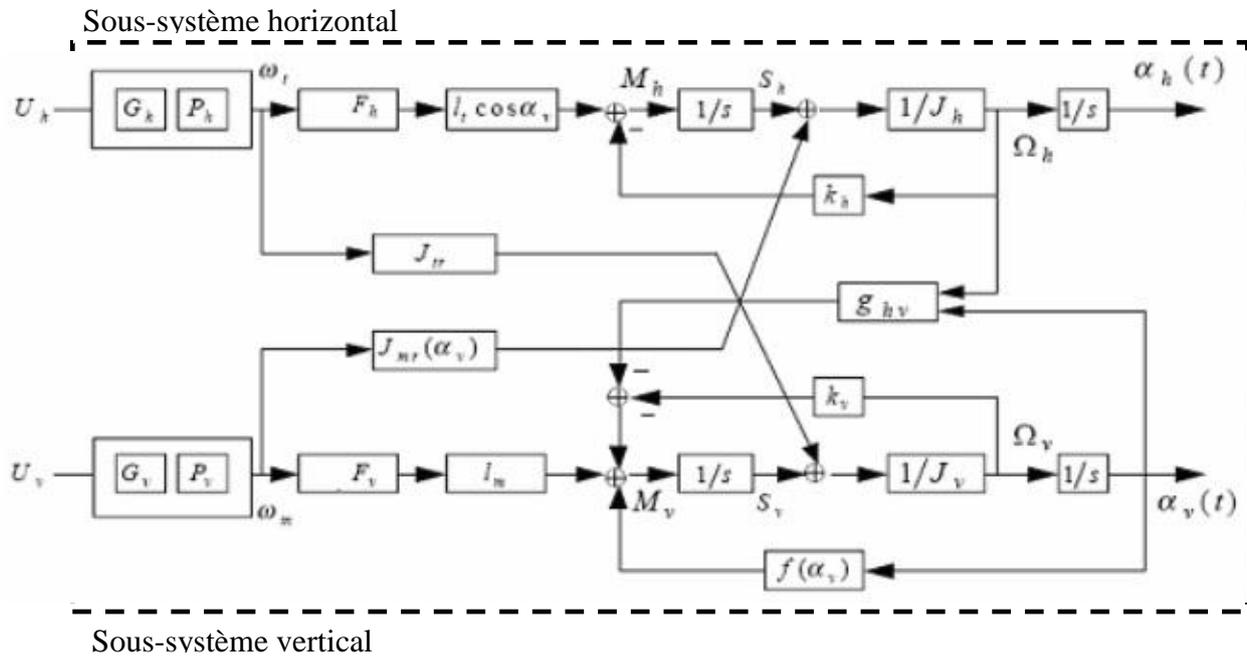


Figure 3.4 : Schéma bloc du TRMS directement exploitable sous Matlab/Simulink

3.4.3. Résultats de simulation

Pour approuver la commande proposée, une application par simulation au modèle du TRMS est élaborée pour des trajectoires de vol dans les plans horizontal et vertical. la commande de l'appareil est effectuée par une commande PID adaptative élaborée pour les sous-systèmes horizontal et vertical (voir figure (4.15)). L'élaboration des lois de commande horizontal et vertical ont été effectué selon le sequensement des étapes de l'algorithme mentionné dans la section précédente. Nous savons que l'ordre des sous-systèmes horizontal et vertical sont $n_h = n_v = 3$, à partir de l'étude menée dans la section précédente.

Les variables d'état de référence pour les sous-systèmes de commande horizontal et vertical respectivement sont

$$\bar{x}_h(t) = [\theta_h^*, \dot{\theta}_h^*, \ddot{\theta}_h^*]^T \text{ et } \bar{x}_v(t) = [\theta_v^*, \dot{\theta}_v^*, \ddot{\theta}_v^*]^T \quad (4.101)$$

La plage de variations des angles d'orientation et d'élévation, telles que $\theta_h \in [-\pi, \pi]$ et $\theta_v \in [-\pi/3, \pi/3]$ dont les signaux de référence sont choisies pour effectuer des testes de performance et de robustesse.

Pour satisfaire l'hyperstabilité des parties linéaires des sous-systèmes horizontal et vertical, nous choisissons $Q_h = \text{diag}\{10, 20, 20\}$ et $Q_v = \text{diag}\{10, 25, 15\}$ pour la résolution de l'équation de Lyapunov (4.92)-(4.93), avec un choix d'un temps de réponse désiré $T_s = 5$ (sec) qui mène aux résultats suivants :

$$P_h = \begin{bmatrix} 31.70 & -5.00 & -13.51 \\ -5.00 & 13.51 & -5.00 \\ -13.51 & -5.00 & 15.69 \end{bmatrix} \text{ et } P_v = \begin{bmatrix} 39.19 & -5.00 & -18.80 \\ -5.00 & 18.80 & -7.50 \\ -18.80 & -7.50 & 22.76 \end{bmatrix}$$

L'ajustement des paramètres des contrôleurs PID adaptatifs des sous-systèmes horizontal et vertical est effectué selon l'équation (3.31) pour les sou-systèmes horizontal et vertical et qui permet d'obtenir :

$$\theta_h = \alpha_h \int_0^t \pi(e_h) y_{eh}(t) dt + \beta_h \pi(e_h) y_{eh}(t)$$

$$\theta_v = \alpha_v \int_0^t \pi(e_v) y_{ev}(t) dt + \beta_v \pi(e_v) y_{ev}(t)$$

où les poids d'adaptations sont les poids d'adaptation $\alpha_h, \alpha_v, \beta_h$ et β_v telle que $\alpha_h = \alpha_v = 1.1$ et $\beta_h = \beta_v = 5.5$. Les composantes de robustification par mode glissant des sous-systèmes horizontal et vertical sont choisis $\beta_h = \beta_v = 5.5 = 2.5$ qui exprime la valeur maximale de la tension d'alimentation des rotors.

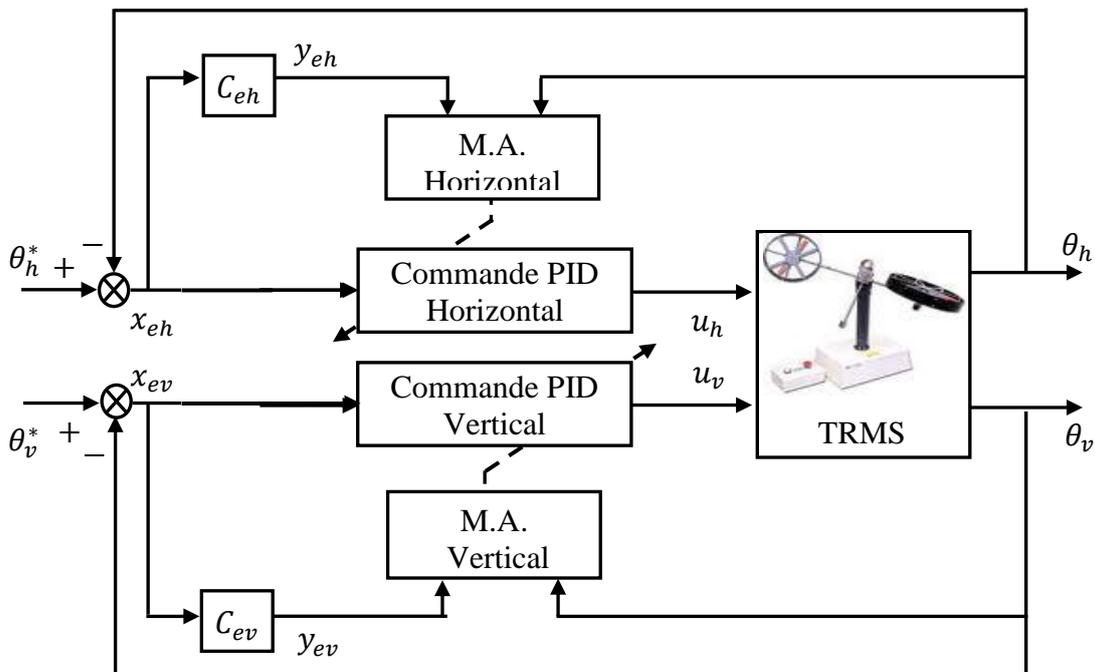


Figure 3.5: Bloc diagramme d'une commande PID adaptative décentralisée du TRMS

Par utilisation de la structure de commande représentée à la figure (3.5), des simulations sont effectuées pour deux types de test:

- (1) un test de performance en poursuite dont les signaux de référence sont des sinusoïdaux de même amplitude 0.4 rad avec une fréquence de 50 secondes pour les angles d'orientation et d'élévation. Les résultats de simulation sont présentés par les figures (3.6) à (3.11).
- (2) un test de robustesse de la loi de commande décentralisée. Le TRMS est simulé pour des signaux de référence à fréquence et d'amplitude variable pour les deux angles d'orientation et d'élévation, tels que :

$$\theta_h^*(t) = 0.8 \sin(0.02\pi t) - 0.6 \cos(0.06\pi t);$$

$$\theta_v^*(t) = 0.8 \sin(0.02\pi t) + 0.6 \cos(0.06\pi t)$$

Les trajectoires de référence ainsi que les résultats de simulation sont donnés par les figures (3.12) à (3.18).

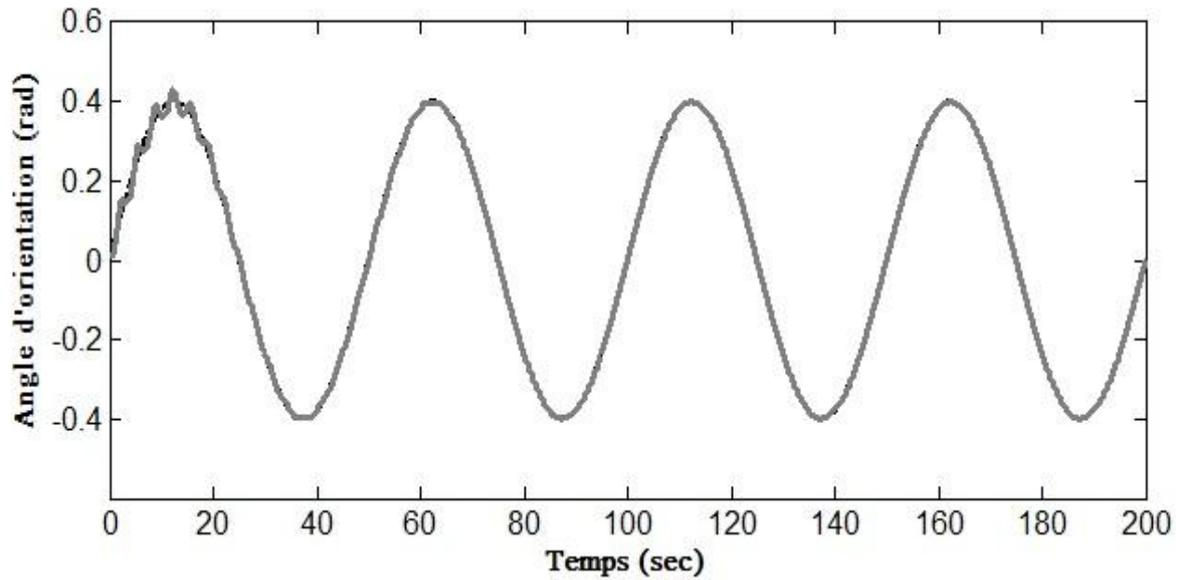


Figure 3.6: Angle d'orientation du TRMS à une commande PID adaptative décentralisée en poursuite d'une référence sinusoïdale.

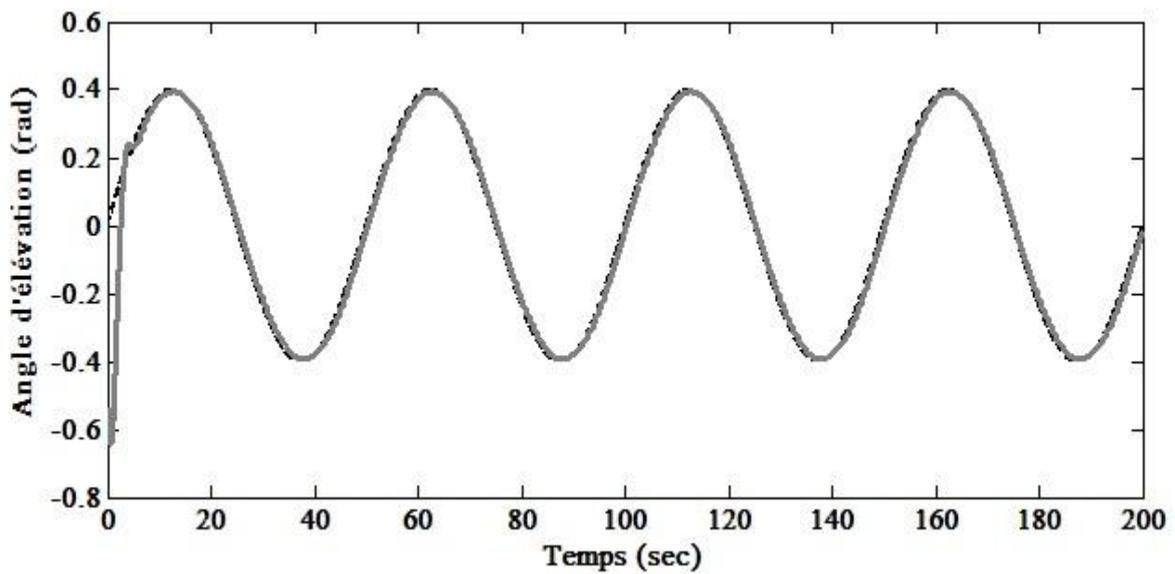


Figure 3.7: Angle d'orientation du TRMS à une commande PID adaptative décentralisée en poursuite d'une référence sinusoïdale.

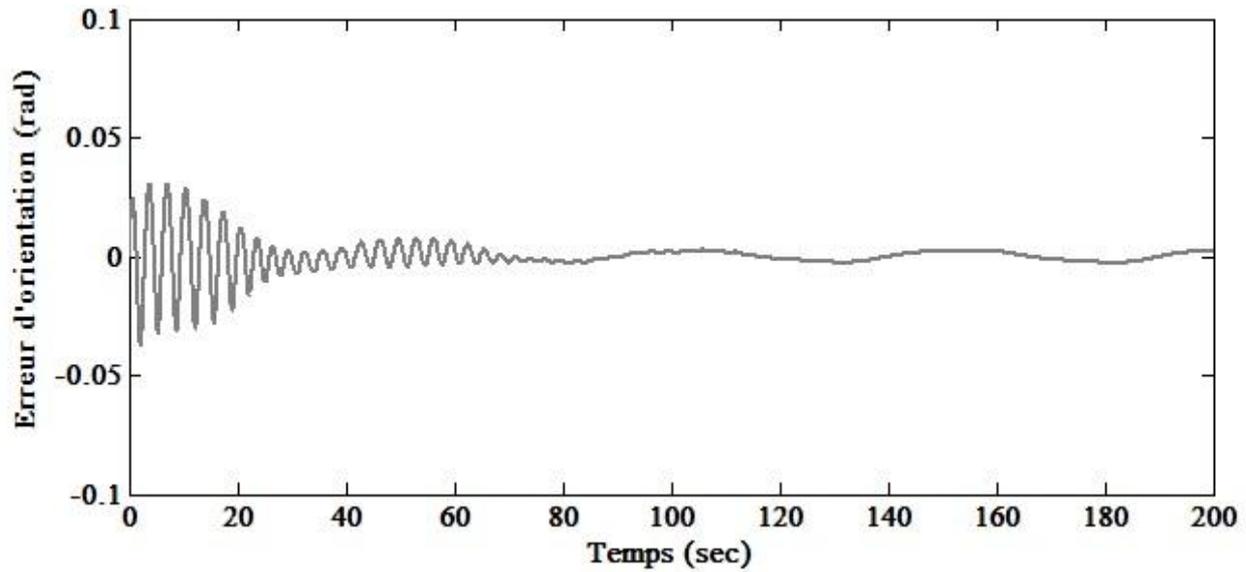


Figure 3.8: vitesse d'orientation du TRMS à une commande PID adaptative décentralisée en poursuite d'une référence sinusoïdale.

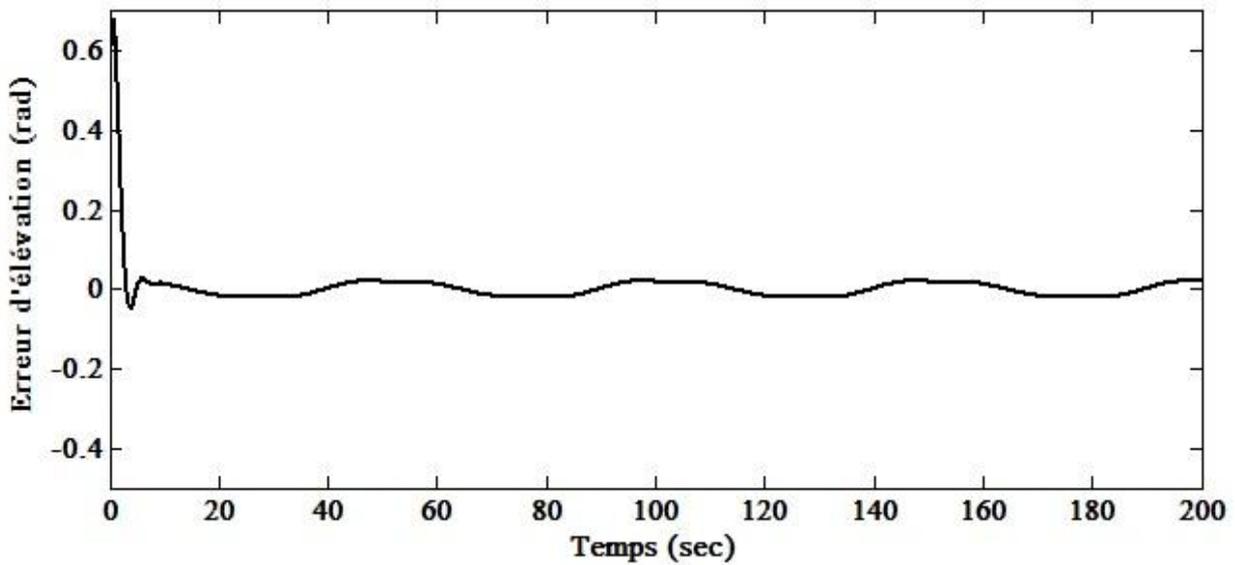


Figure 3.9: vitesse d'élévation du TRMS à une commande PID adaptative décentralisée en poursuite d'une référence sinusoïdale.

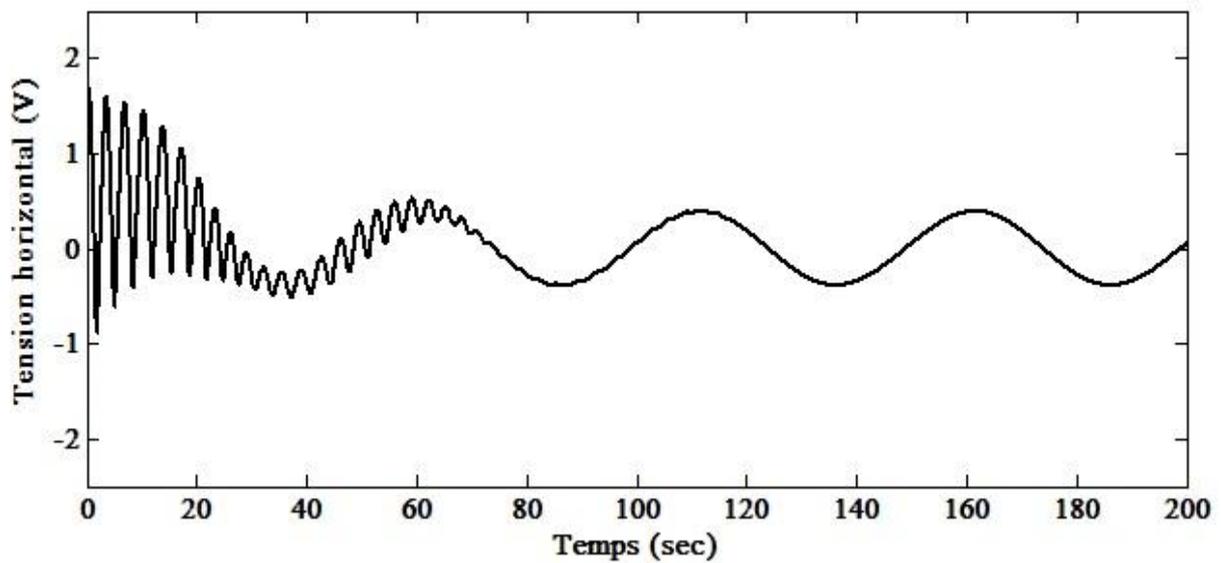


Figure 3.10: Tensions de commande horizontal d'une commande PID adaptative décentralisée pour des signaux de référence sinusoïdale.

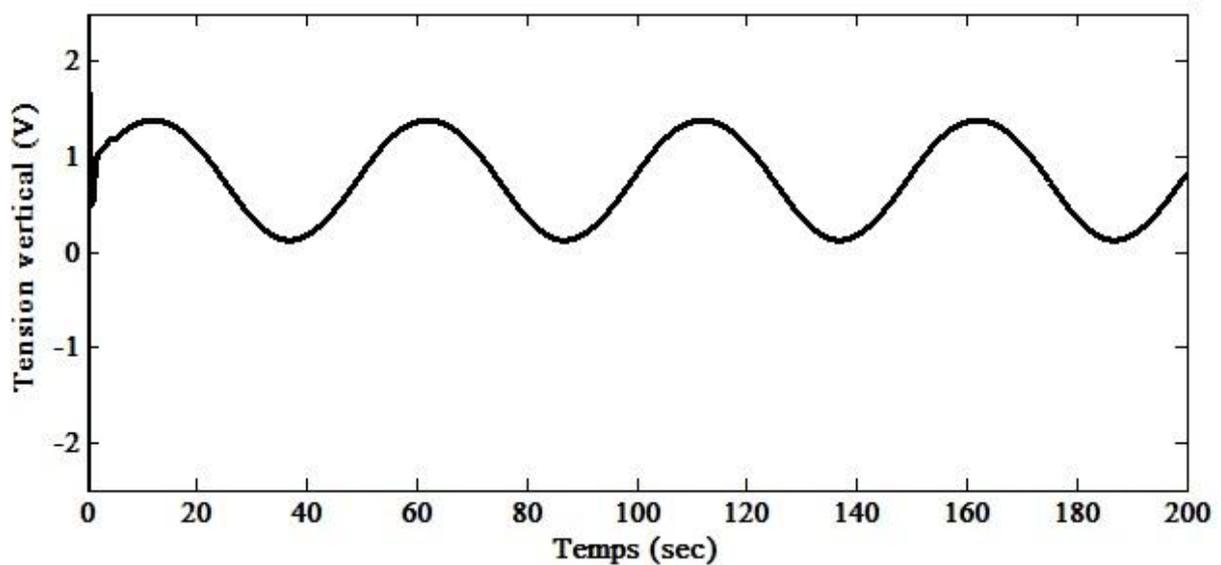


Figure 3.11: Tensions de commande vertical d'une commande PID adaptative décentralisée pour des signaux de référence sinusoïdale.

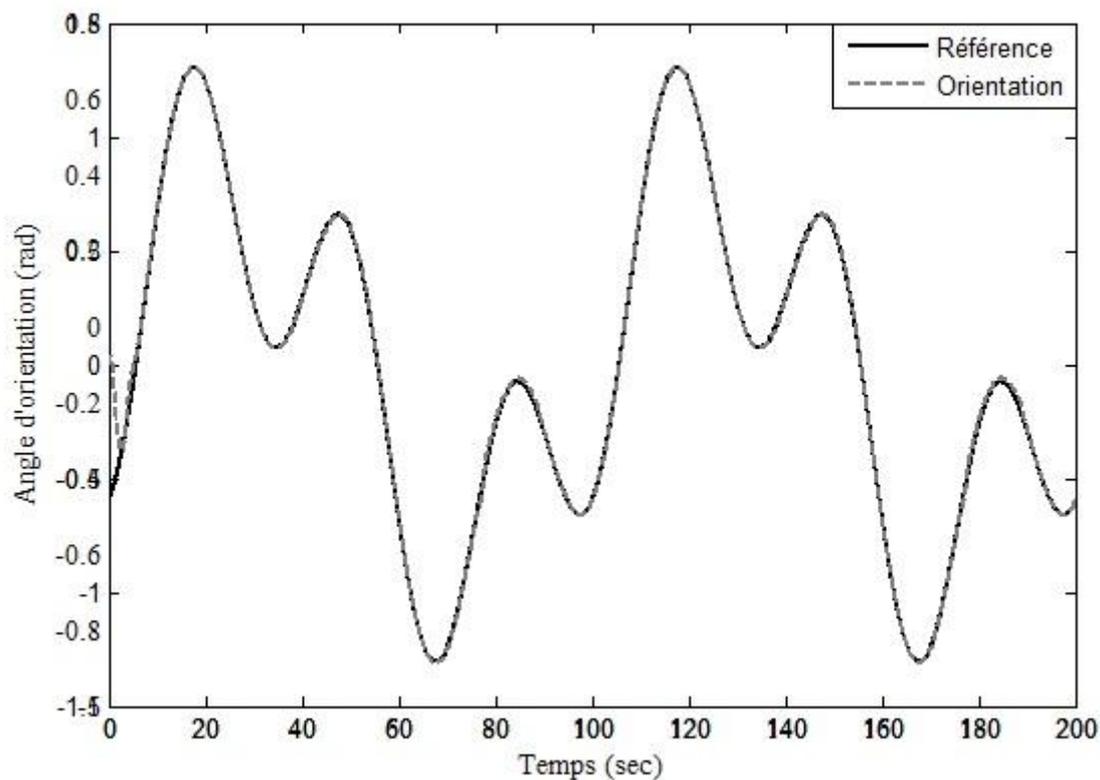


Figure 3.12: Angle d'orientation du TRMS à une commande PID adaptative décentralisée en poursuite d'une référence à fréquence et amplitude variable.

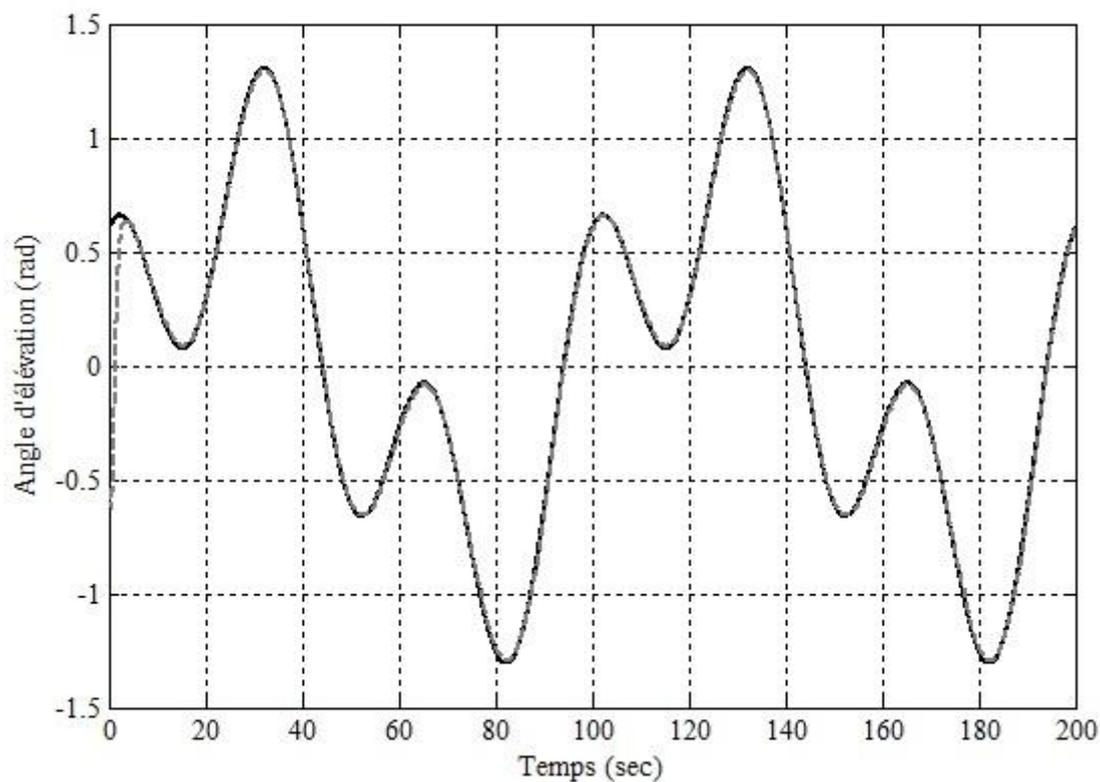


Figure 3.13: Angle d'élévation du TRMS à une commande PID adaptative décentralisée en poursuite d'une référence à fréquence et amplitude variable.

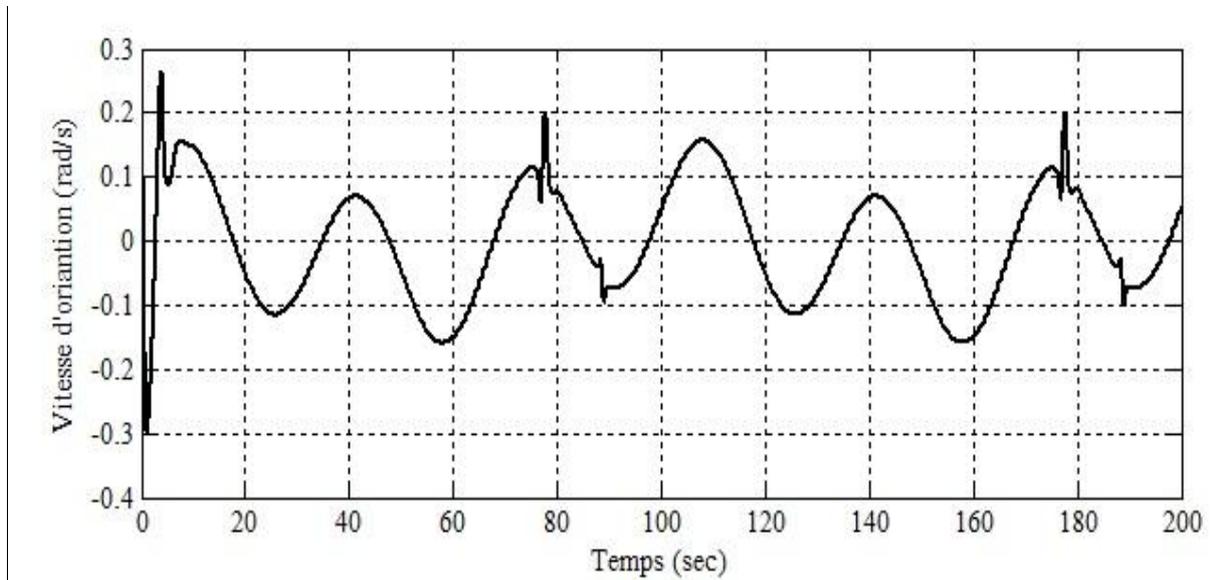


Figure 3.14: Vitesse d'orientation du TRMS pour des signaux de référence à fréquence et amplitude variable.

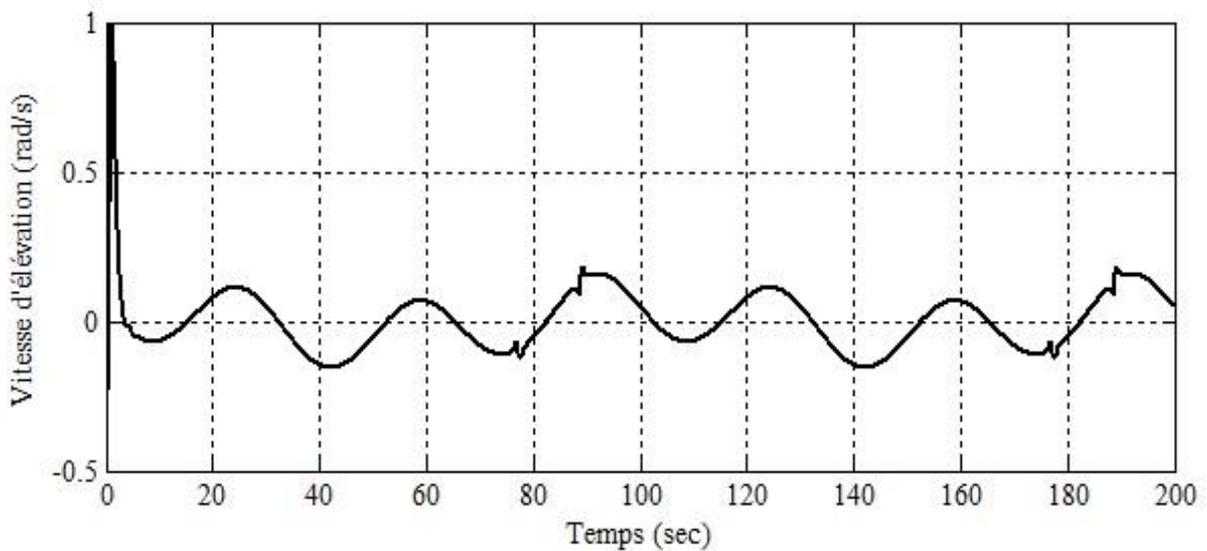


Figure 3.15: Vitesse d'élévation du TRMS pour des signaux de référence à fréquence et amplitude variable.

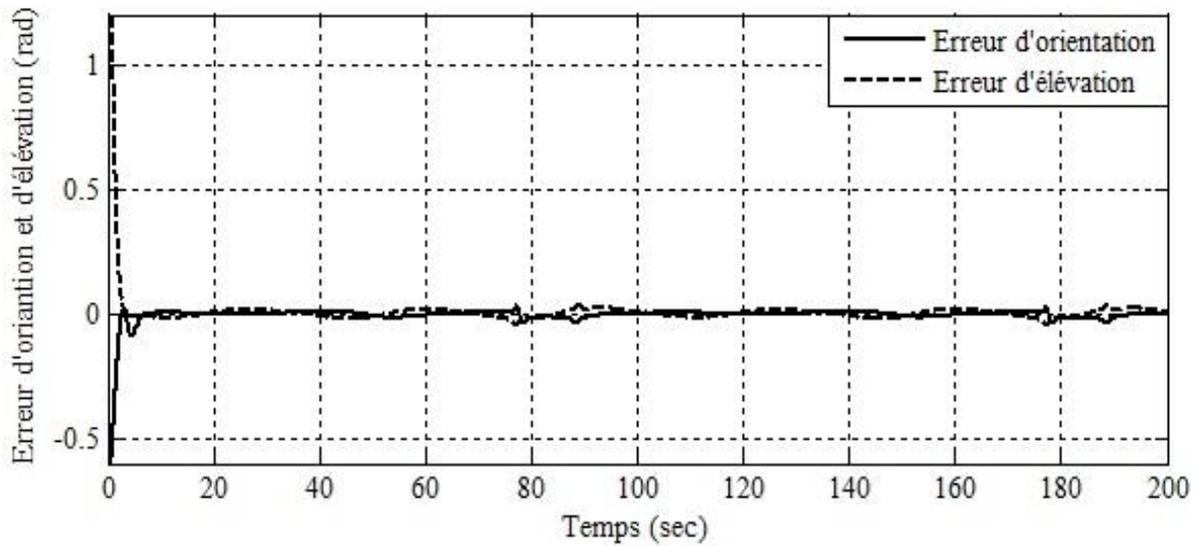


Figure 3.16: Erreur de position du TRMS pour des signaux de référence à fréquence et amplitude variable.

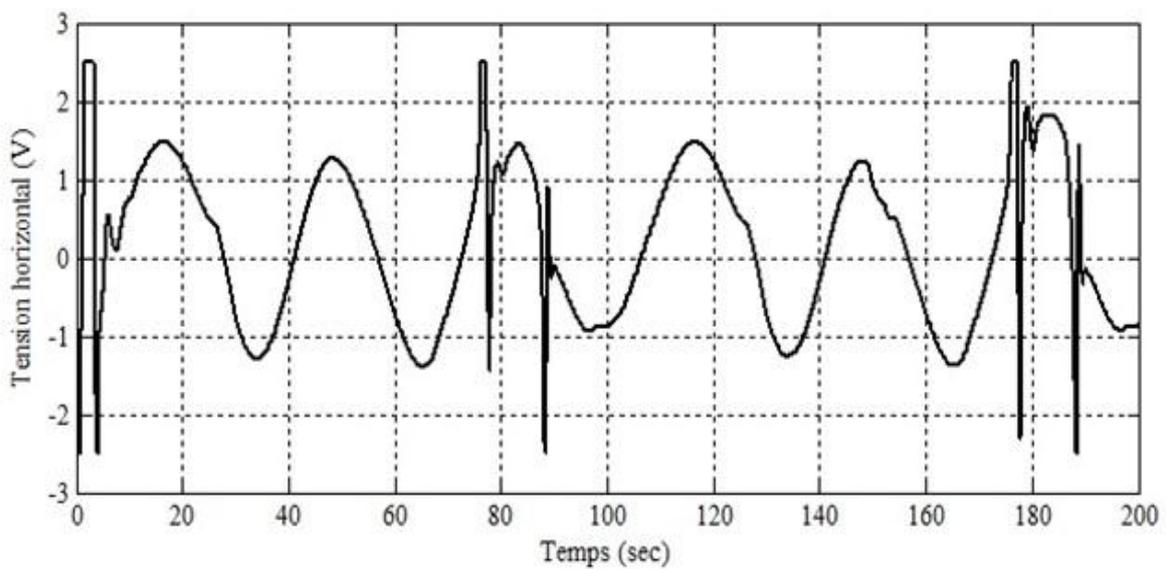


Figure 3.17: Tensions de commande horizontal d'une commande adaptative PID décentralisée pour des signaux de référence à fréquence et amplitude variable.

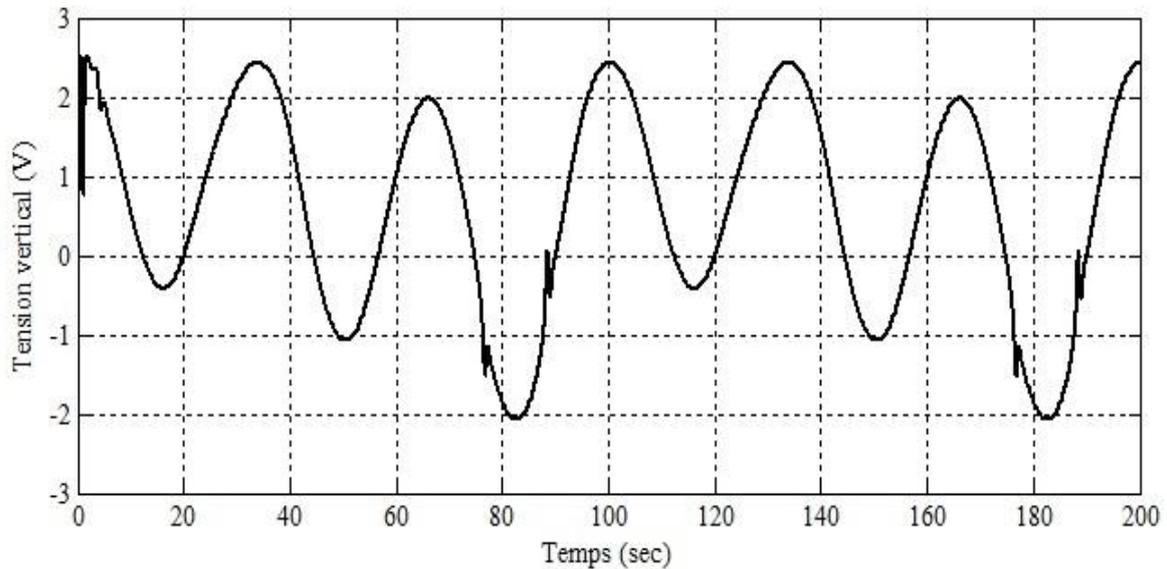


Figure 3.18: Tensions de commande vertical d'une commande adaptative PID décentralisée pour des signaux de référence à fréquence et amplitude variable.

Les figures (3.6) et (3.7) montrent l'évolution des trajectoires de référence et les sorties du TRMS sur un horizon de temps [0 200] secondes. Sur ces figures, on remarque qu'après quelques oscillations pendant les premières périodes, les angles d'orientation et d'élévation et ses vitesses de variation du TRMS convergent bien vers les trajectoires de référence.

Les erreurs de suivi montrées par les figure (3.8) et (3.9) sont importantes durant les deux premières périodes est due aux conditions initiales et à l'initialisation des paramètres d'adaptations. Un bon choix de ces derniers permet de contourner ce problème. Il est important d'insister sur le fait que la loi de mode de glissement est synthétisée dans l'objectif de compenser l'effet des interactions entre les grandeurs des sous-systèmes horizontal et vertical.

Les figures (3.10) et (3.11) montrent les tensions de commande du rotor secondaire et principal, on constate que l'évolution de la loi de commande PID adaptative ne pose aucun problème sur l'horizon de temps considéré par le fait que les tensions de commande suivent la dynamique des sorties et ne contient pas de variations brusques ni de broutement.

Les figures (3.12) et (3.13) montrent l'évolution des angles d'orientation et d'élévation sur le même horizon de temps avec des signaux de référence à amplitude et fréquence variable. On remarque sur

les deux figures que l'effet des interactions est immédiatement compensé et les angles du TRMS rejointes la trajectoire de référence. Ainsi, Les constatations données dans le test de performance sur la dynamique des angles d'orientation, les erreurs de suivi et les tensions de commande (voit figures (3.14) à (3.18)) restent valables dans le test de robustification avec la capacité de rendre le système de commande insensible aux perturbations et aux incertitudes de modélisation. Par conséquent, la structure de commande décentralisée élaborée pour le TRMS a pu réaliser une bonne conduite à travers une commande séparée des deux rotors.

3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, une commande PID adaptative décentralisée d'un système complexe constitué d'un ensemble de sous-systèmes non linéaires monovariables interconnectés est développée. La structure de commande proposée consiste à contrôler localement chaque sous-système par une commande PID adaptative vue dans le chapitre précédent robustifiée par un terme de commande à mode de glissement qui permet de résoudre les problèmes des perturbations externes, des incertitudes paramétriques et des interactions sans aucune hypothèse sévère sur la nature des non linéarités. Le problème de la stabilité est résolu également par l'utilisation du critère d'hyperstabilité dans la synthèse de la loi de commande décentralisée. D'excellent résultats en terme de poursuite ont été obtenus dans la commande décentralisée d'un simulateur de vol d'Hélicoptère (TRMS). Enfin, la synthèse des différentes lois proposées (adaptation - robustification) par la théorie d'hyperstabilité permet de construire des systèmes de commande globalement stables, faciles à mise en œuvre et peuvent être appliquées à une large classe de systèmes non linéaires.

Conclusion générale

D'une manière générale, l'analyse et la commande des systèmes non linéaires sont des problèmes difficiles à résoudre et la majorité des approches de commande proposées dans la littérature exigent la disponibilité d'un modèle mathématique. Toutefois, les approches développées pour la commande des systèmes non linéaires et qui ne nécessitent pas la connaissance du modèle déterministe sont basées généralement sur des expertises des techniciens, telles que la logique floue, les réseaux de neurones et d'autres architectures intelligentes. Cependant, peut de travaux qui propose des solutions basées sur la combinaison des contrôleurs classiques, tel que le contrôleur PTD, et des techniques de commande avancée, telle que la commande adaptative.

L'objectif principal de ce mémoire est de développer des lois de commande PID adaptatives robustes et stables pour la conduite d'une classe importante des systèmes non linéaires dans les cas monovariante et complexes multivariants. L'analyse de stabilité des lois de commande proposées est effectuée par la théorie d'hyperstabilité qui nous a permis d'éviter certains problèmes posés par la méthode de Lyapunov, tel que le problème de généralisation de la loi de commande.

Dans la première partie de ce travail, nous avons commencé par présenter l'ensemble des définitions et des outils nécessaires à la mise au point de la stratégie adoptée pour le développement de l'ensemble des méthodes que nous avons proposé. En effet, un rappel sur la commande adaptative, prédictive et robuste d'un système non linéaire. Nous avons ensuite présenté, au travers des définitions, théorèmes et propriétés, la théorie d'hyperstabilité introduite par Popov pour l'analyse de la stabilité des systèmes physiques.

Dans la deuxième partie nous avons proposé et développé une approche de commande des systèmes non linéaires monovariants. Où un correcteur PID adaptative est utilisé avec son mécanisme d'ajustement des paramètres déterminé à partir d'une analyse de stabilité du

système bouclé en utilisant le concept d'hyperstabilité . Les résultats de la simulation effectuée sur un pendule inversé vérifient l'analyse théorique.

Dans la troisième partie, nous avons abordé le problème de stabilisation d'une classe des systèmes non linéaires complexe par des lois de commande PID adaptative décentralisées. Le système complexe est défini comme un ensemble de sous-systèmes non linéaires monovariabiles interconnectés. L'utilisation du critère d'hyperstabilité dans l'analyse de stabilité et la synthèse de lois de commande a permis de garantir la stabilité globale sans aucune restriction sur les interactions, ce qui n'est pas toujours le cas lors de l'utilisation de la méthode de Lyapunov. Ces lois de commande ont été testées en simulation pour la commande en poursuite d'un simulateur de vol d'hélicoptère (TRMS). Les résultats obtenus ont montré la faisabilité de la loi de commande proposée ainsi que sa robustesse vis-à-vis les interconnexions du système.

L'ensemble des travaux réalisés au cours de ce mémoire ouvre la voie à plusieurs perspectives. Deux perspectives à court terme pour ce travail peuvent être envisagées :

- Les approches de commande proposées dans ce mémoire vise une classe particulière des systèmes non linéaire qui la classe des systèmes non linéaires affine en la commande. Cependant, en réalité, une gamme importante des systèmes non linéaires sont non affine. Donc, il serait intéressant de reprendre les mêmes travaux de commande pour cette gamme de systèmes non linéaires.
- Toutes les approches de commande proposées utilisent un contrôleur PID classique déterministe, une extension au cas des architectures PID intelligentes pour la conduite des systèmes perturbés et multivariabiles serait intéressante.

BIBLIOGRAPHIE

- [01] **H.K. KHALIL** : *Nonlinear Systems (2nd ed.)*. Prentice-Hall, 1996
- [02] **A. ISIDORI** : *Nonlinear Control Systems*. Communications and Control Engineering. Springer, 1995. ”
- [03] **Slotine J. & Weiping, L. (1991)**: *Applied Nonlinear Control*. New Jersey, USA: Prentice-Hall.
- [04] **M. Fliess et C. Join** : Intelligent PID controllers. *In 16th Mediterrean Conference on Control and Automation*, Ajaccio, France, 2008.
- [05] **Popov V. M.** (1973). *Hyperstability of control systems*. Berlin: Springer-Verlag.
- [06] **J. Kang, W. Meng, A. Abraham et H. Liu** : An adaptive PID neural network for complex nonlinear system control. *Neurocomputing*, 135(0):79{85, 2014.
- [07] **M. Fliess et C. Join** : Intelligent PID controllers. *In 16th Mediterrean Conference on Control and Automation*, Ajaccio, France, 2008.
- [08] **A. Boubakir, S. Labiod, F. Boud jema et F. Plestan** : A model-free control applied to a quadrotor. *In International Conference on Electrical, Electronics and Automatic, ICEEA*, Bejaia, Algeria, 2010.
- [09] **Z.-W. Zhang, X.-W. Wang, X.-J. Zhong et X. Ming** : Development of a type of Model-Free Adaptive (MFA) control and its application in China. *In The 6th PSU-UNS International Conference on Engineering and Technology*, pages 1{4, Novi Sad, Serbia, 2013.
- [10] **A. Boubakir, S. Labiod et F. Boudjema** : A stable self-tuning proportional-integral-derivative controller for a class of multi-input multi-output nonlinear systems. *Journal of Vibration and Control*, 18(2):228{239, 2012.
- [11] **A. Boubakir, S. Labiod, F. Boudjema et F. Plestan** : Design and experimentation of a self-tuning PID control applied to the 3DOF helicopter. *Archives of Control Sciences*, 23(3):311{331, 2013.
- [12] **K. J. Astrom et T. Hagglund** : *PID Controllers : Theory, Design, and Tuning, 2nd Ed.* The Instrument, Systems, and Automation Society, Research Triangle Park, NC, 1995.
- [13] **L. Olivier, G. Michel, M. Magnus, B. Emmanuel et T. Lionel** : Iterative feedback tuning of PID parameters : comparison with classical tuning rules. *Control Engineering Practice*, 11(9):1023{1033, 2003.
- [14] **W.-D. Chang, R.-C. Hwang et J.-G. Hsieh** : A self-tuning PID control for a class of nonlinear systems based on the lyapunov approach. *Journal of Process Control*, 12(2):233{242, 2002.

- [15] **W.-D. Chang et J.-J. Yan** : Adaptive robust PID controller design based on a sliding mode for uncertain chaotic systems. *Chaos, Solitons & Fractals*, 26(1):167{175, 2005.
- [16] **I. Mizumoto, D. Ikeda, T. Hirahata et Z. Iwai** : Design of discrete time adaptive PID control systems with parallel feedforward compensator. *Control Engineering Practice*, 18(2):168{176, 2010.
- [17] **R. Yusof, S. Omatu et M. Khalid** : Self-tuning PID control : A multivariable derivation and application. *Automatica*, 30(12):1975{1981, 1994.
- [18] **K. Tamura et H. Ohmori** : Auto-tuning method of expanded PID control for MIMO systems. In *9th IFAC workshop on adaptive and learning in control and signal processing*, pages 98{103, St. Petersburg, Russia, 2007.
- [19] **L.V.R. Arruda, M.C.S. Swiech, M.R.B. Delgado et F. Neves-Jr** : PID control of MIMO process based on rank niching genetic algorithm. *Applied Intelligence*, 29(3):290{305, 2008.
- [20] **M.M. Chaikovskii et I.B. Yadykin** : Optimal tuning of PID controllers for MIMO bilinear plants. *Automation and Remote Control*, 70(1):118{132, 2009.
- [21] **Y.-S. Huang et M. Wu** : Robust decentralized direct adaptive output feedback fuzzy control for a class of large-scale nonaffine nonlinear systems. *Information Sciences*, 181(11):2392{2404, 2011.
- [22] Twin Rotor MIMO System. *Advanced teaching manual (33-007-04M5)*. Crowborough, E. Sussex, UK: Feedback Instruments Limited, 1998.
- [23] **Chelih A. (2005)** : Synthèse d'une commande adaptative à modèle de référence par la théorie d'hyperstabilité application à la machine asynchrone. *Mémoire de magister. Université de boumerdes*.
- [24] **Chelih A. & Chemachema M. (2013)** : Model reference adaptive control of twin rotor MIMO system via minimal controller synthesis, *Journal of Systems and Control Engineering* , 228 (6), 406-418.
- [25] **Chelih A. (2005)** : Synthèse de lois de commande par la théorie d'hyperstabilité, application à des systèmes physiques'', *Thèse de Doctorat en sciences en automatique*.
- [26] **Hammed A. & Radouane I. (1983)** : Decentralized nonlinear adaptive feedback stabilization of large scale interconnected systems. *IEE Proceeding-Control Theory and Applications* , 130 (1), 57-62.
- [27] **Huang S.N., Tan K.K. and Lee T.H. (2005)** : Decentralized control of a class of large-scale nonlinear systems using neural networks. *Automatica*, 41(9), 1645–1649.
- [28] **D.-L. Yu, T.K. Chang et D.-W. Yu** : A stable self-learning PID control for multivariable time varying systems. *Control Engineering Practice*, 15(12):1577{1587, 2007.