

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'enseignement Supérieur et de la Recherche scientifique



Université Mohamed Khider Biskra  
Faculté des Sciences et de la Technologie  
Département de Génie Electrique  
Filière :.....  
Option :.....

Réf:.....

Mémoire de Fin d'Etudes  
En vue de l'obtention du diplôme:

**MASTER**

*Thème*

Présenté par : .....  
:.....

Proposé et dirigé par

**Promotion : Juin 2012**

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'enseignement Supérieur et de la recherche scientifique



Université Mohamed Khider Biskra  
Faculté des Sciences et de la Technologie  
Département de Génie Electrique  
Filière : électrotechnique  
Option : Machine électrique

Mémoire de Fin d'Etudes  
En vue de l'obtention du diplôme:

**MASTER**

*Thème*

Commande non linéaire du moteur asynchrone alimenté par  
onduleur de tension

**Présenté par :**

*Etudiant*

*Ben djaballah Toufik*

**Avis favorable de l'encadreur :**

*Nom Prénom*

*Dr. Dendouga Abdelhakim*

*signature*

**Avis favorable du Président du Jury**

*Nom Prénom*

*Signature*

**Cachet et signature**

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'enseignement Supérieur et de la recherche scientifique

Université Mohamed Khider Biskra

Mémoire de Fin d'Etudes En vue de l'obtention du diplôme du MASTER

Option : Machine électrique

Proposé et dirigé par : Dr. Dendouga Abdelhakim

Présenté par : Ben djaballah Toufik

Thème :

**Commande non linéaire du moteur asynchrone alimenté par onduleur de tension**

Résumé

*Dans cet article, nous présentons la commande linéarisante d'une MAS. Elle permet de découpler et de linéariser le système sans tenir compte de l'orientation du flux. Cette commande non linéaire (CNL) appliquée à la machine asynchrone décompose le système en deux sous systèmes mono variables, linéaires et indépendants. Le contrôle de la vitesse est effectué par des régulateurs classiques PI. Une analyse qualitative de l'évolution des principales variables décrivant le comportement du système global (MAS-Onduleur à MLI-Commande) et sa robustesse est mise en valeur par plusieurs essais de simulation numérique en dernière étape.*

تلخيص:

الهدف من هذه المذكرة هو تطبيق تقنية التحكم الغير خطي على المحرك اللازامني وذلك للحصول على تحكم خطي لهذا المحرك,و ذلك انطلاقا من التمثيل الرياضي له, هذه التقنية تعتمد اشتقاق المخارج بالنسبة للمداخل و ذلك بحسب درجة معادلات المخرج, يتم التطبيق و استخراج نتائج هذه التقنية بواسطة برنامج *Matlab simulink*

## Le mémoire contient par ordre d'apparition:

- Dédicaces
- Remerciements
- Liste des Tableaux
- Liste des Figures
- Liste des abréviations
- Résumés (bilingue)

### Sommaire :

- \* Introduction générale
- \* Chapitre 1, 2, 3...  
(Chaque chapitre commence par une Introduction et se termine par une conclusion)
- \* Conclusion générale et perspectives
- \* Bibliographie
- \* Annexe

### Type d'écriture:

- Times new Roman 12
- Les titres en Gras
- Interligne 1.5
- Formules et Figures sont numérotées par chapitre :  
exp. Fig. n°Chap. n°figure (Fig. I.1) ou (Equ. I.1)

### **Remarques :**

- Eviter le glaçage de la page de garde.
- Respecter le contenu par ordre d'apparition.
- Ecrire les résumés bilingues dans une seule page...

- عدم تجليد الصفحة الأولى
- احترام المحتوى المذكور أعلاه
- كتابة ملخص للمذكرة باللغتين  
(العربية والفرنسية) و في صفحة واحدة... الخ

### REMERCIEMENTS

*Remerciements à Dieu –le tout puissant qui a aidé à réaliser ce modeste travail.*

*Je remercie mon promoteur **Dr. Dendouga Abdelhakim** d'avoir accepté d'encadrer et de suivre durant toute cette période.*

*Je remercie aussi le **président du jury** et les **membres du jury** qui je fais l'honneur de participer au jury de ce travail.*

*Et enfin je remercie l'ensemble, **enseignants** et **collègues** de notre promotion, qu'ils sont aidés à réaliser ce modeste travail.*

**DÉDICACE**

*Je dédie ce modeste travail*

*À ma très chère mère et à mon très cher père,*

*À mes frères et sœurs,*

*À toute ma famille,*

*À tous mes amis.*

## TABLE DES MATIÈRES

Remerciements .....	I
Dédicaces .....	II
Table des figures .....	III
Liste des Symboles.....	IV
Table des matières .....	VI
Introduction Générale.....	1
Chapitre I : Théorie de la Commande non-Linéaire	
I.1 Introduction.....	3
I.2. Théorie de linéarisation .....	4
I.2.1 : Outils mathématiques.....	4
I.2.1.1: Gradient .....	4
I.2.1.2 : Opérateurs de Lie (dérivée et crochet de Lie) .....	5
a- Dérivées de Lie .....	5
b- Crochets de Lie.....	5
I.2.1.3 : Difféomorphisme.....	6
I.2.1.4 : Degré relatif.....	6
I.2. Linéarisation entrées/sorties.....	10
I.4. Problème de linéarisation entrée-sortie .....	11
I.4.1. Le cas mono-sorti .....	12
I.4.2. Cas Multi sorties .....	12
I.5. Principe de la technique de linéarisation au sens des entrées-sorties .....	12
I.5.1. Mise sous forme canonique.....	15
I.5.2. Conception du nouveau vecteur de commande .....	17
I.6. Dynamique d'ordre zéro .....	18
I.7 Conclusion .....	19
Chapitre II : Modélisation de la machine asynchrone et l'onduleur de tension	
II.1. Introduction.....	20
II.2. Modélisation de moteur Asynchrone triphasée.....	21
II.2.1. Equations électriques générales.....	21

## Table des matières

---

II.2.2. La transformation de Park .....	22
II.2.3. Condition d'équivalence .....	22
II.2.4. Matrice de Park .....	23
II.2.5. Matrice de Park inverse.....	23
II.2.6. Equation mécanique .....	24
II.3. Résultats de simulation.....	26
II.3.1. Représentation de l'alimentation triphasée .....	26
II.3.2. Résultats de simulation de MAS alimentée en tension à vide .....	21
II.3.3. Résultats de simulation de MAS alimentée en tension en charge .....	28
II.4. L'alimentation.....	28
II.4.1. Description de l'onduleur de tension.....	28
II.4.2. Commande par modulation de la largeur d'impulsion.....	30
II.4.3. Stratégies des MLI (stratégies triangle-sinusoïdale) .....	30
II.5 Conclusion.....	32
Chapitre III : Application de la commande a la machine asynchrone	
III.1. Introduction .....	33
III.2. Modèle d'état du moteur asynchrone.....	34
III.3. Technique de la linéarisation entrée–sortie .....	35
III.4. Commande Couple –Flux. ....	38
A- degré relatif du flux .....	39
B- degré relatif du couple .....	39
III.5. Reconstruction de flux rotorique dans le repère( $\alpha, \beta$ ) .....	43
III.6. Essais de simulation .....	44
III.6.1. Schéma bloc de la commande par linéarisation entrée-sortie.....	45
III.6.2. Résultats de simulation.....	45
III.6.2.1. Démarrage avec l'inversion du couple.....	47
III.6.2.2. Test de Variation sur la norme de flux rotorique.....	47
III.6.2.3. Test d'inversion de sens de rotation .....	47
III. Conclusion .....	48
Conclusion générale .....	49
Bibliographie.....	i
Annexe .....	iii

### LISTE DES FIGURES

Figure (I .1) : Représentation d'état .....	8
Figure (I .2) : schéma bloc système linéarisé .....	14
Figure (I .3) : dynamique du système linéarisé .....	15
Figure (I .4) : schéma bloc du système linéarisé en boucle fermée. ....	18
Figure (II .1) : Illustration Machine triphasée et Machine diphasée équivalente. ....	22
Figure (II .2) : Schéma de simulation de MAS alimentée en tension. ....	26
Figure (II .3) : Alimentation triphasée équilibrée. ....	26
Figure (II .4) : démarrage à vide de la MAS. ....	27
Figure (2 .5) : démarrage en charge de la MAS. ....	28
Figure (II .6) : Structure équivalente de l'onduleur de tension triphasé. ....	29
Figure (II .7) : La modulation sinus-triangulaire pour une phase. ....	31
Figure (II .1) : Linéarisation entrée –sortie par bouclage statique. ....	35
Figure (III .2) : Linéarisation entrée – sortie pour un système MIMO. ....	37
Figure (III .3) : Régulation de couple de référence. ....	44
Figure (III .4) : Schéma bloc de la commande par linéarisation. ....	45
Figure (III .5) : résultats de simulation. ....	46

### LISTE DES ABRÉVIATIONS

$x$	: Vecteur d'état.
$s, r$	: Indices indiquant le stator et le rotor respectivement.
$a, b, c$	: Indices indiquant les trois phases du moteur asynchrone.
$\alpha, \beta$	: Indices indiquant le repère fixe lié au stator de la machine asynchrone.
$\varphi_{sa,b,c}, \varphi_{ra,b,c}$	: Flux créée par les trois phases statorique et rotorique.
$i_{sa,b,c}, i_{ra,b,c}$	: Courants des trois phases statorique et rotorique.
$u_{sa,b,c}, u_{ra,b,c}$	: Tensions des trois phases statorique et rotorique.
$\varphi_{s\alpha\beta}, \varphi_{r\alpha\beta}$	: Flux créée par le statorique et le rotorique dans le repère $(\alpha, \beta)$
$i_{s\alpha\beta}, i_{r\alpha\beta}$	: Courants statorique et rotorique dans le repère $(\alpha, \beta)$
$u_{s\alpha\beta}, u_{r\alpha\beta}$	: Tensions statorique et rotorique dans le repère $(\alpha, \beta)$
$R_s, R_r$	: Résistance statorique et rotorique.
$L_s$	: Inductance propre de la phase du stator.
$L_r$	: Inductance propre de la phase du rotor.
$M_{sr}$	: Inductance mutuelle entre une phase de stator et de rotor.
$M$	: Inductance mutuelle équivalente.
$\Omega$	: Vitesse mécanique de la machine en (rad/s).
$\Omega_s, \Omega_r$	: Vitesse statorique et rotorique.
$\theta$	: Position angulaire du rotor par rapport au stator.
$\theta_s$	: Position angulaire du repère $(d, q)$ par rapport au stator.
$\theta_r$	: Position angulaire du repère $(d, q)$ par rapport au rotor.

## Liste des abréviations

---

$P$	: Nombre de pair de pôles.
$C_e$	: Couple électromagnétique.
$C_r$	: Couple résistant.
$f$	: Coefficient de frottement visqueux.
$J$	: Moment d'inertie du rotor.
$S$	: Opérateur dérivé de Laplace.
$T_r$	: Constante de temps du rotor.
$T_s$	: Constante de temps du stator.
$L_f h$	: Opérateur de Lie de la fonction dans la direction $f$ .
$\nabla$	: Gradient.
$r$	: Degré relatif.
$N$	: Ordre de système.
$D(x)$	: Matrice de découplage.
$e$	: Erreur d'estimation d'état.

*Dans cet article, nous présentons la commande linéarisante d'une MAS. Elle permet de découpler et de linéariser le système sans tenir compte de l'orientation du flux. Cette commande non linéaire (CNL) appliquée à la machine asynchrone décompose le système en deux sous systèmes mono variables, linéaires et indépendants. Le contrôle de la vitesse est effectué par des régulateurs classiques PI. Une analyse qualitative de l'évolution des principales variables décrivant le comportement du système global (MAS-Onduleur à MLI-Commande) et sa robustesse est mise en valeur par plusieurs essais de simulation numérique en dernière étape.*

# *Introduction Générale*

L'utilisation des machines électriques est en pleine expansion grâce aux performances qu'elles offrent. Cette évolution est liée aux progrès réalisés dans de nombreux domaines. Les matériaux ont donné naissance à des composants de plus en plus performants (aimants permanents, semi-conducteurs de puissance, circuits intégrés...). Ces composants ont, à leur tour, permis de créer des ensembles convertisseur-machine de plus en plus évolués (précision et rapidité de fonctionnement via les convertisseurs et les calculateurs de la dernière génération).

Aujourd'hui, de nombreux systèmes utilisent des machines électriques pour assurer une conversion électromécanique réglable (position, vitesse ou couple variables via la modulation de sources électriques). Les gammes de puissance sont très variées (mW au MW) et les applications sont très diverses (électroménager, robotique, traction... etc.). Afin de répondre à des critères de performances toujours croissants, des algorithmes de commande de plus en plus complexes, ont été développés. Les progrès des calculateurs numériques ont permis d'appliquer ces nouvelles stratégies dans l'industrie. De ce fait, la commande des machines électriques est devenue un élément important dans les différents cycles de formation. L'étude de la commande des ensembles convertisseur-machine est une discipline transversale, nécessitant des connaissances de base en Electrotechnique, Electronique de Puissance et en Automatique.

Les développements dans chaque domaine ont contribué à l'amélioration des performances du système. Cette évolution a commencé avec l'apparition des composants semi-conducteurs de puissance en 1950 ainsi que l'utilisation des circuits intégrés qui simplifient les systèmes de contrôle. L'introduction des ordinateurs dans ce domaine en 1970 a amélioré largement les performances ainsi que la simplification des circuits de commande. Le développement dans la technologie des machines électriques, en la comparant avec les autres domaines, a été lent et moins rapide. Les premières machines ont été lourdes, chères et moins performantes. L'amélioration des matériaux de construction a contribué à l'évolution de la conception des machines, ainsi que l'utilisation des éléments finis qui a permis l'optimisation des algorithmes de calcul. Récemment, la technique de la conception assistée par ordinateur (C.A.O), a ajouté une nouvelle dimension à cette technologie

Cette évolution technologique a permis d'introduire les moteurs à courant alternatif, utilisés

seulement dans les systèmes d'entraînement à vitesse constante à cause de la complexité du contrôle comparativement à la machine à courant continu.

Avec l'implantation des nouvelles techniques, comme la commande par flux orienté, la commande adaptative, commande à structure variable avec mode glissant et la commande non linéaire, la commande des moteurs à courant alternatif, analogiquement à la machine à courant continu, est devenue possible. Ceci permet d'obtenir des performances élevées. En utilisant des microprocesseurs, il est devenu possible d'implanter ces techniques de contrôle complexes.

Dans ce travail est destiné à réaliser et se familiariser avec la Commande non Linéaire (NLC) de la Machine Asynchrone, alimentée par un onduleur de tension.

Afin de pouvoir appliquer cette méthode de commande à la Machine Asynchrone, il est nécessaire de suivre les étapes suivantes:

- Etude de la Commande non-Linéaire et la définition de la loi de commande.
- Modélisation de la machine Asynchrone.
- Application de la Commande non -Linéaire à ce type de Machine.

## I.1.Introduction

Le caractère linéaire est généralement une idéalisation car la plupart des systèmes physiques où autres sont en réalité non linéaires. Pour des raisons de simplicité le modèle ayant servi pour la conception de la loi de commande ne tient pas toujours compte de certains phénomènes tels que les perturbations, les frottements, les dynamiques rapides etc.

Dans ce chapitre nous traitons quelques notions mathématiques qui seront utiles pour la linéarisation, et après nous décrivons les étapes principales pour la conception de la commande par linéarisation au sens entrée/sortie des systèmes non linéaires.

## I.2. Théorie de linéarisation

La linéarisation au sens entrée-sortie est une approche d'un modèle du contrôle non linéaire qui a attiré ces dernières années beaucoup de recherches [2], [3],...

L'idée principale est de transformer d'une manière algébrique la dynamique des systèmes non linéaires (complètement ou en parties) en linéaires, afin que les techniques du contrôle linéaire puissent être appliquées. Dans ce cas, la dynamique des systèmes non linéaires ne perd rien de ses propriétés du fait que la linéarisation ne fait que transformer cette dynamique d'une forme compliquée vers une autre plus simple à travers la transformation de coordonnées sélectionnées [4].

Cela diffère tout à fait de la linéarisation conventionnelle (Jacobin), parce que la linéarisation de la réaction est accomplie par transformation de la réaction de l'état exacte, plutôt que par approximations linéaires de la dynamique.

Avant de décrire les étapes à suivre pour linéariser un système, on aborde quelles notions mathématiques qui seront nécessaires à la bonne compréhension de la technique.

### I.2.1 : Outils mathématiques

Soit le système non linéaire :

$$\begin{cases} y = f(X) + g(x)u \\ y = h(X) \end{cases} \quad (1.1)$$

Où l'état  $x \in R^n$ , l'entrée  $u \in R^m$ , la sortie  $y \in R^p$ , et les entiers de  $f$ ,  $g$  et  $h$  sont des fonctions

### I.2.1.1: Gradient

On définit le gradient d'une fonction scalaire  $h(x)$  par rapport au vecteur  $x$ , par le vecteur  $\nabla h(x)$ , défini par :

$$(\nabla h)_i = \frac{\partial h}{\partial x_i} \quad (1.2)$$

D'une façon similaire, le gradient d'un champ de vecteur  $f(x)$  est défini par le Jacobin de  $f$  (matrice de  $(n \times n)$ ) comme suit

$$(\nabla f)_{ij} = \frac{\partial F_i}{\partial X_j} \quad (1.3)$$

### I.2.1.2 : Opérateurs de Lie (dérivée et crochet de Lie)

#### a- Dérivées de Lie

Soit  $h$  une fonction de classe  $C^1$  de  $R^n$  dans  $R$ . on appelle dérivée de lie de  $h$  dans la direction  $f$ , notée  $L_f h$ , la dérivée de  $h$  le long de courbe intégrale de  $f$  en  $x=0$ .

$$L_f h(x) = \frac{d}{dt} h(X_i(x))_{x=0} = \sum_{i=1}^n f_i(x) \frac{\partial h}{\partial x_i}(x) \quad (1.4)$$

Par cette formule, un champ de vecteurs  $f$  quelconque est identifié à l'opérateur différentiel linéaire du premier ordre comme suit :

$$L_f = \sum_{i=1}^n f_i(x) \frac{\partial}{\partial x_i} \quad (1.5)$$

#### b- Crochets de Lie :

Soient :  $f$  et  $g$  deux champs de vecteurs dans  $R^n$ . Le crochet de Lie de  $f$  et  $g$  est un troisième champ de vecteurs défini par :

$$[f, g](x) = \nabla g f - \nabla f g \quad (1.6)$$

On utilise la notion  $[f, g] = ad_f g$  où

$$[f, g](x) = ad_f g(x) = \frac{\partial g}{\partial x} f(x) - \frac{\partial f}{\partial x} g(x) \quad (1.7)$$

Où  $\frac{\partial g}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial f}{\partial x}$  sont des matrices Jacobiennes. L'application des crochets de lie successive

donne :

$$\begin{aligned}
 ad_f^0 g(x) &= g(x) \\
 ad_f^1 g(x) &= [f, g](x) \\
 &\dots\dots\dots \\
 ad_f^k g(x) &= [f, ad_f^{k-1} g](x)
 \end{aligned} \tag{1.8}$$

Les crochets de Lie ont des propriétés que nous pouvons écrire en adoptant la notation précédente [1] :

- $[a_1 f_1 + a_2 f_2, g] = a_1 [f_1, g] + a_2 [f_2, g]$
- Antisymétrie  $[f, g] = -[g, f]$
- Identité de Jacobi :  $[f, [g, p]] + [g, [p, f]] + [p, [f, g]] = 0$

$$\nabla \text{had}_f g = L_f L_g h - L_g L_f h$$

### 1.2.1.3 : Difféomorphisme

La fonction différentielle  $\Phi : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^n$  définie dans une région  $\Omega \subset \mathfrak{R}^n$  est appelée difféomorphisme si elle vérifie les deux conditions suivantes:

- $\Phi$  : est inversible, c'est-à-dire, il existe une fonction  $\Phi^{-1}$  telle que:  
 $\Phi^{-1}(\Phi(x)) = x$  pour tout  $x \in \mathfrak{R}^n$
- $\Phi^{-1}$  et  $\Phi$  sont des fonctions lisses.

Le difféomorphisme est utilisé pour transformer un système non linéaire en un autre système linéaire en effectuant un changement de variables de la forme:

$$Z = \Phi(x) \tag{1.9}$$

Où  $\Phi(x)$  représente n variables :

$$\Phi(x) = \begin{bmatrix} \Phi_1(x) \\ \Phi_2(x) \\ \dots \\ \Phi_n(x) \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} \tag{1.10}$$

À noter que si  $\Phi(z)^{-1}$  (transformation inverse) existe pour tout  $z \in \mathfrak{R}^n$ , le difféomorphisme est dit global. Dans le cas contraire, le difféomorphisme est appelé local et on doit le considérer seulement autour de la région  $\Omega \subset \mathfrak{R}^n$ .

Lorsque cette transformation existe, elle permet en particulier de stabiliser le système exactement comme s'il s'agissait d'un système linéaire, en utilisant les méthodes classiques des

systèmes linéaires.

### I.2.1.4 : Degré relatif

Le degré relatif ( $r$ ) de la sortie  $y$ , est le nombre de fois qu'il faut dériver  $y$  par rapport au temps pour faire apparaître explicitement l'entrée  $u$  dans les dérivées de  $y$ . D'après cette définition littéraire on peut dire que :

Le système de la forme (1.1) est dit de degré relatif ( $r$ ) dans une région  $\Omega$  au voisinage d'un point  $x_0$  si :

$$L_g L^i f(x) = 0 \text{ tel que : } 0 \leq i \leq r-2$$

$$L_g L^{r-1} f(x) \neq 0.$$

En effet, si on applique cette définition au système (1.1), nous obtenons :

$$\begin{aligned} \dot{y} &= \frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \frac{dx}{dt} = \frac{dh}{dx} \frac{dx}{dt} \\ \dot{y} &= \frac{dh(x)}{dx} f(x) + g(x)u \\ \dot{y} &= L_f h(x) + L_g h(x)u \end{aligned} \quad (1.11)$$

Si  $L_g h(x) = 0$ , nous continuons la dérivation de la sortie  $y$  pour la deuxième fois, pour tout  $x$  au voisinage de  $x_0$ , donc

$$\begin{aligned} \ddot{y} &= \frac{d}{dx} (L_f h(x)) \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dx} (L_f h(x)) (f(x) + g(x)u) \\ \ddot{y} &= L^2 f(x) + L_g (L^1 f(x)) u = L^2 f(x) \text{ si } L_g (L^1 f(x)) = 0 \text{ pour un degré relatif } r > 2. \end{aligned} \quad (1.12)$$

Nous continuons la dérivation de la sortie  $y$  jusqu'à l'apparition de  $u$  pour la première fois, pour un degré relatif égale à  $r$ , nous obtenons :

$$\begin{aligned} y &= h(x) = L^0 f(x) \\ \dot{y} &= L^1 f(x) + L_g (L^0 f(x)) u = L^1 f(x) \text{ avec } L_g (L^0 f(x)) = 0 \\ \ddot{y} &= L^2 f(x) + L_g (L^1 f(x)) u = L^2 f(x) \text{ avec } L_g (L^1 f(x)) = 0 \\ y^{(r)} &= L^r f(x) + L_g (L^{r-1} f(x)) u \text{ avec } L_g (L^{r-1} f(x)) \neq 0 \end{aligned} \quad (1.13)$$

Donc,  $r$  est le plus petit nombre entier pour lequel le coefficient de  $u$  n'est pas zéro sur l'espace où nous voulons contrôler le système [3].

Soient :

$$\alpha(x) = L_f^r(h)$$

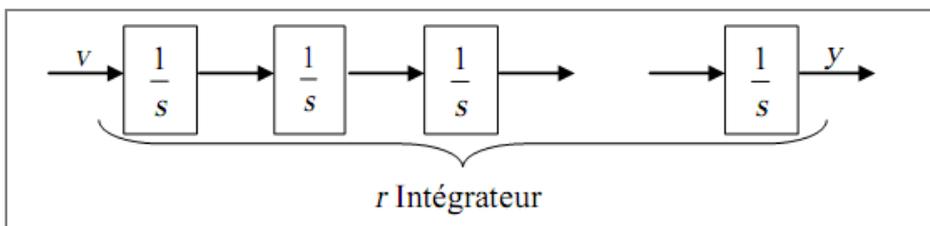
$$\beta(x) = L_g(L_f^{r-1}(h))$$

Donc :

$$y^{(r)} = L_f^r h + L_g(L_f^{r-1}h)u = \alpha(x) + \beta(x)u = v(x) \text{ Ou } \beta(x) \neq 0 \quad (1.14)$$

Où  $v(x)$  est appelée l'entrée synthétique ou contrôle synthétique.

Donc pour  $y^{(r)} = v(x)$ , nous le représentons par :



**Figure (I. 1) :** Représentation d'état

Nous avons  $r$  intégrateurs, on obtient un système linéaire de la forme:

$$\frac{y(p)}{v(p)} = \frac{1}{p^r} \quad (1.15)$$

Donc, nous pouvons concevoir maintenant un contrôleur pour ce système, en utilisant n'importe quelle méthode de conception des contrôleurs linéaires. Nous avons  $v = \alpha(x) + \beta u$ . Le contrôleur qui est implémenté est obtenu par:

$$u = \frac{1}{\beta(x)} [-\alpha(x) + v] \quad (1.16)$$

Par exemple, la loi de commande est définie par:

$$v = - \sum_{i=0}^{r-1} K_i L_f^i(h) = -K_0 y - K_1 \dot{y} - k_2 \ddot{y} - \dots - k_{r-1} y^{(r-1)} \quad (1.17)$$

Le choix des  $K_i$  est basé sur la stabilité du polynôme caractéristique donné par  $P^{(r)} + K_{(r-1)}p^{(r-1)}$  (polynôme stable), en utilisant la définition de Hurwitz, c'est à dire, que toutes ses racines soient situées strictement dans la partie gauche du plan.

En utilisant (1. 16), la forme finale de la loi de commande, par linéarisation entrée-sortie, devient :

$$u = \frac{1}{L_g L_f^{(r-1)} h(x)} \left[ -L_f^{(r)} h(x) - k_{(r-1)} y^{(r-1)} - \dots - k_1 \dot{y} - k_0 y \right] \quad (1.18)$$

Par ailleurs, le point zéro ne présente pas toujours le seul point d'équilibre pour un système non linéaire. Généralement, les systèmes possèdent des trajectoires de référence à poursuivre, et c'est à la commande de forcer le système à suivre la trajectoire désirée.

Si on considère  $y_d$  comme une sortie désirée (référence), l'erreur de poursuite  $e_p$  est donnée par :

$$e_p = y - y_d \quad (1.19)$$

Donc la loi de commande est donnée par :

$$v = y_d^{(r)} - k_{n-1} e_p^{(r-1)} - \dots - k_2 e_p^2 - k_1 e_p \quad (1.20)$$

### Remarque:

1. Pour un système contrôlable, le nombre de dérivation de la sortie  $y$  pour faire apparaître explicitement l'entrée  $u$ , ne peut pas dépasser l'ordre  $n$  du système, c'est à dire que  $r \leq n$ . Si l'entrée  $u$  n'apparaît pas après  $n$  dérivation, le système est non contrôlable.

2. Pour montrer l'analogie avec les systèmes linéaires, calculons le degré relatif d'un système non linéaire donné par équations :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A x(t) + B u(t) \\ y &= C x(t) \end{aligned}$$

Par analogie au (1.1), celle de système non linéaire, on a :

$$f(x) = Ax, g(x) = B \text{ et } h(x) = Cx$$

Donc, par application la dérivée de Lie prédéfinie précédemment, on trouve :

$$L_f^k h(x) = CA^k x$$

Et donc

$$L_g L_f^k h(x) = CA^k Bx$$

Ainsi l'entier  $r$  qui satisfait les conditions :

$$\begin{aligned} CA^k B &= 0 \\ CA^{r-1} B &= 0 \end{aligned} \quad \text{pour tous } k < r-1$$

Est alors égal à la différence entre le degré du dénominateur et celui du numérateur de la fonction de transfert du système donnée par:

$$G(p) = C (PI - A)^{-1} B$$

## I.2. Linéarisation entrées/sorties

La technique du contrôle par linéarisation est où la sortie  $y$  du système dynamique est différencié jusqu'à l'apparition de l'entrée physique  $u$  dans  $r$  dérivées de  $y$ . Alors  $u$  est introduit dans la fonction de transfert de « l'entrée synthétique »,  $v$ , à la sortie  $y$  qui est:

$$\frac{y(p)}{v(p)} = \frac{1}{p^r}$$

Le degré relatif total du système s'exprime par :

$$r = r_1 + r_2 + \dots + r_m \quad (1.21)$$

Si  $r$  est le degré relatif et inférieur à  $n$  l'ordre du système, alors il y aura une dynamique interne. Si  $r = n$  alors la linéarisation I/O (Entrée/Sortie) et I/S (Entrée/Etat) sont les mêmes. On envisage alors deux cas :

### 1<sup>er</sup> cas : $r = n$

Quand  $r = n$ , le système non linéaire (1.1) est complètement linéarisé par retour d'état en utilisant les expressions  $h, L_f h, \dots, L_f^{r-1} h$ .

Soient les  $m$  sorties  $y_i$  et leurs dérivées d'ordre  $r_j$  telles que :

$$\begin{cases} Z_1^1 = h_1(x) & Z_2^1 = L_f h_1(x) & \dots & Z_{r_1}^1 = L_f^{r_1-1} h_1(x) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_1^m = h_m(x) & Z_2^m = L_f h_m(x) & \dots & Z_m^m = L_f^{m-1} h_m(x) \end{cases} \quad (1.22)$$

Les  $z_i^j (j=1, \dots, m, i=1, \dots, r_j)$  sont indépendants et peuvent être considérées comme des nouvelles variables d'état du nouveau vecteur d'état. Ainsi, ces nouvelles variables d'état deviennent :

$$\begin{cases} z_1^j = z_2^j \\ \vdots \\ z_{r_j}^j = L_f^{r_j} h_j(x) + \sum_{i=1}^m L_{g_i} L_f^{r_j-1} h_j(x) \end{cases} \quad (1.23)$$

Ou  $1 \leq j \leq m$

Avec cette loi de commande, on obtient une linéarisation entrée/sortie qui est équivalente à la linéarisation entrée/état (I/O ou I/S) du système non linéaire c'est-à-dire que le système non linéaire sera constitué de sous systèmes linéaires et découplés.

## 2<sup>ème</sup> cas : $r < n$

Dans ce cas, on obtient seulement une linéarisation partielle pour le système étudié, les états  $z_i^j (j=1, \dots, m, i=1, \dots, r_j)$  représentent seulement la dynamique externe du système de dimension  $r$ , pour compléter l'ordre, un autre aspect est introduit, c'est la dynamique interne [3], cette dynamique représente la partie à ajouter pour compléter le système, donc on ajoute les  $(n-r)$  fonctions.

Cette partie de la dynamique interne représente la partie non observable, à travers la relation entrée-sortie, du système et qui joue un rôle décisif dans la stabilité du système résultant de la linéarisation.

### I.4. Problème de linéarisation entrée-sortie

Dans les problèmes du contrôle pratique, les rapports non linéaires entre variables ne sont pas en général faciles de manier dans un chemin direct. Pour cette raison, une stratégie du contrôle [5] de base consiste, tout d'abord donc à substituer des relations non linéaires par les linéaires. Dans cet esprit, nous commençons en considérant le problème de compensation d'un système non linéaire donné, pour obtenir un nouveau système qui définit une relation linéaire entre les variables d'entrée et les variables de sortie.

Ce problème est appelé le problème de la linéarisation entrées/sorties et, si nous restreignons notre attention aux retours de l'état statique régulier, il est décrit comme suit :

Soit le système non linéaire défini précédemment (1. 1), on cherche à trouver, si possible, le retour d'état statique régulier  $u=\alpha(z)+\beta(z)u$  et la transformation d'état tel que  $z=\Phi(x)$ , dans les nouvelles variables, le système compensé est donné par :

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = A_1 z_1 + B_1 u \\ \dot{z}_2 = f_2(z_1, z_2) + g_2(z_1, z_2) u \\ y = C_1 z_1 \end{cases} \quad (1.24)$$

Avec la paire  $(A_1, B_1)$  contrôlable et la paire  $(C, A)$  observable.

La solution du problème précité est calculée en premier, dans le cas mono sortie, est plus simple que le cas multi sortie.

#### I.4.1. Le cas mono-sorti

Le problème de la linéarisation entrée/sortie dans le cas mono-sortie concerne plus la base et élémentaire dans théorie du contrôle non linéaire, et sa solution est instrumentalisée dans le design des contrôleurs non linéaire classique.

L'idée de la solution consiste à résoudre, par retour d'état, les termes non linéaires qui paraissent dans les  $r$  dérivées dans le temps de la sortie  $y(t)$  ( $y^{(r)}(t)$ ),  $r$  qui est le degré relatif de  $y(t)$  défini précédemment.

Dans l'automatisme, cette stratégie du contrôle est appliquée pour une grande part, par exemple, dans le calcul théorique de contrôle du couple.

La solution du problème est donc par application de théorème suivant :

#### Théorème 1

Pour  $p = 1$ ; alors le problème de linéarisation de retour de l'état statique entrée-sortie pour la somme est résoluble si et seulement si son degré relatif  $r$  est fini.

#### I.4.2. Cas Multi sorties

La solution élémentaire précitée peut être généralisée facilement aux systèmes du multi sorties. La condition résultante devient une condition suffisante.

#### Théorème 2.

Le problème de la linéarisation entrée-sortie pour  $\Sigma$  est résoluble si :

$$\text{rang} \left[ \frac{\partial y_1^{r_1}, \partial y_2^{r_2}, \dots, \partial y_p^{r_p}}{\partial u} \right] = p$$

Où :  $r_i$  est le degré relatif de la fonction de sortie  $h_i$ , pour  $i=1, 2, \dots, p$

### I.5. Principe de la technique de linéarisation au sens des entrées-sorties

Le concept de la linéarisation au sens des entrées-sorties est maintenant très connu. Plusieurs références qui décrivent la manière de l'appliquer sont maintenant disponibles [1], [2].

Nous allons montrer comment obtenir une relation linéaire entre la sortie  $y$  et une nouvelle entrée  $v$ , en effectuant un bon choix de la loi linéarisante. Le modèle équivalent étant linéaire, on peut lui imposer une dynamique stable en se basant sur les méthodes Linéaires classiques. Avant tout, on considère que le système non-linéaire à  $p$  entrées et  $p$  sorties a pour forme [6]:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + \sum_{i=1}^p g_i(x) u_i \\ y_i &= h_i(x) \quad i = 1, 2, \dots, q \end{aligned} \quad (1.25)$$

Ou  $x=[x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T \in \mathfrak{R}^n$  est le vecteur d'état,  $u=[u_1 \ u_2 \ \dots \ u_p]^T \in \mathfrak{R}^p$  est le vecteur des commandes et  $y=[y_1 \ y_2 \ \dots \ y_p]^T \in \mathfrak{R}^q$  représente le vecteur des sortie.  $f, g$  sont des champs de vecteurs lisses et  $h_i, i=1, 2, \dots, q$  est une fonction lisse.

Le problème consiste à trouver une relation linéaire entre l'entrée et la sortie en dérivant la sortie jusqu'à ce qu'au moins une entrée apparaisse en utilisant l'expression:

$$y_j^{r_j} = L_f^{r_j} h_j(x) + \sum_{i=1}^p L_{g_i} \left( L_f^{(r_j-1)} h_j(x) \right) u_i \quad (1.26)$$

$$j=1, 2, \dots, p$$

Ou  $L_f^i h_j$  et  $L_{g_i}^i h_j$  sont l' $i^{\text{eme}}$  dérivée de lie de  $h_j$  respectivement dans la direction de  $f$  et  $g$ .  $r_j$  est le nombre de dérivées nécessaires pour qu'au moins, une des entrées apparaisse dans l'expression (1.26) et est connue sous le nom du degré relatif correspondant à la sortie  $y$ .

Le degré relatif total ( $r$ ) est défini comme étant la somme de tous les degrés relatifs obtenus à l'aide de (1.26) et doit être inférieur ou égal à l'ordre du système :

$$r = \sum_{j=1}^p r_j \leq n.$$

On dit que le système (1.26) a pour degré relatif (r) s'il vérifie :

$$L_{g_i} L_f^k h_j = 0 \quad 0 < k < r_{j-1} \quad 1 \leq k \leq p, \quad 1 \leq j \leq p$$

Et :

$$L_{g_i} L_f^k h_j \neq 0 \quad k = r_j - 1$$

Dans le cas où le degré relatif total est égal à l'ordre du système, on est en présence d'une linéarisation au sens des entrées-états. Si par contre le degré relatif total est strictement inférieur à l'ordre du système, la linéarisation est dite linéarisation au sens des entrées-sorties.

Pour trouver l'expression de la loi linéarisante  $u$  qui permet de rendre la relation linéaire entre l'entrée et la sortie, on récrit l'expression (1.26) sous forme matricielle:

$$\begin{bmatrix} y_1^{r_1} & y_2^{r_2} & \dots & y_p^{r_p} \end{bmatrix} = \alpha(x) + \beta(x)u \quad (1.27)$$

Où :

$$\alpha(x) = \begin{bmatrix} L_f^{r_1} h_1(x) \\ L_f^{r_2} h_2(x) \\ \dots \\ L_f^{r_p} h_p(x) \end{bmatrix} \quad (1.28)$$

Et

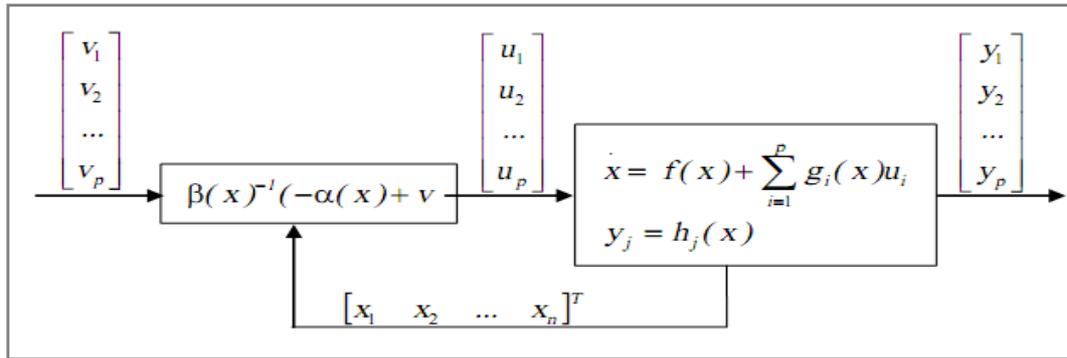
$$\beta(x) = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{r_1-1} h_1(x) & L_{g_2} L_f^{r_1-1} h_1(x) & \dots & L_{g_p} L_f^{r_1-1} h_1(x) \\ L_{g_1} L_f^{r_2-1} h_2(x) & L_{g_2} L_f^{r_2-1} h_2(x) & \dots & L_{g_p} L_f^{r_2-1} h_2(x) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ L_{g_1} L_f^{r_p-1} h_p(x) & L_{g_2} L_f^{r_p-1} h_p(x) & \dots & L_{g_p} L_f^{r_p-1} h_p(x) \end{bmatrix} \quad (1.29)$$

Où  $\beta(x)$  est appelée matrice de découplage du système.

Si on suppose que  $\beta(x)$  n'est pas singulière, la loi de commande linéarisante a pour forme:

$$u = \beta^{-1}(x)(-\alpha(x) + v) \quad (1.30)$$

Notons que la linéarisation ne serait possible que si la matrice de découplage,  $\beta(x)$  est inversible. Le schéma bloc du système linéarisé est donné à la figure (1. 2).



**Figure (I.2) :** schéma bloc système linéarisé.

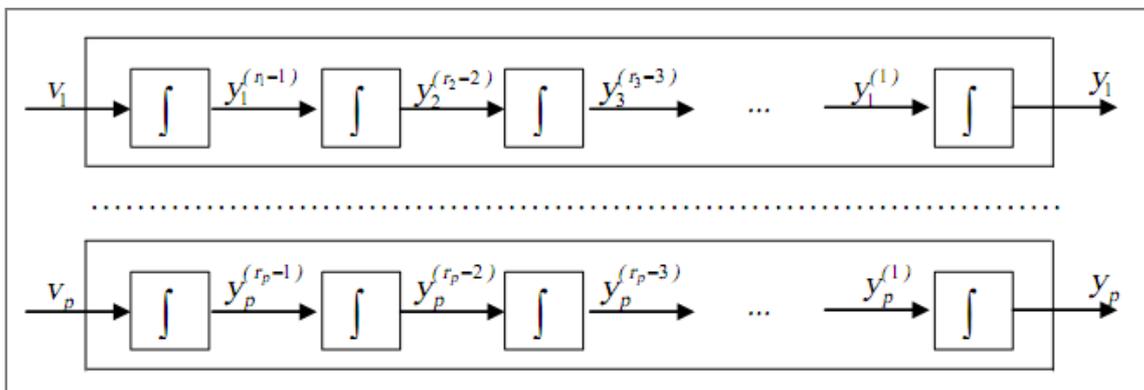
En remplaçant (1. 30) dans (1. 25), le système équivalent devient linéaire et totalement découplé de la forme :  $y_i^{(r_i)} = v_i$  (1.31)

Ou plus explicitement par :

$$\begin{bmatrix} y_1^{r_1} & y_2^{r_2} & \cdots & y_p^{r_p} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} v_1 & v_2 & \cdots & v_p \end{bmatrix}^T \quad (1.32)$$

Ce qui nous permet de lui imposer n'importe quelle dynamique stable par une bonne conception du nouveau vecteur d'entrée  $v = [v_1 \ v_2 \ \dots \ v_p]^T$ .

Remarquons que l' expression (1. 31) représente p intégrateurs en cascade dont le comportement dynamique n'est toujours pas souhaitable (figure (1. 3)).



**Figure (I.3) :** dynamique du système linéarisé.

Ce comportement indésirable nécessite une mise en forme canonique. Cela est réalisé en effectuant un changement de variable basé sur la propriété citée ci-dessus.

### I.5.1. Mise sous forme canonique

Supposons que le système (1. 25) à des degrés relatifs  $\{r_1, r_2, \dots, r_p\}$  et que

$r = \sum_{i=1}^p r_i \leq n$  où n est l'ordre du système. On définit r fonctions  $(\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_r)$  qui

permettent d'écrire :

$$z = (\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_r, \Phi_{r+1}, \dots, \Phi_r) \quad (1.33)$$

$$z = (h_1, L_f h_1, L_f^{r_1-1} h_1, h_2, \dots, L_f^{r_2-1} h_2, h_p, \dots, L_f^{r_p-1} h_p)$$

Selon la valeur de  $\{r_1, r_2, \dots, r_p\}$ . On peut distinguer deux cas possibles :

**-cas 1 :** ( $r = \sum_{i=1}^p r_i = r_1 + r_2 + \dots + r_p = n$ ). Dans ce cas, l'ensemble des fonctions  $\Phi^k = L_f^{k-1} h_i$  avec  $1 \leq k \leq r_i$  et  $1 \leq i \leq p$  définissent un difféomorphisme, tel que:

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \dots \\ \Phi_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [h_1, L_f h_1, \dots, L_f^{r_1-1} h_1]^T \\ \dots \\ [h_p, L_f h_p, \dots, L_f^{r_p-1} h_p]^T \end{bmatrix} \quad (1.34)$$

**-cas 2 :** ( $r = \sum_{i=1}^p r_i = r_1 + r_2 + \dots + r_p < n$ ). Dans ce cas, il est possible de trouver  $(n-r)$  autres fonctions  $\Phi^k$ , ( $r+1 \leq k \leq n$ ) pour que  $\Phi^k$ , ( $1 \leq k \leq n$ ) soit de rang  $n$ .

On introduit un vecteur de variables complémentaires  $\eta$  de sorte que :

$$\begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \dots \\ \eta_{n-r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{r+1} \\ \Phi_{r+2} \\ \dots \\ \Phi_n \end{bmatrix} \quad (1.35)$$

$$\dot{z}_1 = z_2$$

$$\dot{z}_2 = z_3$$

.....

Dans les nouvelles coordonnées, le système (1.33) s'écrit :

$$\begin{aligned}
 \dot{z}_{r_1-1} &= z_{r_1} \\
 \dot{z}_{r_1} &= L_f^{r_1} h_1 + \sum_{j=1}^p L_{g_1}^{r_1-1} h_1 u_j \\
 \dot{z}_{r_1+1} &= z_{r_1+2} \\
 &\dots\dots\dots \\
 \dot{z}_r &= L_f^{r_p} h_p + \sum_{j=1}^p L_{g_1}^{r_p-1} h_p u_j
 \end{aligned} \tag{1.36}$$

Pour les  $(n - r)$  autres fonctions, il est difficile de trouver une forme détaillée des nouvelles variables, toutefois on les note d'une façon générale par :

$$\eta = \psi(z, \eta) + \theta(z, \eta)u.$$

En ce qui concerne la sortie, le vecteur  $y = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_p]^T$  peut être écrit dans les nouvelles coordonnées par :

$$\begin{aligned}
 y_1 &= z_1 \\
 y_1 &= z_{r_1+1} \\
 &\dots\dots\dots \\
 y_p &= z_{r_1+\dots+r_{p-1}+1}
 \end{aligned} \tag{1.37}$$

En appliquant la loi linéarisante (1.30) au système (1.36) nous obtenons:

$$\dot{z} = \begin{pmatrix} A_{r_1} & \dots & \mathbf{0} \\ \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0} & \dots & A_{r_p} \end{pmatrix} z + \begin{pmatrix} B_{r_1} & \dots & \mathbf{0} \\ \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0} & \dots & B_{r_p} \end{pmatrix} u \tag{1.38}$$

$$\eta = \psi(z, \eta) + \theta(z, \eta) u. \tag{1.39}$$

Avec :

$$A_{r_i} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{r_i \times r_i}, \quad B_r = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{r_i}, \quad C_{r_i} = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0]$$

Et pour la sortie

$$y = \begin{bmatrix} C_{r_1} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & C_{r_p} \end{bmatrix}$$

### I.5.2. Conception du nouveau vecteur de commande

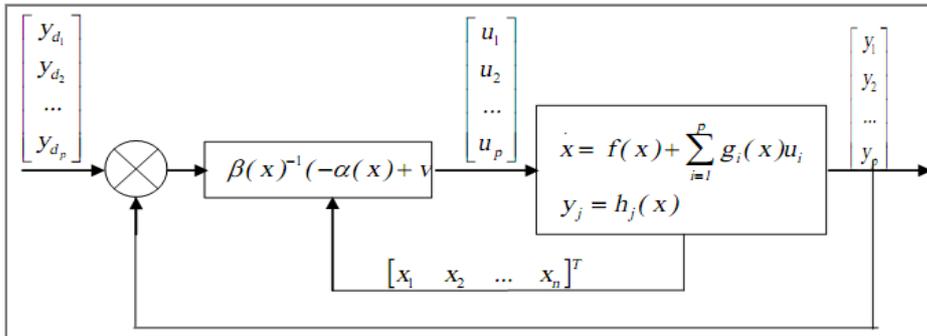
Le vecteur  $v$  est conçu selon les objectifs de commande. Pour le problème de poursuite envisagé, il doit satisfaire:

$$v_j = y_{d_j}^{(r_j)} + K_{r_j} \left( y_{d_j}^{(r_j-1)} - y_j^{(r_j-1)} \right) + \dots + K_1 \left( y_{d_j} - y_j \right) \quad 1 \leq j \leq p \quad (1.40)$$

Où les vecteurs  $\{y_{d_j}, y_{d_j}^{(1)}, \dots, y_{d_j}^{(r_j-1)}, y_{d_j}^{(r_j)}\}$  définissent les trajectoires de références imposées pour les différentes sorties. Si les  $k_i$  sont choisis de façon à ce que le polynôme  $(p_{r_j} + k_{r_j-1}p^{r_j-1} + \dots + k_2p + k_1 = 0)$  soit un polynôme d'Hurwitz (possède des racines avec des parties réelles négatives). Alors on peut montrer que l'erreur  $e_j(t) = y_{d_j}(t) - y_j(t)$  satisfait :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_j(t) = 0 \quad (1.41)$$

Le système linéarisé en boucle fermée est donné par la figure suivante :



**Figure (I.4) :** schéma bloc du système linéarisé en boucle fermée.

## I.6. Dynamique d'ordre zéro

La dynamique zéro est définie comme étant la dynamique interne du système pour laquelle sa sortie est maintenue à zéro par l'entrée. Constatant que la spécification de maintenir la sortie du système nulle uniquement définit l'entrée désirée (exigée) et par conséquent la dynamique zéro assure la stabilité asymptotique dans le sens de Lyapunov.

## I.7. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté des généralités sur les outils mathématiques qui sont utilisés pour la linéarisation (notion de dérivée de Lie, degré relatif,...).

La technique de la linéarisation non-linéaire au sens entrées-sorties est basée sur l'idée de transformer un système non-linéaire en un système linéaire puis lui appliquer le retour d'état, la conception est basée sur :

Un choix d'un changement de coordonnées convenable, mais un choix mène vers des lois de commande plus simples.

L'application des dérivées de Lie sur ce changement de coordonnées.

L'utilisation de retour non linéaire d'état à travers d'un état de commande pour compenser la non linéarité.

Application de la théorie de commande linéaire par un choix de la loi commande convenable (où une loi qui force la sortie à poursuivre la trajectoire de référence (une sortie désirée)).

Ainsi la linéarisation dépend du degré relatif tel que :

Si le degré relatif associé à la linéarisation est égal à l'ordre du système, le système non-linéaire est totalement linéarisable.

Si le degré relatif est inférieur à l'ordre du système, donc le système est partiellement linéarisable. Ce qui nécessite l'étude de la stabilité de la dynamique interne.

Cette technique est bien adaptée aux problèmes de suivi de trajectoires et aux problèmes de stabilisation, comme le cas de la machine asynchrone et qui fera l'objet de notre étude dans le chapitre suivant.

## II.1. Introduction

Le Moteur Asynchrone est actuellement le moteur électrique dont l'usage est le plus répandu dans l'industrie. Son principal avantage réside dans l'absence de contacts électriques glissants, ce qui conduit à une structure simple et robuste facile à construire. Relié directement au réseau industriel à tension et fréquence constante, il tourne à vitesse peu différente de la vitesse synchrone; c'est lui qui est utilisé pour la réalisation de la quasi-totalité des entraînements à vitesse constante. Le permet aussi la réalisation d'entraînements à vitesse variable et la place qu'il occupe dans ce domaine ne cesse de croître.

Dans les pays industrialisés, plus de 60% de l'énergie électrique consommée est transformée en énergie mécanique par des entraînements utilisant les moteurs électriques.

Le modèle mathématique d'une Machine Asynchrone (MAS) nous facilite largement son étude et permet sa commande dans les différents régimes de fonctionnement transitoire ou permanent. [7]

## II.2. Modélisation de moteur Asynchrone triphasé

Les hypothèses simplificatrices dans cette étude du MAS sont :

- Entrefer constant.
- Effet d'encoche et pertes ferromagnétiques négligeables.
- Influence de l'effet de peau et de l'échauffement ne sont pas prises en compte.
- Distribution spatiale sinusoïdale des forces magnétomotrices d'entrefer.
- Circuit magnétique parfaitement feuilleté (seuls les enroulements sont parcourus par des courants) et non saturé (perméabilité magnétique constante). [8]

### II.2.1. Equations électriques générales

Les équations des tensions statoriques décrites dans le repère fixe au stator sont :

$$\begin{bmatrix} v_{as} \\ v_{bs} \\ v_{cs} \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{as} \\ \Phi_{bs} \\ \Phi_{cs} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{bmatrix} \quad \dots(2.1)$$

Les équations des tensions rotoriques liées au rotor sont :

$$\begin{bmatrix} v_{ar} \\ v_{br} \\ v_{cr} \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{ar} \\ \Phi_{br} \\ \Phi_{cr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_r & 0 & 0 \\ 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ar} \\ i_{br} \\ i_{cr} \end{bmatrix} \quad \dots(2.2)$$

$$\begin{bmatrix} \Phi_{s_{abc}} \\ \Phi_{r_{abc}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [l_s] & [M_{sr}] \\ [M_{rs}] & [l_r] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s_{abc}} \\ i_{r_{abc}} \end{bmatrix} \quad \dots(2.3)$$

Avec :

$$[l_s] = \begin{bmatrix} L_s & M_s & M_s \\ M_s & L_s & M_s \\ M_s & M_s & L_s \end{bmatrix}; \quad [l_r] = \begin{bmatrix} L_r & M_r & M_r \\ M_r & L_r & M_r \\ M_r & M_r & L_r \end{bmatrix} \quad \dots(2.4)$$

$$[M_{sr}] = [M_{rs}]^T = [M_0] \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos \theta & \cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos \theta \end{bmatrix} \quad \dots(2.5)$$

$[M_{sr}] = [M_{rs}]^T$  Matrice des inductances mutuelles du couplage entre stator et rotor.

$l_s, l_r$  : Inductance propre d'une phase statorique et rotorique.

### II.2.2. La transformation de Park

Physiquement, l'application de la transformation de Park à la MAS correspond à une transformation des trois bobines (statoriques et rotoriques) à deux bobines équivalentes reprenant les mêmes considérations ou aspects en terme, de flux, de couple et de courant ou du moins une image qui leur sera parfaitement proportionnelle. [9], [10]

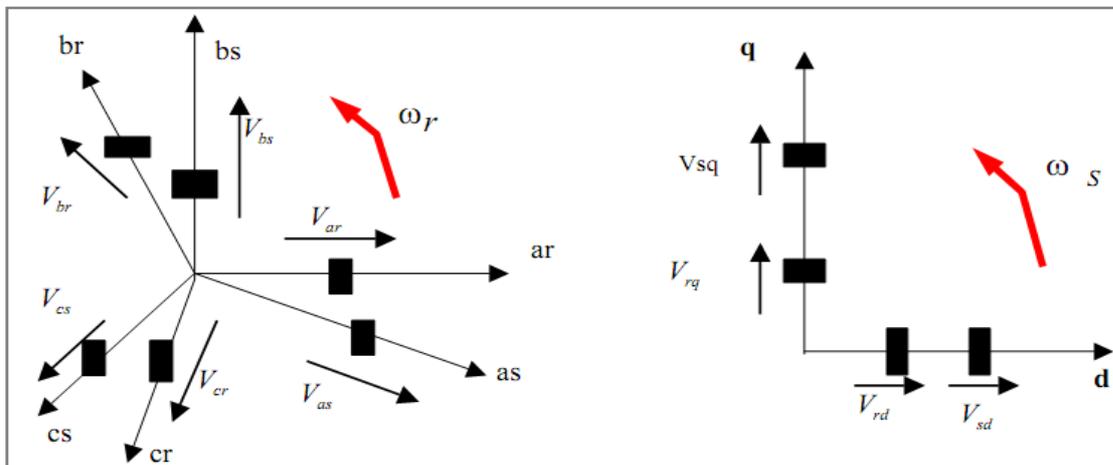


Figure (II.1) : Illustration Machine triphasée et Machine diphasée équivalente

### II.2.3. Condition d'équivalence

- égalité des forces magnétomotrice.
- égalité des puissances actives.
- égalité des puissances magnétique.

### II.2.4. Matrice de Park

$$A = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta_s & \cos(\theta_s - 2\pi/3) & \cos(\theta_s - 4\pi/3) \\ -\sin \theta_s & -\sin(\theta_s - 2\pi/3) & -\sin(\theta_s - 4\pi/3) \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \quad \dots(2.6)$$

Le changement de variables de 3 vers 2 correspond aux courants, tensions et flux sont définis par la transformation tel que :

$$\begin{bmatrix} x_{\alpha\beta o} \end{bmatrix} = A \cdot \begin{bmatrix} x_{abc} \end{bmatrix} \quad \dots(2.7)$$

### II.2.5. Matrice de Park inverse

$$A^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta_s & -\sin \theta_s & 1/\sqrt{2} \\ \cos(\theta_s - 2\pi/3) & -\sin(\theta_s - 2\pi/3) & 1/\sqrt{2} \\ \cos(\theta_s - 4\pi/3) & -\sin(\theta_s - 4\pi/3) & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \quad \dots(2.8)$$

La transformation inverse se fait par

$$\begin{bmatrix} x_{abc} \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} x_{\alpha\beta o} \end{bmatrix} \quad \dots(2.9)$$

$\theta_s$ , Angle de rotation du repère.

Le coefficient  $\sqrt{\frac{2}{3}}$  de cette transformation normalisée est de choisi comme une expression invariante du couple électromagnétique à partir de la propriété :

$$A^t = A^{-1} \cdot [9]$$

Où,  $A^t$  représente la matrice transposée.

La composante homopolaire ( $x_o$ ) dans un système équilibré est nulle.

En appliquant la transformation du Park au système d'équations (2-1), (2-2), (2-3), (2-6), Le nouveau système d'équations devient

$$\begin{bmatrix} v_{\alpha s} \\ v_{\beta s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{\alpha s} \\ I_{\beta s} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{\alpha s} \\ \Phi_{\beta s} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{\text{coor}} \\ \omega_{\text{coor}} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Phi_{\alpha s} \\ \Phi_{\beta s} \end{bmatrix} \quad \dots(2.10)$$

$$\begin{bmatrix} v_{\alpha r} \\ v_{\beta r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{\alpha r} \\ I_{\beta r} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{\alpha r} \\ \Phi_{\beta r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{sl} \\ \omega_{sl} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Phi_{\alpha r} \\ \Phi_{\beta r} \end{bmatrix} \quad \dots(2.11)$$

$$\begin{bmatrix} \Phi_{\alpha s} \\ \Phi_{\alpha r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & M \\ M & L_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{\alpha s} \\ I_{\alpha r} \end{bmatrix} \quad \dots(2.12)$$

$$\begin{bmatrix} \Phi_{\beta s} \\ \Phi_{\beta r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_r & M \\ M & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{\beta s} \\ I_{\beta r} \end{bmatrix} \quad \dots(2.13)$$

Où:

$L_s = l_s - M_s$  inductance propre cyclique du stator.

$L_r = l_r - M_r$  inductance propre cyclique du rotor.

$M = \frac{3}{2}M_{sr}$  inductance mutuelle cyclique entre stator et rotor.

$\omega_{\text{coor}}$  Vitesse de rotation du repère par rapport au stator.

$\omega_r$  Vitesse de rotation du rotor par rapport au stator.

$\omega_{sl} = \omega_{\text{coor}} - \omega_r$  Vitesse de rotation du repère par rapport au rotor.

## II.2.6. Equation mécanique :

Pour que le modèle soit complet, on doit lui adjoindre l'équation mécanique suivante :

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{J} (C_e - C_r - f\Omega) \quad \dots(2.14)$$

Avec :

$\Omega$  la vitesse angulaire du rotor.

$J$  l'inertie totale du système.

$C_r$  le couple résistant.

$f$  le coefficient de frottement.

$C_e$  le couple électromagnétique.

Pour un référentiel fixe par rapport au stator :

$$\frac{d\theta_s}{dt} = \omega_{\text{coor}} = 0 \text{ et } \omega_{sl} = -\omega_r$$

La vitesse angulaire est défini par :

$$\omega_r = p \cdot \Omega \quad \dots(2.15)$$

Où:

$p$  : le nombre de paires de pôles.

Pour une MAS triphasée alimentée en tension, les tensions statoriques ( $u_{s\alpha}, u_{s\beta}$ ) sont les variables de contrôle et si on considère les flux rotoriques, les courants ( $i_{s\alpha}, i_{s\beta}$ ) et la vitesse comme variables d'état, alors le modèle de la machine est décrit par l'équation d'état suivante :

$$\frac{dX}{dt} = A X + B u \quad \dots(2.16)$$

Avec :

$$X = \begin{bmatrix} i_{\alpha s} \\ i_{\beta s} \\ \Phi_{\alpha s} \\ \Phi_{\beta s} \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} v_{\alpha s} \\ v_{\beta s} \end{bmatrix} \quad \dots(2.17)$$

$$A = \begin{bmatrix} -\lambda & 0 & K/T_r & \omega_r K \\ 0 & -\lambda & -\omega_r K & K/T_r \\ M/T_r & 0 & -1/T_r & \omega_s - \omega_r \\ 0 & M/T_r & -(\omega_s - \omega_r) & -1/T_r \end{bmatrix} \quad \dots(2.18)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \dots(2.19)$$

Avec :

$$\sigma = 1 - \frac{M^2}{L_s L_r} \quad : \text{Coefficient de dispersion total.}$$

$$T_r = \frac{L_r}{R_r} \quad : \text{Constante de temps rotorique.}$$

$$\lambda = \left( \frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{1 - \sigma}{\sigma T_r} \right)$$

L'équation mécanique est donnée par :

$$J \frac{d\Omega}{dt} + f \Omega - C_r = p \frac{M}{L_r} (\Phi_{\alpha r} i_{\beta s} - \Phi_{\beta r} i_{\alpha s}) \quad \dots(2.20)$$

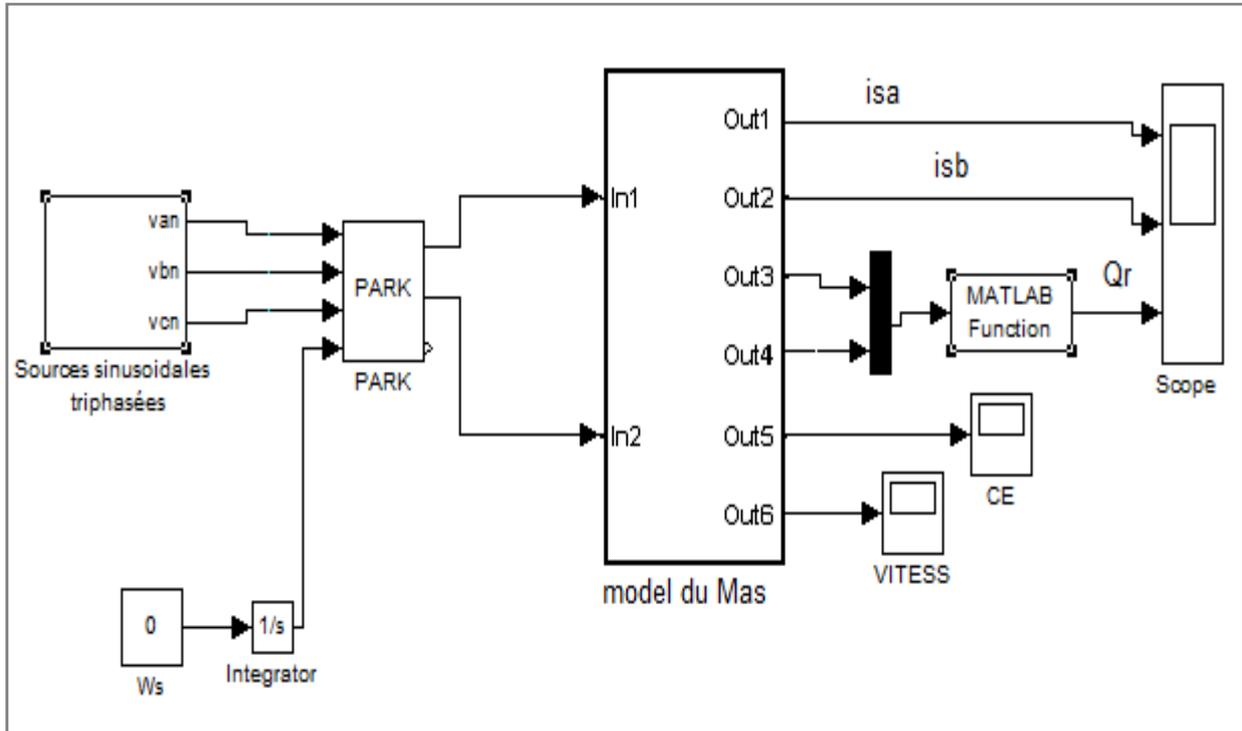


Figure (II.2): Schéma de simulation de MAS alimentée en tension

### II.3. Résultats de simulation

Après exécution de la simulation on aboutit aux résultats :

#### II.3.1. Représentation de l'alimentation triphasée

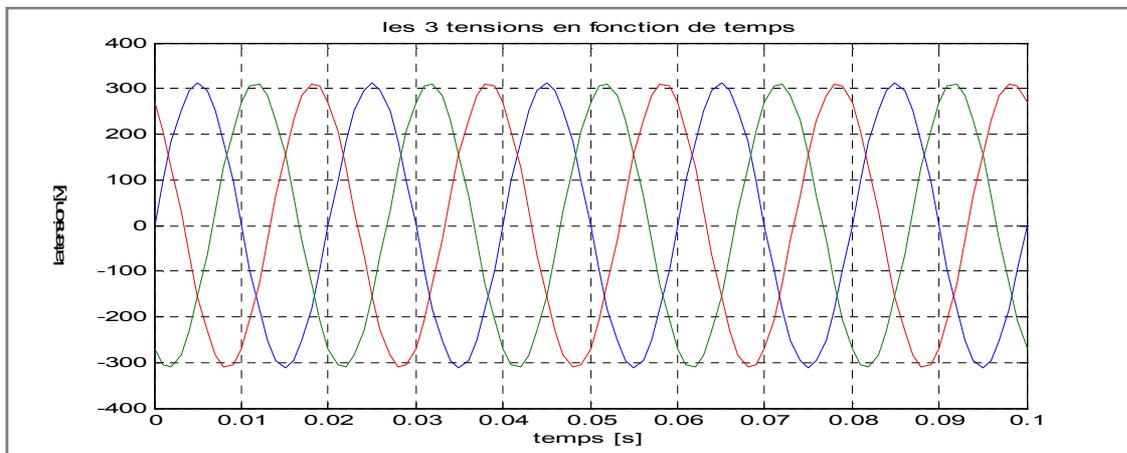
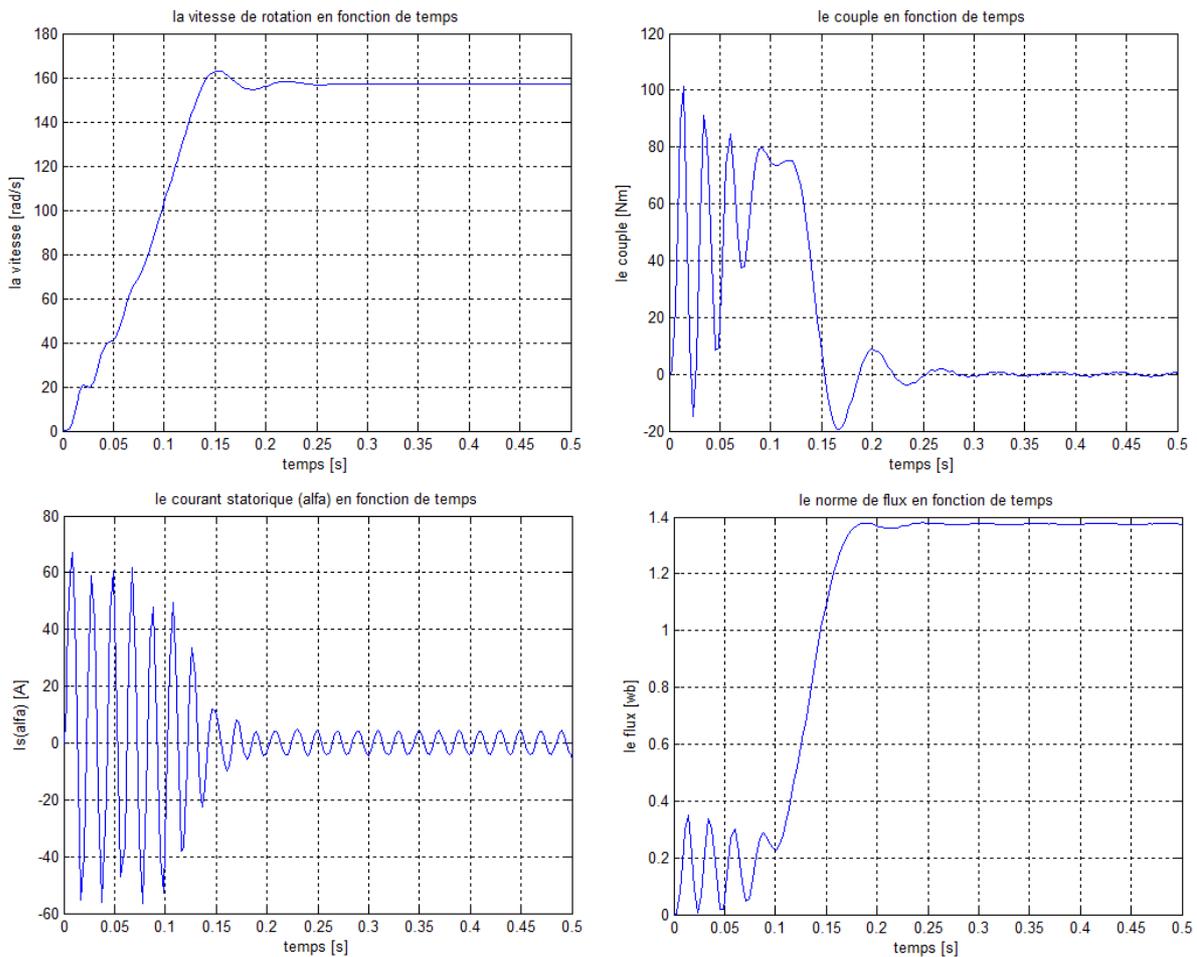


Figure (II.3) : Alimentation triphasée équilibrée

### II.3.2. Résultats de simulation de MAS alimentée en tension à vide

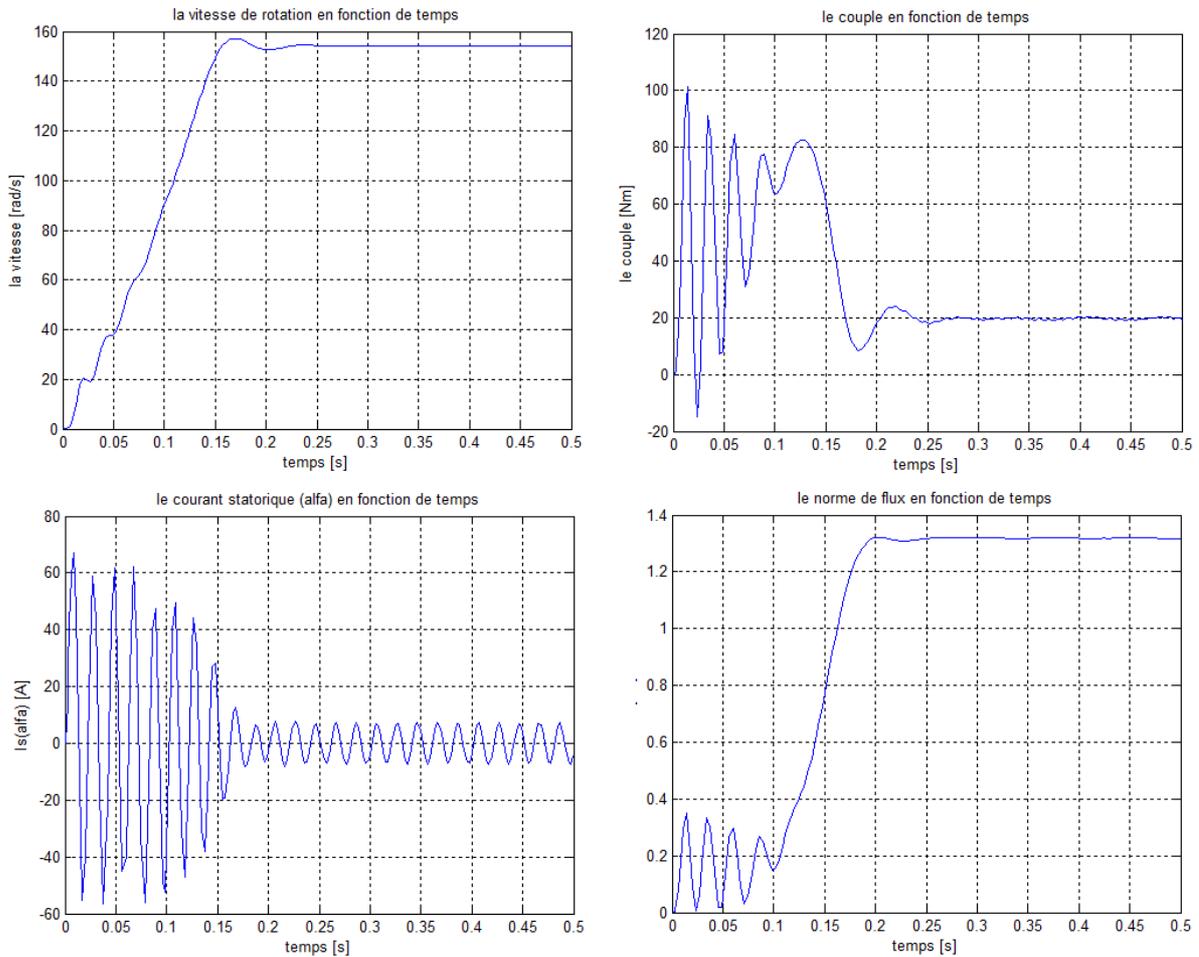


**Figure (II.4):** démarrage à vide de la MAS

Selon la Figure (2.4) :

- Flux rotorique, après un régime transitoire qui dura jusqu'à ( $T_r=0.16$  s), le flux atteint sa valeur finale ( $\Phi_r=1.38$  Wb).
- Courant statorique, après un fort courant de démarrage qui vaut (67 A) et un temps de réponse  $T_r$  de (0.16 s), le courant entre dans son régime normal avec une intensité entre (-4.2 et 4.2 A).
- Pour le couple électromagnétique, le couple de démarrage atteint la valeur 101Nm et après un temps de réponse de (0.16 s), tend vers la valeur de (0 N.m) dans le cas à vide
- La vitesse atteint presque la vitesse de synchronisme (157Rd/s), après un temps de réponse de (0.16 s).

### II.3.3 Résultats de simulation de MAS alimentée en tension en charge



**Figure (II.5):** démarrage en charge de la MAS

Selon la Figure (2.5) :

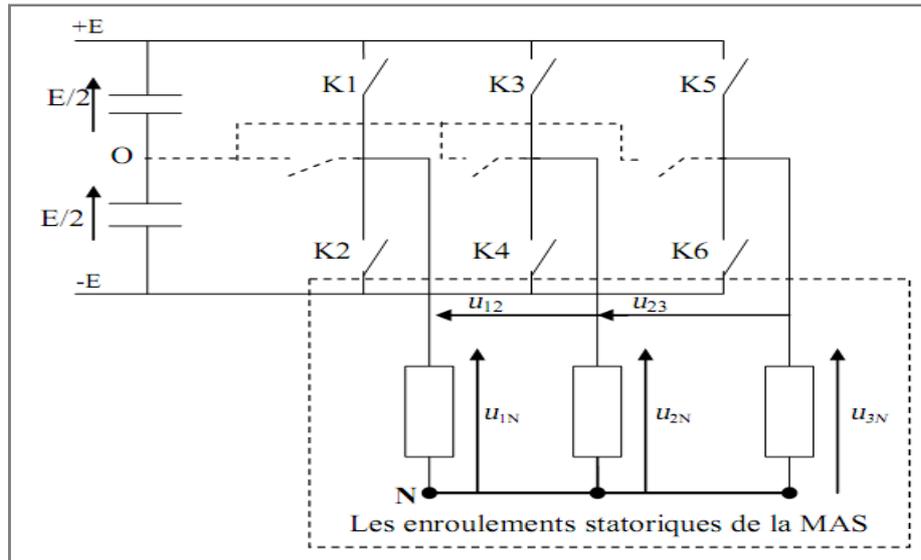
Pour le test en charge, le temps de réponse augmente jusqu'à (0.17 s), la vitesse subit une diminution, et le couple électromagnétique atteint sa valeur finale de (19 Nm).

### II.4. L'alimentation

Dans certaines applications pour lesquelles la variation de la vitesse est nécessaire, le moteur sera alimenté par un système de tensions triphasées ou par un système de courants triphasés (Injectés) dans les enroulements du stator, par l'intermédiaire d'un convertisseur électronique de puissance placé entre le moteur et le réseau industriel électrique.

#### II.4.1. Description de l'onduleur de tension

Un onduleur comporte six éléments commandables à l'allumage et à l'extinction, placés en antiparallèle avec une diode figure suivant :



**Figure (II. 6) :** Structure équivalente de l'onduleur de tension triphasé

L'onduleur est alimenté par une source de tension qui est un redresseur avec un circuit de filtrage, que nous symbolisons par deux points portés aux potentiels  $E/2$  et  $-E/2$  par rapport au point « O ». Le rotor de la machine est en court-circuit, et le stator est couplé en étoile sans neutre.

Chaque demi-bras de l'onduleur se compose de deux interrupteurs en série avec leur point commun relié par une diode au milieu de la source continue. Le sens de la diode dépend de la polarité du demi-bras.

Une diode en inverse sur chaque interrupteur pour assurer la circulation du courant pendant la phase de roue libre. L'amplitude de la tension aux bornes de chaque semi-conducteur est limitée  $\frac{1}{2}E$  de la source majorée de la surtension due à la commutation des interrupteurs. Les potentiels des bornes 1, 2, 3 peuvent prendre les trois valeurs  $+E$ ,  $0$ ,  $-E$  d'où l'appellation onduleur triphasé trois états [11].

La figure (2. 6) présente une structure équivalente l'onduleur triphasé trois états dans laquelle les fonctions des semi-conducteurs sont symbolisées par des interrupteurs, dans ce cas, le schéma équivalent est constitué de six interrupteurs bidirectionnels.

Les interrupteurs peuvent être réalisés, suivant la puissance à contrôler, avec des transistors MOS ou bipolaire, des IGBT ou des GTO associés à une diode en antiparallèle pour obtenir la réversibilité en courant.

### II.4.2. Commande par modulation de la largeur d'impulsion

Les grandeurs de sortie des commandes analogiques ou numériques représentent les tensions ou les courants désirés aux bornes de la machine. La technique de modulation de la largeur d'impulsion (M.L.I.) permet de reconstituer ces grandeurs à partir d'une source à fréquence fixe et tension fixe ; en général une tension continue par l'intermédiaire d'un convertisseur. Celui-ci réalise les liaisons électriques entre la source et la charge. Le réglage est effectué par les durées d'ouverture et de la fermeture des interrupteurs et par les séquences de fonctionnement.

La méthode de contrôle par M. L. I. à partir d'une source de tension continue constante consiste à imposer aux bornes de la machine des créneaux de tension de manière que le fondamental de la tension soit plus proche de la référence de tension sinusoïdal.

La multiplication du nombre des impulsions formant chacune des alternances d'une tension de sortie d'un onduleur à M. L. I. présente deux avantages importants à savoir.

- Repousser vers des fréquences les plus élevées les harmoniques de la tension, ce qui facilite le filtrage.
- Elle permet de faire varier la valeur du fondamental de la sortir.

L'essor de la M. L. I. est lié au progrès des semi-conducteurs de puissance, l'augmentation du nombre de commutation entraînerait des pertes excessives si on n'avait pas réussi à réduire les pertes à chacune des commutations.

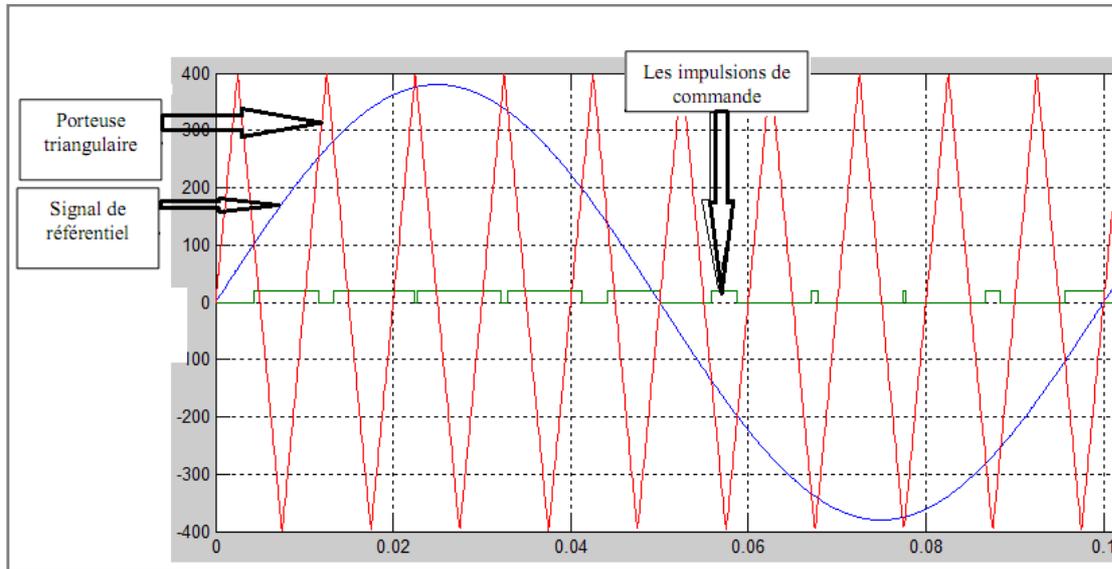
### II.4.3. Stratégies des MLI (stratégies triangle-sinusoïdale)

Fondamentalement, les méthodes de modulation de largeur d'impulsion ont comme principe d'échantillonnage du signal qui contient l'information devant être transmise, et qui se nomme « signal modulant ». Cette information est ensuite convertie en une série d'impulsions dont la largeur est définie en fonction de l'amplitude du signal modulant aux instants d'échantillonnage.

Quatre catégories de M. L. I. ont été développées.

- Les modulations sinus-triangulaire effectuant la comparaison d'un signal de référence à une porteuse, en général, triangulaire. Comme la montre la figure (2. 7) et qui sera utilisée pour la simulation pour la suite de travail.
- Les modulations pré calculées pour lesquelles les angles de commutations sont calculés hors ligne pour annuler certaines composantes de spectre fréquentiel.

- Les modulations post calculées encore appelées M. L. I. régulières symétriques ou M. L. I. vectorielle dans lesquelles les angles de commutations sont calculés en lignes.



**Figure (II.7) :** La modulation sinus-triangulaire pour une phase

## II.5. Conclusions

Dans ce chapitre nous avons donné le modèle mathématique de la machine asynchrone. Le modèle est obtenu par des transformations de passage d'un système triphasé à un système biphasé puis on applique la transformation de Concordia. L'alimentation est assurée par un onduleur de tension à commande MLI.

### III.1. Introduction

Ces dernières années, des avancées significatives ont été faites dans le domaine de l'automatique non linéaire et des techniques de linéarisation entrée-sortie ont été développées. Les progrès technologiques concernant les processeurs de signal permettent aujourd'hui d'implanter des algorithmes de commande très complexes.

Dans ce chapitre, nous présentons le modèle d'état de la motrice asynchrone section (2). La technique de linéarisation entrée – sortie appliquée au moteur asynchrone est développée dans la section (3).

### III.2. Modèle d'état du moteur asynchrone

Pour la commande du moteur asynchrone, nous utilisons le modèle de PARK qui transforme la représentation triphasée du moteur en une représentation diphasée. Le repère choisi pour de la commande non linéaire est celui liée au stator  $(\alpha, \beta)$ . On évite ainsi l'utilisation d'un repère tournant dont la position n'est pas mesurable. Le modèle d'état de la machine asynchrone dans ce référentiel est une représentation non linéaire de la forme:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x) * u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (3.1)$$

Où  $x \in \mathcal{R}^n$  vecteur d'état d'ordre n,  $f(\cdot)$ ,  $g(\cdot)$  et  $h(\cdot)$  sont des fonctions non linéaires infiniment différentiables. A partir du modèle d'état on-a :

$$x = [i_{s\alpha} \ i_{s\beta} \ \varphi_{r\alpha} \ \varphi_{r\beta} \ \Omega]^T$$

$$u = [v_{s\alpha} \ v_{s\beta}]^T$$

$$y = [h_1 \ h_2]^T$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} -\lambda i_{s\alpha} + \frac{k}{T_r} \varphi_{r\alpha} + \omega p \cdot k \cdot \varphi_{r\beta} \\ -\lambda i_{s\beta} + \frac{k}{T_r} \varphi_{r\beta} - \omega p \cdot k \cdot \varphi_{r\alpha} \\ -\frac{1}{T_r} \varphi_{r\alpha} - \omega p \cdot \varphi_{r\beta} + \frac{M}{T_r} i_{s\alpha} \\ -\frac{1}{T_r} \varphi_{r\beta} + \omega p \cdot \varphi_{r\alpha} + \frac{M}{T_r} i_{s\beta} \\ p \frac{M}{J L_r} (\varphi_{r\alpha} i_{s\beta} - \varphi_{r\beta} i_{s\alpha}) - \frac{1}{J} (f \cdot \omega + c_r) \end{bmatrix}, g(x) = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

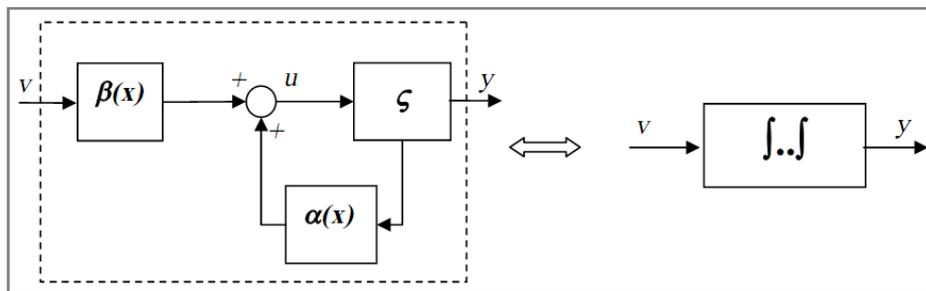
$$\sigma = 1 - \frac{M^2}{L_r L_s}, \quad T_r = \frac{L_r}{R_r}, \quad \lambda = \left( \frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{1 - \sigma}{\sigma T_r} \right) \text{ et } k = \frac{M}{\sigma L_s L_r}$$

**III.3. Technique de la linéarisation entrée–sortie**

Afin d’expliquer la méthode de linéarisation entrée –sortie, considérons d’abord le cas mono variable (SISO). Partant d’un système non linéaire représenté par le système d’état (3.1). Le but est de trouver un retour d’état :[15]

$$u = \alpha(x) + \beta(x) v \quad \dots(3.3)$$

Qui ramène le comportement entrée–sortie du système G précédent à un système linéaire figure(III,1).



**Figure (III, 1).** Linéarisation entrée –sortie par bouclage statique.

La dérivée temporelle de la sortie y dans le sens des champs f(x) et g(x) donne :

$$\dot{y} = \frac{\partial h}{\partial x} \dot{x} = \frac{\partial h}{\partial x} f(x) + \frac{\partial h}{\partial x} g(x) u \quad \dots(3.4)$$

Et l'application de la dérivée de Lie donne :

$$\dot{y} = L_f h(x) + L_g h(x)u \quad \dots(3.5)$$

Si  $L_g h(x) \neq 0 \quad \forall x \in \mathfrak{R}^n$ , on montre aisément que la commande est calculée par ;

$$u = \frac{1}{L_g h(x)} (-L_f h(x) + v) \quad \dots(3.6)$$

Remplaçant 3.6 dans 3.5, le système linéarisé représente une simple intégrale:

$$\dot{y} = v \quad \dots(3.7)$$

Si  $L_g h(x) = 0$ , on continue la dérivation pour obtenir :

$$\ddot{y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\partial h}{\partial x} \right] f(x) + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\partial h}{\partial x} f(x) \right] g(x)u \quad \dots(3.8)$$

Ce qui se traduit, compte tenu de la représentation de Lie par :

$$\ddot{y} = L_f^2 h(x) + L_g L_f h(x)u \quad \dots(3.9)$$

Si  $L_g L_f h(x)$  est encore nulle, la dérivation doit se poursuivre jusqu'à l'apparition de la commande.

Pour une  $i^{\text{ème}}$  dérivée;

$$y^{(i)} = L_f^i h(x) + L_g L_f^{(i-1)} h(x)u \quad \dots(3.10)$$

Jusqu'à atteindre la valeur entière ( $r$ ) où  $L_g L_f^{(i-1)} h(x) \neq 0$ .

La méthode consiste donc à déterminer le degré de la dérivation ( $r$ ) à partir duquel le coefficient multiplicateur de la commande  $u$  n'est pas nul. ( $r$ ) est le degré relatif de  $h(\cdot)$ .

On montre que pour (3.10) la loi de commande est:

$$u = \frac{1}{L_g L_f^{(r-1)} h(x)} (-L_f^{(r)} h(x) + v) \quad \dots(3.11)$$

Appliquée a :

$$y^r = L_f^{(r)} h(x) + L_g L_f^{(r-1)} h(x) u \quad \dots(3.12)$$

Conduit au système linéaire équivalent qui est une suite de (r) d'intégrateurs :

$$y^r = v \quad \dots(3.13)$$

La même technique peut être utilisée pour les systèmes multi-variables. Considérons maintenant un système avec p entrées et p sorties : figure (III,2)

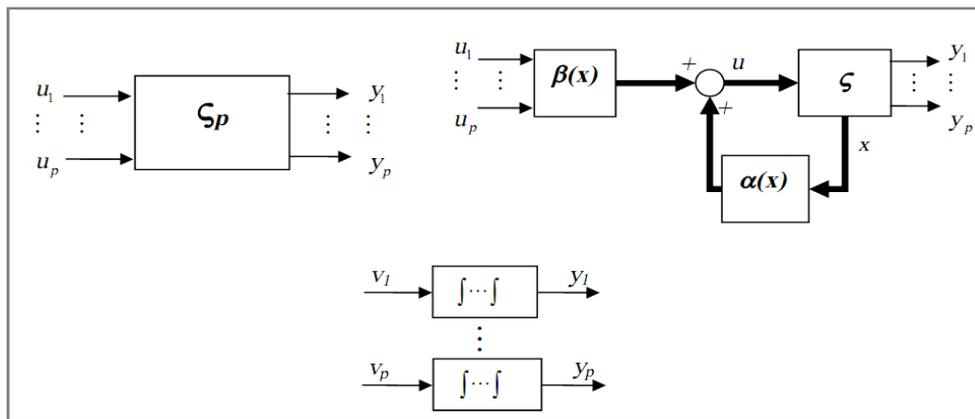


Figure (III.2). Linéarisation entrée – sortie pour un système MIMO

$$G = \begin{cases} \dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^p g_i(x) u_i \\ y_1 = h_1(x) \\ \vdots \\ y_p = h_p(x) \end{cases} \quad \dots(3.14)$$

En appliquant la même démarche que pour les systèmes mono-entrée/mono-sortie, chaque sortie  $y_j$  est dérivée  $r_j$  fois jusqu'à ce qu'au moins une dérivée  $L_{g_i} L_f^{r_j-1} h_j$  soit différente de zéro pour tout  $x \in \mathcal{R}^n$ .

$$y_j^{(r_j)} = L_f^{r_j} h_j + \sum_{i=1}^p (L_{g_i} L_f^{r_j-1} h_j) u_i \quad \dots(3.15)$$

On obtient une matrice D(x) de découplage d'ordre (p x p)

$$D(x) = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{r_1-1} h_j & \cdots & L_{g_p} L_f^{r_1-1} h_j \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ L_{g_1} L_f^{r_p-1} h_j & \cdots & L_{g_p} L_f^{r_p-1} h_j \end{bmatrix} \quad \dots(3.16)$$

Le système devient ensuite :

$$\begin{bmatrix} y_1^{(r_1)} \\ \vdots \\ y_p^{(r_p)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_f^{r_1} h_1 \\ \vdots \\ L_f^{r_p} h_p \end{bmatrix} + D(x) \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_p \end{bmatrix} \quad \dots(3.17)$$

Si D(x) est non singulière, le retour d'état statique qui linéarise le système est donné par

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_p \end{bmatrix} = D^{-1}(x) \left[ - \begin{bmatrix} L_f^{r_1} h_1 \\ \vdots \\ L_f^{r_p} h_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_p \end{bmatrix} \right] \quad \dots(3.18)$$

Le système en boucle fermée est équivalent à p chaînes de (r<sub>j</sub>) intégrateurs en parallèle

$$\begin{bmatrix} y_1^{(r_1)} \\ \vdots \\ y_p^{(r_p)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_p \end{bmatrix} \quad \dots(3.19)$$

Nous obtenons donc un système linéaire et découplé.

### III.4. Commande Couple –Flux.

L'application de la technique entrée-sortie au modèle présenté par (3.1) du moteur asynchrone, en prenant en premier lieu le choix du vecteur de sortie :

$$y(x) = \begin{bmatrix} h_1(x) \\ h_2(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{r\alpha}^2 + \varphi_{r\beta}^2 \\ c_e \end{bmatrix} \quad \dots(3.20)$$

La condition permettant de vérifier si le système non linéaire admet une linéarisation E/S est la détermination du degré relatif.

#### A. degré relatif du flux :

$$h_1(x) = (\varphi_{r\alpha}^2 + \varphi_{r\beta}^2) \quad \dots(3.21)$$

$$\dot{h}_1(x) = L_f h_1(x) + L_{g1} h_1(x) u_\alpha + L_{g2} h_1(x) u_\beta \quad \dots(3.22)$$

$$L_f h_1 = \frac{2}{T_r} [M (\varphi_{r\alpha} \cdot i_{s\alpha} + \varphi_{r\beta} \cdot i_{s\beta}) - (\varphi_{r\alpha}^2 + \varphi_{r\beta}^2)] \quad \dots(3.23)$$

$$L_{g1} h_1 = 0, \quad L_{g2} h_1 = 0 \quad \dots(3.24)$$

$$\ddot{h}_1(x) = L_f^2 h_1(x) + L_{g1} L_f h_1(x) u_\alpha + L_{g2} L_f h_1(x) u_\beta \quad \dots(3.25)$$

$$L_f^2 h_1 = \left( \frac{4}{T_r^2} + \frac{2kM}{T_r^2} \right) (\varphi_{r\alpha}^2 + \varphi_{r\beta}^2) - \left( \frac{6M}{T_r^2} + \frac{2\lambda M}{T_r} \right) (\varphi_{r\alpha} \cdot i_{s\alpha} + \varphi_{r\beta} \cdot i_{s\beta}) + 2 \frac{M^2}{T_r^2} (i_{s\alpha}^2 + i_{s\beta}^2) \quad \dots(3.26)$$

$$L_{g1} L_f h_1 = 2 \frac{M}{T_r \sigma L_s} \varphi_{r\alpha}, \quad L_{g2} L_f h_1 = 2 \frac{M}{T_r \sigma L_s} \varphi_{r\beta} \quad \dots(3.27)$$

Donc pour le flux r1=2

**B. Degré relatif du couple :**

$$c_e = p \frac{M}{L_r} (\varphi_{r\alpha} \cdot i_{s\beta} + \varphi_{r\beta} \cdot i_{s\alpha}) \quad \dots(3.28)$$

$$\dot{h}_2(x) = L_f h_2(x) + L_{g1} h_2(x) u_\alpha + L_{g2} h_2(x) u_\beta \quad \dots(3.29)$$

$$L_f h_2(x) = p \frac{M}{L_r} \begin{bmatrix} (\lambda + \frac{1}{T_r})(\varphi_{r\beta} \cdot i_{s\alpha} - \varphi_{r\alpha} \cdot i_{s\beta}) - p\omega(\varphi_{r\alpha} \cdot i_{s\alpha} + \varphi_{r\beta} \cdot i_{s\beta}) \\ -pk\omega(\varphi_{r\alpha}^2 + \varphi_{r\beta}^2) \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

$$L_{g1} h_2 = -pk\varphi_{r\beta}, \quad L_{g2} h_2 = pk\varphi_{r\alpha} \quad \dots(3.31)$$

Donc pour le couple  $r_2=1$

Le système entrée-sortie linéaire donné par les équations (3.23) et (3.30) est visiblement du troisième ordre  $r = r_1 + r_2 = 3$  alors que le système non-linéaire de départ est du cinquième ordre ( $N=5$ ). Il y a donc une dynamique interne de dimension ( $n - r$ )=2 dont la stabilité asymptotique doit être vérifiée. En utilisant les propriétés données au chapitre I, il est facile de trouver les ( $n-r$ ) fonctions  $\Phi$  telles que:

$$L_{g_i} \Phi(x) = 0, \quad 1 \leq i \leq 2 \quad \dots(3.32)$$

Et de telle manière que la transformation globale soit non singulière.

La dynamique du système est donc séparée en deux parties:

i) La dynamique externe qui est donnée par la relation linéaire entre  $h$  et  $u$ .

ii) La dynamique interne non observable donnée par  $\Phi_i$ .

Par utilisation de la propriété du système dynamique-zéro qui est donnée par la dynamique interne quand l'entrée de commande maintient la sortie à zéro. Il apparaît évident si la fonction  $\Phi$  est indépendante de  $i_{s\alpha}$  et  $i_{s\beta}$ , elle serait une solution triviale au système d'équation (3.32). Les choix possibles sont l'angle du flux et la vitesse de rotation :

$$\Phi_1 = \arctg \left( \frac{\varphi_{r\beta}}{\varphi_{r\alpha}} \right) = z_4 \quad \dots(3.33)$$

et

$$\Phi_2 = \Omega = z_5 \quad \dots(3.34)$$

Les nouvelles coordonnées de système (3-1) sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} z_1 = h_1(x) \\ z_2 = L_f h_1(x) \\ z_3 = h_2(x) \\ z_4 = \arctg \left( \frac{\varphi_{r\beta}}{\varphi_{r\alpha}} \right) \\ z_5 = \Omega \end{array} \right. \quad \dots(3.35)$$

Après bouclage le système devient dans les nouvelles coordonnées :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = v_1 \\ \dot{z}_3 = v_2 \\ \dot{z}_4 = p\Omega + \frac{R_r z_2}{p z_1} \\ \dot{z}_5 = -\frac{1}{J}(z_2 - c_r - f z_5) \end{array} \right. \quad \dots(3.36)$$

La matrice définissant la relation entre les entrées physiques ( $u$ ) et la dérivées des sorties  $y(x)$  est donné par l'expression :

$$\begin{bmatrix} \ddot{y}_1(x) \\ \dot{y}_2(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d^2 \varphi_r^2}{dt^2} \\ \frac{dc_e}{dt} \end{bmatrix} = A(x) + D(x) \begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \end{bmatrix} \quad \dots(3.37)$$

avec

$$A(x) = [L_f^2 h_1 \quad L_f h_2]^T \quad \dots(3.38)$$

La matrice de découplage est alors donnée par :

$$D(x) = \begin{bmatrix} L_{g1} L_f h_1 & L_{g2} L_f h_1 \\ L_{g1} L_f h_2 & L_{g2} L_f h_2 \end{bmatrix} \quad \dots(3.39)$$

$$= \begin{bmatrix} 2 \frac{M}{T_r \sigma L_s} \varphi_{r\alpha} & 2 \frac{M}{T_r \sigma L_s} \varphi_{r\beta} \\ -pk \varphi_{r\beta} & pk \varphi_{r\alpha} \end{bmatrix} \quad \dots(3.40)$$

$$\text{et } \det(D) = 2R_r pk^2 (\varphi_{r\alpha}^2 + \varphi_{r\beta}^2) \neq 0 \quad \dots(3.41)$$

Le retour d'état non linéaire suivant assure alors au système un comportement entré/sortie linéaire :

$$\begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \end{bmatrix} = D^{-1}(x) \left[ -A(x) + \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \right] \quad \dots(3.42)$$

Ou

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{y}_1(x) \\ \dot{y}_2(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d^2 \varphi_r^2}{dt^2} \\ \frac{dc_e}{dt} \end{bmatrix} \quad \dots(3.43)$$

Pour calculer effectivement la commande, on identifie les équations (3. 25) et (3. 29) avec des équations différentielles désirées (références) réalisables que nous écrivons comme :

$$\begin{cases} v_1 = \ddot{\varphi}_{ref} + a(\dot{\varphi}_{ref} - \dot{\varphi}) + b(\varphi_{ref} - \varphi) \\ v_2 = c(Ce_{ref} - Ce) + \dot{C}e_{ref} \end{cases} \dots(3.44)$$

Dans ces conditions on cherche à asservir (Ce) au couple électromagnétique de référence  $Ce_{ref}$  ainsi la norme de flux  $\varphi$  au flux de référence  $\varphi_{ref}$ .

Définissons les variables d'erreurs :

$$\begin{cases} e_1 = \varphi_{ref} - \varphi \\ e_2 = Ce_{ref} - Ce \end{cases} \dots(3.45)$$

Les entrées internes ( $v_1$   $v_2$ ) sont calculées en imposant un régime statique ( $Ce_{ref} = Ce$  et  $\varphi_{ref} = \varphi$ ) et dynamique sur l'erreur

$$\begin{cases} \ddot{e}_1 + a\dot{e}_1 + be_{1ref} = 0 \\ \dot{e}_2 + ce_{2ref} = 0 \end{cases} \dots(3.46)$$

Les coefficients (a,b et c) sont choisis tels que  $s^2 + as + b$  et  $s + c$  soient des polynômes d'Hurwitz. [14]

### III.5. Reconstruction de flux rotorique dans le repère ( $\alpha, \beta$ )

Dans cette partie, nous reconstruisons le flux à partir des équations rotorique (tension et flux) de notre modèle, par mesure directe des courants statoriques, qui sont des grandeurs accessibles, ainsi que la vitesse mesurée par l'utilisation d'un tachymètre (capteur mécanique) [15].

Les équations de tension rotorique :

$$\begin{cases} R_r i_{r\alpha} + \frac{d}{dt} \varphi_{r\alpha} - \omega_r \varphi_{r\beta} = 0 \\ R_r i_{r\beta} + \frac{d}{dt} \varphi_{r\beta} + \omega_r \varphi_{r\alpha} = 0 \end{cases} \dots(3.47)$$

Ainsi celles des flux rotorique

$$\begin{cases} \varphi_{r\alpha} = L_r i_{r\alpha} + M i_{s\alpha} \\ \varphi_{r\beta} = L_r i_{r\beta} + M i_{s\beta} \end{cases} \dots(3.48)$$

En tirant les courants rotorique cette dernier expression on aura

$$\begin{cases} i_{r\alpha} = \frac{\varphi_{r\alpha}}{L_r} - \frac{M}{L_r} i_{s\alpha} \\ i_{r\beta} = \frac{\varphi_{r\beta}}{L_r} - \frac{M}{L_r} i_{s\beta} \end{cases} \dots(3.49)$$

On les injecte dans les équations des tensions rotorique on obtient :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \varphi_{r\alpha} = -R_r \frac{\varphi_{r\alpha}}{L_r} + R_r \frac{M}{L_r} i_{s\alpha} + \omega_r \varphi_{r\beta} \\ \frac{d}{dt} \varphi_{r\beta} = -R_r \frac{\varphi_{r\beta}}{L_r} + R_r \frac{M}{L_r} i_{s\beta} - \omega_r \varphi_{r\alpha} \end{cases} \dots(3.50)$$

Cet estimateur reconstruit le flux à partir de la mesure des courants statoriques qui sont accessible et de la vitesse de rotation par l'utilisation d'un capteur mécanique.

L'estimateur sera exploité dans la simulation.

### III.6. Essais de simulation

Avant de présenter les essais de simulations effectuées, et d'apes Von Ramer la commande du couple est étendue vers la commande de vitesse, par l'utilisation d'un régulateur PI, dont la représentation est donnée par le schéma synoptique suivant [13] :

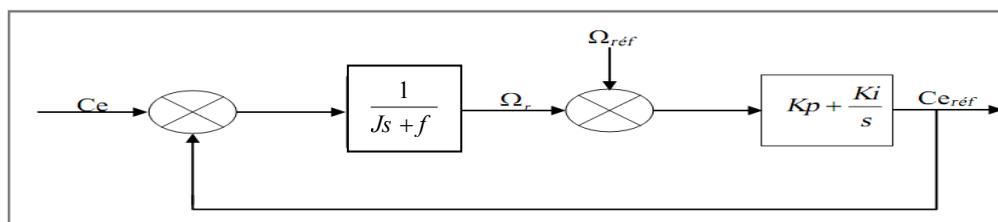


Figure (III. 3) : Régulation de couple de référence

La figure (III. 3) montre que la trajectoire de couple de référence est liée à la trajectoire de vitesse de référence. Nous calculons maintenant les valeurs de ce régulateur.

En boucle ouverte:

$$C e_{ref} = \frac{1}{J s + f} (K_p + \frac{K_i}{s}) C e \quad \dots(3.51)$$

Par contre, En boucle fermée, la fonction de transfert est donnée par

$$\frac{C e}{C e_{ref}} = \frac{\frac{1}{J s + f} (K_p + \frac{K_i}{s})}{1 + \frac{1}{J s + f} (K_p + \frac{K_i}{s})} \quad \dots(3.52)$$

L'équation caractéristique pour la fonction de transfert après la simplification est donnée par :

$$s^2 + 2\xi\omega_n + \omega_n^2 s = \frac{K_i}{J} + \frac{K_p + f}{J} s + s^2 \quad \dots(3.53)$$

Donc par identification à l'équation caractéristique :

$$K_i = J \omega_n^2 \quad \text{et} \quad K_p = 2\xi\omega_n J - f$$

Les coefficients de régulateur sont déterminés par la méthode de placement des pôles afin d'obtenir un comportement convenable d'un système du deuxième ordre en boucle fermée.

### III.6.1. Schéma bloc de la commande par linéarisation entrée-sortie

Le schéma bloc de la commande est présenté dans la figure (III. 4).

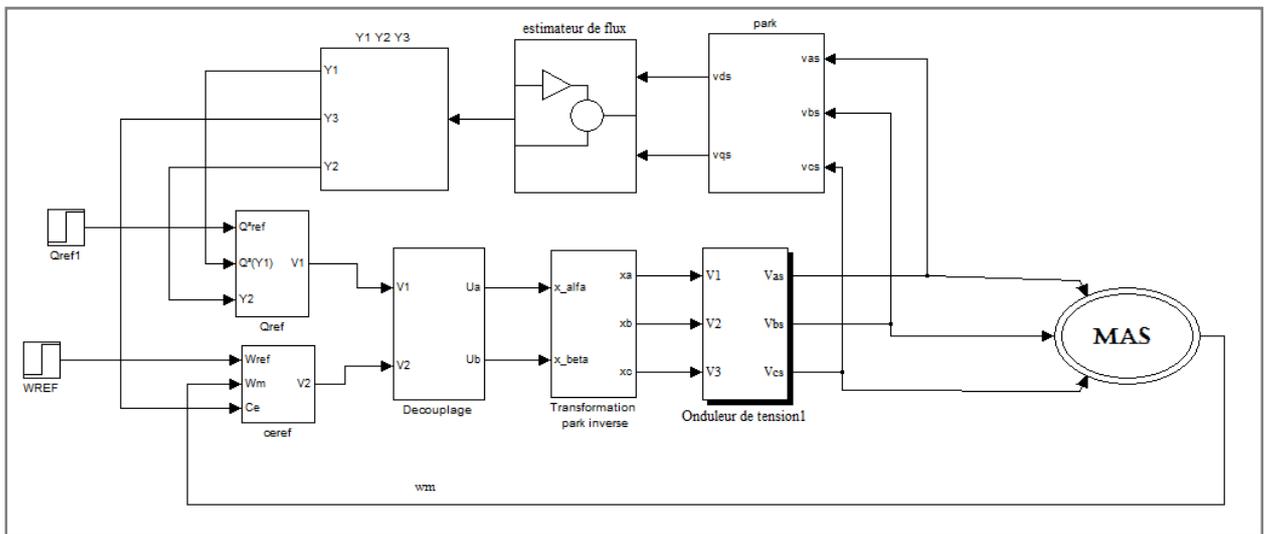


Figure (III. 4) : Schéma bloc de la commande par linéarisation

### III.6.2. Résultats de simulation

Nous effectuons une série de tests suivants afin de tester la robustesse de la commande développée.

Les performances statique et dynamique de la commande par linéarisation entrée-sortie sont analysées à partir des tests de simulation des 4 modes de fonctionnement suivants :

- Démarrage à vide jusqu'à  $t_1=0.5s$ , et après ça on inverse le couple résistant ( $C_r$ ) à partir de  $t_1$  jusqu'à  $t_2=1.5s$ .
- Variation sur la norme de flux rotorique entre  $t_3=2s$  et  $t_4=2.5s$ .
- L'inversion de sens de rotation en  $t_5=3s$ .

Les résultats de simulation obtenue montrent dans la figure (III .5)

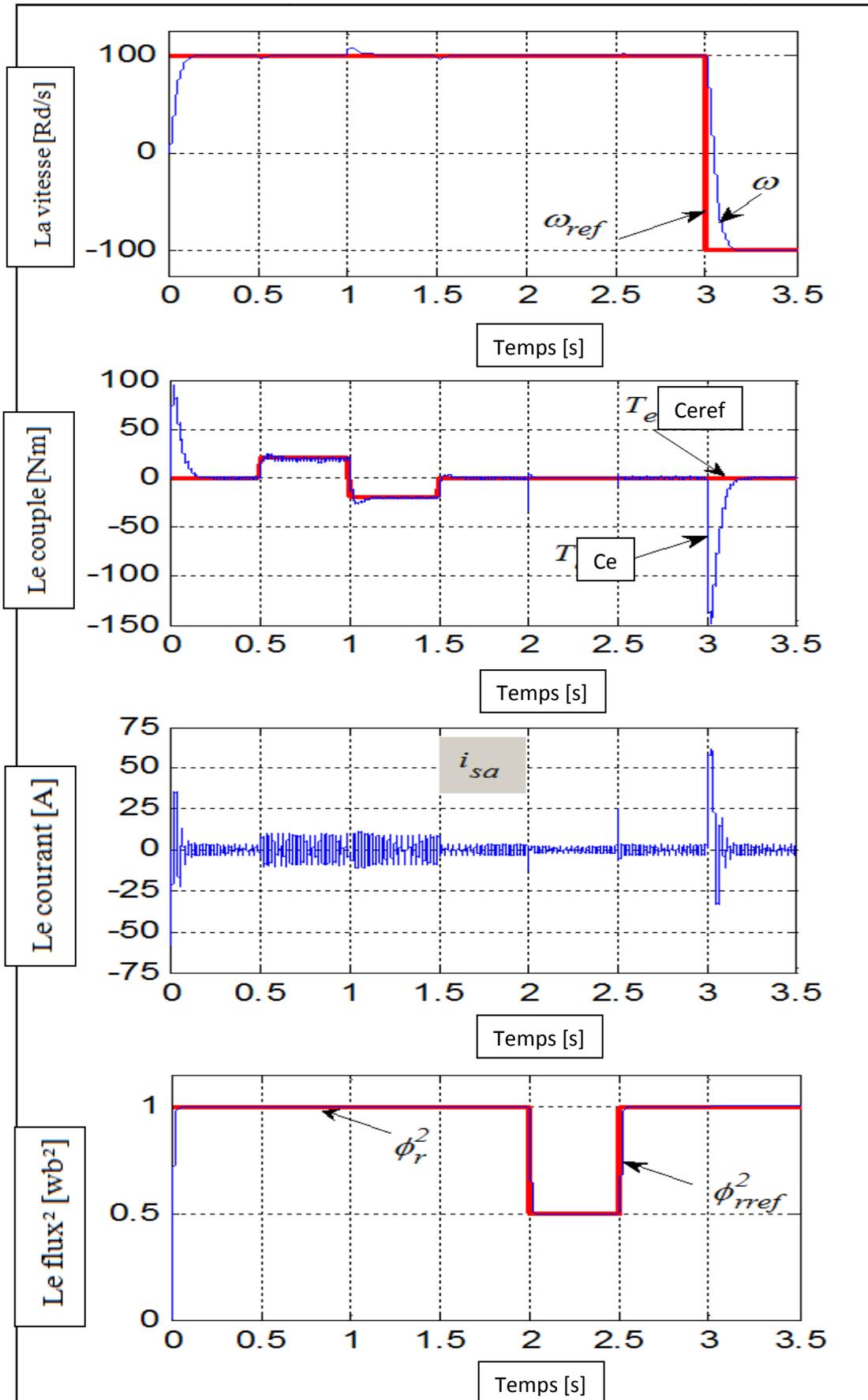


Figure (III. 5) : résultats de simulation

## 1. Démarrage avec l'inversion du couple

La vitesse atteint la référence après un régime transitoire, pour quelle stabiliser à 100rad/s.

A ( $t=0.5s$ ), on insère une charge de 20Nm, nous observons une chute de 10%, la vitesse revient pour suivre la trajectoire imposé, le courant augmente et le flux ne change pas.

A  $t=1s$ , on inverse la charge, la vitesse faite une pic et revient pour suit la trajectoire, le courant et le flux ne change pas.

## 2. Test de Variation sur la norme de flux rotorique

A  $t=2s$ , nous passons de (1wb) à (0.5wb), nous marquons une valeur de (-15A) dans la courbe du courant, le couple passe de (0Nm) a (-33Nm) et revient pour suit la valeur de référence. A  $t=4$ , le flux de référence passe à (1wb), le courant marque une valeur instantanée de 25A, et aussi pour le couple, aucun variation sur la vitesse. Le temps de la variation dans le couple et le courant et très petit.

## 3. Test d'inversion de sens de rotation

A  $t=5$ , on inverse la vitesse de référence de (100Rd/s) a (-100Rd/s), pour le couple et le courant, nous observons un effet de démarrage, le couple faire une pic dans le sens inverse (-149Nm) et revient pour suit la valeur de référence, le courant aussi marque une valeur de 67A comme la valeur de démarrage, le flux reste sans changement.

Les résultats obtenus montrent que la machine suit la trajectoire, on maintenant le découplage sans influencer sur la norme de flux.

## III. Conclusion

L'application de la technique de commande par linéarisation entrée-sortie au modèle non linéaire de la machine asynchrone dans le repère fixe lié au stator, a montré des performances très intéressantes au profile de découplage flux/couple (le couple de référence est obtenu à partir de la régulation de la vitesse de référence effectuée PI).

L'application de la technique de linéarisation nous permettre d'élaborer un modèle linéaire et une commande par retour d'état, qui permettre de commande les deux sorties séparément.

Les testes effectués pour les différents modes de fonctionnement ont montré que la commande par linéarisation entrées-sorties garde la propriété de découplés parfait entre le flux et le couple, donc la commande d'une seule sortie à partir une seule entrée.

## CONCLUSION GÉNÉRALE

Le travail réalisé dans ce mémoire présente une étude sur l'approche de la commande non linéaire des machines électriques. Grâce à cette technique de commande on peut réaliser le découplage entre les variables de sortie du modèle de machine asynchrone, par conséquent le control du flux et de vitesse sera plus simple.

- Dans le premier chapitre, on-a présenté les notions de la théorie de commande non linéaire, en terme de la linéarisation par bouclage et exploite certains concepts relatifs à la géométrie différentielle, généralement cette linéarisation est que partielle, on parle souvent d'une dynamique interne qui peut être rendue inobservable par le bouclage découplant et linéarisant. Spécifiquement parlant, si le degré relatif du système est inférieur à l'ordre du système la linéarisation est partielle, s'ils sont égaux la linéarisation est totale.
- Le deuxième chapitre est consacré a la modélisation de la machine asynchrone commandée en tension. Le principe de la transformation de Park est appliqué sur le modèle de la machine à induction, où on a pu avoir un modèle représentant le modèle triphasée, et la modélisation du convertisseur de fréquence, qui est représenté par l'onduleur de tension.
- Le troisième chapitre illustre l'application de la commande non linéaire à la machine asynchrone. L'application de la linéarisation entrée/sortie sur le modèle de la machine asynchrone a entraîné un changement de variables par bouclage, avec une dynamique interne rendue inobservable. La commande est testée avec l'association de convertisseur de fréquence. L'estimation de flux rotorique est reconstituée à partir des variables de machine (courants statoriques), grâce à un estimateur dynamique en boucle ouverte.

Les résultats de simulation sont obtenus utilisant:

- Des régulateurs PI classiques.
- La commande par placement des pôles.
- Une MLI naturelle.

## Conclusion générale

---

Ce travail pourra être amélioré et avoir des perspectives en considérant:

- L'emploi du filtre de Kalman dans le cadre d'une commande vectorielle pour l'observation de flux et permettant l'observation de paramètres de MAS.
- L'utilisation d'un onduleur à MLI vectorielle qui est généralement utilisé pour les techniques de commande robuste, connue par SVM (space vector modulation).
- Utilisation des régulateurs à modes glissant ou la régulation par logique floue.
- Finalement la généralisation de la technique sur d'autres machines (machine asynchrone à double alimentation, machine synchrone... etc.).

### PLAQUE SIGNALÉTIQUE DE LA MACHINE ASYNCHRONE EMPLOIE

$R_s$	Résistance statorique	2.47 $\Omega$
$R_r$	Résistance rotorique	1.24 $\Omega$
$L_s$	Inductance statorique	0.236 H
$L_r$	Inductance rotorique	0.236 H
$M$	Inductance mutuelle	0.2269 H
$J$	Moment d'inertie	0.05 kg.m <sup>2</sup>
$f$	Frottement visqueux	0.00065 N.m./rd
$p$	Paire de pôle	2

## Bibliographie

---

- [1] T.Mohammed, “ Commande par linéarisation exacte d'une machine asynchrone en régime défluxé ”, thèse Ph.D, Université de Laval Québec, septembre 1997.
- [2] G. Conte, H. Claude , et M. Anna, “Algebraic methods for nonlinear control systems”, 2nd edition, May 2006.
- [3] J. K. Hedrick et A. Girard, “ Feedback Linearization ”. Control of Nonlinear Dynamic Systems: Theory and Applications, 2005.
- [4] K. Aissa “Amélioration des Performances d'un Variateur de Vitesse par Moteur Asynchrone Contrôlé par la Méthode à Flux Orienté ”, thèse doctorat, Université de Boumerdès, Algérie, 2007.
- [5] C. Canudas, “Commande des moteurs asynchrones 1- Modélisation contrôle vectoriel et DTC ”, Hermès Science Publication, France, 2000.
- [6] A. Kaddouri, “Etude d'une commande non-linéaire adaptative d'une machine synchrone à aimants permanents ”, pour l'obtention de Philosophie Doctor (Ph.D.) de l'Université Laval Québec, Novembre 2000.
- [7] M Lamine, A Traoré, “ Modélisation et simulation d'une machine asynchrone à cage à l'aide du logiciel Matlab/Simulink ”, msas\_pp038\_45. (2004)
- [8] J Caron, J Hautier, “ Modélisation et commande de la machine asynchrone ”, Edition Technique. (1995)
- [9] S Mendaci “Différentes stratégies du contrôle direct du couple d'un moteur à induction associées à un observateur de flux par modes de glissement ”, Thèse de magister, Université de Batna. (2003)
- [10] F Zidani, “Etude comparative par simulation numérique d'un pilotage vectorielle et scalaire d'une machine à induction alimenté par un onduleur à MLI ”, thèse de magister en électricité industrielle, Université de Batna. (1996)
- [11] O Bouakaz, “ contribution à l'analyse des onduleurs multiniveaux ”, thèse de magister, université de Batna, Algérie, 2005.
- [12] M Adel, “Commande non linéaire à modèle prédictif pour une machine asynchrone”, thèse doctorat, université du Québec, Mai 2007.
- [13] M Benyahia, “commande non linéaire et prédictive application à la machine asynchrone ”, thèse de magister, Université de Batna, Algérie. (2001).

## Bibliographie

---

- [14] K Jelassi, “’positionnement d’une machine asynchrone par la méthode du flux orienté’”, thèse doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, France, 1991.
- [15] H Mickaël, “Application des outils du traitement du signal à la commande des machines tournantes”, Thèse doctorat, Université de Nantes, Novembre 2001.