

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministère de l'enseignement Supérieur et de la Recherche scientifique



Université Mohamed Khider Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Electrique
Filière : électrotechnique
Option : Commande électrique

Réf:.....

**Mémoire de Fin d'Etudes
En vue de l'obtention du diplôme:**

MASTER

Thème

**Etude de l'hystérésis magnétique dans les
matériaux supraconducteurs à haute température
critique**

Présenté par :
MASSA CHOUCHA
Soutenu le : 04 Juin 2015

Devant le jury composé de :

Mr: Khene Mohamed Lotfi

MCA

President

Mr: Alloui Lotfi

MAA

Encadreur

Mme: Becha Habiba

MAA

Examineur

Année universitaire: 2014 / 2015

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministère de l'enseignement Supérieur et de la recherche scientifique



Université Mohamed Khider Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Electrique
Filière : électrotechnique
Option : **commande électrique**

Mémoire de Fin d'Etudes
En vue de l'obtention du diplôme:

MASTER

Etude de l'hystérésis magnétique dans les matériaux supraconducteurs à haute température critique

Présenté par :

Massa Choucha

Avis favorable de l'encadreur :

Dr : Alloui Lotfi

Avis favorable du Président du Jury

Dr: khene Mohammed Lotfi

Mme: Becha Habiba

Cachet et signature



Université Mohamed Khider Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Electrique
Filière : électrotechnique
Option : **Commande électrique**

Thème :

Etude de l'hystérésis magnétique dans les matériaux supraconducteurs à haute

Proposé par : **Dr. Alloui Lotfi**
Dirigé par : **Massa Choucha**

RESUMES (Français et Arabe)

L'objectif principal de notre travail est de décrire le modèle de l'hystérésis des matériaux supraconducteurs dans leurs états dit, état intermédiaire, pour cela nous avons utilisé deux modèles, le premier modèle s'agit du modèle analytique associé au modèle de Bean, le second s'agit du modèle numérique qui adopte la méthode des volumes finis et le modèle de puissance.

Une introduction à la supraconductivité est faite dans le premier chapitre de ce travail, présentant les propriétés physiques principales que possède un matériau supraconducteur. Ensuite, nous présenterons les différents modèles d'hystérésis rencontrés dans la littérature dédiée principalement aux matériaux ferromagnétiques. Permettant de décrire le comportement d'un échantillon supraconducteur. En se basant sur un modèle analytique et un modèle numérique,

nous présentons les résultats des simulations du comportement électromagnétique d'un matériau supraconducteur à haute température critique.

Puis nous présentons les résultats de simulation du comportement magnétique d'un matériau supraconducteur soumis à un champ magnétique H .

Finalement, nous avons montré à travers cette étude que le comportement magnétique des MSHT dans l'état intermédiaire est différent à celui des matériaux magnétiques classiques, ce comportement peut être décrit par d'autres lois. À travers de là, nous avons proposé notre propre modèle. Ce dernier donne de meilleurs résultats.

Dédicaces

Que ce travail témoigne de mes respects :

A mes parents :

Grâce à leurs tendres encouragements et leurs grands sacrifices, ils ont pu créer le climat affectueux et propice à la poursuite de mes études.

Aucune dédicace ne pourrait exprimer mon respect, ma considération et mes profonds sentiments envers eux,

Je prie le bon Dieu de les bénir, de veiller sur eux, en espérant qu'ils seront toujours fiers de moi.

A mon grand-père La miséricorde de Dieu

A mes sœurs.

A la famille MASSA.

A mon fiancé MOSTAFA NAFAI pour leur soutien.

Ils vont trouver ici l'expression de mes sentiments de respect et de reconnaissance pour le soutien qu'ils n'ont cessé de me porter.

A tous mes professeurs :

Leur générosité et leur soutien m'oblige de leurs témoigner mon profond respect et ma loyale considération.

A tous mes amis surtout IBTISSEM et ZAKIA :

Ils vont trouver ici le témoignage d'une fidélité et d'une amitié infinie.

Remerciement

Avant de commencer la présentation de ce travail, je profite de l'occasion pour remercier toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce projet de fin d'études.

Je tiens à exprimer mes vifs remerciements pour mon grand et respectueux Monsieur Lotfi ALLOUI Docteur à l'université de Biskra, Département de génie électrique, d'avoir accepté de m'encadrer pour mon projet de fin d'études, ainsi que pour son soutien, ses remarques pertinentes et son encouragement.

Je tiens à remercier aussi Dr. KHENE MOHAMED LOTFI et Mme. BECHA HABIBA de m'avoir honoré en acceptants de jury notre modeste travail. Veuillez trouver ici le témoignage de notre respect le plus profond.

Mes remerciements vont aussi à tous mes professeurs, enseignants et toutes les personnes qui m'ont soutenus jusqu'au bout, et qui n'ont pas cessé de me donner des conseils très importants en signe de reconnaissance.

Sommaire

Introduction Générale	1
Chapitre I : Généralités sur la supraconductivité	3
I.1. Historique	3
I.2. Présentation générale de la supraconductivité.....	4
I.3. Grandeurs critiques	5
I.3.1. Température critique.....	6
I.3.2. Densité de courant critique.....	7
I.3.3. Champ magnétique critique.....	8
I.4. Classification des supraconducteurs	8
I.4.1. Supraconducteurs de type I	8
I.4.2. Supraconducteurs de type II.....	10
I.5. Applications des supraconducteurs en électrotechnique.....	12
I.5.1. Limiteur de courant.....	13
I.5.2. lignes de transport.....	13
I.5.3. Les systèmes de stockage de l'énergie SMES.....	13
I.5.4. Les transformateurs.....	14
I.5.5. Les machines supraconductrices.....	14

I.5.5. Les aimants permanents supraconducteurs.....	15
I.6. Conclusion.....	15
Chapitre II : Les Modèles d'Hystérésis magnétiques.....	
16	
II.1. Les modèles analytiques.....	16
II.1.1. Modèle d'Hystérésis de Rayleigh.....	16
II.1.2. Le modèle d'hystérésis de Frölich.....	18
II.1.3. Le modèle d'hystérésis de Potter.....	20
II.1.4. Modèle à fonctions multiples.....	21
II.1.5. Modèle à fonctions auxiliaires.....	23
II.2. Hystérésis dynamiques.....	25
II.2.1. Le modèle de Duhem.....	25
II.2.2. Modèle de Preisach-Bertotti.....	26
II.2.3. Modèle de Raulet-Masson.....	27
II.3. Modèles d'hystérésis de type Langevin.....	27
II.3.1. Le modèle d'hystérésis de Jiles-Atherton.....	27
II.3.2. Formulation du Modèle.....	27
II.3.3. La résolution numérique pour le modèle de J-A.....	30
II.3.4. Influence des paramètres sur le cycle d'hystérésis.....	32
II.3.4.1. Effet de paramètre k	32
II.4.4.2. Effet de paramètre α	32
II.4.4.2. Effet de paramètre α	33
II.3.4.4. Effet de paramètre c	34

II.4.Conclusion.....	34
----------------------	----

Chapitre III : Modélisation des matériaux supraconducteur36

III.1. Relation E(J).....	36
---------------------------	----

III.1.1. Modèle de l'état critique (modèle de Bean).....	36
--	----

III.1.2. Modèle de loi de puissance.....	37
--	----

III.1.3. Résumé des équations.....	39
------------------------------------	----

III.1.4. Modèle analytique.....	40
---------------------------------	----

III.1.4.1. Calcul des grandeurs magnétiques dans une plaque infiniment longue soumise à un champ magnétique extérieur variable longitudinal.....	40
--	----

III.1.5. Méthode des volumes finis (MVF).....	49
---	----

III.2.Résultats.....	51
----------------------	----

III.3.Conclusion.....	56
-----------------------	----

Chapitre IV: Modélisation de l'hystérésis dans les supraconducteurs.....57

IV1. Loi de comportement $B= f(H)$	57
--	----

IV2. Définitions géométriques.....	58
------------------------------------	----

IV3.Résultats.....	59
--------------------	----

IV4.Conclusion.....	62
---------------------	----

Conclusion générale.....	63
--------------------------	----

Liste des figures

Figure I.1. Allure des résistivités d'un supraconducteur et d'un métal normal en fonction de la température.....	5
Figure I.2. Surface critique des matériaux supraconducteurs.....	5
Figure I. 3. Dépendance de la résistivité en fonction de la température pour l'état normale (I) et l'état supraconducteur (II).....	6
Figure I.4. La caractéristique tension courant pour un fil supraconducteur.....	7
Figure I.5. Diagramme de phases d'un supraconducteur de type I.....	8
Figure I.6. Diagramme de phases d'un supraconducteur de type II.....	11
Figure II.1. Cycle d'hystérésis simulé avec le modèle de Rayleigh.....	18
Figure II.2. Cycle d'hystérésis simulé avec le modèle de Frolich.....	20
Figure II.3. Cycle d'hystérésis simulé avec le modèle de Potter.....	21
Figure II.4. Cycle majeur d'hystérésis simulé.....	22
Figure II.5. Cycle d'hystérésis en utilisant les fonctions auxiliaires.....	25
Figure II.6. Aimantation irréversible (a), réversible (b), anhystérétique (c) et l'aimantation totale (d).....	31
Figure II.7. Comportement non physique au voisinage de la saturation d'un cycle majeur....	31
Figure II.8. Effet de paramètre k sur l'allure du cycle d'hystérésis.....	32
Figure II.9. Effet de paramètre α sur l'allure du cycle d'hystérésis.....	33
Figure II.10. Effet de paramètre a sur l'allure du cycle d'hystérésis.....	33
Figure II.11. Effet de paramètre c sur l'allure du cycle d'hystérésis.....	34
Figure II.12. Cycle d'hystérésis d'un matériau (Doux).....	35
Figure II.13. Cycle d'hystérésis d'un matériau (Durs).....	36
Figure III.1. Caractéristique $E(J)$ d'un supraconducteur, modèle de l'état critique (Modèle de Bean).....	37
Figure III.2. Loi E-J pour $n = 20$, $n = 100$ et enfin $n = 1000$, respectivement.....	38
Figure.III.3. Plaque supraconductrice soumise à un champ magnétique extérieur.....	40
Figure.III.4. Courants induits dans la plaque soumise à un champ magnétique extérieur.....	42
Figure.III.5. Induction magnétique calculé à partir du modèle analytique aux différents point P_1 , P_2 et P_3 pour $Hm=300(A/m)$, $f=20(Hz)$ et $a=1cm$	44
Figure.III.6. champ magnétique appliqué.....	44
Figure.III.7. Induction magnétique calculé à partir du modèle analytique aux différents point P_1 , P_2 et P_3 pour $Hm=300(A/m)$, $f=20(Hz)$ et $a=2cm$	45
Figure.III.8. Induction magnétique calculé à partir du modèle analytique aux différents point P_1 , P_2 et P_3 pour $Hm=300(A/m)$, $f=50(Hz)$ et $a=1cm$	45

Liste des figures

Figure.III.9. Induction magnétique calculé à partir du modèle analytique aux différents point P_1 , P_2 et P_3 pour $H_m=300$ (A /m), $f=100$ (Hz) et $a=1$ cm.....	46
Figure.III.10. Champ magnétique appliqué.....	46
Figure.III.11. Induction magnétique calculé à partir du modèle analytique aux différents point P_1 , P_2 et P_3 pour $H_m=300$ (A /m), $f=1000$ (Hz) et $a=1$ cm.....	47
Figure.III.12. Induction magnétique calculé à partir du modèle analytique aux différents point P_1 , P_2 et P_3 pour $H_m=3000$ (A /m), $f=50$ (Hz) et $a=1$ cm.....	48
Figure.III.13. Evolution temporelle du champ d'induction magnétique B à l'intérieur du matériau ainsi que le champ magnétique appliqué.....	49
Figure III.14. Description d'un volume fini en 1D.....	50
Figure.III.15. Variation temporelle du champ électrique par la méthode de VMF1D.....	52
Figure.III.16. Variation temporelle des pertes au sein d'un supraconducteur calculé par la méthode de VMF1D.....	53
Figure.III.17. répartition spatiale et temporelle du champ magnétique au sein d'un supraconducteur.....	53
Figure.III.18. l'évolution du champ magnétique dans un supraconducteur au sein d'un supraconducteur de $r_i = 4$ mm et $r_{ex} = 4.8$ mm et pour $H_m = 28937$ A/m.....	54
Figure.III.19. l'évolution du champ magnétique dans un supraconducteur pour un supraconducteur de $r_i = 8$ mm et $r_{ex} = 9.6$ mm, $H_m = 28937$ A/m.....	54
Figure.III.20. l'évolution du champ magnétique dans un supraconducteur au sein d'un supraconducteur de $r_i = 4$ mm et $r_{ex} = 4.8$ mm et pour $H_m = 43406$ A/m.....	55
Figure.III.21. répartition spatiale et temporelle du champ magnétique au sein d'un supraconducteur pour $H_m = 43406$ A/m.....	55
Figure.VI.1. une ellipse avec ses axes, son centre, un foyer et la directrice associée.....	58
Figure.IV.2. loi de comportement $B= f(H)$ dans un supraconducteur pour $H_m = 28937$ A/m et $f = 50$ Hz.....	59
Figure.IV.3. loi de comportement $B= f(H)$ dans un supraconducteur pour $H_m = 43406$ A/m et $f = 50$ Hz.....	59
Figure.IV.4. loi de comportement $B= f(H)$ dans un supraconducteur pour $H_m = 28937$ A/m et $f = 500$ Hz.....	60
Figure.IV.5. loi de comportement $B= f(H)$ dans un supraconducteur pour $H_m = 28937$ A/m et $f = 500$ Hz.....	60
Figure.IV.6. loi de comportement $B= f(H)$ dans un supraconducteur pour $H_m = 28937$ A/m et $f = 500$ Hz obtenu à partir du modèle de Rayleigh et le modèle MVF1D.....	61

Liste des figures

Figure.IV.7. loi de comportement $B= f(H)$ dans un supraconducteur pour $H_m = 43406 \text{ A/m}$ et $f = 50 \text{ Hz}$ obtenu à partir du modèle propre et du modèle MVF1D.....61

Listes des Acronymes et Symboles

T_c : Température critique

T : Température

ρ : Résistivité électrique

J_c : Densité de courant critique

J : Densité de courant

H_c : Champ magnétique critique

M : Aimantation

λ_L : Longueur de pénétration (longueur de London)

H_a : Champ magnétique appliqué

E : Champ électrique

B : L'induction magnétique

μ_0 : Perméabilité magnétique du vide ($4\pi \times 10^{-7}$ H/m)

H : Champ magnétique

n, α, β : Constantes utilisées dans le modèle $E(J)$

BCS : Théorie de Bardeen, Cooper et Schrieffer

H_{c1} : Champ critique 1

H_{c2} : Champ critique supérieur

HTC : Haute température critique

AC : Courant alternatif (Alternating Current)

DC : courant continue (Direct Current)

SMES: Superconducting Magnetic Energy Storage

AMSC : American superconductor

MSHT: matériau supraconducteur à haute température critique

Listes des Acronymes et Symboles

μ_{in} : la perméabilité initiale

η : la constante de Rayleigh.

α et β : deux paramètres de modèle Frölich

M_s : aimantation de saturation

M_r : l'aimantation rémanente

H_s : champ de saturation

B_r : L'induction magnétique rémanente

B_s : L'induction magnétique de saturation

H_c : champ coercitif de modèle de Potter

f_1 : descendante

f_2 : ascendante

γ : la mobilité des parois magnétiques

Liste des tableaux

Tableau I.1. Liste de quelques matériaux supraconducteurs de type I.....	9
Tableau I.2. Températures critiques de quelques matériaux à haut température critique.....	11
Tableau II.1. Les significations physiques des paramètres du modèle de J-A.....	30
Tableau III.1. Équations décrivant le comportement électromagnétique d'un matériau supraconducteur.....	39

Introduction général

La découverte en 1986 de la supraconductivité à haute température critique a fortement relancé l'intérêt des supraconducteurs. En effet, les applications des supraconducteurs en électrotechnique ne cessent d'évoluer et sont actuellement envisageables et certains prototypes sont même commercialisés. Les propriétés exceptionnelles de ces matériaux peuvent être utilisées dans la production, le transport et le stockage de l'énergie électrique. Cependant, l'application la plus prometteuse semble être la protection des réseaux par l'utilisation des limiteurs supraconducteurs de courant. Ces dispositifs apportent une solution nouvelle et inaccessible par les techniques conventionnelles.

Pour concevoir des systèmes électriques ayant des matériaux supraconducteurs à haute température critique, il est important de modéliser leurs comportements magnétiques et thermiques. Plusieurs modèles ont été adoptés, principalement les modèles analytiques et les modèles numériques.

L'objectif principal de notre travail est de décrire le modèle de l'hystérésis des matériaux supraconducteurs dans leurs états dit, état intermédiaire, pour cela nous avons utilisé deux modèles, le premier modèle s'agit du modèle analytique associé au modèle de Bean, le second s'agit du modèle numérique qui adopte la méthode des volumes finis et le modèle de puissance.

Le présent manuscrit est structuré comme suit :

Le premier chapitre trace un bref historique suivi d'une présentation des principales grandeurs qui permettent de définir l'état supraconducteur et les types des matériaux supraconducteurs.

Dans le deuxième chapitre nous présenterons les différents modèles d'hystérésis rencontrés dans la littérature dédiée principalement aux matériaux ferromagnétiques, nous citerons les avantages et les inconvénients de chacun d'eux.

Le troisième chapitre présente les résultats des simulations du comportement électromagnétique d'un matériau supraconducteur à haute température critique. Ces résultats sont obtenus à partir d'un code de calcul développé et implémenté sous l'environnement MATLAB, basé soit sur un modèle analytique soit sur un modèle numérique.

Dans le quatrième chapitre nous présentons les résultats de simulation du comportement magnétique d'un matériau supraconducteur soumis à un champ magnétique H . Le but est de décrire la loi de comportement $B = f(H)$. Pour cela nous allons essayer d'utiliser certains modèles connus et utilisés dans la modélisation des matériaux ferromagnétiques

Les résultats de cette étude permettront de conclure une loi du comportement magnétique $B = f(H)$ pour les matériaux supraconducteurs.

Chapitre I

La compréhension d'un phénomène physique et de l'étendu de ses applications pratique passe forcément par une étude des fondements théoriques et des étapes hésiodiques par lesquelles il est passé depuis sa découverte.

Dans ce chapitre, les aspects physiques caractéristiques de la supraconduction seront d'abord traités. Ensuite, les espèces de supraconducteurs de type-I et de type-II, présentant des propriétés magnétiques bien différentes, seront considérées. Les mécanismes associés à ces états seront traités. Finalement, Quelques modèles macroscopiques seront présentés pour établir les lois de comportement et de la dépendance entre les grandeurs.

I.1. Historique

Le phénomène de la supraconductivité a été découvert en 1911 par le physicien hollandais Heike Kamerlingh Onnes [1], lors de la liquéfaction de l'hélium, il constate que la résistivité chute brutalement à zéro. Ainsi un courant électrique continu peut circuler quasi indéfiniment sans dissipation d'énergie. On dit qu'il y a transition de l'état normal de conducteur vers l'état supraconducteur. Cette transition intervient à une température appelée température critique.

En 1933, W. Meissner et R. Ochsenfeld [2], observent qu'hormis les qualités exceptionnelles de conduction de ces métaux, ils possèdent la propriété d'exclure toute pénétration d'un champ magnétique extérieur grâce à la circulation de super-courants dans le supraconducteur. Cet effet de non-pénétration du champ magnétique est nommé effet Meissner.

Une théorie microscopique (BCS) portant les noms de ses auteurs [3], a été émise en 1957 par John Bardeen, Leon N. Cooper et John Schrieffer (tous trois prix Nobel de physique en 1972) pour expliquer la supraconductivité. Cette théorie explique qu'à très basse température, les électrons s'apparient, c'est-à-dire se mettent en couple. On dit qu'ils forment des paires de Cooper. Cet état ordonné résulte de l'existence d'une attraction entre électrons par l'intermédiaire des vibrations du réseau atomique qu'on peut schématiser ainsi : un électron de conduction se déplaçant dans le métal provoque sur son passage une déformation locale et momentanée du réseau par l'attraction qu'il exerce sur les ions positifs. Ces ions se déplaçant créent un excédent de charge positive. Un deuxième électron sera soumis à cet excédent de charge positive qui a fait écran à la charge négative du premier électron. Comme les électrons circulent beaucoup plus vite que les ions (qui sont nettement plus lourds), le deuxième électron subit l'effet prolongé de la charge positive quand

le premier électron est loin de lui. L'interaction entre les deux électrons a donc une grande portée. Les paires d'électrons ainsi formées se déplacent sans dissipation d'énergie dans le réseau cristallin. Les électrons sont des fermions, c'est-à-dire des particules qui ne peuvent se trouver au même endroit dans le même état physique. Mais la véritable explication théorique de la supraconductivité à très basse température repose sur le fait que les paires de Cooper, constituées de deux électrons, forment en définitive des bosons qui, eux, peuvent se trouver en grand nombre dans le même état physique, en l'occurrence dans un état de plus basse énergie. Elles ne peuvent alors pas perdre d'énergie par dissipation, et se propagent donc sans résistance. Tout se passe comme si, pour elles, tous les mécanismes de perte avaient disparu. Cette agglomération d'un grand nombre d'électrons appariés dans un seul et même état physique est ce que les physiciens appellent une condensation de Bose-Einstein. Avec cette théorie, le mécanisme de la supraconductivité ne permettait pas d'obtenir des températures critiques supérieures à une trentaine de Kelvins (au-delà, l'agitation thermique casse les paires). Pour cette raison la découverte en 1986 par Johannes Georg Bednorz et Karl Alexander Müller [4] de la supraconductivité dans un oxyde synthétique de cuivre, lanthan et baryum à une température critique de 35 K, plus élevée que toutes celles connues jusqu'alors, a eu un retentissement considérable. Cette découverte relance alors la recherche dans ce domaine, et permet la mise en évidence de ce phénomène jusqu'à 164 K, en 1998.

I.2. Présentation générale de la supraconductivité

La « première signature » du caractère supraconducteur d'un matériau est sa résistivité nulle (Fig. I.1) en dessous d'une certaine température T_C , appelée température critique qui se traduit par une transition franche, et sépare ainsi le comportement de l'état normal du matériau de celui de son état supraconducteur. L'intervalle de température dans lequel la résistivité change brusquement est très étroit [5]. Ceci indique que l'état supraconducteur est un nouvel état de la matière, autrement dit un état qui correspond à un arrangement particulier du système des électrons. On peut donc dire que le franchissement de la température critique correspond à une transition de phase.

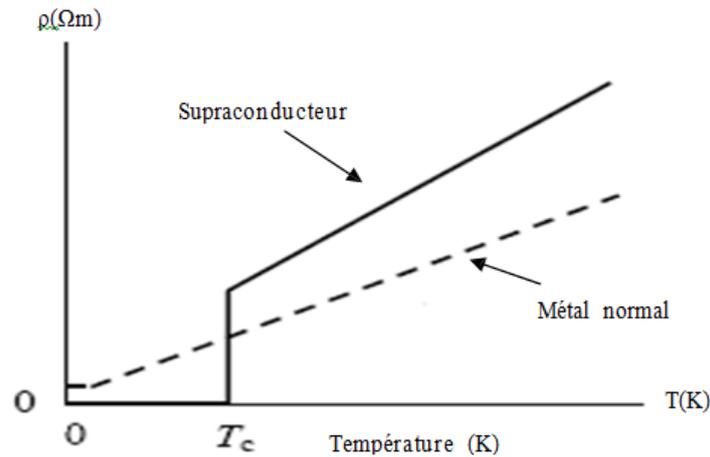


Figure I.1. Allure des résistivités d'un supraconducteur et d'un métal normal en fonction de la température

I.3. Grandeurs critiques

L'état supraconducteur non dissipatif est limité par trois grandeurs, appelées grandeurs critiques, au-delà desquelles le matériau passe dans un état fortement dissipatif. Il s'agit de la densité de courant critique J_c , de la température critique T_c , et du champ magnétique H_c .

Ces trois grandeurs sont fonction les unes des autres et forment ainsi une surface critique au-delà de laquelle le matériau cesse d'être non dissipatif. La figure I.2 représente la surface critique de quelques matériaux supraconducteurs, refroidis à l'azote liquide et l'hélium liquide.

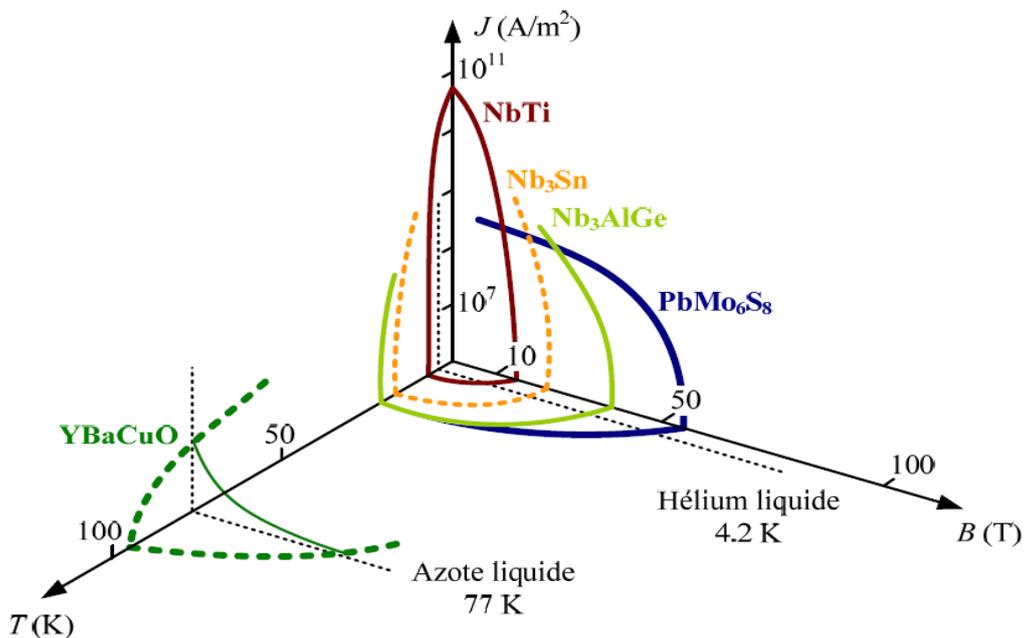


Figure I.2. Surface critique des matériaux supraconducteurs. [6]

Exposons dans les sections suivantes les grandeurs critiques séparément

I.3.1. Température critique

L'état de supraconductivité caractérise la plupart des métaux à condition que la température soit très proche de 0 K. La température en dessous de laquelle un matériau devient supraconducteur est nommée température critique. T_c est également la température de transition qui délimite l'état supraconducteur de l'état normal. A noter que la supraconductivité est obtenue aux températures T_c plus élevées pour les métaux mauvais conducteurs dans l'état normal, comme par exemple le mercure et le plomb. Proche de T_c la variation de la résistivité en fonction de la température est très brutale (voir Figure. I.3). La partie I représente la variation de la résistivité, $\rho(T)$ à l'état normal, correspondante à la relation

$$\rho(T) = CT^5 + \rho_r \quad (\text{I.1})$$

ou ρ_r est dépendante des impuretés et des défauts du réseau cristallin. La partie II de la courbe (Figure I.3) représente une décroissance spontanée sur un intervalle de température de 0,01 à 0,001K et caractérise l'état supraconducteur.

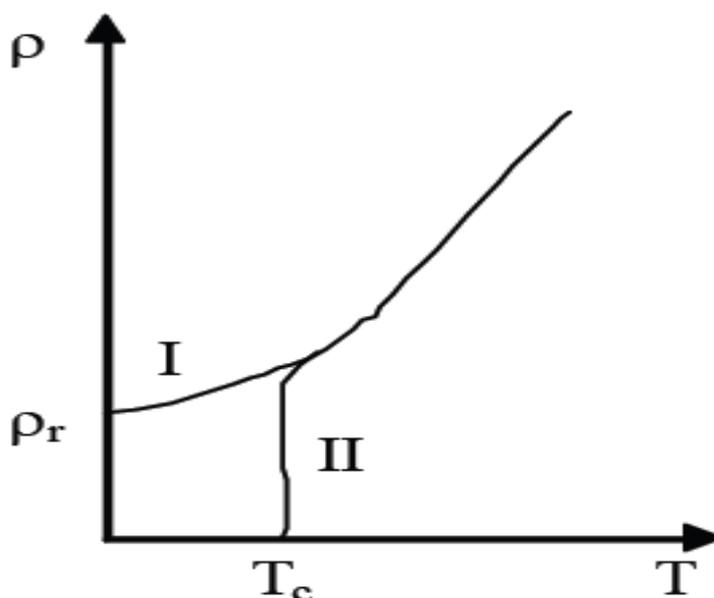


Figure I.3. Dépendance de la résistivité en fonction de la température pour l'état normal (I) et l'état supraconducteur (II)

I.3.2. Densité de courant critique

C'est la deuxième grandeur qui limite l'état supraconducteur. La densité de courant critique est la valeur maximale correspondante au-delà de laquelle une résistivité apparaît. Des fils relativement fins réalisés de matériaux supraconducteurs peuvent être employés pour transporter de forts courants puisqu'il n'y a aucune perte d'énergie thermique. Cependant, ces matériaux sont conçus pour transporter un certain courant maximum limite. Au-dessus de ce courant critique ils cessent d'être supraconducteurs et passent à l'état normal même s'ils sont au-dessous de la température critique. Ce courant critique représenté par sa densité J est utilisé dans les limiteurs de courant supraconducteurs.

La densité de courant critique (J_c) est une fonction non linéaire de la température et du champ magnétique. Plus le supraconducteur est refroidi, plus le courant à transporter sans transition est élevé. La figure I.4 représente la tension en fonction du courant circulant à travers un fil supraconducteur

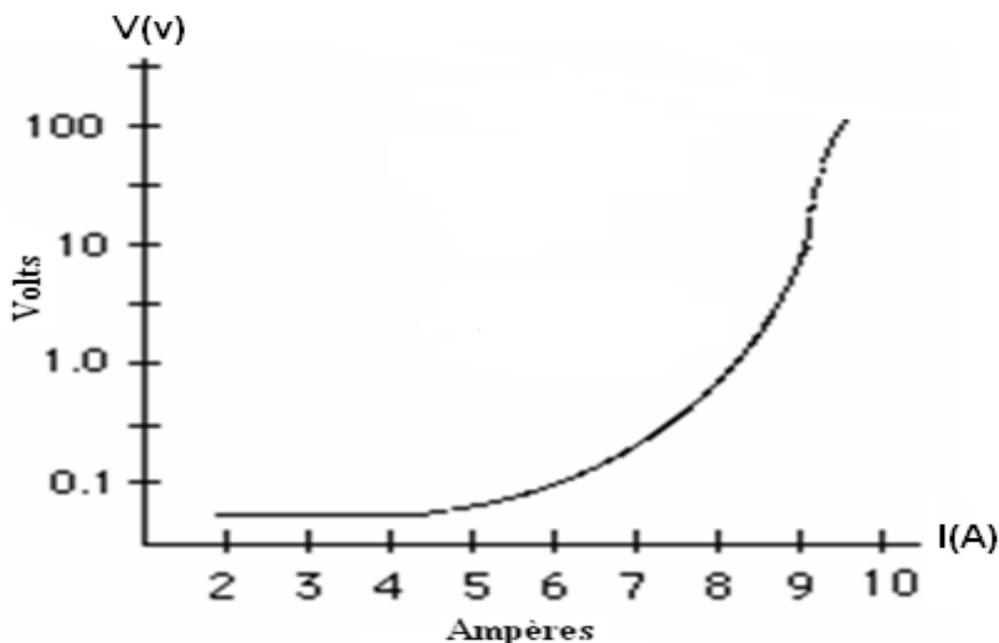


Figure I.4. La caractéristique tension courant pour un fil supraconducteur [7].

I.3.3. Champ magnétique critique

L'état supraconducteur peut disparaître pour un champ magnétique extérieur d'une certaine intensité H_c dépendant de la température. Dans la Figure I.5, la courbe $H_c(T)$ divise le quadrant $H(T)$, ($H > 0$, $T > 0$), en deux régions ; état supraconducteur et état normale. La température maximale à la quelle un matériau est supraconducteur est obtenue pour un champ extérieur nul.

Le supraconducteur présente la propriété nommée effet Meissner Ochsenfeld, qui consiste à ce que les lignes de champ magnétique sont expulsées du matériau. Ainsi pour T supérieurs à T_c le matériau est non magnétique (aimantation nulle), par contre pour T inférieur à T_c il est parfaitement diamagnétique (aimantation négative) si le champ magnétique extérieur n'est pas très élevé ($H < H_c$). Le champ critique varie avec la température suivant la loi approximative :

$$H_c(T) = H_c(0) [1 - (T/T_c)^2] \quad (I.2)$$

I.4. Classification des supraconducteurs

Il existe deux types de supraconducteurs. Les supraconducteurs de type I, et Les supraconducteurs de type II. Chaque espèce est en réalité un regroupement de différents matériaux présentant les mêmes aspects généraux bien qu'ils soient tous différents.

I.4.1. Supraconducteurs de type I

Les supraconducteurs de type I sont caractérisés par un seul champ critique H_c . Lorsqu'ils sont soumis à un champ magnétique extérieur H l'induction magnétique B est nulle à l'intérieur tant que $H < H_c$ et l'aimantation $\vec{M} = -\vec{H}$. Par contre à la surface du matériau dans une épaisseur de l'ordre de λ_L appelée longueur de London [8], l'induction pénètre le matériau et des courants supraconducteurs d'écrantage se développent.

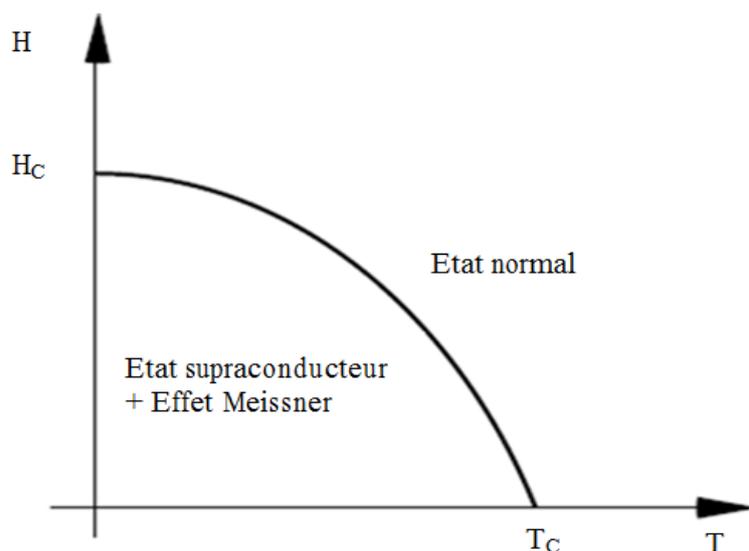


Figure I.5. Diagramme de phases d'un supraconducteur de type I [9].

Les supraconducteurs de type I ont été découverts en premier et requièrent une très basse température pour obtenir la supraconductivité. Ces types de matériaux sont caractérisés par une transition brutale vers un état de supraconductivité et un parfait diamagnétisme (capacité de repousser un champ magnétique). Le tableau I.1 présente un ensemble de matériaux supraconducteurs de type I et leurs températures critiques de transition.

Tableau I.1. Liste de quelques matériaux supraconducteurs de type I.

Eléments	Température critique
Carbon (C)	15 K
Lead (Pb)	7,2 K
Lanthanum (La)	4,9 K
Mercury (Hg)	4.15 K
Aluminum (Al)	1,175 K
Zinc (Zn)	0,85 K
Uranium (U)	0,20 K
Rhodium (Rh)	0,000325 K

I.4.2. Supraconducteurs de type II

On retiendra de ce qui précède qu'un supraconducteur de type I est un diamagnétique parfait (expulsion du champ magnétique) aussi bien qu'un conducteur parfait (résistivité nulle). Il existe toutefois d'autres supraconducteurs, dits de *type II*, dont les caractéristiques ne sont pas aussi simples.

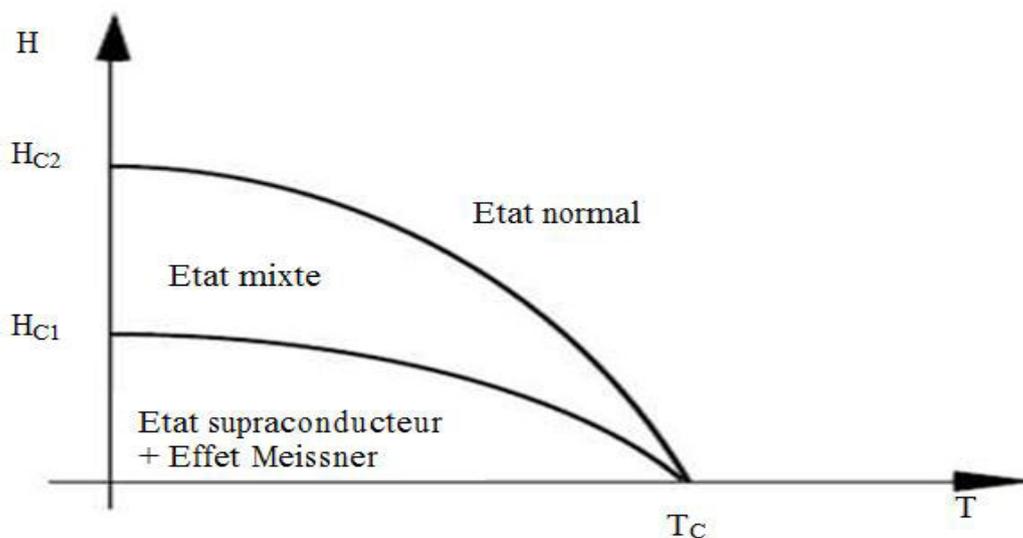
Une première partie des matériaux de cette catégorie est composée de supraconducteurs dits *classiques*. Bien que découverts il y a plusieurs décennies, ils occupent aujourd'hui encore une grande place dans les applications industrielles de la supraconductivité. Les plus importants d'entre eux sont les alliages à base de niobium tel que le Nb₃Sn, le Nb₃Ge (qui possède la plus haute température critique de cette classe de supraconducteurs : $T_c = 23.4\text{K}$), ou encore les alliages Nb-Ti.

Une autre classe importante de matériaux de type II, beaucoup plus récente, est celle des supraconducteurs dits à *Haute température critique* (HTc). Découverts en 1986[10]-[11], ces matériaux ont pour point commun une structure cristalline formée de plans d'oxyde de cuivre, d'où leur nom de *cuprates*. Ces plans sont séparés par des couches d'éléments lourds tels que l'yttrium et le barium (YBa₂Cu₃O_{7-d}), le bismuth, le strontium et le calcium (Bi₂Sr₂CaCu₂O_{8+d}), etc. La température critique de ces composés peut dépasser 130 K. Le plus étudié d'entre eux, l'YBaCuO, a une température critique de 90 K environ (variant légèrement en fonction du dopage en oxygène). Ces supraconducteurs, bien qu'encore peu utilisés industriellement, sont très prometteurs et sont l'objet de la grande majorité des efforts de recherche en supraconductivité. Quelques matériaux supraconducteurs à haute température critique sont donnés dans le tableau I.2. Pour terminer cette énumération des différentes classes de supraconducteurs de type II, on peut encore mentionner brièvement l'existence de matériaux organiques (soit à base de molécules complexes, comme le BEDT-TTF, soit à base de fullerènes, comme le K₃C₆₀), et d'oxydes non cuprates, comme le BaPb_{1-d}BiO₃. Ces différents matériaux n'ont jusqu'à ce jour pas permis de dépasser des températures critiques de l'ordre d'une trentaine de Kelvin.

Tableau I.2. Températures critiques de quelques matériaux à haute température critique

Matériaux	T _c (K)
La _{2-x} Sr _x CuO ₄	38
Eu ₂ Ba ₂ Cu ₃ O _{10-x}	43
Pb ₂ Sr ₂ YCu ₃ O ₈	70
Yba ₂ Cu ₄ O ₈	80
Yba ₂ Cu ₃ O _{6+x}	92
Bi ₂ Sr ₂ Ca ₂ Cu ₃ O ₁₀	110
Tl ₂ Ba ₂ Ca ₂ Cu ₃ O ₁₀	125
HgBa ₂ Ca ₂ Cu ₃ O _{8+x}	135

Le diagramme de phases d'un supraconducteur de type II est plus complexe que celui d'un supraconducteur de type I. Même si l'état Meissner existe aussi, il est séparé de l'état normal par une zone supplémentaire, souvent appelée *état mixte*. On se trouve donc en présence de deux champs critiques différents, notés **H_{c1}** et **H_{c2}** :

**Figure I.6.** Diagramme de phases d'un supraconducteur de type II [12].

Dans l'état mixte, le champ magnétique pénètre l'échantillon localement, sous la forme de "lignes de flux" isolées. Ces lignes sont entourées de courants circulaires locaux, d'où leur nom de *vortex* (par analogie avec les tourbillons que l'on trouve dans les fluides).

A l'intérieur de ces vortex, l'échantillon est dans l'état normal (c'est-à-dire non supraconducteur).

Ces petits "tubes" de champ magnétique ont la propriété de tous contenir

exactement le même flux ; les vortex ont une importance fondamentale dans le comportement des supraconducteurs de type II, aussi bien sur le plan des propriétés magnétiques qu'électriques.

I.5. Applications des supraconducteurs en électrotechnique

La découverte en 1986 des supraconducteurs à haute température critique a encouragé l'application de supraconducteurs en électrotechnique. Le choix des supraconducteurs à haute température critique, est dû à la capacité de ces matériaux à conduire du courant électrique de très forte densité pour des températures assez élevées par rapport aux supraconducteurs à basse température critique. Suivant la valeur utile de l'induction magnétique générée par les matériaux supraconducteurs, on envisage, alors, leurs utilisations dans les applications de l'électrotechnique sous forme de trois catégories :

- Très forts champs magnétiques. Cette catégorie concerne les bobines de champs, les systèmes de stockage d'énergie...etc.

- Forts champs magnétiques. Cette catégorie concerne les moteurs, les alternateurs, les transformateurs, les systèmes de stockage de l'énergie... etc.

- Faible champ magnétique. Cette catégorie concerne les lignes de transport d'électricité, les transformateurs, les limiteurs de courant, lévitation magnétique... etc.

Nous présentons ci-dessous quelques applications majeures des matériaux supraconducteurs SHTC en électrotechnique. Cependant, nous rappelons que nous sommes intéressés dans le cadre du travail de cette thèse par deux applications, les aimants supraconducteurs et la lévitation magnétique.

I.5.1. Limiteur de courant

La coupure des courants de défaut reste un problème mal résolu dans les réseaux électriques. La caractéristique intrinsèque fortement non linéaire du champ électrique en fonction du courant dans un supraconducteur ouvre une nouvelle voie particulièrement intéressante et innovante pour la limitation des courants de défaut dans les réseaux électrique [13]. En régime normal, les pertes dans l'élément supraconducteur sont très faibles (pertes AC), voire pratiquement nulles en DC. Par contre dès que le

courant dépasse un seuil prédéfini, l'élément supraconducteur développe instantanément un fort champ électrique qui peut équilibrer la tension du réseau et limiter le courant à une valeur prédéterminée et facile à couper par un disjoncteur.

I.5.2. lignes de transport

Les câbles supraconducteurs peuvent transporter trois à cinq fois plus d'énergie que des câbles traditionnels en cuivre de même diamètre. Indépendants sur le plan thermique, des câbles supraconducteurs compacts peuvent être installés dans les emprises existantes, contribuant ainsi à réduire le coût et l'impact sur l'environnement des futures augmentations de capacité des réseaux. Offrant une impédance plus faible que les technologies habituelles, les câbles supraconducteurs peuvent être placés en des points stratégiques d'un réseau électrique afin de délester les câbles classiques ou les lignes aériennes, ce qui permet de désengorger les réseaux avec une solution respectueuse de l'environnement. Le Ministère américain de l'Energie considère les câbles supraconducteurs comme un composant essentiel d'un super-réseau électrique moderne, exempt de goulets d'étranglement et capable de transporter l'énergie jusqu'aux clients à

partir de sites de production éloignés, à l'exemple des parcs éoliens.

I.5.3. Les systèmes de stockage de l'énergie SMES

Les supraconducteurs permettent de concevoir un stockage direct de l'énergie électrique sous forme magnétique, dans des bobines appelées SMES (Superconducting Magnetic Energy Storage). L'intérêt d'un bobinage supraconducteur pour le stockage d'énergie est de présenter

des pertes Joule quasi nulles lorsqu'on le met en court-circuit. Avec les condensateurs, ce sont les seuls moyens de stockage direct de l'électricité. Ainsi, ils ont des rendements très importants et des temps de déstockage très courts. En effet, le rendement d'un système supraconducteur de stockage d'énergie peut atteindre 97% alors que ce rendement ne dépasse pas 70% pour un système de barrage à pompe. Avec tous ces avantages, il faut noter que la densité volumique l'énergie stockée n'est pas très importante, $4kWh/m^3$ pour une valeur d'induction de $6 T$ [14].

I.5.4. Les transformateurs

Les supraconducteurs peuvent aussi être utilisés dans des transformateurs en lieu et place des enroulements classiques en cuivre ou en aluminium permettant des gains intéressants, en poids et en volume. En effet, les études effectuées ont montré des performances remarquables de ce type de transformateurs, par rapport à un transformateur conventionnel, les pertes peuvent diminuer de 30 %, le volume de 50 % et le poids de 70 % [15]. La société SIEMENS a réalisé et testé avec succès un transformateur de 1 MVA [16].

I.5.5. Les machines supraconductrices

Un moteur réalisé par AMSC (American superconductor) est destiné à la propulsion maritime. L'induit du moteur est en cuivre et sans fer. L'inducteur est en supraconducteur à haute température critique BSCCO refroidi à $31 K$. Le moteur a une puissance de 5 MW, une vitesse de $230 tr.min^{-1}$, une tension aux bornes d'une phase statorique de 2,4 kV et un courant statorique de 715 A [17]. Les tests ont été effectués pour 4 vitesses entre 60 et $230 tr.min^{-1}$. Le courant inducteur relevé en fonctionnement en plein couple et en pleine vitesse est 3 % plus important que celui relevé pendant l'essai à vide. Les pertes mesurées à vide sont proportionnelles au carré du courant inducteur. Le test à pleine charge et à vitesse nominale a été effectué pendant presque 3 heures. La température du bobinage induit relevée pendant le test est de $90 K$. Le moteur a un rendement de 96 %. Cette réalisation est le prototype d'un autre moteur de 36,5 MW.

Les travaux réalisés jusqu'à maintenant ont montré que l'utilisation des supraconducteurs à haute température critique dans l'inducteur des machines synchrones réduit les dimensions et le poids de la machine. Cela réduit également les pertes et augmente le rendement de la machine. Ces machines ont une réactance synchrone faible par rapport à ce qu'on a dans les machines non supraconductrices ce qui renforce la stabilité du réseau [18], [19].

I.5.6. Les aimants permanents supraconducteurs

Les aimants permanents supraconducteurs présentent l'avantage de pouvoir fournir des valeurs de champ magnétique beaucoup plus importantes par rapport à celle fournie par les aimants permanents conventionnels, surtout à basses température. Des valeurs de champ piégé de 9 T à 40 K et de 12.5 T à 22 K ont été obtenues pour un aimant $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ (Y123) [20] et plus récemment la valeur de 17 T à 29 K pour un disque de 2.65 cm de diamètre [21]. Cette propriété des supraconducteurs haute température critique SHTC peut être exploitée comme source de champ à la place des aimants permanents conventionnels qui sont limités en valeurs de champ. La réalisation des moteurs supraconducteurs avec des SHTC massifs comme pôles magnétiques dans une machine tournante à entrefer axial à l'université des sciences et de technologies marines de Tokyo [22] en fait un exemple.

I.6. Conclusion

Dans ce premier chapitre on a exposé un bref historique de la supraconductivité, Aussi nous avons présenté les types des matériaux supraconducteurs et leurs principaux phénomènes caractérisant ce type de matériaux ainsi que leurs applications dans le domaine du génie électrique.

Chapitre II

Plusieurs modèles d'hystérésis ont été développés avec l'évolution des calculateurs numériques. La validité de ces modèles n'est pas limitée à la description des phénomènes d'hystérésis ferromagnétique. Ils sont largement acceptés dans d'autres domaines scientifiques notamment dans la biologie, l'économie, la mécanique, . . . etc.

Plusieurs types de fonctions analytiques peuvent être appliquées, nous citons par exemple : les fonctions auxiliaires, les fonctions polynomiales et les fonctions multiples.

Dans ce chapitre nous présenterons les différents modèles d'hystérésis rencontrés dans la littérature. Le but est de voir dans la possibilité d'utiliser ces modèles ultérieurement dans la modélisation du comportement magnétique des matériaux supraconducteurs à haute température critique

II.1. Les modèles analytiques

Plusieurs formulations analytiques simples décrivant le comportement fortement non linéaire des matériaux magnétiques ont été développées. Cependant, ces modèles décrivent le phénomène par des expressions mathématiques sans tenir compte des aspects physiques du phénomène.

II.1.1. Modèle d'Hystérésis de Rayleigh

Rayleigh propose une loi de la perméabilité en fonction du champ magnétique :

$$\mu(H) = \frac{dB}{dH} = \mu_{in} + \eta H \quad (\text{II.1})$$

L'équation ci-dessus résulte une relation parabolique entre l'intensité de champ magnétique H et la densité du flux B , pour la partie initiale de la courbe d'aimantation. L'intégrale de l'équation (II.1) nous donne :

$$B = \mu_{in} H + \frac{1}{2} \eta H^2 \quad (\text{II.2})$$

Dans l'approximation (II.2), le premier terme $\mu_{in}H$ représente la composante réversible, alors que le deuxième terme $\frac{1}{2}\eta H^2$ décrit le changement irréversible de l'induction magnétique. Avec μ_{in} est la perméabilité initiale et η la constante de Rayleigh.

$$\eta = \frac{2B_r}{H_{max}^2} \quad (II.3)$$

$$\mu_{in} = \frac{B_{max}}{H_{max}} - \eta H_{max} \quad (II.4)$$

H_{max} , B_{max} sont respectivement le champ magnétique maximal appliqué et l'induction maximale résultante, B_r représente l'induction rémanente. Ainsi, par l'application d'une excitation périodique $H(t)$, l'induction magnétique est de faible amplitude variant entre $\pm B_{max}$, en se déplaçant le long du cycle d'hystérésis de Rayleigh telle qu'il est représenté sur la figure II.1. La branche ascendante du cycle d'hystérésis est de la forme suivante :

$$\mu_{in}(H + H_{max}) + \frac{\eta}{2}(H + H_{max})^2 - B_{max} \quad (II.5)$$

Tandis que la branche descendante est donnée par :

$$B = \mu_{in}(H - H_{max}) - \frac{\eta}{2}(H - H_{max})^2 + B_{max} \quad (II.6)$$

où la courbe de première aimantation est donnée par l'équation (II.2) L'inconvénient majeur de ce modèle est sa limitation aux champs faibles ce qui ne permet pas une description de la saturation

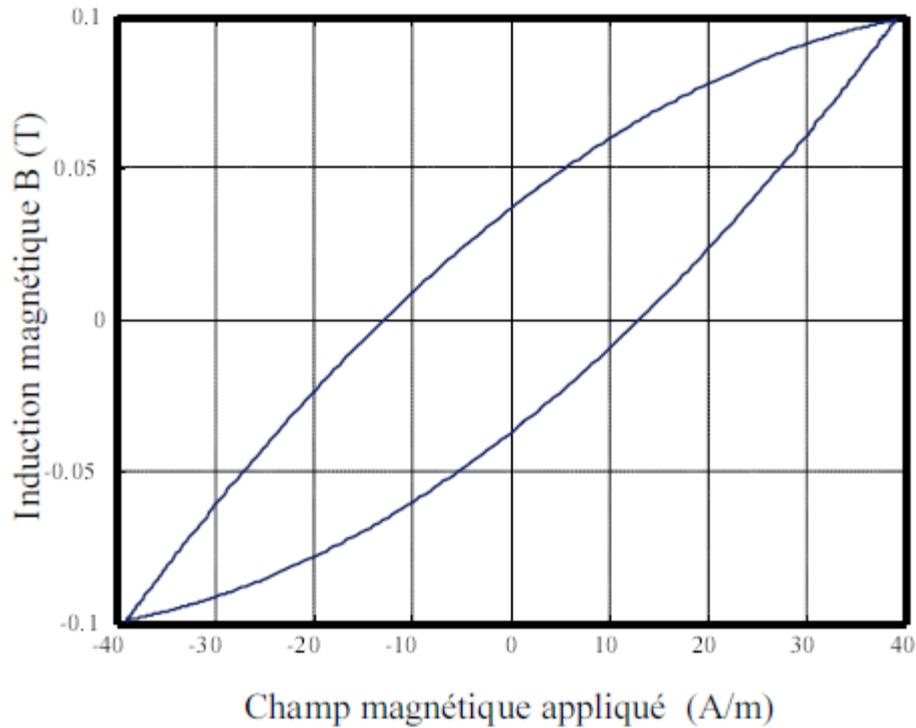


Figure II.1. Cycle d'hystérésis simulé avec le modèle de Rayleigh

II.1.2. Le modèle d'hystérésis de Frölich

Ce modèle est conçu pour décrire la courbe de première aimantation en agissant sur deux paramètres α et β . Il est donné comme suit :

$$B = \frac{H}{\alpha + \beta|H|} \quad (\text{II.7})$$

Ce modèle a été amélioré par les travaux présentés par (Akbaba 1991)[23], où l'aimantation est subdivisée en deux régions, la première est avant où $B \leq B_s$ et donnée par :

$$B = \frac{H}{a_1 + b_1 H} \quad (\text{II.8})$$

La deuxième région est définie lorsque $B_s \geq B$:

$$B = B_s + \frac{H - H_s}{a_2 + b_2(H - H_s)} \quad (\text{II.9})$$

Dans le cas des matériaux ferromagnétiques, le champ coercitif a été intégré dans ce modèle comme suit :

La branche montante : Elle est donnée par l'équation suivante :

$$B = \frac{H - H_c}{\alpha + \beta |H - H_c|} \quad (\text{II.10})$$

La branche descendante : Elle est donnée par l'équation suivante :

$$B = \frac{H + H_c}{\alpha + \beta |H + H_c|} \quad (\text{II.11})$$

Les paramètres du modèle (α et β) sont déterminés à partir du point de saturation ($B_s; H_s$) et rémanente ($B_r; 0$).

$$\begin{cases} B_s = \lim_{H \rightarrow \infty} \frac{H + H_c}{\alpha + \beta(H + H_c)} = \frac{1}{\beta} \Rightarrow \beta = \frac{1}{B_s} \\ B_r = \lim_{H \rightarrow 0} \frac{H + H_c}{\alpha + \beta(H + H_c)} \Rightarrow \alpha = H_c \left(\frac{B_s - B_r}{B_s B_r} \right) \end{cases} \quad (\text{II.12})$$

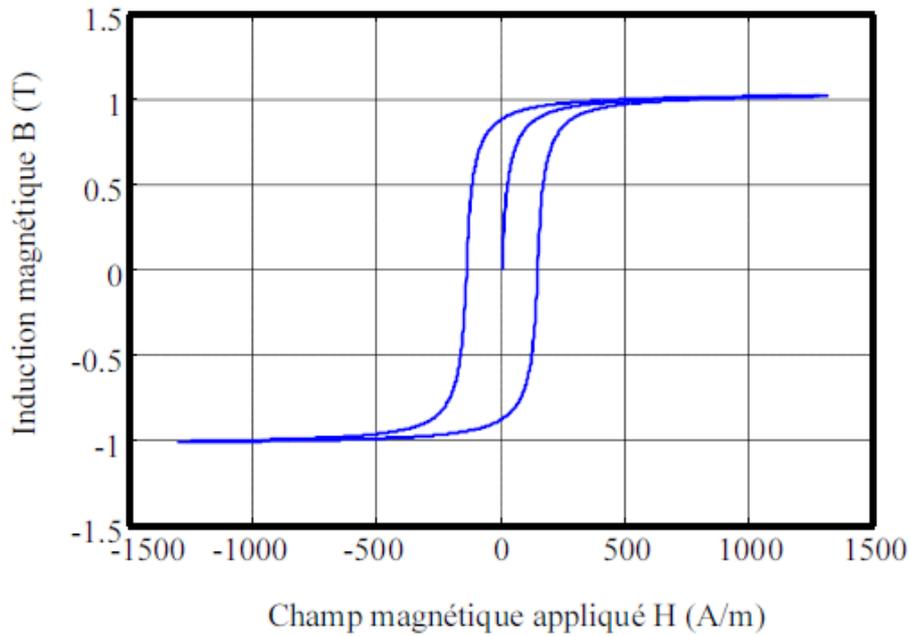


Figure II.2. Cycle d'hystérésis simulé avec le modèle de Frolich

II.1.3. Le modèle d'hystérésis de Potter

Le modèle $M(H)$ dans ce cas est défini comme suit :

$$M(H, \alpha) = M_s [\text{sign}(\alpha) - \alpha [1 + \tanh\left(\frac{H_c \text{sign}(\alpha)}{H_c} \tanh^{-1}\left(\frac{M_r}{M_s}\right)\right)]] \quad (\text{II.13})$$

Le facteur α vaut ± 1 sur le cycle majeur. Il est redéfini par (II.14) à chaque point de renversement caractérisé par H^* et α^* . L'aimantation M sera alors calculée en fonction de H^* et de α^* . Il est positif lorsque H est croissant et négatif si H est décroissant tel que $|\alpha| \leq 1$.

$$\alpha^* = - \frac{2 \text{sign}(\alpha) - [1 + \tanh\left(\left(1 - \text{sign}(\alpha) \frac{H^*}{H_c}\right) \tanh^{-1}\left(\frac{M_r}{M_s}\right)\right)]}{1 + \tanh\left(\left(1 + \text{sign}(\alpha) \frac{H^*}{H_c}\right) \tanh^{-1}\left(\frac{M_r}{M_s}\right)\right)} \quad (\text{II.14})$$

Ce modèle permet de décrire le cycle d'hystérésis à partir d'une fonction analytique paramétrée en α évoluant à chaque point de renversement, le cycle généré par ce modèle est présenté sur la figure II.3.

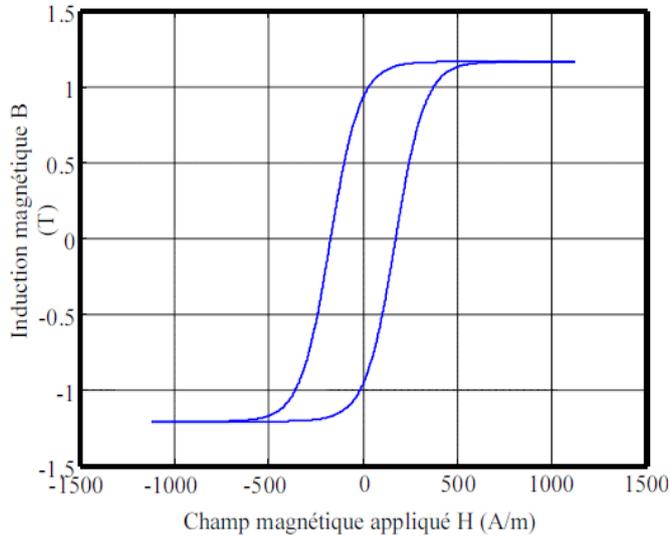


Figure II.3. Cycle d'hystérésis simulé avec le modèle de Potter

II.1.4. Modèle à fonctions multiples

Ce modèle est basé sur des fonctions d'approximations sous formes exponentielles, trigonométriques ou hyperboliques. Ce modèle est représentant l'aimantation anhystérétique.

$$B = B_s \exp\left(\frac{H}{a+bH}\right) \quad (\text{II.15})$$

Une évaluation de l'aimantation anhystérétique basée sur la sommation des séries Exponentielles a été proposée par [24] et donnée comme suit :

$$B = \sum_{i=0}^N a_i \exp\left(-\frac{b_i}{H}\right) \quad (\text{II.16})$$

Les paramètres d'approximation peuvent être déterminés en utilisant une procédure d'identification. L'aimantation peut être donnée sous la forme :

$$M = \frac{2}{\pi} M_s \tan^{-1} \left(\frac{H}{H_c} \pm 1 \right) \tan \left(\frac{\pi M_r}{2 M_s} \right) \quad (\text{II.17})$$

Les cycles mineurs de l'hystérésis peuvent être calculés par :

$$M = \frac{2K}{\pi} M_s \tan^{-1} \left(\frac{H}{H_c} \pm 1 \right) \tan \left(\frac{\pi M_r}{2 M_s} \right) \pm (1 - K) M_r \quad (\text{II.18})$$

Avec :

$$K = \frac{M_r + M_{rm}}{2 M_r}, M_{rm} \text{ est l'aimantation rémanente du cycle mineur parcouru.}$$

En représente ci-dessous, figure II.4, le cycle majeur d'hystérésis obtenu par ce modèle.

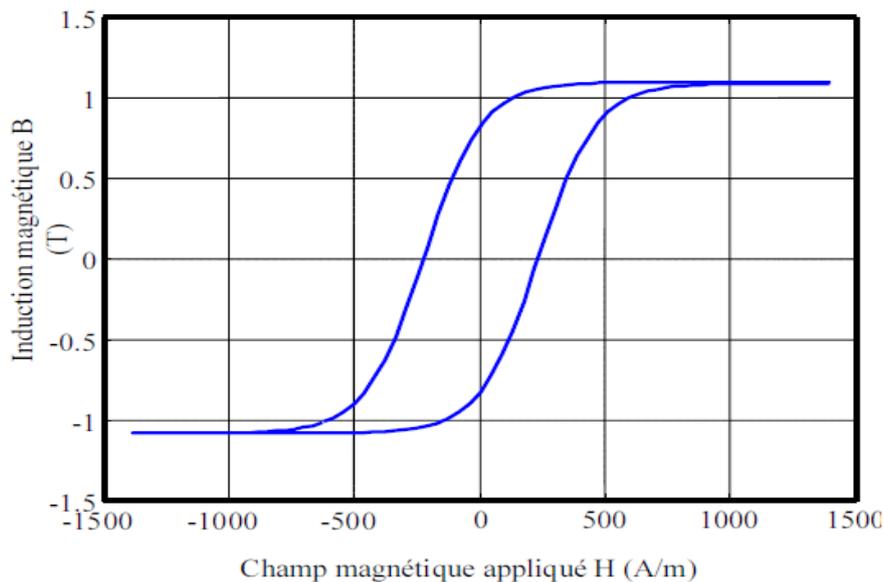


Figure II.4. Cycle majeur d'hystérésis simulé

II.1.5. Modèle à fonctions auxiliaires

Ce modèle est basé sur l'approximation de l'aimantation M par une fraction de polynômes de second ordre dépendant des paramètres (a_0, a_1, a_2, b_1, b_2 et H).

$$M = \frac{a_0 + a_1 H + a_2 H^2}{1 + b_1 H + b_2 H^2} \quad (\text{II.19})$$

Ces paramètres sont déterminés dans deux régions (faibles valeurs de H , loi de Rayleigh, et pour les champs magnétiques plus élevés loi de Néel). Sur la première région ($H \rightarrow 0$) l'aimantation M donnée par (II.19), est approximée par :

$$M = \chi H + \eta H^2 \quad (\text{II.20})$$

Avec χ est la susceptibilité initiale et η la constante de Rayleigh. D'autre part, dans la région de saturation ($H \rightarrow \infty$) l'aimantation M est approximée par :

$$M = M_s \left(1 - \frac{\alpha}{H}\right) \quad (\text{II.21})$$

Où M_s est l'aimantation de saturation, α est la constante de Néel.

Les paramètres de l'équation (II.19) peuvent être identifiés en utilisant l'équation (II.20) et (II.21).

$$\begin{cases} a_0 = 0 \\ a_1 = \chi \\ a_2 = \frac{\eta M_s + \chi^2}{M_s + \alpha \chi} \end{cases} \quad \begin{cases} b_1 = \frac{\alpha \eta + \chi}{M_s - \alpha \chi} \\ b_2 = \frac{\eta M_s + \chi^2}{M_s (M_s - \alpha \chi)} \end{cases} \quad (\text{II.22})$$

b_1 et b_2 définies par :

$$B_1 = \frac{f_1+f_2}{2} \quad , \quad B_2 = \frac{f_1-f_2}{2} \quad (\text{II.23})$$

L'induction magnétique totale B peut être calculée par :

$$B = B_1 \pm B_2 \quad (\text{II.24})$$

Où le signe (+) est utilisé pour la branche descendante et le signe (-) pour la branche ascendante.

Les fonctions auxiliaires ont été identifiées dans les travaux de Rivas par :

$$\begin{cases} B_1 = \mu_0 \left(H + \frac{a'_1 H + a'_2 H |H|}{1 + b_1 |H| + b_2 H^2} \right) \\ B_2 = \mu_0 \left(\frac{c_1 (H_m - |H|) + c_2 (H_m^2 - H^2)}{1 + b_1 |H| + b_2 H^2} \right) \end{cases} \quad (\text{II.25})$$

Les coefficients b_1 et b_2 sont les mêmes donnés par (II.22), les nouveaux coefficients a'_1, a'_2, c_1 et c_2 sont identifiés à partir du cycle d'hystérésis, H_m correspond à l'intensité du champ maximale. Ces nouveaux coefficients ont été identifiés dans [25] comme :

$$\begin{cases} a'_1 = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{dB}{dH} \right)_{H=0} - 1 = \frac{\mu_{diff,0}}{\mu_0} - 1 \\ a'_2 = \frac{B_m - \mu_0 H_m}{H_m^2} \left(1 + b_1 H_m + b_1 H_m + b_2 H_m^2 \right) - \frac{a'_1}{H_m} \end{cases} \quad \begin{cases} c_1 = \frac{b_1 B_r}{\mu_0} \\ c_2 = \frac{B_r}{\mu_0 H_m^2} \left(1 + b_1 H_m \right) \end{cases} \quad (\text{II.26})$$

B_m et B_r représentent respectivement l'induction maximale et l'induction rémanente, $\mu_{diff,0}$ est la perméabilité différentielle initiale au point ($H = 0; B = B_r$). Une autre identification des fonctions auxiliaires permet de donner :

$$\begin{cases} g_1(H) = B_m \arctan\left(\frac{H}{H_m}\right) \\ g_2(H) = \frac{B_m}{H_m} \frac{1}{1 + \left(\frac{H}{H_m}\right)^2} - \frac{\partial g_1}{\partial H} \Big|_{H=H_m} \end{cases} \quad (\text{II.27})$$

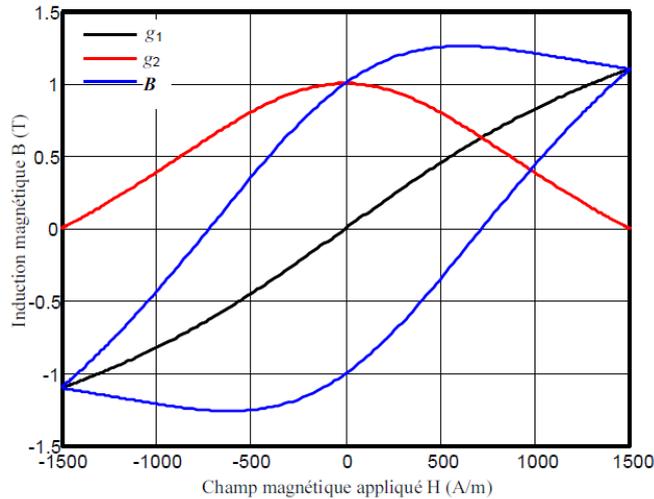


Figure II.5. Cycle d'hystérésis en utilisant les fonctions auxiliaires

II.2. Hystérésis dynamiques

Donc ces modèles ne nous donnent que la succession des états et non pas les temps entre chaque passage d'un état à un autre. Cependant, les mesures des cycles d'hystérésis pour différentes fréquences, montrent que l'aire et la forme de ce dernier change en fonction de la fréquence. Cette hystérésis est appelée hystérésis dynamique.

II.2.1. Le modèle de Duhem

Il est basé sur la description thermodynamique du processus d'aimantation, selon Duhem, le phénomène d'hystérésis peut être décrit :

$$\begin{cases} \frac{\partial B}{\partial t} = f(H(t), B(t), \frac{\partial H}{\partial t}) \\ B(0) = B_0 \end{cases} \tag{II.28}$$

La fonction f peut être représentée par :

$$f\left(H, B, \frac{\partial H}{\partial t}\right) = g\left(H, B, \text{sign}\left(\frac{\partial H}{\partial t}\right)\right) \tag{II.29}$$

La fonction g est une fonction continue et a des formes différentes pour les branches

Ascendantes et descendantes :

$$\begin{cases} g = \left(H, B, \text{sign} \left(\frac{\partial H}{\partial t} \right) \right) = g_1(H, B) & \text{pour } \text{sign} \left(\frac{\partial H}{\partial t} \right) > 0 \\ g = \left(H, B, \text{sign} \left(\frac{\partial H}{\partial t} \right) \right) = g_2(H, B) & \text{pour } \text{sign} \left(\frac{\partial H}{\partial t} \right) < 0 \end{cases} \quad (\text{II.30})$$

La caractéristique dynamique du processus d'aimantation peut être simulée par :

$$\frac{\partial B}{\partial t} = g_1(B, H) \left(\frac{\partial H}{\partial t} \right)^+ - g_2(H, B) \left(\frac{\partial H}{\partial t} \right)^- \quad (\text{II.31})$$

Les symboles $\left(\frac{\partial H}{\partial t} \right)^+$ et $\left(\frac{\partial H}{\partial t} \right)^-$ définissent respectivement les dérivés du champ d'excitation par rapport au temps sur les deux branches (montante et descendante) du cycle d'hystérésis. La difficulté de ce modèle réside dans l'identification des deux fonctions (g_1 et g_2).

II.2.2. Modèle de Preisach-Bertotti

Cette dynamique peut intégrer tout type de processus d'aimantation, dont le mécanisme principal qui est le déplacement des parois magnétiques. Cette adaptation s'effectue par attribution aux commutateurs $\gamma_{\alpha,\beta}$ d'une loi dynamique de changement d'état fonction de la dérivée temporelle du flux élémentaire par l'introduction d'un nouveau paramètre k lié à la mobilité des parois magnétiques.

$$\begin{cases} \partial_t \gamma_{\alpha,\beta} = k(H - \alpha) \text{ si } H \geq \alpha \text{ et } \gamma_{\alpha,\beta} < 1 \\ \partial_t \gamma_{\alpha,\beta} = k(H - \beta) \text{ si } H \leq \beta \text{ et } \gamma_{\alpha,\beta} > -1 \\ \partial_t \gamma_{\alpha,\beta} = 0 \text{ ailleurs} \end{cases} \quad (\text{II.32})$$

L'aimantation résultante est toujours fonction de l'histoire, via une mémorisation de l'état pondéré des commutateurs du plan de Preisach ; mais elle s'établit de plus ici avec une certaine constante de temps définie par la mobilité des parois.

$$\partial M_{\partial H > 0} = \iint \Delta(H_i, H_{i-1}) \rho(\alpha, \beta) d\gamma_{\alpha, \beta} d\alpha d\beta \quad (\text{II.33})$$

$$\partial M_{\partial H < 0} = \iint \Delta(H_{i-1}, H_i) \rho(\alpha, \beta) d\gamma_{\alpha, \beta} d\alpha d\beta \quad (\text{II.34})$$

II.2.3. Modèle de Raulet-Masson

Ce modèle est défini par suit :

$$\partial_t B = \gamma(H - H_s(B)) \quad (\text{II.35})$$

Où $H_s(B)$ correspond à la loi de comportement statique, pouvant elle aussi être hystérétique.

L'inconvénient de ce modèle qui n'a besoin que d'un seul paramètre est l'alourdissement des calculs qui affecte l'amélioration des résultats.

II.3. Modèles d'hystérésis de type Langevin

II.3.1. Le modèle d'hystérésis de Jiles-Atherton

Jiles et Atherton supposent que l'échange d'énergie par unité de volume est égal à l'échange d'énergie magnétostatique additionné aux pertes par hystérésis [26]. Dans le cas où il n'y a pas des pertes par hystérésis l'énergie magnétostatique doit être égale à l'énergie totale fournie. Dans la suite de ce manuscrit on va détailler ce modèle pour but de l'intégrer dans un code de calcul du champ.

II.3.2. Formulation du Modèle

Ils supposent que l'aimantation totale \mathbf{M} du matériau est décomposée en deux termes : la composante réversible M_{rev} et la composante irréversible M_{irr} .

$$M = M_{rev} + M_{irr} \quad (\text{II.36})$$

Cette composante peut être déterminée à partir de l'équilibre énergétique pendant le processus d'aimantation comme suit : Au cours de processus d'aimantation et en absence des pertes par hystérésis, la variation de l'énergie magnétique doit être égale à l'énergie totale fournie. Ainsi, le bilan énergétique de la variation de l'énergie fournie, l'énergie magnétique et les pertes par

hystérésis générées par le mouvement des parois de domaine peuvent être exprimées comme :

$$\mu_0 \int M_{an}(H) dH = \mu_0 \int M(H) dH + \mu_0 \int k\delta \frac{dM}{dH} dH \quad (\text{II.37})$$

On peut écrire la relation reliant l'intensité du champ et l'aimantation.

$$M_{an} = M + k\delta \frac{dM}{dH} \quad (\text{II.38})$$

En tenant compte de l'interaction entre les domaines magnétiques selon le champ effectif de W_{eiss} ($H_e = H + \alpha M$), dans l'équation (II.38) la composante irréversible peut être déterminée par la solution de l'équation différentielle suivante :

$$M_{an}(H_e) = M_{irr} + k\delta \frac{dM_{irr}}{dH_e} \quad (\text{II.39})$$

En dérivant(II.39) par rapport à H, la susceptibilité différentielle de la composante irréversible est de la forme suivante :

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{dM_{irr}}{dH_e} \cdot \frac{dH_e}{dH} \quad (\text{II.40})$$

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{M_{an}(H_e) - M_{irr}}{k\delta - \alpha (M_{an}(H_e) - M_{irr})} \quad (\text{II.41})$$

La composante réversible de l'aimantation peut être définie comme la différence entre L'aimantation anhystérétique et l'aimantation irréversible.

$$M_{rev} = c(M_{an}(H_e) - M_{irr}) \quad (\text{II.42})$$

Avec c est le coefficient de la réversibilité $\in [0 \div 1]$

En combinant l'équation (II.36) et (II.42), l'expression de l'aimantation totale est de la forme suivante :

$$M = (1 - c)M_{irr} + cM_{an}(H_e) \quad (\text{II.43})$$

En tenant compte de l'expression de la susceptibilité irréversible donnée par (II.41), la susceptibilité différentielle de l'aimantation totale peut être représentée de la manière suivante :

$$\frac{dM}{dB} = (1 - c) \frac{M_{an}(H_e) - M_{irr}}{k\delta - \alpha (M_{an}(H_e) - M_{irr})} + c \frac{dM_{an}(H_e)}{dH} \quad (\text{II.44})$$

L'expression (II.44) donne la susceptibilité différentielle du modèle de Jiles-Atherton $\mathbf{M}(\mathbf{H})$. Ce modèle peut aussi être adapté pour la détermination de la loi de comportement $\mathbf{M}(\mathbf{B})$ connu sous le nom « modèle inverse de Jiles-Atherton » [27]. Dans ce modèle inverse l'expression (II.43) est dérivée par rapport à \mathbf{B} .

$$\frac{dM}{dB} = \frac{(1-c) \frac{dM_{irr}}{dB_e} + c \frac{dM_{an}}{dB_e}}{1 + \mu_0 (1-c)(1-\alpha) \frac{dM_{irr}}{dB_e} + \mu_0 c(1-\alpha) \frac{dM_{an}}{dB_e}} \quad (\text{II.45})$$

Avec

$$B_e = \mu_0 H_e \text{ et } \frac{dM_{irr}}{dB_e} = \frac{M_{an} - M_{irr}}{\mu_0 k\delta}$$

Dans les deux cas, les cinq paramètres a , α , k , c et M_s doivent être déterminés à partir de mesures expérimentales. Il est important de noter que les paramètres du modèle de Jiles-Atherton sont théoriquement les mêmes quelque soit le modèle utilisé ($M(H)$ ou $M(B)$).

On résume les significations physiques des paramètres dans le tableau II.1.

Paramètres	Propriété physique
a	Facteur de forme pour M_{an}
α	coefficient du champ moléculaire
k	coefficient d'épinglage
c	Coefficient de réversibilité
M_s	Aimantation à saturation

Tableau II.1. Les significations physiques des paramètres du modèle de J-A

II.3.3. La résolution numérique pour le modèle de J-A

La résolution numérique du modèle passe au premier lieu par la résolution de (II.41), nous a permis au départ d'obtenir la composante irréversible de l'aimantation, figure II.6(a).

Ensuite, à l'aide de (II.42) on peut déduire la composante réversible (figure II.6(b), de cette dernière. Enfin, pour trouver l'aimantation totale il suffit d'effectuer la somme de ces deux composantes. Il faut noter aussi que la résolution de l'équation (II.41) passe par la détermination de M_{an} donnée par (II.39), figure II.6(c).

Lors de la résolution numérique du modèle il est nécessaire de vérifier le sens physique de l'aimantation, car le modèle peut générer dans certain cas des susceptibilités différentielles négatives qui ne sont pas des solutions physiquement réalistes. Ce comportement peut apparaître au sommet du cycle d'hystérésis majeur lors de la diminution du champ, figure II.11. Un nouveau coefficient δ_M mis en place et sa définition donnée par [26] :

$$\delta_M = \begin{cases} 1 & \text{si } (M_{an} - M_{irr}) \frac{dH}{dt} > 0 \\ 0 & \text{si } (M_{an} - M_{irr}) \frac{dH}{dt} < 0 \end{cases} \quad (\text{II.46})$$

Ce coefficient peut être donné par une forme plus générale :

$$\delta_M = 0.5 [1 + \text{sign} \left((M_{an} - M_{irr}) \frac{dH}{dt} \right)] \quad (\text{II.47})$$

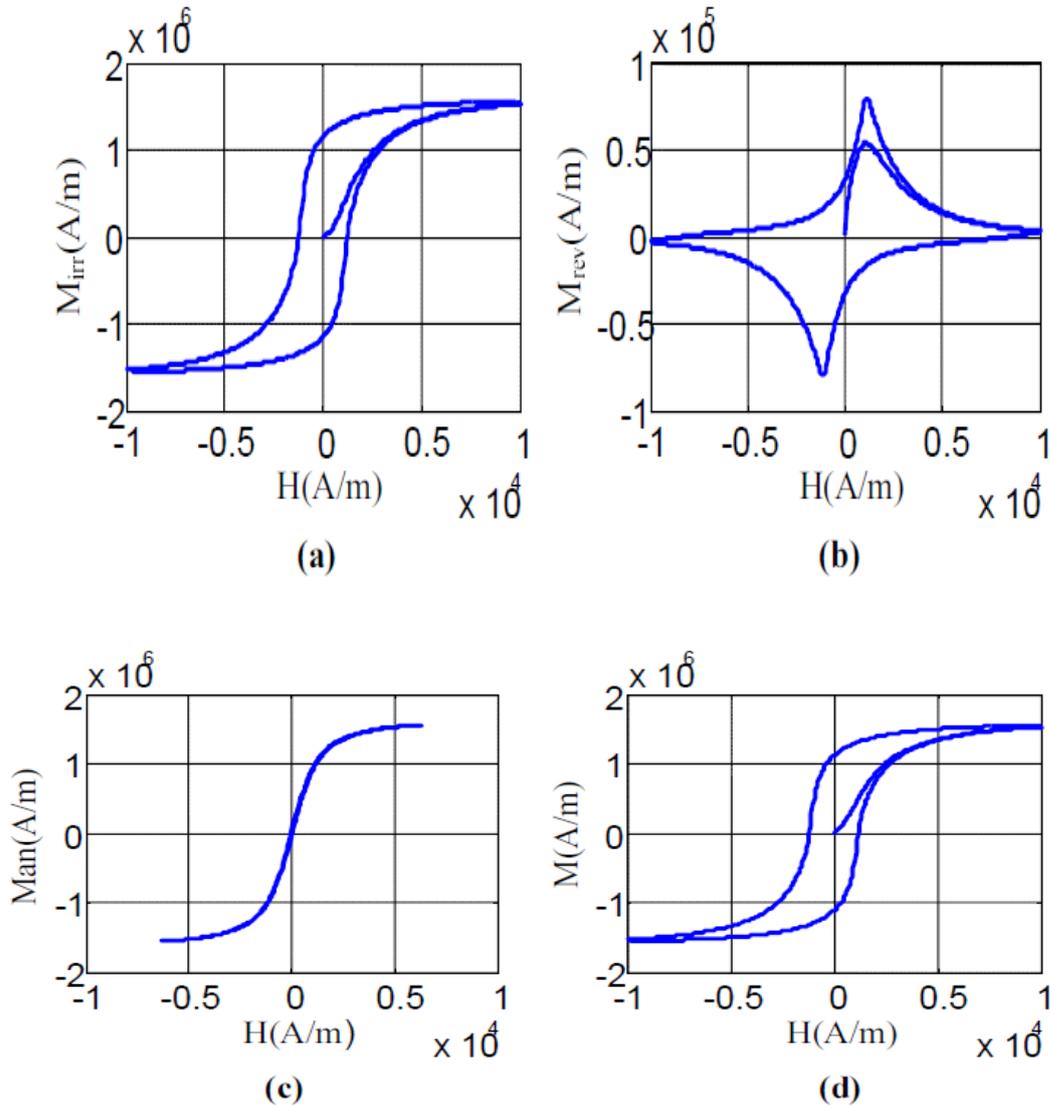


Figure II.6. Aimantation irréversible (a), réversible (b), anhystérétique (c) et l'aimantation totale (d)

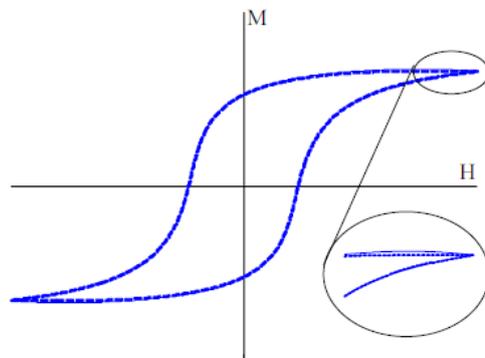


Figure II.7. Comportement non physique au voisinage de la saturation d'un cycle majeur.

II.3.4. Influence des paramètres sur le cycle d'hystérésis

Chaque matériau magnétique est caractérisé par son propre cycle d'hystérésis, donc chaque matériau est caractérisé aussi par cinq paramètres.

Pour avoir l'effet des paramètres sur l'allure du cycle d'hystérésis nous varierons chaque paramètre en fixant les autres.

II.3.4.1. Effet de paramètre k

le paramètre k influe directement sur la largeur du cycle, on voit qu'il agit fortement sur le champ coercitif et l'induction rémanente. Son effet sur l'induction maximale est moins important mais on remarque une diminution de celle-ci lors de l'augmentation de paramètre k .

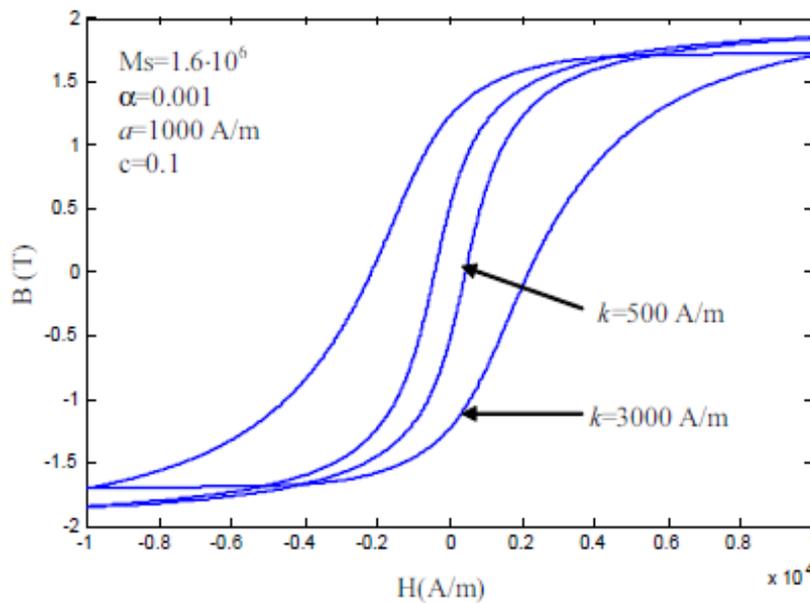


Figure II.8. Effet de paramètre k sur l'allure du cycle d'hystérésis

II.4.4.2. Effet de paramètre α

Ce paramètre agit fortement sur l'induction rémanente, figure II.9, son effet sur le champ coercitif et sur l'induction maximale est moins important.

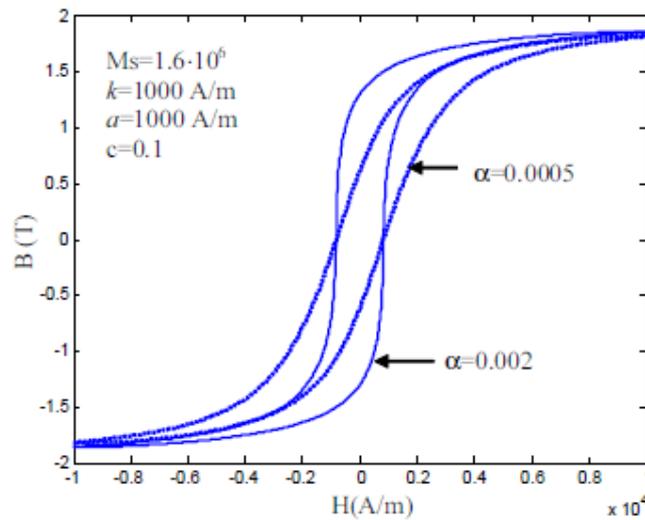


Figure II.9. Effet de paramètre α sur l'allure du cycle d'hystérésis

II.4.4.3. Effet de paramètre a

Ce paramètre dépend fortement de la température. En effet, l'influence de la température sur le cycle d'hystérésis est introduite par l'intermédiaire du paramètre a dans l'aimantation anhystérétique. La figure II.10 montre l'effet de ce paramètre, l'augmentation de ce paramètre traduite par une diminution de l'induction maximale et rémanente.

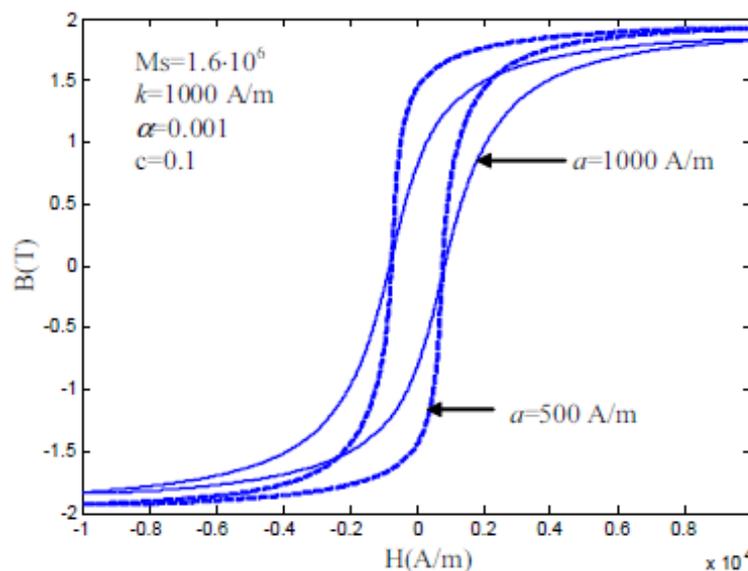


Figure II.10. Effet de paramètre a sur l'allure du cycle d'hystérésis

II.3.4.4. Effet de paramètre c

Ce paramètre est lié à l'aimantation réversible, donc il caractérise le degré de la réversibilité de l'aimantation et influe aussi sur l'aimantation initiale. Son effet sur le cycle d'hystérésis est présenté sur la figure II.11.

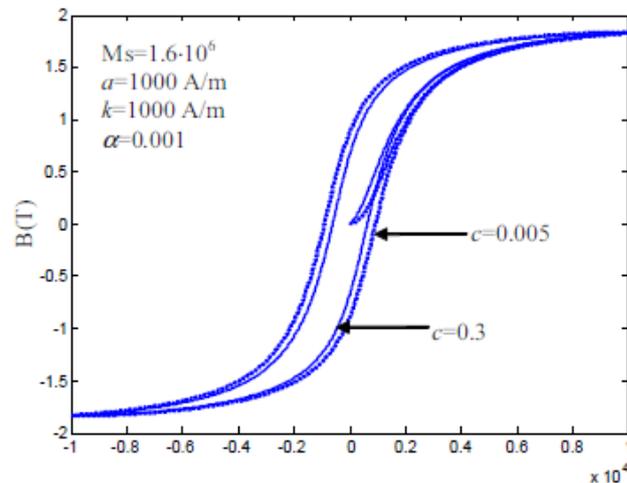


Figure II.11. Effet de paramètre c sur l'allure du cycle d'hystérésis

II.4. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les différents modèles d'hystérésis magnétiques rencontrés dans la littérature. L'objectif principal de cette recherche bibliographique est l'étude d'hystérésis dans les matériaux ferromagnétiques.

Les modèles présentés précédemment sont utilisés dans la modélisation des matériaux ferromagnétiques, et nous allons essayer de les utiliser pour la modélisation des matériaux supraconducteur à haute température critique.

Chapitre III

Nous présentons dans ce chapitre les résultats du comportement électromagnétique d'un matériau supraconducteur à haute température critique. Ces résultats sont obtenus à partir d'un code de calcul développé et implémenté sous l'environnement MATLAB. Le modèle analytique sera appliqué pour traiter un problème plus simple et la méthode des volumes finis sera appliquée pour traiter un cas plus compliqué. En effet, plusieurs modèles ont été adoptés pour décrire le comportement électrique du supraconducteur obtenu à partir de la relation qui lie le champ électrique \mathbf{E} et la densité de courant \mathbf{J} ($\mathbf{E} = f(\mathbf{J})$). Ces modèles sont respectivement, le modèle de Bean, le modèle de Bean modifié et enfin le modèle le plus correcte qui s'agit de la loi en puissance.

Dans les modèles adoptés, la relation entre l'induction magnétique \mathbf{B} et le champ magnétique H ayant été choisie linéaire et amagnétique. Ces relations, bien que reflétant la dissipation due au déplacement des vortex, oublient donc leur existence et considèrent un matériau où le champ magnétique pénètre de façon homogène et continue et non plus sous forme de vortex.

III.1. Relation $E(J)$

Plusieurs modèles ont été proposés pour décrire la relation entre le champ électrique \mathbf{E} et la densité de courant \mathbf{J} au sein d'un matériau supraconducteur. Ces lois sont considérées comme des lois empiriques, ces derniers sont cités dans le paragraphe ci-dessous :

III.1.1. Modèle de l'état critique (modèle de Bean)

Le modèle de l'état critique stipule qu'à température donnée la densité de courant dans un supraconducteur est, soit nulle, soit égale à la densité de courant critique J_c . D'un point de vue mathématique, dans les équations de Maxwell, cela se traduit par :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{B} = \pm \mu_0 \vec{J}_c \quad \text{ou} \quad \overrightarrow{\text{rot}} \vec{B} = 0 \quad (\text{III. 1})$$

$$\|\text{rot } H\| = \|J\| = -J_c$$

Celle-ci se traduit aussi par la relation suivante :

$$J = J_c(|B|) \frac{E}{|E|} \quad (\text{III. 2})$$

Par conséquent, la densité de courant J ne peut prendre que trois valeurs distinctes : $-J_c$, 0 ou $+J_c$.

Dans ce modèle, la valeur de J_c peut-être dépendante de l'induction B . cette relation peut être décrite par plusieurs modèles, tel que le modèle de Kim.

Dans le modèle original de Bean, la densité de courant critique est supposée indépendante de la valeur de l'induction magnétique B (Figure III.3).

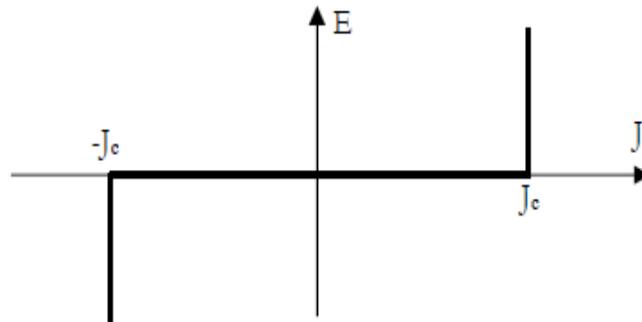


Figure III.1. Caractéristique $E(J)$ d'un supraconducteur, modèle de l'état critique (Modèle de Bean).

Ce modèle a l'avantage d'être assez simple mathématiquement et permet pour des géométries simples, d'avoir des expressions analytiques et d'étudier les grandeurs importantes pour les pertes A.C. par exemple. Cependant, la discontinuité de ce modèle le rend peu utilisable pour des développements numériques ; de plus, il ne reflète pas toujours de façon satisfaisante le comportement des supraconducteurs.

III.1.2. Modèle de loi de puissance

C'est un modèle qui modélise bien le comportement des supraconducteurs à haut température critique (HTC) autour de J_c .

$$E = E_c \left(\frac{J}{J_c} \right)^n \quad (\text{III. 3})$$

Les paramètres de variation de cette loi sont la densité de courant critique, J_c et l'exposant, « n ». Avec ce modèle on peut faire varier les courbes $E(J)$ de sorte qu'on peut modéliser un

conducteur normal pour $n = 1$ (loi de comportement linéaire) jusqu'à l'obtention d'une courbe raide comme dans le cas du modèle de l'état critique pour un $n > 100$.

Cette loi a été déduite à partir de mesures courant-tension sur un échantillon, on peut déduire la caractéristique expérimentale $V(I)$ qui se met habituellement sous la forme d'une loi de puissance. Si l'on admet que cette caractéristique reste valable pour la densité de courant. Dans l'équation (III.3), l'exposant « n » dépend non seulement du matériau, mais aussi de la température et de l'induction. Plus l'exposant n est élevé, et plus la transition est rapide (figure III.2). Pour montrer cela, nous avons représenté la caractéristique (E - J) dans la figure ci-dessous pour différentes valeurs de n respectivement $n = 20$, $n = 100$ et enfin $n = 1000$.

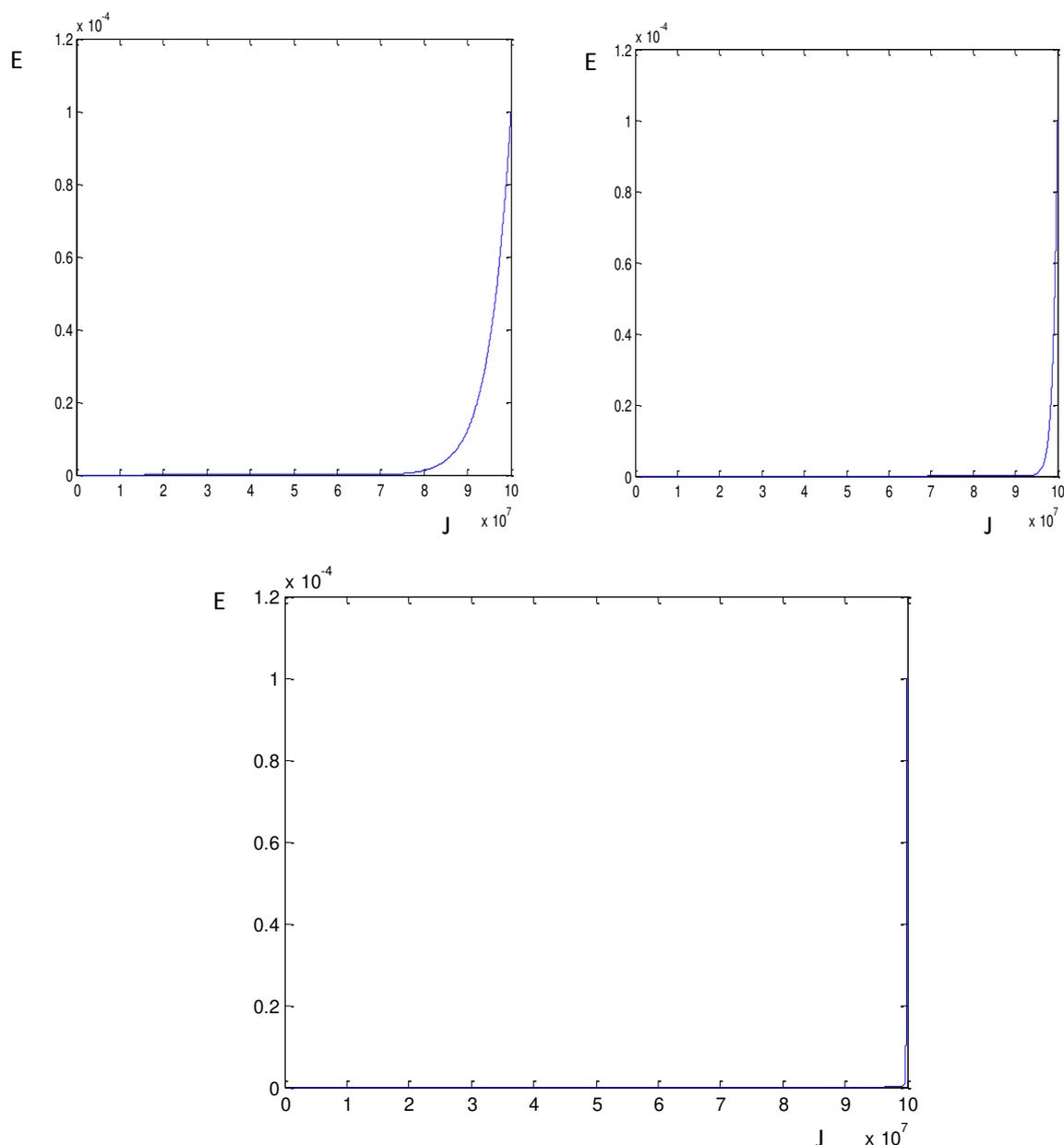


Figure III.2. Loi E-J pour $n = 20$, $n = 100$ et enfin $n = 1000$, respectivement.

Selon les résultats présentés on peut dire que le modèle de puissance peut présenter le modèle de Bean pour des valeurs importantes de n . Le paramètre « n » est parfois considéré comme un indicateur de la qualité d'un matériau supraconducteur ; plus il est élevé, le matériau sera considéré comme un matériau d'excellente qualité.

En effet, dans ce cas, le courant critique peut alors être déterminé sans ambiguïté dès lors qu'une tension apparaît aux bornes de l'échantillon.

La relation (III.3) peut être résolue au moyen d'un programme informatique afin de déterminer les grandeurs électromagnétiques. Généralement les méthodes numériques sont adoptées pour résoudre un tel problème. Dans le cadre de ce mémoire, la méthode des volumes finis est adoptée comme méthode de résolution.

Analytiquement, elle devient cependant difficilement utilisable, sauf dans le cas où « n » est grand. Alors, ce paramètre peut être considéré comme infini. Cette hypothèse conduit au modèle de l'état critique que nous développons ci-après.

III.1.3. Résumé des équations

Les équations décrivant le comportement électromagnétique d'un supraconducteur sont résumées dans le tableau suivant (Tab.III.1.) :

Tableau III.1. Équations décrivant le comportement électromagnétique d'un matériau supraconducteur

Equations de Maxwell	$\overrightarrow{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \overrightarrow{rot} \vec{H} = \vec{J}; \text{div} \vec{B} = 0$
Milieu non magnétique	$\vec{B}(\vec{H}) = \mu_0 \vec{H}$
Relation E(J)	$E = E_c \left(\frac{J}{J_c}\right)^n$
Modèle de l'état critique	$J=0$ ou bien $J = \pm J_c$ $\overrightarrow{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \text{et } \overrightarrow{rot} \vec{B} = \mu_0 J_c(B) \frac{\vec{E}}{ E }$
Modèle de Bean	J_c indépendant de $ \vec{B} $ $\overrightarrow{rot}(\vec{H}) = \pm J_c$ OU 0

III.1.4. Modèle analytique :

III.1.4.1. Calcul des grandeurs magnétiques dans une plaque infiniment longue soumise à un champ magnétique extérieur variable longitudinal.

Ci dessous, nous calculons les grandeurs magnétiques dans une plaque supraconductrice infiniment longue de largeur $2a$, lorsqu'elle est soumise à un champ magnétique extérieur H_a parallèle à sa surface (figure III.4) et orienté suivant y . Le problème est indépendant de z et de y . Toutes les grandeurs ne varient que suivant x .

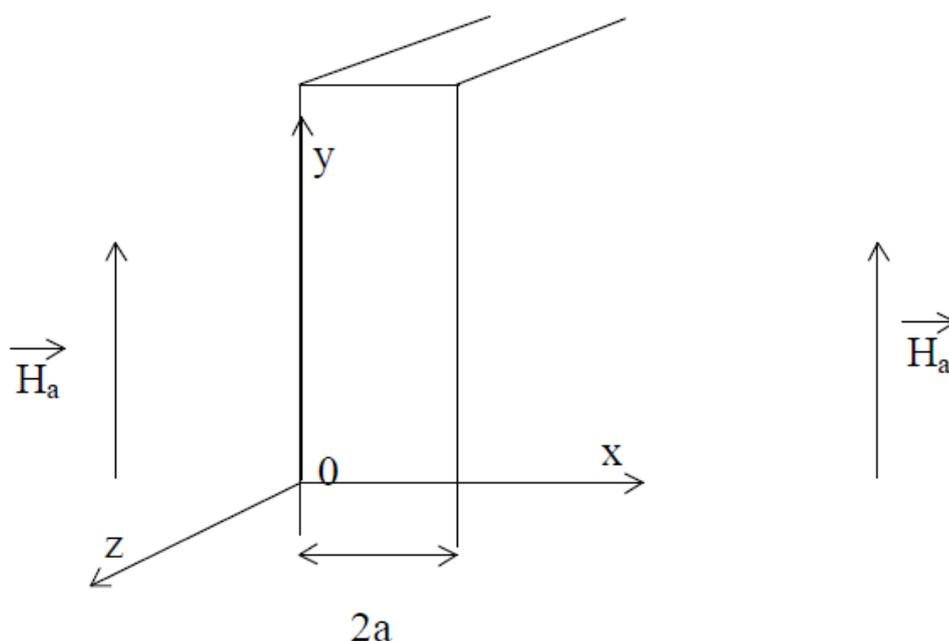


Figure III.3. Plaque supraconductrice soumise à un champ magnétique extérieur.

Dans le cas considéré, les champs électrique et magnétique obéissent aux équations de Maxwell simplifiées :

$$\overrightarrow{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \quad (\text{III.4})$$

$$\overrightarrow{rot}\vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{J} \quad (\text{III.5})$$

$$div\vec{B} = 0 \quad (\text{III.6})$$

$$div\vec{E} = 0 \quad (\text{III.7})$$

A mesure que le champ magnétique H_a augmente, l'induction magnétique B va pénétrer progressivement à l'intérieur du matériau sous forme d'un réseau de vortex. Nous allons utiliser

le modèle de l'état critique (modèle de Bean) qui permet de déterminer facilement l'induction magnétique \mathbf{B} et la distribution de courant à l'intérieur de la plaque.

L'équation (III.5), utilisée avec le modèle de Bean, donne :

$$\overrightarrow{\text{rot}}\vec{B} = \pm\mu_0 \cdot \vec{J}_c \text{ ou } \overrightarrow{\text{rot}}\vec{B} = 0 \quad (\text{III.8})$$

L'induction à la surface de plaque vaut :

$$\mathbf{B}_0(0, t) = \mu_0 \cdot \mathbf{H}_a(t) = \mathbf{B}(2a, t) \quad (\text{III.9})$$

\mathbf{H}_a et \mathbf{B}_0 sont alternatifs et d'amplitudes respectives :

$$\mathbf{H}_{max} \text{ et } \mathbf{B}_{max}$$

L'induction $\mathbf{B}(x,t)$ est orientée suivant Oy, on aura alors :

$$\mathbf{B} = B(x, t)\mathbf{u}_y \quad (\text{III.10})$$

On considère que dans une première phase, $\mathbf{B}_0(t)$ augmente de 0 à B_{max} . La densité de courant se répartit dans la plaque, en commençant par les surfaces externes, pour s'opposer à la pénétration de l'induction magnétique. \mathbf{J} est donc orientée suivant Oz, avec $J = -J_c$ ou 0 pour $0 < x < a$ et $J = +J_c$ ou 0 pour $a < x < 2a$.

Les équations (4) et (5) deviennent :

$$\text{Suivant Oz } \frac{\partial B}{\partial x} = \pm\mu_0 \cdot J_c \quad (\text{III.11})$$

$$\text{Suivant Oy } \frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\partial B}{\partial t} \quad (\text{III.12})$$

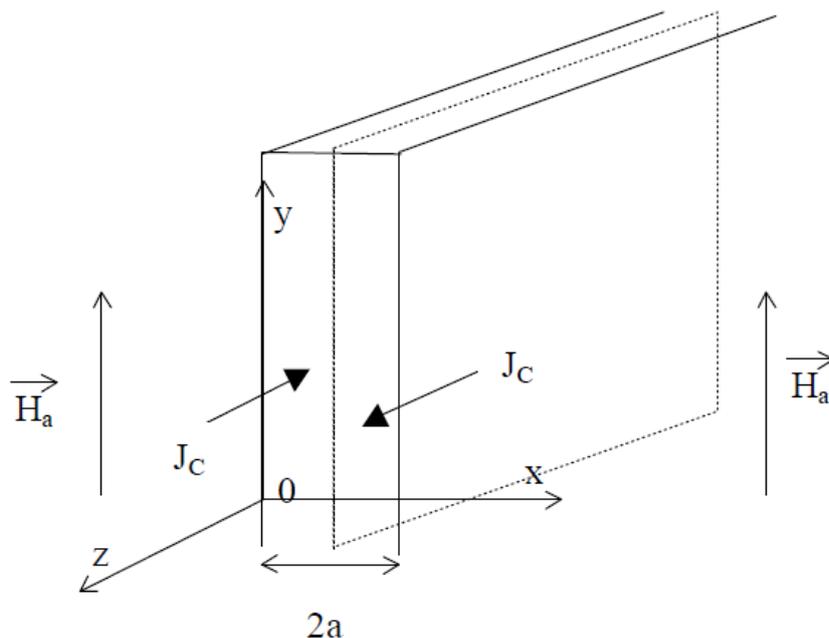


Figure III.4. Courants induits dans la plaque soumise à un champ magnétique extérieur.

\mathbf{B} n'existe que dans la zone où \mathbf{B} varie dans le temps. La profondeur de pénétration du champ magnétique dans le matériau $d(t)$, varie avec $B_0(t)$. \mathbf{E} est orienté suivant Oz comme \mathbf{J} , on aura alors :

$$\mathbf{E} = E(X, t) \cdot \mathbf{u}_z$$

$$\mathbf{J} = J(X, t) \mathbf{u}_z$$

de (11) et (12), on tire pour $0 < x < d(t)$:

$$\mathbf{E} \cdot \mathbf{J} = |E| \cdot J_c \quad (\text{III.13})$$

$$B(X, t) = -\mu_0 J_c \cdot X + B_0(t) \quad (\text{III.14})$$

Et donc $\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\partial B_0}{\partial t}$

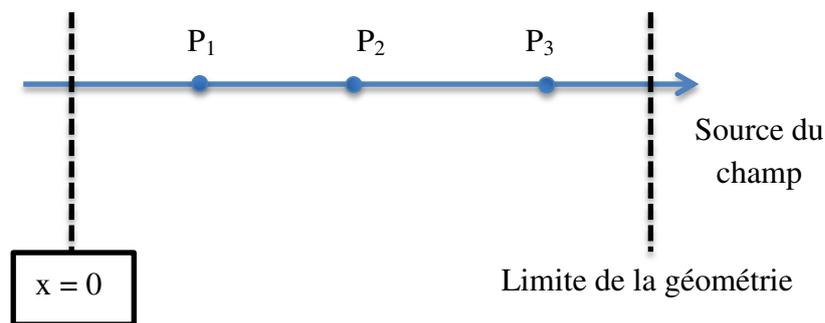
$$E(X, t) = \frac{\partial B(X, t)}{\partial t} \cdot (X - d(t)) \quad (\text{III.15})$$

La profondeur de pénétration $d(t)$ maximale, change en fonction de B_{max} . Si B_{max} est faible, il y a pénétration incomplète du champ magnétique dans la plaque. Si B_{max} est grand, le champ magnétique pénètre complètement la plaque.

Le modèle analytique décrit précédemment à été implémenté sous l'environnement Matlab. Celui-ci a été adopté pour présenter les résultats de simulation du comportement électromagnétique de la plaque supraconductrice où nous traitons plusieurs cas. Dans ces cas, nous avons fait variés :

- la fréquence du champ magnétique appliqué, celle-ci sera prise égale a 20 Hz, 50 Hz, 100 Hz et enfin 1000 Hz,
- la largeur de la plaque supraconductrice (a) où elle sera prise égale à 1 cm et 2 cm.
- enfin, la valeur maximale du champ magnétique appliqué H_m ($H_m = 300$ A/m et 3000 A/m).

Les résultats sont respectivement présentés dans les points P_1 , P_2 et P_3 indiqué ci-dessous,



La Figure III.5 représente la répartition du champ d'induction magnétique B au sein du matériau supraconducteur, dans cette figure, les paramètres adoptés dans cette simulation sont les suivants : $H_m = 300$ A/m, $f = 20$ Hz et $a = 1$ cm. Selon les résultats présentés on constate aussi que l'ondulation du champ magnétique appliqué (voir Fig.III.6) est plus importante à celle créé au sein du matériau supraconducteur.

Selon les résultats présentés dans le Fig.III.5, on peut dire que le champ magnétique est élevé au point P_3 , il décroît progressivement on allant vers le point P_1 . Cela veut dire que le champ magnétique est élevé dans les point les plus proche de la source du champ.

Le champ magnétique créé au sein du matériau supraconducteur garde la même fréquence à celle du champ magnétique appliqué. Dans le but d'étudier l'influence des propriétés géométriques sur

le comportement magnétique du matériau supraconducteur, nous avons calculé le champ magnétique d'un supraconducteur pour une largeur de $2a$. Les résultats obtenus sont représentés dans la Fig.III.7. Selon les résultats présentés et comparés aux résultats présentés précédemment, on peut dire que le champ magnétique au sein du supraconducteur a augmenté d'un rapport de deux fois dans tous les points du calcul (P_1, P_2, P_3).

De là, on peut dire qu'il y'a des limitations dans l'application du modèle analytique, en effet, si on augmente la largeur par un gain de $k*a$, on obtient un champ magnétique au sein du matériau supraconducteur qui augmente par un gain de k . ceci ne peut être jamais vrai.

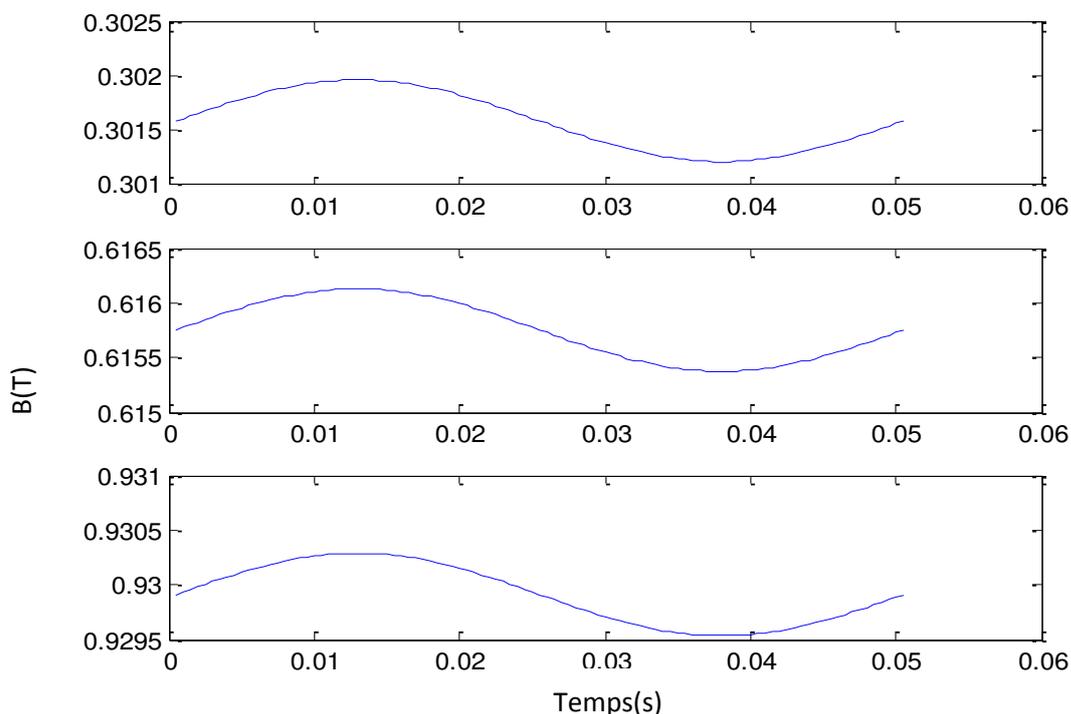


Figure III.5. Induction magnétique calculé à partir du modèle analytique aux différents point P_1 , P_2 et P_3 pour $H_m=300(A/m)$, $f=20(Hz)$ et $a=1cm$

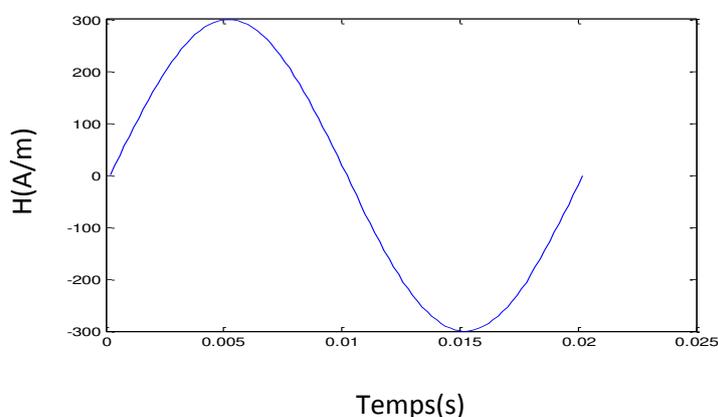


Figure III.6. champ magnétique appliqué.

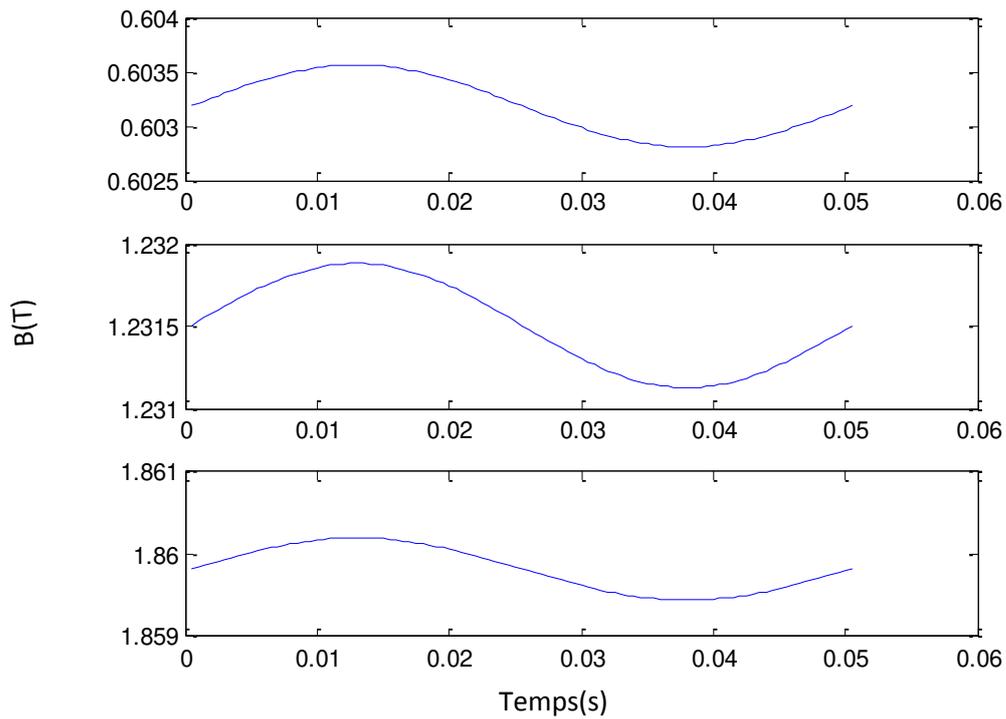


Figure III.7. Induction magnétique calculé à partir du modèle analytique aux différents point P_1 , P_2 et P_3 pour $H_m=300(A/m)$, $f=20(Hz)$ et $a=2cm$

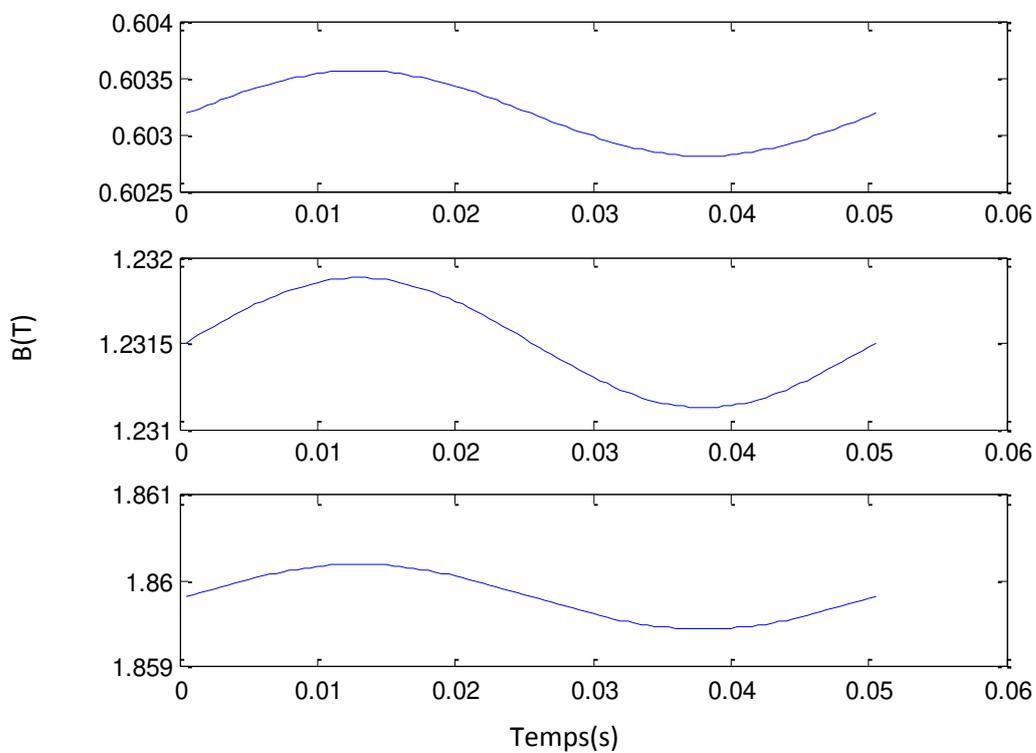


Figure III.8. Induction magnétique calculé à partir du modèle analytique aux différents point P_1 , P_2 et P_3 pour $H_m=300(A/m)$, $f=50(Hz)$ et $a=1cm$

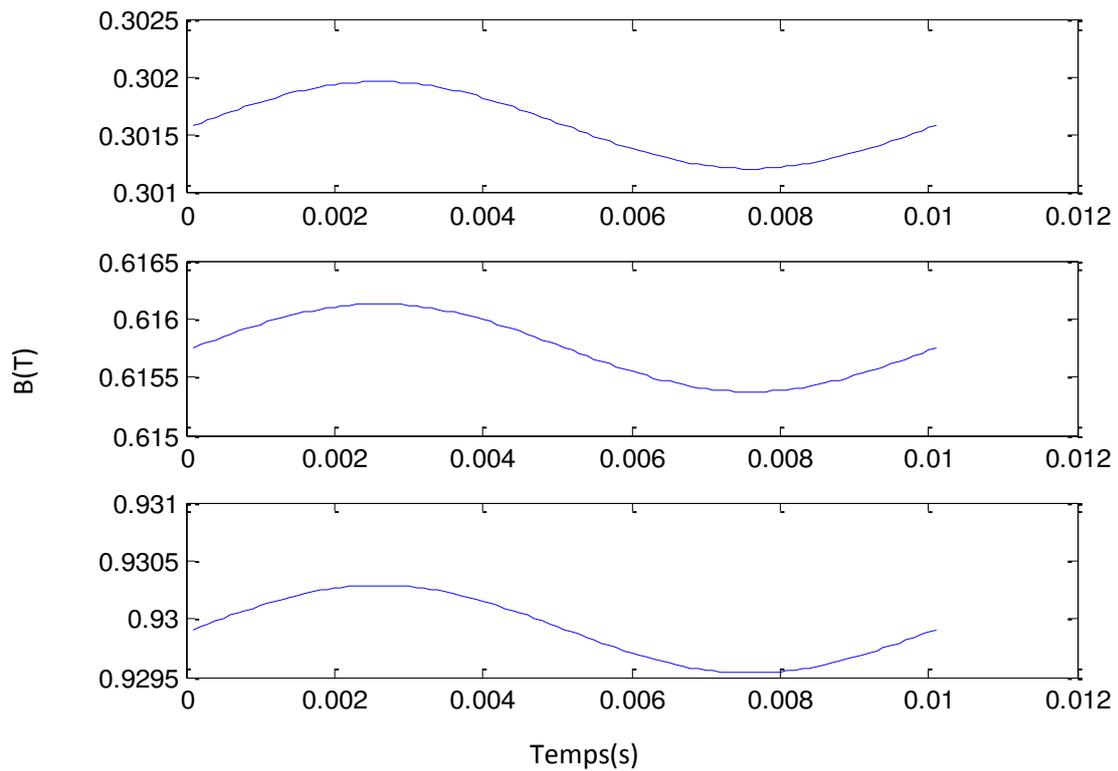


Figure III.9. Induction magnétique calculé à partir du modèle analytique aux différents point P_1 , P_2 et P_3 pour $H_m=300$ (A /m), $f=100$ (Hz) et $a=1$ cm

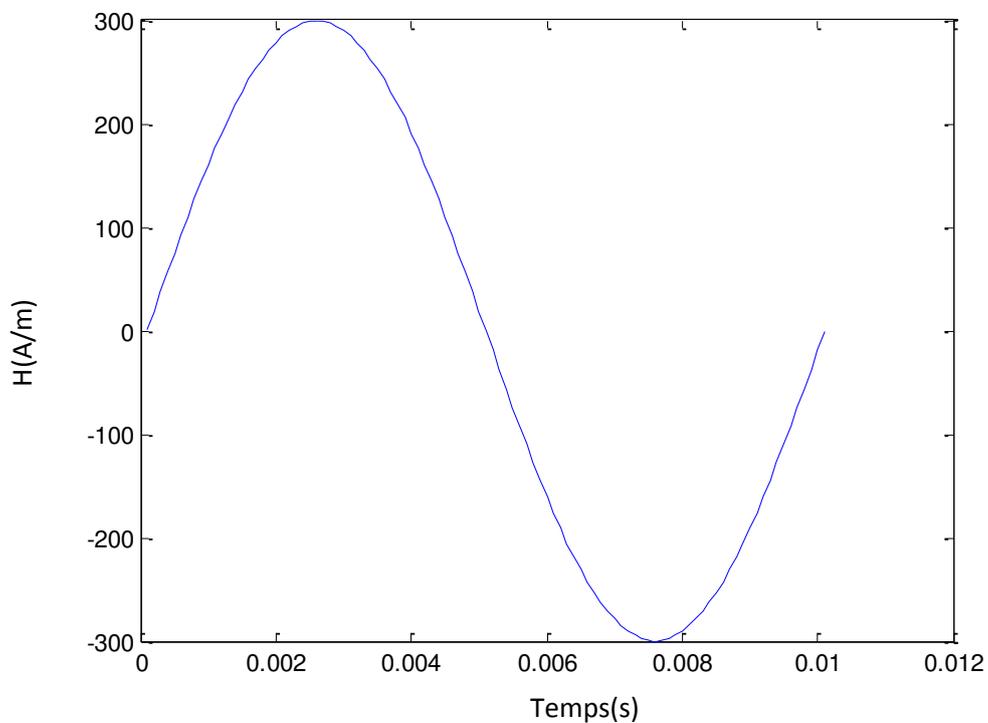


Figure III.10. champ magnétique appliqué.

La Figure III.9 représente la répartition du champ d'induction magnétique B au sein du matériau supraconducteur, dans cette figure, les paramètres adoptées dans cette simulation sont les suivants : $H_m = 300 \text{ A/m}$, $f = 100 \text{ Hz}$ et $a = 1 \text{ cm}$. Selon les résultats présentés on constate aussi que l'ondulation du champ magnétique appliqué (voir Figure.III.10) est plus importante à celle créé au sein du matériau supraconducteur.

De même et selon les résultats présentés dans le Figure.III.9, on peut dire que le champ magnétique est élevé au point P_3 , il décroît progressivement on allant vers le point P_1 . Cela veut dire que le champ magnétique est élevé dans les points les plus proches de la source du champ.

Le champ magnétique créé au sein du matériau supraconducteur garde la même fréquence à celle du champ magnétique appliqué. Dans le but d'étudier l'influence de la fréquence sur le comportement magnétique du matériau supraconducteur, nous avons calculé le champ magnétique d'un supraconducteur pour des fréquences différentes, respectivement de, 50 Hz , 100 Hz et 1000 Hz .

Les résultats obtenus sont représentés respectivement dans les figures, Figure.III.8, Figure.III.9 et Figure.III.11. Selon les résultats présentés et comparés aux résultats présentés précédemment, on peut dire que la fréquence de champ magnétique n'influe pas sur la valeur du champ magnétique développé au sein du supraconducteur.

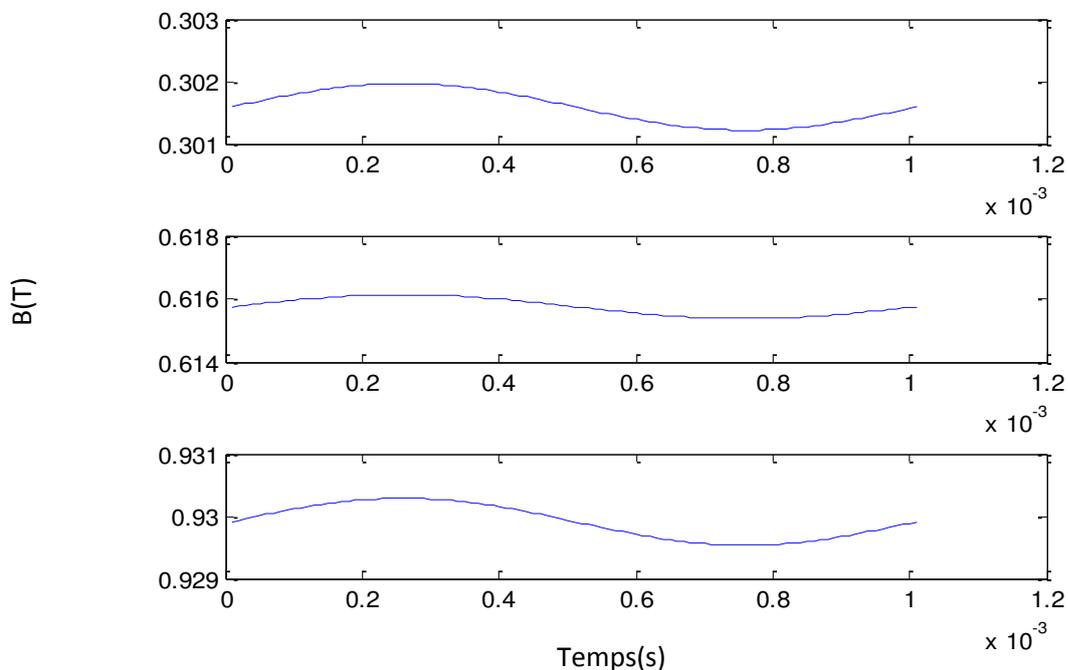


Figure III.11. Induction magnétique calculé à partir du modèle analytique aux différents point P_1 , P_2 et P_3 pour $H_m=300(\text{A}/\text{m})$, $f=1000 \text{ (Hz)}$ et $a=1\text{cm}$

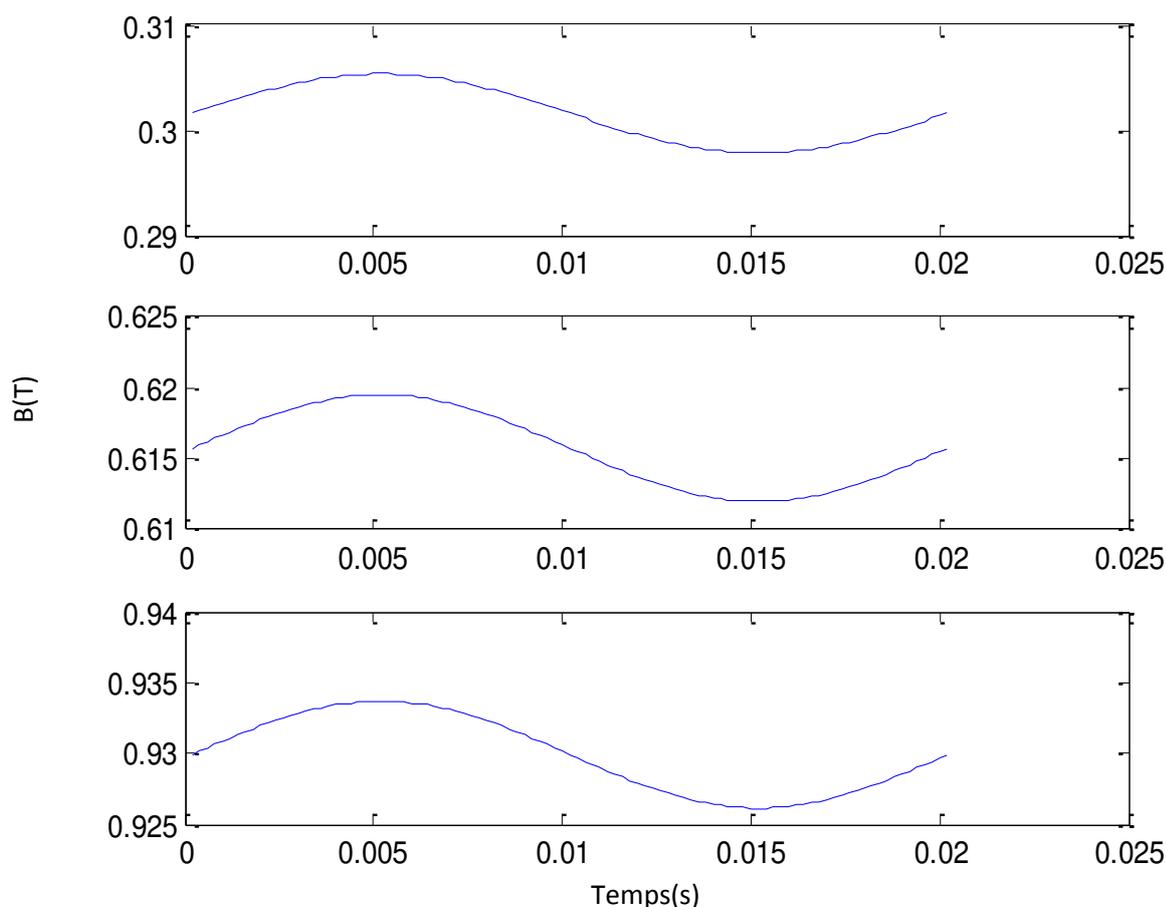


Figure III.12. Induction magnétique calculé à partir du modèle analytique aux différents point P_1 , P_2 et P_3 pour $H_m=3000(A/m)$, $f=50(Hz)$ et $a=1cm$

La Figure III.12 représente la répartition du champ d'induction magnétique B au sein du matériau supraconducteur, dans cette figure, les paramètres adoptées dans cette simulation sont les suivants : $H_m = 3000 A/m$, $f = 50 Hz$ et $a = 1 cm$. En comparant les résultats obtenus avec ceux des résultats obtenus précédemment (Figure.III.9) on peut dire que selon le modèle analytique, l'augmentation de la valeur maximale du champ magnétique appliqué n'influe pas sur la valeur du champ magnétique au sein du matériau supraconducteur, ceci aussi peut représenté une faiblesse aussi du modèle analytique.

La figure III.13 représente l'évolution du champ d'induction magnétique B en fonction du champ magnétique appliqué à l'intérieur du matériau supraconducteur. Selon les résultats obtenus, on peut dire qu'il existe une relation linéaire entre le champ magnétique appliqué et le champ magnétique développé au sein du matériau supraconducteur.

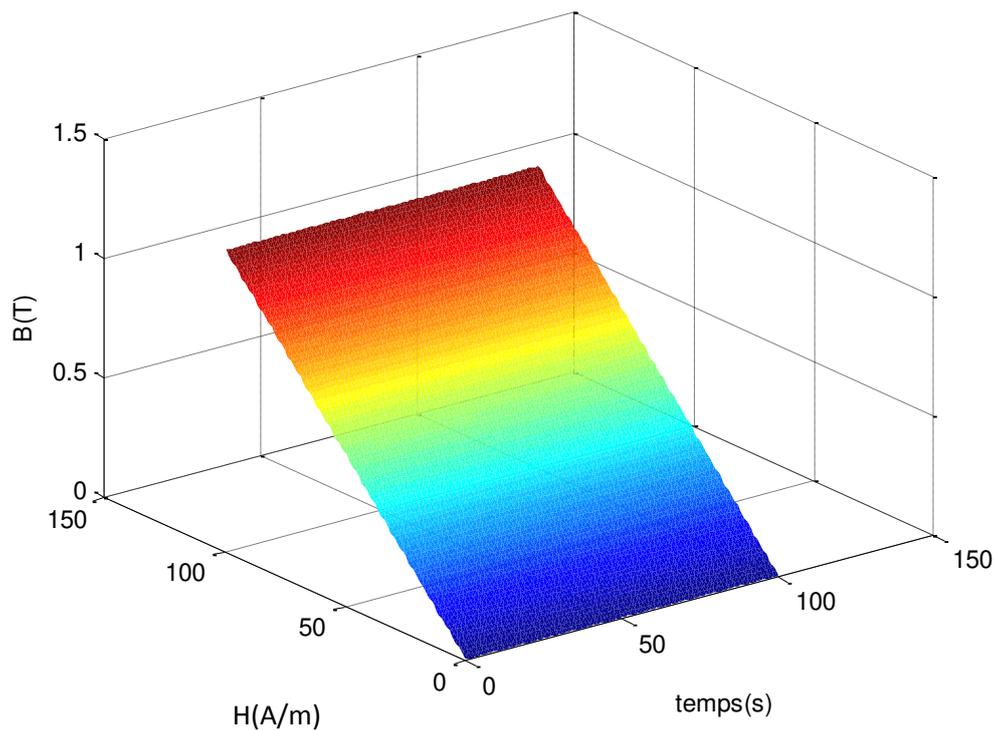


Figure III.13. Evolution temporelle du champ d'induction magnétique B à l'intérieur du matériau ainsi que le champ magnétique appliqué.

III.1.5. Méthode des volumes finis (MVF)

La méthode des volumes finis se déduit à partir de la méthode des éléments finis. Le domaine d'étude (Ω) est subdivisé en volumes élémentaires de telle manière que chaque volume entoure un nœud du maillage. L'EDP est intégrée sur chacun des volumes élémentaires.

Pour calculer l'intégrale sur ce volume élémentaire, la fonction inconnue est représentée à l'aide d'une fonction d'approximation (linéaire, parabolique, exponentielle, ... etc). Entre deux nœuds consécutifs. Ensuite, la forme intégrale est discrétisée dans le domaine d'étude.

Tout calcul par la méthode des volumes finis, dans une certaine mesure, utilise comme support spatial un maillage.

On s'intéresse à résoudre l'équation suivante par la méthode des volumes finis pour valider notre code de calcul :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial E}{\partial r} + \frac{\partial^2 E}{\partial r^2} = \mu_0 K \frac{\partial E}{\partial t} \quad (\text{III.18})$$

D'où on peut écrire :

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dE}{dr} \right) = \mu_0 K \frac{\partial E_p^n}{\partial t} \quad (\text{III.19})$$

On intègre l'équation (III. 19) dans l'espace et dans le temps sur le volume fini correspondant au nœud P (figure III. 2), délimité par les frontières (e, w).

$$\int_w^e \int_{t_0}^t \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dE}{dr} \right) r dr dt = \int_w^e \int_{t_0}^t \mu_0 K \frac{\partial E_p^n}{\partial t} r dr dt \quad (\text{III.20})$$

Par intégration nous aurons :

$$\left(r \frac{dE}{dr} \right)_w^e \Delta t = \mu_0 K \left[E_p^n \right] r_p \Delta r \quad (\text{III.21})$$

D'où :

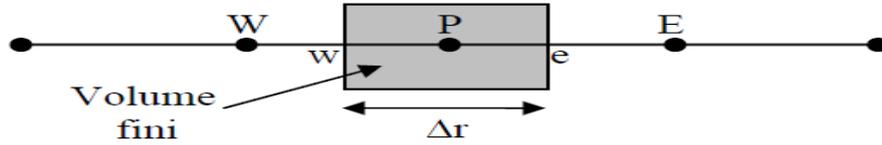


Figure III.14. Description d'un volume fini en 1D.

$$\left(r_e \frac{dE}{dr} \right)_e - \left(r_w \frac{dE}{dr} \right)_w = \mu_0 K r_p \frac{\Delta r}{\Delta t} \left[E_p^n - E_{p0}^n \right] \quad (\text{III.22})$$

On obtient :

$$-\frac{\mu_0 \frac{\partial i(t)}{\partial t}}{2\pi} - r_w \left(\frac{E_p - E_w}{\Delta r_w} \right) = \mu_0 K r_p \frac{\Delta r}{\Delta t} \left[E_p^n - E_{p0}^n \right] \quad (\text{III.23})$$

On à :

$$i(t) = I_{max} \cos(\omega t) = I_{max} \cos(\omega(t_0 + k\Delta t)) \quad (\text{III.24})$$

Avec :

t_0 : Temps initial égale à zéro,

I_{max} : La valeur maximale du courant,

ω : La pulsation électrique, égale a $2\pi f$.

Donc :

$$\frac{r_w}{\Delta r_w} E_w - \frac{r_p}{\Delta r_w} E_p + \frac{\mu_0}{2\pi} 2\pi f I_{max} \sin(2\pi f k \Delta t) = \mu_0 K r_p \frac{\Delta r}{\Delta t} \left[E_p^{\frac{1}{n}} - E_{p0}^{\frac{1}{n}} \right] \quad (\text{III.25})$$

On obtient :

$$\left(a_w + a_k E_p^{\left(\frac{1}{n}-1\right)} \right) E_p = a_w E_w + a_k E_{p0}^{\frac{1}{n}} + \mu_0 f I_{max} \sin(2\pi f K \Delta t) \quad (\text{III.26})$$

III.2.Résultats

Dans le paragraphe ci-dessous nous présentons les résultats de simulation du comportement électromagnétique du matériau supraconducteur qui subit un champ magnétique à l'extérieur. La méthode des volumes Finis sera adoptée pour résoudre les équations aux dérivées partielles ainsi que le modèle de puissance qui sera utilisé pour décrire le comportement électrique du matériau supraconducteur. Le but est de vérifier la justesse de ce modèle comparé a celui présenté précédemment (le modèle analytique associé au modèle de Bean). Les figures III.15 et III.16 représentent respectivement la variation temporelle du champ électrique et les pertes générées au sein du matériau supraconducteur. Ces pertes sont produites dans l'état dit intermédiaire du supraconducteur. Dans le but de vérifier la justesse du modèle numérique proposé nous avons calculé les grandeurs électromagnétiques au sein du matériau supraconducteur. Dans ces simulations, le matériau supraconducteur ayant une géométrie cylindrique creuse, de rayon interne $r_i = 4$ mm et de rayon extérieur $r_{ex} = 4.8$ mm.

La figure III.17 représente la répartition spatio-temporelle du champ d'induction magnétique B au sein du matériau supraconducteur. Les paramètres adoptées dans cette simulation sont les suivants : $H_m = 28937$ A/m, $f = 50$ Hz, $r_i = 4$ mm et $r_{ex} = 4.8$ mm.

Selon les résultats présentés, le modèle présenté reflète de façon satisfaisante les phénomènes physiques qui peuvent se produire dans un matériau supraconducteur, en effet, ce modèle reflète bien le phénomène de la pénétration partielle du champ magnétique à l'intérieur du

supraconducteur. Dans les conditions présentés ci-dessus, le champ magnétique pénètre presque sur une distance de 0.2 mm.

Aussi pour voir l'influence des propriétés géométriques sur la valeur du champ magnétique produit nous avons calculé le champ magnétique dans un supraconducteur de rayons $r_i = 4$ mm et $r_{ex} = 4.8$ mm et un autre supraconducteur plus large, cette fois-ci de $r_i = 8$ et $r_{ex} = 9.6$ mm. Les résultats obtenus sont présentés respectivement dans les figures figIII.18 et fig.III.19

Selon les résultats présentés dans le Fig.III.5, on peut dire que le champ magnétique est élevé au point P_3 , il décroît progressivement on allant vers le point P_1 . Cela veut dire que le champ magnétique est élevé dans les point les plus proche de la source du champ.

Par comparaison avec les résultats présentés précédemment, on peut dire que le champ magnétique au sein du supraconducteur a diminué d'un rapport de deux.

De là, on peut dire que le modèle présenté et qui adapte la méthode des volumes finis associés au modèle de puissance E-J reflète de façon satisfaisante l'ensemble des phénomènes physiques qui peuvent se produire dans un supraconducteur lorsque il est soumis

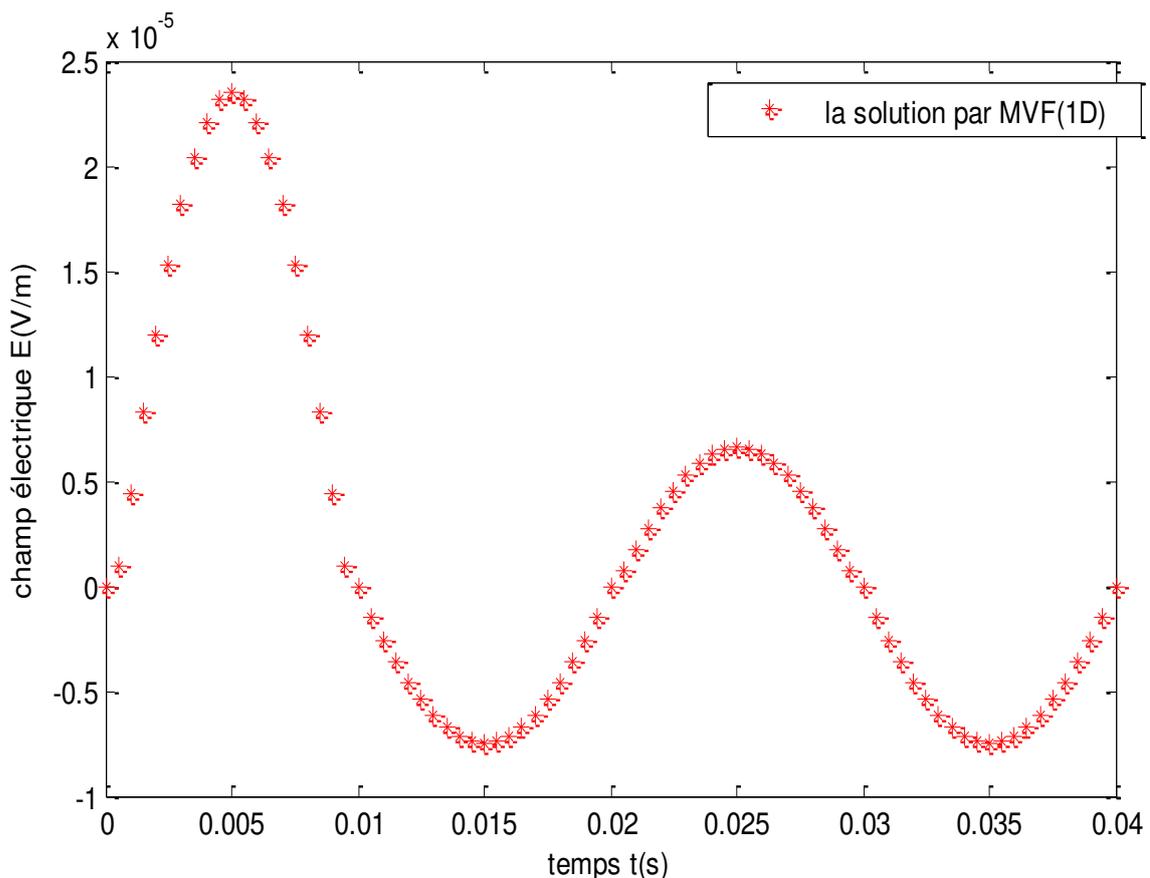


Figure III.15. Variation temporelle du champ électrique par la méthode de VMF1D

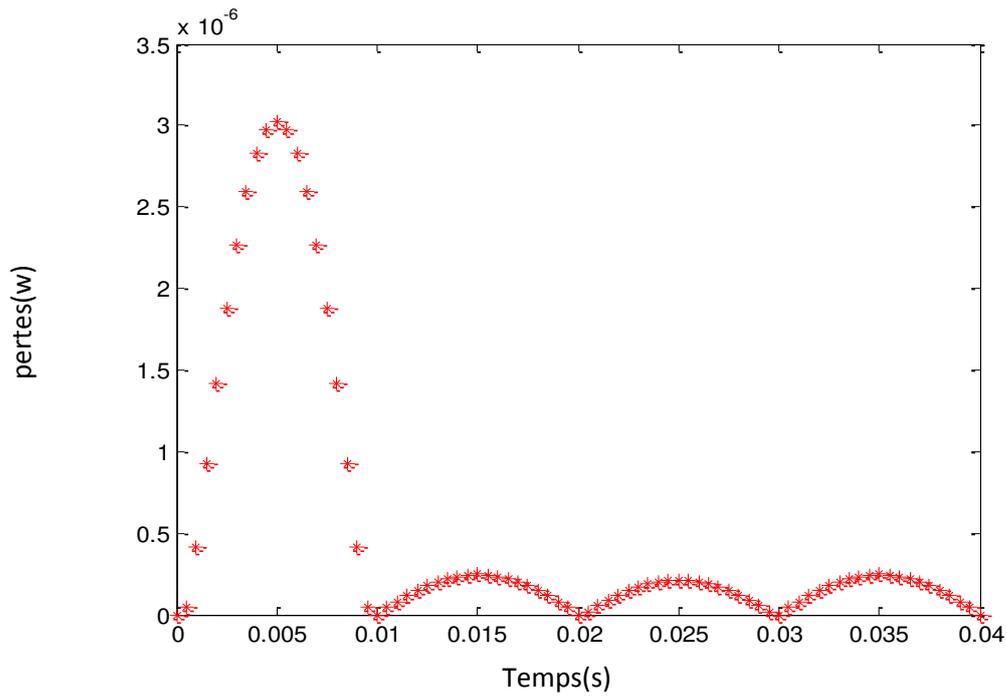


Figure III.16. Variation temporelle des pertes au sein d'un supraconducteur calculé par la méthode de VMF1D

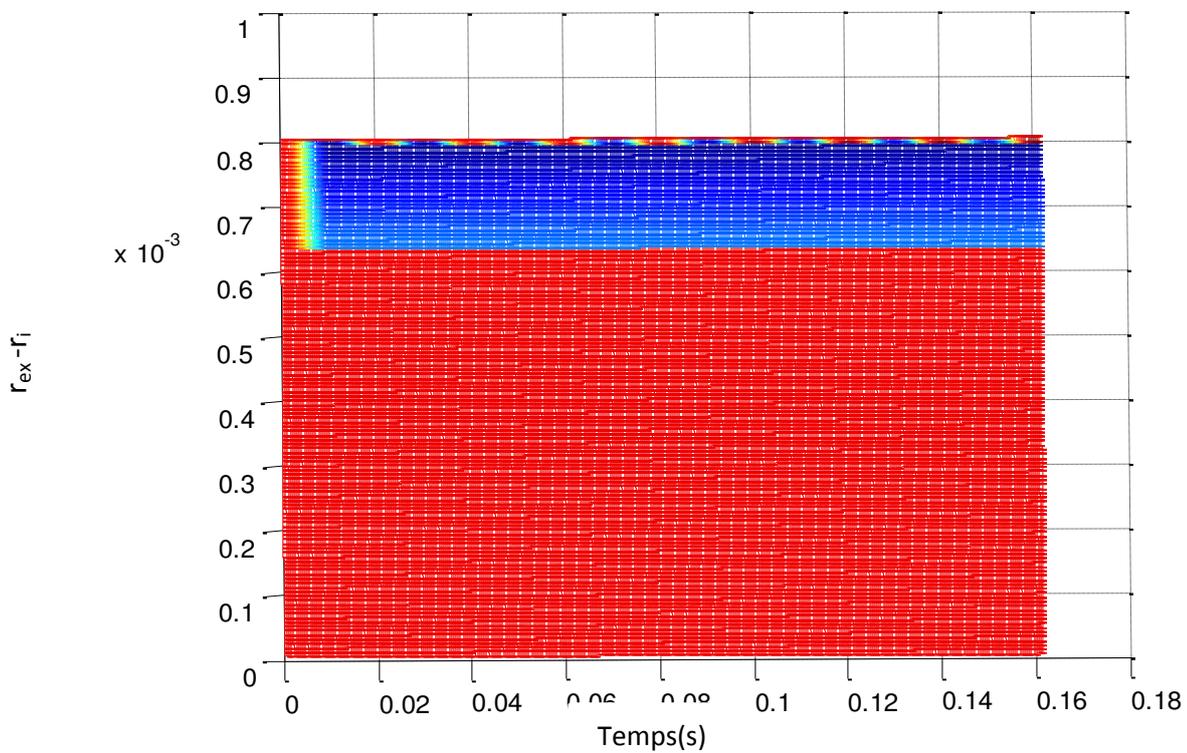


Figure III.17. Répartition spatiale et temporelle du champ magnétique au sein d'un supraconducteur.

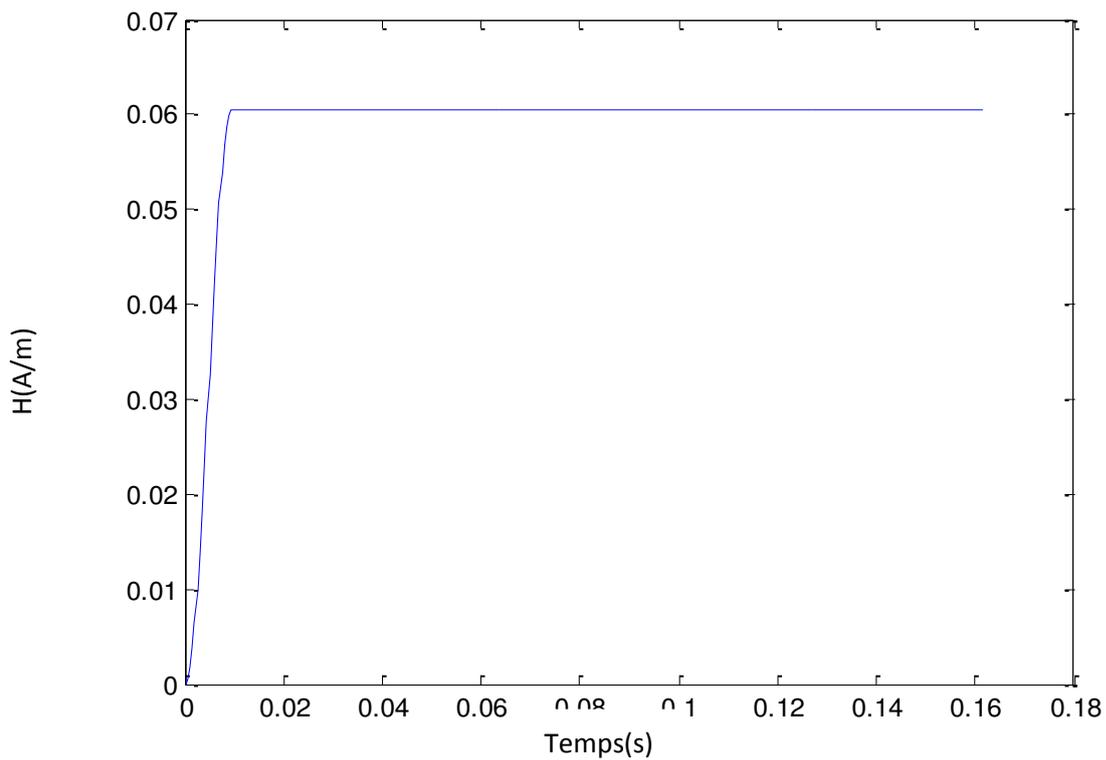


Figure III.18. l'évolution du champ magnétique dans un supraconducteur au sein d'un supraconducteur de $r_i = 4$ mm et $r_{ex} = 4.8$ mm et pour $H_m = 28937$ A/m.

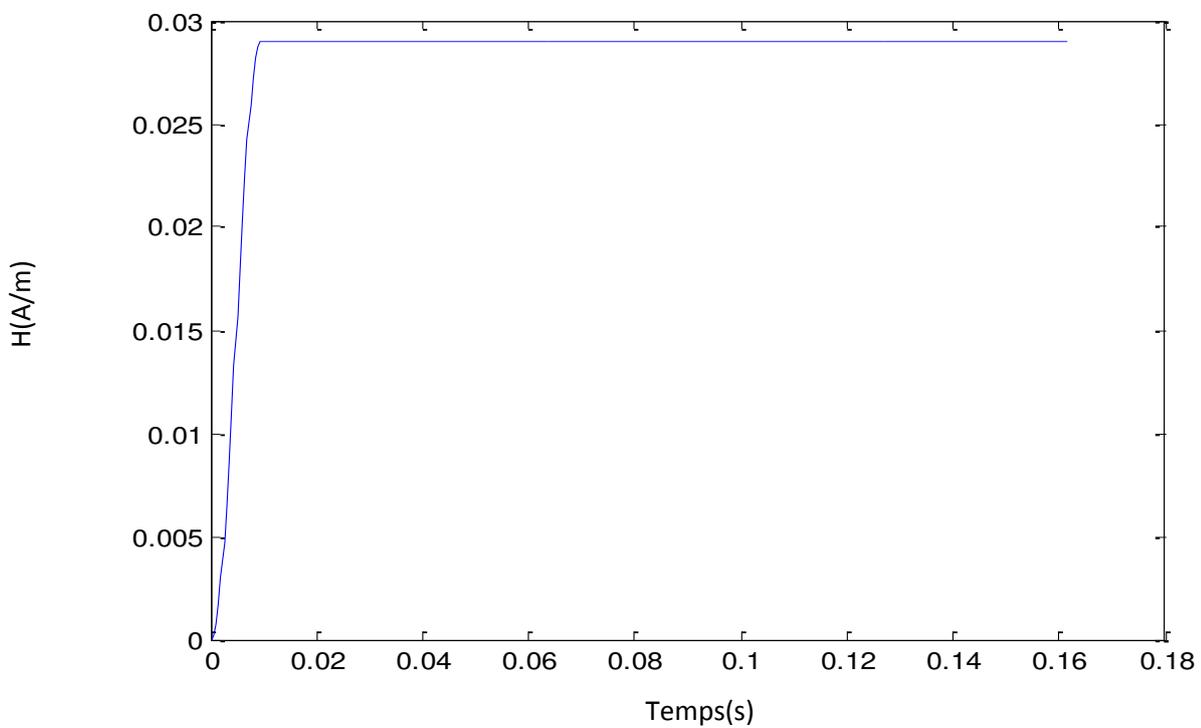


Figure III.19. l'évolution du champ magnétique dans un supraconducteur pour un supraconducteur de $r_i = 8$ mm et $r_{ex} = 9.6$ mm, $H_m = 28937$ A/m.

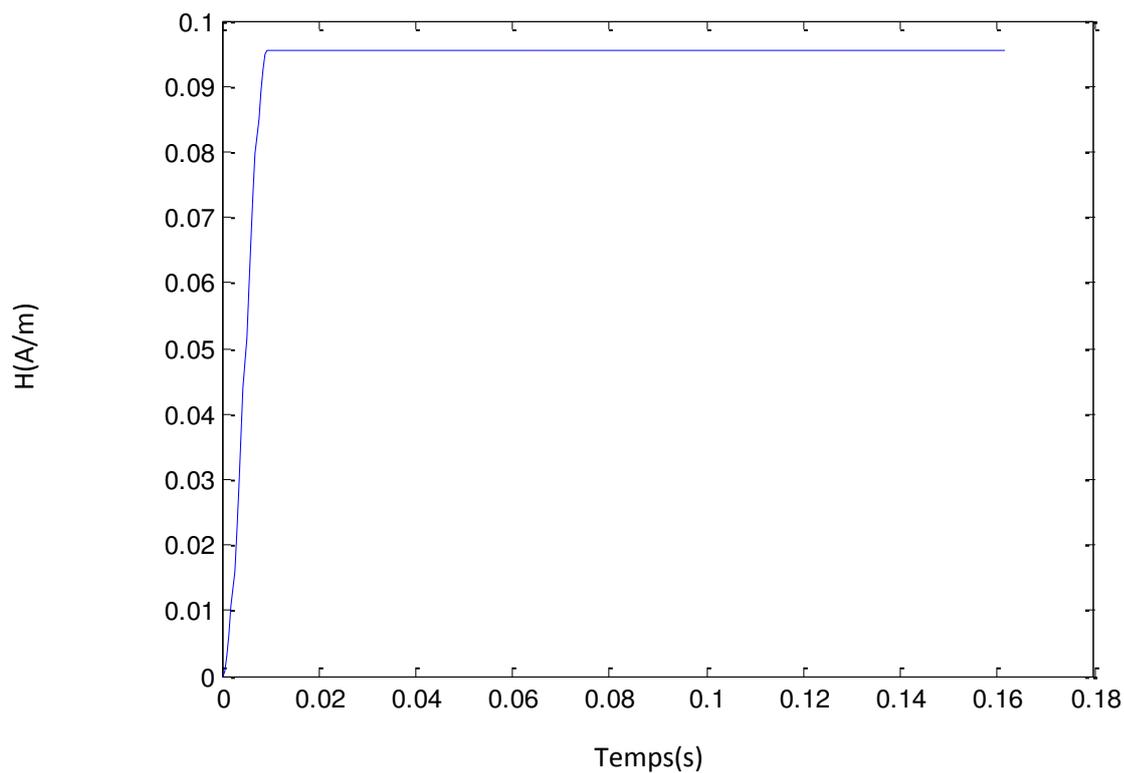


Figure III.20. l'évolution du champ magnétique dans un supraconducteur au sein d'un supraconducteur de $r_i = 4$ mm et $r_{ex} = 4.8$ mm et pour $H_m = 43406$ A/m.

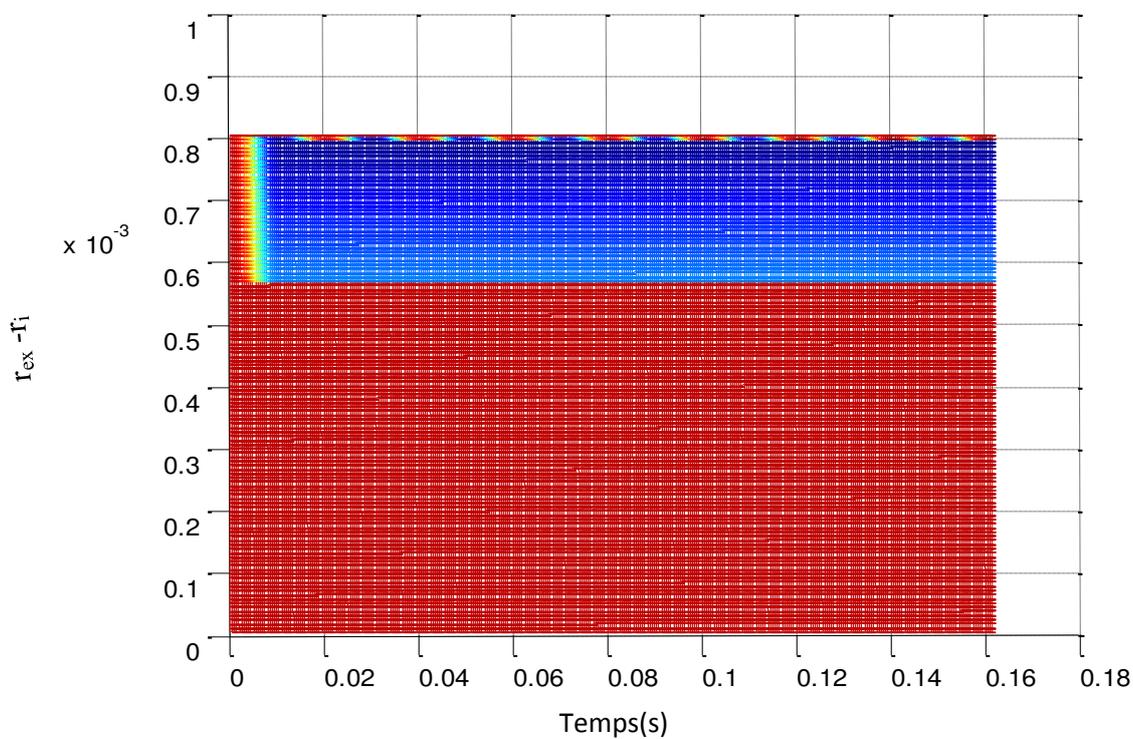


Figure III.21. Répartition spatiale et temporelle du champ magnétique au sein d'un supraconducteur pour $H_m = 43406$ A/m.

III.3.Conclusion

Les modèles présentés précédemment sont basé respectivement sur modèle analytique associé au modèle de Bean utilisé pour décrire la loi E-J d'un supraconducteur et sur un modèle numérique qui adopte la MVF et le modèle en puissance utilisé pour décrire la loi E-J. Le premier modèle présenté une simplicité mathématique cependant il ne reflète de façon satisfaisante l'ensemble des phénomènes physiques au sein d'un matériau supraconducteur, le deuxième modèle présenté des difficultés mathématique et numériques, cependant il reflète de façon satisfaisante les phénomènes physiques au sein d'un supraconducteur. Ce dernier sera utilisé dans le chapitre suivant.

Chapitre IV

Dans ce chapitre nous présentons les résultats de simulation du comportement magnétique d'un matériau supraconducteur soumis à un champ magnétique H . le but est de décrire la loi de comportement $B = f(H)$. Pour cela nous allons essayer d'utiliser certains modèles connus et utilisé dans la modélisation des matériaux ferromagnétiques, aussi d'essayer de proposer autres modèles qui doivent reflétés de façon satisfaisante

IV1. Loi de comportement $B = f(H)$

Le code de calcul développé est implémenté sous l'environnement Matlab basé sur la méthode des volumes finis et le modèle de puissance sera utilisé pour décrire la loi de comportement $B = f(H)$ dans un supraconducteur. Le matériau supraconducteur ayant une géométrie cylindrique creuse, de rayon interne $r_i = 4$ mm et de rayon extérieur $r_{ex} = 4.8$ mm. La valeur maximale du champ magnétique appliqué est prise égale à 28937 A/m et à 43406 A/m. les figures IV.1, IV.2 représentent respectivement la loi de comportement $B = f(H)$ dans un supraconducteur pour $H_m = 28937$ A/m et pour $H_m = 43406$ A/m. dans ces deux cas la fréquence est prise égale à 50 Hz,

Nous avons aussi représenté sur les figures IV.3, IV.4 la loi de comportement $B = f(H)$ dans un supraconducteur pour $H_m = 28937$ A/m mais pour deux fréquences différents qui sont prise égale à 50 Hz et à 500 Hz.

Selon les résultats présenté on peut dire que l'allure de la loi de comportement $B = f(H)$ représenté une forme ellipsoïde. Dans un premier temps et pour reproduire cette loi, nous avons utilisé le modèle Rayleigh (voir chapitre II). Les deux lois de comportements obtenus à partir du code de calcul ainsi que la loi $B = f(H)$ obtenu à partir du modèle de Rayleigh sont représenté dans le Fig. IV.5. Selon les résultats présentés on peut dire qu'il n'existe pas une bonne concordance entre les deux résultats, de là nous pouvons dire alors que les modèles des lois de comportement $B = f(H)$ utilisé dans les matériaux ferromagnétiques ne peuvent être utilisés dans les matériaux supraconducteurs à haute température critique.

De là nous avons essayé de proposer d'autres modèle propre a nous pour essayer de décrire la loi de comportement $B = f(H)$.

IV2. Définitions géométriques

L'ellipse est une courbe plane qui fait partie de la famille des coniques. Elle est obtenue par l'intersection d'un plan avec un cône de révolution (non dégénéré à une droite ou un plan) lorsque ce plan traverse de part en part le cône.

Les grandeurs (géométriques ou numériques) d'une ellipse sont :

- la longueur du grand rayon (ou demi-grand axe), généralement notée a ;
- la longueur du petit rayon (ou demi-petit axe), généralement notée b ;
- la distance séparant le centre de l'ellipse et un des foyers, généralement notée c ;
- la distance séparant le centre de l'ellipse et une de ses deux directrices, généralement notée f

Equation cartésienne réduite :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$a =$ demi grand axe $\geq b =$ demi petit axe > 0 .

$c = \sqrt{a^2 - b^2} =$ demi-distance focale.

$$f = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 - b^2}}$$

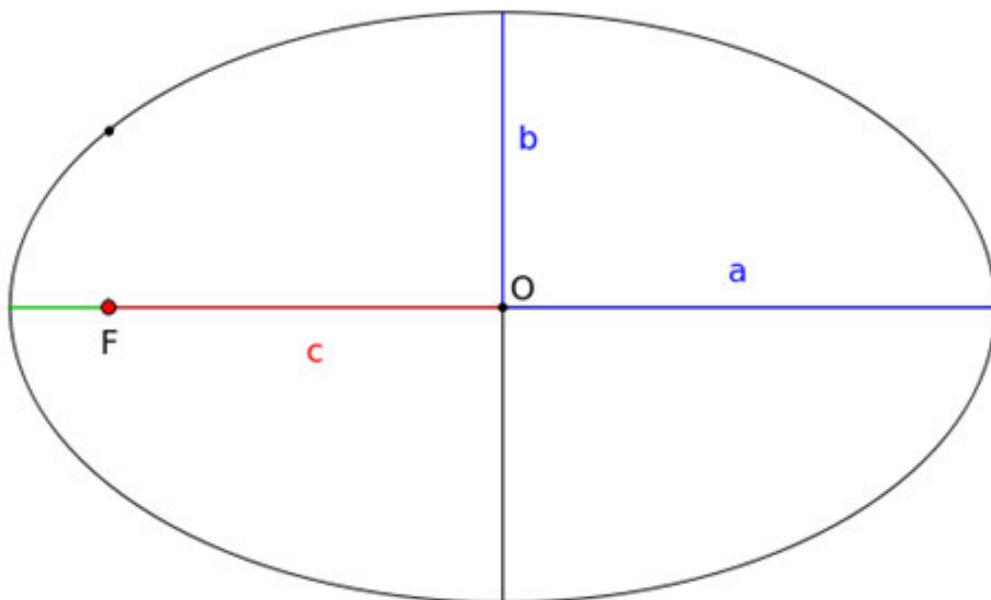


Figure VI.1. une ellipse avec ses axes, son centre, un foyer et la directrice associée

IV.3. Résultats

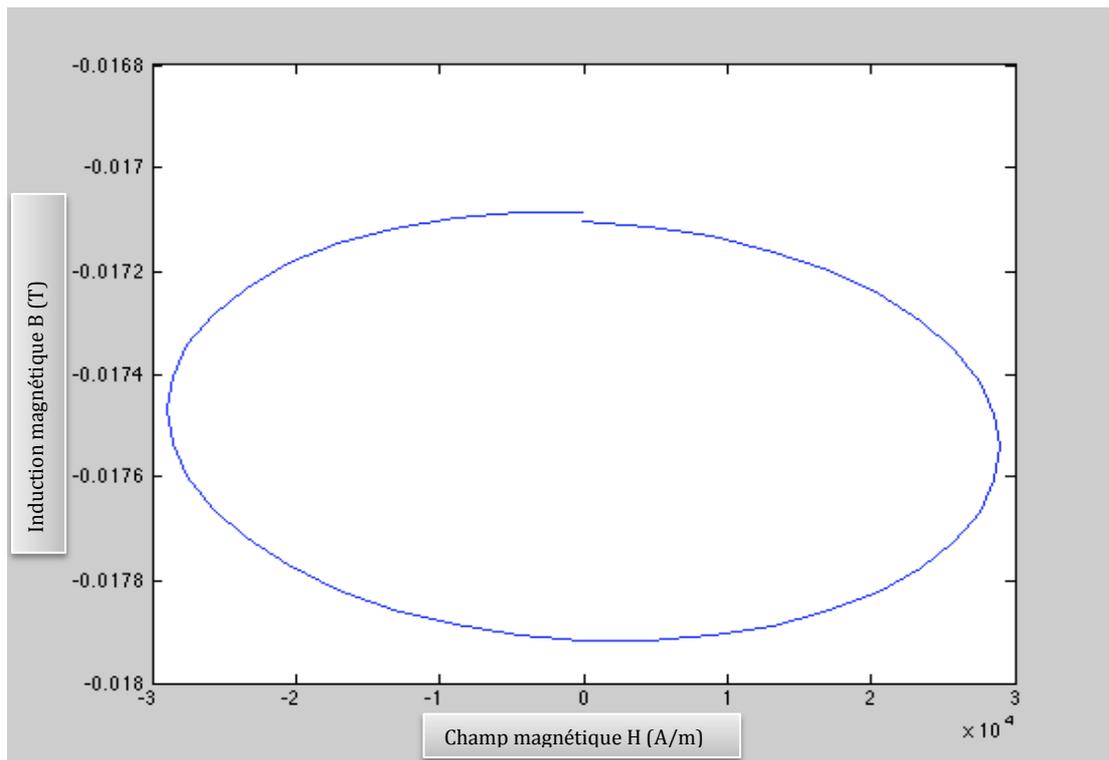


Figure IV.2. loi de comportement $B=f(H)$ dans un supraconducteur pour $H_m = 28937$ A/m et $f = 50$ Hz

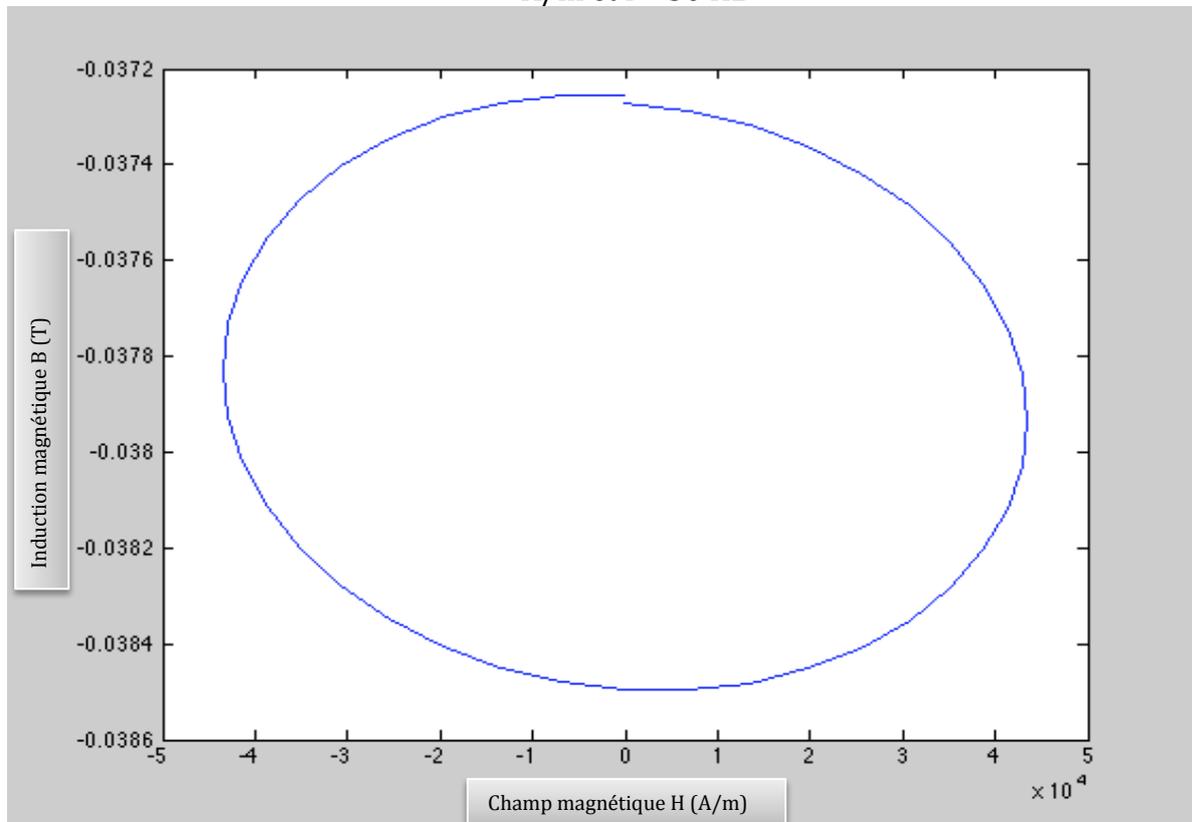


Figure IV.3. loi de comportement $B=f(H)$ dans un supraconducteur pour $H_m = 43406$ A/m et $f = 50$ Hz

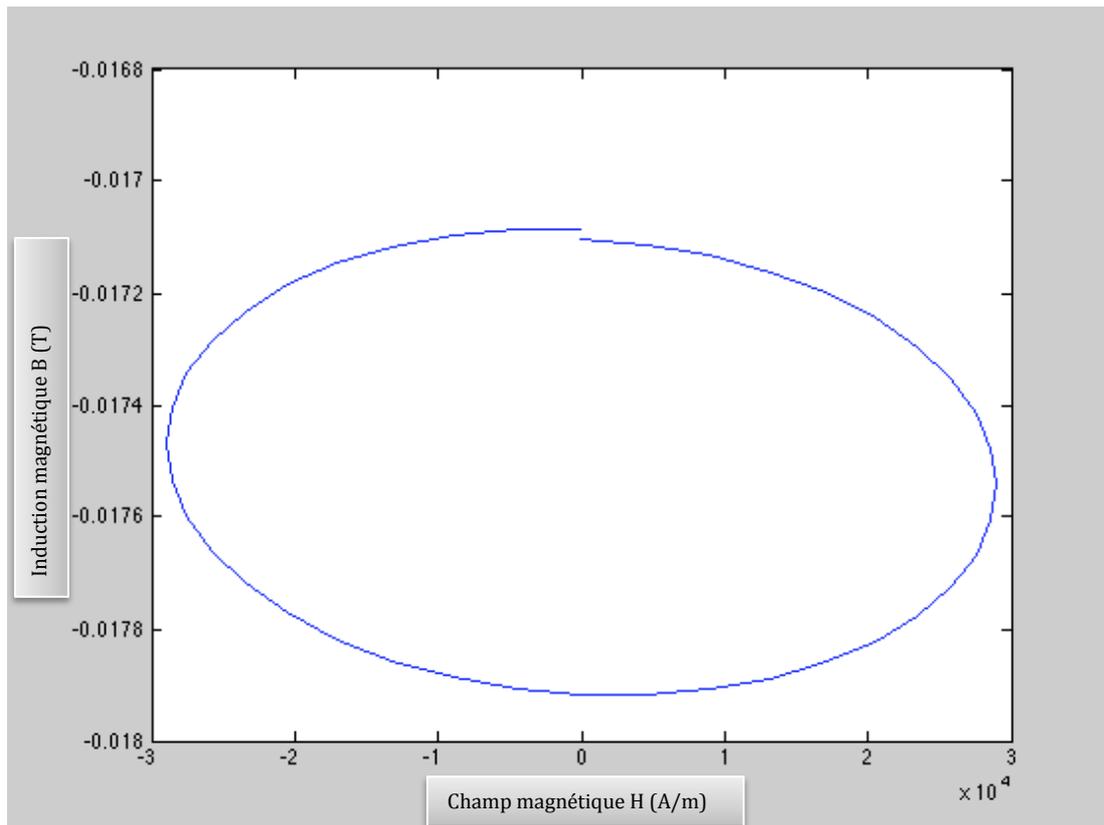


Figure IV.4. loi de comportement $B = f(H)$ dans un supraconducteur pour $H_m = 28937$ A/m et $f = 500$ Hz

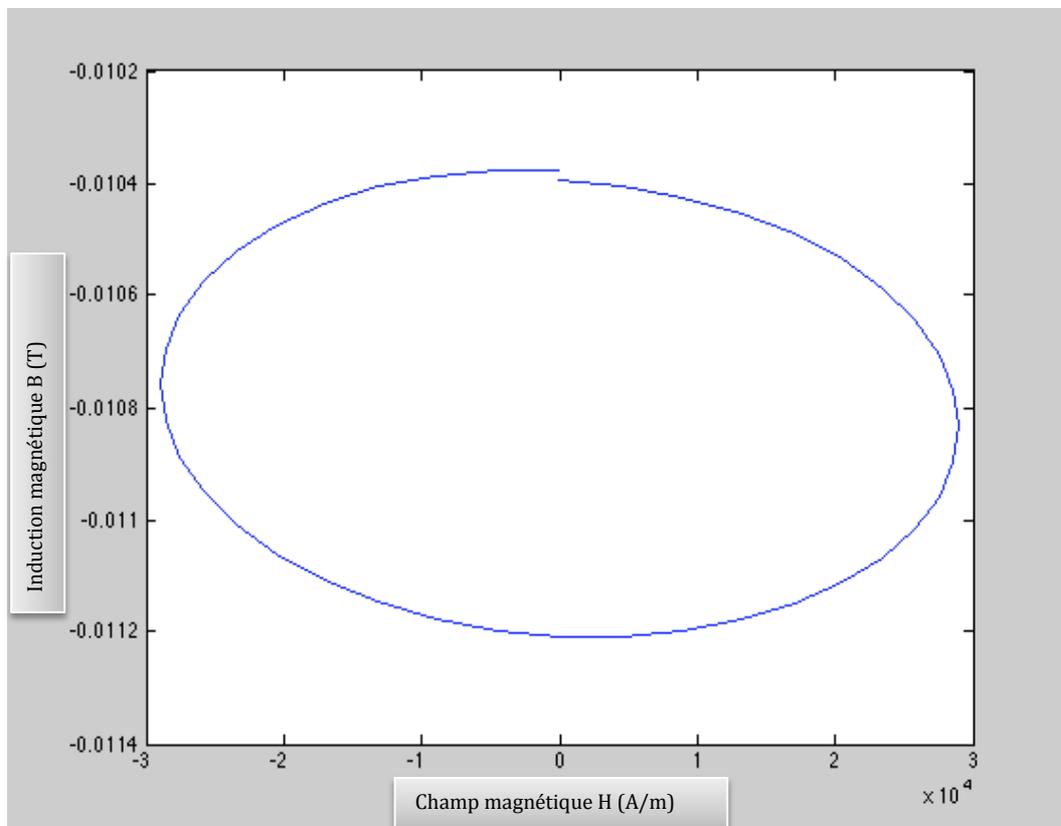


Figure IV.5. loi de comportement $B = f(H)$ dans un supraconducteur pour $H_m = 43406$ A/m et $f = 500$ Hz

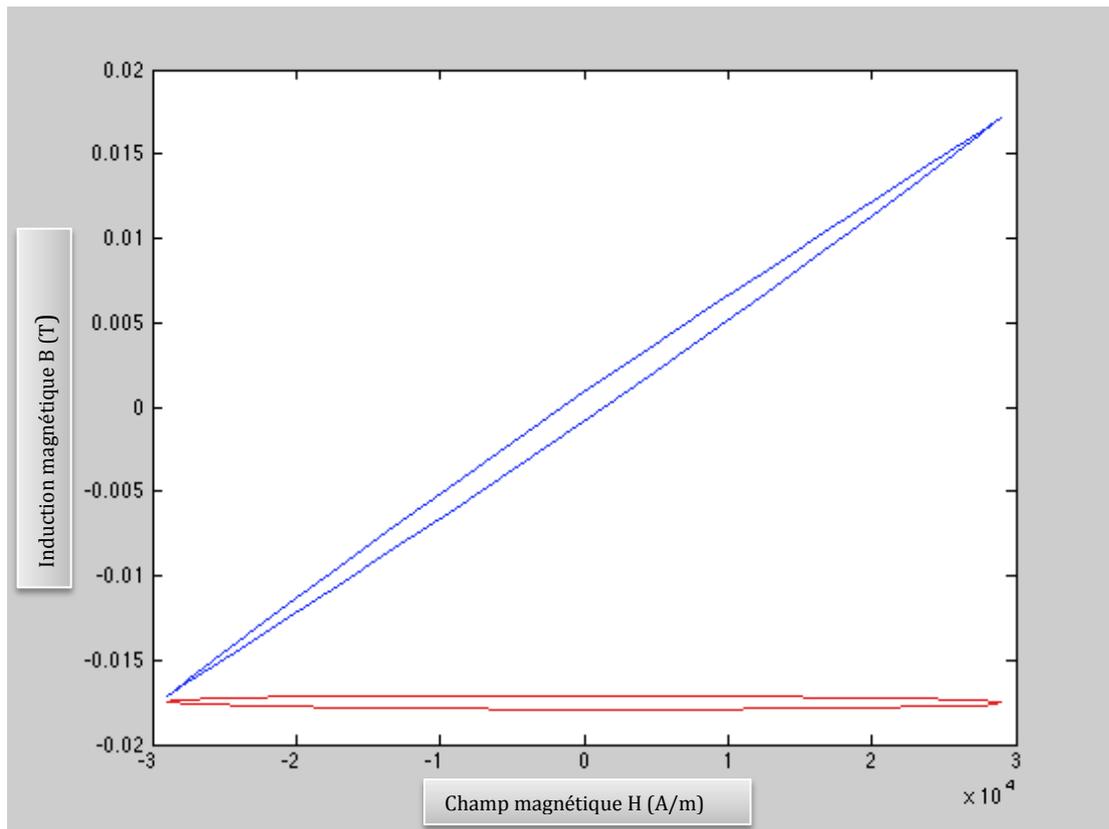


Figure IV.6. loi de comportement $B = f(H)$ dans un supraconducteur pour $H_m = 28937$ A/m et $f = 500$ Hz obtenu à partir du modèle de Rayleigh et le modèle MVF1D

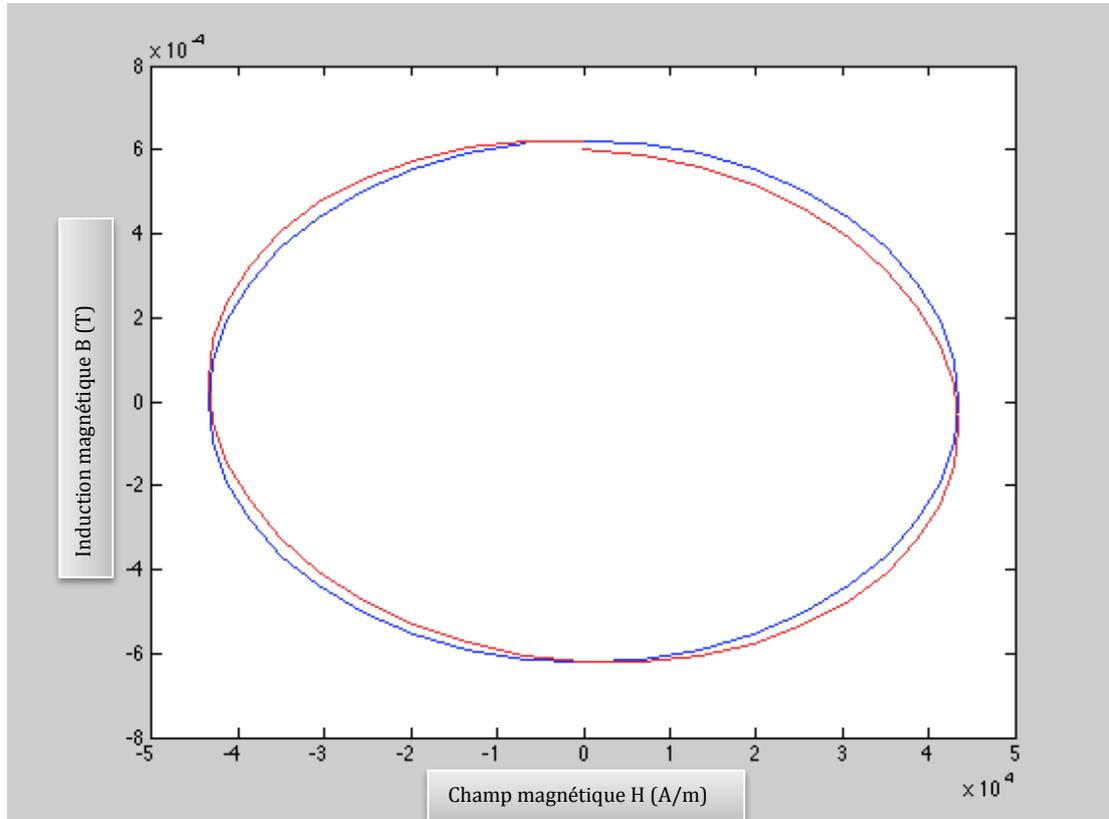


Figure IV.7. loi de comportement $B = f(H)$ dans un supraconducteur pour $H_m = 43406$ A/m et $f = 50$ Hz obtenu à partir du modèle propre et du modèle MVF1D

IV4.Conclusion

Dans le but de décrire la loi de comportement $B = f(H)$. Nous avons utilisé certains modèles adoptés à la modélisation du comportement magnétiques des matériaux ferromagnétiques. Nous avons aperçus que ces modèles ne peuvent pas être utilisés dans la modélisation des matériaux supraconducteurs à haute température critique dans leurs états intermédiaires. A travers cette étude, nous avons proposé un modèle propre à nous qui doit refléter de façon satisfaisante le comportement magnétique de ce type de matériaux.

Conclusion général

Dans ce mémoire nous avons présenté une contribution à l'étude des matériaux supraconducteurs à haute température critique (MSHT), cette contribution consiste à proposer un modèle qui peut refléter la loi de comportement magnétique de ce type de matériau. En effet, nous avons montré à travers cette étude que le comportement magnétique des MSHT dans l'état intermédiaire est différent à celui des matériaux magnétiques classiques, ce comportement peut être décrit par d'autres lois. À travers de là, nous avons proposé notre propre modèle.

La modélisation des phénomènes magnétiques dans les MSHT a été obtenue à partir d'un modèle analytique et un modèle numérique, celui-ci adopte la méthode des volumes finis comme méthode de résolution des équations aux dérivées partielles caractéristique aux phénomènes physiques à traiter dans le cas monodimensionnel.

Le modèle analytique qui doit utiliser le modèle de Bean présente des limites dans la justesse des résultats trouvés. Celui-ci est amélioré par un modèle numérique où la méthode des volumes finis est adoptée combinée au modèle de la loi en puissance E-J. Ce dernier donne de meilleurs résultats.

Références

Bibliographiques

Références Bibliographiques

- [1] H.K Onnes, "Further experiments with liquid helium", Communication from the Physical Laboratory of the University of Leiden, (1911)
- [2] W. Meissner and R. Ochsenfeld, "Kurse original mitteilungen", Naturwiss 21, (1933) p.787
- [3] J. Bardeen, I. N. Cooper and J. R. Schrieffer, "Theory of superconductivity", Phys. Rev. 108 (1957) 329
- [4] J. G. Bednorz and K. A. Müller, "Possible high T_c superconductivity in the BaLaCuO system", Phys. B. Cond. Matter 64 (1986) 189
- [5] N.E. Phillips. "Low-Temperature Heat Capacities of Gallium, Cadmium, and Copper",
- [6] Y. Brunet. "Les supraconducteurs". Techniques de l'ingénieur, traité Génie électrique, D2700, 1989 PhysRev., 134 (1964) A385-A391. DOI: 10.1103/PhysRev.134.A385
- [7] <http://www.Superconductors.fr> : Le site de la supraconductivité et des supraconducteurs : historique, principes, applications.
- [8] J. Baixeras, "Les Supraconducteurs", Editions Eyrolles et CNRS Ed., Paris, 1998.
- [9] C. Kittel, " physique de l'état solide", pp. 357-360, Ed. Dunod, Paris, (1983).
- [10] J.G. Bednorz and K, A. Müller, "Possible high T_c superconductivity in the BaLaCuO system", z. Phys.B. Cond. Matter 64, (1986), 189
- [11] M. K. Wu and coll., "Superconductivity at 93 K in a new mixed-phase YBaCuO compound system at ambient pressure", Phys. Rev. Letter 58, (1987), 908
- [12] M. Brousseau, " Physique du solide", Ed. Masson, Paris (1992) p. 320.
- [13] D.Buzon, "Limitation de courant à partir de matériaux supraconducteurs HT_c", Thèse de doctorat, Spécialité génie électrique, Institut national polytechnique de Grenoble, 2002.
- [14] P. Tixador., "les supraconducteurs, traité des nouvelles technologies", série matériaux, Hermès.
- [15] M. CHEN et al., "High Temperature superconductors for power applications", Journal of the European Ceramic Society 24(2004) 1815-1822.

- [16] M. Leghissa., “Development and application of superconducting transformers”, *Physica C* 372–376 (2002) 1688–1693.
- [17] G. Snitchler, B. Gamble and S. Kalsi., “The performance of a 5 MW High Temperature Superconductor Ship Propulsion Motor”, *IEEE Transaction on Applied Superconductivity*, Vol. 15, No. 2, June 2005.
- [18] A. P. Malozemoff, J. Maguire, B. Gamble and S. Kalsi., “Power Applications of High Temperature Superconductors: Status and Perspectives”, *IEEE Transaction on Applied Superconductivity*, Vol. 12, No. 1, March 2002.
- [19] E. H. Ailam., “Machine synchrone à plots supraconducteurs : Etude et réalisation”, Thèse de l’Université de Henri Poincaré, Nancy-I, 2006.
- [20] S. Gruss, G. Fuchs, G. Krabbes, P. Verges, G. Stover, K. H. Muller, J. Fink, L. Schultz, “Superconducting bulk magnets: very high trapped fields and cracking”, *Appl. Phys. Lett* 79, pp. 3131-3133, 2001. R. F. Tournier., “c-Axis YBCO domains for current limiting applications”.
- [21] M. Tomita, M. Murakami, “High-temperature superconductor bulk magnets that can trap magnetic fields of over 17 tesla at 29 K”, *Nature*, vol.421, pp. 517-520, 2003.
- [22] M. Miki et al, “Development of a synchronous motor with a Gd-Ba-Cu-O bulk superconductors as pole-field magnets for propulsion system”, *Supercond. Sci. Technol.* vol. 19, n°7, 2006, S494-S499.
- [23] Akbaba (1991), “A modified Frôlich's type equation for accurate modeling of magnetizing characteristics of magnetic cores”, *Electrical Machines and Power Systems*, Vol.19, pp 303-311.
- [24] El-Sherbiny, M.k, “Representation of magnetization characteristic by a sum of exponential”, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol.9, pp 60-61, 1973.
- [25] Rivas, J., Zamarro, J.M., Martin, E., Pereira, C, “Simple approximation for magnetization curve and hysteresis loops”, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol.17, pp 1498-2265, 1981.
- [26] Kis PETER “Jiles-Atherton Model Implementation to Edge Finite Element Method Thèse de doctorat, Spécialité Electrical Engineering, Université de technologie de Budapest, 2006.
- [27] N. Sadowski, N. J. Batistela, J. P. A. Bastos, and M. Lajoie-Mazenc, “An inverse Jiles-Atherton model to take into account hysteresis in time stepping finite-element calculations”, *IEEE Trans. Magn.*, vol. 38, no. 2, pp. 797-800, Mar. 2002.