



Université Mohamed Khider de Biskra  
Faculté des Sciences et de la Technologie  
Département de Génie Mécanique

# MÉMOIRE DE MASTER

Domaine : Sciences et Techniques

Filière : Génie Mécanique

Spécialité : Métallurgie

Réf. :

---

Présenté et soutenu par :  
**Ibtissam GUEMIDA**

Le : mardi 9 juillet 2019

## **Simulation numérique de la convection naturelle dans un fluide à base nombre de Prandtl (gallium)**

---

### **Jury :**

Dr.	Said BEN SAADA	Pr	Université de Biskra	Président
Mr.	Abdelhakim BAGER	MCB	Université de Biskra	Encadreur
Dr.	Ibrahim NINE	MCB	Université de Biskra	Examineur

## *Dédicace :*

*Je tiens à dédier ce modeste ce travail :*

*A ma très chère **Mère** et à mon cher **Père**, mes frères « Nanoua » et mes sœurs « Farida »  
« om alkhaire », mes amis « Dounia » « Soumia » « wafa » « Dalila » « Souha » « yasmine »  
et mes collègues d'étude.*

# Remerciement

Je remercie avant tout, Dieu le tout puissant de m'avoir permis de réaliser ce

Travail avec patience, persévérance et volonté.

Je remercie mon encadreur Dr. Abdelhakim BAGER pour son aide, ses

Conseils et ses remarques qui m'a permis de présenter ce travail

dans sa Meilleure forme

Je remercie PR. Saïd BEN SAADA pour avoir bien voulu accepter de présider

Le jury. Sincères remerciements.

Je remercie Dr. Ibrahim NINE d'avoir

Accepté d'examiner ce mémoire et d'être membre du jury. Sincères

Remerciements

Je remercie aussi toute personne ayant collaboré de loin ou de près pour

Accomplir et améliorer ce travail

**Sommaire :****Nomenclature générale****Introduction générale****Chapitre I: Généralités et Synthèse bibliographique.**

I.1. Convection : .....	2
I.2. Convection dans les enceintes : .....	2
I.2.1. Enceinte avec gradient de température vertical : .....	3
I.2. 1.1. Seuil de convection: .....	4
I.2.1.1.1. Déplacement d'une goutte de fluide: .....	4
I.2.1.2. Nombre de Rayleigh: .....	4
I.2.2. Enceinte avec gradient de température horizontal : .....	5
I.3. Les fluides à faible nombre de Pr (les métaux Liquide) : .....	5
I.5.1. Les méthodes d'élaboration des monocristaux : .....	7

**Chapitre II: Modélisation et procédure de simulation numérique.**

I.1. Convection : .....	2
I.2. Convection dans les enceintes : .....	2
I.2.1. Enceinte avec gradient de température vertical : .....	3
I.2. 1.1. Seuil de convection: .....	4
I.2.1.1.1. Déplacement d'une goutte de fluide: .....	4
I.2.1.2. Nombre de Rayleigh: .....	4
I.2.2. Enceinte avec gradient de température horizontal : .....	5
I.3. Les fluides à faible nombre de Pr (les métaux Liquide) : .....	5
I.5.1. Les méthodes d'élaboration des monocristaux : .....	7
I.6. Synthèse bibliographique: .....	9

**Chapitre III: Résultats numériques.**

II.1. Problématique: .....	28
III.2. Validation : .....	29
III.3. Cas de deux sources de chaleur : .....	30
III.3.1. Influence du nombre de Rayleigh: .....	30

III. 3.2. Influence de la position de la source de chaleur: .....	34
III.4. Cas de trois sources de chaleur constant : .....	39
III.4.1. Influence du nombre de Rayleigh: .....	39

**Conclusion générale**

**Références bibliographique**

## Nomenclature générale

### Symboles latins:

A	A=L/H rapport d'aspect.
C <sub>p</sub>	chaleur spécifique à pression constante [J/kgK].
C	terme de convection.
d	distance séparant deux sources de chaleur (cm).
D	terme de diffusion.
g	accélération de la pesanteur [m/s <sup>2</sup> ].
H	hauteur de la cavité [cm].
h	Coefficient de transfert de chaleur par convection [W/m <sup>2</sup> k].
l	longueur de la partie adiabatique de la paroi inférieure [cm].
L	largeur de la cavité [cm].
Nu <sub>local</sub>	nombre de Nusselt local.
<Nu>	nombre de Nusselt moyen.
p	pression [Pa].
P**	pression adimensionnelle.
Pr	nombre de Prandtl.
P <sub>c</sub>	période de chauffage (s).
P*	La valeur estimée de pression
P'	La valeur corrigée de pression
q <sub>c</sub>	flux de chaleur constant [W/m <sup>2</sup> ].
q <sub>p</sub>	flux de chaleur périodique [W/m <sup>2</sup> ].
Ra	nombre de Rayleigh.
s	longueur de la source [cm].
S <sub>φ</sub>	terme source
T	température [K].
T*	température adimensionnelle.
T <sub>c</sub>	température de la paroi chaude [K].

$T_f$	Temperature ambiante [K].
$T_0$	Température de référence [K].
$t$	Temps (s).
$t^*$	Temps adimensionnel.
$u, v, w$	Composantes de la vectrice vitesse [m/s].
$u^*, v^*, w^*$	Composantes adimensionnelles de la vectrice vitesse [m/s].
$u', v'$	Les valeurs corrigées de la vitesse
$u^*, v^*$	Les valeurs estimées de la vitesse
$X_d$	Position de la source de chaleur (cm).
$X, Y, Z$	Les coordonnées cartésiennes.
$X', Y', Z'$	Les coordonnées cartésiennes adimensionnelles.

### **Symboles Grecs:**

$\alpha$ :	diffusivités thermique [ $m^2/s$ ].
$\beta$	coefficient de dilatation [ $K^{-1}$ ].
$\lambda$	conductivité thermique [ $W/mK$ ].
$\mu$	viscosité cinématique [ $m^2/s$ ].
$\rho$	masse volumique [ $kg/m^3$ ].
$\varphi$	variable dépendante.
$\Gamma$	coefficient de diffusion.

# Introduction générale



## **Introduction**

Dans de nombreux systèmes industriels, la convection naturelle est un des principaux phénomènes de transfert de chaleur. La maîtrise et la compréhension des phénomènes liés à la convection naturelle sont ainsi des enjeux majeurs dans la conception et le dimensionnement de ces systèmes. Une part importante des dispositifs industriels tels que la cheminée solaire, le refroidissement des circuits électronique ou encore le la thermique du bâtiment.

Ce travail de mémoire s'inscrit dans la continuité des travaux existants. Notre configuration d'étude est une cavité rectangulaire contenant de métal liquide et soumis à des gradients de température. L'objectif de cette thèse est double puisque l'on s'intéresse non seulement à la connaissance physique des interfaces et à leur modélisation mais aussi aux difficultés numériques pouvant résulter de l'implémentation des conditions limites aux interfaces entre la cavité et son environnement extérieur. La démarche proposée dans ce travail consiste à étudier l'influence du rapport d'aspect de l'enceinte, les valeurs et les formes des flux de chaleur débités par les sources, le nombre et la disposition des sources sur les champs thermiques, le nombre de Nusselt ainsi que sur les structures et régimes convectifs

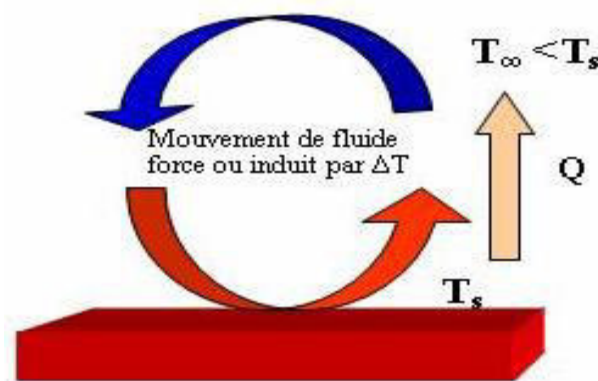
Ce manuscrit se divise en trois parties. La partie I est une introduction générale sur les écoulements de convection naturelle. La configuration d'étude considérée dans ce travail est présentée et les difficultés de modélisation liées à celle-ci sont abordées. La fin de cette partie présente en détail les objectifs et orientations de cette mémoire. La partie II est consacrée à la formulation mathématique. Nous formulons les équations qui régissent les transferts ainsi que les conditions aux limites qui leurs sont associées. Les discrétisations de ces équations ainsi que les méthodes de résolution utilisées dans le code de calcul sont ensuite présentées brièvement. Enfin, la partie III présente, après une validation de notre code de calcul, les résultats numériques.

Chapitre I :  
Généralités et Synthèse  
Bibliographique

### I.1. Convection :

La convection est le mécanisme le plus important de transfert d'énergie entre une surface solide et un liquide ou un gaz. Deux types de convection sont généralement distingués :

- La convection forcée : dans laquelle le mouvement de fluide est provoqué par l'action des forces extérieures (par exemple pompe, ventilateur...etc.), qui lui imprime des vitesses de déplacement assez importantes. En conséquence, l'intensité du transfert thermique par convection forcée sera en liaison directe avec le régime de mouvement du fluide.
- La convection naturelle : dans laquelle le mouvement du fluide est produit par les différences de densité entre les particules chaudes et celles froides existant dans un fluide, situé dans un champ de forces massiques. [01]



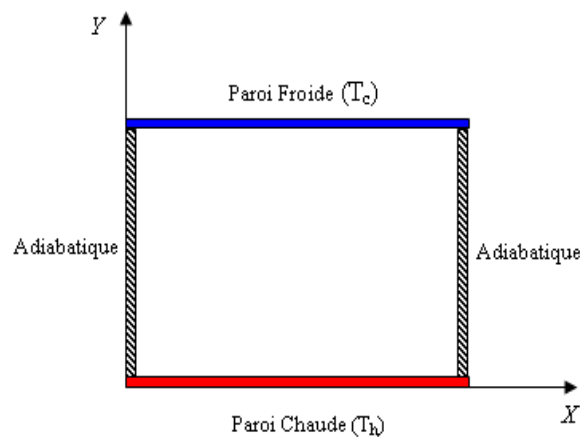
**Figure (1.1) :** Schéma du phénomène de transfert de chaleur par convection. [02].

### I.2. Convection dans les enceintes :

L'étude de la convection naturelle dans les enceintes a fait l'objet d'un très grand nombre de travaux tant théoriques qu'expérimentaux. L'intérêt de telles études réside dans son implication dans de nombreuses applications industrielles. L'enceinte rectangulaire continue à être la géométrie, qui présente le plus d'intérêt. Dans ce type d'enceintes, généralement deux parois sont maintenues à des températures différentes, tandis que les autres sont isolées. On distingue principalement deux configurations, la première est celle d'une enceinte contenant un fluide et soumise à un gradient vertical de température (convection de Rayleigh-Bénard), la seconde étant celle d'une cavité avec un gradient de température horizontal [01].

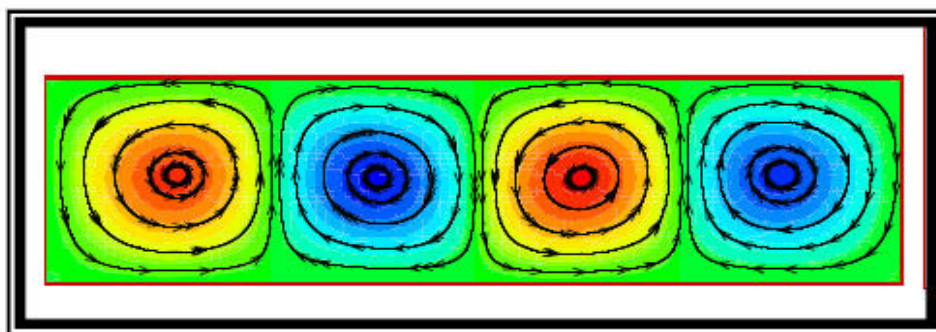
### I.2.1. Enceinte avec gradient de température vertical :

L'enceinte qui est chauffée par le bas et refroidie par le haut correspond à la configuration de la convection de Rayleigh-Bénard, qui traite la stabilité et le mouvement d'un fluide, confiné entre deux plaques horizontales, maintenues à des températures uniformes et distinctes (figure I-2). La convection de Rayleigh-Bénard a une longue et riche histoire, elle a été étudiée durant des décennies aussi bien pour ses différentes applications industrielles que du point de vue recherche fondamentale [01].



**Figure (I-2) :** Schéma représentant la configuration de Rayleigh –Bénard [3,4].

Au-delà d'une valeur critique de l'écart de température, des rouleaux contrarotatifs, d'axes horizontaux apparaissent au sein du fluide (Figure I-3)



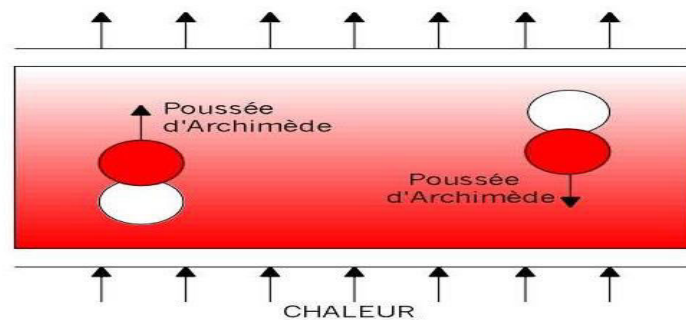
**Figure (I-3) :** Schéma représentant les rouleaux de la convection de Rayleigh- Bénard [2]

### I.2. 1.1. Seuil de convection:

Pour illustrer le mécanisme de base de la convection de Rayleigh-Bénard et les forces en présence qui sont en compétition, on considère le mouvement d'une goutte de fluide selon ce qui suit

#### I.2.1.1.1. Déplacement d'une goutte de fluide:

Imaginons une goutte de fluide de taille et de forme quelconque mais ayant un déplacement infinitésimal spontané et aléatoire soit vers le haut, soit vers le bas. Les forces agissant sur cette goutte déterminent le mouvement du fluide dans sa globalité. Tout d'abord, considérons une goutte située dans le fond d'une couche de fluide, où la densité est plus faible que la densité moyenne. Tant que la goutte reste immobile, elle est entourée de fluide de même densité et la poussée d'Archimède est nulle. Supposons maintenant une perturbation aléatoire provoquant un léger déplacement de la goutte vers le haut. Cette dernière est alors entourée de fluide de densité plus grande et de température plus petite. Ainsi la poussée d'Archimède, proportionnelle à la différence de densité et au volume de la goutte, va s'exercer vers le haut et va amplifier le mouvement ascendant initial de la goutte. On peut raisonner de la même façon pour une goutte de fluide située au sommet de la couche. La goutte subissant un léger déplacement aléatoire vers le bas est alors entourée d'un fluide moins dense et tend à s'enfoncer vers le bas de la couche. Ces écoulements ascendants et descendants définissent la convection naturelle [05].



**Figure I.5:** Schéma représentant la poussée d'Archimède.

#### I.2.1.2. Nombre de Rayleigh:

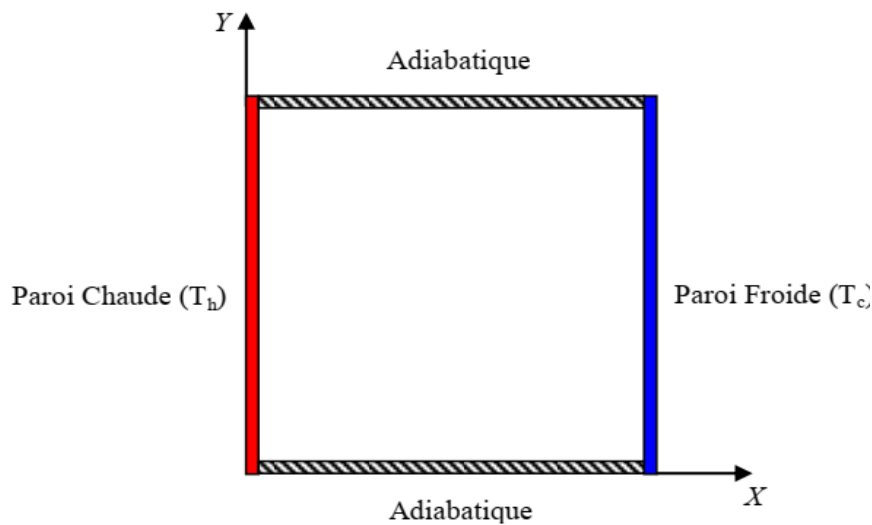
Dans la convection de Rayleigh-Bénard, la poussée résultant du gradient de température doit donc l'emporter sur la traînée visqueuse et la diffusion de la chaleur pour que la convection ait lieu.

Par conséquent, une relation entre ces trois paramètres s'exprime sous forme d'un rapport sans dimension: la force de poussée divisée par le produit de la traînée visqueuse et du taux de diffusion de la chaleur. Ce rapport s'appelle le nombre de Rayleigh. La convection s'amorce lorsque le nombre de Rayleigh dépasse une valeur critique (= 1700) [5].

$$Ra = \frac{g\beta qcs^4}{\alpha\nu\lambda}$$

### I.2.2. Enceinte avec gradient de température horizontal :

Dans cette configuration, l'une des parois verticales est chauffée, tandis que l'autre est refroidie, les parois horizontales étant considérées comme adiabatiques (Figure I-4). L'écoulement est alors monocellulaire avec le fluide ascendant le long de la paroi chaude et descendant suivant la paroi froide. C'est cette dernière configuration qui fera l'objet de notre étude avec des cavités, qui contiennent l'air comme fluide de convection [01].



**Figure (I-4):** Schéma représentant la convection dans une enceinte avec gradient de température horizontal [01].

### I.3. Les fluides à faible nombre de Pr (les métaux Liquide) :

Pour avoir une idée de la différence entre les fluides usuels, ayant des *Pr élevés*, et les métaux liquides à bas Pr ; nous donnons (Tableau (I.1)) à titre d'exemple les caractéristiques

d'un liquide à haut nombre de  $Pr$  (eau,  $Pr = 1,72$ ) et d'un métal liquide à bas nombre de  $Pr$  (Gallium,  $Pr = 0,025$ ).

Tableau (I.1) : propriétés thermo physique de l'eau, l'air, le gallium et le mercure à 300 K [06].

propriétés	$T_m$	$\rho$	$c_p$	$M$	$\lambda$	$\beta$	$Pr$
	[K]	[kg /m <sup>3</sup> ]	[J/kgK]	[kgm <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup> ]	[W/mK]	[1/K]	
AIR	-	1.177	1006	18.46x10 <sup>-6</sup>	0.026	3331x10 <sup>-6</sup>	0.708
EAU	-	997.132	4193.453	851.49x10 <sup>-6</sup>	0.614	566x10 <sup>-6</sup>	5.813
GALLIUM	302.78	6095	397.6	1.95x 10 <sup>-3</sup>	31	1.27x10 <sup>-4</sup>	0.025
MERCURE	234.16	13529	139.3	1.523x10 <sup>-3</sup>	8.54	181x10 <sup>-6</sup>	0.024

Ces caractéristiques ne diffèrent fortement que par la conductivité et la viscosité et, corrélativement, par le nombre de Prandtl.

Au sein de la classe des métaux liquides, les caractéristiques peuvent être très variables. Mais la conductivité thermique  $\lambda$  est toujours beaucoup plus grande que celle des fluides ordinaires et  $Pr \ll 1$ .

Les coefficients de convection des métaux liquides sont pour les mêmes surfaces d'échange et les mêmes écarts de température, beaucoup plus élevés que ceux des autres fluides ; d'où leur utilisation dans les applications qui font intervenir de très fortes densités de flux (refroidissement des réacteurs nucléaires notamment) [06].

#### I.4. Propriétés de Gallium :

Généralement, la bauxite est considérée comme la meilleure source de la production de gallium. Le Gallium est un métal liquide qui a un bas nombre Prandtl ( $Pr = 0,025$  à 300K) et a un point de fusion de 29,78°C.

Le Gallium a plusieurs propriétés qui lui donnent l'avantage, sur le silicium dans beaucoup d'applications. Ces avantages sont particulièrement appréciés dans les applications de l'optoélectronique. Le gallium arsenic (GaAs) est ainsi utilisé pour fabriquer des diodes de laser, applications pour lequel le silicium ne peut être utilisé. Le GaAs et le silicium peuvent convertir la lumière en énergie électrique, ce qui les rend utiles pour la

fabrication des photodiodes et des cellules solaires, mais le GaAs peut convertir plus de lumière disponible en énergie électrique.

Le gallium arsenic est environ dix fois plus résistant à la radiation que le silicium. Cette résistance est essentielle dans les utilisations dans l'espace où les composants sont exposés aux intenses radiations du soleil [07,08].

### **I.5. Applications aux métaux liquides :**

Quelques auteurs se sont intéressés aux problèmes de la convection naturelle dans une cavité rectangulaire contenant du métal liquide. Ces travaux étaient principalement justifiés par la nécessité de contrôler la croissance des cristaux destinés à la fabrication des semi-conducteurs ou d'améliorer le refroidissement des composants électroniques [07,09].

#### **I.5.1. Les méthodes d'élaboration des monocristaux :**

Semi-conducteur est le nom donné à un matériau caractérisé par des propriétés particulières, il s'agit d'un cristal qui conduit l'électricité mieux qu'un isolant et moins bien qu'un métal. Dans la vie quotidienne, le terme semi-conducteur évoque l'ensemble des composants, dispositifs et même des systèmes microélectroniques ou électroniques, fabriqués à partir d'éléments semi-conducteurs. Le principe des méthodes d'élaboration des monocristaux est de provoquer la solidification progressive d'une masse plus ou moins grande de métal liquide à partir d'un cristal « germe » unique [07,10].

#### **I.5.2. Refroidissement des composants électroniques :**

Dans un tout autre ordre d'idée, la miniaturisation croissante des circuits électroniques demande une dissipation de plus en plus efficace de la chaleur qui y est générée. Il s'agit en fait d'un des principaux obstacles à surmonter afin d'augmenter la puissance des ordinateurs et de l'électronique en général. Pour sa simplicité, le système de refroidissement actuellement le plus courant est la convection (naturelle ou forcée) en utilisant l'air ambiant. Un MCP

(Matériau à changement de phase), peut alors absorber une grande quantité de chaleur en fondant, ce qui en fait une alternative très intéressante pour dissiper la chaleur émanant des composants électroniques. Étant donné que le phénomène de fusion se produit à l'intérieur d'une plage de température étroite, il est alors possible de contrôler la température de ces composantes. La quantité de chaleur dissipée serait aussi de beaucoup supérieurs à ce qu'il est possible d'obtenir en refroidissant les composants électroniques par l'air ambiant. Il suffirait



donc de juxtaposer à ces composants une enceinte de MCP qui permettrait de dissiper l'énergie produite par les sources de chaleur pour un temps d'utilisation donné. Ce système est particulièrement bien adapté à l'utilisation cyclique d'équipements électroniques. Le MCP peut alors céder sa chaleur (en se ressolidifiant ) pendant la période d'inactivité [07,09].

### I.6. Synthèse bibliographique:

Il existe une quantité impressionnante de publications scientifiques portant sur l'étude de la convection naturelle dans les cavités. La plupart des études portant sur la convection naturelle dans les cavités étant en régime permanent avec des conditions aux limites constantes dans le temps (température ou flux de chaleur). Cependant, de nombreuses applications comme le refroidissement des composantes électroniques, les capteurs d'énergie solaire, le chauffage et la climatisation des habitats mettent en jeu le transfert de chaleur par convection naturelle en régime transitoire.

Quelques auteurs se sont intéressés aux problèmes de convection naturelle dans des cavités rectangulaires chauffées par des sources discrètes. Ces travaux étaient principalement justifiés par la nécessité d'améliorer le refroidissement des composantes électroniques.

**Trablsi Amal** [01] a étudié la façon, dont la chaleur se propage d'une région à une autre, sous l'influence d'une différence de température. L'objectif de notre étude consiste à étudier numériquement l'échange thermique par convection naturelle laminaire dans une cavité rectangulaire, remplie d'air, avec deux cotés partiellement actifs, pour des nombres de Grashof, allant de 103 à 105 et différents rapports d'aspect en utilisant le Fluent comme code CFD de simulation

**Djimli Samir** [02] a étudié de la convection naturelle dans une cavité rectangulaire avec FLUENT ; contenant un fluide à faible Prandtl (métal liquide) et soumise à un gradient horizontal de température. L'intérêt pour l'étude de ce problème est également son implication dans la croissance des cristaux destinés à la fabrication des semi-conducteurs. En effet, l'apparition de la convection pendant la croissance cristalline peut conduire à des inhomogénéités qui conduisent à des striations et à des défauts qui affectent la qualité des cristaux obtenus par les techniques de Bridgman et de Czochralski.

**Guestal Mabrouk** [04] On étudie numériquement la convection naturelle laminaire dans une enceinte carrée avec chauffage partiel de la paroi inférieure et refroidissement des parois latérales. Les résultats seront aussi présentés sous forme de Nombre de Nusselt local et moyen sur la paroi chauffée. Les corrélations seront mises au point pour prévoir les taux de transfert de chaleur vers l'enceinte en fonction de la longueur chauffée adimensionnelle et Ra

**Ibrir** [06] a étudié la convection naturelle dans une enceinte rectangulaire de dimension 0,091x0,063 contenant du Mercure et soumise à un gradient horizontal de température à l'aide

de code ANSYS (éléments fins). Pour plusieurs valeurs des paramètres de contrôles (Gr. Ra. A), elle a trouvée que la convection naturelle dans le Mercure est considérablement différente de celle dans les fluides à haut nombre de Prandtl (eau, air).

**Stewarl & Weinberg** [11] ont étudié expérimentalement la distribution de température et le transfert de la chaleur dans une cavité rectangulaire remplie d'étain liquide.

**Viskanta et al.** [12] ont développé un modèle numérique à trois dimensions pour la convection naturelle dans un métal liquide ( $Pr = 0,02$ ) dans une cavité et ils ont comparé leurs résultats avec des résultats expérimentaux.

**Derhail & Koster** [13] ont simulé numériquement et en 3D l'écoulement dans une cavité avec le gallium liquide comme fluide de convection. Ils ont comparé les résultats numériques obtenus aux résultats expérimentaux qu'ils ont obtenus par la technique de la radioscopie.

La convection naturelle transitoire dans une cavité carrée soumise par le bas à une variation sinusoïdale de la température a été étudiée numériquement par **Lakhal and Hasnaoui** [14] pour un nombre de Prandtl de 0,72 (air) et pour des nombres de Rayleigh variant de  $10^5$  à  $10^6$ . On y montre que si l'on s'intéresse au transfert thermique moyen, le chauffage périodique est avantageux si l'amplitude de l'excitation est grande et si l'intensité de la convection est importante.

On retrouve aussi une étude numérique et théorique de **Lage and Bejan** [15] qui ont montré que pour des nombres de Rayleigh suffisamment grands (jusqu'à  $Ra = 109$ ), que le mécanisme dominant le transfert de la chaleur est la convection naturelle et que l'écoulement a tendance à entrer en résonance avec la pulsation de la source de chaleur. Cette résonance est caractérisée par un maximum dans l'amplitude de la fluctuation du nombre de Nusselt dans le plan médian de la cavité et à la frontière froide.

Un travail a été mené par **Shigeo and Bejan** [16] afin de synthétiser les résultats expérimentaux, les quelques simulations numériques disponibles à l'époque et surtout les études analytiques. Le comportement général du nombre de Nusselt moyen en fonction du rapport de forme de l'enceinte pour différents nombres de Rayleigh a ainsi été obtenu. Les résultats expérimentaux ont effectivement démontré que l'effet du nombre de Prandtl est négligeable lorsque ce dernier est de l'ordre de l'unité ou plus. De cette synthèse, il apparaît clairement que pour un nombre de Rayleigh donné, le transfert de chaleur atteint un maximum pour un certain rapport de forme optimal. Pour  $Ra \sim 105$ , le maximum se trouve autour de A

= 1 ( $A$  représente la hauteur de l'enceinte sur sa largeur) et il se déplace vers des valeurs plus faibles du rapport de forme lorsque le nombre de Rayleigh est augmenté.

**BEGAR AMOR** [17] Le but de ce travail est donc de mener une étude numérique de la convection naturelle dans une enceinte qui comporte des sources surfaciques de chaleur. On étudiera l'influence du rapport d'aspect de l'enceinte, les valeurs et les formes (constants ou variables) des flux de chaleur débités par les sources, le nombre et la disposition des sources sur les champs thermiques, le nombre de Nusselt ainsi que sur les structures et régimes convectifs.

# Chapitre II :

## Modélisation et procédure de simulation numérique

## II.1 Les équations gouvernantes :

Les équations régissant l'écoulement sont les équations de continuité, de Navier-stocks et l'équation d'énergie, qui expriment respectivement la conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie. Pour une formulation simple du problème, nous avons considéré quelques approximations, entre autre l'approximation de Boussinesq [18]. En effet, nous supposons que l'influence de la variation de la masse volumique n'est prise en compte que par l'intermédiaire des forces volumiques, le fluide étant également Newtonien. La masse volumique du fluide varie linéairement avec la température et est donnée par la relation suivante:

$$\rho = \rho[1 - \beta(T - T^\circ)] \quad \text{II-1}$$

Les équations gouvernantes sont données respectivement par :

### L'équation de continuité :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \text{II-2}$$

Avec (u) la composante du vecteur vitesse suivant x, (v) la composante suivant y et (w) la composante suivant z, (t) le temps. x, y, z étant les coordonnées cartésiennes.

### Les équations de quantité de mouvement:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad \text{II-3}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + g\beta(T - T_0)v \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad \text{II-4}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad \text{II-5}$$

Avec p: la pression,  $\rho$ : la masse volumique et  $\nu$ : la viscosité cinématique du fluide.

### L'équation d'énergie:

$$(\rho c_p) \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho c_p) u \nabla T = \lambda \nabla^2 T \quad \text{II-6}$$

Qui peut être aussi écrite:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\lambda}{\rho c_p} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad \text{II-7}$$

Avec:

$\lambda$ : La conductivité thermique et  $C_p$ : la chaleur spécifique du fluide à pression constante.

Pour mettre les équations (II-2 à II-7) sous formes adimensionnelles, on le fait de la même manière que dans [19] qui ont introduit les variables adimensionnelles suivantes:

$$\begin{aligned} u^* &= \frac{u}{\left(\frac{\alpha}{H}\right)} & \rho^* &= \frac{\rho}{\rho\left(\frac{\alpha}{H}\right)^2} \\ x^* &= \frac{x}{H} \\ y^* &= \frac{y}{H} & z^* &= \frac{z}{H} & v^* &= \frac{v}{\left(\frac{\alpha}{H}\right)} & w^* &= \frac{w}{\left(\frac{\alpha}{H}\right)} \\ T^* &= \frac{T-T_f}{\frac{qcs}{\lambda}} & t^* &= \frac{t\alpha}{H} \end{aligned} \quad \text{II-8}$$

En introduisant les variables adimensionnelles (II-8) dans les équations de conservation, les équations gouvernantes adimensionnelles deviennent comme suit :

$$\nabla u^* = 0 \quad \text{II-9}$$

$$\frac{\partial u^*}{\partial t^*} + u^* \nabla u^* = -\nabla P^* + Pr \nabla^2 u^* \quad \text{II-10}$$

$$\frac{\partial v^*}{\partial t^*} + u^* \nabla v^* = -\nabla P^* + ARa Pr T^* + Pr \nabla^2 v^* \quad \text{II-11}$$

$$\frac{\partial T^*}{\partial t^*} + u^* \nabla T^* = \nabla^2 T^* \quad \text{II-12}$$

Où,  $U$  est le vecteur vitesse ( $u, v$ ) en 2D,  $A = H/L$  est le rapport d'aspect de la cavité. Dans les équations ci-dessus, nous notons la présence des nombres caractéristiques, à savoir le nombre de Rayleigh ( $Ra$ ) et le nombre de Prandtl ( $Pr$ ). Ces nombres adimensionnels étant définis par [19]:

$$Ra = \frac{g\beta qcs^4}{\alpha\nu\lambda} \quad \text{II-13}$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad \text{II-14}$$

## II.2 Les conditions aux limites:

Les conditions aux limites utilisées pour la configuration étudiée (Fig. II.1) sont comme suit [18]:

$$0 < y < H, x = 0 \quad u^* = v^* = 0, T^* = 0 \quad \text{II-15-a}$$

$$0 < y < H, x = L \quad u^* = v^* = 0, T^* = 0 \quad \text{II-15-b}$$

$$0 < x < L, y = H \quad u^* = v^* = 0, \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = 0 \quad \text{II-15-c}$$

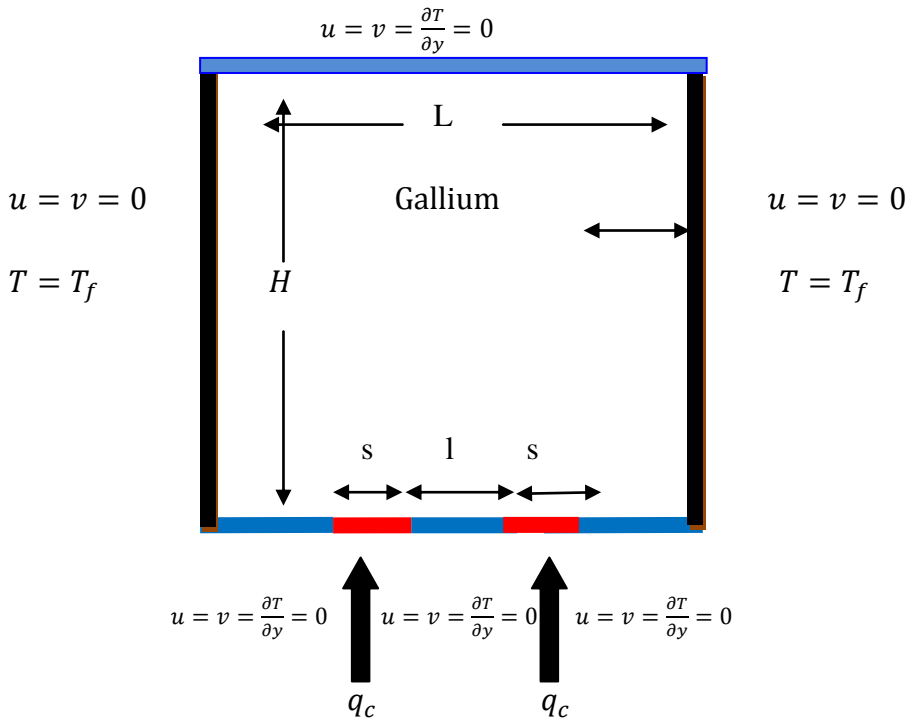
$$0 < x < l, y = 0 \quad u^* = v^* = 0, \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = 0 \quad \text{II-15-d}$$

$$l < x < l + s, y = 0 \quad u^* = v^* = 0, \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = -1 \quad \text{II-15-e}$$

$$l + s < x < 2l + s, y = 0 \quad u^* = v^* = 0, \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = 0 \quad \text{II-15-f}$$

$$2l + s < x < 2l + 2s, y = 0, u^* = v^* = 0, \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = -1 \quad \text{II-15-g}$$

$$2l + 2s < x < L, y = 0 \quad u^* = v^* = 0, \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = 0 \quad \text{II-15-h}$$



**Figure II.1:** Schéma représentant la forme de la configuration étudiée et les conditions aux limites.



### II.3. Transfert de chaleur:

Le taux du transfert de chaleur par convection est décrit par le nombre de Nusselt qui est défini comme suit [19] :

$$Nu_{local} = \frac{qcs}{\lambda(T-T_f)} \quad \text{II-16}$$

Le Nusselt moyen peut être calculé en moyennant les nombres de Nusselt locaux qui ont été calculés au niveau de tous les nœuds. Le Nusselt moyen est alors donné par la relation [19]:

$$Nu = \frac{\sum Nu_{local}}{n} \quad \text{II-17}$$

Ou n: nombre de nœuds.

### II.4. Discrétisation des équations :

La résolution des équations se fait par l'utilisation d'une méthode numérique qui fait intervenir le concept de discrétisation. Le résultat de la discrétisation des équations différentielles de transport étant un système d'équations algébriques non linéaires qui décrivent les propriétés discrètes du fluide au niveau des nœuds dans le domaine de résolution. Il existe plusieurs méthodes numériques de discrétisation des équations différentielles aux dérivées partielles, à savoir :

- la méthode des éléments finis.
- la méthode des différences finies.
- la méthode des volumes finis.

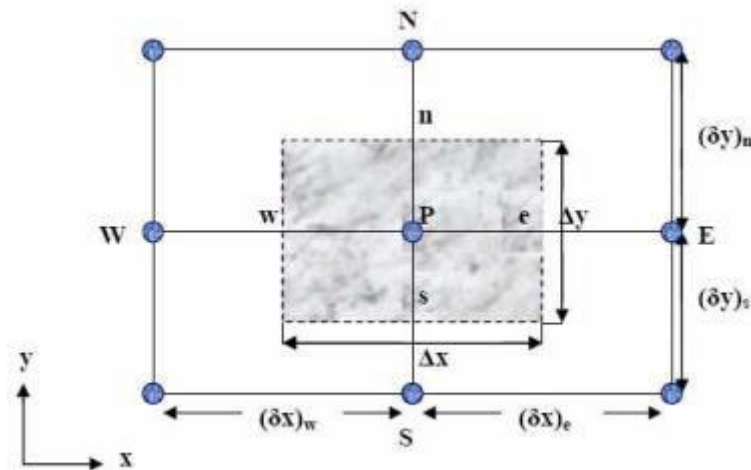
Dans la présente étude, on utilisera la méthode des volumes finis avec des volumes de contrôle quadrilatéraux et le couplage vitesse pression est calculé selon l'algorithme SIMPLER développé par Spalding and Patankar [20].

#### II.4.1. Rappels sur la méthode des volumes finis :

En utilisant cette méthode, le domaine de calcul est divisé en un nombre fini de sous domaines élémentaires appelés volumes de contrôle. La méthode des volumes finis consiste à intégrer les équations aux dérivées partielles sur chaque volume de contrôle. Chacun de ces derniers englobe un nœud dit nœud principal, comme indiqué dans la Figure II.2.

La méthode des volumes finis, comporte essentiellement:

- la discrétisation du domaine considéré en volumes de contrôles.
- la formulation intégrale des équations différentielles aux dérivées partielles.
- le modèle doit être stable et convergent.



**Figure II.2 :** volume de contrôle bidimensionnel

#### II.4.2. Maillage :

C'est la subdivision du domaine d'étude en grilles longitudinales et transversales dont les intersections représentent les nœuds, où on trouve la variable ( $p$ ) et les composantes ( $u$  et  $v$ ) du vecteur vitesse. La discrétisation du domaine est obtenue par un maillage constitué d'un réseau de nœuds. Les grandeurs scalaires qui sont la pression et la température sont stockées au niveau du nœud ( $P$ ) du maillage, tandis que les grandeurs vectorielles ( $u$ ,  $v$ ) sont stockées aux milieux des segments reliant les nœuds. L'équation générale du transport est intégrée sur le volume de contrôle associé aux variables scalaires et les équations de quantité de mouvement sont intégrées sur les volumes de contrôle associés aux composantes de vitesse. Le volume de contrôle de la composante ( $u$ ) est décalé suivant la direction ( $x$ ) par rapport au volume de contrôle principal, celui de la composante ( $v$ ) est décalé suivant la direction  $y$ .

La construction des volumes de contrôle ainsi que le maillage décalé sont montrés dans le schéma suivant :

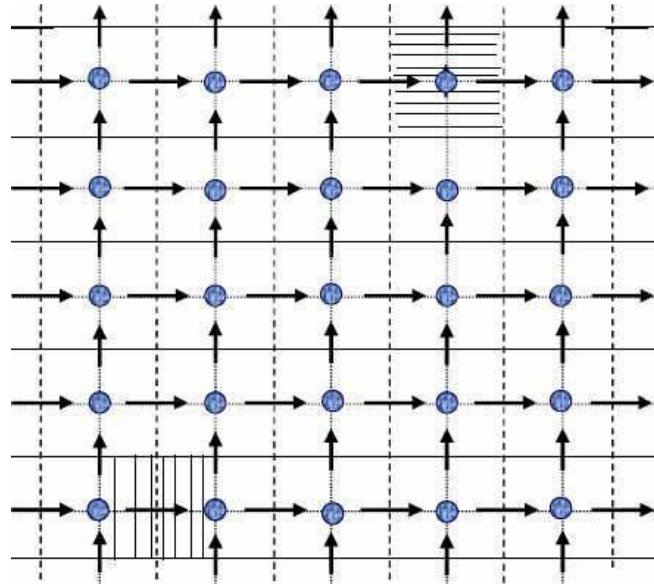


Figure II.3: Schéma du maillage décalé.

**II.4.3. La discrétisation :**

Les équations de conservation présentées dans ce chapitre peuvent être mises sous une forme commune, ce qui permet d'éviter la répétition du travail de discrétisation pour chaque équation. Ainsi, si on note  $\phi$  la variable étudiée, chacune des équations peut être réduite à une seule équation générale, en coordonnées cartésiennes selon la forme [21]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \sum_j \frac{\partial u_j \phi}{\partial x_j} + = \sum_{j=1} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) + S_{\phi} \tag{II-18}$$

Nous venons de voir que pour chaque variable,  $\phi$ , l'équation de transport s'écrit dans le cas instationnaire, bidimensionnel comme suit:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u \frac{\partial \phi}{\partial x} + v \frac{\partial \phi}{\partial y} = \Gamma_{\phi x} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \Gamma_{\phi y} \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + S_{\phi} \tag{II-19}$$

Où  $\phi$  est la propriété transport,  $\Gamma_{\phi}$  indique le coefficient de diffusion et  $S_{\phi}$  le terme source. Tous ces termes sont listés dans le tableau suivant :

Grandeur transportée	$\varphi$	$\Gamma\varphi$	$S\varphi$
Conservation de masse	1	0	0
Quantité de mouvement selon x	$u$	Pr	$-\frac{\partial P}{\partial x}$
Quantité de mouvement selon y	$V$	Pr	$-\frac{\partial P}{\partial y} + RaPr(T - T_f)$
Energie	T	1	0

Cette équation (II.19) est discrétisée et le système d'équations aux dérivées partielles est résolu pour chaque valeur de  $\varphi$ . Le système prend alors la forme d'une équation très condensée. L'équation (II.19) peut être ainsi écrite sous la forme :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(J_x) + \frac{\partial}{\partial y}(J_y) = S_\varphi \tag{II-20}$$

avec:

$$J_x = u\varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x}$$

$$J_y = v\varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial y} \tag{II-21}$$

$J_x, J_y$  Sont les flux totaux (convection et diffusion) par unité de surface selon (x) et (y).

La discrétisation consiste à transformer l'équation différentielle de transport en un système d'équations algébriques. L'équation (II.20) est intégrée sur le volume de contrôle entre deux temps successifs  $t$  et  $t + \Delta t$ .

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial \varphi}{\partial t} dx dy dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \left(\frac{\partial}{\partial x}(J_x)\right) dx dy dt = \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e S_\varphi dx dy dt \tag{II-22}$$

Pour pouvoir approximer l'équation sous forme algébrique, on considère les hypothèses suivantes :

- la variable générale  $\varphi$  varie linéairement entre les nœuds principaux dans les deux directions.
- le terme source est uniforme sur le volume de contrôle.

**II.4.4. Intégration du flux total :**

L'intégration du terme convectif et diffusif (terme II de l'équation (II-22)) entre  $t$  et  $t + \Delta t$  pour tout le volume de contrôle est donnée par:

$$\Pi = \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \left( \frac{\partial}{\partial x} (J_x) \right) dx dy dt \tag{II-23}$$

$$\Pi = \int_t^{t+\Delta t} \left[ \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} (J_x) dx dy + \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial y} (J_y) dx dy \right] dt \tag{II-24}$$

$$\Pi = [(J_x)_e - (J_x)_w] \int_s^n dy + (J_y)_n - (J_y)_s \int_w^e dx \Delta t \tag{II-25}$$

$$\Pi = (J_x)_e \Delta y \Delta t - (J_x)_w \Delta y \Delta t + (J_y)_n \Delta x \Delta t - (J_y)_s \Delta x \Delta t \tag{II-26}$$

Si on pose :

$$J_e = (J_x) \Delta y \qquad J_n = (J_y) \Delta x$$

$$J_w = (J_x) \Delta y \qquad J_s = (J_y) \Delta x$$

Donc l'expression du terme II devient :

$$\Pi = (J_e - J_w - J_n - J_s) \Delta t$$

II-27

**II.4.5. Intégration du terme source :**

L'intégration du terme source (terme III de l'équation (II.22)) entre  $t$  et  $t + \Delta t$  pour tout le volume de contrôle est donnée par :

$$II = \int_t^{t+\Delta t} S_\phi \int_s^n \int_w^e dx dy dt = S_\phi \Delta x \Delta y \Delta t \tag{II-28}$$

Où  $S_\phi$  est la valeur moyenne du terme source sur ce volume de contrôle. Quand le terme source dépend de la variable dépendante, cette dépendance doit être exprimée par une relation linéaire, ce qui permettra d'utiliser les méthodes de résolution des systèmes linéaires.

**II.4.6. Discrétisation temporelle :**

Dans l'équation (II.22), le terme de dérivée temporelle (I) est intégré entre les instants  $t$  et  $t + \Delta t$  pour tout le volume de contrôle :

$$II = \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial \phi}{\partial t} dt \int_s^n \int_w^e dx dy = (\phi_p^1 - \phi_p^0) \Delta x \Delta y \quad II-29$$

Les exposants 0 et 1 indiquant les temps  $t$  et  $t + \Delta t$ .

(i = E, W, S, N) varie entre les instants  $t$  et  $t + \Delta t$ .

$$\int \phi_i dt = (f\phi_i^1 + (1-f)\phi_i^0)\Delta t$$

Où  $f$  est un facteur compris entre 0 et 1.

#### II.4.7 Schéma hybride (HDS) :

Ce schéma est la combinaison des deux schémas (Centré et Upwind) [22]. L'intégration de l'équation générale de transport (II.18) donne :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S - S_P \Delta x \Delta y; b = S_C \Delta x \Delta y \quad II-30$$

$$a_W = \max(-F'_e, D_e - \frac{F'_e}{2})$$

$$a_W = \max(F'_w, D_w + \frac{F'_w}{2})$$

$$a_N = \max\left(-F'_N, D_N - \frac{F'_e}{2}\right)$$

$$a_S = \max(F'_S, D_S + \frac{F'_S}{2})$$

$$F'_e = u_e \Delta y, F'_w = u_w \Delta y, F'_S = u_S \Delta x, F'_N = u_N \Delta x$$

$$D_e = \frac{\Gamma_e \Delta y}{\partial x_e}, D_w = \frac{\Gamma_w \Delta y}{\partial x_w}, D_n = \frac{\Gamma_n \Delta y}{\partial x_n}, D_s = \frac{\Gamma_s \Delta y}{\partial x_s}$$

#### II.5. Procédure de résolution :

Le résultat de la discrétisation des équations différentielles de transport est un ensemble d'équations algébriques non linéaires. Si on divise le domaine de calcul en 50 intervalles selon (x) et en 50 intervalles selon (y), on aura un système de 50x50 équations algébriques non linéaires pour chaque variable considérée. Rappelons que les variables  $\phi$  dans notre problème sont la température (T) et les deux composantes de la vitesse (u et v). Un problème cependant subsiste du fait qu'il n'existe pas d'équation qui permet d'avoir directement le champ de pression. Il faut donc avoir recours à une méthode itérative, pour cela on utilise un algorithme de correction de pression appelé SIMPLER.

**II.5.1. Equation algébrique de pression :**

Lorsque le champ de pression est connu, le champ de vitesse est obtenu directement par la résolution des équations de quantité de mouvement. Dans le cas où ce champ est inconnu, l'établissement d'une équation de pression est nécessaire. Dans l'équation de mouvement, le terme  $\phi$  représente les composantes de la vitesse (u et v) qui doivent satisfaire l'équation de continuité. Le but est de trouver le champ de pression correct sur le volume de contrôle.

L'intégration de l'équation générale de transport pour (u) et (v) sur les deux volumes de contrôle spécifiques aux composantes de vitesse donne les équations suivantes [21]:

$$a_e u_e = \sum_i a_i u_i + A_e (P_P - P_E) + b_e$$

$$a_n u_n = \sum_i a_i u_i + A_n (P_P - P_N) + b_v$$

avec :

$b_e$  et  $b_v$  qui contiennent tous les termes source de l'équation sauf celui de pression. Le terme  $A_i (P_P - P_E)$  représente les forces de pression et  $A_i$  représente les faces  $i = (e, w, n, s)$ . L'étape de prédiction consiste à donner un champ de pression  $P^*$  pour obtenir des valeurs estimées de la vitesse  $u^*$  et  $v^*$  à partir des équations suivantes :

$$a_e u_e^* = \sum_i a_i u_i^* + A_e (P_P^* - P_E^*)$$

$$a_n v_n^* = \sum_i a_j v_j^* + A_n (P_P^* - P_n^*) \tag{II-32}$$

En général, les valeurs obtenues des vitesses ne vérifient pas l'équation de continuité, c'est pourquoi on corrige la pression estimée  $P^*$  par  $P'$  qui est donnée par :

$$P = P^* + P' \tag{II-33}$$

De même pour les composantes de la vitesse

$$u = u^* + u'$$

$$v = v^* + v' \tag{II-34}$$

Où  $P', u'$  et  $v'$  sont les corrections de la pression et des vitesses.

$$u_i = u_i^* + u'_i \quad \text{avec } i = (e, w)$$

$$v_i = v_i^* + v \quad \text{avec } i = (e, w) \quad \text{II-35}$$

si on retranche les équations des valeurs estimées de celles des valeurs corrigées, on trouve:

$$a_e u'_e = \sum_i a_i u'_i + A_e (P'_P - P'_E)$$

$$a_n v'_n = \sum_i a_j v'_j + A_j (P'_P - P'_n) \quad \text{II-36}$$

D'autre part, on néglige les termes  $\sum a_i u'_i$  et  $\sum a_j v'_j$  par rapport aux termes de pression, alors les équations (II-36) deviennent respectivement :

$$u_e = d_e (P'_P - P'_E)$$

$$v_n = d_n (P'_P - P'_n) \quad \text{II-37}$$

Avec:

$$d_e = \frac{A_e}{a_e}$$

Et

$$d_n = \frac{A_n}{a_n}$$

Les champs de vitesse seront corrigés par les équations suivantes :

$$u_e = u'_e + d_e (P'_P - P'_E)$$

$$v_n = v'_n + d_n (P'_P - P'_E) \quad \text{II-38}$$

Maintenant pour trouver la discrétisation de  $P'$  (équation de correction de pression), il suffit d'écrire l'équation de continuité comme une équation de correction de pression. L'équation de continuité discrétisée pour un volume de contrôle s'écrit :

$$(u_e - u_w) \Delta y + (v_n - v_s) \Delta x = 0 \quad \text{II-39}$$

L'introduction des expressions II.34 et II.35 nous donne :

$$a_p p'_p = a_E p'_E + a_W p'_W + a_N p'_N + a_S p'_S + b \quad \text{II-40}$$



Avec:

$$a_E = d_e \Delta y, \quad a_W = d_w \Delta y, \quad a_N = d_n \Delta x, \quad a_S = d_s \Delta x$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S \quad b = (u_w^* - u_e^*) \Delta y + (v_s^* - v_e^*) \Delta x$$

Les équations II.32 peuvent être alors écrites sous la forme :

$$u_e = u_e'' + d_e (P_p - P_E)$$

$$v_e = v_e'' + d_n (P_p - P_N) \quad \text{II-41}$$

Les pseudo vitesse  $u_e''$  et  $v_n''$  sont définies par les expressions suivantes :

$$u_e'' = \frac{\sum a_i u_i + b_u}{a_e}$$

$$v_n'' = \frac{\sum a_j v_j + b_v}{a_n} \quad \text{II-42}$$

L'introduction des équations (II-39) dans l'équation de continuité discrétisée (II-39) permet d'obtenir une équation de pression analogue à l'équation de correction de pression (II-41) qui s'écrit sous la forme :

$$a_P P_P = a_E P_E + a_W P_W + a_N P_N + a_S P_S + b \quad \text{II-43}$$

Avec:

$$a_E = d_e \Delta y, \quad a_W = d_w \Delta y, \quad a_N = d_n \Delta x, \quad a_S = d_s \Delta x$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S$$

$$b = (u_w'' - u_e'') \Delta y + (v_s'' - v_n'')$$

### II.5.2 Algorithme SIMPLER :

L'algorithme SIMPLER est une procédure avec laquelle il nous sera possible de tirer des champs de pression et de vitesse vérifiant à la fois les équations de quantité de mouvement et celle de continuité. Cet algorithme résume la résolution du problème posé dans les séquences suivantes [21]:

- Estimer un champ de vitesse.

- Calcul des coefficients pour les équations du mouvement et détermination des pseudo vitesses  $u''$  et  $v''$ .
- Calcul des coefficients pour l'équation de pression et obtention de la pression.
- Considération du champ de pression (p) comme un champ estimé (p\*).
- Résoudre les équations de mouvement pour obtenir les vitesses  $u^*$  et  $v^*$ .
- Calcul du terme (b) de l'équation de correction de pression.
- Résoudre l'équation de pression pour obtenir la correction  $P''$ .
- Correction des valeurs des vitesses.

Cette succession d'opérations est reprise et se poursuit jusqu'à la convergence des différentes grandeurs calculées.

**II.5.3. Résolution des équations :**

Une fois les équations algébriques, décrivant l'évolution des variables de l'écoulement dans le domaine de calcul, établies, une méthode numérique de résolution est choisie en fonction du type de ces équations et en considérant la notation indicielle qui est utilisée pour faciliter la programmation des étapes de calcul. La forme de l'équation de discrétisation de l'équation générale de transport sous la nouvelle notation est alors :

$$A_{P(i,j)} \phi_{i,j} = A_{E(i,j)} \phi_{(i+1,j)} + A_{W(i,j)} \phi_{(i-1,j)} + A_{N(i,j)} \phi_{(i,j-1)} + A_{S(i,j)} \phi_{(i,j+1)} + S_{(i,j)} \quad \text{II-44}$$

$$1 \leq i \leq n \text{ et } 1 \leq j \leq m$$

Les coefficients de cette équation sont des variables de transport. Une méthode de résolution itérative doit être utilisée à cause de la non-linéarité. Le système (II-44) est écrit sous la forme matricielle suivante :

$$[A]\{\phi\} = \{S\} \quad \text{II-45}$$

La matrice A est une matrice carrée. Pour la résolution de cette matrice on utilise la méthode des approximations successives qui est brièvement décrite ci-dessous.

**II.5.3.1. La méthode des approximations successives :**

Lorsque le nombre des inconnues d'un système linéaire est élevé, il devient beaucoup plus commode de trouver la résolution du ce système par des méthodes numériques

approchées. L'une d'elles est la méthode des approximations successives dite aussi méthode des itérations [22].

Soit le système (II-44) avec la forme matricielle (II-45), supposant que les coefficients *diagonaux*  $\varphi(i, i)$  ( $i = 1, 2, 3, 4, 5, \dots, n$ ) sont différents de zéro. On résout la première équation du système (II-44) par rapport à  $\varphi(1,1)$  la deuxième par rapport à  $\varphi(2,2)$  et on obtient le système équivalent :

$$\begin{aligned} \varphi_{(1,1)} &= c_{(1,2)}\varphi_{(1,2)} + c_{(1,3)}\varphi_{(1,3)} + c_{(1,4)}\varphi_{(1,4)} + \dots + c_{(1,m)}\varphi_{(1,m)} + h_{(1,1)} \\ \varphi_{(2,2)} &= c_{(2,1)}\varphi_{(2,1)} + c_{(2,3)}\varphi_{(2,3)} + c_{(2,4)}\varphi_{(2,4)} + \dots + c_{(2,jl)}\varphi_{(2,m)} + h_{(2,2)} \\ \varphi_{(n,m)} &= c_{(n,1)}\varphi_{(n,1)} + c_{(n,2)}\varphi_{(n,2)} + c_{(n,3)}\varphi_{(n,3)} + \dots + c_{(n,m)}\varphi_{(n,m)} + h_{(n,m)} \end{aligned} \quad \text{II.46}$$

$$C_{(i,j)} = \frac{A_{r(i,j)}}{A_{p(i,j)}}$$

$$h_{(i,j)} = \frac{S_{i,j}}{A_{p(i,j)}}$$

La forme générale de la matrice est :

$$\varphi = h + c \times \varphi \quad \text{II-47}$$

Cherchons la solution du système (II-45) par la méthode des approximations successives. Prenons par exemple pour approximation initiale la colonne des termes constants

$\varphi^{(0)} = h$  Puis construisons successivement les matrices colonnes.

$$\varphi^{(1)} = h + c\varphi^{(0)}$$

$$\varphi^{(21)} = h + c\varphi^{(1)}$$

.....

$$\varphi^{(k+11)} = h + c\varphi^{(k)} \quad \text{II-48}$$

Avec :

$\varphi^1$  La première approximation.

$\varphi^2$  La deuxième approximation.

$\varphi^{k+1}$  La  $(k+1)^{\text{ème}}$  approximation.

Pour estimer l'erreur des approximations du processus itératif on utilise les formules suivantes:

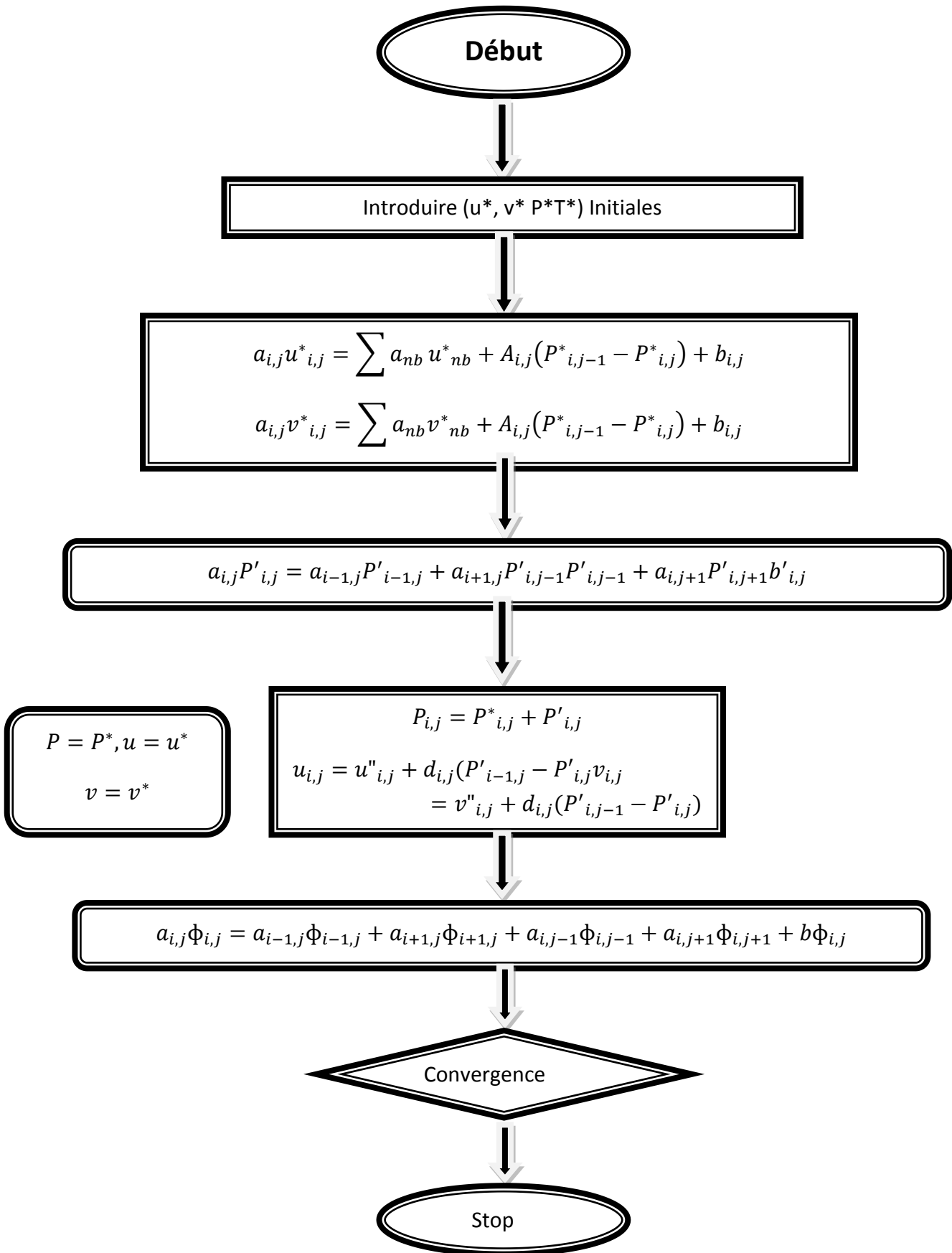
$$\|\varphi - \varphi^{(k)}\| \leq \frac{\|c\|}{1-\|c\|} \|\varphi^{(k)} - \varphi^{(k-1)}\| \quad \text{II49}$$

Dans ce cas, si au cours du calcul il s'avère que :

$$\|\varphi - \varphi^{(k)}\| \leq \frac{\|c\|}{1-\|c\|} \|e\|, \text{ OÙ } (e) \text{ est la précision voulue, alors } \|\varphi - \varphi^{(k)}\| \leq e$$

$$\varphi_{(i,j)} - \varphi_{i,j}^k \leq e \quad (i=1,2,3,4,\dots,n), (j=1,2,3,4,\dots,m) \quad [22].$$

II.6. Organigramme :



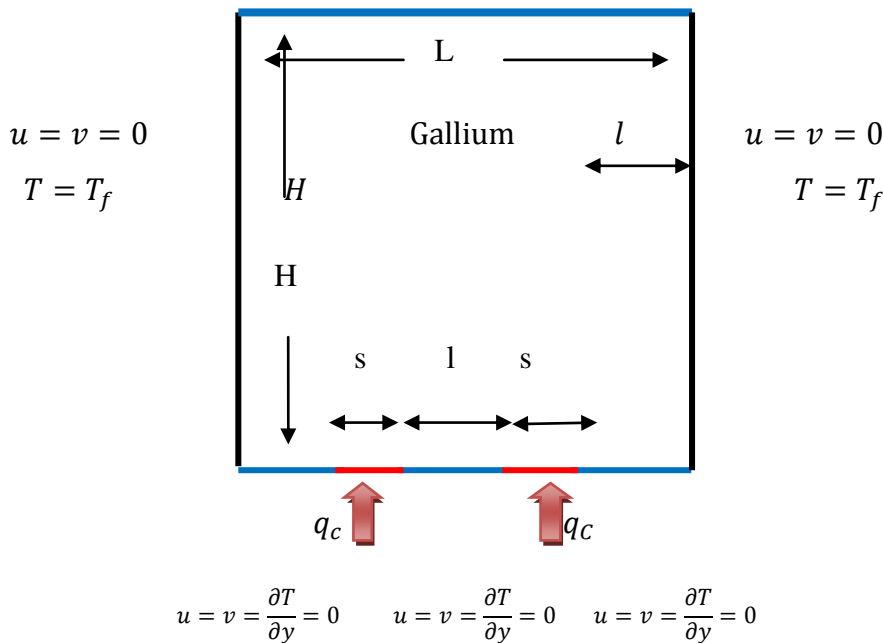
# Chapitre III :

## Résultat numérique

### II.1. Problématique:

La configuration étudiée est représentée sur la figure III-1. Il s'agit d'une cavité contenant du gallium. Les parois horizontales de la cavité sont considérées comme adiabatiques sauf au niveau des sources de chaleur. En effet, la paroi horizontale inférieure pouvant être chauffée localement par deux ou trois sources de chaleur. Les sources de chaleur pouvant débiter des flux de chaleur qui sont constants ( $q_c = 3,5 \text{ W/m}^2$ ). Les parois verticales sont quant à elles maintenues à une température  $T_f$ , qui est constante. Le modèle mathématique utilisé ainsi que la procédure de simulation numérique ayant été décrits en détails dans le chapitre précédent.

$$u = v = \frac{\partial T}{\partial y} = 0$$



**Figure III-1:** Schéma représentant la cavité et les conditions aux limites. Cas de deux sources de chaleur.

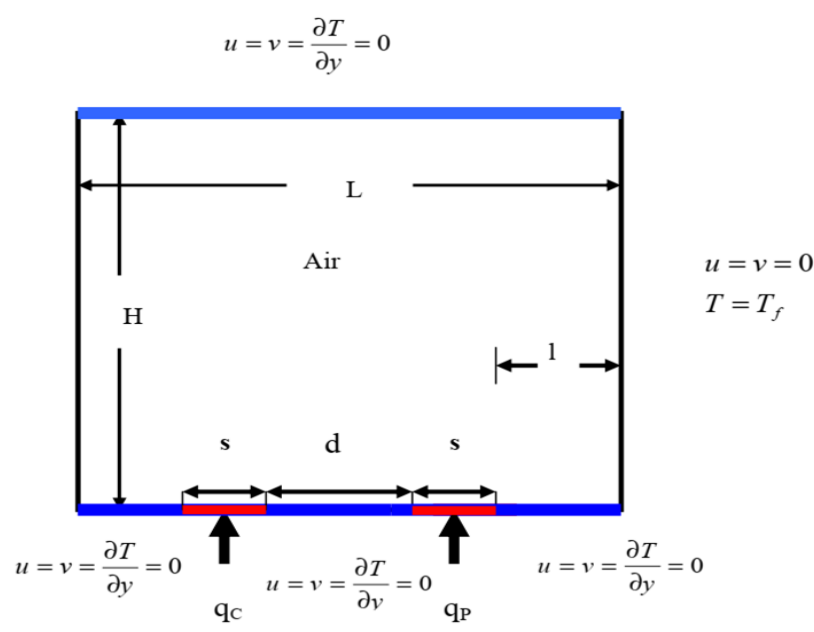
Les équations gouvernantes étant respectivement l'équation de continuité, celles de Navier-stokes et d'énergie qui sont discrétisées par la méthode des volumes finis en utilisant un schéma hybride et par la suite résolues avec l'algorithme Simpler [21] et la méthode des approximations successives [22]. Pour notre travail, un maillage uniforme de  $50 \times 50$  mailles a été utilisé. Le nombre de 2500 mailles a été choisi parce qu'on a mené une étude préliminaire avec plusieurs maillages et on

a trouvé qu'à partir de ce nombre, il n'y a plus de variation des résultats obtenus; de plus ce nombre a été utilisé par d'autres auteurs [23] qui ont jugé qu'il est largement suffisant pour l'étude envisagée.

Le pas de temps utilisé étant de  $10^{-2}$  secondes entre deux itérations successives. Le programme de simulation numérique a été développé en utilisant le langage Fortran 6.0. La restitution des champs de température et vitesse obtenus a été réalisée en utilisant le logiciel TECPLOT. Dans la première partie de ce chapitre, on a considéré des sources de chaleur avec des flux constants dans le temps.

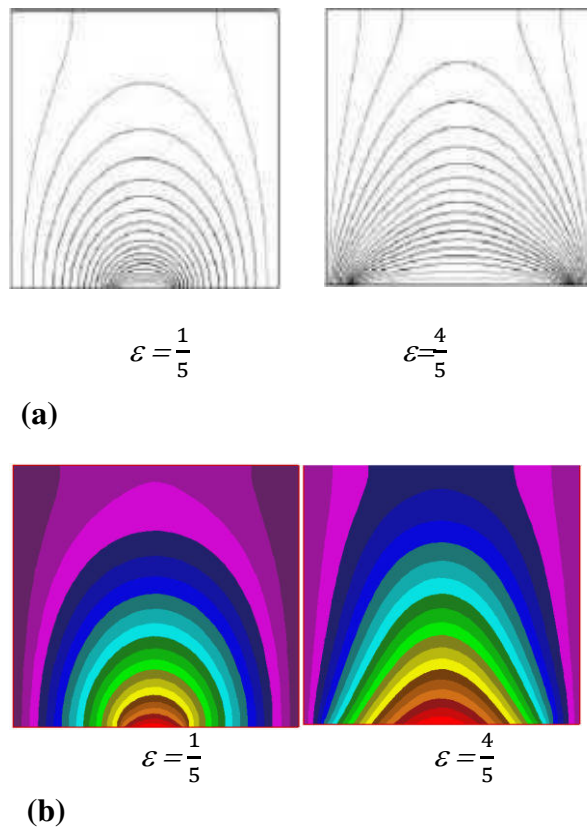
### III.2. Validation :

La première étape consiste à valider notre simulation numérique en comparant nos résultats avec ceux publiés par d'autres auteurs. Pour cela on a gardé les mêmes conditions que B. Calcagni et al. [23] (fluide de convection: air dans une géométrie carrée de dimensions  $(0.050 \times 0.05)$  m) avec une source de chaleur localisée au centre de la paroi horizontale inférieure (Fig. III.1). Les mêmes nombres de Rayleigh (Ra) que dans [23] ainsi que les mêmes  $\varepsilon$  (qui est le rapport entre la longueur de la source de chaleur par rapport à la longueur totale de la paroi horizontale inférieure) ont été également considérés. Calcagni et al. [23] ont obtenu leurs résultats numériques en utilisant le code Fluent .



**Figure III-2:** Schéma représentant la cavité et les conditions aux limites. Cas de deux sources de chaleur



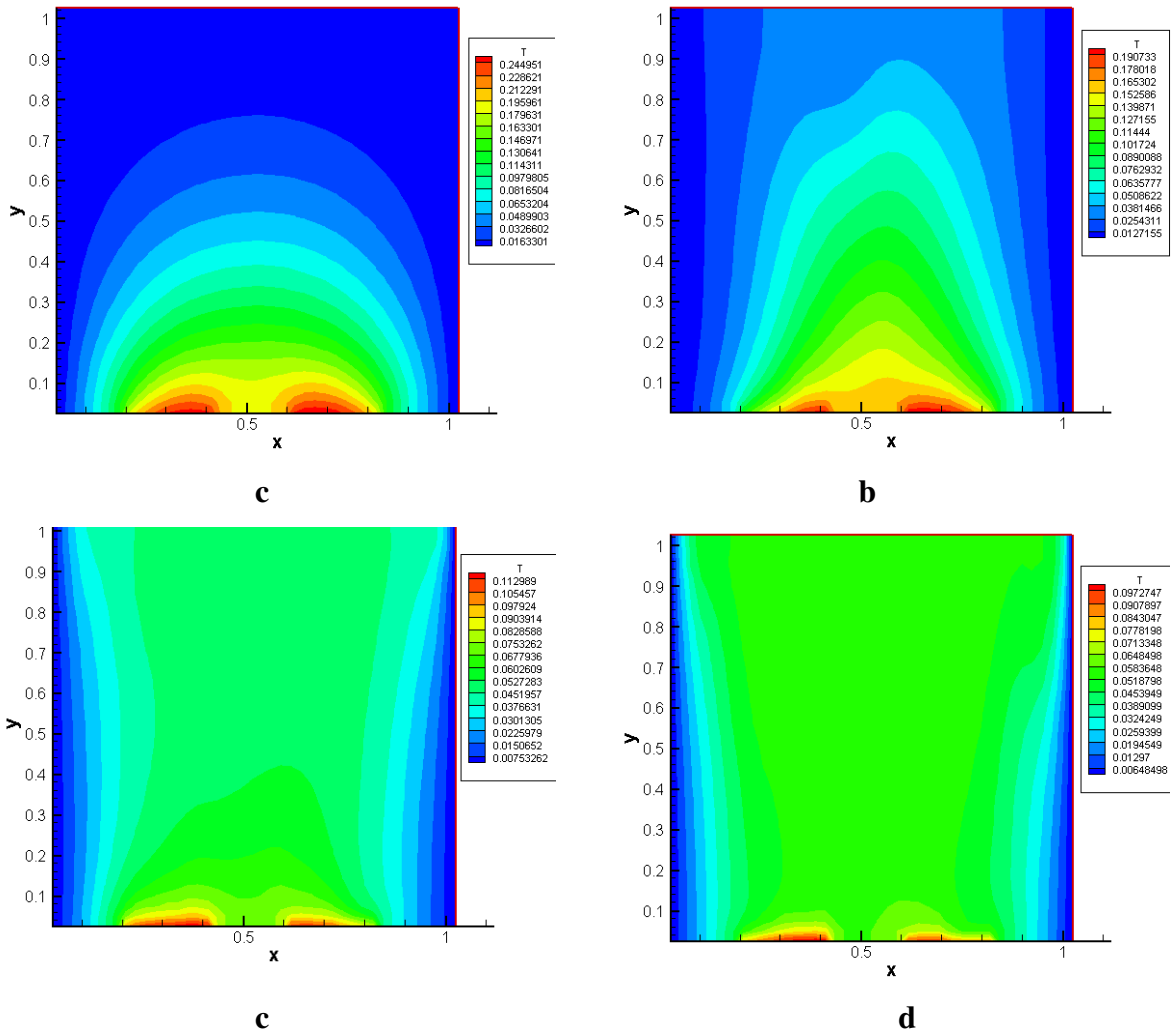


**Figure III.3 :** Champs de température pour  $Ra=10^3$  et différentes valeurs de  $\varepsilon$  .(a) résultats numériques dans [23], (b) nos résultats numériques

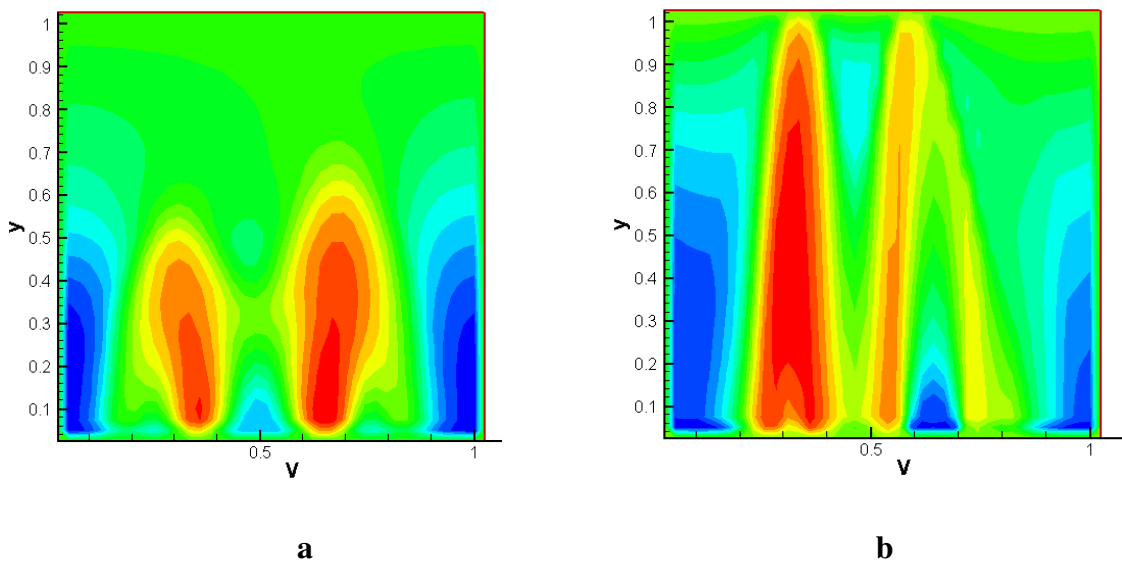
### III.3. Cas de deux sources de chaleur :

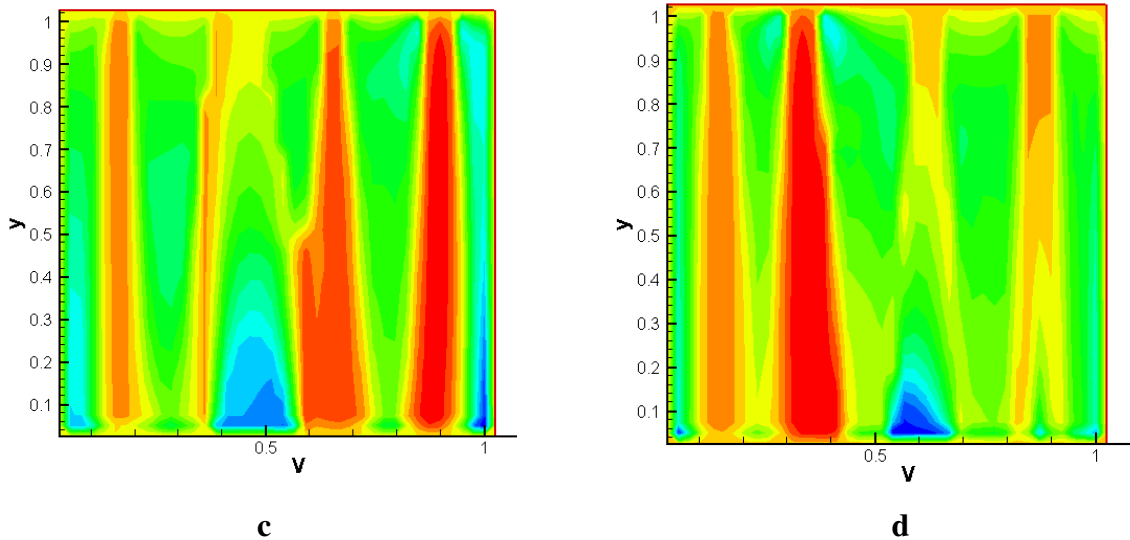
#### III.3.1. Influence du nombre de Rayleigh:

Les champs de température obtenus dans une cavité carrée (de dimensions 5cmx5cm) et contenant deux sources de chaleur localisée au centre de la paroi inférieure et de longueur 1 cm, sont montrés dans la figure (III.4) et ce pour un nombre de  $Ra$  allant de  $10^4$  à  $10^6$ . La figure (III.5) représente les champs de vitesse pour les mêmes conditions.



**Figure III.4:** Champs de température pour différents Ra. (a) :  $Ra = 10^4$ , (b) :  $Ra = 10^5$ ,  
(c) :  $Ra = 5 \times 10^5$ , (d) :  $Ra = 10^6$





**Figure III. 5:** Champs de vitesse pour différents Ra. (a):  $Ra = 10^4$ , (b) :  $Ra = 10^5$ ,  
(c):  $Ra = 5 \times 10^5$  (d) :  $Ra = 10^6$

Le nombre de Nu local est tracé en fonction de x dans la figure (III.6) pour un nombre de Ra allant de  $10^4$  à  $10^6$ , et on peut remarquer que le nombre de Nu est à son minimum au niveau du centre de la source et ce pour toutes les valeurs de Ra considérées et cette valeur minimale croit lorsqu'on fait croître le nombre de Rayleigh. On déduit également les équations qui représentent des corrélations entre le nombre de Nusselt local et ce en fonction de x (pour Ra allant de  $10^4$  à  $10^6$ ).

$$Ra=10^6 \quad \ll Nu \gg = 529,29x^6 - 1316x^5 + 1211,6x^4 - 507,29x^3 + 99,41x^2 - 12,376x + 11,677 \quad (III-1)$$

$$R^2 = 0,9996$$

$$Ra=5 \times 10^5 \quad \ll Nu \gg = 124,28x^5 - 243,75x^4 + 160,69x^3 - 38,681x^2 + 0,6726x + 9,2009 \quad (III-2)$$

$$R^2 = 0,9947$$

$$Ra=10^5 \quad \ll Nu \gg = 6,7444x^2 - 9,0735x + 8,2833 \quad (III-3)$$

$$R^2 = 0,9645$$

$$Ra=10^4 \quad \ll Nu \gg = 3,7701x^2 - 4,0035x + 4,9011 \quad (III-4)$$

$$R^2 = 0,8938$$

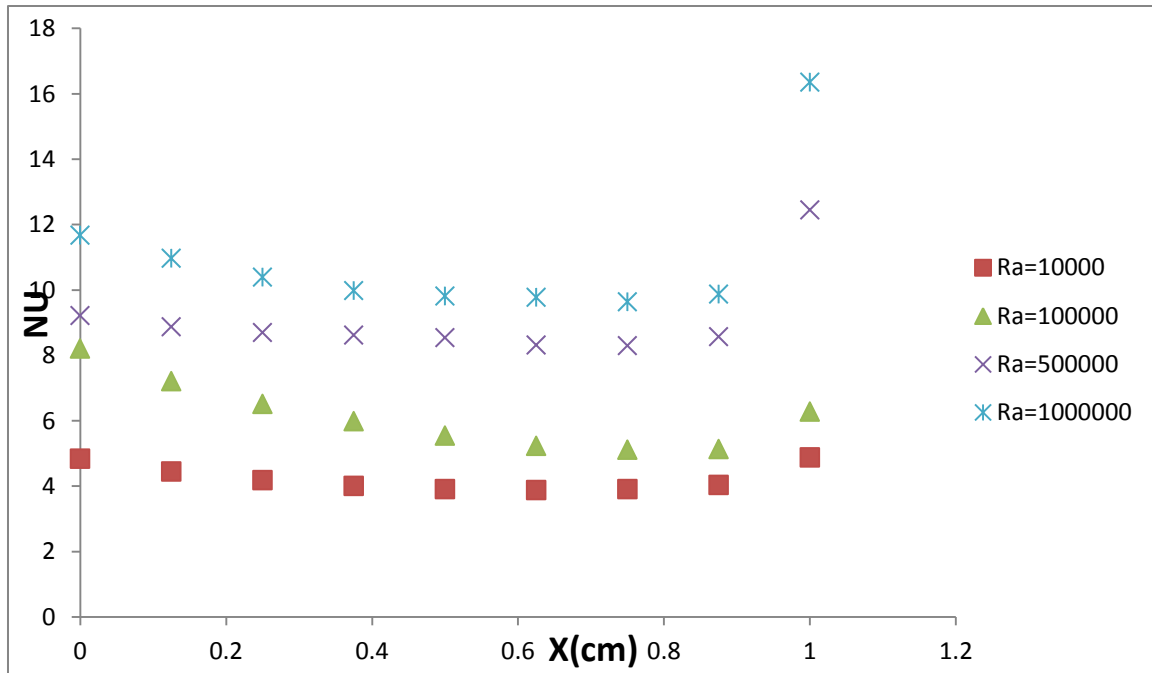
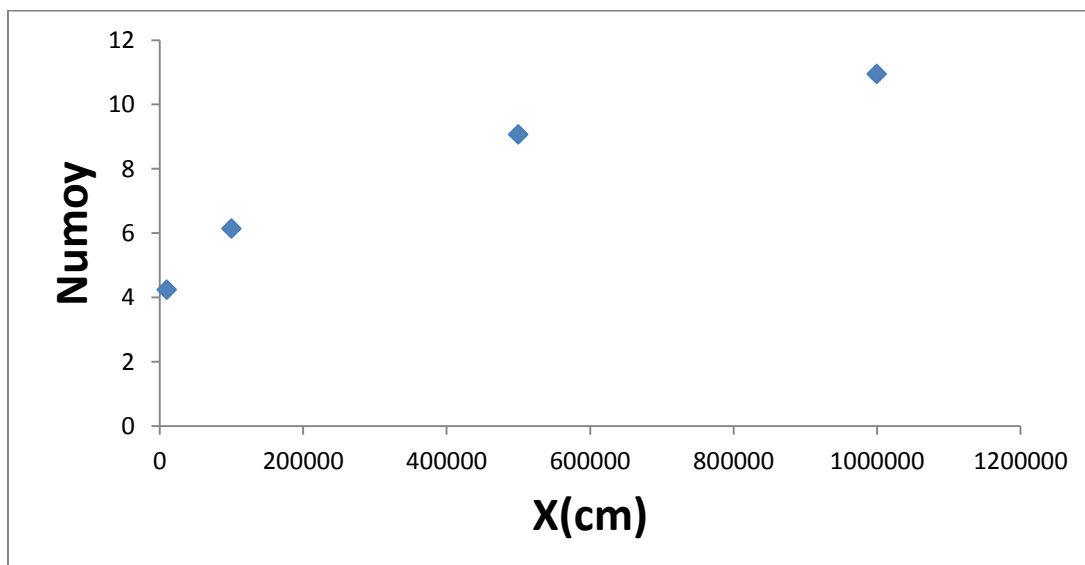


Figure III.6: Nombre de Nusselt local au niveau de la source de chaleur en fonction de (x) pour différents Ra.

Le nombre de Nusselt moyen,  $\langle Nu \rangle$ , est tracé en fonction de (Ra) dans la figure (III.7). Ce graphe montre que le Nusselt moyen croit lorsqu'on fait croître Ra et à partir de la courbe de la figure (III.7) on déduit l'équation qui représente la corrélation (III-5) entre le nombre de Nusselt moyen et le nombre de Rayleigh (Ra allant de  $10^4$  à  $10^6$ ).

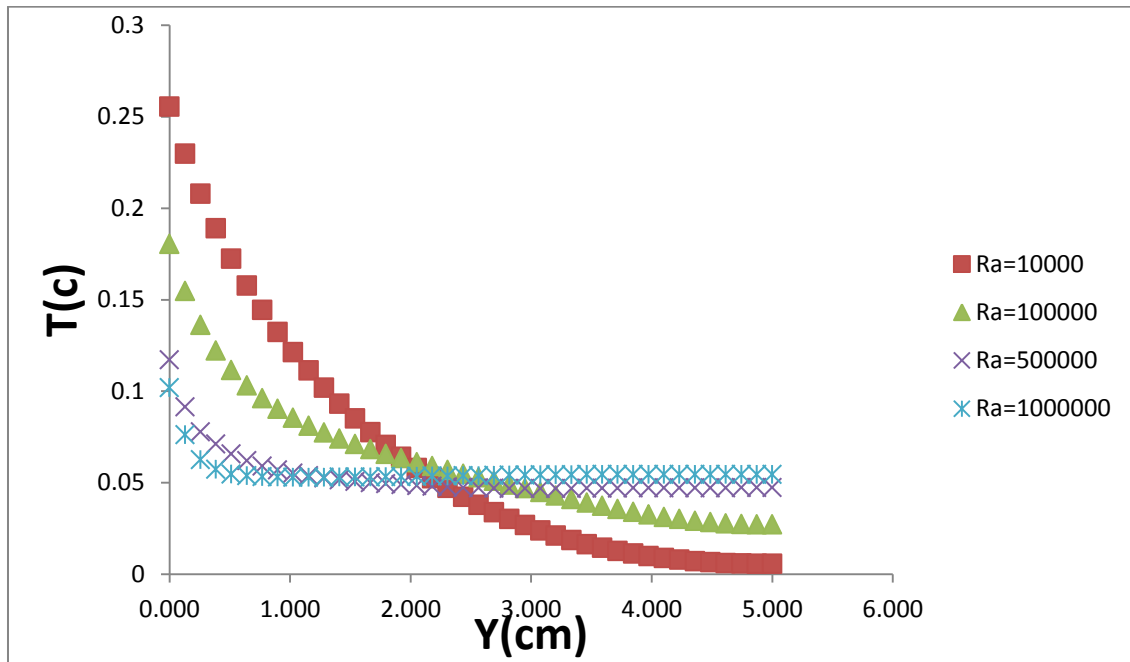
$$\langle Nu \rangle = 2E-17x^3 - 4E-11x^2 + 3E-05x + 3,983 \tag{III-5}$$

avec  $R^2 = 1$



**Figure III.7 :** Nombre de Nusselt moyen en fonction de Ra.

La figure (III.8) représente la variation de la température au sein de la cavité en fonction de la coordonnée (y) et ce pour  $x = 1,5$  cm et différents Ra. La température est à sa plus grande valeur près de la limite inférieure de la cavité ( $y = 0$ ) et elle diminue jusqu'à ce qu'elle atteigne sa valeur la plus faible au niveau de la limite supérieure de la cavité ( $y = 5$  cm).

**Figure III.8:** Température en fonction de (y) pour  $x = 1,5$  cm et différents Ra.

### III. 3.2. Influence de la position de la source de chaleur:

Pour l'étude précédente on a gardé la même position de la source de chaleur et on a considéré l'influence de la variation de Ra et du rapport d'aspect. L'influence de la variation de la position de source de chaleur sur l'écoulement et le transfert de chaleur est étudiée dans ce qui suit. Les champs de température montrés dans les figures (III.9), (III.10) correspondent à des ( $Ra$ ) allant de  $10^4$  à  $10^6$  et ce pour différentes positions de la source de chaleur.

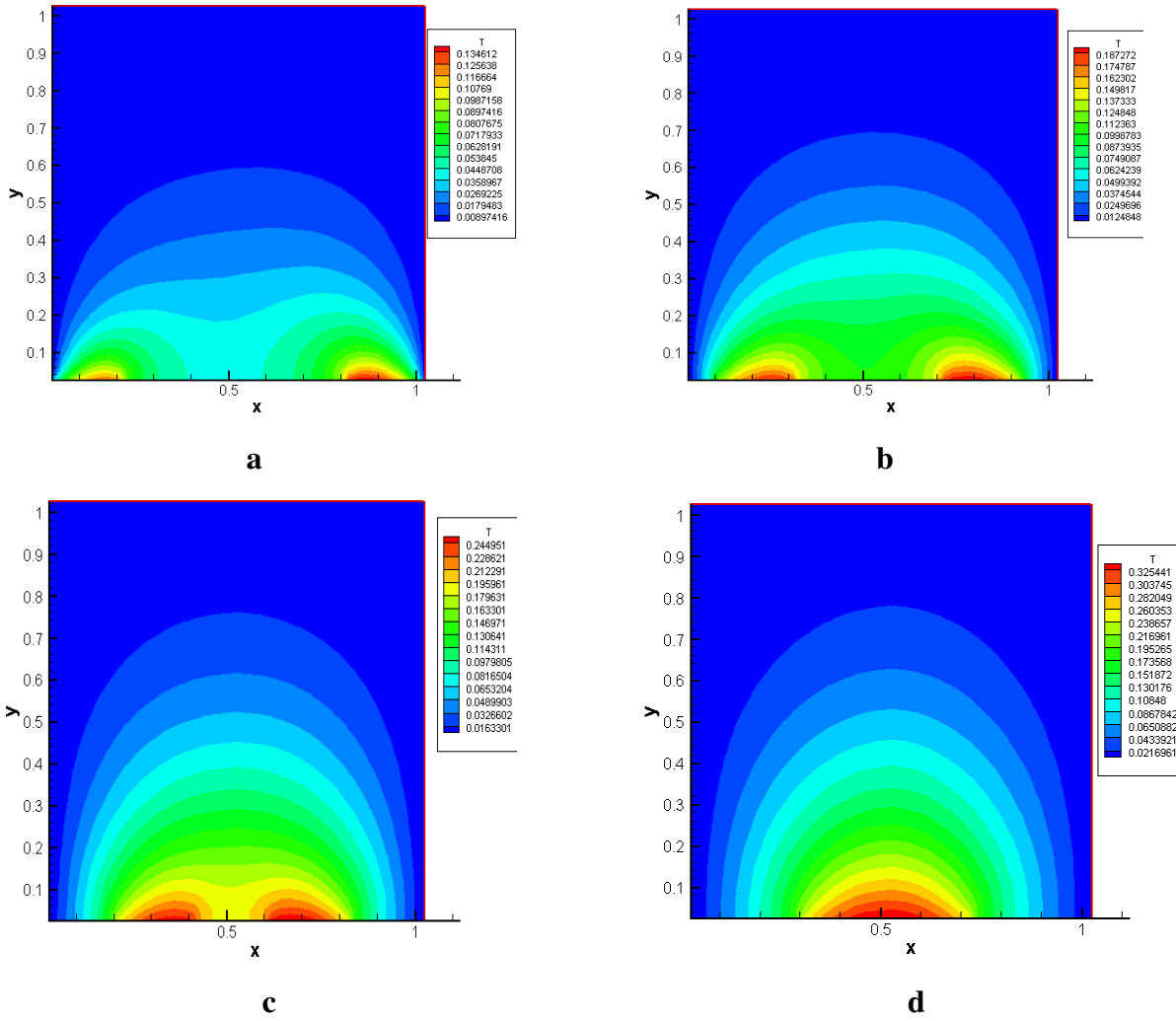
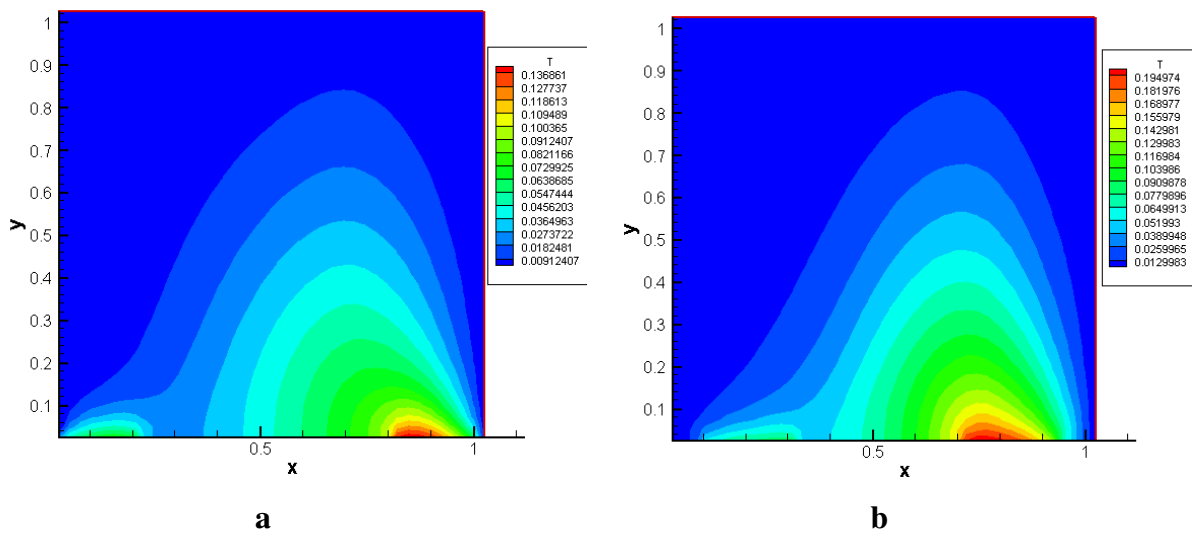


Figure III. 9: Champ de température pour différentes positions de la source de chaleur ( $x_d$ ).

$Ra = 10^4$ . (a) :  $x_d = 0,5$  cm. (b) :  $x_d = 1$  cm. (c):  $x_d = 1,5$  cm. (d)  $x_d = 2$  cm.



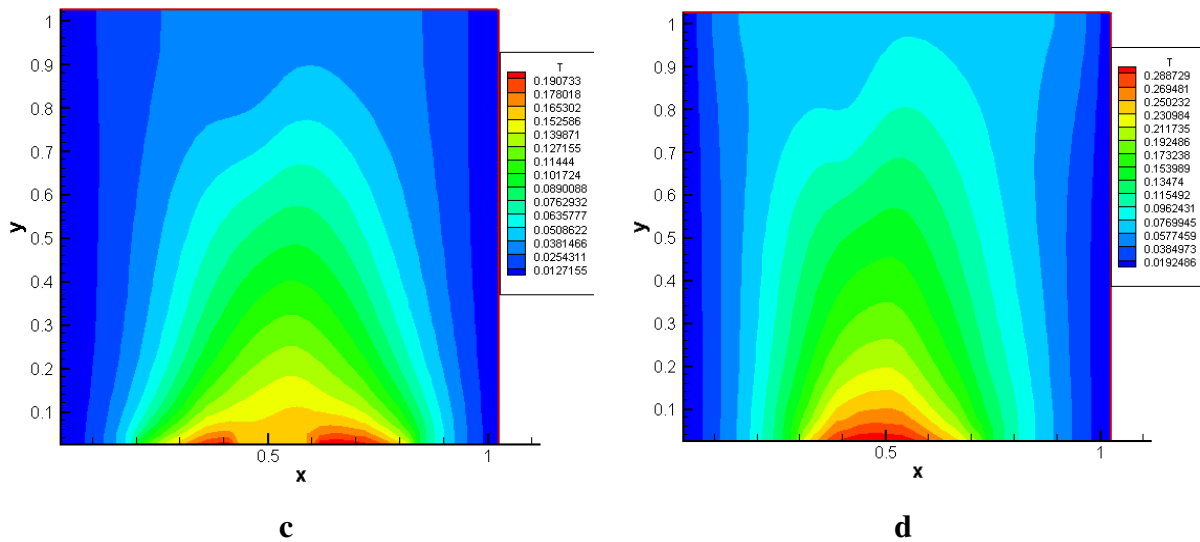
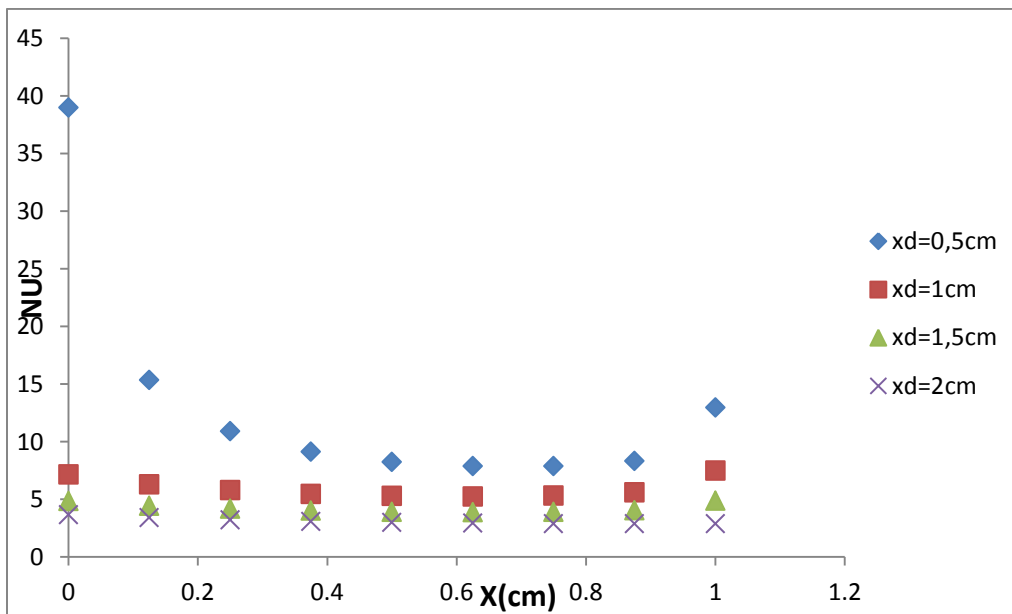


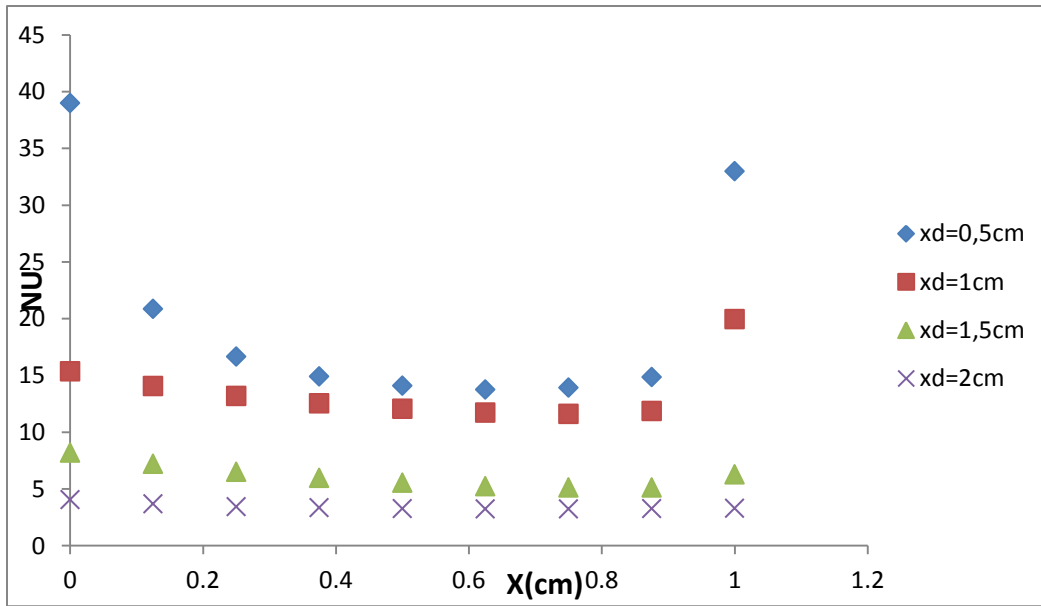
Figure III.10: Champ de température pour différentes positions de la source de chaleur

(xd).  $Ra = 10^5$ . (a) :  $x_d = 0,5$  cm. (b) :  $x_d = 1$  cm. (c) :  $x_d = 1,5$  cm. (d)  $x_d = 2$  cm.

Le nombre de Nu local est tracé en fonction de (x) dans la figure (III.11) pour Ra allant de  $10^4$  à  $10^5$  et ce pour les différentes positions de la source de chaleur. On peut remarquer que le Nusselt moyen atteint ses plus grandes valeurs lorsque la source de chaleur est positionnée près des parois latérales à savoir pour  $x_d = 0,5$  cm.



a



b

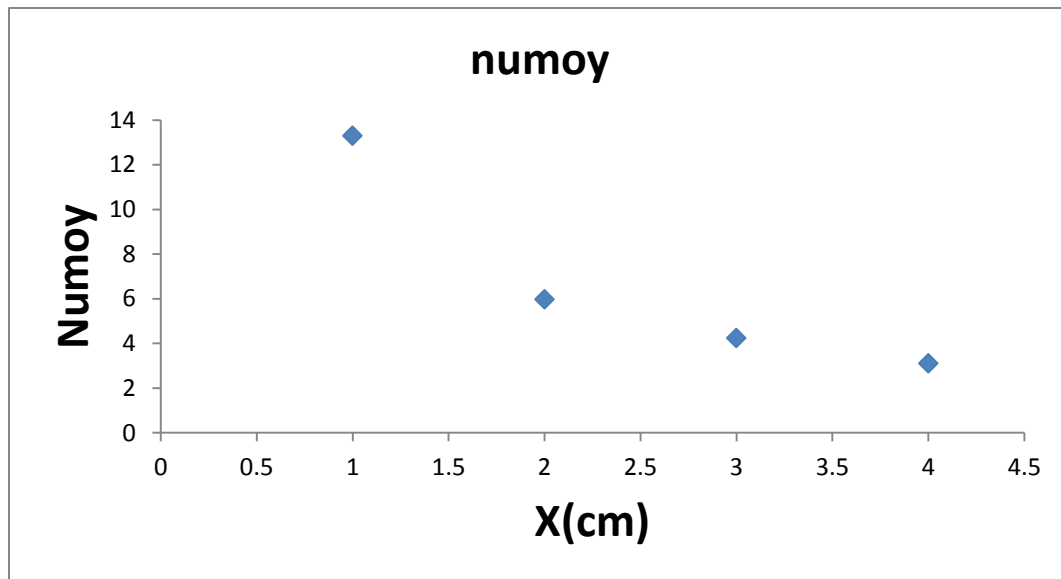
**Figure III.11:** Nombre de Nusselt local en fonction de (x) pour différentes positions de la source de chaleur (xd). (a):  $Ra = 10^4$ , (b):  $Ra = 10^5$

Le nombre de Nusselt moyen est tracé en fonction de (xd) dans la figure (III.12) pour un nombre de Ra allant de  $10^4$  à  $10^5$ . On remarque que le nombre de Nu est plus élevé lorsque la source de chaleur est proche des parois verticales de la cavité. A partir de ces courbes, on déduit les équations (III-6, et III-7) qui représentent des corrélations entre le nombre de Nusselt moyen et la position de la source et ce pour différents Ra.

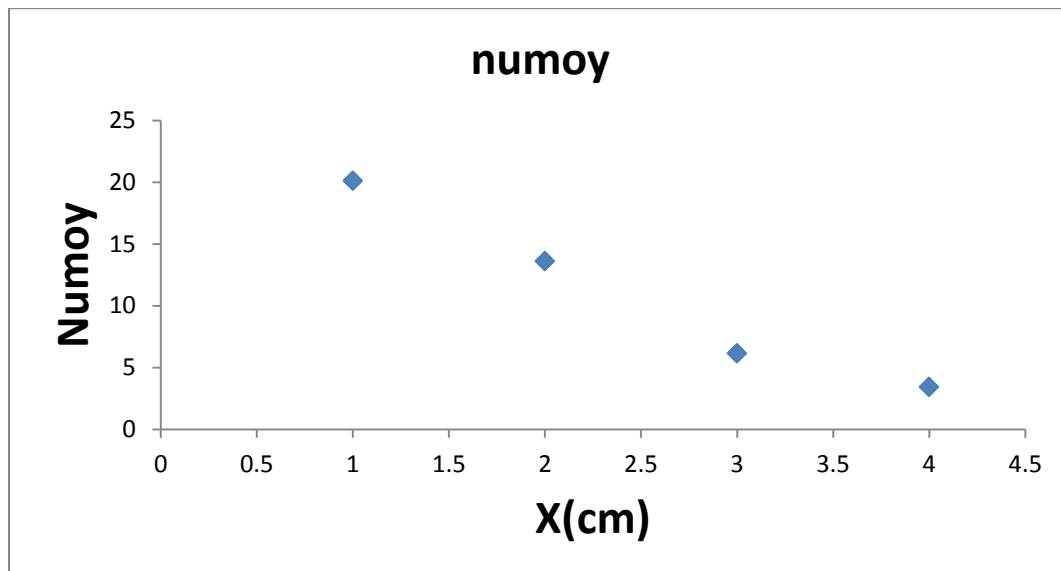
$$Ra=10^4 \quad \text{« Nu »} = -0,831x^3 + 7,7834x^2 - 24,863x + 31,21 \quad \text{avec } R^2 = 1 \quad \text{(III-6)}$$

$$Ra=10^5 \quad \text{« Nu »} = 0,9531x^3 - 6,1969x^2 + 5,4064x + 19,95 \quad \text{avec } R^2 = 1 \quad \text{(III-7)}$$





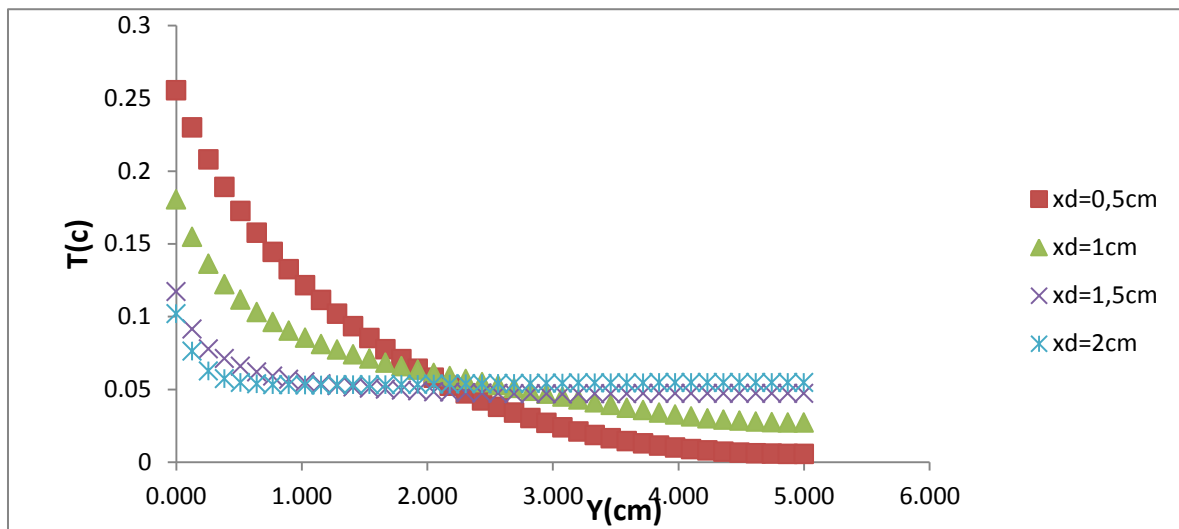
$$a = Ra = 10^4$$



$$b = Ra = 10^5$$

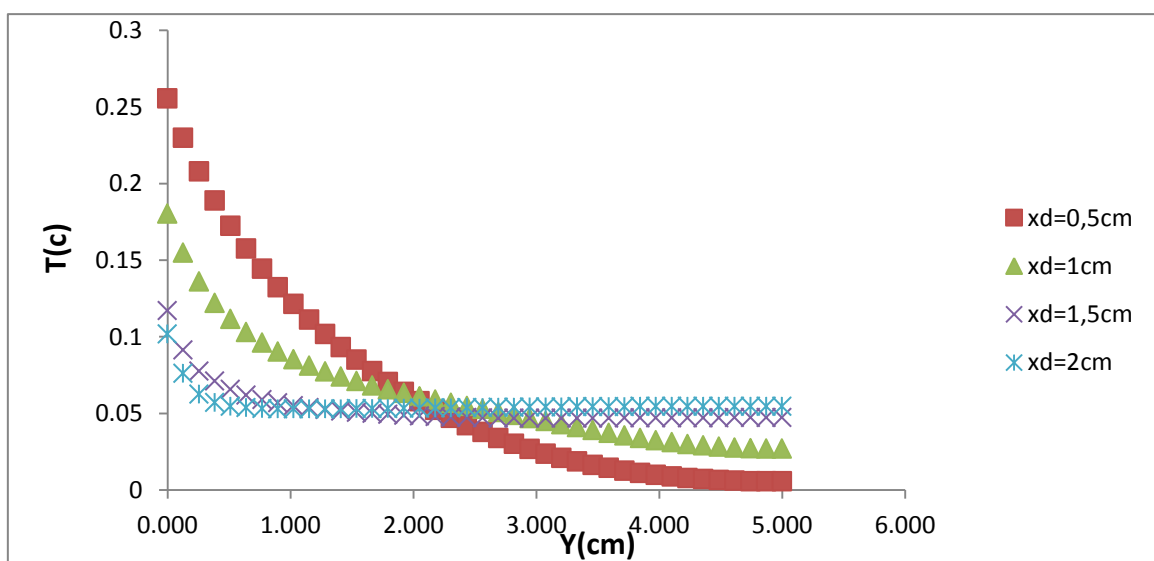
**Figure III.12:** Nombre de Nusselt moyen en fonction de la position de la source ( $x_d$ ) pour différents ( $Ra$ ).

La figure (III.13) représente la variation de température au centre de la source de chaleur en fonction de la coordonnée ( $y$ ) et ce pour différentes positions de la source ( $x_d$ ) et différents  $Ra$ . La température est à sa plus grande valeur près de la limite inférieure de la cavité ( $y = 0$ ) et elle diminue jusqu'à ce qu'elle atteigne sa valeur la plus faible au niveau de la limite supérieure de la cavité ( $y = 5$  cm).



a

**Figure III.13 -a:** Température en fonction de (y) pour différentes positions de la source (xd.): Ra



b

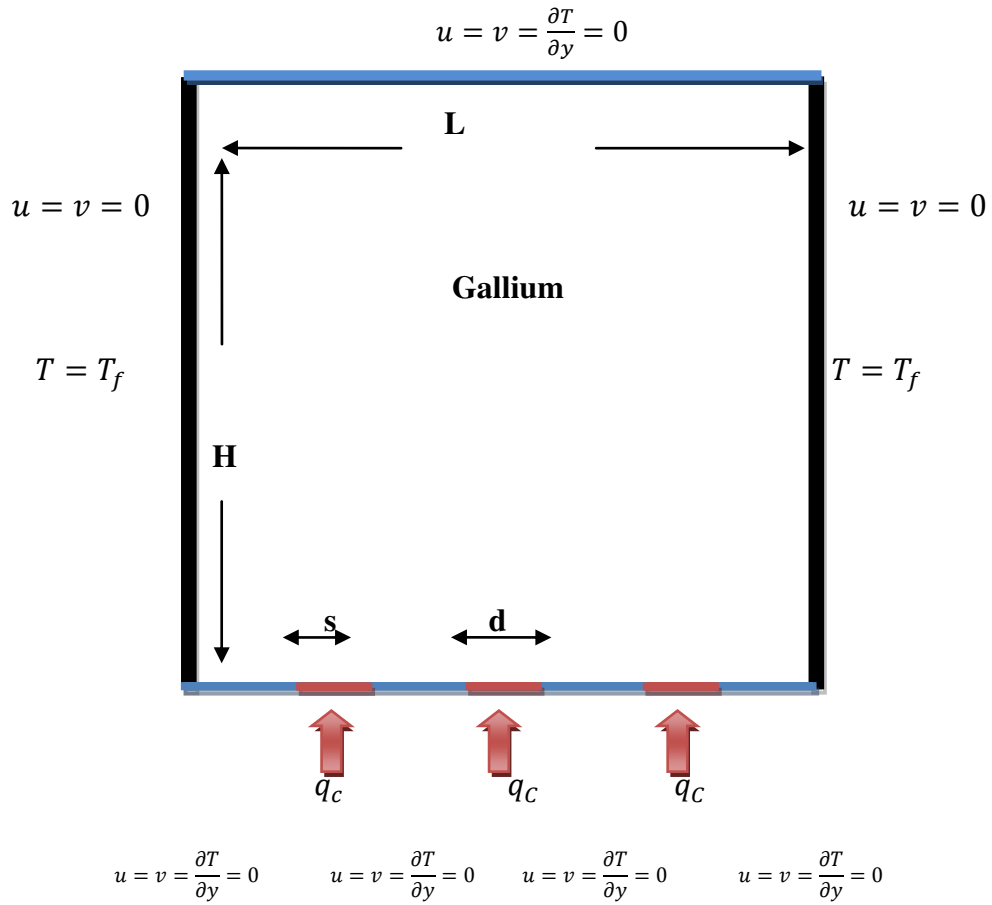
**Figure III.13-b:** Température en fonction de (y) pour différentes positions de la source (xd). Ra =  $10^5$ .

### III.4. Cas de trois sources de chaleur constant :

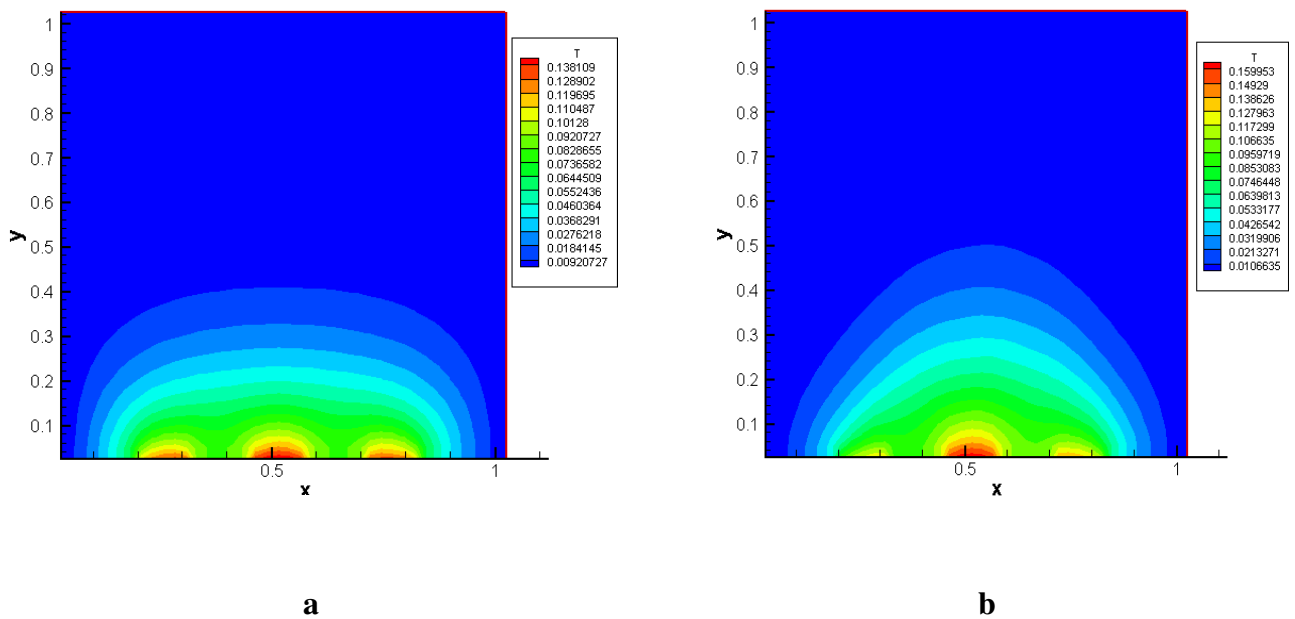
#### III.4.1. Influence du nombre de Rayleigh:

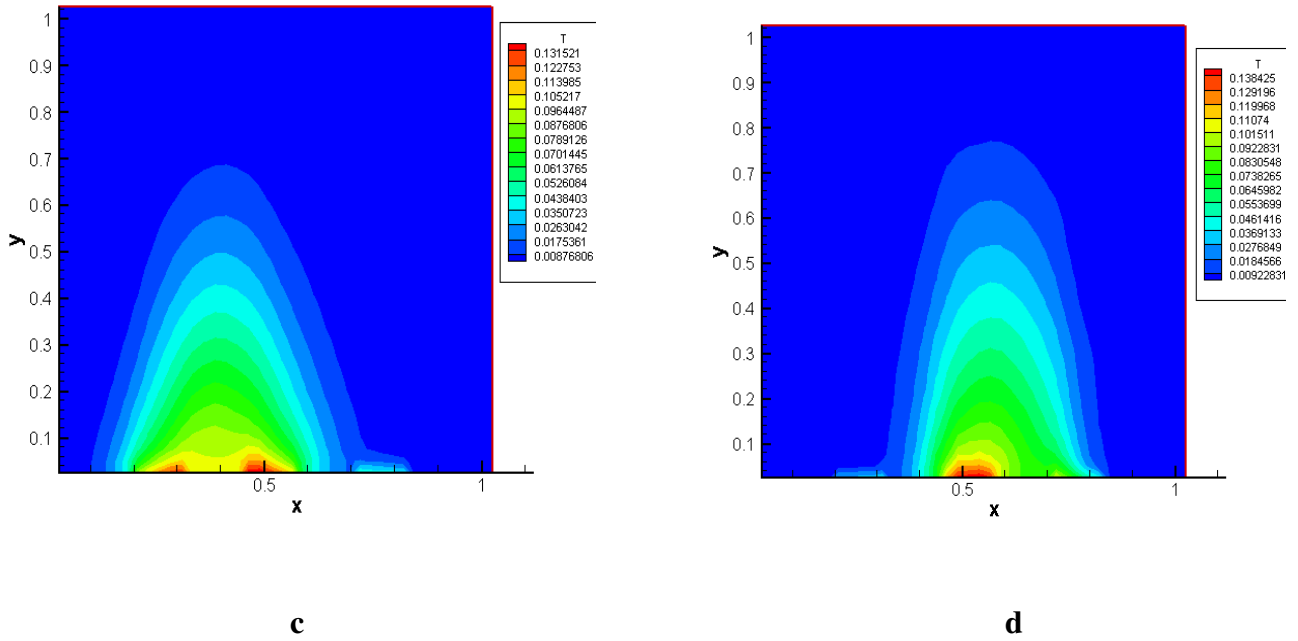
Les champs de température obtenus dans une cavité carrée (de dimensions 5cmx5cm) et contenant trois sources de chaleur de longueur 1 cm, sont montrés dans la figure

(III.13) et ce pour un nombre de Ra allant de  $10^4$  à  $10^6$ . La figure (III.14) représente les champs de vitesse pour les mêmes conditions.



**Figure II.14 :** Schéma représentant la configuration de cavité chauffée par trois sources de chaleur.





**Figure III.15:** Champs de température pour différents Ra. (a) :  $Ra = 10^4$ , (b) :  $Ra = 10^5$ , (c) :  $Ra = 5 \times 10^5$ , (d) :  $Ra = 10^6$

Le nombre de Nu local est tracé en fonction de x dans la figure (III.16) pour un nombre de Ra allant de  $10^4$  à  $10^5$ , et on peut remarquer que le nombre de Nu est à son minimum au niveau du centre de la source et ce pour toutes les valeurs de Ra considérées et cette valeur minimale croit lorsqu'on fait croître le nombre de Rayleigh. On déduit également les équations qui représentent des corrélations entre le nombre de Nusselt local et ce en fonction de x (pour Ra allant de  $10^4$  à  $10^6$ ).

$$Ra = 10^4 \quad Nu = 8,9545x^2 - 4,488x + 7,3393 \quad (III-8)$$

$$R^2 = 0,9991$$

$$Ra = 10^5 \quad Nu = 7,5041x^2 - 3,9122x + 6,3612 \quad (III-9)$$

$$R^2 = 0,998$$

$$Ra = 5 \times 10^5 \quad Nu = 10,504x^2 - 0,4442x + 7,1341 \quad (III-10)$$

$$R^2 = 0,9946$$

$$Ra = 10^6 \quad Nu = 14,922x^2 - 9,5047x + 8,1465 \quad (III-11)$$

$$R^2 = 0,932$$

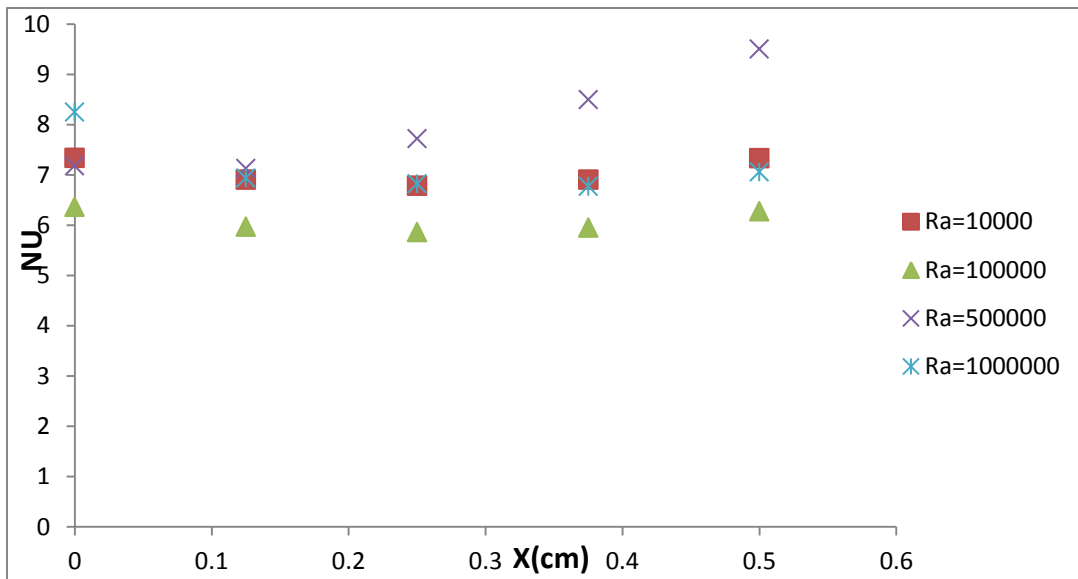


Figure III.16 : Nombre de Nusselt local au niveau de la source de chaleur en fonction de (x) pour différents Ra.

Le nombre de Nusselt moyen,  $\langle Nu \rangle$ , est tracé en fonction de (Ra) dans la figure (III.17). Ce graphe montre que le Nusselt moyen croit lorsqu'on fait croître Ra et à partir de la courbe de la figure (III.17) on déduit l'équation qui représente la corrélation (III-12) entre le nombre de Nusselt moyen et le nombre de Rayleigh (Ra allant de  $10^4$  à  $10^6$ ).

$$Nu = -2E-17x^3 + 3E-11x^2 - 9E-06x + 4,0089 \quad \text{avec } R^2 = 1 \quad (III-12)$$

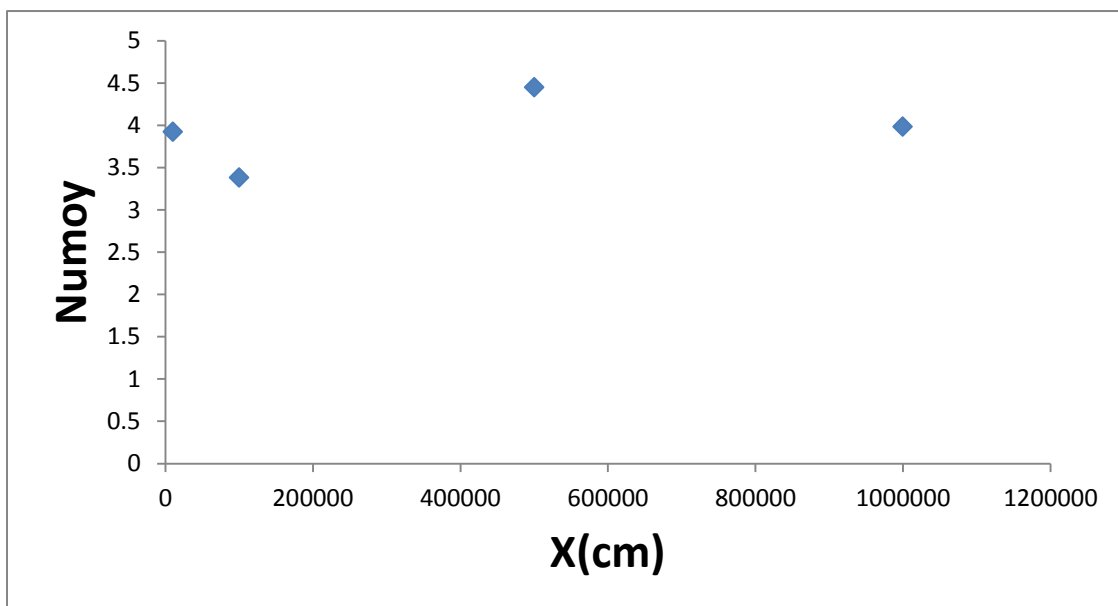
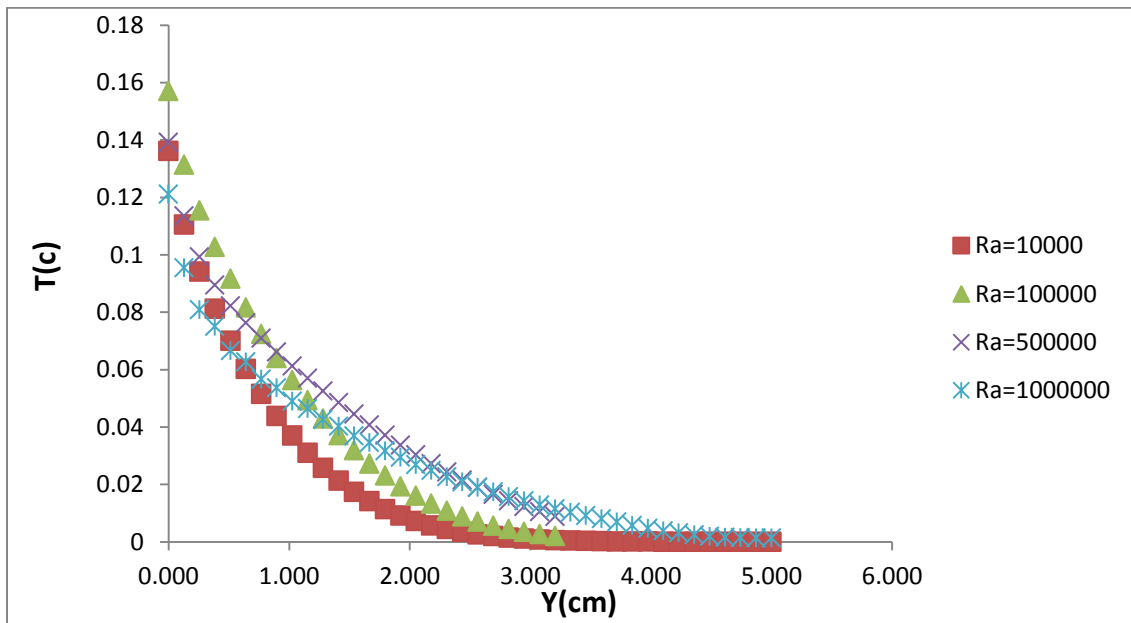


Figure III.17 : Nombre de Nusselt moyen en fonction de Ra.

La figure (III.18) représente la variation de la température au sein de la cavité en fonction de la coordonnée ( $y$ ) et ce pour  $x = 2,5$  cm et différents  $Ra$ . La température est à sa plus grande valeur près de la limite inférieure de la cavité ( $y = 0$ ) et elle diminue jusqu'à ce qu'elle atteigne sa valeur la plus faible au niveau de la limite supérieure de la cavité ( $y = 5$  cm).



**Figure III.18:** Température en fonction de ( $y$ ) pour  $x = 2,5$  cm et différents  $Ra$ .

# Conclusion générale

### Conclusion

Dans ce mémoire, on a mené une étude numérique de la convection naturelle laminaire dans une cavité contenant de Gallium et qui est discrètement chauffée par le bas. Pour montrer l'influence du fluide sur les écoulements convectifs, l'étude a consisté en premier lieu à développer notre propre programme de calcul en se basant sur la méthode des volumes finis avec un schéma hybride et l'algorithme Simplé. Pour discrétiser les équations mathématiques, nous avons déterminé les isothermes ainsi que les variations du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh, pour les différentes positions de la source de chaleur. Nos modélisation et procédure de simulation ont été validées en comparant les résultats qu'on obtient avec ceux d'autres auteurs. Par la suite une étude paramétrique a été menée et ce en considérant aussi bien le cas d'une deux sources de chaleur que celui de trois sources en interaction qui caractérise le flux de chaleur transféré au sein de la cavité. Des corrélations entre le nombre de Nusselt et les différents paramètres de contrôle ont été également obtenues.

Les résultats obtenus nous ont déjà permis d'avoir une idée sur l'influence des différents paramètres considérés sur les écoulements et transferts convectifs au sein d'une cavité contenant de Gallium. On espère que ce travail sera poursuivi dans le futur et permettra d'approfondir les résultats obtenus et de les appliquer directement dans les domaines de refroidissement des circuits électroniques.



# Bibliographie

## Références bibliographiques :

- [01] TRABELSI AMEL, « Etude de l'échange thermique dans une cavité rectangulaire avec deux côtés partiellement actifs », Mémoire de magister, université KASDI MERBEH Ouargla (2009)
- [02] Djimli Samir, « MODÉLISATION DE LA CONVECTION A FAIBLE NOMBRE DE PRANDTL », thèse de magister , université de Constantine
- [3] A. Abidi, « Convection naturelle laminaire conjuguée dans une enceinte avec bloc conducteur au milieu ». Mémoire de magister, option procédés et énergétique, Université KASDI MERBEH Ouargla (2009)
- [4] M. Guestal, « Modélisation de la convection naturelle laminaire dans une enceinte avec une paroi chauffée partiellement ». Mémoire de magister, option énergétique appliquée en engineering, Université MENTOURI Constantine (2009)
- [05] T. Hadji, « Phénomènes couplés thermo-acoustiques dans la convection de Rayleigh-Bénard », Mémoire de magistère en mécanique, Université de Batna, Algérie (2003)
- [06] R GIBLIN, « Transmission de la chaleur par convection naturelle », Edition Eyrolles, Paris (1974)
- [07] N. Ibrir, « Etude la convection naturelle dans une cavité rectangulaire contenant du métal liquide », Mémoire de magistère en mécanique, Université de Batna, Algérie (2006)
- [08] D. A. Kramer, « Gallium and Gallium compounds » Metals Handbook - volume 2: Properties and Selection: Nonferrous Alloys and special- Purpose Materials, by ASM International Handbook Committee, 740-749, Tenth edition (1990)
- [09] B. Binet, « Etude de la fusion dans des enceintes munies de sources de chaleur discrète », Thèse de Doctorat, université de Sherbrooke (Québec), Canada, (1995)
- [10] F. Lévy, « Physique et technologie des semi-conducteur », Presses polytechnique et université Romandes, Première édition, Lausanne (1995)
- [11] M.J. Stewart and F. Weinberg, "Fluid flow in liquid metals II-Experimental observation", J. Crystal Growth, 12, 228-238 (1972)
- [12] R. Viskanta, D.M. Kim and C. Gau, "Three-dimensional natural convection heat transfer of liquid metal in cavity", Int. J. Heat Mass Transfer, 29, 475-485(1986)

- [13] R. Derbail and J.N.Koster, “Numerical simulation of natural convection of gallium in a narrow gap”, *Int J. Heat Mass Transfer*, 40, 1169-1180 (1997)
- [14] E.K. Lakhali and M. Hasnaoui, « Convection naturelle dans une cavité carrée chauffée périodiquement par le bas », *Revue générale de thermique*, 27, 480– 485(1995)
- [15] L.C. Lage and A. Bejan, “the resonance of natural convection in an enclosure heat periodically from the side”, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 36, 2027– 2038(1993)
- [16] K. Shigeo and A. Bejan, “ Experimental study of natural convection in a cavity rectangular with different end temperatures”, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 23, 1117 1126(1980)
- [17] Begar Amor. "*Etude de la convection naturelle dans une cavité comportant des sources de chaleur*". Mémoire de magistère en mécanique, Université de Batna, Algérie, (2007)
- [18] J. H. Bae and J.M. Hyun, “Time-dependent buoyant convection in an enclosure with discrete heat sources”, *International Journal of Thermal Sciences*, 43, 3–11(2004).
- [19] L.F. Jin , K.W. Tou and C. P. Tso, “Effects of rotation on natural convection cooling from three rows of heat sources in a rectangular cavity”, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 48, 3982–3994 (2005)
- [20] S. V. Patankar and D. B. Spalding, “A Calculation Procedure for Heat”, *Mass and Momentum transfert in three-dimensional Parabolic Flows*, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 15, 1787– 1790 (1972)
- [21] H. K. Versteeg and W. Malasekera, “An introduction to computational fluid dynamics, the finite volume method”, Editions John Wiley and Sons, (1995)
- [22] I. Chtcherbatski, « Analyse Numérique cours et problèmes », Office des publications universitaires , Algérie.
- [23] B. Calcagni, F. Marsili and M. Paroncini, Natural convective heat transfer in square enclosures heated from below, *Applied Thermal Engineering*, 25, 2522– 2531(2005)

## Résume :

On étudie numériquement la convection naturelle laminaire dans une enceinte carrée avec chauffage partiel de la paroi inférieure et refroidissement des parois latérales. Cette étude simule le cas d'une génération de chaleur due au chauffage d'un composant électroniques dans une cavité. Le mur supérieur et la partie non chauffée de la paroi inférieure seront considérés comme adiabatiques, tandis que les parois latérales seront supposées isothermes. Les formes permanentes des équations de Navier-Stokes en deux dimensions et les équations de conservation de la masse et de l'énergie, seront résolues par la méthode des volumes finis. L'algorithme SIMPLER a été utilisé pour le couplage pression-vitesse. Les isothermes seront présentées pour diverses combinaisons de Ra et de la position de la source. Les résultats seront aussi présentés sous forme de Nombre de Nusselt local et moyen sur la paroi chauffée. Les corrélations seront mises au point pour prévoir les taux de transfert de chaleur vers l'enceinte en fonction de nombre et position de source et Ra.

*Mots clés: Convection naturelle laminaire, Enceinte carrée; Algorithme SIMPLE*

## ملخص:

يتم دراسة الحمل الحراري الصفائحي محددًا في حاوية مربعة مع تدفئة جزئية للجدار السفلي وتبريد الجداريين الجانبيين. تحاكي هذه الدراسة حالة توليد الحرارة بسبب تسخين أحد المكونات الإلكترونية في تجويف. سيتم اعتبار الجدار العلوي والجزء غير المسخن من الجدار السفلي ثابتًا ، بينما يُفترض أن الجدران الجانبيين متساويًا الحرارة. سيتم حل معادلات الأشكال الدائمة Navier-Stokes ثنائية الأبعاد ومعادلات الحفظ للكتلة والطاقة من خلال طريقة الحجم المحدود. تم استخدام خوارزمية SIMPLER من أجل اقتران سرعة الضغط. وسيتم تقديم مجالات الحرارة لمختلف مجموعات من Ra وموقع المصدر. سيتم أيضًا عرض النتائج على شكل أرقام Nusselt محلية ومتوسطة الحجم على الجدار الساخن. سيتم تطوير الارتباطات للتنبؤ بمعادلات نقل الحرارة إلى العلبة بناءً على موقع المصدر والرقم Ra.

الكلمات المفتاحية: الحمل الحراري الصفائحي ، مربع البجرة . خوارزمية بسيطة



## *Dédicace :*

*Je tiens à dédier ce modeste ce travail :*

*A ma très chère **Mère** et à mon cher **Père**, mes frères « Nanoua » et mes sœurs « Farida »  
« om alkhaire », mes amis « Dounia » « Soumia » « wafa » « Dalila » « Souha » « yasmine »  
et mes collègues d'étude.*

# Remerciement

Je remercie avant tout, Dieu le tout puissant de m'avoir permis de réaliser ce

Travail avec patience, persévérance et volonté.

Je remercie mon encadreur Dr. Abdelhakim BAGER pour son aide, ses

Conseils et ses remarques qui m'a permis de présenter ce travail

dans sa Meilleure forme

Je remercie PR. Said BEN SAADA pour avoir bien voulu accepter de présider

Le jury. Sincères remerciements.

Je remercie Dr. Ibrahim NINE d'avoir

Accepté d'examiner ce mémoire et d'être membre du jury. Sincères

Remerciements

Je remercie aussi toute personne ayant collaboré de loin ou de près pour

Accomplir et améliorer ce travail

## Sommaire :

## Nomenclature générale

## Introduction générale

## Chapitre I: Généralités et Synthèse bibliographique.

I.1. Convection : .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
I.2. Convection dans les enceintes : .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
I.2.1. Enceinte avec gradient de température vertical : .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
I.2. 1.1. Seuil de convection: .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
Pour illustrer le mécanisme de base de la convection de Rayleigh-Bénard et les forces en présence qui sont en compétition, on considère le mouvement d'une goutte de fluide selon ce qui suit .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
I.2.1.1.1. Déplacement d'une goutte de fluide: .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
I.2.1.2. Nombre de Rayleigh: .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
I.2.2. Enceinte avec gradient de température horizontal : .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
I.3. Les fluides à faible nombre de Pr (les métaux Liquide) :..	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
I.5.1. Les méthodes d'élaboration des monocristaux : .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>

## Chapitre II: Modélisation et procédure de simulation numérique.

I.1. Convection : .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
I.2. Convection dans les enceintes : .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
I.2.1. Enceinte avec gradient de température vertical : .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
I.2. 1.1. Seuil de convection: .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
I.2.1.1.1. Déplacement d'une goutte de fluide: .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
I.2.1.2. Nombre de Rayleigh: .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
I.2.2. Enceinte avec gradient de température horizontal : .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
I.3. Les fluides à faible nombre de Pr (les métaux Liquide) :..	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
I.5.1. Les méthodes d'élaboration des monocristaux : .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
I.6. Synthèse bibliographique: .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>



**Chapitre III: Résultats numériques.**

II.1. Problématique:..... **Erreur ! Signet non défini.**  
III.2.Validation : ..... **Erreur ! Signet non défini.**  
III.3. Cas de deux sources de chaleur : ..... **Erreur ! Signet non défini.**  
III.3.1. Influence du nombre de Rayleigh: ..... **Erreur ! Signet non défini.**  
III. 3.2. Influence de la position de la source de chaleur:..... **Erreur ! Signet non défini.**  
III.4. Cas de trois sources de chaleur constant : ..... **Erreur ! Signet non défini.**  
III.4.1. Influence du nombre de Rayleigh:..... **Erreur ! Signet non défini.**

**Conclusion générale**

**Références bibliographique**

## Nomenclature générale

### Symboles latins:

A	A=L/H rapport d'aspect.
C <sub>p</sub>	chaleur spécifique à pression constante [J/kgK].
C	terme de convection.
d	distance séparant deux sources de chaleur (cm).
D	terme de diffusion.
g	accélération de la pesanteur [m/s <sup>2</sup> ].
H	hauteur de la cavité [cm].
h	Coefficient de transfert de chaleur par convection [W/m <sup>2</sup> k].
l	longueur de la partie adiabatique de la paroi inférieure [cm].
L	largeur de la cavité [cm].
Nu <sub>local</sub>	nombre de Nusselt local.
<Nu>	nombre de Nusselt moyen.
p	pression [Pa].
P**	pression adimensionnelle.
Pr	nombre de Prandtl.
P <sub>c</sub>	période de chauffage (s).
P*	La valeur estimée de pression
P'	La valeur corrigée de pression
q <sub>c</sub>	flux de chaleur constant [W/m <sup>2</sup> ].
q <sub>p</sub>	flux de chaleur périodique [W/m <sup>2</sup> ].
Ra	nombre de Rayleigh.
s	longueur de la source [cm].
S <sub>φ</sub>	terme source
T	température [K].
T*	température adimensionnelle.
T <sub>c</sub>	température de la paroi chaude [K].

$T_f$	Temperature ambiante [K].
$T_0$	Température de référence [K].
$t$	Temps (s).
$t^*$	Temps adimensionnel.
$u, v, w$	Composantes de la vectrice vitesse [m/s].
$u^*, v^*, w^*$	Composantes adimensionnelles de la vectrice vitesse [m/s].
$u', v'$	Les valeurs corrigées de la vitesse
$u^*, v^*$	Les valeurs estimées de la vitesse
$X_d$	Position de la source de chaleur (cm).
$X, Y, Z$	Les coordonnées cartésiennes.
$X', Y', Z'$	Les coordonnées cartésiennes adimensionnelles.

### **Symboles Grecs:**

$\alpha$ :	diffusivités thermique [ $m^2/s$ ].
$\beta$	coefficient de dilatation [ $K^{-1}$ ].
$\lambda$	conductivité thermique [ $W/mK$ ].
$\mu$	viscosité cinématique [ $m^2/s$ ].
$\rho$	masse volumique [ $kg/m^3$ ].
$\varphi$	variable dépendante.
$\Gamma$	coefficient de diffusion.

# Introduction générale

## **Introduction**

Dans de nombreux systèmes industriels, la convection naturelle est un des principaux phénomènes de transfert de chaleur. La maîtrise et la compréhension des phénomènes liés à la convection naturelle sont ainsi des enjeux majeurs dans la conception et le dimensionnement de ces systèmes. Une part importante des dispositifs industriels tels que la cheminée solaire, le refroidissement des circuits électronique ou encore le la thermique du bâtiment.

Ce travail de mémoire s'inscrit dans la continuité des travaux existants. Notre configuration d'étude est une cavité rectangulaire contenant de métal liquide et soumis à des gradients de température. L'objectif de cette thèse est double puisque l'on s'intéresse non seulement à la connaissance physique des interfaces et à leur modélisation mais aussi aux difficultés numériques pouvant résulter de l'implémentation des conditions limites aux interfaces entre la cavité et son environnement extérieur. La démarche proposée dans ce travail consiste à étudier l'influence du rapport d'aspect de l'enceinte, les valeurs et les formes des flux de chaleur débités par les sources, le nombre et la disposition des sources sur les champs thermiques, le nombre de Nusselt ainsi que sur les structures et régimes convectifs

Ce manuscrit se divise en trois parties. La partie I est une introduction générale sur les écoulements de convection naturelle. La configuration d'étude considérée dans ce travail est présentée et les difficultés de modélisation liées à celle-ci sont abordées. La fin de cette partie présente en détail les objectifs et orientations de cette mémoire. La partie II est consacrée à la formulation mathématique. Nous formulons les équations qui régissent les transferts ainsi que les conditions aux limites qui leurs sont associées. Les discrétisations de ces équations ainsi que les méthodes de résolution utilisées dans le code de calcul sont ensuite présentées brièvement. Enfin, la partie III présente, après une validation de notre code de calcul, les résultats numériques.

Chapitre I :  
Généralités et Synthèse  
Bibliographique

### I.1. Convection :

La convection est le mécanisme le plus important de transfert d'énergie entre une surface solide et un liquide ou un gaz. Deux types de convection sont généralement distingués :

- La convection forcée : dans laquelle le mouvement de fluide est provoqué par l'action des forces extérieures (par exemple pompe, ventilateur...etc.), qui lui imprime des vitesses de déplacement assez importantes. En conséquence, l'intensité du transfert thermique par convection forcée sera en liaison directe avec le régime de mouvement du fluide.
- La convection naturelle : dans laquelle le mouvement du fluide est produit par les différences de densité entre les particules chaudes et celles froides existant dans un fluide, situé dans un champ de forces massiques. [01]

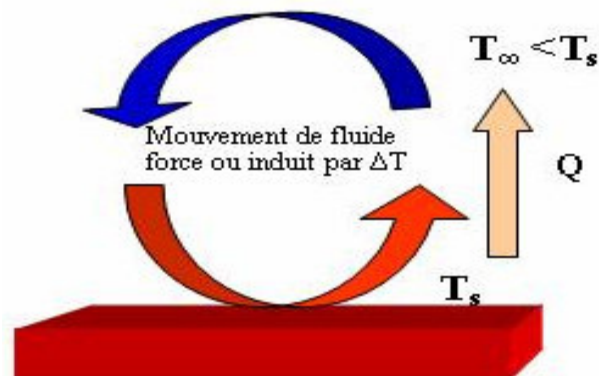


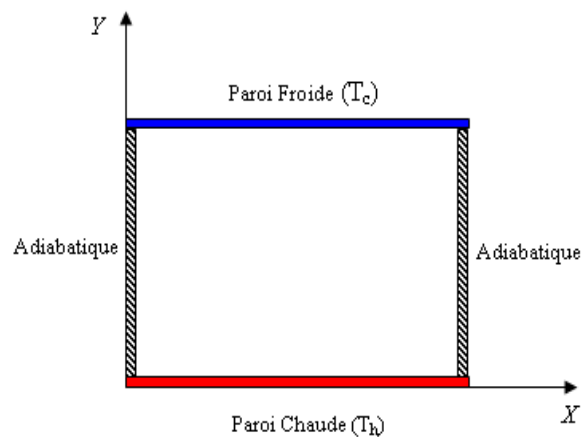
Figure (1.1) : Schéma du phénomène de transfert de chaleur par convection. [02].

### I.2. Convection dans les enceintes :

L'étude de la convection naturelle dans les enceintes a fait l'objet d'un très grand nombre de travaux tant théoriques qu'expérimentaux. L'intérêt de telles études réside dans son implication dans de nombreuses applications industrielles. L'enceinte rectangulaire continue à être la géométrie, qui présente le plus d'intérêt. Dans ce type d'enceintes, généralement deux parois sont maintenues à des températures différentes, tandis que les autres sont isolées. On distingue principalement deux configurations, la première est celle d'une enceinte contenant un fluide et soumise à un gradient vertical de température (convection de Rayleigh-Bénard), la seconde étant celle d'une cavité avec un gradient de température horizontal. [01]

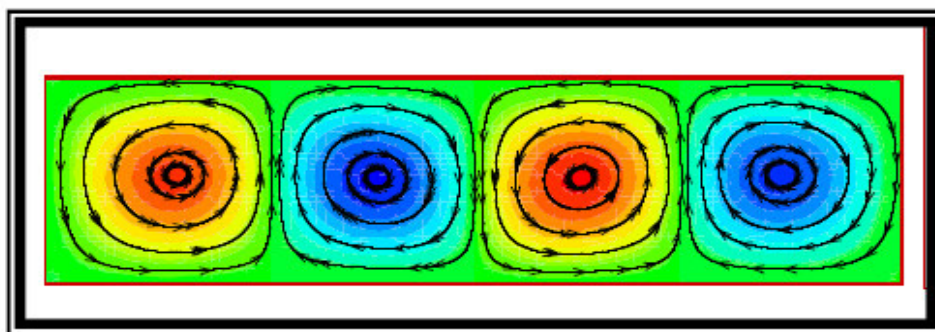
### I.2.1. Enceinte avec gradient de température vertical :

L'enceinte qui est chauffée par le bas et refroidie par le haut correspond à la configuration de la convection de Rayleigh-Bénard, qui traite la stabilité et le mouvement d'un fluide, confiné entre deux plaques horizontales, maintenues à des températures uniformes et distinctes (figure I-2). La convection de Rayleigh-Bénard a une longue et riche histoire, elle a été étudiée durant des décennies aussi bien pour ses différentes applications industrielles que du point de vue recherche fondamentale. [01]



**Figure (I-2) :** Schéma représentant la configuration de Rayleigh –Bénard [3,4].

Au-delà d'une valeur critique de l'écart de température, des rouleaux contrarotatifs, d'axes horizontaux apparaissent au sein du fluide (Figure I-3)



**Figure (I-3) :** Schéma représentant les rouleaux de la convection de Rayleigh- Bénard [2]

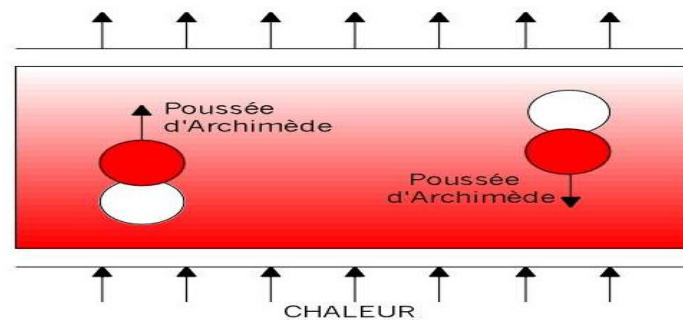


### I.2. 1.1. Seuil de convection:

Pour illustrer le mécanisme de base de la convection de Rayleigh-Bénard et les forces en présence qui sont en compétition, on considère le mouvement d'une goutte de fluide selon ce qui suit

#### I.2.1.1.1. Déplacement d'une goutte de fluide:

Imaginons une goutte de fluide de taille et de forme quelconque mais ayant un déplacement infinitésimal spontané et aléatoire soit vers le haut, soit vers le bas. Les forces agissant sur cette goutte déterminent le mouvement du fluide dans sa globalité. Tout d'abord, considérons une goutte située dans le fond d'une couche de fluide, où la densité est plus faible que la densité moyenne. Tant que la goutte reste immobile, elle est entourée de fluide de même densité et la poussée d'Archimède est nulle. Supposons maintenant une perturbation aléatoire provoquant un léger déplacement de la goutte vers le haut. Cette dernière est alors entourée de fluide de densité plus grande et de température plus petite. Ainsi la poussée d'Archimède, proportionnelle à la différence de densité et au volume de la goutte, va s'exercer vers le haut et va amplifier le mouvement ascendant initial de la goutte. On peut raisonner de la même façon pour une goutte de fluide située au sommet de la couche. La goutte subissant un léger déplacement aléatoire vers le bas est alors entourée d'un fluide moins dense et tend à s'enfoncer vers le bas de la couche. Ces écoulements ascendants et descendants définissent la convection naturelle [05]



**Figure I.5:** Schéma représentant la poussée d'Archimède.

#### I.2.1.2. Nombre de Rayleigh:

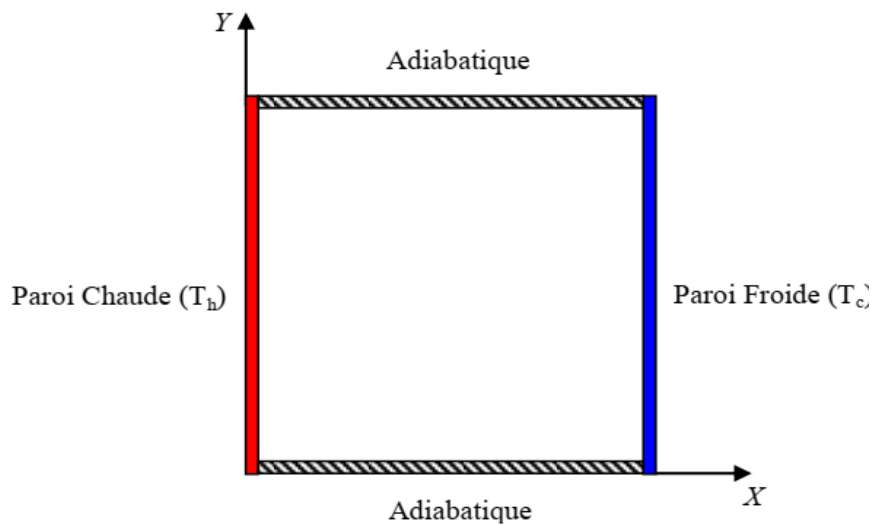
Dans la convection de Rayleigh-Bénard, la poussée résultant du gradient de température doit donc l'emporter sur la traînée visqueuse et la diffusion de la chaleur pour que la convection ait lieu.

Par conséquent, une relation entre ces trois paramètres s'exprime sous forme d'un rapport sans dimension: la force de poussée divisée par le produit de la traînée visqueuse et du taux de diffusion de la chaleur. Ce rapport s'appelle le nombre de Rayleigh. La convection s'amorce lorsque le nombre de Rayleigh dépasse une valeur critique (= 1700) [5].

$$Ra = \frac{g\beta qcs^4}{\alpha\nu\lambda}$$

### I.2.2. Enceinte avec gradient de température horizontal :

Dans cette configuration, l'une des parois verticales est chauffée, tandis que l'autre est refroidie, les parois horizontales étant considérées comme adiabatiques (Figure I-4). L'écoulement est alors monocellulaire avec le fluide ascendant le long de la paroi chaude et descendant suivant la paroi froide. C'est cette dernière configuration qui fera l'objet de notre étude avec des cavités, qui contiennent l'air comme fluide de convection. [01]



**Figure (I-4):** Schéma représentant la convection dans une enceinte avec gradient de température horizontal [01].

### I.3. Les fluides à faible nombre de Pr (les métaux Liquide) :

Pour avoir une idée de la différence entre les fluides usuels, ayant des *Pr élevés*, et les métaux liquides à bas *Pr* ; nous donnons (Tableau (I.1)) à titre d'exemple les caractéristiques

d'un liquide à haut nombre de  $Pr$  (eau,  $Pr = 1,72$ ) et d'un métal liquide à bas nombre de  $Pr$  (Gallium,  $Pr = 0,025$ ).

Tableau (I.1) : propriétés thermo physique de l'eau, l'air, le gallium et le mercure à 300 K [06].

propriétés	$T_m$	$\rho$	$c_p$	$M$	$\lambda$	$\beta$	$Pr$
Fluid	[K]	[kg/m <sup>3</sup> ]	[J/kgK]	[kgm <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup> ]	[W/mK]	[1/K]	
AIR	-	1.177	1006	$18.46 \times 10^{-6}$	0.026	$3331 \times 10^{-6}$	0.708
EAU	-	997.132	4193.453	$851.49 \times 10^{-6}$	0.614	$566 \times 10^{-6}$	5.813
GALLIUM	302.78	6095	397.6	$1.95 \times 10^{-3}$	31	$1.27 \times 10^{-4}$	0.025
MERCURE	234.16	13529	139.3	$1.523 \times 10^{-3}$	8.54	$181 \times 10^{-6}$	0.024

Ces caractéristiques ne diffèrent fortement que par la conductivité et la viscosité et, corrélativement, par le nombre de Prandtl.

Au sein de la classe des métaux liquides, les caractéristiques peuvent être très variables. Mais la conductivité thermique  $\lambda$  est toujours beaucoup plus grande que celle des fluides ordinaires et  $Pr \ll 1$ .

Les coefficients de convection des métaux liquides sont pour les mêmes surfaces d'échange et les mêmes écarts de température, beaucoup plus élevés que ceux des autres fluides ; d'où leur utilisation dans les applications qui font intervenir de très fortes densités de flux (refroidissement des réacteurs nucléaires notamment) [06].

#### I.4. Propriétés de Gallium :

Généralement, la bauxite est considérée comme la meilleure source de la production de gallium. Le Gallium est un métal liquide qui a un bas nombre Prandtl ( $Pr = 0,025$  à 300K) et a un point de fusion de 29,78°C.

Le Gallium a plusieurs propriétés qui lui donnent l'avantage, sur le silicium dans beaucoup d'applications. Ces avantages sont particulièrement appréciés dans les applications de l'optoélectronique. Le gallium arsenic (GaAs) est ainsi utilisé pour fabriquer des diodes de laser, applications pour lequel le silicium ne peut être utilisé. Le GaAs et le silicium peuvent convertir la lumière en énergie électrique, ce qui les rend utiles pour la

fabrication des photodiodes et des cellules solaires, mais le GaAs peut convertir plus de lumière disponible en énergie électrique.

Le gallium arsenic est environ dix fois plus résistant à la radiation que le silicium. Cette résistance est essentielle dans les utilisations dans l'espace où les composants sont exposés aux intenses radiations du soleil [07,08].

### **I.5. Applications aux métaux liquides :**

Quelques auteurs se sont intéressés aux problèmes de la convection naturelle dans une cavité rectangulaire contenant du métal liquide. Ces travaux étaient principalement justifiés par la nécessité de contrôler la croissance des cristaux destinés à la fabrication des semi-conducteurs ou d'améliorer le refroidissement des composants électroniques [07,09].

#### **I.5.1. Les méthodes d'élaboration des monocristaux :**

Semi-conducteur est le nom donné à un matériau caractérisé par des propriétés particulières, il s'agit d'un cristal qui conduit l'électricité mieux qu'un isolant et moins bien qu'un métal. Dans la vie quotidienne, le terme semi-conducteur évoque l'ensemble des composants, dispositifs et même des systèmes microélectroniques ou électroniques, fabriqués à partir d'éléments semi-conducteurs. Le principe des méthodes d'élaboration des monocristaux est de provoquer la solidification progressive d'une masse plus ou moins grande de métal liquide à partir d'un cristal « germe » unique [07,10]

#### **I.5.2. Refroidissement des composants électroniques :**

Dans un tout autre ordre d'idée, la miniaturisation croissante des circuits électroniques demande une dissipation de plus en plus efficace de la chaleur qui y est générée. Il s'agit en fait d'un des principaux obstacles à surmonter afin d'augmenter la puissance des ordinateurs et de l'électronique en général. Pour sa simplicité, le système de refroidissement actuellement le plus courant est la convection (naturelle ou forcée) en utilisant l'air ambiant. Un MCP

(Matériau à changement de phase), peut alors absorber une grande quantité de chaleur en fondant, ce qui en fait une alternative très intéressante pour dissiper la chaleur émanant des composants électroniques. Étant donné que le phénomène de fusion se produit à l'intérieur d'une plage de température étroite, il est alors possible de contrôler la température de ces composantes. La quantité de chaleur dissipée serait aussi de beaucoup supérieurs à ce qu'il est possible d'obtenir en refroidissant les composants électroniques par l'air ambiant. Il suffirait

donc de juxtaposer à ces composants une enceinte de MCP qui permettrait de dissiper l'énergie produite par les sources de chaleur pour un temps d'utilisation donné. Ce système est particulièrement bien adapté à l'utilisation cyclique d'équipements électroniques. Le MCP peut alors céder sa chaleur (en se ressolidifiant ) pendant la période d'inactivité [07,09].

### I.6. Synthèse bibliographique:

Il existe une quantité impressionnante de publications scientifiques portant sur l'étude de la convection naturelle dans les cavités. La plupart des études portant sur la convection naturelle dans les cavités étant en régime permanent avec des conditions aux limites constantes dans le temps (température ou flux de chaleur). Cependant, de nombreuses applications comme le refroidissement des composants électroniques, les capteurs d'énergie solaire, le chauffage et la climatisation des habitats mettent en jeu le transfert de chaleur par convection naturelle en régime transitoire.

Quelques auteurs se sont intéressés aux problèmes de convection naturelle dans des cavités rectangulaires chauffées par des sources discrètes. Ces travaux étaient principalement justifiés par la nécessité d'améliorer le refroidissement des composants électroniques.

**Trablsi Amal** [01] a étudié la façon, dont la chaleur se propage d'une région à une autre, sous l'influence d'une différence de température. L'objectif de notre étude consiste à étudier numériquement l'échange thermique par convection naturelle laminaire dans une cavité rectangulaire, remplie d'air, avec deux cotés partiellement actifs, pour des nombres de Grashof, allant de 103 à 105 et différents rapports d'aspect en utilisant le Fluent comme code CFD de simulation

**Djimli Samir** [02] a étudié de la convection naturelle dans une cavité rectangulaire avec FLUENT ; contenant un fluide à faible Prandtl (métal liquide) et soumise à un gradient horizontal de température. L'intérêt pour l'étude de ce problème est également son implication dans la croissance des cristaux destinés à la fabrication des semi-conducteurs. En effet, l'apparition de la convection pendant la croissance cristalline peut conduire à des inhomogénéités qui conduisent à des striations et à des défauts qui affectent la qualité des cristaux obtenus par les techniques de Bridgman et de Czochralski.

**Guestal Mabrouk** [04] On étudie numériquement la convection naturelle laminaire dans une enceinte carrée avec chauffage partiel de la paroi inférieure et refroidissement des parois latérales. Les résultats seront aussi présentés sous forme de Nombre de Nusselt local et moyen sur la paroi chauffée. Les corrélations seront mises au point pour prévoir les taux de transfert de chaleur vers l'enceinte en fonction de la longueur chauffée adimensionnelle et Ra

**Ibrir** [06] a étudié la convection naturelle dans une enceinte rectangulaire de dimension 0,091x0,063 contenant du Mercure et soumise à un gradient horizontal de température à l'aide

de code ANSYS (éléments fins). Pour plusieurs valeurs des paramètres de contrôles (Gr. Ra. A), elle a trouvée que la convection naturelle dans le Mercure est considérablement différente de celle dans les fluides à haut nombre de Prandtl (eau, air).

**Stewart & Weinberg** [11] ont étudié expérimentalement la distribution de température et le transfert de la chaleur dans une cavité rectangulaire remplie d'étain liquide.

**Viskanta et al.** [12] ont développé un modèle numérique à trois dimensions pour la convection naturelle dans un métal liquide ( $Pr = 0,02$ ) dans une cavité et ils ont comparé leurs résultats avec des résultats expérimentaux.

**Derhail & Koster** [13] ont simulé numériquement et en 3D l'écoulement dans une cavité avec le gallium liquide comme fluide de convection. Ils ont comparé les résultats numériques obtenus aux résultats expérimentaux qu'ils ont obtenus par la technique de la radioscopie.

La convection naturelle transitoire dans une cavité carrée soumise par le bas à une variation sinusoïdale de la température a été étudiée numériquement par **Lakhal and Hasnaoui** [14] pour un nombre de Prandtl de 0,72 (air) et pour des nombres de Rayleigh variant de  $10^5$  à  $10^6$ . On y montre que si l'on s'intéresse au transfert thermique moyen, le chauffage périodique est avantageux si l'amplitude de l'excitation est grande et si l'intensité de la convection est importante.

On retrouve aussi une étude numérique et théorique de **Lage and Bejan** [15] qui ont montré que pour des nombres de Rayleigh suffisamment grands (jusqu'à  $Ra = 109$ ), que le mécanisme dominant le transfert de la chaleur est la convection naturelle et que l'écoulement a tendance à entrer en résonance avec la pulsation de la source de chaleur. Cette résonance est caractérisée par un maximum dans l'amplitude de la fluctuation du nombre de Nusselt dans le plan médian de la cavité et à la frontière froide.

Un travail a été mené par **Shigeo and Bejan** [16] afin de synthétiser les résultats expérimentaux, les quelques simulations numériques disponibles à l'époque et surtout les études analytiques. Le comportement général du nombre de Nusselt moyen en fonction du rapport de forme de l'enceinte pour différents nombres de Rayleigh a ainsi été obtenu. Les résultats expérimentaux ont effectivement démontré que l'effet du nombre de Prandtl est négligeable lorsque ce dernier est de l'ordre de l'unité ou plus. De cette synthèse, il apparaît clairement que pour un nombre de Rayleigh donné, le transfert de chaleur atteint un maximum pour un certain rapport de forme optimal. Pour  $Ra \sim 105$ , le maximum se trouve autour de A

= 1 ( $A$  représente la hauteur de l'enceinte sur sa largeur) et il se déplace vers des valeurs plus faibles du rapport de forme lorsque le nombre de Rayleigh est augmenté.

**BEGAR AMOR** [17] Le but de ce travail est donc de mener une étude numérique de la convection naturelle dans une enceinte qui comporte des sources surfaciques de chaleur. On étudiera l'influence du rapport d'aspect de l'enceinte, les valeurs et les formes (constants ou variables) des flux de chaleur débités par les sources, le nombre et la disposition des sources sur les champs thermiques, le nombre de Nusselt ainsi que sur les structures et régimes convectifs.



# Chapitre II :

## Modélisation et procédure de simulation numérique

## II.1 Les équations gouvernantes :

Les équations régissant l'écoulement sont les équations de continuité, de Navier-stocks et l'équation d'énergie, qui expriment respectivement la conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie. Pour une formulation simple du problème, nous avons considéré quelques approximations, entre autre l'approximation de Boussinesq [18]. En effet, nous supposons que l'influence de la variation de la masse volumique n'est prise en compte que par l'intermédiaire des forces volumiques, le fluide étant également Newtonien. La masse volumique du fluide varie linéairement avec la température et est donnée par la relation suivante:

$$\rho = \rho[1 - \beta(T - T^\circ)] \quad \text{II-1}$$

Les équations gouvernantes sont données respectivement par :

### L'équation de continuité :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \text{II-2}$$

Avec (u) la composante du vecteur vitesse suivant x, (v) la composante suivant y et (w) la composante suivant z, (t) le temps. x, y, z étant les coordonnées cartésiennes.

### Les équations de quantité de mouvement:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad \text{II-3}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + g\beta(T - T_0)v \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad \text{II-4}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad \text{II-5}$$

Avec p: la pression,  $\rho$ : la masse volumique et  $\nu$ : la viscosité cinématique du fluide.

### L'équation d'énergie:

$$(\rho c_p) \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho c_p) u \nabla T = \lambda \nabla^2 T \quad \text{II-6}$$

Qui peut être aussi écrite:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\lambda}{\rho c_p} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad \text{II-7}$$

Avec:

$\lambda$ : La conductivité thermique et  $C_p$ : la chaleur spécifique du fluide à pression constante.

Pour mettre les équations (II-2 à II-7) sous formes adimensionnelles, on le fait de la même manière que dans [19] qui ont introduit les variables adimensionnelles suivantes:

$$\begin{aligned} u^* &= \frac{u}{\left(\frac{\alpha}{H}\right)} & \rho^* &= \frac{\rho}{\rho \left(\frac{\alpha}{H}\right)^2} \\ x^* &= \frac{x}{H} \\ y^* &= \frac{y}{H} & z^* &= \frac{z}{H} & v^* &= \frac{v}{\left(\frac{\alpha}{H}\right)} & w^* &= \frac{w}{\left(\frac{\alpha}{H}\right)} \\ T^* &= \frac{T - T_f}{\frac{qcs}{\lambda}} & t^* &= \frac{t\alpha}{H} \end{aligned} \quad \text{II-8}$$

En introduisant les variables adimensionnelles (II-8) dans les équations de conservation, les équations gouvernantes adimensionnelles deviennent comme suit :

$$\nabla u^* = 0 \quad \text{II-9}$$

$$\frac{\partial u^*}{\partial t^*} + u^* \nabla u^* = -\nabla P^* + Pr \nabla^2 u^* \quad \text{II-10}$$

$$\frac{\partial v^*}{\partial t^*} + u^* \nabla v^* = -\nabla P^* + ARa Pr T^* + Pr \nabla^2 v^* \quad \text{II-11}$$

$$\frac{\partial T^*}{\partial t^*} + u^* \nabla T^* = \nabla^2 T^* \quad \text{II-12}$$

Où,  $U$  est le vecteur vitesse ( $u, v$ ) en 2D,  $A = H/L$  est le rapport d'aspect de la cavité. Dans les équations ci-dessus, nous notons la présence des nombres caractéristiques, à savoir le nombre de Rayleigh ( $Ra$ ) et le nombre de Prandtl ( $Pr$ ). Ces nombres adimensionnels étant définis par [19]:

$$Ra = \frac{g\beta qcs^4}{\alpha\nu\lambda} \quad \text{II-13}$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad \text{II-14}$$

**II.2 Les conditions aux limites:**

Les conditions aux limites utilisées pour la configuration étudiée (Fig. II.1) sont comme suit [18]:

$$0 < y < H, x = 0 \quad u^* = v^* = 0, T^* = 0 \quad \text{II-15-a}$$

$$0 < y < H, x = L \quad u^* = v^* = 0, T^* = 0 \quad \text{II-15-b}$$

$$0 < x < L, y = H \quad u^* = v^* = 0, \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = 0 \quad \text{II-15-c}$$

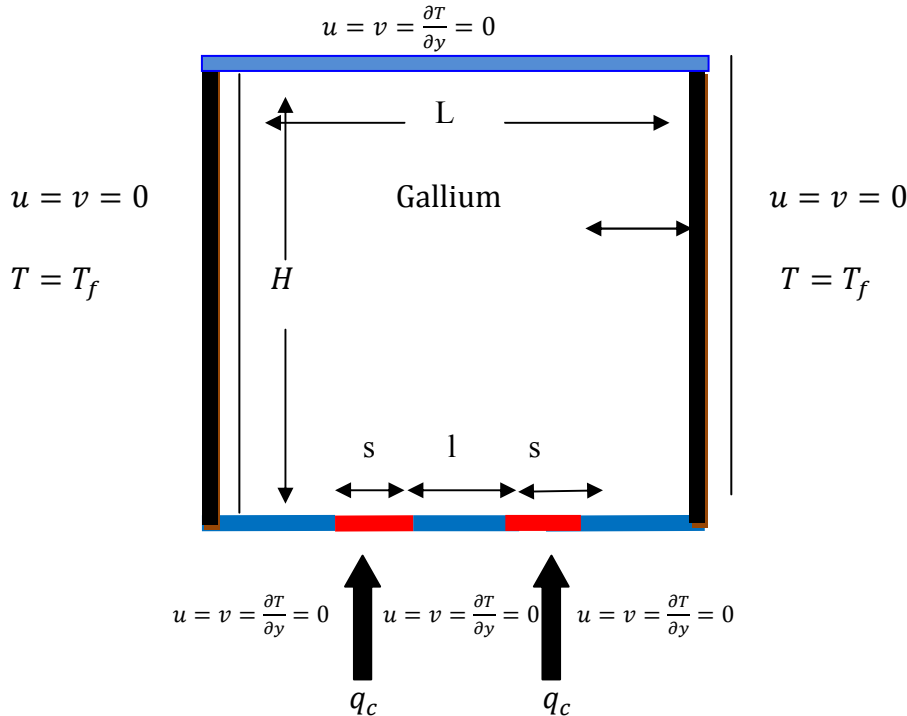
$$0 < x < l, y = 0 \quad u^* = v^* = 0, \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = 0 \quad \text{II-15-d}$$

$$l < x < l + s, y = 0 \quad u^* = v^* = 0, \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = -1 \quad \text{II-15-e}$$

$$l + s < x < 2l + s, y = 0 \quad u^* = v^* = 0, \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = 0 \quad \text{II-15-f}$$

$$2l + s < x < 2l + 2s, y = 0 \quad u^* = v^* = 0, \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = -1 \quad \text{II-15-g}$$

$$2l + 2s < x < L, y = 0 \quad u^* = v^* = 0, \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = 0 \quad \text{II-15-h}$$



**Figure II.1:** Schéma représentant la forme de la configuration étudiée et les conditions aux limites.

### II.3. Transfert de chaleur:

Le taux du transfert de chaleur par convection est décrit par le nombre de Nusselt qui est défini comme suit [19] :

$$Nu_{local} = \frac{qcs}{\lambda(T-T_f)} \quad \text{II-16}$$

Le Nusselt moyen peut être calculé en moyennant les nombres de Nusselt locaux qui ont été calculés au niveau de tous les nœuds. Le Nusselt moyen est alors donné par la relation [19]:

$$Nu = \frac{\sum Nu_{local}}{n} \quad \text{II-17}$$

Ou n: nombre de nœuds.

### II.4. Discrétisation des équations :

La résolution des équations se fait par l'utilisation d'une méthode numérique qui fait intervenir le concept de discrétisation. Le résultat de la discrétisation des équations différentielles de transport étant un système d'équations algébriques non linéaires qui décrivent les propriétés discrètes du fluide au niveau des nœuds dans le domaine de résolution. Il existe plusieurs méthodes numériques de discrétisation des équations différentielles aux dérivées partielles, à savoir :

- la méthode des éléments finis.
- la méthode des différences finies.
- la méthode des volumes finis.

Dans la présente étude, on utilisera la méthode des volumes finis avec des volumes de contrôle quadrilatéraux et le couplage vitesse pression est calculé selon l'algorithme SIMPLER développé par Spalding and Patankar [20].

#### II.4.1. Rappels sur la méthode des volumes finis :

En utilisant cette méthode, le domaine de calcul est divisé en un nombre fini de sous domaines élémentaires appelés volumes de contrôle. La méthode des volumes finis consiste à intégrer les équations aux dérivées partielles sur chaque volume de contrôle. Chacun de ces derniers englobe un nœud dit nœud principal, comme indiqué dans la Figure II.2.

La méthode des volumes finis, comporte essentiellement:

- la discrétisation du domaine considéré en volumes de contrôles.
- la formulation intégrale des équations différentielles aux dérivées partielles.
- le modèle doit être stable et convergent.

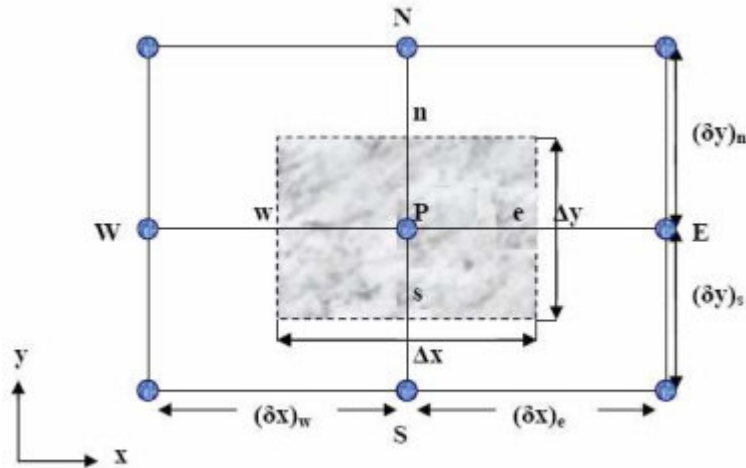


Figure II.2 : volume de contrôle bidimensionnel

#### II.4.2. Maillage :

C'est la subdivision du domaine d'étude en grilles longitudinales et transversales dont les intersections représentent les nœuds, où on trouve la variable ( $p$ ) et les composantes ( $u$  et  $v$ ) du vecteur vitesse. La discrétisation du domaine est obtenue par un maillage constitué d'un réseau de nœuds. Les grandeurs scalaires qui sont la pression et la température sont stockées au niveau du nœud ( $P$ ) du maillage, tandis que les grandeurs vectorielles ( $u$ ,  $v$ ) sont stockées aux milieux des segments reliant les nœuds. L'équation générale du transport est intégrée sur le volume de contrôle associé aux variables scalaires et les équations de quantité de mouvement sont intégrées sur les volumes de contrôle associés aux composantes de vitesse. Le volume de contrôle de la composante ( $u$ ) est décalé suivant la direction ( $x$ ) par rapport au volume de contrôle principal, celui de la composante ( $v$ ) est décalé suivant la direction  $y$ .

La construction des volumes de contrôle ainsi que le maillage décalé sont montrés dans le schéma suivant :

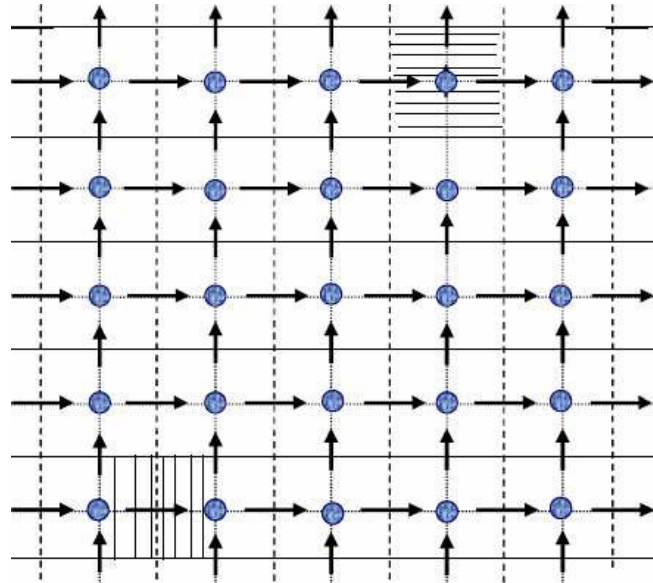


Figure II.3: Schéma du maillage décalé.

### II.4.3. La discrétisation :

Les équations de conservation présentées dans ce chapitre peuvent être mises sous une forme commune, ce qui permet d'éviter la répétition du travail de discrétisation pour chaque équation. Ainsi, si on note  $\phi$  la variable étudiée, chacune des équations peut être réduite à une seule équation générale, en coordonnées cartésiennes selon la forme [21]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \sum_j \frac{\partial u_j \phi}{\partial x_j} + = \sum_{j=1} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) + S_\phi \quad \text{II-18}$$

Nous venons de voir que pour chaque variable,  $\phi$ , l'équation de transport s'écrit dans le cas instationnaire, bidimensionnel comme suit:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u \frac{\partial \phi}{\partial x} + v \frac{\partial \phi}{\partial y} = \Gamma_{\phi x} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \Gamma_\phi \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + S_\phi \quad \text{II-19}$$

Où  $\phi$  est la propriété transport,  $\Gamma_\phi$  indique le coefficient de diffusion et  $S_\phi$  le terme source. Tous ces termes sont listés dans le tableau suivant :

Grandeur transportée	$\varphi$	$\Gamma\varphi$	$S\varphi$
Conservation de masse	1	0	0
Quantité de mouvement selon x	$u$	Pr	$-\frac{\partial P}{\partial x}$
Quantité de mouvement selon y	$V$	Pr	$-\frac{\partial P}{\partial y} + RaPr(T - T_f)$
Energie	T	1	0

Cette équation (II.19) est discrétisée et le système d'équations aux dérivées partielles est résolu pour chaque valeur de  $\varphi$ . Le système prend alors la forme d'une équation très condensée. L'équation (II.19) peut être ainsi écrite sous la forme :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(J_x) + \frac{\partial}{\partial y}(J_y) = S_\varphi \tag{II-20}$$

avec:

$$J_x = u\varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x}$$

$$J_y = v\varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial y} \tag{II-21}$$

$J_x, J_y$  Sont les flux totaux (convection et diffusion) par unité de surface selon (x) et (y).

La discrétisation consiste à transformer l'équation différentielle de transport en un système d'équations algébriques. L'équation (II.20) est intégrée sur le volume de contrôle entre deux temps successifs  $t$  et  $t + \Delta t$ .

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial \varphi}{\partial t} dx dy dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \left(\frac{\partial}{\partial x}(J_x)\right) dx dy dt = \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e S_\varphi dx dy dt \tag{II-22}$$

Pour pouvoir approximer l'équation sous forme algébrique, on considère les hypothèses suivantes :

- la variable générale  $\varphi$  varie linéairement entre les nœuds principaux dans les deux directions.
- le terme source est uniforme sur le volume de contrôle.



**II.4.4. Intégration du flux total :**

L'intégration du terme convectif et diffusif (terme II de l'équation (II-22)) entre  $t$  et  $t + \Delta t$  pour tout le volume de contrôle est donnée par:

$$\Pi = \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \left( \frac{\partial}{\partial x} (J_x) \right) dx dy dt \tag{II-23}$$

$$\Pi = \int_t^{t+\Delta t} \left[ \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} (J_x) dx dy + \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial y} (J_y) dx dy \right] dt \tag{II-24}$$

$$\Pi = [(J_x)_e - (J_x)_w] \int_s^n dy + (J_y)_n - (J_y)_s \int_w^e dx \Delta t \tag{II-25}$$

$$\Pi = (J_x)_e \Delta y \Delta t - (J_x)_w \Delta y \Delta t + (J_y)_n \Delta x \Delta t - (J_y)_s \Delta x \Delta t \tag{II-26}$$

Si on pose :

$$J_e = (J_x) \Delta y \qquad J_n = (J_y) \Delta x$$

$$J_w = (J_x) \Delta y \qquad J_s = (J_y) \Delta x$$

Donc l'expression du terme II devient :

$$\Pi = (J_e - J_w - J_n - J_s) \Delta t$$

II-27

**II.4.5. Intégration du terme source :**

L'intégration du terme source (terme III de l'équation (II.22)) entre  $t$  et  $t + \Delta t$  pour tout le volume de contrôle est donnée par :

$$II = \int_t^{t+\Delta t} S_\phi \int_s^n \int_w^e dx dy dt = S_\phi \Delta x \Delta y \Delta t \tag{II-28}$$

Où  $S_\phi$  est la valeur moyenne du terme source sur ce volume de contrôle. Quand le terme source dépend de la variable dépendante, cette dépendance doit être exprimée par une relation linéaire, ce qui permettra d'utiliser les méthodes de résolution des systèmes linéaires.

**II.4.6. Discrétisation temporelle :**

Dans l'équation (II.22), le terme de dérivée temporelle (I) est intégré entre les instants  $t$  et  $t + \Delta t$  pour tout le volume de contrôle :

$$II = \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial \phi}{\partial t} dt \int_s^n \int_w^e dx dy = (\phi_p^1 - \phi_p^0) \Delta x \Delta y \quad \text{II-29}$$

Les exposants 0 et 1 indiquant les temps  $t$  et  $t + \Delta t$ .

( $i = E, W, S, N$ ) varie entre les instants  $t$  et  $t + \Delta t$ .

$$\int \phi_i dt = (f\phi_i^1 + (1-f)\phi_i^0)\Delta t$$

Où  $f$  est un facteur compris entre 0 et 1.

#### II.4.7 Schéma hybride (HDS) :

Ce schéma est la combinaison des deux schémas (Centré et Upwind) [22]. L'intégration de l'équation générale de transport (II.18) donne :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S - S_P \Delta x \Delta y; b = S_C \Delta x \Delta y \quad \text{II-30}$$

$$a_W = \max(-F'_e, D_e - \frac{F'_e}{2}) \quad a_W = \max(F'_w, D_w + \frac{F'_w}{2})$$

$$a_N = \max\left(-F'_N, D_N - \frac{F'_e}{2}\right) \quad a_S = \max(F'_S, D_S + \frac{F'_S}{2})$$

$$F'_e = u_e \Delta y, \quad F'_w = u_w \Delta y, \quad F'_s = u_s \Delta x, \quad F'_n = u_n \Delta x$$

$$D_e = \frac{\Gamma_e \Delta y}{\partial x_e}, \quad D_w = \frac{\Gamma_w \Delta y}{\partial x_w}, \quad D_n = \frac{\Gamma_n \Delta y}{\partial x_n}, \quad D_s = \frac{\Gamma_s \Delta y}{\partial x_s}$$

#### II.5. Procédure de résolution :

Le résultat de la discrétisation des équations différentielles de transport est un ensemble d'équations algébriques non linéaires. Si on divise le domaine de calcul en 50 intervalles selon (x) et en 50 intervalles selon (y), on aura un système de 50x50 équations algébriques non linéaires pour chaque variable considérée. Rappelons que les variables  $\phi$  dans notre problème sont la température (T) et les deux composantes de la vitesse (u et v). Un problème cependant subsiste du fait qu'il n'existe pas d'équation qui permet d'avoir directement le champ de pression. Il faut donc avoir recours à une méthode itérative, pour cela on utilise un algorithme de correction de pression appelé SIMPLER.

### II.5.1. Equation algébrique de pression :

Lorsque le champ de pression est connu, le champ de vitesse est obtenu directement par la résolution des équations de quantité de mouvement. Dans le cas où ce champ est inconnu, l'établissement d'une équation de pression est nécessaire. Dans l'équation de mouvement, le terme  $\phi$  représente les composantes de la vitesse ( $u$  et  $v$ ) qui doivent satisfaire l'équation de continuité. Le but est de trouver le champ de pression correct sur le volume de contrôle.

L'intégration de l'équation générale de transport pour ( $u$ ) et ( $v$ ) sur les deux volumes de contrôle spécifiques aux composantes de vitesse donne les équations suivantes [21]:

$$a_e u_e = \sum_i a_i u_i + A_e (P_P - P_E) + b_e$$

$$a_n u_n = \sum_i a_i u_i + A_n (P_P - P_N) + b_v$$

avec :

$b_e$  et  $b_v$  qui contiennent tous les termes source de l'équation sauf celui de pression. Le terme  $A_i (P_P - P_E)$  représente les forces de pression et  $A_i$  représente les faces  $i = (e, w, n, s)$ . L'étape de prédiction consiste à donner un champ de pression  $P^*$  pour obtenir des valeurs estimées de la vitesse  $u^*$  et  $v^*$  à partir des équations suivantes :

$$a_e u_e^* = \sum_i a_i u_i^* + A_e (P_P^* - P_E^*)$$

$$a_n v_n^* = \sum_i a_j v_j^* + A_n (P_P^* - P_n^*) \quad \text{II-32}$$

En général, les valeurs obtenues des vitesses ne vérifient pas l'équation de continuité, c'est pourquoi on corrige la pression estimée  $P^*$  par  $P'$  qui est donnée par :

$$P = P^* + P' \quad \text{II-33}$$

De même pour les composantes de la vitesse

$$u = u^* + u'$$

$$v = v^* + v' \quad \text{II-34}$$

Où  $P'$ ,  $u'$  et  $v'$  sont les corrections de la pression et des vitesses.

$$u_i = u_i^* + u'_i \quad \text{avec } i = (e, w)$$

$$v_i = v_i^* + v \quad \text{avec } i = (e, w) \quad \text{II-35}$$

si on retranche les équations des valeurs estimées de celles des valeurs corrigées, on trouve:

$$a_e u'_e = \sum_i a_i u'_i + A_e (P'_P - P'_E)$$

$$a_n v'_n = \sum_i a_j v'_j + A_j (P'_P - P'_n) \quad \text{II-36}$$

D'autre part, on néglige les termes  $\sum a_i u'_i$  et  $\sum a_j v'_j$  par rapport aux termes de pression, alors les équations (II-36) deviennent respectivement :

$$u_e = d_e (P'_P - P'_E)$$

$$v_n = d_n (P'_P - P'_n) \quad \text{II-37}$$

Avec:

$$d_e = \frac{A_e}{a_e}$$

Et

$$d_n = \frac{A_n}{a_n}$$

Les champs de vitesse seront corrigés par les équations suivantes :

$$u_e = u'_e + d_e (P'_P - P'_E)$$

$$v_n = v'_n + d_n (P'_P - P'_E) \quad \text{II-38}$$

Maintenant pour trouver la discrétisation de  $P'$  (équation de correction de pression), il suffit d'écrire l'équation de continuité comme une équation de correction de pression. L'équation de continuité discrétisée pour un volume de contrôle s'écrit :

$$(u_e - u_w) \Delta y + (v_n - v_s) \Delta x = 0 \quad \text{II-39}$$

L'introduction des expressions II.34 et II.35 nous donne :

$$a_p p'_p = a_E p'_E + a_W p'_W + a_N p'_N + a_S p'_S + b \quad \text{II-40}$$

Avec:

$$a_E = d_e \Delta y, \quad a_W = d_w \Delta y, \quad a_N = d_n \Delta x, \quad a_S = d_s \Delta x$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S \quad b = (u_w^* - u_e^*) \Delta y + (v_s^* - v_e^*) \Delta x$$

Les équations II.32 peuvent être alors écrites sous la forme :

$$u_e = u_e'' + d_e (P_p - P_E)$$

$$v_e = v_e'' + d_n (P_p - P_N) \quad \text{II-41}$$

Les pseudo vitesse  $u_e''$  et  $v_n''$  sont définies par les expressions suivantes :

$$u_e'' = \frac{\sum a_i u_i + b_u}{a_e}$$

$$v_n'' = \frac{\sum a_j v_j + b_v}{a_n} \quad \text{II-42}$$

L'introduction des équations (II-39) dans l'équation de continuité discrétisée (II-39) permet d'obtenir une équation de pression analogue à l'équation de correction de pression (II-41) qui s'écrit sous la forme :

$$a_P P_P = a_E P_E + a_W P_W + a_N P_N + a_S P_S + b \quad \text{II-43}$$

Avec:

$$a_E = d_e \Delta y, \quad a_W = d_w \Delta y, \quad a_N = d_n \Delta x, \quad a_S = d_s \Delta x$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S$$

$$b = (u_w'' - u_e'') \Delta y + (v_s'' - v_n'')$$

### II.5.2 Algorithme SIMPLER :

L'algorithme SIMPLER est une procédure avec laquelle il nous sera possible de tirer des champs de pression et de vitesse vérifiant à la fois les équations de quantité de mouvement et celle de continuité. Cet algorithme résume la résolution du problème posé dans les séquences suivantes [21]:

- Estimer un champ de vitesse.

- Calcul des coefficients pour les équations du mouvement et détermination des pseudo vitesses  $u''$  et  $v''$ .
- Calcul des coefficients pour l'équation de pression et obtention de la pression.
- Considération du champ de pression (p) comme un champ estimé (p\*).
- Résoudre les équations de mouvement pour obtenir les vitesses  $u^*$  et  $v^*$ .
- Calcul du terme (b) de l'équation de correction de pression.
- Résoudre l'équation de pression pour obtenir la correction  $P''$ .
- Correction des valeurs des vitesses.

Cette succession d'opérations est reprise et se poursuit jusqu'à la convergence des différentes grandeurs calculées.

### II.5.3. Résolution des équations :

Une fois les équations algébriques, décrivant l'évolution des variables de l'écoulement dans le domaine de calcul, établies, une méthode numérique de résolution est choisie en fonction du type de ces équations et en considérant la notation indicielle qui est utilisée pour faciliter la programmation des étapes de calcul. La forme de l'équation de discrétisation de l'équation générale de transport sous la nouvelle notation est alors :

$$A_{P(i,j)} \phi_{i,j} = A_{E(i,j)} \phi_{(i+1,j)} + A_{W(i,j)} \phi_{(i-1,j)} + A_{N(i,j)} \phi_{(i,j-1)} + A_{S(i,j)} \phi_{(i,j+1)} + S_{(i,j)} \quad \text{II-44}$$

$$1 \leq i \leq n \text{ et } 1 \leq j \leq m$$

Les coefficients de cette équation sont des variables de transport. Une méthode de résolution itérative doit être utilisée à cause de la non-linéarité. Le système (II-44) est écrit sous la forme matricielle suivante :

$$[A]\{\phi\} = \{S\} \quad \text{II-45}$$

La matrice  $A$  est une matrice carrée. Pour la résolution de cette matrice on utilise la méthode des approximations successives qui est brièvement décrite ci-dessous.

#### II.5.3.1. La méthode des approximations successives :

Lorsque le nombre des inconnues d'un système linéaire est élevé, il devient beaucoup plus commode de trouver la résolution du ce système par des méthodes numériques approchées.

L'une d'elles est la méthode des approximations successives dite aussi méthode des itérations [22].

Soit le système (II-44) avec la forme matricielle (II-45), supposant que les coefficients *diagonaux*  $\varphi(i, i)$  ( $i = 1, 2, 3, 4, 5, \dots, n$ ) sont différents de zéro. On résout la première équation du système (II-44) par rapport à  $\varphi(1,1)$  la deuxième par rapport à  $\varphi(2,2)$  et on obtient le système équivalent :

$$\begin{aligned} \varphi_{(1,1)} &= c_{(1,2)}\varphi_{(1,2)} + c_{(1,3)}\varphi_{(1,3)} + c_{(1,4)}\varphi_{(1,4)} + \dots + c_{(1,m)}\varphi_{(1,m)} + h_{(1,1)} \\ \varphi_{(2,2)} &= c_{(2,1)}\varphi_{(2,1)} + c_{(2,3)}\varphi_{(2,3)} + c_{(2,4)}\varphi_{(2,4)} + \dots + c_{(2,jl)}\varphi_{(2,m)} + h_{(2,2)} \\ \varphi_{(n,m)} &= c_{(n,1)}\varphi_{(n,1)} + c_{(n,2)}\varphi_{(n,2)} + c_{(n,3)}\varphi_{(n,3)} + \dots + c_{(n,m)}\varphi_{(n,m)} + h_{(n,m)} \end{aligned} \quad \text{II.46}$$

$$C_{(i,j)} = \frac{A_{r(i,j)}}{A_{p(i,j)}}$$

$$h_{(i,j)} = \frac{S_{i,j}}{A_{p(i,j)}}$$

La forme générale de la matrice est :

$$\varphi = h + c \times \varphi \quad \text{II-47}$$

Cherchons la solution du système (II-45) par la méthode des approximations successives. Prenons par exemple pour approximation initiale la colonne des termes constants

$\varphi^{(0)} = h$  Puis construisons successivement les matrices colonnes.

$$\varphi^{(1)} = h + c\varphi^{(0)}$$

$$\varphi^{(21)} = h + c\varphi^{(1)}$$

.....

$$\varphi^{(k+11)} = h + c\varphi^{(k)} \quad \text{II-48}$$

Avec :

$\varphi^1$  La première approximation.

$\varphi^2$  La deuxième approximation.

$\varphi^{k+1}$  La  $(k+1)^{\text{ème}}$  approximation.

Pour estimer l'erreur des approximations du processus itératif on utilise les formules suivantes:

$$\|\varphi - \varphi^{(k)}\| \leq \frac{\|c\|}{1-\|c\|} \|\varphi^{(k)} - \varphi^{(k-1)}\| \quad \text{II49}$$

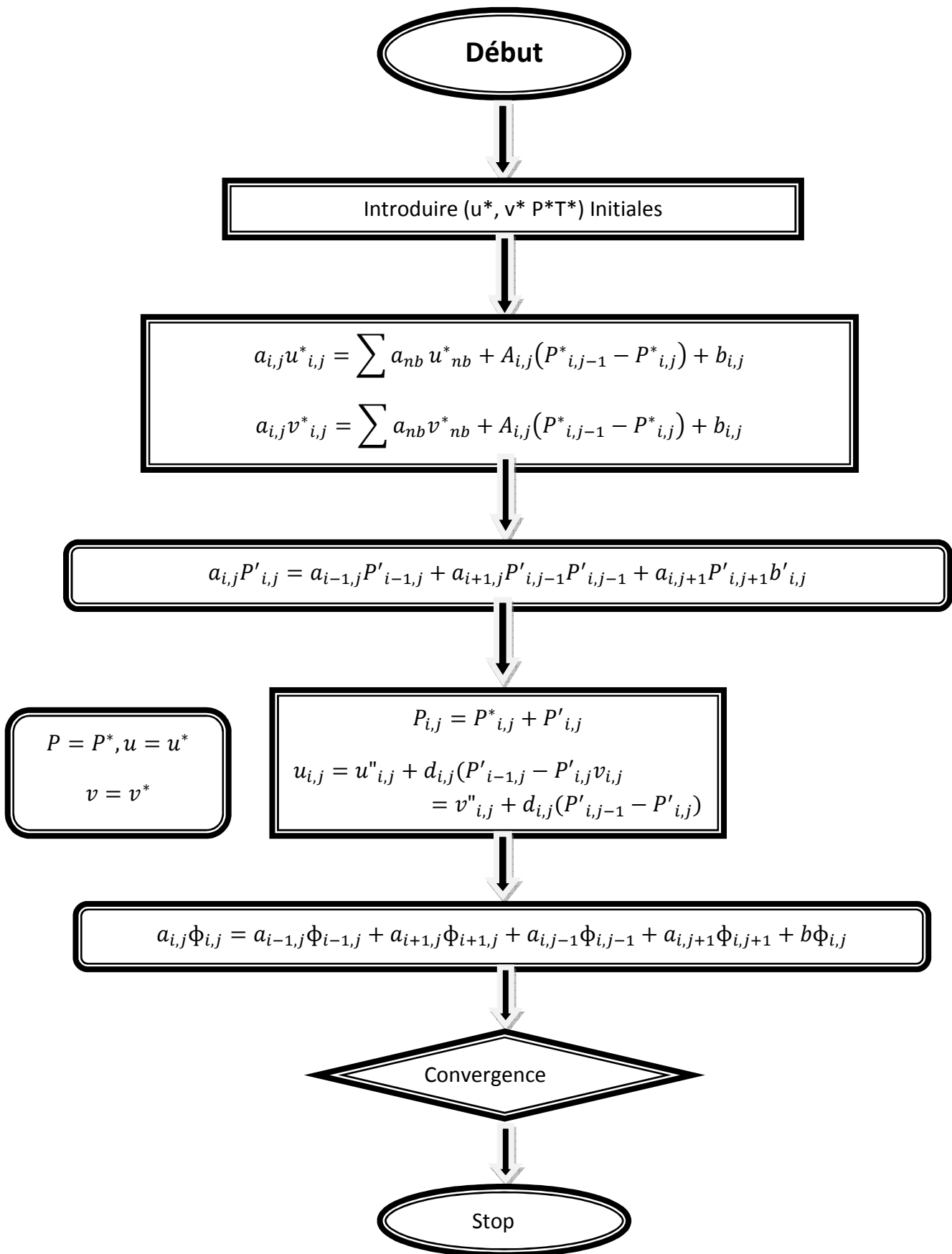
Dans ce cas, si au cours du calcul il s'avère que :

$$\|\varphi - \varphi^{(k)}\| \leq \frac{\|c\|}{1-\|c\|} \|e\|, \text{ Où } (e) \text{ est la précision voulue, alors } \|\varphi - \varphi^{(k)}\| \leq e$$

$$\varphi_{(i,j)} - \varphi_{i,j}^k \leq e \quad (i=1,2,3,4,\dots,n), (j=1,2,3,4,\dots,m) \quad [22].$$



II.6. Organigramme :



# Chapitre III :

## Résultat numérique

II.1. Problématique:

La configuration étudiée est représentée sur la figure III-1. Il s'agit d'une cavité contenant du gallium. Les parois horizontales de la cavité sont considérées comme adiabatiques sauf au niveau des sources de chaleur. En effet, la paroi horizontale inférieure pouvant être chauffée localement par deux ou trois sources de chaleur. Les sources de chaleur pouvant débiter des flux de chaleur qui sont constants ( $q_c = 3,5 \text{ W/m}^2$ ). Les parois verticales sont quant à elles maintenues à une température  $T_f$ , qui est constante. Le modèle mathématique utilisé ainsi que la procédure de simulation numérique ayant été décrits en détails dans le chapitre précédent.

$$u = v = \frac{\partial T}{\partial y} = 0$$

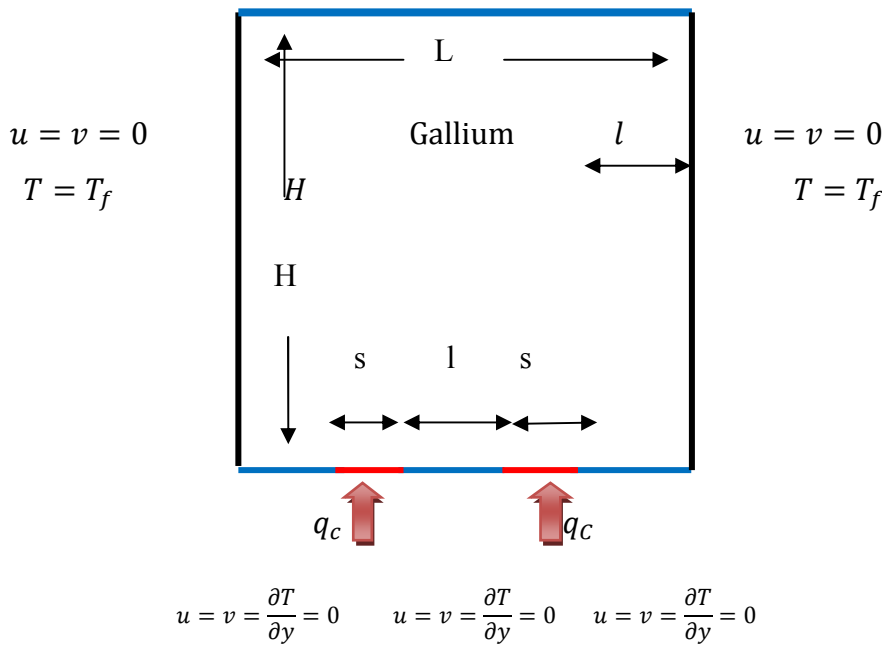


Figure III-1: Schéma représentant la cavité et les conditions aux limites. Cas de deux sources de chaleur.

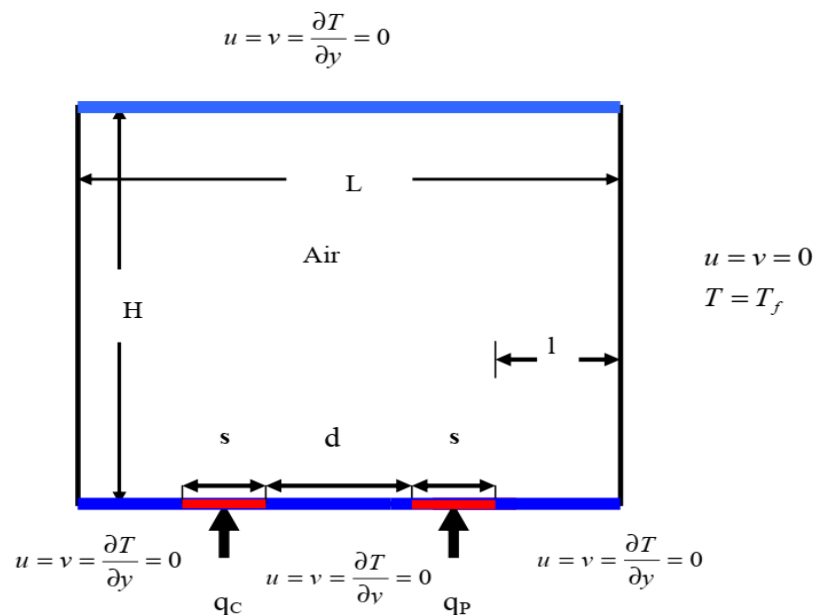
Les équations gouvernantes étant respectivement l'équation de continuité, celles de Navier-stokes et d'énergie qui sont discrétisées par la méthode des volume finis en utilisant un schéma hybride et par la suite résolues avec l'algorithme Simpler [21] et la méthode des approximations successives [22]. Pour notre travail, un maillage uniforme de 50x50 mailles a été utilisé. Le nombre de 2500 mailles a été choisi parce qu'on a mené une étude préliminaire avec plusieurs maillages et on

a trouvé qu'à partir de ce nombre, il n'y a plus de variation des résultats obtenus; de plus ce nombre a été utilisé par d'autres auteurs [23] qui ont jugé qu'il est largement suffisant pour l'étude envisagée.

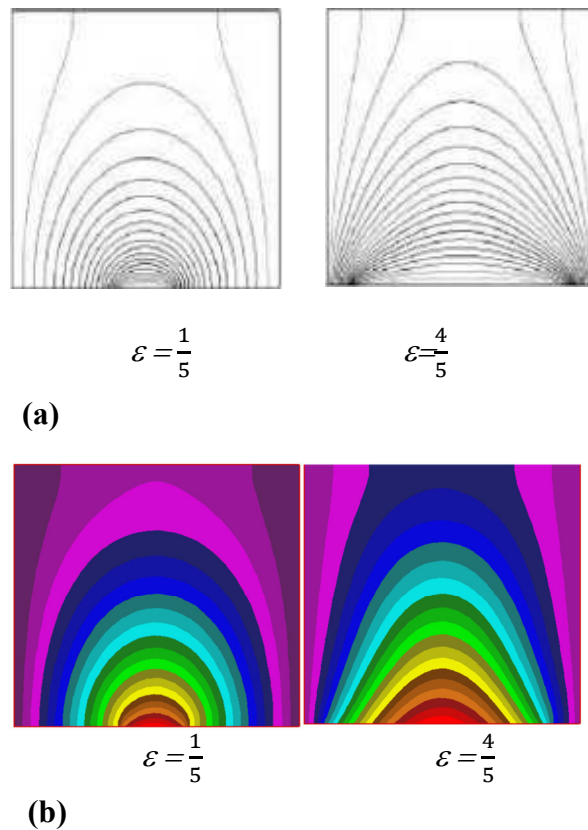
Le pas de temps utilisé étant de  $10^{-2}$  secondes entre deux itérations successives. Le programme de simulation numérique a été développé en utilisant le langage Fortran 6.0. La restitution des champs de température et vitesse obtenus a été réalisée en utilisant le logiciel TECPLOT. Dans la première partie de ce chapitre, on a considéré des sources de chaleur avec des flux constants dans le temps.

### III.2. Validation :

La première étape consiste à valider notre simulation numérique en comparant nos résultats avec ceux publiés par d'autres auteurs. Pour cela on a gardé les mêmes conditions que B. Calcagni et al. [23] (fluide de convection: air dans une géométrie carrée de dimensions  $(0.050 \times 0.05)$  m) avec une source de chaleur localisée au centre de la paroi horizontale inférieure (Fig. III.1). Les mêmes nombres de Rayleigh (Ra) que dans [23] ainsi que les mêmes  $\varepsilon$  (qui est le rapport entre la longueur de la source de chaleur par rapport à la longueur totale de la paroi horizontale inférieure) ont été également considérés. Calcagni et al. [23] ont obtenu leurs résultats numériques en utilisant le code Fluent .



**Figure III-2:** Schéma représentant la cavité et les conditions aux limites. Cas de deux sources de chaleur

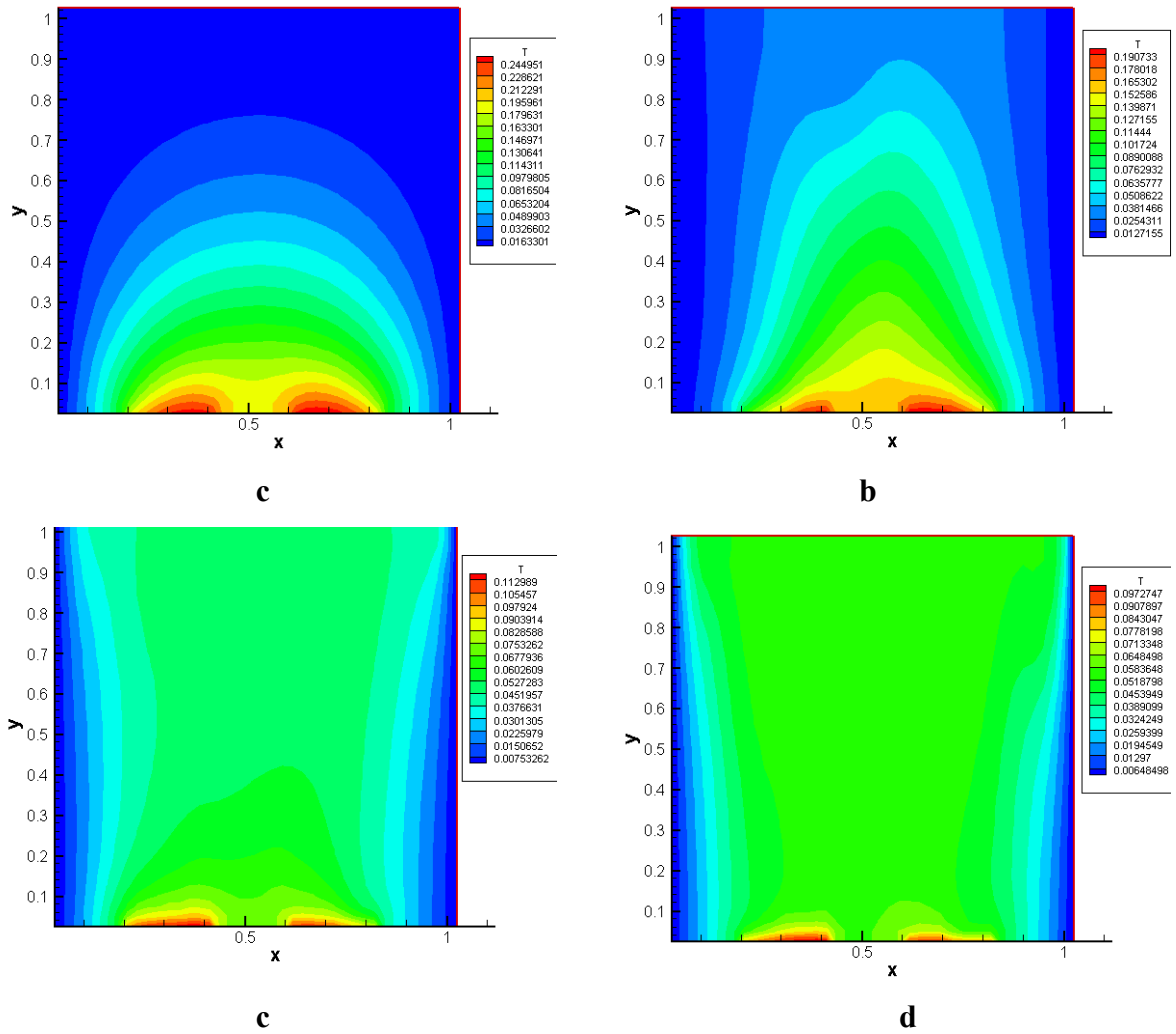


**Figure III.3 :** Champs de température pour  $Ra=10^3$  et différentes valeurs de  $\varepsilon$  .(a) résultats numériques dans [23], (b) nos résultats numériques

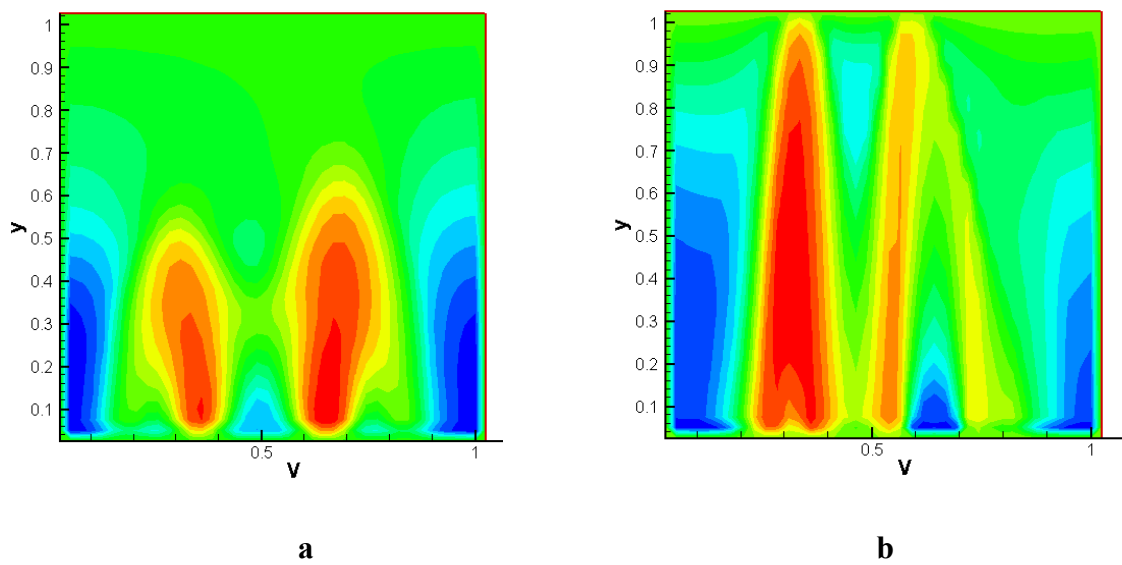
### III.3. Cas de deux sources de chaleur :

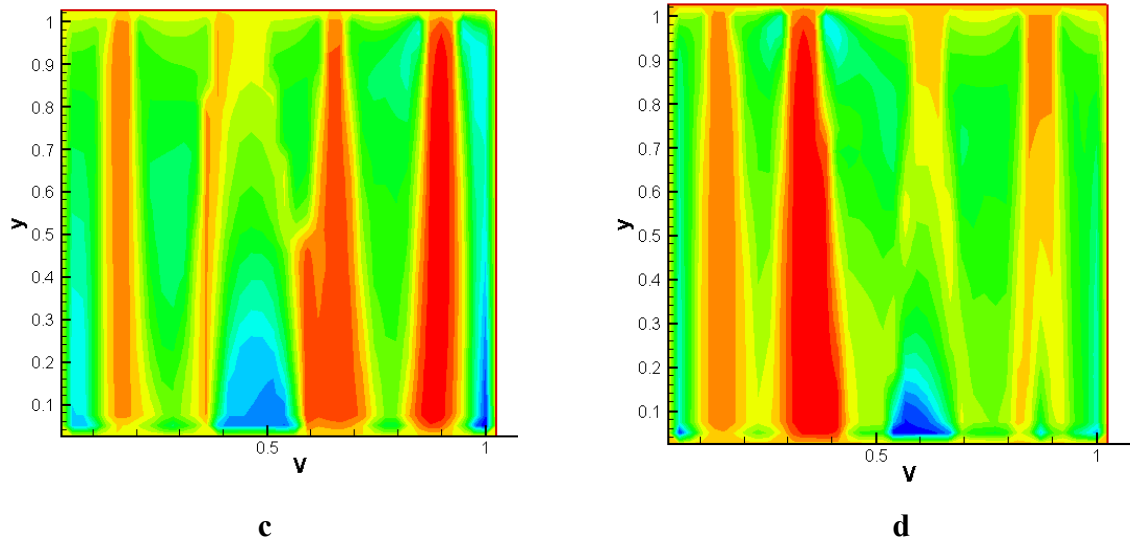
#### III.3.1. Influence du nombre de Rayleigh:

Les champs de température obtenus dans une cavité carrée (de dimensions 5cmx5cm) et contenant deux sources de chaleur localisée au centre de la paroi inférieure et de longueur 1 cm, sont montrés dans la figure (III.4) et ce pour un nombre de  $Ra$  allant de  $10^4$  à  $10^6$ . La figure (III.5) représente les champs de vitesse pour les mêmes conditions.



**Figure III.4:** Champs de température pour différents Ra. (a) :  $Ra = 10^4$ , (b) :  $Ra = 10^5$ ,  
(c) :  $Ra = 5 \times 10^5$ , (d) :  $Ra = 10^6$





**Figure III. 5:** Champs de vitesse pour différents Ra. (a):  $Ra = 10^4$ , (b) :  $Ra = 10^5$ ,  
(c):  $Ra = 5 \times 10^5$  (d) :  $Ra = 10^6$

Le nombre de Nu local est tracé en fonction de x dans la figure (III.6) pour un nombre de Ra allant de  $10^4$  à  $10^6$ , et on peut remarquer que le nombre de Nu est à son minimum au niveau du centre de la source et ce pour toutes les valeurs de Ra considérées et cette valeur minimale croit lorsqu'on fait croître le nombre de Rayleigh. On déduit également les équations qui représentent des corrélations entre le nombre de Nusselt local et ce en fonction de x (pour Ra allant de  $10^4$  à  $10^6$ ).

$$Ra=10^6 \quad \ll Nu \gg = 529,29x^6 - 1316x^5 + 1211,6x^4 - 507,29x^3 + 99,41x^2 - 12,376x + 11,677 \quad (III-1)$$

$$R^2 = 0,9996$$

$$Ra=5 \times 10^5 \quad \ll Nu \gg = 124,28x^5 - 243,75x^4 + 160,69x^3 - 38,681x^2 + 0,6726x + 9,2009 \quad (III-2)$$

$$R^2 = 0,9947$$

$$Ra=10^5 \quad \ll Nu \gg = 6,7444x^2 - 9,0735x + 8,2833 \quad (III-3)$$

$$R^2 = 0,9645$$

$$Ra=10^4 \quad \ll Nu \gg = 3,7701x^2 - 4,0035x + 4,9011 \quad (III-4)$$

$$R^2 = 0,8938$$

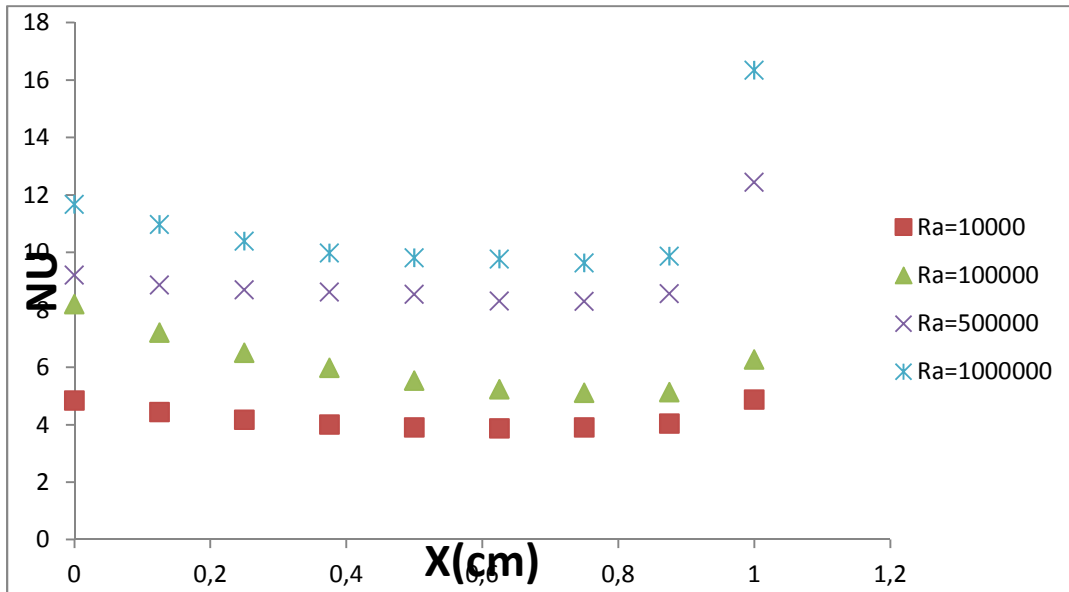


Figure III.6: Nombre de Nusselt local au niveau de la source de chaleur en fonction de (x) pour différents Ra.

Le nombre de Nusselt moyen,  $\langle Nu \rangle$ , est tracé en fonction de (Ra) dans la figure (III.7). Ce graphe montre que le Nusselt moyen croit lorsqu'on fait croître Ra et à partir de la courbe de la figure (III.7) on déduit l'équation qui représente la corrélation (III-5) entre le nombre de Nusselt moyen et le nombre de Rayleigh (Ra allant de  $10^4$  à  $10^6$ ).

$$\langle Nu \rangle = 2E-17x^3 - 4E-11x^2 + 3E-05x + 3,983 \tag{III-5}$$

avec  $R^2 = 1$

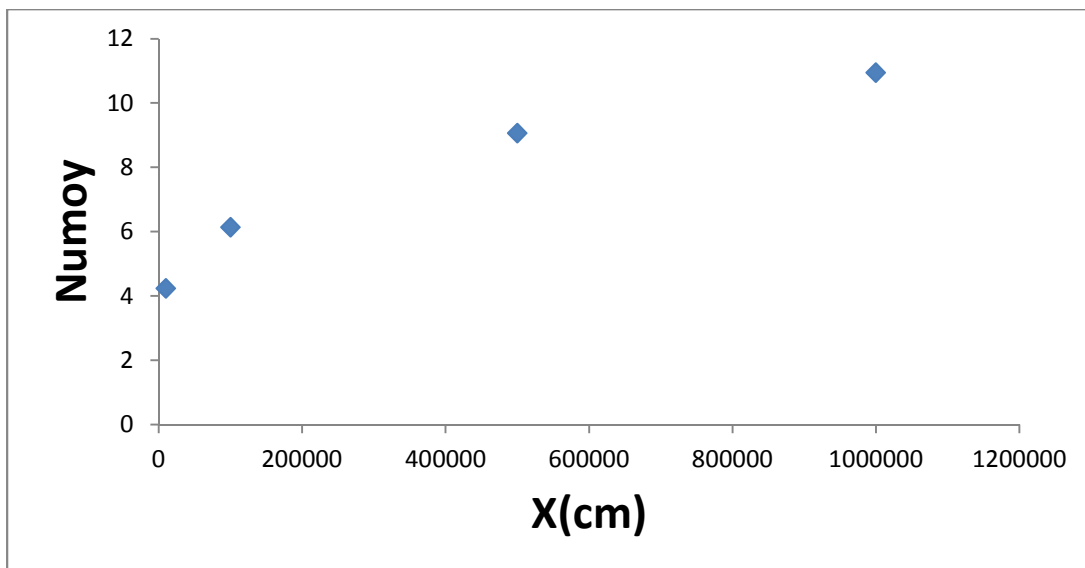
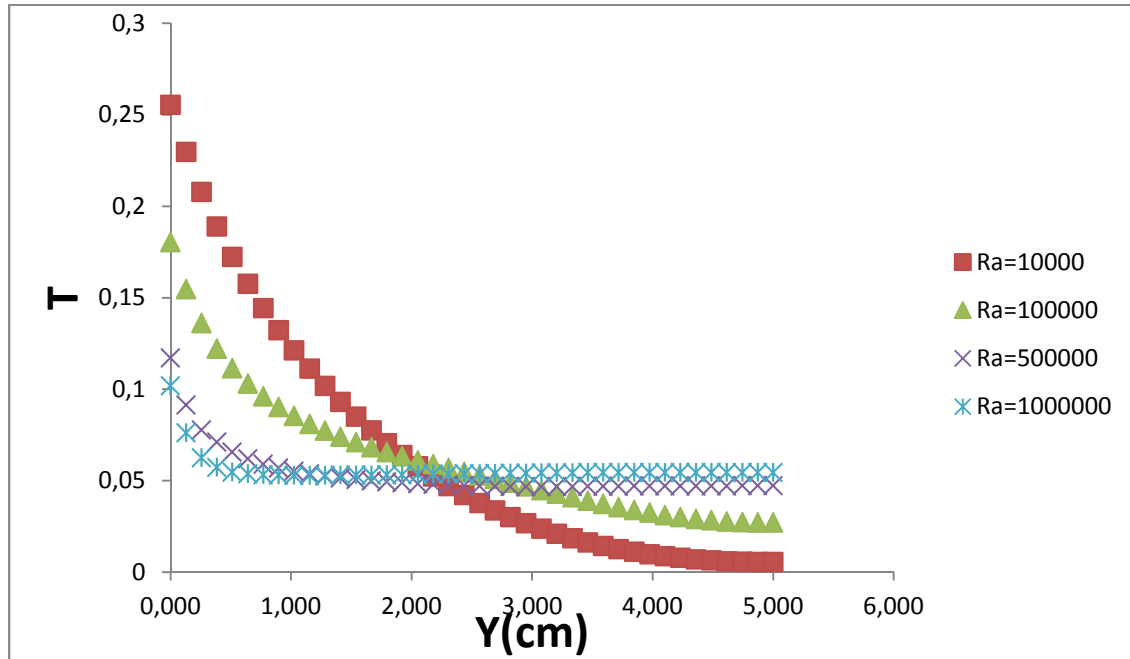


Figure III.7 : Nombre de Nusselt moyen en fonction de Ra.



La figure (III.8) représente la variation de la température au sein de la cavité en fonction de la coordonnée ( $y$ ) et ce pour  $x = 1,5$  cm et différents  $Ra$ . La température est à sa plus grande valeur près de la limite inférieure de la cavité ( $y = 0$ ) et elle diminue jusqu'à ce qu'elle atteigne sa valeur la plus faible au niveau de la limite supérieure de la cavité ( $y = 5$  cm).



**Figure III.8:** Température en fonction de ( $y$ ) pour  $x = 1,5$  cm et différents  $Ra$ .

### III. 3.2. Influence de la position de la source de chaleur:

Pour l'étude précédente on a gardé la même position de la source de chaleur et on a considéré l'influence de la variation de  $Ra$  et du rapport d'aspect. L'influence de la variation de la position de source de chaleur sur l'écoulement et le transfert de chaleur est étudiée dans ce qui suit. Les champs de température montrés dans les figures (III.9), (III.10) correspondent à des ( $Ra$ ) allant de  $10^4$  à  $10^6$  et ce pour différentes positions de la source de chaleur.

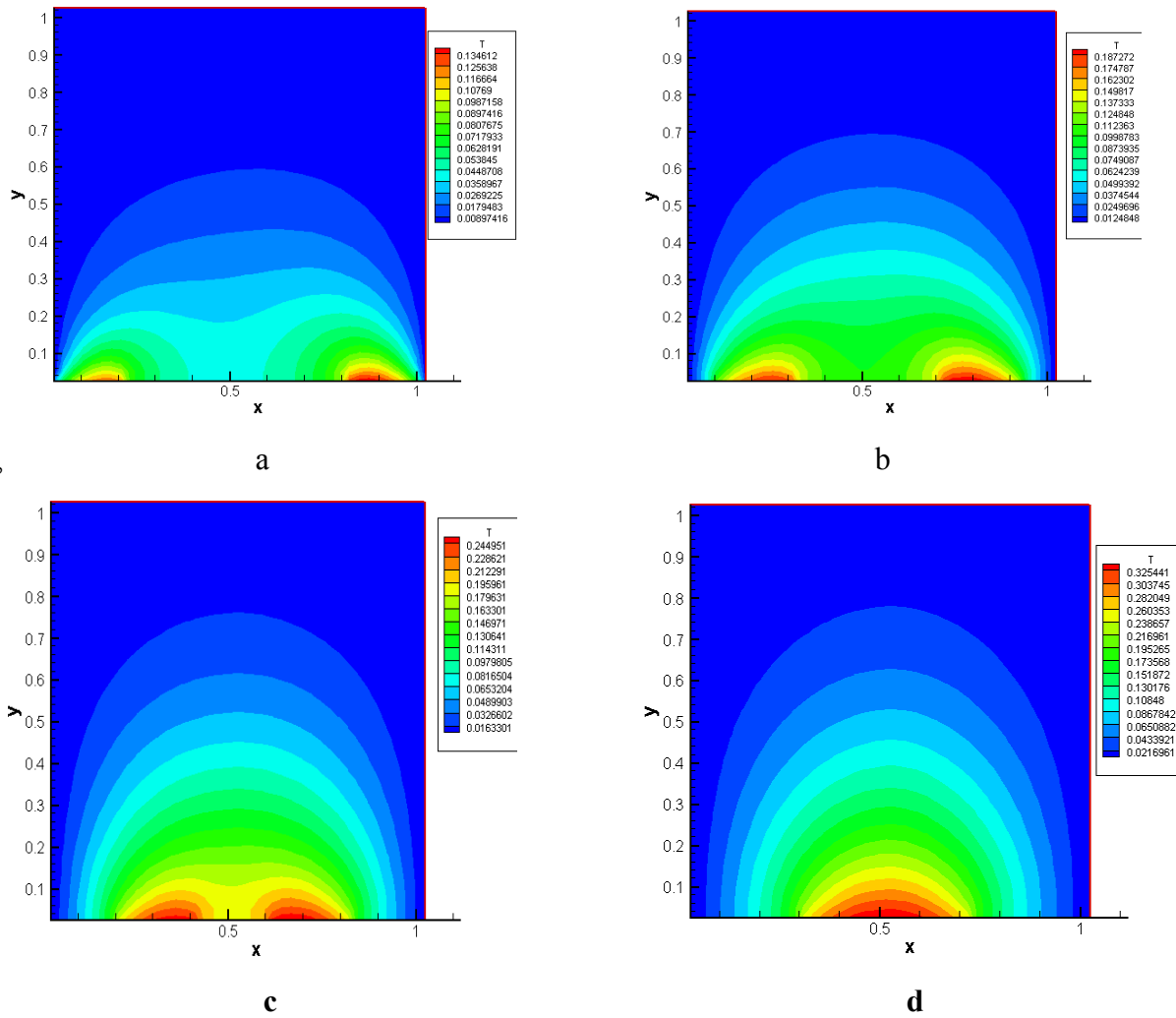
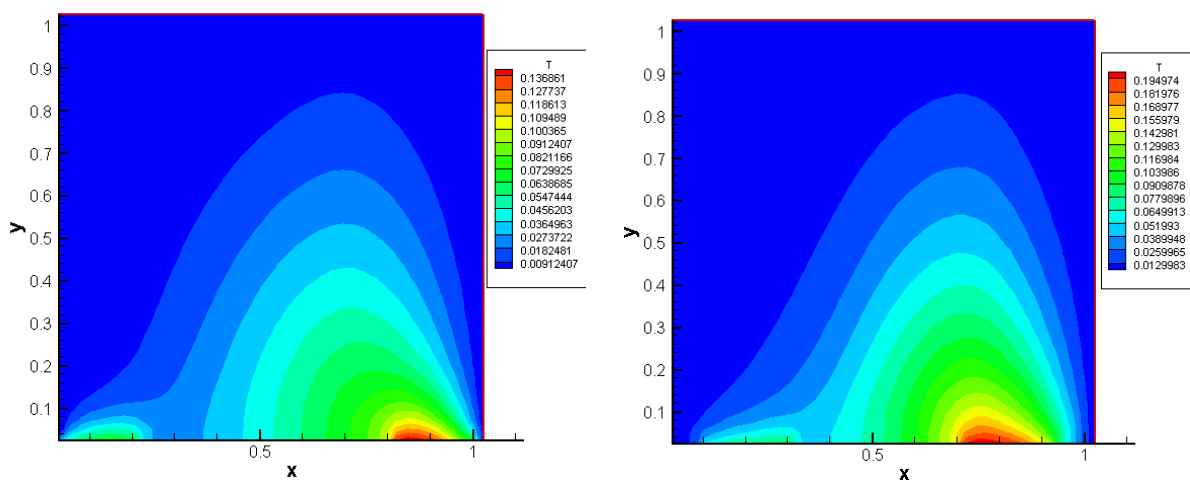
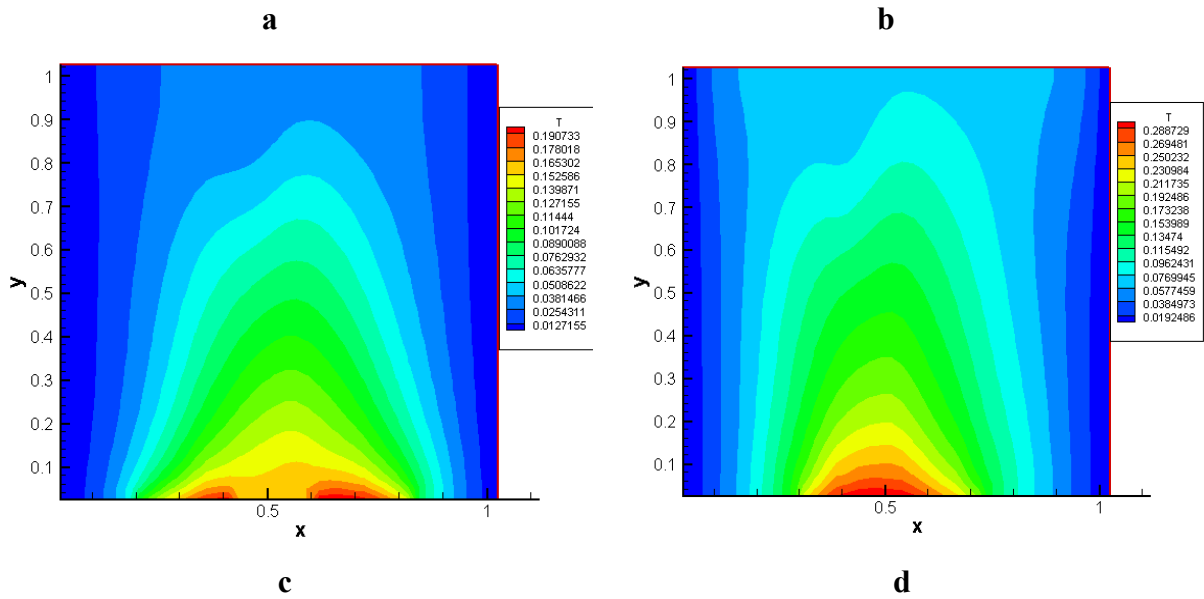


Figure III. 9: Champ de température pour différentes positions de la source de chaleur ( $x_d$ ).

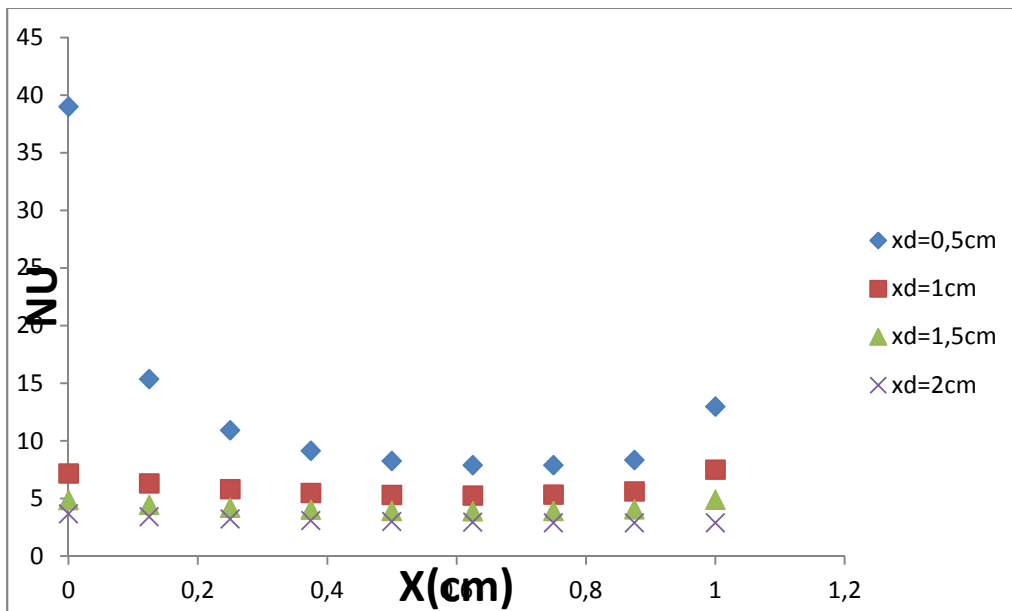
$Ra = 10^4$ . (a) :  $x_d = 0,5$  cm. (b) :  $x_d = 1$  cm. (c):  $x_d = 1,5$  cm. (d)  $x_d = 2$  cm.



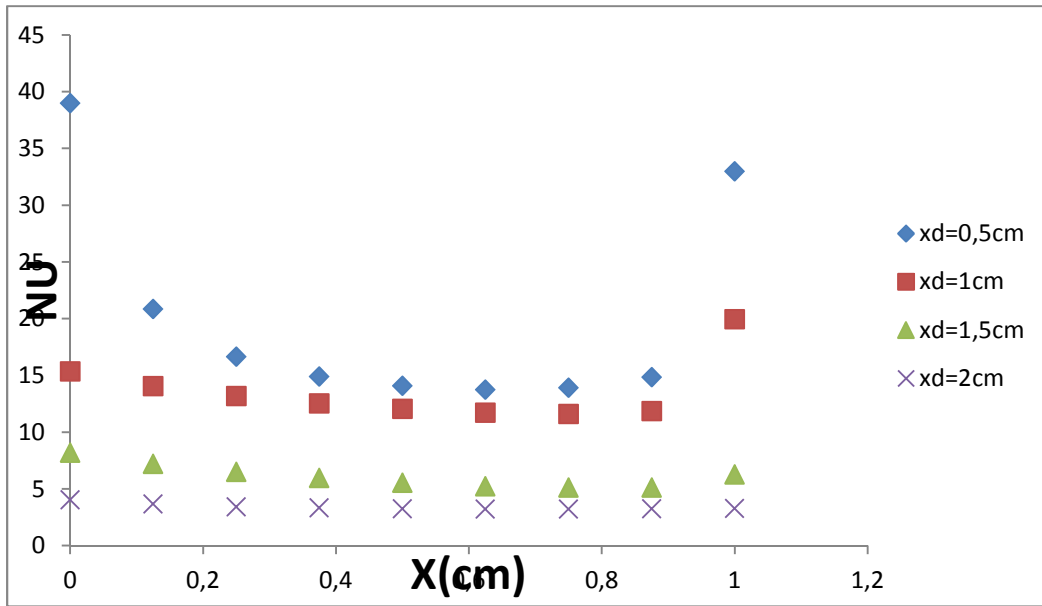


**Figure III.10:** Champ de température pour différentes positions de la source de chaleur (xd).  $Ra = 10^5$ . (a) :  $xd = 0,5$  cm. (b) :  $xd = 1$  cm. (c):  $xd = 1,5$  cm. (d)  $xd = 2$  cm.

Le nombre de Nu local est tracé en fonction de (x) dans la figure (III.11) pour Ra allant de  $10^4$  à  $10^5$  et ce pour les différentes positions de la source de chaleur. On peut remarquer que le Nusselt moyen atteint ses plus grandes valeurs lorsque la source de chaleur est positionnée près des parois latérales à savoir pour  $xd = 0,5$  cm.



**a**



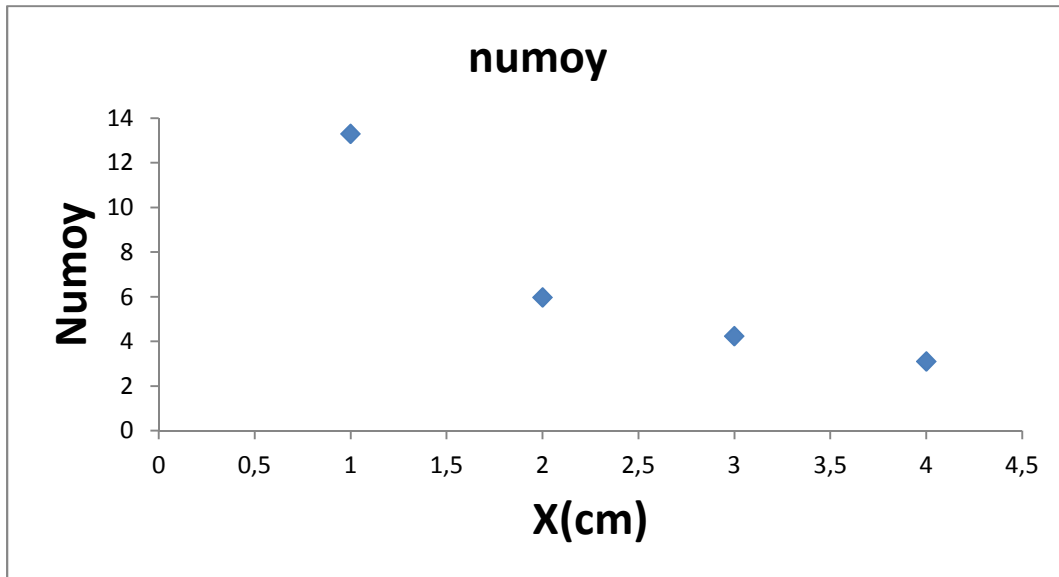
b

Figure III.11: Nombre de Nusselt local en fonction de (x) pour différentes positions de la source de chaleur (xd). (a): Ra =10<sup>4</sup>, (b): Ra =10<sup>5</sup>

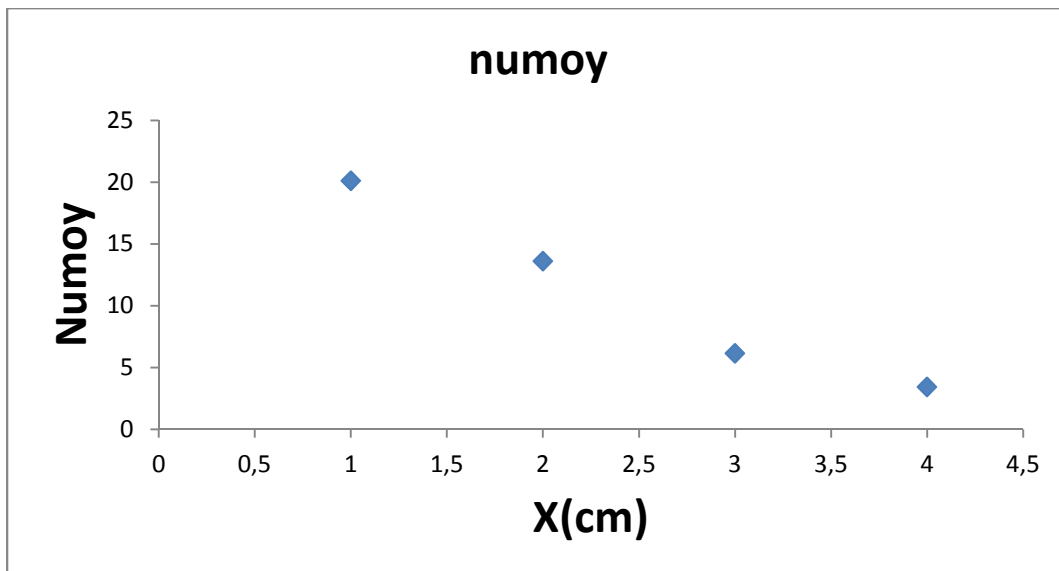
Le nombre de Nusselt moyen est tracé en fonction de (xd) dans la figure (III.12) pour un nombre de Ra allant de 10<sup>4</sup> à 10<sup>5</sup>. On remarque que le nombre de Nu est plus élevé lorsque la source de chaleur est proche des parois verticales de la cavité. A partir de ces courbes, on déduit les équations (III-6, et III-7) qui représentent des corrélations entre le nombre de Nusselt moyen et la position de la source et ce pour différents Ra.

$$Ra=10^4 \quad \text{« Nu »} = -0,831x^3 + 7,7834x^2 - 24,863x + 31,21 \quad \text{avec } R^2 = 1 \quad \text{(III-6)}$$

$$Ra=10^5 \quad \text{« Nu »} = 0,9531x^3 - 6,1969x^2 + 5,4064x + 19,95 \quad \text{avec } R^2 = 1 \quad \text{(III-7)}$$



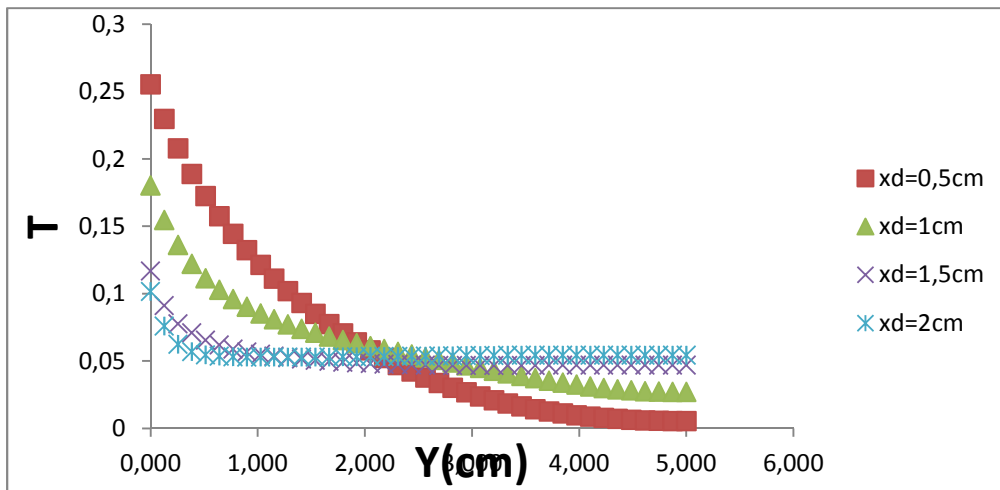
$$a = Ra = 10^4$$



$$b = Ra = 10^5$$

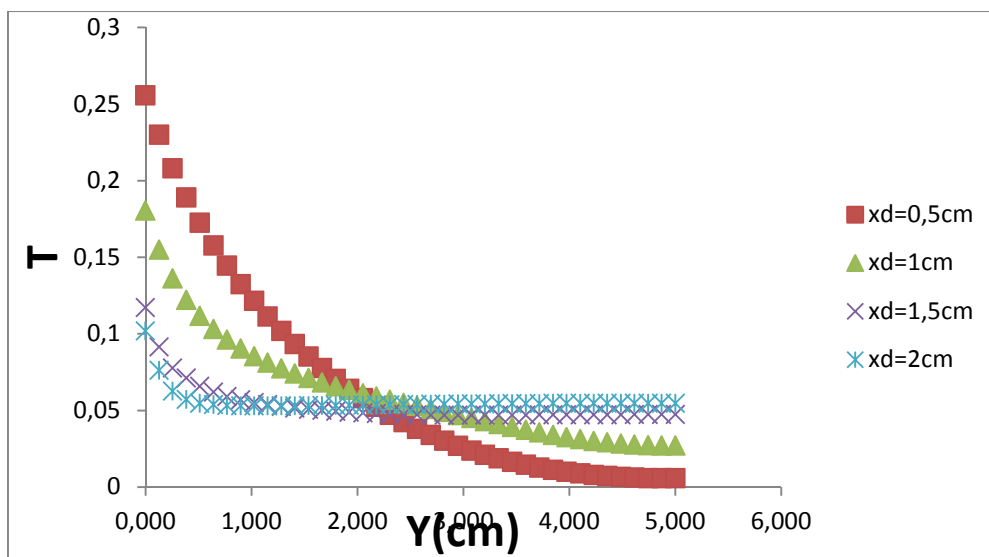
**Figure III.12:** Nombre de Nusselt moyen en fonction de la position de la source ( $x_d$ ) pour différents ( $Ra$ ).

La figure (III.13) représente la variation de température au centre de la source de chaleur en fonction de la coordonnée ( $y$ ) et ce pour différentes positions de la source ( $x_d$ ) et différents  $Ra$ . La température est à sa plus grande valeur près de la limite inférieure de la cavité ( $y = 0$ ) et elle diminue jusqu'à ce qu'elle atteigne sa valeur la plus faible au niveau de la limite supérieure de la cavité ( $y = 5$  cm).



a

Figure III.13 -a: Température en fonction de (y) pour différentes positions de la source (xd.): Ra



b

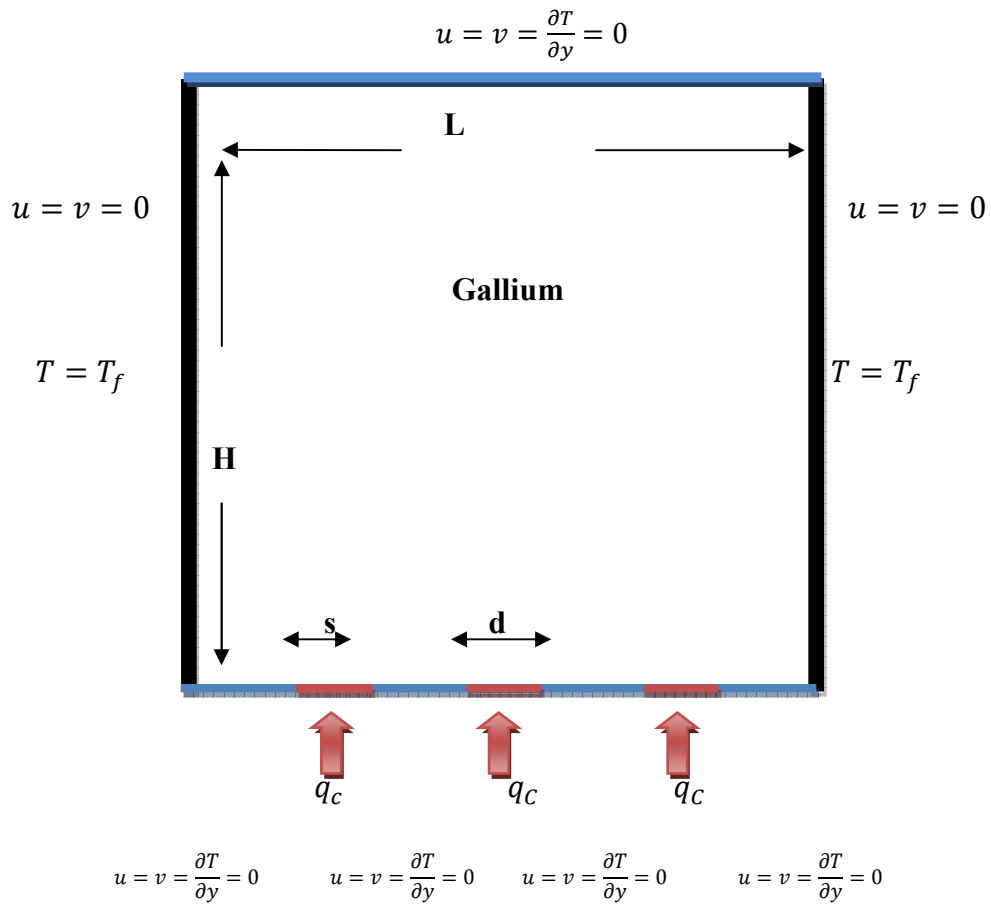
Figure III.13-b: Température en fonction de (y) pour différentes positions de la source (xd). Ra =  $10^5$ .

### III.4. Cas de trois sources de chaleur constant :

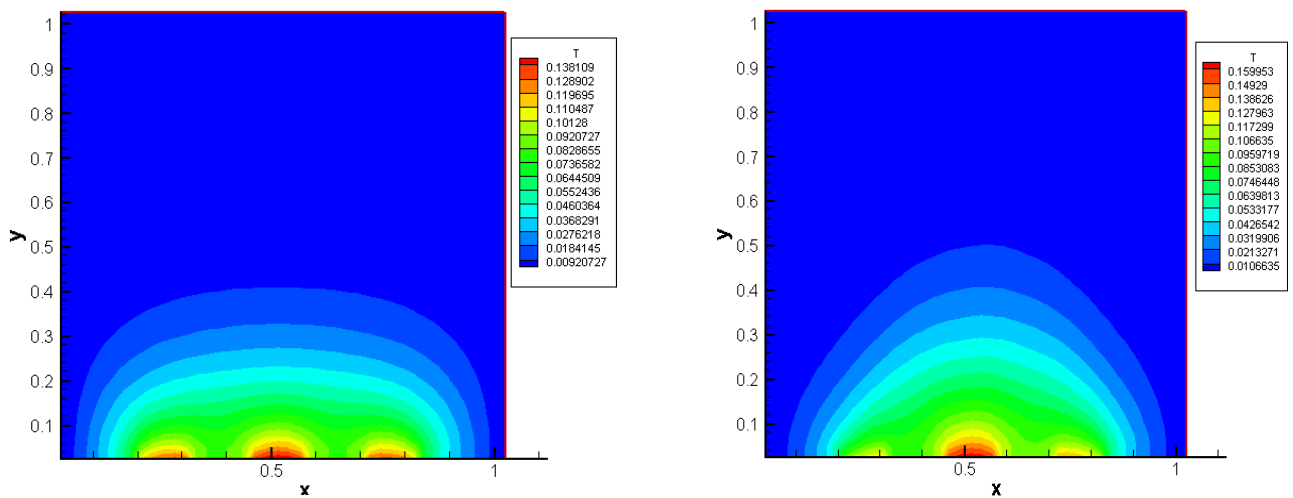
#### III.4.1. Influence du nombre de Rayleigh:

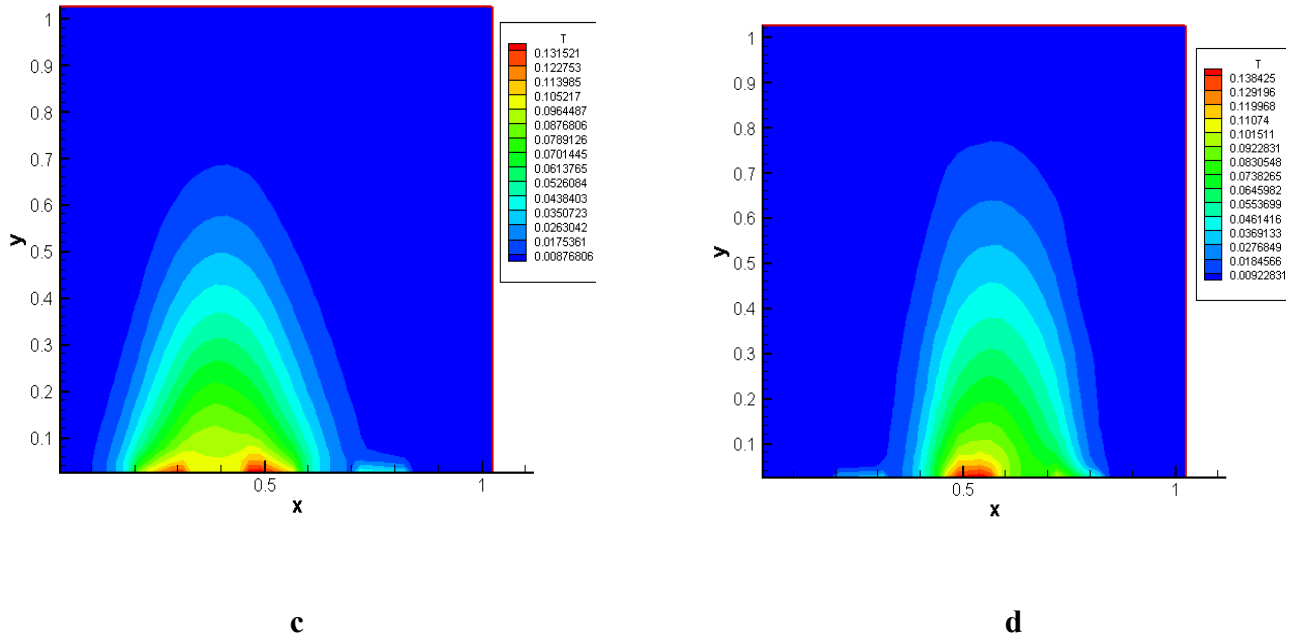
Les champs de température obtenus dans une cavité carrée (de dimensions 5cmx5cm) et contenant trois sources de chaleur de longueur 1 cm, sont montrés dans la figure

(III.13) et ce pour un nombre de Ra allant de  $10^4$  à  $10^6$ . La figure (III.14) représente les champs de vitesse pour les mêmes conditions.



**Figure II.14 :** Schéma représentant la configuration de cavité chauffée par trois sources de chaleur.





**Figure III.15:** Champs de température pour différents Ra. (a) :  $Ra = 10^4$ , (b) :  $Ra = 10^5$ , (c) :  $Ra = 5 \times 10^5$ , (d) :  $Ra = 10^6$

Le nombre de Nu local est tracé en fonction de x dans la figure (III.16) pour un nombre de Ra allant de  $10^4$  à  $10^5$ , et on peut remarquer que le nombre de Nu est à son minimum au niveau du centre de la source et ce pour toutes les valeurs de Ra considérées et cette valeur minimale croit lorsqu'on fait croître le nombre de Rayleigh. On déduit également les équations qui représentent des corrélations entre le nombre de Nusselt local et ce en fonction de x (pour Ra allant de  $10^4$  à  $10^6$ ).

$$Ra = 10^4 \quad Nu = 8,9545x^2 - 4,488x + 7,3393 \quad (III-8)$$

$$R^2 = 0,9991$$

$$Ra = 10^5 \quad Nu = 7,5041x^2 - 3,9122x + 6,3612 \quad (III-9)$$

$$R^2 = 0,998$$

$$Ra = 5 \times 10^5 \quad Nu = 10,504x^2 - 0,4442x + 7,1341 \quad (III-10)$$

$$R^2 = 0,9946$$

$$Ra = 10^6 \quad Nu = 14,922x^2 - 9,5047x + 8,1465 \quad (III-11)$$

$$R^2 = 0,932$$



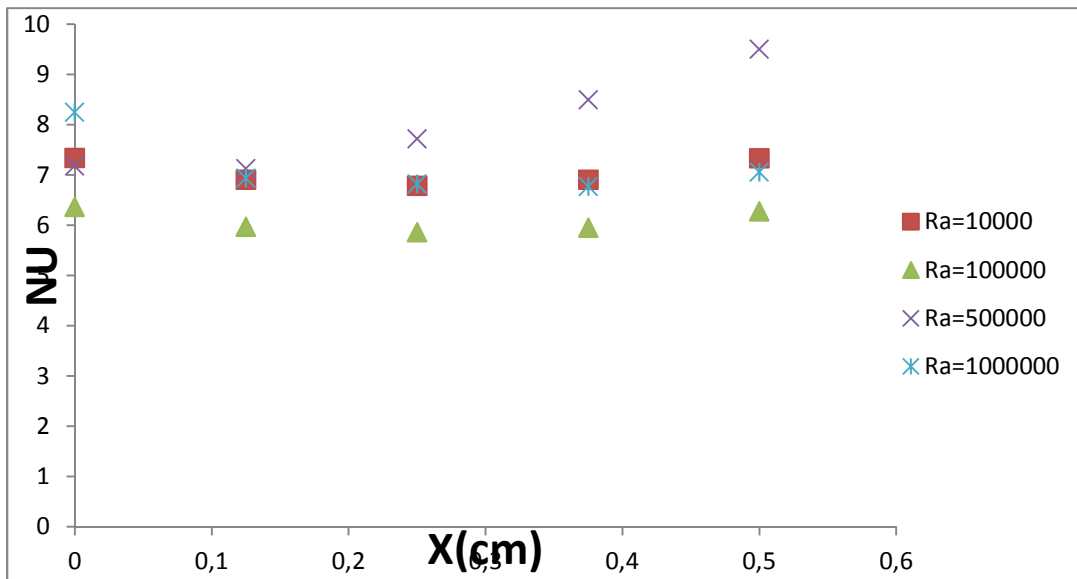


Figure III.16 : Nombre de Nusselt local au niveau de la source de chaleur en fonction de (x) pour différents Ra.

Le nombre de Nusselt moyen,  $\langle Nu \rangle$ , est tracé en fonction de (Ra) dans la figure (III.17). Ce graphique montre que le Nusselt moyen croît lorsqu'on fait croître Ra et à partir de la courbe de la figure (III.17) on déduit l'équation qui représente la corrélation (III-12) entre le nombre de Nusselt moyen et le nombre de Rayleigh (Ra allant de  $10^4$  à  $10^6$ ).

$$Nu = -2E-17x^3 + 3E-11x^2 - 9E-06x + 4,0089 \quad \text{avec } R^2 = 1 \quad (III-12)$$

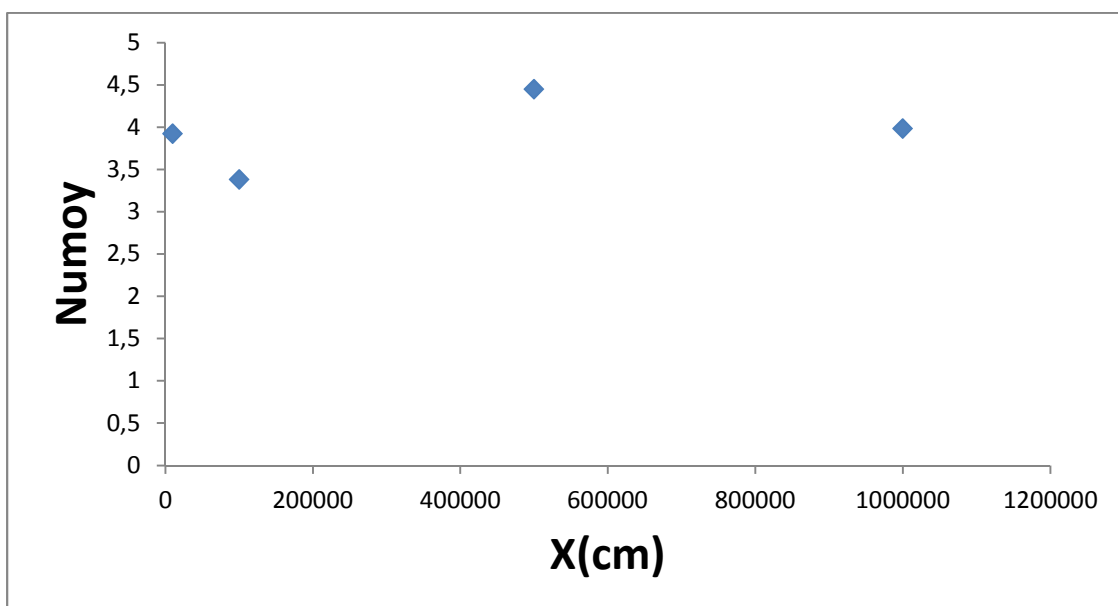
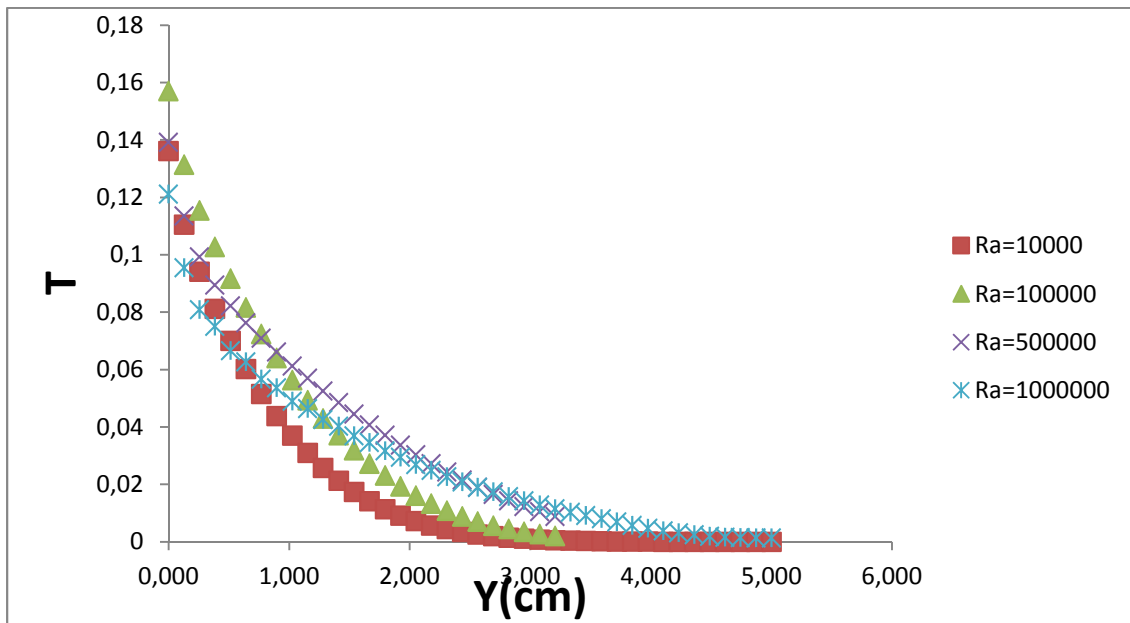


Figure III.17 : Nombre de Nusselt moyen en fonction de Ra.

La figure (III.18) représente la variation de la température au sein de la cavité en fonction de la coordonnée ( $y$ ) et ce pour  $x = 2,5$  cm et différents  $Ra$ . La température est à sa plus grande valeur près de la limite inférieure de la cavité ( $y = 0$ ) et elle diminue jusqu'à ce qu'elle atteigne sa valeur la plus faible au niveau de la limite supérieure de la cavité ( $y = 5$  cm).



**Figure III.18:** Température en fonction de ( $y$ ) pour  $x = 2,5$  cm et différents  $Ra$ .

# Conclusion générale

### Conclusion

Dans ce mémoire, on a mené une étude numérique de la convection naturelle laminaire dans une cavité contenant de Gallium et qui est discrètement chauffée par le bas. Pour montrer l'influence du fluide sur les écoulements convectifs, l'étude a consisté en premier lieu à développer notre propre programme de calcul en se basant sur la méthode des volumes finis avec un schéma hybride et l'algorithme Simpler. Pour discrétiser les équations mathématiques, nous avons déterminé les isothermes ainsi que les variations du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh, pour les différentes positions de la source de chaleur. Nos modélisation et procédure de simulation ont été validées en comparant les résultats qu'on obtient avec ceux d'autres auteurs. Par la suite une étude paramétrique a été menée et ce en considérant aussi bien le cas d'une deux sources de chaleur que celui de trois sources en interaction qui caractérise le flux de chaleur transféré au sein de la cavité. Des corrélations entre le nombre de Nusselt et les différents paramètres de contrôle ont été également obtenues.

Les résultats obtenus nous ont déjà permis d'avoir une idée sur l'influence des différents paramètres considérés sur les écoulements et transferts convectifs au sein d'une cavité contenant de Gallium. On espère que ce travail sera poursuivi dans le futur et permettra d'approfondir les résultats obtenus et de les appliquer directement dans les domaines de refroidissement des circuits électroniques.

# Bibliographie

## Références bibliographiques :

- [01] TRABELSI AMEL, « Etude de l'échange thermique dans une cavité rectangulaire avec deux côtés partiellement actifs », Mémoire de magister, université KASDI MERBEH Ouargla (2009)
- [02] Djimli Samir, « MODÉLISATION DE LA CONVECTION A FAIBLE NOMBRE DE PRANDTL », thèse de magister , université de Constantine
- [3] A. Abidi, « Convection naturelle laminaire conjuguée dans une enceinte avec bloc conducteur au milieu ». Mémoire de magister, option procédés et énergétique, Université KASDI MERBEH Ouargla (2009)
- [4] M. Guestal, « Modélisation de la convection naturelle laminaire dans une enceinte avec une paroi chauffée partiellement ». Mémoire de magister, option énergétique appliquée en engineering, Université MENTOURI Constantine (2009)
- [05] T. Hadji, « Phénomènes couplés thermo-acoustiques dans la convection de Rayleigh-Bénard », Mémoire de magistère en mécanique, Université de Batna, Algérie (2003)
- [06] R GIBLIN, « Transmission de la chaleur par convection naturelle », Edition Eyrolles, Paris (1974)
- [07] N. Ibrir, « Etude la convection naturelle dans une cavité rectangulaire contenant du métal liquide », Mémoire de magistère en mécanique, Université de Batna, Algérie (2006)
- [08] D. A. Kramer, « Gallium and Gallium compounds » Metals Handbook - volume 2: Properties and Selection: Nonferrous Alloys and special- Purpose Materials, by ASM International Handbook Committee, 740-749, Tenth edition (1990)
- [09] B. Binet, « Etude de la fusion dans des enceintes munies de sources de chaleur discrète », Thèse de Doctorat, université de Sherbrooke (Québec), Canada, (1995)
- [10] F. Lévy, « Physique et technologie des semi-conducteur », Presses polytechnique et université Romandes, Première édition, Lausanne (1995)
- [11] M.J. Stewart and F. Weinberg, "Fluid flow in liquid metals II-Experimental observation", J. Crystal Growth, 12, 228-238 (1972)
- [12] R. Viskanta, D.M. Kim and C. Gau, "Three-dimensional natural convection heat transfer of liquid metal in cavity", Int. J. Heat Mass Transfer, 29, 475-485(1986)

- [13] R. Derbail and J.N.Koster, “Numerical simulation of natural convection of gallium in a narrow gap”, *Int J. Heat Mass Transfer*, 40, 1169-1180 (1997)
- [14] E.K. Lakhali and M. Hasnaoui, « Convection naturelle dans un cavité carrée chauffée périodiquement par le bas », *Revue générale de thermique*, 27, 480– 485(1995)
- [15] L.C. Lage and A. Bejan, “the resonance of natural convection in an enclosure heat periodically from the side”, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 36, 2027– 2038(1993)
- [16] K. Shigeo and A. Bejan, “ Experimental study of natural convection in a cavity rectangular with different end temperatures”, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 23, 1117 1126(1980)
- [17] Begar Amor. "*Etude de la convection naturelle dans une cavité comportant des sources de chaleur*". Mémoire de magistère en mécanique, Université de Batna, Algérie, (2007)
- [18] J. H. Bae and J.M. Hyun, “Time-dependent buoyant convection in an enclosure with discrete heat sources”, *International Journal of Thermal Sciences*, 43, 3–11(2004).
- [19] L.F. Jin , K.W. Tou and C. P. Tso, “Effects of rotation on natural convection cooling from three rows of heat sources in a rectangular cavity”, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 48, 3982–3994 (2005)
- [20] S. V. Patankar and D. B. Spalding, “A Calculation Procedure for Heat”, *Mass and Momentum transfert in three-dimensional Parabolic Flows*, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 15, 1787– 1790 (1972)
- [21] H. K. Versteeg and W. Malasekera, “An introduction to computational fluid dynamics, the finite volume method”, Editions John Wiley and Sons, (1995)
- [22] I. Chtcherbatski, « Analyse Numérique cours et problèmes », Office des publications universitaires , Algérie.
- [23] B. Calcagni, F. Marsili and M. Paroncini, Natural convective heat transfer in square enclosures heated from below, *Applied Thermal Engineering*, 25, 2522– 2531(2005)

## Résume :

On étudie numériquement la convection naturelle laminaire dans une enceinte carrée avec chauffage partiel de la paroi inférieure et refroidissement des parois latérales. Cette étude simule le cas d'une génération de chaleur due au chauffage d'un composant électroniques dans une cavité. Le mur supérieur et la partie non chauffée de la paroi inférieure seront considérés comme adiabatiques, tandis que les parois latérales seront supposées isothermes. Les formes permanentes des équations de Navier-Stokes en deux dimensions et les équations de conservation de la masse et de l'énergie, seront résolues par la méthode des volumes finis. L'algorithme SIMPLER a été utilisé pour le couplage pression-vitesse. Les isothermes seront présentées pour diverses combinaisons de Ra et de la position de la source. Les résultats seront aussi présentés sous forme de Nombre de Nusselt local et moyen sur la paroi chauffée. Les corrélations seront mises au point pour prévoir les taux de transfert de chaleur vers l'enceinte en fonction de nombre et position de source et Ra.

**Mots clés:** Convection naturelle laminaire, Enceinte carrée; Algorithme SIMPLE

## ملخص:

يتم دراسة الحمل الحراري الصفائحي محددًا في حاوية مربعة مع تدفئة جزئية للجدار السفلي وتبريد الجداريين الجانبيين. تحاكي هذه الدراسة حالة توليد الحرارة بسبب تسخين أحد المكونات الإلكترونية في تجويف. سيتم اعتبار الجدار العلوي والجزء غير المسخن من الجدار السفلي ثابتًا ، بينما يُفترض أن الجدران الجانبيين متساويًا الحرارة. سيتم حل معادلات الأشكال الدائمة Navier-Stokes ثنائية الأبعاد ومعادلات الحفظ للكتلة والطاقة من خلال طريقة الحجم المحدود. تم استخدام خوارزمية SIMPLER من أجل اقتران سرعة الضغط. وسيتم تقديم مجالات الحرارة لمختلف مجموعات من Ra وموقع المصدر. سيتم أيضًا عرض النتائج على شكل أرقام Nusselt محلية ومتوسطة الحجم على الجدار الساخن. سيتم تطوير الارتباطات للتنبؤ بمعادلات نقل الحرارة إلى العلبة بناءً على موقع المصدر والرقم Ra.

الكلمات المفتاحية: الحمل الحراري الصفائحي ، مربع البجرة . خوارزمية بسيطة



