



Université Mohamed Khider de Biskra  
Faculté des Sciences et de la Technologie  
Département de Génie Mécanique

# MÉMOIRE DE MASTER

**Domaine : Sciences et Techniques**

**Filière : Génie Mécanique**

**Spécialité : Energétique**

Réf. : .....

---

Présenté et soutenu par :  
**Yacine BENSEDDIK**

Le : lundi 8 juillet 2019

## **Etude des transferts couplés de chaleur et de masse, application à l'évaporation**

---

### **Jury :**

Mr SAID BENSAADA	pr	Université de Biskra	Président
Mr ABDELOUAHAD ALIOUALI	MCB	Université de Biskra	Encadreur
Mr ABDELGHANI LAKROUNE	MAA	Université de Biskra	Examineur

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ

الرَّحِيمِ

## *DEDICACES*

*Je Dédie la fruit de mes études A:*

- ✓ *Mes parents.*
- ✓ *Mon frère et ma sœur.*
- ✓ *Toute ma famille et à mes amis.*

*BENSEDDIK Yacine*

## Remerciements

*Avant tout, je dois remercier Dieu le tout puissant qui m'a*

*Donné la force pour réaliser ce travail.*

*Le grand merci à mon encadreur Dr. **ABDELOUAHAD ALIOUALI** pour son aide durant la réalisation de ce travail.*

*Je tiens également à remercier les membres du jury*

*Dr. **Said BENSADA** et Dr. **Abdelghani LAKROUN** pour*

*l'honneur Qu'ils m'ont accordé en acceptant de juger mon travail.*

*Je remercie aussi l'ensemble des enseignants du département de*

*Génie Mécanique, de leur contribution dans ma formation.*

## Nomenclature

### Symboles latins

$C_p$  = Chaleur spécifique à pression constante [J/kg K]

$D_{v-a}$  = coefficient de diffusion de la vapeur dans l'air [ $m^2/s$ ]

$L$  = longueur de la surface d'évaporation [m]

$j_{v,s}$  = débit massique de diffusion de la vapeur d'eau [kg/s]

$k$  = conductivité thermique du fluide [W/ (m K)]

$M_a$  = masse molaire de l'air

$M_v$  = masse molaire de la vapeur d'eau

$\dot{m}_v^S$  = taux d'évaporation surfacique [kg/s]

$\dot{m}_v$  = taux d'évaporation local [kg/s]

$P$  = pression thermodynamique totale [Pa ou atm]

$p$  = pression du fluide [Pa]

$p_v$  = pression partielle de la vapeur d'eau [Pa]

$R$  = constante des gaz parfaits

$t$  = temps en [s]

$T$  = température [K]

$T_a = 293.15$  [K] température ambiante

$T_s$  = température de la surface d'évaporation [K]

$v_s$  = vitesse de l'écoulement compensatoire [m/s]

$x$  = coordonnée spatiale suivant la direction  $x$  [m]

$X_0$  = largeur de la buse [m]

$X_T$  = dimension latérale totale du domaine de calcul [m]

$y$  = coordonnée spatiale suivant la direction  $y$  [m]

$Y_T$  = dimension axiale totale du domaine de calcul [ m]

### **Symboles grecs**

$\delta_c$  = épaisseur du film stagnant [m]

$\mu$  = viscosité dynamique du fluide [kg/ (m s)]

$\rho$  = masse volumique du fluide [ kg/m<sup>3</sup> ]

$\rho_a$  = masse volumique de l'air [kg/m<sup>3</sup>]

$\rho_v$  = masse volumique de la vapeur d'eau [kg/m<sup>3</sup>]

$c$  = fraction massique de la vapeur d'eau

# Sommaire

## Chapitre I

Introduction	1
I-1.Méthode de transfert de masse	3
I-2. Méthode du bilan énergétique	4
I-3. Bilan de l'eau	5
I-4. Méthodes empiriques	7
I-5.Bac d'évaporation	9

## Chapitre II

II-1. Introduction	10
II-2. Définitions et rappel	10
II-3. Processus d'évaporation	12
II-4. Diffusion moléculaire	12
II-5. Loi de FICK	14

## Chapitre III

III-1 Loi de Diffusion	17
III-2 Débit massique de vapeur	19
III-3 Equation de Stefan Simplifiée	21
III-4 Transfert de chaleur et transfert de masse avec évaporation	22
III-5 Analogie du transfert de chaleur et de masse	23

## Chapitre IV

IV- Introduction	24
IV-Transfert de masse et couche limite	24
IV- Modèle du film stagnant	25

IV- Etude paramétrique	27
IV- Résultat et discussion	29
Conclusion générale	
Référence bibliographie	



**I-Liste des tableaux**

Tableau IV.1 État de référence des paramètres avec et sans dimension utilisés pour les calculs.	29
---	----

**II-Liste des Figures**

**Chapitre I**

Figure I.1 Figure Diagramme schématique d'un bilan d'énergie au-dessus d'une surface d'eau libre	5
Figure I.2 Le bac en surface	8
Figure I.3 Le bac enterré	9
Figure I.4 Le bac flottant	9

**Chapitre II**

Figure II. 1 mélange de fluide au repos.	13
Figure II.2 diffusion moléculaire.	13
Figure II 3. élément de surface d'évaporation.	14

**Chapitre III**

Figure III.1 évaporation d'eau dans une éprouvette.	17
Figure III.2 schéma de l'air au repos en contact de la surface libre de l'eau.	18
Figure III.3 diffusion de la vapeur dans l'air	18
Figure III.4 représentation schématique du mouvement compensatoire.	19

## Chapitre IV

Figure IV.1	Evaporation en présence d'un écoulement d'air.	24
Figure IV.2	Allure de couche limite cinématique.	25
Figure IV.3	Film stagnant dans la couche limite de masse.	27
Figure IV.4	Influence de la température $T_s$ sur le taux d'évaporation.	30
Figure IV.5	Evolution du taux d'évaporation selon la pression $P_0$ .	31
Figure IV.6	a, b, c, d. Lignes d'iso-fractions massique de la vapeur dans une partie du domaine de calcul pour différents nombres de Reynolds.	34

# Introduction générale

### Introduction générale

L'évaporation en présence d'un écoulement d'air présente un intérêt pratique. Elle est rencontrée dans l'environnement, le séchage, la désalinisation, l'humidification de l'air et la déshumidification de divers produits. En effet la mise à l'air libre de l'eau à l'état liquide va permettre à des quantités d'eau à s'évaporer ce qui constitue une perte directe à partir des réservoirs comme les barrages. Autre exemple d'évaporation de liquide en atmosphère se trouve dans les installations industrielles lors d'extraction, de production, de stockage, de distribution mettant en œuvre des substances liquides pouvant être inflammables et/ou toxiques. Leur libération accidentelle et par la suite leur évaporation peut donc entraîner de sérieuses conséquences telles qu'un incendie ou une pollution. Celles-ci sont susceptibles d'entraîner les mêmes conséquences qu'une fuite de gaz, à savoir explosion de vapeurs ou propagation d'un nuage toxique. L'analyse du comportement d'évaporation d'un liquide et notamment du débit d'évaporation est donc d'un intérêt majeur dans le cadre de l'économie de l'eau potable ou dans la gestion des risques sur site industriel.

Il nous est paru donc intéressant de contribuer à la connaissance du phénomène d'évaporation qui est un phénomène de transfert de masse influencé par les paramètres : l'hydrodynamique à la surface du liquide, l'équilibre liquide – vapeur à l'interface surface libre du liquide et de l'air atmosphérique et de la vaporisation liée à la température du liquide à la surface et des flux thermiques échangés entre le liquide et son environnement.

Le travail présenté dans cette étude a pour objectif d'améliorer la connaissance des phénomènes liés à l'évaporation.

Ce mémoire est composé de quatre chapitres :

Dans le chapitre I, une analyse bibliographique est présentée, qui permet de mettre en évidence les phénomènes physiques qui doivent être considérés dans le cas des transferts thermique et massique lors de l'évaporation en présence de l'air. En même temps on introduit aussi des travaux antérieurs théoriques et expérimentaux relatifs au transfert de masse qui régit l'évaporation.

Dans le chapitre II, nous présentons le processus d'évaporation par Diffusion moléculaire et un rappel des définitions des notions de base liées au phénomène d'évaporation. Aussi nous présentons l'équation donnant la loi de FICK.

## **Introduction générale**

---

Dans le chapitre III après analyse et discussion nous établissons l'équation de Stefan ainsi que la même équation simplifiée. Le transfert de chaleur et de masse lors de l'évaporation sont présentés par la suite est établis une analogie.

Dans le chapitre IV, l'établissement du modèle du film stagnant fait appel aux notions de couche limite. Aussi nous exposons une analyse paramétrique du taux d'évaporation en présence d'un écoulement d'air du jet en impact. Les résultats des influences de ces paramètres sont discutés.

Enfin notre exposé se termine par une conclusion générale.

# Chapitre I

**Etude Bibliographique**

La détermination du débit massique de vapeur est primordiale, dans ce contexte, de nombreux auteurs s'y sont consacrés en proposant des modèles de prédiction du débit et de calcul de l'évaporation des surfaces libres. Les différents mécanismes de transfert et corrélations sont présentes dans la littérature permettant de prédire le débit d'évaporation présentés. Dans ce chapitre nous exposons les travaux antérieurs d'un point de vue bibliographique. Plusieurs types de modèles sont disponibles, estimant le débit d'évaporation suivant différentes méthodes, on peut les grouper dans les catégories suivantes :

1-Méthodes de transfert de masse

2-Méthode du bilan énergétique

3-Bilan de masse

4-Formules empiriques

5-Bac d'évaporation

### **I-1 Méthode de transfert de masse**

Le calcul de l'évaporation des surfaces d'eau libre par la méthode de transfert de masse est basé sur la loi de l'aérodynamique, a été présentée pour la première fois par Dalton en 1802. Il reconnut que l'évaporation et la pression de vapeur étaient reliées par l'équation suivante :

$$E = b(e_0 - e_a) \quad (I-1)$$

Où E = évaporation, b = coefficient empirique, et  $(e_0 - e_a)$  =différence de pression de la vapeur d'eau, les termes  $e_0, e_a$  représentent respectivement la pression de vapeur réelle de la couche adjacente à la surface liquide et la pression de saturation de la vapeur.

Par la suite sur la base de la théorie des phénomènes de couche limites l'équation a été modifiée légèrement et réécrite sous forme d'équation de transfert de masse très simple qui permet de calculer l'évaporation :

$$E = \frac{Kf(u)(e_0 - e_a)}{f(z_0)} \quad (I-2)$$

Où  $f(u)$  =fonction de la vitesse du vent,  $f(z_0)$  =paramètre de rugosité.  $K$  paramètre incluant les effets de la densité de l'air et de la pression.

La méthode de transfert de masse est un phénomène lié à la distribution de la vitesse, de la vapeur et de la température et de la quantité de mouvement. La variation de ces différents paramètres est linéaire dans la couche limite voisine de la surface libre d'eau, lorsque l'air circule au-dessus de la surface libre.

Généralement il est admis que la diffusion turbulente de la vapeur d'eau est identique à la diffusion turbulente de quantité de mouvement. Afin d'évaluer l'évaporation Prandtl et Schmidt (1934) [1,2] ont développé la théorie de la longueur de mélange et considèrent que dans la diffusion, se trouve un tourbillon se déplaçant d'une position à l'autre et se dissipant dans le milieu ambiant du lieu d'évaporation, la distance parcourue est dite longueur du mélange.

Brighton, P.W. (1985) [3], considère que le débit d'évaporation est l'intégrale du produit de la concentration et la vitesse dans la couche limite. Il introduit dans le système d'équation la rugosité et la vitesse de friction de la couche limite turbulente.

Dans le cas où est considéré que l'évaporation est un transfert de matière purement diffusif, des théories sont élaborées à partir de l'équation de diffusion massique. Elle a été résolue de différentes manières conduisant à l'apparition de différentes solutions asymptotiques du phénomène d'évaporation. Les corrélations établies dans le cadre de la diffusion de matière sont principalement les contributions de quatre auteurs différents : par les Higbie (1936) [4], Danckaerts (1951) [5], Toor et Marchello (1957) [6].

Dans le cas de la présence d'un écoulement d'air au-dessus du liquide, les simplifications effectuées ne sont plus valides dans le modèle de diffusion et alors une vitesse de l'écoulement d'air doit être introduite dans l'équation de transport de matière. Dans ce cas Sutton (1932) [7] simplifie le problème en supprimant le terme convectif lié au gradient vertical et détermine le coefficient de diffusion massique par analogie avec le terme de viscosité cinématique. Sutton (1934) [8] considère que le mélange se fait continuellement sur une distance et propose la théorie dite du mélange continu de Sutton.



## I-2 Méthode du bilan énergétique

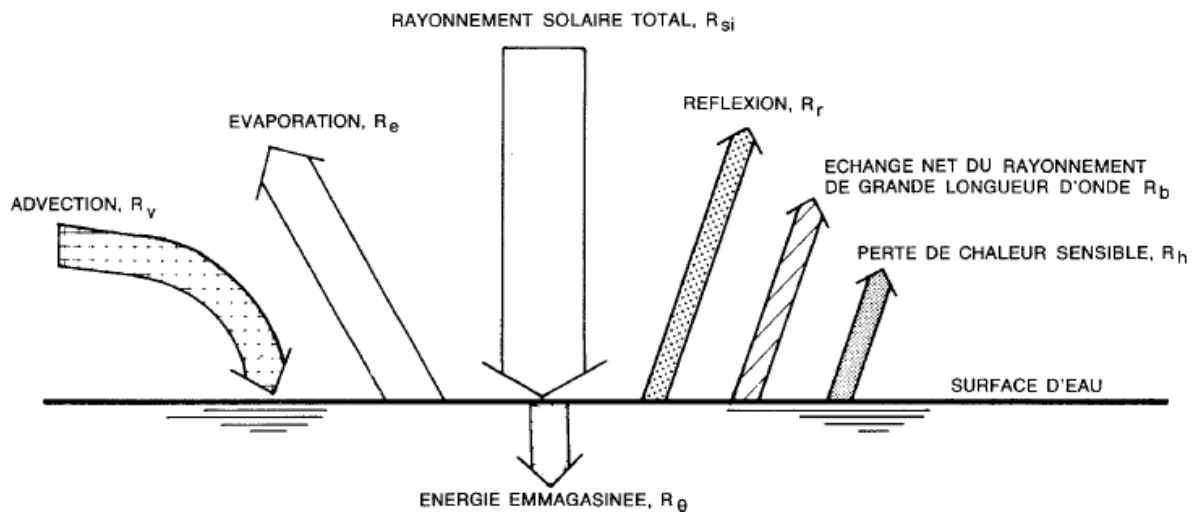


Figure I.1 Diagramme schématisé d'un bilan d'énergie au-dessus d'une surface d'eau libre

La méthode du bilan d'énergie a été appliquée dans beaucoup de cas pour le calcul d'évaporation d'une masse d'eau. Elle basée sur le principe de conservation de l'énergie qui consiste à calculer l'évaporation en prenant en considération le bilan thermique à la surface libre de l'eau. Ce bilan peut s'exprimer par l'équation suivante :

$$R_{si} - R_r - R_b - R_h - R_e + R_v = R_\theta \quad (I-3)$$

Où :  $R_{si}$  = intensité du rayonnement solaire total reçu à la surface humide

$R_r$  = intensité du rayonnement solaire réfléchi

$R_b$  = échange net du rayonnement de grande longueur d'onde entre l'atmosphère et la masse d'eau

$R_h$  = chaleur sensible perdue par la masse d'eau vers l'atmosphère

$R_e$  = énergie requise à l'évaporation

$R_v$  = énergie nette absorbée par la masse d'eau

$R_\theta$  = accroissement de l'emmagasinement d'énergie dans le réservoir

A partir de l'équation de bilan on peut alors calculer l'évaporation par l'expression suivante :

$$E = \frac{R_e}{L} \quad (\text{I-4})$$

Où E=évaporation

$T_0$ =température en °C de l'eau de surface

L=chaleur latente d'évaporation donnée par la formule :  $L = (596 - 0.52T_0)$

### I-3 Bilan de l'eau

L'équation de bilan de l'eau constitue une méthode indirecte de calcul de l'évaporation d'une masse d'eau. Cette méthode se base sur l'équation de continuité qui s'écrit sous une forme simplifié :

$$E = I - Q - \Delta S \quad (\text{I-5})$$

Où E= évaporation, I= débit entrant. Q= débit sortant et  $\Delta S$  changement dans l'emmagasinement. La méthode du bilan d'eau bien qu'elle soit simple elle comporte des erreurs de mesure de ces différents termes.

### I-4 Méthodes empiriques

Les équations issues d'une approche semi empirique avec écoulement d'air permettent d'exprimer le débit d'évaporation moyenné par rapport à la surface d'évaporation du liquide. Ces corrélations permettaient d'exprimer le débit localement. A partir de la forme des équations fournies par Sutton, plusieurs tendances apparaissent. Des essais mettant en œuvre des surfaces de grandes dimensions, jusqu'à 15 mètres carrés sont réalisés par Mackay et Matsugu (1973) [10,11] sur des nappes d'hydrocarbures et proposent des corrélations dans lesquelles ils considèrent que la vitesse est égale à 10 mètres du sol. Ces corrélations s'appliquent d'après ses auteurs à tous les liquides fortement volatils.

Kawamura, P., and al (1987) [12], ont réalisé des essais sur des nappes de grandes dimensions en considérant le profil du vent, ils déterminent une corrélation de calcul du débit d'évaporation local à la surface.

Braun, K., and al (1989) [13], à partir des essais en soufflerie ont déterminé des corrélations empiriques pour différents types de liquides s'évaporant dans des conditions

de pressions et de températures données. Ils ont obtenue une corrélation donnant le débit moyen et globale à tous les liquides en fonction de leurs propriétés physiques.

Dans les méthodes d'évaluation de la quantité d'eau évaporée, la méthode du bilan d'énergie et du transfert de masse est théoriquement exacte, mais elles exigent des données expérimentales obtenues par des relevés de mesures difficiles sur le site considéré. Devant de telles exigences des formules empiriques basées sur l'équation aérodynamique simple ont été développés. Les plus connues et communément utilisées pour évaluer l'évaporation sont les suivantes :

- Formule de Meyer (1915)

$$E \left( \frac{po}{mois} \right) = 11(1 + 0.10 u_s (e_0 - e_s)) \quad (I-6)$$

- Formule de Rohwer (1931)

$$E \left( \frac{po}{mois} \right) = 0.771(1.465 - 0.0186p)(0.44 + 0.118 u_0 (e_0 - e_s)) \quad (I-7)$$

où p= pression barométrique (pouce de Hg)

- Formule de Penman (1948)

$$E \left( \frac{po}{jour} \right) = 0.35(1 + 0.24 u_2 ) (e_0 - e_s) \quad (I-8)$$

- Formule de Marciano (1952)

$$E \left( \frac{po}{jour} \right) = 0.0578 u_s (e_0 - e_s) \quad (I-9)$$

- Formule de Marciano (1957)

$$E \left( \frac{po}{mois} \right) = 6.0 (1 + 0.21 u_s) (e_0 - e_s) \quad (I-10)$$

(I-10)

Le plus grand attrait des formules empirique est dû à leur simplicité et au fait qu'elles permettent d'évaluer l'évaporation à partir des données météorologiques classiques. Néanmoins, dans leurs utilisations il est essentiel de connaitre leurs limites d'application. En plus habituellement il est très difficile de faire l'ajustement des données recueillis à des hauteurs différentes.

## I-5 Bac d'évaporation

Pendant plusieurs années les mesures recueillies au niveau des bacs d'évaporation ont servi à évaluer l'évaporation des lacs et des bassins. La popularité des bacs repose sur les faits suivants : non coûteux et leur équipement en est simple. Divers types d'exposition de bac peuvent être utilisés, ce sont les bacs enterrés, les bacs flottants et les bacs en surface.



Figure I.2 : Le bac en surface

Le bac en surface représenté par l'image ci-dessus. Est de forme cylindrique de 122cm de diamètre et 25.4cm hauteur. Il est posé à 18cm au-dessus du sol et l'eau à l'intérieur du bac doit affleurer à 5-8cm du bord. Étant petit, il est soumis à un problème d'inertie thermique trop faible.



Figure I.3 : Le bac enterré

Le bac enterré est un bac carré de 91.4cm de côté, et de 46 à 91cm de profondeur. Il est enterré de manière à ce que son rebord soit à 10cm au-dessus de la surface du sol. De fait, il représente mieux l'inertie.



Figure I.4 : Le bac flottant

Il est partiellement immergé à la surface de l'eau. L'évaporation mesurée par ce bac, est la plus représentative des conditions d'évaporation de la surface d'eau libre mais est très difficile à mettre en œuvre et très coûteuse.

# Chapitre II

**Généralité sur l'évaporation**

## II-1. Introduction

Dans la nature l'évaporation de l'eau à la surface de l'océan, à la surface de la terre et aussi par les organismes, lors du phénomène de transpiration chez les êtres vivants et en particulier les plantes, contribuent pour 10% à l'eau incorporée à l'atmosphère.

En effet l'eau sous forme de vapeur il se diffuse dans l'atmosphère et se condense pour former les nuages. Le refroidissement accélère la condensation, constituant de l'eau sous forme de gouttelettes à l'état liquide qui finissent par se précipiter sur la surface de la terre en raison de leur poids plus important. Les précipitations peuvent être solides (neige ou grêle) ou liquides (pluie). La vapeur d'eau peut également se condenser sous forme de brouillard ou de rosée. Une partie de l'eau qui atteint la surface de la terre sera utilisée par les êtres vivants. Tôt ou tard, toute cette eau reviendra dans l'atmosphère, principalement à cause de l'évaporation.

L'évaporation de l'eau dans les applications industrielles sont importantes et diverses par exemples : Considérée comme une opération unitaire, l'évaporation est utilisée pour éliminer la vapeur formée en faisant bouillir une solution ou une suspension liquide pour obtenir une solution concentrée. Cela peut être fait par chauffage ou à pression réduite. Dans la grande majorité des cas, l'évaporation vue comme une opération unitaire fait référence à l'élimination de l'eau d'une solution aqueuse.

Les refroidisseurs à évaporation (refroidissement par évaporation), peuvent refroidir un bâtiment en soufflant simplement de l'air sec sur un filtre saturé d'eau.

L'utilisation de l'évaporation sur des échantillons secs ou concentrés est une étape préparatoire courante pour de nombreuses analyses de laboratoire telles que la spectroscopie et la chromatographie. Les systèmes utilisés à cette fin comprennent les évaporateurs rotatifs et les évaporateurs centrifuges.

## II-2. Définitions et rappel

L'évaporation d'un liquide au contact de l'air fait intervenir le mécanisme de diffusion d'une vapeur dans un gaz, à partir d'une surface liquide.

En plus de grandeurs mises en jeu dans l'étude de la convection, les phénomènes de transfert thermiques avec changement de phase se font intervenir de nouvelles variables caractérisant, soit le passage d'un fluide d'une phase à une autre, soit une propriété de frontière entre ces deux phases. Nous avons préféré commencer par un rappel de quelque définition.

- Pression de vapeur saturante, température de saturation

Si l'on enferme un liquide et sa vapeur dans une enceinte préalablement vidée dont on contrôle la pression ou la température, on constate que pour chaque température, il existe une valeur de la pression à laquelle les phases liquides et sa vapeur coexistent en équilibre. Cette pression notée  $P_{\text{sat}}$  s'appelle pression de vapeur saturante ou encore tension de vapeur saturante. C'est la pression maximum de vapeur à laquelle le liquide peut se vaporiser dans l'enceinte, à une température donnée.

La vapeur en équilibre avec le liquide dont elle s'évapore est dite vapeur saturante.

Réciproquement si l'on fixe la valeur de la pression (à condition que celle-ci reste inférieure à une certaine limite pression critique), l'équilibre entre les phases liquide et vapeur a lieu pour une valeur de température notée  $T_{\text{sat}}$  (dépendant de la pression et qu'on appelle température de saturation ou température d'ébullition).

- rapport de mélange, humidité absolue et relative

On définit le rapport de mélange ou humidité absolue d'un mélange gaz et vapeur d'eau comme le rapport entre la masse de vapeur d'eau et la masse de la phase gazeuse contenues dans un même volume quelconque. L'humidité relative est le rapport  $P_v/p_{\text{sat}}$  à la température considéré on l'exprime en pourcent %.

- chaleur latente de vaporisation

La chaleur latente de vaporisation est la quantité d'énergie qu'il faut fournir à l'unité de masse d'un corps pour faire passer celui-ci de l'état liquide à l'état gazeux en restant à température constante. On la note  $L_v$  (exemple pour l'eau à 100 °C  $L_v = 2250 \text{ J/kg}$ . La même quantité d'énergie est libérée par le fluide dans la transformation inverse (condensation).

- tension superficielle

La tension superficielle ou énergie superficielle résulte des phénomènes d'attraction moléculaire au sein d'un liquide. Elle est égale à l'énergie qu'il faut dépenser pour accroître d'une unité la surface liquide en transférant des molécules de l'intérieure du liquide vers sa surface. C'est aussi la force située dans le plan de la surface libre du liquide et qui s'applique sur l'unité de longueur d'une ligne quelconque tracée à la surface libre d'un liquide, cette grandeur est notée  $\sigma$



### II-3. Processus d'évaporation

L'évaporation est un processus physique et correspond au phénomène de changement de phase de l'état liquide vers l'état gazeux. L'évaporation se fait même à une température du liquide inférieure à la température de son ébullition et à la pression ambiante. Le processus se produit lorsque les molécules d'eau sont animées d'un mouvement continu et acquièrent suffisamment d'énergie pour se libérer de la surface d'eau et s'échapper en se diffusant dans l'atmosphère. En effet dans ce cas le mouvement thermique moléculaire liquide est suffisant pour surmonter la tension superficielle. C'est-à-dire que l'énergie cinétique dépasse le travail de cohésion appliqué par la tension superficielle à la surface du liquide.

Le taux d'évaporation est déterminé à partir de l'échange net par unité de temps à la surface du liquide. L'évaporation est maintenue par :

- La présence de la source d'énergie capable de fournir la chaleur latente d'évaporation nécessaire à la transformation de l'état liquide à celui du gaz.
- la présence du gradient de pression de vapeur au dessus de la surface libre de l'eau. En effet la pression de vapeur dans l'atmosphère voisine à la surface d'eau doit être inférieure à la vapeur saturée du liquide pour que la diffusion soit possible.

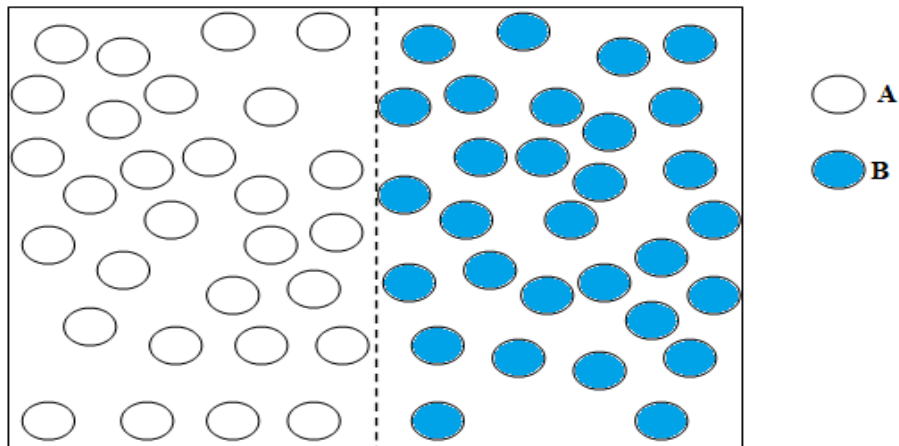
Le transfert de masse de la phase liquide vers l'atmosphère par évaporation est un processus qui comprend plusieurs phénomènes.

La diffusion en phase gazeuse et déplacement des molécules de vapeur d'eau dans l'atmosphère, dû au gradient de pression partielle.

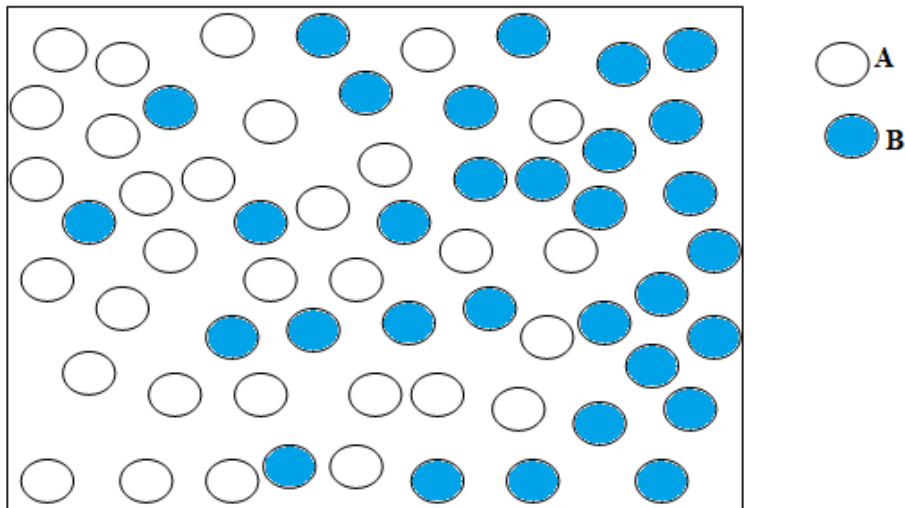
La transformation liquide-vapeur, au niveau de la surface de l'eau, pour maintenir l'équilibre entre l'eau liquide et sa vapeur, c'est le phénomène de vaporisation.

Le phénomène de diffusion accompagnée de la vaporisation en surface est toujours associé au transfert de la chaleur nécessaire pour le changement de l'état liquide à celui du gaz. La chaleur nécessaire peut provenir de l'atmosphère ou du liquide lui-même lorsqu'il est chauffé. Dans ce contexte la détermination du débit massique de vapeur est primordiale.

## II-4. Diffusion moléculaire



**Figure II-1** mélange de fluide au repos



**Figure II-2** diffusion moléculaire

Dans un mélange de fluide au repos comme représenté sur la figure II-1, de température uniforme, si la concentration n'est pas uniforme, il se produit un mouvement voir figure II-2 de ces constituants, dû à l'agitation moléculaire, tendant à atténuer les différences de concentrations. Ce mouvement est décrit par la loi de Fick.

## II-5. Loi de FICK

La loi de FICK décrit le mouvement des constituants, dû à l'agitation moléculaire, tendant à atténuer les différences de concentration dans un mélange de fluides au repos. De la même manière que la loi de Fourier suppose que le flux de chaleur est régi par le gradient de la température.

La loi de Fick est exprimée par la relation l'équation (II-1) suppose que le flux de diffusion de masse soit proportionnel au gradient de la concentration. Alors le flux massique d'un constituant du mélange, dans une direction  $\vec{n}$  donnée figure II-2, est proportionnel au gradient de concentration qui a provoqué le mouvement.

$$\dot{m} = -D_c \frac{\partial c}{\partial n} ds \quad (\text{II-1})$$

Avec  $D_c$  = Le coefficient de diffusion moléculaire s'exprime en  $[m^2/s]$

$c$  = la concentration du constituant considéré, exprimé en  $[kg/m^3]$

$\dot{m}$  = le débit massique à travers un élément  $ds$  normal à la direction  $\vec{n}$ ,

$\frac{\partial c}{\partial n}$  = le gradient de  $c$ , dans la direction de  $\vec{n}$ ,

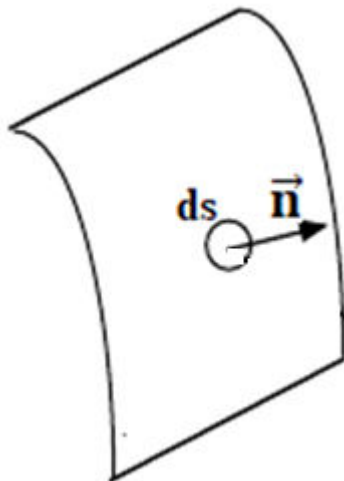


Figure II-3 élément de surface d'évaporation

Le coefficient de diffusion moléculaire  $D_c$ , dépend de la pression, de la température, ainsi que des constituants en présence. En considérant comme exemple un mélange de deux gaz parfaits A et B qui se diffusent l'un dans l'autre, alors le coefficient  $D_{cA-B}$  de diffusion du gaz A dans le gaz B et le coefficient  $D_{cB-A}$  du gaz B dans le gaz A sont identiques en théorie lorsque le mélange est de température constante et qu'il est au repos.

L'équation (II-3) de Hirschfelder-Bird-Spotz est l'une des équations les plus utilisées pour le calcul de la diffusivité des mélanges de gaz binaires en raison de ses fondements théoriques. Une corrélation empirique plus récente a été développée par développée par

Fuller, et al. (1965, 1966, 1969) permettant l'évaluation de la diffusivité par l'expression suivante

$$D_{AB} = \frac{10^{-3} T^{1.75} \left( \frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B} \right)^{1/2}}{P \left[ (\sum v)_A^{1/3} + (\sum v)_B^{1/3} \right]^2} \quad (\text{II-2})$$

Où  $D_{AB}$  est en  $\text{cm}^2 / \text{s}$  alors que  $T$  est en  $\text{K}$  et  $P$  la pression totale est en atmosphères.  $M_i$  le poids moléculaire,  $(\sum v)_i$  est la somme du volume de diffusion pour la composante  $i$ , pour la détermination des termes en  $v$  les auteurs recommandent l'addition des augmentations de volume de diffusion atomique et structurelle  $v$  rapportées dans le tableau publiée dans la même référence.

A partir de l'application de l'équation (II-3) à l'air et à la vapeur d'eau, on trouve la relation d'évaluation du coefficient de diffusion  $D_c$  utilisable entre  $20^\circ\text{C}$  et  $90^\circ\text{C}$  donnée par :

$$D_c = 2.26 \times 10^{-5} \frac{1}{P} \left( \frac{T}{273} \right)^{1.81} \quad (\text{II-3})$$

Où  $T$  en  $[\text{K}]$ ,  $P$  en  $[\text{bar}]$ ,  $D_c$  en  $[\text{m}^2/\text{s}]$

La relation peut être présentée sous une autre forme car, dans les calculs, on préfère souvent utiliser des pressions partielles plutôt que des concentrations.

On introduit donc un coefficient de diffusion  $D_{P_v}$ , relative aux pressions partielle par la relation :

$$\dot{m} = -D_{P_v} \frac{\partial P_v}{\partial n} ds \quad (\text{II-4})$$

Le facteur  $\frac{\partial P_v}{\partial n}$  est le gradient de pression partielle de la vapeur d'eau dans la direction  $\vec{n}$ .

Les coefficients de diffusion  $D_{P_v}$  et  $D_c$  sont reliés entre eux par une relation déduite de l'équation des gaz parfaits appliquée à la vapeur d'eau qui s'écrit :

$$P_v = c \frac{R}{M_v} T = c R_v T \quad (\text{II-5})$$

$M_v$  =masse molaire de la vapeur d'eau

$$\text{et } R_v = \frac{R}{M_v} = \frac{8.314}{18.01 \cdot 10^{-3}} = 452 \text{ en J/ (kg K)} \quad (\text{II-6})$$

$$\text{On a donc } D_{Pv} = \frac{D_c}{R_v T} \quad (\text{II-7})$$

# Chapitre III

**Evaporation en présence d'air au repos**

### III-1 Loi de Diffusion

Considérons une éprouvette contenant de l'eau à la température  $T$ . Dans ce cas l'air contenu dans l'éprouvette en contact avec la surface libre de l'eau, constitue l'atmosphère au repos comme indiqué dans la figure (III-1). Etant donnée :

$\ell$  = la distance entre le niveau de l'eau et l'extrémité supérieure de l'éprouvette

$P_{v_0}$  = la pression partielle de la vapeur d'eau à l'extrémité supérieure de l'éprouvette

On admet qu'à la surface de l'eau, il y a équilibre entre la vapeur d'eau et l'eau liquide.

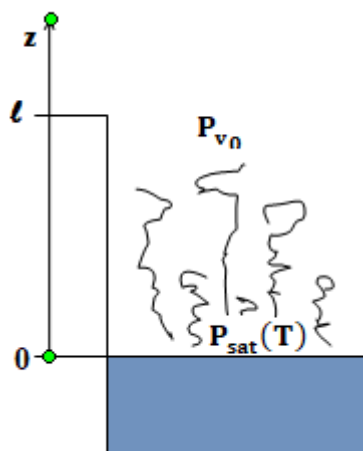


Figure III-1 évaporation d'eau dans une éprouvette

La pression partielle de la vapeur d'eau à la surface libre de l'eau est donc égale à la pression de vapeur saturante à la température  $T$  de l'eau liquide, soit  $P_{sat}(T)$ .

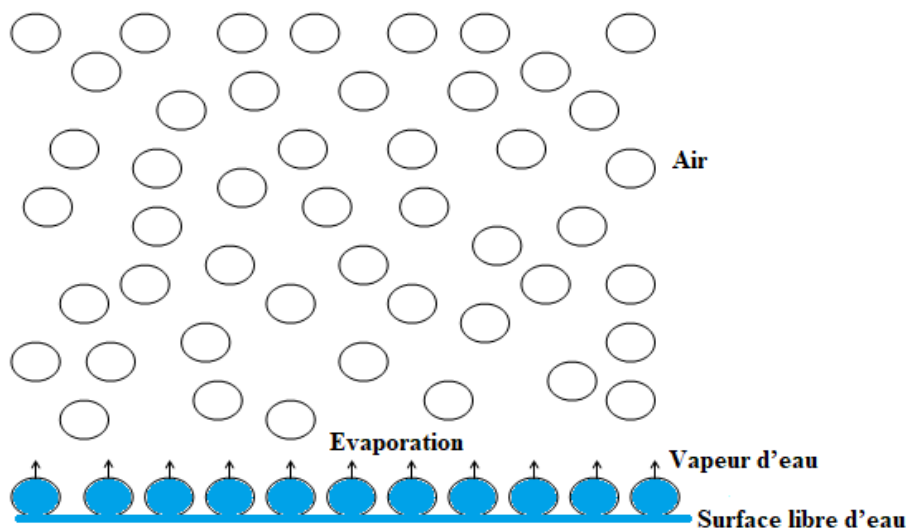


Figure III-2 schéma de l'air au repos en contact de la surface libre de l'eau

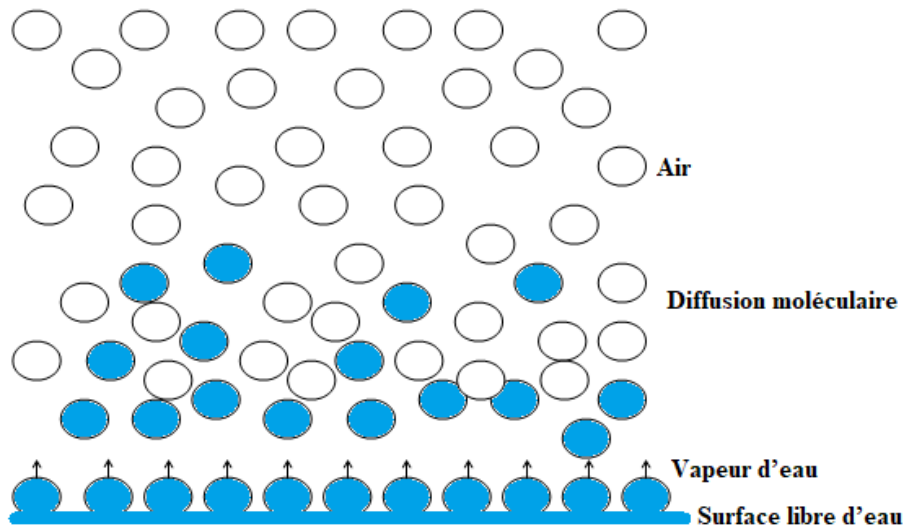


Figure III-3 diffusion de la vapeur dans l'air

On constate qu'il se produit un transfert de masse figure (III-2-3) de la phase liquide vers l'air, il s'effectue en deux étapes :

- Première étape : déplacement des molécules de vapeur d'eau dans la phase gazeuse, dû au gradient de pression partielle c'est le phénomène de diffusion en phase gazeuse.
- Deuxième étape : transformation liquide-vapeur, au niveau de la surface de l'eau, pour maintenir l'équilibre entre l'eau liquide et sa vapeur, en effet l'équilibre est perturbé par le mouvement de diffusion, c'est le phénomène de vaporisation.

Dans l'ensemble de ces deux phénomènes, qui constituent l'évaporation de l'eau, le premier est le moteur de l'opération, le second est une conséquence du premier.

### III-2 détermination du débit massique de vapeur

Soient  $P_a$  et  $P_v$  sont respectivement la pression partielle de l'air sec et de la pression partielle de la vapeur. En considérant la pression totale  $P$  uniforme en tout point du volume de l'éprouvette, elle est égale à la somme des pressions partielle :

$$P = P_a + P_v . \quad (\text{III-1})$$

Dans l'éprouvette nous avons la pression partielle de la vapeur d'eau qui varie de  $P_{\text{sat}}(T)$  au niveau de la surface libre de l'eau, à  $Pv_0$  à la hauteur  $l$  de l'éprouvette. Il y a donc une



variation selon l'axe noté (z), et d'après la relation (III-1) ... on peut écrire la relation suivante :

$$\frac{\partial P_a}{\partial z} = - \frac{\partial P_v}{\partial z} \tag{III-2}$$

Le mouvement de la vapeur quittant la surface doit donc provoquer un mouvement inverse de l'air en direction de la nappe d'eau. Or ce mouvement est impossible, car il conduirait à une accumulation d'air au voisinage de la surface, donc à une augmentation de la pression totale. Le mouvement d'air en direction de la surface d'eau doit donc engendrer un mouvement de compensation du mélange (air- vapeur), en sens inverse de la vitesse  $\vec{v}_z$ .

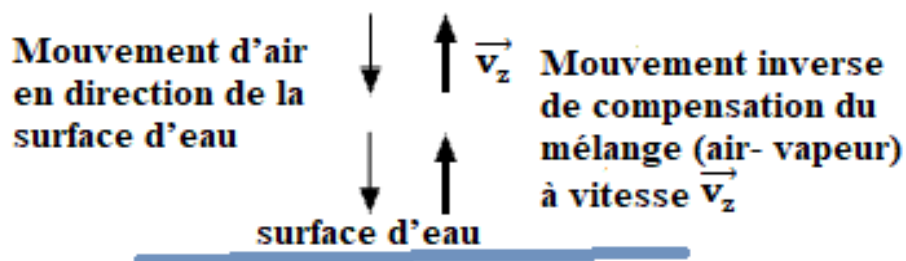


Figure III-4 représentation schématique du mouvement compensatoire

Comme on doit avoir un débit massique d'air sec en direction de la surface d'eau nul, on a alors :

Equation de débit nul à la surface libre de l'eau :

$$\dot{m}_a = \rho_a V_z ds - D_{p_a} \frac{\partial P_a}{\partial z} ds = 0 \tag{III-3}$$

Equation de la vitesse du mouvement compensatoire

$$V_z = \frac{D_{p_a}}{\rho_a} \frac{\partial P_a}{\partial z} = - \frac{D_{p_a}}{\rho_a} \frac{\partial P_v}{\partial z} \tag{III-4}$$

$D_{p_a}$  = étant donné le coefficient de diffusion de l'air dans la vapeur d'eau d'après la relation :

$$D_{p_a} = \frac{D_c}{R_a T} = D_{P_v} \frac{R_v}{R_a} \tag{III-5}$$

En employant l'expression de  $D_{p_a}$ , dans l'équation (III-4), nous réécrivons l'équation (III-4) sous la forme suivante :

$$v_z = -\frac{D_{p_v}}{\rho_a} \frac{R_v}{R_a} \frac{\partial P_v}{\partial z} \quad (\text{III-6})$$

La combinaison des équations (III-3) et (III-6) nous permet finalement d'obtenir l'expression du débit massique de vapeur :

$$\dot{m} = \left( \rho_v v_z - D_{p_v} \frac{\partial P_v}{\partial z} \right) ds \quad (\text{III-7})$$

En remplaçant le coefficient de diffusion et la vitesse par leur expression dans la relation (III-7) nous obtenons l'expression donnant le débit massique de vapeur  $\dot{m}_v$  :

$$\dot{m}_v = -D_{p_v} \frac{\partial P_v}{\partial z} \left( 1 + \frac{\rho_v}{\rho_a} \frac{R_v}{R_a} \right) ds = -D_{p_v} \frac{P_a + P_v}{P_a} \frac{\partial P_v}{\partial z} ds$$

Ou encore :

$$\dot{m}_v = -D_{p_v} \frac{P}{P - P_v} \frac{\partial P_v}{\partial z} ds \quad (\text{III-8})$$

Par intégration de l'expression de  $\dot{m}_v$ , entre  $z=0$ , où  $P_v = P_{\text{sat}}(T)$  et  $z = l$ , où  $P_v = P_{v_0}$ , nous obtenons l'équation de Stefan :

$$\dot{m}_v = \frac{D_{p_v}}{l} P \ln \left[ \frac{P - P_{v_0}}{P - P_{\text{sat}}(T)} \right] ds, \quad (\text{III-9})$$

où encore de la forme si  $s$  est l'aire de la surface libre du liquide :

$$\dot{m}_v = \frac{D_c}{R_v T} \frac{P s}{l} \ln \left[ \frac{P - P_{v_0}}{P - P_{\text{sat}}(T)} \right]. \quad (\text{III-10})$$

L'équation (III-10) est dite équation de Stefan

### III-3 Equation de Stefan Simplifiée

Lorsque  $P_{\text{sat}}(T)$  et  $P_{v_0}$  sont négligeables devant  $P$ , ce qui est le cas par exemple lorsque la température de l'eau est inférieure à 30 °C environ, l'équation (III-10) peut prendre une forme plus simple ;

En effet dans ce cas :

$$\frac{P - P_{v_0}}{P - P_{\text{sat}}(T)} \approx 1, \text{ donc } \ln \left[ \frac{P - P_{v_0}}{P - P_{\text{sat}}(T)} \right] \approx \frac{P - P_{v_0}}{P - P_{\text{sat}}(T)} - 1 = \frac{P_{\text{sat}}(T) - P_{v_0}}{P}$$

Nous obtenons l'équation de STEFAN simplifiée :

$$\dot{m}_v = \frac{D_c}{R_v T} \frac{s}{l} [P_{\text{sat}}(T) - P_{v0}]. \quad (\text{III-11})$$

### III-4 Transfert de chaleur et transfert de masse avec évaporation

En considérant la surface libre d'eau est à la température  $T_e$ , au voisinage de laquelle circule un écoulement d'air dont la concentration est  $c_0$ , la pression de vapeur  $P_{v0}$ , et la température  $T_0$ . À la surface de l'eau, la concentration en vapeur est  $c_e$ , correspondante à l'état de saturation à la température  $T_e$ . Il se produit simultanément un transfert de chaleur, appelé transfert de chaleur sensible, dû à l'écart de température entre l'eau et l'air, et un transfert de masse, dû au gradient de pression de vapeur de l'air. Ce transfert de masse s'accompagne d'un transfert de la latente, puisque nécessaire à la vaporisation de l'eau. Pour caractériser ces échanges sur une surface  $s$  du liquide, on introduit des coefficients de transferts définis par les relations suivantes :

#### III-4.1 Transfert de chaleur sensible

L'évaporation à la surface libre du liquide est accompagnée du transfert de chaleur dit sensible entre l'air humide et l'interface lieu d'évaporation elle s'exprime de la façon suivante :

$$Q = h (T_e - T_0) s \quad (\text{III-12})$$

Avec  $h$ =coefficient d'échange de chaleur sensible  $[W / (m^2 \cdot ^\circ C)]$

$Q$  =puissance échangée  $[W]$

#### III-4.2 Transfert de masse

$$\dot{m} = h_c (c_e - c_0) ds \quad (\text{III-13})$$

Avec :  $\dot{m}$  =débit d'eau évaporée sur la surface  $ds$  du liquide  $(kg/s)$

$h_c$  = coefficient de transfert de masse, relatif à la concentration  $(m \cdot s)$

$c_e, c_0$  = respectivement les concentrations en vapeur dans la couche d'air et à la surface libre de l'eau  $(kg/m^3)$ .

Comme la concentration  $c$  est liée à la pression partielle  $P_v$ , on a la relation

$$\dot{m} = \frac{h_{cc}}{R_v T} [P_{sat}(T) - P_{v0}] s \quad (\text{III-14})$$

Le transfert de masse s'accompagne du transfert de chaleur latente :

$$Q = L_v (T_e) \dot{m} = L_v (T_e) \frac{h_{cc}}{R_v T} [P_{sat}(T) - P_{v0}] s \quad (\text{III-15})$$

La puissance thermique totale échangée entre l'air et l'eau est donc :

$$Q = \left\{ h (T_e - T_0) + L_v (T_e) \frac{h_c}{R_v T} [P_{sat}(T) - P_{v0}] \right\} s \quad (\text{III-16})$$

### III-5 Analogie du transfert de chaleur et de masse

Les équations (III-12) et (III-13) décrivant les transferts de chaleur et de masse, sont de forme identique. Par analogie avec le transfert de chaleur qui n'est autre que la diffusion moléculaire de chaleur s'établissant dans le sens de la plus haute température vers la plus basse, (loi de Fourier), le transfert de masse se traduit par la diffusion des molécules d'un composant (vapeur d'eau) en présence dans un mélange (air humide) s'établissant dans le sens de la plus haute concentration vers la plus basse (loi de Fick). Des considérations de similitude permettent alors de montrer que, si l'on introduit les nombres adimensionnels de Nusselt et Sherwood, définis respectivement par :

$$Nu = \frac{h l}{\lambda} \quad Sh = \frac{h_c l}{D_c} \quad (\text{III-17})$$

Etant  $l$  une longueur caractéristique de la géométrie de l'écoulement qui cette même longueur est utilisée pour calculer le nombre de Reynolds.

Les nombres  $Nu$  et  $Sh$  s'expriment respectivement sous forme de fonctions  $f$  et  $g$  de la façon suivante :  $Nu = f(Re, Pr)$  et  $Sh = g(Re, Sc)$  (III-18)

Avec :  $Pr = \text{nombre de Prandtl} = \mu c_p / \lambda = \nu / a$

$Sc = \text{nombre de Schmidt} = \nu / D_c$

$Re = \text{nombre de Reynolds} =$

Toute les propriétés physiques ( $\mu$ ,  $\nu$ ,  $c_p$ ,  $\lambda$  et  $a$ ) intervenants dans ces nombres sont celles de l'air humide. On peut montrer par le calcul, dans le cas d'un écoulement laminaire que les formes des fonctions  $f$  et  $g$  peuvent êtres dans ce cas considérées comme identiques.

# Chapitre IV

**Étude numérique de l'évaporation en présence  
d'écoulement d'air**

## IV.1 Introduction

L'écoulement d'air au-dessus du liquide entraîne un déplacement des vapeurs de liquide venant de s'évaporer. Cet écoulement d'air voir figure IV.1 est primordial car il détermine la dynamique de renouvellement d'air au-dessus de l'interface et par conséquent la dynamique d'évaporation. Ce phénomène entretient le déséquilibre thermodynamique à l'interface de celui-ci. Les transferts thermiques et massiques autour de la surface libre du liquide déterminent la répartition de la concentration de la vapeur dans l'écoulement de l'air environnant.

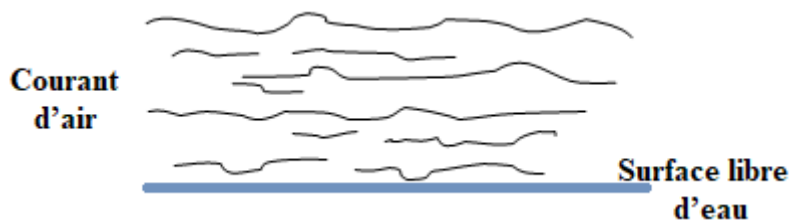


Figure IV.1 Evaporation en présence d'un écoulement d'air.

## IV.2 Transfert de masse et couches limites

Les zones dans lesquelles s'effectuent les transferts de chaleur et de masse sont respectivement la couche limite thermique et couche limite de diffusion, correspondant, pour l'une à la zone dans laquelle la température varie progressivement de  $T_e$  à  $T_0$  et pour l'autre à la zone dans laquelle la concentration varie progressivement de  $c_e$  à  $c_0$ .

Il existe trois couches limites différentes :

- Cinématique : Gradient de la quantité de mouvement de la surface vers le milieu libre. Cette couche limite apparaît dès qu'un fluide est mis en mouvement près d'une surface. La figure IV.2 illustre l'allure de cette couche.
- Thermique : Gradient de la température de la surface vers le milieu libre. Cette couche limite n'intervient que dans le cas où il existe une différence de températures entre une paroi.
- Massique : Gradient de concentration de la surface vers le milieu libre. Cette couche limite n'existe que dans le cas de mélanges d'espèces et de déséquilibres de concentration entre l'écoulement et la surface d'évaporation.

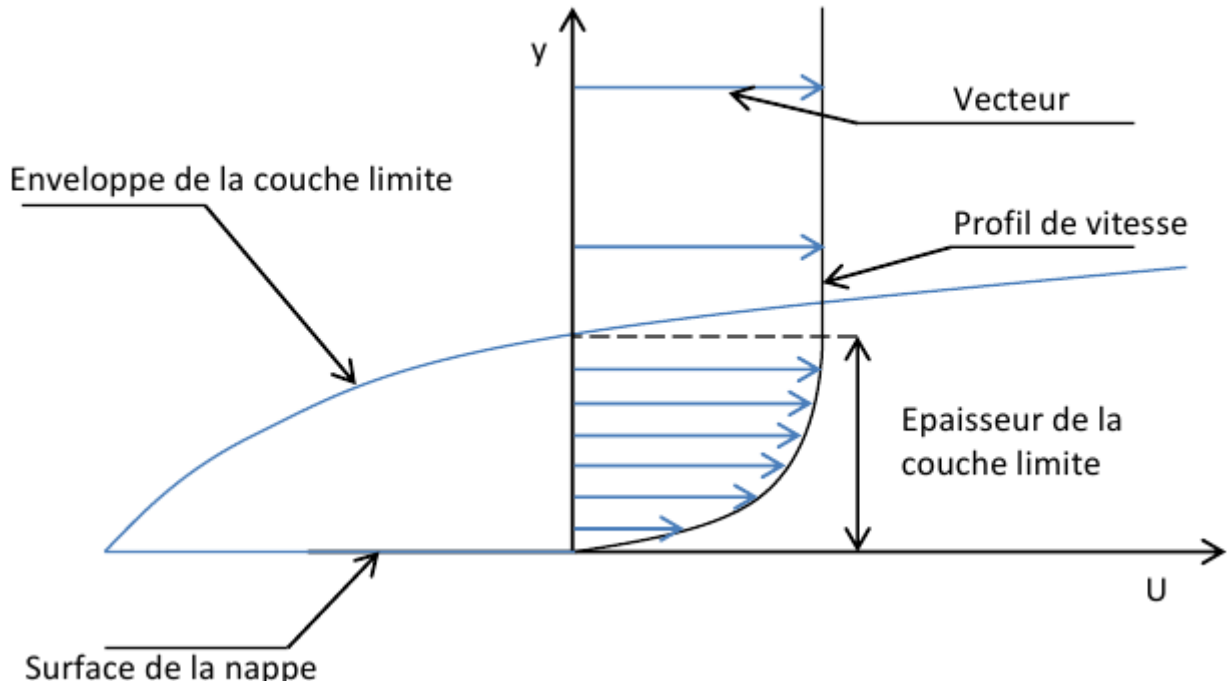


Figure IV.2 Allure de couche limite cinématique

Aucune des couches précitées précédemment n'est indépendante, les couches limites thermique et massique sont fonction des vitesses calculées à l'intérieur de la couche limite cinématique et les effets de la température et des concentrations sont à prendre en compte dans l'établissement du profil de vitesse. Les gradients verticaux sont largement supérieurs aux gradients horizontaux. La connaissance de la couche limite est donc primordiale dans l'étude du transfert de matière. Nous considérons dans ce chapitre le cas de l'évaporation au travers de la surface d'eau (voir figure IV.1). En contact d'un écoulement d'air, l'évaporation dépend de la couche limite massique qui joue un rôle majeur dans le transfert de masse. En effet le fluide au voisinage de la paroi est freiné du fait de la condition de non glissement.

### IV.3 Modèle du film stagnant

Le film stagnant et statique est l'épaisseur  $\delta_c$  et fictive du film prise dans la couche limite de masse (voir figure 2). En plus du transfert de masse par diffusion est ajouté un transfert de masse par convection. En raison du couplage du champ dynamique et concentration massique nous considérons une méthode approximative pour le calcul de transfert de masse, qui est ici le débit massique de vapeur, déterminé par l'écoulement de l'air sur la surface d'évaporation et les propriétés physiques. J. H. Lienhard IV, and al [4], présentent une analyse basée sur le model du film stagnant, qui permet d'exprimer le flux de masse surfacique totale de vapeur à



l'interface. Dans la modélisation on considère l'épaisseur  $\delta_c$  d'air dans la couche limite, l'air dans ce cas constitue un film stagnant et immobile suivant la direction horizontale. Le modèle du film stagnant est basé sur le bilan de masse à l'interface air-surface liquide est valable quelque soit le régime d'écoulement laminaire ou turbulent. Dans les conditions de ce modèle le débit massique de vapeur est donné par l'équation suivante :

$$\dot{m} = (\rho_v v_s + j_{v,s}) \quad (\text{IV-1})$$

En effet l'écoulement compensatoire ou contre diffusion de l'air vers la surface d'évaporation, provoque un écoulement du mélange air-vapeur de vitesse normale à la paroi d'équation :

$$v_s = -\frac{D_{pv}}{\rho_a} \frac{R_v}{R_a} \frac{\partial p_v}{\partial y} \quad (\text{IV-2})$$

Ce mouvement verticale entraîne un flux de masse de vapeur additionnel de nature convective appelé flux de Stefan égale à  $(\rho_v v_s)$ .

En générale le flux de Stefan, est un phénomène de transport concernant le mouvement d'une espèce chimique par un fluide circulant (typiquement dans la phase gazeuse) qui est induit à s'écouler par la production ou l'élimination de l'espèce à une interface. L'écoulement de Stefan, se trouve dans les processus comme l'évaporation, la condensation, la réaction chimique, la sublimation, l'ablation, l'adsorption, l'absorption et la désorption. Le transport de l'espèce par ce flux est dit flux de Stefan. Il a été nommé d'après le physicien autrichien, mathématicien et poète Josef Stefan pour ses premiers travaux sur le calcul des taux d'évaporation. Le flux de Stefan est distinct de la diffusion comme il est décrit par la loi de Fick, mais la diffusion est présente et se produit presque toujours aussi dans les systèmes multi-espèces qui connaissent le flux de Stefan. [1] Dans les systèmes subissant l'un des processus mentionnés précédemment tel que dans notre cas de cette étude d'évaporation, la vapeur est transportée par convection vers l'écoulement d'air voisinant de l'interface. Lorsque des gradients de concentration de l'espèce sont également présents, le taux de transport total de l'espèce est alors donné par une sommation du flux de Stefan et des contributions diffusives.

Lorsque le mouvement compensatoire est faible, ce flux est négligeable. Dans ce dernier cas le transfert de masse de vapeur est réduit au flux de masse surfacique de diffusion :

$$j_{v,s}^s \cong -D_{pv} \frac{\partial p_v}{\partial y}, \text{ qui est analogue au flux de chaleur transféré par convection.}$$

Avec  $R_a = R/M_a$ ,  $R_v = R/M_v$  et  $D_{pv} = D_{v-a}/(R_v T)$ . (IV-3)

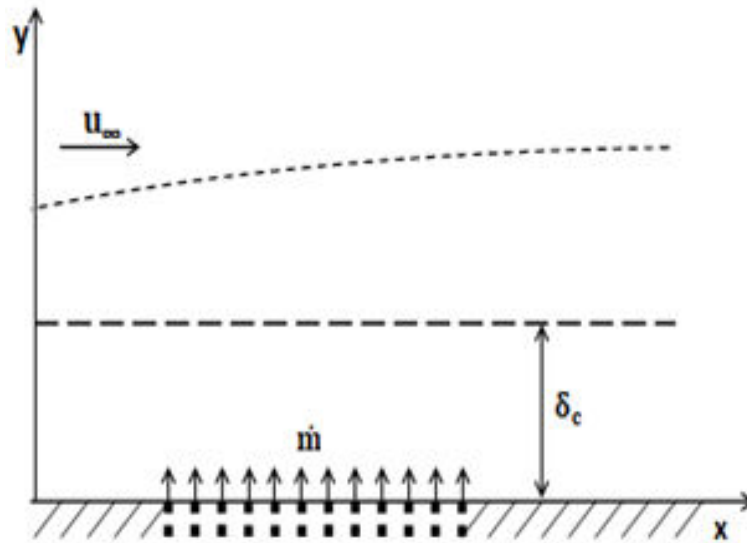


Figure. IV.3 Film stagnant dans la couche limite de masse.

#### IV.4 Etude paramétrique

Le présent travail consiste en la détermination du taux d'évaporation en surface de l'eau liquide répandue sur une surface d'une paroi solide plane en présence d'un écoulement laminaire d'air sec. Nous proposons une analyse numérique du transfert de masse en phase gazeuse dont les propriétés physiques sont variables. Une étude paramétrique des différentes influences sur le débit de massique de vapeur est effectuée. La formulation mathématique de ce problème est basée sur les équations couplées du champ dynamique, de température et de fraction massique de la vapeur. Le système d'équations avec les conditions aux limites et à l'interface sont résolues par le biais d'un code de calcul basé sur l'algorithme SIMPLER.

##### IV.4.1Hypothèses

Les hypothèses suivantes sont considérées pour notre système d'équations :

Les écoulements sont bidimensionnels et de régime laminaire. La surface d'évaporation est perméable uniquement à la vapeur. L'air humide constitué d'air sec et de vapeur d'eau est considéré comme gaz parfait. Les propriétés physiques de l'air humide sont variables. Les éléments suivants sont considérés négligeables : l'énergie de compression, la dissipation visqueuse, le rayonnement et les termes de thermo diffusion liés aux effets de Duffour et Soret.

### IV.4.2 Formulation mathématique

Le système d'équation régissant le phénomène d'évaporation à la surface libre de l'eau en présence d'un écoulement d'air est formée par les équations de conservation suivantes :

-Équation de continuité

$$\frac{\partial(\rho)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (\text{IV-3})$$

-Equation de mouvement

suivant x :

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho u v) \\ = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\text{Re}} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[ 2 \mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (\text{IV-4})$$

suivant y :

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v v) \\ = -\left[ \frac{\partial p}{\partial y} \right] + \frac{1}{\text{Re}} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ 2 \mu \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (\text{IV-4})$$

-Equation de chaleur

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho c_p T) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho c_p u T) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho c_p v T) = \frac{1}{\text{Pr Re}} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( -k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( -k \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right] \quad (\text{IV-5})$$

-Equation de masse

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega_v) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho D_{v-a} \frac{\partial \omega_v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho D_{v-a} \frac{\partial \omega_v}{\partial y} \right) \\ = \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho D_{v-a} \frac{\partial \omega_v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho D_{v-a} \frac{\partial \omega_v}{\partial y} \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{IV-6})$$

Le terme source local de masse, sous forme est donné par l'équation suivante :

$$\dot{m} = \frac{D_p}{R_v} \frac{p}{T_p} \frac{A_{\text{cell}}}{\Delta y_p} \ln \left[ \frac{p - p_{vP}}{p - P_{\text{Sat}}(T_s)} \right] \quad (\text{IV-7})$$

Où  $A_{\text{cell}}$  est l'aire de la surface transversale du volume de contrôle adjacent à la paroi entourant le nœud P. Au nœud P du volume de contrôle considéré,  $D_p$  est la diffusivité de la vapeur dans l'air,  $p$  et  $p_{vP}$  respectivement la pression de l'air humide et partielle de la vapeur.  $P_{\text{Sat}}(T_s)$  est la pression de vapeur saturante à température  $T_s$  à la paroi et la constante est donnée par la relation suivante :  $R_v = R/M_v$ .

À l'exception de la masse volumique qui peut être obtenue par l'équation d'état du gaz parfait, les propriétés physiques de l'air humide, sont déterminées par des formules de corrélation empiriques ou expérimentales [6-12].

#### IV.4.3 Méthode de résolution numérique

Dans la résolution numérique des équations couplées de bilan qui régissent le phénomène d'évaporation, est utilisé l'algorithme SIMPLE proposé par S.Patankar [12]. Nous avons prévu le test d'arrêt des calculs par la vérification du critère de précision, qui pour notre système d'équations, est le résidu sur l'équation de continuité dont la valeur n'excède pas  $10^{-4}$ .

Afin d'optimiser la précision des résultats, le pas du maillage est variable en fonction des zones considérées du domaine de calcul. Nous adoptons une variation progressive tant dans le sens  $Ox$  que dans le sens  $Oy$ . Sur  $Ox$ , le pas augmente ensuite suivant une progression géométrique. Sur  $Oy$ , à partir de la surface d'évaporation, le pas augmente avec une progression géométrique, tout en évitant un changement brutal.

#### IV.5 Résultats et discussion

Nous fixons l'état de référence voir tableau 1, à partir des paramètres avec dimension afin de favoriser l'interprétation physique des phénomènes qui interviennent lors de l'évaporation.

Tableau 1 État de référence des paramètres avec et sans dimension utilisés pour les calculs.

$P_0$	$T_0$	$T_s$	$U_{max}$	$X_0$	$H$	$Re$	$Fr$	$Pr$	$Sc$
atm	K	K	m/s	m	m				
1.0	293.15	323.15	0.756	0.01	0.01	500	5.8268	0.7165	0.6993

L'étude effectuée a pour objectif de montrer l'évolution de l'évaporation en faisant varier les paramètres autour de l'état de référence définis dans le tableau 1. Il s'agit de : la température d'évaporation  $T_s$ , la pression thermodynamique totale  $P_0$ , la vitesse de l'écoulement ainsi que l'évolution du taux d'évaporation selon le temps. Deux approches différentes sont possibles selon l'échelle d'étude. Dans le cas où l'étude est réalisée en fonction de la distance  $x_L$  entre le point considéré et le bord d'attaque rencontré par l'écoulement, l'étude est d'un point de vue local. Dans le cas où la surface d'évaporation est considérée comme une entité uniforme

et homogène, l'étude est d'un point de vue global, dans ce cas la valeur considérée est la moyenne.

### IV.5.1 Influence de la température d'évaporation

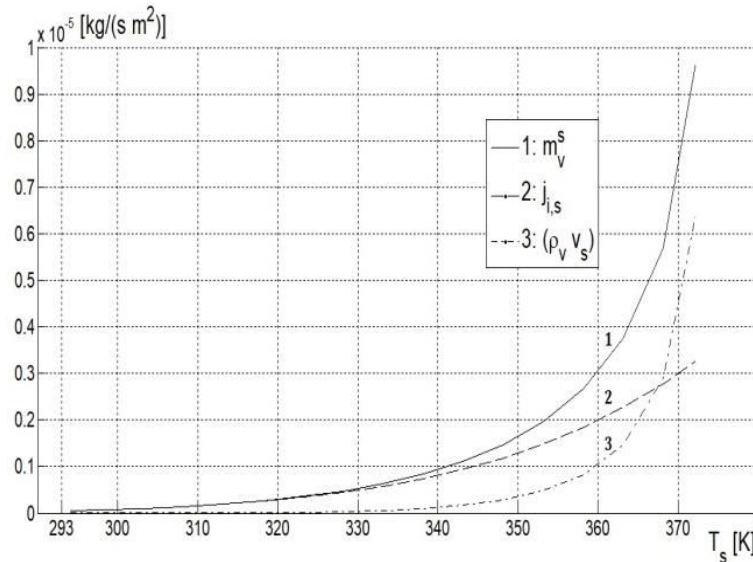


Figure IV.4. Influence de la température  $T_s$  sur le taux d'évaporation.

Sur la figure, la courbe 1 représente l'évolution selon la température d'évaporation  $T_s$ , du débit totale de masse surfacique de la vapeur  $\dot{m}_v^s = (\rho_v v_s + j_{v,s}^s)$ . Nous constatons que le débit  $\dot{m}_v^s$  n'augmente que très lentement aux températures comprises entre 293 et 330 K. A partir de la valeur limite  $T_s = 330$  [K],  $\dot{m}_v^s$  augmente très rapidement et cela vient de l'influence du mouvement compensatoire qui n'est plus faible. En effet ce mouvement engendre le flux convectif  $(\rho_v v_s)$ , représenté par la courbe 3 qui atteint des valeurs très importantes et par conséquent le débit  $\dot{m}_v^s$ , augmente très vite relativement au débit de diffusion  $j_{v,s}^s$ , indiqué par la courbe 2. Cette limite de température  $T_s = 330$  K correspondant à  $50$  °C, est en parfait accord avec celle trouvée dans la littérature dont on peut citer les références [4-14-15]. Elle délimite deux types de taux d'évaporation. Le taux d'évaporation faible dans le cas où la température  $T_s$  est inférieure à 330 K, où on peut considérer l'analogie entre le transfert par convection de chaleur et de masse par l'approximation  $\dot{m}_v^s \cong j_{v,s}^s$ . Le taux d'évaporation élevé, lorsque la température  $T_s$  se rapproche de la température d'ébullition, le flux  $(\rho_v v_s)$ , n'est plus négligeable et l'analogie ne peut plus être considérée.

### IV.5.2 Influence de la pression thermodynamique totale

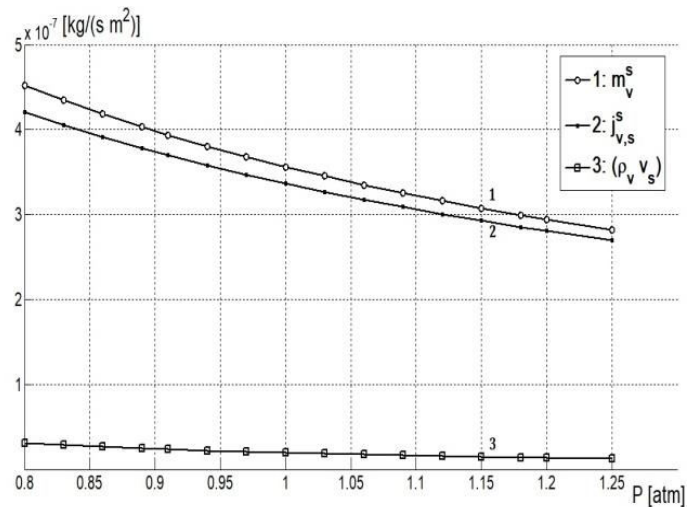
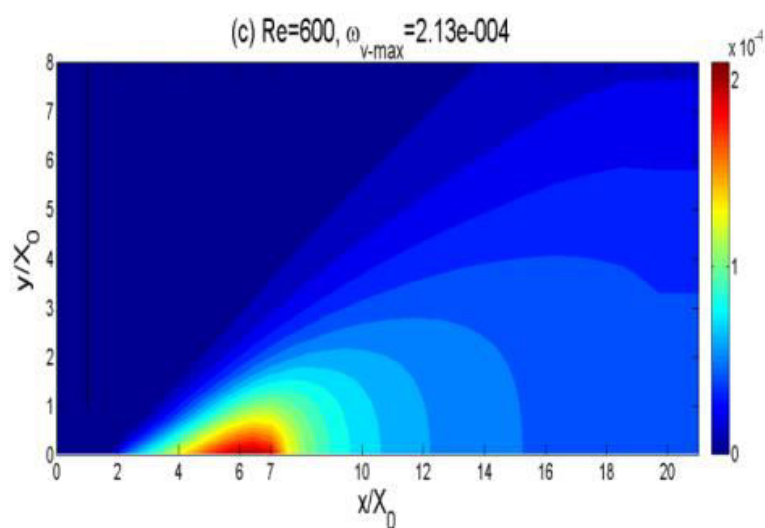
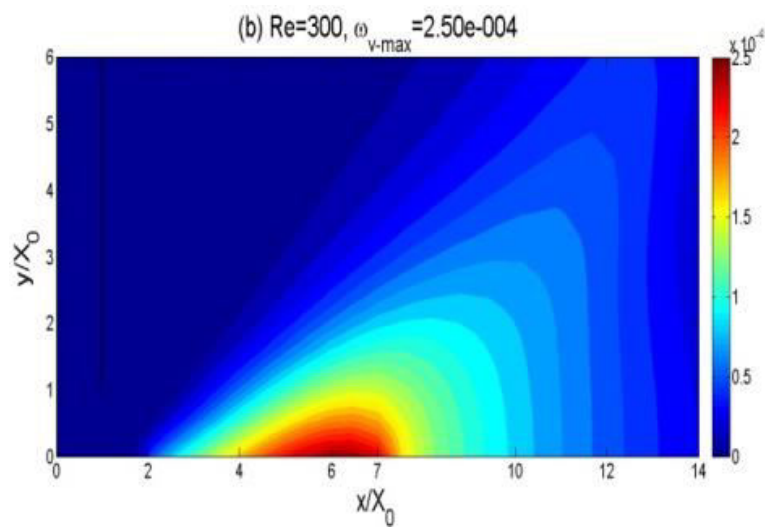
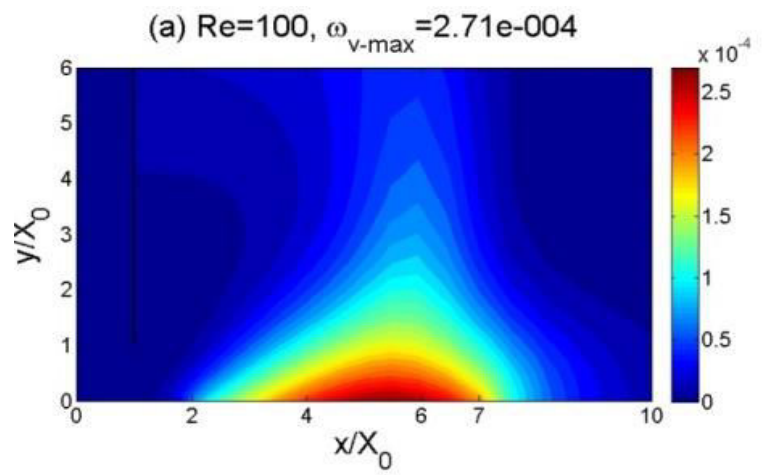


Figure IV.5 Evolution du taux d'évaporation selon la pression  $P_0$ .

Dans la figure IV.5, la courbe 1 indique une diminution du taux d'évaporation  $\dot{m}_v^s$ , quant la pression  $P_0$  augmente. En effet, l'augmentation de la pression totale engendre, d'une part la diminution du coefficient de la diffusion et du flux  $j_{v,s}^s$ , représenté par la courbe 2 d'autre part, ralentit l'écoulement de contre-diffusion de Stefan ( $\rho_v v_s$ ), comme l'indique la courbe 3 qui est un transfert de masse de type convective.

### IV.5.3 Dispersion de la vapeur

L'écoulement de l'air interagit avec la vapeur au dessus de la surface d'évaporation. Cette dernière est entraînée par l'écoulement d'air et dispersée dans l'espace environnant. Les figures IV.6 -a, b, c, d, mettent en évidence selon le nombre de Reynolds, la compétition entre l'écoulement d'air et la convection naturelle dans la zone d'évaporation. A faible nombre de Reynolds  $Re$ , la convection naturelle qui est un mouvement vertical est prépondérante relativement à l'écoulement d'air. Le mouvement d'air est ralenti ce qui réduit l'entraînement de la vapeur près de la paroi et par conséquent la dispersion. Lorsque  $Re$  croit, la vitesse de l'écoulement est plus importante, l'entraînement de la vapeur et la dispersion augmentent.



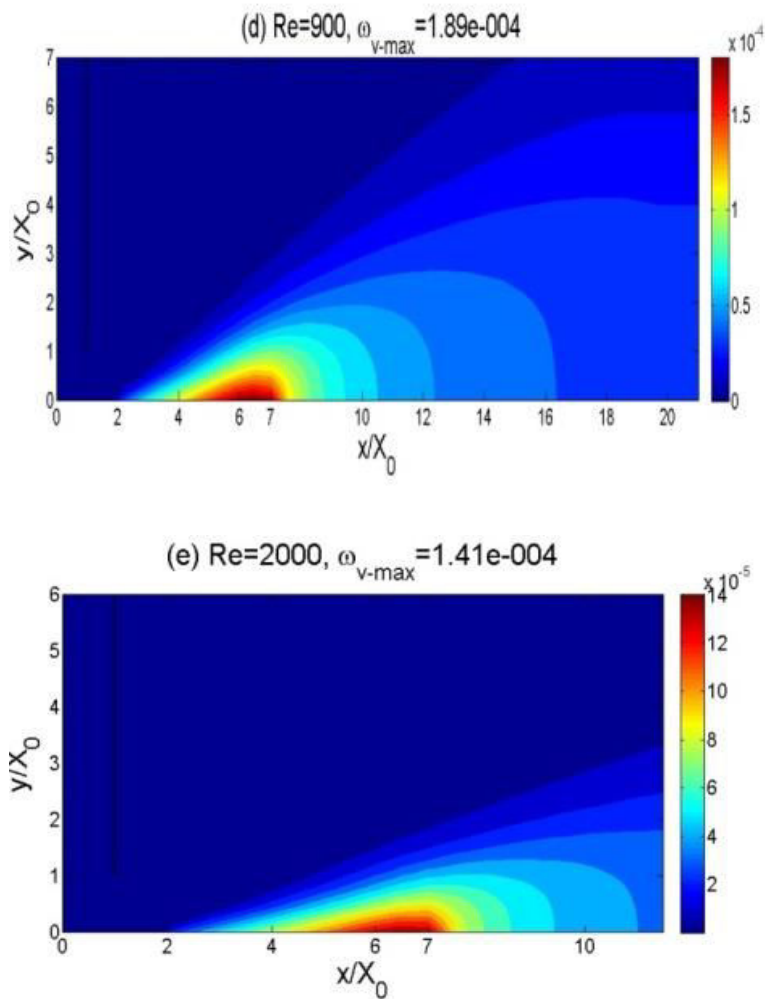


Fig. IV.6 -a, b, c, d. Lignes d'iso-fractions massique de la vapeur dans une partie du domaine de calcul pour différents nombres de Reynolds.



# Conclusion générale

## Conclusion générale

---

Une méthode de modélisation de l'évaporation au travers d'une surface de l'eau a été proposée. En présence d'un écoulement laminaire d'air sec, cette méthode est basée sur le modèle du film stagnant. Par le biais du code de fluent et la résolution numérique des équations couplées du champ dynamique, de température et de fraction massique de la vapeur nous a permis la détermination du taux d'évaporation en fonction de la température et de la pression et par ailleurs la simulation de l'interaction entre l'écoulement de l'air et le champs de concentration de la vapeur dans l'atmosphère voisinant de la surface d'évaporation. L'étude des influences des différents paramètres met en évidence la prépondérance de la température suivie de la vitesse d'écoulement d'air et de la pression sur le taux d'évaporation.

En perspective envisageable nous proposons une étude plus approfondie où l'écoulement sera considéré comme turbulent ainsi qu'une étude expérimentale où seront confrontés les résultats obtenues avec ceux de l'étude numérique.

## Références chapitre 1

- [1] **Prandtl L. 1904.** On fluid motions with very small friction. Proc. Of the Third Mathematical Congress. Heilberg 104, Leipzig 1934.
- [2] **Prandtl L. and O.G.Tientjens.1934.** Applied Hydro- and aerodynamics. McGaw-Hill . Book Co., Inc. New York, N, Y.
- [3] **Brighton, P. W.** Evaporation from a plane liquid surface into a turbulent boundary layer. Journal of Fluids Mechanics. (1985)
- [4] **Higbie, R. (1936).** The rate of absorption of a pure gas into a still liquid during short periods of exposure. Transactions of the American Institute of Chemical Engineers, 31, pp. 365 - .
- [5] **Danckwerts, P. (1951).** Significance of liquid film coefficient in gas absorption. Industrial and Engineering Chemistry, 43(1460).
- [6] **Toor, H. M. (1957).** Film penetration model for mass and heat transfert. AIChE Journal, 4(1).
- [7] **Sutton. (1932).** A Theory of Eddy Diffusion in the Atmosphere. Proceedings of the royal society, 135.
- [8] **Sutton, O. (1934).** A theory of eddy diffusion in the atmosphere. Londres.
- [9] **Sutton, O. (1934).** Wind structure and evaporation in a turbulent atmosphere.
- [10] **Mackay, & Matsugu. (1973).** Evaporation rate of liquid hydrocarbon spills on land and water. Canadian Journal of Chemical Engineering, 51, pp. 434-439.
- [11] **Mackay, & Matsugu. (1973).** Evaporation rate of liquid hydrocarbon spills on land and water. Canadian Journal of Chemical Engineering, 51, pp. 434-439.

## Références bibliographiques

---

[12] **Kawamura, P., & Mackay, D.** The evaporation of volatile liquids. Journal of [1] Hazardous Materials, 15(3). (1987)

[13] **Braun, K., & Caplan, K.** Evaporation rate of volatile liquids. Washington: US environmental protection Agency. (1989)

### **References chapitre 2**

[1] See **R. B. Bird, W. E. Stewart, and E. N. Lightfoot**, Transport Phenomena (New York: Wiley, 1960), p. 511.

[2] **E. N. Fuller, P. D. Schettler, and J. C. Giddings**, Ind. Eng. Chem. 58(5), 19 (1966). Several other equations for predicting diffusion coefficients can be found in R. C. Reid, J. M.

[3] **Prausnitz and T. K Sherwood**, The Properties of Gases and Liquids 3rd ed. (New York: McGraw-Hill, 1977), Chap 11.

### **Références chapitre 4**

[1] **Brighton, P. W.** Evaporation from a plane liquid surface into a turbulent boundary layer. Journal of Fluids Mechanics. (1985)

[2] **Kawamura, P., & Mackay, D.** The evaporation of volatile liquids. Journal of [1] Hazardous Materials, 15(3). (1987)

[3] **Braun, K., & Caplan, K.** Evaporation rate of volatile liquids. Washington: US environmental protection Agency. (1989)

[4] **John H, Lienhard IV and John H. Lienhard V** A Heat Transfer Textbook Fourth Edition by Press Cambridge Massachusetts Version 2.11 dated 17 July 2017

[5] **H.K. Versteeg and W.Malalasekera** An introduction to computational fluid dynamics. The finite volume method. C Longman Group Ltd 1995.

[6] **E. N. Fuller, P. D. Schettler, and J. C. Giddings**, Ind. Eng. Chem. 58(5), 19 (1966).

[7] **Irvine TF, Liley P.** Steam and gas tables with computer equations. San Diego: Academic Press; 1984.

[8] **Touloukian YS, Powell RW, Ho CY, Clemend PG.** Thermo physical properties of

## Références bibliographiques

---

- matter, vol. 1. NY; 1970.
- [9] **P.T. Tsilingiris** Thermo physical and transport properties of humid air at temperature range between 0 and 100 °C. *Energy Conversion and Management* 49 (2008) 1098–1110.
- [10] **Wong GSK, Embleton TFW.** Variation of specific heats and of specific heat ratio in air with humidity. *J Acoust Soc Am* 1984; 76(2):555–9.
- [11] **Reid RC, Prausnitz JM, Poling BE.** The properties of gases and liquids, *Chemical Engineering Series.* McGraw Hill Int. Editions; 1988.
- [12] **E. N. Fuller, P. D. Schettler,** and J. C. Giddings, *Ind. Eng. Chem.* 58(5), 19 (1966).
- [13] **S. V. Patankar,** *Numerical heat transfer and fluid flow.* Mc Graw –Hill, New York (1980).
- [14] **J.F. Sacadura.** *Initiation aux transferts thermiques.* Technique et Documentation Paris. 1980 I.S.B.N. 2-85206-618-1
- [15] **Kreith, F.; Boehm, R.F.;** et. al. “Heat and Mass Transfer” *Mechanical Engineering Handbook* Ed. Frank Kreith Boca Raton: CRC Press LLC, 1999

## ملخص:

تبخّر سائل في جو متجدد (وسط مفتوح) ذو أهمية كبيرة. المثال الأكثر شيوعًا والنموذجي للتبخّر المختار في هذه الدراسة هو المياه. تتميز هذه الظاهرة بتحول الكتلة والحرارة بين الطور السائل والغازي. الغرض من هذه الظاهرة من خلال اقتران معادلات هذه الحصيلة ، واحدة حرارية وأخرى كتلية. يعتبر تحديد معدل التدفق الشامل للبخار أمر بالغ الأهمية و إن المشكلة في الموضوع المطروح يستدعي لدراسة تأثير الميزات المختلفة لسائل التبخّر والمعايير المدروسة للغلاف الجوي الذي ينتشر فيه البخار. يتمثل العمل الحالي في تحديد معدل التبخّر من خلال سطح خال من السائل في وجود تدفق هواء. أجريت الدراسة في مختلف التكوينات. يركز العمل المنجز بشكل رئيسي على صياغة رياضية للمشكلة والتطبيق الرقمي لتحديد التأثيرات المختلفة على تدفق معدل كتلة البخار الشامل.

**الكلمات المفتاحية** - معدل التبخّر ، نموذج الفيلم الراكد ، ستيفان فلو ، دراسة نظرية

## Résumé:

L'évaporation d'un liquide en atmosphère renouvelée (milieu ouvert) revêt une très grande importance. Le plus répandu et l'exemple type d'évaporation choisi dans cette étude est celui de l'eau. Ce phénomène est caractérisé par le transfert de masse et de chaleur entre les phases liquides et gazeuses. De ce fait le phénomène est décrit par le couplage des équations de bilan, l'une thermique et l'autre massique. La détermination du débit massique de vapeur est primordiale, le problème du sujet proposé invite à étudier l'influence de différentes caractéristiques du liquide d'évaporation et des paramètres considérés de l'atmosphère vers laquelle se diffuse la vapeur. Le présent travail consiste en la détermination du taux d'évaporation au travers d'une surface libre d'eau liquide en présence d'un écoulement d'air et au repos. L'étude est réalisée dans de différentes configurations. Le travail effectué se focalise principalement sur la formulation mathématique du problème et l'application numérique pour déterminer les différentes influences sur le débit de massique de vapeur.

**Mots clés**— Taux d'évaporation, Model du film stagnant, Flux de Stefan, Etude paramétrique

## Abstract:

Evaporation of a liquid in a renewed atmosphere (open environment) is very important. The most widespread and typical example of evaporation chosen in this study is that of water. This phenomenon is characterized by the transfer of mass and heat between the liquid and gaseous phases. As a result, the phenomenon is described by the coupling of balance equations, one thermal and the other mass. The determination of the mass flow rate of steam is primordial, the problem of the proposed subject invites to study the influence of different characteristics of the evaporation liquid and the considered parameters of the atmosphere to which the vapor diffuses. The present work consists in the determination of the evaporation rate through a free surface of liquid water in the presence of an air flow and at rest. The study is carried out in different configurations. The work carried out focuses mainly on the mathematical formulation of the problem and the numerical application to determine the different influences on the mass flow rate of steam.

Keywords - Evaporation rate, Stagnant film model, Stefan flux, Parametric study