



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
Université Mohamed Khider – BISKRA  
Faculté des Sciences Exactes, des Sciences de la Nature et de la Vie  
**Département d'informatique**

N° d'ordre: **IVA M2/2020**

## Rapport

Présenté pour obtenir le diplôme de master académique en

# Informatique

Parcours : Image et vie artificiel (IVA)

---

# L'approche macroscopique pour générer la formation de ligne.

---

Par :

**RAYANE GHEMOUGUI**

XXXXXXXXXX

MAA

Président

Chighoub Rabia

MCB

Rapporteur

XXXXXXXXXX

MAA

Examineur

# Remerciements

Tout d'abord, je remercie Dieu d'avoir accompli ce travail, j'exprime ma profonde gratitude et mes sincères remerciements à mon encadreur Mme Chighoub Rabia pour le temps qu'elle m'a consacré et son suivi pendant la période de réalisation de mon projet.

Je remercie également les membres du jury pour leur honneur et leur appréciation pour leur participation et leur discussion, ma thèse.

# *Dédicaces*

Je dédie ce travail

À mes chers parents pour leurs conseils, encouragements et soutien sans fin en signe de ma gratitude et de mon affection, en espérant qu'ils sont fiers de moi.

À mes chers frères et sœurs.

À tous mes amis.

## Table des matières

Introduction général.....	1
1. Introduction .....	4
<b>Chapitre01:simulation de foule</b>	
2. Définition d'une foule humaine .....	4
3. Types de foule humaine .....	5
3.1. Foules homogènes .....	5
3.2. Collection d'agents.....	6
3.3. Groupe .....	7
4. Comportement des piétons .....	8
5. Phénomènes d'auto-organisation observés .....	9
5.1. Formation de ligne.....	9
5.2. Effet stop-and-go .....	10
5.3. Formes possibles du regroupement piétonnier en amont d'un passage étroit .....	11
6. Domaines d'application de la simulation comportementale .....	11
6.1. Grands événements .....	12
6.2. Militaire.....	12
6.3. Architecture et aménagement urbain .....	13
7. Conclusion.....	14

## Chapitre02: les approches de simulation de foule humaine

1. Introduction .....	15
2. Approches de simulation.....	15
2.1. Modèles microscopique .....	15
2.2. Modèles macroscopiques .....	19
3. Comparaison entre l'approche microscopique et macroscopique .....	23
4. Conclusion.....	23

## Chapitre03: Conception

1. Introduction .....	24
2. Objectif.....	24
3. Conception.....	25
3.1. Conception globale .....	26
3.2. Conception détaillée .....	27
4. Conclusion.....	36

## Chapitre04: Implémentation

1. Introduction .....	38
2. L'environnement de programmation .....	38
3. Modélisation d'un environnement .....	39
4. Modélisation de piéton.....	40
5. Calcul de la vitesse .....	42
6. Calcul de la densité .....	43

7. La recherche de bon chemin.....	44
8. Les résultats.....	45
9. Conclusion.....	49
Conclusion générale .....	50

## Table des figures

Figure 1.1. La foule est un processus d'assemblage, de rassemblement et de dispersion.....	5
Figure 1.2. Foules homogènes.....	6
Figure 1.3. Collection d'agents.....	6
Figure 1.4. Groupe.....	7
Figure 1.5. Formation de ligne à contre courant d'après.....	10
Figure 1.6. Phénomène d'arche.....	11
Figure 1,7. Le grand événement de Hajj.....	12
Figure 1.8. Formation de plusieurs soldats.....	13
Figure1.9. Interactions de personnes au sein d'une architecture.....	13
Figure 2.1.Exemple montrant un modèle microscopique où les actions représentent l'objectif de chaque individu.....	16
Figure 2.2. Règles locales de Reynolds, (a) Séparation, (b) Cohésion, (c) Alignement .....	17
Figure 2.3. Les forces agissant sur le piéton $i$ .....	18
Figure 2.4. Automates cellulaires Matrice 3*3 des probabilités de la prochaine position d'un piéton. ....	19
Figure 3.1.La conception globale du système.....	26
Figure 3.2.La conception détaillée du système.....	27
Figure 3.3.Le modèle d'environnement.....	28
Figure 3.4.Le modèle de foule.....	29
Figure 3.5. Le volume de contrôle .....	33
Figure 3.6. Stencils de discrétisation pour le schéma Lax-Wendroff.....	34
Figure 4.1. La première interface d'Anylogic.....	38
Figure 4.2. Objet modélisé par Anylogic.....	39
Figure 4.3. Environnement modilisé par anylogic.....	40
Figure 4.4. Création d'un piéton.....	40
Figure 4.5. Le type de piéton créé.....	41
Figure 4.6. Vue 2D de notre foule créé.....	42
Figure 4.7. Vue 3D de notre foule simulée.....	42
Figure 4.8. Illustration en 2d d'un flux unidirectionnel.....	45

Figure 4.9. Illustration en 3d d'un flux unidirectionnel.....	46
Figure 4.10. Vue 2d d'un flux unidirectionnel qui évite un obstacle.....	46
Figure 4.11. Vue 3d d'un flux unidirectionnel qui évite un obstacle.....	47
Figure 4.12. Vue 2d de la formation d'un flux bidirectionnel.....	47
Figure 4.13. Vue 3d de la formation d'un flux bidirectionnel.....	48
Figure 4.14. Vue 2d d'un flux bidirectionnel évitant des obstacles.....	48
Figure 4.15. Vue 3d d'un flux bidirectionnel évitant des obstacles..	49

## Table des Tableaux

Tableau 1.1 – Exemples de valeurs de vitesses moyennes de déplacement d'un piéton relevées dans la littérature.....	8
Tableau 2.1 – Les différences entre les approches de simulation.....	23

## **Introduction général**

La simulation de foule est le procédé de simulation du mouvement d'un grand nombre de personnages, appelés piéton ou entités. Le piéton est une entité autonome au sein d'un environnement qui interagit avec d'autres entités [10].

La simulation de foule est fréquemment employée en animation par ordinateur pour la réalisation de films ou de jeux vidéo. À travers le film « le Seigneur des Anneaux », l'industrie cinématographique a exploité la simulation de foules de guerriers pour réaliser des scènes de batailles proches de la réalité. L'intérêt est de réduire les coûts liés à la gestion des figurants. Elle est également utilisée dans l'aménagement des sites urbains, l'étude de la sécurité lors de la construction de bâtiments, l'architecture, et l'analyse des flux, où les deux domaines d'applications sont la simulation d'évacuations et l'analyse des flux des déplacements d'un grand nombre d'individus dans un environnement intérieur ou extérieur.

L'objectif de ces simulations est d'aider les décideurs et les experts à comprendre la « relation entre l'organisation de l'espace et les comportements humains » [7].

Nous nous intéressons dans ce travail de recherche à des flux d'individus composant une foule. Dans la littérature la foule est définie comme une organisation émergente par sa structure, complexe par sa dynamique collective [9]. C'est un système complexe social qui selon la nature des interactions, s'auto-organise efficacement et produit une solution adaptée aux situations rencontrées. Dans ce contexte, plusieurs phénomènes d'auto-organisation sont apparus. Parmi ces phénomènes, la formation des lignes piétonnières constitue une parfaite illustration pour approfondir nos connaissances sur les phénomènes auto-organisés impliquant des êtres humains.

Notre objectif est plus particulièrement concentré au phénomène macroscopique généralement appelé la formation de ligne qui est souvent observé dans des flux piétonniers pour des densités relativement élevées.

La formation de ligne ou des flux bidirectionnels est très répandue dans le monde qui nous entoure, et elle se génère lorsque deux groupes d'individus, marchant en sens opposé, se croisent, le flux piétonnier s'organise pour minimiser les interactions entre les individus qui n'ont pas la même destination. Pour cela, il se divise en plusieurs voies constituées de personnes allant dans le même sens.

## *Introduction générale*

Pour simuler ce phénomène, les modèles généralement utilisés sont ceux qui reposent sur l'approche microscopique, mais ils sont en effet peu coûteux en temps de calcul puisque les piétons sont traité de façon individuelle, et ils ne sont pas adéquate pour générer les comportements collectifs.

Dans notre solution proposée, nous considérons que l'évolution de la foule est décrit par un modèle macroscopique. L'approche macroscopique est capable de simuler des foules de piétons avec un très faible coût calculatoire et est capables d'intégrer facilement des observations réelles.

Notre modèle s'appuie sur deux suppositions très simples:

- ✓ Le nombre total de piétons reste constant au cours de la simulation et la loi de vitesse est fonction de la densité, et les personnes doivent respecter une contrainte d'encombrement maximal: la densité de la foule ne doit pas dépasser une valeur critique fixée.
- ✓ Chaque individu possède une vitesse de déplacement, celle qu'il adopterait en l'absence des autres. Cette vitesse peut être celle qui le mène le plus directement possible vers la sortie la plus proche et elle doit donc être dépendre uniquement de la densité de piétons l'entourant, de ses caractéristiques comportementales et du sol sur lequel il chemine;

Ce mémoire est structuré en quatre chapitres de la manière suivant :

Dans le premier chapitre, nous avons regroupé les informations les plus importantes concernant la circulation d'une foule humaine et son comportement. On a présente la définition de foule humaine et ses types, les comportements individuels et le phénomène d'auto-organisation.

Le deuxième chapitre présente les modèles de simulation de foule. Ces modèles de simulation sont généralement classés en deux catégories : les modèles macroscopiques et microscopiques. Ces deux échelles sont respectivement détaillés et une comparaison entre eux est réalisé dans ce chapitre.

Le troisième chapitre présent le cycle de développement de notre modèle proposé, nous affectons un comportement à chaque piéton dans le but d'obtenir notre modèle de foule.

## ***Introduction générale***

Le dernier chapitre présent notre environnement de développement avec les outils utilisés pour l'implémentation de notre application, nous avons également présenté quelques images de scénarios pour notre simulation.

Et nous avons terminé par une conclusion générale qui résume notre système.

# *Chapitre 01:*

## *Simulation de foule*

## 1. Introduction

La simulation comportementale de foule virtuelle est une discipline de l'animation qui est largement employée par l'industrie du cinéma, du jeu vidéo mais aussi pour de nombreuses applications de réalité virtuelle telles que les visites virtuelles de lieux touristiques, les communautés virtuelles ou les simulations d'entraînement [10].

Elle a pour but de décrire le mouvement et le comportement d'une foule d'humaine composée d'un grand nombre d'individus [7]. Dans ce contexte, Elle permet de rendre compte de scénarios complexes dans lesquels évoluent de nombreux individus. Il est nécessaire de spécifier, pour chaque scénario, les interactions et les comportements des humains virtuels afin qu'ils reflètent ceux observés dans les situations réelles.

Dans ce chapitre, on présenter des définitions de simulation de foules et la définition foule humaine après les types des foules, ensuite les comportements, enfin les domaines d'application.

## 2. Définition d'une foule humaine

À ce stade, il est nécessaire de définir plus précisément ce que nous entendons par une foule humaine.

Le Bon [5] a décrit la foule comme "une entité dotée d'une âme autonome, l'état de conscience d'un individu se trouve modifié en présence d'une foule. Il adopte un comportement différent de celui qu'il a habituellement lorsqu'il est isolé, il est dans un état régressif, et il est alors capable de commettre des actes contraires à ses valeurs".

Les foules sont définies comme "un rassemblement d'une multitude d'individus et de petits groupes qui ont assemblés temporairement. Ces petits groupes sont généralement composés d'amis, membres de la famille ou connaissances". Les foules subissent un processus qui a un « début, au milieu, et la phase de fin» (Figure 1.1) [6]. Plus précisément:

- ✓ **Le processus d'assemblage:** comprend l'assemblage temporaire de personnes pour une période de temps spécifique. L'assemblage se produit le plus souvent au moyen d'une «méthode de mobilisation organisée», mais peut également se produire par « processus impromptue».

- ✓ **Le rassemblement temporaire:** Dans cette phase, les individus sont assemblés et participent à la fois individuellement et « actions collectives ». Il est rare que tous les individus dans une foule participent, et ceux qui ne participent le font par choix.
- ✓ **Le processus de dispersion:** Dans la phase finale, les participants de la foule se dispersent d'un « emplacement commun » à « un ou plusieurs autres emplacements. »

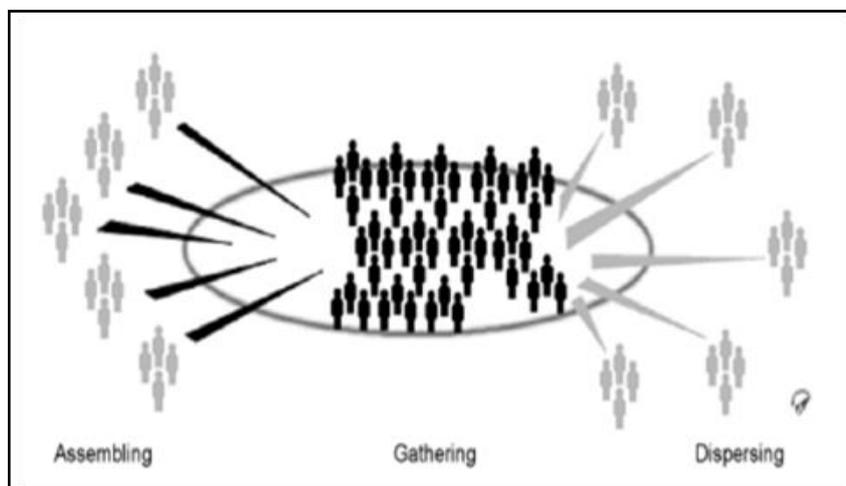


Figure 1.1. La foule est un processus d'assemblage, de rassemblement et de dispersion [6]

### 3. Types de foule humaine

#### 3.1. Foules homogènes

Dans une foule homogène, les agents partagent la plupart de leurs caractéristiques, en particulier leurs buts et leurs comportements potentiels, le regroupement est en général implicite, imposé par une communauté d'objectifs et les placements initiaux des agents. En général, dans les foules de ce type, les comportements des agents en général très simples sont souvent limités à ce qui est nécessaire pour qu'ils soient à même de jouer leur rôle dans le scénario [10].

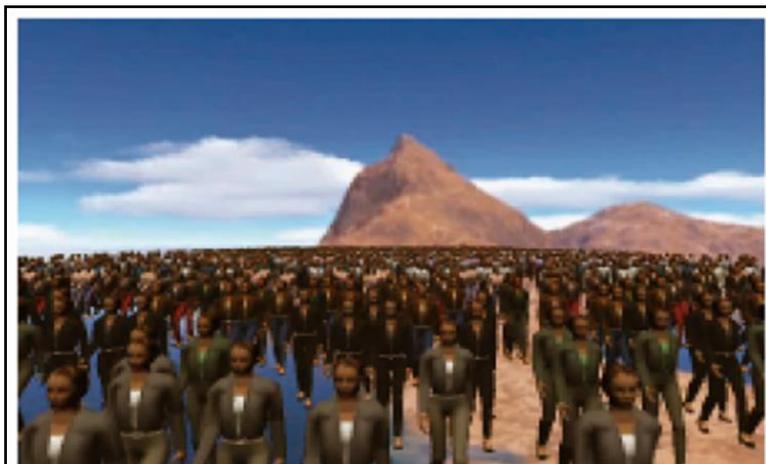


Figure 1.2. Foules homogènes [10]

### 3.2. Collection d'agents

Dans ce que nous appelons une collection, chaque agent a son propre comportement et ses propres buts. Le scénario est faible; il n'y a pas d'attente particulière sur le comportement collectif de la foule. En d'autres termes, l'animation comportementale de collections d'agents revient quasiment à animer les agents individuellement (Figure 1.3.) (Voir par exemple, dans [10], les agents autonomes qui évoluent dans une gare). Dès lors qu'une collection d'agents ne possède pas de propriétés communes, nous considérons que ces situations ne relèvent pas vraiment de la problématique de l'animation comportementale de foules bien que des collections puissent ressembler à des foules et participer à les constituer [11].



Figure 1.3. Collection d'agents [10]

### 3.3. Groupe

Les groupes sont des ensembles d'agents explicitement circonscrits (au contraire des foules homogènes) qui partagent de l'information et/ou communiquent. Ses membres doivent coopérer pour donner au groupe le comportement requis (pour respecter le scénario) (Figure 1.4) [10]. Quelques aspects fondamentaux caractérisant un groupe, qui sont

- ✓ Les différents rôles qu'y jouent les membres caractérisent totalement le groupe.
- ✓ La notion de cohésion d'un groupe, soit la « force » qui pousse les membres à demeurer ensemble.

En général, dans le cadre de l'animation comportementale, soit le scénario est faible (il ne nécessite pas de comportement spécifique, par exemple, des personnes qui se déplacent ensemble : familles, groupes d'amis avec un « meneur ».), soit le groupe est fonctionnellement structuré préalablement. Cela signifie que les rôles qu'il est nécessaire d'attribuer aux membres du groupe pour satisfaire le scénario sont donnés dès le départ.

Cependant, il est envisageable que le scénario soit contraignant (par exemple une tâche à résoudre par le groupe) et qu'aucune structure fonctionnelle ne soit précisée par le concepteur. Les membres du groupe ont alors à négocier leurs rôles respectifs pour remplir les conditions posées par le scénario. Ce genre de tâche requiert des capacités cognitives de haut niveau.



Figure 1.4. Groupe [10]

## 4. Comportement des piétons

Les caractéristiques du comportement des piétons, données dans de nombreux documents [7, 11], sont:

- ✓ Tout d'abord, un piéton est caractérisé par sa vitesse de marche [3]. En l'absence d'interaction avec d'autres individus ou avec des obstacles présents dans l'environnement, un piéton se déplace à une vitesse, dite «de confort», de l'ordre de 1.3 mètres par seconde (soit près de 5km/h) (Tableau 1.1).

Auteur	Valeur relevée	Année
L.F. Henderson	1.34 $m \cdot s^{-1}$	1971
U.Weidmann	1.34 $m \cdot s^{-1}$	1993
R.W. Bonhannon	Entre 1.27 et 1.46 $m \cdot s^{-1}$	1997
S.B.Young	1.35 $m \cdot s^{-1}$	1999
D.Helbing	1.3 $m \cdot s^{-1}$	2000
W.Daamen	Entre 0.99 et 1.45 $m \cdot s^{-1}$	2003

Tableau 1.1 – Exemples de valeurs de vitesses moyennes de déplacement d'un piéton relevées dans la littérature [7].

- ✓ Chaque piéton préfère se déplacer avec sa propre allure souhaitée, celle où il est le plus à l'aise et donc dépense le moins d'énergie.
- ✓ D'après [4], un piéton se déplace à une allure souhaitée qui dépend de ses caractéristiques personnelles (son âge, son genre, sa taille, son état de santé, etc.), des caractéristiques de son voyage (sa destination finale, sa familiarité avec le chemin utilisé, la longueur du chemin, la prise en compte ou non de bagages, etc.), des propriétés de l'infrastructure traversée (son type, son état, son attractivité, sa capacité à servir d'abri, etc.), et finalement les caractéristiques de l'environnement (conditions climatiques, etc.).
- ✓ Une autre caractéristique du déplacement d'un piéton est la direction dans laquelle il souhaite se déplacer. Cette direction est en permanence modulée par ses interactions avec les obstacles statiques et les autres piétons présents dans son environnement.

Pour choisir la direction dans laquelle il souhaite se déplacer, un individu doit planifier le chemin qu'il suivra entre son point de départ et son point d'arrivée [7].

- ✓ Les piétons sont adeptes du principe du moindre effort : ils n'aiment pas faire des détours ou se déplacer en sens inverse de la majorité des gens, même s'ils doivent aller dans une direction surpeuplée [11].
- ✓ En fonction de ses motivations, le piéton choisira de se déplacer selon le chemin le plus court, le plus rapide, ou le moins contraignant.
- ✓ Les piétons changent de direction le moins possible: ils préfèrent marcher sur une route droite plutôt que sinueuse.
- ✓ Les piétons aiment s'approprier un territoire: ils gardent une certaine distance entre eux et entre eux et les obstacles. Cette distance minimale dépend entre autres de la densité de la foule et de chaque individu [4].
- ✓ Chaque piéton cherche simplement à rejoindre sa destination et à conserver sa vitesse de confort. Cependant, il est contraint d'interagir avec d'autres individus au cours de son déplacement [11].
- ✓ Les piétons ne se déplacent pas tel un fluide continu, mais en petits groupes espacés. La majorité des personnes constituant une foule sont des groupes (ex. amis ou famille) composés de deux à quatre membres [11] marchants comme "un seul homme".
- ✓ Un groupe séparé pour une certaine raison cherche à se reformer.
- ✓ Un groupe organisé hiérarchiquement (ex. une famille) a un comportement différent d'un groupe n'ayant pas de hiérarchie (ex. un groupe d'amis).

## 5. Phénomènes d'auto-organisation observés

Plusieurs phénomènes d'auto-organisation sont observés dans le trafic piétonnier. Quelques uns de ces phénomènes sont retrouvés par certains modèles de foule. Ces phénomènes d'auto-organisation sont:

### 5.1. Formation de ligne

Quand une foule de personnes se déplace dans des directions opposées, il se forme naturellement des voies de piétons qui se suivent. De cette manière, la plupart des interactions provoquées entre les piétons sont réduits, ce qui est plus confortable et permet

d'augmenter les vitesses de marche [11]. Comprendre mieux ce phénomène, la (Figure 1.5) montre une formation de voie dans une allée bondée à Bordeaux, France.

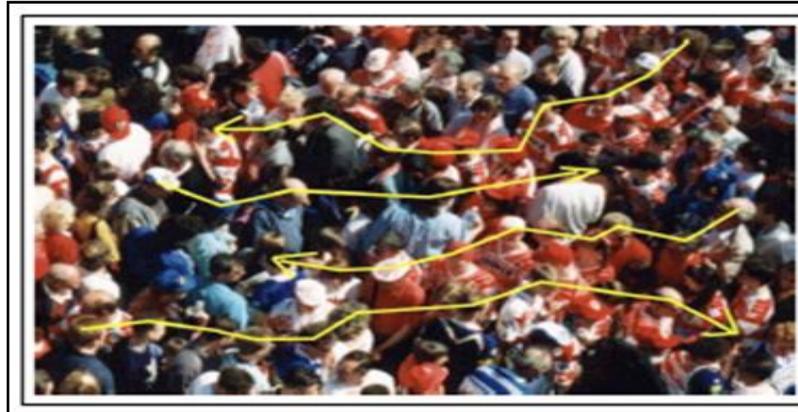


Figure 1.5. Formation de ligne à contre courant d'après [ 11]

Le nombre de voies peut varier considérablement avec la largeur totale du flux. Habituellement, ce nombre n'est pas constant et peut changer dans le temps, même s'il y a de petits changements dans la densité de l'environnement. Le nombre de voies de sens opposés n'est pas toujours le même [7 ].

## 5.2.Effet stop-and-go

Il existe un phénomène macroscopique de vague de vitesse appelé « stop and go» ou encore «circulation en accordéon». Ce phénomène peut être observé dans des foules piétonnières unidirectionnelles à densité élevée, qui se produisent par exemple lors du déplacement d'une foule dans un couloir [7 ].

En effet, lorsqu'un agent ralenti sur un chemin unidirectionnel sans espace de dépassement, les agents suivants seront ralentis eux aussi et ce ralentissement se propage le long de la «file indienne».

Lorsqu'une zone de dépassement se crée ou que l'agent de devant augmente sa vitesse, l'accélération se propage mais dans le zone inverse.

Ce phénomène est primordial dans la simulation de foule, car il est très présent lors d'une course dans laquelle les individus sont amenés à adapter constamment leur vitesse en fonction des différentes inclinaisons de la pente souvent étroite.

### 5.3. Formes possibles du regroupement piétonnier en amont d'un passage étroit

De nombreuses études ont été menées pour mieux appréhender le comportement des piétons lors d'un rétrécissement de voie (passage d'une porte par exemple). La forme de regroupement des individus en amont du passage étroit est tout à fait différente suivant la situation considérée, normale ou évacuation d'urgence [3].

Des expériences ont été menées pour observer l'espace occupé en amont d'un rétrécissement de voie par des piétons évoluant dans un trafic normal. Cette région prend la forme d'une moitié d'ellipse (dont le grand-axe est parallèle au couloir).

La situation semble tout autre lors d'une évacuation d'urgence. Dans ce cas, une zone d'engorgement se crée en amont de la sortie, zone dans laquelle les gens se regroupent en formant un demi-disque (centré en la sortie) [11].

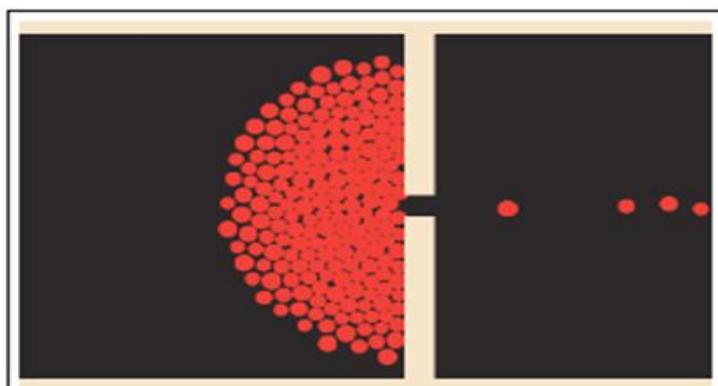


Figure 1.6. Phénomène d'arche [3 ]

## 6. Domaines d'application de la simulation comportementale

La présence de nombreux secteurs regroupant de nombreuses personnes se déplaçant simultanément pose de nombreux problèmes, tels que le problème du remplissage des mondes virtuels, des problèmes de sécurité, ..., et avec le développement scientifique et technologique, il est nécessaire de penser à la simulation du comportement des foules, pour éviter ces problèmes. Il existe de nombreuses applications pour cette simulation, notamment:

## 6.1.Grands événements

Les grands événements comme les concerts, les concerts de rock et le football, les rassemblements des piétons pendant les saisons d'Omar et du Hajj, (Figure 1.7) attirent souvent un grand nombre de personnes. Pour gérer les foules en toute sécurité, il est nécessaire d'avoir une connaissance approfondie des lois du mouvement de masse. La recherche scientifique aide à acquérir les connaissances nécessaires pour orienter les flux et augmenter la capacité en réduisant les problèmes d'acheminement ou en empêchant les personnes (création de zones d'attente) d'éviter les pics de flux dans les zones critiques [18].

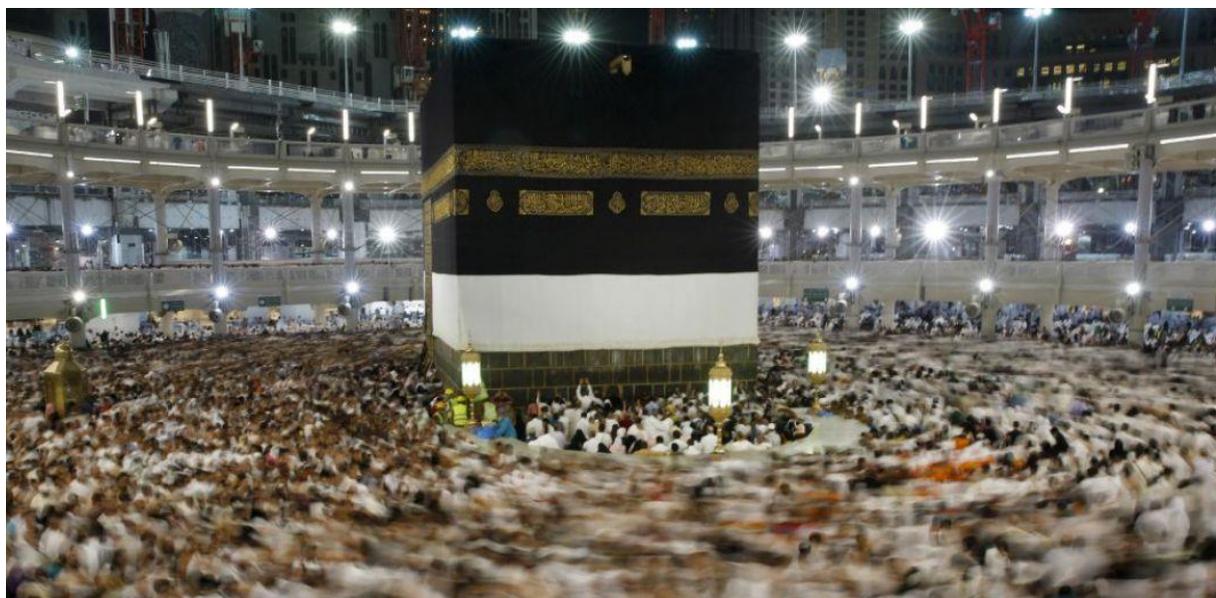


Figure 1,7. Le grand événement de Hajj [18]

## 6.2.Militaire

La modélisation et la simulation des foules dans le domaine militaire est désormais une nécessité, de sorte que les simulations de foule sont largement utilisées pour l'entraînement militaire tactique en temps réel, comme la simulation de comportements de masse de personnes civiles et combats dans des scénarios de maintien de la paix, des recherches qui aident à l'entraînement militaire et également pour élaborer des plans et pour gérer la communication entre les soldats [16].



Figure 1.8. Formation de plusieurs soldats [16]

### 6.3. Architecture et aménagement urbain

Le développement de logiciels de simulation de foule est devenu un outil moderne et utile dans la conception d'environnements urbains. Ces outils permettent d'offrir aux concepteurs un moyen efficace de tester la sécurité des bâtiments avant la construction afin d'économiser de l'argent et d'éviter les pertes humaines.

Un grand nombre de modèles ont été développés avec l'incorporation de facteurs psychologiques et physiologiques humains comme Micro-Pedsim, Legion, mais peu d'eux traitent la prise de décision et la planification [17].



Figure1.9. Interactions de personnes au sein d'une architecture [17]

## 7. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons défini la simulation de la foule et nous avons également parlé de la foule humaine et mentionné ses types ensuite nous avons défini les comportements des piétons et nous avons également discuté les phénomènes d'auto-organisation enfin les domaines d'application de simulation de foule.

Dans le chapitre suivant on va parler sur les approches de simulation de foule et les différents modèles de chaque approche.

## *Chapitre 02:*

### *Les approches de simulation*

### *de la foule humaine*

## 1. Introduction

La simulation de foule est un processus qui tente de reproduire les comportements de déplacement d'individus. Elle est utilisée dans de nombreuses disciplines, telles que la sécurité, l'architecture, le transport, les sciences sociales et les jeux d'ordinateur.

Deux grands types de simulations peuvent être distingués: macroscopique et microscopique qui mettent respectivement l'accent sur les propriétés émergentes de la foule et celles, individuelles, des agents.

Dans ce chapitre, nous présentons les modèles de simulation de foules, ces modèles tentent de reproduire les comportements de déplacement d'individus, et ensuite nous illustrons une comparaison entre les approches de simulation.

## 2. Approches de simulation

Dans le cadre de la simulation de la dynamique de populations composées d'individus en interaction, deux approches de simulations sont définies: l'approche microscopique et l'approche macroscopique.

### 2.1. Modèles microscopique

L'approche microscopique permet des simulations dans lesquelles chaque entité est gérée individuellement. Un individu aura donc ici son fonctionnement propre qui prend en compte son environnement dont les entités (agents ou objets) [11].

Dans les modèles microscopiques, le mouvement de chaque individu est représenté dans le temps et l'espace. Chaque individu a son propre comportement, ses propres décisions et interagit avec les autres. Ces modèles sont classifiés en 3 approches: les modèles à base de règles, les modèles de forces sociales, et les modèles d'automates cellulaires. [9]



Figure 2.1.Exemple montrant un modèle microscopique où les actions représentent l'objectif de chaque individu.

### 2.1.1. Modèle à base de règles

Craig Reynolds [2], avec son modèle Flocks of Boids, introduit la notion de simulation microscopique à base de règles. Ici, le déplacement de chaque individu est régi par des règles de comportement de la forme « si condition alors action ».

Trois règles sont proposées par C. Reynolds dans le cadre de l'animation de nuées (Figure 2.2) :

- ✓ Séparation afin d'éviter d'éventuelles collision avec ses voisins.
- ✓ Alignement afin de réguler sa vitesse par rapport à l'ensemble du groupe.
- ✓ Cohésion afin de rester proche de ses voisins.

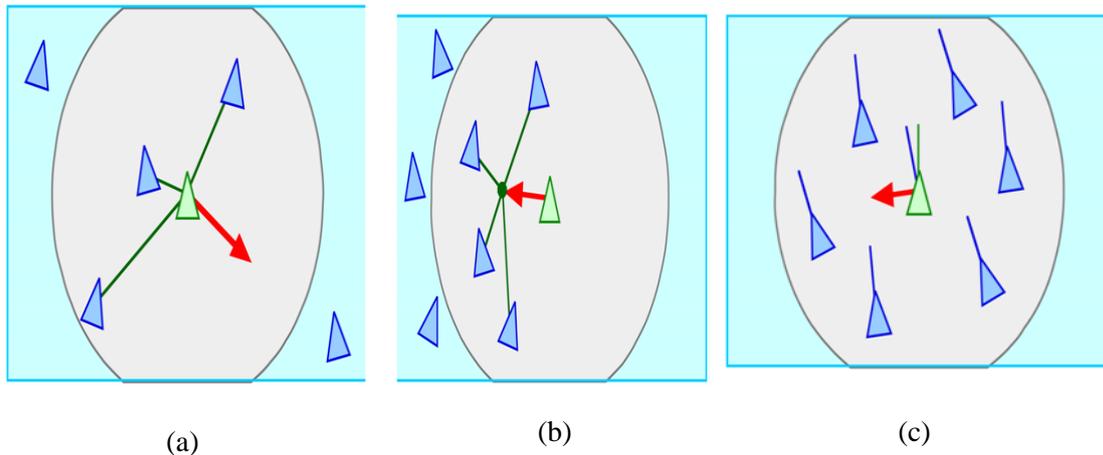


Figure 2.2. Règles locales de Reynolds, (a) Séparation, (b) Cohésion, (c) Alignement [2].

Pour conclure, les modèles à base de règles proposent une approche plus souple de la navigation microscopique, permettant d'introduire des adaptations variées dans différentes situations. Néanmoins, le caractère itératif de la décision rend difficile la fusion d'informations, les règles étant indépendantes les unes des autres.

### 2.1.2. Modèles de forces sociales

D. Helbing [4] a développé un système de forces socio-psychologiques traduisant deux caractéristiques: premièrement la tendance à garder une certaine distance avec les autres piétons, deuxièmement la friction intervenant lors de la résolution d'un contact entre plusieurs piétons.

Ce modèle considère qu'un piéton, représenté par un disque (Figure 2.3), est soumis à des forces d'attraction et de répulsion qui agissent sur son accélération suivant la deuxième loi de Newton:

$$\sum F = m \cdot a$$

Où :  $\sum F$  est la somme des forces appliquées à un corps de masse  $m$  et  $a$  son accélération. Les forces d'attraction permettent de faire avancer un piéton vers un but précis. Les forces de répulsion résolvent les problèmes de collision entre piétons, les piétons se repoussant mutuellement.

Le cadre d'application principal de ce modèle est la gestion du comportement de piétons dans des situations d'évacuation. Le principal avantage de ce modèle est sa faible complexité, et

son inconvénient majeur est qu'il n'est pas adapté aux foules trop denses car les piétons oscillent sur place de part l'utilisation de la force de répulsion à distance [3].

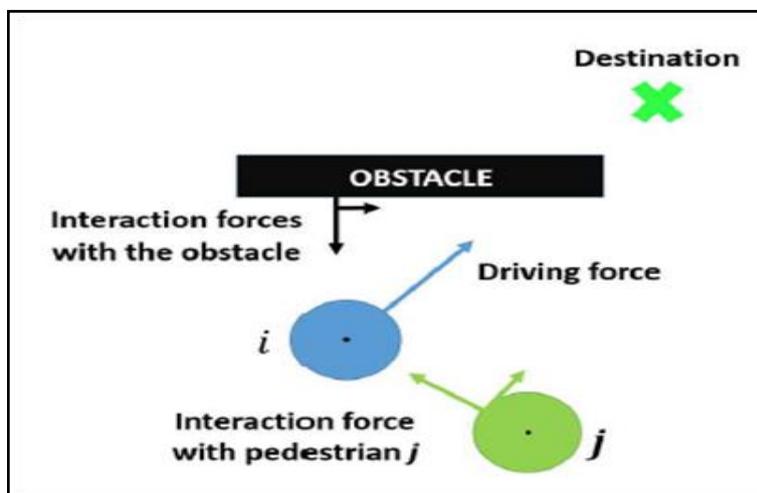
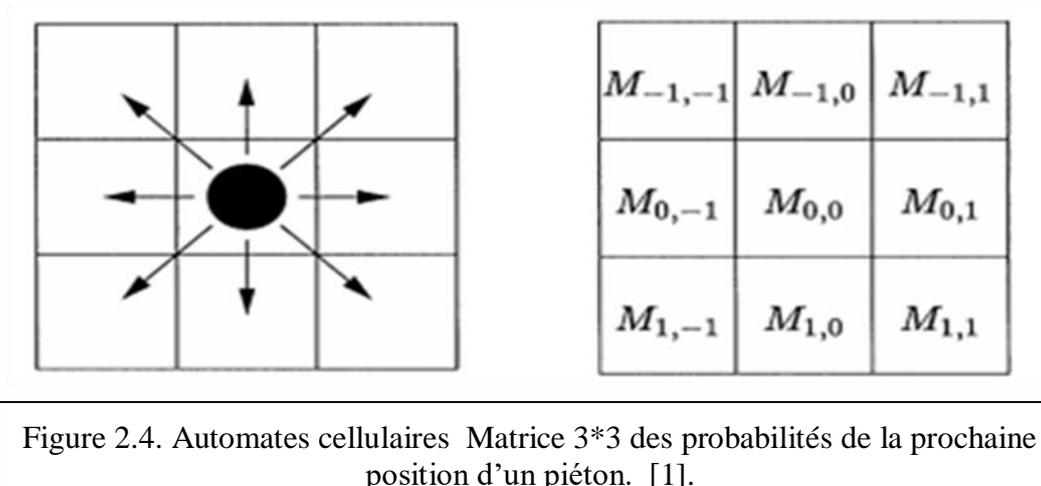


Figure 2.3. Les forces agissant sur le piéton  $i$  [11]

### 2.1.3. Modèles d'automates cellulaires

Les modèles d'automates cellulaires sont des modèles où l'espace de déplacement 2D des piétons est discrétisée [1]. Une grille uniforme de cellules comporte des cellules inaccessibles pour représenter les obstacles, des cellules occupées par les piétons et des cellules vides. Leur principe repose sur le fait que chaque piéton occupe une cellule et ne peut se déplacer vers une autre cellule que si celle-ci est libre.

A chaque pas de temps, le piéton a une direction de préférence qui permet de construire une matrice 3\*3 (représentant la cellule courante et chaque cellule adjacente, par le coin ou l'arête) contenant les probabilités de déplacement du piéton (Figures 2.4). Cette matrice permet de déterminer la prochaine cellule sur laquelle le piéton va se déplacer. Si celle-ci est occupée, le piéton va rester sur sa cellule.



Le principal avantage de ce type de modèles est la réalisation de simulations dans des espaces vastes avec beaucoup de piétons car les temps de calcul des simulations sont intéressants. L'inconvénient majeur est le manque de réalisme car le mouvement des piétons est restreint par la grille et les contacts ne sont pas gérés directement [11].

## 2.2. Modèles macroscopiques

De par leur nature, ces modèles macroscopiques sont capables de simuler des foules de piétons avec un très faible coût calculatoire et sont capables d'intégrer facilement des observations réelles. Ils ont en revanche besoin d'informations issues d'observations réelles pour fonctionner correctement et sont peu adaptables à de nouvelles situations. De plus, ils ne simulent pas les piétons à l'échelle individuelle [9].

### 2.2.1. Modèles du premier ordre

Les modèles du premier ordre sont des modèles s'inspirées de modèles de trafic routier. Ils s'appuient sur deux suppositions: le nombre total de piétons reste constant au cours de la simulation et la loi de vitesse est fonction de la densité [13].

D'autres modèles privilégient l'ordre 1 et décrivent donc la vitesse de la foule grâce à une équation d'état. Dans ce dernier, la norme et la direction de la vitesse de la foule dépendent à la fois d'une cible à atteindre [13], et de la densité locale de la foule :

**Classe 01 :** Dans cette classe de modèles [13], la vitesse est obtenue en basant sur les hypothèses suivantes:

- (1) La vitesse des piétons est déterminée uniquement par la densité de la foule.
- (2) Le piéton se déplace vers son but T suivant une direction déterminée uniquement par la position du but et indépendante de la densité.

Ces modèles sont exprimés par

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \\ \mathbf{v} = \varphi(\rho) \mathbf{v}(x) \end{cases} \quad \text{in } \Omega \quad (2.1)$$

Où

$$\mathbf{v}(x, y) = \frac{\overrightarrow{T - P}}{|\overrightarrow{T - P}|} = v_x i + v_y j \quad (2.2)$$

$\mathbf{v}$  Indique un vecteur unitaire dans la direction dev. Un modèle très simple est obtenu en choisissant la fermeture:

$$\varphi(\rho) = \varphi_1(\rho) = 1 - \rho \quad (2.3)$$

Si on substitue (2.3) dans (2.1)1, on obtient

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + (1 - 2\rho)[\nabla \rho \cdot \mathbf{v}] + \rho(1 - \rho)[\nabla \cdot \mathbf{v}] = 0$$

Un deuxième modèle est obtenu en utilisant la relation de fermeture suivante:

$$\varphi(\rho) = \varphi_2(\rho) = \exp\left(-\alpha \frac{\rho}{1 - \rho}\right) \quad (2.4)$$

A la place de (2.4), où  $\alpha$  est un paramètre positif, lié à la qualité de l'environnement qui tient compte de la situation dans laquelle la foule se déplace. Bien entendu,  $\alpha$  doit être mesuré expérimentalement.

**Classe 02 :** Ce modèle suppose que le piéton adapte son vitesse de déplacement selon la densité et le gradient de la densité autour d'elle [13].

Ces modèles sont exprimés par

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \\ \mathbf{v} = \varphi(\rho, \nabla \rho) \mathbf{v}(x) \end{cases} \quad (2.5)$$

Dans cette class on a le modèle de **Lighthill** et **Witham** et **Payne** est obtenu en choisissant la fermeture :

$$\varphi(\rho) = \varphi_3(\rho) = 1 - \rho - \varepsilon \frac{1}{\rho} \nabla \rho \quad (2,6)$$

Si on remplacé (3.7) dans (3.2), on obtient

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla([\rho(1 - \rho) - \varepsilon \nabla \rho] \mathbf{v}) = 0$$

Et nous avons un autre modèle qu'il est obtenu si on choisissant la fermeture :

$$\varphi(\rho) = \varphi_4(\rho) = 1 - \rho - \varepsilon \rho(1 - \rho) \nabla \rho, \varepsilon \geq 0 \quad (2,7)$$

**Classe 03 :** Dans cette classe [13] l'infanterie dans la foule ils essaient d'éviter les zones à haute densité associées à un risque accru, les modèles de cette class sont des améliorations des modèles de les deux premiers classe, où  $\mathbf{v} = \varphi(\rho) \mathbf{v}[\rho](x)$  et  $\mathbf{v}[\rho] = \mathbf{v}_0 + \eta \boldsymbol{\mu}(\rho)$

$\boldsymbol{\mu}$ : La direction de la dérivée directionnelle minimale s'il existe, sinon il est nul.

$\eta$ : Un paramètre positif introduit dans le modèle afin de contrôler le terme correctif [19].

Nous obtenons le modèle suivant si nous choisissons la fermeture  $\varphi_1(\rho)$  de (2,3):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + (1 - 2\rho)[\nabla \rho(\mathbf{v}_0 + \eta \boldsymbol{\mu})] + \rho(1 - \rho)[\nabla(\mathbf{v}_0 + \eta \boldsymbol{\mu})] = 0$$

Et si nous choisissons la fermeture  $\varphi_4(\rho)$  de (2,7) on obtient le modèle :

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{v}) = 0 \\ \mathbf{v} = [1 - \rho - \varepsilon \rho(1 - \rho) \nabla \rho] [\mathbf{v}_0 + \eta \boldsymbol{\mu}] \end{cases}$$

### 2.2.2. Modèles de deuxième ordre

En dimension 2, de nombreux modèles font appel à un système de type forces sociales pour décrire l'évolution de la vitesse de la foule [8].

Ces modèles s'écrivent sous la forme :

$$\begin{cases} \partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) \\ \partial_t \mathbf{v} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = \mathbf{F}(\rho, \mathbf{v}) \end{cases} \quad (2,8)$$

Où  $\mathbf{F}$  est la somme des différentes forces qui influencent le mouvement de la foule.

Dans le modèle proposé par Bellomo et Dogbé [8], ces forces sont constituées d'un terme de relaxation vers une vitesse d'équilibre  $v_e(\rho) \mathcal{V}_0$ :

$$\mathbf{F}_1 = \alpha(v_e(\rho) \mathcal{V}_0 - \mathbf{v})$$

Ainsi que d'un terme de répulsion incitant les gens à s'éloigner des zones de forte densité. Ce deuxième terme peut prendre différentes formes, et il est également possible d'ajouter à ce modèle un comportement spécifique aux situations de panique.

**Classe 01 :** Dans cette class Les piétons cherchent à minimiser leur temps de déplacement estimé (avec précision) mais tempèrent leur vitesse en fonction de la densité locale [8], les modèles de cette class sans obtenu par l'équation suivant :

$$\begin{cases} \partial_t \rho + \partial_x(\rho v_x) + \partial_y(\rho v_y) = 0 \\ \partial_t v_x + v_x \partial_x v_x + v_y \partial_y v_x = F_{1x}(x, \rho, \vec{v}) + F_{2x}(x, \rho, \nabla_{\mathbf{v}_0} \rho) \\ \partial_t v_y + v_x \partial_x v_y + v_y \partial_y v_y = F_{1y}(x, \rho, \vec{v}) + F_{2y}(x, \rho, \nabla_{\mathbf{v}_0} \rho) \end{cases} \quad (2,9)$$

Où :

$$\begin{aligned} \vec{F}_1 &= \alpha(v_e(\rho)\vec{\mathbf{v}}_0 - \vec{v}) \\ \vec{F}_2 &= -\frac{\kappa^2(\rho)}{\rho} \nabla_{\mathbf{v}_0} \rho \end{aligned}$$

**Classe 02 :** Les piétons dans cette class s'efforcent de réduire leur temps possible et d'éviter les zones à forte densité, c'est pour ça il faut détermine la direction du chemin et la zone de vision [8], les modèles deuxième class peuvent être exprimés par l'équation :

$$\begin{cases} \partial_t \rho + \nabla_x(\rho \vec{v}) = 0 \\ \partial_t \vec{v} + (\vec{v} \nabla_x) \vec{v} = \vec{F}[\rho, \vec{v}] = \alpha(v_e(\rho)\vec{\mathbf{v}} - \vec{v}) - \frac{\kappa^2(\rho)}{\rho} \nabla_{\mathbf{v}_0} \rho \end{cases} \quad (2,10)$$

Où:

$$\vec{F}[\rho, \vec{v}] = \vec{F}_1[\rho, \vec{v}] + \vec{F}_2[\rho, \vec{v}] + \vec{F}_3[\rho, \vec{v}] = c_1(v_e - \vec{v}) - \frac{1}{\rho} \nabla_x p + \frac{\epsilon}{\rho} \Delta \vec{v}$$

$\vec{F}_1$  : Une tendance à l'équilibre.  $\vec{F}_2$  : L'action du gradient de densité.

$\vec{F}_3$  : La diffusion de vitesse a dissipative.  $\epsilon$ : Un paramètre positif qui représente dans le cas des fluides.

**Classe 03 :** La troisième classe de modèles contient un terme de «pression» qui permet à l'équation de l'élan de prédire la réponse attendue du comportement de la foule à mesure que le temps et l'espace changent [8], les modèles de cette class peuvent être exprimés par l'équation

$$\begin{cases} \partial_t \rho + \partial_x(\rho v_x) + \partial_y(\rho v_y) = 0 \\ \partial_t (v_x + P(\rho, v_x)\mathbf{v}_{x0}) + v_x \partial_x (v_x + P(\rho, v_x)\mathbf{v}_{x0}) + v_y \partial_y (v_x + P(\rho, v_x)\mathbf{v}_{x0}) = \mathcal{A}_1[\rho, \vec{v}] \\ \partial_t (v_y + P(\rho, v_y)\mathbf{v}_{y0}) + v_x \partial_x (v_y + P(\rho, v_y)\mathbf{v}_{y0}) + v_y \partial_y (v_y + P(\rho, v_y)\mathbf{v}_{y0}) = \mathcal{A}_2[\rho, \vec{v}] \end{cases} \quad (2,11)$$

Où :  $\mathcal{A}_1[\rho, \vec{v}] = \alpha(v_e(\rho)\mathbf{v}_{x0} - v_x)$  et  $\mathcal{A}_2[\rho, \vec{v}] = \alpha(v_e(\rho)\mathbf{v}_{y0} - v_y)$

### 3. Comparaison entre l'approche microscopique et macroscopique

Les différences entre les approches de simulation sont résumées dans le tableau (2,1)

L'approche microscopique	L'approche macroscopique
Simulation dans lesquelles chaque entité est gérée individuellement.	Simulé des grand nombre de piétons.
Chaque individu aura son propre fonctionnement.	Ne se soucient pas les comportements individuels.
Consommation élevée en termes de ressources de calcul.	Tous les piétons ont le même but et motivations.
	Faible consommation en terme de ressource de calcul.

Tableau 2.1 – Les différences entre les approches de simulation

### 4. Conclusion

Dans cette partie on a vu que pour simuler les foule il existe des approches de simulation de foule qui sont l'approche macroscopique et l'approche microscopique et nous avons vu que il existe des modèles pour chaque approche pour ce améliorer et on a parlé sur ces modèles enfin nous avons vu la différence entre ces approches.

Dans le chapitre suivant on va essayer à parler sur la conception de notre travail.

## *Chapitre 03:*

### *Conception*

## 1. Introduction

Ce travail est une contribution à la compréhension des mécanismes comportementaux impliqués dans la dynamique des déplacements collectifs de piétons. Généralement, le comportement d'une foule est régi par des processus d'auto-organisation, qui sont à la base d'une grande variété de phénomènes collectifs émergents.

Parmi ces phénomènes collectifs, le comportement de formation de ligne est une situation qui se produit souvent pendant la déplacement d'un piéton. Dans la littérature, peu d'études et de modèles ont été proposés pour concentrer sur ce comportement, contrairement à les autres comportements.

Dans ce chapitre, nous proposons un modèle de simulation capable de reproduire ce comportement macroscopique et d'évaluer ses propriétés et les conditions de son apparition.

Pour pouvoir construire tel modèle, on doit passer par plusieurs étapes qui sont définis par le cycle de développement d'un logiciel. La première étape dans le cycle de développement d'un logiciel est l'analyse des besoins. Son but global est de préciser les services et les objectifs principaux qui seront réalisés et rendus par le logiciel à l'utilisateur. Cette phase est suivie par une phase cruciale qui est la phase de conception.

## 2. Objectif

L'objectif principale de notre travail est de concevoir un modèle de simulation de foules qui soit simple et générique, et ayant la possibilité de simuler un très grand nombre de piétons similaires au sein d'un environnement relativement vaste, sans avoir à expliciter de règles pour l'évitement des collisions.

Dans ce contexte, nous nous intéressons plus particulièrement au comportement de générer des flux bidirectionnels ou multidirectionnels. La génération de flux bidirectionnels est une forme d'organisation collective qui apparaît lorsque deux flux de piétons se déplacent en sens inverses dans une rue ou un couloir. Elle est observé pour des situations de densité relativement élevée.

Pour atteindre cet objectif, nous proposons un modèle qui décrit l'évolution de la dynamique de foule par un modèle macroscopique. L'approche macroscopique est particulièrement adapté pour simuler de tels types de comportement, puisque:

- ✓ Son principe est simple.
- ✓ Elle est caractérisée par son faible coût de calcul.
- ✓ La concentration principale de cette approche est le traitement de foule dans sa totalité pour générer des comportements collectifs.
- ✓ Ne nécessite pas beaucoup de variables, elle ne nécessite que trois variables sont: la vitesse et la densité et le flux.
- ✓ Simule des foules à haute densité.
- ✓ Le principe de modèle macroscopique est d'unifier la planification globale de chemin et l'évitement local de collision dans une seule et même structure appelée champs de potentiel dynamique.

Ce modèle est un modèle mathématique de gestion de circulations de piétons qui consiste à traiter la foule des personnes dans sa totalité pour finalement mieux rendre compte de la dynamique globale du trafic piétonnier et de générer le phénomène de formation de flux bidirectionnel.

Notre modèle mathématique est caractérisé par:

- ✓ la foule est considérée comme étant un ensemble de piétons où l'interaction entre eux doit être gérée.
- ✓ Chaque personne tente d'atteindre un objectif géographique.
- ✓ Les personnes cherchent à marcher à la vitesse la plus élevée possible.
- ✓ Le piéton cherchera à emprunter le chemin le moins "coûteux", en fonction de sa longueur, de son temps de parcours et de son niveau d'inconfort.
- ✓ La formation de lignes de déplacements

Discretisant ce modèle à l'aide de grilles régulières, à chaque étape de simulation, il faut construire une grille de densité à partir des positions courantes des piétons, puis construire une grille de coût unitaire  $C$ , ensuite combiner ces grilles pour former la grille de potentiel et enfin utiliser ce champ de potentiel pour modifier les positions des piétons.

### 3. Conception

L'étape de conception d'un système est réalisée par un processus itératifs pour déterminer les divers composants et modules du système et leurs interactions. Une bonne conception est la clé d'un développement de logiciel efficace. Un système bien conçu est

facile à réaliser, à maintenir, facile à comprendre. Cette étape est divisée en deux parties la conception global et la conception détaillée.

### 3.1. Conception globale

Nous allons présenter tout d'abord la conception globale de notre système (montrant ses fonctions majeures), ensuite nous passons à présenter le raffinement des différentes fonctions assurées par le système.

Nous considérons que notre système prend la structure montrée dans la (Figure 3.1), sa structure globale est définie comme une collection de plusieurs modules en collaboration.

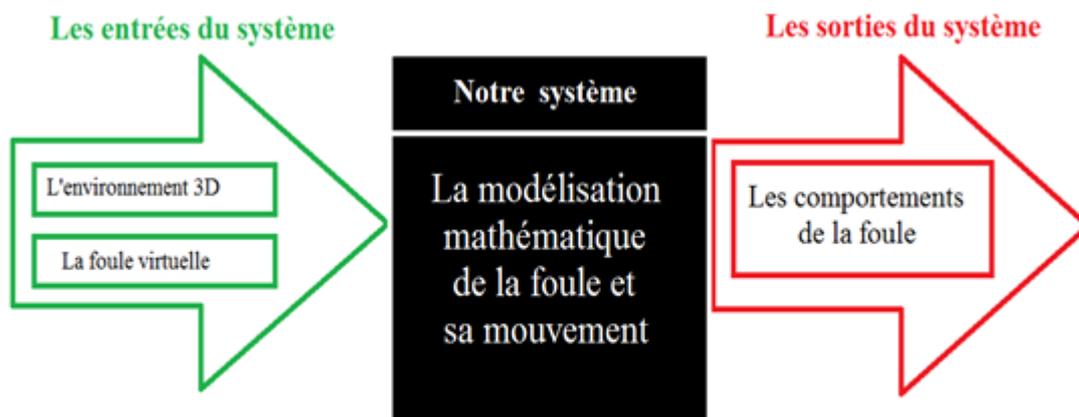


Figure 3.1. La conception globale du système.

Les entrées du système sont

- ✓ L'environnement 3D : Est l'endroit fermé dans lequel les gens se déplacent et interagissent avec ses composants. Il se compose de murs, d'obstacles, les porte de sorties et d'entrées.
- ✓ La foule virtuelle : Est l'ensemble des individus que chaque individu défini par sa position et la foule définie par trois caractéristiques qui sont la densité, la vitesse et le flux.
- ✓ Notre système : Est l'utilisation de l'approche macroscopique pour faire une modélisation mathématique de la foule et du mouvement de cette foule.

Les sorties du système: Sont les comportements de la foule c'est-à-dire une séquence d'animation et génération des comportements bidirectionnels.

### 3.2. Conception détaillée

Dans cette étape, nous allons faire une conception détaillée de notre système, comme le montre dans la (Figure 3.2). Donc on a un modèle 3d et notre système qui utilise un modèle mathématique pour générer des comportements émergents comme la formation de mouvement bidirectionnel.

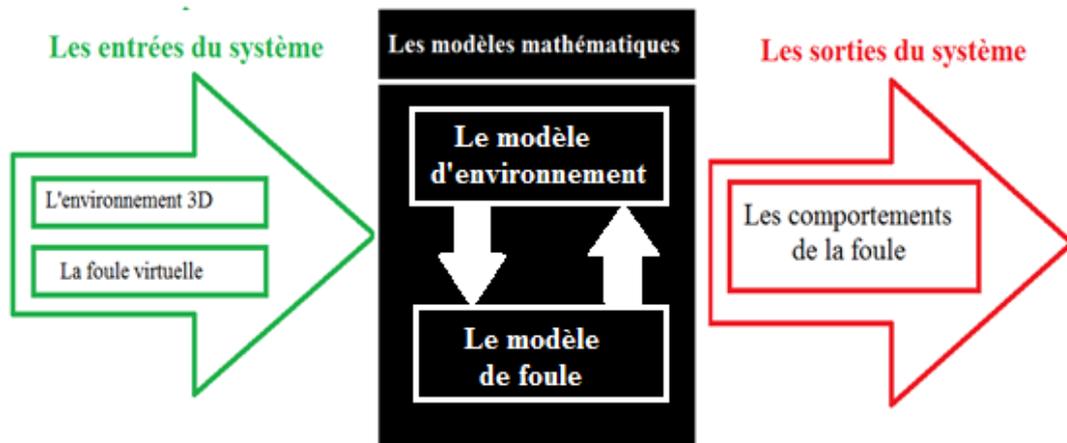


Figure 3.2. La conception détaillée du système.

#### 3.2.1. Module de représentation d'environnement

Le rôle de ce module consiste de transformer le modèle 3D de l'environnement donné comme entrée vers une représentation physique sous forme 2D obtenue par l'utilisation de la grille régulière comme le montre dans la (Figure 3.3).

Cette représentation permet de définir les caractéristiques [15] de l'environnement qui sont:

- $\Omega$  : C'est l'espace de marche continue 2D (le domaine de déplacement).
- $\Gamma$  : Les frontières de l'environnement de simulation (en mètres).

- $\Gamma_o^c$  : Le segment d'origine par lequel le groupe  $c$  entre dans l'environnement de simulation (en mètres).
- $\Gamma_d^c$  : Le segment de destination par lequel le groupe se quitte l'environnement (en mètres).
- $\Gamma_h$  : Le segment du mur à travers lequel personne n'est autorisé à entrer ou sortir de l'installation de marche(en mètres).

Remarque :  $\Gamma = \Gamma_o^c \cup \Gamma_d^c \cup \Gamma_h / c \in [a, b], (x, y) \in \Omega$  et  $t \in T$ .



Figure 3.3.Le modèle d'environnement.

### 3.2.2. Modèle de foule

Comme le montre dans la (Figure 3.4), la foule est constituée d'un ensemble d'individus qui est définie par des caractéristiques qui sont la vitesse, la densité, le flux et la position. Selon l'approche macroscopique, le mouvement de la foule est modélisé par trois équations, ces équations sont discrétisé et implémenté pour obtenir les comportements de la foule.

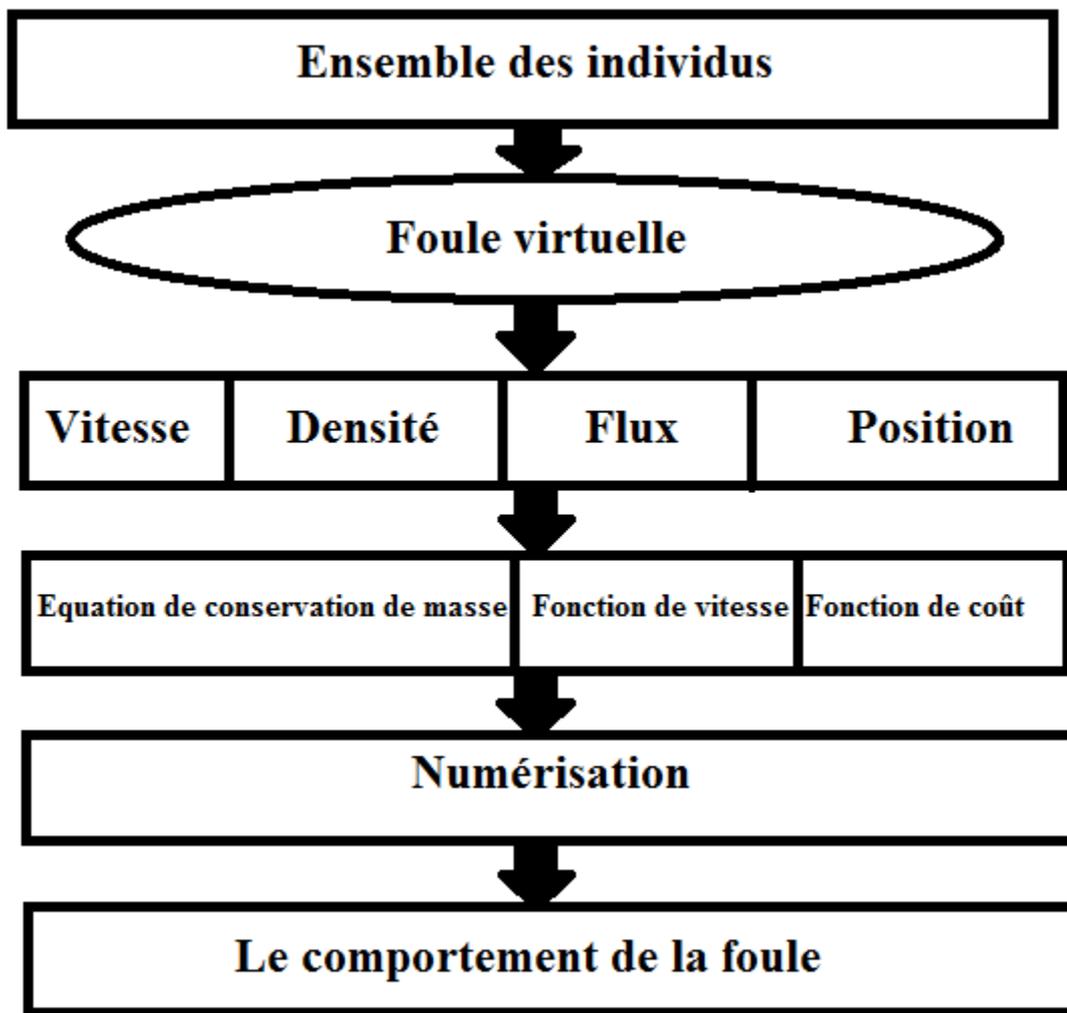


Figure 3.4. Le modèle de foule.

## a) Equation de conservation de masse

Intéressons-nous maintenant à l'équation de transport qui décrit l'évolution dynamique d'une foule virtuelle. Les comportements d'une foule virtuelle selon l'approche macroscopique sont donnés sous la forme d'une équation aux dérivées partielles (PDE) appelée équation de conservation de masse. Ce type d'équation exprime la conservation d'une ou plusieurs quantités sous l'effet de phénomènes variés (la dynamique des foules). On se concentre ici sur des quantités évoluant dans le temps à partir d'une certaine donnée initiale [8].

Formellement, la dynamique de la foule est donné par

$$\rho_t(x, y, t) + \nabla f(x, y, t) = 0 \quad (3.1)$$

$f(x, y, t) = (f_1(x, y, t), f_2(x, y, t))$  représente de piétons à l'emplacement  $(x, y)$  à l'instant  $t$ . Il est un vecteur composé du flux dans les directions  $x$  et  $y$  (en ped / m / s).  $\rho(x, y, t)$  est la densité de piétons à l'emplacement  $(x, y)$  à l'instant  $t$ .

Où

$$\rho_t(x, y, t) = \frac{\partial \rho(x, y, t)}{\partial t}, \quad \nabla f(x, y, t) = \frac{\partial f_1(x, y, t)}{\partial x} + \frac{\partial f_2(x, y, t)}{\partial y}$$

La formation de files est une forme d'organisation collective qui apparaît lorsque deux flux de piétons se déplacent en sens inverses dans une rue ou un couloir.

Pour générer cette phénomène on considère que la foule virtuelle est classés en deux groupes selon le but de leur déplacement, groupe  $l$  ( $r$ ) définit des individus qui veulent à atteindre la sortie droite (gauche) de l'environnement de simulation [15]. Donc, l'équation (3.1) est réécrite comme

$$\rho_t^k(x, y, t) + \nabla f^k(x, y, t) = 0, \quad k \in \{l, r\} \quad (3.2)$$

$$\rho = \rho^l + \rho^r$$

### b) Fonction vitesse de marche

La vitesse de déplacement de chaque groupe dépend de la densité et de la direction du flux piétonnier [15], donc nous exprimons les vitesses des deux groupes  $l$  et  $r$  comme suit:

$$v^l(\tilde{\rho}, \psi) = v_f \exp(-\alpha(\rho^l + \rho^r)^2) \exp(-\beta(1 - \cos(\psi) (\rho^r)^2)) \quad (3.3)$$

$$v^r(\tilde{\rho}, \psi) = v_f \exp(-\alpha(\rho^l + \rho^r)^2) \exp(-\beta(1 - \cos(\psi) (\rho^l)^2)) \quad (3.4)$$

Où:

- ✓  $\tilde{\rho} := \{\rho^l(x, y, t), \rho^r(x, y, t)\}$
- ✓  $v_f = 1.034$  m/s : La vitesse de circulation libre d'un piéton
- ✓  $\alpha = 0.075$ ,  $\beta = 0.019$  : Sont des paramètres prennent des valeurs constante
- ✓  $\psi$  : L'angle d'intersection entre les deux groupes  $l$  et  $r$  à l'emplacement  $(x, y)$  au temps  $t$ .

### c) Direction du mouvement

La recherche de chemin, couramment appelée pathfinding, est un processus qui consiste à trouver comment se déplacer dans un environnement entre un point de départ et un point d'arrivée en prenant en compte différentes contraintes [15].

Pour résoudre ce problème on définit une fonction de potentiel  $\phi^c : R^2 \rightarrow R$  qui vaut 0 dans la zone cible et qui satisfait

$$\|\nabla\phi^c\| = \tau^c$$

Où  $\tau^c$  représente le coût du chemin pour le groupe  $c$  et il est évalué dans le sens du dégradé  $\nabla\phi^c$ , alors tous les chemins optimaux vers la cible suivent le gradient de cette fonction.

Dans notre système, les individus du groupe  $c$  choisissent des chemins afin de minimiser le coût  $\tau^c$  qui est défini par une combinaison linéaire de deux termes :

- ✓ La longueur du chemin.
- ✓ L'inconfort ressenti, par unité de temps, le long du chemin dans ce cas  $\tau^c$ , est calculé par l'équation [21] suivante :

$$\tau^c(x, y, t) = \frac{1}{v^c(\tilde{\rho}, \psi)} + \gamma g^c(\tilde{\rho}, x, y, t)$$

Où :

$\gamma$  : Facteur pondère.

$g^c$  : La fonction d'inconfort dynamique pour éviter les collisions entre les piétonnes ou entre feuilleton ou entre piétonnes et obstacle.

L'équation eikonale permet de calculer les plus courts chemins pour une métrique.

### 3.2.3. La méthode numérique

Dans cette section, nous décrivons les schémas numériques employés pour la discrétisation de l'équation de transport, équation hyperbolique linéaire du premier ordre, et l'équation eikonale.

#### a) Maillage et discrétisation

Pour garantir la simplicité de mise en place des schémas numériques, on utilise un maillage cartésien uniforme.

L'espace de mouvement  $\Omega$  est définie sur un ensemble le volume de contrôle  $I_{ij}$  comme présenté sur la Figure 3.5. Donc

$$\Omega = \bigcup_{1 \leq i \leq I} \bigcup_{1 \leq j \leq J} I_{ij}, \quad I_{ij} = I_i \times I_j, \quad I_i = \left[ x_{i-\frac{1}{2}}, x_{i+\frac{1}{2}} \right], \quad I_j = \left[ y_{j-\frac{1}{2}}, y_{j+\frac{1}{2}} \right]$$

Les centres des cellules  $I_i, I_j$  est repéré par le couple des coordonnées  $(x_i, y_j)$  tel que,

$$x_i = \frac{1}{2} \left( x_{i-\frac{1}{2}} + x_{i+\frac{1}{2}} \right), \quad y_j = \frac{1}{2} \left( y_{j-\frac{1}{2}} + y_{j+\frac{1}{2}} \right).$$

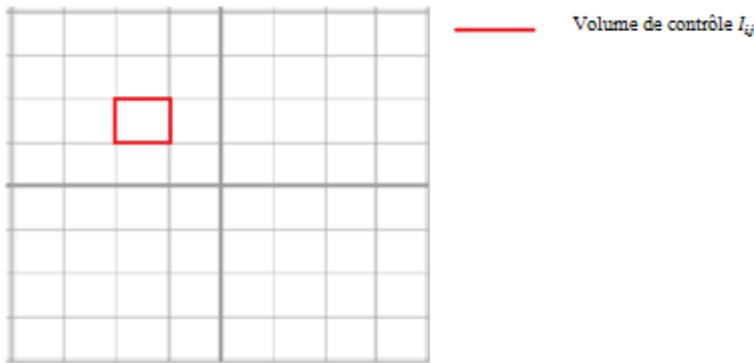


Figure 3.5. Le volume de contrôle

**b) Méthode du volume fini**

Nous allons maintenant présenter la discrétisation de l'équation de transport (3.2) par la méthode des volumes finis en 2D [15] . En intégrant cette équation sur le volume de contrôle  $I_{ij}$  on obtient :

$$\int_{I_{ij}} \frac{\partial \rho^c(x, y, t)}{\partial t} dx dy + \oint_{\partial I_{ij}} F^c(x, y, t) \times n(x, y, t) dS = 0$$

$\partial I_{ij}$  : Exprimer les interfaces de volume.  $n(x, y, t)$  : Le vecteur normal d'unité l'extérieur vers  $\partial I_{ij}$ .

Par l'application de la formule de quadrature au point milieu, on a

$$\frac{\partial \rho_{ij}^c}{\partial t} + \frac{(\hat{f}_1^c)_{i+\frac{1}{2}j} + (\hat{f}_1^c)_{i-\frac{1}{2}j}}{h} + \frac{(\hat{f}_2^c)_{ij+\frac{1}{2}} + (\hat{f}_2^c)_{ij-\frac{1}{2}}}{h} = 0 \quad (3.5)$$

$\hat{f}_1^c$  Et  $\hat{f}_2^c$  : Les flux discrétisés sur chaque face du volume de contrôle.

De plus, le schéma Lax-Wendroff [15] est adopté pour le calcul des flux  $f_1^c$  à chaque centre de cellule dans la direction x. Pour la direction y, la mise en œuvre est identique. Au plus, les valeurs de trois cellules sont considérées dans le schéma (Figure 3.6)

$$(f_1^c)_k^\pm = 0.5[(f_1^c)_k \pm \theta \rho_k^c], \quad k = U, C, D$$

Où  $\theta = \max_{k \in \{U, C, D\}} v^c(\hat{\rho}_c, \psi_k)$

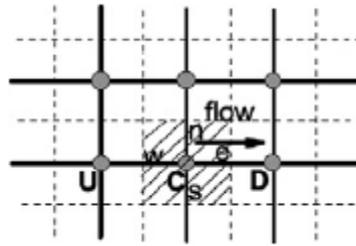


Figure 3.6. Stencils de discrétisation pour le schéma Lax-Wendroff.

Le flux de la face cellulaire est estimé par:

$$(\hat{f}_1^c)_e^+ = (\hat{f}_1^c)_c^+ + \frac{1}{4} [(1+k)\Delta_e + (1-k)\Delta_w] \quad (3.6)$$

Où:  $\Delta_e = (\hat{f}_1^c)_D^+ - (\hat{f}_1^c)_C^+$  et  $\Delta_w = (\hat{f}_1^c)_C^+ - (\hat{f}_1^c)_U^+$

Le schéma utilisé pour calculer  $(\hat{f}_1^c)_e^-$ , qui s'écoule dans une direction négative, est symétrique en par rapport à l'interface de volume e.

**c) Fast Sweeping Method**

Pour obtenir un **FSM (Fast Sweeping Method)** [14] de haut niveau veuillez vous référer à:

Étape 1 : estimation initiale :

$$\text{Si } (x_i, y_j) \in \Gamma_d^c \text{ puis } \phi_{ij}^c = 0, \text{ sinon } \phi_{ij}^c = \infty ;$$

Étape 2:

- (1)  $i = 1:I, j = 1:J$
- (2)  $i = 1:I, i = J:1$
- (3)  $i = I:1, i = 1:J$
- (4)  $i = I:1, i = J:1$

Le balayage rapide pour premier ordre :

$$P_x = \min(\phi_{i-1j}^c, \phi_{i+1j}^c), P_y = \min(\phi_{ij-1}^c, \phi_{ij+1}^c).$$

- Si  $|P_x - P_y| \geq \tau_{ij}^c \cdot h$  et  $(\phi_{ij}^c)^{new} = \min(P_x, P_y)$  et

$$\text{Si } P_x = \min(P_x, P_y) = \phi_{i-1j}^c < \phi_{i+1j}^c \text{ alors } (\phi_{ij}^c)_x^{\text{new}} = \frac{(\phi_{ij}^c)^{\text{new}} - \phi_{i-1j}^c}{h} (\phi_{ij}^c)_y^{\text{new}} = 0 ;$$

$$\text{Si } P_x = \min(P_x, P_y) = \phi_{i+1j}^c \leq \phi_{i-1j}^c \text{ alors } (\phi_{ij}^c)_x^{\text{new}} = \frac{\phi_{i+1j}^c - (\phi_{ij}^c)^{\text{new}}}{h} (\phi_{ij}^c)_y^{\text{new}} = 0 ;$$

$$\text{Si } P_y = \min(P_x, P_y) = \phi_{ij-1}^c < \phi_{ij+1}^c \text{ alors } (\phi_{ij}^c)_x^{\text{new}} = 0$$

$$(\phi_{ij}^c)_y^{\text{new}} = \frac{(\phi_{ij}^c)^{\text{new}} - \phi_{ij-1}^c}{h} ;$$

$$\text{Si } P_y = \min(P_x, P_y) = \phi_{ij+1}^c < \phi_{ij-1}^c \text{ alors } (\phi_{ij}^c)_x^{\text{new}} = 0$$

$$(\phi_{ij}^c)_y^{\text{new}} = \frac{\phi_{ij+1}^c - (\phi_{ij}^c)^{\text{new}}}{h} ;$$

- Si  $|P_x - P_y| < \tau_{ij}^c \cdot h$  et  $(\phi_{ij}^c)^{\text{new}} = \frac{P_x + P_y + \sqrt{2(\tau_{ij}^c)^2 h^2 - (P_x - P_y)^2}}{2}$  et

$$\text{Si } \phi_{i-1j}^c < \phi_{i+1j}^c \text{ alors } (\phi_{ij}^c)_x^{\text{new}} = \frac{(\phi_{ij}^c)^{\text{new}} - \phi_{i-1j}^c}{h}$$

$$\text{Sinon } (\phi_{ij}^c)_x^{\text{new}} = \frac{\phi_{i+1j}^c - (\phi_{ij}^c)^{\text{new}}}{h}$$

$$\text{Si } \phi_{ij-1}^c < \phi_{ij+1}^c \text{ alors } (\phi_{ij}^c)_y^{\text{new}} = \frac{(\phi_{ij}^c)^{\text{new}} - \phi_{ij-1}^c}{h}$$

$$\text{Sinon } (\phi_{ij}^c)_y^{\text{new}} = \frac{\phi_{ij+1}^c - (\phi_{ij}^c)^{\text{new}}}{h}$$

Étape 3 : Convergence: l'algorithme converge (c'est-à-dire, arrête l'itération) si le résidu  $|(\phi^c)^{\text{new}} - \phi^c|$  mesuré dans la norme L1 est inférieur à  $10^{-11}$

#### d) Discrétisation temporelle

Pour obtenir une précision d'ordre élevé dans le temps, on utilise la méthode TVDRK du troisième ordre [12], est utilisée pour discrétiser l'équation (3.5) :

$$\begin{cases} (\rho_{ij}^c)^{(1)} = (\rho_{ij}^c)^n - \Delta t L(\tilde{\rho}_{ij}^n) \\ (\rho_{ij}^c)^{(2)} = \frac{3}{4}(\rho_{ij}^c)^n + \frac{1}{4}[(\rho_{ij}^c)^{(1)} - \Delta t L((\rho_{ij}^c)^{(1)})] \\ (\rho_{ij}^c)^{n+1} = \frac{1}{3}(\rho_{ij}^c)^n + \frac{1}{2}[(\rho_{ij}^c)^{(2)} - \Delta t L((\rho_{ij}^c)^{(2)})] \end{cases}$$

$$\text{Où : } L(\tilde{\rho}) = \frac{(\hat{f}_1^c)_{i+\frac{1}{2}j} + (\hat{f}_1^c)_{i-\frac{1}{2}j}}{h} + \frac{(\hat{f}_2^c)_{ij+\frac{1}{2}} + (\hat{f}_2^c)_{ij-\frac{1}{2}}}{h}$$

Ici, le choix de  $\Delta t$  satisfait la stricte restriction de la condition CFL :

$$CFL = \frac{\Delta t}{h} \max_{c \in \{l,r\}} v_c(\tilde{\rho}_{ij}, \psi_{ij}) \leq \frac{1}{2}$$

#### 4. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons essayé à détailler la conception de notre système à travers les deux étapes de conception, qui sont la conception complète et la conception détaillée et nous avons vu que cette étape très importante dans la compréhension de notre système. Dans la prochaine étape nous allons implémenter ce système pour obtenir un résultat.

## *Chapitre 04 :*

### *Implémentation*

## 1. Introduction

Après avoir présenter la phase de conception de notre système et spécifier la conception détaillée.

Dans ce chapitre on va présenter la phase finale du notre modèle, celle qui est la phase de implémentation. Nous allons présenter l'environnement de programmation, et ensuite nous allons exposer quelques scénarios de le mouvement de foule dans le modèle macroscopique pour illustrer notre résultat de simulation.

## 2. L'environnement de programmation

Pour notre programmation j'ai utilisé le logiciel de simulation Anylogic qui est disponible à l'adresse suivante : <https://www.anylogic.com/>. La (Figure 4.1) représente la première interface de logiciel.

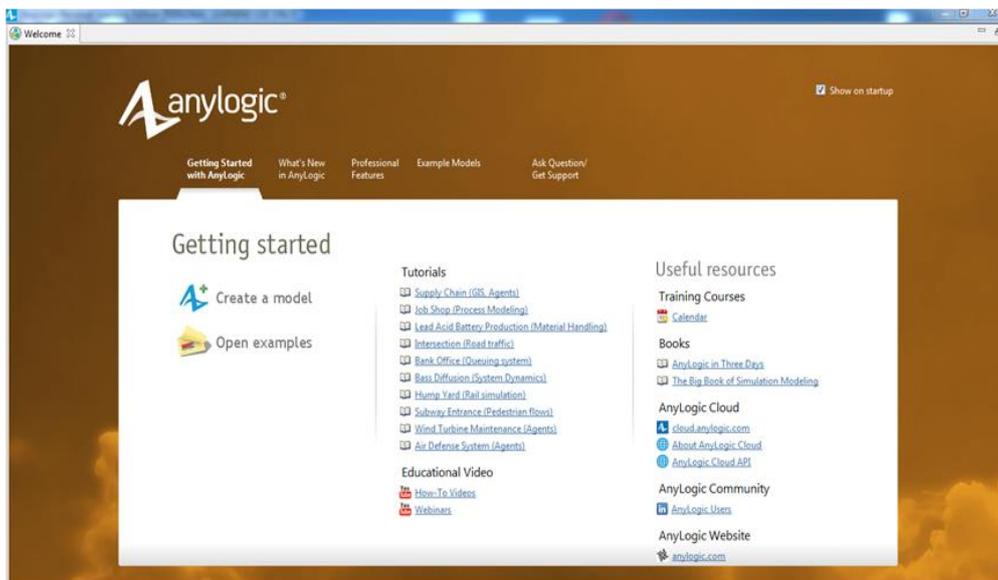


Figure 4.1. La première interface d'Anylogic

### 3. Modélisation d'un environnement

Les environnements virtuels sont des espaces spatiaux dans lesquels des piétons sont circuler. Ces piétons peuvent se déplacer, percevoir et agir dans ces environnements

Dans notre travail, l'environnement se compose des murs, des obstructions et les porte de sorties et d'entrées qui sont des éléments prédéfinis dans l'environnement Anylogic.

A partir de l'onglet "Palette", on choisi " pedestrian Library ", et ensuite on insère les éléments suivantes:

- ✓ Les murs : Est l'élément Wall, C'est un cube défini par deux points, le point de début et le point de fin.
- ✓ Les portes: sont générées par le bouton Target Line, Target Line est un segment droit défini par deux points, la position de sa départ et la position de son fin.
- ✓ Les obstructions : On choisi 3D Objects puis Office, plusieurs types d'obstacles sont définis, les obstructions sont caractérisées par les coordonnées de son centre.

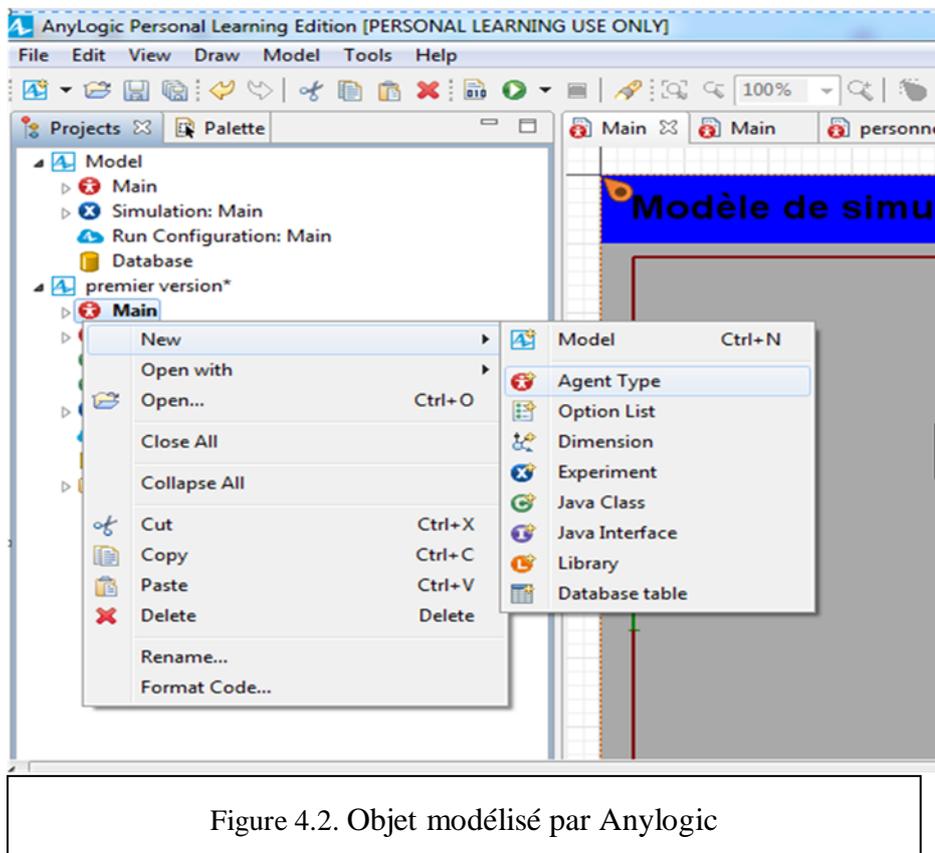


Figure 4.2. Objet modélisé par Anylogic

A partir de l'onglet "Palette", on modélise notre environnement de simulation illustré dans la (Figure 4.3)

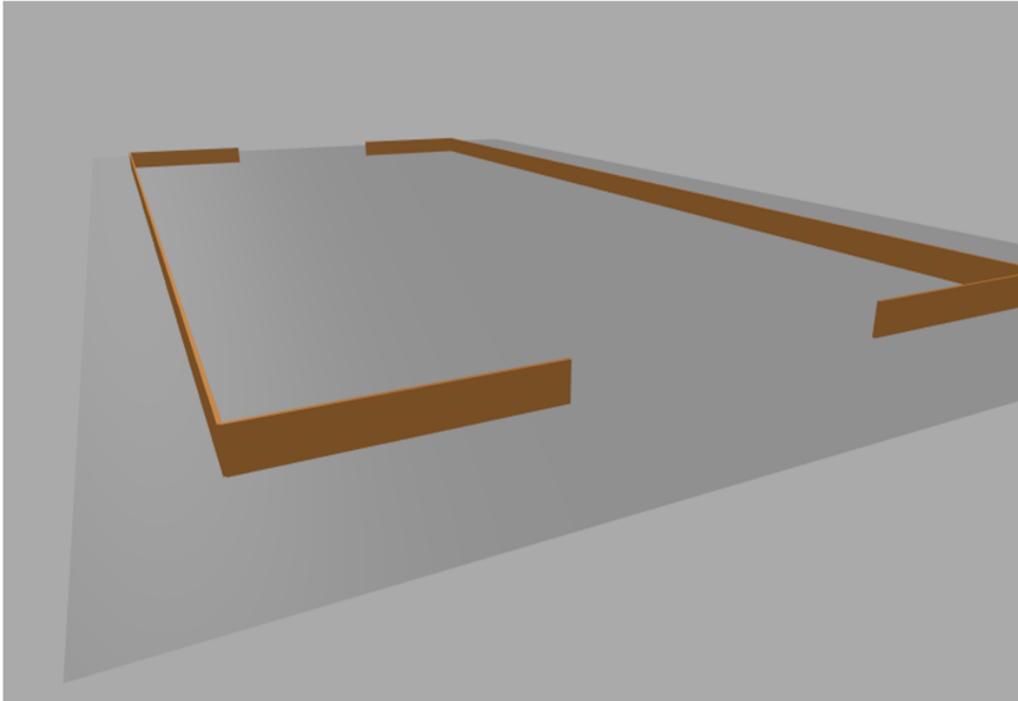


Figure 4.3. Environnement modélisé par anylogic

#### 4. Modélisation de piéton

Pour créer un piéton, on clique à droite sur 'Main' puis clic New puis clic sur AgentType (Figure 4.4).

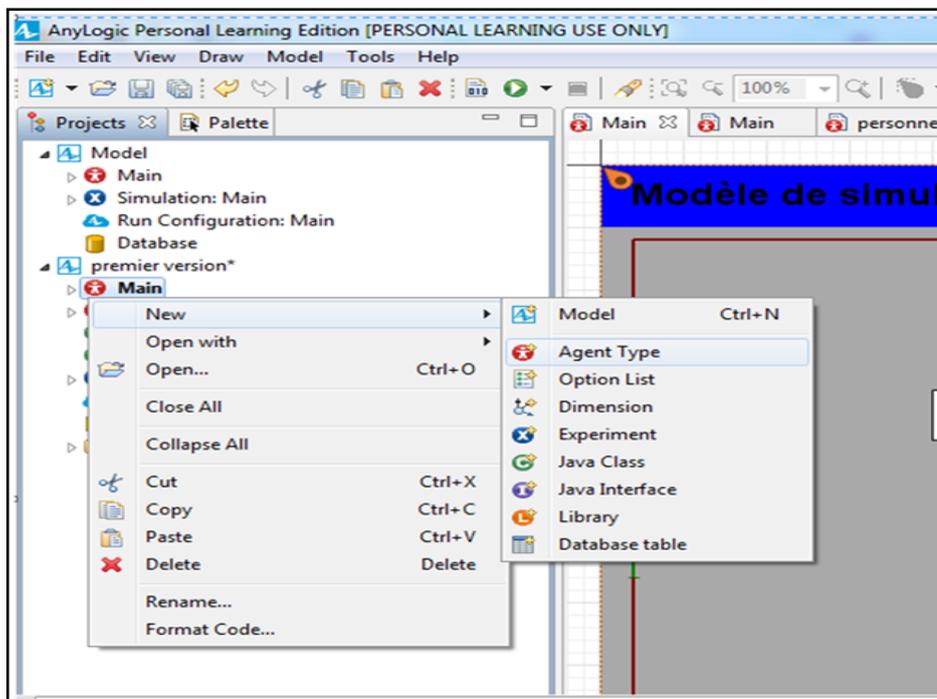


Figure 4.4. Création d'un piéton

Ensuite, nous déterminons le type de piéton à créer (Figure 4.5).

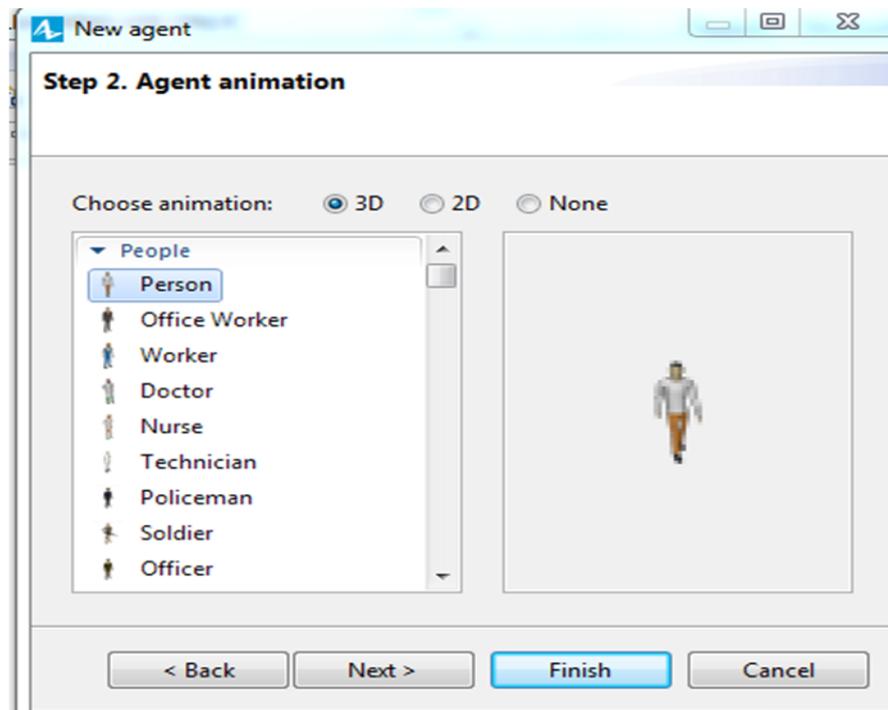


Figure 4.5. Le type de piéton créé

Dans Anylogic, chaque type de piéton a des caractéristiques spécifiques, comme le nom, type, la position ... Ces valeurs sont spécifiés par défaut, mais on peut les modifier.

Dans notre simulation, une foule est un ensemble des piétons existant d'un emplacement commun. (Figure 4.6) (Figure 4.7). Elle est définie par le nombre des individus et la vitesse et le flux et la densité et la position. Flux est : le nombre d'individus entrant l'environnement à chaque pas du temps.



Figure 4.6. Vue 2D de notre foule créé

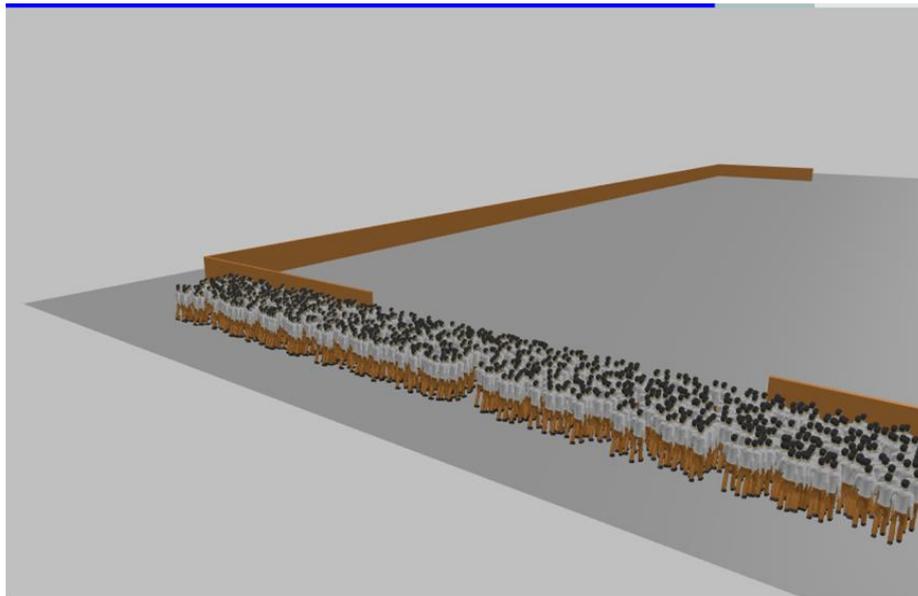


Figure 4.7. Vue 3D de notre foule simulée

## 5. Calcul de la vitesse

Comme nous l'avons mentionné dans le chapitre précédent, notre foule virtuelle est composé de deux groupes, où la vitesse de chaque groupe est calculé par la formule suivante :

*vitesse de groupe*

$$= 1.034 * \exp(-0.075 * (\text{densité de foule})^2) * \exp(-0.019(1 - \cos(a)) * (\text{densité de groupec})^2)$$

Où: a: L'angle d'intersection entre le groupe 1 et le groupe 2 à l'emplacement (x, y).

Et c est le numéro de groupe.

## 6. Calcul de la densité

Pour calculer la densité nous appliquons l'algorithme suivant :

1. *L'algorithme de la densité*
2. *d : la densité de la foule au début = 0*
3. *m: la longueur de l'environnement*
4. *n: largeur de l'environnement*
5. *nr: le nombre de piétons dans la foule*
6. *vitesse : la vitesse de la foule*
7. *nbre : Le nombre de piétons entrant dans un environnement au début = 0*
8. *T : le temps*
9. *Dlta\_t : le pas de temps*
10. *f=le flux de la foule*
11. *nbre=nbre+f ;*
12. *T=T+ Dlta\_t ;*
13. *Si (nbre<=m-nbre) {*
14. *Si (T<=m/ vitesse) {*
15. *d=d+ (f / (m\*n))}*
16. *Sino {*
17. *d=d ;}*
18. *}*
19. *Sino {*
20. *Si (d>=0) {*
21. *d=d - (f / (m\*n))*
22. *}*
23. *}*

## 7. La recherche de bon chemin

Dans notre application on applique la méthode FSM (**Fast Sweeping Method**) pour trouver le bon chemin. Où :

```

1  L'algorithme de FSM (Fast Sweeping Method)
2  m: la longueur de l'environnement
3  n: largeur de l'environnement
4  to: matrice de coût
5  c: matrice représenter bon chemin
6  Initialisation de matrice cout
7  Pour (i=1 ; i<=m ; i++) {
8  Pour (j=1 ; j<=n ; j++) {
9  Px = min (c [i-1] [j], c [i+1] [j])
10 Py= min (c [i] [j-1],c [i] [j+1])
11 Si (/Px- Py/>=to[i][j]*h) {
12 c [i] [j]=min(Px, Py)
13 Si (Px= cout [i-1] [j]) {
14 cx [i] [j]= (c [i] [j]- c [i-1] [j])/h
15 cy [i] [j]=0 }
16 Si (Px= c [i+1] [j]) {
17 cx [i] [j]= (c [i+1] [j]- c [i] [j])/h
18 cy [i] [j]=0 }
19 Si (Py= c [i] [j-1]) {
20 cx [i] [j]=0
21 cy [i] [j]= (c [i] [j]- c [i] [j-1])/h }
22 Si (Py= c [i] [j+1]) {
23 cx [i] [j]=0
24 cy [i] [j]= (ct [i] [j+1]- ct [i] [j])/h }}

```

```

25 Sinon{
26  c [i] [j]= Px+ Py+(√2 * (to[i][j])2 * (h)2 - (Px - Py)2)/2
27  Si (Px= c [i+1] [j]) {
28  cx [i] [j]= (c [i+1] [j]- c [i] [j])/h
29  cy [i] [j]=0 }
30  Si (Py= c [i] [j-1]) {
31  cx [i] [j]=0
32  cy [i] [j]= (c [i] [j]- c [i] [j-1])/h }
  Si (Py= c [i] [j+1]) { cx [i] [j]=0  cy [i] [j]= (c [i] [j+1]- c [i] [j])/h }}

```

## 8. Les résultats

Le scénario1 dans (Figure 4.8) et (Figure 4.9) représentent le résultat 2d et 3d où nous avons une foule entrant dans l'environnement dans un flux de 10 où chaque membre de la foule prend le chemin le plus court vers la sortie.

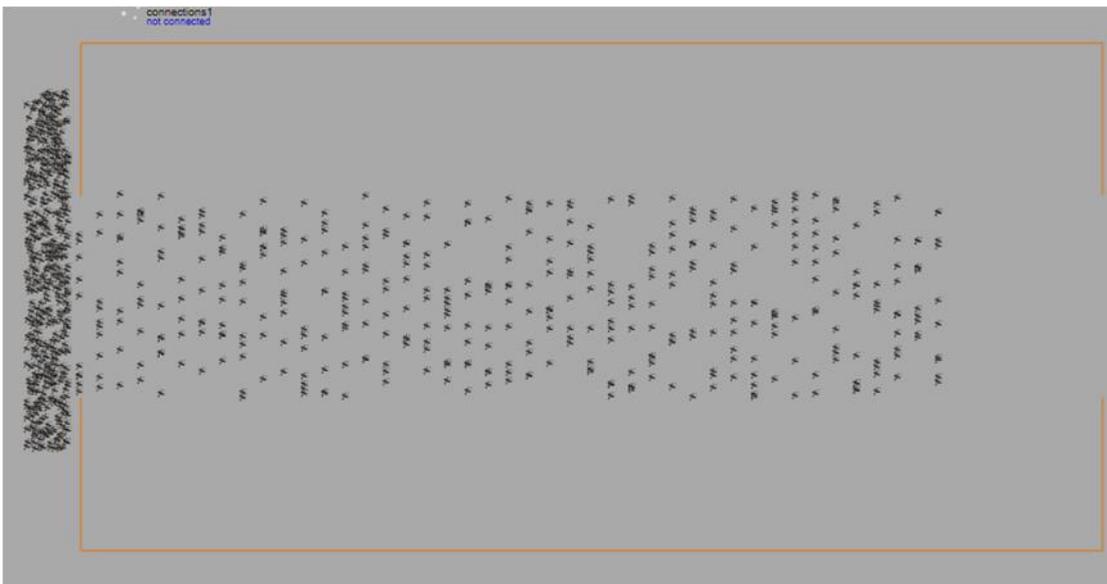


Figure 4.8. Illustration en 2d d'un flux unidirectionnel

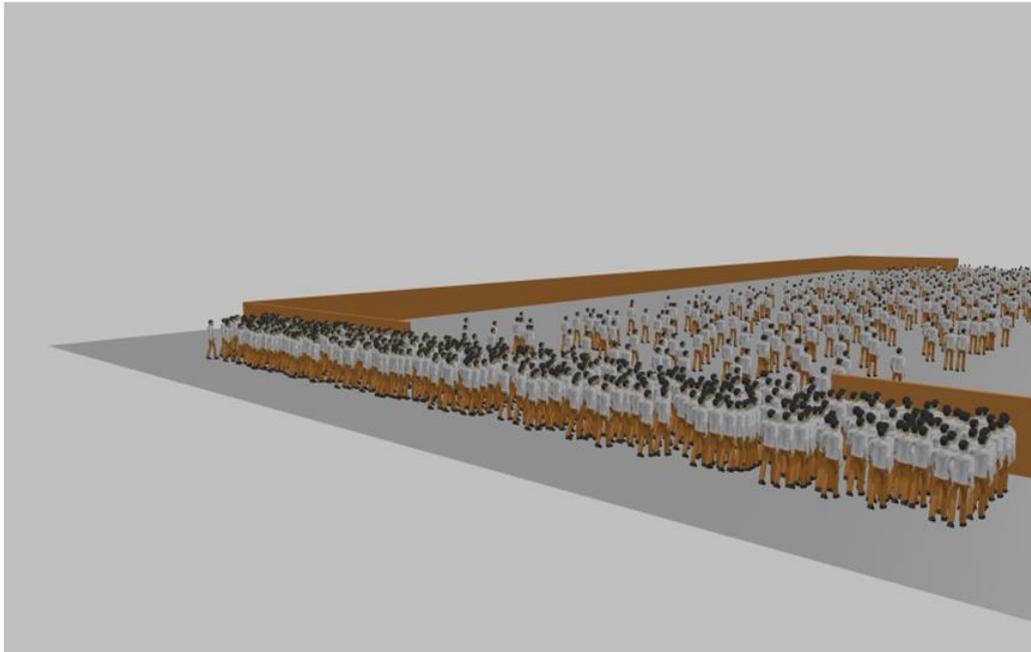


Figure 4.9. Illustration en 3d d'un flux unidirectionnel

Le scénario 2 dans (Figure 4.10) et (Figure 4.11) représenter le résultat 2d et 3d où nous avons une foule entrant dans l'environnement dans un flux de 10 où chaque membre de la foule prend le chemin le plus court vers la sortie en évitant l'obstacle.



Figure 4.10. Vue 2d d'un flux unidirectionnel qui évite un obstacle

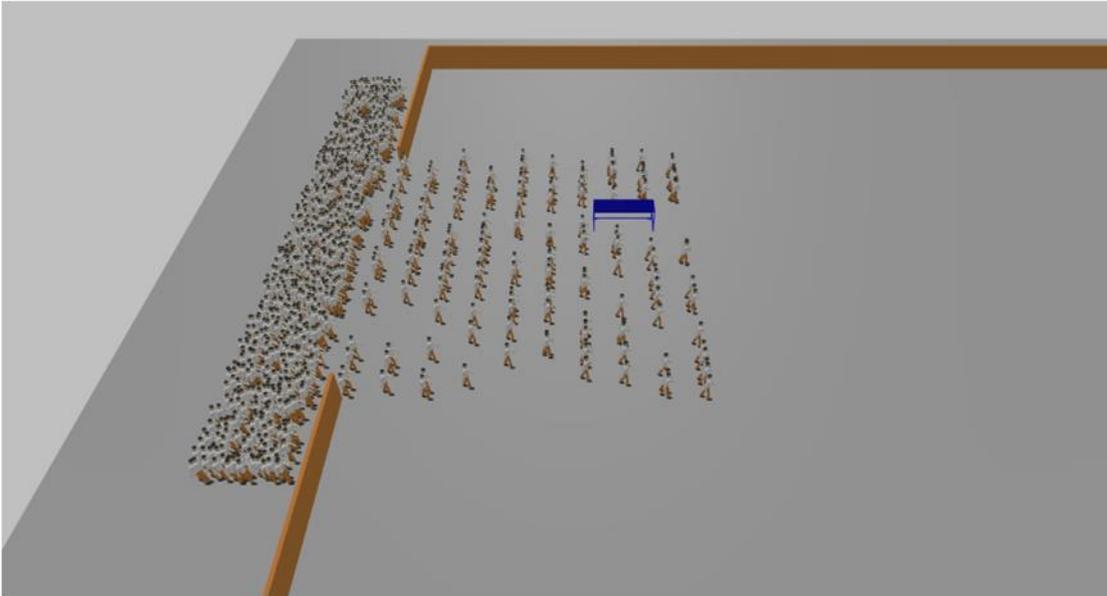


Figure 4.11. Vue 3d d'un flux unidirectionnel qui évite un obstacle

Le scénario3 dans (Figure 4.12) et (Figure 4.13) représenter le résultat 2d et 3d où nous avons deux foules qui pénètrent dans l'environnement dans des directions opposées avec un flux de 10 où chaque membre des foules emprunte le chemin le plus court vers la sortie.

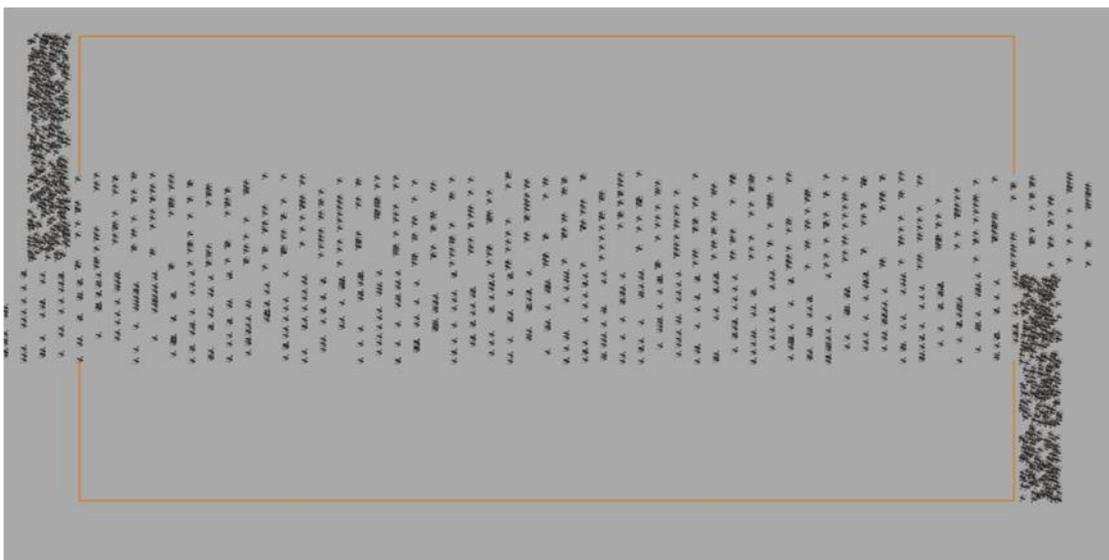


Figure 4.12. Vue 2d de la formation d'un flux bidirectionnel

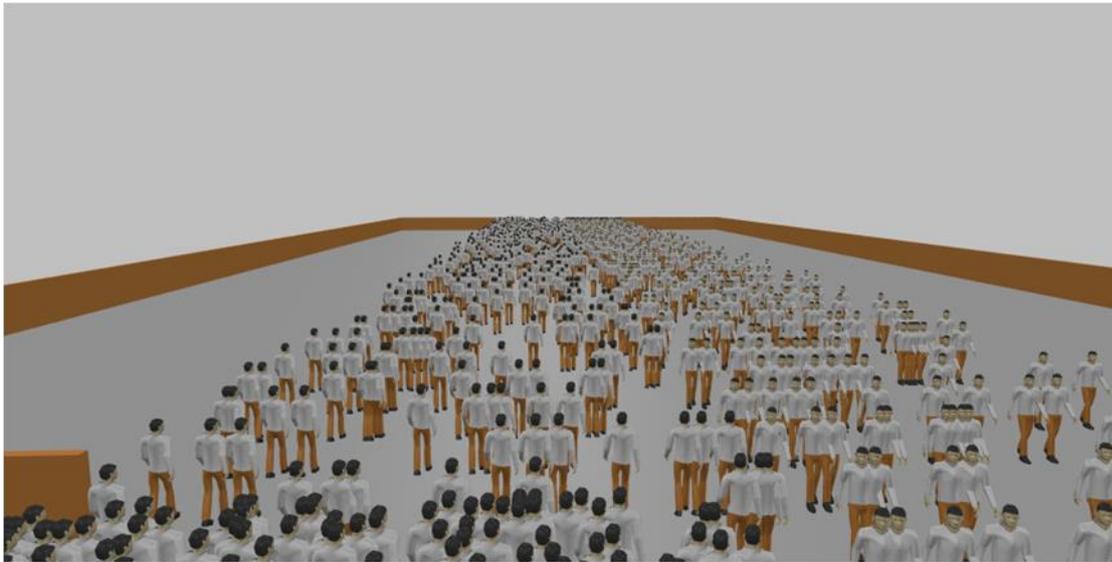


Figure 4.13. Vue 3d de la formation d'un flux bidirectionnel

- ❖ Le scénario5 dans (Figure 4.14) et (Figure 4.15) représenter le résultat 2d et 3d où nous avons deux foules qui pénètrent dans l'environnement dans des directions opposées avec un flux de 10 où chaque membre des foules emprunte le chemin le plus confortable vers la sortie en évitant l'obstacle.

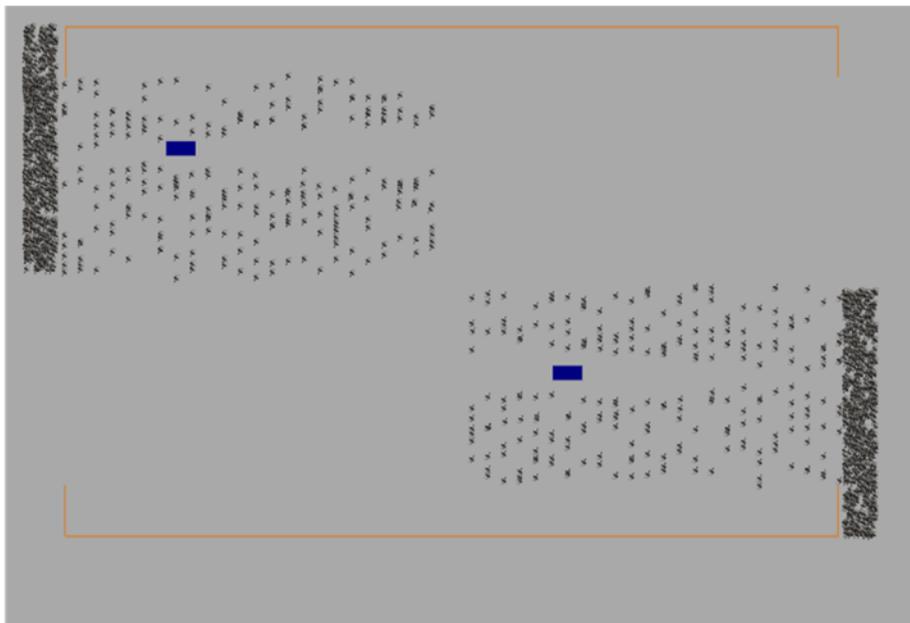


Figure 4.14. Vue 2d d'un flux bidirectionnel évitant des obstacles

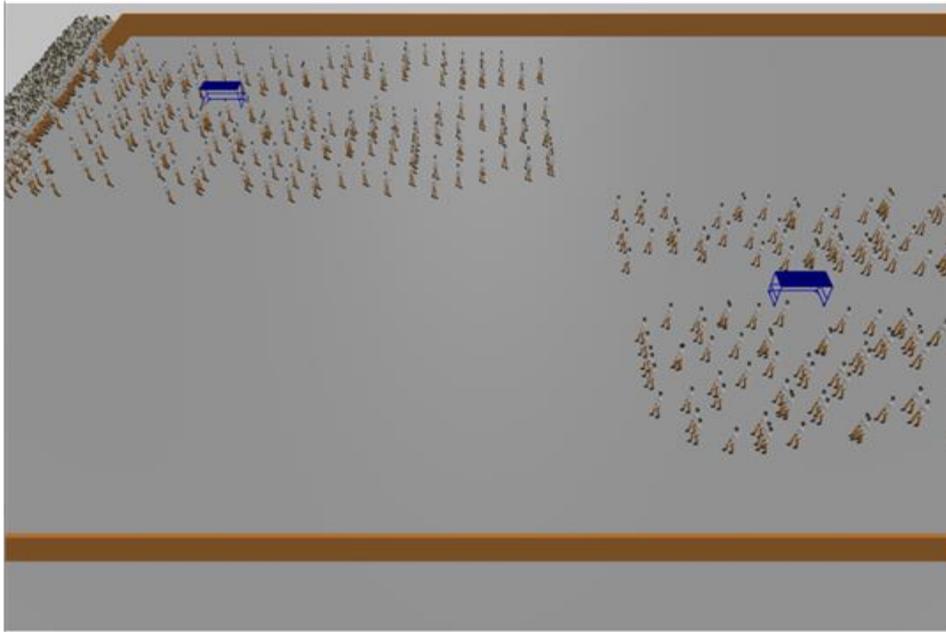


Figure 4.15. Vue 3d d'un flux bidirectionnel évitant des obstacles

## 9. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la dernière étape de notre modèle où nous avons vu la représentation de l'environnement et de la foule, l'algorithme que nous avons appliqué pour obtenir une simulation du mouvement des masses dans l'environnement et nous avons utilisé un logiciel pour implémenter ces algorithmes, et enfin nous avons présenté les résultats

## Conclusion general

### Conclusion générale

Dans ce mémoire nous avons traité du problème de la simulation de foule humaine virtuelle dans un environnement 2D et 3D pour générer le comportement de formation de lignes.

Dans le premier chapitre on a vu les termes importants tels que la simulation de foule et la foule humaine et les types des foules et les comportements et les domaines d'application, ensuite, nous avons parlé dans le deuxième chapitre sur les approches de simulation qui sont l'approche macroscopique et l'approche microscopique et les différents modèles de chaque approche de foule et la différence entre eux, ensuite, dans le troisième chapitre nous avons mentionné l'objectif et la conception global et la conception détaillée de ce travail, enfin dans le dernier chapitre nous présenter la phase de l'implémentation et exposer quelques tests pour obtenir des scénarios de le mouvement de foule.

Le but de ce mémoire est de proposer un modèle et ce modèle prenant en compte la vitesse et la densité et le flux de la foule pour obtenir des mouvements de foule plus réaliste, et ce modèle apparaît dans plusieurs cas en réalité par exemple l'évacuation de bâtiments en cas de d'incendie.

Nous espérons à l'avenir obtenir des résultats plus proches de la réalité et plus complets nous espérons également qu'à l'avenir nous appliquerons Méthode du volume fini que nous n'avons pas eu la chance d'appliquer.

## Références

- [1] A. Kirchner, A. Schadschneider, "Simulation of evacuation processes using a bionics-inspired cellular automaton model for pedestrian dynamics," *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 312, pp. 260–276, 2002.
- [2] C. W. Reynolds. Steering behaviors for autonomous characters. *Proc. of Game Developers Conference*, pp. 763–782, 1999.
- [3] D. Helbing, L. Buzna, A. Johansson, and T. Werner, "Self-organized pedestrian crowd dynamics: experiments, simulations, and design solutions," *Transportation Science*, vol. 39, pp. 1–24, 2005.
- [4] D. Helbing, P. Molnàr, "Social force model for pedestrian dynamics," *Physical Review E*, vol. 51, pp. 4282–4286, 1995.
- [5] G. Le Bon, (1896). *The Crowd: A Study of the Popular Mind*. [PDF Document]. Retrieved October 20, 2014 from: <http://socserv2.socsci.mcmaster.ca/~econ/ugcm/3ll3/lebon/Crowds.pdf>
- [6] J. M. Kenny, C. McPhail, P. Waddington, S. Heal, S. Ijames, D. N. Farrer, J. Taylor, and D. Odenthal, "Crowd behavior, crowd control, and the use of non-lethal weapons," technical report., DTIC Document, 2001.
- [7] M. Moussaïd, "Étude expérimentale et modélisation des déplacements collectifs de piétons". Thèse de doctorat, l'Université de Toulouse III - Paul Sabatier, 2010.
- [8] N. Bellomo, C. Dogbé, "On the modelling crowd dynamics from scaling to hyperbolic macroscopic models", *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, vol. 18, pp. 1317-1345, 2008
- [9] N. Pelechano, J. Allbeck, N. Badler, "Virtual Crowds: Methods, Simulation, and Control". A.B. Barsky, Vol. A Publication in the Morgan & Claypool Publishers series, *Synthesis lectures on computer graphics and animation*, pp. 176 (2008).
- [10] O. Kurdi, *Crowd Modelling and Simulation*, thèse de doctorat, université de Sheffield, 2017
- [11] P. Pecol, "Modélisation 2D discrète du mouvement des piétons : application à l'évacuation des structures du génie civil et à l'interaction foule-passerelle". Thèse de doctorat, Université Paris-Est, 2012.

- [12] S. Gottlieb, C.W. Shu, "Total variation diminishing Runge–Kutta schemes", *Mathematics of Computation*, vol 67, pp. 73–85, 1998.
- [13] V. Coscia, C. Canavesio, "First-order macroscopic modelling of human crowd dynamics", *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, vol. 18, pp. 1217-1247, 2008
- [14] Y. H. R. Tsai, L. T. Cheng, S. Osher, H. K. Zhao, Fast sweeping algorithms for a class of Hamilton–Jacobi equations, *SIAM Journal on Numerical Analysis*, vol. 41, pp. 673–694, 2003
- [15] Y. Q., Jiang, S. C., Wong, P., Zhang, R. X., Liu, Y.L., Duan, K., Choi, "Numerical simulation of a continuum model for bi-directional pedestrian flow", *Applied Mathematics and Computation*, vol. 218, pp. 6135–6143, 2012
- [16] Avenir de la simulation pour l'entraînement des forces : quels bénéfices pour le fonctionnement et quelles limites ?  
Site :[https://www.ihedn.fr/sites/default/files/atoms/files/sn45\\_t1\\_2.pdf](https://www.ihedn.fr/sites/default/files/atoms/files/sn45_t1_2.pdf)
- [17] <https://www.anylogic.fr/resources/libraries/pedestrian-library/>
- [18] <http://www.slate.fr/story/107319/comportement-foule-bousculade>